

01162

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA



NUMERO DE STROUHAL UNIVERSAL PARA LAS ESTELAS

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
MAESTRO EN INGENIERIA HIDRAULICA
P R E S E N T A E L**

ING. CESAR RODOLFO **ENCALADA SANJUR**

2002

MEXICO, D. F.

301008



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas

Tesis Digitales

Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

NUMERO DE SIROUHAL UNIVERSAL
PARA LAS ESIELAS

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
SECCION DE HIDRAULICA

TESIS QUE PRESENTA EL
ING. CESAR RODOLFO ENCALADA SANJUR

para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA HIDRAULICA

CREDITOS ASIGNADOS A LA TESIS Nº 6

JURADO:

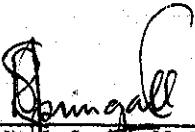
DR. ENZO LEVI LATTES

DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO

M. EN I. OSCAR FUENTES MARILES

ING. GABINO GRACIA CAMPILLO

ING. JAVIER GONZALEZ VILLARREAL


Dr. Rolando Springall Galindo
Jefe de la Sección de Hidráulica


Dr. Ubaldo Bonilla Domínguez
Secretario Académico

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Cd. Universitaria a 12 de junio de 1980

A mi esposa ELENA por su amor, comprensión y sacrificios entregados, a mis padres RAMON y LUPE, a mi hermano JUAN RAMON, y muy especialmente a mis adorados hijos IATIANA, KATHYA y RODOLFO.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Deseo dejar constancia de mi profundo agradecimiento a la Dirección y Sub-Dirección del Instituto de Recursos Hidráulicos y Electrificación de la República de Panamá así como a mis compañeros y superiores del Departamento de Diseño de la Dirección de Ingeniería del IRHE.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Agradezco la cooperación y atención brindadas por el personal docente y administrativo de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, en especial al Dr. ENZO LEVI profesor-investigador del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México.

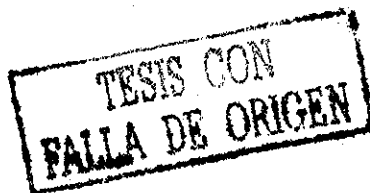
**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

INDICE

	pág.
OBJETO	1
ANTECEDENTES	
Estudios de Strouhal	3
Estudios de Rayleigh	6
Investigaciones de Von Karman	7
Investigaciones de Garrett Birkhoff	8
Figuras	
CONCEPTO DEL NUMERO UNIVERSAL	
DE SIROUHAL	13
ESTELAS LIBRES	
Estudios de Anatol Roshko	14
Número de Strouhal para las Estelas	16
Parámetro de la presión de la base	17
Calvert(estudios en tres dimensiones)	26
Valor del número de Strouhal universal para obstáculos bidimensionales	27
Valor del número de Strouhal universal para obstáculos tridimensionales	28
Figuras	
Tablas 1 y 2	
ESTELAS CON PLACAS SEPARADORAS	
Estudios de Roshko	38

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

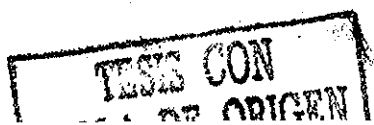
Estudios de Bearman	39
Valor del número de Strouhal universal desarrollado por Bearman	49
Figuras	
ESTELAS EN FLUJOS CONFINADOS	
Efectos del confinamiento estudiados por Richter y Naudascher	52
Figuras	
DETERMINACION DEL COEFICIENTE DE ARRASIRE PARA ESTELAS CONFINADAS	
Suposiciones	59
Valor del coeficiente de Boussinesq	64
Coeficiente de arrastre	64
Figuras	
JUSTIFICACION DEL VALOR DEL NUMERO DE SIROUHAL UNIVERSAL	
Modelo y criterio empleado	68
Valor del número universal de Strouhal calculado por Levi	69
Aplicaciones a una estela vibrante	70
Valor del número universal de Strouhal para estelas vibrantes	72
Figuras	
CONCLUSION	
BIBLIOGRAFIA	



OBJETO

Esta presentación es un resumen y discusión de las principales investigaciones, realizadas desde hace un siglo, con la finalidad de lograr la conformación de un número adimensional independiente de la forma del cuerpo que relacione las fuerzas inerciales con las fuerzas cinemáticas, que se derivan de la acción de un fluido contra un cuerpo que se opone a su movimiento. El desarrollo de esta experiencia comenzó con V. Strouhal en 1878, luego Rayleigh en 1879 hasta los positivos resultados logrados por A. Roshko en 1954, Bearman en 1967, Griffin en 1974 y por último las aportaciones de Richter y Naudascher en el año de 1976.

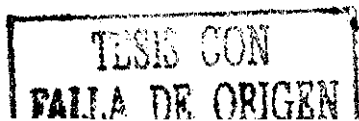
En un principio el número de Strouhal se lo relacionó con la velocidad del flujo, el diámetro del cilindro (o con el ancho del cuerpo obstaculizador); entonces se observó una alta dependencia con el número de Reynolds de la corriente libre, lo que motivó la búsqueda de unos parámetros que hicieran independiente al número mismo tanto de las dimensiones o forma del cuerpo obstaculizador, cuanto del número de Reynolds. Se logró de este modo definir un "número universal" de Strouhal en función de la amplitud de la estela y de la velocidad de las líneas de corriente libre en los puntos de separación localizados a ambos lados del obstáculo, número que resultó ser independiente de la forma del cuerpo y del número de Reynolds, por lo menos dentro de un rango bastante amplio de éste, comprendido entre 700 y 5.5×10^4 .



Estas investigaciones fueron extendidas a diferentes comportamientos tanto del cuerpo obstaculizador como del fluido detrás de éste, es decir de la estela. Tales experiencias consistieron en colocar una placa separadora dentro de la estela, o bien hacer oscilar el cuerpo a diferentes frecuencias y para distintos números de Reynolds, para luego observar su efecto sobre la estela (frecuencia de emisión de vórtices, presión de la base del cuerpo, etc) y su influencia sobre la definición del número universal de Strouhal. También se trató de encontrar los efectos que produce una relación de confinamiento en la determinación de los parámetros de dicho número universal.

Este importante tema es poco conocido. A pesar de que los resultados fundamentales de Roshko hayan sido publicados hace más de un cuarto de siglo, la mayoría de los libros de mecánica de fluidos siguen presentando diferentes números de Strouhal para diferentes cuerpos, en función del ancho de los cuerpos mismos. Objeto de este trabajo es ofrecer en forma sintética los logros alcanzados hasta ahora en la definición del número universal de Strouhal.

Al final, se agregará una contribución original del autor de esta Tesis, que consiste en una determinación teórica del coeficiente de arrastre para estelas confinadas.



ANTECEDENTES

El sonido de una cuerda que vibra cuando se encuentra sometida a la acción del viento, indujo a V. Strouhal (1), en 1878 a investigar en laboratorio la causa de este fenómeno.

Los tonos acústicos como los producidos por un arpa, son generados cuando el viento ejerce una acción sobre una cuerda estirada capaz de vibrar a varias velocidades.

Strouhal (1), estudió este fenómeno bajo el nombre de REIBUNGSTONE. En el experimento unió cuidadosamente una cuerda de metal o alambre por sus extremos a un marco, e hizo girar a éste, a una velocidad uniforme alrededor de un eje paralelo a la cuerda. Se encontró con que las vibraciones causaban un sonido. Estas vibraciones eran generadas por el cruce del viento, simulado por el giro del marco. Comprobó que el grado de elevación del tono del sonido era independiente de la longitud y tensión del alambre, pero que variaba con el diámetro de la cuerda, y la velocidad del movimiento relativo.

Dentro de ciertos límites, la relación entre la frecuencia y estos datos, fueron expresados por:

$$f = 0.185 \frac{U}{d}$$

-1-

donde f = Frecuencia de vibración de la cuerda.

U = Velocidad del viento en cm/s

d = Diámetro de la cuerda en cm

Cuando la velocidad es tal que el tono de la cuerda coincide con el tono propio de la cuerda, sostenida de manera que sea capaz de vibrar libremente, el sonido es entonces mayormente reforzado. Habiendo notado lo anterior, Strouhal encontró la posibilidad de extender sus observaciones, y bajo las más extremas condiciones practicables observó el grado de desviación de los valores dados en la ecuación 1.

Más adelante, tanto a Strouhal como a Rayleigh (1879), les pareció que existía una relación probable con la compresibilidad del fluido, y observaron que la frecuencia de las vibraciones era función de la velocidad relativa, diámetro de la cuerda y de la viscosidad cinemática. En ese contexto la ecuación 1 se modificó como:

$$f = U/d f'(\nu/Ud) \quad -2-$$

donde f' = Función de(arbitrario)

ν = Viscosidad cinemática

Como resultados de las observaciones, Strouhal y Rayleigh por separado concluyeron que si ν era proporcional a Ud , o sea manteniendo constante el número de Reynolds, entonces la relación fd/U , debería ser constante, lo que este parámetro adimensional se conoce como el número de Strouhal

$$S = fd/U \quad -2A-$$

Un examen de los resultados de los experimentos de Strouhal indicó que ν/Ud era siempre pequeño; entonces Rayleigh representó f por unos pocos términos de la serie de MacLaurin, explicando que si se toma

$$f'(x) = a + bx + cx^2$$

se obtiene

$$f = a \frac{U}{d} + b \frac{\nu}{d^2} + c \frac{\nu^2}{Ud^3} \quad -3-$$

La serie de MacLaurin para el desarrollo de la función $f(x)$ según las potencias de x , y es un caso particular de la serie de Taylor

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^n(0) \quad \text{ref. (17)}$$

Si el tercer término de la ecuación 3 puede ser despreciable, la relación entre f y U es lineal. Esta ley fue formulada por Strouhal. Más tarde estableció la ecuación:

$$d \, df/dU = a - c\nu^2/Ud^2 \quad -4-$$

(En la ecuación 4 el término df/dU , significa derivada de la frecuencia con respecto a la velocidad del fluido); de esta manera resulta que $d \, df/dU$ es muy cercano a una constante, un resultado dado por Strouhal en base a sus investigaciones.

Rayleigh por su parte, comenzó un estudio sistemático de f en 1879 como complemento a los trabajos de Strouhal. Graficando fd/U contra Ud , encontró que todos los resultados de Strouhal estaban cercanamente bien representados por dos términos de la ecuación 3, que en unidades cegesimales (centímetro, segundos) es:

$$fd/U = 0.195(1 - 3.02/Ud) \quad -5-$$

(3.02 tiene unidades de viscosidad cinemática, cm^2/s)

Aunque la aproximación es claramente buena, hay indicios de que si se cambia el diámetro del alambre, se provocarán mayores discrepancias que si se da un cambio de velocidad. (Ver figura 1).

La terminación de la ecuación 5, desde un punto de vista teórico requiere la introducción de la viscosidad cinemática ν , por lo que la forma generalizada de la ecuación 5 sería:

$$fd/U = 0.195(1 - 20.1 \nu/Ud) \quad -6-$$

aplicable para cualquier fluido siempre que se utilice el valor apropiado de $\nu(1)$.

Como se puede observar, Rayleigh en la ecuación 6 estaba relacionando al número de Strouhal con el número de Reynolds, correlación que se constituyó más adelante en objeto de muchas investigaciones y experimentos, al tratar los investigadores de separar de alguna manera la influencia de uno sobre otro.

Los experimentos se extendieron a investigaciones con agua, siendo

así que en 1902, Ahlborn tomó fotografías de estelas periódicas, pero no fue sino hasta 1908 que Bénard correlacionó las notas musicales estudiadas por Strouhal, con dos filas de vórtices alternados paralelos, cercanos e igualmente espaciados que se desarrollaban detrás del cilindro, a las que llamó "calle de vórtices" (ver figura 2).

Von Karman en 1911-1912, en una notable investigación teórica supuso que las dos filas de vórtices que salían de la parte posterior de un cuerpo obstaculizador (en un principio tales cuerpos fueron cilindricos) contenían vórtices puntuales, debidamente alineados tanto longitudinal como transversalmente (3); asumió la incompresibilidad del fluido, supuso al fluido libre de viscosidad, así como un movimiento del mismo en forma bidimensional.

Aparte de la estabilidad, Von Karman demostró la posibilidad de un movimiento permanente en los dos arreglos indicados en la figura 3; en (a) Karman demostró que este arreglo siempre es inestable, así como generalmente el arreglo (b), con la única excepción de cuando $\cosh(\pi d^*/l) = \sqrt{2}$, o $d^*/l = 0.281$, siendo d^* la separación entre hileras y l la separación entre vórtices consecutivos. Con esta relación de d^*/l , (b) es estable para toda clase de desplazamiento excepto uno, para el cual existe neutralidad.

Birkhoff (3) define la separación longitudinal como

$$l = (U - u) / f$$

-7-

basado en la tendencia de que l permanece cercanamente constante

en una calle de vórtices real, es decir en una estela formada por un fluido viscoso.

En la ecuación 7 u es la velocidad de toda la fila de vórtices relativa a la velocidad U del fluido aguas arriba del cuerpo obstaculizador.

La separación transversal viene dada por la relación de Von Karman, es decir:

$$d^* = 0.281 l$$

-8-

De acuerdo a todo lo anterior, Birkhoff se preguntó ¿Cuál será el valor del número de Strouhal tal que la relación d^*/l sea igual o aproximada a 0.3 ?

Con el objeto de obtener una respuesta general a su pregunta, notó que detrás del cuerpo obstaculizador la estela oscila, con una frecuencia que es igual a aquella de las emisiones de los pares de vórtices.

Posteriormente Birkhoff (3) en 1952, investigó qué pasaría si en vez de que el cuerpo obstaculizador sea normal a la corriente, inclinaba éste un ángulo α con respecto a la dirección de la corriente, (ver figura 4).

Para una lámina inclinada un ángulo α hacia aguas arriba, el coeficiente de sustentación C_l teórico, es $2\pi\alpha$, por la teoría de Kutta-Joukowski, y el coeficiente observado es algo menor. De aquí que la fuerza transversal es alrededor de $\pi\gamma U^2$ por unidad de longitud; el desplazamiento transversal es lx , donde l es la distancia tras del

cilindro. Asumiendo el ancho de la estela como $d^* = kd$ (d = diámetro del cilindro o ancho del prisma), conseguimos por la segunda ley de Newton:

$$\rho d l \ddot{\alpha} = \pi \rho U^2 k \quad \delta$$

$$f = U / [2(\pi d^* l)^{1/2}] \quad -9-$$

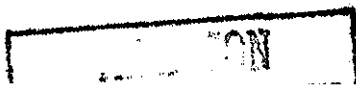
puesto que $\alpha = \cos w(t - t_0)$, donde $w^2 = \pi U^2 / d^* l$; de aquí que el número de Strouhal predicho es:

$$S = fd/U = \frac{1}{2\pi k} \left(\frac{d}{kl}\right)^{1/2} \quad -10-$$

Esta fórmula concuerda con el valor observado de $S = 0.2$ para números de Reynolds intermedios, siempre que sea $l = 2d/k$. De esta manera los valores de $k = 1.33$ y $l = 1.5d$, predecirán el valor correcto. En las notaciones utilizadas k es un factor que relaciona el ancho de la estela con el diámetro del cilindro, l es la longitud media de la parte oscilante de la estela.

A bajo número de Reynolds, S es bastante más pequeño. Esto se debe según Birkhoff a la gran longitud de la parte oscilante de la estela o a la mayor inercia de la estela producida por la viscosidad, cerca del punto de separación.

De acuerdo a este concepto Garrett Birkhoff concluyó que el ancho de la estela d^* determina la escala de la distancia relacionada al comportamiento de la estela. Agregó además que el obstáculo mismo, únicamente sirve para fijar la parte delantera de la estela;



por tal razón sugirió que si el número de Strouhal modificado

$$S^* = fd^*/U$$

-11-

debería ser muy cercano a una constante.

Posteriormente en 1954, Anatol Roshko realizó experimentos para lograr la consecución de un número universal de Strouhal, tal como lo había propuesto años atrás Garrett Birkhoff.

En los temas que se presentan a continuación, se estudia el valor del número universal de Strouhal bajo distintos puntos de vista y comportamiento de la estela, a saber:

Estelas libres.

Estelas con placa separadora (interferencia).

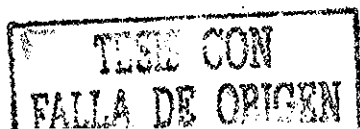
Estelas de cuerpos vibrantes.

Estelas de flujos confinados.

Determinación del coeficiente de arrastre para estelas confinadas.

Justificación del valor del número universal de Strouhal.

Conclusion.



