

1186  
1  
209

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

**TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA CAVIDAD  
CON INTERACCIÓN TÉRMICA A TRAVÉS DE UNA  
CARA SEMITRANSARENTE CON CONTROLADOR  
ÓPTICO**

**GABRIELA DEL SOCORRO ALVAREZ GARCÍA**

**TESIS DOCTORAL**

**PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE  
LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO COMO REQUISITO PARA OBTENER EL  
GRADO DE**

**DOCTOR EN INGENIERÍA**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**MÉXICO DF, NOVIEMBRE DE 1994**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Para Adriana y Juan Pablo,  
mis adorables hijos.

Para Claudio,  
mi esposo y compañero.

A mis padres,  
a mis hermanos.

## **RECONOCIMIENTOS**

Mi más sincero agradecimiento al Dr. Claudio A. Estrada Gasca, por su apoyo, confianza y estímulo, así como por las invaluableles sugerencias que realizó durante la dirección de esta tesis.

Agradezco al Dr. Jorge Carrera Bolaños y al Dr. Jaime Cervantes de Gortari, miembros del comité doctoral, por su constante apoyo y por las sugerencias que me hicieron para el mejor desarrollo de este trabajo.

También agradezco a los Doctores P.K. Nair, Jorge Rojas Menéndez., Francisco Solorio Ordaz y José Luis Reyes Avila por haber aceptado ser miembros del Jurado Doctoral y por sus acertadas sugerencias al revisar este trabajo.

Mi gratitud al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico de la Dirección de Institutos Tecnológicos de la Secretaría de Educación Pública y en especial al Dr. Juan Manuel Ricaño Castillo, director de esta institución por el inapreciable apoyo otorgado para la realización de la tesis.

Igualmente quiero expresar mi gratitud al Laboratorio de Energía Solar del Instituto de Investigaciones en Materiales de la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme usar sus instalaciones.

También agradezco a COSNET-SEP por la beca otorgada para la realización de este estudio.

Finalmente, agradezco a todas aquellas personas que de una u otra forma me apoyaron en el desarrollo de este trabajo.

## ÍNDICE

	PAGINA
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABLAS	xi
NOMENCLATURA	xiii
RESUMEN	xv
ABSTRACT	xviii
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Ubicación del Problema	1
1.2 Revisión Bibliográfica	3
1.2.1 Estudios térmicos en cajas y habitaciones	4
1.2.2 Estudios térmicos de películas de control óptico solar	6
1.2.3 Estudios de transferencia de calor por convección en cavidades	8
1.2.4 Estudios de transferencia de calor por conducción, convección y radiación en cavidades.	10
1.3 Objetivos del trabajo	18
2. MODELOS	20
2.1 Planteamiento del problema	20
2.2 Propiedades ópticas de los materiales	21
2.3 Modelos unidimensionales del vidrio con controlador óptico	30
2.4 Modelo bidimensional de cavidad	33
3. MODELOS UNIDIMENSIONALES	38
3.1 Modelo unidimensional en estado permanente	38
3.1.1 Formulación del modelo	38
3.1.2 Solución del modelo	40
3.1.3 Resultados	43

3.2 Modelo unidimensional en estado transitorio	48
3.2.1 Formulación del modelo	48
3.2.2 Solución del modelo	49
3.2.3 Resultados	52
4. MODELO BIDIMENSIONAL DE CAVIDAD CON CARA SEMITRANSARENTE CON CONTROLADOR ÓPTICO	58
4.1 Formulación del modelo	58
4.2 Ecuaciones en variables secundarias	64
4.3 Condición inicial y condiciones de frontera	67
4.4 Solución numérica	70
4.5 Estudio de convergencia del método numérico	84
4.5.1 Estudio de independencia de malla	84
4.5.2 Estudio de estabilidad	88
4.6 Reducción del problema a casos publicados	88
5. RESULTADOS	93
5.1 Comparación entre la cavidad isotérmica, la cavidad con controlador óptico y la cavidad sin controlador óptico.	94
5.2 Comparación entre el modelo unidimensional y el modelo de cavidad bidimensional con controlador óptico	110
5.3 Cálculo del número de Nusselt.	112
5.4 Cálculo del coeficiente de sombreado y del factor de rechazo solar.	116
6. CONCLUSIONES	120
BIBLIOGRAFÍA	124
ANEXO A	131

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA	DESCRIPCIÓN	PAGINA
2.2.1	Transmisividades y reflexividades espectrales para diferentes tipos de vidrios claros a temperatura ambiente [49].	23
2.2.2	Distribución espectral de la radiación solar para varias masas de aire, suponiendo una atmósfera clara con 20 mm de vapor de agua precipitable y 3.4 mm de ozono [23].	24
2.2.3	Transmisividad y reflexividad espectral del vidrio claro (soda lime) a temperatura ambiente para diferentes espesores del vidrio [49].	25
2.2.4	Espectro de transmitancia óptica (T) y reflectancia (R) de las muestras u, v y w de las películas de control solar de $Cu_xS$ ; datos de [52].	27
2.2.5	Espectro de transmitancia óptica (T) y reflectancia (R) de las muestras A, B y C de las películas de control óptico solar de $SnS-Cu_xS$ y de la muestra D y G de las películas de control óptico solar de $Cu_xS$ y del vidrio claro; datos de [51].	28
2.3.1	(A) Balance radiativo de una cubierta de control solar de la muestra A de $SnS-Cu_xS$ sobre un vidrio de 1 mm; (B) balance radiativo de un vidrio claro de 3 mm según ASHRAE; y (C) balance radiativo del recubrimiento de control solar sobre un vidrio de 6 mm [25].	31
2.4.1	Esquema del modelo bidimensional de cavidad.	35
3.1.1	Balance de energía en el vidrio.	39

3.1.2	Distribución de temperaturas en el sistema vidrio+ controlador óptico para distintas temperaturas del aire exterior.	44
3.1.3	Temperatura del controlador óptico solar SnS-Cu <sub>x</sub> S y temperatura media del vidrio ( $T_{gm}$ ) como función de la temperatura exterior ( $T_o$ ).	44
3.1.4	Flujo de calor hacia el interior ( $Q_i$ ) y exterior ( $Q_o$ ) de un vidrio claro de 3 mm (VSC 3) comparado con uno de 6 mm (VSC 6) y con el sistema controlador óptico-vidrio (VCO 6) para diferentes temperaturas $T_o$ .	45
3.1.5	Variación del coeficiente de sombreado con la temperatura $T_o$ para el sistema vidrio+controlador óptico SnS-Cu <sub>x</sub> S.	46
3.1.6	Variación del factor de rechazo solar (SRF) con la temperatura $T_o$ para el sistema vidrio+controlador óptico SnS-Cu <sub>x</sub> S.	47
3.2.1	Historia de temperaturas del controlador óptico SnS-Cu <sub>x</sub> S para diferentes temperaturas $T_o$ de 0,10,20,30,40 y 50 y temperatura inicial $T_I=21^\circ\text{C}$ .	52
3.2.2	Historia de temperaturas adimensionales de los vidrios claros de 3 mm (VSC 3) y de 6 mm (VSC 6) y del vidrio con controlador óptico SnS-Cu <sub>x</sub> S de 6 mm (VCO 6).	54
3.2.3	Historia de los flujos de calor del vidrio claro de 6 mm y el vidrio con controlador óptico SnS-Cu <sub>x</sub> S.	56
3.2.4	Historia del coeficiente de sombreado para el vidrio con controlador óptico para las temperaturas exteriores de $20^\circ\text{C}$ y $30^\circ\text{C}$ .	57
4.1.1	Dominio de integración de las ecuaciones de transporte.	59
4.4.1	Diagrama de flujo del programa principal	81
4.4.2	Diagrama de flujo de la subrutina RADIA	82

4.4.3	Diagrama de flujo de la subrutina PARED4	83
4.5.1	Efecto del refinamiento de malla en $Y=0.5$ para $\tau=6$ y 26 para $Gr=10^4$ .	85
4.5.2	Efecto del refinamiento de malla en $Y=0.5$ para $\tau=6$ y 26 para $Gr=10^5$ .	86
4.5.3	Efecto del refinamiento del incremento de tiempo en $Y=0.5$ para $\tau=6$ y 26 para $Gr=10^4$ .	86
4.5.4	Efecto del refinamiento del incremento de tiempo en $Y=0.5$ para $\tau=6$ y 26 para $Gr=10^5$ .	87
4.5.5	Efecto de la perturbación introducida en la malla de $31 \times 31$ para $Gr=10^4$ .	89
5.1.1	Isotermas en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para $Gr=10^4$ y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6,12,20 y 30 respectivamente.	96
5.1.2	Líneas de corriente en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para $Gr=10^4$ y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6,12,20 y 30 respectivamente.	97
5.1.3	Isotermas en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para $Gr=10^5$ y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6,12,20 y 40 respectivamente.	98
5.1.4	Líneas de corriente en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con	

	ventana sin controlador óptico para $Gr=10^5$ y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6,12,20 y 40 respectivamente.	99
5.1.5	Isotermas en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para $Gr=10^6$ y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6,12,20 ,30 y 60 respectivamente.	101
5.1.6	Líneas de corriente en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para $Gr=10^6$ y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6,12,20,30 y 60 respectivamente.	102
5.1.7	Perfiles de velocidad vertical para el $Gr=10^4$ y casos A, B y C para $\tau=30$ .	108
5.1.8	Perfiles de velocidad vertical para el $Gr=10^5$ y casos A, B y C para $\tau=40$ .	109
5.1.9	Perfiles de velocidad vertical para el $Gr=10^5$ y casos A, B y C para $\tau=60$ .	109
5.2.1	Evolución de la temperatura del controlador óptico en el tiempo para el modelo unidimensional transitorio y para el modelo de cavidad con controlador óptico para $Gr=10^4$ .	111
5.2.2	Evolución de la temperatura del controlador óptico en el tiempo para el modelo unidimensional transitorio y para el modelo de cavidad con controlador óptico para $Gr=10^5$ .	112
5.3.1	Historia del número de Nusselt convectivo para los números de Gr de $10^4$ , $10^5$ y $10^6$ .	113
5.3.2	Número de Nusselt promedio vs número de Rayleigh para el estado permanente.	114

5.3.3	Números de Nusselt convectivo radiativo y total vs número de Rayleigh.	116
5.4.1	Coefficiente de sombreado para cavidad con vidrio con controlador óptico y para cavidad con vidrio claro de 6 mm para $Gr=1 \times 10^5$ .	118
5.4.2	Factor de rechazo solar para la cavidad con vidrio con controlador óptico y para cavidad con vidrio claro de 6 mm para $Gr=1 \times 10^5$ .	119
A.1	Factor de configuración entre una área infinitesimal y una superficie alargada	131

## LISTA DE TABLAS

TABLA	DESCRIPCIÓN	PAGINA
2.2.1	Propiedades ópticas y condiciones del depósito de la película de control solar $\text{Cu}_x\text{S}$ ; datos de [52].	27
2.2.2	Propiedades ópticas de las muestras A, B y C de los depósitos químicos de $\text{SnS-Cu}_x\text{S}$ de la muestra D de $\text{Cu}_x\text{S}$ y G de un vidrio claro de 3 mm; datos de [51].	29
2.3.1	Propiedades ópticas termofísicas del vidrio de 6 mm y 3 mm y de la película de control óptico solar de $\text{SnS-Cu}_x\text{S}$ .	32
3.2.1	Temperaturas del controlador óptico para los dos modelos unidimensionales para varios valores de $T_o$ con $T_1=21^\circ\text{C}$ y sus diferencias porcentuales.	53
3.2.2	Tiempos característicos de un vidrio de 6 mm, vidrio con controlador óptico y vidrio de 3 mm.	55
4.6.1	Comparación entre algunos puntos de las isothermas y líneas de corriente del artículo de Wilkes & Churchill publicado en [76] con los resultados del modelo numérico desarrollado y reducido al problema clásico convección natural con paredes verticales isotérmicas.	90
4.6.2	Comparación entre los números de Nusselt obtenidos experimentalmente por Ozoe et al [56] y Catton [14] con el número de Nusselt obtenido por el programa desarrollado de convección natural en una cavidad.	91
5.1	Valores de los parámetros típicos usados en la simulación.	94
5.1.1	Temperaturas máximas alcanzadas en el modelo de cavidad para los casos B y C.	95
5.4.1	Flujos de calor neto al interior y al exterior para la	

cavidad con vidrio+controlador óptico (CCO) y para  
cavidad con vidrio claro de 6 mm (VSC) a diferentes  
temperaturas  $T_0$  para  $Gr=10^5$ .

117

## NOMENCLATURA

$A^*$	Absortancia solar, %
$E_\lambda$	Irradiancia espectral
$G$	Radiación solar incidente, $W/m^2$
$F$	Función de atenuación de energía del vidrio
$g$	Aceleración de la gravedad, $m/s^2$
$Gr$	Número de Grashof, $g\beta\Delta TL^3/\nu^2$
$G$	Radiación solar incidente, $W/m^2$
$H$	Altura de la cavidad, m
$I_{\lambda_1-\lambda_2}$	Intensidad de radiación emitida entre las longitudes de onda $\lambda_1-\lambda_2$ ,
$h$	Coefficiente de transferencia de calor, $W/m^2 K$
$J_i$	Radiosidad de la pared $i$ ,
$k_g$	Conductividad del vidrio, $W/m K$
$k_a$	Conductividad del aire, $W/m K$
$L'$	Espesor del vidrio, m
$L$	Ancho de la cavidad, m
$N_\alpha$	Parámetro adimensional de difusión térmica, $\alpha_g/\alpha$
$N_h$	Parámetro adimensional convectivo, $hL'/k_g$
$N_k$	Parámetro adimensional de conductividad térmica, $k_w/k_a$
$N_L$	Parámetro de longitud adimensional, $L'/L$
$Nu$	Numero de Nusselt, $hL/k_a$
$N_r$	Número radiativo, $\sigma T_H^3 L/k_a$
$Nr_g$	Parámetro adimensional, $\sigma T_H^3 L'/k_g$
$p$	Presión, Pa
$P$	Presión adimensional, $p/\rho u_o^2$
$Pr$	Número de Prandtl, $\nu/\alpha$
$q_{ni}$	Radiación neta de la pared $i$
$Q_{ni}$	Radiación neta normalizada de la pared $i$ , $q_{ni}/\sigma T_H^4$
$q_i$	Energía que llega a la pared $i$
$s_g$	Coefficiente de extinción del vidrio, $1/m$
$Ra$	Número de Rayleigh, $GrPr$
$R^*$	Reflectancia integrada en un rango espectral, %
$R^*_{sol}$	Reflectancia integrada en todo el rango espectral, %
$SC$	Coefficiente de sombreado
$SRF$	Factor de rechazo solar
$T_g$	Temperatura del vidrio, K
$T$	Temperatura del aire, K
$T_f, T_4$	Temperatura del controlador óptico, K
$T_I$	Temperatura del aire al interior, K

$T_o$	Temperatura del aire al exterior, K
$T_i$	Temperatura inicial del aire, K
$T_2$	Temperatura de la pared fría, K
$T_H$	Temperatura de referencia, K
$T_{gm}$	Temperatura promedio del vidrio, K
$T^*$	Transmitancia integrada en un rango espectral, %
$T^*_{sol}$	Transmitancia integrada en todo el rango espectral, %
$t$	Tiempo, s
$u_o$	Velocidad de referencia, m/s
$u$	Componente de velocidad en dirección-x, m/s
$U$	u-adimensional, $u/u_o$
$v$	Componente de velocidad en dirección-y, m/s
$V$	v-adimensional, $v/u_o$
$x$	Coordenada espacial en el eje horizontal, m
$X$	x-adimensional, $x/L$
$y$	Coordenada espacial en el eje vertical, m
$Y$	y-adimensional, $y/L$
$x'$	Coordenada espacial en la dirección de x pero dentro del sólido semitransparente.

### Griegas

$\alpha$	Difusividad del aire, $m^2/s$
$\alpha_v$	Difusividad del vidrio, $m^2/s$
$\alpha_g$	Absortancia del vidrio
$\alpha_f$	Absortancia de la película
$\beta$	Coefficiente de expansión térmica, $1/K$
$\epsilon_i$	Emitancia de la pared i
$\epsilon_g$	Emitancia del vidrio
$\epsilon_f$	Emitancia del controlador óptico
$\nu$	Viscosidad cinemática, $m^2/s$
$\theta$	Temperatura adimensional, $T/T_H$
$\rho_i$	Reflectancia de la pared i
$\rho$	Densidad del aire, $kg/m^3$
$\psi$	Líneas de corriente
$\zeta$	Vorticidad
$\tau$	Tiempo adimensional. $tu_o/L$
$\tau_o$	Espesor óptico
$\tau_g$	Transmisividad del vidrio.
$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzmann, $W/m^2 K^4$

## RESUMEN

En los últimos años, se ha observado un incremento en la construcción de edificaciones modernas tipo torre con grandes áreas de ventanería. Debido a las grandes ganancias térmicas que se registran a través de los vidrios, estas edificaciones presentan una elevada dependencia de los sistemas mecánicos y eléctricos para controlar el ambiente en el interior de las habitaciones. Esta situación provoca que se consuman grandes cantidades de energía que inciden en elevados costos de operación y mantenimiento de dichos sistemas. Para reducir estos consumos de energía, en las últimas dos décadas, se ha prestado atención al desarrollo de tecnologías para controlar las ganancias térmicas a través de los vidrios.

Los controladores ópticos solares depositados químicamente en vidrios son parte de esta nueva tecnología que está desarrollándose y que se emplea en climas cálidos para controlar, en forma espectral la entrada de luz solar a las habitaciones y así reducir la ganancia térmica. Una característica importante de las propiedades ópticas de estos materiales es su alta absorción en el espectro solar produciendo un calentamiento en el controlador óptico solar.

Este trabajo presenta un análisis teórico del comportamiento térmico de vidrios con controlador óptico solar. Se presentan modelos matemáticos en una y dos dimensiones que describen ese comportamiento.

Los modelos matemáticos en una dimensión se presentan en estados permanente y transitorio. Estos modelos consideran la transferencia de calor por conducción en el vidrio y convección y radiación al exterior del sólido. Estos modelos calculan la redistribución de la componente absorbida de la radiación solar al interior y al exterior así como la distribución de temperaturas en el vidrio, el coeficiente de sombreado (SC) y el factor de rechazo solar (SRF). En el caso del modelo unidimensional transitorio se calculan los tiempos característicos del sistema vidrio-

película. Los resultados muestran que, aunque la temperatura de la película es mayor que la temperatura del interior y del exterior de la habitación, la cantidad de energía que entra debido al uso del controlador óptico es menor que la que entraría comparada con la ventana que no lo usa. Para una temperatura interior  $T_I$  de  $21^\circ\text{C}$  y una exterior  $T_o$  de  $30^\circ\text{C}$ , la temperatura de la película de  $\text{SnS-Cu}_x\text{S}$  en estado permanente fue de  $51.3^\circ\text{C}$ , sin embargo, el SC fue de 52%.

El modelo matemático de dos dimensiones considera una cavidad de razón de aspecto igual a uno en estado transitorio, con dos paredes horizontales opacas adiabáticas, una pared vertical opaca isotérmica y la otra pared vertical semitransparente compuesta por un vidrio con controlador óptico adherido en la cara que da al interior de esa cavidad. El fluido en el interior de la cavidad es aire y es radiativamente no participante. Por la pared compuesta semitransparente se transmite radiación solar. Se considera el intercambio radiativo entre las paredes interiores y la transferencia de calor por conducción a través de la pared semitransparente. Los resultados son presentados en el rango de  $10^4 \leq Gr \leq 10^6$  con temperatura inicial del aire interior de la cavidad de  $21^\circ\text{C}$ , temperaturas exteriores ( $T_o$ ) del aire en el rango de  $30^\circ\text{C}$  a  $45^\circ\text{C}$  e insolación de  $750 \text{ W/m}^2$  normal a la pared semitransparente de la cavidad. Se calculan los flujos de calor neto al exterior y al interior para la cavidad con y sin controlador óptico en estado permanente y para  $Gr=10^5$  y diferentes  $T_o$ . Se encuentra que la diferencia porcentual entre la suma de esos flujos y la radiación solar incidente fue menor al 4% indicando un posible error numérico global menor a ese número. Se muestra que, al hacer la comparación con el modelo clásico de convección natural en cavidades bidimensionales con paredes verticales opacas isotérmicas, existe una disminución en el transporte convectivo causado por el intercambio radiativo, haciéndose más conductivo el proceso de transferencia de calor en la cavidad con pared semitransparente con controlador óptico. Para  $Gr=10^6$  aparece un fenómeno relacionado con la transición

a turbulencia que algunos autores han identificado como "salto hidráulico" y que ha sido reportado en artículos de transferencia de calor por convección natural en cavidades, pero no de transferencia de calor por convección natural y radiación en cavidades. Se encontró que los patrones de flujo de aire son asimétricos.

Se obtiene la correlación del número de Nusselt como función del número de Rayleigh para los casos estudiados y se presenta la variación del coeficiente de sombreado y del factor de rechazo solar como función de  $T_o$ . Se encontró que para la cavidad con controlador óptico con  $T_o=35^\circ\text{C}$ , SC fue de 42%, mientras que para la cavidad con vidrio claro sin controlador óptico fue de 92.2%. Estos resultados muestran la clara ventaja desde el punto de vista térmico del uso de los controladores ópticos solares en vidrios de ventanas.

## **ABSTRACT**

The construction of tall tower type buildings with huge window areas has been appearing on an increasing rate in large cities in recent years. Due to the high thermal gains through these windows, there is a high dependence on the mechanical and electrical systems to control the temperature of the interior in these buildings. This situation gives rise to large amount of energy consumption in addition to the high maintenance cost of the air conditioning systems. To control the thermal gains through the window panes and hence, to reduce this energy consumption, several new technologies have been proposed and developed during the last two decades.

The solar control coatings developed by the chemical deposition technique, which is still in progress, are part of this new technology. The solar control coatings are used in locations with warm climates to control in a spectrally selective mode the entrance of sunlight to the rooms and thus to reduce the thermal gains inside the building. An important optical characteristic of this kind of material is its high absorptance in the solar spectrum which increases the temperature of the solar control coating.

The present study presents a theoretical analysis of the thermal performance of glasses with solar control coatings. Mathematical models of one and two dimensions are presented to describe the thermal behavior.

The mathematical models in one dimension are presented in steady state as well as transient state. The models consider the heat transfer by conduction in the glass and by convection and radiation to the surroundings. They allow to calculate the redistribution of the absorbed component of solar radiation to the inside and outside as well as the temperature distribution in the glass, the shading coefficient (SC), and

the solar rejection factor (SRF). In the case of the transient model, the characteristic time of the thermal inertia of the glass-film system is calculated. The results show that, although, the temperature of the film is higher than that of the inside or outside of the room, the glass with solar control coating will dissipate only less amount of energy to the inside as compared to that by a clear window pane. For an interior temperature of  $T_i=21^\circ\text{C}$  and an exterior temperature of  $T_o=30^\circ\text{C}$ , the SC was 52%, even though the temperature of the coating SnS-Cu<sub>x</sub>S in steady state was  $51.3^\circ\text{C}$ .

The transient two dimensional model considers a cavity with an aspect ratio of one, with two opaque adiabatic horizontal walls, one opaque isothermal vertical wall and with a semitransparent vertical wall that consists of a glass sheet with a solar control coating facing the inside of the cavity. The fluid in the cavity is air which is a radiative non participant fluid. Solar radiation is transmitted by the semitransparent wall. The radiative exchange between the walls are considered along with the heat transfer by conduction through the semitransparent wall. The results are presented in the range of  $10^4 \leq Gr \leq 10^6$  with initial inside air temperature of  $21^\circ\text{C}$ , outside temperatures ( $T_o$ ) in the range of  $30^\circ\text{C}$  to  $45^\circ\text{C}$  and solar radiation of  $750 \text{ W/m}^2$  normal to the semitransparent wall of the cavity with isothermal vertical walls. The net heat fluxes to the interior and to the exterior of the cavity with and without solar control coating in steady state were calculated for  $Gr=10^5$  and  $30 \leq T_o \leq 45$ . Adding these fluxes and comparing the result with the solar incident radiation, it was found that, the percentage difference was less than 4%, showing a possible total numerical error less than that number. It is also shown that, a decrease is observed in the convective regime caused by the radiative exchange, and the process of heat transfer in the cavity with semitransparent wall becomes more of conductive type in contrast with the classical model of natural convection in a cavity. For  $Gr=10^6$  a phenomenon identified as "hydraulic jump" by some authors is detected. This phenomenon is associated with the transition to turbulence reported in case of heat transfer by

natural convection alone, but not by both natural convection and radiation in cavities.

The Nusselt number correlation as a function of the Rayleigh number is presented. The shading coefficient and the solar rejection factor as a function of  $T_o$  are also presented. It was found a SC of 42% for the cavity with solar control coating and a SC of 92.2% for the one without solar control coating. These results show the clear advantage of the use of the solar control coatings on glass windows from the thermal point of view.

# 1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta la ubicación del problema y la revisión bibliográfica que se divide en cuatro subsecciones, a saber: estudios térmicos en cajas y habitaciones, estudios térmicos de películas de control óptico solar estudios de transferencia de calor por convección en cavidades y estudios de transferencia de calor por convección, conducción y radiación en cavidades. Al final, se presentan los objetivos del trabajo tanto generales como particulares y una breve descripción del contenido de los capítulos.

## 1.1 UBICACIÓN DEL PROBLEMA

En muchos países, dependiendo de sus climas, el consumo de energía por el uso de sistemas energéticos para mantener las temperaturas de confort dentro de las edificaciones representa un costo considerable. El consumo de energía en Estados Unidos para calentamiento o enfriamiento de edificios durante 1990, constituyó el 36% del consumo total [13].

La mayoría de los edificios modernos incorporan estilos arquitectónicos y materiales que ignoran las condiciones climáticas del lugar. Las edificaciones tipo torre localizadas en regiones cálidas de México presentan una elevada dependencia de sistemas mecánicos y eléctricos para controlar el ambiente en el interior de las habitaciones. En 1990, el consumo de energía por el uso de sistemas de aire acondicionado en esas edificaciones representó el 15% del consumo total residencial, que en ese año fue del 21% del total [41]. En este tipo de climas es posible diseñar de manera adecuada las edificaciones para disminuir las ganancias térmicas y así reducir los consumos de energía por el uso de sistemas de aire acondicionado.

Las ganancias térmicas en las habitaciones se dan a través de paredes, techos, pisos y ventanas. La mayor ganancia térmica se registra a través de las ventanas, en particular en los edificios modernos, donde existen grandes áreas de ventanería, además de permitir el paso de la luz solar directa para iluminación se registra un aumento de temperatura en el interior de las habitaciones.

Es tan importante el área de ventanería, que es común cuando se diseña térmicamente un edificio, normalizar las cargas térmicas y el almacenamiento térmico a esa área de ventanería.

El empleo de vidrio claro, que por naturaleza tiene alta transmitancia en el espectro solar, provoca en las habitaciones de los edificios, ganancias de alrededor del 92% de la energía solar que incide en el vidrio, aumentando así la temperatura en el interior de las habitaciones.

Se han desarrollado y continúan desarrollándose tecnologías para controlar las ganancias térmicas a través de las ventanas. Es posible controlar el paso de luz solar a través de las ventanas de las habitaciones modificando las propiedades ópticas del vidrio. Se fabrican los vidrios atérmicos, esto es, vidrios que por su tratamiento cambian sus propiedades ópticas para reducir la cantidad de energía solar que penetra a las habitaciones. En la clase de vidrios atérmicos están los vidrios entintados que se producen por la adición de un compuesto que contiene un metal de transición, el cual se funde durante el proceso de fabricación del vidrio que puede ser por flotado o por extrusión. Otra clase de vidrios atérmicos son los cristales reflejantes que se producen por medio de bombardeo de iones en una cámara de vacío donde se les integra una película metálica en una de sus caras.

Los vidrios que funcionan como controladores ópticos solares son utilizados en climas cálidos y son vidrios sobre los cuales se depositan películas delgadas de semiconductores (recubrimientos de control óptico) para controlar espectralmente el paso de luz solar a las habitaciones.

Idealmente, un controlador óptico ideal para climas cálidos debe permitir transmitancias ópticas controladas en el visible de alrededor del 10 al 30% para permitir una iluminación adecuada dentro de las habitaciones. Asimismo, una baja transmitancia en la región del infrarrojo del espectro solar menor del 10% para reducir el calentamiento en el interior de las habitaciones, y una baja emitancia de alrededor de 10% en la superficie del controlador óptico hacia el interior de la habitación para poder inhibir la rerrradiación de energía térmica.

En el Laboratorio de Energía Solar se están desarrollado recubrimientos en vidrios para controlar espectralmente la radiación solar. Estas cubiertas se depositan químicamente (no es necesario emplear cámaras de vacío). Se han desarrollado recubrimientos del tipo de  $\text{Cu}_x\text{S}$ ,  $\text{PbS}$ ,  $\text{PbS-Cu}_x\text{S}$ ,  $\text{SnS-Cu}_x\text{S}$  entre otros. Una de las características importantes de estos recubrimientos es su bajo costo comparados con los comerciales.

La comprensión de cómo se lleva a cabo la ganancia de calor por radiación solar en habitaciones que tienen ventanas con esos controladores ópticos permitirá dar una caracterización térmica de las películas optoelectrónicas obteniéndose los parámetros térmicos que definirán el uso de dichas películas. En dicho laboratorio también se están realizando estudios térmicos de sistemas vidrio-película optoelectrónica encaminados a obtener dicha comprensión.

El trabajo presentado en esta tesis es parte de esos estudios, y esta enfocado a analizar teóricamente el comportamiento térmico de vidrios con controlador óptico.

## **1.2 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA**

En la realización de la revisión bibliográfica, el tema sugiere una revisión en cuatro áreas o subsecciones. La primera subsección es sobre estudios térmicos en cajas y habitaciones, ahí se revisan los estudios de transferencia de calor que se han

realizado en habitaciones y los correspondientes en cajas pequeñas rectangulares que simulan las habitaciones, ello permite conocer la validez de la modelación de una habitación como una cavidad. Para poder conocer el estado del arte en la evaluación térmica de vidrios con películas se presentan, en la segunda subsección, los estudios térmicos realizados en películas optoelectrónicas. En la tercera subsección se revisan los trabajos reportados sobre la transferencia de calor por convección natural en cavidades, y finalmente, en la cuarta subsección se revisan los estudios térmicos de la transferencia de calor por conducción, convección natural y radiación en cavidades.

### **1.2.1 ESTUDIOS TÉRMICOS EN CAJAS Y HABITACIONES**

Dentro de los estudios de transferencia de calor relacionados con cajas y habitaciones están los de Grimmer, McFarland y Balcomb [29] que discuten la conveniencia de usar cajas pequeñas como modelos térmicos de edificios, ya que, para un diseño particular de una edificación solar pasiva, el modelo puede ser colocado en un sitio dado para así poder investigar los efectos microclimáticos. Ellos consideraron cajas con elementos básicos de diseño solar pasivo como son: vidrios para admitir la radiación, buenos aislantes térmicos y gran capacidad de almacenamiento térmico dentro de la envoltura del aislante. Usaron varias masas de almacenamiento térmico para el modelado tales como mezclas de agua/glycol en depósitos metálicos de un galón (para simular una pared de agua) y tabique de construcción para modelar una pared masiva.

El uso de pequeñas cajas de prueba pasivas complementa los modelos desarrollados por Balcomb, Hedstron y Mc. Farland [9], en donde se utiliza el método de la analogía eléctrica para modelar el funcionamiento térmico de edificaciones solares pasivas. En este modelo los valores de conductancias térmicas

globales (U) se consideran constantes aunque en la realidad varían con las condiciones climáticas.

Al principio Grimmer et al., [29] correlacionaron el comportamiento de las cajas con el comportamiento de una construcción (cuarto de 1.52 m x 2.44 m x 3.05 m). Desafortunadamente se encontró que las cajas no son análogos exactos de los cuartos de prueba debido a la diferencia en la capacidad calorífica y la conductancia térmica entre la caja y el cuarto. Esto se debió a que las cajas no fueron originalmente diseñadas como análogos térmicos de grandes estructuras; sin embargo fue posible correlacionar el comportamiento de las cajas y de los cuartos de prueba. La simulación por computadora para el cuarto de prueba sí estuvo de acuerdo con los datos experimentales del mismo cuarto de prueba. Los resultados de los datos experimentales de la caja de prueba y la modelación basada en los correspondientes parámetros modificados también coinciden. Los autores muestran la comparación entre los datos de la caja de prueba con el diseño de pared-agua y los datos de la simulación del cuarto de prueba y dan como conclusión que las cajas de prueba pasivas dan una buena estimación del funcionamiento de diseños de habitaciones de edificios solares pasivos que tienen una pared masiva y aislada con ventanería dirigida hacia el sur. Grimmer [28] trató el escalamiento de diseños solares pasivos y los efectos de la infiltración de aire en el modelado de la caja térmica.

Más trabajos experimentales han sido realizados por Chen et al., [18] en 1979 y por Shaviv Edna en 1984 [67]. Moore [50] hizo una revisión sobre la investigación solar pasiva de cajas de prueba, cuartos de edificios y edificios en Canadá y Estados Unidos. Dicho autor presentó encuestas y dió una guía introductoria de métodos experimentales para el diseño de módulos de prueba con calentamiento solar pasivo. El concluyó que los módulos de prueba pueden ser usados sólo como comparación

directa del experimento si los parámetros como las pérdidas de calor, tamaño de la apertura y vidrios son idénticos.

Sin embargo, los módulos de prueba son usados para validar códigos, el valor de todos los parámetros debe conocerse por medición directa y esto requiere un procedimiento de medición preciso.

### **1.2.2 ESTUDIOS TÉRMICOS DE PELÍCULAS DE CONTROL ÓPTICO SOLAR**

Recientemente se han desarrollado películas delgadas de semiconductores que se depositan en substratos de vidrio con el objeto de que éstos funcionen como controladores ópticos, también denominados recubrimientos de control óptico solar [51]. Estas películas controlan el paso de la luz en forma espectral. Los estudios de la evaluación térmica de estos controladores ópticos realizados a la fecha no son en detalle, se basan en balances de energía sencillos donde se simplifican los distintos mecanismos de transporte energético.

En 1975 Viskanta y Anderson [74] presentaron el desarrollo teórico del transporte de energía en materiales semitransparentes y diatérmicos. Presentaron el análisis de la transferencia de calor transitorio en sólidos semitransparentes semi-infinitos grises y no grises. También presentaron el análisis que muestra la influencia de los parámetros físicos sobre el campo de temperaturas en un sólido semitransparente irradiado por una fuente de alta temperatura como el sol [21]. Estos resultados exhiben el efecto de la "trampa térmica" e indican que hay un aumento significativo de temperatura obtenido por la irradiación de sólidos semitransparentes aislados de espesor grueso. El modelo desprecia la emisión de radiación, pero da un límite superior para el efecto de trampa térmica. La formulación es diferencial y su solución es analítica.

Karlson, Ribbing et al. en 1988 [35], presentaron el funcionamiento térmico de cubiertas de vidrio, películas metálicas y cubiertas de semiconductores para una ventana con doble vidrio adecuada para climas fríos; la formulación del modelo no es detallada, no se considera el espesor del cristal y se reduce a un modelo de dos bandas. El flujo de energía ocurre en tres regiones; (a) interior del cuarto, (b) espacio entre cristales y (c) exterior. En cada región el flujo de energía consiste de una parte convectiva y radiativa, los coeficientes de transferencia de calor son especificados. Las suposiciones son: condiciones de estado permanente, temperatura constante en la superficie del vidrio, no hay pérdidas de calor a través de los marcos, propiedades ópticas promediadas, las diferencias de temperatura entre las superficies del mismo vidrio son despreciadas y el vidrio es perpendicular a flujo radiativo. El programa de cómputo que desarrollaron los autores calcula las temperaturas del vidrio. Los autores concluyen que las películas metálicas delgadas dan los mejores valores del coeficiente global de pérdidas de calor (U) durante la noche y que las cubiertas de semiconductores dan la más alta contribución durante el día bajo insolación.

También el manual de ASHRAE [6] describe un procedimiento para predecir la transferencia de calor total a través de las ventanas. Presenta balances globales para la evaluación de la energía térmica que entra a la habitación. Se dan valores de los coeficientes de pérdidas netas U que son aplicadas para condiciones de diseño y son usadas para determinar las cargas de energía.

Kiss y Benko [38] desarrollaron un modelo similar al desarrollado por los autores anteriores pero se consideró que la radiación en el vidrio depende de sus características espectrales.

Viskanta y Hirleman [73] en su artículo "Transmisión de Radiación Solar y Transferencia de Calor a través de Ventanería Arquitectónica" presentaron una investigación más detallada del funcionamiento térmico de ventanas, en donde

incluyen la naturaleza direccional y espectral de la transmisión de radiación solar y los procesos de intercambio de radiación térmica del vidrio ordinario y con cubierta selectiva; también introducen datos meteorológicos y de insolación al modelo. Consideran ventanas con doble vidrio, modelo de dos bandas. Sus cálculos indican que las ventanas dobles impiden las pérdidas de calor por más del 50% para un mes típico de invierno. El uso de cubiertas delgadas de semiconductores en las ventanas con doble vidrio resulta en un 70% de reducción en las pérdidas térmicas. El análisis es también del tipo de balance global. Dentro de este tipo de modelos, este último modelo es el más completo.

Arasteh, Reilly y Rubin [5] presentaron un procedimiento y un programa de cómputo para el cálculo de la transferencia de calor a través de las ventanas que consiste en considerar la suma pesada de tres componentes del área de las ventanas: el área central del vidrio, el área de las orillas del vidrio y el área del marco. El análisis se basa en balances de energía globales en estado permanente; consideran un sistema de  $N$  placas de vidrio que les da un sistema de  $2N+N$  ecuaciones con el mismo número de incógnitas de temperatura para la parte central de los  $N$  vidrios.

### **1.2.3 ESTUDIOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN EN CAVIDADES**

La forma más estudiada del problema de convección natural en cavidades es el de la cavidad rectangular con paredes calentadas en forma diferencial derivado de diversas aplicaciones. El estado permanente ya ha recibido considerable atención por Batchelor [10]. Desde éste, bastante literatura examinando casos teóricos y experimentales ha aparecido. Una revisión de la mayoría del trabajo teórico y experimental la ha hecho Elder en 1965 [24], después Ostrach en 1972 [54], Catton en 1978 [14] y más recientemente otra vez Ostrach en 1988 [55]. En cuanto a soluciones numéricas previas del problema de cavidad están Hellums y

Churchill que en 1961 [31] aplicaron un método de diferencia finita explícito y obtuvieron soluciones transitorias y de estado permanente a el problema de convección natural sobre una superficie vertical isotérmica. Wilkes y Churchill en 1966 [76] extendieron el método anterior para analizar el problema de convección natural en una cavidad rectangular con una pared calentada y la otra enfriada en estado transitorio. Las ecuaciones del modelo matemático fueron resueltas por el método de diferencias finitas implícito de direcciones alternadas, el rango del número de Grashof ( $Gr$ ) para los casos estudiados fué entre  $10^4$  y  $10^6$ . Los autores muestran las distribuciones de temperatura y líneas de corriente en estado permanente y la dependencia del número de Nusselt con el tiempo.

Aziz y Hellums en 1967 [8] reportaron los primeros resultados de convección natural en una cavidad cúbica en tres dimensiones en un intento para evitar las inestabilidades numéricas encontradas por Wilkes y Churchill [76]. Rubel y Landis [66] formularon el problema de cavidad rectangular en términos de una ecuación de cuarto orden para la función corriente sin la aparición explícita de la vorticidad. Algunos otros investigadores han hecho estudios similares de convección natural interna para varias geometrías y diversos parámetros [1,16,19,57,61,62,64,69,70,72,77]. Entre ellos vale la pena mencionar, el estudio de Patterson e Imberger [59] que trataron en forma teórica, en estado transitorio, el caso de calentamiento y enfriamiento instantáneo de paredes opuestas para distintas combinaciones de los números de Rayleigh ( $Ra$ ), Prandtl ( $Pr$ ) y razones de aspecto ( $A$ ). Estos autores encontraron que cuando se cumple  $Ra > Pr^4 A^4$  el proceso de convección natural se aproxima al estado permanente en forma oscilatoria. El comportamiento fue confirmado experimentalmente por Ivey en 1984 [32]. El procedimiento numérico empleado por Patterson e Imberger fue usando el método de diferencias finitas propuesto por Chorin [20] que consiste en la solución (implícita o explícita) de las ecuaciones de momento con el término

de la presión sustituido por un campo de velocidad auxiliar, el cual junto con las ecuaciones de momento y continuidad es usado para construir un algoritmo iterativo para el cálculo de velocidades para el nuevo paso de tiempo y de presiones a medio paso de tiempo. Otras simulaciones numéricas de otros autores alcanzaron los mismos resultados usando esquemas numéricos diferentes [60, 62].

#### **1.2.4 ESTUDIOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN, CONDUCCIÓN Y RADIACIÓN EN CAVIDADES**

Los trabajos anteriores a 1972 sobre convección natural en cavidades contemplan condiciones de frontera de pared adiabática y/o temperatura especificada sin intercambio radiativo. Algunas técnicas de solución sólo determinan el estado permanente. No fue sino hasta 1972, que Larson en su tesis doctoral [42] y después junto con Viskanta en 1976 [43] publicaron un artículo donde contemplan la transferencia de calor por conducción, convección natural y radiación y su influencia sobre los patrones de flujo en una cavidad. Ellos estudiaron la respuesta de un modelo transitorio en una cavidad rectangular con paredes opacas con una fuente de calor con temperatura especificada donde se incluyen los efectos de radiación, conducción de calor unidimensional en las paredes y convección natural laminar. Los autores resolvieron las ecuaciones de transporte y energía expresadas en variables secundarias (vorticidad, líneas de corriente y temperatura) usando el método de diferencias finitas implícito de direcciones alternadas, los términos convectivos no lineales fueron representados por una forma de diferencia finita llamada "upstream" sugerida por Torrance [70] en 1968. El fluido estudiado fué aire y el número de Grashof estuvo entre  $10^5$  y  $10^9$ . Para verificar la convergencia del método, Larson y Viskanta [43] se realizaron varios experimentos numéricos determinando el paso de tiempo y el tamaño de la malla logrando un compromiso razonable entre precisión y tiempo de cómputo.

También realizaron una verificación interna del esquema de solución resolviendo problemas seleccionados con técnicas de diferencia finita explícita e implícita; compararon con el caso límite (frontera con temperatura especificada y sin transferencia radiativa) del estudio de Churchill y Wilkes [76], considerando al fluido de la cavidad como no participante. Sus resultados indican que la radiación domina la transferencia de calor en cavidades y altera el patrón de flujo significativamente.

Después en 1979 Hassab y Ozisik [30] publicaron los efectos de la radiación y convección como condiciones de frontera sobre la estabilidad de fluidos en cavidades delgadas inclinadas. Lauriat en 1980 [44] publica un estudio numérico en estado permanente de una cavidad con aislante térmico y su influencia sobre la transferencia de calor por radiación. La cavidad contiene dos paredes horizontales, una pared vertical caliente con temperatura uniforme y la otra pared de espesor finito. En este estudio Lauriat compara dos formas del modelado en estado permanente: compara entre las pérdidas de calor calculadas por el procedimiento numérico utilizando las ecuaciones de Navier Stokes formuladas en términos de la vorticidad y de la función corriente y aquellas obtenidas por el método de resistencia térmica con y sin radiación dentro de la cavidad. Lauriat usó varios esquemas numéricos de diferencia finita para la solución de las ecuaciones de vorticidad, líneas de corriente y energía concluyendo que el método implícito de direcciones alternadas reduce el tiempo y el almacenamiento de datos en el proceso de cómputo. La condición de frontera en el exterior de la pared lateral que se consideró en función del número de Biot ( $Bi$ ). Sin tomar en cuenta el efecto radiativo, el autor muestra que, la diferencia de temperaturas entre las dos paredes aumenta cuando aumenta el  $Bi$ ; esto implica que la transferencia de calor de la pared caliente al medio ambiente aumenta. También Lauriat muestra el efecto del  $Ra$  sobre las distribuciones de temperatura además del

efecto de la conductividad térmica sobre las distribuciones de temperatura. Cuando aumenta la conductividad la resistencia térmica de la pared disminuye y para grandes conductividades la pared es casi isotérmica. También muestra el efecto de la variación del espesor de la pared. El aumento de la resistencia térmica produce temperaturas medias mayores en el fluido. Sin embargo, el gradiente de temperatura longitudinal en la interfaz es casi constante.

