

202



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ARAGON"

APUNTES DE TEORIA DE DECISIONES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE INGENIERO CIVIL PRESENTA:

ADOLFO ^{A. nastacio} ALTAMIRANO LOPEZ

ENEP



ARAGON

MEXICO, D. F.

1994

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

ARAGÓN
DIRECCIÓN

ADOLFO A. ALTAMIRANO LOPEZ
P R E S E N T E .

En contestación a su solicitud de fecha 26 de Febrero del año en ---
curso, relativa a la autorización que se le debe conceder para que el---
señor profesor, ING. JOSE MARIO AVALOS HERNANDEZ pueda diri---
girle el trabajo de Tesis denominado "APUNTES DE TEORIA DE ---
DECISIONES" con fundamento en el punto 6 y siguientes del Regla---
mento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que -
la documentación presentada por usted reúne los requisitos que esta-
blece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido -
aprobada su solicitud.

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
San Juan de Aragón, Edo. de Méx., Abril 22 de 1993.
EL DIRECTOR

[Firma manuscrita]
M. EN I. CLAUDIO C. MERRINO CASTRO



- c c p Lic. Alberto Ibarra Rosas.-Jefe de la Unidad Académica.
- c c p Ing. José Paulo Mejorada Mota.-Jefe de Carrera de Ingeniería Civil.
- c c p Ing. Manuel Martínez Ortiz.-Jefe del Departamento de servi---
cios Escolares.
- c c p Ing. José Mario Avalos Hernández.-Asesor de Tesis.

CCMC*AIR*sgg

[Firma manuscrita]

[Firma manuscrita]

A MIS PADRES

**POR ILUMINARME Y ENSEÑARME CON CARÍO
Y COMPRESION, EL SENDERO DE LA VIDA.
LOGRANDO QUE ESTE UN TESTIMONIO AL
ESFUERZO ILIMITADO QUE HAN REALIZADO
POR MI PERSONA.**

.....

MI HERMANO HUGO

**POR EL GRAN APOYO Y LA CONFIANZA QUE
ME HA BRINDADO.**

.....

A MIS HERMANOS

**CON MUCHO CARÍO POR LA HERMANDAD QUE
NOS HA CARACTERIZADO.**

A MI DIRECTOR DE TESIS

**ING. JOSE MARIO AVALOS HERNANDEZ
POR SU DESINTERESADA E INAPRECIABLE
AYUDA EN LA REALIZACION DEL PRESENTE
TRABAJO, QUE SIGNIFICA UNA DE MIS
MAS ANHELADAS METAS.**

.....

A MIS MAESTROS

**A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
LES AGRADEZCO QUE, DURANTE MI FORMACION
COMO PROFESIONISTA, ME BRINDARON EL APO
YO PARA ADQUIRIR LOS CONOCIMIENTOS, SU
EXPERIENCIA Y SABIDURIA, CON UN ESPIRITU
DE SUPERACION PARA LOGRAR SER UN ...**

- INGENIERO CIVIL -

INDICE

INDICE

Contenido	Página.
TEMA I: INTRODUCCION A LA TEORIA DE DECISIONES.....	1
I.1 Problemática de la toma de decisiones.....	1
I.2 Elementos del problema en la toma de decisiones.....	5
I.3 Modelos del problema en la toma de decisiones: Matricial y gráfico.....	19
I.4 Decisiones bajo certeza, incertidumbre y riesgo.....	32
TEMA II: DECISIONES BAJO CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE	42
II.1 Criterios de decisión.....	43
II.2 Planteamiento, solución e interpretación de problemas.....	50
TEMA III: DECISIONES BAJO CONDICIONES DE RIESGO.....	60
III.1 Criterios de decisión.....	62
III.2 Modelación y solución de problemas de decisiones secuenciales.....	70
III.3 Valor de la información.....	79

Contenido	página.
TEMA IV: LA FUNCION DE UTILIDAD EN LAS DECISIONES.	82
IV.1 Conceptos de lotería y equivalente bajo certeza.....	82
IV.2 Obtención de funciones de utilidad de un sólo atributo.....	86
IV.3 Análisis de las actitudes de riesgo.....	90
IV.4 Planteamiento y solución a los problemas de decisiones bajo riesgo utilizando las funciones de utilidad.....	94
TEMA V: FUNCIONES DE UTILIDAD CON MULTIOBJETIVOS....	100
V.1 Elementos del problema de multiobjetivos....	101
V.2 Relación entre los objetivos.....	103
V.3 Separabilidad de las funciones de utilidad..	104
V.4 Independencia aditiva.....	105
V.5 Cálculo de las constantes de las funciones.	106
V.6 Aplicación a problemas de Ingeniería Civil.	109
Conclusiones	121
Bibliografía	124

INTRODUCCION

INTRODUCCION

La importancia de la toma de decisiones en nuestra vida diaria, así como, en la etapa como profesionista es muy reelevante; mas aun en las decisiones que afectan a un gran número de personas. Por ello en este trabajo se pretende presentar al interesado en la materia la mayor parte de las formas y metodologías de la toma de decisiones incluyendo en cada uno de ellos ejemplos lo mas completos posibles, para que con ello se comprendan y se puedan aplicar con mayor facilidad en el momento que se requieran.

Por ello este trabajo pretende apegarse a los requerimientos y objetivos de la teoría de decisiones indicados por la coordinación y asesores de la materia. Cuyo objetivo principal del curso es el de conocer y aplicar las técnicas del análisis de decisiones a problemas en condiciones de incertidumbre y riesgo; donde para los problemas de riesgo se introducen los conceptos de utilidad y multiobjetivos. A continuación se dará una breve introducción de los temas.

TEMA I: INTRODUCCION A LA TEORIA DE DECISIONES

En la introducción al curso se propone mostrar la necesidad de tomar decisiones y la conveniencia de que se mejore el proceso natural de toma de decisiones en las personas.

Se vé la conveniencia de hacer que el alumno distinga las diferencias en calidad de las decisiones cuando varía el grado de incertidumbre pues se considera un enfoque utilitario y de varios objetivos. Para terminar el tema se hace una clasificación de las diferentes condiciones de incertidumbre a la toma de decisiones, señalando la relación con la asignatura antecedente Ingeniería de Sistemas, en cuanto a su característica de toma de decisiones.

TEMA II: DECISIONES BAJO CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

Este tema corresponde a las decisiones bajo condiciones de incertidumbre, esto es, en ausencia de información probabilística para asignar a los diferentes eventos. El objetivo es mostrar los diferentes criterios de decisión y discutir su enfoque hacia el riesgo, utilizando algunos ejemplos que sean de interes.

TEMA III: DECISIONES BAJO CONDICIONES DE RIESGO.

Se refiere a la toma de decisiones en condiciones de riesgo, cuando se cuenta con la distribución de probabilidad de todos los eventos. Informando que este tipo de decisiones será el objeto de estudio del resto del curso ya que se cuenta con una suficiente información y formalmete desarrollada para analizar estas decisiones; este desarrollo se alcanzará a través del conocimiento y aplicación del criterio de valor esperado.

En el punto del valor de la información para su mayor comprensión dado su importancia se debe tener una buena base en conocimientos de probabilidad y estadística principalmente en los que se refiere a los teoremas de Bayes de la probabilidad completa así como temas afines. Además para su mejor comprensión se presentaran una serie de ejercicios consecutivos entre sí.

En este tema a lo largo de el se hace la recomendación de la posibilidad de analizar la decisiones aplicando las computadoras, ya sea con programas desarrollados o bién con paquetes especializados para ello.

TEMA IV: LA FUNCION DE UTILIDAD EN LAS DECISIONES

Relativo a la introducción a la teoría de la utilidad en las decisiones dada su ambigüedad, se pretende explicarlo mejor con ejemplos prácticos y cotidianos, dando así la diferencia existente entre la utilidad relativa al dinero y la utilidad concerniente a las cosas. Tomando en cuenta que el tema de teoría de la utilidad es un ingrediente adicional para mejorar el proceso de la toma de decisiones, se aclara a lo largo del tema y se presenta en los ejemplos, además se intenta dar la diferencia clara entre el proceso de análisis y el decisor.

TEMA V FUNCIONES DE UTILIDAD CON MULTIOBJETIVOS.

Este tema se presenta como una extensión a la metodología que en el tema anterior se presentó, sólo que en este tema se presentan problemas con multiobjetivos, ya que son los problemas a los que más comúnmente nos vamos a enfrentar. Dado la complejidad de los subtemas, lo que se aplica para explicar este tipo de problemas es hacerlo por medio de ejemplos, que en este caso se pretendió utilizar un problema común y muy relacionado con lo que es la Ingeniería Civil.

TEMA II:

INTRODUCCION A LA TEORIA DE DECISIONES

TEORÍA DE DECISIONES

I: INTRODUCCION A LA TEORIA DE DECISIONES:

I.1 Problemática de la toma de decisiones:

Hasta este momento el lector ya habrá tomado muchas decisiones (a que escuela asistir, que cursos tomar, que trabajo hacer, etc.), cada día se toman muchas decisiones pequeñas (que hora levantarse, el desayuno, que ropa para vestir, y así sucesivamente), esto se hace, casi en forma automática, a veces de manera impulsiva; pero en este caso, la consecuencia de una decisión " equivocada " son de poca importancia. El proceso de tomar decisiones mayores, tales como el de escoger una carrera, necesita de mucho más meditación.

La amplitud de los problemas, la profundidad de análisis y el panorama de aplicación que un Ingeniero encuentra en su trabajo varía mucho. A los ingenieros recién graduados se les asigna regularmente a proyectos de reducción de costos, y se espera que tenga conciencia de los costos en la totalidad de sus actividades. A medida que logran experiencia pueden convertirse en especialistas en ciertos terrenos de aplicación, o enfrentarse a problemas más generales como gerentes. Los principiantes toman decisiones a corto plazo, correspondientes a presupuestos reducidos, en tanto que los gerentes toman decisiones de política, que afectan grandes cantidades de dinero, a la vez que resultan influenciadas por muchos factores de consecuencias futuras a largo plazo.

Por lo anterior podríamos decir que la toma de decisiones resulta importante, para cualquier problema al que uno como ingeniero se encuentre, pues con ello es factible dar una solución que contenga todos los factores relevantes, si se aspira a ser un administrador con éxito;

habrá que aprender a buscar el contexto de problemas y oportunidades, obtener la información necesaria, identificar las alternativas disponibles, reflexionar sobre ellas con cuidado, tomar una decisión personal y seguir adelante. Nadie exigirá perfección en esto, pero para triunfar será necesario un buen promedio de buenos resultados.

Es común para el ingeniero tomar decisiones que por lo regular no son las factibles para lograr la optimización, y en algunos casos se dá que no concuerda con su problema, porque no alcanza a comprender y a conocer el problema en sí; debido a lo anterior, en algunos problemas se dá que el decisor con preferencias diferentes puede tomar otra decisión que cambie la solución final.

No es posible concluir que uno está bien y el otro está equivocado; los dos están tomando su mejor decisión. Puede suceder que un tercer decisor al considerar el problema complejo, sin descomponer nos diga: " De acuerdo con mi experiencia la decisión, sin importar lo que usted haya encontrado, debe ser ...". El ingeniero no puede decidir " Ud. va a tomar la decisión incorrecta" ya que no se puede concluir eso. Lo único que se conoce en ese caso, es que, existe una inconsistencia en las decisiones, ya que en toda decisión hay una variedad de criterios.

No es difícil encontrar proyectos que satisfacen todos los requisitos de un buen diseño de Ingeniería, pero que resultan demasiado costosos e inoperantes por no haberse tomado en cuenta los aspectos económicos, y los efectos laterales que, por no estar analizados adecuadamente disminuyen el beneficio del mismo. Hay ocasiones en que, la realización de un importante proyecto, que representa un cuantioso derroche de dinero en una zona, trayendo consigo una seria dislocación en la economía y estructura social de la zona, no necesariamente benéfica.

Para facilitar su entendimiento, un proyecto puede considerarse como un sistema, en la toma de decisiones. Todo sistema tiene componentes e interacciones entre las mismas, algunas interacciones son controlables, mientras que otras no lo son. En un sistema el comportamiento de cualquiera de sus partes o componentes tiene efectos directos e indirectos con el resto. Quizá no todos estos efectos sean importantes, o más aún, posibles de detectar. Por lo tanto es muy necesario que exista un procedimiento sistemático que logre, por un lado, identificar aquellas interacciones de un sistema que tengan efectos de importancia y, por el otro, logre identificar los componentes controlables asociados.

Es evidente que para la toma de decisiones en cualquier problema, no sólo se deben de realizar, buscando solucionar el problema directamente, sino tomar el sistema como un todo. La toma de decisiones busca proporcionar conclusiones positivas o comprensibles, que resuelvan los conflictos de interés entre los componentes del sistema, de manera que sea lo mejor para este como un todo. Esto no implica que, al estudiar cada problema deba dar consideraciones a todos los aspectos del sistema, más bien, las conclusiones que se están buscando deben ser, coherentes con los objetivos del sistema, en conjunto, intentando hayar la solución mejor, y más óptima, para el problema en consideración, en lugar de contentarse con mejorar simplemente el sistema, la meta es identificar el mejor curso de acción posible; aún cuando deba interpretarse cuidadosamente la "búsqueda de la optimización".

La toma de decisiones puede llevarse a cabo con negligencia; es decir, sin un reconocimiento conciente de que existe la oportunidad de tomar una decisión. Esto indica que la toma de decisiones debe ser racional, que contiene varios elementos esenciales, creando un proceso complejo. Por lo que una decisión, es una opción entre dos o más

cursos de acción, bien sea que la decisión tenga lugar en operaciones de construcción o de producción, en industrias de servicio o de manufactura o en dependencias públicas o privadas. Algunas de las opciones son triviales, o en buena medida automáticas, pero otras decisiones pueden constituir un reto y ser fuente de importantes experiencias. La mayoría de las grandes decisiones, incluso las de carácter personal, tienen resonancia económica. Esto hace que la toma de decisiones resulte tan desafiante como plagado de recompensas, porque ahora se espera que los Ingenieros no solamente generen soluciones Tecnológicas nuevas, sino que también hagan análisis financieros bien fundamentados acerca de los efectos de la implementación, debiendo ser más detallados y amplios (por ejemplo; *La seguridad de los trabajadores, los efectos ambientales, la protección del consumidor*), que lo eran anteriormente. Sin tales análisis un proyecto entero puede fácilmente convertirse en una carga en lugar de ser un beneficio.

Por todo lo anterior se debe de reconsiderar que la toma de decisiones para un Ingeniero, es un punto crucial y por consiguiente muy difícil para el mejor funcionamiento de un sistema, tomando esto en cuenta, es importante que el Ingeniero este preparado para una mejor y más fácil toma de decisiones en todas y cada una de las etapas de su vida profesional y cotidiana. Esto sólo se logra, poniendo en práctica los procedimientos de la teoría de decisiones.

El estudio de la toma de decisiones se parece al estudio de como caminar; es tal la costumbre, que se dá por hecho. Pero en la Ingeniería es mucho lo que está en juego, ya que la decisión del Ingeniero o gerente afecta a mucha gente, buscando resultados que sean prácticos.

I.2 Elementos del problema en la toma de decisiones

No todos los problemas pueden resolverse mediante el proceso de toma de decisiones. Los problemas de la vida real no necesariamente llevan a una presentación tan ordenada, como en el proceso de toma de decisiones. No obstante, existen otros problemas que si se deben resolver en esta forma. Lo que se pretende es la toma de decisiones en Ingeniería y en el análisis económico en Ingeniería. Se examinan problemas significativos que resuelvan los Ingenieros.

El método Científico surgió a través del tiempo, a partir de la experiencia práctica de muchos Científicos - Astrónomos, Químicos, Físicos y Biólogos. En general se reconoce a Sir Francis Bacon, como el primero que describió formalmente el método hace casi 100 años. La intención original fué tener una guía para la investigación en las Ciencias Físicas, pero el método se adaptó fácilmente a cualquier tipo de problemas.

Para poder encontrar la solución de un problema debemos primero de ser capaces de localizar el problema y formularlo de manera que sea factible someterlo a una investigación. Para encontrar y formular correctamente un problema, se debe saber en que consiste el mismo.

La toma de decisiones es una responsabilidad gerencial clave, inicia cuando el Ingeniero quizá inconscientemente observa el problema definiendolo así y posteriormente busca los objetivos, reconociendo las restricciones y evaluando las alternativas, para posteriormente seleccionar la aparentemente mejor acción, que nos lleva a la solución óptima. Lo anterior se analiza y soluciona Cualitativa y Cuantitativamente. El enfoque cualitativo, se basa en la experiencia que tiene el decisor

con problemas similares, en ocasiones suele ser suficiente para tomar una decisión; el enfoque cuantitativo se refiere a que en la toma de decisión se requiere de un análisis exhaustivo, porque el decisor no cuenta con la experiencia necesaria o porque el problema es muy importante. En ocasiones el decisor compara y combina la información cualitativa y cuantitativa a su disposición y así toma las mejores decisiones posibles.

Comencemos por las condiciones para que exista un problema n forma simple:

- 1.- Debe existir un individuo o medio ambiente que origina el problema.
- 2.- Debe de haber cuando menos dos posibles cursos de acción para la solución de problema.
- 3.- Debe haber cuando menos dos soluciones de las cuales pueda elegir una.
- 4.- Los cursos de acción disponibles deben ofrecer cierta oportunidad de lograr sus objetivos, pero no debe dar la misma oportunidad a ambos; si no su selección no tiene importancia.

Ahora, entonces para formular un problema. debemos tener la siguiente información:

- i).- ¿Quién tomará la decisión?
- ii).- ¿Cual o cuales son sus objetivos?
- iii).- ¿Que aspectos de la situación estan sujetos a control de quién toma las decisiones, y con que amplitud se pueden controlar estas variables.?
- iv).- ¿Que otros aspectos del medio, humanos o no, afectan los resultados?

Los elementos de la toma de decisiones en Ingeniería son:

- i).- Reconocimiento del problema.
- ii).- Definición de las metas u objetivos.
- iii).- Recopilación de información.
- iv).- Identificación de las alternativas factibles.
- v).- Elección del criterio para juzgar las alternativas.
- vi).- Construcción del modelo de interrelaciones.
- vii).- Predicción de los resultados para cada alternativa.
- viii).- Elección de la mejor alternativa para lograr el objetivo.
- ix).- Postauditoria de los resultados.

Presentación detallada de cada uno de los nueve elementos que forman la toma de decisiones en Ingeniería.

1.- Reconocimiento del problema:

Este primer paso es crítico porque establece las fronteras para todo lo que sigue.

En cualquier estudio es esencial que el problema este definido claramente; es casi imposible obtener una respuesta "correcta" a partir del problema "incorrecto". Algunos problemas surgen a partir de circunstancias ajenas a la empresa y quedan fuera de control. También existen problemas que ocurren dentro de las empresas; por lo que las personas que deben remediarlos, deben reconocerlos. Con frecuencia se usan cajas de sugerencias para conocer los problemas que solo un grupo de trabajadores de una área específica de la planta conocen bien, la conversación inicial de los síntomas descubiertos, se documenta y describe con cuanta precisión sea posible, para posteriormente extenderse más allá, hasta los miembros de su cuerpo asesor y al personal de operaciones para avanzar en la formulación de los objetivos organizativos.

En la foración del problema debe haber acuerdo en los puntos, entre las personas que inician el estudio y las que lo realizan, conviniendo con una medida de efectividad, que este en armonía con los objetivos de la organización, o sea se debe tomar un punto de vista global, esto no implica que se deban incluir, todas las ramas de la organización, sino que se deben tener en cuenta los objetivos, los cursos alternativos de acción, las restricciones y los efectos del sistema en estudio, sobre sistemas relacionados, para poder determinar una medida de efectividad para un problema particular.

En conclusión, se debe definir el problema por su tipo y la forma de su solución, tomando en cuenta los objetivos generales de la organización, pudiéndose determinar así los factores que son pertinentes para la solución y aislar los que están bajo control del Ingeniero.

2.- Definición de las metas y objetivos

Una vez reconocido el problema adecuadamente, se procede a la formulación de los objetivos que pretenden optimizar los resultados, con los cuales se deben fijar las decisiones. Pero además comentaré que un objetivo no necesariamente será la meta global y definitiva, ya que puede ser más restringida. Aún así definiremos al objetivo como el acto de describir con exactitud la tarea o la meta.

Para determinar los objetivos se debe saber primero que hay dos tipos de objetivos en cualquier organización, que son, retentivos y adquisitivos. Los objetivos retentivos, relacionados con los cursos de acción, se les conoce también como entradas; son aquellos que se encargan de retener y preservar los recursos de valor (económico) o los estados (comodidad del empleado, seguridad etc.), los cuales pueden ser detectados al principio por los tomadores

de decisiones y el personal de apoyo. Los objetivos adquisitivos, definidos también como salidas o resultados de una decisión, deben tomarse como resultados que deben maximizarse o entradas que deben minimizarse, o en ocasiones, deben maximizar la diferencia entre las entradas y resultados.

Pero al analizar el problema tomando en cuenta los objetivos de entrada como de resultados, se ponen en evidencia, por lo que los objetivos necesitan formularse continuamente; para la primera formulación tentativa de los objetivos, da un criterio que se usa para la selección de información pertinente, permitiendonos la interiorización de la naturaleza de los objetivos de la organización.

3.- Recopilación de información.

Comenzaré diciendo que la razón para este paso es sencilla, pues se estará más capacitado para resolver el problema si se tiene información sobre el.

La recopilación de información para la toma de decisiones es siempre un problema, por lo que esta información debe examinarse cuidadosamente, para así determinar la diferencia real entre las alternativas, ya que la recopilación de información no es un proceso trivial en la toma de decisiones; porque puede afectar significativamente los resultados, además toma tiempo preparar estos datos. La información puede venir de registros bien llevados de información pasada, de hechos pertinentes, de pruebas, de experimentos actuales, o aún de corazonadas basadas en la experiencia de soluciones previas a problemas semejantes.

La búsqueda puede no producir la información requerida, pero cuando es así, generalmente sugiere como podría modificarse la búsqueda debido a la información, también demuestra que son talves adecuadas para una situación y no lo sean para otra, aunque a primera vista parecen ser semejantes.

Como recomendaciones podemos decir que una manera de ver las distintas alternativas en las consecuencias financieras es la siguiente:

- i).- Consecuencias de mercado: Estas, son precios establecidos en el mercado. Se analizan determinando los los precios de la materia prima, los costos de la maquinaria, las de mano de obra, etc..
- ii).- Consecuencias fuera de mercado: Son precios de mercado no establecidos directamente, o sea precios indirectos, llamados precios sombra; pueden ser el costo por lesiones, las horas de trabajo por semana, etc..
- iii).- Consecuencias noincluidas en el análisis de mercado: Estas con frecuencia se ignoran ya que se cree que no tienen un efecto significativo en el análisis, estas consecuencias pueden ser, la pérdida de empleo debido a la automatización o el embellecimiento exterior de la fábrica, etc..