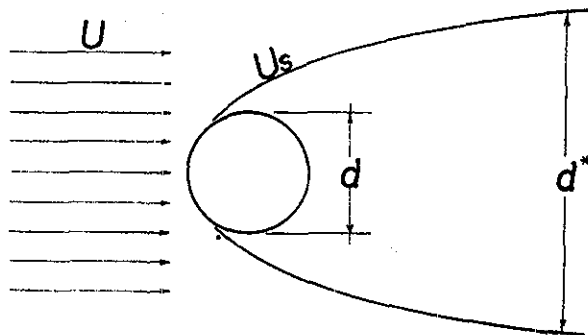


FIGURA N° 1 Estela de cuerpo obstaculizador

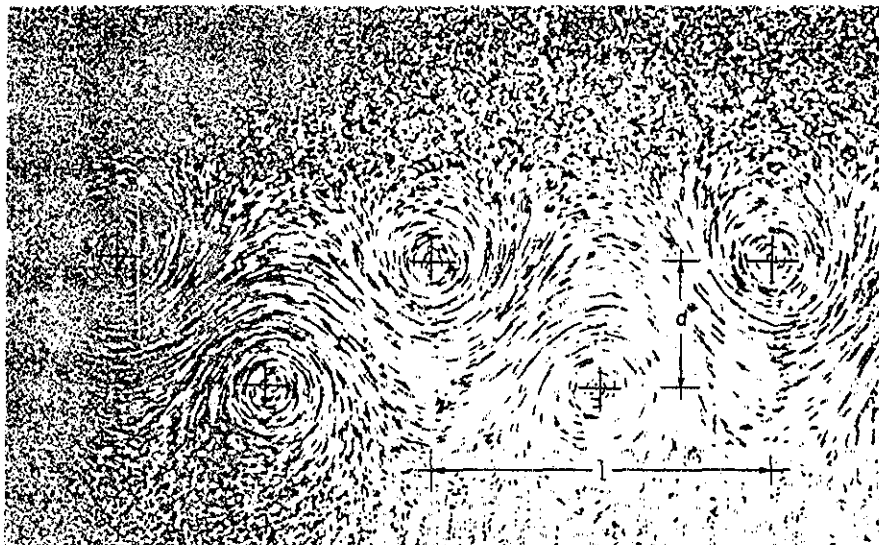


FIGURA N° 2 Calle de vórtices

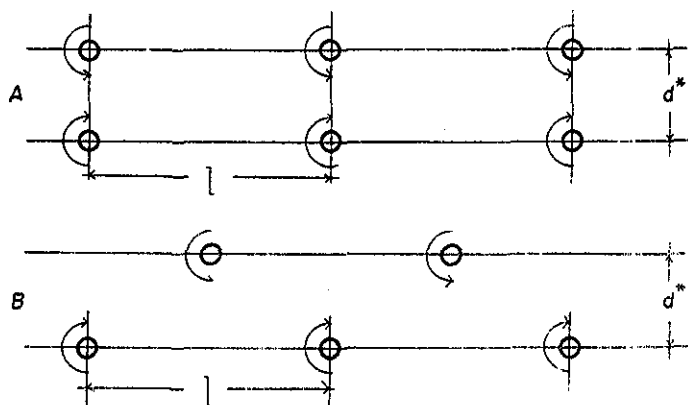


FIGURA N° 3 Posibles arreglos para calles de vórtices indicados por Von Karman

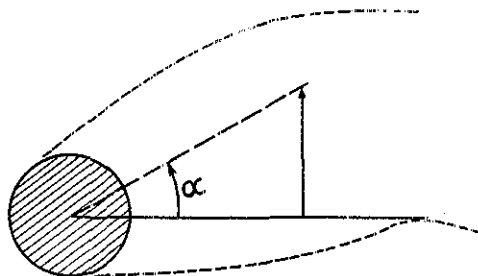


FIGURA N° 4 Estela inclinada un ángulo α con respecto al sentido de la corriente

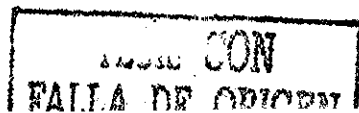
CONCEPTO DE NUMERO DE STROUHAL UNIVERSAL

La notable influencia de la forma del obstáculo y del número de Reynolds en la obtención del número de Strouhal estudiado por Rayleigh en 1879, Von Karman en 1911, y luego por Birkhoff en 1952, indujo a Anatol Roshko a efectuar una serie de experimentos para determinar un número adimensional que fuera independiente del número de Reynolds y de la forma del obstáculo sumergido en la corriente. Los estudios realizados para determinar este número de Strouhal universal han proseguido hasta años recientes.

Esto se logró debido a un cambio conveniente en la definición de los parámetros que forman el número de Strouhal, hecho que no era una novedad. Por ejemplo: Rayleigh definió al número de Strouhal como el producto de la frecuencia de vibración de la cuerda f , por el diámetro de la misma d , entre la velocidad del fluido aguas arriba del obstáculo, ver fórmula 2A. Más tarde Rayleigh mismo sustituyó la frecuencia de vibración por la de emisión de vórtices alternos.

Birkhoff por su parte reemplazó el parámetro d por d^* para definir el ancho de la estela, (fórmula 11).

El desarrollo de los estudios de este número adimensional, se pasará a describir en sus aspectos y resultados más importantes, introduciendo al final del trabajo una discusión de los mismos.



ESTELAS LIBRES

A. Roshko (1954) experimentó con cilindros en túneles de viento provocando la formación de estelas de distintas dimensiones a fin de determinar mediante comparación de éstas, las características más importantes y mejor definidas que permitieran la conformación de un número de Strouhal que no fuera función del número de Reynolds, por lo menos dentro de un rango apreciable de éste.

Las observaciones de Roshko se centraron en el ancho de las estelas, la variación de la frecuencia de emisión de vórtices con la variación de la velocidad del flujo, la distribución de la presión detrás del cuerpo obstaculizador, la relación entre la fuerza de arrastre y la separación de las líneas vorticosas, la influencia del número de Reynolds sobre el número de Strouhal, etc.

Una vez realizado un número determinado de experiencias pudo observar ciertas similitudes que aparecían en el estudio de la obstrucción generada por cilindros, pero cabe señalar que sus mediciones se extendieron también a prismas. Estas similitudes son:

1.- La obstrucción de un cilindro está relacionada con el ancho de la estela, así como con las dimensiones del cilindro.

Es intuitivo que los prismas tienden a desviar más al flujo, a ampliar la estela y a sufrir una mayor fuerza de arrastre, (4).

2.- La frecuencia de emisión de vórtices se relacionó con el ancho de la estela, (4).

3.- Para un cilindro dado, la frecuencia de emisión de vórtices está relacionada con la presión de la base. (Se define como presión de la base la presión tras el obstáculo medida entre los puntos

de separación del flujo. Generalmente un incremento en la presión de la base es acompañado por un decremento de la frecuencia de emisión de vórtices. De esta manera para un cilindro dado, un decremento en el ancho de la estela corresponde a un incremento del arrastre. Sin embargo, la reducción en el ancho de la estela estando asociada con el incremento en "la velocidad de la estela", el incremento de la energía de la estela es producto de un aumento de la fuerza de arrastre, (4).

La figura 5 muestra varias medidas hechas del número de Strouhal con varias formas de obstáculos, cilindros, cuñas a 90° y placas planas normales al sentido del flujo. La frecuencia de emisión de vórtices fue medida por un anemómetro de alambre caliente colocado dentro de la estela. Las dimensiones de los cuerpos utilizados están dados en la tabla 1.

Como bien pudo indicar Roshko, las estelas de los cuerpos obstaculizadores, tienen en general una estructura semejante. Notó que en todas el punto de separación estaba sobre los lados del cilindro, creando unas capas cortantes libres que se extienden unos pocos diámetros hacia aguas abajo, enrollándose en los vórtices en forma alternada a cada lado. Esta región se conoce con el nombre de "región de acoplamiento".

Debido a esta semejanza, Roshko esperó obtener un parámetro que le permitiera comparar estelas de diferentes cuerpos. Este parámetro tiene que considerar la frecuencia de emisión de vórtices, como se ve con un simple análisis dimensional.

Consideró dos capas cortantes paralelas, figura 3B, las mismas que suponía formadas tras el obstáculo. Las flechas circulares indican

el signo de la vorticidad. La frecuencia característica asociada con esta configuración es proporcional a U_s/d^* , siendo U_s la velocidad de las líneas de corriente libres en el punto de separación, por lo que se puede definir el número de Strouhal para estelas

$$S^* = fd^*/U_s \quad -12-$$

donde f es la frecuencia de emisión de vórtices. Este número está relacionado con el número usual de Strouhal para cilindros, por medio de

$$\begin{aligned} S^* &= S U d^*/U_s d \\ &= S d^*/k d \\ k &= U_s/U \end{aligned} \quad -13-$$

En la fórmula 13, U es la velocidad de la corriente libre aguas arriba del obstáculo.

Con esta deducción, Roshko logró una mayor generalidad para el número de Strouhal. Naturalmente esta idea estaba basada en un modelo en el cual las capas cortantes eran superficies de discontinuidad, mientras que las condiciones de las capas cortantes son diferentes de un cuerpo a otro en cuanto dependen de las condiciones aguas arriba del punto de formación de vórtices. Sin embargo este efecto puede ser considerado como secundario, y es suficiente al principio asumir que S^* depende únicamente del número de Reynolds de la estela

$$R^* = U d^*/\nu$$

-14-

$$\approx Rkd^*/d$$

donde R^* significa, número de Reynolds de la estela y R significa número de Reynolds relativo al ancho del cuerpo.

Cabe señalar que Fage & Johansen sugirieron un número de Strouhal para estelas el cual a diferencia de Roshko, siguieron tomando como velocidad de referencia la velocidad de la corriente libre aguas arriba del obstáculo, pero sí coincidieron en la utilización del parámetro d^* que representa al ancho de la estela

$$S^* = fd^*/U$$

Fage & Johansen encontraron una buena relación de $S^* = 0.28$, para algunas formas diferentes de obstáculos. Nótese que estos investigadores no introdujeron el número de Reynolds de la estela, (5).

La figura 6 muestra como varía d^*/d con relación a k , para las tres formas de obstáculos consideradas; nos indica que a medida que decrece el valor de d^*/d , el valor de k aumenta. k es el parámetro de la presión de la base

$$k = U_b/U = \sqrt{1-C_p}$$

La figura 7 nos muestra las mensuras hechas al coeficiente de presión de la base C_p en relación a la variación del número de Reynolds, para los tres tipos de cuerpos obstaculizadores:

$$C_{ps} = (U^2 - U_s^2) / U^2$$

La frecuencia de emisión de vórtices y la presión de la base, los cuales fueron medidos para las figuras 6 y 7, fueron utilizadas para calcular $S^*(R^*)$ para varias formas de cuerpos. El cálculo procede así: $k = \sqrt{1 - C_{ps}}$ es obtenido del coeficiente de presión de base medido. Los valores correspondientes de d^*/d se hallan en la figura 6. Con estas gráficas y los valores medidos de S y R , los correspondientes valores de S^* y R^* son fácilmente calculados de las ecuaciones 13 y 14. Los resultados de estos cálculos están escritos en la tabla 1 y graficados en la figura 8, que muestra que efectivamente los valores de S^* son casi constantes, alrededor del valor medio $S^* = .164$.

En relación con lo anterior, Roshko hizo hincapié en la necesidad de poner atención sobre algunos puntos importantes:

- 1.- La velocidad característica de la estela, la cual en forma adimensional es simplemente k , no ha sido medida, pero es calculada de la presión de la base.
- 2.- El ancho de la estela no se ha medido, pero ha sido obtenido de la teoría.
- 3.- En el cálculo de S^* , la frecuencia de emisión de vórtices y la presión de la base (la que se presenta detrás del cuerpo obstaculizador entre los puntos de separación), no fueron corregidas por el efecto de contracción de la misma estela debido a la presencia del túnel, es decir que el parámetro de la estela que es utilizado debe corresponder a la estela que está siendo observada.

Esto se debe a que el efecto de la contracción de la estela es considerado secundario en los cálculos. De todas formas los datos no corregidos tomando en cuenta la contracción, aparecen en la tabla 1, como S, R, y k respectivamente.

4.- Los errores esperados en las mediciones de los parámetros f, U y $\sqrt{1-C_p}$, son pequeños individualmente (alrededor de 1%), pero en conjunto contribuyen a un error posible del 4% en el cálculo de S*

5.- Para R* 8000, existe una gran discrepancia entre los valores para cuñas y los obtenidos para cilindros; no es claro si es debido a las dificultades experimentales. La pequeña sonda utilizada para obtener estos datos no tenía un orificio propio para detectar la presión de la base. En lugar de él, se fijó un pequeño tubo con una abertura, en la parte de atrás de la sonda, y no es seguro que las medidas así hechas de la presión de la base sean correctas. Por otra parte, el parámetro S* ofrece una buena correlación para un rango de números de Reynolds bastante amplio.

Roshko también estudió (1954) los efectos entre las líneas de corriente libre y la calle de vórtices, y su pregunta fue cómo la circulación en los vórtices puede estar relacionada con la vorticidad en las capas de cortantes libres. Para tal pregunta, desarrolló una fórmula que da la velocidad a la cual la circulación fluye detrás de cualquier sección plana de una capa cortante:

$$\int_1^2 U d\eta = \frac{U_1^2 - U_2^2}{2}$$

donde $\int$ es la vorticidad y U₁ y U₂ son las velocidades en los bordes

de la capa cortante; para el caso de líneas de corriente libres, estas son $U_0 = kU$ y 0, respectivamente, y la velocidad del flujo de la circulación es $k^2 U^2 / 2$. Por otro lado la tasa a la cual la circulación es transportada hacia aguas abajo por los vórtices es $f\Gamma$ donde Γ es la circulación de cada vórtice, y f es la frecuencia de emisión de vórtices. Los experimentos realizados por Fage & Johansen (5) señalan que únicamente una fracción ϵ de la vorticidad en las capas cortantes se encuentran más lejos aguas abajo en los vórtices. Fage & Johansen estimaron $\epsilon = \frac{1}{2}$.

Es necesario tomar en cuenta este hecho al escribir la relación entre la circulación producida en el cilindro y la transportada aguas abajo por los vórtices. Luego:

$$f\Gamma = (\epsilon k^2 U^2) / 2$$

$$\Gamma(U-u)/l = (\epsilon k^2 U^2) / 2$$

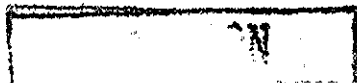
donde u es la velocidad de los vórtices relativa a la corriente libre, l es el espaciamiento a lo largo de una fila. Por último en forma adimensional

$$(1-u/U)(\Gamma/Ul) = \epsilon k^2 / 2$$

-15-

Esta fórmula es similar a la obtenida por Heisenberg (7), pero él supuso ambos ϵ y k iguales a la unidad.

La ecuación 15 puede ser escrita de otra manera, introduciendo uno de los parámetros de Karman:



$$\Gamma/u_1 = 2\sqrt{2}$$

-16-

La eliminación de Γ de las ecuaciones 15 y 16 da:

$$u/U = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{1 - k^2/\sqrt{2}})$$

la cual entonces puede ser usada en la fórmula de arrastre de Karman

$$C_o = d^*/d \left[5.65 u/U - 2.25 (u/U)^2 \right]$$

donde d^* es el ancho de la calle de vórtices. Esta fórmula se escribe mejor en la siguiente forma:

$$C_o d/d^* = 5.65 u/U - 2.25 (u/U)^2 = f'(k, \epsilon)$$

En esta ecuación la f' significa función de.....

Por otro lado, por la teoría de las hodógrafas, uno puede calcular $C_o(d/d^*)$ como una función de k , donde d^* es la distancia entre las líneas de corriente libre. Parece razonable asumir que $h = d^*$, es decir que los centros de los vórtices en la calle de vórtices están separados a la misma distancia como en las capas de cortantes libres. De acuerdo a lo anterior se consigue una segunda relación simple

$$C_o d/h = C_o d/d^*$$

Para encontrar la solución se grafican ambos miembros de la ecuación como funciones de k . La intersección de estas dos curvas resultantes, es la solución. El término de la izquierda C_d/h , nos da una familia de curvas con e como parámetro. El miembro de la derecha da otra familia de curvas donde la forma del cuerpo obstaculizador es el parámetro. La figura 9 muestra estos resultados. Hay que notar los siguientes puntos:

- 1.- La familia de curvas para cilindros y prismas es de hecho una sola curva (dentro del ancho de la línea sobre la figura 9) hasta $k = 1.5$.
- 2.- Existen dos posibles intersecciones para cada valor de e . La intersección superior corresponde a $u/U > 0.5$ y la inferior a $u/U < 0.5$. Este hecho empírico determina la elección del signo para la raíz cuadrada en la ecuación para u/U .
- 3.- No existe solución para $e = \frac{1}{2}$.