Para el caso del efecto de la transferencia de calor por radiación, Lauriat consideró las paredes como cuerpos negros a  $350\text{ }^{\circ}\text{K}$ ,  $T_{\text{amb}}=300\text{ }^{\circ}\text{K}$ ,  $B_i=1$  y  $N_k=10$  para una razón de aspecto de 5. La absorción de radiación aumentó la temperatura de la pared, esto implicó que la transferencia de calor por convección se redujera mientras que las pérdidas totales aumentaron  $q=q_r+q_{cv}$ . La relación  $q_{cv,\epsilon}/q_{cv,0}$  indica la importancia de la interacción y pudo verse que para  $\epsilon=1$  las pérdidas convectivas se reducen al valor 2.5 veces que para  $\epsilon=0$ . Lauriat reporta las pérdidas de calor como función de la emisividad de la interfaz; estos resultados sugieren una fuerte dependencia del campo de flujo de fluido sobre la transferencia de calor radiativa que produce velocidades menores debido a la disminución del número de Rayleigh asociado con la disminución de la diferencia de temperaturas entre las paredes.

Con respecto a la comparación de los dos modelos, Lauriat menciona que cuando se desprecia la radiación, en el método clásico de resistencias térmicas y el modelo diferencial, las pérdidas de calor promedio y las temperaturas promedio de los dos lados de la pared son iguales. Cuando se toma en cuenta la transferencia de calor por radiación, la absorción de radiación emitida por la pared caliente aumenta la temperatura de la pared con espesor y disminuye el efecto de la convección natural. Concluye que comparando los dos modelos de la cavidad para una razón de aspecto de uno, la diferencia registrada entre los dos modelos fue de

3.5%, mientras que para una razón de aspecto de 20 la diferencia registrada fué de 1.2%.

Yasuo Kurosaki et al., en 1983 [39] hicieron un estudio numérico y experimental sobre la transferencia de calor en estado permanente combinada con radiación y convección natural en una cavidad rectangular donde el fluido dentro de la cavidad es participante además de incluir el efecto del intercambio radiativo entre las paredes. Las ecuaciones del modelo son resueltas por el método de sobrerelajación sucesiva para obtener los perfiles de velocidad y temperatura usando una malla no uniforme de  $10 \times 10$ . Los parámetros usados fueron  $Pr=0.72$  y  $Ra=2 \times 10^4$ , la razón de aspecto fue de 1.5. Los efectos de radiación sobre la convección natural fueron examinados cambiando los valores del espesor óptico  $\tau_0$  y del número radiativo  $N_R$  que es la relación entre la transferencia de calor por conducción y radiación. Se muestran los perfiles de velocidad para dos espesores ópticos diferentes con el mismo valor de  $N_R$ . Cuando el espesor óptico es grande, la temperatura de la capa cercana a la pared caliente se eleva y por el contrario en la pared fría decae comparada con la dada solo para convección natural. También se encontró que los perfiles de temperatura para pequeños valores de  $N_R$  la disminución de los gradientes de temperatura en la pared dan por resultado un decremento en la transferencia de calor por convección y es atribuible a la capa de alta temperatura cercana a la pared caliente que absorbe y escuda la radiación emitida por la pared caliente. Notando que la transferencia de calor de la pared caliente a la pared fría es afectada por la radiación, Kurosaki et al., definieron dos números de Nusselt: uno radiativo y otro convectivo y el número de Nusselt total como la suma de éstos. Kurosaki et al., propusieron dos expresiones para el cálculo del número de Nusselt promedio.

Kim y Viskanta en 1984 [37] presentaron un estudio numérico del efecto de conducción de calor bidimensional en las cuatro paredes de la cavidad; dos

paredes horizontales aisladas y dos paredes verticales isotérmicas junto con el efecto de intercambio radiativo entre las paredes de la cavidad. El fluido se considero no participante y las paredes se consideraron grises, emisores difusos y reflectores de radiación. Utilizaron el método de solución de diferencias finitas implícito de direcciones alternadas para las ecuaciones parabólicas en el tiempo y para la ecuación de líneas de corriente. La ecuación de conducción para el sólido es resuelta por un método explícito. La verificación del algoritmo se realizó comparando con la solución de Vahl Davis y Jones [72] para el caso de una cavidad de paredes isotérmicas. Se presentan las isotermas y líneas de corriente, así como los vectores de velocidad para números de Ra de entre  $10^4$  y  $10^7$ . Se comparan los casos de convección natural y conducción con el caso de convección natural, convección y radiación para el caso de  $\varepsilon_w=1$ ,  $N_R=1$  y  $\Delta T=0.1$ , se obtuvo que, como resultado de las pérdidas de calor por radiación, las temperaturas en la pared caliente son menores que en el caso de la ausencia de radiación, pero, como resultado de la ganancia de calor por radiación las temperaturas en la pared fría son mayores que en el caso de la ausencia de radiación.

También Kim y Viskanta [37] presentan el efecto del parámetro de radiación  $N_R$ . Cuando aumenta  $N_R$ , los gradientes de temperatura en la pared caliente aumentan debido a la pérdida por radiación, pero los gradientes de temperatura del fluido disminuyen; esto significa que cuando el producto del parámetro radiativo y la emisividad aumentan, la transferencia de calor por radiación es más importante que la transferencia de calor por convección. Cuando  $N_R$  aumenta  $\Delta T$  entre las paredes disminuye y la fuerza de flotación disminuye. Los autores muestran las distribuciones de temperatura y líneas de corriente en la cavidad con pared masiva sin radiación, así como la tabla donde se vé el efecto de la transferencia de calor por radiación sobre el número de Nusselt promedio.

Algunos otros autores en artículos recientes han tratado analíticamente los efectos de la radiación sobre el movimiento convectivo natural de un gas participante en cavidades rectangulares, otra vez Lauriat [45], Chang et al. [17], Desreyaud y Lauriat [22], todos ellos estudiaron los efectos del intercambio radiativo sobre la transferencia de calor en capas de fluidos rodeadas por paredes con calentamiento diferencial.

En 1987 Webb y Viskanta [75] presentaron resultados experimentales y numéricos en estado permanente que describen la transferencia de calor y el movimiento del fluido convectivo natural en capas de fluido verticales que resultan primeramente de la absorción de la radiación térmica incidente de una fuente externa. El modelo teórico que consiste en una cavidad con dos paredes horizontales aisladas, una pared vertical opaca a temperatura constante y la otra pared vertical semitransparente, fue desarrollado y comparado con datos experimentales. Las mallas fueron desde  $14 \times 14$  a  $40 \times 40$ , el método numérico empleado fue el esquema de Patankar [58] junto con el algoritmo SIMPLER, el fluido utilizado fue agua destilada de  $Pr=6.05$  y  $Ra=10$ . De la comparación del modelo teórico con el experimental se observa que la aproximación es moderadamente buena. Las discrepancias se pueden deber a la dificultad en especificar el enfriamiento local en la interfaz vidrio-aire. Esta condición fue tratada de manera promediada sobre la altura de la pared de vidrio, otra fuente de error pudiera ser el modelo de radiación usado para tratar la dependencia espectral del coeficiente de absorción que se promedió para cada intervalo de longitud de onda. Sin embargo, hubo una buena aproximación en la pared fría y en la región central de la cavidad.

Las predicciones del modelo revelaron que el 70 % de la energía entrante al sistema (calentamiento radiativo interno más calentamiento superficial convectivo en la pared transmisora) fue debido a la absorción directa del radiación. La fuerza

primaria de movimiento es la absorción volumétrica de la radiación térmica por el fluido. Aquí no se considera el intercambio radiativo entre las paredes.

Behnia, Rizes y Vahl Davis publicaron en 1990 [11] un estudio sobre la convección natural combinada con radiación en una cavidad rectangular con una ventana transparente. Una pared de la cavidad es isotérmica y la opuesta es parcialmente transparente. Esta pared permite el intercambio de calor convectivo de la superficie externa y los alrededores. Las otras dos paredes horizontales son adiabáticas. Las ecuaciones de movimiento y energía son resueltas por el método de diferencias finitas. Acoplado a estas ecuaciones están las condiciones de frontera radiativas que determinan las distribuciones de temperatura en las paredes no isotérmicas. Se utiliza un modelo espectral de dos bandas. La pared caliente esta a temperatura uniforme y la pared fría es la pared semitransparente. Se presentan resultados para una cavidad cuadrada con una pared vertical caliente a  $150\text{ }^{\circ}\text{C}$  y temperatura ambiente de  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $10^4 < \text{Ra} < 3 \times 10^5$  en ausencia de insolación directa. Se muestra que la convección externa debilita la circulación interna, la radiación la refuerza y en combinación, el efecto total es un refuerzo en la circulación interna.

Recientemente, en Mayo de 1993, Kwon et al. [40] presentaron un estudio numérico en estado permanente de una cavidad rectangular con una pared vertical que tiene en la parte central una sección semitransparente y que combina la transferencia de calor por radiación y convección natural. Ellos consideraron la superficie inferior a una temperatura uniforme  $T_h$  mayor que la de la superficie superior que esta a una temperatura  $T_c$ . Las paredes verticales laterales son adiabáticas. Algunos de sus resultados mencionan que las distribuciones de temperatura en las paredes adiabáticas izquierda y derecha aumenta con la transmitancia de la ventana semitransparente. El número de Nusselt de la pared inferior aumenta cuando se disminuye la transmitancia. Los números de Nusselt

medios de la pared superior aumentan y de la ventana semitransparente disminuyen al aumentar la transmitancia.

En resumen:

De los estudios en cajas y habitaciones se concluye que, el modelado de cajas de prueba dan una buena estimación del funcionamiento de habitaciones de edificios y ha resultado ser una herramienta útil para lograr un mejor entendimiento del funcionamiento térmico de las edificaciones.

En los estudios de películas optoelectrónicas, el análisis del vidrio con las películas es simplificado. No se encontró un estudio térmico detallado de los controladores ópticos en ventanas que tomen en cuenta el espesor del vidrio y que distingan la absorción óptica del vidrio y la película optoelectrónica.

En los estudios de cavidades con radiación, exceptuando el estudio de Webb y Viskanta en 1987, Behnia, Rizes y Vahl Davis y ahora Kwon en 1993, las paredes de la cavidad se consideraron opacas. Webb y Viskanta introdujeron como condición de frontera una pared vertical semitransparente, el estudio fue experimental y numérico en estado permanente y no consideraron intercambio radiativo entre las paredes pero sí consideran al gas como radiativamente participante. Behnia, Rizes y Vahl Davis hicieron el estudio numérico en estado transitorio y con pared semitransparente considerando a la pared semitransparente como pared fría. Se consideraron componentes espectrales de dos bandas. No consideraron insolación directa incidente en la ventana. Kwon et al. hicieron el estudio numérico solamente en estado permanente, sí consideraron el intercambio radiativo entre las paredes y consideraron al gas como radiativamente no participante, pero la pared caliente fue la pared inferior de la cavidad y en la ventana no hubo controlador óptico.

### **1.3 OBJETIVOS DEL TRABAJO**

El objetivo general de este trabajo es investigar en detalle el comportamiento térmico del interior de una habitación con una ventana con controlador óptico modelando la habitación como una cavidad rectangular y la ventana como una pared semitransparente.

Esta tesis es un primer estudio teórico que intenta comprender el efecto que tendría en la cavidad el uso de una película selectiva en la pared semitransparente considerando la insolación directa sobre ella, el intercambio radiativo entre las paredes y al fluido como radiativamente no participante.

Son objetivos particulares en este trabajo realizar un análisis unidimensional del comportamiento térmico de un vidrio con controlador óptico en estado permanente y transitorio y realizar un análisis bidimensional del comportamiento térmico del interior de una cavidad con una pared vertical semitransparente con controlador óptico, una pared vertical isotérmica y dos paredes horizontales adiabáticas.

Para presentar los resultados del estudio realizado, en el capítulo 2 se plantea el problema físico, las suposiciones y una introducción a las propiedades ópticas de los materiales. En el capítulo 3, se presentan los modelos unidimensionales correspondientes al estado permanente y al estado transitorio, sus soluciones y los resultados obtenidos. En el capítulo 4, la formulación del modelo matemático de cavidad bidimensional es presentada junto con el procedimiento de solución, el estudio de convergencia del método numérico y la reducción del problema a casos ya publicados para su validación. Es en el capítulo 5 donde se presentan los resultados del modelo bidimensional de cavidad haciendo las comparaciones adecuadas, calculando el número de Nusselt y los coeficientes de sombreado y el factor de rechazo solar. Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones obtenidas del trabajo y las sugerencias para futuras investigaciones en este tema.

adecuadas, calculando el número de Nusselt y los coeficientes de sombreado y el factor de rechazo solar. Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones obtenidas del trabajo y las sugerencias para futuras investigaciones en este tema.

## **2. MODELOS**

En este capítulo se describe el problema físico motivo del presente estudio. Se presenta una breve descripción del funcionamiento físico de los materiales semiconductores, de las propiedades ópticas de los materiales semitransparentes y de las películas selectivas. Asimismo, se da una introducción a la formulación y a las suposiciones del modelo unidimensional de transferencia de calor y del modelo bidimensional de cavidad.

### **2.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Considérese la ganancia térmica por radiación solar a través de una ventana de una de las habitaciones de un edificio tipo torre con paredes exteriores de vidrio. Como ya se mencionó en la introducción, el paso de la luz solar a través de las ventanas de vidrio claro provoca en las habitaciones de los edificios ganancias de alrededor del 92% de la energía que incide en el vidrio, aumentando así la temperatura en el interior de las habitaciones. Se utilizan sistemas de aire acondicionado para eliminar el calor ganado debido a la energía solar manteniendo el interior de la habitación a una temperatura de confort constante. Como se verá en la sección 2.2, el uso de un controlador óptico en la cara interior de las ventanas puede absorber buena parte de la energía solar aumentando la temperatura de la película y del vidrio a valores superiores a las temperaturas del interior y del exterior de la habitación. Así, hacia el interior, además de la energía transmitida por el sistema controlador óptico-vidrio, se tendrá la transferencia de calor por convección y radiación. Hacia el exterior, la transferencia de calor será por conducción a través del vidrio y después por convección y radiación además de la energía solar reflejada.

Una primera aproximación para estudiar este fenómeno de transferencia de calor, es considerar sólo el sistema controlador óptico-vidrio y suponer que las temperaturas, tanto en el interior como en el exterior, son constantes. Esto da origen al desarrollo de dos modelos unidimensionales; uno en estado permanente y otro en estado transitorio. Una segunda aproximación para estudiar este fenómeno térmico, es considerar a la habitación como una cavidad rectangular con una pared semitransparente. A su vez esto da origen al desarrollo de un modelo acoplado de convección-conducción, donde la parte conductiva corresponde a la desarrollada en los modelos unidimensionales.

## **2.2 PROPIEDADES ÓPTICAS DE LOS MATERIALES**

Los controladores ópticos solares son superficies semiconductoras que controlan en forma espectral el paso de la luz solar. El funcionamiento físico de un sólido es el siguiente: un material puede absorber o emitir energía radiativa en diversas longitudes de onda como resultado de impurezas e imperfecciones de su estructura cristalina iónica. En todos los sólidos cristalinos, metales o no metales, los átomos están tan próximos que los electrones constituyen un sistema único común a todo el cristal [12]. Los estados de energía de los átomos en sus capas externas están alterados como resultado de sus interacciones. Estos estados de energía son tan continuos que se puede pensar que el cristal posee una banda de energía compuesta de una gran cantidad de niveles de energía muy próximos los unos a otros.

Los materiales no conductores y los semiconductores son materiales que tienen una banda de energía completamente llena y otra completamente vacía donde la separación entre esas bandas es angosta para un semiconductor, comparada con la separación de bandas en un material aislante, de tal manera que, en un semiconductor basta una pequeña porción de electrones que posean energía cinética,

que podría ser de origen térmico, necesaria para saltar a la banda vacía de energía superior. Estos electrones son suficientes para permitir que circule algo de corriente eléctrica. Puesto que la electricidad es conducida por electrones libres y puesto que los electrones son grandes contribuyentes en la absorción de energía radiante hay diferencias ópticas entre conductores y no conductores de electricidad. La absorción electrónica por los no conductores se da solo por fotones con energías mayores que las brechas de banda, aunque a veces dos o más fotones pueden combinarse para cruzar la banda. Los aislantes o no conductores tienden a ser transparentes y reflectores débiles de fotones con energías menores a las brechas en las bandas energéticas, mientras que, los conductores (metales) tienden a ser grandes absorbedores y reflectores entre el visible y el infrarrojo [49].

El vidrio es un material aislante o no conductor, éste tiene pocos electrones libres y no muestran un comportamiento altamente reflexivo en el infrarrojo como los metales. Las propiedades ópticas radiativas de materiales semitransparentes pueden calcularse a través de los datos de los índices de refracción. Para una placa de vidrio de espesor  $d$  substancialmente mayor que la longitud de onda de la luz incidente, donde  $d \gg \lambda$ , las propiedades ópticas radiativas se determinan a través de la óptica geométrica y trazado de rayos [49]. La figura 2.2.1 muestra las transmisividades y reflexividades de diferentes tipos de vidrios para una incidencia normal y espesor de 12.7 mm. La mayoría de los vidrios tienen bajos valores de reflexividades y casi constantes en la región del espectro desde 0.1 hasta 9  $\mu\text{m}$ . La transmitancia tiende a ser alta entre 0.4 y 2.5  $\mu\text{m}$ . Después de los 2.5  $\mu\text{m}$ , la transmisividad de la ventana es mas pequeña siendo por ello opaca la ventana a la radiación infrarroja en este rango dando lugar al llamado efecto de invernadero.

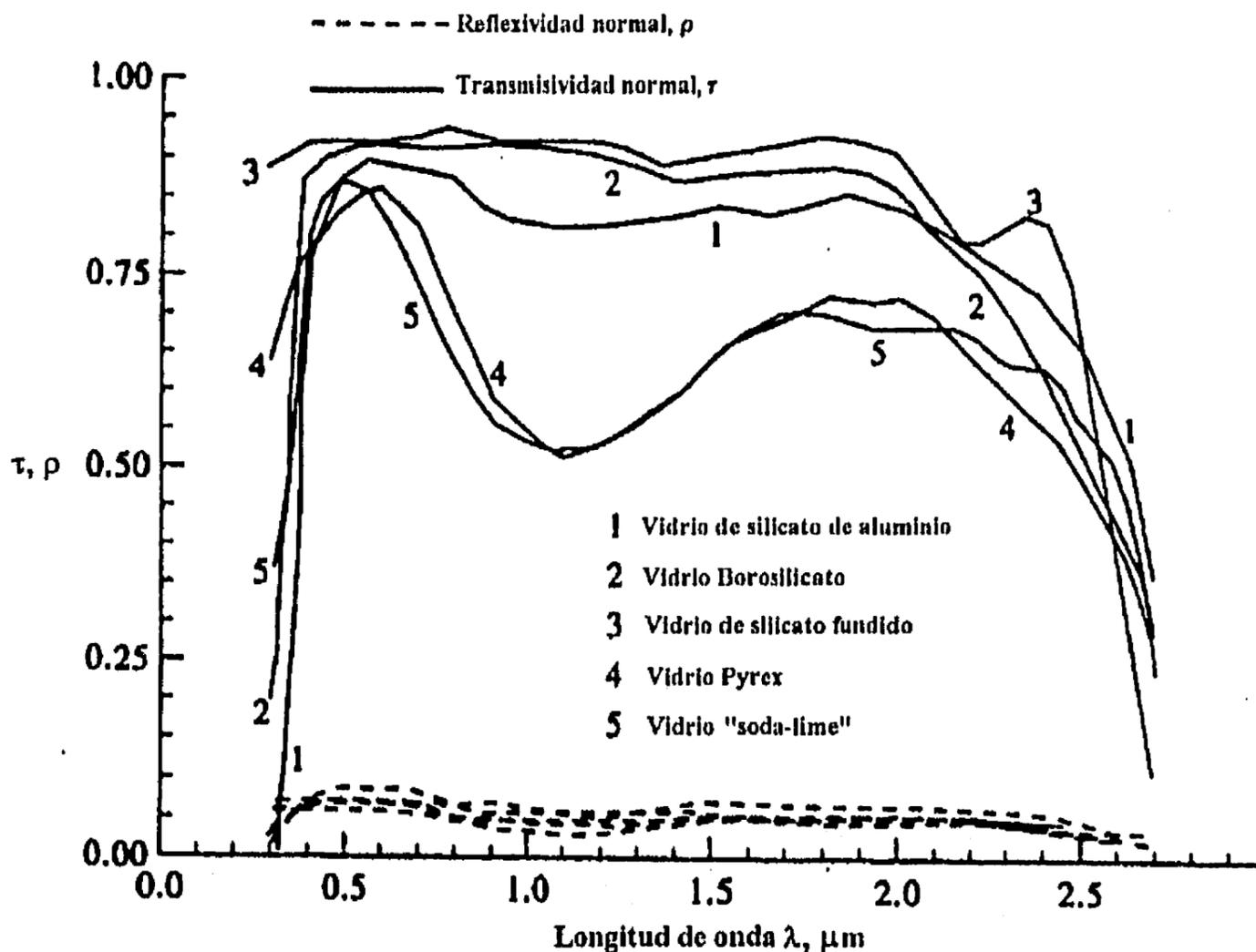


Figura 2.2.1 Transmisividades y reflexividades espectrales para diferentes tipos de vidrios claros a temperatura ambiente [49].

Por otro lado, la evaluación de las propiedades ópticas radiativas de las películas delgadas de semiconductores donde el espesor de la película es del orden de la longitud de onda ( $d \sim O(\lambda)$ ) esta sujeta a los efectos de interferencia de ondas [49]. La transmisividad se mide en un espectrofotómetro con un rayo muestra que entra al sustrato de vidrio y con aire como fluido de referencia.

Debido a que el sol se comporta como un cuerpo negro a la temperatura de 6000 K, la mayoría de su energía (alrededor de 95%) que cae sobre la tierra, yace en el rango espectral de altas transmisividades del vidrio (ver figura 2.2.2). Por otro lado, si el espacio detrás de la ventana esta a temperaturas bajas o moderadas (300 o 400 K) la emisión de tales superficies es a longitudes de onda larga, la cual es reflejada

por el vidrio y no puede escapar. La influencia del espesor en la reflexividad se muestra en la figura 2.2.3. Cuando el espesor aumenta, la transmisividad disminuye debido al aumento de absorción, pero como el coeficiente de absorción es pequeño para  $\lambda < 2.7 \mu\text{m}$  el efecto es menor.

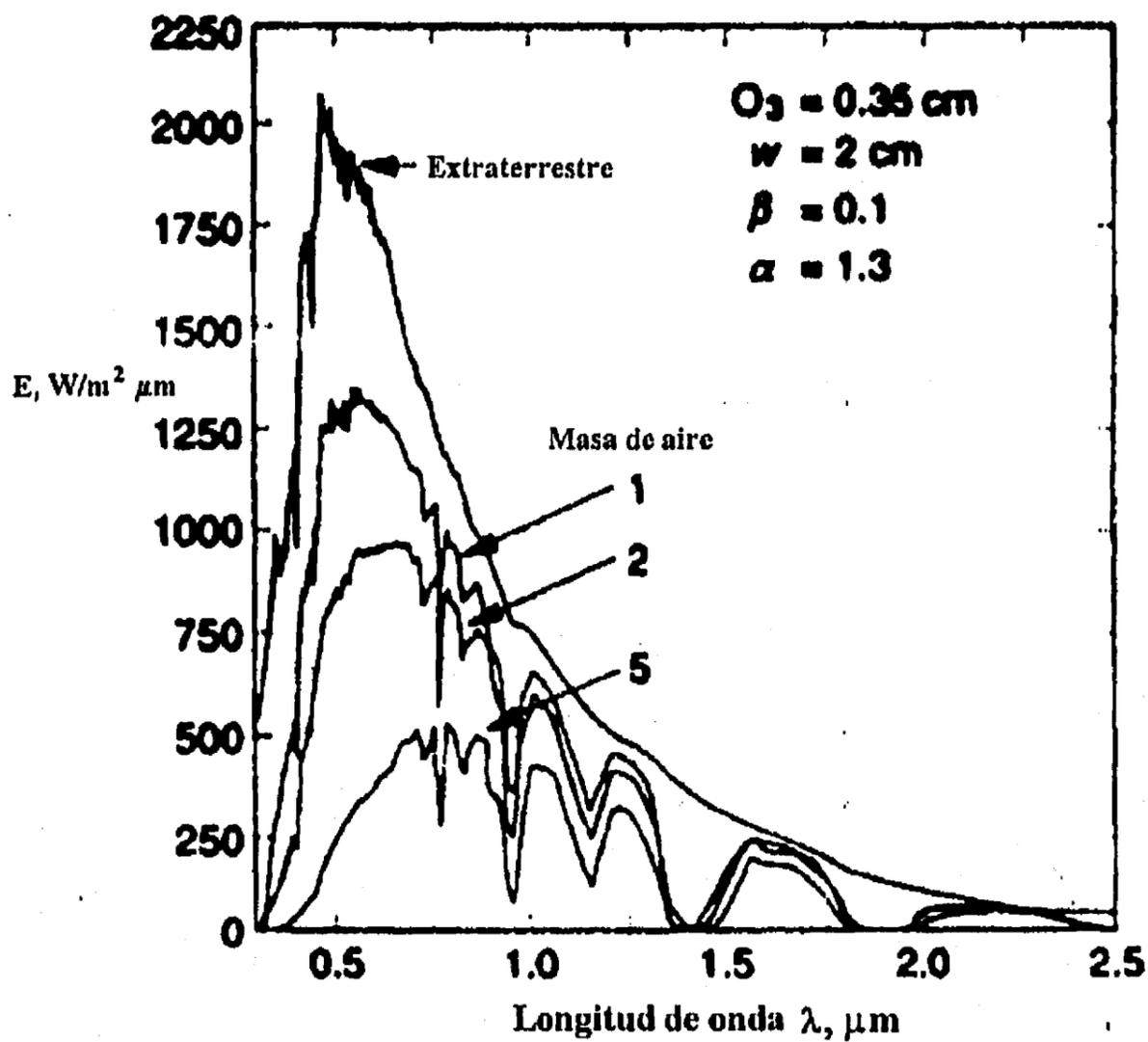


Figura 2.2.2 Distribución espectral de la radiación solar para diferentes masa de aire, suponiendo una atmósfera clara con 20 mm de vapor de agua precipitable y 3.4 mm de ozono [23].

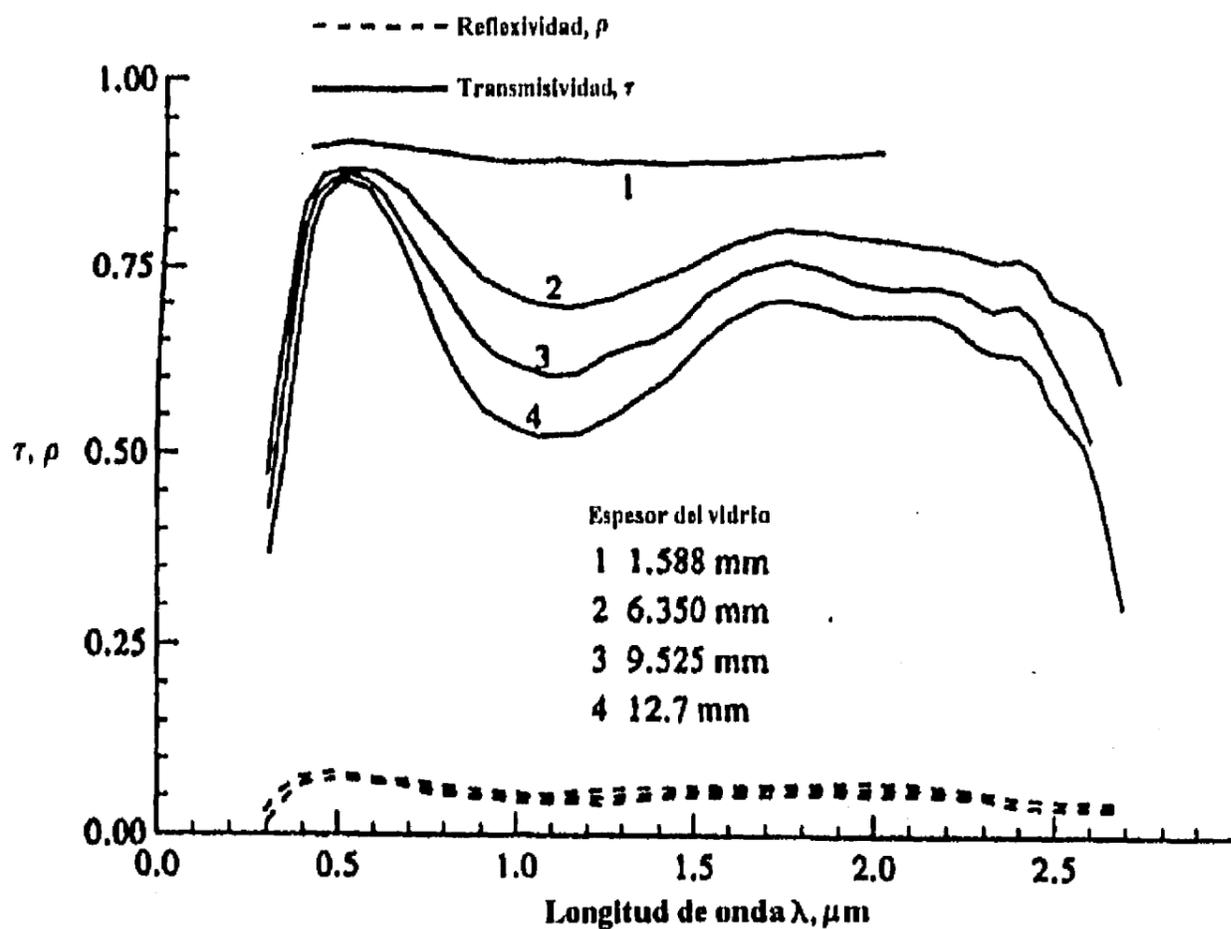


Figura 2.2.3 Transmisividad y reflexividad del vidrio claro (oxido de sodio y cal “soda-lime”) a temperatura ambiente para diferentes espesores del vidrio [49].

La transmitancia ( $T^*$ ) y la reflectancia ( $R^*$ ) integradas en el rango espectral de  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  se calculan a partir de los espectros de transmitancia y reflectancia como

$$T_{\lambda_1-\lambda_2}^* = \frac{I_{T,\lambda_1-\lambda_2}}{I_{\lambda_1-\lambda_2}} \quad \text{y} \quad R_{\lambda_1-\lambda_2}^* = \frac{I_{R,\lambda_1-\lambda_2}}{I_{\lambda_1-\lambda_2}}$$

donde

$$I_{T,\lambda_1-\lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda} T_{\lambda} d\lambda \quad \text{y} \quad I_{R,\lambda_1-\lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda} R_{\lambda} d\lambda$$

y

$$I_{\lambda_1-\lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda} d\lambda$$

donde  $E_\lambda$  es la irradiancia espectral. Las integraciones se consideran en el rango del espectro visible (0.4-0.7  $\mu\text{m}$ ) y del rango infrarrojo (0.7-2.5  $\mu\text{m}$ )

Los porcentajes se expresan mediante

$$I_T(\text{vis}) = \frac{I_{T(0.4-0.7\mu\text{m})}}{I(\text{AM2})} \times 100$$

donde la irradiancia de una masa de aire 2 (AM2) es de 750  $\text{w/m}^2$ . La  $I(\text{AM2})$  es normal al vidrio.

El porcentaje de radiación solar absorbida en el vidrio se expresa:

$$A^*(\%) = 100 - [I_T(\text{vis}) + I_R(\text{vis}) + I_T(\text{IR}) + I_R(\text{IR})]$$

En publicaciones recientes [51,52] se han reportado desarrollos de películas delgadas depositadas químicamente sobre substratos de vidrio, tales como  $\text{Cu}_x\text{S}$  y  $\text{SnS-Cu}_x\text{S}$  como cubiertas de control óptico solar que exhiben características cercanas a las ideales para climas cálidos. Se menciona que, la ventaja de estos recubrimientos es su bajo costo de producción comparado con los recubrimientos comerciales; además de disponer de un amplio rango de colores. También se menciona la gran adhesión que tienen estas cubiertas a los substratos de vidrio. A continuación se muestra en la figura 2.2.4 las propiedades ópticas espectrales de la película de  $\text{Cu}_x\text{S}$ .

La tabla 2.2.1 presenta las condiciones del depósito y los valores integrados de las propiedades ópticas integradas de transmitancia y reflectancia de la región del visible y del infrarrojo  $T^*(\text{vis})$ ,  $R^*(\text{vis})$ ,  $T^*(\text{IR})$  y  $R^*(\text{IR})$ .  $A^*$  es la radiación total absorbida usando una masa de aire 2 (AM2) para tres muestras de  $\text{Cu}_x\text{S}$ .

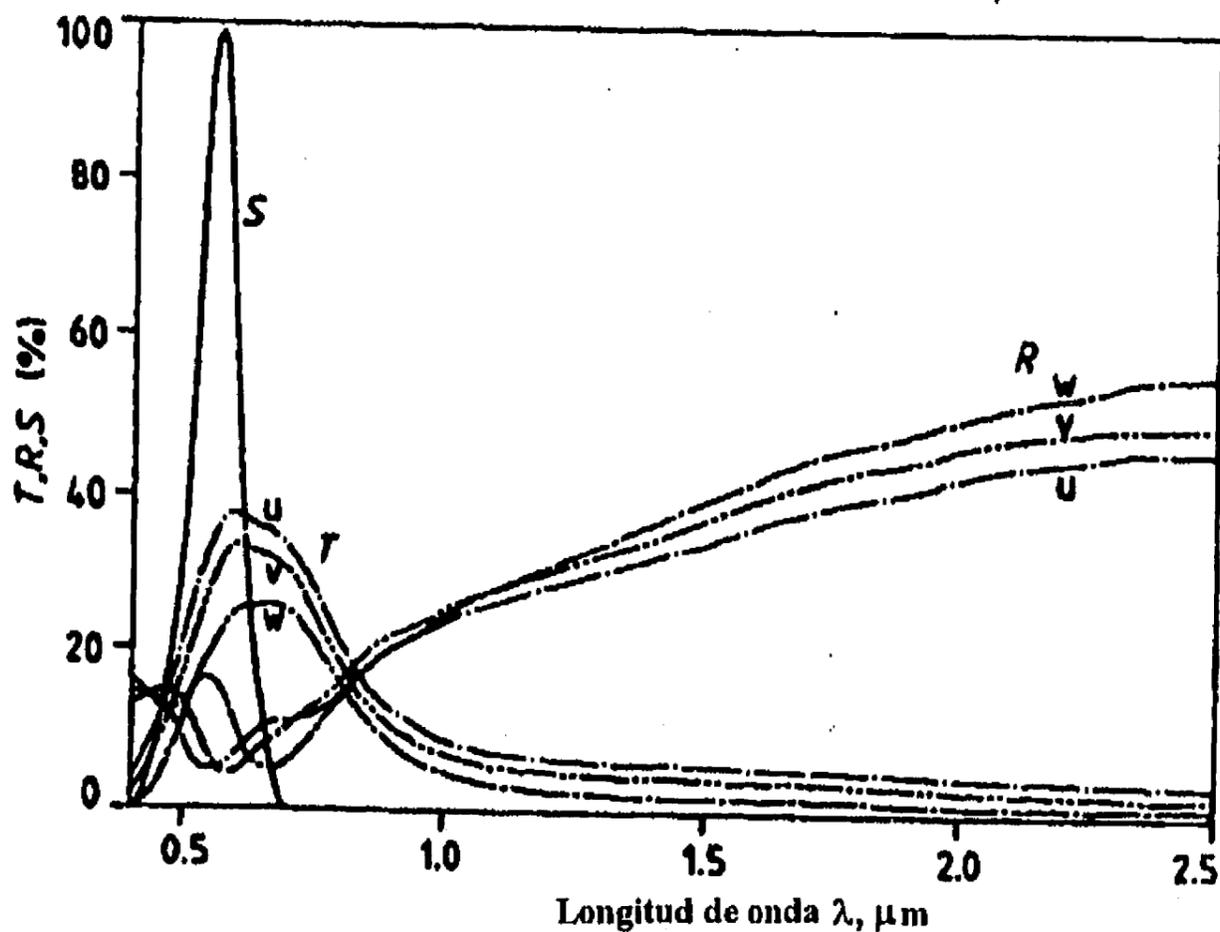


Figura 2.2.4. Espectro de transmitancia óptica (T) y reflectancia (R) de las muestras u,v y w de las películas de control solar de  $Cu_xS$ ; datos de [52].

La figura 2.2.5 presenta los espectros de transmitancia y reflectancia de los depósitos químicos de control óptico solar. Las muestras A, B y C pertenecen a

Tabla 2.2.1 Propiedades ópticas y condiciones del depósito de la película de control solar  $Cu_xS$ ; datos de [52].

Muestra	Tiempo de Deposit	Espesor ( $\mu m$ )	$T^*(vis)$ $I_T^*(vis)$ %	$T^*(vis)$ $I_R^*(vis)$ %	$T^*(IR)$ $I_T^*(IR)$ %	$T^*(IR)$ $I_R^*(IR)$ %	$A^*$
u	2 h	0.16	28	9	13	25	63
			12	4	7	14	
v	2h 30 m	0.20	24	9	11	26	65
			11	4	6	14	
w	2h 45 m	0.24	17	11	8	26	68
			8	5	5	14	

depósitos de SnS-Cu<sub>x</sub>S. La muestra D pertenece al depósito químico Cu<sub>x</sub>S.

La tabla 2.2.2 muestra las propiedades ópticas integradas de transmitancia, reflectancia y absorptancia en la región del visible y del infrarrojo. La muestra pertenece a un vidrio de 3 mm.

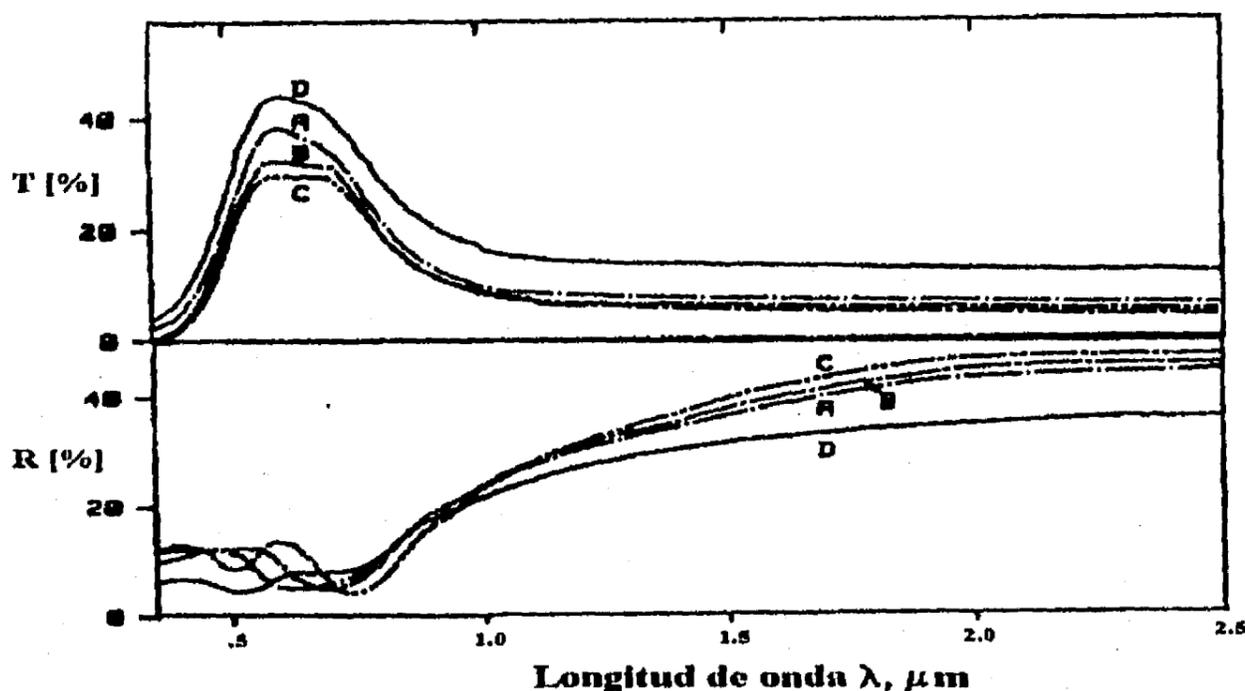


Figura 2.2.5 Espectro de transmitancia óptica (T) y reflectancia (R) de las muestras A, B y C de las películas de control óptico solar SnS-Cu<sub>x</sub>S y de la muestra D de la película de control óptico solar de Cu<sub>x</sub>S; datos de [51].

Tabla 2.2.2 Propiedades ópticas de las muestras A, B y C de los depósitos químicos de SnS-Cu<sub>x</sub>S, de la muestra D de Cu<sub>x</sub>S y G de un vidrio claro de 3 mm; datos de [51]

muestra	T*(vis) %	R*(vis) %	T*(IR) %	R*(IR) %	T*(sol) %	R*(sol) %	A*
A	27	8	15	24	20	16	64
B	24	9	12	21	17	14	69
C	21	10	13	18	16	14	70
D	32	6	21	24	26	17	57
G	84	8	71	7	77	8	15

Como se observa de las tablas 2.2.1 y 2.2.2 las películas depositadas químicamente de Cu<sub>x</sub>S y SnS-Cu<sub>x</sub>S son películas que cumplen aproximadamente las características ideales de una película de control óptico solar para climas cálidos mencionadas en la sección 1.1 del capítulo 1. En la película de SnS-Cu<sub>x</sub>S puede variar su transmitancia T\*(vis) dependiendo del espesor de la película. También se observa de la tabla 2.2.2 que, en comparación con las propiedades del vidrio claro, las absortancias de las películas de control solar se incrementan del 15 al 64% en el caso de SnS-Cu<sub>x</sub>S y al 57% para Cu<sub>x</sub>S. Esta absorción de energía hace que la temperatura de la película se incremente, y por lo tanto, la temperatura del vidrio, haciéndose necesario realizar un análisis térmico del uso de estas películas en ventanas.

Los datos reportados de estos recubrimientos fueron obtenidos colocando el recubrimiento en muestras de vidrio de 1 mm de espesor. El coeficiente de extinción del vidrio es de alrededor de 0.01 mm<sup>-1</sup>, el cual da un 99% de transmitancia para las muestras de vidrio [51].

### 2.3 MODELOS UNIDIMENSIONALES DEL VIDRIO CON CONTROLADOR ÓPTICO.

Como ya se mencionó en la sección 2.1 la primera aproximación al estudio de la transferencia de calor en la habitación es considerar únicamente a la pared semitransparente compuesta por el vidrio con el controlador óptico, delgada y larga. Modelos unidimensionales en estado permanente y transitorio pueden ser formulados tomando en cuenta el transporte de energía por conducción, convección y radiación en las interfaces aire-controlador óptico, controlador óptico-vidrio y vidrio-aire. Estas formulaciones pueden ser aplicadas para conocer las ganancias de calor en habitaciones con aire acondicionado.

La mayoría de las propiedades ópticas de los recubrimientos de control solar se miden sobre vidrios con espesor de 1 mm. En aplicaciones reales estos recubrimientos se depositan en vidrios con un mínimo de espesor de 3 mm, o más comúnmente sobre vidrios con espesor de 6 mm. La figura 2.3.1 muestra el balance de energía radiante en recubrimientos de SnS-Cu<sub>x</sub>S sobre (A) un vidrio de 1 mm, (C) un vidrio de 6 mm y (B) un vidrio de 3 mm sin el recubrimiento según los estándares de ASHRAE [6].