Para el problema de presupuestos implica tres preguntas:

- i).- Presupuesto corporativo: ¿Cuál tiene que ser la cantidad total distribuida?
- ii).- Presupuesto funcional: ¿Cómo debe distribuirse la cantidad total disponible.?

iii).- Presupuesto subfuncional: ¿Qué proyecto debe iniciar, cuál continuar, y que nivel de apoyo debe darse a cada uno?

4.- Identificación de las alternativas factibles:

Una vez enumeradas todas las alternativas de solución, deberán evaluarse, comparandolas una por una con el conjunto de criterios de solución y objetivos a cumplir, también estableciendo rangos en las alternativas de acuerdo a factores, que sean importantes para la solución. Sin embargo, siempre, se presentará el peligro de que al buscar las alternativas se pase por alto la mejor de todas, haciendo que se seleccione la mejor de las alternativas identificadas, pero el resultado no será la mejor solución posible, para ello se emplea la técnica llamada "Análisis del valor", que consiste en examinar decisiones anteriores, y así identificar la mejor solución, y por ende, mejorar la toma de decisiones.

Sin embargo, no se puede asegurar que la mejor alternativa se encuentre entre las consideradas, quizá se deba enumerar todas las alternativas convencionales y sugerir soluciones novedosas; además el intentar considerar alguna alternativa que deba adaptarse, sería de muy poca utilidad, ya sea en las alternativas prácticas como en las imprácticas, por no ser factibles. Después de la eliminación, sólo quedarán alternativas factibles y éstas se convertirán en los datos de análisis posterior.

5.- Elección de criterio para juzgar las alternativas:

En este punto se llega al momento en que después de un concienzudo análisis, se toma la decisión de, cuál de las alternativas cumple mejor los criterios de solución.

A medida que se fué avanzando se a complicado el trabajo, pero se vá facilitando la toma de decisiones, para lo cuál en este punto en específico se tiene que llegar a poner en práctica la decisión de elegir una alternativa entre varias, tomando en cuenta que siempre se pretenderá encontrar la mejor, lo cuál no es posible, porque si nos da mos cuenta nadie puede decir con seguridad que su alternati va es la mejor, en realidad sólo se podría asegurar que es en dado caso la alternativa más deseable de dos o más situaciones malas.

La elección de los criterios para escoger la mejor alternativa puede no ser fácil, porque pudiera ser probable que criterios diferentes dieran decisiones diferentes, por lo cual se dán varios criterios posibles:

- i).- Crear el menor daño a la ecología.
- ii).- Mejorar la distribución de riqueza entre las perso-
nas.
- iii).- Usar el dinero de manera económicamente eficiente.
- iv).- Minimizar el gasto del dinero.
- v).- Asegurar que en la decisión los beneficios sean
mayores que los daños, para los que pierden en la
decisión.
- vi).- Minimizar el tiempo para lograr la meta u objetivo.
- vii).- Minimizar el desempleo.

Además debe uno darse cuenta que la idea de administración pueda tener respecto a la mejor alternativa, basada en sus propios criterios, muy pocas vece coincide con la mejor alternativa si se usa el criterio de la organi zación de obras. Por lo que se debe de hacer un análisis, para llegar a un balance relativamente más deseable.

6.- Construcción del modelo de interrelación:

Después de haber concluido los cinco pasos anteriores, en este punto se reunirán (el objetivo, los datos relevantes, las alternativas factibles y los criterios), para la formación de un modelo que represente la realidad, que si fueran tan complejos y difíciles como la realidad no habría ninguna ventaja en utilizarlo. Por lo que podríamos decir que la construcción del modelo es la Conjunción de las interrelaciones entre los elementos del proceso, también se le conoce como modelado, procurando la representación de algún aspecto de la realidad.

Las relaciones pueden ser obscuras y compleja, pero debe recordarse que un modelo es una aproximación de un sistema real, por consiguiente no todas las variables, pueden no estar incluidas en el modelo, ya que cualquier procedimiento aproximado esta sujeto a algún error, lo que se pretende es hacer el error lo más pequeño posible, además debe tenerse en cuenta la validez, la confiabilidad y la simplicidad, de donde es válido si lleva a los mismos resultados que se obtendrían en el mundo real, y simple por que sólo debe aceptarse la complejidad cuando sea necesario.

Por lo tanto, una solución a un modelo, no obstante de ser exacta, no será útil a menos que el modelo mismo ofrezca una representación adecuada de la situación de decisión verdadera, por lo que consideraremos que un modelo representa el paso decisivo en cualquier procedimiento sistemático de toma de decisiones, aunque puede no seguirse el modelo con exactitud en cualquier situación dada; puede escogerse seguirlo sólo en parte o tal vez ignorarlo por completo, aun así, los modelos son bastante valiosos, ya que proporcionan un criterio del mejor curso de acción, siendo herramientas de trabajo más que guías ideales.

Para la representación real de un modelo, implica que tendríamos un gran número de variables y restricciones, sólo se tomará una pequeña fracción de estas variables que dominan verdaderamente el comportamiento del sistema real, por lo que para la simplificación del sistema para la construcción de un modelo debe concentrarse, en la identificación de las variables y restricciones dominantes y también en otros datos que se juzguen pertinentes, para la toma de decisiones. Siendo el modelo una abstracción del sistema real supuesto, que identifica las relaciones pertinentes del sistema en la forma de una función objetiva y un conjunto de restricciones.

Podemos decir que no existe una regla general fija, para efectuar los niveles de abstracción citados, ya que la reducción de los factores que controlan al sistema en un número pequeño, más que una ciencia, constituye un arte. No obstante aunque no podamos presentar reglas fijas acerca de la forma en que se construya un modelo, si podemos presentar ideas de los posibles tipos de modelos, enfocandonos un poco más al que nos atañe en esta materia por su importancia en la toma de decisiones.

Debemos saber que existen varios tipos de modelos para su aplicación en la toma de decisiones, también debemos saber que cada uno de ellos tiene diferente grado de aplicación, por consiguiente sólo se tomará en este volumen el más apropiado que es el modelo matemático, más apropiado para nuestro estudio, pero ello no quiere decir que sea el mejor. El ingeniero debe reconocer tres tipos de modelos: *Modelo iónico (físico)*, *modelo esquemático* y *modelo matemático (simbólico)*.

- 1).- *Modelo iónico (físico)*: Es un representación física a escala natural, de algún objeto o sistema, o del problema real, así como modelos descriptivos tenemos; los planos arquitectónicos, las fotografías, los

modelos de automóviles a escala natural, etc.; en un laboratorio puede haber un modelo físico, llegando a ser este tipo de modelos un indicativo de como es un sistema para poder hacerlo mejor, pero no nos presenta un pronóstico de efectos o de factores cruciales para la solución de un problema.

- ii).- El modelo esquemático: Este tipo de modelo podría decirse que entra dentro de los modelos matemáticos, pero en realidad, sólo nos presenta una situación que en ocasiones es instantanea y que podría no llegar a ser repetible, debido a que esta basado en hechos sucedidos, un diagrama de organización, que muestra la interrelación entre las funciones de una compañía, etc..
- iii).- El modelo matemático (Simbólico): En la toma de decisiones el modelo a usar debe ser matemático, ya que el modelo matemático generalmente es más completo porque contiene dos clases de ecuaciones:
- iii.1).- La función de efectividad, denominada ecuación objetivo, que es una expresión matemática del objeto de estudio.
- iii.2).- Las restricciones, que son la expresión matemática de las limitaciones sobre una operación o sistema, en las que se encuentran las variables controlables (de decisión) y las variables incontrolables que no están bajo el control directo del decisor.

Este tipo de modelos es sumamente importante ya que, hace posible analizar el sistema y ensayar diferentes alternativas sin interrumpir el sistema, además tiende a hacer más explícito el problema, y puede aclarar relaciones importantes entre las variables, indicando que variables

son importantes y que datos son necesarios para el análisis del sistema, y así una vez formulado el modelo, es posible analizar el problema.

Los usamos porque son concisos y precisos, no son mal interpretados fácilmente, son fáciles de manejar, son más fáciles de ver que las palabras, donde en ocasiones no es fácil formular el modelo, llegando a ser necesario probar y refinar cualquier modelo que se escoja, a menudo, esta prueba y refinamiento resulta la parte que más tiempo se lleva del proyecto. Por este motivo el sistema puede tener demasiadas relaciones, variables, para hacer posible una representación matemática "adecuada". En este sentido, aún cuando se pueda formular un modelo matemático, este puede ser demasiado complejo para resolverse a través de métodos de solución disponibles. Originando que aún con los adelantos impresionantes en la representación por modelos matemáticos, un número apreciable de situaciones reales siguen estando fuera del alcance de las técnicas matemáticas de que se disponen en el presente.

Una forma diferente de representación de los modelos complejos es por medio de la simulación, en donde la diferencia con los modelos matemáticos es que la relación entre la entrada y la salida no se indican en forma explícita, dividiendo el sistema representados en módulos básicos o elementos que después se enlazan entre sí, por medio de relaciones lógicas bien definidas (en la forma de SI/ENTONCES), y así partiendo del módulo de entrada, las operaciones de cálculo pararan de un módulo a otro hasta que se obtenga un resultado de salida.

Los modelos de simulación cuando se comparan con los modelos matemáticos, ofrecen mayor flexibilidad, dado que, visualiza el sistema desde un nivel elemental básico. Aunque la simulación no esta libre de inconvenientes, ya que suele ser muy costosa en tiempo y recursos aún en la

computadora más veloz. Por otra parte, los modelos matemáticos óptimos suelen poder manejarse en términos de cálculo, además debemos recordar que la simulación no es sustitución de los modelos matemáticos. Más bién la simulación se emplea para estimar datos que de lo contrario no se tienen fácilmente disponibles en forma analítica, una vez hecho esto se pueden utilizar en un marco matemático para una solución óptima.

Para finalizar indicaremos que el modelo a usar en la Teoría de Decisiones, será el matemático, y en ocasiones el de simulación para simplificar un poco más su análisis, dado que estos modelos son los más completos para nuestro requerimiento en Ingeniería en la toma de decisiones.

7.- Predicción de los resultados para cada alternativa:

Una vez elaborado el modelo se tiene que tener alguna base para poder determinar que el modelo elegido cumplirá con los objetivos trazados para la solución del problema, y esto se logra, dando con anticipación una serie de posibles resultados que abarcan a las alternativas. Para ello se utiliza un nuevo modelo para la predicción de los resultados de cada una de las alternativas, tomando en cuenta que cada alternativa podría producir varios resultados, para evitar complicaciones innecesarias, se supondrá que la toma de decisiones está basada en un sólo criterio para medir lo relativamente atractivas que son cada una de las alternativas, donde los otros resultados o consecuencias se ignoran y nadamás se usa el criterio para juzgar las alternativas, aunque si fuera posible, se podría pensar en un sólo criterio que en forma conjunta abarque varios criterios diferentes. En resumen, al usar el modelo se calcula la magnitud del criterio seleccionado y se registra para cada alternativa.

8.- Elección de la mejor alternativa para lograr el objetivo:

Como su nombre lo dice, elección de la mejor alternativa, esto se logra una vez que se han completado los elementos anteriores del proceso de la toma de decisiones.

Aunque esto es un aspecto importante, no es la única consideración, ya que los alcances intangibles de las distintas alternativas, quedan fuera de los cálculos numéricos, debe introducirse en este punto el proceso de decisión para elegir cuál de las alternativas, es la que cumple mejor con los criterios, después de observar, tanto las repercusiones económicas como las que no se incluyen en el análisis monetario.

Por último si se han realizado con cuidado todos los siete pasos anteriores en el proceso de toma de decisiones, la elección de la mejor alternativa se alcanzará sencillamente, seleccionando aquella que cumpla mejor con el criterio que se escogió.

9).- Postauditoría de los resultados:

El proceso de la toma de decisiones, no concluye ni puede concluir en la elección final de la mejor alternativa, ya que no serviría de nada, si no se observa que los resultados estén razonablemente de acuerdo con las proyecciones, una vez puesta en práctica nuestra solución. Para que los resultados sean satisfactorios, se tiene uno que asegurar que la solución es susceptible a cambios, debido a nueva información que llegue a la alteración de las alternativas, y que de alguna forma puedan ser corregidas. Una vez hecho esto, al presentar la solución se tienen que indicar cuales son las limitaciones y carencias de la solución y sus posibles adaptaciones, para su mejor funcionamiento.

Otra de las formas, tal vez complementaria, para asegurarse el éxito de nuestra decisión es el de involucrar al personal y a la administración, con la decisión dándoseles a conocer, e indicándoles que habrá una postauditoria, tanto técnica como económica.

La revisión posterior de la auditoria puede ayudar a que se obtengan las ventajas operativas que se predijeron. Por otro lado si no se logra, tal vez las proyecciones del análisis fueron demasiado optimistas y sea necesario revisar que se pasó por alto. Esto se requiere detectar para que en el futuro puedan evitarse tales errores a tiempo, y así llegar a soluciones factibles y con menores costos y más oportunos.

I.3 Modelo del problema en la toma de decisiones: Material y Gráfico.

Como se mencionó en el punto seis de los elementos de la toma de decisiones, del subtema I.2; una vez reunidos los: objetivos, datos relevantes, alternativas factibles y criterios. Se procede a construir el modelo representativo (en este caso gráfico o Matricial) que se ajuste a la situación real.

Ya que, una parte, del estudio de TEORIA DE DECISIONES, consiste en construir un modelo de la situación física, lo más aproximado posible a la realidad. Partiendo de que un modelo se define como, "Una representación idealizada (simplificada) de un sistema de la vida real". En donde el sistema puede ya existir y el objetivo del modelo es analizar el comportamiento del sistema a fin de mejorar su funcionamiento; o puede todavía ser el sistema una idea en espera de ejecución, donde el objetivo del modelo es diversificar la mejor alternativa y así estructurar el sistema futuro.

Además recordemos que, apesar de que el sistema real es sumamente complejo ya que resulta del gran número de variables que controlan el comportamiento de sistema, afortunadamente sólo una pequeña fracción de estas variables, realmente domina el comportamiento del sistema, esto se logra identificando las variables y relaciones dominantes que lo gobiernan; como se muestra en la fig. 1.1

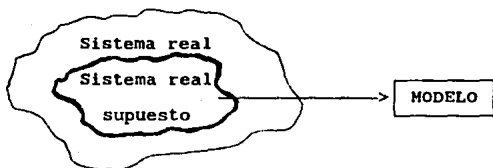


fig. 1.1 Muestra los niveles de abstracción que llevan a la construcción de un modelo de una situación de la vida real, identificando y simplificando la relación entre las variables en forma accesible al análisis.

La validez del modelo al representar el sistema real depende principalmente de la creatividad o imaginación del equipo que trabaja en el proyecto. Tales cualidades individuales o personales no pueden ser reguladas por el establecimiento de reglas fijas para construir un modelo. Pero quizá resulte práctico presentar ideas acerca de posibles tipos de modelos, sus estructuras generales y sus características, siendo este el tema de la sección.

- MODELO MATRICIAL -

Debe considerarse como parte integral de la solución de cualquier problema de optimización. Este modelo dá a la solución, características dinámicas que son absolutamente necesarias para tomar decisiones acertadas en torno a la

toma de decisiones, se supone que la función objetivo y las restricciones del modelo se pueden expresar en forma cuantitativa o matemática como funciones de las variables de decisiones. En este caso decimos que tratamos con un modelo matricial.

En este tipo de modelo consideramos que el número de posibilidades es "demasiado" grande. Esta es la razón por la cual se necesita un modelo que pueda expresar el problema de decisión en una forma que haga posible una determinación sistemática de los valores óptimos de las variables de decisión, en donde el modelo, incluye un objetivo y un conjunto de restricciones.

El Modelo Matricial podemos proseguir a traducirlo en forma matemática en términos de las variables de decisión. Sin embargo, para disminuir la posible "incomodidad" inicial de trabajar con la notación matemática, presentaremos el modelo en forma elemental; dando la terminología básica y se expondrá un método para formular el modelo matricial.

Una recta en el plano XY se puede representar algebraicamente mediante una ecuación de la forma:

$$a_1x + a_2y = b$$

A una ecuación de esta forma se le denomina Ecuación Lineal en las variables x y y. En forma general, se define una ecuación lineal en las n variables x_1, x_2, \dots, x_n . Como aquellas que pueden expresarse en la forma:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n = b$$

Donde:

x_1, x_2, \dots, x_n son variables.

a_1, a_2, \dots, a_n, b son constantes reales.

Es preciso observar que en una ecuación lineal no aparece productos o raíces de ninguna variable. Todas las variables están elevadas a la primera potencia únicamente y no aparecen como argumentos de funciones trigonométricas, logarítmicas o exponenciales.

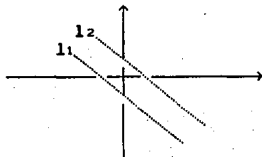
Una solución de una ecuación lineal.

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

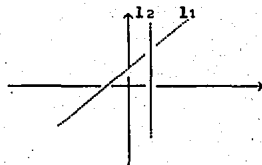
es una solución de n números s_1, s_2, \dots, s_n ; tales que se satisface la ecuación al sustituir $x_1=s_1, x_2=s_2 \dots x_n = s_n$. Al conjunto formado por todas las soluciones de la ecuación se le denomina Conjunto Solución.

También se debe anotar que, dado un punto (x,y) pertenece a una recta, las soluciones, del sistema de ecuaciones puede ser:

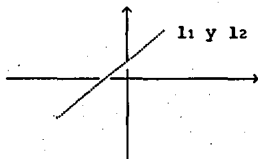
- a).- Las rectas pueden ser paralelas, en cuyo caso no hay intersección, y como consecuencia, no hay solución para el sistema.



- b).- Las rectas se intersecan en un punto, y en este caso el sistema tienen exactamente una solución.



c).- Las rectas pueden coincidir, en cuyo caso hay una infinidad de soluciones, por la infinidad de soluciones para el sistema.



Un sistema de m ecuaciones con n incógnitas se escribe así:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

En donde la notación de dos subíndices para los coeficientes de las incógnitas es una notación muy útil, se adoptará para determinar la colocación de los coeficientes en el sistema. El primer subíndice del coeficiente a_{ij} indica la ecuación en que aparece el coeficiente, y el segundo subíndice, que incógnita multiplica. De esta manera, a_{12} está en la primera ecuación y multiplica a la incógnita x_2 .

Además si mentalmente se lleva el registro de la colocación de los signos + de las incógnitas y de los signos =, un sistema de ecuaciones lineales en n incógnitas se puede abreviar escribiendo únicamente el arreglo rectangular de números.

$$\begin{array}{l} a_{11}a_{12} \dots a_{1n}b_1 \\ a_{21}a_{22} \dots a_{2n}b_2 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_{m1}a_{m2} \dots a_{mn}b_n \end{array}$$

Ejemplo de modelo Matricial

Farmers Coop tiene dos almacenes o bodegas centrales que abastecen de semillas de maíz a tres tiendas regionales para ser distribuida a agricultores. El suministro mensual disponible en las dos bodegas se estima de 1000 a 2000 sacos de semillas de maíz. La demanda de las tres tiendas regionales se estima en 1500, 750 y 750 sacos, respectivamente. El costo por saco para transportar la semilla de las bodegas a las tiendas se puede resumir como se indica.

		Tienda		
		1	2	3
Almacén	1	50	100	60
	2	30	20	35

La meta de Coop consiste en satisfacer la demanda mensual de las tres tiendas regionales al menor costo de transporte posible.

Recordemos que el modelo, incluye un objetivo y un conjunto de restricciones. En este caso el objetivo es directo, es decir la minimización de los costos de transportación. ¿Que hay de las restricciones?, si reflexionamos un poco observaremos que debido a que el suministro total $1000 + 2000 = 3000$ sacos es igual a la demanda total de $1500 + 750 + 750 = 3000$, entonces cada almacen enviará su oferta exacta a alguna o todas las tiendas. En forma simultánea cada tienda recibirá su demanda exacta de uno o ambos almacenes. Por lo tanto nuestro modelo busca determinar las cantidades que se transportarán en cada ruta para minimizar el costo total de transporte en todas las rutas sujeto a:

Cantidad enviada de un almacen = su oferta

Cantidad recibida por una tienda = su demanda

Comprendido lo anterior procederemos a definir las variables de decisión como x_{11} , x_{12} , x_{13} , x_{21} , x_{22} , x_{23} ; para representar la cantidad de sacos de semilla que se enviarán del almacen 1 a la tienda 1 del almacen 1 a la tienda 2, etc.. Resumiendo; lo anterior quedaría como:

		Tienda			
		1	2	3	
Almacén	1	x_{11} 50	x_{12} 100	x_{13} 60	1000 Oferta
	2	x_{21} 30	x_{22} 20	x_{23} 35	
Demanda		1500	750	750	1000

Indicando que cada celda (o cuadro) representa una ruta con una variable de decisión. Por lo anterior, la celda (1,1) representa a x_{11} es decir, a la cantidad de sacos que se enviará del almacen 1 a la tienda 1. La esquina superior de la derecha de cada celda registra el costo de transporte unitario. Las cantidades de la oferta se presentan a la derecha de cada renglón, y las cantidades de la demanda se muestran en la parte inferior de cada columna. Para facilitar su comprensión y su solución se transforma en for-

ma matricial; sabiendo que el objetivo es minimizar el costo del transporte total expresado como la suma de las variables de decisión multiplicada por el costo unitario. Las restricciones se reducen al decir que la suma de las variables de cada renglón deben ser igual a la oferta asociada (exactamente igual), y la suma de las variables de cada columna debe ser igual a la demanda asociada.

Toda esta información se traduce en un modelo matricial "Auténtico" en la forma siguiente.

MINIMIZAR:

$$\text{costo del importe} = 50x_{11} + 100x_{12} + 60x_{13} + 30x_{21} + 20x_{22} + 35x_{23}$$

sujeta a:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1000 \quad (\text{oferta del almacén 1})$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 2000 \quad (\text{oferta del almacén 2})$$

$$x_{11} + x_{21} = 1500 \quad (\text{demanda de la tienda 1})$$

$$x_{12} + x_{22} = 750 \quad (\text{demanda de la tienda 2})$$

$$x_{13} + x_{23} = 750 \quad (\text{demanda de la tienda 3})$$

Nota: Todas las variables de decisión son no negativas.

La formulación del modelo matricial ahora está completa. Como se dijo anteriormente, la desventaja real de los modelos matriciales es que el modelo resultante quizá no se pueda resolver en forma analítica. Por fortuna, se dispone de un método de solución general, para este modelo.

- MODELO GRAFICO -

Estos modelos solo pueden considerarse factibles de ejecutar cuando solo tienen dos variables, ya que para los modelos de tres o más variables, el modelo gráfico es impráctico o imposible. No obstante, el presentar el modelo por medio de un modelo gráfico, nos permite en una forma más inmediata y aproximada deducir conclusiones generales del problema, que nos serán de mucha ayuda ya que nos permite tener bases para el desarrollo de otros modelos entre ellos el anteriormente presentado " El Modelo Matricial ".

Para comprender con cierta facilidad la formulación del "modelo gráfico", lo presentare por medio de un ejemplo prototipo y muy sencillo, que desarrollaré paulatinamente, para así presentar las bases y principios del modelo gráfico.