En conclusión se puede decir que el valor de k es el mismo para todas las formas de obstáculos que tengan un mismo valor de e . De hecho se observa en la figura 7, que los valores de k y de C_p son aproximadamente los mismos para diferentes obstáculos (pero no sucede lo mismo cuando existe interferencia en la estela). La frecuencia de emisión de vórtices podría también ser calculada como

$$\begin{aligned} S &= fd/U \\ &= (1-u/U)(d/l) \\ &= (1-u/U)(dh/d \cdot l) \end{aligned}$$

donde otra vez ha sido aprovechada la relación (ecuación 7)

$$f = (U-u)/l$$

y la suposición $d^* = h$. La razón h/l es la relación de espaciamiento de Karman, y es igual a 0.281. El número universal de Strouhal es entonces:

$$S^* = [0.281/k] (1-u/U)$$

Utilizando la relación obtenida arriba se consigue $S^* = .164$ mientras para los obstáculos utilizados, cilindro, cuña de 90° y placa plana, los valores del número de Strouhal son .206, .167 y .127 respectivamente. Estos resultados pueden compararse con los obtenidos experimentalmente y que aparecen en la figura 5,(4).

Debido a que los valores obtenidos para el número de Strouhal universal no estaban del todo independientes del número de Reynolds, Roshko empezó, por lo menos para el cilindro, estudios para la determinación del número de Strouhal para números de Reynolds altos. Resulta útil representar al flujo medio en la vecindad del cilindro por un flujo de corriente libre teniendo las características que aparecen en la figura 10. En este modelo la presión sobre los límites de la estela es constante desde el punto de separación s hasta el punto t , en donde la frontera corre paralela a la línea de corriente. Desde t , el ancho de la estela permanece constante en el valor d^* , mientras la presión recobra el valor de la corriente

libre.

En una estela de tipo A, la cual es característica de la región subcrítica, la separación está en la parte delantera del cilindro, y $d^*/d > 1$; para el tipo B, que es característico del flujo supercrítico y transcrito, la separación está sobre la parte de atrás del cilindro y $d^*/d < 1$.

Roshko (6) postuló que la frecuencia de emisión de vórtices f , depende únicamente de los parámetros de la estela d^* y de U_∞ , donde $U_\infty = U(1-C_p)^{1/2}$, y que en términos de éstos existiría un número universal de Strouhal definido por

$$S^* = fd^*/U_\infty$$

-17-

el cual es independiente del cuerpo que produce la estela.

Por deducción, Roshko supuso que si la emisión de vórtices a un número de Reynolds transcrito, es básicamente la misma como a valores subcríticos, entonces el número de Strouhal universal se aplicaría también a este rango. Roshko confirmó esto mediante la consideración de que si para flujos de tipo como los mostrados en la figura 10 se aplica la fórmula

$$C_D = C_D(d^*/d)$$

-18-

a mediciones en el rango transcrito (tipo B), se obtiene

$$d^*/d = 0.7/0.86 = 0.81$$

Poniendo estos valores en la ecuación 17 obtenemos $S = 0.27$, el cual concuerda con el valor medio experimental obtenido también por Roshko de 0.267.

La fórmula 18 se obtiene de las pruebas realizadas en un modelo de líneas de corriente libres en el cual se han obtenido mediciones de la presión de la base y relacionado con el coeficiente de arrastre, por medio de la relación entre el ancho de la estela y el diámetro del cilindro, resultando que el producto del coeficiente de arrastre por el diámetro del cuerpo obstaculizador, es igual al producto del coeficiente de presión de la base por el ancho de la estela.

Roshko (6), concluyó que ningún dato experimental en esta región es confiable debido al comportamiento propio del flujo, o bien por ser inaplicable aquí modelos de líneas de corriente libres.

Todos los experimentos realizados desde Strouhal hasta Roshko, y sobre los cuales se ha apoyado este trabajo, están fundamentados en los efectos del fluido sobre un cilindro o prisma que obstruye su escurrimiento, es decir sobre "cuerpos bidimensionales". Esta expresión de cuerpos bidimensionales, se refiere a que el obstáculo está ubicado a través del túnel de pruebas, afectando igualmente al flujo en todos los planos normales al eje del obstáculo mismo. Simmons (15), encontró en 1977 un número de Strouhal universal, y su valor fue de $S^* = 0.163$ para una variedad de cilindros con ángulos de separación variables de 0° a 90° y para un Reynolds de 1.5×10^4 .

J.R. Calvert (8), en 1966 se dedicó al análisis de estelas genera-

das por obstáculos tridimensionales con simetría axial, para los cuales el ancho sería la tercera dimensión, extendiendo a ellos el concepto de número de Strouhal universal. Calvert utilizó conos de distintas aberturas colocados normalmente a la dirección del flujo. Las mediciones de los parámetros se realizaron también en un túnel de viento, pero en este caso las variaciones de velocidad eran detectadas por un analizador de frecuencias y graficadas en coordenadas X-Y, de manera que se obtenía del analizador un espectro de la frecuencia de las fluctuaciones de la velocidad. Estas mediciones debían ser detectadas en forma lenta, para obtener resultados consistentes.

El espectro (figura 11) medido en la estela contiene mucho "ruido" pero en una determinada área muestra un pico bien definido. La frecuencia del pico varía en algunas mediciones, pero para ello es necesario tomar varias lecturas (de 6 a 8) de manera de obtener un valor medio aceptable para el número de Strouhal.

Calvert se dió cuenta de que la frecuencia no variaba de parte a otra de la estela. Los números de Strouhal obtenidos aparecen en la tabla 2. El pico se aprecia únicamente en la estela. Se nota más en la región de mayor presión estática que en la zona de baja presión. En ninguna parte es lo suficientemente fuerte para ser detectado por simple inspección del trazado del osciloscopio.

Calvert opinó que la periodiodicidad aparece primero en la zona de más baja presión, debiéndose probablemente a la inestabilidad de la capa cortante libre frente a un gradiente de presión adverso.

Complementándose con estudios realizados por Fail en 1959, Calvert aceptó que la velocidad local sea:

$$U_s = U (1 - C_{ps})^{1/2}$$

Esta U_s le pareció adecuada para utilizarla en el número de Strouhal. Además convino tomar como diámetro de la estela la distancia entre los picos mayores del espectro de las variaciones transversales de las velocidades con respecto al eje de la estela misma. De acuerdo a esto, el número de Strouhal para la estela sería:

$$\begin{aligned} S^* &= fd^*/U \\ &= S(1 - C) (d^*/d) \end{aligned}$$

donde d es el diámetro de la base del cono.

Calvert encontró que el número de Strouhal universal por él obtenido tenía un valor aproximado de 0.19 para todos los conos estudiados. Los valores de S^* y d^*/d están dados en la tabla 2.

En resumen, se encontraron los siguientes valores para el número universal de Strouhal:

Obstáculos bidimensionales (Roshko y Simmons)

f = frecuencia de emisión de vórtices.

$S^* = 0.164$ d^* = ancho de la estela.

U_s = velocidad de las líneas de corriente en el punto de separación.

Obstáculos tridimensionales (Calvert)

f = frecuencia de emisión de vórtices.

d^* = distancia entre los valores de máxima velocidad dentro de la estela, aparecidos en el espectro del analizador de frecuencias, figura 12.

$S^* = 0.19$

U_* = velocidad local (medida en los puntos de separación, localizados detrás del cuerpo y a los lados).

Estos experimentos fueron realizados para condiciones de flujo libre, para condiciones de no interferencia dentro de la estela y quedando fijo el cuerpo obstaculizador, es decir, sin que el cuerpo estuviera oscilando. Tampoco se tomaron en cuenta correcciones a los datos obtenidos por el efecto de confinamiento del flujo o de la estela.

Estas últimas condiciones se considerarán más adelante en este trabajo, y serán objeto de discusión al final del mismo.

