

01984  
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

N=1

2 Ej.

**FACULTAD DE PSICOLOGIA**

***DISCRIMINACION CONDICIONAL Y  
CONDUCTA MATEMATICA***

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE**

**DOCTOR EN PSICOLOGIA GENERAL**

**PRESENTA:**

**EXPERIMENTAL**

***Vicente García Hernández***

**Directora de Tesis: Dra. Graciela Rodríguez Ortega**

**Comité de Tesis:**

**Dra. Graciela Rodríguez, Dr. Serafin Mercado,  
Dra. Silvia Macotela, Dra. Laura Hernández,  
Dr. Javier Nieto.**

**Sinodales:**

**Dr. Héctor Ayala y Dr. Victor Alcaraz**

**Ciudad Universitaria, junio de 1994.**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

***A Diego y Periqueta,  
ejes de mi vida.***

## **Agradecimientos.**

*En lo que a agradecimientos respecta, es preferible ser criticado por comisión que por omisión. Realmente la presente tesis es resultado de muchos años de trabajo de mucha gente, profesores, estudiantes y programadores. Es paradójico esto con las escasas once sesiones de escasos 12 minutos que duró la más larga sesión con nuestros niños; pero es en realidad un trabajo de muchos años. Por esta razón, quiero expresar mi agradecimiento a Jesús de la Garza, por el diseño del programa y sus brillantes ideas; a personas que participaron en las tantas y tantas pruebas y correcciones del programa, como Socorro González y David Miranda. A este último también debo agradecer su participación tanto en las discusiones, como en la formación de este reporte y la integración de las gráficas y dibujos; a Edith Liceaga por su ayuda durante la puesta en marcha del estudio; a Edith Rivera y Georgina Lozano por la captura e integración de datos. Deseo agradecer también a mi amiga Conchita Suárez por el apoyo que siempre ha dado a mis proyectos al ofrecerme un escenario amable y a quien espero haber correspondido con la calidad y profundo respeto.*

*Resulta, también muy importante para mí, agradecer a mi Comité de Tesis: Dra. Silvia Macotela, Dra. Laura Hernández, Dr. Serafín Mercado, Dr. Javier Nieto, las atenciones a mis inquietudes, propuestas y empecinamientos. En especial quiero agradecer a la Dra. Graciela Rodríguez Ortega, Directora de esta Tesis, su tiempo y paciencia en las profundas y largas discusiones amatlecas en torno a esta tesis y otros temas que giraron alrededor de la misma. Asimismo, a dos sinodales que a pesar de ser buenos amigos y entrañables colegas desde hace muchos años, no serán cómplices de esta tesis ni en el examen respectivo: Dr. Héctor Ayala y Dr. Victor Alcaraz.*

*No puedo alejar de mis recuerdos la influencia distal de las enseñanzas de Emilio Ribes a lo largo de mi formación, ni del primer director de esta tesis Ely Rayek , quien por la búsqueda de un estilo de vida mejor (la de él), nos vimos obligados a suspender esta relación.*

# CONTENIDO

---

	<b>Página</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>7</b>
<b>I. INTRODUCCION</b>	<b>9</b>
<b>II. ANTECEDENTES Y MARCO TEORICO</b>	<b>25</b>
<b>1. Numerosidad de Objetos y Eventos</b>	<b>25</b>
<b>2. Numerosidad y Conducta de Contar</b>	<b>28</b>
<b>3. Conducta de Contar y Desligamiento de lo Concreto</b>	<b>38</b>
<b>4. Discriminación Condicional y Conducta Matemática</b>	<b>42</b>
<b>III. ESTUDIO I</b>	<b>49</b>
<b>Propósitos del estudio</b>	<b>49</b>
<b>1. METODO</b>	<b>51</b>
<b>1.1. Participantes</b>	<b>51</b>
<b>1.2. Escenario</b>	<b>51</b>
<b>1.3. Aparatos</b>	<b>51</b>
<b>1.4. Materiales</b>	<b>51</b>
<b>1.5. Programa de cómputo</b>	<b>52</b>
<b>1.6. Diseño Experimental</b>	<b>52</b>
<b>1.7. Variables</b>	<b>53</b>
<b>1.8. Registro y Confiabilidad</b>	<b>54</b>
<b>1.9. Procedimientos</b>	<b>54</b>
<b>2. RESULTADOS Y DISCUSION</b>	<b>60</b>
<b>2.1. Sesiones y fases</b>	<b>60</b>
<b>2.2. Procesos de adquisición y generalización.</b>	<b>61</b>
<b>2.3. Cantidad y velocidad de generalización.</b>	<b>75</b>
<b>2.4. Discusión</b>	<b>78</b>