La Windor Glass Co. es un productor de productos de vidrio de alta calidad, incluyendo ventanas y puertas de vidrio. Tiene tres plantas. Los marcos de aluminio y la herrería se hacen en la planta 1, los marcos de madera se hacen en la planta 2, y la planta tres se usa para producir el vidrio y montar los productos.

Se han descontinuado algunos productos improductivos lo que permite pensar en nuevos productos. La gerencia recibió la propuesta de producir 2 nuevos productos potenciales; uno de ellos (producto 1), es una puerta de vidrio de 8 pies con marco de aluminio. El otro producto (producto 2), es una ventana grande (de 4 x 6 pies) con marco de medera y de guillotina. Donde el departamento de mercadotecnia a concluido que se puede vender los dos productos como pudieran producirse con la capacidad disponible. Pero como los dos productos competirían por la misma capacidad de producción

en la planta 3, no se ve claro que la mezcla entre los dos productos sería la más ventajosa. Por lo tanto, el gerente ha pedido a su departamento de Investigación de Operaciones que estudie esta cuestión.

Después de algunas investigaciones el departamento determinó:

- 1.- El porcentaje de la capacidad de producción de cada planta del que se dispondría para estos productos.
- 2.- Los porcentajes requeridos por cada producto, para cada unidad producida por minuto.
- 3.- La utilidad unitaria para cada producto.

Pero siempre que se use capacidad para cada uno de los productos en la planta 3, ya no queda disponible para el otro. El Departamento de Investigación de Operaciones llega a la conclusión que este es un problema clásico de "mezcla de productos".

Producto Planta	Capacidad usada por tasa Unitaria de producción.		Capacidad Disponible.
	1	2	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Utilidad Unitaria	\$3	\$5	

Principiaremos por presentar el número de unidades de productos en estudio por medio de variables, donde generalmente se ocupa la misma variable, que se diferencia por un subíndice que representa el número de productos. En este caso tomaremos a x_1 y x_2 , el número de unidades del producto 1 y 2 respectivamente, que son producidas por minuto; y sea Z la contribución resultante a la utilidad por minuto. Por lo tanto, x_1 y x_2 , son las variables de decisión para el modelo y el objetivo es elegir sus valores de modo que se maximice.

Modelo Matemático: $Z = 3x_1 + 5x_2$

Donde las variables están sujetas a las restricciones impuestas sobre sus valores, por las capacidades limitadas disponibles de las plantas. La tabla anterior implica que cada unidad del producto 1 producida por minuto usaría el 1% de la capacidad de la planta 1, mientras que solo se cuenta con el 4%.

Las restricciones se expresan por la desigualdad $x_1 \leq 4$, la planta 2, impone la restricción de que $2x_2 \leq 12$; la planta 3, tiene como restricción matemática $3x_1 + 2x_2 \leq 18$. Además como las tasas de producción no pueden ser negativa, se restringen las variables de decisión a que sean no negativas: $x_1 \geq 0$ y $x_2 \geq 0$. Lo anteriormente obtenido de la tabla donde; ejemplificando:

$$x_1 \leq 4$$

Capacidad usada por tasa		capacidad
unitaria de producción	\leq	disponible de la
producto.		planta 1.

Resumiendo; El problema es elegir los valores de x_1 y x_2 a fin de:

$$\text{Maximizar } Z = 3x_1 + 5x_2$$

$$\begin{array}{l} \text{Utilidad por} \\ \text{Minuto} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Utilidad unitaria} \\ \text{del producto 1} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Utilidad unitaria} \\ \text{del producto 2} \end{array}$$

Sujeto a restricciones:

$$\begin{array}{l} x_1 \leq 4 \\ 2x_2 \leq 12 \quad (x_1 \geq 0, x_2 \geq 0) \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \end{array}$$

Modelo Gráfico: Como este problema sólo tiene dos variables de decisión, por ende, dos "dimensiones", se puede crear el modelo gráfico.

Comenzaremos identificando que es una gráfica bidimensional, con x_1 y x_2 como ejes. Ahora identificaremos los valores de $(x_1$ y $x_2)$ permitidos por las restricciones:

- 1.- $(x_1 \geq 0$ y $x_2 \geq 0)$: indican que se localiza en el lado positivo de los ejes.
- 2.- $x_1 \leq 4$: Significa que (x_1, x_2) no pueden estar a la derecha de la recta $x_1 = 4$.
- 3.- $2x_2 \leq 12$: Indica que (x_1, x_2) no puede estar arriba de la recta $2x_2 = 12 \Rightarrow x_2 = 6$.
- 4.- $3x_1 + 2x_2 \leq 18$: Requiere que se situen los puntos tales que $3x_1 + 2x_2 = 18$, y además $3x_1 + 2x_2 \leq 18$, se localiza debajo de la recta $3x_1 + 2x_2 = 18$; de modo que está esta es la recta límite más allá de la cual deja de cumplirse la desigualdad.

Obtenemos los valores de (x_1, x_2) si $x_1 = 0$; $3x_1 + 2x_2 = 18$ sustituyendo:

$$3(0) + 2x_2 = 18 \Rightarrow 2x_2 = 18 \therefore x_2 = 18/2 \Rightarrow x_2 = 9.$$

$$\begin{aligned} \text{Si } x_2 = 0; \quad 3x_1 + 2x_2 = 18 &\rightarrow 3x_1 + 2(0) = 18 \rightarrow 3x_1 = 18 \therefore x_1 \\ &= 18/3 \therefore x_1 = 6. \end{aligned}$$

Resolviendo: El paso final es seleccionar el punto de esta región que maximice el valor de $Z = 3x_1 + 5x_2$.

Después de practicar este paso se vuelve automático, pero por ilustrar el procedimiento procederemos por tanteo:

$$Z = 10 = 3x_1 + 5x_2$$

pasa por una

$$\text{si } x_1 = 0; \quad x_2 = 2$$

infinidad de puntos.

$$\text{si } x_2 = 0; \quad x_1 = 3.33$$

$$Z = 20 = 3x_1 + 5x_2$$

pasa por una

$$\text{si } x_1 = 0; \quad x_2 = 4$$

infinidad de puntos.

$$\text{si } x_2 = 0; \quad x_1 = 6.66$$

Por consiguiente, este procedimiento por tanteo no es nadamás que trazar una familia de rectas paralelas que contengan al menos un punto en la región permisible y se seleccionar la que se encuentre más alejada del origen (en la dirección de los valores crecientes de Z).

La recta seleccionada pasa por $(2, 6)$, como se indica en la figura de modo que

I.4 Decisiones bajo certeza, incertidumbre y riesgo

La teoría de decisiones proporciona una manera útil de clasificar modelos para la toma de decisiones. Aquí se usará " toma de decisiones " como un sinónimo de " selección ". Se supondrá que se a definidoel problema, que se tienen todos los datos y que se han identificado los cursos de acción alternativos. La tarea es entonces seleccionar la mejor alternativa. La teoría de decisiones dice que está tarea de hacer una selección caerá en una de cuatro categorías generales dependiendo de la habilidad personal para predecir las consecuencias de cada alternativa.

Categoría	Consecuencias
Certidumbre (Certeza)	Deterministas
Riesgo	Probabilísticas
Incertidumbre	Desconocidas
Conflicto	Influídas por un oponente

En esta ocasión sólo mencionaremos tres de las categorías; la categoría de Certidumbre, Riesgo e Incertidumbre. En el capítulo II y III hablaremos con mayor aplitud acerca de la categoría de incertidumbre y riesgo respectivamente.

Para comprender mejor las tres categorías (Certidumbre Riesgo e Incertidumbre), comenzaremos para hacer una pequeña comparación de cada una de ellas con las otras dos.

Un problema en situación de Incertidumbre se trata inicialmente como un problema en situación de riesgo, por lo que se desarrollan diferentes soluciones alternativas. Los resultados posibles, o estados de la naturaleza se identifican en forma tan completa como sea posible. A continuación se estiman los resultados de cada alternativa, suponiendo que cada uno de los estados futuros tiene la seguridad

de producirse. Anotando los resultados en una matriz de liquidación, las semejanzas y las diferencias entre, las situaciones de: Certidumbre, Riesgo e Incertidumbre quedan ilustrados mediante los formatos típicos.

	P(1.0)
A	o_{ij}
B	o_{ij}

(a) Certeza

Solución: La Máxima
utilidad.

	P(0.7)	P(0.3)
A	o_{ij}	o_{ij}
B	o_{ij}	o_{ij}

(b) Riesgo; Solución

Máximo valor esperado

	N ₁	N ₂
A	o_{ij}	o_{ij}
b	o_{ij}	o_{ij}

(c) Incertidumbre

Solución: Estrategia
preferida.

- DECISIONES BAJO CERTEZA -

Todos los tipos de decisiones en realidad están implícitas en el planteamiento del modelo una vez creado pudiendo así determinar de que tipo de decisión se trata. Pero no obstante, resulta conveniente resaltarlas y definir las para que el lector pueda evaluar con más facilidad de que manera se aplicaría el modelo creado, cualquiera que este sea, y así identificar que tan factible y bueno es el modelo en su aplicación directa.

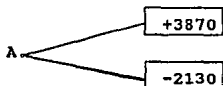
El lector al escuchar "Decisión bajo Certeza", se imagina que la decisión es conocida y que todas las variables e incógnitas son conocidas de antemano. En realidad así es pues la decisión bajo Certeza es que todos los parámetros del modelo (los valores) son constantes, es decir conocidos. Por lo que podríamos decir que la decisión bajo Certeza de una situación incierta es la mínima cantidad por la cual el decisor está dispuesto a cambiar esa situación que posee y que le da ciertas ventajas que aunque no sean las más altas son las menos riesgosas y las más seguras.

La identificación consiste en:

Paso a).- Considerar primero los puntos de incertidumbre terminales y determinar sus equivalentes bajo Certeza, sustituirlos por equivalentes y continuar con el proceso hasta que los puntos de decisión sean terminales bajo Certeza. En estos puntos la decisión es obvia, seleccionar el acto que optimice el criterio seleccionado.

Paso b).- Si el punto de decisión analizado fue el punto inicial se termina el problema, si no es así quedarán puntos de incertidumbre como terminales, debiéndose continuar con el Paso a.

Ejemplo: Considere el diagrama.



En este punto el decisor debe considerar en un concurso en el cual al aceptar realizarlo al termino del mismo resulte con un capital liquido neto d +3870 o de -2130. Quizá esa última cantidad represente que él estará en quiebra. Es evidente que aquí se tiene incertidumbre.

En estas condiciones si alguien le ofreciera +3870 o más con certeza a cambio de concursar, el aceptaría con gusto. Y si alguien te pidiera 2130 o más con certeza (cantidad que es igual o menor que -2130) para que no tuviera que arriesgarse en la incertidumbre anterior el se negaría rotundamente y continuaría analizando la incertidumbre anterior.

Considere que puede ocurrir lo siguiente:

	Le ofrecen bajo Certeza	El decisor prefiere
A	+3870	+3870 o más
		La cantidad bajo Certeza.
		menos de 3870, pero cer
		ca de esa cantidad.
	+2500	La cantidad bajo Certeza.
		Le da lo mismo la cantidad ba
		jo Certeza que la lotería A.
		más de -2130 pero cerca la lotería A.
		de esa cantidad; -2130 o
	-2130	menos.
		la lotería A.

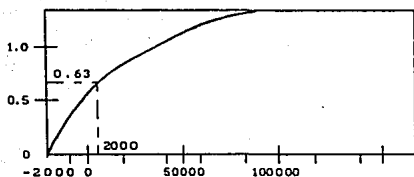
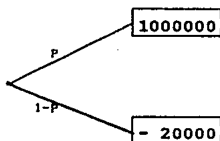
Nota: El punto de diferencia entre la cantidad y la lotería A se conoce como su equivalente bajo Certeza.

El método para el cálculo del equivalente bajo Certeza para una lotería se resumen en los tres pasos siguientes.

- 1).- Sustitúyase los valores terminales por su preferencia correspondiente.
- 2).- Calcúlese la preferencia de la lotería que es la preferencia esperada.
- 3).- En la curva determinese el valor que corresponde a la preferencia de la lotería y ese será su equivalente bajo Certeza.

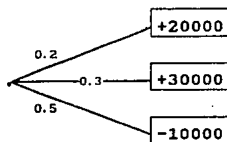
La curva de preferencia para el equivalente bajo Certeza se obtiene de acuerdo al equivalente bajo Certeza que tenga el decisor con relación a su preferencia. Se toma como el punto inicial el de menor valor y el punto final el de mayor valor, dando valores de 0 y 1 respectivamente y los puntos intermedios se obtienen, preguntando al decisor cuál es su preferencia bajo Certeza.

Ejemplo:

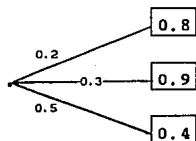


Curva de
preferencia.

Ejemplo de equivalente bajo Certeza.



i).- Sustituyendo los valores por su preferencia queda.



ii).- La preferencia esperada es igual a:

$$0.2 \times 0.8 + 0.3 \times 0.9 + 0.5 \times 0.4 = 0.63$$

iii).- De la curva de preferencia el equivalente bajo Certeza de la lotería es igual a 2000.

Por lo anterior se puede concluir que para analizar un problema es necesario el cálculo de los equivalentes bajo Certeza. Para lo cual se debe contar con las probabilidades y las preferencias.

- DECISIÓN BAJO INCERTIDUMBRE -

La toma de decisiones bajo Incertidumbre (de nombre muy peculiar) es muy común ya que en toda decisión que se toma con frecuencia no se cuenta con el conocimiento real de lo que sucederá

Podemos decir que la toma de decisiones bajo Incertidumbre tiene mucho en común con la toma de decisiones bajo riesgo, pero con una diferencia importante, que ahora no se tiene conocimiento de la probabilidad de los eventos futuros, ya que no se tiene ni idea cuán posibles sean las diferentes consecuencias que se llegaran a presentar según el rumbo o decisión que se tome.

Como se dijo que la toma de decisiones bajo Incertidumbre tiene mucho en común con la toma de decisiones bajo riesgo. Una estrategia alternativa consiste en convertir el problema de Incertidumbre a uno de toma de decisión bajo Riesgo, para que se pueda hacer una selección óptima, y así expresar aquellos conocimientos o sentimientos que se tengan sobre los eventos en términos de una distribución de probabilidad.

Por lo tanto un problema de Incertidumbre se deberá tratar inicialmente como un problema en situación de Riesgo, desarrollando así diferentes soluciones alternativas; los futuros posibles en presentarse, o estados de la naturaleza identificandolos en forma tan completa como sea posible.

A continuación se estiman los resultados de cada alternativa bajo la suposición de que cada uno de los resultados Futuros tiene la seguridad de producirse, anotando los resultados en una matriz de liquidación, como se muestra. Las semejanzas y diferencias entre las decisiones en situación de certidumbre, riesgo e incertidumbre, quedan ilustrados.

	P(1.0)
A	0 <i>i</i>
B	0 <i>i</i>

(a) Certeza

Solución: La Máxima utilidad.

	P(0.7)	P(0.3)
A	0 <i>i</i> ₁	0 <i>i</i> ₂
B	0 <i>i</i> ₁	0 <i>i</i> ₂

(b) Riesgo; Solución

Máximo valor esperado

	N ₁	N ₂
A	0 <i>i</i> ₁	0 <i>i</i> ₂
b	0 <i>i</i> ₁	0 <i>i</i> ₂

(c) Incertidumbre

Solución: Estrategia preferida.

Cuando las probabilidades para los diferentes niveles de incertidumbre están basados, en los registros con que se cuenta y en la consideración del crecimiento de los mismos. Estas son conocidas como estimaciones subjetivas de probabilidad. Si no se tiene bases para hacer estimaciones subjetivas, se puede emplear el principio de la razón insuficiente. Este se refiere a que se puede suponer que todos los eventos son igualmente probables.

Lo anterior está basado en la habilidad personal para usar sistemas que en realidad no se entienden. Ya que en muchas ocasiones, las decisiones bajo incertidumbre se pueden expresar asignando el grado personal de optimismo, o convertir el problema a riesgo con una actitud razonable;

llamase invitación, experiencia, juicio, suerte o como se desee, ya que al hacer esta mejora la toma de decisiones, que cuando simplemente se hace un disparo a la obscuridad.

- DECISIÓN BAJO RIESGO -

Este tipo de decisiones bajo riesgo el decisor obtiene un medio para definir la optimidad, en donde la función de optimidad es aquella que minimice el riesgo; Sin embargo, es obvio que posiblemente no siempre exista un función de decisión óptima (en este sentido) y de hecho, en la mayor parte de los casos no existe. En consecuencia, la definición anterior resulta inadecuada. Por lo tanto aún cuando se disponga de datos no se tiene una definición mejor de optimización.

Cuando se cuente con una serie de datos que contenga un mayor rango de probabilidad de optimizar el problema, pero en realidad todavía adolece de las mismas desventajas que se tienen cuando no se cuenta con datos; es decir, se supone que la naturaleza actuará como un oponente conciente y que enfrenta a quién toma las decisiones con la distribución menos favorable.

En consecuencia cuando cuenta con cierta información preliminar acerca de los estados de la naturaleza que pueden describirse en términos de una distribución apriori, entonces se puede decir que se encuentra uno en una decisión de riesgo. Añadiendo diremos que cuando se cuenta con algún antecedente de una de las alternativas bajo riesgo se aplica el concepto de probabilidad de los posibles eventos y cuando no se cuenta con antecedente alguno el concepto de riesgo es mucho mayor, y en este caso

lo que hace es seleccionar aquella acción que minimiza la pérdida esperada, logrando así llegar a controlar un poco el riesgo. Los anteriores son los dos procedimientos más comunes para atacar cualquier toma de decisión bajo riesgo.

Antes de llevar a cabo cualquier experimento con la alternativa elegida es conveniente determinar con mayor detalle su valor potencial; Por ejemplo, supongamos que el experimento puede conducir a la información perfecta respecto al estado de la naturaleza. ¿cuál es su valor?, o si el experimento solo nos conduce a una buena información respecto al estado de la naturaleza ¿cuál es su valor? y si el experimento nos conduce tan solo a solucionar la decisión ¿Cuál es su valor?, etc.

A manera de conclusión, podemos decir que la disponibilidad de información imperfecta o parcial sobre un problema, no lleva a la categoría de toma de decisiones bajo riesgo, donde el grado de ignorancia se expresa como una función de densidad de probabilidad que representa los datos, denotando a la "decisión bajo riesgo" como la situación intermedia entre la "decisión bajo certeza" en la cual se cuenta con información y la "decisión bajo incertidumbre" en la que no se cuenta con la información. Además indicaremos que el grado de ignorancia con respecto a los datos, influye directamente en como se modela y resuelve un problema, dado que desafortunadamente, los datos insuficientes han resultado en varios enfoques a menudo inconcientemente, lo que provoca que se llegue a una inconsistencia, para cuantificar el modelo de decisión.

Ya que los datos insuficientes dan lugar a un número de criterios donde cada uno de ellos refleja un punto de vista específico. Estos criterios usualmente se expresan en términos de los principios siguientes.

- 1.- Valor esperado (de beneficios o pérdidas).
- 2.- Valor esperado y varianza combinados.
- 3.- Nivel de aspiración conocidos.
- 4.- Ocurrencia más probable de un estado futuro.

Cada uno de estos criterios se explicará con más detalle en el capítulo correspondencia a decisión bajo riesgo.

TEMA II

DECISIONES BAJO CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

TEMA II DECISION BAJO CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

OBJETIVO: Conocer los diferentes criterios de decisión aplicable a problemas con estados de naturaleza de problemas desconocidos.

Mientras que en los últimos años la toma de decisiones en la vida cotidiana se ha convertido en algo muy importante y común, el análisis de decisiones, se ha convertido en una técnica muy importante en la toma de decisiones, tanto en los negocios como en la industria y el gobierno, ya que proporciona una metodología racional para tomar decisiones cuando el futuro es incierto, como es el caso en la toma de decisiones bajo condiciones de incertidumbre. Permitiendo así que se hagan elecciones óptimas, entre varias alternativas, tomando en cuenta el valor de adquirir datos experimentales, con el fin de reducir la incertidumbre.

En la toma de decisiones bajo condiciones de incertidumbre, existe más de un estado de naturaleza; pero el que toma decisiones, no tiene conocimiento sobre los diversos estados, ni aún suficiente conocimiento para permitir la asignación de probabilidad a los estados de naturaleza.

Las decisiones bajo condiciones de incertidumbre. Se diferencian de las demás condiciones de decisión, por las siguientes características.

Características de las decisiones bajo condiciones de incertidumbre.

- a.- Se desconoce la probabilidad de ocurrencia de los resultados.
- b.- Los resultados son los mismos para todas las alternativas.

Como los resultados son los mismos para todas las alternativas, es conveniente, representar la situación de toma de decisiones bajo condiciones de incertidumbre, mediante matrices como las siguientes. Donde la columna (A_j) representan las diferentes alternativas, los renglones (R_i) corresponden a los posibles resultados y el elemento (V_{ij}) representan el valor asociado con la ocurrencia del resultado R_i dado que se elige la alternativa A_j , por que sucede simultaneamente , la alternativa A_j y el resultado R_i , encontrándose el valor el la posición V_{ij} .

		Alternativas				
		A_1	A_2	A_n
R e s u l t a d o s	R_1	V_{11}	V_{12}	V_{1n}
	R_2	V_{21}	V_{22}	V_{2n}

	R_m	V_{m1}	V_{m2}	V_{mn}

Columns=(A_j) Alternativas
 Renglones=(R_i) Resultados
 Elementos=(V_{ij}) Valor de combinaciones.
 (alternativas - resultados)

II.1.- Criterios de decisiones.

Esta sección introduce una serie de criterios para tomar decisiones bajo condiciones de incertidumbre, según la hipótesis, de que no se tiene disponible ninguna distribución de probabilidad aplicable.

Los criterios de solución aquí presentados son:

- 1.- Criterio de Laplace.
- 2.- Criterio minimax o maximización del mínimo valor.
- 3.- Criterio maximax o maximización del máximo valor.
- 4.- Criterio de Hurwicz o del compromiso.
- 5.- Criterio del arrepentimiento o de Savage.

A continuación se presenta cada uno de los criterios, intentando con ello que el lector pueda elegir de entre ellos, el que mejor se acomode para su decisión.

1.- Criterio de Laplace.

Como se menciona al principio del capítulo, las decisiones bajo condiciones de incertidumbre, esta basado, en que se desconoce la probabilidad de ocurrencia de los resultados y que además los resultados son los mismos para todas las alternativas, este criterio así lo presupone, para su aplicación.

Para tomar decisiones, el criterio de Laplace, nos dice que el decisor debe de elegir de entre varias alternativas, la alternativa que maximiza el valor máximo esperado tomando en cuenta que todos los resultados son igualmente probable para cada alterna.

La racionalización del criterio de Laplace, es que no hay base establecida para que un estado de la naturaleza sea más probable que cualquiera de los estados. Esto se conoce con el nombre de principio de Laplace o el principio de la rason insuficiente, basado en la filosofía de que la naturaleza se supone indiferente.