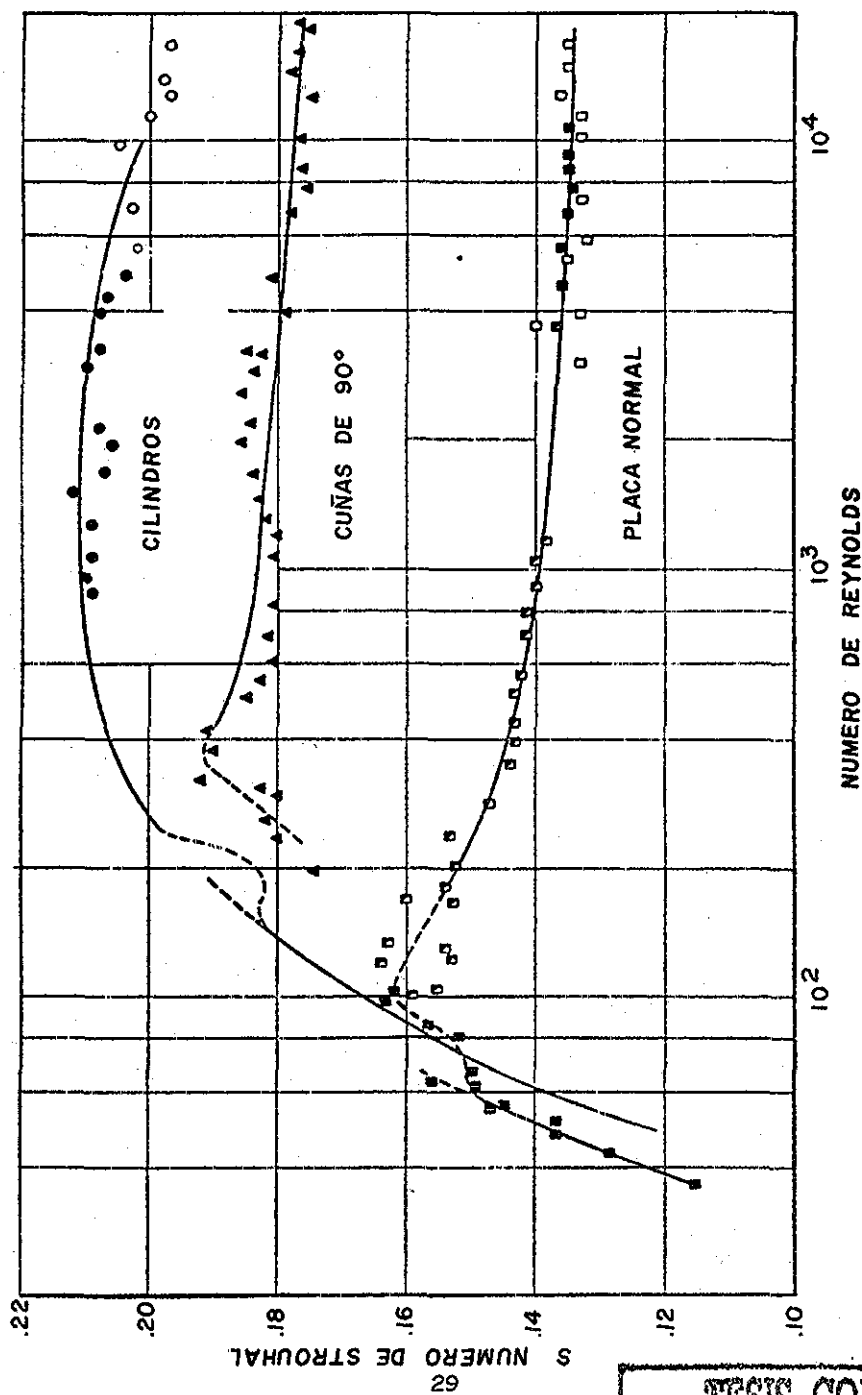


FIGURA N° 5

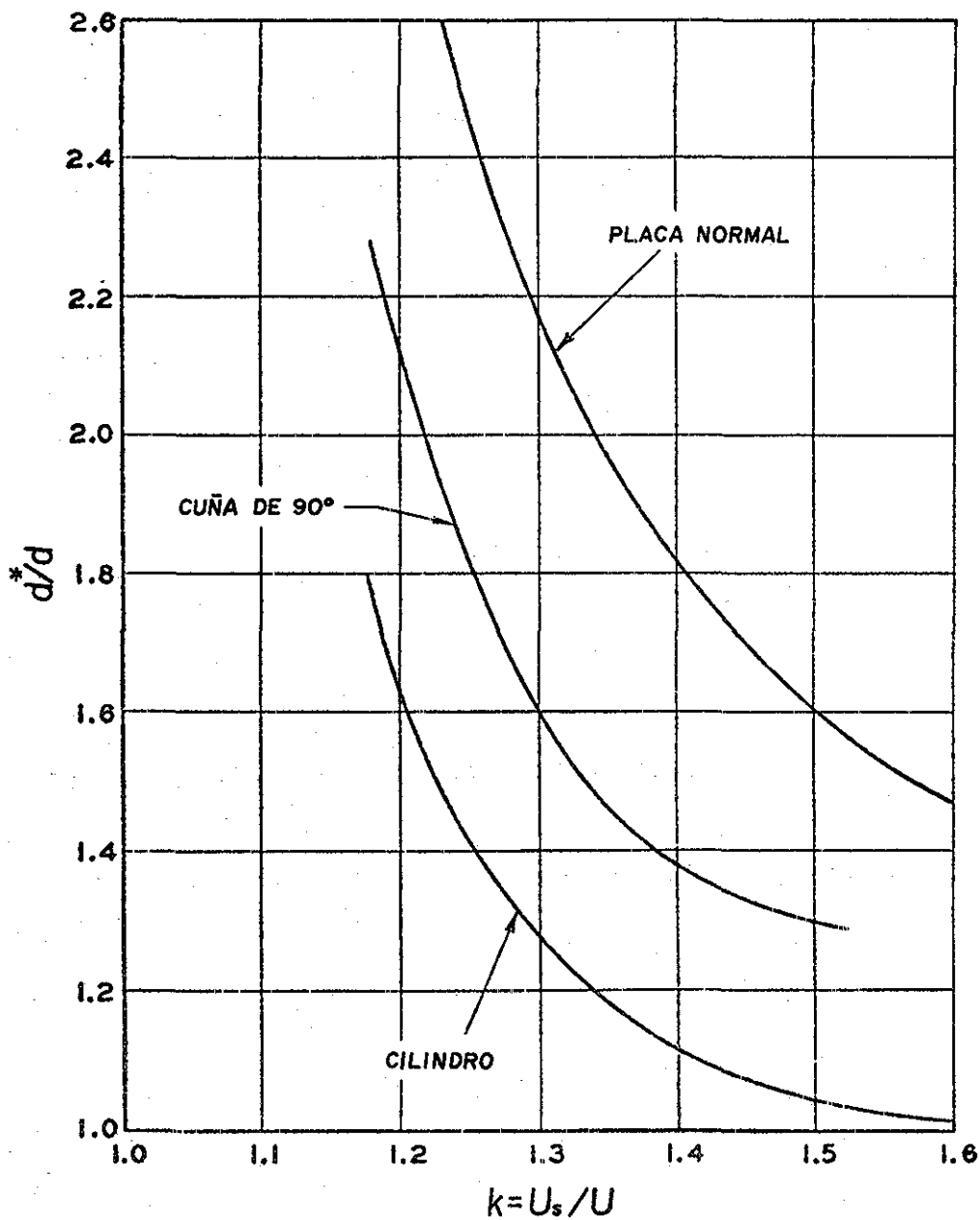


FIGURA N° 6 Ancho de la estela

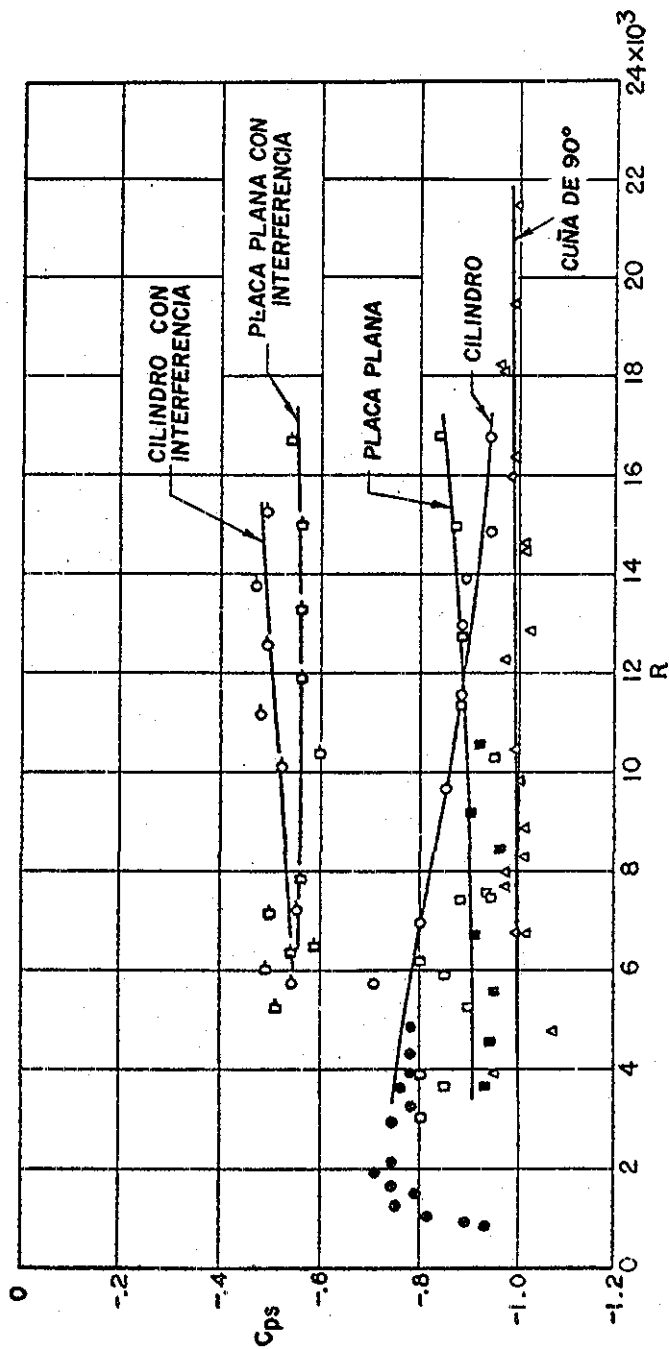


FIGURA N° 7 Coeficiente de la presión de la base

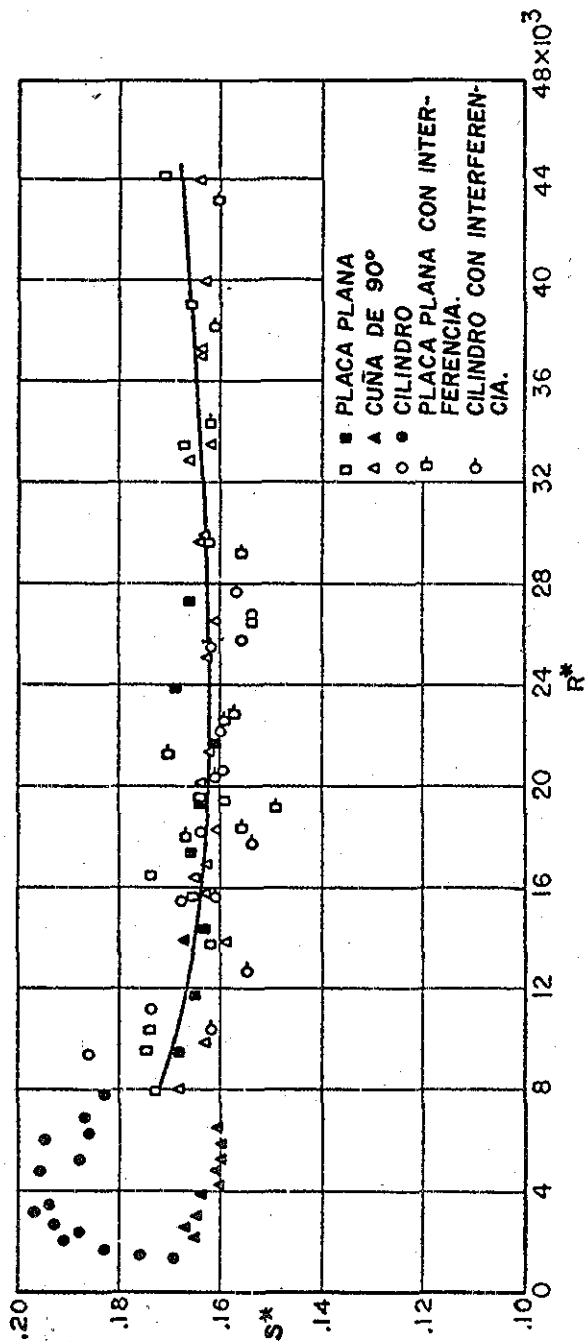


FIGURA N° 8 Número de Strouhal Universal para estelas

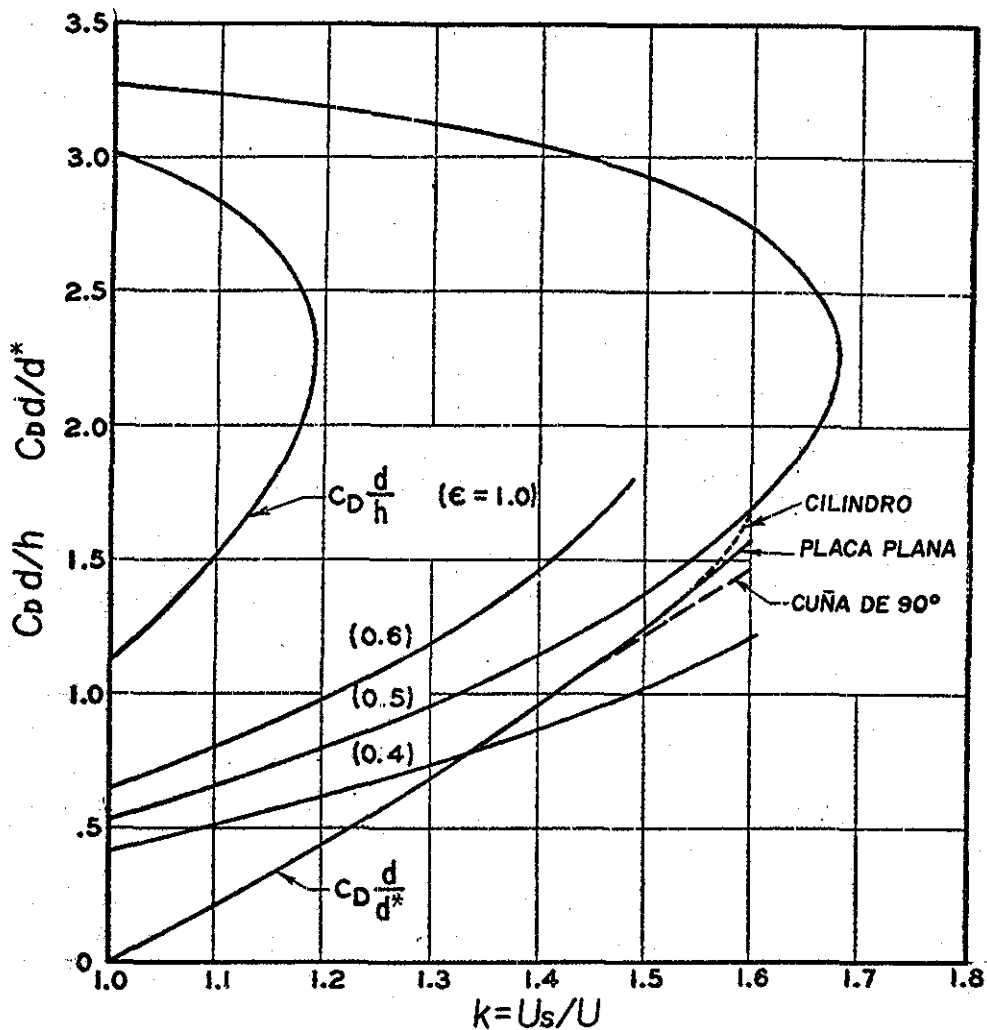


FIGURA N°9 Solución para estelas

TABLA 1

PARAMETROS DE FLUJOS CALCULADOS Y MEDIDOS
PARA VARIOS TIPOS DE CUERPOS OBSTACULIZADORES (1)

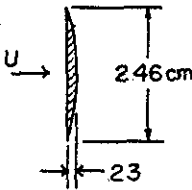
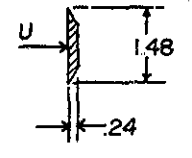
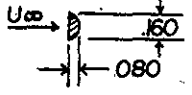
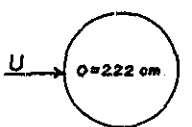
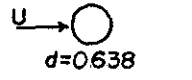
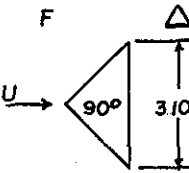
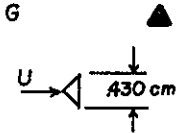
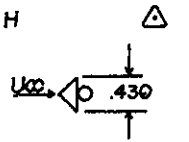
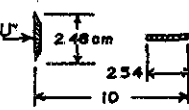
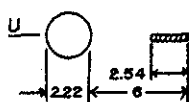
Cuerpos obstaculizadores y Símbolos	S_T	R_T	k_T	$\frac{q^*}{d}$	S^*	R^*	$\frac{\Delta U}{U}$	S	R	k	C_{ps}
A 	1440	8,030	1.483	1,633	159	19,500	0.066	135	7,530	1.391	-0.94
	1411	11,000	1.488	1,625	154	26,600		133	10,320	1.396	-95
	1428	12,130	1.462	1,674	162	29,700		133	11,400	1.372	-88
	1449	13,640	1.460	1,680	167	33,300		136	12,800	1.370	-88
	1441	15,950	1.458	1,682	166	39,100		135	14,900	1.365	-87
	1442	17,900	1.445	1,710	171	44,200		135	16,800	1.356	-85
	1410	3,220	1.427	1,742	173	8,030		133	3,020	1.339	-80
	1490	3,900	1.450	1,700	175	9,610		140	3,680	1.360	-85
	1420	4,190	1.428	1,747	174	10,440		133	3,930	1.340	-80
	1440	5,670	1.470	1,659	162	13,800		135	5,320	1.360	-90
	1410	6,320	1.450	1,700	166	15,600		132	5,930	1.360	-85
	1420	6,610	1.427	1,742	174	16,500		133	6,200	1.339	-80
	1420	7,950	1.456	1,682	164	19,500		133	7,490	1.366	-88
	1430	3,850	1.456	1,700	168	9,500	0.044	137	3,690	1.392	-93
	1425	4,790	1.455	1,690	165	11,800		136	4,598	1.391	-94
	1418	5,860	1.562	1,678	163	14,400		136	5,610	1.400	-95
B 	1407	7,060	1.447	1,706	166	17,400		135	6,760	1.365	-91
	1401	7,900	1.453	1,700	164	19,500		134	7,570	1.390	-93
	1401	8,850	1.462	1,675	161	21,700		135	8,500	1.430	-95
	1410	9,630	1.441	1,721	169	23,900		135	9,220	1.360	-90
	1408	10,630						135	10,200		
	1408	11,110	1.448	1,705	166	27,400		135	10,600	1.395	-92
	1408										
	1408										
C 	2060	5,850	1.334	1,206	186	9,400	0.020	202	5,730	1.309	-71
	2065	7,150	1.368	1,151	174	11,250		203	7,000	1.340	-80
	2067	9,920	1.389	1,128	163	15,500		203	9,720	1.369	-85
	2041	11,650	1.397	1,120	164	18,200		200	11,400	1.370	-88
	2010	13,200	1,400	1,116	160	20,600		197	12,960	1.372	-88
	2015	14,200	1,401	1,114	160	22,200		193	13,900	1.375	-89
	2004	17,130	1.421	1,093	154	26,700		197	16,800	1.394	-94
	2020	15,220	1.420	1,096	156	25,800		198	14,900	1.398	-94
	2100	885	1.395	1,120	169	1,380	0.004	209	880	1.390	-93
	2110	956	1.360	1,148	176	1,510		210	950	1.375	-89
D 	2097	1,078	1.350	1,179	183	1,720		209	1,070	1.345	-81
	2097	1,270	1.329	1,215	192	2,050		209	1,265	1.324	-75
	2124	1,510	1.342	1,190	188	2,420		212	1,500	1.337	-79
	2075	1,700	1.322	1,230	193	2,770		207	1,690	1.317	-74
	2065	1,935	1.311	1,250	197	3,160		206	1,930	1.306	-71
	2088	2,145	1.322	1,230	194	3,500		208	2,135	1.317	-74
	2103	2,950	1.322	1,230	196	4,000		210	2,940	1.317	-74
	2090	3,250	1.339	1,205	185	5,250		208	3,240	1.334	-79
	2091	3,675	1.330	1,243	195	6,060		208	3,660	1.325	-76
	2090	3,950	1.340	1,195	186	6,330		208	3,930	1.335	-78
E 	2081	4,350	1.339	1,200	187	6,950		207	4,310	1.333	-78
	2050	4,690	1.340	1,195	183	7,810		204	4,670	1.335	-78

TABLA I

PARAMETROS DE FLUJOS CALCULADOS Y MEDIDOS
PARA VARIOS TIPOS DE CUERPOS OBSTACULIZADORES (2)

Cuerpos obstaculizadores y Símbolos	S_T	R_T	k_T	$\frac{q^*}{d}$	S^*	R^*	$\frac{\Delta U}{U}$	S	R	k	C_{ps}
F 	0 1885	4 160	1 473	1 315	0 163	6 060	0 054	0 179	3 940	1 355	- 95
	1910	5 050	1 515	1 291	163	9,880		181	4 790	1 437	- 97
	1831	7 130	1 497	1 300	159	13,900		174	6 750	1 415	-1 01
	1845	6 150	1 482	1 310	163	15,800		175	7 730	1 404	- 97
	1878	8,750	1 497	1 300	163	17,000		178	8,300	1 419	-1 01
	1881	10,400	1 492	1 303	154	20,200		178	9,850	1 414	-1 00
	1841	12,930	1 482	1 310	163	25,100		179	12,300	1 404	- 97
	1883	15,270	1 497	1 300	164	29,700		179	14,500	1 415	-1 01
	1882	16,920	1 485	1 308	166	32,900		178	26,000	1 407	- 95
	1854	19,110	1 480	1 311	164	37 100		176	16 100	1 408	- 97
	1905	7 180	1 489	1 306	167	13 900		181	6 500	1 411	- 99
	1856	8,430	1 480	1 311	165	16,400		175	7 580	1 402	- 97
	1849	9,400	1 495	1 302	161	18,300		175	8,900	1 417	-1 01
	1845	11,040	1 487	1 305	162	21,400		179	10,500	1 409	- 99
	1853	13,660	1 499	1 300	161	26,600		176	12,950	1 421	-1 02
	1880	15,320	1 497	1 300	163	29,900		178	14,500	1 419	-1 01
	1852	17,300	1 490	1 304	162	33,500		176	16,400	1 412	- 99
	1848	19,210	1 478	1 312	163	37,200		175	18,300	1 410	- 98
	1866	20,600	1 490	1 304	163	40,000		177	19,500	1 412	- 99
	1872	22,800	1 489	1 306	164	44,000		177	21,500	1 411	- 99
G 											
H 	1826	1,210	1 481	1 322	165	2,340	0 10	181	1,200	1 446	-1 09
	1830	1,380	1 457	1 326	167	2,665		181	1,370	1 442	- 09
	1865	1,570	1 450	1 310	165	3,040		185	1,550	1 465	- 15
	1843	2,030	1 475	1 312	164	3,930		185	2,010	1 461	-1 14
	1832	2,240	1 495	1 301	160	4 350		184	2,220	1 450	-1 19
	1824	2 510	1 483	1 310	161	4,870		184	2,490	1 463	-1 16
	1820	2,750	1 485	1 336	160	5,330		180	2,720	1 473	-1 17
	1818	3,030	1 486	1 306	160	5,830		180	3,000	1 473	-1 17
	1846	3,400	1 492	1 305	161	6,610		183	3,370	1 477	-1 18
J 	0995	5,600	1 311	2 115	161	15,600	0 86	0 095	5,250	1 230	- 51
	1008	6,430	1 301	2 362	167	18,000		095	6,030	1 220	- 49
	1002	6,750	1 323	3 063	156	18,400		091	6,340	1 241	- 54
	1030	7,650	1 303	3 155	170	21,300		091	7,180	1 223	- 50
	1008	6,956	1 312	1 990	149	18,600		094	6,500	1 260	- 59
	1036	5,360	1 530	2 033	159	22,600		094	7,550	1 249	- 56
	1071	11,110	1 330	1 903	155	29,500		100	10,400	1 266	- 60
	1060	12,650	1 330	2 035	163	34,000		093	11,900	1 248	- 56
	1049	14,150	1 330	2 035	161	38,200		099	13,300	1 248	- 56
	1048	15,930	1 330	2 035	160	43,100		095	15,000	1 248	- 56
	1041	17,820	1 323	2 060	160	48,500		099	16,700	1 241	- 54
K 	1500	5,960	1 268	1 370	162	10,350	0 20	147	5,850	1 242	- 54
	1459	7,370	1 270	1 351	155	12,700		143	7,220	1 249	- 55
	1396	10,230	1 258	1 325	154	17,900		137	10,100	1 253	- 52
	1381	11,400	1 240	1 445	161	20,400		135	11,200	1 216	- 48
	1374	12,880	1 244	1 430	158	22,900		135	12,400	1 224	- 49
	1367	14,100	1 236	1 461	162	25,500		135	13,800	1 211	- 47
	1371	15,600	1 246	1 425	137	27,700		135	15,300	1 320	- 47

TESIS CON

TABLA 2

Abertura del cono	Cps	S	d^*/d	s^*
0° (cilíndrico)	0.244	0.246	0.885	0.195
20°	0.210	0.207	1.00	0.188
40°	0.310	0.197	1.12	0.193
60°	0.375	0.171	1.29	0.188
90°	0.400	0.163	1.42	0.196
180° (disco)	0.413	0.135	1.65	0.187

Variación de la presión de la base, número de Strouhal universal y ancho de la estela con la abertura del cono.