<b>IV. ESTUDIO II</b>	<b>82</b>
<b>Propósitos del estudio.</b>	<b>82</b>
<b>1. METODO</b>	<b>84</b>
<b>1.1. Participantes</b>	<b>84</b>
<b>1.2. Escenario</b>	<b>84</b>
<b>1.3. Aparatos</b>	<b>84</b>
<b>1.4. Materiales</b>	<b>84</b>
<b>1.5. Programa de cómputo</b>	<b>84</b>
<b>1.6. Diseño Experimental</b>	<b>84</b>
<b>1.7. Variables</b>	<b>86</b>
<b>1.8. Registro y Confiabilidad</b>	<b>86</b>
<b>1.9. Procedimientos</b>	<b>86</b>
<b>2. RESULTADOS Y DISCUSION</b>	<b>89</b>
<b>2.1. Sesiones y fases</b>	<b>89</b>
<b>2.2. Procesos de adquisición y generalización.</b>	<b>90</b>
<b>2.3. Cantidad y velocidad de generalización.</b>	<b>105</b>
<b>2.4. Discusión</b>	<b>108</b>
<b>V. DISCUSION GENERAL Y CONCLUSIONES</b>	<b>112</b>
<b>VI. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS</b>	<b>123</b>
<b>VII ANEXO 1</b>	<b>135</b>
<b>1. Resumen del programa de cómputo: Origen de Conducta Matemática (ORCOMA).</b>	

## **RESUMEN**

Se realizaron dos estudios para analizar la integración de clases formales de conducta matemática, en términos de los procesos de adquisición y generalización de respuestas, en función de sistemas de transiciones de equivalencias funcionales mediante el paradigma de discriminación condicional. Participaron 10 niños y niñas de edad preescolar en dos estudios independientes. Cada estudio se llevó a cabo con un diseño de línea base múltiple y dos fases de entrenamiento para el primero y tres para el segundo. Se utilizó un equipo de cómputo que presentó en su pantalla dos componentes estímulo, los sujetos debían discriminar si entre éstos la relación numérica era igual, mayor o menor. Dichos componentes estímulo eran palabras numéricas que escuchaban (A), conjuntos de puntos a contar (B), símbolos numéricos (C) y la lectura de los componentes B y C. Los resultados mostraron que en ambos estudios se presentaron altos niveles de generalización de respuestas en las fases de entrenamiento, en comparación con la ejecución en línea base, tanto en las relaciones entrenadas como en las de sondeo, en términos de la cantidad de respuestas correctas, la velocidad de emisión de las mismas y el número de fases omitidas. Estos resultados se analizan con base en la integración de clases funcionales de respuestas, lo adecuado del paradigma de discriminación condicional para estudiar conductas complejas y se señalan algunas de las implicaciones y aplicaciones de este tipo de resultados, para la investigación y la enseñanza de la conducta matemática.

## **ABSTRACT**

Two studies were conducted to analyze the integration of formal response classes of mathematical behavior, in terms of (1) the acquisition and generalization of responses, and (2) as a function of transition systems of functional equivalences using a conditional discrimination paradigm. Ten preschool boy and girls participated in two independent studies. Two training phases were implemented for the first study, and three for the second study using a multiple baseline design. Children were exposed to two stimuli components on a computer screen for discrimination, using equal, more than or less than options. The stimuli components were numerical words (A) sets of dots to count (B), numerical symbols (C) and reading of components B and C. Results of both studies showed high performance levels in the trained relations as well as in the probe relations, when comparing with the baseline, in terms of (1) the quantity of correct responses, (2) performance speed rate, (3) the number of omitted phases, as an effect of high generalization levels. The results were further analyzed in terms of the integration of functional response classes, and the adequacy of the paradigm of conditional discrimination, as a model for the study of complex behaviors. Finally, the study suggests some implications and applications for future research on learning and teaching mathematical behavior.