Como se mencionó el criterio de Laplace esta basado en lo que se conoce como principio de razón insuficiente. Ya que las probabilidades asociadas a la ocurrencia se desconocen, no existe información suficiente para que cualquiera de estas probabilidades sean diferentes. Pero si este no es el caso, uno debe ser capaz de asignar tales probabilidades por lo tanto ya no se trataría de una decisión con incertidumbre. Por consiguiente debido a una razón insuficiente para creer otra cosa los, estados tienen la misma probabilidad de ocurrencia. Cuando se establece esta conclusión, el problema se convierte en una decisión bajo riesgo, donde se elige la acción, que proporciona la ganancia mayor esperada.

Por lo tanto, bajo el criterio de Laplace, la probabilidad de ocurrencia de cada estado futuro de la naturaleza se supone igual a $1/n$ donde n es el número de estados posi-

bles futuros. Para seleccionar la mejor alternativa se calcula el promedio aritmético para cada uno.

Utilizando la matriz de
Incertidumbre nos queda:

$$\max_{R_i} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n V(R_i, A_j) \right\}$$

Esto es, seleccionar el resultado R_i correspondiente, donde $1/n$ es la probabilidad de que ocurra la alternativa A_j ($1, 2, 3, \dots, n$).

2.- Criterio minimax o maximización del mínimo valor.

El criterio minimax o maximin es una regla de decisión bastante simple para enfrentar decisiones bajo incertidumbre, esta regla está basada en un alto grado de pesimismo sobre los resultados de la naturaleza. El uso de esta regla se justifica si se juzga que la naturaleza haría lo peor. Por lo que, la persona que debe tomar decisiones y escoja la regla minimax, considera únicamente la peor ocurrencia posible para cada alternativa y selecciona aquella que prometa el mejor de entre los peores resultados posibles.

Se considera que este es el criterio más conservador, ya que está basado en lograr la mejor de las peores condiciones posibles. Esto es si los resultados $V(R_i, A_j)$, representan pérdidas para el decisor, entonces, para R_i la peor pérdida independientemente de lo que A_i , puede ser, es:

$$\max_{R_i} \lambda_j \{ V(R_i, A_j) \}$$

Por lo tanto el criterio minimax, elige entonces la acción R_i asociada a $\min_{R_i} \max_{A_j} \{ V(R_i, A_j) \}$. En forma similar, si $V(R_i, A_j)$ representa la ganancia el criterio elige la acción R_i asociada a $\max_{R_i} \min_{A_j} \{ V(R_i, A_j) \}$. A esto se le llama criterio minimax.

Al usar este método, se intentara maximizar los beneficios minimos posibles de cada alternativa. Se empieza listando el beneficio mínimo que es posible para cada alternativa de decisión; despues se selecciona la alternativa dentro de este grupo que resulte dar el beneficio máximo.

En resumen, el criterio establece que la persona que toma las decisiones, debe elejir aquella alternativa que maximiza el valor mínimo que puede recibir. En otras palabras se debe elejir la alternativa que se encuentra en la columna que contiene al mayor de los valores mínimos de cada renglón.

3.- Criterio maximax o maximización del maximo valor

La filosofía maximax es de optimismo y aventura, se considera a la naturaleza como venedola, de forma que se sentra la atención en las ganancias más elevadas. El principio de elección consiste en identificar la máxima ganancia posible para cada alternativa y escojer a continuación el rumbo que da la ganancia maxima. El uso de esta regla se justifica si se juzga a la naturaleza como haciendo lo mejor

El optimismo de la regla maximax esta en contraste total con el pecimismo de la regla maximin. Su empleo acojería la alternativa que garantice el emejor de los mejores resultados posibles. De manera similar al criterio anterior la empresa que escoje el criterio maximax es optimista y decide unicamente sobre la base del mayor pago ofrecido para cada altrnativa.

Para tomar decisiones bajo incertidumbre, proporciona un creterio optimista. Usando este criterio; se selecciona la alternativa de decisión que maximizaria su beneficio maximo posible para cada alternativa de decisión, que le proporciona el beneficio maximo dentro de este grupo.

En resumen, el criterio maximax establece que la persona que tome la decisión debe elegir aquella alternativa que maximiza el valor máximo que se puede recibir. En otras palabras se debe elegir la alternativa que se encuentra en la columna que contiene el mayor de los valores máximos de cada renglon.

4.- Criterio de Hurwicz o del compromiso.

Debido a la naturaleza extrema de las reglas decisorias presentadas en los dos criterios anteriores, son rechazadas por muchas de las personas que deben tomar decisiones, ya que la mayoría de los seres humanos poseen un grado de optimismo o de pesimismo, que se encuentra en algún punto intermedio entre los dos extremos. Un cuarto enfoque para la toma de decisiones bajo incertidumbre involucra un índice relativo de optimismo o de pesimismo, llamado regla de Hurwicz. Siendo este un criterio intermedio entre el maximax y el maximin esto es, entre el optimista y el pesimista.

En la regla de Hurwicz se involucra una negociación o compromiso entre optimismo y pesimismo, al partir que quien toma las decisiones seleccione un índice optimista α , tal que $0 \leq \alpha \leq 1$, dicho índice se utiliza para tomar en cuenta la personalidad de cada individuo, en los valores máximos y mínimos de cada alternativa. Cuando le asignan a α un valor de 0, quien toma la decisión es pesimista acerca de los resultados de la naturaleza; mientras que cuando le asignan a α un valor de uno indica optimismo quien toma la decisión, acerca de los resultados de la naturaleza; por otra parte un valor de α entre 0 y 1 puede ser seleccionado dependiendo de que el decisor tienda hacia el pesimismo o al optimismo. En ausencia de una sensación fuerte de una circunstancia u otra, un valor de $\alpha = 1/2$ parece ser una selección razonable.

Una vez que se ha seleccionado α , la regla de Hurwicz requiere el cálculo de:

$$\max \{ \alpha [\max_i V_{ij}] + (1-\alpha) [\min_j V_{ij}] \}$$

ó

Medida de realismo = α (beneficio máximo) + $(1-\alpha)$ (beneficio mínimo)

donde: V_{ij} es el valor de conivación para la alternativa i y el estado j de la naturaleza.

En consecuencia, la regla maximin y la regla maximax son casos especiales de la regla de Hurwicz. Y la filosofía que esta detras de la de Hurwicz es que mucha gente centra su atención en los resultados o en las consecuencias más extremas para tomar una decisión. Por lo que para el empleo de esta regla quién toma la decisión debe pesar los extremos de una manera tal que refleje la importancia relativa que se le asigne a cada uno de ellos.

5.- Criterio de Savage o del arrepentimiento.

Cuando el que toma las decisiones selecciona una alternativa y se presenta un estado de la naturaleza tal que se hubiera podido estar en mejores condiciones si se hubiera seleccionado otra alternativa, se "*siente pena*" y se arrepiente por la selección original; en este caso, el arrepentimiento (pesar o la pena), es la diferencia, entre el beneficio que se hubiera logrado con un conocimiento perfecto de la naturaleza y el beneficio que se recibe en realidad con la alternativa seleccionada. La regla minimax del arrepentimiento de Savage (pena o pesar), se basa, sobre la promisa de quién toma las decisiones desee evitar, cualquier arrepentimiento, al menos, minimizar la pena máxima con respecto a una decisión.

Por lo que el criterio del arrepentimiento de Savage, establece que la parsona que toma las decisiones, deberá, elegir entre aquella alternativa que minimice el arrepentimiento; en otras palabras , se deberá elegir la alternativa que tenga el menor de los valores máximo de arrepentimiento para ello, Savage define como valor de arrepentimiento, la diferencia entre el valor de cada elemento de un renglón de la matriz, y el máximo valor de dicho renglón. Tomemos en cuenta que para el emple de la regla de Savage se debe formular una matriz de pesar, una ves formula da la matriz, si los valores de pesar se designan como R_{ij} , para la alternativa i y el estado j , entonces, la regla de Savage requiere el cálculo de:

$$\min_i [\max_j R_{ij}]$$

Una ves hecho el cálculo para cada alternativa y obtenido esos valores, se elige la alternativa que garantice al decisor una pena máxima; cuando se elige una alternativa diferente de la óptima, el criterio de arrepentimiento de Savage indica que se elija dicha alternativa, como la alternativa óptima.

Pero el criterio de arrepentimiento de Savage, tiene el defecto que las decisiones que se toman al aplicarlas no son absolutas sino relativas. El eliminar una de las alternativas hace que cambie el resultado, por lo que no sería difícil pensar en la inclusión de alternativas diferentes que hagan óptima cualquier otra alternativa.

En conclusión, una persona que tome decisiones y que emplee la regla de Savage como criterio decisorio, tomará aquella decisión que resulte en la menor pérdida posible de oportunidades. Las personas que tienen una fuerte aversión para las críticas estaran tentados a emplear esta regla, porque las coloca en una posición relativamente segura, con respecto a los estados futuros de la naturaleza. Por último este criterio tiene, en este aspecto, una filosofía subyacente bastante conservadora.

R E S U M E

La diferencia principal entre estos criterios la refleja que tan conservador es el decisor al tratar con las condiciones de incertidumbre prevalecientes; ya que se mostró el criterio de Laplace está basado en condiciones más optimistas que el minimax; también se mostró que el criterio de Hurwics puede ajustarse para reflejar aptitudes que varían desde las más optimista hasta la más pesimista. En este aspecto, los criterios, aún cuando son cuantitativos en naturaleza, reflejan una evaluación subjetiva del medio ambiente en que se toma la decisión. Desafortunadamente no existen guías generales, acerca de cual criterio debería emplearse, ya que el medio ambiente del decisor dictado por la incertidumbre de la situación puede ser un factor importante al decidir sobre la elección del criterio más adecuado.

Debido a lo anterior el aspecto más difícil de los problemas no competitivos en situación de incertidumbre, consiste en decidir que tipo de criterio se ha de emplear para la toma de decisiones. En esencia, debemos determinar los criterios para el criterio; la elección debe de estar de acuerdo con la filosofía de la gerencia, preguntándose si *¿el punto de vista de la gerencia es optimista o pesimista, conservador o aventurado?*. Por que algunos criterios son compatibles, unicamente con ciertos puntos de vista, de este modo, es necesario comprender tanto la política general como los principios de elección antes de elegir el criterio para las decisiones.

II.2 PLANTEAMIENTO, SOLUCION E INTERPRETACION DE PROBLEMAS.

Como se mencionó al principio del capítulo, acerca de la conveniencia de representar la situación de toma de decisiones bajo condiciones de incertidumbre mediante matrices, comenzaremos por ejemplificar una matriz de beneficios considerando la siguiente situación, el cuál ocuparemos para

ejemplificar cada uno de los criterios. El ejemplo se eligió porque está muy relacionado con Ingeniería Civil.

Ejemplo: Consideremos una empresa de Ingeniería y Construcción, que tiene, la oportunidad de presentar propuestas para dos contratos.

X) El primero supone el diseño y la construcción de una planta para convertir basura sólida en vapor para proveer calefacción a una ciudad.

Y) El segundo involucra el diseño y construcción de un sistema de distribución de vapor dentro de la ciudad.

La empresa puede obtener cualquiera de los dos contratos o ambos, es decir (X y Y), el primero y el segundo contrato, son involucrados a la vez.

Al analizar las oportunidades que ofrecen estos dos contratos, la empresa identifica cinco alternativas.

- A₁) La empresa sea director del proyecto pero subcontrate todo el trabajo.
- A₂) La empresa subcontrate el diseño pero ella ejecuta la construcción.
- A₃) La empresa subcontrata la construcción pero ella ejecuta el diseño.
- A₄) La empresa realiza el diseño y la construcción.
- A₅) La empresa cotice con otra organización que tiene la capacidad de realizar este tipo de proyecto.

Una vez que se identifican los estados de la naturaleza y las alternativas, se obtienen los valores de los beneficios, haciendo una lista de los desembolsos y el ingreso

que se anticipan, identificados con cada alternativa para cada estado de la naturaleza, encontrando el valor de la utilidad. En este ejemplo se identifican 15 valores de pago o beneficio, que se expresan en miles de dolares .

		Estados de la naturaleza		
		X	Y	X y Y
Alternativas	A1	-4000	1000	2000
	A2	1000	1000	4000
	A3	-2000	1500	6000
	A4	0	2000	5000
	A5	1000	3000	2000

Figura: Matriz de pago para utilidades en miles de dolares

A manera de explicación, si se escoge la alternativa A₁ y se le otorga:

- El contrato X incurre en una pérdida real de cuatro millones de dolares.
- El contrato Y la utilidad será de un millón de dolares.
- Los dos contratos la utilidad sería de dos millones de dolares.

Entonces, cada línea de la matriz de pagos representa los resultados esperados para cada estado de la naturaleza (columna), para una alternativa en particular (líneas).

Al analizar la tabla anterior se encontró que: puede descartarse la alternativa A₁, ya que está dominada por las otras, por lo tanto la matriz reducida queda como sigue:

		Estados de la naturaleza		
		X	Y	X y Y
Alternativas	A2	1000	1000	4000
	A3	-2000	1500	6000
	A4	0	2000	5000
	A5	1000	3000	2000

Figura: Matriz de pago reducida en miles de dolares.

Las reglas que se presentaron se ocuparan para seleccionar una de las cuatro alternativas anteriores restantes.

1.- Criterio de Laplace.

Según el criterio de Laplace la probabilidad de ocurrencia de cada estado futuro de la naturaleza se supone igual a $1/n$, donde n es el número de estados posibles futuros.

Procedimiento:

- 1° Se calcula el promedio aritmético para cada alternativa de la tabla anterior.
- 2° Se forma una nueva tabla de valores promedio.
- 3° Se selecciona la alternativa con una utilidad máxima.

Solución: T A B L A

		X	Y	X y Y
A2		1000	1000	4000
A3		-2000	1500	6000
A4		0	2000	5000
A5		1000	3000	2000

1°

Alternativas	Pago promedio
A ₂	(\$1000 + \$1000 + \$4000) + 3 = \$2000
A ₃	(-\$2000 + \$1500 + \$6000) + 3 = \$1833
A ₄	(\$0 + \$2000 + \$5000) + 3 = \$2333
A ₅	(\$1000 + \$3000 + \$2000) + 3 = \$2000

2°

Alternativas	Pago promedio
A ₂	\$2000
A ₃	\$1833
A ₄	\$2333
A ₅	\$2000

3° La alternativa A₄ resulta con una utilidad máxima de \$2,333 y sería la seleccionada al utilizar este procedimiento.

2.- Criterio Minimax.

El cálculo requerido es: $\max_i [\min_j P_{ij}]$

Donde P_{ij} , es el pago (beneficio) de la alternativa i en el estado j de la naturaleza.

Procedimiento:

1° El empleo de la regla minimax requiere que se seleccione el valor mínimo de cada línea.

2° Se identifica el valor máximo entre estos, y que este asociado con la alternativa que lo produciría.

Solución: Empleando la matriz de beneficios reducida mostrada al principio.

	X	Y	X y Y
A ₂	1000	1000	4000
A ₃	-2000	1500	6000
A ₄	0	2000	5000
A ₅	1000	3000	2000

Matriz reducida de beneficios.

1°)

Alternativas	MinP _{ij}
A ₂	\$1000
A ₃	-\$2000
A ₄	\$0
A ₅	\$1000

Pago en miles de dolares para la regla MAXIMIN.

2°) La selección de la alternativa A₂ o la A₅ garantiza a la empresa un pago de por lo menos \$1,000,000 independiente del resultado de la naturaleza.

Nota: notece que al seleccionar la alternativa A₂, se garantiza a la empresa un pago de almenos \$1,000,000 pero no recibe un pago mayor de \$4,000,000. Por otra parte si se escoge la alternativa 5, la empresa decidirá un pago mayor de \$3,000,000.

3.- Criterio Maximax

Lo mismo que el anterior el cálculo requerido es:
 $\max_i \{ \max_j P_{ij} \}$.

Donde: P_{ij} representa el pago para la alternativa i y el estado j de la naturaleza.

Procedimiento: El empleo de la regla maximax requiere que:

- 1° Se selecciona el valor máximo en cada línea.
 2° Se identifique el valor máximo entre ellos y que esté asociado con la alternativa que lo produciría.

Solución: Empleamos la matriz de beneficios reducida mostrada al principio.

	X	Y	X y Y	
A ₂	1000	1000	4000	Matriz de beneficio reducida.
A ₃	-2000	1500	6000	
A ₄	0	2000	5000	
A ₅	1000	3000	2000	

1°

Alternativas	MaxP _i j	
A ₂	\$4000	Pago en miles de dolares para la regla MAXIMAX.
A ₃	\$6000	
A ₄	\$5000	
A ₅	\$3000	

- 2° Se selecciona la alternativa A₃, ya que puede recibir un pago de \$ 6,000 si la naturaleza es benévola.

Nota: Notece que al escoger la alternativa A₃, la empresa enfrenta la posibilidad de una pérdida de \$2,000,000, pero está la posibilidad de un pago de \$6,000,000.

4.- Criterio de Hurwicz.

Como se mencionó el criterio de Hurwicz está basado en el grado de optimismo y pesimismo del decisor, el cual esta medido por medio del indice de optimismo α .

Ejemplificando el criterio con la matriz de beneficios reducida mostrada al principio aplicaremos el siguiente procedimiento y solución.

- 1° Tomaremos para este ejemplo un valor de $\alpha = 0.2$ que indique que se esta muy pesimista, acerca de los resultados.
- 2° Una vez que se a seleccionado el valor de α , la regla de Hurwicz requiere el cálculo de:

$$\max_i \{ \alpha [\max_j P_{ij}] + (1-\alpha) [\min_j P_{ij}] \}$$

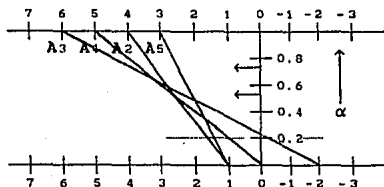
Donde: P_{ij} es el pago para la alternativa i y el estado j de la naturaleza.

Los cálculos requeridos se muestran en la siguiente tabla.

Alternativa	$\alpha[\max P_{ij}] + (1-\alpha)[\min P_{ij}]$
A ₂	$0.2(\$4000) + 0.8(\$1000) = \$1600$
A ₃	$0.2(\$6000) + 0.8(-\$2000) = \$ 400$
A ₄	$0.2(\$5000) + 0.8(\$0) = \$1000$
A ₅	$0.2(\$3000) + 0.8(\$1000) = \$1400$

- 3° Se selecciona la alternativa más favorable, que proporcione el más alto pago, en este ejemplo elegimos la alternativa A₂ que nos dá un pago de \$1,600,000.

Nota: Para obtener una mejor visión de la regla de Hurwicz y así identificar los valores de α para los cuales sería mas factible cada alternativa; se hace una gráfica de cada alternativa para todos los valores de α entre 0 y 1. Utilizando las cuatro alternativas anteriores, la gráfica de valores para la regla de Hurwics, queda como sigue:



Valores para la regla de HURWICZ en caso de cuatro alternativas.

Puede observarse que la alternativa A_2 produce un pago máximo para todos los valores de $\alpha \leq 1/2$, la alternativa A_1 , exhibe un máximo para $1/2 \leq \alpha \leq 2/3$ y la alternativa A_3 produce un máximo para $2/3 \leq \alpha \leq 1$. La alternativa A_5 no es máxima excepto para $\alpha=0$ en cuyo caso es tan bueno como la alternativa A_2 .

5.- Criterio de Savage.

El criterio de Savage, requiere la formulación de una matriz de pesar, que se obtiene, por medio de la diferencia del máximo valor de cada regla, con cada elemento de ese mismo renglón.

Tenemos la matriz de pagos Reducida

Alternativas	Estados de la naturaleza		
	X	Y	X y Y
A_2	1000	1000	4000
A_3	-2000	1500	6000
A_4	0	2000	5000
A_5	1000	3000	2000

Donde: Los pagos máximos son para X(1,000), para Y(3,000) y para X,Y(6,000). Entonces las solicitudes para:

$$\begin{array}{l}
 \text{X} \left\{ \begin{array}{l}
 A_2 = \$1000 - \$1000 = \$0 \\
 A_3 = \$1000 - (-\$2000) = \$3000 \\
 A_4 = \$1000 - \$0 = \$1000 \\
 A_5 = \$1000 - \$1000 = \$0
 \end{array} \right.
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Y} \left\{ \begin{array}{l}
 A_2 = \$3000 - \$1000 = \$2000 \\
 A_3 = \$3000 - \$1500 = \$1500 \\
 A_4 = \$3000 - \$2000 = \$1000 \\
 A_5 = \$3000 - \$3000 = \$0
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$\text{XyY} \left\{ \begin{array}{l}
 A_2 = \$6000 - \$4000 = \$2000 \\
 A_3 = \$6000 - \$6000 = \$0 \\
 A_4 = \$6000 - \$5000 = \$1000 \\
 A_5 = \$6000 - \$2000 = \$4000
 \end{array} \right.$$

Quedando la matriz de ~~paga~~ como sigue.

		Estados de la naturaleza		
		X	Y	X y Y
Alternativas	A ₂	0	2000	2000
	A ₃	3000	1500	0
	A ₄	1000	1000	1000
	A ₅	0	0	4000

Si los valores de pesar se designan como R_{ij} para la alternativa i y el estado j entonces la regla requiere el cálculo de:

$$\min_i [\max_j R_{ij}]$$

quedando

Alternativas	Max P_{ij}
A ₂	2000
A ₃	3000
A ₄	1000
A ₅	4000

Donde se selecciona la alternativa A₄, porque garantiza a la empresa una pena máxima de \$ 1,000,000.

RESUMEN

Para dar una mejor visión de los criterios se elaboró una tabla de comparación de los resultados de las reglas de decisión en el estado de Incertidumbre, en la cual se notará que las reglas de decisión no producen resultados consistentes, y que son desarrollados para dar una visión de aquellas situaciones decisorias en las cuales no se asignan o no pueden asignarse probabilidades a la ocurrencia de los eventos futuros.

Reglas de decisiones	Alternativa seleccionada
Laplace	A ₄
Maximin	A ₂ o A ₅
Maximax	A ₃
Hurwicz (0.2)	A ₂
Savage	A ₄

Tabla de comparación de las reglas de decisiones en el estado de Incertidumbre.

TEMA III DECISIONES BAJO CONDICIONES DE RIESGO.

Objetivo: Conocer y aplicar las técnicas de solución de problemas en que se conocen las probabilidades de los eventos.

Existe usualmente muy poca seguridad de que los resultados predichos vayan a coincidir con los reales, ya que los elementos de los cuales depende un curso de acción puede variar a partir de su valor estimado, debido a que siempre hay involucradas causas al azar, porque el valor anticipado de la mayoría de las aventuras tendrá en el futuro sólo se conoce con cierto grado de seguridad.