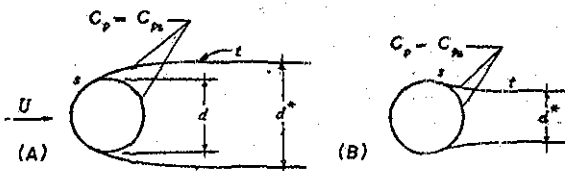


FIGURA N° 10 Modelos de líneas de corriente libre para relacionar el coeficiente de la presión de la base a el ancho de la estela.

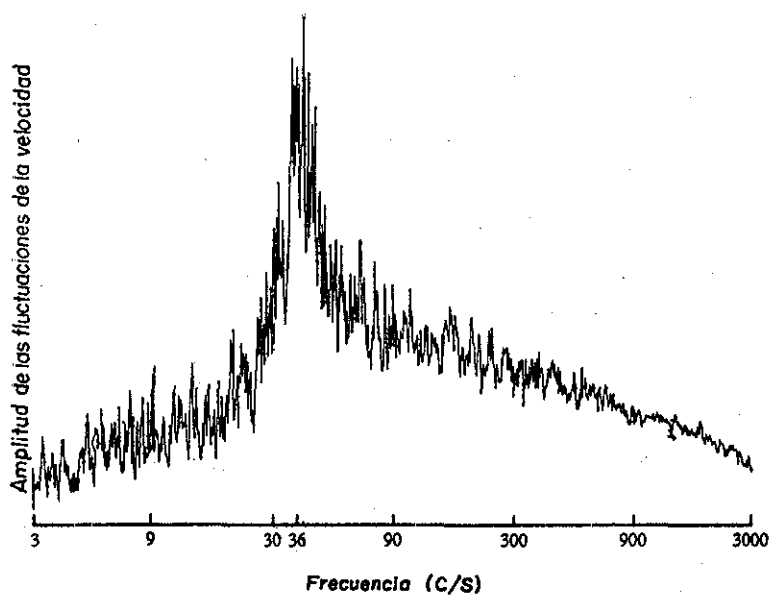


FIGURA N° 11 Espectro de la estela de un cono de 60°

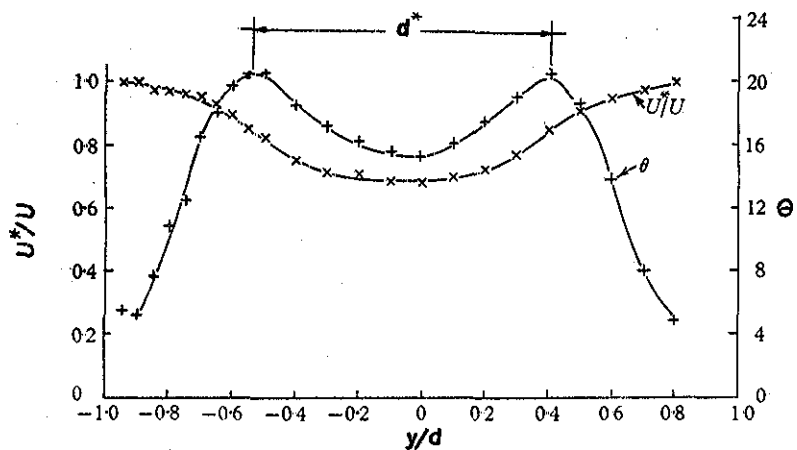


FIGURA N° 12 Variaciones de la velocidad media y fluctuaciones de la velocidad a través de la estela de un cono de 60°

ESTELAS CON PLACA SEPARADORA

En los experimentos realizados para valores subcríticos del número de Reynolds en 1954, Roshko encontró que, si introducía una placa separadora (figura 13) en la estela, ésta tendría una fuerte influencia en las características del flujo. En efecto a lo largo de la placa el flujo cambia de uno con emisión alternada, a un flujo simétrico estable en el cual la separación de las líneas de corriente se reajustan sobre el separador, formando dos regiones cerradas de recirculación a ambos lados de la placa, (6).

Roshko (4), concluyó que si la formación dinámica de los vórtices es verdaderamente importante, entonces interfiriendo su formación se tendría un fuerte efecto sobre la presión de la base. Para ello una vez colocado el separador a lo largo de la línea central de la estela, observó la distribución de presión detrás del obstáculo comparando los resultados de la estela sin separador y con él.

Estas mediciones se encuentran graficadas en la figura 13, donde se puede apreciar que con el separador, el incremento de la presión de la base es muy marcado. También se observó que la formación de los vórtices se desplazó con la presencia del separador hacia aguas abajo. Roshko supuso que es posible que una clase de vórtices permanentes se formen a cada lado de la placa, lo que no fue investigado por él. Es evidente que sin la placa separadora la formación periódica de vórtices tiene que afectar la presión de la base mucho más que con la placa.

En el experimento de la figura 13, la cuerda del separador fue de casi 5 diámetros. Algunas medidas fueron realizadas con separadores de cuerda de hasta 1 diámetro. Se encontró que esto no alteraba la la formación de vórtices del todo, pero que la frecuencia de emisión de vórtices había cambiado. Más interesante fue notar que si el separador era desplazado hacia aguas abajo dejando una separación entre la cola del separador y el obstáculo, se apreciaba un punto donde la emisión de vórtices era mínima y la presión de la base era máxima; su distancia era de 3.85 diámetros.

En la figura 8, se puede apreciar que no existe una gran diferencia entre los valores obtenidos de estelas sin interferencia y los que sí tienen interferencia, observándose para ambos una distribución bastante ajustada alrededor del valor para número de Strouhal de $S^* = 0.16$.

También Bearman (9), en 1966 estudió los efectos de los separadores, mostrando las relaciones entre dichos efectos en estelas experimentadas a dos números de Reynolds diferentes.

Bearman definió tres tipos de velocidades, U que es la velocidad de la corriente libre, U_v es la velocidad de los vórtices relativa a la corriente libre y U_o que es la velocidad de los vórtices relativa al obstáculo, siendo $U = U_v + U_o$.

En la figura 14 aparecen los datos tomados para dos números de Reynolds y se puede observar que la curva U_o/U , tiene una pendiente opuesta a la que corresponde a los resultados experimentales para separadores largos. La figura 14 muestra también una gráfica del espaciamiento l entre vórtices contra longitud l del separa-

donde para un número de Reynolds 2.3×10^4 .

(La velocidad U_N es obtenida por medio de datos experimentales, debido a que $U_N = lf$, donde l es la separación longitudinal de los vórtices y f es la frecuencia de emisión de vórtices; por lo tanto la relación U_N/U , puede ser evaluada por datos experimentales muy fácilmente)

$$U_N = S \cdot U l / d^*$$

También el gráfico de U_N/U que aparece en la figura 14 está evaluado en función de la longitud del separador.

El método de las hodógrafas da el espaciamiento de las capas cortantes cuando ellas corren paralelas, asumiéndose entonces que los vórtices van en forma de capas cortantes con este espaciamiento.

Al introducir una interferencia dentro de la estela se observó

(9) el desplazamiento hacia aguas abajo de la formación de vórtices. De esta manera el ancho de la estela es igual a la separación entre los bordes de las capas cortantes libres, pero su distancia no es representativa al comienzo de la estela, por lo que se pensó en una nueva distancia representativa d^* que sería la distancia entre las capas cortantes en el comienzo de la formación vorticiosa. Si el desplazamiento lateral de las filas de vórtices es d^* , se obtiene el nuevo número de Strouhal:

$$\begin{aligned} S^* &= f d^* / U \\ &= S d^* / k d \end{aligned}$$

S y k son los valores medidos y b^*/d se puede encontrar usando los criterios de estabilidad de Von Karman y de Kronauer, por medio de los cuales se obtiene un valor constante de 0.181.

El criterio de estabilidad de Kronauer establece que para una velocidad de vórtices U dada, la calle de vórtices se ajusta automáticamente dentro de la configuración que da el valor mínimo para el coeficiente de arrastre de la calle misma.

Este criterio de estabilidad no está basado sobre evidencias experimentales directas y uno de los propósitos de la investigación de Bearman era determinar si se puede pronosticar por su intermedio valores aceptables para los parámetros de la calle de vórtices.

En la figura 15 se graficó S^* contra k utilizando el criterio de estabilidad de Kronauer. Si se hubiera empleado el criterio de Von Karman para predecir b/h , no hubiera sido posible lograr un valor consistente de S^* , debido a que $(S^*)_{\nu}$ (número de Strouhal de Bearman obtenido en base al criterio de estabilidad de Von Karman $d^*/l = .281$) decrece con el incremento de k , tal como está indicado en la figura 15.

Como una prueba más rigurosa, el análisis se extendió a una variedad de formas de cuerpos obstaculizadores. Los valores de S^* para estos cuerpos están graficados en la figura 16, donde se puede observar un reacondo alrededor de $S^* = .181$.

Resumiendo, la presencia de un cuerpo separador o de una interferencia dentro de una estela provoca una variación en la frecuen -

cia de emisión de vórtices, un desplazamiento de éstos hacia aguas abajo, y una variación de la presión de la base. De aquí que los parámetros que intervenían en la formación del número universal de Strouhal para cuerpos obstaculizadores, se ven afectados considerablemente, por lo que se tiene que recurrir a otra localización dentro de la estela si se quiere obtener una constante para la mayoría de las distintas formas de cuerpos obstaculizadores, y para distintos valores del número de Reynolds.

Bearman logra encontrar un parámetro tal como la distancia entre las capas cortantes en el comienzo de la formación de las capas vorticósas y la toma como d^* . Con este valor encuentra un número de Strouhal universal que es igual a 0.181.

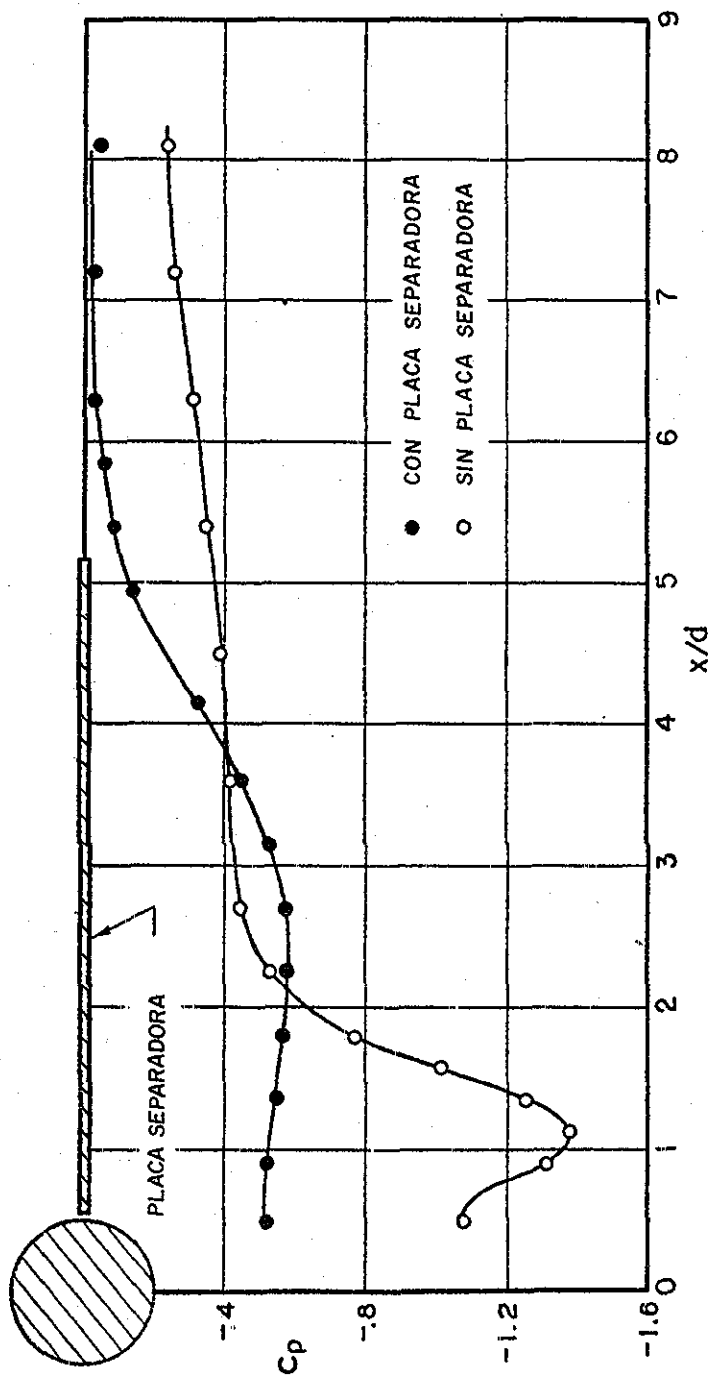


FIGURA N°13 PRESION SOBRE LA LINEA CENTRAL DE LA ESTELA PARA REYNOLDS=14500

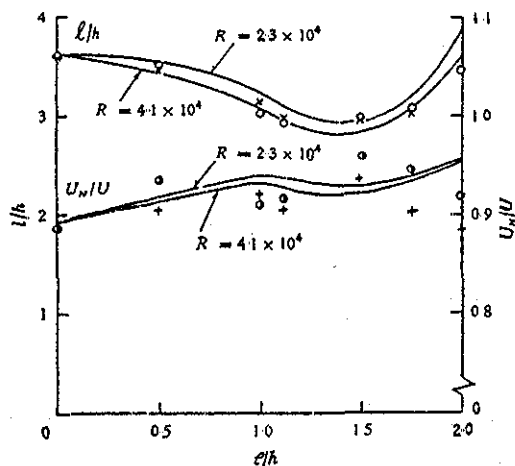


FIGURA N° 14 L/h y U_w/U contra la longitud del separador

$L/h: \times, R = 2.3 \times 10^4, \bigcirc, R = 4.1 \times 10^4$
 $U_w/U: \bullet, R = 2.3 \times 10^4, +, R = 4.1 \times 10^4$

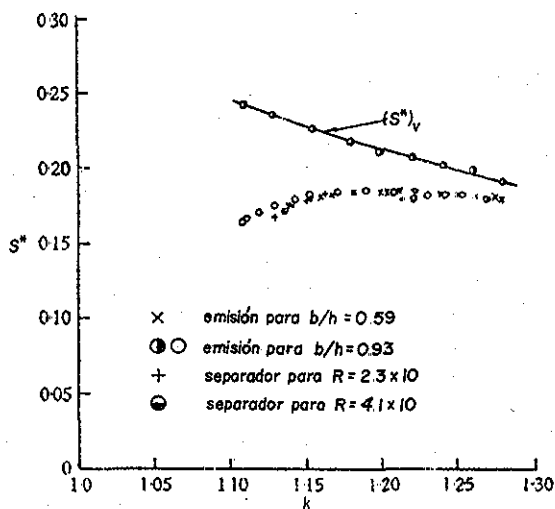


FIGURA N° 15 Número de Strouhal universal S^* contra k

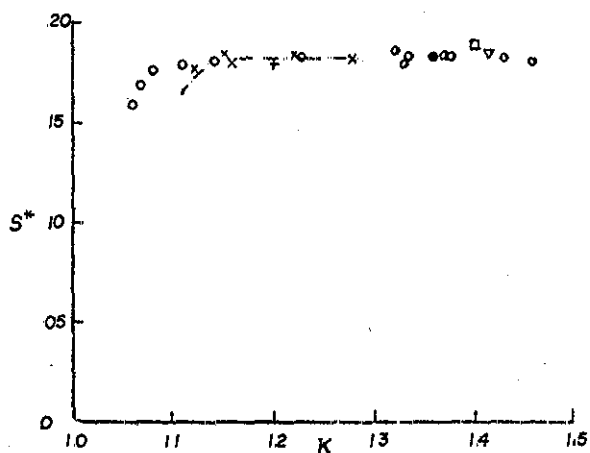


FIGURA N° 16 Numero de Strouhal Universal S^* contra K para varias formas de cuerpos obstaculizadores

Separador. Nash et al (1963) Mach No. 0.4	×
Succión de la base Wood (1964)	○
Forma ojival Fage y Johansen (1927)	●
Forma ojival extendida Fage y Johansen (1927)	+
Cuña a 90° Roshko (1954 b)	▽
Cilindro $R=10^2-10^6$	●
Cilindro $R=2 \times 10^6-10^7$	●
Media de los resultados de la figura 15	---
Placa plana (Roshko (1954 b)	□

ESTELAS DE CUERPOS VIBRANTES

Si tomamos un cuerpo obstaculizador y lo hacemos vibrar una vez que el mismo esté sumergido en una corriente libre, observaremos que el ancho de la estela aumenta debido a la amplitud de las vibraciones. Por lo tanto el ancho de la estela no sería un parámetro útil para conformar el número universal de Strouhal. Sin embargo, las ondas oscilatorias de las vibraciones decrecen en la misma relación que aumenta el ancho de la calle de vórtices. Cabe señalar que la distancia longitudinal entre vórtices se mantiene constante.