Cuando se aplican los recubrimientos sobre un vidrio de 6mm de espesor, la reflectancia es la misma, pero la absortancia se compone de dos partes: 14% debida al vidrio de 6 mm y  $[A*(100-14)/100]\%$  debido al recubrimiento. Así la transmitancia solar se reduce de un 20 a un 15% en el caso de la muestra A de la tabla 2.2.2.  $q_i$  y  $q_o$  indican la redistribución de la componente absorbida de la radiación solar por el vidrio y el controlador óptico al interior y al exterior respectivamente.

Para la formulación de los modelos unidimensionales se hacen las siguientes suposiciones:

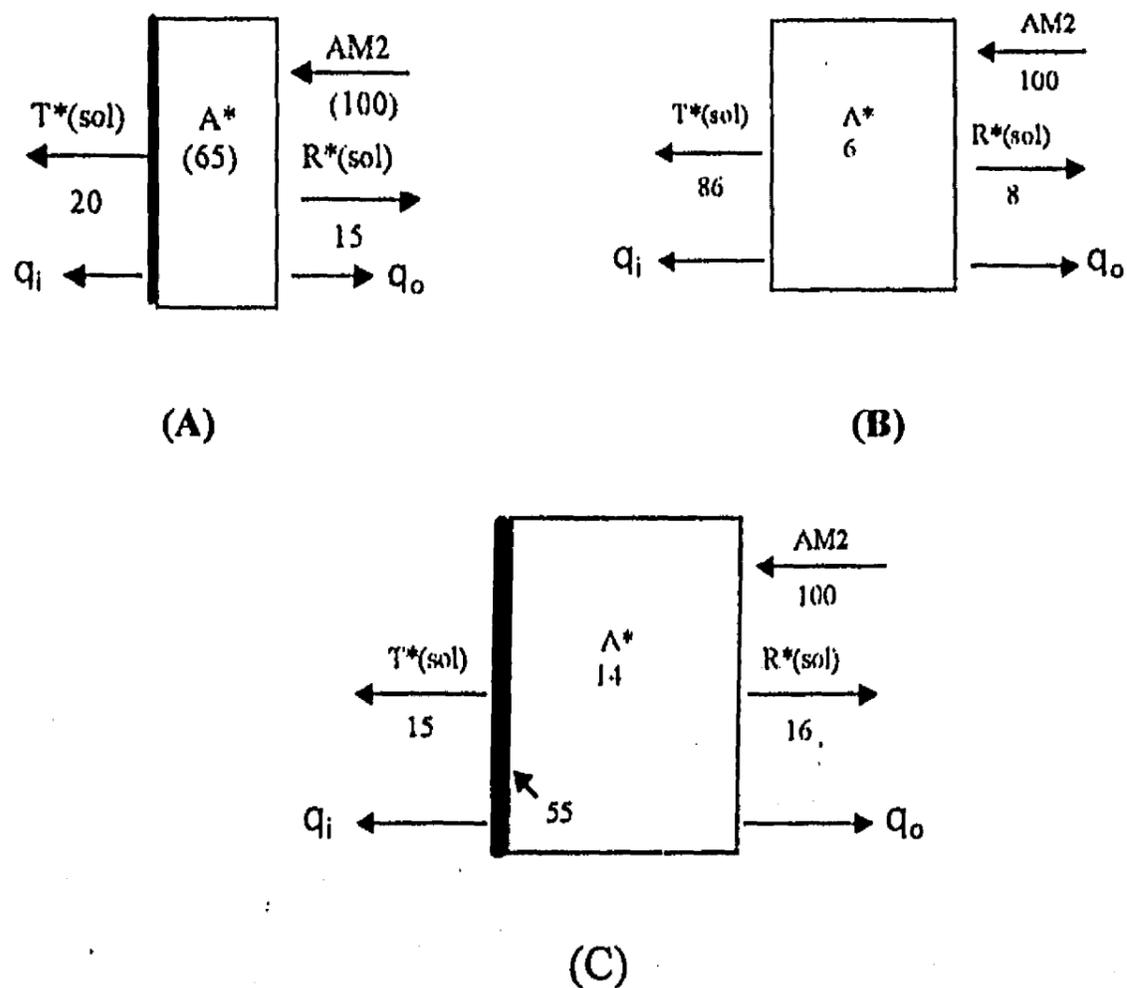


Figura 2.3.1 (A) Balance radiativo de una cubierta de control solar de la muestra A de SnS-Cu<sub>x</sub>S sobre un vidrio de 1 mm; (B) balance radiativo de un vidrio claro de 3 mm según ASHRAE; y (C) balance radiativo del recubrimiento de control solar sobre un vidrio de 6 mm [25].

1. Se considera la radiación solar incidiendo en forma normal al vidrio con un valor constante AM2 ( $750 \text{ W/m}^2$ ). La radiación solar AM2 es considerada debido a que los datos de las propiedades ópticas de los controladores ópticos son medidos para este caso. Por otro lado, no se espera que los resultados sean muy diferentes para ángulos de incidencia arriba de  $60^\circ$  ya que la transmitancia óptica de los dieléctricos permanece casi constante a ángulos de incidencia menores que el ángulo de Brewster, el cual, está dado por  $\tan^{-1}$  (índice de refracción) [26]. Para un índice

de refracción de 1.525 correspondiente a un vidrio típico normal el ángulo es de  $63.5^\circ$ . Para semiconductores el valor podría ser mayor debido a los altos índices de refracción. Valores numéricos de la transmitancia óptica como función del ángulo de incidencia de vidrios comerciales para varios coeficientes de extinción pueden ser encontrados en la referencia [23].

2. Los coeficientes de transferencia de calor convectivo se suponen de  $6.8 \text{ W/m}^2 \text{ K}$  para una velocidad de  $3 \text{ m/s}$  en el exterior a temperatura ambiente y de  $6.2 \text{ W/m}^2 \text{ K}$  en el interior, que puede ser razonable si se considera un sistema de aire acondicionado que puede inducir aire de alrededor de  $2.5 \text{ m/s}$  según ASHRAE [6].

En la tabla 2.3.1 se muestran las propiedades ópticas de la muestra A de SnS-Cu<sub>x</sub>S [51] así como las propiedades termofísicas usadas en el cálculo de la distribución de temperaturas y flujos de calor de los modelos.

Tabla 2.3.1 Propiedades ópticas y termofísicas del vidrio de 6mm y 3 mm y de la película de control óptico solar de SnS-Cu<sub>x</sub>S.

Vidrio (6 mm)	Vidrio (3 mm)	Muestra SnS-Cu <sub>x</sub> S	Aire
$\alpha_g = 0.14$	$\alpha_g = 0.06$	$A^* = 64$	$k_a = 26.3 \times 10^{-3} \text{ W/m K}$
$\tau_g = 0.78$	$\tau_g = 0.86$	$T^* = 20$	$\nu = 15.89 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
$\rho_g = 0.08$	$\rho_g = 0.08$	$R^* = 16$	$C_{p_a} = 1.012 \text{ kJ/kg K}$
$\epsilon_g = 0.85$		$\epsilon_f = 0.40$	$\text{Dens}_a = 1.204 \text{ kg/m}^3$
$k_g = 1.4 \text{ W/m K}$		$R_{ir} = 24$	
$C_{p_g} = 0.750 \text{ kJ/kg K}$		$T_{ir}^* = 15$	
$\text{Dens}_g = 2500 \text{ kg/m}^3$			
$\alpha_f = (1 - \alpha_g)A^*/100$		$\rho_{sist} = R^*/100$	
$\alpha_{sist} = \alpha_g + (1 - \alpha_g)A^*/100$		$\tau_{sist} = 1 - \rho_{sist} - \alpha_{sist}$	

## 2.4 MODELO BIDIMENSIONAL DE CAVIDAD

Los estudios de transferencia de calor convectivos en una habitación generalmente se han referido a modelados de cavidades donde las razones de aspecto son del orden de uno. Sin embargo, hay diferencias importantes entre estos estudios y las habitaciones reales de los edificios. Entre las diferencias que se pueden mencionar se encuentran las siguientes: por una parte, las habitaciones no son completamente rectangulares, puesto que podrían tener geometrías complicadas. Por otro lado, las habitaciones pueden estar sujetas a condiciones de frontera térmica complicadas; en las edificaciones los pisos y techos son enfriados y calentados junto con el calentamiento y enfriamiento de las paredes verticales. También pueden existir inestabilidades de flujo; pueden formarse flujos multicelulares en cavidades que tienen gradientes de temperatura horizontales [34]. Asimismo, podrían presentarse flujos forzados como infiltración de aire, ventilación natural y aire acondicionado que pueden influir fuertemente en el flujo de convección natural dentro de la habitación.

Por todo lo anterior, es casi imposible que un sólo modelo de cavidad pueda describir todas las situaciones. Se han desarrollado diferentes modelos para lograr un mejor entendimiento del funcionamiento de la transferencia de calor en las habitaciones.

En este trabajo se considera para el modelo matemático de cavidad, una cavidad rectangular y bidimensional de razón de aspecto igual a uno, con dos paredes horizontales opacas, adiabáticas, una pared vertical opaca isotérmica y la última, una pared vertical semitransparente compuesta por un vidrio con una película selectiva adherida en la cara del vidrio que da hacia el interior de la cavidad. En el interior de la cavidad se encuentra un fluido (aire) que inicialmente está a una temperatura

uniforme y en reposo. Por la pared compuesta semitransparente se transmite energía solar. Esta energía llega en forma normal a la pared compuesta semitransparente y parte de ella es transmitida hacia el interior de la cavidad.

La validez de las paredes adiabáticas puede ser justificada por el hecho de que en un edificio las temperaturas medias de la habitación superior y la habitación inferior son aproximadamente la de la habitación intermedia, de tal manera que el potencial térmico es prácticamente nulo y el flujo de calor puede considerarse nulo (ver figura 2.4.1a). La pared vertical izquierda pudiera no ser adiabática; podría existir un potencial térmico entre las dos habitaciones conjuntas ya que, la habitación de la izquierda en la figura 2.4.1a no recibe la misma energía radiante que la otra habitación.

Del flujo de radiación normal incidente en la pared semitransparente (ver figura 2.4.1b) parte de esa radiación se refleja, parte se transmite y parte es absorbida por el vidrio y la película. La energía absorbida por el vidrio y la película hace que las temperaturas del vidrio y la película se incrementen (dependiendo de los coeficientes de absorción; en el vidrio es bajo pero en la película es alto) creando una diferencia de temperaturas entre las capas de fluido adyacentes a la película selectiva, esto hace que la densidad del fluido adyacente a las paredes sea menor y cause el desplazamiento del fluido debido a las fuerzas de flotación. Al calentarse la película emite energía radiante hacia las paredes y al fluido. La energía transmitida llega a las paredes interiores de la cavidad y debido a que las paredes tienen una cierta absorción se absorbe parte de la energía transmitida además de la energía emitida por las otras paredes. Todo este proceso crea un calentamiento diferencial en las paredes de la cavidad provocando el movimiento del fluido.

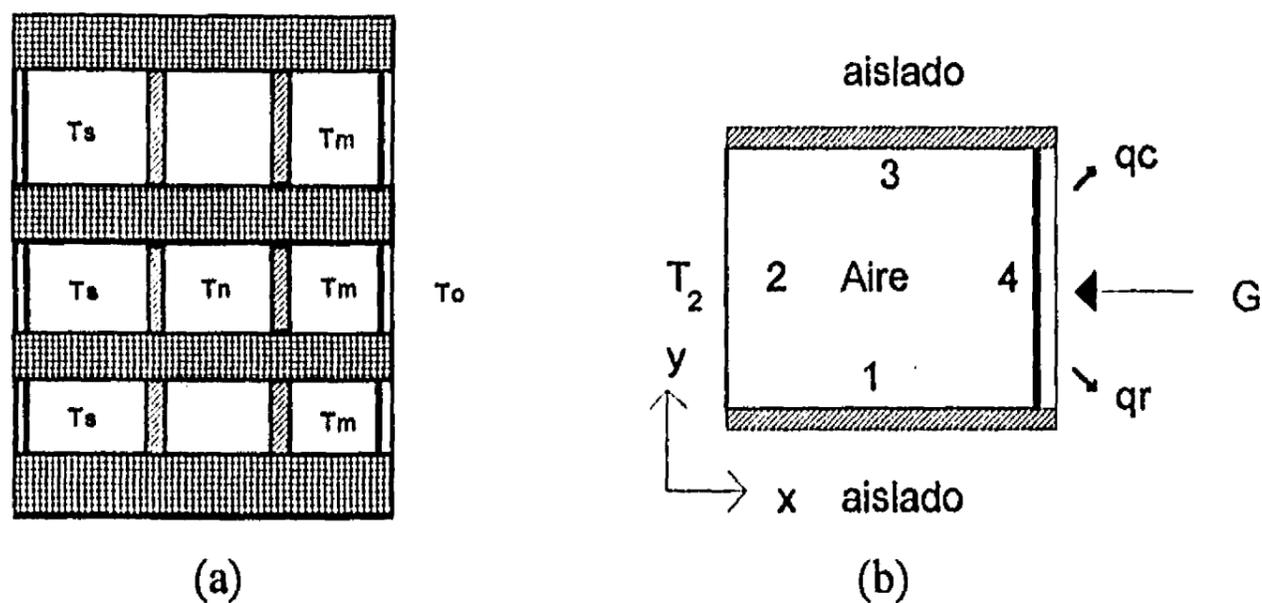


Fig 2.4.1 Esquema del modelo Bidimensional de cavidad

El proceso de la transferencia de calor en la cavidad con las condiciones iniciales y de frontera mencionadas, se puede describir a partir de las ecuaciones de continuidad, momentum y energía. Las suposiciones básicas que se hacen para obtener los modelos matemáticos de cavidad que se resuelven en este trabajo fueron las siguientes:

1. Los procesos de transferencia de calor en el fluido se suponen bidimensionales
2. El fluido se supone newtoneano y el flujo es laminar
3. La aproximación de Boussinesq es válida, esto es, las propiedades termofísicas del fluido son constantes excepto en la densidad, la cual varía con la temperatura en el término de flotación de la ecuación de momento.
4. Los procesos de transferencia de calor en la pared semitransparente se consideran unidimensionales.

5. Las paredes opacas y semitransparentes son consideradas emisores grises, difusos y reflectores de radiación.
6. El flujo de radiación incidente en la pared semitransparente se considera normal a la superficie.
7. Las propiedades termofísicas del aire y de la pared semitransparente se consideran constantes en el rango de temperaturas considerado.
8. Las propiedades ópticas (reflectancia, transmitancia y absortancia) se consideran independientes de la longitud de onda y de la temperatura.
9. El fluido se considera radiativamente no participante.

La primera suposición de bidimensionalidad para modelar un cuarto, es de alguna manera realista si pensamos en una habitación suficientemente larga, considerar la habitación en tres dimensiones le agrega más complejidad al problema incluyendo un costo en el tiempo de cómputo y podría ser que la aportación al entendimiento del mismo no fuera substancial. De cualquier manera, esta suposición de bidimensionalidad representa una primera aproximación para lograr un mejor entendimiento del problema. La segunda suposición de flujo newtoneano cuando el fluido es aire es perfectamente válida [43]. Considerar al flujo laminar es una primera aproximación al problema.

La aproximación de Boussinesq toma en cuenta la variación de la densidad en el término de flotación, pero la desprecia en los términos inerciales de la ecuación de momento. Para números de Grashof moderados ( $Gr < 10^7$ ) esta condición se satisface [71].

La cuarta suposición es justificable por el hecho de que, el espesor de la pared semitransparente es muy pequeño comparado con las dimensiones de la cavidad.

Como se sabe, una ventana con vidrio refleja de modo especular, esto es, una porción reflejada de un rayo individual no es difusa. Sin embargo, dentro de una cavidad usualmente hay reflexiones múltiples y la direccionalidad de cada reflexión pierde su importancia en la contribución de los flujos de calor sobre sus fronteras por lo tanto la suposición cinco puede ser justificable.

Las suposiciones siete y ocho son adoptadas de forma frecuente en el rango de temperaturas donde operará el sistema. En forma adimensional los parámetros de las ecuaciones controladoras son independientes de la temperatura.

La última suposición es justificable para un fluido como el aire con bajo contenido de humedad.

Para el modelo de cavidad, la radiación solar que incide en forma normal al vidrio de la cavidad se considera con un valor constante de AM2 ( $750 \text{ W/m}^2$ ). El espesor del vidrio es considerado de 6 mm con recubrimiento SnS-Cu<sub>x</sub>S cuyas propiedades son dadas en la tabla 2.3.1. La temperatura  $T_2$  se considera a  $21^\circ\text{C}$  (294 K) y la máxima temperatura  $T_H$  se considera a  $77^\circ\text{C}$  (350 K).

### **3. MODELOS UNIDIMENSIONALES**

Los modelos unidimensionales en estado permanente y transitorio, su formulación matemática, su solución y los resultados que se desprenden de dicha solución son presentados en este capítulo.

#### **3.1 MODELO UNIDIMENSIONAL EN ESTADO PERMANENTE**

Esencialmente este modelo calcula la redistribución, al interior y al exterior, de la componente de la radiación solar absorbida por el vidrio y el controlador óptico, además de calcular el coeficiente de sombreado y el factor de rechazo solar ("solar rejection factor") considerando que el proceso de transferencia de calor es independiente del tiempo.

##### **3.1.1 FORMULACIÓN DEL MODELO**

El balance diferencial de energía en un vidrio con controlador óptico de 6 mm se muestra en la figura 3.1.1(A), donde la temperatura exterior  $T_0$  es controlada por las condiciones ambientales y la temperatura  $T_i$  es la temperatura en el interior ( $= 21^\circ\text{C}$ ) que puede ser mantenida si se supone un sistema de aire acondicionado. El balance de calor a través de un elemento diferencial en el vidrio se ilustra en la figura 3.1.1(B).

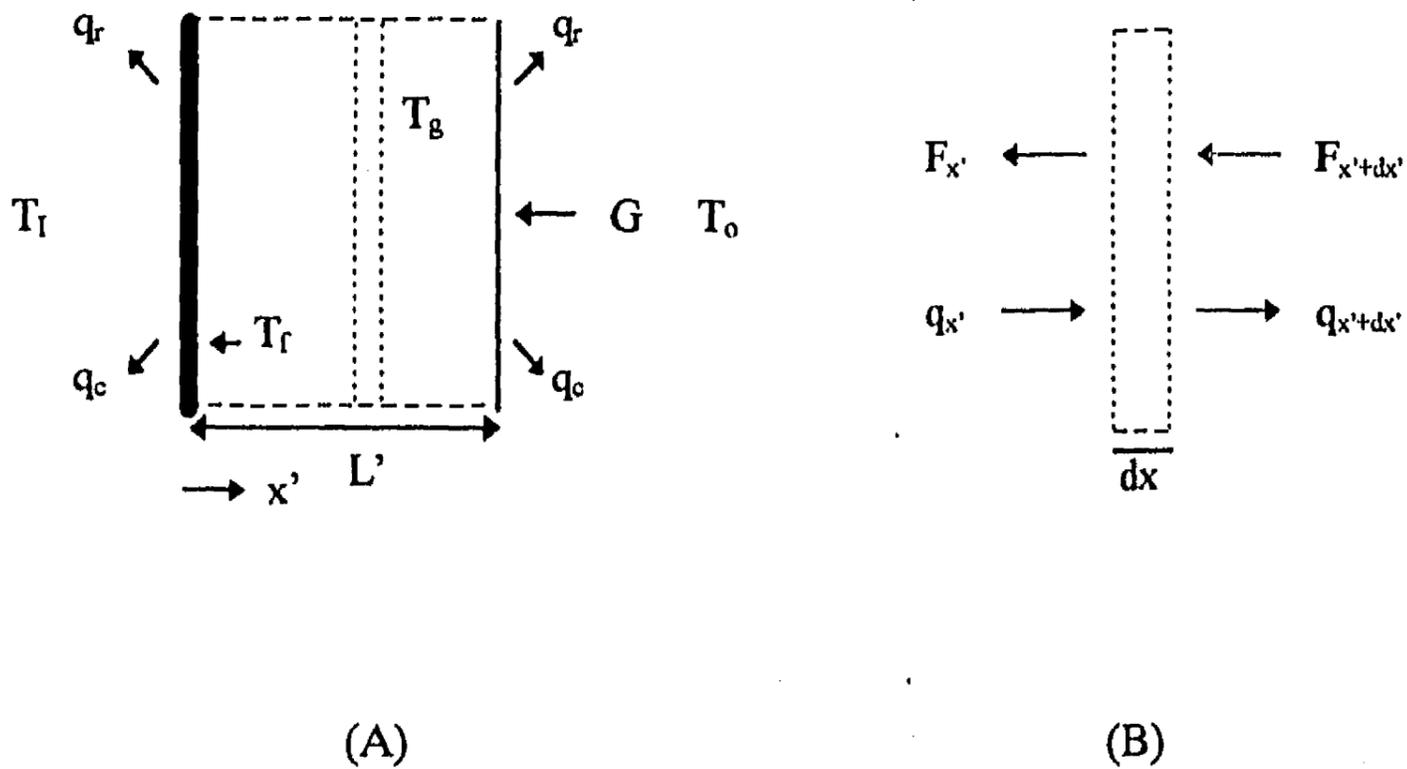


Figura 3.1.1 Balance de energía en el vidrio.

La ecuación que controla la transferencia de calor a través del elemento diferencial se formula como sigue:

$$k_g \frac{d^2 T_g}{dx'^2} + \frac{dF}{dx'} = 0 \quad (3.1.1)$$

con condiciones a la frontera

$$1) \text{ En } x'=0 \quad T_g(0) = T_f = \text{temperatura del controlador óptico} \quad (3.1.2)$$

$$2) \text{ En } x'=L' \quad -k_g \frac{dT_g(L')}{dx'} = h_0 [T_g(L') - T_0] + \sigma \epsilon_g [T_g(L')^4 - T_0^4]$$

donde  $F$  es la función de atenuación de energía por absorción y dispersión y depende del coeficiente de extinción del vidrio ( $s_g$ ) de la siguiente manera:

$$F(x') = G \exp[-s_g(L'-x')] \quad (3.1.3)$$

El espesor de la película es despreciable comparado con el espesor del vidrio. Para conocer la temperatura de la película de control solar se hace un balance de energía en la película:

$$\alpha_f \tau_g G = -k_g \frac{dT_g(0)}{dx'} + h_i [T_f - T_i] + \sigma \epsilon_f [T_f^4 - T_i^4] \quad (3.1.4)$$

con  $T_g(0) = T_f$ .

La ecuación 3.1.1 junto con las condiciones de frontera acepta solución analítica.

### 3.1.2 SOLUCIÓN DEL MODELO

La solución analítica de la ecuación (3.1.1) se obtiene integrando dos veces y sustituyendo las condiciones de frontera (3.1.2), así

$$T_g(x') = T_f + \frac{G}{s_g k_g} e^{-s_g L'} (1 - e^{s_g x'}) + \frac{1}{k_g} \left\{ G - h_o [T_g(L') - T_o] - \sigma \epsilon_g [T_g^4(L') - T_o^4] \right\} x' \quad (3.1.5)$$

Derivando esta ecuación con respecto a  $x'$ , evaluando en cero, sustituyendo en la ecuación 3.1.4 y reorganizando términos se tiene la siguiente ecuación:

$$A_1 T_f + A_2 T_f^4 + A_3 T_g(L') + A_4 T_g^4(L') + A_5 = 0 \quad (3.1.6)$$

donde

$$A_1 = h_i \quad A_2 = \sigma \epsilon_f \quad A_3 = h_0 \quad A_4 = \sigma \epsilon_g$$

$$A_5 = -h_i T_i - \sigma \epsilon_f T_i^4 - \alpha_f \tau_g G + G e^{-s_g L} - G - h_0 T_0 - \sigma \epsilon_g T_0^4$$

Evaluando la ecuación (3.1.5) en  $x' = L'$  se obtiene la ecuación algebraica para calcular la temperatura del vidrio en la parte exterior  $x' = L'$ . Así,

$$B_1 T_g(L') + B_2 T_g^4(L') - T_f + B_3 = 0 \quad (3.1.7)$$

con

$$B_1 = 1 + \frac{h_0 L'}{k_g} \quad B_2 = \frac{\sigma \epsilon_g L'}{k_g}$$

$$B_3 = \frac{G}{k_g s_g} [1 - e^{-s_g L'}] - \frac{L' G}{k_g} - \frac{L' h_0 T_0}{k_g} - \frac{\sigma \epsilon_g L' T_0^4}{k_g}$$

Los coeficientes A's y B's son constantes que involucran los coeficientes de transporte de energía y las propiedades de los materiales. Conociendo las temperaturas al interior  $T_i$  y al exterior  $T_0$  de la ventana y los coeficientes de transferencia de calor, todos los coeficientes de las ecuaciones (3.1.6) y (3.1.7) son calculados. Por lo tanto, las ecuaciones (3.1.6) y (3.1.7) forman un conjunto de dos ecuaciones algebraicas no lineales simultáneas con incógnitas  $T_g(L')$  y  $T_f$ .

La conveniencia de la formulación de este modelo es que las propiedades ópticas de los controladores ópticos se consideran por separado de las del vidrio y no como sistema película-vidrio. Cuando el recubrimiento selectivo se aplica a un vidrio la reflectancia es la misma pero la absorptancia del sistema se compone de dos partes un porcentaje debido al vidrio y otro porcentaje debido a la película. Por lo tanto la transmitancia se reduce del 20 al 15%.

Las ecuaciones (3.1.6) y (3.1.7) se resuelven usando el método de aproximaciones sucesivas a las raíces de las ecuaciones algebraicas no lineales (método de Newton [15]). Conociendo la temperatura de la película y la temperatura del vidrio en la parte exterior se pueden calcular los flujos de energía desde las superficies al interior y al exterior como:

$$q_i = h_i(T_f - T_i) + \sigma \epsilon_f (T_f^4 - T_i^4) \quad y \quad (3.1.8)$$

$$q_o = h_o(T_g - T_o) + \sigma \epsilon_g (T_g^4 - T_o^4)$$

Diferentes valores de  $q_i$  y  $q_o$  son obtenidos para cada tipo de vidrio y temperaturas exteriores  $T_o$  consideradas.

El coeficiente de sombreado ("shading coefficient", SC) es una medida estándar [6] de la eficiencia de la ganancia térmica del sistema vidrio-controlador óptico y se calcula como la energía solar transmitida más el flujo de calor transmitido desde la superficie del sistema hacia el interior dividido entre la energía que sería transmitida por un vidrio estándar de 3 mm, esto puede ser expresado en términos de  $T_o$  como:

$$SC = \frac{[q_i(T_o) + GT_{sol}^* / 100]_{\text{sistema (vidrio+película)}}}{[q_i(T_o) + GT_{sol}^* / 100]_{\text{vidrio de 3 mm}}} \quad (3.1.9)$$

las cantidades en el denominador son evaluadas para un vidrio de 3 mm con el mismo conjunto de ecuaciones antes descrito, teniendo en cuenta  $\alpha_f = 0$  y  $\epsilon_f = 0.85$  que representa un vidrio sin recubrimiento.

Estrada et al. [25] desarrollaron una relación más adecuada para evaluar a los sistemas vidrio+controlador óptico y la denominaron el factor de rechazo solar

("Solar Rejection Factor", SRF), y fue definida como el cociente entre la energía solar reflejada más la que sale por convección y radiación térmica del vidrio hacia el exterior dividida entre la energía solar incidente, esto es,

$$SRF = \frac{[q_o(T_o) + GR_{sol}^* / 100]_{\text{sistema vidrio+película}}}{G} \quad (3.9.10)$$

El SRF se concibe como una medida de la eficiencia de rechazo de energía radiante del sistema vidrio+controlador óptico.

Se elaboró un programa de cómputo que implementa el algoritmo de solución para las ecuaciones (3.1.6) a (3.1.9). Los valores de la tabla 2.3.1 fueron usados en este programa considerando un valor  $T_i=21^\circ\text{C}$ .

### 3.1.3 RESULTADOS

La figura 3.1.2 muestra la distribución de temperatura en la región interior del vidrio de 6 mm como función de alguna temperatura exterior para una masa de aire 2 (AM2). La diferencia de temperaturas entre la región donde se encuentra el controlador óptico  $X=0$  mm y la región exterior  $X=6$  mm es de aproximadamente  $2^\circ\text{C}$ . La figura 3.1.3 presenta las temperaturas del controlador óptico ( $T_f$ ) y promediada del vidrio ( $T_{gm}$ ) como función de varias temperaturas exteriores. Como se espera  $T_f > T_{gm}$  debido a la alta absorción de la película de control óptico solar.

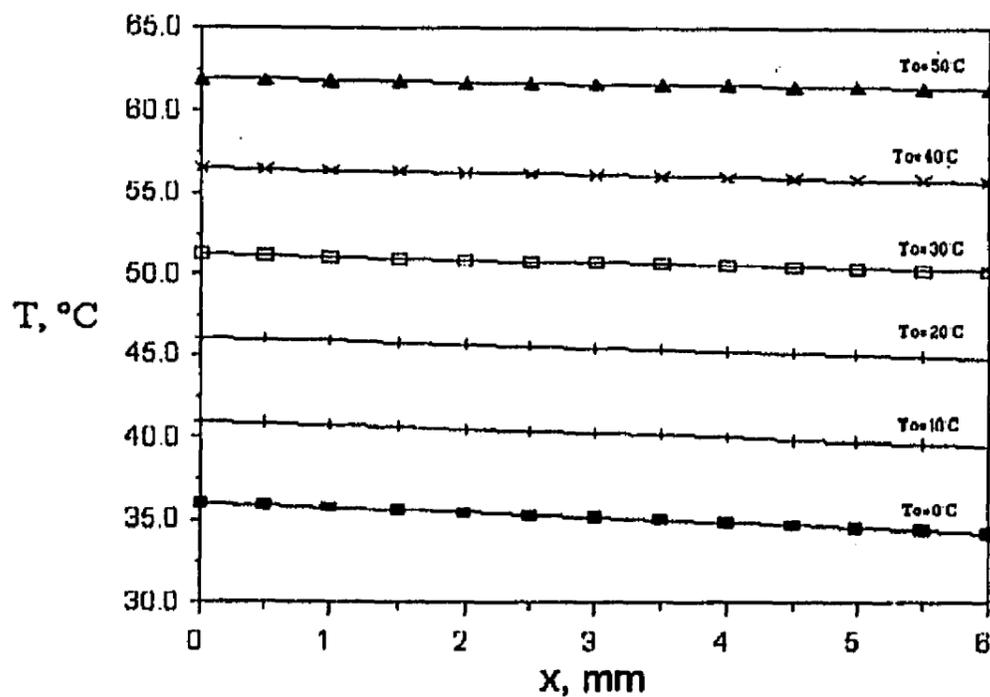


Figura 3.1.2 Distribución de temperaturas en el sistema vidrio + controlador óptico para distintas temperaturas del aire exterior.

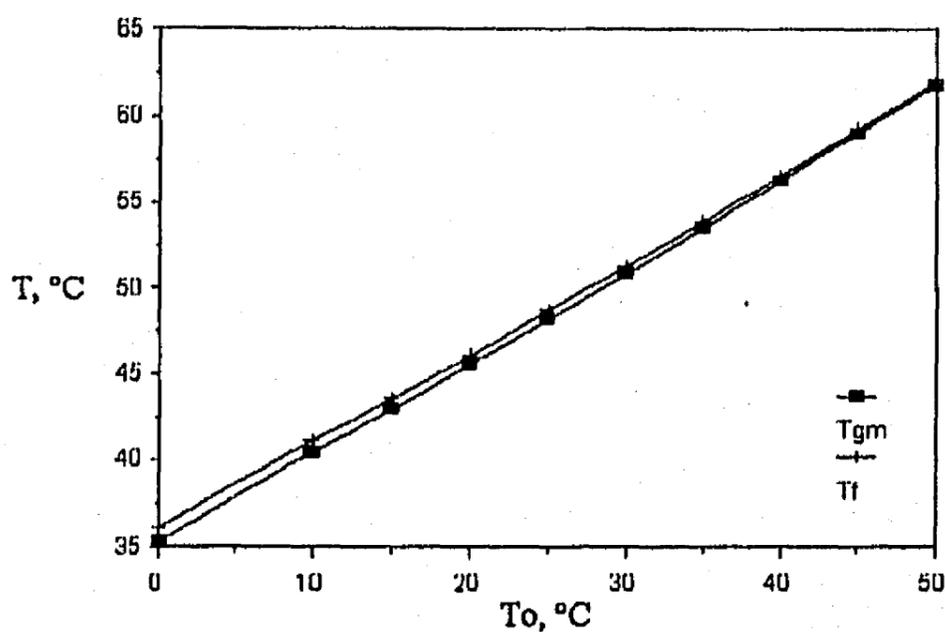


Figura 3.1.3 Temperatura del controlador óptico solar  $\text{SnS-Cu}_x\text{S}$  ( $T_f$ ) y temperatura media del vidrio ( $T_{gm}$ ) como función de la temperatura exterior  $T_o$ .

Por comparación, la figura 3.1.4 muestra las curvas del flujo de calor hacia el interior y hacia el exterior de un vidrio de 3 mm y uno de 6 mm sin usar el controlador óptico y las curvas de flujo de calor hacia el interior  $Q_i=q_i+\tau G$  y hacia el exterior  $Q_o=q_o+\rho G$  de un vidrio de 6 mm con el controlador óptico (SnS-Cu<sub>x</sub>S). Como se observa, la transferencia de energía térmica hacia el interior es ligeramente mayor en un vidrio claro de 3 mm que en uno de 6 mm.

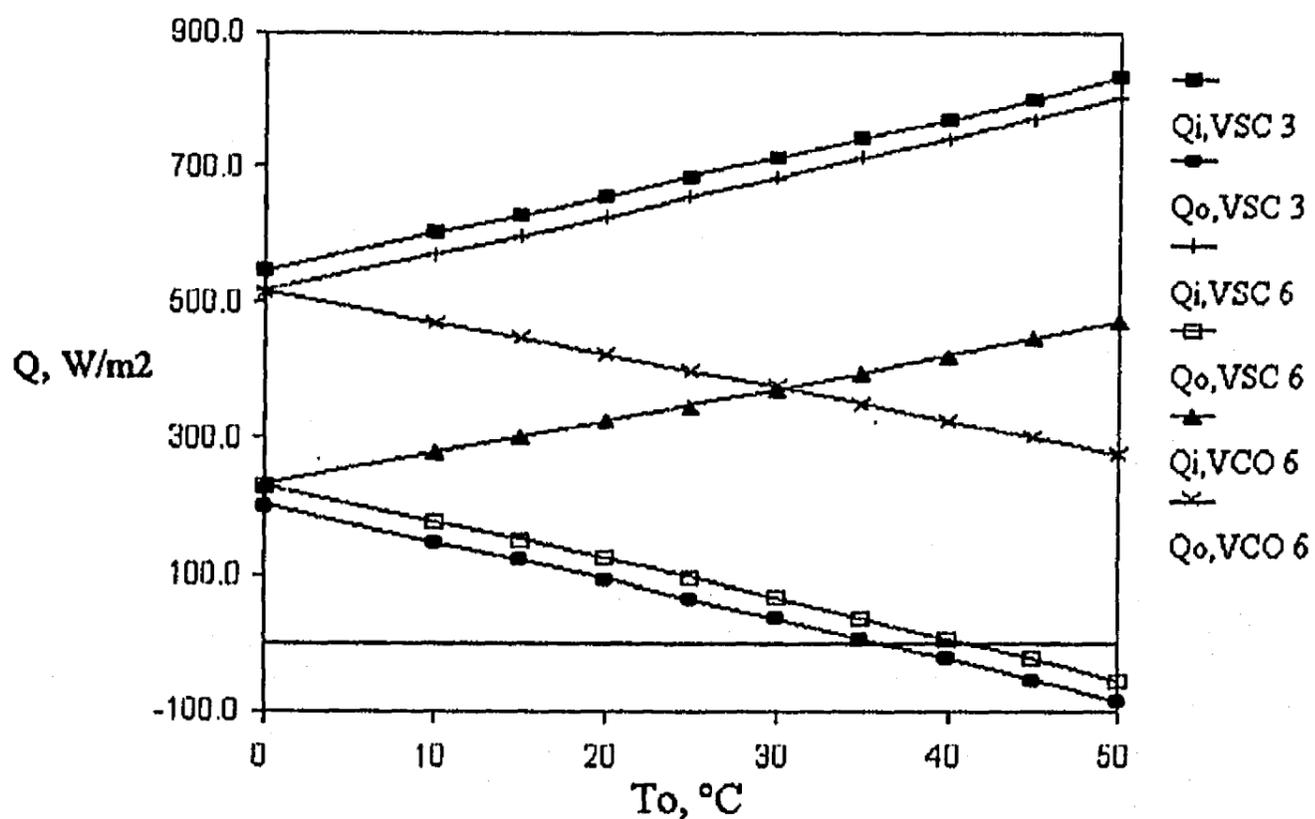


Figura 3.1.4 Flujo de calor hacia el interior ( $Q_i$ ) y exterior ( $Q_o$ ) de un vidrio claro de 3 mm (VSC 3) comparado con uno de 6 mm (VSC 6) y con el sistema controlador óptico-vidrio (VCO 6) para diferentes temperaturas  $T_o$ .

Nótese que en el caso cuando  $T_o$  es mayor que  $36.5^\circ\text{C}$  para el vidrio de 3 mm o mayor que  $41.5^\circ\text{C}$  para el vidrio de 6mm sin controlador,  $Q_o$  es negativa, esto es debido a que  $T_g$  es menor que  $T_o$ . Las gráficas son no lineales en todos los casos

debido al incremento no lineal de la transferencia de calor radiativa con la temperatura. También se observa en esta figura, que la ganancia de calor ( $Q_i$ ) en el vidrio con controlador óptico, se ve reducida en un 40% en comparación con la ganancia de calor en el vidrio de 6 mm sin controlador óptico para una temperatura exterior de 30 °C. Este porcentaje se mantiene aproximadamente para las demás temperaturas  $T_o$ .

La figura 3.1.5 muestra la variación del coeficiente de sombreo con la temperatura exterior para un vidrio de 6 mm con recubrimiento de SnS-Cu<sub>x</sub>S.

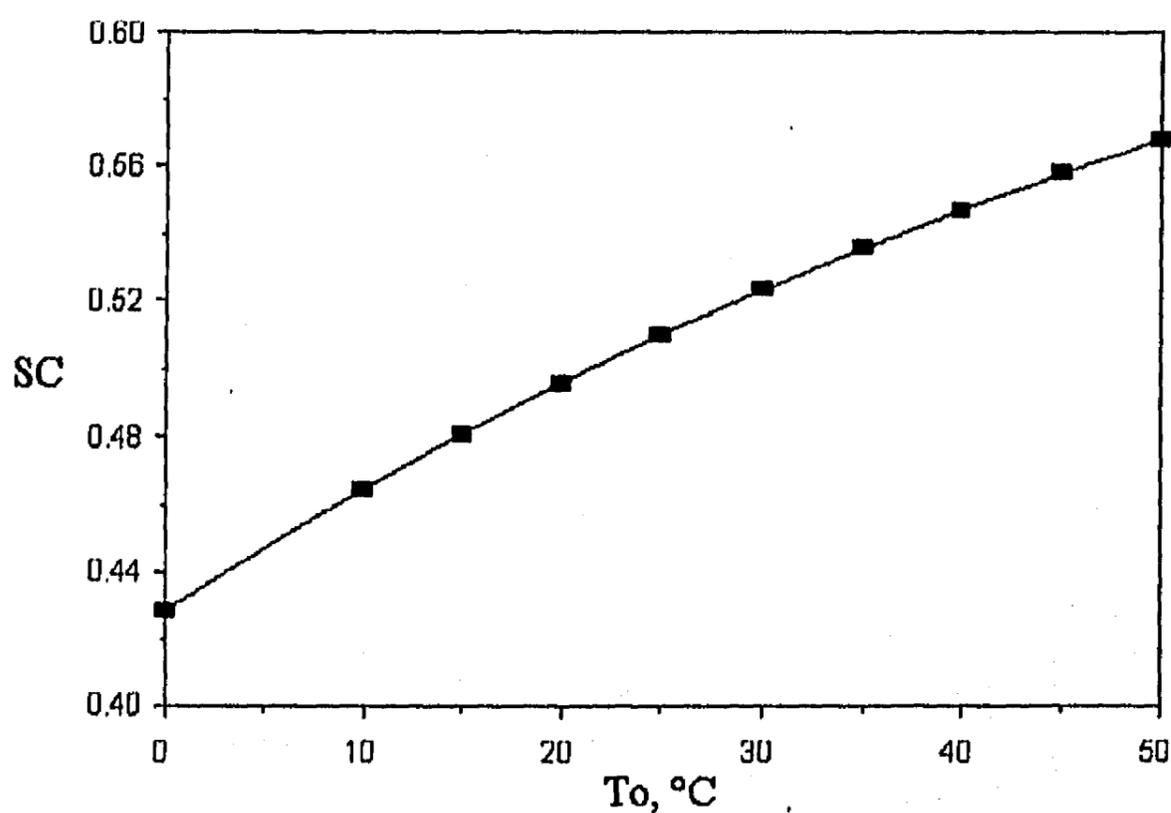


Figura 3.1.5 Variación del coeficiente de sombreo con la temperatura  $T_o$  para el sistema vidrio + controlador óptico SnS-Cu<sub>x</sub>S.

Se observa claramente la ventaja del uso del controlador óptico. Para una temperatura exterior de 30 °C (la temperatura de la película de control óptico solar es de 51.3 °C) el coeficiente de sombreo es de 52% indicando que, del 100% de la

energía que entraría por un vidrio claro de 3 mm sólo pasa el 52% de esa energía al interior debido al uso del controlador óptico y el 48% es rechazado al exterior.

Se muestra en la figura 3.1.6, la variación del SRF con la temperatura exterior  $T_0$  para un vidrio de 6 mm con recubrimiento SnS-Cu<sub>x</sub>S. Para temperaturas de alrededor de 30°C, usuales en zonas de clima semiárido, se alcanza un valor de aproximadamente 0.5. Esto podría significar una reducción del 50% en las cargas de aire acondicionado y por ello un ahorro de energía de alrededor del 50%.