TEMA III

**DECISIONES BAJO CONDICIONES
DE RIESGO**

En la toma de decisiones bajo condiciones de riesgo, existe mas de un estado de la naturaleza, pero el tomador de decisiones tiene información que soportará la asignación de valores de probabilidad a cada uno de los estados posible. Ya que el grado de ignorancia se expresa como una función de densidad de probabilidad que representa los datos, pudiendo así determinar el grado de probabilidad de cada estado, y así decidir la alternativa a seguir.

Cuando tomamos decisiones bajo condiciones de riesgo, necesitamos información que nos permita proporcionar probabilidades para los diversos estados posibles de la naturaleza. Esta información pueden ser los registros previos o simplemente el juicio subjetivo del que toma la decisión; la fuente no tiene importancia, mientras esta información nos permita iluminar en que estado creemos se encuentra el ambiente.

En la toma de decisiones es útil considerar los factores que pueden afectar el riesgo involucrado en una inversión, y puedan ser relacionados con las tasas de rendimiento requeridos y así justificar una inversión o incluirlo como consideraciones para llegar a una decisión final. En esta ocasión sólo consideraremos los cuatro más presentes.

El primero, es la posible inesactitud de las cifras usadas en el estudio. Esta se presenta cuando hay poca disponibilidad de información real y hay que estimar casi todos los valores, el grado de inesactitud depende de la forma en que se hayan obtenido los valores estimados, los cuales se obtienen por medio de experiencias acumuladas, o por encuestas adecuadas de mercado. Y las que presentan más errores son las cifras de ingresos, así como los costos por depreciación; donde, la exactitud de los otros elementos

del costo dependerá, del cuidado con que se haya preparado las estimaciones. En caso de haber hecho investigaciones a fondo y considerado en detalle todas las partidas, es razonable suponer que las estimaciones no resultaran muy erradas.

El segundo factor que afecta el riesgo es el tipo de negocio involucrado, consideremos que no todos los negocios tienen el mismo grado de riesgo, ya que se basan en el grado de estabilidad, medido en el tamaño del negocio así como la naturaleza y la historia del mismo, que nos proporciona el riesgo que se tiene.

El cuarto factor que afecta el riesgo es el tipo de planta física y de equipo involucrados, ya que algunas empresas están perfectamente definidas, su vida económica y su valor de reventa, por lo que los casos en el que se tenga que invertir en plantas o equipos especializados, habrá que tomar muy en cuenta este factor.

El cuarto factor es el lapso de tiempo que debe transcurrir antes de que se cumplan todas las condiciones. En este se consideran las estimaciones con relación a los ingresos y a los gastos, deben existir durante todo el período, a fin de que se obtenga la utilidad predicha, tomando en cuenta que el período de amortización no debe ser prolongado, aunque la vida útil del equipo lo justifique; ya que no se puede predecir con exactitud el futuro.

III.1 Criterios de decisiones

Los datos insuficientes dan lugar a un número de criterios, donde, cada uno de ellos refleja un punto de vista específico. Estos criterios usualmente se expresan en términos de los principios siguientes, para la toma de decisiones bajo condiciones de riesgo, los cuales estudiaremos en orden:

- 1.- Valor esperado (de beneficios o pérdidas), a menudo llamado criterio de Bayes.
- 2.- Valor esperado y varianza combinada.
- 3.- Nivel de aspiración conocida.
- 4.- Ocurrencia más probable de un estado futuro.

1.- Criterio del valor esperado.

Si se emplean distribuciones de probabilidad para describir los elementos económicos que ocupan una alternativa de inversión, el valor esperado del costo o de utilidad puede constituir una base razonable para la comparación entre alternativas, ya que el valor esperado refleja la utilidad o el costo que se obtendría a largo plazo si la inversión se repitiera un gran número de veces y si su distribución de probabilidad permaneciera inmodificable, siendo razonable basar las decisiones a largo plazo. Sin embargo es necesario reconocer las limitaciones del uso del valor esperado, que se dan en proyectos únicos o pocos usuales, casos en los cuales los efectos a largo plazo tienen menos sentido.

El concepto de valor esperado con frecuencia es de bastante utilidad en la toma de decisiones bajo riesgo, ya que los valores esperados se basan en la probabilidad, en la cual se considera generalmente como la frecuencia relativa a largo plazo con la que ocurre un evento; donde el valor esperado es el producto relativo de multiplicar la probabilidad de que ocurra un ingreso, un costo u otra variable por su valor en caso de que sí ocurra.

Es obvio que uno de los problemas de mayor importancia cuando hay que calcular valores esperados, es el de determinar la probabilidad, ya que en la mayoría de los casos no hay historial de casos previos, por lo que en estos casos es necesario que el analista o la persona que vaya a tomar las decisiones se apoyen en su criterio o incluso en la intuición para estudiar las probabilidades.

Con lo anterior diremos que el término de valor esperado se utiliza para la medida de una distribución de probabilidad. Donde la notación que corresponde a este valor es $E(x)$, si la variable es x , y el símbolo convencional es μ . Notese que aquí la probabilidad "esperada" se utiliza, en un sentido especial, estadístico, y no como se entendería en el sentido común o del lenguaje diario; piense que un valor esperado en la terminología estadística, representa "el valor promedio a largo plazo".

El valor esperado es interpretado como, un resultado promedio a largo plazo si se repitiese varias veces el proyecto, donde, aun para una compra única el valor esperado es significativo, ya que es una medida estandar aplicable a las comparaciones económicas que implica el riesgo, en ellas se incluye el efecto del riesgo en los resultados potenciales por medio de un promedio ponderado, donde los resultados se ponderan de acuerdo con su probabilidad de ocurrencia y la suma de los productos de todos los resultados, multiplicados por sus probabilidades respectivas.

En otras palabras el valor esperado se obtiene multiplicando cada valor de x y por su probabilidad y sumandolas, o sea, $\sum xP(x)$. Por lo que el valor esperado se calcula como sigue:

$$E(x) = \sum_{i=1}^m x_i P(x_i) \quad (m=1,2,3,\dots,n)$$

Donde: x = Valor esperado de la variable.

$P(x)$ = Probabilidad de ocurrencia de un valor esperado, donde en todos los estados de probabilidad la suma del total de los valores $P(x)$, debe ser la unidad.

Nota: Si los flujos de caja reales son valores " x ", algunos pueden ser negativos, como para el costo inicial; si el valor esperado es positivo, entonces se espera que

el resultado global sea un flujo de caja de entrada. Por el contrario, si el valor esperado es negativo, entonces se espera que el resultado global sea un flujo de caja con proposición de pérdida.

2.- Criterio del valor esperado y varianza combinada.

Anteriormente indicamos que el criterio del valor esperado es adecuado principalmente para tomar decisiones a largo plazo. El mismo criterio se puede modificar para mejorar su probabilidad de aplicación a problemas de decisión a corto plazo considerando el concepto de la varianza combinada con el criterio del valor esperado.

Consideremos lo deseable que es en muchas ocasiones, conocer no solamente el valor esperado como base para las comparaciones, sino contar al mismo tiempo con una medida de dispersión de la distribución de probabilidad, que en este caso sería la varianza.

Donde la varianza para cualquier variable estocástica x está definida como.

$$\text{Var}(x) = E\{[x - E(x)]^2\} = E(x^2) - [E(x)]^2$$

Quedando para variables estadísticas discretas a:

$$E(x^2) = \sum_k x^2 P(x)$$

Y

$$[E(x)]^2 = \left[\sum_k x P(x) \right]^2$$

Para variables estocásticas continuas a:

$$E(x^2) = \int_{-\alpha}^{+\alpha} x^2 f(x) dx$$

Y

$$[E(x)]^2 = \left[\int_{-\alpha}^{+\alpha} x f(x) dx \right]^2$$

Sin embargo, un análisis adicional, acerca de la deshabilidad de cada uno de ellos, considerando los siguientes tres factores. El primero la prebabilidad de que el valor presente de cada alternativa sea mayor que cero, para que la tasa de retorno de una inversión sea menor que sero y así la tasa mínima atractiva de retorno sea mayor que cero. La segunda es la varianza de la distribución de probabilidad, ya que al ser mayor la varianza, sera menor la variabilidad (incertidumbre) asociada con la variable estocástica. En el terser en este factor el decisor, debe analizar la importancia de cada factor, y decidir si hay preferencia, más variabilidad en los posibles resultados, con el fin de alcanzar, un mayor valor esperado para una menor posibilidad de que el valor presente llegara a ser negativo. Es posible que la importancia relativa de estos tres factores pudiera cuantificarse y desarrollar entonces una sola base de comparación par cada alternativa.

Esto significa que es ventajoso desarrollar un criterio que maximice el beneficio esperado y minimice simultáneamente la varianza del beneficio, esto en realidad equivale a considerar metas múltiples en el mismo criterio y este criterio posible que refleja este objetivo es:

$$\text{maximizar } E\{\zeta\} - K\text{var}\{\zeta\}$$

Donde: ζ = es una variable aleatoria que representa los veneficios.

K = es una constante pre-especificada (Factor de averción del riesgo.

$\text{var}\{\zeta\}$ = varianza de la variable.

$E\{\zeta\}$ = valor esperado.

Nota: Realmente K es un factor de ponderación que indica el grado de importancia de $\text{Var}\{\zeta\}$ relativo a $E\{\zeta\}$.

El nuevo criterio debe de compatibilizar con el uso de la utilidad en la toma de decisiones, ya que la aversión al riesgo K , es indicador de la actitud del decisor , hacia

la desviación de los valores esperados, por que cuando un decisor sensible a reducido el beneficio a bajo de $E\{z\}$ (valor esperado), se elige K mayor que uno, y por el contrario cuando no es así se elige K menor que uno.

3.- Criterio de el nivel de aceptación conocido (Método de Monte Carlo)

Este criterio nos ayuda a obtener cursos de acción aceptables, por medio de los niveles de aceptación, que nos permiten llegar a tomar una decisión que nos satisfaga; aunque éste criterio no puede proporcionar la decisión optima, ya que da cavidad a otra oferta que puede llegar a ser más alta en beneficio que la aceptada.

En éste criterio, puede o no haber alguna distribución de probabilidad, por que en caso de que no hubiera, se puede argumentar que al seleccionar el nivel de aceptación, el decisor tiene algún conocimiento previo de la situación en que se encuentra con problemas similares que ya tuvieron y tienen su nivel de aceptación.

Lo anterior no da una definición formal de una función densidad de probabilidad, pero se tiene una base, para conjuntar datos que se puedan emplear, a fin de desarrollar dicha función. Supongamos que éste es el caso, ya que la ignorancia completa acerca de tal distribución, puede hacer que, el decisor fije el nivel de aceptación demasiado alto, y el modelo por lo consiguiente no sea aceptable por inoperable; o bien que lo fije demasiado bajo y que no proporcione los resultados deseados, debido a que el decisor no llega a tener una noción adecuada.

Pero una de las ventajas de utilizar el método del nivel de aceptación es, que, quizá no sea necesario definir con exactitud la función densidad de probabilidad. Ya que no es posible en muchos de estos casos, obtener una

solución analítica, debido a la forma en la cual deben manejarse las probabilidades, que se dan en una clase de enfoque de simulación en procesos decisorios, en la cual las distribuciones de probabilidad describen criterios paramétricos del sistema, por lo que este criterio se prefiere debido al nivel de detalle que puede exhibir, ya que las situaciones decisorias en las cuales se emplea, se caracterizan por ser distribuciones empíricas o teóricas, aplicadas, cuando todos los cursos de acción alternativos no están disponibles, en el momento en que se toman la decisión.

4.- Ocurrencia más probable de un estado futuro (Criterio del futuro más probable).

Este criterio simplemente elige el estado de la naturaleza, que tiene más alta probabilidad de ocurrencia; después, habiendo supuesto de que este estado ocurra, se elige la alternativa de decisión que produzca la utilidad más alta. Ya que convierte la situación probabilística en una situación determinística correspondiente.

Se puede considerar este criterio, como, una simplificación de la decisión con riesgo más complicada. Simplificación de la decisión, por que el futuro más probable, proporciona información adecuada para tomar la decisión, y no por conveniencia analítica.

El criterio, se obtiene, reemplazando la variable aleatoria con el valor que tenga la probabilidad de más alta ocurrencia. Quedando la función densidad de probabilidad (discreta).

$$P_j (C_j)$$

Donde: P_j = j -ésimo producto.

C_j = el beneficio por unidad.

Cómo $P_j(C_j^*) = \max P_j(C_j)$ para todo C_j .

Entonces: C_j^* se trata como el valor "determinístico" que representa el beneficio por unidad del j -ésimo producto.

Este criterio es muy usado, y es válido cuando un estado de la naturaleza es mucho más probable que cualquier otro, y si los valores condicionales no son extremadamente diferentes. Pero si se utiliza, en una situación donde hay un gran número de estados de la naturaleza, y cada uno tiene una pequeña, casi igual probabilidad de ocurrencia, se incurre en errores serios.

Por lo que se debe advertir de las fallas de usar éste criterio. La primera cuando, la variable aleatoria en consideración tiene un gran número de valores, donde, cada uno tiene pequeñas probabilidades de ocurrencia (0.05 o menor). El segundo, cuando se da el caso, de que, diversos valores de las variables aleatorias ocurren con la misma probabilidad. Con lo anterior nos damos cuenta que este criterio tiene gran utilidad, por que, cuenta con muy pocas restricciones.

III.2 Modelación y solución de problemas de decisiones secuenciales.

En este tipo de decisiones, en condiciones bajo riesgo aplicaremos para explicarlo el ejemplo de Berth Perry, quien vende fresas en un ambiente de competencia, en el que la venta de fresas del día de mañana es una variable aleatoria discreta, aplicado a cada uno de los criterios de decisión descritos anteriormente.

Berth Perry, compra fresas a N\$3.00 la caja y la vende a N\$8.00 la caja. Este margen relativamente alto refleja lo peresedero del artículo y el gran riesgo de almacenarlo; ya que el producto no tiene ningun valor despues del primer día en que se ofrese a la venta. Por lo que Berth Perry se encuentra en el problema de cuanto ordenar hoy para el negocio de mañana. Ya que si mañana los clientes solicitan mas cajas de las que hay almacenadas, la utilidad disminuye en N\$5.00 (precio de venta menos costo), por cada venta que no realice. Por otra parte el costo que resulta de almacenar demaciadas unidades, en cualquier día es de N\$3.00 por caja no vendida y sin valor.

Para resolver el problema tomaremos la información obtenida de ventas pasadas por 90 días, donde se obtiene la probabilidad de que se venda cada número de cajas como sigue. Las ventas fueron 10 cajas en 18 días de los 90; esto es $18/90 = 2/10 = 0.20$ de las veces y así los otros cuatro valores posibles para el volumen de ventas ya que no hay ningún patrón discernible en la secuencia en la que ocurren estos valores. Por lo que los únicos valores para compras y ventas para nosotros son según la información obtenida en los 90 días de 10, 11, 12, 13, cajas. Los resultados obtenidos en los 90 días y sus probabilidades se muestran en la tabla siguiente.

Ventas diario	No. de días con esta venta	Probabilidad de que se venda cada número
10	18	0.20
11	36	0.40
12	27	0.30
13	9	0.10
Σ	90	1.00

Tabla de probabilidad de ventas por 90 días.

Ahora bién la forma de ilustrar el problema es construir una tabla (Tabla de utilidades condicionales), que muestre los resultados en dinero de todas las posibles combinaciones de compras y ventas. La utilidad puede ser positiva o dependiendo del número de cajas que se almacenan y del número de cajas vendidas, como se muestra en la tabla siguiente.

Demanda posible (ventas) cajas	Acción de almacenamiento posible			
	10cajas	11cajas	12cajas	13cajas
10	N\$50	N\$47	N\$44	N\$41
11	50	55	52	49
12	50	55	60	57
13	50	55	60	65

Tabla de utilidad condicional.

Notece que al almacenar 10 cajas la utilidad es de N\$50 aún cuando los compradores quieran trece cajas. Por el contrario al almacenar trece cajas, resulta una utilidad de N\$65 cuando haya una demanda de 13 cajas; si la venta en menor de trece cajas la utilidad será menor a N\$65, como en el caso de que sólo se vendan 10 cajas, la utilidad es de N\$41; la utilidad en 10 cajas almacenadas es de N\$50, se reduce el costo de tres cajas no vendidas, que es de N\$9 por las tres.

Solución para el criterio del valor esperado:

Notece que la utilidad condicional no le dice a Berth que número de cajas debe almacenar cada día, para maximizar sus utilidades en un período largo. Se logra determinar el mejor número de cajas a almacenar, asignando probabilidades a los resultados posibles (utilidades).

Usando los valores obtenidos en la tabla de probabilidad de ventas por 90 días y la tabla de utilidad condicional. se calcula la utilidad esperada por cada acción de almacenamiento, por medio del cálculo del valor esperado de una variable aleatoria*** al ponderar cada valor posible que la variable puede tomar por la probabilidad de que tome ese valor**, así la suma de los valores esperados, es la utilidad esperada que resulta de almacenarlas (por cajas, ejemplo 10 cajas sin importar que los compradores quieran 10, 11, 12, 13 cajas).

- (columna 2)
- ** (columna 3)
- *** (columna 4)

Donde encontraremos al resumir la tabla siguiente que:

- Si se almacenan 10 cajas al día, la utilidad esperada al día es de N\$50.0.
- Si se almacenan 11 cajas al día, la utilidad esperada al día es de N\$53.4.
- Si se almacenan 12 cajas al día, la utilidad esperada al día es de N\$53.6.
- Si se almacenan 13 cajas al día, la utilidad esperada al día es de N\$51.4.

Lo anterior se muestra en la siguiente tabla.

(1)	(2)		(3)		(4)
Tamaño del mercado cajas	Utilidad condicional		Probabilidad de tamaño del mercado		Utilidad esperada
10	N\$50	x	0.20	=	N\$10.0
11	50	x	0.40	=	20.0
12	50	x	0.30	=	15.0
13	50	x	0.10	=	5.0
		Σ	1.00		N\$50.0
Utilidad esperada de almacenar 10 cajas					
10	N\$47	x	0.20	=	N\$ 9.4
11	55	x	0.40	=	22.0
12	55	x	0.30	=	16.5
13	55	x	0.10	=	5.5
		Σ	1.00		N\$53.4
Utilidad esperada de almacenar 11 cajas					
10	N\$44	x	0.20	=	N\$ 8.8
11	52	x	0.40	=	20.8
12	60	x	0.30	=	18.0
13	60	x	0.10	=	6.0
		Σ	1.00	=	N\$53.6
Utilidad esperada de almacenar 12 cajas					
10	N\$41	x	0.20	=	N\$ 8.2
11	49	x	0.40	=	19.6
12	57	x	0.30	=	17.1
13	65	x	0.10	=	6.5
		Σ	1.00		N\$51.4
Utilidad esperada de almacenar 13 cajas					

Donde la acción de almacenamiento óptimo es aquella que resulta en la utilidad esperada más grande; es decir la acción que tenga total sobre un período. En este ejemplo, el número apropiado de almacenamiento de cajas es de 12 cada día, ya que esta cantidad dará el mayor promedio diario de utilidades bajo las condiciones dadas; porque la elección de cualquier otra de las tres posibles acciones de almacenamiento, resultará en una utilidad promedio menor al día

- Criterio del valor esperado y varianza combinados

En la toma de decisiones bajo condiciones de riesgo, existe una gran variedad de estados de la naturaleza, que esta soportada por información adecuada, que nos dará la noción de la asignación de valores de probabilidad, a cada uno de los estados posibles, pero esta variedad de estados, provoca que el proceso de la toma de decisiones sea un proceso muy largo y tedioso y en ocasiones la decisión es a largo plazo, resultado inadecuado.

Por lo cual este criterio pretende así, hacer que la toma de decisiones sea más confiable, aplicando la varianza y además logra que la aplicación del problema sea a corto plazo y más consistente.

Considerando lo anterior, aplicaremos el criterio de el valor esperado con varianza, al problema de Berth Perry por medio de la fórmula:

$$\text{Var}(x) = E\{[x-E(x)]^2\} = E(x^2) - [E(x)]^2$$

Donde:

$$E(x^2) = \sum x^2 P(x)$$

y

$$[E(x)]^2 = [\sum xP(x)]^2$$

Para ello ocuparemos la tabla de probabilidad de ventas por 90 días y la tabla de utilidad condicional.

Ventas diarias	No. de días con esta venta	Probabilidad de que se venda esta numero
10	18	0.20
11	36	0.40
12	27	0.30
13	9	0.10
Σ	90	1.00

PROBABILIDA
DE VENTA
POR 90 DIAS

Tamaño de mercado cajas	Utilidad condicional	Probabilidad de tamaño de mercado	$E(X^2) = \sum (X^2 P(x))$	$(E(X))^2 = ((\sum XP(x)))^2$
Utilidad esperada con varianza de almacenar 10 cajas				
10	N\$50	0.20	$(50)^2 \times 0.2 = 500$	$(50 \times 0.2)^2 = 100.0$
11	50	0.40	$(50)^2 \times 0.4 = 1000$	$(50 \times 0.4)^2 = 400.0$
12	50	0.30	$(50)^2 \times 0.3 = 750$	$(50 \times 0.3)^2 = 225.0$
13	50	0.10	$(50)^2 \times 0.1 = 250$	$(50 \times 0.1)^2 = 25.0$
Σ		1.00	2500	750.0
$\text{Var} = E(X^2) - (E(X))^2 = 2500 - 750 = 1750$				
Utilidad esperada con varianza de almacenar 11 cajas				
10	N\$47	0.20	$(47)^2 \times 0.2 = 441.8$	$(47 \times 0.2)^2 = 88.36$
11	55	0.40	$(55)^2 \times 0.4 = 1210$	$(55 \times 0.4)^2 = 484$
12	55	0.30	$(55)^2 \times 0.3 = 907.5$	$(55 \times 0.3)^2 = 272.25$
13	55	0.10	$(55)^2 \times 0.1 = 302.5$	$(55 \times 0.1)^2 = 30.25$
Σ		1.00	2861.8	874.86
$\text{Var} = E(X^2) - (E(X))^2 = 2861.8 - 874.86 = 1986.94$				
Utilidad esperada con varianza de almacenar 12 cajas				
10	N\$44	0.20	$(44)^2 \times 0.2 = 387.2$	$(44 \times 0.2)^2 = 77.44$
11	52	0.40	$(52)^2 \times 0.4 = 1081.6$	$(52 \times 0.4)^2 = 432.64$
12	60	0.30	$(60)^2 \times 0.3 = 1080.0$	$(60 \times 0.4)^2 = 324.00$
13	60	0.10	$(60)^2 \times 0.1 = 360.0$	$(60 \times 0.1)^2 = 36.00$
Σ		1.00	2908.8	870.08
$\text{Var} = E(X^2) - (E(X))^2 = 2908.8 - 870.03 = 2038.72$				
Utilidad esperada con varianza de almacenar 13 cajas				
10	N\$41	0.20	$(41)^2 \times 0.2 = 336.2$	$(41 \times 0.2)^2 = 67.24$
11	49	0.40	$(49)^2 \times 0.4 = 906.4$	$(49 \times 0.4)^2 = 384.16$
12	57	0.30	$(57)^2 \times 0.3 = 974.7$	$(57 \times 0.3)^2 = 292.41$
13	65	0.10	$(65)^2 \times 0.1 = 422.5$	$(65 \times 0.1)^2 = 42.25$
Σ		1.00	2693.8	786.06
$\text{Var} = E(X^2) - (E(X))^2 = 2693.8 - 786.06 = 1907.74$				

Tabla de la utilidad esperada

Demanda posible (venta) cajas	Acción posible de almacenamiento			
	10cajas	11cajas	12cajas	13cajas
10	N\$50	N\$47	N\$44	N\$41
11	50	55	52	49
12	50	55	60	57
13	50	55	60	65

Tabla de utilidad condicional

Utilizando la tabla de la Probabilidad de venta por 90 días, y la tabla de utilidad condicional. Se calculó la tabla de la utilidad esperada, por cada acción de almacenamiento, aplicando el concepto de la varianza, y en cada acción posible sustituyendo los valores en la fórmula anterior.