Koopman (10), en 1966 se dio cuenta de este fenómeno y trató de dar solución al mismo, pero encontró que si la frecuencia de emisión de vórtices estaba sujeta a la frecuencia de vibración del cilindro, los parámetros de la estela no podían ser debidamente evaluados o identificados. Supuso por lo tanto que si se lograba un estado de resonancia entre la frecuencia de emisión de vórtices y la frecuencia de vibración del cilindro (locking-on), podría ayudar a explicar el interjuego entre el cilindro y la estela vorticosa que causa el cilindro al vibrar a una frecuencia cercana a la normal, así como también la variación del campo de velocidades alrededor del cilindro, dentro de un cierto rango.

Koopman en 1967 midió los límites del locking-on para las vibraciones de un cilindro y fotografió las formas de estas estelas resultantes para una variedad de frecuencias y amplitudes de vibración.

Toebes (11) en 1967 midió los efectos de las vibraciones del cilindro en la emisión de vórtices y sobre las fluctuaciones de la velocidad de la estela.

Griffin (12) en 1971 investigó los cambios en la formación de vórtices y la configuración de la estela, como producto de un estado de locking-on para números de Reynolds superiores a 350.

Griffin & Votaw en 1972 midieron los espaciamiento de los vórtices, fluctuaciones de las velocidades y flujo medio para varias condiciones de locking-on. En 1974 Griffin & Ramberg (13) estudiaron los efectos de la amplitud de las vibraciones y la frecuencia sobre la consistencia de los vórtices, espaciamiento y arrastre para números de Reynolds bajos, y relacionaron estos resultados con los cambios en las cercanías de las estelas en la región de la formación de vórtices.

En 1977, Griffin (14) intentó introducir un número universal de Strouhal para el locking-on de emisión de vórtices cuando el cuerpo obstaculizador está sometido a vibración.

La unificación de los conceptos desarrollados por Roshko y Bearman son aplicados en el trabajo de Griffin a las estelas de cilindro vibrando. Griffin comprueba que el concepto de un número universal de Strouhal puede ser generalizado a los casos de vórtices excitados por oscilaciones y por fuerzas oscilatorias, cuando la emisión de vórtices está afectada por las vibraciones.

El ancho de la estela d^* es dependiente de la amplitud y frecuencia de las vibraciones, por lo tanto éstas (amplitud y frecuencia), son obtenidas de experimentos efectuados en condiciones de

locking-on. La velocidad característica U y el parámetro de la presión de la base permanecen sin cambiar (con respecto a los análisis de Roshko y Bearman), dependiendo también de la amplitud y frecuencia de la vibración. Estos parámetros también son obtenidos experimentalmente.

El número universal de Strouhal S^* ideado para este caso de vibraciones es por analogía:

$$S^* = fd^*/U$$

En esta fórmula U es la velocidad media en los puntos de separación, d^* representa el ancho de la estela producida por la vibración del cilindro, parámetro obtenido de los experimentos graficados en la figura 17. En esta gráfica observamos en el eje de las ordenadas, una relación entre el ancho de la estela producida por la vibración del cilindro d^* , y el diámetro de la estela producida por el cuerpo sin vibrar d ; en el eje de las abscisas tenemos la relación entre el número de Strouhal universal S^* y el usual S para estelas producidas por cuerpos estacionarios.

El número de Strouhal universal S^* obtenido, está listado en la tabla 3 y graficado en la figura 18, como una función del número de Reynolds de la estela.

Se puede observar en la figura 18, que el número de Strouhal S^* para estelas de cilindro vibrando, se obtuvo para números de Reynolds comprendidos entre 700 y 4.5×10^4 .

Para Reynolds bajos, $R < 700$, el número de Strouhal es dependiente

del de Reynolds, como es usualmente el caso. Un valor promedio de $S^* = 0.178$ con una desviación estandar de 0.01 se obtiene de los resultados de un cilindro vibrando reportados en la tabla 3, para Reynolds de estela R^* mayores de 700. Esta es una excelente aproximación de la encontrada por Bearman $S^* = 0.181$ y del valor promedio de $S^* = 0.164$ de los datos de Roshko para cilindros estacionarios.

Los resultados de la figura 18 muestran que un parámetro universal tal como S^* es representativo de las estelas de los cuerpos obstaculizadores no sólo para las condiciones previamente investigadas por Roshko (1955), Bearman (1967), y Richter & Naudascher (1976), sino también para cilindros que son forzados a vibrar o son excitados resonantemente por fuerzas de fluidos dentro de un régimen de Reynolds subcrítico.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

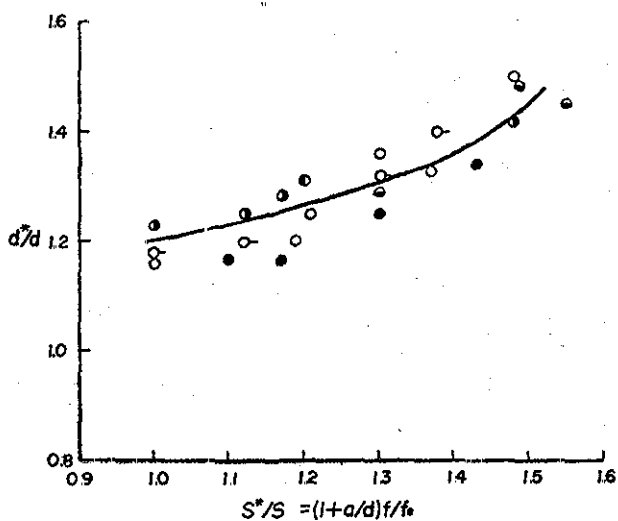


FIGURA N° 17 Ancho de la estela d^*/d medida al final de la región de formación de vórtices, como una función del número de número de Strouhal normalizado S^*/S .

$R = 120$



$R = 144$



$R = 200$



$R = 280$



$R = 350$



$R = 450$



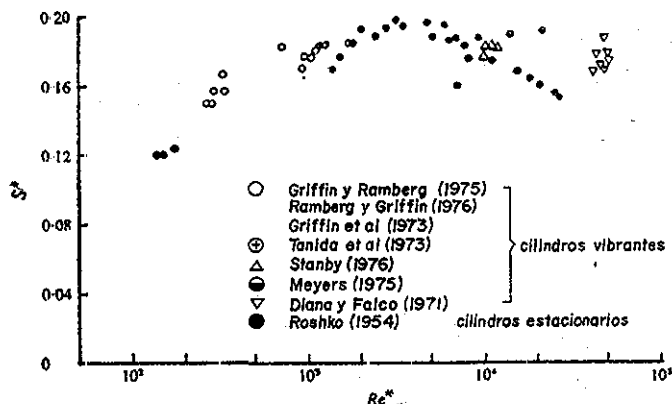


FIGURA N° 18 Número Universal de Strouhal para locking-on de cilindros vibrantes como una función del número de Reynolds de la estela

Investigadores	Re	C_D/C_{D0}	$-C_p$	K	d'/d	S	S^*	Re^*
Tanida et al (1973)	80	1.25	1.12	1.46	1.24	0.14	0.120	145
		1.26	1.13	1.46	1.26		0.120	147
		1.58	1.42	1.56	1.37		0.123	171
Griffin & Ramberg (1974)	144	1.40	1.26	1.50	1.25	0.18	0.160	270
		1.47	1.32	1.52	1.27		0.160	278
		1.50	1.35	1.53	1.33		0.166	293
		1.84	1.66	1.63	1.38		0.165	331
		1.58	1.42	1.56	1.43		0.166	324
Ramberg & Griffin (1976)	450	1.00	0.90	1.34	1.18	0.21	0.183	711
		1.61	1.45	1.56	1.33		0.179	934
	570	1.17	1.05	1.43	1.20		0.176	978
		1.21	1.09	1.44	1.20		0.176	985
Griffin et al (1973)	600	1.28	1.15	1.47	1.27	0.21	0.180	1128
		1.33	1.20	1.48	1.27		0.181	1240
		1.70	1.53	1.59	1.45		0.183	1706
		1.23	0.98	1.41	1.25		0.160	7050
Tanida et al (1973)	4000	1.39	1.11	1.45	1.41	0.18	0.175	8178
		1.23	0.98	1.41	1.25		0.160	7050
Stansby (1976)†	5700	1.19	0.95	1.40	1.23	0.20	0.175	9820
		1.19	0.95	1.40	1.27		0.181	10100
		1.31	1.05	1.43	1.30		0.181	10600
		1.41	1.13	1.46	1.34		0.181	11100
		1.53	1.22	1.49	1.36		0.182	11700
Meyers (1975)	7000	1.56	1.25	1.50	1.36	0.21	0.190	14300
		1.48	1.18	1.48	1.36		0.193	21800
Diana & Falco (1971)	21400	1.50	1.20	1.48	1.39	0.19	0.178	44000
		1.60	1.28	1.51	1.50		0.190	48100
	22400	1.80	1.44	1.58	1.47		0.179	61400
		1.60	1.28	1.51	1.36		0.171	46000
	24700	1.45	1.16	1.47	1.28		0.165	42200
		1.40	1.12	1.46	1.31		0.171	47200
		1.55	1.24	1.50	1.37		0.174	50800

TABLA 3 Número Universal de Strouhal para locking-on de emisión de vórtices para cilindros vibrantes. II Valores tabulados de d'/d son tomadas de la figura 17

ESTELAS EN FLUJOS CONFINADOS

En 1976 Richter & Naudascher (16), estudiaron los efectos de las paredes del túnel de pruebas sobre el flujo tras de un cilindro, para complementar las investigaciones previas, por un número de razones. En la mayoría de los escritos, la magnitud de la relación de confinamiento no está dada. Existen trabajos como los de Toebe (1971)(11), y Modi & El-Sherbiny (1973) en que se considera el efecto del confinamiento sobre obstáculos cilíndricos de sección ovalada; pero, como a un mismo tiempo se cambiaban la forma del obstáculo y el confinamiento, es muy difícil sacar de ellos información acerca del efecto de cada uno de esos dos factores por separado. En la figura 19 se ve que la variación del número de Strouhal fd/U con una relación de confinamiento d/h , es más pronunciada para un cuerpo de bordes agudos, que para un cilindro (h es la distancia entre las paredes del túnel). Redondeando las esquinas de un prisma cuadrado, Shaw (17) obtuvo en 1971, el 12% de incremento en el número de Strouhal.

La figura 20 también nos indica una variación de U/U_c con d/h , que es más pronunciada para secciones de bordes agudos, además del incremento del efecto del confinamiento sobre el coeficiente de arrastre.

Richter y Naudascher utilizaron para sus experimentos un túnel de agua que era controlado por medio de un componente piezo-eléctrico sensible a las fuerzas, para medir las fluctuaciones de la sustentación y del arrastre. Este instrumento sirvió para obtener el

promedio del valor cuadrático medio y el espectro de las fluctuaciones de las fuerzas inducidas por el flujo.

Richter y Naudascher expresaron que la frecuencia de emisión de vórtices dominante, para un obstáculo cilíndrico correspondía al mayor pico del espectro de sustentación, (el sistema de análisis de sus valores experimentales fue similar al utilizado por Calvert en sus experiencias, es decir por medio de un análisis de Fourier de las frecuencias de la estela).

En la figura 21, se puede observar que el incremento en el confinamiento produce un incremento distinto en el número de Strouhal usual, que crece con el confinamiento. Es de interés señalar las tres regiones definidas del número de Reynolds, que aparecen en la figura 21; éstas son: el rango subcrítico para un Reynolds menor que 10^5 , el supercrítico para un Reynolds mayor que 4.0×10^5 , y el rango transcrito se observa comprendido entre estos dos valores.

En el rango transcrito se observa que para una misma razón de confinamiento, y para un mismo valor aproximado del Reynolds existen varios valores del número de Strouhal, muy distintos entre sí, lo que se debe sin duda alguna a las características aleatorias del régimen turbulento.

Es de interés regraficar los datos de la figura 21, en términos del número de Strouhal universal fd^*/U^* (y número de Reynolds correspondiente) con la consideración del ancho de la estela entre filas de vórtices d^* y la velocidad a lo largo de la línea de corriente libre U^* , y comparar los resultados con el valor de $S^* = .16$ encontrado por Roshko en 1954 para obstáculos de diferentes sec-

ciones transversales en flujo no confinado, incluyendo el cilindro circular en el rango subcrítico. Así, usando la relación entre d^*/d y U_c/U , deducida por Roshko en 1954 para cilindros en combinación con los datos de la figura 6, y la ecuación de continuidad

$$U^*/U = h(h-d^*)$$

uno obtiene el diagrama de la figura 22. Esto muestra que en el rango subcrítico del número de Reynolds, el valor fd^*/U^* se mantiene dentro de 5% del valor de 0.16 para todas las condiciones probadas de confinamiento. Esto confirma el hecho de que el número universal de Strouhal puede ser extendido a estelas en flujos confinados.

La figura 22 muestra también que el confinamiento del flujo produce una reducción del número de Strouhal universal a través del rango transcrito del número de Reynolds, (se entiende por rango transcrito, al régimen de transición entre el régimen subcrítico y el supercrítico del número de Reynolds). Cerca de la transición el aumento en el número de Strouhal es muy repentino, aunque los cambios en las características de arrastre y sustentación sean graduales.

La reducción observada en el número de Reynolds crítico con flujo confinado es una consecuencia del incremento de las velocidades y separación de las capas cortantes. El concepto de un número universal de Strouhal para flujos confinados, aún no ha sido determinado con la suficiente base experimental, tal como sucedió con los obte

nidos para estelas libres, estelas oscilantes, estelas con placas separadoras, etc, debido a que muchos investigadores en sus trabajos experimentales no tomaban en cuenta este efecto, por lo que se ha desaprovechado una gran cantidad de trabajos que pudieron haber sido útiles para el estudio de los efectos del confinamiento sobre el número universal de Strouhal. Pero el sugerido por Richter y Naudascher se puede considerar como adecuado.