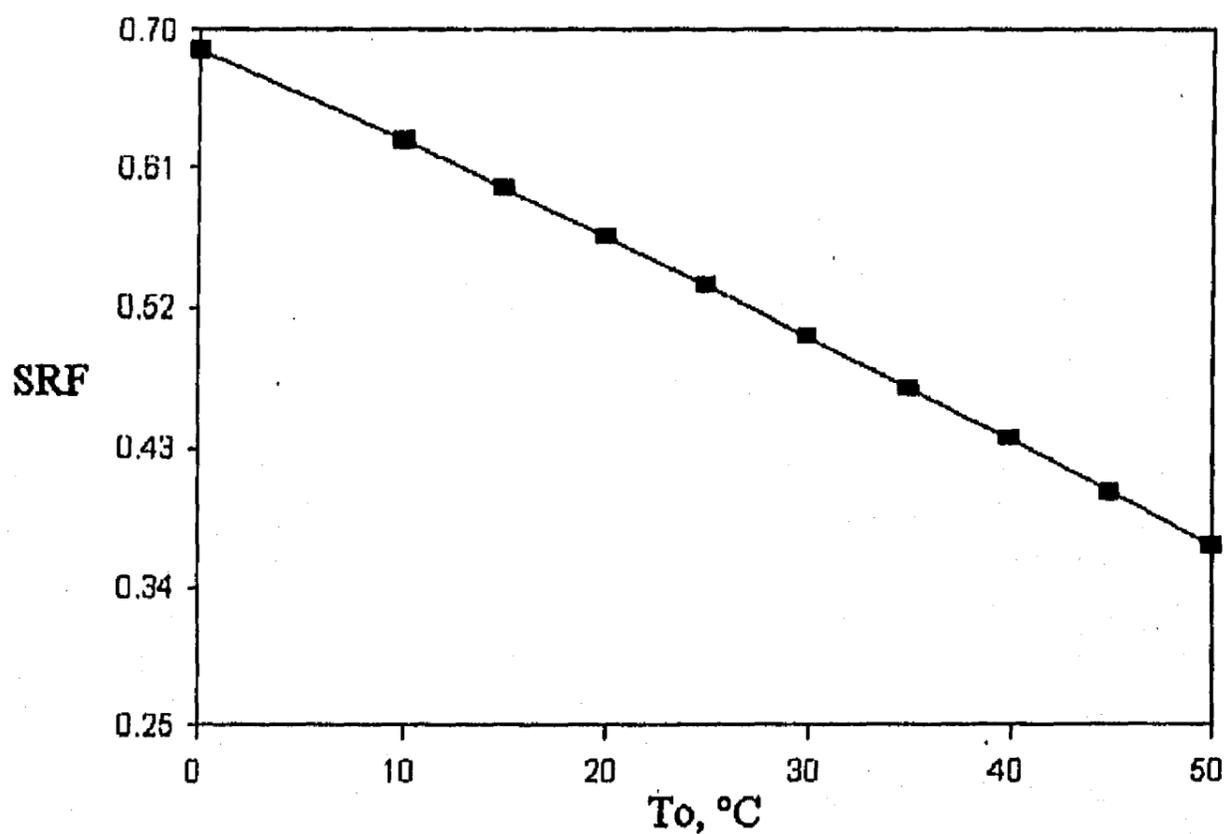


Figura 3.1.6 Variación del factor de rechazo solar (SRF) con la temperatura  $T_0$  para el sistema vidrio + controlador óptico SnS-Cu<sub>x</sub>S.

## 3.2 MODELO UNIDIMENSIONAL EN ESTADO TRANSITORIO

Al igual que en el modelo de la sección anterior, este modelo calcula la redistribución, al interior y al exterior, de la componente de la radiación solar absorbida por el sistema vidrio-controlador óptico, pero ahora considerando al proceso dependiente del tiempo.

Este modelo unidimensional permitirá calcular los tiempos característicos en que el sistema vidrio-película alcanza el estado permanente. Además ese conocimiento dará un criterio para, en el modelo de cavidad, considerar a la pared semitransparente en estado permanente o en estado transitorio.

### 3.2.1 FORMULACIÓN DEL MODELO

En forma similar a la sección anterior, haciendo un balance diferencial de energía en el vidrio se obtiene la ecuación en estado transitorio que controla el transporte de energía en la pared semitransparente:

$$\rho C_p \frac{\partial T_g}{\partial t} = k_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial x'^2} + \frac{dF}{dx'} \quad (3.2.1)$$

Con condición inicial

$$1) t = 0 \quad T_g(x', 0) = T_i \quad (3.2.2)$$

y condiciones de frontera

$$2) \text{ En } x'=0 \quad T_g(0, t) = T_i = \text{temperatura del controlador óptico} \quad (3.2.3)$$

$$3) \text{ En } x'=L' \quad -k_g \frac{dT_g(L', t)}{dx'} = h_0 [T_g(L', t) - T_0] + \sigma \epsilon_g [T_g(L', t)^4 - T_0^4]$$

donde F esta dada por la ecuación (3.1.3).

Similarmente al modelo en estado permanente, para conocer la temperatura  $T_f$  del controlador óptico se realiza un balance de energía en la película

$$\alpha_f \tau_g G = -k_g \frac{\partial T_g(0,t)}{\partial x'} + h_i (T_f - T_i) + \sigma \epsilon_f (T_f^4 - T_i^4) \quad (3.2.4)$$

donde  $T_g(0,t) = T_f$ .

Debido a que, una de las condiciones de frontera tienen como variable la temperatura del vidrio elevada a la cuarta potencia, esto es, se tienen condiciones de frontera no lineales, el sistema formado por la ecuación (3.2.4) y la ecuación (3.2.1) junto con la condición inicial, ecuación (3.2.2), y las condiciones de frontera, ecuación (3.2.3), se resuelven numéricamente.

### 3.2.2 SOLUCIÓN DEL MODELO

El método numérico seleccionado para resolver el problema definido por las ecuaciones (3.2.1-3.2.4) es el método explícito de diferencias finitas. Expresando la ecuación (3.2.1) en forma discreta con  $x'=(i-1)\Delta x'$  y  $t=k\Delta t$ ,  $k=1,2,\dots$ ; así que  $T_g(x',t)=T_{g_i}^k$  y reorganizando términos se tiene:

$$T_{g_i}^{k+1} = A_1 T_{g_i}^k + A_2 [T_{g_{i+1}}^k + T_{g_{i-1}}^k] + A_3 \quad (3.2.5)$$

donde

$$A_1 = 1 - \frac{2\alpha_v \Delta t}{\Delta x'^2}, \quad A_2 = \frac{\alpha_v \Delta t}{\Delta x'^2}, \quad A_3 = \frac{s_g G \Delta t}{\rho C_p} e^{-s_g \Delta x' (N+1-i)}$$

La ecuación anterior (3.2.5) se aplica para todos los nodos interiores del vidrio. La ecuación en diferencias finitas para el nodo frontera donde se encuentra la película de control óptico solar es:

$$k_g \frac{T_f^k - T_{g2}^k}{\Delta x'} + h_i [T_f^k - T_1] + \sigma \epsilon_f [T_f^{k4} - T_1^4] = \alpha_f \tau_g G$$

aquí  $T_{g1}^k = T_f^k$ , multiplicando por  $\frac{\Delta x'}{k_g}$  y reorganizando términos se tiene

$$B_1 T_f^k + B_2 T_f^{k4} - T_{g2}^k + B_3 = 0 \quad (3.2.6)$$

con

$$B_1 = 1 + \frac{\Delta x'}{k_g} h_i, \quad B_2 = \frac{\Delta x' \sigma \epsilon_f}{k_g},$$

$$B_3 = -\frac{\Delta x' h_i}{k_g} T_1 - \frac{\Delta x' \sigma \epsilon_f}{k_g} T_1^4 - \frac{\Delta x' \alpha_f \tau_g G}{k_g}$$

La ecuación en diferencias finitas para el nodo frontera que se encuentra en contacto con el aire exterior ( $i=N+1$ ) es

$$-k_g \frac{T_{gN+1}^k - T_{gN}^k}{\Delta x'} = h_0 [T_{gN+1}^k - T_0] + \sigma \epsilon_g [T_{gN+1}^{k4} - T_0^4]$$

similarmente, multiplicando por  $\frac{\Delta x'}{k_g}$  y reorganizando términos se tiene

$$C_1 T_{gN+1}^k + C_2 T_{gN+1}^{k4} - T_{gN}^k + C_3 = 0 \quad (3.2.7)$$

con

$$C_1 = 1 + \frac{h_0 \Delta x'}{k_g}, \quad C_2 = \frac{\Delta x' \sigma \epsilon_g}{k_g},$$

con

$$C_1 = 1 + \frac{h_0 \Delta x'}{k_g}, \quad C_2 = \frac{\Delta x' \sigma \epsilon_g}{k_g},$$
$$C_3 = -\frac{\Delta x' h_0}{k_g} T_0 - \frac{\Delta x' \sigma \epsilon_g}{k_g} T_0^4$$

Los coeficientes de transferencia de calor  $h_i$  y  $h_o$  se tomaron como se indicó en la sección 2.3 del capítulo 2.

Las ecuaciones (3.2.6) y (3.2.7) son dos ecuaciones algebraicas no lineales. En el primer paso de tiempo, conociendo las temperaturas iniciales del vidrio, se resuelve la ecuación (3.2.5) para conocer las temperaturas en los nodos interiores  $T_{gi}^{k+1}$ , con esta información se resuelven las ecuaciones (3.2.6) y (3.2.7) iterativamente para encontrar  $T_f^{k+1}$  y  $T_{BN+1}^{k+1}$ . En el siguiente paso de tiempo, se repite el proceso y así sucesivamente para los tiempos posteriores.

La condición de estabilidad de la ecuación (3.2.5) con condiciones de frontera, ecuaciones (3.2.6) y (3.2.7) se cumple cuando

$$A_1 = 1 - 2A_2 > 0$$

esto es,

$$\alpha_v \frac{\Delta t}{\Delta x'^2} \leq \frac{1}{2}$$

para un vidrio plano con  $\alpha_v = 7.46 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  y con un espesor de 6 mm si  $\Delta x' = 0.0012 \text{ m}$  que corresponden a 5 divisiones, el incremento máximo de tiempo deberá ser menor de 0.965 seg.

### 3.2.3 RESULTADOS

En este modelo matemático unidimensional en estado transitorio se usaron los mismos parámetros, propiedades ópticas y termofísicas, condiciones y suposiciones usados en el modelo del estado permanente. Se consideró un vidrio de 6 mm con un recubrimiento selectivo de SnS-Cu<sub>x</sub>S cuyas propiedades se encuentran en la tabla 2.3.1.

En la figura 3.2.1 se presentan las curvas de la variación de la temperatura de la película de control óptico solar SnS-Cu<sub>x</sub>S con el tiempo para las temperaturas exteriores de 0, 10, 20, 30, 40 y 50 °C, la temperatura interior de 21°C y para una emisividad del controlador óptico solar de 0.4. Se observa el comportamiento típico del estado transitorio y conforme avanza el tiempo se tiende al estado permanente.

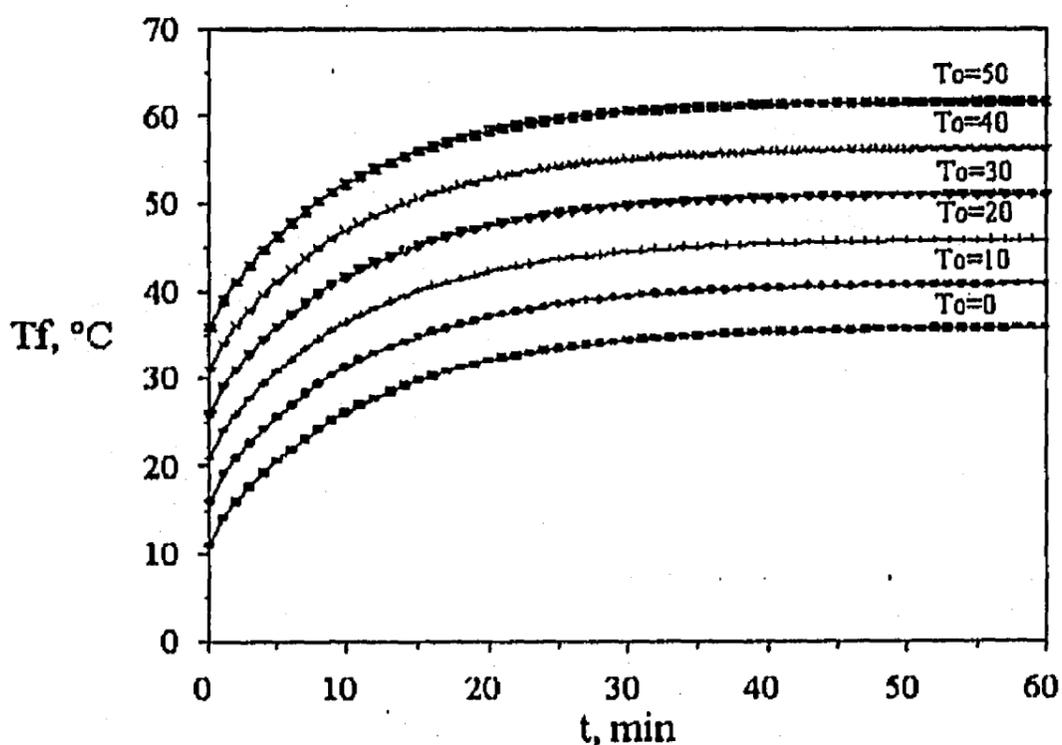


Figura 3.2.1 Historia de temperaturas del controlador óptico SnS-Cu<sub>x</sub>S para diferentes temperaturas exteriores  $T_0$  de 0, 10, 20, 30, 40 y 50 y temperatura inicial,  $T_1=21^\circ\text{C}$ .

La tabla 3.2.1 muestra las temperaturas del controlador óptico para los dos modelos unidimensionales para varios valores de la temperatura exterior  $T_o$  con la temperatura interior  $T_i=21^\circ\text{C}$ . La temperatura  $T_f$  del modelo en estado transitorio que se presenta corresponde a  $T_f(\infty)$ . Como se puede observar, la diferencia porcentual máxima es menor a 0.50% indicando que los dos modelos son consistentes.

Tabla 3.2.1 Temperaturas del controlador óptico para los dos modelos unidimensionales para varios valores de  $T_o$  con  $T_i=21^\circ\text{C}$  y sus diferencias porcentuales.

$T_o$	$0^\circ\text{C}$	$10^\circ\text{C}$	$20^\circ\text{C}$	$30^\circ\text{C}$	$40^\circ\text{C}$	$50^\circ\text{C}$
$T_{f,\text{estacion.}}$	36.11	41.09	46.12	51.28	56.57	61.96
$T_{f,\text{transit.}(\infty)}$	35.93	40.89	45.96	51.14	56.43	61.84
% Dif.	0.50	0.49	0.35	0.27	0.25	0.19

La figura 3.2.2 presenta la gráfica de las temperaturas adimensionales para vidrios de 6 mm (VSC 6) y 3mm (VSC 3) sin controlador óptico y para un vidrio de 6 mm (VCO 6) con controlador óptico SnS-Cu<sub>x</sub>S. La temperatura adimensional esta definida como

$$\theta_c(t) = \frac{T_f(t) - T_f(0)}{T_f(\infty) - T_f(0)}$$

donde  $T_f(0)$  es la temperatura inicial,  $T_f(\infty)$  la temperatura en el estado permanente y  $T_f(t)$  es la temperatura del controlador óptico al tiempo  $t$ . El tiempo característico  $t_c$  es aquél que se alcanza cuando la temperatura del controlador al tiempo  $t$  alcanza el 99% de la temperatura del controlador óptico solar en el estado permanente, esto es,  $\theta_c=0.99$ .

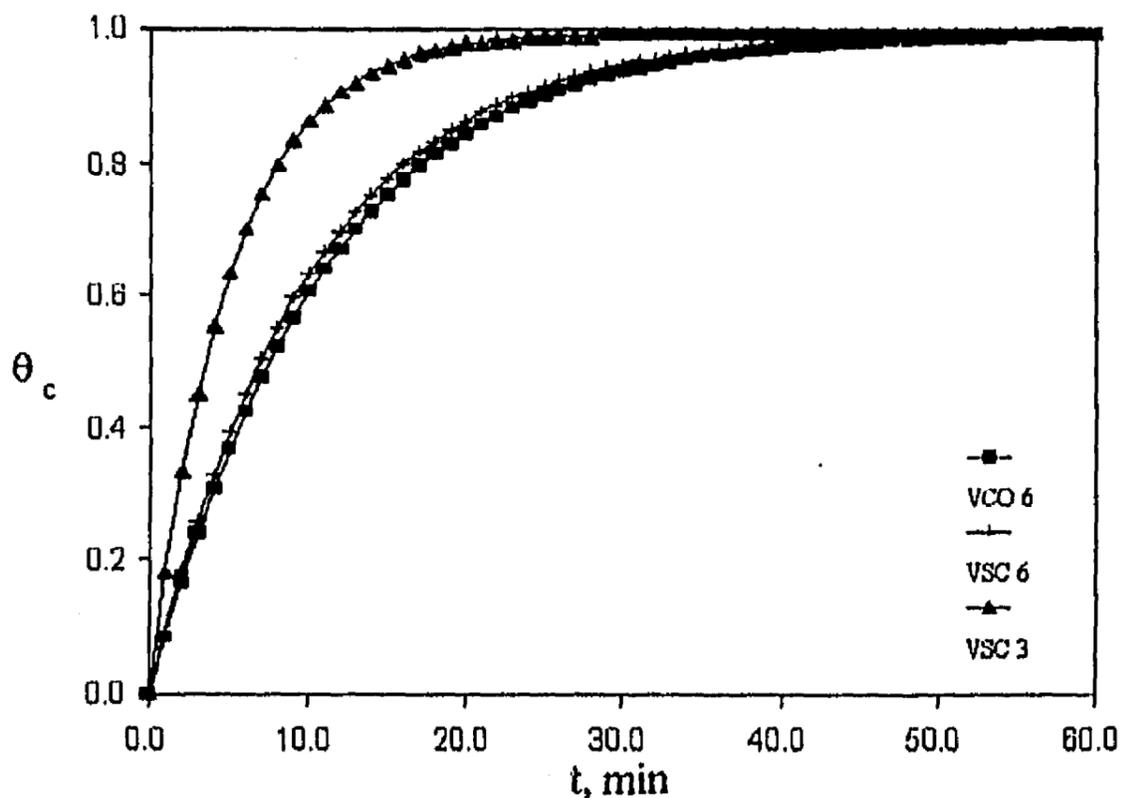


Figura 3.2.2 Historia de temperaturas adimensionales de los vidrios claros de 3 mm (VSC 3) y de 6 mm (VSC 6) y del vidrio con controlador óptico SnS-Cu<sub>x</sub>S de 6 mm (VCO 6).

Se observa que el vidrio de 3 mm alcanza el estado permanente a los 22 min y el de 6 mm lo alcanza a los 43 min. También se observa en esta figura que el controlador óptico casi no afecta al tiempo característico del vidrio de 6 mm.

El estado permanente en la figura 3.2.2 se alcanzó a los 46 minutos para el vidrio de 6 mm con el controlador óptico. La temperatura inicial fue de 22 °C y la irradiancia de AM2 (750 W/m<sup>2</sup>). La tabla 3.2.2 presenta los tiempos característicos de los vidrios claros considerados.

Tabla 3.2.2 Tiempos característicos de un vidrio de 6mm, vidrio con controlador óptico y vidrio de 3 mm.

Tipo de vidrio	Tiempo característico
vidrio de 6 mm	43 min
vidrio de 6 mm con controlador óptico	46 min
vidrio de 3 mm	22 min

Como se observa los tiempos característicos de un vidrio de 6 mm con y sin controlador óptico solar son aproximadamente iguales. Esto se explica debido a que la inercia térmica es prácticamente la misma, ya que la masa del controlador óptico es muy pequeña comparada con la masa del vidrio; solo varía debido a la razón a la que pierde energía.

La figura 3.2.3 presenta la variación de los flujos de calor al interior y al exterior con el tiempo para un vidrio claro de 6mm y un vidrio con controlador óptico para la temperatura exterior de 30°C e interior de 21°C. Los valores de estos flujos de calor para el tiempo de 60 minutos corresponden al estado permanente del sistema y son los mismos valores que aparecen en la figura 3.1.4 del modelo de una dimensión en estado permanente para una temperatura exterior de 30°C. En el caso de  $T_o=30^\circ\text{C}$ ,  $Q_o=Q_i$ .

Esta figura también muestra que el uso de un controlador óptico en el vidrio produce variaciones grandes en la respuesta transitoria de los flujos de calor comparados con los del vidrio claro, aunque los tiempos característicos del vidrio claro de 6 mm y del vidrio con controlador óptico de 6 mm sean prácticamente iguales. Esto se debe a los gradientes térmicos generados por el controlador óptico.

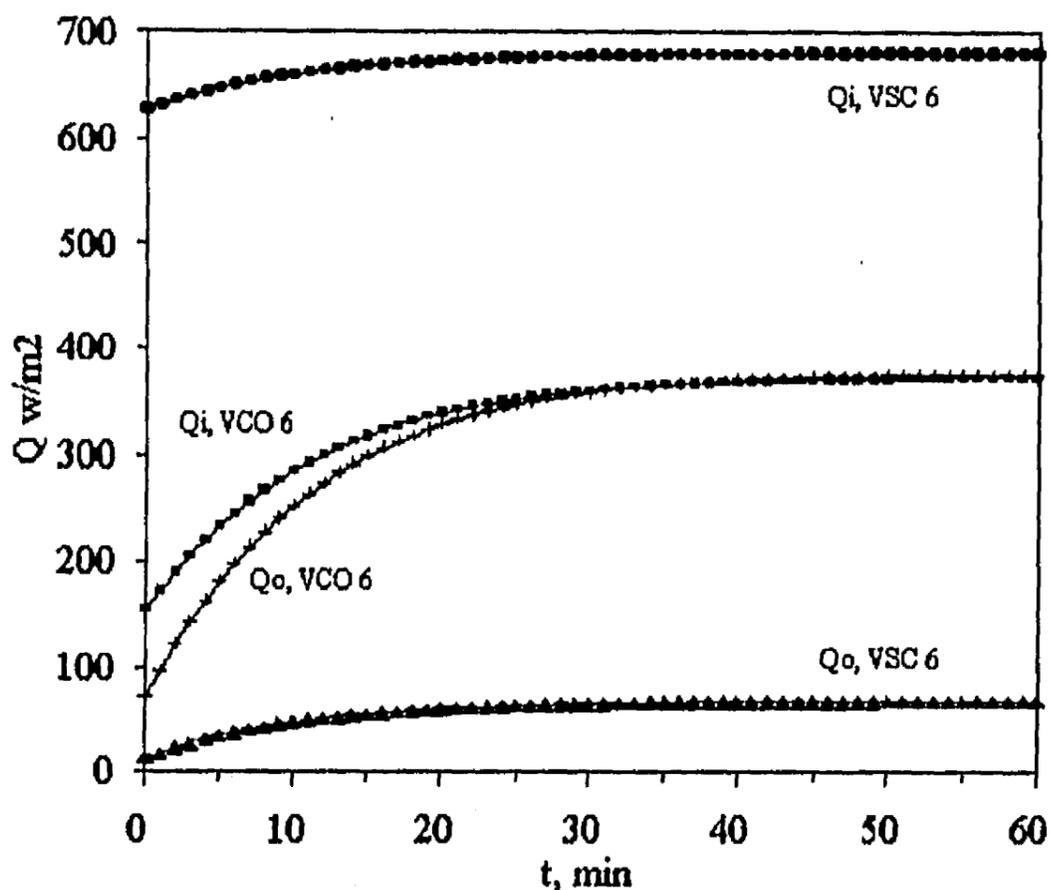


Figura 3.2.3 Historias de los flujos de calor del vidrio claro de 6 mm y el vidrio con controlador óptico SnS-Cu<sub>x</sub>S.

En la figura 3.2.4 se presentan las variaciones con el tiempo del coeficiente de sombreado (SC) del vidrio con el controlador óptico para dos temperaturas exteriores  $T_o$  de 20 °C y 30 °C. Los valores correspondientes al tiempo de 60 minutos coinciden con los valores de la figura 3.1.5 del modelo en estado permanente. Aquí se observa la evolución del SC a partir del mismo valor en el estado inicial.

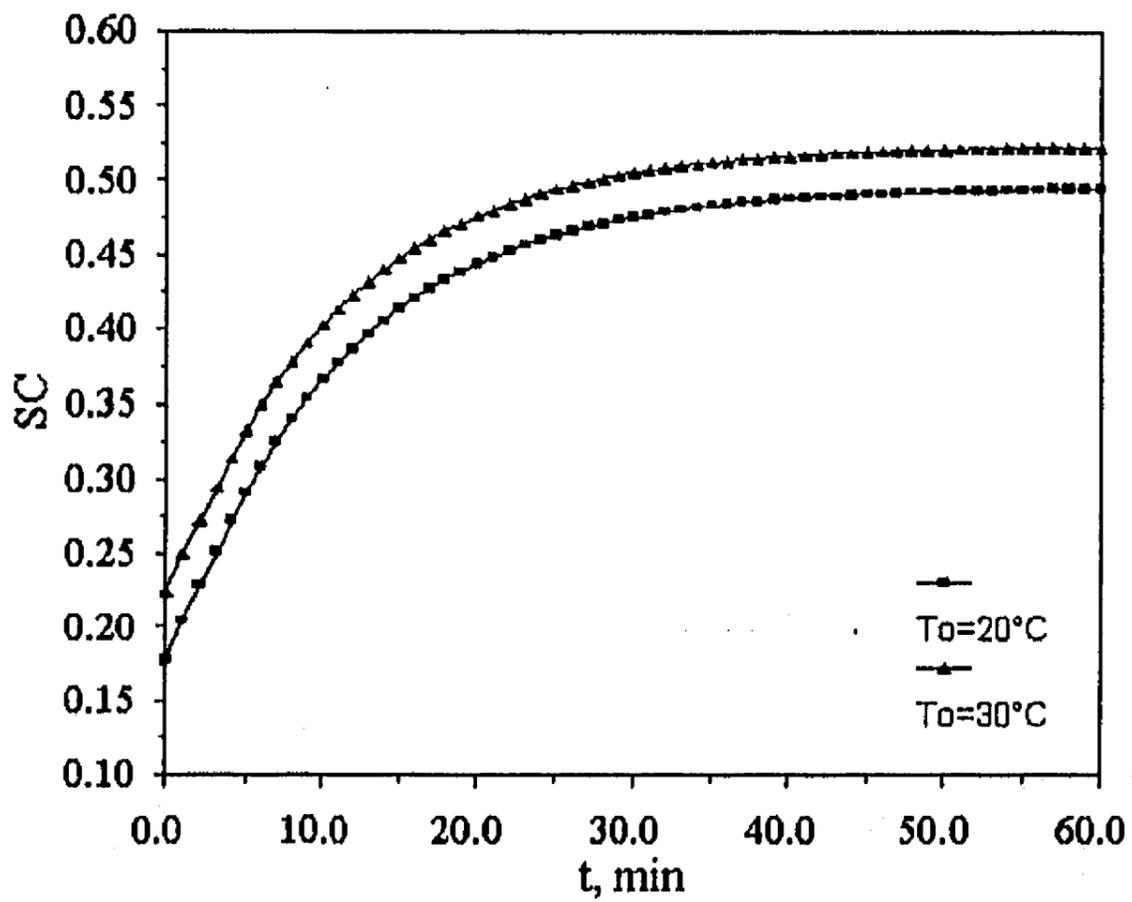


Figura 3.2.4 Historia del coeficiente de sombreado para el vidrio con controlador óptico para las temperaturas  $T_o$  exteriores de  $20^\circ\text{C}$  y  $30^\circ\text{C}$ .

## 4. MODELO BIDIMENSIONAL DE CAVIDAD CON CARA SEMITRANSARENTE CON CONTROLADOR ÓPTICO

En este capítulo se presenta el modelo bidimensional transitorio de la transferencia de calor en una cavidad con interacción térmica a través de una cara semitransparente que tiene depositada en su cara interior una película semiconductor de control solar. Las ecuaciones de transporte se presentan en variables primarias, se adimensionalizan y se transforman a variables secundarias junto con sus condiciones iniciales y de frontera. Así mismo, se describe el procedimiento numérico de solución del problema y el estudio de convergencia del método numérico utilizado. Finalmente, se presenta la reducción del problema a casos publicados.

### 4.1 FORMULACIÓN DEL MODELO

Las ecuaciones que describen el proceso de transferencia de calor que ocurre en la cavidad rectangular bidimensional con las suposiciones descritas en el capítulo 2 son las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía en estado transitorio y en coordenadas rectangulares; a saber

**masa:**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.1.1)$$

**cantidad de movimiento:**

**componente-x**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (4.1.2)$$

**componente-y**

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + g\beta(T - T_o) \quad (4.1.3)$$

**energía:**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = -\alpha \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (4.1.4)$$

Las condiciones iniciales son de temperatura uniforme en toda la cavidad, el aire se encuentra en reposo:

$$T(x,y,0) = T_i \quad (4.1.5)$$

$$u(x,y,0) = v(x,y,0) = 0$$

Las condiciones de frontera hidrodinámicas son de no deslizamiento en las paredes. Las condiciones de frontera de temperatura son: las paredes superior e inferior son adiabáticas, la pared vertical izquierda esta a una temperatura especificada y conducción de calor en la pared vertical derecha semitransparente. La figura 4.1.1 muestra el dominio de integración de las ecuaciones (4.1.1)-(4.1.4).

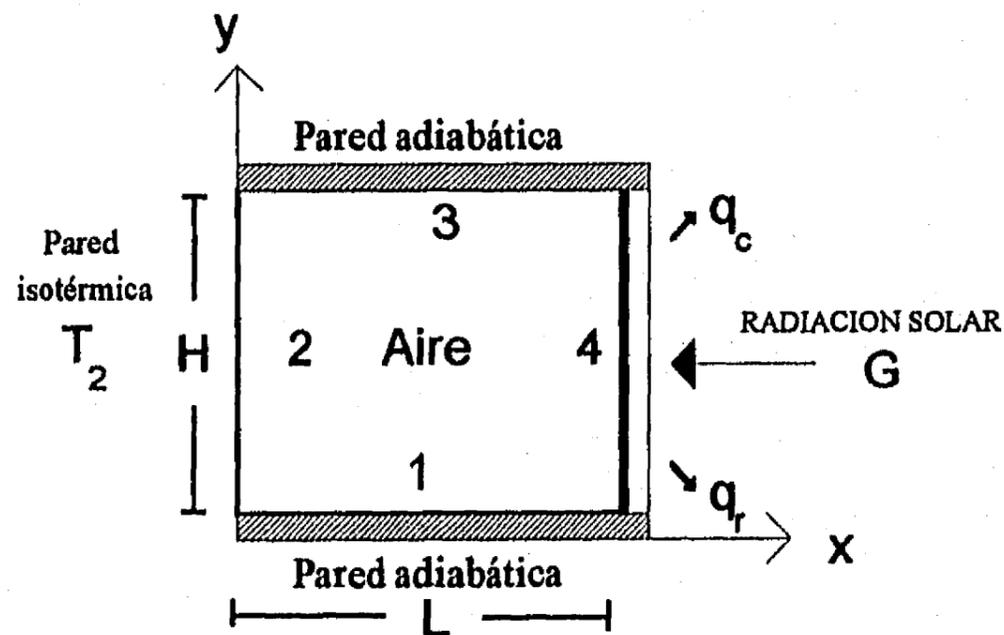


Figura 4.1.1 Dominio de integración de las ecuaciones de transporte.

Las condiciones de frontera hidrodinámicas son:

$$\begin{aligned} u(0,y,t) = u(L,y,t) = 0 \quad u(x,0,t) = u(x,H,t) = 0 \\ v(0,y,t) = v(L,y,t) = 0 \quad v(x,0,t) = v(x,H,t) = 0 \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

Las condiciones de frontera de temperatura son:

para la pared vertical izquierda 2:

$$T(0,y,t) = T_2 \quad (4.1.7)$$

para la pared inferior 1:

$$-k_a \frac{\partial T}{\partial y} = q_{r1} \quad (4.1.8)$$

para la pared superior 3:

$$-k_a \frac{\partial T}{\partial y} = q_{r3} \quad (4.1.9)$$

y para la pared semitransparente 4, haciendo un balance de energía en la superficie de la pared semitransparente, se tiene:

$$k_g \frac{\partial T_g}{\partial x'} = k_s \frac{\partial T}{\partial x} + q_{r4} \quad (4.1.10)$$

esta ecuación representa la energía conducida por la pared al aire y que es igual a la energía ganada por el aire por conducción dentro de la cavidad más el intercambio radiativo neto entre las paredes de la cavidad. Esta ecuación se acopla con la ecuación de conducción de la pared semitransparente.

Las expresiones  $q_{r1}$ ,  $q_{r2}$ ,  $q_{r3}$  y  $q_{r4}$  son términos que dan el intercambio radiativo entre las paredes.

La transferencia de calor por convección se calcula como:

$$q_c = \left| -k_s \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{\text{pared}} = h(T_f - T_2) \quad (4.1.11)$$

así el número de Nusselt local puede ser expresado como:

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k_s} = - \frac{L}{(T_f - T_2)} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{\text{pared}} \quad (4.1.12)$$

y el número de Nusselt promedio a lo largo de la altura de la pared es:

$$\overline{\text{Nu}} = - \frac{L}{(T_f - T_2)} \int_0^H \frac{\partial T}{\partial x} dy \quad (4.1.13)$$

### ECUACIONES DEL INTERCAMBIO RADIATIVO

Las ecuaciones para calcular los términos del intercambio radiativo son como siguen:

Para la pared 1

La transferencia de calor por radiación neta  $q_{r_1}$  es igual a la diferencia entre la radiación que sale de la pared y la que le llega a la pared.

$$q_{r_1} = J_1(x_1) - q_1(x_1) \quad (4.1.14)$$

con

$$q_1(x_1) = \sum_{j=1}^m \int_{A_j} J_j(r_j) dF_{1-j} \quad \text{y} \quad J_1(x_1) = \epsilon_1 \sigma T_1^4 + \rho_1 q_1(x_1) \quad (4.1.15)$$

$q_1(x_1)$  es la radiación que le llega a la pared que esta compuesta por la fracción de energía que sale de las otras paredes y que pega en la pared 1.  $x_1$  representa la posición sobre la pared 1,  $\epsilon_1$  y  $\rho_1$  son las emisividades y reflexividades de la pared 1 y se suponen independientes de la temperatura.  $J_1$  es la radiosidad que se define como la razón de calor radiativo que sale de un superficie dada por unidad de área.

La radiosidad es la suma de la radiación emitida, reflejada y transmitida. Para una pared opaca y difusa:

$$J_1(x_1) = \varepsilon_1 \sigma T_1^4(x_1) + \rho_1 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 1}}^m \int_{A_j} J_j(r_j) K(x_1, r_j) dA_j \quad (4.1.16)$$

donde el núcleo  $K(x_1, r_j)$  es función de los factores de configuración [43,49].

Entonces la radiosidad de un superficie aislada 1 puede ser calculada como:

$$J_1(x_1) = \varepsilon_1 \sigma T_1^4(x_1) + \frac{\rho_1}{2} \left\{ \int_0^H \frac{J_2(y_2) x_1 y_2}{[x_1^2 + y_2^2]^{3/2}} dy_2 + \int_0^L \frac{J_3(x_3) H^2}{[H^2 + (x_3 - x_1)^2]^{3/2}} dx_3 + \int_0^H \frac{J_4(y_4) (L - x_1) y_4}{[y_4^2 + (L - x_1)^2]^{3/2}} dy_4 \right\} \quad (4.1.17)$$

Para la pared 2

$$q_{r_2} = J_2(x_2) - q_2(x_2) \quad (4.1.18)$$

con

$$q_2(y_2) = \sum_{j=1}^m \int_{A_j} J_j(r_j) dF_{2-j} + \tau_f \tau_g G \quad \text{y} \quad J_2(y_2) = \varepsilon_2 \sigma T_2^4 + \rho_2 q_2(y_2) \quad (4.1.19)$$

la radiosidad de la superficie 2 es

$$J_2(y_2) = \varepsilon_2 \sigma T_2^4(y_2) + \frac{\rho_2}{2} \left\{ \int_0^L \frac{J_1(x_1) y_2 x_1}{[y_2^2 + x_1^2]^{3/2}} dx_1 + \int_0^L \frac{J_3(x_3) (H - y_2) x_3}{[(H - y_2)^2 + x_3^2]^{3/2}} dx_3 + \int_0^H \frac{J_4(y_4) L^2}{[L^2 + (y_4 - y_2)^2]^{3/2}} dy_4 + 2\tau_f \tau_g G \right\} \quad (4.1.20)$$

Para la pared aislada 3

$$q_{r_3} = J_3(x_3) - q_3(x_3) \quad (4.1.21)$$

con

$$q_3(x_3) = \sum_{j=1}^m \int_{A_j} J_j(r_j) dF_{3-j} \quad y \quad J_3(x_3) = \epsilon_3 \sigma T_3^4 + \rho_3 q_3(x_3) \quad (4.1.22)$$

la radiosidad de la superficie 3 es

$$J_3(x_3) = \epsilon_3 \sigma T_3^4(x_3) + \frac{\rho_3}{2} \left\{ \int_0^L \frac{J_1(x_1) H^2}{[H^2 + (x_1 - x_3)]^{3/2}} dx_1 + \int_0^H \frac{J_2(y_2) x_3 (H - y_2)}{[x_3^2 + (H - y_2)^2]^{3/2}} dy_2 + \int_0^H \frac{J_4(y_4) (H - y_4) (L - x_3)}{[(H - y_4)^2 + (L - x_3)^2]^{3/2}} dy_4 \right\} \quad (4.1.23)$$

Para la pared 4

$$q_{r_4} = J_4(x_4) - q_4(x_4) \quad (4.1.24)$$

con

$$q_4(y_4) = \sum_{j=1}^m \int_{A_j} J_j(r_j) dF_{4-j} \quad y \quad J_4(y_4) = \epsilon_4 \sigma T_4^4 + \rho_4 q_4(y_4) \quad (4.1.25)$$

la radiosidad de la superficie 4 es

$$J_4(y_4) = \epsilon_4 \sigma T_4^4(x_4) + \frac{\rho_4}{2} \left\{ \int_0^L \frac{J_1(x_1) y_4 (L - x_1)}{[y_4^2 + (L - x_1)]^{3/2}} dx_1 + \int_0^H \frac{J_2(y_2) L^2}{[L^2 + (y_2 - y_4)^2]^{3/2}} dy_2 + \int_0^L \frac{J_3(x_3) (H - y_4) (L - x_3)}{[(H - y_4)^2 + (L - x_3)^2]^{3/2}} dx_3 \right\} \quad (4.1.26)$$

Las ecuaciones integrales (4.1.17), (4.1.20), (4.1.23) y (4.1.26) son cuatro ecuaciones integrales acopladas que se resuelven simultáneamente en forma iterativa usando la regla de Simpson.

Las ecuaciones (4.1.2), (4.1.3) y (4.1.4) son ecuaciones diferenciales parciales no lineales acopladas, las condiciones de frontera para la temperatura en las paredes son no-lineales, por ello, el método usado para la solución del problema completo es numérico.

#### 4.2 ECUACIONES EN VARIABLES SECUNDARIAS ( $\zeta, \psi$ )

Es conveniente adimensionalizar las ecuaciones (4.1.1), (4.1.2), (4.1.3) y (4.1.4); porque al usar grupos sin dimensiones se normaliza el problema haciéndose más general y se reduce el número de variables dependientes. En la adimensionalización de problemas de convección natural no hay una velocidad característica definida, por lo tanto, no hay una manera única de definir una velocidad adimensional. De tal manera que, una velocidad de referencia debe seleccionarse al examinar el problema físico considerando a las fuerzas que actúan en el problema. En convección natural la velocidad característica se escoge de tal manera que esté relacionada con las fuerzas de flotación [43]. Las variables adimensionales escogidas son:

$$\tau = \frac{tu_0}{L}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{u_0}, \quad V = \frac{v}{u_0}, \quad \theta = \frac{T}{T_H}, \quad P = \frac{p}{\rho u_0^2}$$

$$\text{con } u_0 = \sqrt{g\beta\Delta TL}$$

Así, las ecuaciones (4.1.1)-(4.1.4) se transforman en las siguientes ecuaciones en variables adimensionales:

**masa:**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (4.2.1)$$

**cantidad de movimiento:**

**componente-x**

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Gr^{1/2}} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (4.2.2)$$

**componente-y**

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Gr^{1/2}} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + \frac{1}{\Delta T} [T_H \theta - T_0] \quad (4.2.3)$$

**energía:**

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr Gr^{1/2}} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (4.2.4)$$

donde Gr es el número de Grashof y esta definido por:

$$Gr = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2}$$

y Pr es el número de Prandtl definido por  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ .

Las ecuaciones en variables primitivas constituyen dos ecuaciones de transporte; de cantidad de movimiento parabólicas en el tiempo y una elíptica para la presión, además de la ecuación de energía con las condiciones de frontera radiativas. Las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía están acopladas a través de los términos de flotación y convectivo.

Al transformar estas ecuaciones en variables secundarias ( $\zeta, \psi, \theta$ ) se reduce el número de ecuaciones primitivas a una ecuación de vorticidad parabólica en el

tiempo y una elíptica para la función de corriente  $\nabla^2\psi = \zeta$  además de la ecuación de energía con las condiciones a la frontera.

Para resolver el problema de la cavidad se seleccionó la formulación en variables secundarias.

Para transformar en variables secundarias las ecuaciones (4.2.1-4.2.4) se derivan las ecuaciones (4.2.2) y (4.2.3) con respecto a  $y$ , y a  $x$  respectivamente, restando y aplicando la ecuación de conservación de masa (4.2.1) y definiendo

$$\zeta = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (4.2.5)$$

se obtiene la ecuación de vorticidad

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \zeta}{\partial X} + V \frac{\partial \zeta}{\partial Y} = \frac{1}{Gr^{1/2}} \left[ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial Y^2} \right] + \frac{T_H}{\Delta T} \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (4.2.6)$$

Definiendo

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad ; \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (4.2.7)$$

y sustituyendo en (4.2.5) se obtiene la ecuación de la función de líneas de corriente:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\zeta \quad (4.2.8)$$

la ecuación de energía:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr Gr^{1/2}} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (4.2.9)$$

### 4.3 CONDICIÓN INICIAL Y CONDICIONES DE FRONTERA

Las condiciones iniciales para las ecuaciones (4.2.5)-(4.2.9) son:

Para  $\tau = 0$  y  $0 < X < 1$ ,  $0 < Y < 1$

$$\zeta(X, Y, 0) = 0 ; \quad \psi(X, Y, 0) = 0 ; \quad U(X, Y, 0) = V(X, Y, 0) = 0 \quad \text{y} \quad \theta(X, Y, 0) = \frac{T_i}{T_H} \quad (4.2.10)$$

las condiciones de frontera hidrodinámicas son:

$$\begin{aligned} \psi(0, Y, \tau) = 0 & , & U(0, Y, \tau) = 0 & , & U(1, Y, \tau) = 0 \\ \psi(1, Y, \tau) = 0 & , & U(X, 0, \tau) = 0 & , & U(X, 1, \tau) = 0 \\ \psi(X, 0, \tau) = 0 & , & V(0, Y, \tau) = 0 & , & V(1, Y, \tau) = 0 \\ \psi(X, 1, \tau) = 0 & , & V(X, 0, \tau) = 0 & , & V(X, 1, \tau) = 0 \end{aligned} \quad (4.2.11)$$

como se vera más adelante, las condiciones a la frontera de vorticidad se calcularán en forma aproximada a partir de los valores de las líneas de corriente.

Las condiciones de frontera de la temperatura son las siguientes:

Pared aislada 1, en  $Y = 0$  y  $0 \leq X \leq 1$

$$q_{k_1} = q_{k_{s_1}} + q_{r_1} = 0 \quad (4.2.12)$$

$$k_a \frac{\partial T_a}{\partial y} \Big|_{y=0} = q_{r_1} \quad \text{o en forma adimensional} \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = N_r Q_{r_1} \quad (4.2.13)$$

$$\text{con} \quad N_r = \frac{\sigma T_H^3 L}{k_a} \quad \text{y} \quad Q_{r_1} = \frac{q_{r_1}}{\sigma T_H^4}$$

Pared isotérmica 2 en  $X = 0$  y  $0 \leq Y \leq 1$

$$T = T_2 , \quad \theta_2 = \frac{T_2}{T_H} , \quad \theta = \theta_2 \quad (4.2.14)$$

Pared aislada 3, en  $Y = 1$  y  $0 \leq X \leq 1$ :

$$q_{k_3} = q_{k_{a3}} + q_{r_3} = 0 \quad (4.2.15)$$

$$k_a \frac{\partial T_a}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = q_{r_3} \quad \text{o en forma adimensional} \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = N_r Q_{r_3} \quad (4.2.16)$$

$$\text{con } N_r = \frac{\sigma T_H^3 L}{k_a} \quad \text{y} \quad Q_{r_3} = \frac{q_{r_3}}{\sigma T_H^4}$$

Pared semitransparente 4, en  $X = 1$  y  $0 \leq Y \leq 1$

La condición de frontera de la pared semitransparente 4 esta acoplada a la ecuación de conducción en estado transitorio de esa pared, debido a que, los tiempos característicos en que esa pared alcanza el estado permanente son significativos.

$$\frac{\partial T_4}{\partial t} = \alpha_v \frac{\partial^2 T_4}{\partial x'^2} + \frac{1}{\rho C_p} \frac{dF}{dx}$$

con

$$F(x') = G \exp[-s_g(L' - x')]$$

con  $s_g$  el coeficiente de extinción del vidrio.