Ahora obtendremos la mejor opción tomando en cuenta el grado de aversión al riesgo (K) en cada uno de los resultados obtenidos, promedio de la fórmula siguiente; en este caso tomaremos un valor de $K=0.8$

$$E\{z\} - K\text{var}\{z\} \quad K=0.8 \text{ beneficio mayor que } E\{z\}$$

$$\begin{aligned} \text{Max} &= 50.00 - 0.8 (1750) &= -1350.00 \\ &= 53.40 - 0.8 (1986.94) &= -1536.15 \\ &= 53.60 - 0.8 (2038.72) &= -1577.37 \\ &= 51.40 - 0.8 (1907.94) &= -1474.95 \end{aligned}$$

Por lo tanto la opción de almacenamiento es la que minimice los beneficios con relación a su grado de aversión al riesgo, y además minimice los riesgos. En el ejemplo el número apropiado de 10 cada día, porque maximiza los beneficios y además en un alto grado disminuye los riesgos, ya que al elegir cualquiera de las otras tres opciones, aumentaría las ganancias pero son así también más altos los riesgos.

- Método de la ocurrencia más probable de un estado futuro

Ya que este método simplemente elige el estado de la naturaleza que tiene la más alta probabilidad de ocurrencia; una vez hecho el supuesto que este estado ocurrirá, elige la alternativa que producirá la utilidad más alta.

Considerando el ejemplo anterior en el que se busca la alternativa de almacenamiento entre cuatro opciones la resu miremos en la tabla siguiente, agregando las probabilidades, asignadas originalmente a los cuatro estados de la naturaleza.

Demanda posible (cajas)	Probabilidad de esta demanda	Acción posible de almacenamiento			
		10cajas	11cajas	12cajas	13cajas
10	0.20	N\$30	N\$28	N\$26	N\$24
11	0.40	30	33	31	29
12	0.30	30	33	36	34
13	0.10	30	33	36	34

De la tabla anterior notece que la demanda de almacenamiento de 11 cajas, es la opción con el más alto grado de probabilidad de ocurrencia, y la acción de almacenamiento de 11 cajas, tiene el beneficio mayor para ese estado de la naturaleza. Por ello la solución para este ejemplo aplicando el criterio, es la opción de almacenamiento de 11 cajas ya que nos dá los mayores beneficios en relación a las demás.

Debemos considerar de este criterio que produce resultados válidos cuando un estado de la naturaleza es mucho más probable que cualquier otro, y cuando los valores condicionales no son extremadamente diferentes; sin embargo, es posible cometer errores serios si usamos este criterio en una situación donde existe un gran número de estados de la naturaleza, y cada uno de ellos tiene una pequeña probabilidad de ocurrencia.

- Método del nivel de aceptación conocida.

Como este método está basado en el grado de conocimiento previo de la situación de decisión, así como las distribuciones de probabilidad (*empíricas o teóricas*) aplicadas cuando todos los cursos de acción alternativos no están disponibles, en el momento en que se tome la decisión.

Consideremos el ejemplo de Berth Perry, que vende fresas, pero que desea saber que cantidad de fresas debe comprar para la venta del día siguiente en un ambiente de competencia; en el cual las posibilidades de venta son las siguientes cantidades, 10, 11, 12, 13 cajas como se muestra en la siguiente tabla.

Demanda posible (cajas)	Acción posible de almacenamiento	
	10 cajas	11 cajas
10	N\$50X0.25 = N\$12.50	N\$47X0.25 = N\$11.75
11	50X0.25 = 12.50	55X0.25 = 13.75
12	50X0.25 = 12.50	55X0.25 = 13.75
13	50X0.25 = 12.50	55X0.25 = 13.75
	N\$50.00	N\$53.00
	12 cajas	13 cajas
10	N\$44X0.25 = N\$11.00	N\$41X0.25 = N\$10.25
11	52X0.25 = 13.00	49X0.25 = 12.25
12	60X0.25 = 15.00	57X0.25 = 14.25
13	60X0.25 = 15.00	65X0.25 = 16.25
	N\$54.00	N\$53,00

En situaciones de toma de decisiones donde se tiene pocos o ningún dato en este caso sobre demandas anteriores, se debe suponer la información, para esto se podría suponer

que todos los estados de la naturaleza son igualmente probables. En este ejemplo, vemos que puesto que hay cuatro estados de la naturaleza demandada para 10, 11, 12 y 13 cajas, le asignaría una probabilidad de 0.25 a cada uno de estos estados. Usando este criterio, la decisión óptima de almacenamiento es de 12 cajas, con una utilidad esperada de N\$54.00

En resumen, una vez obtenidos los resultados de cada uno de los criterios los acomodaré en una tabla de comparación, para que se note el grado de consistencia de estos criterios, y así poder elegir de entre ellos el método que mas convenga para nuestra situación dada de decisión en el estado de riesgo.

Reglas de decisiones	Almacenamiento seleccionado
Valor esperado.	12 cajas
Valor esperado con varianza.	10 cajas
Nivel de aspiración conocido.	12 cajas
Ocurrencia más probable de un estado futuro.	11 cajas

III.3 Valor de la información

Antes de determinar si es conveniente o no recolectar evidencia experimental se debe preguntar primero ¿ Cuanto vale la información perfecta ?. Este valor se refiere al valor potencial y económico que representa el obtener la información requerida ya que se puede suponer que se reconoce en forma unánime la necesidad de contar con algún

tipo de información, pero hay otra alternativa, la de aplazar la toma de decisión, siendo esta alternativa la de aplazamiento a menos de que fuera acompañada de un deseo firme de obtener más información, o de la ventaja económica de obtener la información con relación al costo que representaría \bar{c} obtenerla.

La información puede obtenerse mediante una investigación intensa por parte del personal de la compañía, o mediante un estudio realizado por una agencia independiente, esta investigación tiene un costo dependiendo de quién la realice. Esta inversión adicional deberá ser superada por el valor que se espera en ganancias adicionales o en costos reducidos.

El valor esperado de tal pronóstico perfecto se calcula como sigue:

Paso 1: Suponer si es seguro que ocurra un estado determinado.

Paso 2: escoja la alternativa preferida para aquel futuro, con base en los resultados descontados del primer punto de decisión. Esta estrategia puede ser una combinación de las alternativas correspondientes a varios puntos de decisión.

Paso 3: Evalúe las alternativas correspondientes a los restantes estados futuros.

Paso 4: Multiplique la probabilidad de cada estado por el valor de la alternativa preferida asociada obtenga el total de los productos para obtener el valor esperado de la información perfecta.

Paso 5: Compare el valor obtenido en el paso 4 con el valor esperado que a obtenido utilizando posibles probables. La diferencia es la cantidad que podría pagarse al obtener información perfecta.

A manera de ejemplo supongamos que en α decisión la información tiene un costo económico de N\$ 5000.00 y una muestra cuesta N\$7500.00. En esta situación se puede olvidar de obtener la muestra ya que sería tonto pagar N\$7500.00 por información imperfecta cuando la perfecta valió N\$5000.00 .

TEMA II IV

LA FUNCION DE UTILIDAD EN LAS DECISIONES

TEMA IV: LAS FUNCIONES DE UTILIDAD EN LAS DECISIONES.

OBJETIVO: Conocer y aplicar las funciones de utilidad para su utilización en la toma de decisiones.

IV.1 CONCEPTOS DE LOTERIA Y EQUIVALENTE BAJO CERTEZA.

Concepto de lotería, está basado principalmente en el concepto del árbol de decisiones, el cual se concidera un proceso de decisiones de multiples etapas, donde se toma decisiones dependientes una tras otra. El árbol tiene dos tipos de nodos: un cuadrado (\square) representado por un punto de decisión y un círculo (\circ) que denota un evento probabilístico denominado lotería.

Este evento probabilístico basado en el riesgo contiene dos o más ramas que representan demandas dependiendo de las condiciones del problema, que debe contener las probabilidades asociadas con las ramas que emanan de los eventos de oportunidad y los ingresos asociados con diversas alternativas del problema; de donde la evaluación de las alternativas está basado en el uso del criterio del valor esperado, ya que los resultados esperados son denotados por el riesgo.

Resumiendo: La lotería, es un evento decisorio del árbol de decisiones, caracterizado por ser un evento probabilístico con decisión bajo riesgo, donde se cuenta con cierta certidumbre de solución pero con alto riesgo.

Equivalente bajo certeza, una vez conocido el concepto de lotria podemos considerar el concepto de equivalente bajo certeza, que es una forma de solucionar la lotería. Comenzaremos por decir que el equivalente bajo

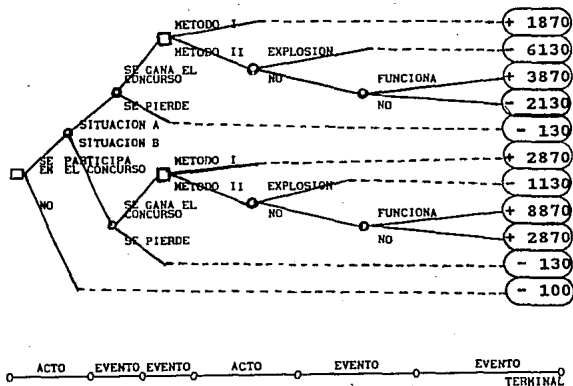
certeza es el punto de indiferencia entre una solución segura de obtener y la lotería que cuenta con un cierto grado de inseguridad.

De lo anterior diremos que equivalente bajo certeza de una situación incierta es la mínima cantidad por la cuál el decisor está dispuesto a cambiar esa situación que posee.

Esto quiere decir que cuando se encuentre uno en una situación de decisión bajo incertidumbre y riesgo, y se cuente con una solución aceptable y segura, sin ningún riesgo evalúe ambas para hacer un balance de intereses, y así tenga la capacidad de continuar con la decisión bajo incertidumbre y riesgo (lotería) ó se elija la opción bajo certeza. Donde a esta capacidad de elección se le conoce como equivalente bajo certeza.

Para conocer mejor estos dos conceptos a continuación se presentará el siguiente ejemplo:

Consideremos un problema de concurso cualquiera, cuyo árbol de decisión es el siguiente:



Consideremos la lotería A en el diagrama, el cuál se encuentra en incertidumbre y riesgo. Tomamos ahora en cuenta que alguien ofrece una solución con certeza a cambio de la lotería A, el decisor la aceptaría o no. Posiblemente ocurriría lo que se muestra en la tabla siguiente.

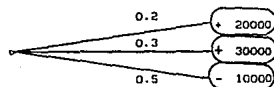
LOTERIA A	LE OFRECEN BAJO CERTEZA	EL DECISOR PREFERE
+3870	+ 3870 o más menos de 3870, pero cerca de esa cantidad	la cantidad bajo certeza la cantidad bajo certeza
EL METODO	-----	-----
+2500	+ 2500	Le da lo mismo la canti- dad bajo certeza que la lotería A.
-----	-----	-----
-2130	más de -2130, pero cerca de esa cantidad. -2130 o menos	Lotería A. Lotería A.

Recordemos que el punto de inferencia entre la cantidad y la lotería A se conoce como su equivalente bajo certeza.

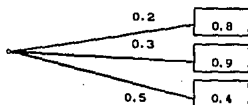
Método para el cálculo del equivalente bajo certeza para una lotería:

- 1).- Sustitúyase los valores terminales por su preferencia correspondiente.
- 2).- Calcúlese la preferencia de la lotería que es la preferencia esperada.
- 3).- En la curva determínese el valor que corresponde a la preferencia de la lotería y ese será su equivalente bajo certeza.

Ejemplo:

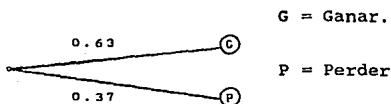


i).- Sustituyendo los valores por su preferencia queda:

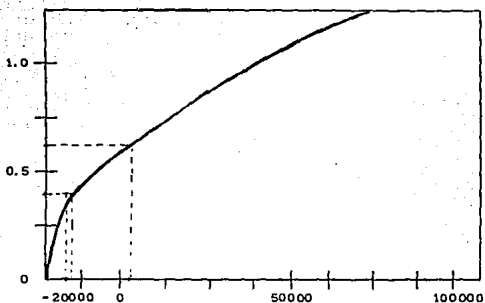


ii).- La preferencia esperada es igual a:

$$(0.2 \times 0.8) + (0.3 \times 0.9) + (0.5 \times 0.4) = 0.63$$



iii).-



De la curva de preferencia el equivalente bajo certeza de la lotería es igual a 2000.

De este subcapítulo se puede concluir que para analizar un problema es necesario el cálculo de los equivalentes bajo certeza. Donde para determinar los equivalentes bajo certeza se debe contar con las probabilidades y las preferencias.

IV.2 OBTENCION DE FUNCIONES DE UTILIDAD DE UN SOLO ATRIBUTO

Comenzaremos por conciderar a la función de utilidad como la pérdida (utilidad) en términos generales, como la medida apropiada de las consecuencias de tomar una acción, dado un estado de la naturaleza. Sin embargo, existen muchas situaciones en la que esto es inadecuado. Ejemplificando, la gente compra seguros, aunque sea una inversión pobre, porque la compañía de seguros debe pagar los gastos y obtener una utilidad; cabría preguntarnos... ¿ Este ejemplo invalida el material anterior ?. La respuesta es no, ya que existe una manera de transformar los valores monetarios en una escala apropiada que refleja la preferencia de quién toma las decisiones, conocido como escala de utilidad y se convierte en la medida apropiada de las consecuencias de tomar una acción dado un estado de la naturaleza.

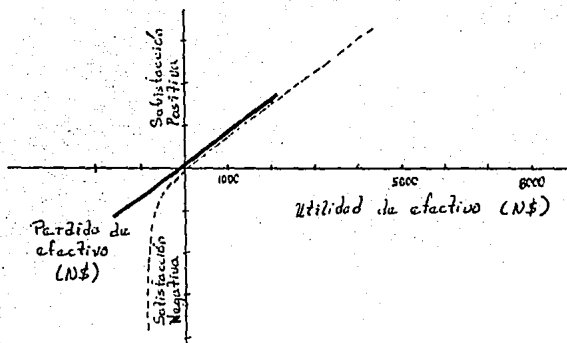
El caso más común de utilidad es el de aversión. Cuando aumenta el capital la aversión aumenta, permanece constante o disminuye. Esto se conoce observando como varía la pérdida (riesgo o utilidad). Si la pérdida aumenta al crecer el capital se tiene u comportamiento de aversión creciente al riesgo. Para comprender mejor concideremos el siguiente ejemplo apropiado para uno como estudiante.

Supongamos que usted es el típico estudiante de postgrado con dos niños y el dinero justo para terminar el semestre, y un amigo le ofrece venderle una oportunidad de 0.9 de ganarse N\$ 10.00 por solo N\$ 1.00. Lo más probable es que razone el problema en términos de valores esperados y piense como sigue: ¿ Es $0.9 \times N\$ 10.00$ mayor que N\$ 1.00 ?. Porque N\$ 9.0 (el valor esperado de la apuesta) es 9 veces mayor que el costo de la apuesta (N\$ 1.00), se podría sentir inclinado a aceptarle a su amigo su oferta. Aún si perdiera ese N\$ 1.00 no le afectaría su situación materialmente

Supongamos ahora que su amigo le ofrece venderle una oportunidad de 0.9 de ganar N\$ 1,000.00 por N\$ 100.00 . La pregunta que usted cavilaría es ¿ Es $0.9 \times \text{N\$ } 1,000.00$ mayor que N\$ 100.00 ?. Por supuesto N\$ 900.00 (el valor esperado de la apuesta) es aún 9 veces el costo de la apuesta (N\$ 100.00), pero lo más probable es que lo pensaría dos veces antes de poner el dinero ¿Por que?. Aún cuando el placer de ganar N\$ 1,000.00 será alto, la pena de perder sus N\$ 100.00 difícilmente ganados podría ser más de lo que usted quisiera sentir.

Finalmente, supongmos que su amigo le ofrece venderle una oportunidad de 0.9 de ganarse N\$ 10,000.00 a cambio de todos sus bienes, que resultan valer N\$ 1,000.00 si usa el valor esperado como su criterio de decisión, se haría la pregunta ¿ Es $0.9 \times \text{N\$ } 10,000.00$ mayor que N\$ 1,000.00 ? con la misma respuesta que antes, a saber, " sí ". El valor esperado de la apuesta (N\$ 9,000.00), es aún 9 veces mayor que el costo de la apuesta (N\$ 1,000.00), pero ahora probablemente le diría que no a su amigo, no porque el valor esperado de la apuesta no sea atractivo, sino porque el pensamiento de perder todos sus bienes es un resultado completamente inaceptable.

En este ejemplo, el estudiante cambió el criterio de decisión alejándose del valor esperado tan pronto como el pensamiento de perder N\$ 1,000.00 era demasiado doloroso a pesar del placer de ser ganador de N\$ 10,000.00. En este punto, el estudiante no estaba conciderando el valor esperado sino pensando únicamente en la satisfacción. En este sentido, satisfacción se refiere exclusivamente al placer o falta del que uno derivaría de ciertos resultados. De nuestro ejemplo la curva de satisfacción es:



Notemos que la curva de satisfacción es lineal cerca de origen (la ganancia de N\$ 1.00 es tan placentera como la pérdida de N\$ 1.00 es penoso en esta región); se va rápidamente hacia abajo cuando la pérdida potencial se eleva a niveles cercanos a N\$ 1,000.00 ya que el desagrado de perder N\$ 1,000.00 es mayor que el placer de ganar muchas veces esa cantidad. Por lo que podemos decir que la forma de la curva de satisfacción de uno, es un producto de la constitución psicológica de uno, de las expectativas de uno acerca del futuro y la decisión o acto en particular que se está en ese momento.

Por lo anterior podemos decir que resulta más difícil manipular la función de utilidad que obtenerla. El determinar el índice de utilidad de un individuo es con frecuencia una tarea tediosa y absorbadora de tiempo, pero puede resultar incluso más difícil obtener un índice que represente la política de una organización. Ya que el procedimiento para obtener la función de utilidad, es el de formular una serie de preguntas necesarias para establecer una escala de utilidad, como las siguientes, donde la pregunta inicial podría ser, ¿Que cantidad de efectivo estaría usted dispuesto a aceptar en lugar de un contrato

que le asegure (con probabilidad de 1.0) una ganancia de $N\$X$? Cualquier persona inteligente pediría por lo menos $N\$X$, aún cuando esperara recibir más. Pero cambia la probabilidad con por ejemplo 0.8 por ganar 0.2 por perder; preguntariamos que cantidad está dispuesto a ganar en lugar de un contra que le asegure ganar 0.8 $\$X$ y perder 0.2 $\$X$. La elección dependería basicamente del grado de riesgo que desee obtener. Ahora continuando con este procedimiento a lo largo de un intervalo escogido de probabilidad discreta, obtendríamos su escala de utilidad o función de utilidad, del individuo esperado, establecer el equivalente monetario del individuo.

Pero tomemos en cuenta que las cestionones laterales que surgen a consecuencia de la reducción de las preguntas, pueden ocasionar distracciones que se manifiestan como respuestas inconsistentes. Ya que existe siempre la posibilidad de que en otros días se hubieran obtenido distintas respuestas por razón de un cambio de humor, de las prespectivas temporales de la persona que esta siendo interrogada.

Resultará también aparente que una unción de utilidad corresponde a un grupo determinado de alternativas no sea necesariamente válida para otro grupo de alternativas. Son muchas las concideraciones intangibles que acompañan la elección de cualquier clasificación especifica. Un gerente podría indicar una ficción de utilidad que mostrará claramente actitudes conservadoras hacia acciones industriales, pero su actitud podría ser totalmente diferente al verse ante una mesa de juego o en la bolsa de valores.

IV.3 ANALISIS DE LAS CANTIDADES DE RIESGO

Comenzaremos por definir la prima de riesgo que esta intimamente ligada a las actitudes de riesgo. Para definir la prima de riesgo diremos que es la diferencia existente del valor esperado menos el equivalente bajo certeza. Una vez definida diremos que si la prima de riesgo es positiva se tiene la actitud de aversión al riesgo, y representa la cantidad que uno está dejando de ganar por esa aversión. Por otra parte si la prima de riesgo es igual a cero el comportamiento es de neutralidad al riesgo y si la prima de riesgo es negativa se trata de una actitud de propensión al riesgo y representa la cantidad en que valúa esa propensión.

AVERSION AL RIESGO

El caso más común es el de aversión al riesgo. Cuando aumenta el capital esa aversión puede aumentar, permanecer constante o disminuir. Esto se conoce observando como varía la prima de riesgo. Si la prima de riesgo aumenta al crecer el capital se tiene un comportamiento de aversión creciente al riesgo

Si la prima no varía al aumentar el capital se trata de aversión constante. Y si la prima de riesgo disminuye al aumentar el capital la aversión al riesgo es decreciente. Este es el comportamiento más común, mientras más capital tenemos mayor riesgo dispuesto a afrontar.

NEUTRALIDAD AL RIESGO

Consideran las características particulares que puede presentar una lotería con respecto al riesgo y de la capacidad de aventura que tenga el decisor. Podemos decir que la naturaleza de neutralidad al riesgo esta intimamente ligada al poder adquisitivo y emocional en que se encuentra el decisor ya que si se cuenta con alto grado de estabilidad económica y emocional el decisor puede tomar una cantidad de indiferencia ante el riesgo y por lo tanto le dá lo mismo ganar o perder y solo le interesa el estado de aventura (riesgo).

Este tipo de comportamiento ante el riesgo no es muy común ya que regularmente el riesgo en tomado como tal, como riesgo; y casi nunca se encuentra uno en el punto, en el que se tome con neutralidad el riesgo.

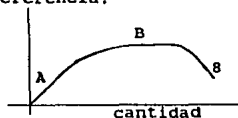
PROPENSION AL RIESGO

Este comportamiento de propensión al riesgo, es elestado más audas que se presenta ante el riesgo, ya que tomando en cuenta el riesgo que se presenta y de sus consecuencias que se tendrían al tomarlo el decisor, decide en tomar el riesgo pretendiendo con ello mejorara en cierta forma, aunque con ello implique que al no ganar se pierda mucho.