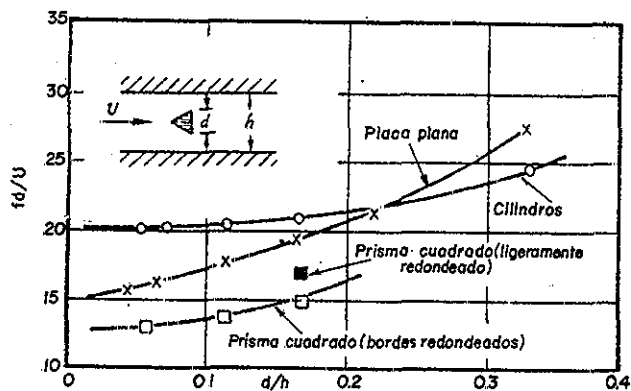


FIGURA N° 19 Número de Strouhal Universal como función de la relación de confinamiento d/h para varios cuerpos obstaculizadores.
 $10^3 < R < 10^4$

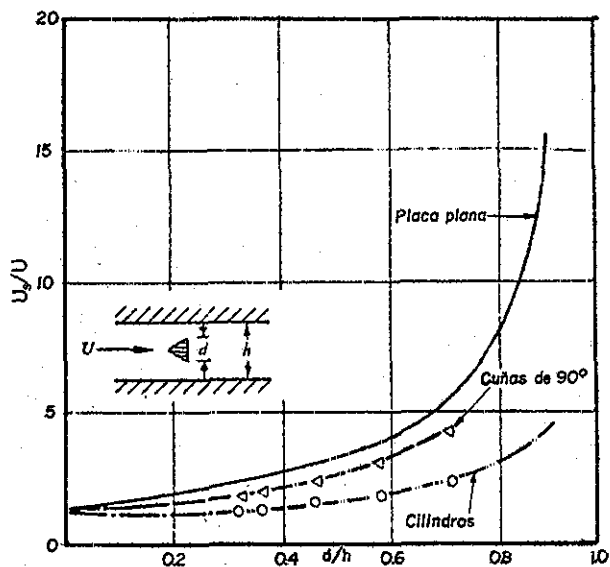


FIGURA N° 20 Relación de la velocidad de separación U_s/U como función de la relación de confinamiento para varios tipos de cuerpos obstaculizadores.

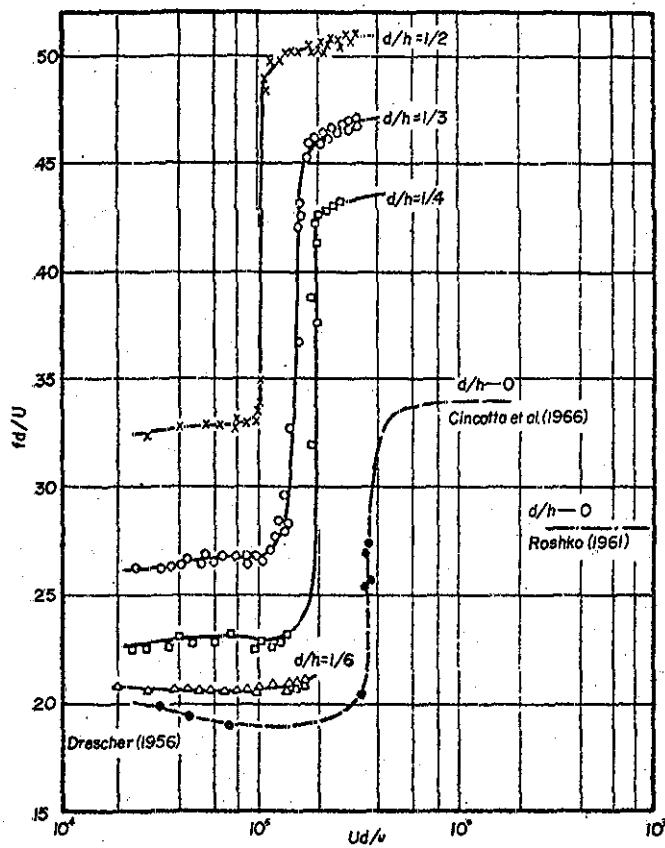


FIGURA N° 21 Número de Strouhal normal vs. Número de Reynolds para varias relaciones de confinamiento.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

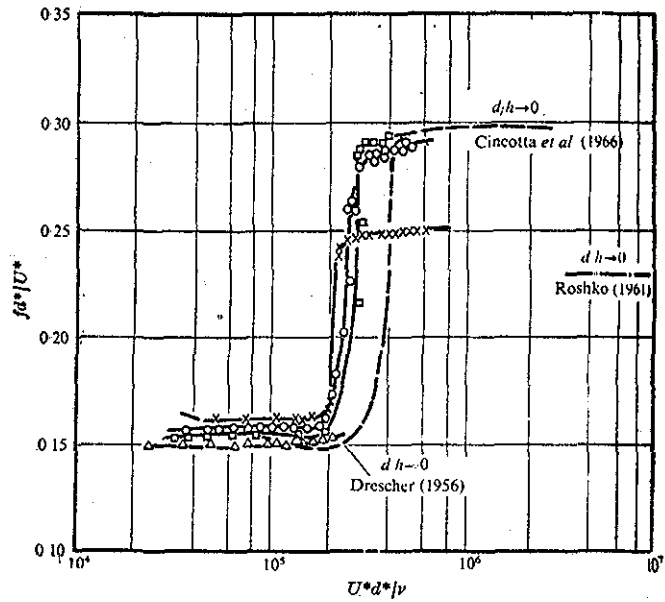


FIGURA N° 22 Número de Strouhal Universal vs. Número de Reynolds para varias de relaciones de confinamiento. $\times \rightarrow h/d = 1/2$; $\circ \rightarrow h/d = 1/3$; $\square \rightarrow d/h = 1/4$; $\triangle \rightarrow d/h = 1/6$.

DETERMINACION DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE PARA ESTELAS CONFINADAS

Para el estudio del coeficiente de arrastre para estelas confinadas, se hicieron las siguientes suposiciones:

a).-El obstáculo es considerado bidimensionalmente.

b).-Para el establecimiento de una distribución definida de la velocidad detrás del cuerpo obstaculizador, se adoptó la gráfica de las fluctuaciones de velocidad obtenida por Calvert y que aparece en la figura 12, la misma que fue obtenida para cuerpos tridimensionales (conos).

c).-Se supuso que la función armónica de la serie de Fourier

$$y = \frac{\pi^2}{3} - 4 \left(\cos x - \frac{\cos 2x}{4} + \frac{\cos 3x}{9} - \frac{\cos 4x}{16} + \dots \right) \quad -1-$$

para un rango de $-2\pi \leq x < 2\pi$, era la adecuada para simular la distribución de velocidad requerida, ver figura 23.

El análisis teórico no contempló ajustes a la función, por lo que se planteará el problema en forma directa, sin alterar la función. Si se multiplica la función 1 por V_1 , se obtendrá la distribución de velocidad teórica (ver figura 24), así:

$$V = V_1 \left[\frac{\pi^2}{3} - 4 \left(\cos x - \frac{\cos 2x}{4} + \frac{\cos 3x}{9} - \frac{\cos 4x}{16} + \dots \right) \right] \quad -2-$$

Integrando desde cero hasta $\frac{1}{2}h$, se obtendrá el gasto por unidad de ancho que pasa por la sección B, pero antes es necesario cambiar el coeficiente de la variable de integración, de manera de poder

integrar dentro de los límites antes indicados; la integral queda así:

$$q = \int_0^{h/2} V dx = \int_0^{h/2} V_1 \left[\frac{\pi^2}{3} - 4 \left(\cos \frac{4\pi x}{h} - \frac{\cos \frac{8\pi x}{h}}{4} + \frac{\cos \frac{12\pi x}{h}}{9} - \frac{\cos \frac{16\pi x}{h}}{16} + \dots \right) \right] dx$$

$$q = \left[\frac{\pi^2}{3} V_1 x \right]_0^{h/2} = \frac{3.2899}{2} V_1 h \quad ; \quad q = 1.6449 V_1 h$$

Obtenido el gasto por unidad de ancho que pasa por la sección B, el objetivo siguiente es determinar la velocidad media V_m que se desarrolla en esa sección; se consigue dividiendo entre $\frac{1}{2}h$, así:

$$V_m = 2q/h \quad V_m = 3.2899 V_1$$

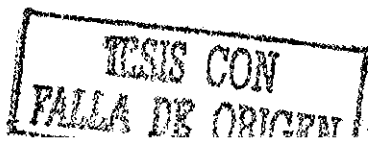
despejando V_1 de la ecuación anterior, queda:

$$V_1 = V_m / 3.2899$$

Como la velocidad media en la sección A y en la sección B es la misma, podemos reemplazar V_m por V_o , quedando V_1 en función de V_o , así:

$$V_1 = V_o / 3.2899$$

Para calcular el arrastre, es necesario conocer el valor del coeficiente de Boussinesq β .



$$\beta = \frac{2}{V_0^2 h} \int_0^{h/2} \left[\frac{V_0}{3.2899} \left[\frac{\pi^2}{3} - 4 \left(\cos \frac{4\pi x}{h} - \frac{\cos \frac{8\pi x}{h}}{4} + \frac{\cos \frac{12\pi x}{h}}{9} - \frac{\cos \frac{16\pi x}{h}}{16} + \dots \right) \right] \right]^2 dx$$

Si se llama

$$a = V_0/3.2899$$

$$\beta = \frac{2}{V_0^2 h} \int_0^{h/2} \left[\frac{a\pi^2}{3} - 4a \cos \frac{4\pi x}{h} + \frac{4a \cos \frac{8\pi x}{h}}{4} - \frac{4a \cos \frac{12\pi x}{h}}{9} + \frac{4a \cos \frac{16\pi x}{h}}{16} - \dots \right]^2 dx$$

Para simplificar los cálculos, se llamará también:

$$b = \frac{a\pi^2}{3}$$

$$c = -4a \cos \frac{4\pi x}{h}$$

$$d = \frac{4a \cos \frac{8\pi x}{h}}{4}$$

$$e = -\frac{4a \cos \frac{12\pi x}{h}}{9}$$

$$f = \frac{4a \cos \frac{16\pi x}{h}}{16}$$

$$\beta \text{ quedaría como: } \beta = \frac{2}{V_0^2 h} \int_0^{h/2} (b+c+d+e+f)^2 dx$$

Resolviendo el cuadrado del polinomio dentro de la integral nos queda en esta forma:

$$(b+c+d+e+f)^2 = b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2 + 2bc + 2bd + 2be + 2bf + 2cd + 2ce + 2cf + 2de + 2df + 2ef$$

Reemplazando por sus valores cada uno de los términos del polinomio, y resolviendo cada integral por separado, se habrá convertido la integral de la función 2 en una suma de integrales más sencillas.

$$\int b^2 dx = \int \frac{a^2 \pi^4}{9} dx = 10.823 a^2 x$$

$$\int c^2 dx = \int 16a^2 \cos^2 \frac{4\pi x}{h} dx = 8a^2 x + \frac{h}{\pi} a^2 \operatorname{sen} \frac{8\pi x}{h}$$

$$\int d^2 dx = \int a^2 \cos^2 \frac{4\pi x}{h} dx = 0.5a^2 x + .031 \frac{h}{\pi} a^2 \operatorname{sen} \frac{16\pi x}{h}$$

$$\int e^2 dx = \int .197a^2 \cos^2 \frac{12\pi x}{h} dx = .0985a^2 x + .0041 \frac{h}{\pi} a^2 \operatorname{sen} \frac{24\pi x}{h}$$

$$\int f^2 dx = \int .0625a^2 \cos^2 \frac{16\pi x}{h} dx = .031a^2 x + .0009 \frac{h}{\pi} a^2 \operatorname{sen} \frac{32\pi x}{h}$$

$$\int 2bc dx = \int 26.318a^2 \cos \frac{4\pi x}{h} dx = 26.318a^2 (h/4\pi) \operatorname{sen} \frac{4\pi x}{h}$$

$$\int 2bd dx = \int 6.578a^2 \cos \frac{8\pi x}{h} dx = 6.578a^2 (h/8\pi) \operatorname{sen} \frac{8\pi x}{h}$$

$$\int 2be dx = \int 2.924a^2 \cos \frac{16\pi x}{h} dx = 2.924a^2 (h/16\pi) \operatorname{sen} \frac{16\pi x}{h}$$

$$\int 2bf dx = \int 16.449a^2 \cos \frac{16\pi x}{h} dx = 16.449a^2 (h/16\pi) \operatorname{sen} \frac{16\pi x}{h}$$

$$\int 2cd dx = \int 8a^2 \cos \frac{4\pi x}{h} \cos \frac{8\pi x}{h} dx = 8a^2 \left[\frac{\operatorname{sen}(\frac{4\pi}{h} - \frac{8\pi}{h})x}{2(\frac{4\pi}{h} - \frac{8\pi}{h})} + \frac{\operatorname{sen}(\frac{4\pi}{h} + \frac{8\pi}{h})x}{(\frac{4\pi}{h} + \frac{8\pi}{h})} \right]$$

$$\int 2ce dx = \int 3.555a^2 \cos \frac{4\pi x}{h} \cos \frac{12\pi x}{h} dx = 3.555a^2 \left[\frac{\operatorname{sen} \frac{-8\pi x}{h}}{\frac{-16\pi}{h}} + \frac{\operatorname{sen} \frac{12\pi x}{h}}{\frac{24\pi}{h}} \right]$$

$$\int 2cf dx = \int 2a^2 \cos \frac{4\pi x}{h} \cos \frac{16\pi x}{h} dx = 2a^2 \left[\frac{\operatorname{sen} \frac{-12\pi x}{h}}{\frac{-24\pi}{h}} + \frac{\operatorname{sen} \frac{20\pi x}{h}}{\frac{40\pi}{h}} \right]$$

$$\int 2ed \, dx = \int .888a^2 \cos \frac{8\pi x}{h} \cos \frac{12\pi x}{h} \, dx = .888a^2 \left[\frac{\sin \frac{-4\pi x}{h}}{\frac{-8\pi}{h}} + \frac{\sin \frac{20\pi x}{h}}{\frac{40\pi}{h}} \right]$$

$$\int 2df \, dx = \int .5a^2 \cos \frac{8\pi x}{h} \cos \frac{16\pi x}{h} \, dx = .5a^2 \left[\frac{\sin \frac{-8\pi x}{h}}{\frac{-16\pi}{h}} + \frac{\sin \frac{24\pi x}{h}}{\frac{48\pi}{h}} \right]$$

$$\int 2ef \, dx = \int .222a^2 \cos \frac{12\pi x}{h} \cos \frac{16\pi x}{h} \, dx = .222a^2 \left[\frac{\sin \frac{-4\pi x}{h}}{\frac{-8\pi}{h}} + \frac{\sin \frac{28\pi x}{h}}{\frac{56\pi}{h}} \right]$$

Los términos que tienen sen $\frac{n\pi x}{h}$, serán iguales a cero cuando se tomen entre los límites contemplados inicialmente, es decir entre cero y $\frac{1}{2}h$, por lo que β queda así:

$$\beta = \frac{2}{V_0^2 h} \left(10.823 \alpha^2 x + 8 \alpha^2 x + 0.5 \alpha^2 x + 0.0985 \alpha^2 x + 0.031 \alpha^2 x \right)_0^{h/2}$$

$$\beta = \frac{2}{V_0^2 h} \left[19.4528 \alpha^2 x \right]_0^{h/2} \quad \beta = 19.4528 \alpha^2 / V_0^2$$

Si se reemplaza α por su valor, β queda en esta forma:

$$\beta = \frac{19.4528}{V_0^2} \left[\frac{V_0}{3.2899} \right]^2 = 1.7973 \quad \beta = 1.7973$$

Con el valor conocido del coeficiente de Boussinesq, se calcula el arrastre*:

$$-D = 5V_0^2 h \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\beta \right) = 5V_0^2 h \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(1.7973) \right] \quad D = 0.49V_0^2 h$$

El coeficiente de arrastre se obtendrá de esta manera:

$$C_D = \frac{2D}{5V_0^2 d} = \frac{2 \times 0.49V_0^2 h}{5V_0^2 d} = 0.8 \frac{h}{d}$$

$$C_D = 0.8 h/d \quad (\text{Resultado graficado en la fig. 26})$$

* La fórmula de arrastre se obtuvo del libro "Hidráulica General" de Gilberto Sotelo Avila, vol. 1, pp. 165, edit. Limusa 1977.



Si comparamos los resultados obtenidos para la relación del coeficiente de arrastre contra la razón de confinamiento, con los resultados graficados en la figura 25 desarrollada por Richter y Nau-dascher en 1976, podemos concluir que la ecuación $C_p = 0.8 h/d$ es una buena aproximación para obtener el coeficiente de arrastre en función de la razón de confinamiento, dentro de un rango para el número de Reynolds de $1.5 \times 10^3 < R < 6.0 \times 10^5$, es decir se logró determinar un comportamiento bastante real de la distribución de la velocidad detrás del obstáculo para un Reynolds en régimen super-crítico.