Usando las siguientes variables adimensionales

$$\tau = \frac{tu_0}{L}, \quad \theta_4 = \frac{T_4}{T_H}, \quad X = \frac{x'}{L_g}, \quad \frac{u_0 L}{\alpha} = P_r \sqrt{G_r}, \quad N_a = \frac{\alpha_v}{\alpha} \quad \text{y} \quad N_L = \frac{L_g}{L}$$

sustituyendo las variables adimensionales a la ecuación de conducción anterior se tiene:

$$\frac{\partial \theta_4}{\partial t} = \frac{N_a}{N_L^2 P_r \sqrt{G_r}} \left[ \frac{\partial^2 \theta_4}{\partial X'^2} + \frac{dF'}{dX'} \right] \quad (4.2.17)$$

siendo

$$F'(X') = N_{r_g} G' \exp[-s_g L'(1 - X')] \quad (4.2.18)$$

con

$$N_{r_g} = \frac{\sigma T_H^3 L}{k_g} \quad \text{y} \quad G' = \frac{G}{\sigma T_H^4}$$

y teniendo las siguientes condiciones de frontera:

1) Balance de calor en la interfaz fluido-controlador óptico

$$q_{\text{absorbida}} = q_k - q_{ka} + q_{r_4} \quad (4.2.19)$$

así

$$\alpha_f \tau_g G = -k_g \frac{\partial T_g}{\partial X'} \Big|_{x'=0} + k_a \frac{\partial T_a}{\partial X} \Big|_{x=0} + q_{r_4}$$

en coordenadas adimensionales

$$\frac{\partial \theta_g}{\partial X'} \Big|_{x'=0} + \alpha_f \tau_g N_{r_g} G' - \frac{N_L}{N_k} \frac{\partial \theta_a}{\partial X} \Big|_{x=1} - N_{r_0} Q_{r_4} = 0 \quad (4.2.20)$$

2) Condición de frontera en la interfaz vidrio-aire exterior

$$\frac{\partial \theta_g}{\partial X'} \Big|_{x'=L_g} + N_h [\theta_g(L') - \theta_0] + N_{r_g} \epsilon_g [\theta_g^4(L') - \theta_0^4] = 0 \quad (4.2.21)$$

con

$$N_h = \frac{L' h_\infty}{k_g}$$

Los términos  $q_{r_1}$ ,  $q_{r_2}$ ,  $q_{r_3}$  y  $q_{r_4}$  son los términos del intercambio radiativo entre las paredes del interior de la cavidad dados por las ecuaciones (4.1.14), (4.1.18), (4.1.21) y (4.1.24).

El número de Nusselt convectivo local en forma adimensional se calcula como:

$$Nu = -\frac{1}{\theta_1 - \theta_2} \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (4.2.22)$$

y el Nusselt convectivo promedio es

$$\overline{Nu} = -\frac{1}{\theta_1 - \theta_2} \int_0^H \frac{\partial \theta}{\partial X} dY \quad (4.2.23)$$

#### 4.4 SOLUCIÓN NUMÉRICA

Las ecuaciones controladoras pueden ser resueltas por diferentes métodos numéricos. Se seleccionó el método de diferencias finitas debido a que la geometría es simple y el tiempo de cómputo es menor que en otros métodos [48].

Los esquemas de diferencias finitas se clasifican generalmente en explícitos e implícitos. Los esquemas explícitos permiten una solución directa de las variables generando una ecuación algebraica con una incógnita, usualmente son simples y relativamente más rápidos que los métodos implícitos para un paso de tiempo dado. Sin embargo, los esquemas explícitos tienen restricciones con respecto al tamaño de malla y el incremento de tiempo para permanecer estables. Los métodos implícitos son computacionalmente más complejos que los anteriores y requieren de la solución simultánea de un sistema de ecuaciones algebraicas. La ventaja de este

solución simultánea de un sistema de ecuaciones algebraicas. La ventaja de este método es que, es estable independientemente del tamaño de la malla y del incremento de tiempo.

Las ecuaciones de conservación (4.2.6) (4.2.8) y (4.2.9). son resueltas usando el esquema de direcciones alternadas implícito (ADI). Este método se caracteriza por escribir las ecuaciones de diferencia en forma implícita en una dirección (X) y resolverlas para un medio paso de tiempo. Luego las ecuaciones son escritas en forma implícita en la dirección alternada (Y) y resueltas para el paso de tiempo completo. El orden de error del método usado es de  $O(\Delta X^2, \Delta Y^2, \Delta \tau^2)$  [65]. Discretizando la ecuación (4.2.9), reorganizando las ecuaciones, factorizando todos los términos de las incógnitas y poniéndolos en el lado izquierdo se obtiene para el primer medio paso de tiempo:

$$A_i^k \theta_{i-1,j}^{k+1/2} + B_i^k \theta_{i,j}^{k+1/2} + C_i^k \theta_{i+1,j}^{k+1/2} = D_i^k \quad (4.2.24)$$

donde

$$A_i^k = -\frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} - \frac{Gr^{-1/2}}{Pr \Delta X^2} \quad B_i^k = \frac{2}{\Delta \tau} + \frac{2Gr^{-1/2}}{Pr \Delta X^2} \quad C_i^k = \frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} - \frac{Gr^{-1/2}}{Pr \Delta X^2}$$

y

$$D_i^k = \left[ -\frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} + \frac{Gr^{-1/2}}{Pr \Delta Y^2} \right] \theta_{i,j+1}^k + \left[ \frac{2}{\Delta \tau} - \frac{2Gr^{-1/2}}{Pr \Delta Y^2} \right] \theta_{i,j}^k + \left[ \frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} + \frac{Gr^{-1/2}}{Pr \Delta Y^2} \right] \theta_{i,j-1}^k$$

La ecuación (4.2.24) representa un conjunto de ecuaciones algebraicas que forman un sistema tridiagonal de ecuaciones para cada medio paso de tiempo.

Siguiendo el mismo procedimiento de la ecuación anterior y reorganizando y expandiendo para cada punto a lo largo de una columna, un segundo conjunto de ecuaciones similares a la anterior en forma de matriz tridiagonal se obtiene para cada columna en el paso de tiempo completo. Así para el paso de tiempo  $k+1$ :

$$A_i^k \theta_{i,j-1}^{k+1} + B_i^k \theta_{i,j}^{k+1} + C_i^k \theta_{i,j+1}^{k+1} = D_i^{k+1/2} \quad (4.2.25)$$

donde

$$A_j^k = -\frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} - \frac{Gr^{-1/2}}{Pr\Delta Y^2} \quad B_j^k = \frac{2}{\Delta\tau} + \frac{2Gr^{-1/2}}{Pr\Delta Y^2} \quad C_j^k = \frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} - \frac{Gr^{-1/2}}{Pr\Delta Y^2}$$

y

$$D_i^{k+1/2} = \left[ -\frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} + \frac{Gr^{-1/2}}{Pr\Delta X^2} \right] \theta_{i+1,j}^{k+1/2} + \left[ \frac{2}{\Delta\tau} - \frac{2Gr^{-1/2}}{Pr\Delta X^2} \right] \theta_{i,j}^{k+1/2} + \left[ \frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} + \frac{Gr^{-1/2}}{Pr\Delta X^2} \right] \theta_{i-1,j}^{k+1/2}$$

la ecuación de vorticidad (4.2.6) se resuelve por el mismo método anterior; para el medio paso de tiempo:

$$E_i^k \zeta_{i-1,j}^{k+1/2} + F_i^k \zeta_{i,j}^{k+1/2} + G_i^k \zeta_{i+1,j}^{k+1/2} = H_i^k \quad (4.2.26)$$

donde

$$E_i^k = -\frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} - \frac{Gr^{-1/2}}{\Delta X^2} \quad F_i^k = \frac{2}{\Delta\tau} + \frac{2Gr^{-1/2}}{\Delta X^2} \quad G_i^k = \frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} - \frac{Gr^{-1/2}}{\Delta X^2}$$

y

$$H_i^k = \left[ -\frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} + \frac{Gr^{-1/2}}{\Delta Y^2} \right] \zeta_{i,j+1}^k + \left[ \frac{2}{\Delta\tau} - \frac{2Gr^{-1/2}}{\Delta Y^2} \right] \zeta_{i,j}^k + \left[ \frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} + \frac{Gr^{-1/2}}{\Delta Y^2} \right] \zeta_{i,j-1}^k + \frac{T_H}{\Delta T} \left[ \frac{\theta_{i+1,j}^{k+1} - \theta_{i-1,j}^{k+1}}{2\Delta X} \right]$$

para el siguiente medio paso de tiempo k+1

$$E_i^k \zeta_{i,j-1}^{k+1} + F_i^k \zeta_{i,j}^{k+1} + G_i^k \zeta_{i,j+1}^{k+1} = H_i^{k+1/2} \quad (4.2.27)$$

con

$$E_j^k = -\frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} - \frac{Gr^{-1/2}}{\Delta Y^2} \quad F_j^k = \frac{2}{\Delta \tau} + \frac{2Gr^{-1/2}}{\Delta Y^2} \quad G_j^k = \frac{V_{i,j}^k}{2\Delta Y} - \frac{Gr^{-1/2}}{\Delta Y^2}$$

y

$$H_i^{k+1/2} = \left[ -\frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} + \frac{Gr^{-1/2}}{\Delta X^2} \right]_{i+1,j}^{k+1/2} + \left[ \frac{2}{\Delta \tau} - \frac{2Gr^{-1/2}}{\Delta X^2} \right]_{i,j}^{k+1/2} + \left[ \frac{U_{i,j}^k}{2\Delta X} + \frac{Gr^{-1/2}}{\Delta X^2} \right]_{i-1,j}^{k+1/2} + \frac{T_H}{\Delta T} \left[ \frac{\theta_{i+1,j}^{k+1} - \theta_{i-1,j}^{k+1}}{2\Delta X} \right]$$

La ecuación de la función corriente (4.2.8) es una ecuación de tipo elíptico que se resuelve aplicando el método de Paceman y Rachford que consiste en reemplazar la ecuación diferencial parcial del tipo elíptico por una ecuación diferencial parcial del tipo parabólico dependiente del tiempo [65], tal como:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} + \zeta$$

Esta ecuación puede ser resuelta por el método ADI usando pasos de tiempo ficticios grandes hasta que se alcanza el estado estacionario en pocas iteraciones. La representación del esquema de diferencias alternadas implícito para la ecuación de líneas de corriente para el primer medio paso de tiempo es:

$$\frac{\psi_{i,j}^{n+1/2} - \psi_{i,j}^n}{\frac{\Delta \tau_1}{2}} = \frac{\psi_{i+1,j}^{n+1/2} - 2\psi_{i,j}^{n+1/2} + \psi_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta X^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^n - 2\psi_{i,j}^n + \psi_{i,j-1}^n}{\Delta Y^2} + \zeta_{i,j}^{k+1} \quad (4.2.28)$$

y para el paso de tiempo n+1:

$$\frac{\psi_{i,j}^{n+1} - \psi_{i,j}^{n+1/2}}{\frac{\Delta\tau_1}{2}} = \frac{\psi_{i+1,j}^{n+1/2} - 2\psi_{i,j}^{n+1/2} + \psi_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta X^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^{n+1} - 2\psi_{i,j}^{n+1} + \psi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta Y^2} + \zeta_{i,j}^{k+1} \quad (4.2.29)$$

Rearreglando términos se tiene de la ecuación (4.2.28):

$$\begin{aligned} -\psi_{i-1,j}^{n+1/2} + \left[ \frac{2\Delta X^2}{\Delta\tau_1} + 2 \right] \psi_{i,j}^{n+1/2} - \psi_{i+1,j}^{n+1/2} &= \frac{\Delta X^2}{\Delta Y^2} [\psi_{i,j+1}^n + \psi_{i,j-1}^n] + \\ &+ \left[ \frac{2\Delta X^2}{\Delta\tau} - \frac{2\Delta X^2}{\Delta Y^2} \right] \psi_{i,j}^n + \Delta X^2 \zeta_{i,j}^{k+1} \end{aligned} \quad (4.2.30)$$

y de la ecuación (4.2.29)

$$\begin{aligned} -\psi_{i,j-1}^{n+1} + \left[ \frac{2\Delta Y^2}{\Delta\tau_1} + 2 \right] \psi_{i,j}^{n+1} - \psi_{i,j+1}^{n+1} &= \frac{\Delta Y^2}{\Delta X^2} [\psi_{i+1,j}^{n+1/2} + \psi_{i-1,j}^{n+1/2}] + \\ &+ \left[ \frac{2\Delta Y^2}{\Delta\tau_1} - \frac{2\Delta Y^2}{\Delta X^2} \right] \psi_{i,j}^{n+1/2} + \Delta Y^2 \zeta_{i,j}^{k+1} \end{aligned} \quad (4.2.31)$$

Expandiendo las ecuaciones para cada punto se obtiene un conjunto de ecuaciones cuyos coeficientes forman una matriz tridiagonal.

La solución de la matriz del sistema de ecuaciones se resuelve usando el esquema de eliminación gaussiana para una matriz tridiagonal. Este sistema es simple y computacionalmente eficiente [15].

Las condiciones de frontera de vorticidad en forma nodal son escogidas de primer orden, debido a que, fue demostrado que para soluciones de convección natural con

números de Grashof de hasta  $10^6$  las de segundo orden dan una formulación inestable del problema [65]. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \zeta_{1,j}^{k+1} &= -\frac{2\psi_{2,j}}{\Delta Y^2}, & \zeta_{M+1,j}^{k+1} &= -\frac{2\psi_{M,j}}{\Delta X^2} \\ \zeta_{i,1}^{k+1} &= -\frac{2\psi_{i,2}}{\Delta Y^2}, & \zeta_{i,N+1}^{k+1} &= -\frac{2\psi_{2,j}}{\Delta Y^2} \end{aligned} \quad (4.2.32)$$

Las condiciones de frontera para las líneas de corriente son:

$$\begin{aligned} \psi_{1,j}^{k+1} &= 0, & \psi_{i,1}^{k+1} &= 0 \\ \psi_{M+1,j}^{k+1} &= 0, & \psi_{i,N+1}^{k+1} &= 0 \end{aligned} \quad (4.2.33)$$

Las ecuaciones controladoras en la frontera en forma nodal son:

Para  $i=2$

$$B_2^k \theta_{2,j}^{k+1/2} + C_2^k \theta_{3,j}^{k+1/2} = D_2^k - A_2^k \theta_{1,j}^{k+1/2} \quad (4.2.34)$$

donde  $\theta_{1,j}^{k+1/2} = \theta_1 = \text{const.}$

Para  $i=M$

$$A_M^k \theta_{M-1,j}^{k+1/2} + B_M^k \theta_{M,j}^{k+1/2} = D_M^k - C_M^k \theta_{M+1,j}^{k+1/2} \quad (4.2.35)$$

con  $\theta_{M+1,j}^{k+1/2}$  la temperatura de la pared semitransparente.

Para  $j=2$

$$B_2^k \theta_{i,2}^{k+1} + C_2^k \theta_{i,3}^{k+1} = D_2^{k+1/2} - A_2^k \theta_{i,1}^{k+1} \quad (4.2.36)$$

Para  $j=N$

$$A_N^k \theta_{i,N-1}^{k+1} + B_N^k \theta_{i,N}^{k+1} = D_N^{k+1/2} - C_N^k \theta_{i,N+1}^{k+1} \quad (4.2.37)$$

con  $\theta_{i,1}^{k+1}$  y  $\theta_{i,N+1}^{k+1}$  temperaturas adiabáticas que se pueden calcular de las ecuaciones (4.2.13) y (4.2.16). Tomando una diferencia adelantada de segundo orden para la discretización de (4.2.13)

$$\frac{-3\theta_{i,1}^k + 4\theta_{i,2}^k - \theta_{i,3}^k}{2\Delta Y} = N_r Q_{\eta}$$

así

$$\theta_{i,1}^k = -\frac{2}{3}\Delta Y N_r Q_{\eta} + \frac{4}{3}\theta_{i,2}^k - \frac{1}{3}\theta_{i,3}^k \quad (4.2.38)$$

sustituyendo (4.2.38) en la ecuación (4.2.36) se tiene la siguiente ecuación algebraica

$$\left[ B_2^k + \frac{4}{3}A_2^k \right] \theta_{i,2}^{k+1} + \left[ C_2^k - \frac{1}{3}A_2^k \right] \theta_{i,3}^{k+1} = D_2^{k+1/2} + \frac{2}{3}A_2^k \Delta Y N_r Q_{\eta} \quad (4.2.39)$$

De la misma manera pero ahora tomando la diferencia atrasada de segundo orden de la ecuación (4.2.16), despejando  $\theta_{i,N+1}^k$  y sustituyendo en la ecuación (4.2.37) se tiene

$$\left[ A_N^k - \frac{1}{3}C_N^k \right] \theta_{i,N-1}^{k+1} + \left[ B_N^k + \frac{4}{3}C_N^k \right] \theta_{i,N}^{k+1} = D_N^{k+1/2} - \frac{2}{3}C_N^k \Delta Y N_r Q_{\eta} \quad (4.2.40)$$

La temperatura de la pared semitransparente esta acoplada con la solución de la ecuación de conducción de la pared; por lo tanto, para conocerla se discretiza la

ecuación (4.2.17) junto con las condiciones de frontera (4.2.20) y (4.2.21). Haciendo  $X'=(i-1)\Delta X'$  en la ecuación (4.2.17) se tiene que

$$\theta_{g_i}^{k+1} = A_1 \theta_i^k + A_2 [\theta_{g_{i+1}}^k + \theta_{g_{i-1}}^k] + A_{3_i} \quad (4.2.41)$$

con

$$A_1 = 1 - \frac{2N_\alpha}{N_L^2 \text{PrGr}^{1/2}} \frac{\Delta\tau}{\Delta X'^2}, \quad A_2 = \frac{N_\alpha}{N_L^2 \text{PrGr}^{1/2}} \frac{\Delta\tau}{\Delta X'^2} \text{ y}$$

$$A_3 = \frac{N_{r_g} N_\alpha G'}{N_L^2 \text{PrGr}^{1/2}} \Delta\tau s_g L' e^{-s_g L' (1-i\Delta X')}$$

Expresando en forma discreta la ecuación (4.2.20)

$$B_1 \theta_f^k + B_2 Q_{k4} - \theta_{g_2}^k + B_{3_j} = 0 \quad (4.2.42)$$

donde  $\theta_{M+1,j}^{k+1/2} = \theta_{f,j}^k$  con

$$B_1 = 1 - \frac{3N_L \Delta X'}{2\Delta X N_k}, \quad B_2 = N_{r_g} \Delta X \text{ y}$$

$$B_{3_j} = -\Delta X' \alpha_r \tau_g N_{r_g} G' - \frac{N_L \Delta X'}{N_k 2\Delta X} [4\theta_{M,j}^k - \theta_{M-1,j}^k]$$

la condición de frontera (4.2.21) en forma discretizada es

$$C_1 \theta_{g_{N+1}}^k + C_2 \theta_g^{k4} - \theta_{g_N}^k + C_3 = 0 \quad (4.2.43)$$

con

$$C_1 = 1 + N_h \Delta X, \quad C_2 = N_{r_g} \varepsilon_g \Delta X \quad y$$

$$C_3 = -N_h \Delta X' \theta_0 - N_{r_g} \varepsilon_g \Delta X' \theta_0^4$$

la condición de estabilidad para la solución de la ecuación conductiva de la pared semitransparente es:

$$\frac{\Delta \tau}{\Delta X'^2} \leq \frac{1}{2} \frac{N_L^2 \text{Pr} \sqrt{\text{Gr}}}{N_\alpha} \quad (4.2.44)$$

Las velocidades en el interior de la cavidad fueron obtenidas de la representación de diferencias finitas centrada con órdenes de error  $O(\Delta X^2)$  o  $O(\Delta Y^2)$ . Así

$$U_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta Y} \quad (4.2.45)$$

y

$$V_{i,j}^{n+1} = -\frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1} - \Psi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta X} \quad (4.2.46)$$

El Número de Nusselt local se calcula usando la definición de la ecuación (4.2.22) y representando el gradiente de temperatura en la pared con una diferencia finita de tres puntos de segundo orden como:

$$\text{Nu} = -\frac{1}{\theta_r - \theta_2} \left[ \frac{3\theta_{M+1,j} - 4\theta_{M,j} + \theta_{M-1,j}}{2\Delta X} \right] \quad (4.2.47)$$

El número de Nusselt promedio en la pared se obtiene sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación (4.2.23) y evaluando la integral por la regla de Simpson [15].

$$\overline{Nu} = -\frac{1}{\theta_1 - \theta_2} \frac{1}{H} \int_0^H \left[ \frac{3\theta_{M+1,j} - 4\theta_{M,j} + \theta_{M-1,j}}{2\Delta X} \right] dY \quad (4.2.48)$$

## ALGORITMO DE SOLUCIÓN

Después de iniciar todas las variables, al tiempo  $\tau=0$  se conocen las componentes de velocidad y temperatura del aire en la cavidad y la temperatura de la pared compuesta por el vidrio con el controlador óptico. Con las temperaturas iniciales de las paredes se calcula el intercambio radiativo entre las paredes, esto es, se calcula  $q_{r1}$ ,  $q_{r2}$ ,  $q_{r3}$  y  $q_{r4}$ , este cálculo se indica más abajo. Al tiempo  $\tau=\tau_1$  la radiación solar llega al vidrio y al controlador óptico, parte se transmite hacia el interior de la cavidad, parte se absorbe y parte se refleja, la radiación absorbida por el vidrio y la película hace que la pared 4 se caliente. Para conocer el incremento de temperatura en la frontera interior de la pared compuesta se resuelve la ecuación de conducción (4.2.41) junto con las condiciones de frontera interior de la pared compuesta (4.2.42) y en la frontera exterior de la misma pared (4.2.43) y así obtener  $\theta_g(X'=0, Y, \tau) = \theta_f$ . Como ya se calculó el intercambio radiativo se resuelven las ecuaciones de balance de las paredes 1 y 3, ecuaciones (4.2.39) y (4.2.40) para conocer las temperaturas  $\theta_1(X, 0, \tau)$  y  $\theta_3(X, 1, \tau)$ . Luego conociendo las temperaturas en las fronteras se procede a resolver la ecuación de energía (4.2.24) y (4.2.25) que calcula las temperaturas del aire  $\theta(X, Y, \tau)$  dentro de la cavidad. Después se resuelve la ecuación de transporte de vorticidad que calcula las vorticidades  $\zeta(X, Y, \tau)$  usando las ecuaciones (4.2.26) y (4.2.27). Las ecuaciones de la función corriente (4.2.30) y (4.2.31) son resueltas en seguida para un paso de tiempo ficticio hasta que alcanza el estado estacionario para cada paso de tiempo. De la solución de la función corriente las vorticidades de la pared se actualizan con la ecuaciones (4.2.32) y el campo de

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

velocidades se determina para el nuevo paso de tiempo de las ecuaciones (4.2.45) y (4.2.46). Para el paso de tiempo  $\tau = \tau_2$  se repite el proceso.

Para calcular los términos  $q_{r1}$ ,  $q_{r2}$ ,  $q_{r3}$  y  $q_{r4}$ , es necesario resolver las ecuaciones de radiosidad (4.1.17), (4.1.20), (4.1.23) y (4.1.26) los factores de configuración de las ecuaciones se evalúan (ver anexo 1) y se almacenan para la geometría de interés. Las ecuaciones fueron resueltas por el método de aproximaciones sucesivas. El proceso consiste en estimar la distribución de radiosidades de las ecuaciones para obtener una nueva distribución, esta a su vez, se sustituye de nueva cuenta en las ecuaciones integrales y se vuelve a calcular hasta que la diferencia entre las nuevas y las anteriores calculadas sean menores a un valor predeterminado. La potencia emisiva fue usada como el estimado inicial de la radiosidad resultando una convergencia rápida en 3 o 4 iteraciones. Las integrales fueron evaluadas por la regla de Simpson.

Para implementar el algoritmo descrito se elaboró un programa de cómputo que esta formado esencialmente por un programa principal y dos subrutinas. Las figuras 4.4.1, 4.4.2 y 4.4.3 muestran los diagramas de flujo de los códigos desarrollados. En el programa principal se resuelven las ecuaciones de transporte en la cavidad. En la subrutina RADIA se hace el cálculo de la transferencia de calor radiativo entre las paredes de la cavidad y en la subrutina PARED4 se resuelve el problema conductivo de la pared compuesta vidrio+controlador óptico.

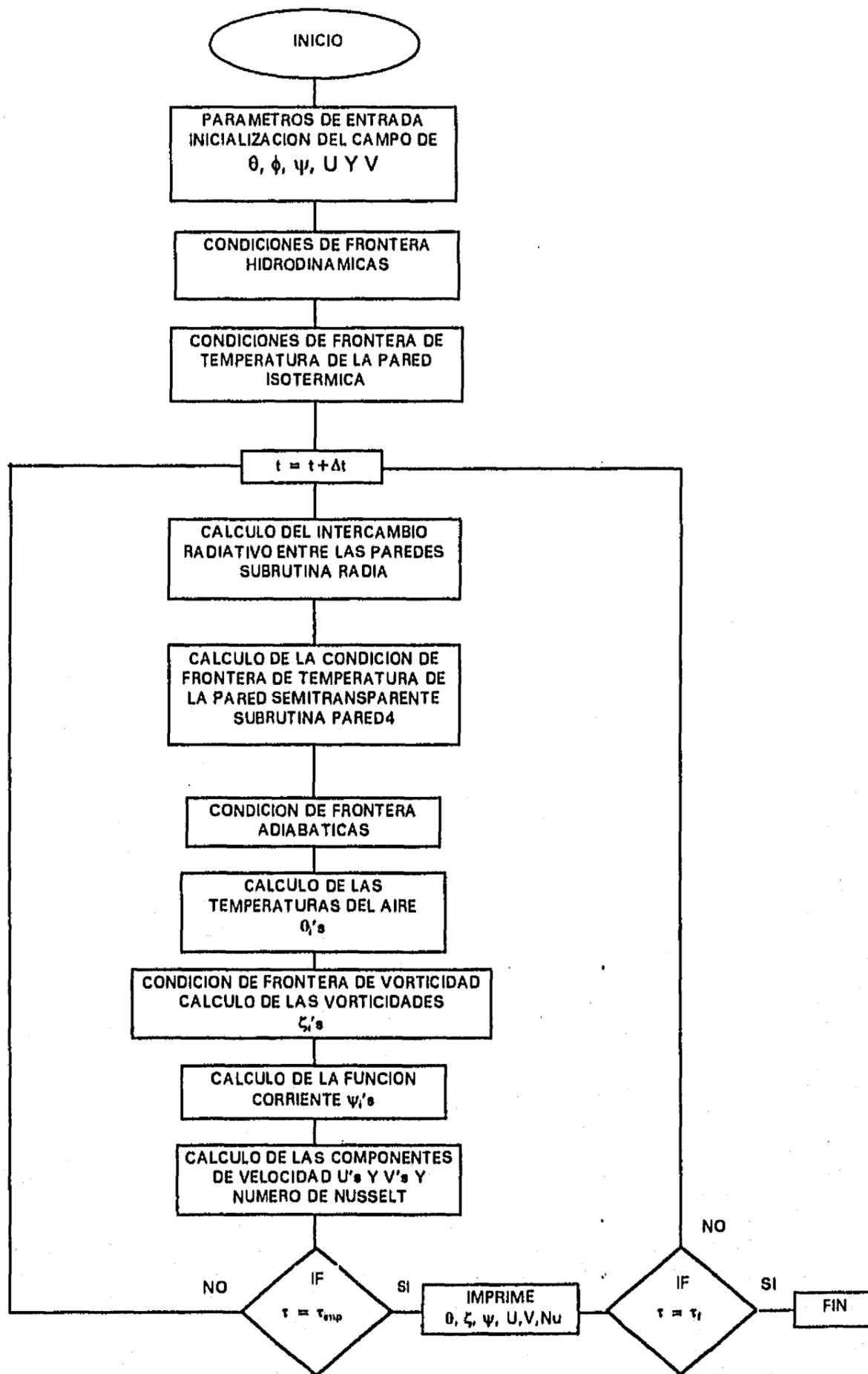


Figura 4.4.1 Diagrama de flujo del programa principal

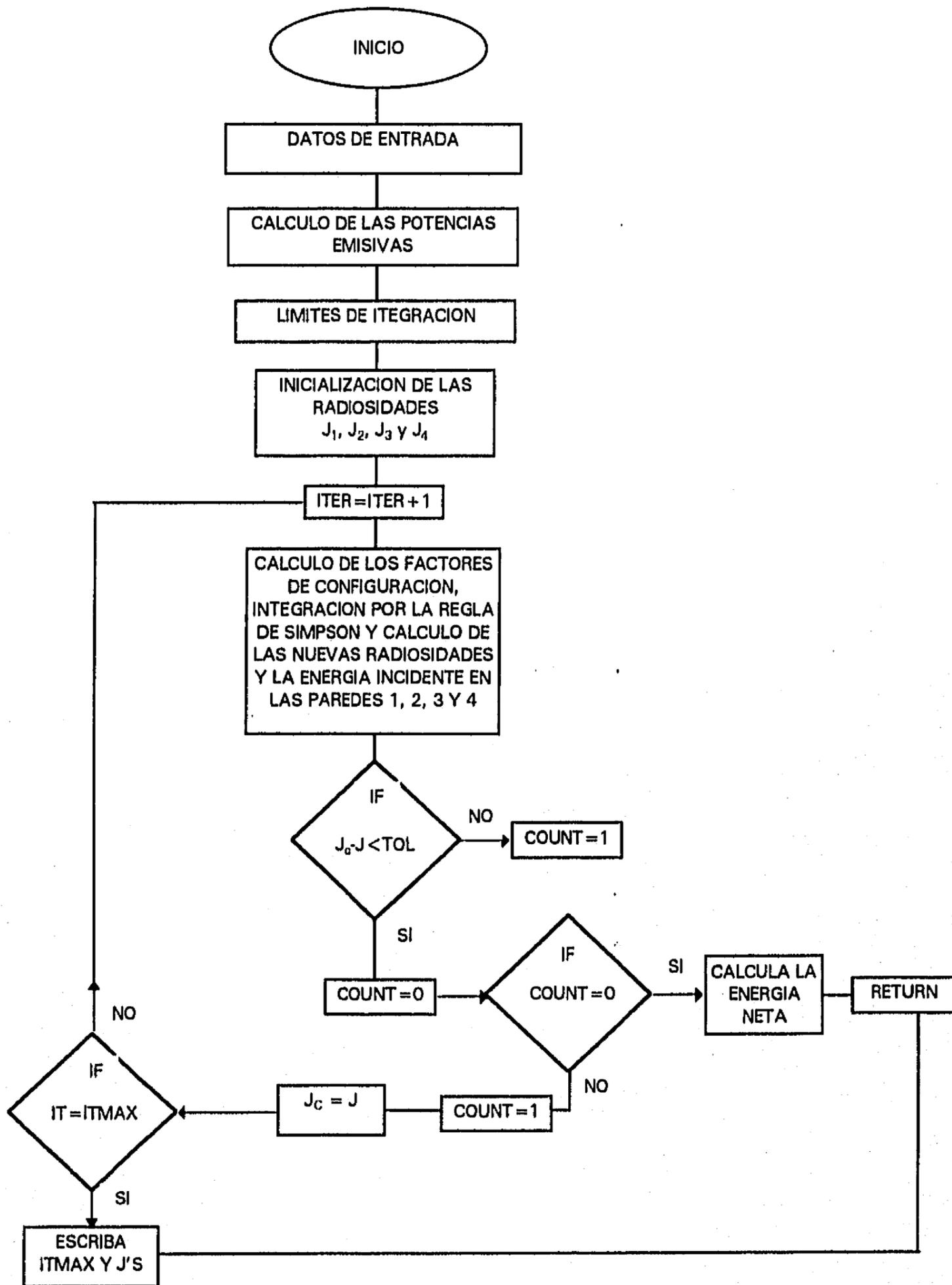


Figura 4.4.2 Diagrama de flujo de la subrutina RADIA

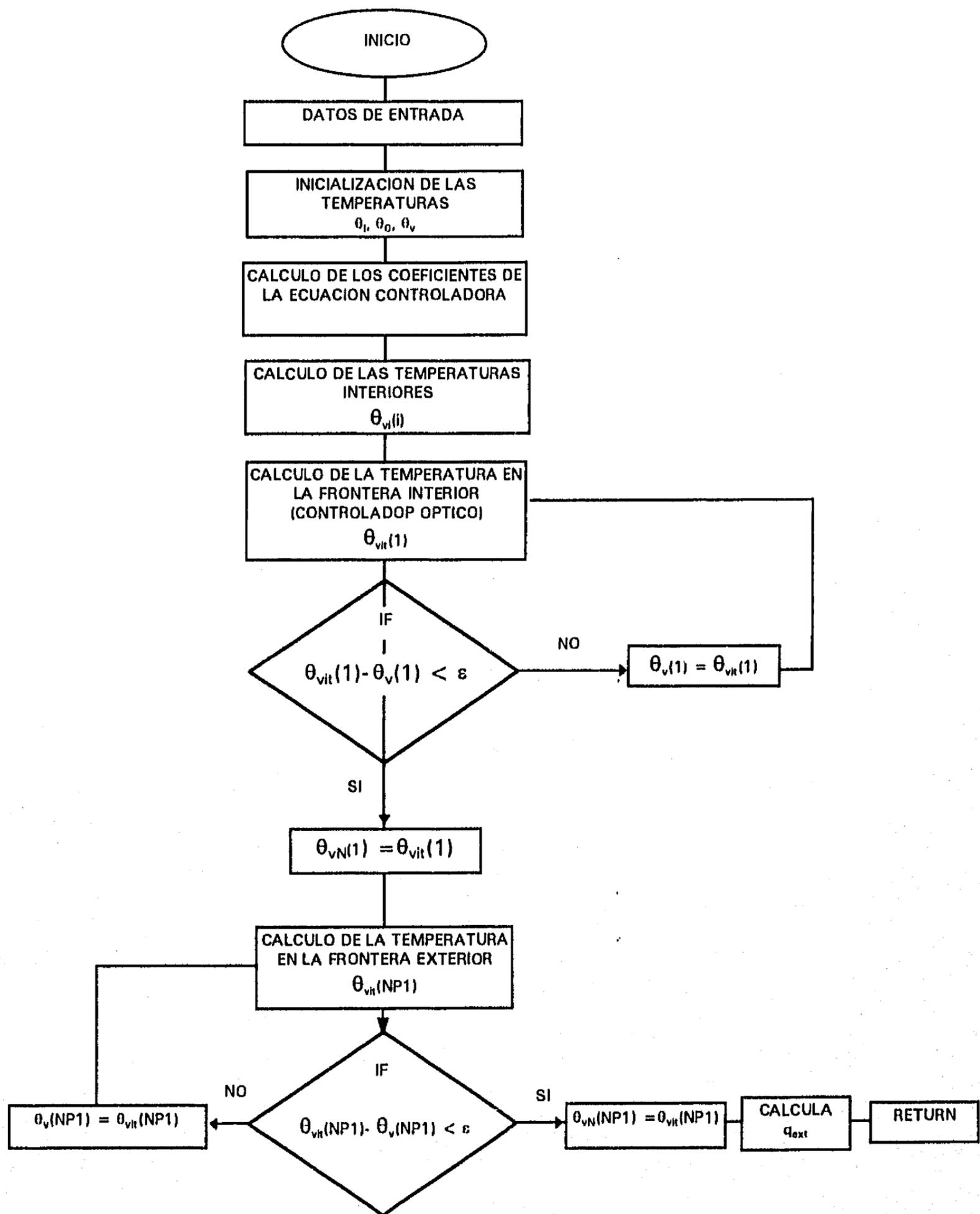


Figura 4.4.3 Diagrama de flujo de la subrutina PARED4

## **4.5 ESTUDIO DE CONVERGENCIA DEL MÉTODO NUMÉRICO**

Un gran número de experimentos computacionales fueron llevados a cabo en un esfuerzo para determinar los parámetros que dieran un compromiso razonable entre precisión y tiempo computacional. La convergencia de un método numérico se da en términos de la estabilidad y la consistencia del esquema de solución. Si una solución es estable y consistente la solución converge [48] (Teorema de Equivalencia de Lax). Aunque este teorema ha sido probado solamente para ecuaciones diferenciales parciales lineales, generalmente, en el trabajo de cómputo se procede como si fuera aplicable también a ecuaciones diferenciales parciales no lineales.

La influencia del paso de tiempo, tamaño de malla y criterio de convergencia fueron considerados. Desafortunadamente no es posible determinar con precisión cuál es la magnitud del error de los cálculos numéricos, puesto que, no existe solución exacta al problema aunque es posible estimarlo como se verá en el próximo capítulo. Sin embargo, como ya se vió en la sección anterior, el orden del error numérico está dado por el esquema de aproximación usado.

### **4.5.1 ESTUDIO DE INDEPENDENCIA DE MALLA**

La consistencia de un método de solución está relacionada con el refinamiento de la malla. La influencia del tamaño de la malla se determinó examinando el problema de convección natural con cara vertical semitransparente con controlador óptico con las condiciones iniciales y las condiciones a la frontera para números de Grashof de  $10^4$  y  $10^5$ . La figura 4.5.1 muestra los perfiles de temperatura en la parte media de la cavidad ( $Y=0.5$ ) para los tiempos adimensionales de 6 y 26 para los puntos nodales de  $11 \times 11$ ,  $21 \times 21$  y  $31 \times 31$  para el número de Grashof de  $10^4$  y un incremento de tiempo de 0.001. Las condiciones iniciales fueron  $\theta_i = 0.84$  ( $21^\circ\text{C}$ ) en  $\tau \geq 0$  y la

pared izquierda permanece a  $\theta_2 = 0.84$  ( $21^\circ\text{C}$ ). Como se observa la malla de  $21 \times 21$  ya predice perfiles razonables de temperatura.

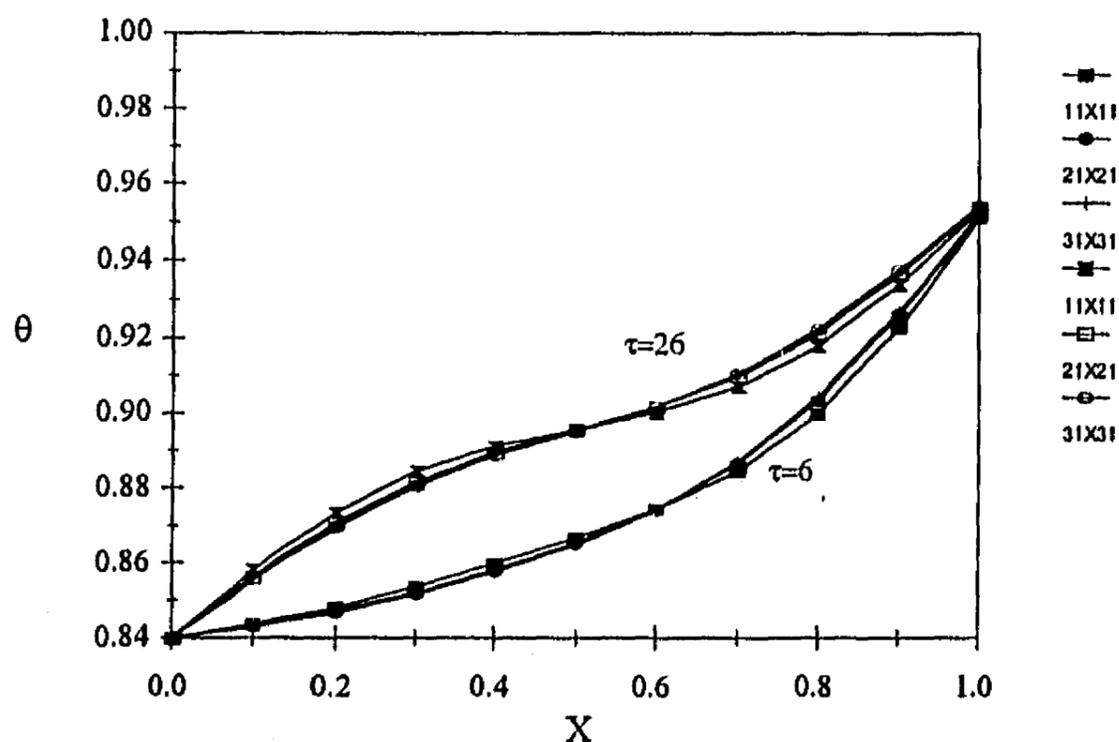


Figura 4.5.1 Efecto del refinamiento de malla en  $Y=0.5$  para  $\tau=6$  y  $26$  para  $Gr=10^4$ .

La figura 4.5.2 tiene la misma información que la figura 4.5.1 pero para números de Grashof de  $10^5$ . Tomando en consideración el tiempo de cómputo y como la diferencia entre las mallas de  $41 \times 41$  y  $31 \times 31$  es pequeña (ver figura 4.5.2) se seleccionó la malla de  $31 \times 31$  para  $Gr=10^4$  y  $Gr=10^5$  como la adecuada para predecir perfiles razonables de temperatura.

También se refinó el incremento de tiempo observándose, como se espera, por ser método numérico implícito, una variación mínima. Las figuras 4.5.3 y 4.5.4 muestran los perfiles de temperaturas para la malla de  $31 \times 31$  para  $Gr=10^4$  y  $10^5$  para la parte media de la cavidad ( $Y=0.5$ ). Los incrementos de tiempo fueron de  $0.002$ ,  $0.001$ ,  $0.0005$  para  $Gr=10^4$  y de  $0.001$ ,  $0.0008$  y  $0.0005$  para  $Gr=10^5$ .

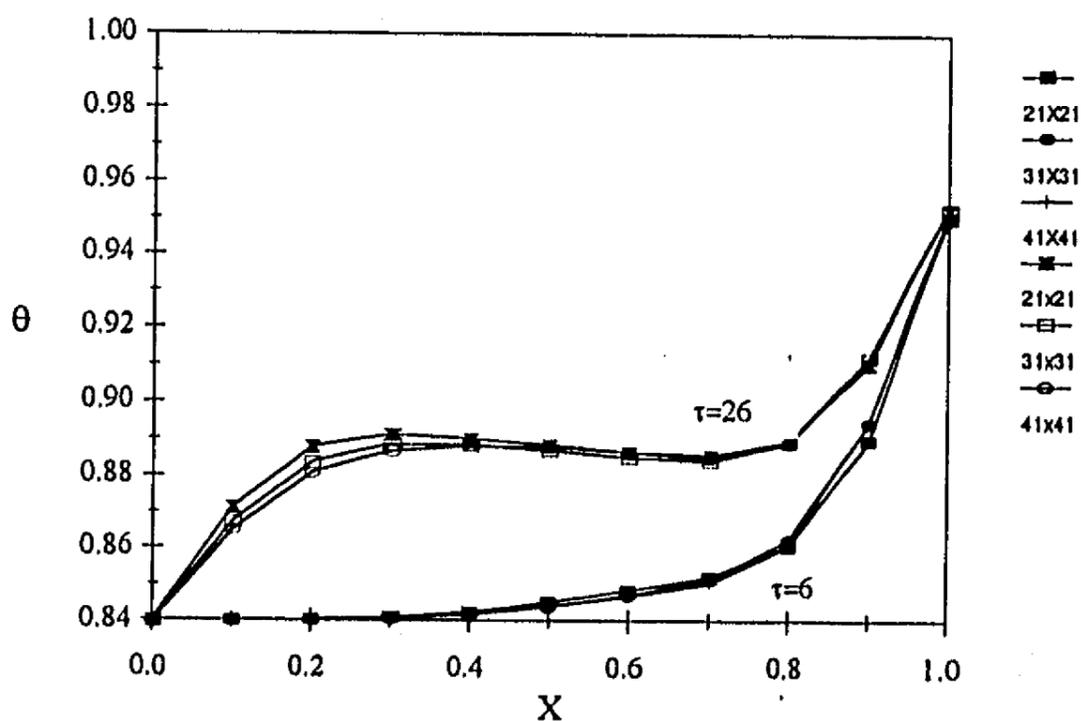


Figura 4.5.2 Efecto del refinamiento de malla en  $Y=0.5$  para  $\tau=6$  y  $26$  para  $Gr=10^5$ .