Este tipo de comportamientos es tomado en personas o empresas que pretenden sobresalir o ganar arriesgando, tomando el famoso dicho: " El que no arriesga no gana ". La propensión ante el riesgo resulta ser muy buena en algunas ocaciones pero podría decirse que no es muy recomendable, si el decisor al término de la lotería pierde y se dá cuenta del costo de esa decisión se arrepiente; por que si se encuentra en otra situación de riesgo basado en la experiencia optaría por la aversión.

Tomando en cuenta lo anterior, diremos que, el comportamiento del decisor puede clasificarse como: preferencia.

- A: Propensión al riesgo....creciente
 B: Neutralidad al riesgo...constante
 C: Aversión al riesgo.....decreciente



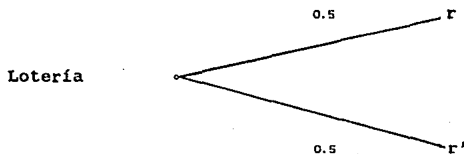
Para diferenciarlos aún mejor consideremos lo siguiente:

Howard Raiffa demuestra que la prima de riesgo de una lotería está relacionada con la función de aversión local al riesgo, R , de la manera siguiente:

$$PR \sim 1/2 \left(\frac{r - r'}{2} \right)^2 R; \text{ para } r - r' \text{ pequeña:}$$

Donde: PR = Prima de riesgo de la lotería.

En este consideramos la lotería de lanzar una moneda al aire que tiene la misma probabilidad de caer aguilá o sol.



$$R = -p''/ p'$$

donde p'' y p' son la primera y segunda derivada de la función de preferencia p respectivamente.

Variar el capital y conciderar la misma loteria equivale a aumentar r pero mantener la diferencia $r - r'$ constante. Entonces la prima de riesgo se comporta de la misma forma que la función de aversión local al riesgo.

Se analizarán distintas funciones para ver a que tipo de comportamiento corresponden.

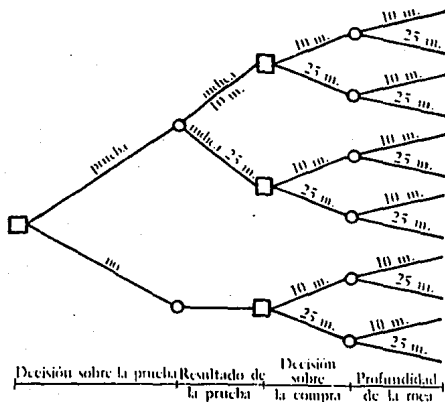
- a).- $p = r^2 + brb \geq 0, r \geq -b/2$ R es negativo, luego la prima de riesgo es negativa y se trata de:
 $p' = 2r + b$
 $p'' = 2, y$
 $R = -p''/ p' = -2/ (2r + b)$ Propesión de al riesgo
- b).- $p = r$ R es cero, luego la prima de riesgo es cero independiente de r por lo que el comportamiento es de Neutralidad al riesgo.
 $p' = 1$
 $p'' = 0; y$
 $R = -p''/ p' = 0/ 1 = 0$
- c).- $p = r^2 + ar; r \leq a/2$ R es positiva, la prima de riesgo es positiva y se tiene aversión al riesgo. Cuando aumenta r , R va aumentando, por lo que se tiene aversión creciente al riesgo.
 $p' = -2r + a$
 $p'' = -2$
 $R = -p''/ p' = 2/ (a-2r)$
- d).- $p = -\exp(-r/ c)$ R es una constante positiva, luego la prima de riesgo también será constante positiva para un comportamiento de aversión constante al riesgo.
 $p' = +(1/ c) \exp(-r/ c)$
 $p'' = -(1/ c^2) \exp(-r/ c)$
 $R = -p''/ p' = 1/ c$
 (Raiffa demuestra que es la única función para este comportamiento)
- e).- $p = (r + b)^{-2}; r > -b$ R es positiva y cuando aumenta el capital aumenta r y disminuye R , por lo que la aversión al riesgo es decreciente.
 $p' = -2(r + b)^{-3}$
 $p'' = 6(r + b)^{-4}$
 $R = -p''/ p' = 3/ (r + b)$

IV.4 PLANTEAMIENTO Y SOLUCION A LOS PROBLEMAS DE DECISION BAJO RIESGO UTILIZANDO LAS FUNCIONES DE UTILIDAD

El problema que se plantea en este capítulo será el de longitud de pilotes, ya que es un ejemplo práctico y muy íntima relacionado con la carrera de Ingeniero Civil en minimización de costos.

El gerente de la Cía. ICASA. debe decidir la longitud de los pilotes que va a comprar para la cimentación de una obra que tiene contratada. Esta decisión depende de la profundidad a la que se encuentra la roca, la cuál puede ser de 10 m. o de 25 m.

En vez de decidir inmediatamente él puede sujetar el terreno a una prueba que le dará una indicación de la profundidad, aunque esta indicación no puede aceptarse con seguridad absoluta. Para ayudarlo a decidir al gerente llama a un miembro joven del grupo de análisis de operaciones de ICASA. y le explica el problema. Después de varias horas se llega al siguiente diagrama.



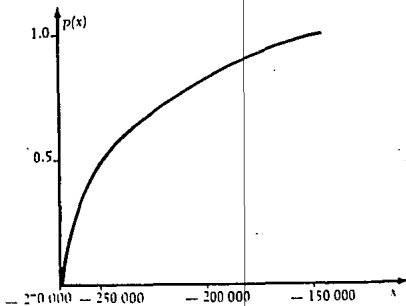
Se a encontrado la información siguiente:

Evento	Probabilidad incondicional	Probabilidad condicional con profundidad de 10 m.	Probabilidad condicional con profundidad de 25 m.
profundidad 10m	0.6		
profundidad 25m	0.4		
Resultado de la prueba: 10m.		0.9	0.2
Resultado de la prueba 25m.		0.1	0.8

Donde el costo de la prueba es de N\$ 20,000.00 y los demás se muestran en la tabla.

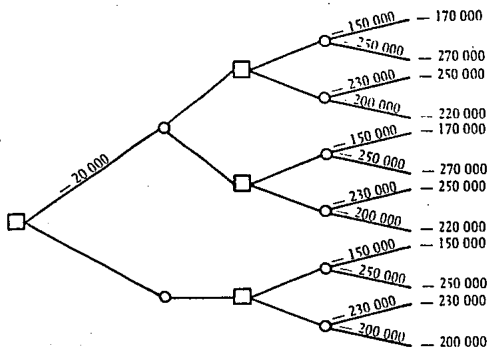
	Profundidad de la roca es 25	Profundidad de la roca es 10
Se compran pilotes de 25	\$ 200000	\$ 230000
Se compran pilotes de 10	\$ 250000	\$ 150000

Considerando la política de la empresa la función de utilidad es según el diagrama de pensión al riesgo.



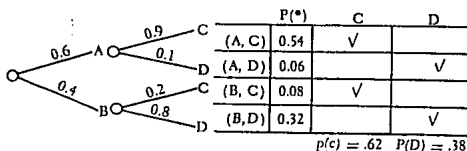
Solución:

1° En el diagrama de flujo anterior indica los flujos parciales de dinero y evaluar los terminales.



2° Se calcula de las probabilidades para el diagrama obteniendo:

Se tiene



Donde:

EVENTO A: La profundidad de la roca es de 10 m.

EVENTO B: La profundidad de la roca es de 25 m.

EVENTO C: La prueba indica que la profundidad es de 10 m.

EVENTO D: La prueba indica que la profundidad es de 25 m.

Se procede a calcular:

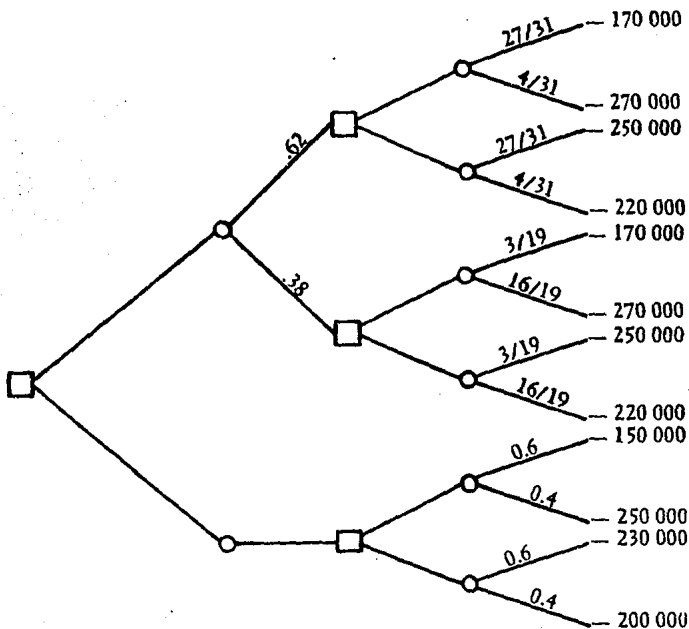
$$p(A/C) = p(A,C) / p(C) = 0.54 / 0.62 = 27 / 31$$

$$p(B/C) = 1 - 27 / 31 = 4 / 31 \text{ ya que } p(A/C) + p(B/C) = 1$$

$$p(A/D) = p(A,D) / p(D) = 0.06 / 0.38 = 3 / 19$$

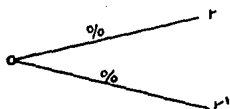
$$p(B/D) = 1 - 3 / 19 = 16 / 19 \text{ ya que } p(A/D) + p(B/D) = 1$$

Ahora el diagrama queda como sigue:



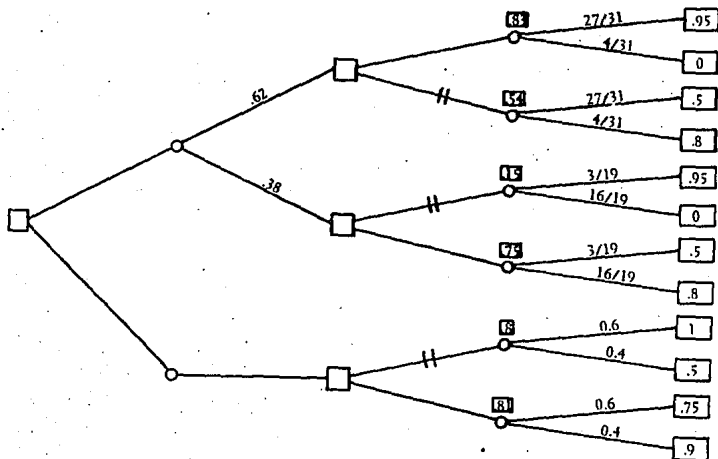
3° Se sustituye el valor por su preferencia y se calcula en cada punto de incertidumbre, su preferencia esperada sustituyendolo por el punto. Cuando un punto de decisión es terminal se selecciona el acto que maximiza la preferencia.

Los valores de preferencia se obtienen de la curva de preferencia y el cálculo de la preferencia se obtiene de la siguiente forma:

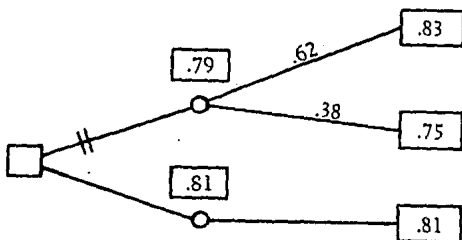


Su preferencia esperada es $\%r + \%r^1$

Aplicando lo anterior el diagrama de flujo queda como sigue:



El diagrama queda como sigue, donde se calcula la preferencia esperada de cada punto de incertidumbre.



Luego analizando el diagrama inicial del problema según el resultado obtenido, la estrategia óptima es no hacer prueba y comprar pilotes de 25 m., sin tomar en cuenta la profundidad real.

CONCLUSIONES:

Es conveniente recordar que se está analizando decisiones sólo para un decisor, una razón por la cuál no se hacen comparaciones interpersonales en cuanto a preferencia, es que la preferencia cero para una persona será diferente al de otra y no podemos medir cuando algo tiene la misma preferencia para ambas. En otras palabras para un decisor no tiene importancia cuál de todas las curvas de preferencia estratégicamente equivalentes selecciona, ya que es correcto utilizar cualquiera de ellas. Con varias personas habrá que seleccionar para cada persona una curva que sea comparable con la de las otras, pero aún no se vé la forma de corregirlo.

TEMA IV

FUNCION DE LA UTILIDAD CON MULTIOBJETIVOS

TEMA V: FUNCION DE UTILIDAD CON MULTIOBJETIVOS

OBJETIVO: Conocer y aplicar un método para ponderar la importancia de los objetivos, obtener una medida común de efectividad para el conjunto de resultados y evaluar las alternativas en esos términos.

En el tema anterior se intento dar una introducción intuitivamente atractiva a la materia de la teoría de la utilidad. Sin embargo, existe un cuerpo formal del conocimiento que apoya estas ideas. el concepto de una función de utilidad depende de, un conjunto de suposiciones a cerca de la conducta racional. Tales suposiciones son, en términos generales, las siguientes:

- Quién toma las decisiones puede comparar dos alternativas y establecer de manera congruente sus preferencias por una o establecer que es indiferente entre las dos alternativas.
- Suponga que quién toma las decisiones prefiere A_1 en vez de A_2 , y que prefiere a A_2 en vez de A_3 ; esto es, sus preferencia son transitivas.
- Suponga que quién toma las decisiones prefiere a A_1 en vez de A_2 y que prefiere a A_2 en vez de A_3 . Debe existir entonces una probabilidad p tal que quién toma las decisiones sea indiferente entre A_2 y un juego con una probabilidad p de obtener A_1 y una oportunidad de $(1-p)$ de obtener A_3 .
- Suponga que quién toma las decisiones es indiferente entre A_1 y A_2 . Entonces para cualquier alternativa A_3 y la probabilidad p , quién toma las deciosiones es indife-rente entre un juego con una probabilidad p de obtener A_1 y una probabilidad $(1 - p)$ de obtener A_3 , y un juego con una oprtunidad de p de obtener A_2 y una oportunidad de $(1-p)$ de obtener A_3 .

Tomemos en cuenta que la mayoría de las personas no son absolutamente consistentes en sus decisiones en todo momento y en algunas situaciones pueden violar una o más de las suposiciones anteriores. Sin embargo, éstas suposiciones parecen proporcionar una definición de la conducta que está de acuerdo con la noción de la toma de decisiones racional. Más aún, si se aceptan estas suposiciones se infiere que maximizar los valores esperados de la función de utilidad es el modelo evaluativo apropiado para situaciones de elección arriesgadas

V.1 Elementos del problema de multiobjetivos

Antes de ver los elementos del problema de multiobjetivos consideremos el método de reducción de problemas con varios objetivos y entender aún mejor los problemas de multiobjetivos con relación a problemas de un solo objetivo. Para ello el decisor debe:

- Seleccionar alguna posición terminal como su posición base.
- En cada posición terminal escribe las diferencias con su posición base.
- En las diferencias positivas determinar la mínima cantidad en dinero para la cual estaría dispuesto a pagar para pasar a la posición base (se ha considerado que los pagos son en dinero, pero no es necesario, puede ser otra utilidad).
- Ajustar los valores terminales sumándole la cantidad del punto anterior, si la diferencia fue positiva y restandolas si fue negativa.
- Analizar el problema como si tuviera un sólo objetivo.

Tomando en cuenta lo anterior consideremos ahora los elementos con los que debe contar un problema de multiobjetivos, cualquiera que sea la forma en que se presente el problema; siendo cinco los elementos básicos.

- 1.- Debe existir un objetivo principal, de entre una serie de objetivos que el decisor desea alcanzar, bien definido; este objetivo puede servir para maximizar la contribución utilizando los recursos disponibles, o bien, puede producir el mínimo costo posible utilizando una cantidad limitada de factores productivos, o bien puede determinar la mejor distribución de los factores productivos dentro de un cierto periodo.
- 2.- Debe haber cursos de acción alternativos, uno de los cuales alcanzará los objetivos, por ejemplo la venta de un producto o de otro que dá la misma utilidad.
- 3.- Los recursos deben de estar en oferta limitada, ya que los recursos deben ser finitos y económicamente cuantificables. Por ejemplo una planta de fabricación tiene un número limitado de horas disponibles de mano de obra, siendo estas horas finitas.
- 4.- Las variables deben estar interrelacionadas, ya que la condición necesaria es que sea posible formular relaciones matemáticas entre las variables que describen el problema.
- 5.- Debemos poder expresar los objetivos del decisor y sus limitaciones como ecuaciones y desigualdades matemáticas, y estas deben ser ecuaciones o desigualdades lineales, la linealidad es término matemático que se usa para describir sistemas de ecuaciones simultaneas de primer grado que satisfagan la función objetivo y sus restricciones. Ya que así como la función objetivo debe expresarse las restricciones matemáticas por medio de ecuaciones o desigualdades. En

escencia, este requisito exige que el objetivo del decisor y sus restricciones sean expresadas matemáticamente como ecuaciones o desigualdades.

V.2 Relación entre los objetivos

Un punto importante que se debe considerar antes que nada en el esfuerzo de la solución del problema es la identificación real de los objetivos que son importantes para comparar las alternativas. Estos objetivos (También llamados atributos, criterios, resultados o metas), son simplemente los resultados que son afectados por la elección de una alternativa y que también afectan la preferencia de una alternativa por parte de quién toma las decisiones. La tarea de considerar los aspectos del sistema que serán afectados por la elección pueden ser la tarea más difícil e importante en el análisis. El desarrollo de un modelo evaluativo y de uno predictivo se puede tener que llevar a cabo simultáneamente o interactivamente, debido a que los criterios pueden cambiar conforme la persona que toma decisiones aprende más acerca del problema.

Como una alternativa el administrador puede empezar con una exposición general de su propósito, un objetivo general, y perfeccionar esta afirmación en puntos cada vez más específicos. El resultado es una representación jerárquica de criterios que terminan en el nivel más bajo, con criterios cuyos valores asociados se pueden determinar.

Por lo anterior diremos que siempre en cualquier problema de decisión hay un objetivo, lo mismo sucede en el problema con multiobjetivos, ya que, aunque presenta una serie de objetivos individuales que son analizados independientemente, a la vez, todos estos objetivos son encerrados en un solo objetivo principal conocido como posición base (objetivo central), que es el fin principal que se persigue en una decisión, teniendo o no una serie de

objetivos particulares que lo conformen. Por lo que el problema de multiobjetivos puede ser atacado como un problema con un solo objetivo.

V.3 Seperabilidad de las funciones de utilidad.

El caso más simple de función de utilidad es aquel en que se tiene un criterio de decisión simple, ya que el valor del criterio sería como una función de utilidad simple. A hora supongamos que la función del criterio no es tan simple. De hecho supongámos que es sumamente compleja, y que la controla la influencia de docenas de variables.

En un caso tal, en la gráfica de la función de utilidad puede haber muchos mínimos o máximos, "locales" o posiblemente un óptimo "global". O puede haber más de un óptimo global dado el criterio, teniendo como resultado flexivilidad para la administración en decisiones que son igualmente aceptables desde el punto de vista del criterio.

Lo que debemos de tomar en cuenta en lo anterior es que las funciones de utilidad en problemas complejos deben ser separables, para así, analizar los problemas en forma más adecuada y simple. Esto se logra si los objetivos así como las funciones son mutuamente independientes entre si, y además cumplan con las condiciones siguientes.

Consideremos a r como un atributo, donde la medida de preferencia se representa como $p(r)$, y $p(r/f)$ es la preferencia condicional para el atributo r dado que se tiene el atributo f , donde r y f son dos atributos preferencialmente independientes si se cumple que $p(r/f) = p(r)$. Ahora la independendencia de primer orden se tiene cuando un atributo es independiente de los demás, por

ejemplo si $p(r/f, g, h, \dots) = p(r)$ donde se dice que r es independiente en preferencia de primer orden de los atributos f, g, h, \dots .

La independencia por pares, ocurre cuando, dos atributos son independientes de los demás, Cuando se cumple que los atributos son independientes preferencialmente tanto individualmente (primer orden) como por pares, la función de preferencia conjunta es de tipo multiplicativo.

$$p(r, f, g, h, \dots) = [1 + B_1 P_1(r)] [1 + B_2 P_2(r)]$$

Si además de las condiciones anteriores se cumple con la propiedad de marginalidad por pares de la función de preferencia sera de tipo aditivo.

$$p(r, f, g, h, \dots) = \lambda_1 p_1(r) + \lambda_2 p_2(f) + \dots$$

V.4 Independencia aditiva.

Tomando en cuenta lo anteriormente descrito, diremos lo que se desea obtener es una función de utilidad $U(r, f, g, h, \dots)$ de criterio o resultados múltiples. Sin embargo sería difícil interactuar con quien toma decisiones para aproximar una función tal sin algunas suposiciones que lo simplifiquen.

La suposición más sencilla es que $U(r, f, g, h, \dots)$ es aditiva. Esto significa que se puede escribir como.

$$U(r, f, g, h, \dots) = \lambda_1 p_1(r) + \lambda_2 p_2(f) + \dots$$

donde: p_k son las funciones de utilidad numeradas del 0 al 1
 λ_k son las constantes escalares o "pesos".

La implicación práctica de esta suposición es que ahora se puede considerar cada criterio independientemente de los otros y así aplicar los métodos para estimar las funciones de criterios únicos u_k .

Desafortunadamente, no siempre el modelo evaluativo para criterios múltiples para una persona específica que toma decisiones se puede escribir en esta forma aditiva. Esto es, puede no ser posible determinar las funciones u_k y las constantes escalares λ_k de tal manera de que el modelo aditivo refleje exactamente las preferencias de quien toma las decisiones. Esta forma aditiva es apropiada solamente si los criterios son *independientes*. Por lo que la función aditiva de utilidad se puede utilizar si las preferencias de quien toma las decisiones (o "sentimientos"), acerca de los valores de un criterio no están influidas de manera alguna por los valores de otros criterios.

V.5 Cálculo de las constantes de las funciones.

Existen dos tareas que se deben realizar para la determinación de la función aditiva de utilidad. Primero se debe determinar la función de utilidad de criterio simple u_k para cada criterio , y después, estimar la constante escalar λ_k .

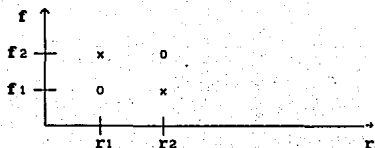
Si las suposiciones de independencia se satisfacen, habrá que determinar las funciones de utilidad u_k definidas en el criterio $k = 1, \dots, m$. Se puede hacer esto considerando cada criterio por separado y determinando la función de utilidad. Se puede empezar construyendo la función de utilidad de criterio simple u_1 para el costo total. Se debe identificar el " mejor " costo total, que es tan bajo o menor que cualquier costo total de cualquier alternativa en consideración, y el " peor " costo total, que es tan alto o mayor que cualquier costo total que se considere.

La determinación de un factor de escala o constantes (peso) λ_k para k -ésimo criterio parece simple, pero hay un punto que se debe recalcar. En general este peso no es una medida de la " importancia relativa " de cada criterio. Este punto es especialmente importante debido a que con frecuencia se ignora erróneamente en aplicaciones de los modelos evaluativos aditivos para criterios múltiples.