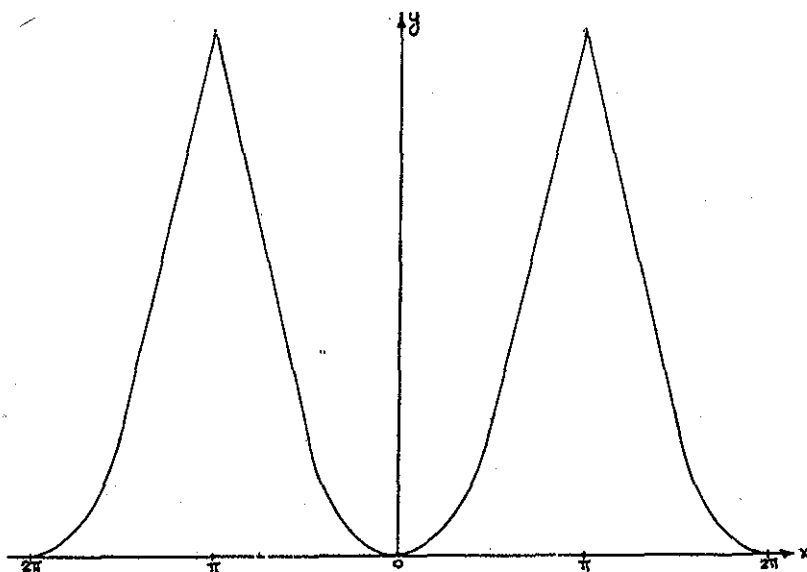


FIGURA N° 23 Función armónica de la serie de Fourier

$$y = \frac{\pi^2}{9} - 4 \left(\cos x - \frac{\cos 2x}{4} + \frac{\cos 3x}{9} - \dots \right)$$

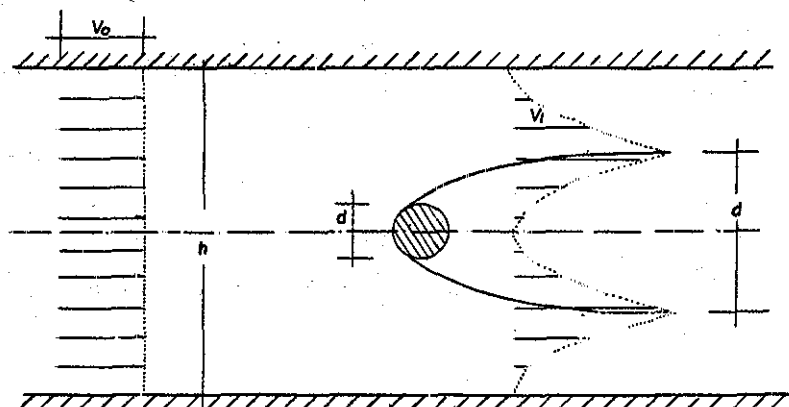


FIGURA N° 24 Distribución de velocidad en la estela

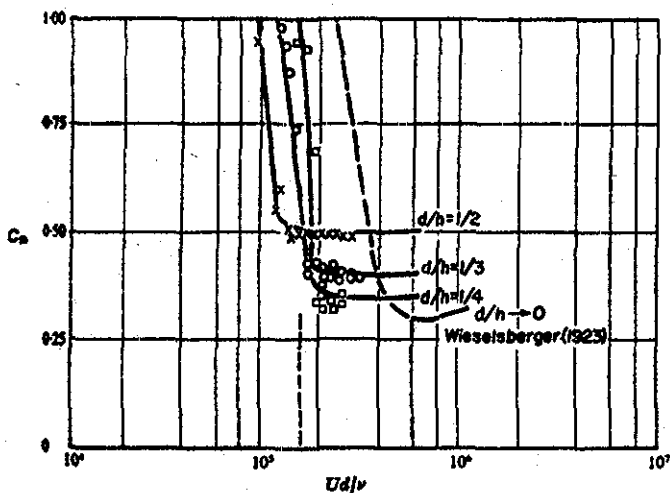


FIGURA 25 Coeficiente de arrastre medio contra número de Reynolds para varias razones de confinamiento

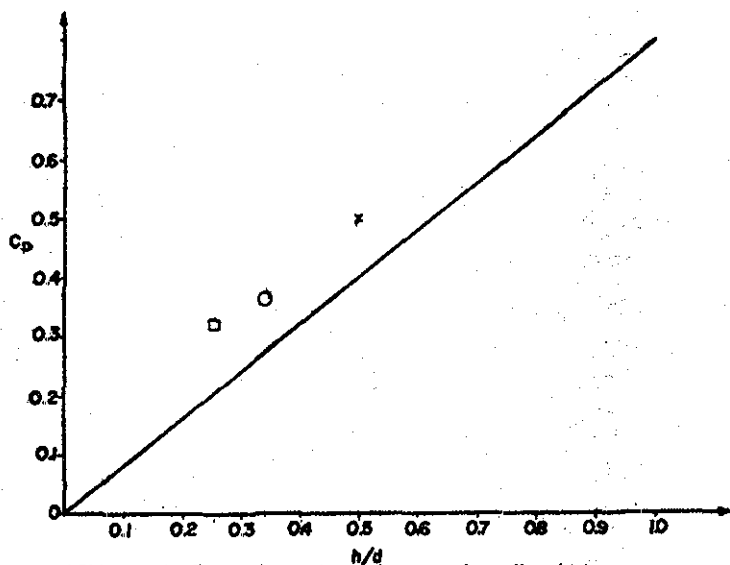


FIGURA 26 Coeficiente de arrastre contra razón de confinamiento para $1.5 \times 10^3 < Re < 6.0 \times 10^5$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

JUSTIFICACION DEL VALOR DEL NUMERO DE STROUHAL UNIVERSAL

Los métodos experimentales se han constituido en el complemento indispensable de toda investigación seria, cuando se ha tratado de encontrar alguna ley física sobre el comportamiento de algún fenómeno. En el caso que nos ocupa, las experiencias obtenidas de estudios en modelos, han establecido las normas y los criterios por espacio de un siglo, en lo que se refiere el estudio del número universal de Strouhal para estelas. El complemento en esta ocasión será sin lugar a dudas el análisis frío del cálculo matemático, el que nos ayudará a definir el valor del número universal de Strouhal para estelas.

Enzo Levi, profesor-investigador del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, aplica el principio de conservación de la energía, en un modelo compuesto para los efectos teóricos del problema, por un fluido de velocidad U que ejerce una acción constante sobre un resonador vertical de longitud d , el mismo que por dicha acción comienza a vibrar. Este efecto de vibración nos indica la cantidad de energía que es capaz de producir el resonador si se le transmite cierta cantidad de energía proveniente del fluido, estas dos energías son iguales y pueden ser representadas como: (figura 27)

E_p = Energía potencial del resonador

E_c = Energía cinética del fluido

$E_p = E_c$

$$E_p = \frac{1}{2}(2\pi f)^2 d^2$$

$$E_c = \frac{1}{2}\alpha U^2$$

$$\frac{1}{2}(2\pi f)^2 d^2 = \frac{1}{2}\alpha U^2$$

$$fd/U = \sqrt{\alpha}/2\pi$$

α es un factor de ajuste de la energía cinética conocido como factor Coriolis, el mismo que en el régimen turbulento tiene un valor de hasta 1.1; por lo tanto, suponiendo un valor extremo para el factor de Coriolis, la última fórmula quedaría:

$$fd/U = S = 0.167$$

Este valor obtenido en base al criterio de Levi, discrepa con el obtenido por Roshko en 1954 en únicamente tres milésimas por que se puede considerar como bueno, si tomamos en cuenta que la fórmula que utilizó Roshko, comprende una variedad de parámetros tales como la velocidad de los vórtices relativo a la velocidad de la corriente libre, la velocidad de la corriente libre, la relación de espaciamiento de Karman y la presión de la base, lo que implica muchas fuentes de error a la hora de obtener los valores en forma directa.

El valor del número universal de Strouhal aceptado por nosotros es el mismo que obtuvo Roshko ($S = .164$) pues es un valor medio para el método sugerido por Levi, debido a las fluctuaciones del factor de Coriolis cuyo rango comprende $.159 < S < .167$

Otra forma de encontrar el valor teórico del número universal de Strouhal para las estelas, es empleando una relación entre la acción del flujo sobre un cuerpo obstaculizador oscilando, y las ondulaciones que se provocan detrás del cuerpo por efectos del mismo flujo al cual se le adiciona el efecto de la vibración del cuerpo, también aplicando el principio de conservación de la energía, ver figura 28.

La energía cinética U_k desarrollada detrás del cuerpo la podemos expresar como:

$$U_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad -1-$$

En el movimiento armónico simple la velocidad está dada por:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A \omega \text{ Sen } (\omega t + \delta) \quad -2-$$

donde el desplazamiento $x = A \text{ Cos } (\omega t + \delta)$

Reemplazando 2 en 1 se obtiene

$$U_k = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \text{ Sen}^2 (\omega t + \delta) \quad -3-$$

pero $\omega^2 = k/m \longrightarrow k = m \omega^2 \quad -4-$

reemplazando 4 en 3 queda

$$U_k = \frac{1}{2} k A^2 \text{Sen}^2(\omega t + \delta)$$

-5-

La energía potencial se expresa como

$$U_p = \frac{1}{2} k x^2$$

-6-

$$\text{y como } x = A \text{Cos}(\omega t + \delta)$$

$$U_p = \frac{1}{2} k A^2 \text{Cos}^2(\omega t + \delta)$$

-7-

Escribamos ahora que:

$$U_k \text{ fluido entrando} = U_p \text{ cuerpo oscilando} + U_k \text{ fluido oscilando}$$

$$\frac{1}{2} m U^2 = \frac{1}{2} k A^2 \text{Sen}^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2} k A^2 \text{Cos}^2(\omega t + \delta)$$

$$m U^2 = k A^2 [\text{Sen}^2(\omega t + \delta) + \text{Cos}^2(\omega t + \delta)]$$

$$\text{Sen}^2\phi + \text{Cos}^2\phi = 1$$

$$m U^2 = k A^2$$

-8-

$$U^2/A^2 = k/m$$

$$U/A = \sqrt{k/m}$$

-9-

$$\text{pero } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/m}$$

$$2\pi f = \sqrt{k/m}$$

Reemplazando en 9 queda por fin

$$U / A = 2 \pi f$$

$$f A / U = 1/2\pi$$

Como A tiene dimensiones de longitud (amplitud)

$S = 1/2\pi = 0.159$ (En este resultado no interviene el factor de Coriolis).

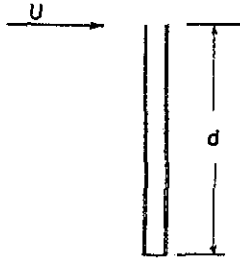
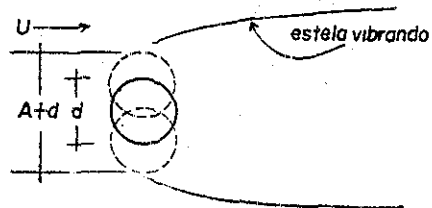


FIGURA N° 27 Resonador sujeto a la acción de un fluido

FIGURA N° 28 Cilindro vibrando sujeto a la acción de un fluido



CONCLUSION

Para terminar, quisiera presentar una discusión acerca de las variaciones del valor del número universal de Strouhal, que como se ha visto, varía entre 0.15 y 0.19 de un tipo de experimento a otro.

Considero que la razón fundamental de la discrepancia radica en los métodos de identificación y obtención de los parámetros del número mismo, valores que se tienen que obtener de modelos experimentales y que de acuerdo a la época del estudio dependían de la técnica empleada; por ejemplo: el ancho de la estela de un cuerpo obstaculizador es un parámetro que la mayoría de los investigadores identifican como parte importante del número de Strouhal pero su identificación varía: para unos significa la distancia entre los centros de vórtices, o la distancia entre los bordes exteriores de la capa cortante a ambos lados de la estela, o la distancia entre los puntos donde la velocidad es máxima dentro de la estela, e inclusive otro concepto más general aún el ancho de la calle de vórtices (o sea la distancia entre los centros de los vórtices). Cosa parecida sucede con otro parámetro, la velocidad: ¿es la que se tiene frente al obstáculo o la que corresponde a los puntos de separación de la estela a ambos lados del cuerpo, o se toma cuando se desarrolla la estela, o se toma la velocidad en los puntos de la capa cortante?

Estos inconvenientes propios de estudios realizados en modelos ex-

perimentales (laboratorios) han provocado a mi juicio la gran variedad de interpretaciones y el desconocimiento del número universal de Strouhal, el mismo que ha sido introducido al menos para un rango del número de Reynolds bastante amplio, y para una gran cantidad de formas para cuerpos obstaculizadores, por Roshko desde 1954 y cuyo valor ha sido confirmado para casos de distintos comportamientos del flujo del fluido sobre el cuerpo: cuando éste se encuentra oscilando, cuando hay una interferencia (separadores) dentro de la estela, y por último cuando la estela se encuentra confinada.

Es mi opinión que el criterio empleado por Levi para la obtención del valor del número universal de Strouhal es el adecuado por cuanto no introduce factores de inducción de errores que se generan en todas las investigaciones cuya base es experimental. Levi emplea uno de los principios básicos de la mecánica del medio continuo, como es la Conservación de la energía (primera ley de la termodinámica) y encuentra que el valor teórico para el número universal de Strouhal es $S^* = 0.159$, valor que coincide con bastante aproximación con los obtenidos por Roshko en 1954, Simmons en 1977 y Calvert en 1966, de los cuales los dos primeros trabajaron con obstáculos bidimensionales y el último con obstáculos tridimensionales. De acuerdo a todo lo anterior descrito en este trabajo, y para el régimen subcrítico del número de Reynolds, el valor del número universal de Strouhal para estelas, para cualesquiera formas de obstáculos, puede tomarse aproximadamente como $S^* = 0.16$. Este valor con-

tiene un margen conservador que cubre el efecto del factor de Coriolis en la energía cinética, cuyo rango de variación es de hasta un 10 %.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- Strutt, John W (Lord Rayleigh) Scientific Papers
1911-1912 vol.6, pp.315-325.
- 2.- Strutt, John W (Lord Rayleigh) "The theory of sound"
Dover Publications.
- 3.- Birkhoff, Garrett, "Formation of vortex streets"
Journal of Applied Physics
vol.24, num.1, January 1953, pp.98-103.
- 4.- Roshko, Anatol, "On the drag and shedding frequency of two
dimensional bluff bodies"
National Advisory Committee for Aeronautics, July 1954,
Technical note 3169.
- 5.- Page, A. y Johansen, F.C. "The Structure of Vortex Sheets",
Reports and Memoranda No.1143, British A.R.C.1927; also
Phil.Mag., Ser 8, vol.5, no.28, Feb.1928, pp.417-441.
- 6.- Roshko, Anatol, "Experiments on the flow past a circular cylinder
at very high Reynolds number",
Guggenheim Aeronautical Laboratory, California Institute of
Technology, Pasadena, California. (Recibido el 15 de noviembre
de 1960).
- 7.- Heisenberg, Werner, "Die absoluten Dimensionen der Karmanschen
Wirbelbewegung". Phys.Zs., Bd.23, Sept.15, 1922, pp.363-366.
(Traducido al inglés como NACA, TN 126)
- 8.- Calvert, J.R., "Experiments on the low-speed flow past cones",
J.Fluid.Mech.(1967), vol.27, parte 2, pp.273-289.

- 9.- Bearman, P.W., "On the vortex street wakes",
J.Fluid Mech.(1967), vol.28, parte 4, pp.625-641
- 10.- Koopman, G.H., "The vortex wakes of vibrating cylinders at
low Reynolds numbers"
J.Fluid Mech.(1967), vol.28, parte 3, pp.501-512.
- 11.- Toebes, G.H., "The unsteady flow and wake near an oscillating
cylinder", Journal of Basic Engineering, sept.1969, pp.493-505.
- 12.- Griffin, O.M., "The unsteady wake of an oscillating cylinder
at low Reynolds number",
Journal of Applied Mechanics, diciembre 1971, pp.729-738.
- 13.- Griffin, O.M., "The vortex-street wakes of vibrating cylinders"
J.Fluid Mech.(1974), vol.66, parte 3, pp.553-576.
- 14.- Griffin, O.M., "A universal Strouhal number for the 'locking-
on' of vortex shedding to the vibrating of bluff cylinders"
J.Fluid Mech.(1978), vol.85, parte 3, pp.591-606.
- 15.- Simmons, J.E.L., 1977, Aero.Quart 28, pp.15-20.
- 16.- Richter, A. y Naudascher, E., "Fluctuating forces on a rigid
circular cylinder in confined flow",
J.Fluid Mech.(1976), vol.78, parte 3, pp.561-576.
- 17.- Bronshtein, I., Semediaev, K., "Manual de matemáticas para inge-
nieros y estudiantes",
Ediciones de cultura popular, 1977, pp.378.