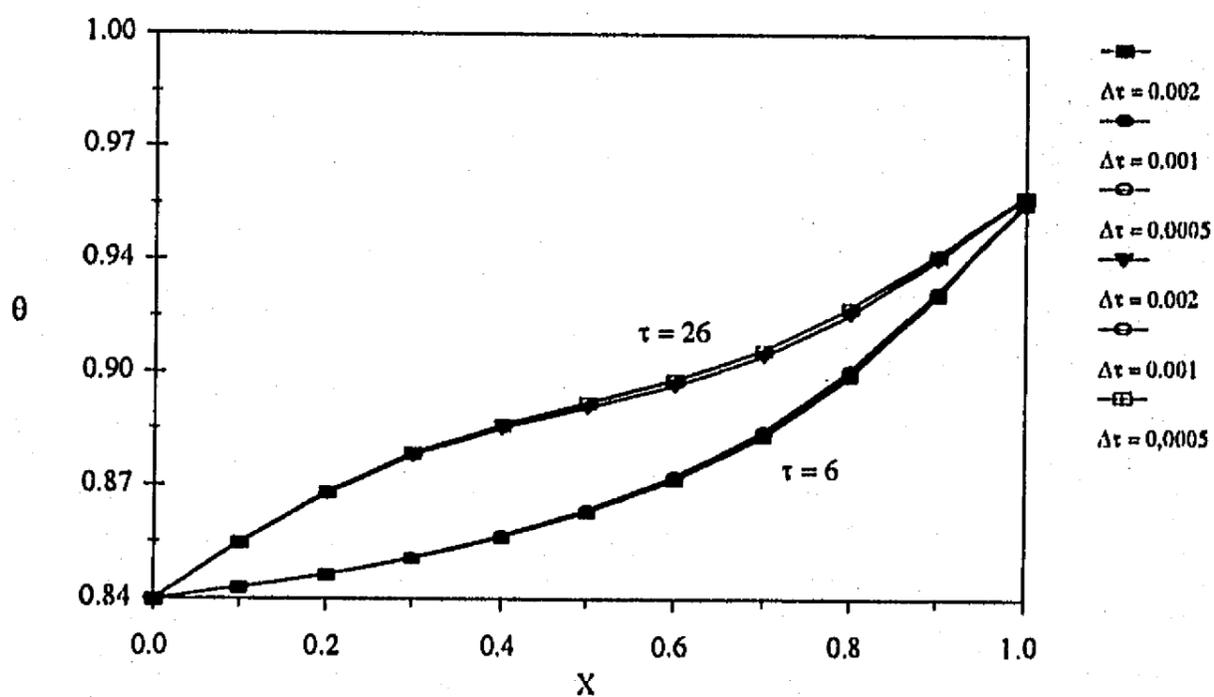


Figura 4.5.3 Efecto del refinamiento del incremento de tiempo en  $Y=0.5$  para  $\tau = 6$  y  $26$  para  $Gr=10^4$ .

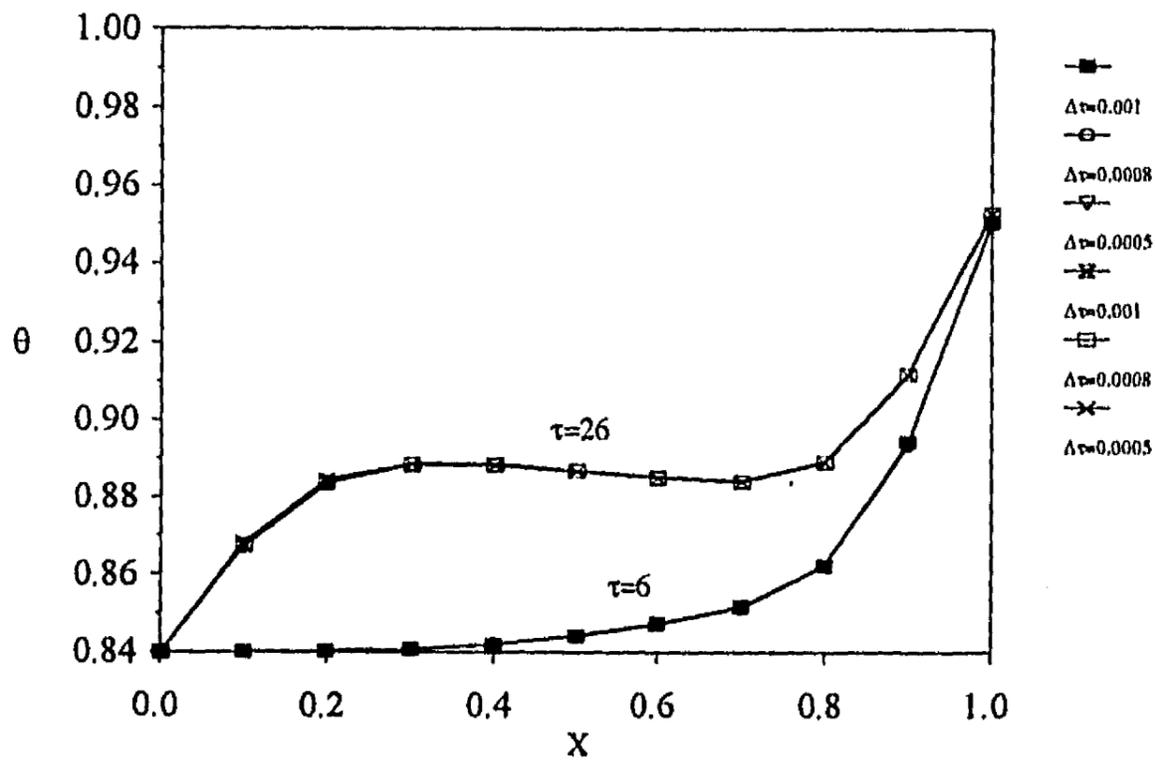


Figura 4.5.4 Efecto del refinamiento del incremento de tiempo en  $Y=0.5$  para  $\tau = 6$  y  $26$  para  $Gr=10^5$ .

Basado en los resultados anteriores se concluye que la malla de  $31 \times 31$  puntos nodales es razonablemente permitida para  $Gr=10^4$  y  $10^5$  con la precisión y tiempo de cómputo. El incremento de tiempo para este caso se tomó de  $0.001$ . Para  $Gr=10^6$  se seleccionó una malla de  $51 \times 51$  puntos nodales y el incremento de tiempo se tomó de  $0.0005$ . Podría haberse tomado un incremento de tiempo mayor, pero la solución de la cavidad está acoplada con la solución conductiva que está formulada en el esquema explícito de diferencias finitas. Esta solución está restringida por una condición de estabilidad.

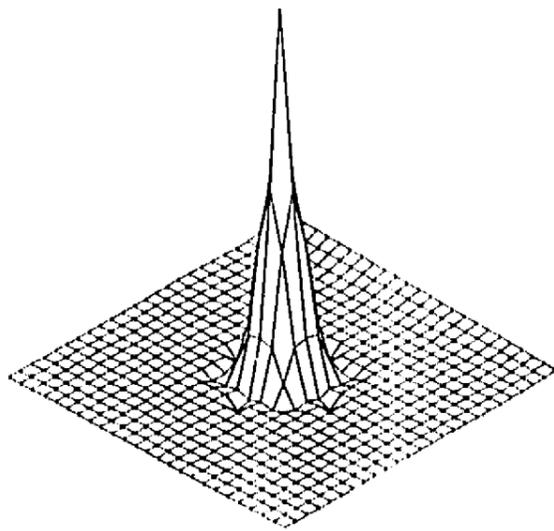
#### **4.5.2 ESTUDIO DE ESTABILIDAD**

El análisis de estabilidad de Newmann es tal vez, el procedimiento más conocido para establecer las características de estabilidad de un esquema de diferencias finitas. En esencia, este método consiste en introducir una perturbación representada por una serie de Fourier y consideran el crecimiento o el decaimiento en el tiempo. Siguiendo esta idea se introdujo una perturbación en el esquema numérico; se consideró en la parte media de la malla, como perturbación, una temperatura inicial adimensional de  $\theta=1$ , se observó su comportamiento para  $Gr = 10^4$  y  $\Delta\tau = 0.001$  y una malla de  $31 \times 31$ . En la figura 4.5.5 se muestra la perturbación introducida en el enmallado y se observa su amortiguamiento conforme avanza en el tiempo. También se observa el crecimiento de la temperatura en la pared semitransparente debido al controlador óptico.

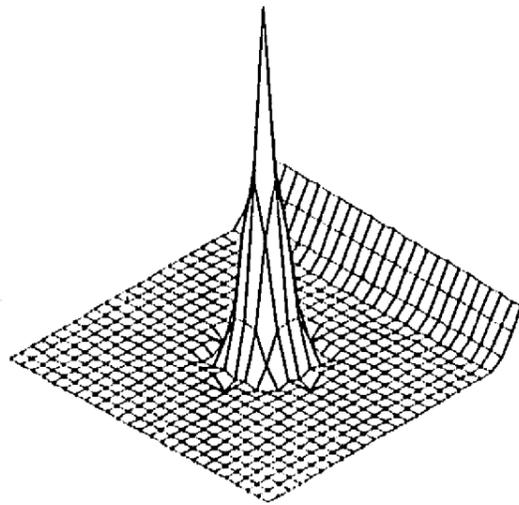
Como se esperaba, el análisis de estabilidad indica que hay estabilidad incondicional para el esquema de diferencias finitas de direcciones alternadas implícito [65]. La perturbación se va amortiguando. En  $\tau = 0.25$  la perturbación ha desaparecido. El sistema es estable.

#### **4.6 REDUCCIÓN DEL PROBLEMA A CASOS PUBLICADOS**

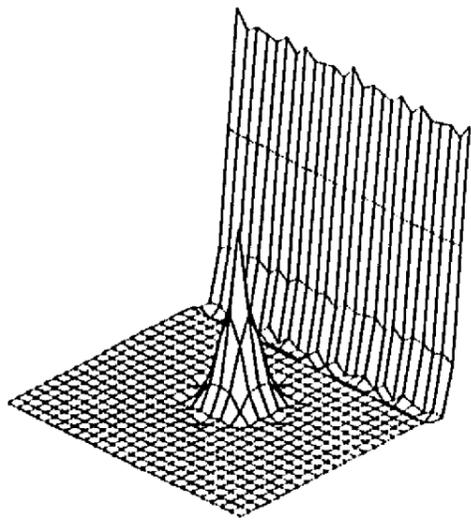
Antes de acoplar la pared conductiva y la transferencia de calor radiativa al problema, las ecuaciones de conservación fueron resueltas y comparadas con la solución del problema clásico de convección natural con una pared vertical caliente y la otra fría y dos paredes horizontales adiabáticas según la solución numérica de



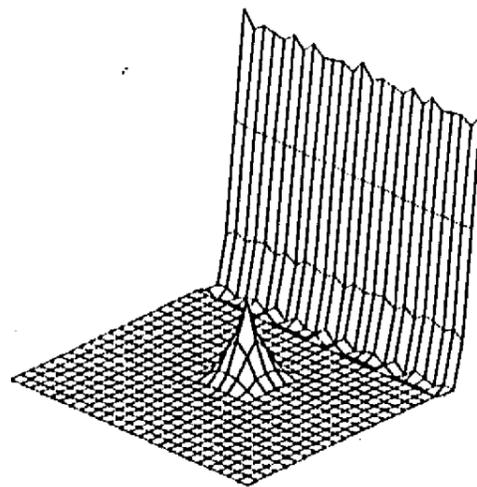
$\tau = 0$



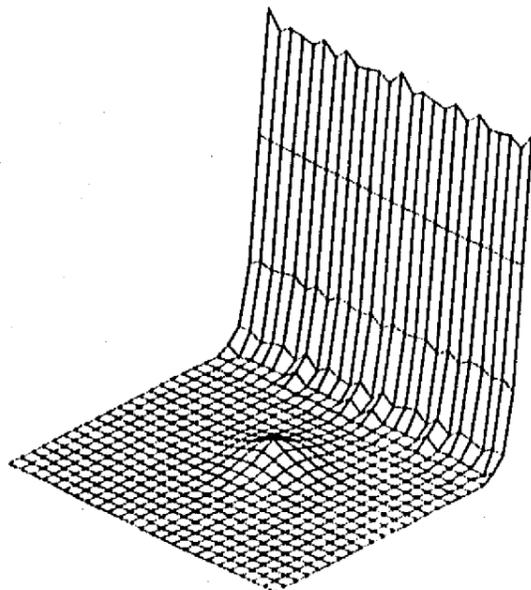
$\tau = 0.005$



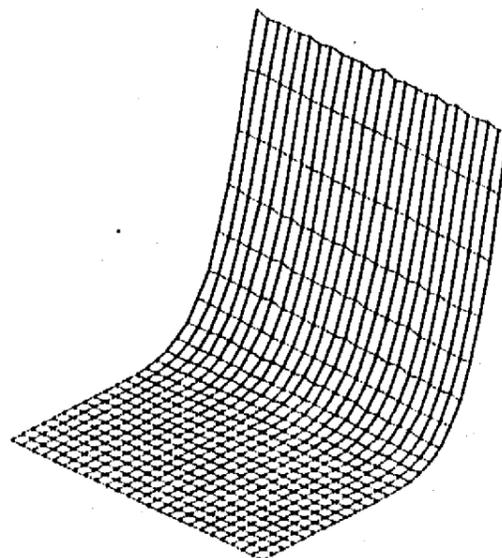
$\tau = 0.03$



$\tau = 0.05$



$\tau = 0.15$



$\tau = 0.25$

Figura 4.5.5 Efecto de la perturbación introducida en la malla de  $31 \times 31$  para  $Gr=10^4$ .

Wilkes y Churchill [76] para números de Grashof de  $10^4$  y las soluciones experimentales de Ozoe, Sayama y Churchill [56] y Catton et al [14].

Las tendencias cualitativas de las isothermas y las líneas de corriente son idénticas. En la tabla 4.6.1 se muestran los valores cuantitativos de algunos puntos que se consideran representativos de las isothermas y líneas de corriente comparados con las soluciones de Wilkes & Churchill [76]. Como se observa, la mayoría de los

Tabla 4.6.1 Comparación entre algunos puntos de las isothermas y líneas de corriente del artículo de Wilkes & Churchill publicado [76] con los resultados del modelo numérico desarrollado y reducido al problema clásico de convección natural con paredes verticales isotérmicas.

		Churchill	Modelo				Churchill	Modelo	
X	Y	$\theta$	$\theta$	%DIF	X	Y	$\psi$	$\psi$	%DIF
0.1	0.2	-0.75	-0.750	0.00	0.5	0.5	8.000	8.001	0.01
0.2	0.4	-0.50	-0.503	0.60	0.3	0.5	6.000	6.096	1.60
0.1	0.6	-0.50	-0.503	0.60	0.7	0.5	6.000	6.096	1.60
0.5	0.1	-0.50	-0.489	2.20	0.7	0.8	4.000	3.850	3.75
0.2	0.8	-0.25	-0.257	2.80	0.2	0.5	4.000	3.850	3.75
0.7	0.1	-0.25	-0.251	0.40	0.8	0.5	4.000	3.850	3.75
0.4	0.8	0.00	0.050	0.00	0.8	0.1	2.000	1.950	2.50
0.5	0.5	0.00	0.000	0.00	0.2	0.9	2.000	1.950	2.50
0.6	0.2	0.00	0.050	0.00	0.4	0.1	2.000	2.060	3.00
0.3	0.9	0.25	0.251	0.40	0.6	0.9	2.000	2.060	3.00
0.5	0.9	0.50	0.489	2.20	0.1	0.2	1.000	0.960	4.00
0.9	0.4	0.50	0.503	0.60	0.9	0.1	1.000	0.910	9.00
0.9	0.8	0.75	0.751	0.13	0.9	0.8	1.000	0.960	4.00

puntos están de acuerdo dentro de un bajo porcentaje. Las discrepancias ocurridas pudieron deberse a los esquemas elegidos para representar las ecuaciones en diferencias finitas. La mayor discrepancia se observa en los puntos cercanos a las esquinas con un máximo de error del 2.8 % en las isotermas y 9.0% en las líneas de corriente.

En la tabla 4.6.2 se presenta la comparación con los datos experimentales de Catton y Ozoe en términos del número de Nusselt para los números de  $10^4 \leq Gr \leq 10^6$ . Como se observa de acuerdo con las correlaciones obtenidas hay discrepancia en cuanto a un único resultado para un número de Rayleigh dado. Las diferencias menores se encuentran comparando los resultados presentes con los resultados experimentales del número de Nusselt de Ozoe. Siendo 3.2% la menor diferencia para el número de Gr de  $1 \times 10^4$ . La diferencia mayor se encuentra comparando los resultados experimentales del número de Nusselt de Catton que fué de 15.8% para el número de Gr de  $1 \times 10^6$ . Comparando los resultados experimentales entre sí se observa que para el Gr de  $1 \times 10^4$  la diferencia entre ellos es de 3.3%

Tabla 4.6.2 Comparación entre los números de Nusselt obtenidos experimentalmente por Ozoe et al [56] y Catton et al [14] con el número de Nusselt obtenido por el programa desarrollado de convección natural en una cavidad.

Gr	Ra	Nu (Ozoe)	Nu (Catton)	Nu (Modelo)	% Dif. (Ozoe)	% Dif. (Catton)
$1 \times 10^4$	7300	2.142	2.213	2.072	3.2	6.40
$1 \times 10^5$	73000	4.840	4.316	4.535	6.32	5.06
$1 \times 10^6$	730000	10.937	8.426	9.761	10.7	15.8

aumentando a 12.1% para Gr de  $1 \times 10^5$  y a 29.8% para Gr de  $1 \times 10^6$ . Es interesante notar que para los valores de Grashof de  $10^5$  y  $10^6$ , los valores de los números de Nusselt calculados fueron de 4.535 y de 9.761 y quedan entre los dos valores experimentales de Ozoe y Catton. Del artículo de Churchill [76] se puede extraer el valor del número de Nusselt de 5.512 para un Grashof de  $10^5$ , esto genera una diferencia porcentual de 13.9% y 27.7% para los Nusselt experimentales de Ozoe y Catton respectivamente contra las diferencias de 6.32% y 5.06% de este modelo. En resumen, todos los resultados anteriores permiten afirmar que el código numérico desarrollado para cavidad isotérmica predice con buena aproximación, con un error menor al 17% los resultados experimentales y numéricos de otros investigadores.

## 5. RESULTADOS

Este capítulo presenta los resultados del estudio paramétrico del modelo bidimensional de cavidad. Se hace una comparación entre una cavidad isotérmica, una con pared semitransparente con controlador óptico y otra con pared semitransparente sin controlador óptico. También se hace una comparación de la temperatura del controlador óptico calculada por los modelos unidimensional y bidimensional. Finalmente, se presentan el cálculo del número de Nusselt, del coeficiente de sombreado y del factor de rechazo solar para la cavidad.

Debido al gran número de variables asociadas con este problema, el estudio paramétrico utiliza una gran cantidad de tiempo de cómputo. Para el número de  $Gr=10^5$  con malla de  $31 \times 31$  el tiempo para cada corrida es de 9:44 horas en una estación de trabajo HP730. Pero para  $Gr=1 \times 10^6$  con malla de  $51 \times 51$  el tiempo de máquina crece a 15:36 horas.

Las condiciones de flujo laminar fueron examinadas para una cavidad de razón de aspecto uno para números de Grashof de  $10^4$ ,  $10^5$  y  $10^6$ , y número de Prandtl de 0.73. En una cavidad del tamaño de una habitación, el número de Grashof estaría en el rango de  $10^9$  a  $10^{12}$  dependiendo de sus dimensiones y diferencias de temperatura dentro de la habitación. En este rango se presentan condiciones de flujo turbulento, el cual está fuera del alcance de este trabajo.

En flujo laminar, para números de Grashof grandes, mayores de  $10^6$ , se requiere de un enrejado más fino. Esto consume grandes cantidades de tiempo de cómputo, por ello, la mayoría de los casos fueron examinados para  $Gr=10^5$ .

Las emisividades de las paredes opacas fueron tomadas como 0.9, notando que los materiales como la pintura, el papel, la madera, el yeso y otros materiales que

cubren las paredes, sus emisividades están en el rango de 0.85 a 0.90. La emisividad de la ventana con el controlador óptico es de 0.4 según se reporta en [25].

Un resumen de los parámetros usados en la simulación se muestra en la tabla 5.1

Tabla 5.1 Valores de los parámetros típicos usados en la simulación

$Gr = 10^4 - 10^6$	$N_k = 53.23$	$N_{pr} = 0.0104$
$Pr = 0.73$	$N_{\alpha} = 0.0346$	$L = 0.0124 - 0.058$
$G' = 0.8815$	$N_h = 0.1313$	$u_o = 0.0163 - 0.0745$
$T_H = 350 \text{ }^\circ\text{K}$	$N_r = 1.151 - 5.38$	$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = 0.9$
$L' = 0.006 \text{ m}$	$N_L = 0.103 - 0.587$	$\epsilon_4 = \epsilon_f = 0.4$

## 5.1 COMPARACIÓN ENTRE LA CAVIDAD ISOTÉRMICA, LA CAVIDAD CON CONTROLADOR ÓPTICO Y LA CAVIDAD SIN CONTROLADOR ÓPTICO

Para examinar los efectos del uso del controlador óptico en una pared semitransparente se consideraron 3 casos: Caso A: problema de la convección natural en una cavidad con paredes verticales isotérmicas a diferente temperatura. Caso B: problema combinado de convección natural, conducción y radiación de una cavidad con pared semitransparente con controlador óptico. Caso C: problema combinado de convección natural, conducción y radiación de una cavidad con pared semitransparente sin controlador óptico. Se elaboró el programa de cómputo para el caso B, como ya fue mencionado en el capítulo anterior, y se redujo al caso A para convección natural. En el caso A la pared fría se mantuvo a la temperatura adimensional de 0.84 (21 °C) y la pared caliente se escogió como la temperatura máxima alcanzada por el controlador óptico, para  $Gr=10^4$  fue de 0.9547 (61.14 °C). Precisamente la tabla 5.1.1 presenta los valores de las temperaturas adimensionales máximas alcanzadas en el modelo de cavidad con controlador

Tabla 5.1.1 Temperaturas máximas alcanzadas en el modelo de cavidad para los casos B y C.

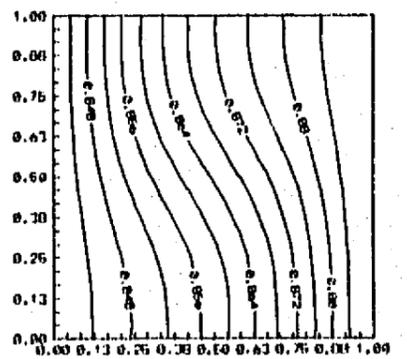
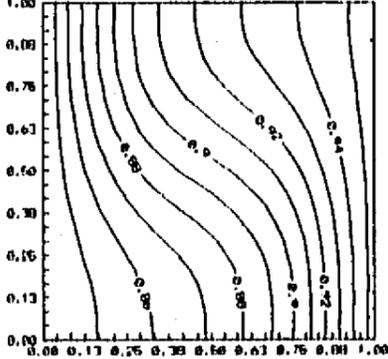
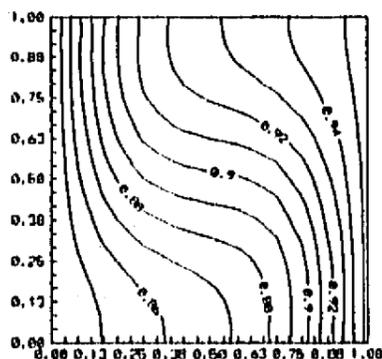
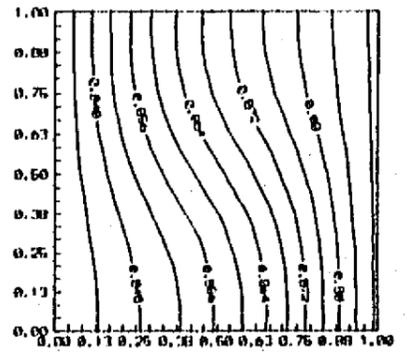
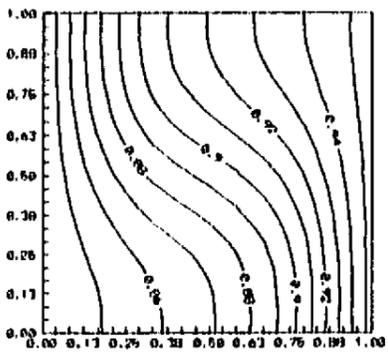
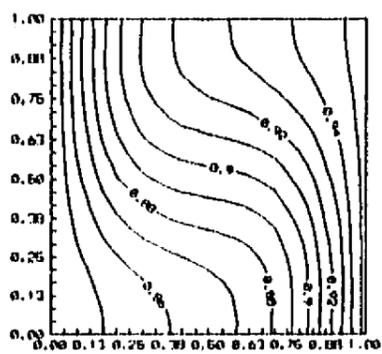
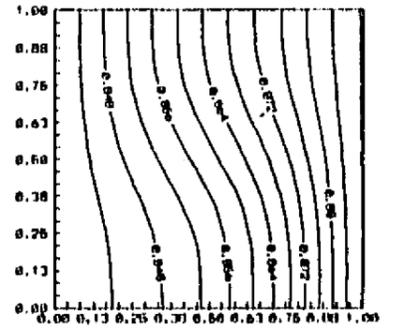
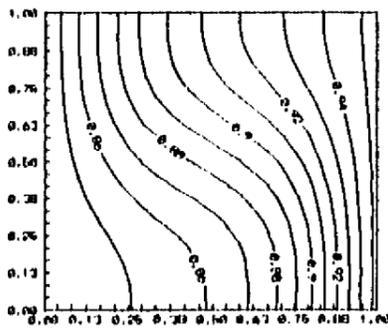
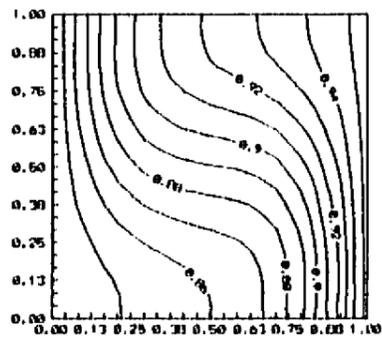
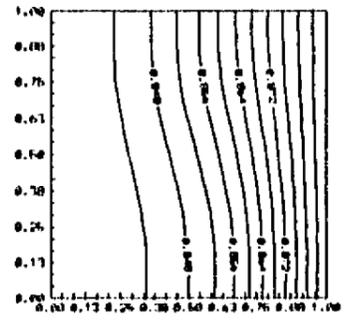
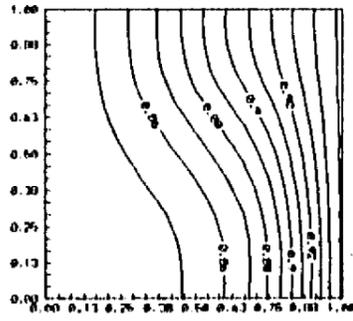
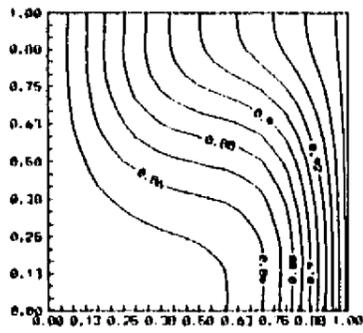
Grashof	Caso B	Caso C
$1 \times 10^4$	$\theta = 0.9547 (61.14^\circ\text{C})$	$\theta = 0.8890 (38.15^\circ\text{C})$
$1 \times 10^5$	$\theta = 0.9538 (60.83^\circ\text{C})$	$\theta = 0.8887 (38.03^\circ\text{C})$
$1 \times 10^6$	$\theta = 0.9527 (60.45^\circ\text{C})$	$\theta = 0.8882 (37.87^\circ\text{C})$

óptico y sin controlador óptico. La temperatura inicial adimensional fue de 0.84 (21 °C). El rango de números de Grashof presentado es de  $10^4$  a  $10^6$ . La figura 5.1.1A muestra las isotermas que se forman por el efecto de la pared caliente que esta ubicada en el lado vertical derecho de la cavidad para los tiempos adimensionales de 6, 12, 20 y 30 que correspondería a tiempos de 4.59, 9.176, 15.29 y 22.94 seg. respectivamente para una cavidad de 0.0124 m. La figura 5.1.2A presenta las líneas de corriente correspondientes a la figura 5.1.1A.

De la figura 5.1.2A se observa que las líneas de corriente centrales se distorsionan en forma elíptica, el movimiento del fluido es de derecha a izquierda (contra las manecillas del reloj). En la figura 5.1.1A se observa el efecto de la convección en las isotermas. Los gradientes de temperatura son más severos cerca de las paredes verticales, pero disminuyen hacia la región central. Este comportamiento es esperado, tal como se reporta en [47,76].

En las figuras 5.1.3A, 5.1.4A, 5.1.5A y 5.1.6A se reporta el mismo caso pero para números de Grashof de  $10^5$  para los tiempos de 6, 12, 20 y 40 y de  $10^6$  para los tiempos de 6, 12, 20, 30, 60.

En las figuras 5.1.4A la línea de corriente central es mas elongada, su eje mas largo esta inclinado en la dirección del flujo tal como esta reportado en [47]. El desarrollo de la transferencia de calor por convección en la capa límite viscosa altera la distribución de temperaturas de tal manera que los gradientes de temperatura horizontales en el centro (ver figuras 5.1.3A) son casi cero o cambian de signo



Caso A  
ISOTERMICA

Caso B  
CONTROLADOR

Caso C  
VIDRIO CLARO

Figura 5.1.1 Isotermas en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para  $Gr=10^4$  y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6, 12, 20 y 30 respectivamente.

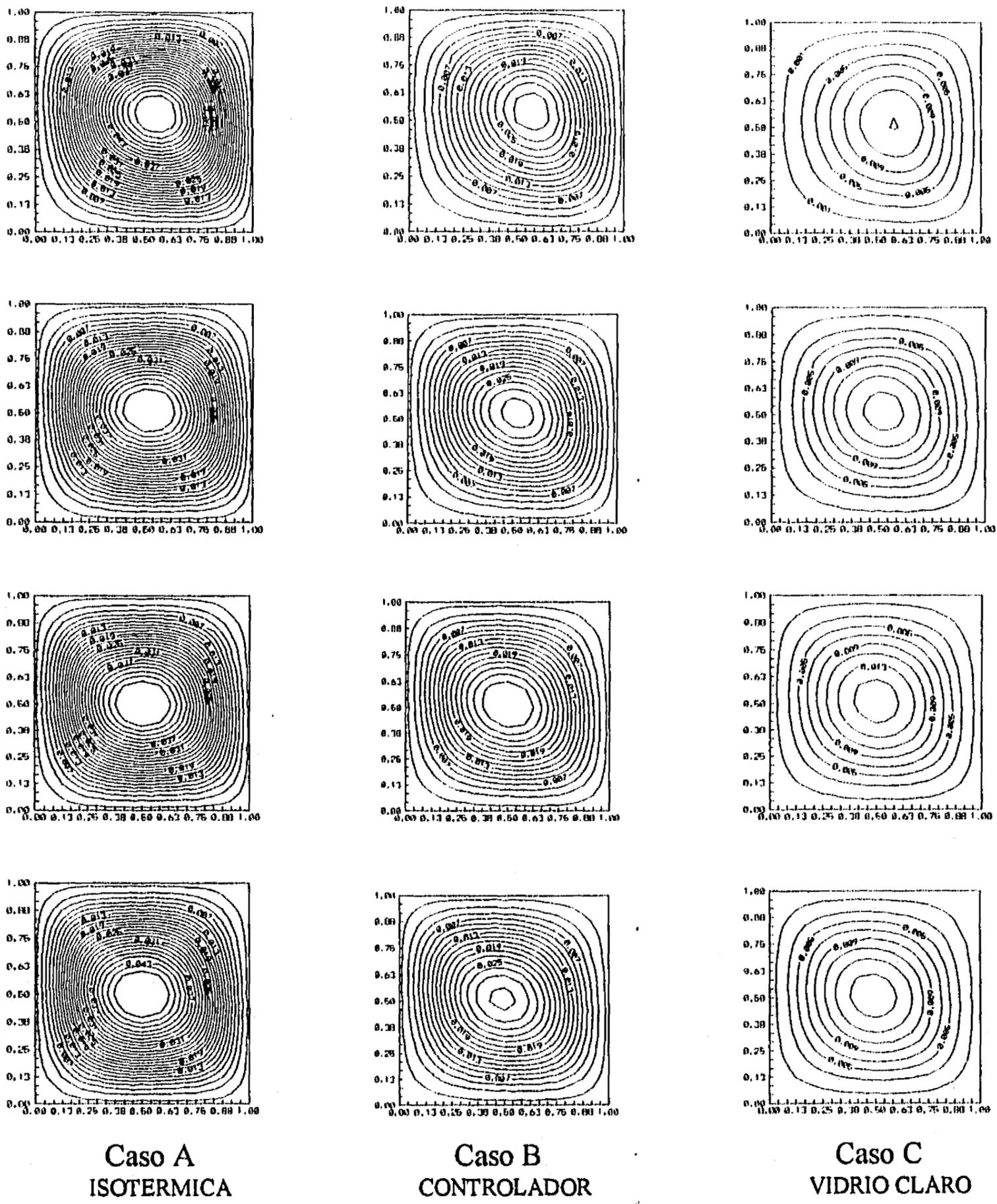
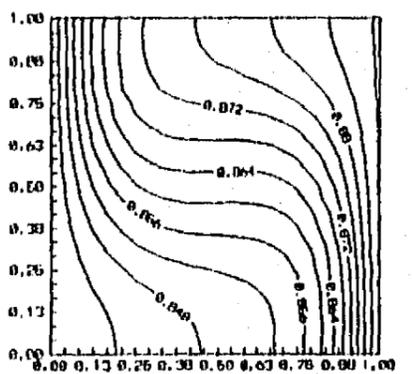
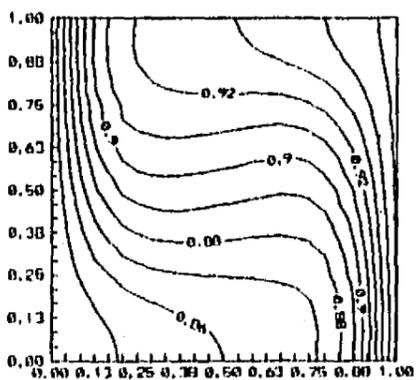
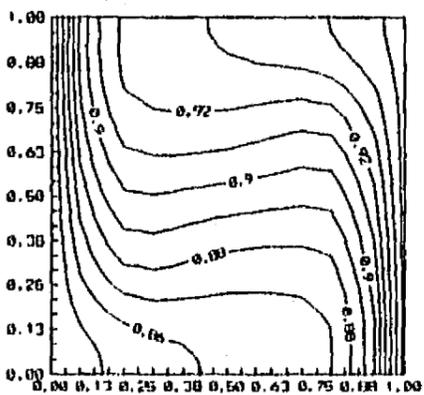
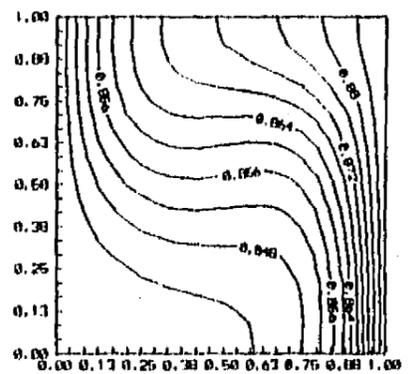
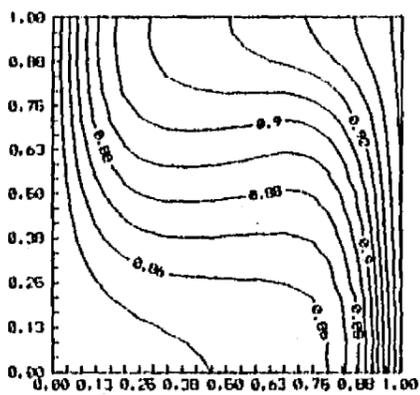
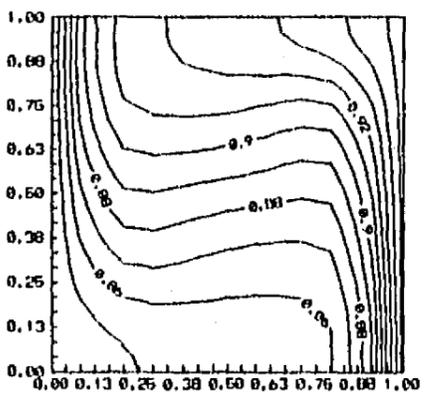
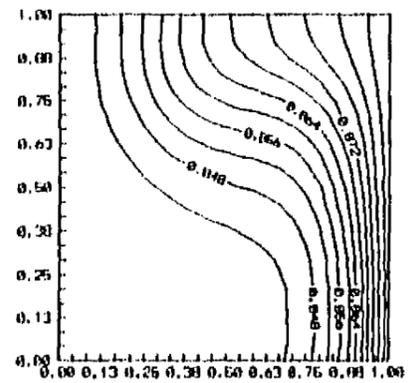
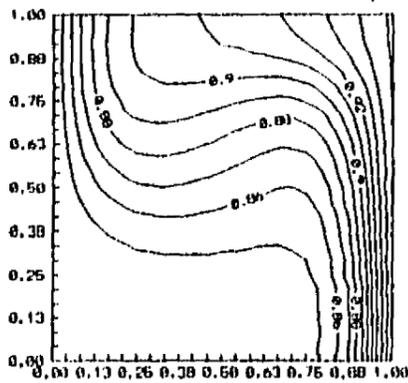
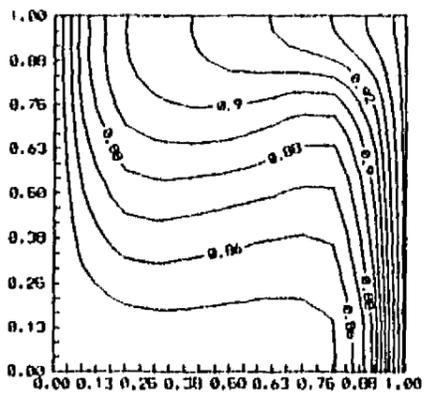
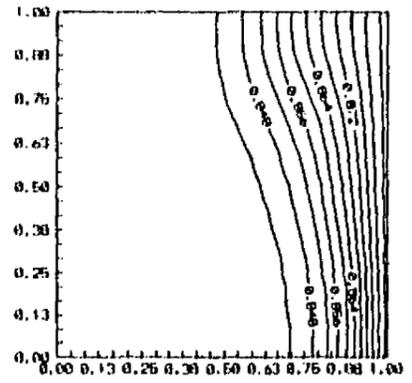
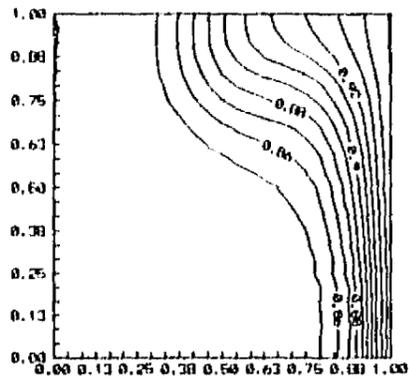
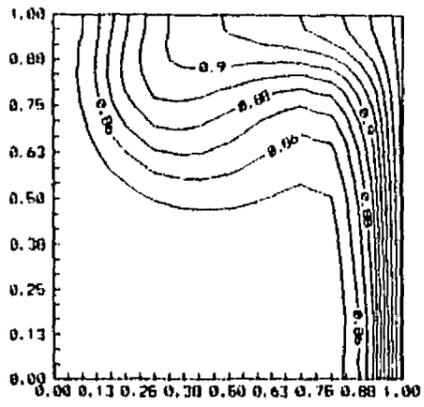


Figura 5.1.2 Líneas de corriente en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para  $Gr=10^4$  y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6, 12, 20 y 30 respectivamente.

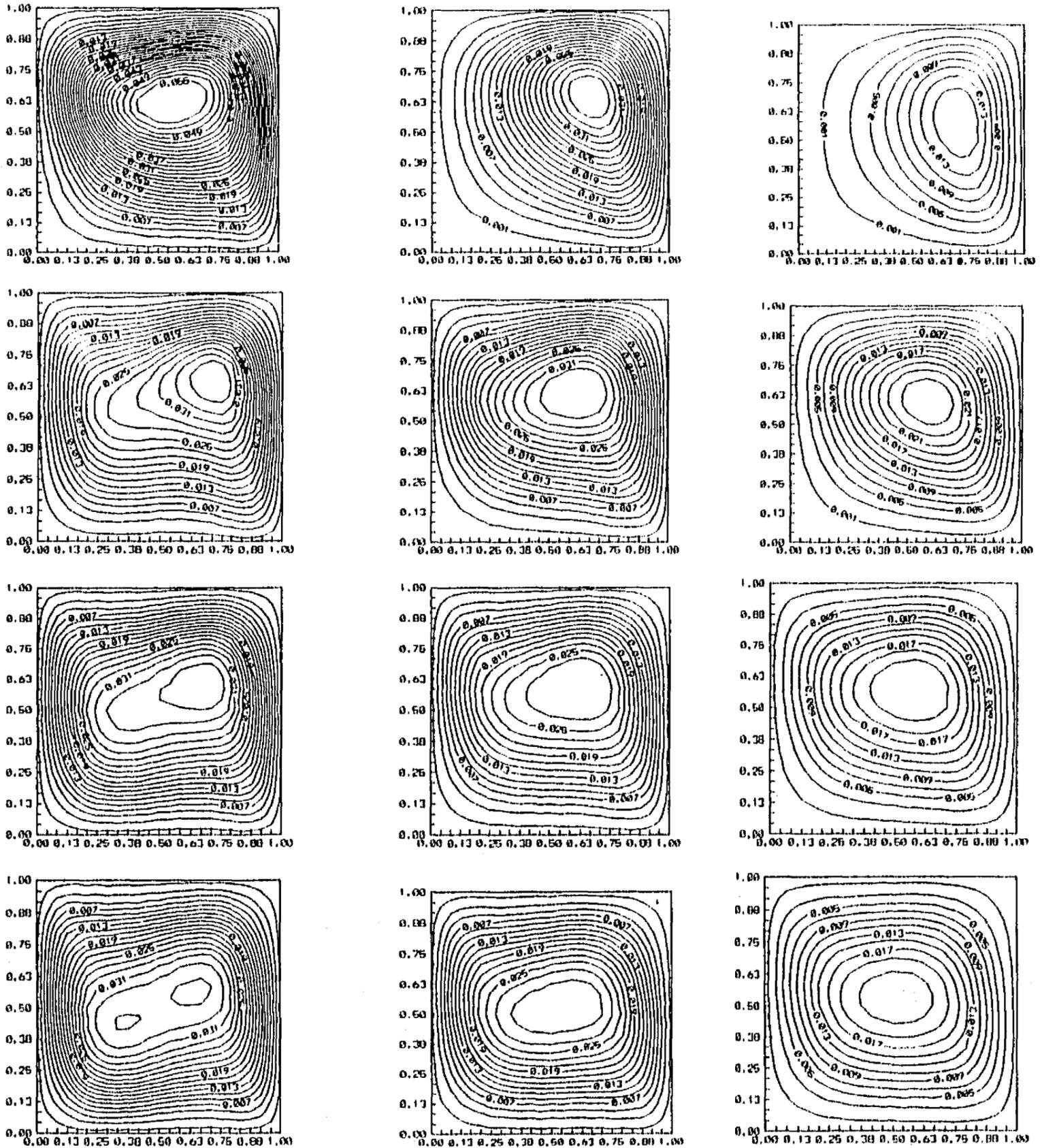


**Caso A**  
ISOTERMICA

**Caso B**  
CONTROLADOR

**Caso C**  
VIDRIO CLARO

Figura 5.1.3 Isotermas en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para  $Gr=10^5$  y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6, 12, 20 y 40 respectivamente.