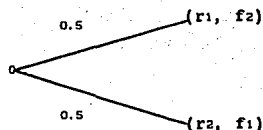
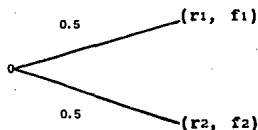
El peso refleja la importancia relativa de cada criterio desde su peor hasta su mejor valor, en donde los valores "peor" y "mejor" son los que se utilizan en determinar las funciones de utilidad unidimensional. Como una alternativa especialmente apropiada en situaciones riesgosas, se pueden utilizar juegos para estimar cada λ_k . Supóngase que se desea λ_k , se pide a quien toma las decisiones que identifique la probabilidad p tal que él sea indiferente entre:

- Una alternativa con el mejor valor posible seguro para el criterio k y el peor valor posible seguro para todos los otros criterio.
- Enfrentar un juego con una probabilidad p de obtener una alternativa con los mejores valores posibles para todos los criterios (incluyendo k) y una probabilidad de $1 - p$ de obtener una alternativa con los valores más bajos posibles para todos los criterios.

Ejemplo: Consideremos los dos atributos r y f .



Fórmese las loterías.



Si existe diferencia entre estas loterías para cualquier valor de r_1 , r_2 , f_1 y f_2 , se dice que existe la marginalidad por pares. Para la determinación de las λ , se consideran tres atributos $[r, f, g]$ la generalización para mayor número es inmediata.

Considere r^* como límite superior y r_* como el límite inferior y además $p(r^*) = 1$ y $p(r_*) = 0$, las mismas consideraciones para los otros tres atributos.

	Preferencia $p(r, f, g) = \lambda_1 p_1(r) + \lambda_2 p_2(f) + \lambda_3 p_3(g)$
$(r_* f_* g_*)$	0
$A(r^* f_* g_*)$	λ_1
$B(r_* f^* g_*)$	λ_2
$C(r_* f_* g^*)$	λ_3
$(r^* f^* g^*)$	$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$

Se le pide al decisor que ordene según sus preferencias las situaciones A, B y C. Suponga que él dice que B es la mejor y después le siguen A y C. Como B se prefiere a A y C es posible encontrar los valores f_1 y f_2 donde $f^* > f_1 > f_2$ tal que (r_*, f_1, g_*) es indiferente con (r^*, f_*, g_*) y (r_*, f_2, g_*) es indiferente con (r_*, f_*, g^*) .

Si son indiferentes su preferencia será la misma.

$$\rho(r_*, f_1, g_*) = \rho(r^*, f_*, g_*) \text{ y } \rho(r_*, f_2, g_*) = \rho(r_*, f_*, g^*)$$

es decir $\lambda_2 p_2(f_1) = \lambda_1$ y $\lambda_2 p_2(f_2) = \lambda_3$

donde: $p_2(f_1)$ y $p_2(f_2)$ son cantidades que se obtienen de la curva de preferencia $p_2(f)$.

Se tiene por tanto un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que al resolverse proporcionan los valores de λ_1 , λ_2 y λ_3 .

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_2 p_2(f_2) = \lambda_3 \\ \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \\ \lambda_2 p_2(f_1) = \lambda_1 \end{array} \right.$$

V.6 Aplicación a problemas de Ingeniería Civil

Considérese el problema de inundación y deslizamiento de tierra, ya que es un ejemplo de aplicación que está relacionado con la Ingeniería Civil, y a la vez es práctico para los problemas con multiobjetivos.

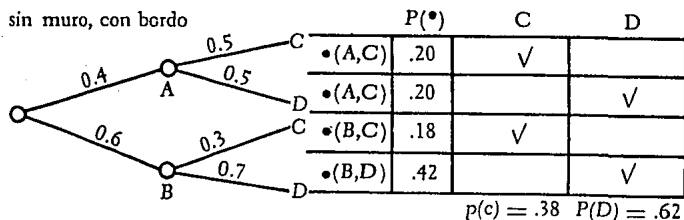
En el municipio de Villa X se están realizando obras para evitar que una avenida muy grande del río, inunde la población, las cuales estarán concluidas dentro de un año.

A partir de su diagrama de decisiones se a recolectado la información necesaria, la cuál se muestra a continuación.

Evento	Pr(evento)
Avenida grande del río en el año siguiente	0.2
Avenida pequeña	0.8
Deslizamiento	0.4

Evento	Probabilidad sin muro y sin bordo	Probabilidad con muro y con bordo	Probabilidad con muro y sin bordo
Deslizamiento	0.3	0.2	0.1

El resultado de la prueba es afirmativo o negativo y su probabilidad está dada en la figura siguiente.



Donde:

Evento A: Se tiene un deslizamiento de tierra.

Evento B: No hay deslizamiento.

Evento C: El resultado de la prueba es afirmativo.

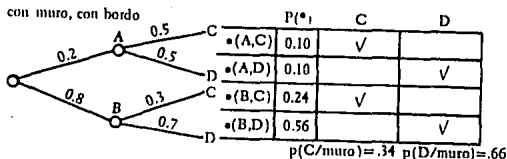
Evento D: El resultado de la prueba es negativo.

$$p(A/\text{ sin muro, C}) = 0.20 / 0.38 = 10/19$$

$$p(B/\text{ sin muro, C}) = 1 - p(A/\text{ sin muro, C}) = 1 - 10/19 = 9/19$$

$$p(A/\text{ sin muro, D}) = 0.20 / 0.62 = 10/31$$

$$p(B/\text{ sin muro, D}) = 1 - p(A/\text{ sin muro, D}) = 1 - 10/31 = 21/31$$



$$p(A/\text{ con muro, C}) = 0.10 / 0.34 = 5/17$$

$$p(B/\text{ con muro, C}) = 1 - p(A/\text{ con muro, C}) = 1 - 5/17 = 12/17$$

$$p(A/\text{ con muro, D}) = 0.10 / 0.66 = 5/33$$

$$p(B/\text{ con muro, D}) = 1 - p(A/\text{ con muro, D}) = 1 - 5/33 = 28/33$$

Consideremos la probabilidad dado que el muro resista.

Evento	Probabilidad condicional del evento dado que hubo deslizamiento.
Resiste el muro	0.7

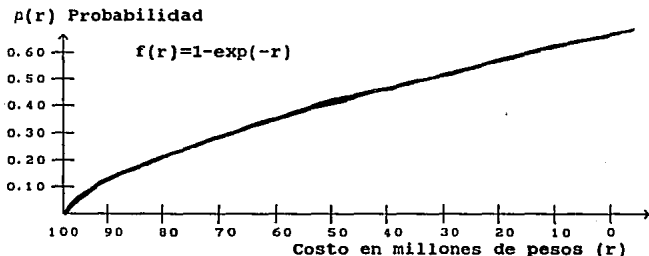
Tomemos en cuenta lo siguiente:

- El costo de la prueba geológica es de N\$ 100,000.00, construir el bordo N\$ 500,000.00 y el muro N\$ 400,000.00.
- En este problema el decisor considera que tiene tres objetivos:
 - 1.- Minimizar el costo de los trabajos e investigación.
 - 2.- Que la ciudad esté sin daño.
 - 3.- Que los ciudadanos tengan muy buena opinión de él.

- Según la investigación realizada el Sr. Garza, se ha determinado su comportamiento para el dinero, es de aversión constante al riesgo, cuya función de preferencia es la siguiente:

$$1 - \exp(-r)$$

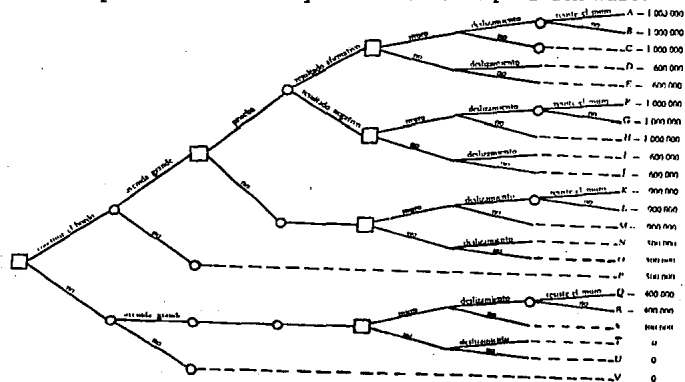
De donde, la curva de preferencia es la siguiente:



Tomando en cuenta para la construcción de esta curva lo anotado en el paso número 3 y 4 de la solución del problema.

Solución:

- 1.- En el diagrama indicar los flujos parciales, evaluar los puntos terminales y seleccionar la posición base.



En este ejemplo la posición base seleccionada es:
La ciudad está sin daño y los ciudadanos conocen que el decisor hizo todo lo posible por conseguirlo.

2.- Procederemos a continuación (tomando en cuenta la posición base) a escribir en cada posición terminal las diferencias con la posición base, a partir del diagrama de decisión anterior.

- A - 1000000 No hay diferencia con la posición base.
- B - 1000000 La ciudad está totalmente destruida.
- C - 1000000 No hay diferencia.
- D - 600000 La ciudad está totalmente destruida y los ciudadanos conocen que el Sr. Garza trabajó medianamente.
- E - 600000 Los ciudadanos conocen que actuó medianamente.
- F - 1000000 No hay diferencia.
- G - 1000000 La ciudad totalmente destruida.
- H - 1000000 No hay diferencia.
- I - 600000 La ciudad totalmente destruida y los ciudadanos conocen que el Sr. Garza trabajó medianamente.
- J - 600000 Los ciudadanos conocen que actuó medianamente.
- k - 900000 No hay diferencia.
- L - 900000 Totalmente destruida.
- N - 900000 No hay diferencia.
- M - 500000 Totalmente destruida, a medias.
- O - 500000 Los ciudadanos conocen que actuó medianamente.
- P - 500000 Hizo gasto innecesario.
- Q - 400000 Parcialmente destruida y los ciudadanos saben que actuó medianamente.
- R - 400000 Totalmente destruida y los ciudadanos conocen que actuó medianamente.
- S - 400000 Parcialmente destruida y actuó medianamente.
- T 0 Totalmente destruida y conocen que no hizo nada
- U 0 Parcialmente destruida y no hizo nada.
- V 0 No hay diferencia.

3.- Determinar las cantidades equivalentes a las diferencias.

El Sr. Garza piensa que por evitar la destrucción total de la ciudad, estaría dispuesto a pagar lo siguiente:

- Hasta 25 millones si los ciudadanos conocen que hizo todo lo posible para salvarla.
- Hasta 50 millones si piensan que trabajó de manera regular.
- Hasta 75 millones si saben los ciudadanos que no hizo nada.

Para evitar la destrucción parcial de la ciudad estaría dispuesto a pagar el Sr. Garza lo siguiente:

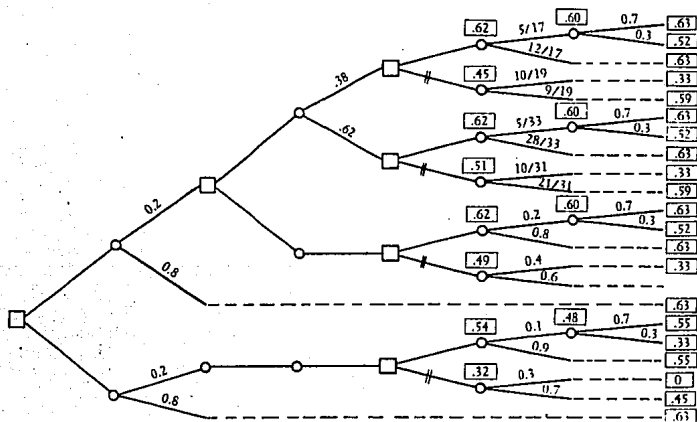
- Hasta 10 millones si los ciudadanos creen que actuó medianamente.
- Hasta 25 millones si los ciudadanos conocen que no hizo nada.

Para evitar que los ciudadanos conozcan que el Sr. Garza gastó inecesariamente estaría dispuesto a pagar hasta 1 millón. Hasta 10 millones para que los ciudadanos cambien su opinión de regular o buena con respecto a él. Hasta 15 millones para que la opinión que tienen de él, cambie de mala a buena.

4.- Procederemos ahora a ajustar los valores terminales y anotaremos sus preferencias con relación a la curva de preferencias y el segundo y tercer paso de la solución.

A - 1.0 millón	0.63	L - 25.9 millón	0.52
B - 26.0	0.52	M - 0.9	0.63
C - 1.0	0.63	N - 60.5	0.33
D - 60.6	0.33	O - 10.5	0.59
E - 10.6	0.59	P - 1.5	0.63
F - 1.0	0.63	Q - 20.4	0.55
G - 26.0	0.52	R - 60.4	0.33
H - 1.0	0.63	S - 20.4	0.55
I - 60.6	0.33	T - 100.0	0.0
J - 10.6	0.59	U - 40.0	0.45
K - 0.9	0.63	V - 0.0	0.63

5.- En el diagrama situar las probabilidades y preferencias



6.- Calculemos en cada punto de incertidumbre terminal su preferencia hasta tomar la decisión y continuemos así hasta llegar a el punto de la decisión inicial. Recordemos que se eligirá el de mayor valor y la suma de las probabilidades en cada punto terminal debe ser uno.

Procedimiento:

I: Se obtiene con las operaciones siguientes.

$$(0.30 * 0.62) + (0.62 * 0.63) = 0.63$$

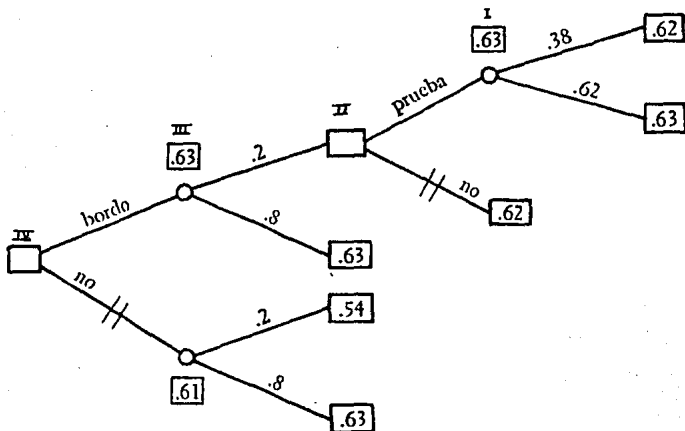
II: Se obtiene eliminando el de menor valor quedandonos el de mayor igual a 0.63

III: Se obtuvo con las operaciones siguientes.

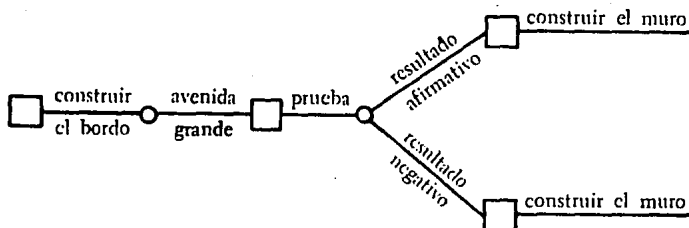
$$(0.20 * 0.63) + (0.80 * 0.63) = 0.63$$

IV: Se obtiene con las siguientes operaciones.

$$(0.20 * 0.54) + (0.80 * 0.63) = 0.61$$



Luego el diagrama de decisiones final queda de la siguiente forma, del cual se obtiene la estrategia óptima.



Por lo tanto la estrategia óptima es: Construir el borde, si se viene una avenida grande hacer la prueba y el muro.

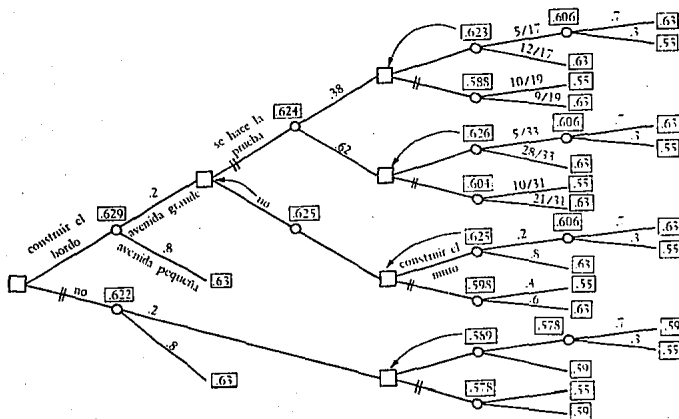
Al conocer el Sr. Garza este resultado y observando el diagrama, penso que no tenia sentido pagar por una prueba cuyos resultados no se van a utilizar ya que independientemente de lo que proporcione se construirá el muro. Por lo que tratando de encontrar inconsistencia en sus afirmaciones anteriores expresa lo siguiente:

- Para evitar la destrucción no esta dispuesto a pagar mas de 20 millones que es lo que costaría repararla.
- Para evitar la destrucción parcial no mas de 10 millones.
- Hasta 10 mil para que cambien su opinión de regular a buena con respecto a él.
- Hasta 20 mil para que la opinión pase de mala a buena pero solo en el caso en que este la ciudad total o parcialmente destruida.

Ahora con esta información procederemos a ajustar los valores terminales y sus preferencias.

A - 1.0 millón	0.62	L - 20.9 millón	0.55
B - 21.0	0.55	M - 0.9	0.63
C - 1.0	0.63	N - 20.51	0.55
D - 20.61	0.55	O - 0.5	0.63
E - 0.6	0.63	P - 0.5	0.63
F - 1.0	0.63	Q - 10.41	0.59
G - 21.0	0.55	R - 20.41	0.55
H - 1.0	0.63	S - 10.41	0.59
I - 20.61	0.55	T - 20.02	0.55
J - 0.6	0.63	U - 10.02	0.59
K - 0.9	0.63	V - 0	0.63

El diagrama de decisiones despues de ajustar los valores y sus preferencias queda como sigue.



Al analizar el diagrama de decisiones, en este caso la estrategia óptima es:

Construir el bordo, si viene la avenida grande construir el muro sin hacer ninguna prueba.

CONCLUSIONES

CONCLUSION

Una vez conocidos y analizados todos y cada uno de estos temas, concluimos que se ha cumplido principalmente con el objetivo del curso al conocer la técnicas del análisis de decisiones a problemas en condiciones de riesgo e incertidumbre así como sus aplicaciones, y en el requerimiento de la introducción de los conceptos de utilidad y multiobjetivos en problemas de riesgo, se pretendió presentarlos y analizarlos lo mas completo y explicito posible.

Ahora podemos apreciar que la toma de decisiones aspira a determinar el mejor curso de acción (óptima) de un problema de decisión con la restricción de recursos limitados, representado por medio de un modelo matemático, para así poder analizar el problema de decisión. Sin embargo, debemos tener en cuenta el grado de complejidad del problema, que puede llegar a ser eliminado si se toma el curso de acción adecuado que puede llegar a ser recíproco al grado de simplificación del sistema real.

Más sin embargo este curso de acción apropiado es elegido con cierto grado de exactitud, a raíz de la experiencia del decisor al conocimiento de antecedentes relacionados con el problema e de buenas bases que se tengan en el momento de la decisión, por lo que al princi-

pio de trabajo, que la toma de decisiones más que una solución, una metodología o una forma de acción de podría considerar como un arte. Ya que la validez del modelo que representa el sistema real en forma eficaz, depende principalmente de la creatividad e imaginación de equipo de la toma de decisiones y del equipo de trabajo que este relacionado con la aplicación del proyecto.

Aunque no es posible de presentar reglas fijas a cerca de la forma en que se construye un modelo, quizá resulte práctico presentar ideas acerca de posibles tipos de modelos, sus estructuras generales y sus características

Por lo que, la toma de decisiones debe considerarse como un vehiculo. Para resumir un problema de decisión, en forma tal que haga posible la identificación y evaluación sistemática de todas las alternativas de decisión del problema, llegando así a una decisión seleccionando la alternativa que se juzgue sea la mejor entre todas las opciones posibles.

Así mismo considero que se alcanzo el objetivo principal, por el cuál realice el rpesente trabajo. Que es el de proporcional al alumno y al que lo requiera como una arma más para la comprensión y el análisis de los conceptos de teoría de decisiones, en forma concreta y unificada. Debido a que no hay la suficiente y compilada información acerca del tema.

También considero que para el que desee tener un conocimiento general de la materia para su aplicación en este trabajo lo encontrará, con ello pretendo incrementar el interes y la aplicación de los conceptos de la materia, como parte cotidiana del decisor en forma adecuada.

Al mismo tiempo y para finalizar le sugiero a los lectores ampliar sus conocimientos en cada uno de los temas para ello se le dá al final una bibliografía que le servirá de apoyo pues contiene la información y ejemplos necesarios para el conocimiento profundo de la materia.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

LIBRO DE TEXTO:

- 1.- Acosta Flores Jesús, *Teoría de Decisiones, representaciones y servicios de Ingeniería*, 1975, 159 pp.
- 2.- Jack Benjamín, ET AL, *Probabilidad y Estadística en Ingeniería Civil*, Mc Graw-Hill, 1970, 175 pp.
- 3.- Valles Flores, J. Antonio del, *Apuntes de Decisiones*, F.I. UNAM, 1989. 86 pp.
- 4.- Hiller Federick S. y Liberman Gerarld J., *Introducción a la Investigación de Operaciones*, Ed. Limusa 1988. 906pp
- 5.- Gerez Victor y Grjalva Manuel, *El Enfoque de Sistemas*, Ed. Limusa, 1987, 580 pp.
- 6.- Prawda Witenberg Juan, *Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones*, Vol. II, Ed. Limusa, 1981, 900 pp.

LIBRO DE CONSULTA:

- 1.- Bajpai A. C., Claus I. M., Fairley J.A., *Métodos Estadísticos para estudiantes de Ingeniería y Ciencias*.
- 2.- Chernoff Herman, Mosses Lincol, *Teoría y Cálculo Elemental de Decisiones*, Ed. Limusa 1984 436 pp..
- 3.- Dinkel Kochenberger y Plane, "Administración Científica" Ed. Representaciones y Servicios de Ingeniería 1980, 436 pp.

- 4.- Fischburn, C.P., *Decisión and Value Theory*, Jhon Wiley 1971, 605 pp.
- 5.- Gallager Charles A., Watson Haugh J., *Métodos Cuantitativos para la Toma de Decisiones en Administración*.
- 6.- d'Garmo E. Paul, Canada John R., *Ingeniería Económica*.
- 7.- Howard, Raiffa, *Decisión Analysis*, Adison Wesley, 1968, 485 pp..
- 8.- Levin Richard I., Kirkpatrick Charles A., *Enfoque Cuantitativo a la Administración*.
- 9.- Riggs James L., *Ingeniería Económica*.
- 10.- Shamblin James E. y Steven G. T. Jr., *Investigación de Operaciones, Un enfoque fundamental*, Ed. Mc Graw - Hill 1979, 414 pp.
- 11.- Taha Hamdy A., *Investigación de Operaciones*.
- 12.- Thierauf Robert J., *Introducción a la Investigación de Operaciones*.
- 13.- Thuesen H. G., Frabicky W.J., *Ingeniería Económica*.