## INTRODUCCION

---

*"El proceso para generar matemáticas, no es básicamente distinto de aquellos que generan poesía; aunque las restricciones y consecuencias puedan diferir.*

*Como en la literatura, lo que el lego, el estudioso (o crítico) ve en el producto final, usualmente describe poco las condiciones en que se desarrolló la creación."*

*Marr (1986, 180-181)*

Para la psicología ha sido de particular importancia conocer el proceso por el cual el hombre es capaz de adquirir, generalizar, transformar y aplicar conceptos matemáticos, tanto en su vida cotidiana como en el quehacer científico.

Por lo general el estudio de este proceso parte de una perspectiva de desarrollo psicológico, que analiza en niños y adultos procesos de cambio o transformación hacia estadios ideales y complejos.

Este campo de conocimiento ha provocado el interés de la investigación psicológica, pretendiendo generar más conocimiento objetivo y sistemático acerca de los orígenes de la capacidad humana para el pensamiento matemático y para el desarrollo de procedimientos heurísticos que promuevan el pensamiento científico.

En lo particular, se pueden señalar cuatro aspectos que son esenciales en el estudio de la conducta matemática: (a) el papel que tienen las experiencias en su adquisición, generalización y mantenimiento; (b) los procesos involucrados en su desarrollo; (c) las diferencias y similitudes entre niños y adultos, en términos de sus aspectos invariantes a través del desarrollo; y (d) las relaciones entre desarrollo, aprendizaje y enseñanza (García, 1988).

En relación con el papel que desempeñan las experiencias en la adquisición de la conducta matemática, existe una similitud con la forma en que el hombre creó las matemáticas y la forma en que el niño las aprende.

Quizá la matemática en sus orígenes, se creó e integró a partir de soluciones prácticas a problemas cotidianos y domésticos, surgidos de la interacción del hombre con su ambiente. Estas experiencias se integraron y llevaron a relaciones consistentes que dieron lugar, más tarde, a principios y leyes. La matemática se creó en estrecha vinculación con objetos y eventos, considerados éstos como sus referentes substanciales. En forma posterior, y fundamentalmente debido a la creación conceptual del número, se inició y difundió su manejo desligándose de los referentes físicos originales y creando un lenguaje formal que le permitió su propia evolución. La matemática se transformó en un modo de conocer el ambiente y es producto de una abstracción que el hombre ha hecho de ciertas dimensiones de la naturaleza, mismas que ha formalizado en un lenguaje que permite la postulación de formas abstractas para el conocimiento de realidades concretas.

Ha sido muy importante la influencia de la filosofía antigua sobre lo que se ha investigado al respecto de las matemáticas, desde el punto de vista psicológico. Dossey (1992), postula que la discusión acerca de la naturaleza de las matemáticas se remonta al siglo IV A.C. con Platón y Aristóteles.

Platón consideraba que los objetos de la matemática tenían una existencia propia, más allá de la mente, en el mundo exterior. Hacía distinciones de entre las ideas de la mente y sus representaciones percibidas en el mundo de los sentidos.

Concebía a las matemáticas como una actividad mental abstracta que actuaba sobre los objetos externos que solo tienen representaciones en el mundo de los sentidos.

A diferencia del planteamiento anterior, Aristóteles consideró a las matemáticas como uno de los tres componentes básicos del conocimiento, el cual estaba integrado por: lo físico, lo matemático y lo teológico. Lo matemático no se basaba en una teoría de lo externo, como lo concebía Platón, sino en la experiencia con la realidad y en la que el conocimiento se obtenía de la observación, la experimentación y la abstracción. Su planteamiento de la construcción de la idea matemática provenía de conceptualizaciones realizadas por los matemáticos, como resultado de su experiencia con los objetos. Las relaciones de las matemáticas se establecían por medio de la colección y clasificación de resultados empíricos, derivados de observaciones y experimentaciones que daban lugar a la deducción de un sistema que explica relaciones inherentes a los datos (Dossey, 1992).