**Caso A**  
ISOTERMICA

**Caso B**  
CONTROLADOR

**Caso C**  
VIDRIO CLARO

Figura 5.1.4 Líneas de corriente en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para  $Gr=10^5$  y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6, 12, 20 y 40 respectivamente.

generando vórtices secundarios en la región central. Mahlison y Vahl Davis [46] discutieron esos vórtices afirmando que es una consecuencia directa de la distorsión convectiva del campo de temperaturas. Los vórtices son lo suficientemente fuertes para que los campos de temperatura se extiendan y las isothermas sean casi horizontales en el centro evitando cualquier movimiento vertical.

En la figura 5.1.5A se presentan las isothermas para el  $Gr=10^6$ . El calor es conducido al fluido por la pared caliente resultando una capa vertical de fluido caliente de espesor finito. Las fuerzas de flotación aceleran al fluido en la capa del fluido caliente hacia el extremo superior y es difundido hacia el centro de la cavidad formándose en  $\tau=6$  un vórtice en la parte superior central de la cavidad como se muestra en la figura 5.1.6A. En  $\tau=12$  se sigue difundiendo el calor que esta siendo transportado verticalmente por la velocidad del fluido y los gradientes de temperatura horizontales cambian de signo generando ahora dos vórtices en la región superior de la cavidad que se mueven hacia las paredes. En  $\tau=20$ , las capas límites adyacentes a las paredes verticales son delgadas y rápidas. En la región central de la figura 5.1.5A a los tiempos adimensionales  $\tau=30$  y  $\tau=60$  se presenta estratificación vertical en las temperaturas con los valores aumentando del fondo hacia arriba de la cavidad evitando cualquier movimiento vertical. En general, al aumentar el número de Grashof, la capa límite adyacente a las paredes verticales tiende a volverse más delgada y el flujo tiende a estratificarse en la región central.

En las figuras 5.1.1B y 5.1.1C se presentan las isothermas para la cavidad con pared semitransparente con controlador óptico (caso B) y para la cavidad con pared semitransparente sin controlador óptico (caso C), para  $Gr=10^4$  y tiempos adimensionales de 6, 12, 20 y 30. En las figuras 5.1.2 se presentan las correspondientes líneas de corriente. En estas figuras la pared semitransparente con el controlador óptico se ubica en el extremo derecho de la cavidad. Inicialmente, la

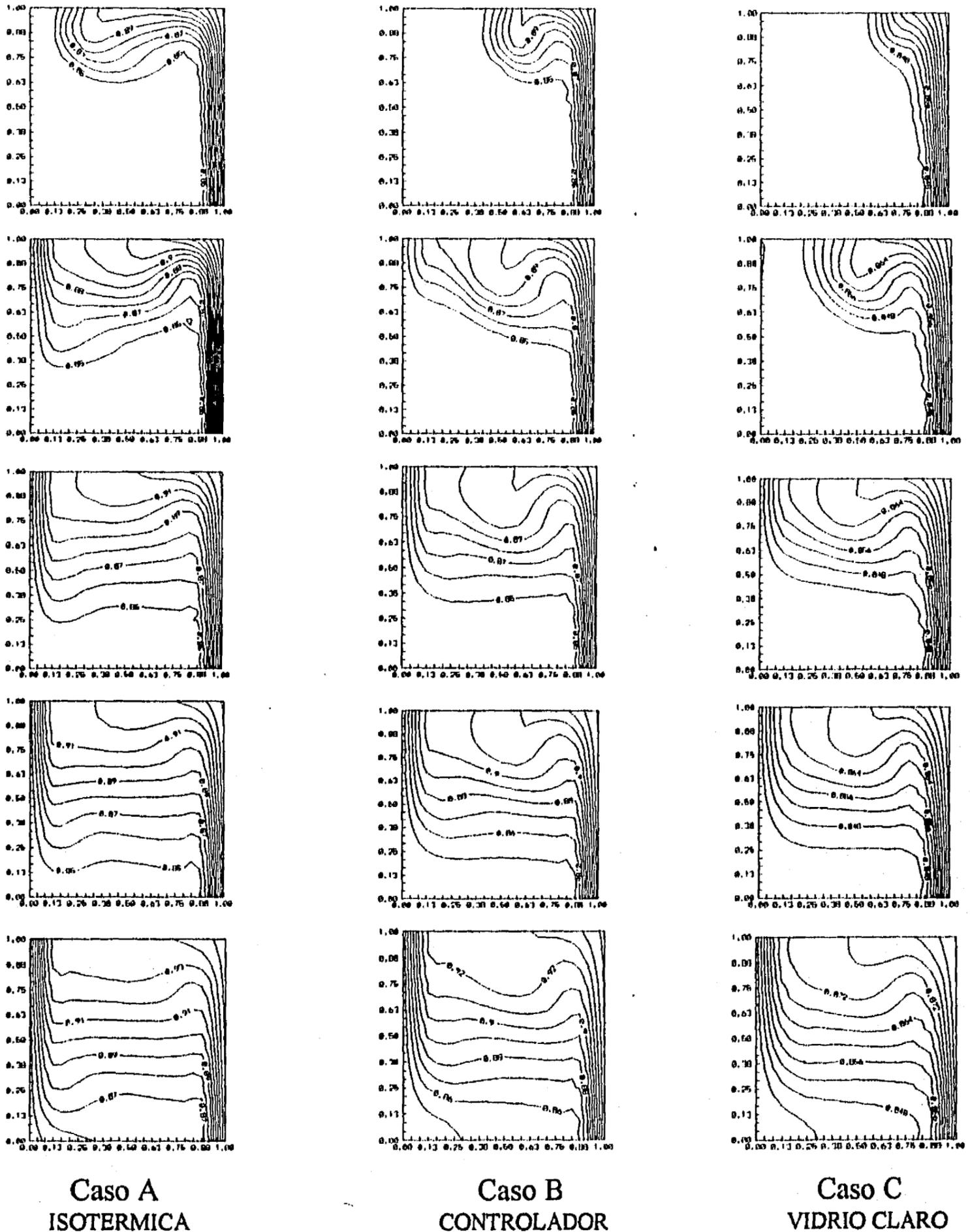


Figura 5.1.5 Isotermas en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para  $Gr=10^5$  y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6, 12, 20, 30 y 60 respectivamente.

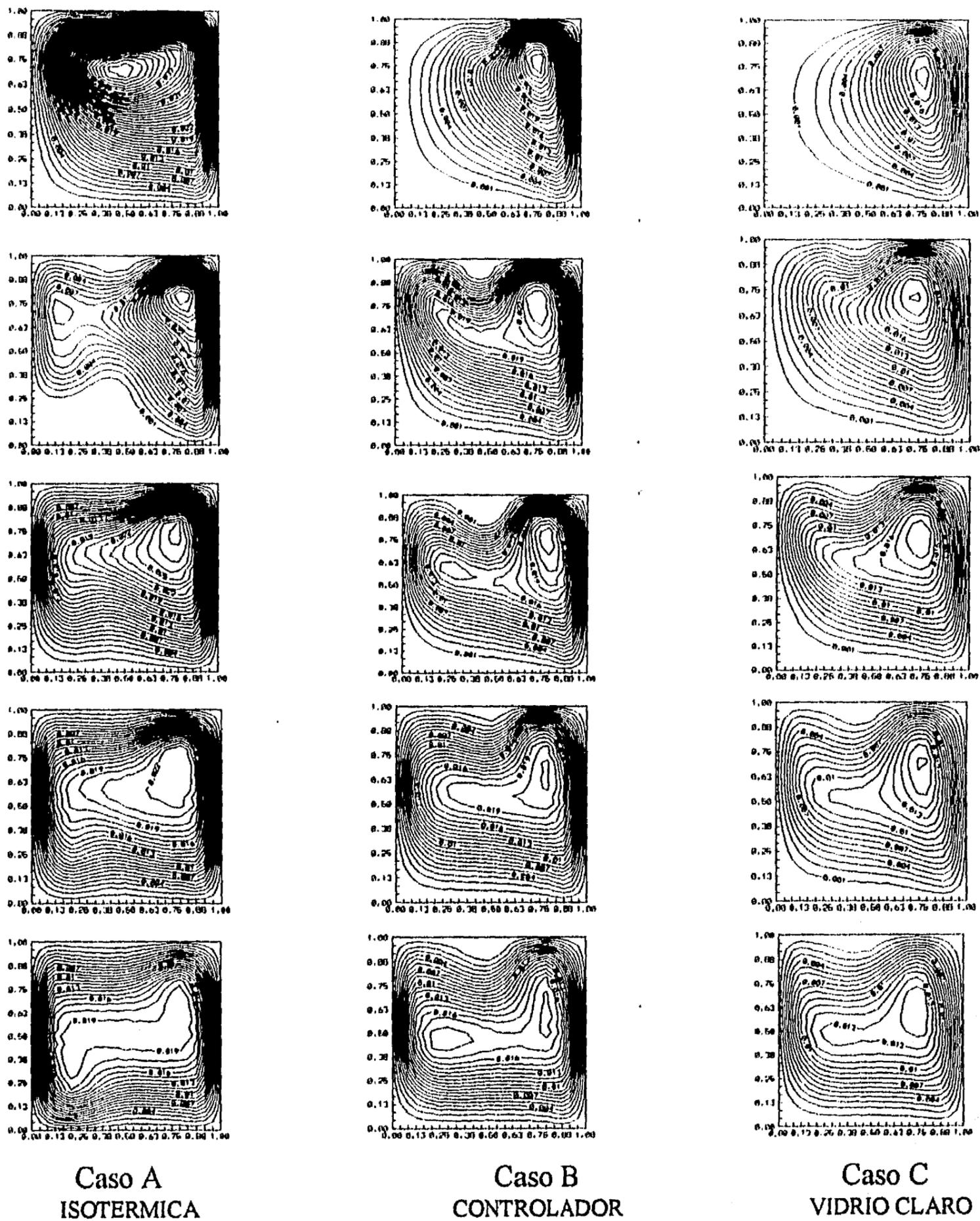


Figura 5.1.6 Líneas de corriente en la cavidad para el caso A: cavidad con paredes verticales isotérmicas, caso B: cavidad con ventana con controlador óptico y caso C: cavidad con ventana sin controlador óptico para  $Gr=10^6$  y tiempos adimensionales de arriba hacia abajo de 6, 12, 20, 30 y 60 respectivamente.

temperatura de la pared semitransparente cambia muy rápidamente debido a la absorción de radiación por el controlador óptico y el vidrio. En  $\tau=6$  la temperatura promedio del controlador es de 0.9527 (60.4 °C) teniendo muy poco incremento en los tiempos posteriores. En  $\tau=30$ ,  $\theta=0.9547$  (61.14 °C). Lo mismo se observa en el caso C (ver tabla 5.1.2). El fluido circula de izquierda a derecha (contra las manecillas del reloj). Aunque las isothermas para  $Gr=10^4$  son muy similares entre sí para los casos A, B y C hay diferencias significativas. Las isothermas son menos curvas en los casos B y C comparadas con el caso A, indicando que el flujo de calor por conducción es dominante. Notándose todavía mas dominante en el caso C que en el caso B. Esto se explica porque al introducir el intercambio radiativo en la cavidad, éste aminora los procesos por convección natural como ya ha sido reportado en los casos donde se introduce el intercambio radiativo entre paredes [40,43]. Los gradientes de las líneas de corriente del caso 5.1.2C es menor que en el caso B, indicando una disminución en la velocidad del flujo. Lo mismo ocurre en el caso 5.1.2C.

En las figuras 5.1.3B y 5.1.3C se presentan las isothermas para los casos B y C así como las líneas de corriente en las figuras 5.1.4B y 5.1.4C para números de  $Gr=10^5$ . Igual que para el caso de  $Gr=10^4$  se observa un incremento rápido de la temperatura en el controlador óptico del caso B y del vidrio en el caso C. A diferencia del caso A, en el caso B, un solo vórtice se presenta conforme se avanza en el tiempo, inicialmente, en  $\tau=6$  el vórtice esta corrido hacia el extremo superior derecho de la pared. En la figura 5.1.3, en  $\tau=6$ , el espesor de la capa límite térmica al tiempo  $\tau=6$  en la parte inferior de la cavidad es mas amplio para los casos B y C que para el caso A. Pero el curvamiento de las isothermas en la parte superior es menor en B y C comparado con el caso A, indicando que la difusión hacia el centro de la cavidad es mas lenta que en el caso A. También se observa en la figura 5.1.4B que a diferencia

del caso A, el vórtice central es menos elongado a todos los tiempos. En el estado permanente solo se presenta un solo vórtice elíptico menos elongado en el caso B que en el caso A. Los gradientes de las líneas de corriente son menores en los casos B y C en comparación con el caso A y entre los casos B y C los valores de las líneas de corriente de C son todavía menores que en el caso B, indicando que el fluido se mueve mas lentamente en el caso C que en el caso B debido a que la diferencia de temperaturas en el caso C es menor que en el caso B ( $\sim 23.^\circ\text{C}$ ).

Al aumentar el número de  $\text{Gr}=10^6$  en los casos B y C (figuras 5.1.5B y 5.1.5C) se observa que los patrones de flujo difieren del caso A. En  $\tau=6$  el vórtice en el caso B y C se presenta en la región superior derecha y esta elongado verticalmente en comparación con el caso A que se elonga horizontalmente. El tamaño de la capa límite térmica en la parte inferior derecha de la cavidad para el caso C es ligeramente mayor que en el caso A y B. En la parte superior la difusión de las isotermas hacia la región central es menor en los casos B y C que en el caso A, siendo todavía menor en el caso C comparado con el caso B. Se observa en la figura 5.1.5B en  $\tau=6$  las ondas térmicas deslizándose hacia la región central sin haberse extendido sobre la pared superior como ocurre en el caso A. En el caso C de la misma figura las isotermas son casi paralelas indicando el dominio del régimen de transferencia de calor por conducción. Al tiempo  $\tau=12$  las ondas térmicas de los casos B y C se van difundiendo mas lentamente que en el caso A, pero ahora ya se extienden por toda la pared superior. A los tiempos  $\tau=20, 30$  y  $60$  las isotermas de la región central son prácticamente horizontales indicando estratificación en esa región.

En el caso B de la figura 5.1.6 al tiempo  $\tau=6$  empieza a observarse un deslizamiento de las líneas de corriente en la región superior central de la cavidad, este efecto no se presenta en los casos A y C para el mismo tiempo. Al tiempo  $\tau=12$  este efecto es mas pronunciado en el caso B y empieza a formarse en el caso C y

también aparece ligeramente en el caso A. Para los siguientes tiempos el efecto aparece mas definido en los casos B y C no apareciendo en el caso A. Este efecto ya ha sido reportado en problemas transitorios de convección natural [33,57,59,68], pero no ha sido reportado en problemas combinados de convección natural y radiación.

Este efecto esta relacionado con la evolución oscilatoria hacia el estado permanente descrito por Patterson & Imberger [59] que lo asocian al número de Prandtl. Dependiendo del número de Prandtl, aunque el número de Rayleigh sea el mismo, la evolución del proceso es diferente, aunque se llegue al mismo resultado en el estado permanente. Ellos encontraron este comportamiento para  $Pr=2$  y  $Ra=10^5$  que corresponde a  $Gr=5 \times 10^4$ . En este trabajo se encontró para  $Pr=0.73$  y  $Ra=7.3 \times 10^5$  que corresponde al  $Gr=1 \times 10^6$ . Los autores mencionaron que la actividad ondulatoria interna podría deberse a un apilamiento de las intrusiones horizontales.

Ivey [32] sugiere que el comportamiento oscilatorio que observó en sus resultados experimentales son causados por el fenómeno de salto hidráulico interno por analogía con un flujo de canal abierto que se presenta cuando una corriente rápida de un fluido en descenso cambia subitamente a una corriente lenta con un área de sección transversal mayor debido a un cambio en la pendiente del canal. La corriente rápida del fluido sufre una expansión y parte de su energía cinemática se convierte en energía potencial y en pérdidas. La pérdida de energía asociada con cualquier salto hidráulico es disipada en un tren de ondas estacionario a lo largo de la corriente. Basado en el escalamiento de la capa límite vertical derivó una expresión para el número de Froude como función de los números de Rayleigh y de Prandtl. Paolucci y Chenoweth [57] están de acuerdo con los resultados de Ivey y asocian este comportamiento al proceso de transición a turbulencia. Muestran que para razones de aspecto cercanas a uno, cuando se aumentó el número de Rayleigh ocurre una inestabilidad oscilatoria debido a ondas internas que aparecen antes de que la

capa límite de la pared se vuelva inestable. Esta inestabilidad ondulatoria da lugar a la presencia de saltos internos. También se encontró que para razones de aspecto del orden de 5 la pared opuesta amortigua las oscilaciones en dirección de la corriente de los saltos internos, de tal manera que para razones de aspecto grandes los saltos no pueden desarrollarse. En el caso de convección natural para  $Ra > 10^7$ , los saltos hidráulicos se presentan en la región superior e inferior de la cavidad en forma simétrica. En este problema donde se considera convección natural y radiación sólo se presenta en la parte superior y no en la inferior.

Siguiendo a Ivey [32] que define un número de Froude característico como:

$$Fr = \begin{cases} 0.125A^{3/8} (Pr Ra)^{1/8} & \text{si } Pr \leq 1 \\ 0.125A^{3/8} Pr^{1/2} Ra^{1/8} & \text{si } Pr > 1 \end{cases}$$

y considerando  $Pr=0.73$  y  $Ra=7.3 \times 10^5$  se obtiene un  $Fr = 0.649$ . Según Ivey si el flujo es subcrítico ( $Fr < 1$ ) este se disemina suavemente sobre el fluido más pesado cuando la capa límite de intrusión se aproxima a la pared fría o inversamente. Si el flujo es supercrítico ( $Fr > 1$ ) el flujo puede tener un salto hidráulico. Parece ser que esto no se cumple cuando se considera la cavidad con una ventana semitransparente con o sin controlador óptico en la cual se introduce el intercambio radiativo en la cavidad. Esto sugiere una nueva interpretación de este tipo de fenómenos en cavidades.

Patterson y Armfield [60] refutaron la interpretación de Ivey y mostraron a través de medios experimentales y numéricos que no es un salto hidráulico el responsable del flujo oscilatorio, sino la acción de una onda de presión causada por la separación de las intrusiones horizontales que alcanzan la pared vertical en el lado opuesto de la cavidad. Más recientemente, Ravi, Henkes y Hoogendoon [63] analizaron el

fenómeno con más detalle para determinar si la estructura del flujo pudiera ser caracterizada por un salto hidráulico. Demostraron que la expansión repentina del flujo en las esquinas de la cavidad no está asociada a un salto hidráulico. También presentaron el efecto de la evolución de la estructura con el aumento del número de Prandtl. Llegando a la conclusión de que la zona de separación de la pared deja de existir para números de Prandtl mayores de 1.4. Los autores clasificaron al flujo en las esquinas en dos regiones diferentes: la de recirculación y la de separación de la pared. Para Ravi et al., la recirculación comienza cuando el número de Rayleigh excede de  $10^6$  y el flujo se separa de la pared para  $Ra=10^7$  en cavidades con convección natural. Ellos explican en forma cualitativa que este fenómeno es causado solamente por efectos térmicos. La estratificación de la región central causa una caída repentina de temperatura en la capa límite vertical, resultando en un fluido mas frío que el estratificado central que alcanza la pared superior y la fuerza de flotación resultante causa un flujo tipo pluma. El flujo se separa de la pared superior cuando la pluma crece. La recirculación es causada por el re-arrastre de esta pluma dentro de la capa límite vertical.

A la fecha este fenómeno todavía está en estudio y el comportamiento del fenómeno en este trabajo se acerca más a lo descrito por estos últimos autores.

La evolución en el tiempo es similar para los casos B y C de las figuras 5.1.5 y 5.1.6 excepto que los valores de temperatura y líneas de corriente en el caso C son menores que en el caso B.

Al tiempo  $\tau=30$  en la figura 5.1.5B las isotermas en la región central tienden a ser mas horizontales que en  $\tau=20$ . Se observan dos vórtices en la figura 5.1.6B el del lado derecho con su eje en forma vertical y el del lado izquierdo en forma horizontal. Tanto el campo de temperaturas como las líneas de corriente de los casos B y C no son simétricos comparados con el caso A que es simétrico.

En las figuras 5.1.7 y 5.1.8 se presentan los componentes de velocidad vertical adimensional como función de la longitud horizontal X en Y=0.5 (parte media de la cavidad), para  $\tau=30$  con  $Gr=10^4$  y para  $\tau=40$  con  $Gr=10^5$  para los casos A, B y C respectivamente.

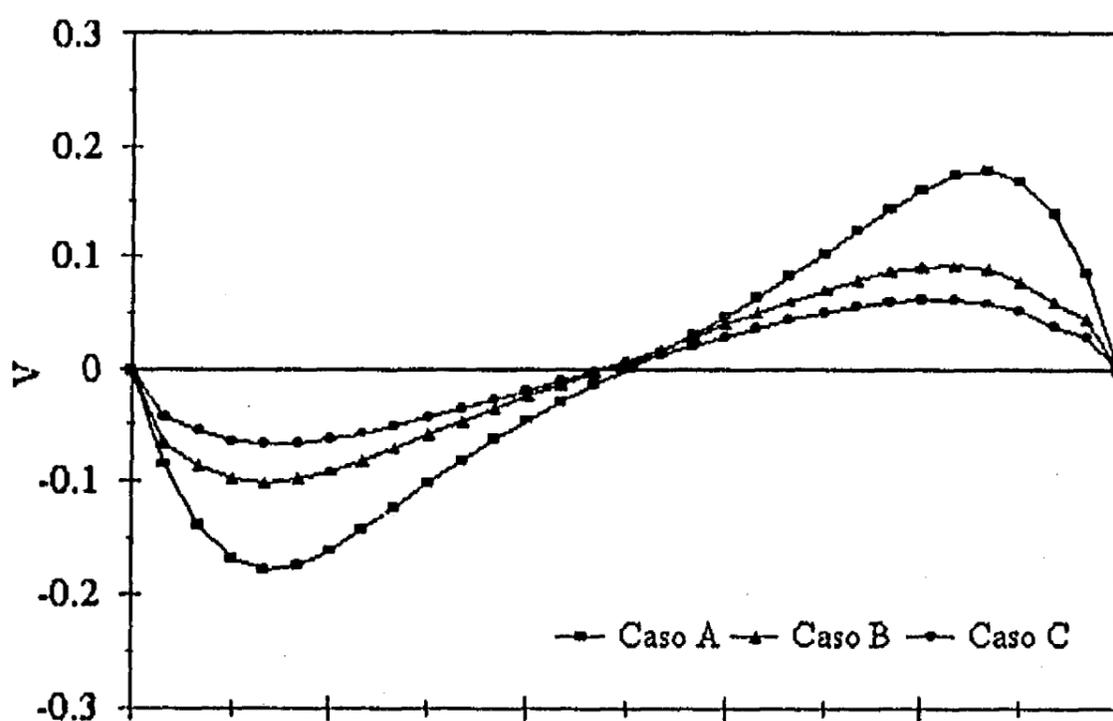


Figura 5.1.7 Perfiles de velocidad vertical para el  $Gr=10^4$  y casos A, B y C para  $\tau=30$ .

En la figura 5.1.9 se presenta el mismo caso de las componentes de velocidad vertical adimensional de las figuras anteriores pero ahora para  $Gr=10^6$  y  $\tau=60$  para los casos A, B y C.

Se puede observar de las figuras que al aumentar el número de Grashof, los máximos de velocidad se mueven hacia la pared y su amplitud aumenta. También se observa que la amplitud de la componente de velocidad del caso B es menor que en

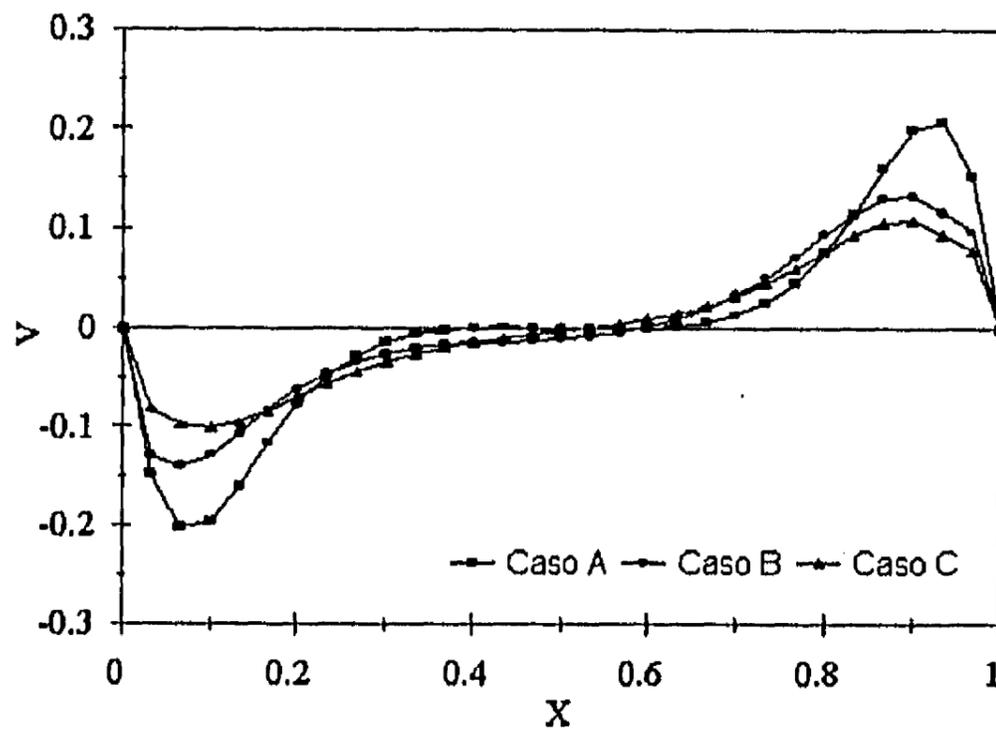


Figura 5.1.8 Perfiles de velocidad vertical para el  $Gr=10^5$  y casos A, B y C para  $\tau=40$ .

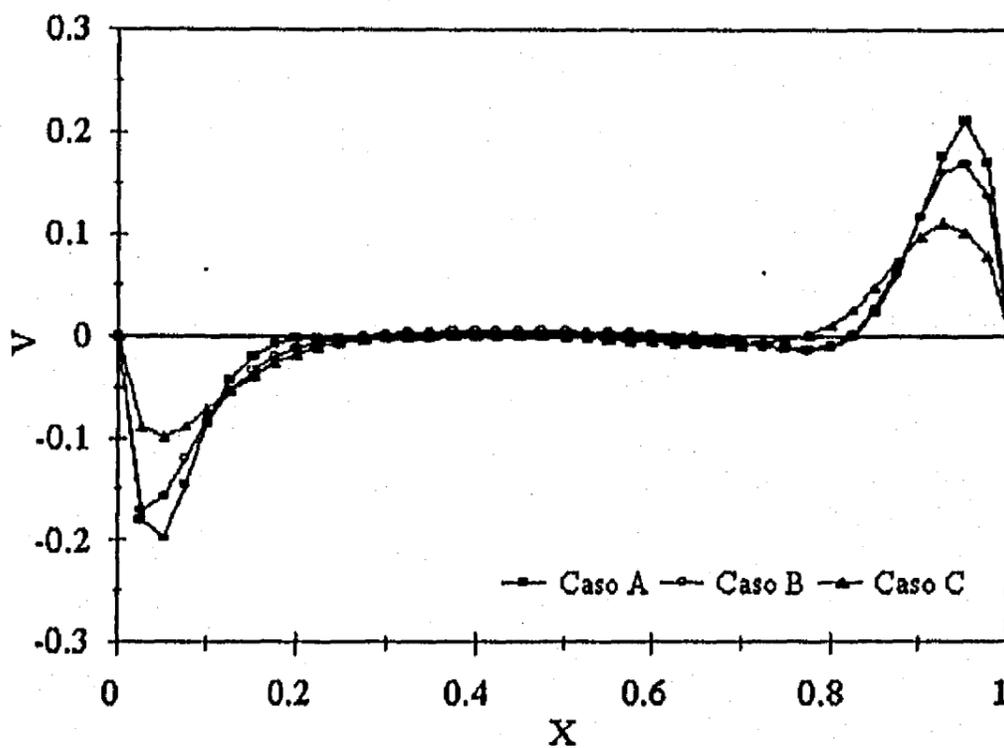


Figura 5.1.9 Perfiles de velocidad vertical para el  $Gr=10^6$  y casos A, B y C para  $\tau=60$ .

el caso A y la amplitud de la componente de velocidad del caso C es todavía menor que en la de los casos A y B.

## **5.2 COMPARACIÓN ENTRE EL MODELO UNIDIMENSIONAL Y EL MODELO DE CAVIDAD CON CONTROLADOR ÓPTICO**

Para poder comparar las temperaturas del recubrimiento calculadas por el modelo unidimensional con las calculadas por el modelo de cavidad se utilizó en el primer modelo coeficientes convectivos empíricos correspondientes a convección natural en placas planas verticales [36]. En las figuras 5.2.1 y 5.2.2 se presenta la evolución de la temperatura adimensional  $\theta_f$  del controlador óptico con el tiempo para los dos modelos y para los números de Grashof de  $10^4$  y  $10^5$  respectivamente. Se observa que para ambos modelos  $\theta_f$  tiende al mismo valor en el estado permanente. También se observa un fuerte aumento de la temperatura en los primeros incrementos de tiempo, notándose más en el modelo de cavidad con controlador óptico. Parece razonable suponer, que la diferencia entre las dos curvas (figura 5.2.1), se debe al uso de la correlación empírica y al intercambio radiativo dentro de la cavidad que acelera el calentamiento de la película al inicio del proceso con relación al caso unidimensional. Sin embargo, en esta figura también se observa que, aunque  $\theta_f$  del modelo unidimensional es más lento en elevar su temperatura, emplea menos tiempo en alcanzar el estado permanente, es decir, hay un cruzamiento de las curvas en  $\tau=3.8$ .

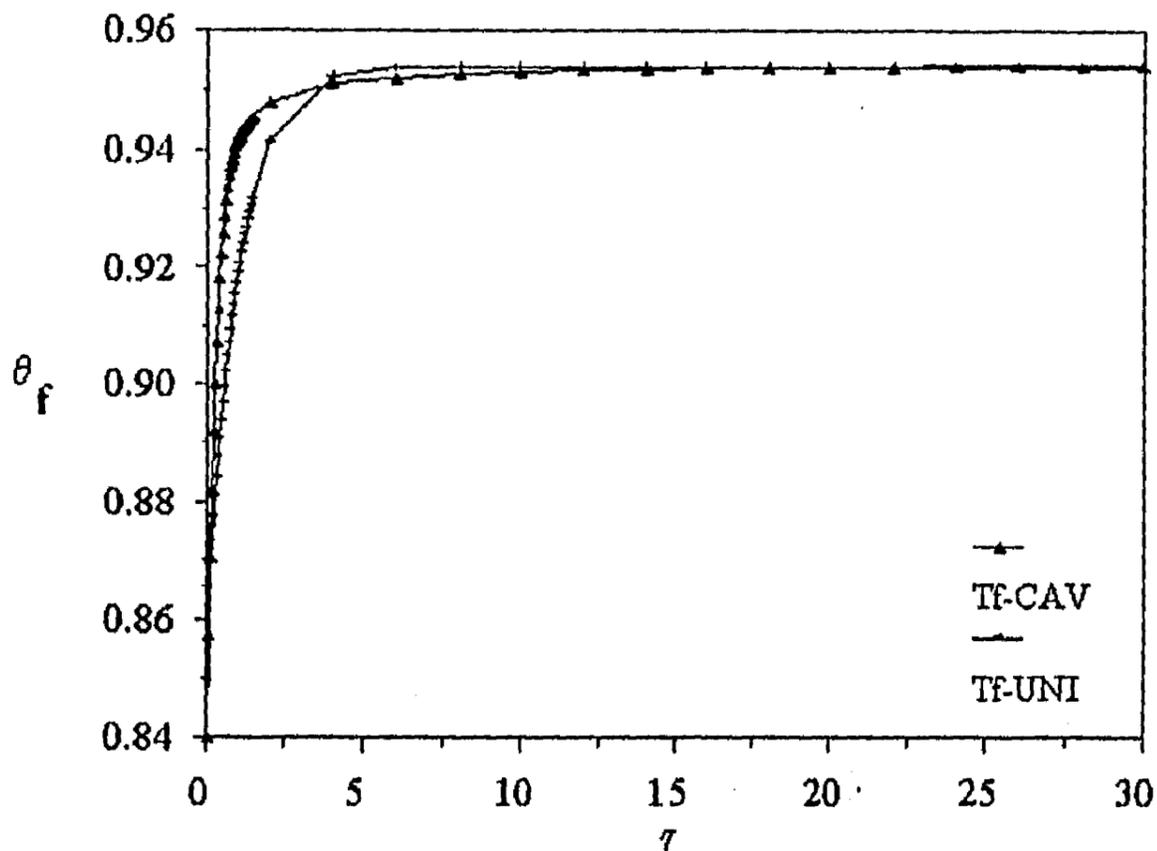


Figura 5.2.1. Evolución de la temperatura adimensional del controlador óptico ( $\theta_f$ ) en el tiempo ( $\tau$ ) para el modelo unidimensional transitorio y para el modelo de cavidad con controlador óptico para  $Gr=10^4$ .

En el caso de  $Gr=10^5$ , figura 5.2.2 esta diferencia es más notoria puesto que al aumentar el Grashof, aumenta el coeficiente de transferencia de calor por la correlación empírica del modelo unidimensional produciendo un mayor enfriamiento de la superficie vertical retardando el avance al estado permanente. Sin embargo, pasa lo mismo que en la figura 5.2.1, existe un cruzamiento de las curvas en  $\tau=11$ , indicando que es la  $\theta_f$  del modelo unidimensional la que alcanza primero el estado permanente.

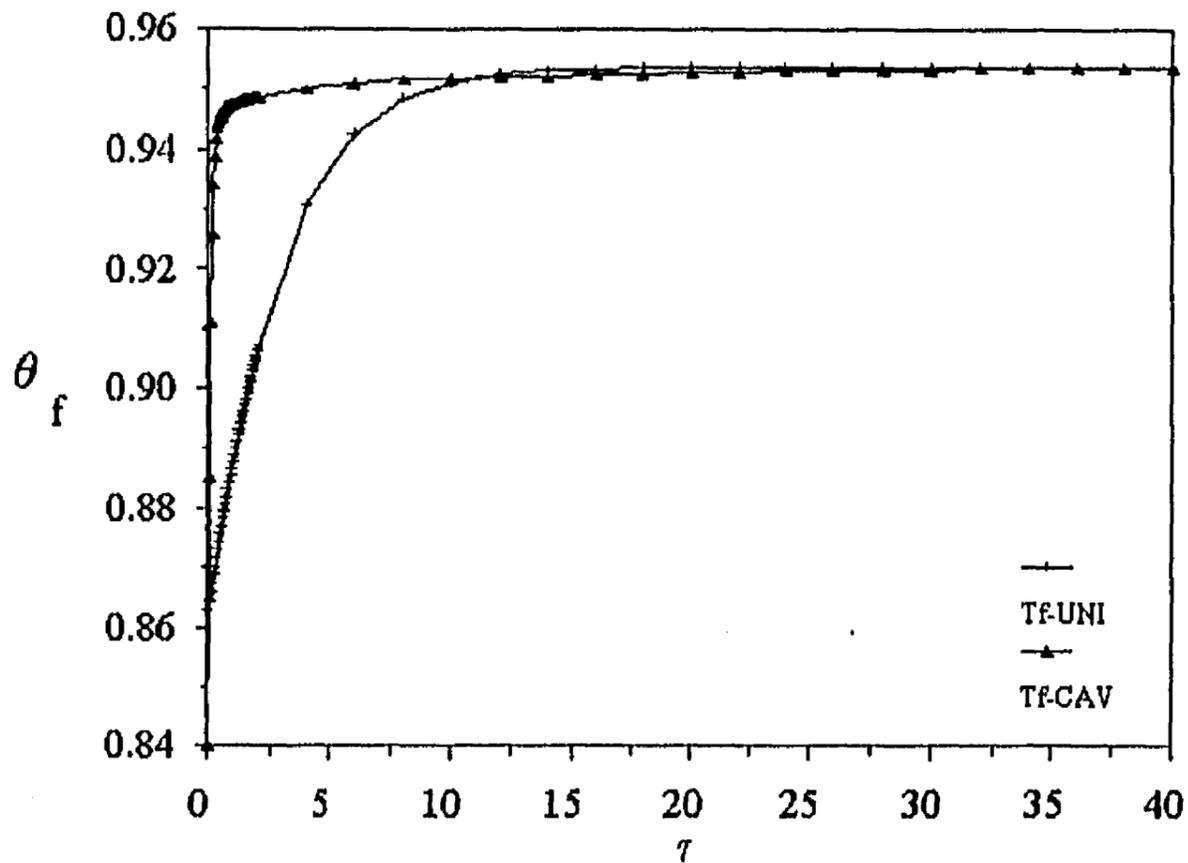


Figura 5.2.2 Evolución de la temperatura adimensional del controlador óptico ( $\theta_f$ ) en el tiempo ( $\tau$ ) para el modelo unidimensional transitorio y para el modelo de cavidad con controlador óptico para  $Gr=10^5$ .

### 5.3 CÁLCULO DEL NÚMERO DE NUSSELT

En la figura 5.3.1 se presenta la evolución del número de Nusselt en el tiempo para los números de Grashof de  $10^4$ ,  $10^5$  y  $10^6$  calculados con la ecuación (4.2.48) para una cavidad con ventana con controlador óptico. Se observa que para tiempos  $\tau < 1$  el número de Nusselt alcanza grandes valores, debido a que, al inicio del proceso de calentamiento, la diferencia de temperatura entre las capas adyacentes de la cavidad y el controlador óptico es considerable. Para tiempos  $\tau > 1$  esta diferencia se hace cada vez menor hasta que llega al estado permanente.

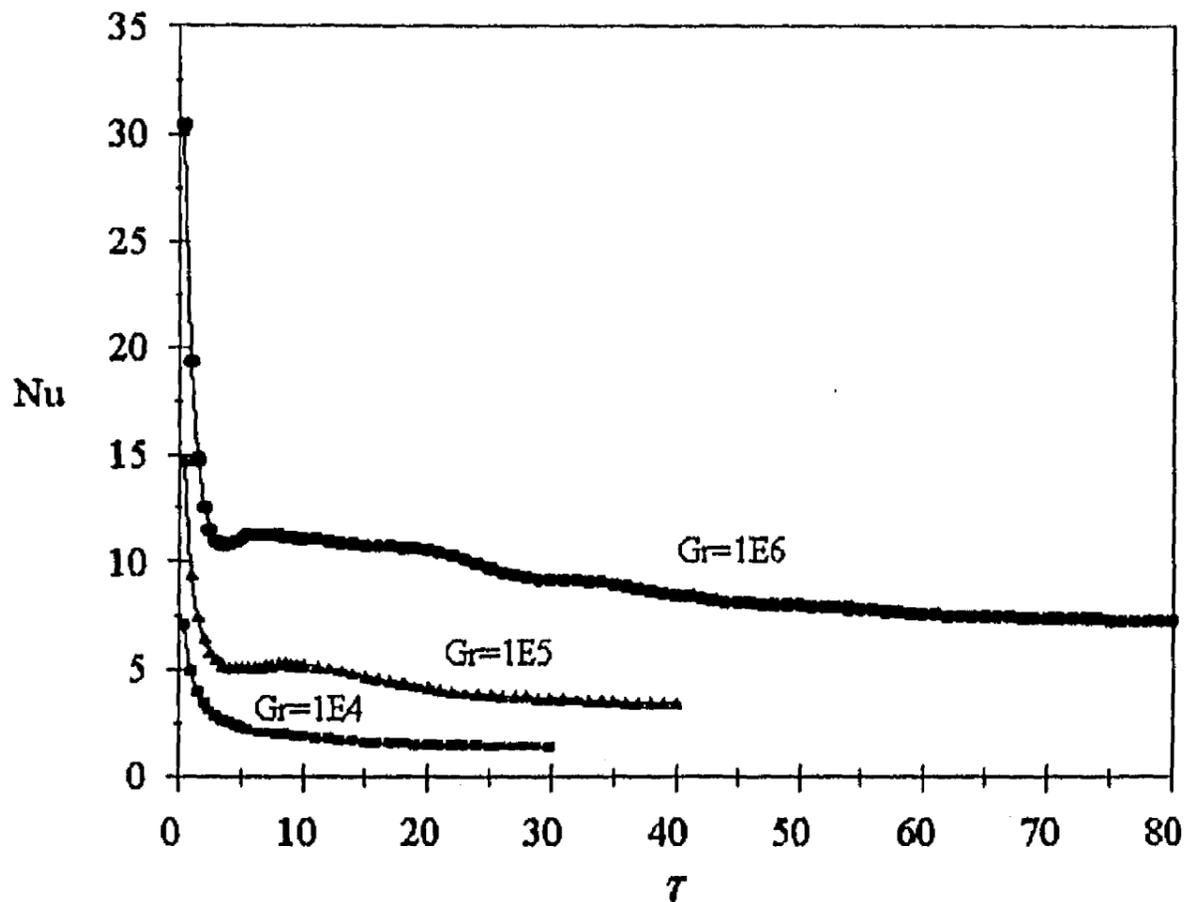


Figura 5.3.1 Historia del número de Nusselt convectivo para los números de Gr de  $10^4$ ,  $10^5$  y  $10^6$ .

Para el caso donde  $Gr = 10^4$  se observa que el régimen dominante de transferencia de calor es por conducción y la aproximación al estado permanente es monótona. Puede decirse que para  $\tau > 25$  el número de Nusselt es de 1.401. Para  $Gr=10^5$  en el caso de la cavidad con controlador óptico, el régimen convectivo es relevante. Entre  $5 < \tau < 20$  se observa una onda que se amortigua suavemente y que alcanza su máximo en aproximadamente  $\tau=8$  y va decayendo a su valor en el estado permanente que es de 3.43. Esto se debe a que, al transcurrir el tiempo, debido a la circulación del fluido, el gradiente de temperatura aumenta en la cavidad produciendo un aumento en el Nusselt promedio.

En la evolución del número de Nusselt en  $Gr=10^6$  se observa actividad ondulatoria interna. Aparecen tres ondas, la primera  $4 < \tau < 15$ , la segunda entre

15 <  $\tau$  < 25 y la tercera entre 25 <  $\tau$  < 40. Este comportamiento ondulatorio del número de Nusselt convectivo parece estar relacionado con el salto hidráulico y las oscilaciones internas del fluido que se observó en las figuras 5.1.5 y 5.1.6 de los casos B y C. Para  $\tau > 40$  estas oscilaciones desaparecen tendiendo al estado permanente con un número de Nusselt de 7.73.

A continuación se presenta la correlación del número de Nusselt promedio para el estado permanente que fue derivada por regresión lineal de 6 puntos ( $Gr=1 \times 10^4$ ,  $5 \times 10^4$ ,  $1 \times 10^5$ ,  $5 \times 10^5$ ,  $1 \times 10^6$  y  $5 \times 10^6$ ).

$$\overline{Nu}_o = 0.0643 (Pr Gr)^{0.355} \quad \text{para} \quad Pr=0.73 \quad \text{y} \quad 1 \times 10^4 \leq Gr \leq 5 \times 10^6$$

Su correspondiente gráfica se presenta en la figura 5.3.2.