Estos dos puntos de vista pueden ser, en opinión de Dossey (1992), el punto de partida de dos formas de pensamiento que han dado lugar a concepciones teóricas que aún operan en la psicología, la educación de las matemáticas y evidentemente en las matemáticas mismas (Véase: Halmos, 1958; Poincaré, 1948; Curant, 1964, entre otros).

En la actualidad, desde el punto de vista filosófico, se recomienda pugnar por una nueva filosofía de las matemáticas que sirva como base para el trabajo de los matemáticos y para su enseñanza (Hersh, 1986). Esta nueva filosofía, ya no plantea un desarrollo de las matemáticas independiente de su enseñanza, la concibe como

una actividad humana cotidiana, no gobernada por ninguna escuela de pensamiento (logística, formalista, o constructivista).

En el terreno de la psicología y la educación, existen aproximaciones que guardan una estrecha relación con los antecedentes filosóficos antes mencionados. Se ha planteado (Dossey, 1992) que existen dos aproximaciones muy generales: la aproximación conceptual o de comprensión (Brownell, 1928, 1935; Piaget, 1941/1965, Bruner, 1960) y la de procedimientos o habilidades (Thorndike, 1922; Gagné, 1977). Su diferencia consiste en el énfasis que cada una de ellas hace en la explicación teórica y el diseño de programas instruccionales, así como en la influencia que tiene un factor sobre el otro. Han existido controversias entre ambas y han consistido en discusiones acerca de la supremacía de una concepción sobre la otra. En términos generales, las aproximaciones de la conceptualización, presuponen que el sujeto aprende una vez que posee información, la procesa, representa y estructura (Hiebert y Carpenter, 1992). En tanto que las aproximaciones de habilidades y procedimientos, presuponen que el sujeto aprende como resultado de su exposición a las condiciones instruccionales, su ejecución y experiencia, así como a las consecuencias de la calidad de su ejecución (Thorndike, 1922, Skinner, 1957).

Con respecto al enfoque de tipo conceptual o de comprensión, éste fue muy claro desde antes de los trabajos de Piaget (1941/1965), particularmente con el trabajo de Brownell (1928 y 1935) acerca de la enseñanza del significado de las operaciones aritméticas mediante el aprendizaje de conceptos.

Sin embargo, no poseía un marco teórico de desarrollo que permitiera ubicar esos procesos específicos dentro de un proceso más amplio y general. Posiblemente

por esto, la teoría piagetiana fue vista una alternativa evolutiva aceptable y necesaria por muchos investigadores del área (Kilpatrick, 1981, citado por Kilpatrick, 1992).

Empero, el interés de Piaget al respecto de las matemáticas se debió a la relación de éstas con la lógica, como método de estructuración del pensamiento. Su concepto de estructura se relaciona con los aspectos evolutivos del intelecto humano en el sentido estructurante, más que estructurado como el de la Gestalt (Piaget, 1967, citado por Elkind, 1970); considerando que esto sucede por etapas sucesivas a lo largo del desarrollo.

Dentro de estas etapas, fue considerada particularmente relevante la etapa operacional, porque describía procesos de reversibilidad como elementos fundamentales para una madurez de pensamiento. A pesar de esto, esta etapa ha sido uno de los puntos más álgidos para la crítica a la teoría piagetiana. La crítica, en principio, se basó en la dificultad para establecer formalmente ese tipo de etapas debido a la amplia variabilidad que existe entre edades y capacidades, según se ha demostrado por la investigación (Resnick y Ford, 1984). La supuesta capacidad de pensamiento proporcionada por la etapa operatoria fue cuestionada, por ejemplo, con el trabajo de Trabasso, Isen, Dolecki, McLanahan, Riley y Tucker (1978), al mostrar que algunas de las suposiciones implícitas y algunas explícitas de la teoría piagetiana (Beilin, 1971), hacían suponer que la enseñanza solo tenía efectos positivos una vez que el niño alcanzaba la etapa biológicamente predeterminada.

Concretamente mostraron que las diferencias de presentación de la tarea de incluir objetos en clases puede determinar importantes diferencias en la probabilidad de que los niños reconozcan que un superconjunto tiene más elementos que

cualquier subconjunto del mismo. Otros ejemplos son los estudios de Gelman (1969), Bearison (1969), y Gelman y Gallistell (1978) sobre entrenamiento en conservación de cantidad, indican que muchas de las habilidades que supuestamente estas etapas prescriben pueden promoverse en vez de esperarse. Esto significa para la teoría, según Case (1978), el acoplamiento de un factor funcional dentro de una estructura previo, lo cual atenta contra los fundamentos de la teoría original.