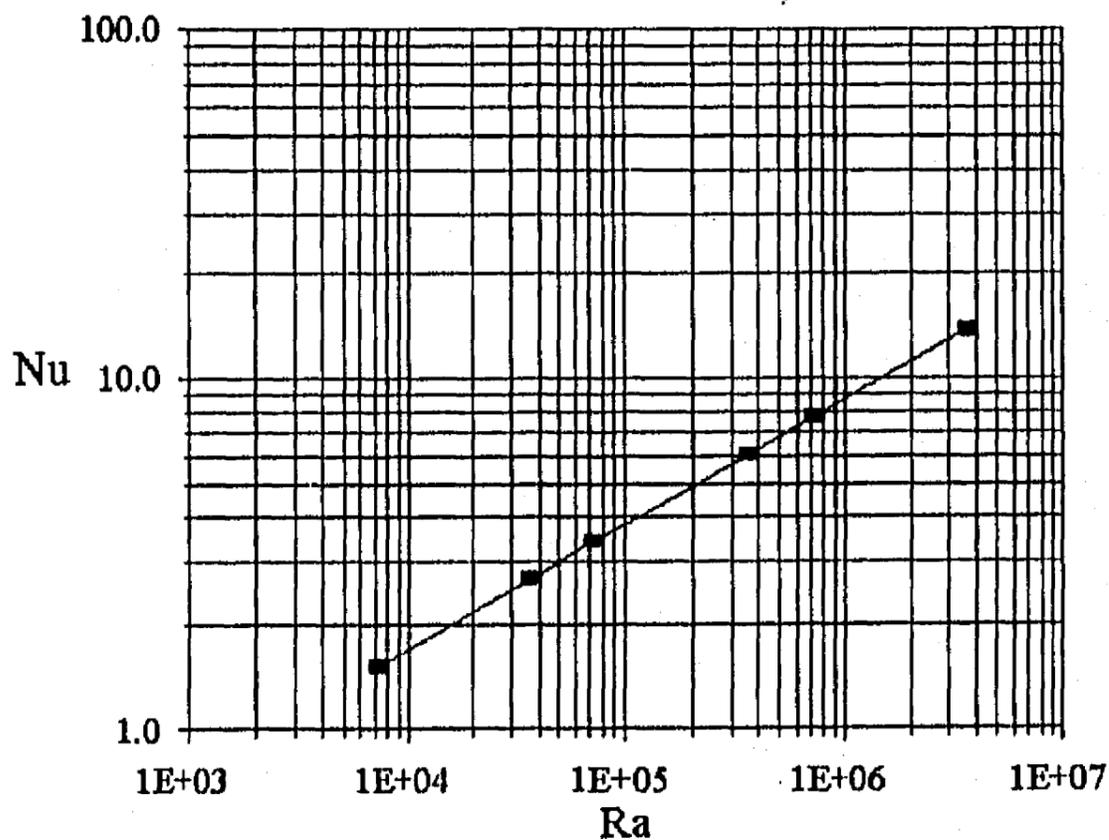


Figura 5.3.2 Número de Nusselt promedio vs Rayleigh para el estado permanente.

Para observar la contribución del término radiativo en este problema, Behnia, Rizes y Vahl Davis [11] introdujeron la definición de un número de Nusselt para radiación (promediado a lo largo de la pared) que definen como:

$$\overline{Nu}_r = \left( \frac{q_{rad}}{q_{conv}} \right) Nu_c$$

donde  $q_{rad} = q_{r4}$  es la transferencia de calor por radiación de la pared caliente, en este caso, y  $q_{conv}$  es la transferencia de calor por convección de esa misma pared hacia el interior de la cavidad. Entonces la transferencia de calor total será la suma del  $Nu_c$  y del  $Nu_{rad}$ , esto es:

$$Nu_T = Nu_c + Nu_r$$

donde

$$\overline{Nu}_T = Nu_c + \left( \frac{q_{rad}}{q_{conv}} \right) Nu_c = Nu_c \left( 1 + \frac{q_{rad}}{q_{conv}} \right)$$

En la figura 5.3.3 se muestra la gráfica de la variación del número de Nusselt promedio en estado permanente con el número de Rayleigh. Se presentan tres curvas, la correspondiente para el Nusselt radiativo, el Nusselt convectivo y el número de Nusselt total es la suma de los anteriores. Se observa que la contribución del Nusselt radiativo aumenta muy ligeramente (es casi constante) al aumentar el número de Rayleigh, esto se debe a que la temperatura promedio de la pared varía muy poco al aumentar el número de Rayleigh. Esta contribución es pequeña debido a que las temperaturas son bajas.

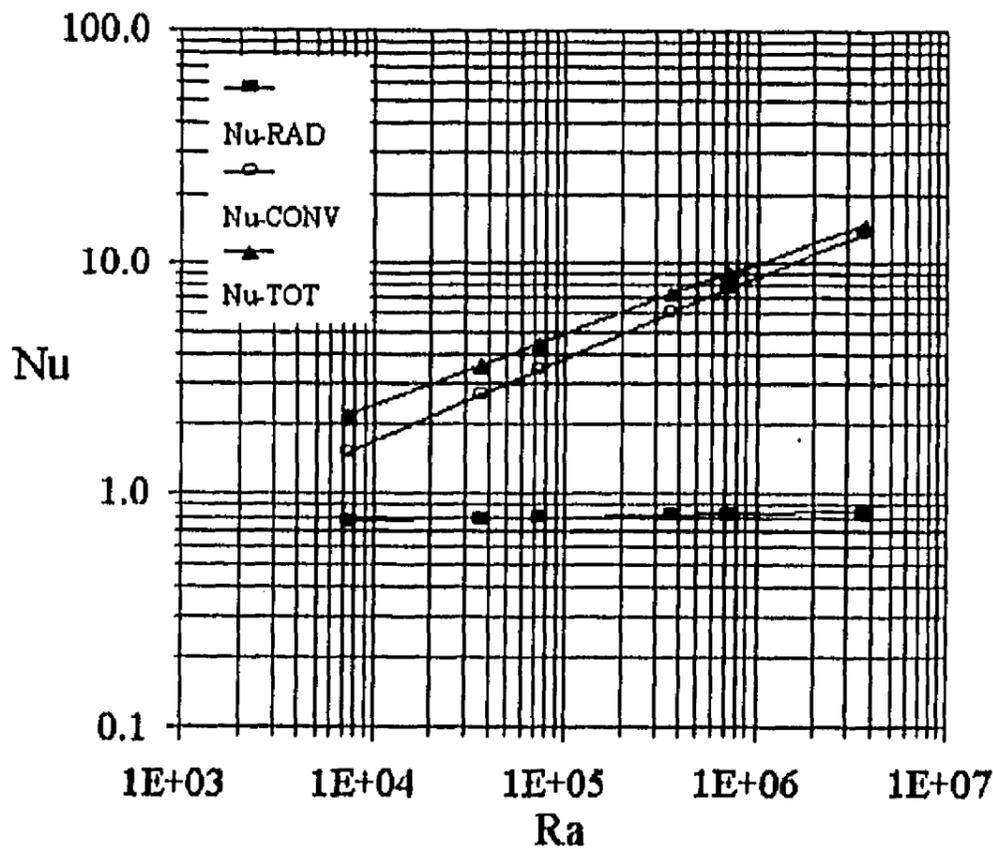


Figura 5.3.3 Números de Nusselt convectivo, radiativo y total vs número de Rayleigh.

#### 5.4 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE SOMBREADO Y DEL FACTOR DE RECHAZO SOLAR

Para calcular el coeficiente de sombreado, determinar los flujos de calor netos al interior ( $Q_{int}=Q_i+\tau G$ ) y al exterior ( $Q_{ext}=Q_o+\rho G$ ) del vidrio con controlador óptico en la cavidad. La tabla 5.4.1 muestra los calores netos  $Q_{int}$  y  $Q_{ext}$  para un  $Gr=10^5$  a distintas temperaturas exteriores ( $T_o$ ) para los casos B y C mencionados en la sección 5.1.

En la tabla también se muestra la diferencia porcentual entre el flujo radiativo incidente en la cavidad ( $G=750 \text{ W/m}^2$ ) y la suma de los flujos de calor netos al interior y al exterior ( $Q_{int}+Q_{ext}$ ). Por balance de energía, si no existiera error alguno

en el proceso de cálculo, estas diferencias porcentuales deberían de ser cero. La tabla indica

Tabla 5.4.1 Flujos de calor neto al interior y al exterior para la cavidad con vidrio+controlador óptico (CCO) y para cavidad con vidrio claro de 6 mm (VSC) a diferentes temperaturas  $T_o$  para  $Gr=10^5$ .

$T_o$ , °C	$Q_{int}(CCO)$ W/m <sup>2</sup>	$Q_{int}(VSC)$ W/m <sup>2</sup>	$Q_{ext}(CCO)$ W/m <sup>2</sup>	$Q_{ext}(VSC)$ W/m <sup>2</sup>	$Q_{tot}(CCO)$ W/m <sup>2</sup>	$Q_{tot}(VSC)$ W/m <sup>2</sup>	G W/m <sup>2</sup>	Dif% $Q_{tot}(CCO)$	Dif% $Q_{tot}(VSC)$
30	266.96	615.69	453.13	112.68	720.09	728.37	750	3.99	2.88
35	283.56	628.55	442.97	98.06	726.53	726.61	750	3.13	3.12
40	300.72	641.11	434.31	82.89	735.03	724.00	750	2.00	3.47
45	318.58	654.81	424.29	67.08	742.87	721.89	750	0.95	3.75

que para las temperaturas exteriores ( $T_o$ ) consideradas hay una diferencia menor al 4%. Esto puede representar un error numérico global menor del 4%.

En la figura 5.4.1 se presenta la variación del coeficiente de sombreado con la temperatura exterior de la cavidad. La curva superior es para una cavidad con vidrio claro de 6mm y la curva inferior es para la cavidad con controlador óptico.

Se observa que para una temperatura exterior de 35 °C, el coeficiente de sombreado para la cavidad con controlador óptico es de 42.0%, mientras que para la cavidad con vidrio claro sin el controlador óptico es de 92.2%. Esto indica que del 100% de la energía que entraría por el uso de un vidrio claro de 3 mm sin controlador óptico, sólo el 42.0% pasa por el uso del controlador óptico en un vidrio de 6 mm. Si se usará un vidrio de 6 mm sin controlador óptico, la ganancia de calor al interior de la cavidad sería del 92.2% indicando que la energía ganada por conducción y la radiación directa transmitida a través del vidrio y el controlador óptico es menor que sin el uso del controlador óptico. La diferencia es de un 50.2%.

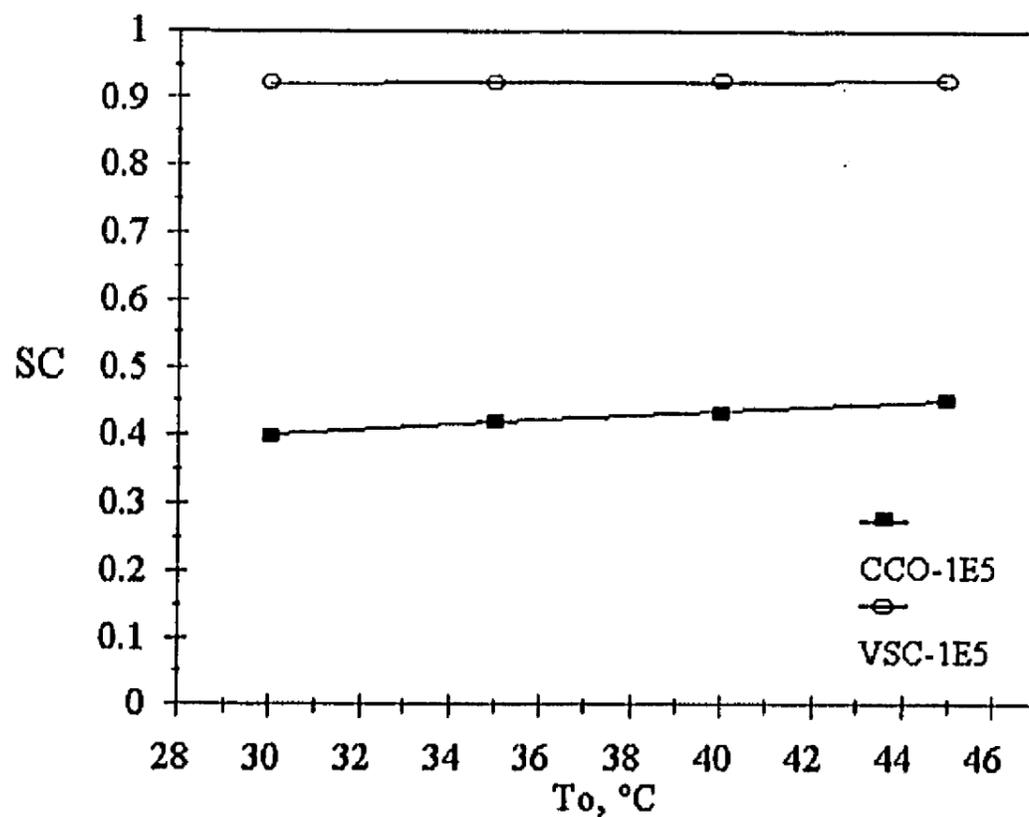


Figura 5.4.1 Variación del coeficiente de sombreado (SC) con la temperatura exterior ( $T_0$ ) para cavidad con vidrio con controlador óptico y para cavidad con vidrio claro de 6 mm para  $Gr=10^5$ .

Usando la definición del capítulo 3, ecuación 3.9.10, se calcula el factor de rechazo solar SRF (Solar Rejection Factor) que mide la fracción de radiación solar rechazada al exterior debido al uso del controlador óptico.

En la figura 5.4.2 se muestra la variación del SRF con la temperatura aire exterior. Se observa que para una temperatura exterior de 35 °C, el 59.1% de la energía solar que le llega al vidrio es rechazada al exterior por el sistema vidrio controlador óptico, mientras que para un vidrio claro de 6 mm solo el 13.1% es rechazada.

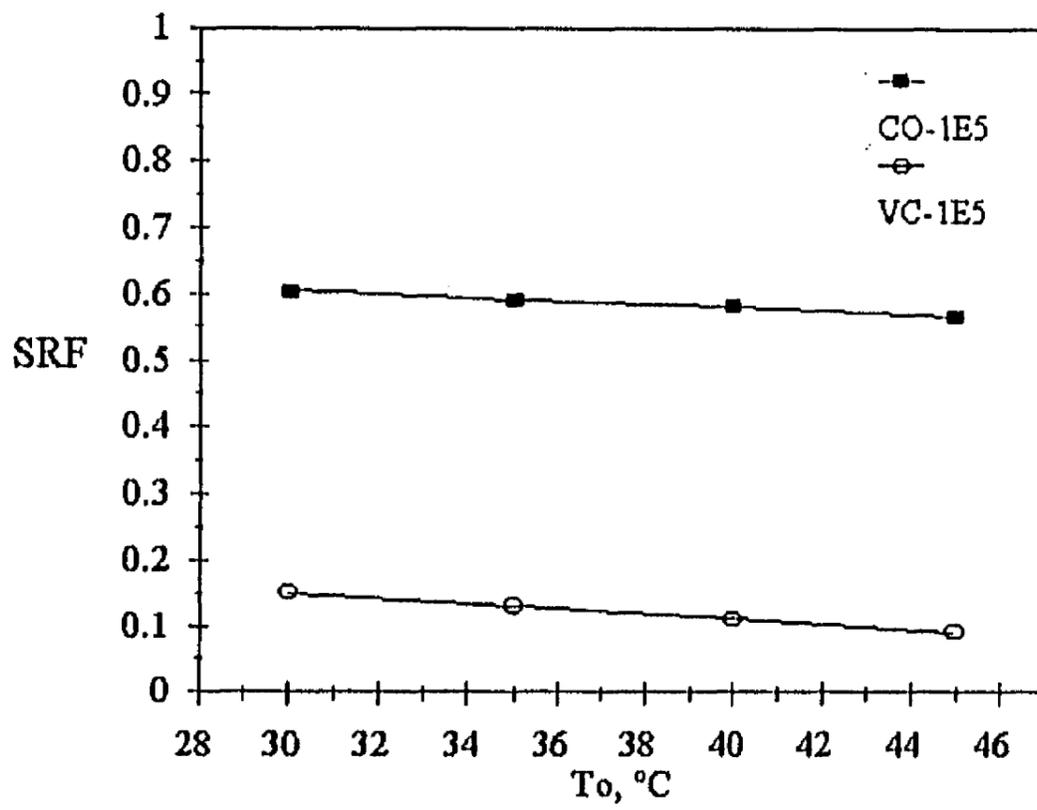


Figura 5.4.2 Variación del factor de rechazo solar (SRF) con la temperatura exterior ( $T_0$ ) para la cavidad con vidrio con controlador óptico y para cavidad con vidrio claro de 6 mm para  $Gr=1 \times 10^5$ .

## 6. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron modelos matemáticos de una dimensión y dos dimensiones que describen el comportamiento térmico del uso de un vidrio con controlador óptico.

Los modelos de una dimensión se presentaron en estado permanente y transitorio y describen el comportamiento térmico del uso del controlador óptico en un vidrio de 6 mm. El régimen de flujo adyacente a la superficie en ambos lados del sistema controlador óptico y vidrio es de convección forzada y la correlación empírica del coeficiente de transferencia de calor usada fue para una superficie plana vertical. En los dos modelos se observó la ventaja del uso del controlador óptico en el vidrio. El modelo unidimensional en estado permanente calcula la distribución de temperaturas en el vidrio, los flujos de calor en los extremos del vidrio con y sin controlador óptico, así como el coeficiente de sombreado y el factor de rechazo solar. Los resultados muestran que aunque la temperatura de la película es mayor que la temperatura interior, la cantidad de calor que entra debido al uso del controlador óptico es menor que la comparada con la ventana que no usa el controlador óptico. Este modelo se puede usar para calcular la fracción de energía que entra en las habitaciones que usen aire acondicionado. El modelo usado en diferentes condiciones ya ha sido publicado [3,25,26,27,53] y verificado experimentalmente [4]. En el experimento se ajustaron los coeficientes de transferencia de calor debido a que las condiciones a la intemperie son diferentes de las correlaciones publicadas obtenidas en laboratorios.

En el caso del modelo unidimensional en estado transitorio, con las mismas correlaciones empíricas de flujo laminar del modelo en estado permanente, se encontró que los tiempos característicos eran grandes, alrededor de 40 a 50 min. Se

calculó el flujo de calor al interior como función del tiempo, así como los coeficientes de sombreado. También este modelo ha sido verificado experimentalmente y publicado en [2]. Los coeficientes de transferencia de calor también fueron ajustados para este caso en la comparación con el experimento. Como se mostró en la tabla 3.2.1 los dos modelos unidimensionales son consistentes, esto es, el de estado transitorio se reduce al estado permanente para tiempos grandes.

El modelo de dos dimensiones que se presentó fue el modelo de cavidad bidimensional en estado transitorio. Los resultados se presentaron para una cavidad cuadrada con ventana con controlador óptico. La temperatura inicial en todo el sistema fue de 21 °C y la temperatura exterior de 35 °C para  $10^4 \leq Gr \leq 10^6$  e insolación directa de 750 W/m<sup>2</sup>. El aire se consideró como un fluido radiativamente no participante.

Se hizo la comparación con el modelo de convección natural de cavidad bidimensional con paredes opacas verticales isotérmicas y se observó la influencia del intercambio radiativo en los patrones de temperatura y líneas de corriente encontrándose diferencias significativas, siendo la más relevante la disminución del transporte convectivo causado por dicho intercambio radiativo, haciendo más conductivo el proceso de transferencia de calor en la cavidad.

Al comparar los patrones de flujo en la cavidad con ventana con controlador óptico, con una sin controlador óptico, se encontró que fueron muy similares cualitativamente pero no cuantitativamente.

En  $Gr=10^6$  en la cavidad con y sin controlador óptico, aparece un fenómeno ya reportado en cavidades con convección natural y no en convección natural y radiación que es el llamado salto hidráulico y que está relacionado con el fenómeno de transición a turbulencia. Esto produce el comportamiento oscilatorio del número de Nusselt de la figura 5.3.1.

Se comparó la temperatura del controlador óptico  $\theta_f$  calculada con el modelo de la cavidad bidimensional y con el modelo unidimensional transitorio. Se encontró que, en el modelo de cavidad, aunque  $\theta_f$  sube más rápidamente su valor, alcanza el estado permanente a un tiempo posterior que la correspondiente del modelo unidimensional. Esto se hizo para  $Gr=10^4$  y  $10^5$ .

Se obtuvo la correlación del número de Nusselt como función del número de Rayleigh en estado permanente para la cavidad pared semitransparente con controlador óptico.

Se presenta el comportamiento de número de Nusselt convectivo con el tiempo para los números de  $10^4 \leq Gr \leq 10^6$ , encontrándose un comportamiento oscilatorio en  $Gr=10^6$  como se mencionó anteriormente.

Se encontró que, usando argumentos de balance de energía, el error numérico global en el método numérico utilizado podría ser menor al 4% en el rango de temperaturas exteriores considerado.

Finalmente, se presenta la variación del coeficiente de sombreado con las temperaturas exteriores  $30^\circ\text{C} \leq T_0 \leq 45^\circ\text{C}$  para  $Gr=1 \times 10^5$ , además del factor de rechazo solar. En el modelo de cavidad se encontró que, para una temperatura exterior de  $35^\circ\text{C}$ , el uso del controlador óptico reduce la entrada de energía en aproximadamente 59%. Se observa la ventaja del uso del controlador óptico.

Como se indicó al inicio de este trabajo, el presente estudio representa un primer paso en la comprensión teórica de la transferencia de calor al interior de una habitación con una ventana con controlador óptico. Los modelos unidimensionales desarrollados han resultado ser útiles en la evaluación térmica de los vidrios con controlador óptico. El modelo de cavidad bidimensional desarrollado contribuye a la comprensión de lo que podría pasar en habitaciones con ventanas con controlador óptico. Sin embargo, durante el presente estudio, se encontró que en el modelo de

cavidad bidimensional se presenta un fenómeno físico relacionado con la transición a turbulencia todavía en estudio, pero a diferencia de todo lo reportado en la literatura, este fenómeno se presenta no sólo en convección natural sino ahora con convección natural e intercambio radiativo, siendo asimétricos los patrones de flujo.

Como extensión del presente trabajo se pueden sugerir estudios que a continuación se delínean:

1. Los modelos desarrollados pueden ser usados para hacer comparaciones entre los vidrios con controladores ópticos y los vidrios comerciales que operan como filtros solares y a su vez establecer las normas de calidad de esos vidrios.

2. Se debe introducir al modelo unidimensional y bidimensional transitorios la variación de la temperatura exterior ambiente durante un día típico, así como la insolación para hacer la evaluación durante 24 horas de la transferencia de calor con los sistemas vidrio+controlador óptico. Extender lo anterior a un año.

3. Para el caso del modelo de cavidad bidimensional con intercambio radiativo, se hace necesario estudiar la aparición de la capa de intrusión en los patrones de flujo.

4. Se debe extender el modelo bidimensional de flujo laminar a flujo turbulento con el propósito de modelar cavidades de dimensiones similares a las de las habitaciones.

5. Se deben realizar estudios experimentales para validar el modelo bidimensional de cavidad.

6. Finalmente, se sugiere que se extienda el modelo de cavidad bidimensional a tres dimensiones haciendo más real la modelación.

## BIBLIOGRAFIA

1. Abib, A.H., Jaluria Y. *Numerical Simulation of the Buoyancy-Induced Flow in a Partially Open Enclosure*. Numerical Heat Transfer, vol. 14, págs. 235-254. 1988.
2. Alvarez-García, G., D.N. Jiménez, C.A. Estrada-Gasca y P.K Nair. *Comparación Teórico Experimental de la Transferencia de Calor en Estado Transitorio de un Vidrio con Controlador Óptico*. Memorias de la XVIII Reunión de Energía Solar, (ANES, México D.F.), págs. 267-271. 1994.
3. Alvarez-García, G., C.A. Estrada Gasca y P.K. Nair. *Análisis Térmico de un Controlador Óptico Depositado Químicamente*. Memorias XVI Reunión de Energía Solar, (ANES, México D.F.), págs. 17-20, 1992.
4. Alvarez- García, G., C.A. Estrada-Gasca, R. Villada, A. Fernandez y M.E. Rueda. *Verificación Experimental de un Modelo para el Cálculo de la Transferencia de Calor en Ventanas con Controlador Óptico*. Memorias XVII Semana de Energía Solar, (ANES, México D.F.), págs. 222-225. 1993.
5. Arasteh, D.K., M.S. Reilly y M.D. Rubin. *A Versatile Procedure for Calculating Heat Transfer Through Windows*. ASHRAE Transactions, vol 95 part 2, págs. 755-765.1989.
6. ASHRAE. **Handbook of Fundamentals**. American Society of Heating, Refrigeration y Air Conditioning Engineers, New York. 1977.
7. Awbi, H.B. *Scale Effects in Room Air Studies*. Energy and Buildings, vol. 14, págs. 207-210. 1990.
8. Aziz K., J.D. Hellums. *Numerical Solution of the Three Dimensional Equations of Motion for Laminar Natural Convection*. J. Phys. Fluids, vol. 10, págs. 314-324. 1967.
9. Balcomb, J.D., J.C. Hedstrom and R.D. McFarland. *Simulation Analysis of Passive Solar Heated Buildings - Preliminary Results*. Solar Energy, vol. 19, págs. 277-282. 1977.

10. Batchelor G.K. *Heat Transfer by Free Convection Across a Closed Cavity Between Vertical Boundaries at Different Temperatures*. J. Applied Math. vol 12, págs. 209-233. 1954.
11. Behnia, M., J.A. Rizes y G. de Vahl Davis. *Combined Radiation and Natural Convection in a Cavity with a transparent Wall and Containing a Non-participant Fluid*. Int. J. for Numerical Methods in Fluids. vol 10, págs. 305-325. 1990.
12. Beiser, A. **Conceptos de Física Moderna**. 1a. ed. Mc. Graw Hill Co. New York. 1970.
13. Bevington, R. y A.H. Rosenfeld. *Energy for Buildings and Homes*. Scientific American, págs.. 77-86. Sept. 1990.
14. Catton I. *Natural Convection in Enclosures*. 6th. Int. Heat Transfer Conf. Toronto, vol 6, págs. 13-43. 1978.
15. Carnahan, B., H.A. Luther y J.O. Wilkes. **Applied Numerical Methods**. John Wiley & Sons, NY 1969.
16. Chan, A.M.C., Banerjee S. *Three-Dimensional Numerical Analysis of Transient Natural Convection in Rectangular Enclosures*. Transactions of the ASME, vol. 101, págs. 114-119. 1979.
17. Chang, L.C., K.T. Yang and J.R. Lloyd. *Radiation-Natural Convection Interactions in Two Dimensional Complex Enclosures*. Journal of Heat Transfer, vol. 105, págs. 89-95. 1983.
18. Chen, B., J. Maloney, J. Thorp, K. Pederson, W. Holmes, C. Sedlacek, R. Sash y E. Hollingsworth. *Preliminary Winter Comparison Results of Four Passive Test Cells in Omaha Nebraska*. Proc. Int. Solar Energy Society. Atlanta, Georgia, págs. 1583-1587. 1979.
19. Chenoweth, D.R. and S. Paolucci. *Natural Convection in a Enclosed Vertical Air Layer with Large Horizontal Temperature Differences*. J. Fluid Mech., vol 169, págs. 173-210. 1986.
20. Chorin A.J. *Numerical Solution of the Navier Stokes Equations*. Maths. Comp. vol 22, págs. 745-762. 1968.
21. Cobble, M.H. J. *Irradiation into Transparent Solids and the Thermal Trap Effect*. Journal of the Franklin Inst, vol. 278, No. 6, págs. 383-393. 1964.

22. Desreyaud, G. and G. Lauriat. *Natural Convection of a Radiating Fluid in a Vertical Layer*. Transactions of the ASME, vol. 107, págs. 710-712. 1985.
23. Duffie, J.A., W.A. Beckman. **Solar Engineering of Thermal Processes**. John Wiley & Sons, New York. 1980.
24. Elder, J.W. *Laminar Free Convection in a Vertical Slot*. J. of Fluid Mech., vol 23, págs. 77-111. 1965.
25. Estrada-Gasca C.A., G. Alvarez-García y P.K. Nair. *Thermal Performance of an Architectural Window with Chemically Deposited SnS-Cu<sub>x</sub>S Solar Control Coating*. Renewable Energy, vol 3, Nos 6/7, págs. 683-690. 1993.
26. Estrada-Gasca, C.A., G. Alvarez-García y P.K. Nair. *Theoretical Analysis of the Thermal Performance of Chemically Deposited Solar Control Coating*. J. of Phys. D: Appl. Phys. 26, págs. 1304-1309. 1993.
27. Estrada-Gasca, C.A., G. Alvarez-García. *Heat Gain in a Window with a Chemically Deposited SnS-Cu<sub>x</sub>S Thin Film*. 17th. National Passive Solar Conference. Conference Proceedings. Cocoa Beach. Florida. (ISES EUA), págs. 25-29. 1992.
28. Grimmer, D.P. *Theoretical Considerations in the Use of Small Passive Solar Test-Boxes to Model the Thermal Performance of Passively Solar-Heated Building Designs..* Solar Energy, vol. 22, págs. 343-350. 1979.
29. Grimmer, D.P., R.D. McFarland and J.D. Balcomb. *Initial Experimental Tests on the Use of Small Passive-Solar Test-Boxes to Model the Thermal Performance of Passively Solar-Heated Building Designs*. Solar Energy, vol. 22, págs. 351-354. 1979.
30. Hassab, M.A., M.N. Ozisik. *Effects of Radiation and Convective Boundary Conditions on the Stability of Fluid in an Inclined Slender Slot*. Int. J. Heat & Mass transfer, vol. 22 págs. 1095-1105. 1979.
31. Hellums, J.D. y S.W. Churchill. *Computation of Natural Convection by Finite Difference Methods*. ASME, Int. Develop. in Heat Transf. vol. 5, págs. 984-991. 1961.
32. Ivey G.N. *Experiments on Transient Natural Convection in a Cavity*, J. of Fluid Mechanics, vol 144, págs. 389-401. 1984.

33. Jae Min Hyun. *Unsteady Buoyant Convection in an Enclosure*. Advances in Heat Transfer. vol 24, págs. 277-320. 1994.
34. Kakac, S. *Natural Convection in Solar Systems*. **Natural Convection Fundamentals**. John Wiley & Sons NY. 1985.
35. Karlsson, T., C.G. Ribbing, A. Roos and E. Valkonen. *Window Coatings For Efficient Energy Control*. Int. journal of Energy Research. vol 12, págs. 23-29. 1988.
36. Kays, W.M., M.E. Crawford. **Convective Heat and Mass Transfer**. 2nd. edition. Mc. Graw Hill Book Co. 1980.
37. Kim, D.M. and R. Viskanta. *Effect of Wall Conduction and Radiation on Natural Convection in a Rectangular Cavity*. Numerical Heat Transfer, vol 7, págs. 449-470. 1984.
38. Kiss, L.I., I. Benko. *An Improved Model for Calculation of Heat Transfer Due to Solar Radiation Through Windows*. Energy Conservation in Heating Cooling and ventilating Buildings, vol 2 págs. 883-896. 1975
39. Kurosaki, Y., H. Mishina and T. Kashiwagi. *Heat Transfer Combined with Radiation and Natural Convection in a Rectangular Enclosure*. JSME, Int. Symp. págs. 215-220. 1983.
40. Kwon, S.S., Y.I. Kwon y J.L. Park. *Numerical Study of Combined Natural Convection and Radiation In a Rectangular Enclosure with A Transparent Window on The Center Region of Right Wall*, 6th. Int. Symposium on Transport Phenomena in Thermal Engineering, May 9-13, págs. 299-304, Seoul Korea. 1993.
41. Landa, R., Itha Sanchez y M. Malacara. *Potenciales de Ahorro de Energia en Refrigeradores Domesticos y Equipos de Aire Acondicionado*. Memorias del XIII Seminario Nacional sobre el Uso Racional de Energia. México D.F., págs. 511-517, Noviembre 1992.
42. Larson D.W. **Analytical Study of Heat Transfer in an Enclosure with Flames**. Tesis Doctoral. Purdue University. 1972.
43. Larson, D.W., R. Viskanta. *Transient Combined Laminar Free Convection and Radiation in a Rectangular Enclosure*. J. Fluid Mechanics, vol 78, part 1, págs. 65-85. 1976.

44. Lauriat, G. *A Numerical Study of a Thermal Insulation Enclosure Influence of the Radiative Heat Transfer*. ASME HTD, vol. 8, págs. 63-71. 1980.
45. Lauriat, G. *Combined Radiation-Convection in Gray Fluids Enclosed in Vertical Cavities*. Journal of Heat Transfer, vol 104, págs. 609-615. 1982.
46. Mahlison, G.D. y G. de Vahl Davis. *The Method of The False Transient for the Solution of Coupled Elliptic Equations*. J. of Comp. Phys., vol 12, págs. 435-461. 1973.
47. Markatos, N.C. and K.A. Pericleous. *Laminar and Turbulent Natural Convection in a Enclosed Cavity*. Int. J. Heat & Mass Transfer, vol 27, págs. 755-772. 1984.
48. Minkowycz, W.J., E.M. Sparrow, G.E. Schneider y R.H. Pletcher. **Handbook of Numerical Heat Transfer**. John Wiley & Sons, Inc. New York. 1988.
49. Modest, M.F. **Radiative Heat Transfer**. Mc Graw Hill Inc. 1993.
50. Moore, F. *Passive Solar Test Modules: A Definition and Survey of the Canadian and American Experience*. Passive Solar Journal 0277-6456/82/0102-0091, vol. 1, No. 2, pp 91-108. 1982.
51. Nair, M.T.S. and P.K. Nair. *Sns-Cu<sub>x</sub>S Thin-Film Combination: A Desirable Solar Control Coating for Architectural and Automobile Glazing*. J. Phys. D: Appl. Phys. 24, págs. 450-453. 1991.
52. Nair, M.T.S. y P.K. Nair. *Near-Ideal Solar Control Characteristics of Cu<sub>x</sub>S Thin Films*. Semicond. Sci. Technol. vol 4, págs. 599-602. 1989.
53. Nair, M.T.S., G. Alvarez-García, C.A. Estrada-Gasca y P.K: Nair. *Chemically Deposited Bi<sub>2</sub>S<sub>3</sub>-Cu<sub>x</sub>S Solar Control Coatings*. J. Electrochem. Soc., vol 140, No. 1, págs. 212-215. 1993.
54. Ostrach, S. *Natural Convection in Enclosures*. Adv. Heat Transfer, vol 8, págs. 161-227. 1972.
55. Ostrach, S. *Natural Convection in Enclosures*. Trans. ASME J. of Heat Transfer, vol 110, págs. 1175-1190. 1988.
56. Ozoe, H, H. Sayama y S.W. Churchill. *Natural Convection in an Inclined Rectangular Channel at Various Aspect Ratios and Angles-Experimental Measurements*. Int. J. Heat & Mass Transfer. vol 18, págs. 1425-1431. 1975.

57. Paolucci, S. and D.R. Chenoweth. *Natural Convection in Shallow Enclosures with Differentially Heated Endwalls*. Trans. of ASME, J. of Heat transfer, vol 110, págs. 625-634. 1988.
58. Patankar S.V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. Hemisphere Publishing Co. Mc. Graw Hill Co. New York. 1980.
59. Patterson J. y J. Imberger. *Unsteady Natural Convection in a Rectangular Cavity*, J. Fluid Mechanics , vol 100, Part 1, págs. 65-86. 1980.
60. Patterson J. y S.W. Armfield. *Transient Features of Natural Convection in a Cavity*, J. Fluid Mechanics, vol. 219, págs. 469-497. 1990.
61. Poujol, F., J. Rojas y E. Ramos. *Transient Natural Convection in a Cavity with Heat Input and a Constant Temperature Wall on Opposite Sides*. Int. J. Heat and Fluid Flow, vol. 14, No. 4. 1993.
62. Ranganathan, P. and R. Viskanta. *Natural Convection in a Square Cavity Due to Combined Driving Forces*. Numerical Heat Transfer, vol. 14, págs. 35-59. 1988.
63. Ravi, M.R., R.A.W. Henkes y C.J. Hoogendoon. *On the High-Rayleigh-Number Structure of Steady Laminar Natural Convection Flow in Square Enclosure*. J. Fluid. Mech., vol 262, págs. 325-351. 1994.
64. Reddy, S.C. *Numerical Simulation of Laminar Natural Convection in Shallow Inclined Enclosures*. Mechanical Eng. and mechanics Dept. Old Dominion Univ. Norfolk, VA, USA. págs. 263-268. 1983.
65. Roache, P.J. **Computational Fluid Dynamics**. Hermosa Publishers, Albuquerque New Mexico, EUA. 1982.
66. Rubel, A. y F. Landis. *Numerical Study of Natural Convection in a Vertical Rectangular Enclosure*. Phys. Fluids Suppl. vol 12, no. II, págs. 208-215. 1969.
67. Shaviv, E. *The Performance of a Passive House with Window Sunspace Systems*. Energy and Building, vol 7, págs. 315-334. 1984.
68. Schladow, S.G. *Oscillatory Motion in a Side Heated Cavity*. J. Fluid Mech., vol 213, págs. 589-610. 1990.

69. Schinkel, W.M.M., S.J.M. Linthorst and C.J. Hoogendoorn. *The Stratification in Natural Convection in Vertical Enclosures*. ASME HTD, vol 8, págs. 31-38. 1980.
70. Torrance, K.E. *Comparison of Finite Difference Computations of Natural Convection in Enclosures*. J. Res. Nat. Bur. Stand. B72, págs. 281-301. 1968.
71. Torrance, K.E. y J.A. Rocket. *Numerical Study of Natural Convection in an Enclosure with Localized Heating From Below: Creeping Flow to the Onset of Laminar Instability*. J. of Fluid Mech. vol 36, págs. 33-54. 1969.
72. Vahl Davis, G. de, y I.P. Jones. *Natural Convection in a Square Cavity, A Comparison Exercise*, Int. Journal of Numerical Methods Fluids, vol 3, págs. 227-248. 1983.
73. Viskanta, R., E.D. Hirtleman. *Solar Radiation Transmission and Heat Transfer Through Architectural Windows*. Energy Conservation in Heating, Cooling and ventilating buildings, vol 2, págs. 869-882. 1978.
74. Viskanta, R. and E.E. Anderson. **Heat Transfer in Semitransparent Solids**. Advances in Heat Transfer de T.F. Irvine Jr. y J.P. Harnett. vol 11, Academic Press New York. 1975.
75. Webb, B.W., R. Viskanta. *Radiation-Induced Buoyancy-Driven Flow in Rectangular Enclosures: Experiment and Analysis*. J. of Heat Transfer, vol 109, págs. 427-433. 1987.
76. Wilkes, J.O. and S.W. Churchill. *The Finite-Difference Computation of Natural Convection in a Rectangular Enclosure*. A.I.Ch.E. journal, vol 12 No. 1, págs. 161-166. 1966.
77. Zhang, Z., A. Bejan and J.L. Lage. *Natural Convection in a Vertical Enclosure with Internal Permeable Screen*. Trans. ASME, J. of Heat Transfer, vol 113, págs. 377-383. 1991.

## ANEXO A

### EVALUACION DE LOS FACTORES DE CONFIGURACION

En la evaluación del intercambio de la energía neta en una cavidad se debe tomar en cuenta las contribuciones de todas las superficies visibles de la cavidad. Por lo tanto, es necesario determinar cuanta energía sale de una área infinitesimal de superficie  $dA_i$  y pega en el elemento de área infinitesimal  $dA_j$ . Las relaciones geométricas que controlan este proceso para superficies difusas se conoce como los factores de configuracion o factores de vista.

Frecuentemente las cavidades son idealizadas y consisten en un número finito de superficies isotérmicas. Así que, es necesario expandir la definición de factor de configuración para que se incluya el intercambio radiativo entre un área infinitesimal y un área finita.

En la evaluación de los factores de forma de la cavidad se considerará la relación que calcula el factor de configuración de una área infinitesimal  $dA_i$  y una tira larga  $A_j$  como se muestra en la figura A.1

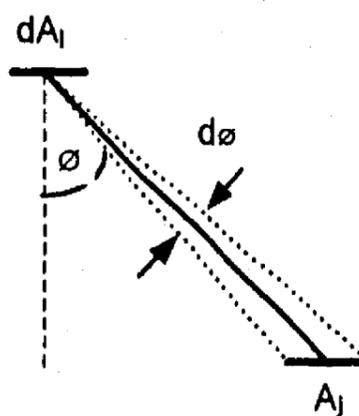
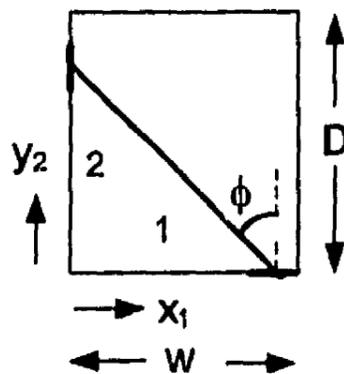


Figura A.1 Factor de configuración entre una área infinitesimal y una superficie alargada.

Para superficies de cada una de las caras de la cavidad los factores de configuración pueden ser expresados por:

$$dF_{i-j} = \frac{1}{2} d(\text{sen } \phi) \quad \text{A.1}$$

Evaluando los factores de configuración de la superficie 1 a la superficie 2



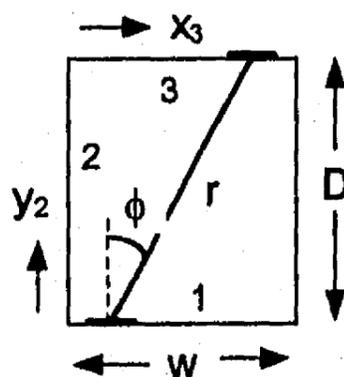
de la figura se tiene que

$$\text{sen } \phi = \frac{x_1}{[x_1^2 + y_2^2]^{\frac{1}{2}}}$$

entonces

$$dF_{1-2} = \frac{1}{2} \frac{d(\text{sen } \phi)}{dy_2} = \frac{1}{2} \frac{x_1 y_2}{[x_1^2 + y_2^2]^{\frac{3}{2}}} \quad \text{A.2}$$

Similarmente para las superficies 1-3



La ecuación A.1 puede expresarse como

$$dF_{1-3} = \frac{1}{2} \cos\phi \, d\phi \quad \text{A.3}$$

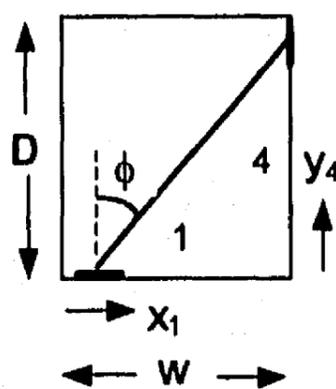
así  $\cos\phi = \frac{D}{[D^2 + (x_1 - x_3)^2]^{\frac{1}{2}}}$  y  $rd\phi = dx_3 \cos\phi$

y como  $r = [D^2 + (x_1 - x_3)^2]^{\frac{1}{2}}$

sustituyendo en A.3 se obtiene

$$dF_{1-3} = \frac{1}{2} \frac{D^2}{[D^2 + (x_1 - x_3)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad \text{A.4}$$

Para las superficies 1-4



de la figura se tiene

$$\text{sen } \phi = \frac{(w - x_1)}{[y_4 + (w - x_1)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

y de la ecuación A.1

$$dF_{1-4} = \frac{1}{2} \frac{d(\text{sen } \phi)}{dy_4} = \frac{1}{2} \frac{(w - x_1)y_4}{[y_4^2 + (w - x_1)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad \text{A.5}$$

de la misma manera se calculan los factores de configuración  $F_{2-j}$ ,  $F_{3-j}$  y  $F_{4-j}$  con  $j=1$ , 2, 3 y 4. Como las paredes son planas los factores  $F_{1-1}$ ,  $F_{2-2}$ ,  $F_{3-3}$  y  $F_{4-4}$  son cero.