El impacto que tuvo esta línea de crítica se debió a que no se ofreció por parte de la teoría piagetiana, un modelo de desarrollo psicológico detallado de la adquisición y evolución de las estructuras propuestas que ubicara el papel de la enseñanza y definiera sus funciones. Al contrastar las prescripciones y condicionantes de las etapas, se deducía que la enseñanza y educación tenían sentido para ajustar la enseñanza a las etapas de desarrollo planteadas por Piaget. En otras palabras, el argumento de crítica es que el conocimiento, y el aprendizaje en particular, es el resultado de las interacciones formales del niño con el entorno social y no exclusivamente de la evolución independiente de las estructuras de pensamiento.

Al margen de la influencia de la teoría piagetiana sobre la investigación y aprendizaje de las matemáticas, fue notable el desarrollo que experimentaron otros enfoques de naturaleza cognoscitiva, desde la década de los años sesenta y hasta la fecha. Romberg (1969) reportó que en los cinco años anteriores a la publicación de su artículo, se habían publicado cerca de 1,000 estudios sobre instrucción en matemáticas y los clasificó en las siguientes áreas: (1) aprendizaje asociativo, (2) aprendizaje activo, (3) solución de problemas y conducta creativa, (4) enseñanza, (5)

efectividad de programas intruccionales, (6) características del aprendiz asociadas con su mejoría, (7) actitudes y (8) evaluación del desempeño.

De su revisión concluyó que hubo mucha producción, muy diversificada; y de pobre calidad, pero con una tendencia a mejorar (pag. 473). Por su parte, Fehr y Glaymann (1972, citado por Dossey, 1992), además de acordar con las conclusiones de Romberg, antes citadas, y después de una revisión de la investigación de las décadas de los años cincuenta y sesenta, consideró que mucho de la investigación se ha centrado en lo que se ha denominado "investigación aplicada", la cual ha consistido principalmente en el estudio y desarrollo de nuevos métodos de enseñanza y materiales. Asimismo, Bauersfeld (1979) después de evaluar alrededor de 3,000 reportes, observó que el 85% se realizaron en los Estados Unidos y que los temas principales fueron sobre el estudiante, el curriculum y el profesor; con una acentuación particular en situaciones del aula y el contexto social del aprendizaje.

Estas clasificaciones de la investigación realizada en las últimas cuatro décadas, fueron realizadas por tres enfoques fundamentalmente, el piagetiano ya antes descrito y otros genéricamente cognoscitivos como el psicoeducativo (Resnick y Ford, 1984) y los autodenominados de ciencia cognitiva (Gardner, 1985).

Mucho de la investigación cognoscitiva se ha enfocado al estudio de la comprensión conceptual como elemento fundamental para el aprendizaje de las matemáticas.

Este es definido en términos de las formas en que la información es procesada, representada y estructurada (Hiebert, y Carpenter, 1992). Estos procesos

son conceptualizados como mentales, cuyas funciones en matemáticas son el establecimiento de conexiones entre ideas, hechos y procedimientos.

Asimismo, han propuesto conceptos como los de representación y comprensión, para explicar estas complejas formas de aprendizaje (Davis, 1984, Greeno, 1978, Hiebert, 1986). A su vez estos conceptos son integrados, metafóricamente, en redes de representaciones mentales que generan gradualmente nueva información que al procesarse integra estructuras. Suponen también, un establecimiento de vínculos y redes de entre las experiencias generadas por la escuela (ideas, hechos y procedimientos) y los procesos mentales propios de los sujetos humanos.

Dentro de este mismo contexto conceptual, se encuentra la aproximación constructivista, en la cual de manera general se considera que el aprendizaje de las matemáticas se logra construyendo e integrando lo que se sabe, lo que tiene sentido aprender para el sujeto, relacionando el conocimiento previo con el actual (Kilpatrick, 1987, citado por Magidson, 1992).

Desde el punto de vista educativo, concilian aspectos teórico explicativos de tipo cognoscitivo y aspectos de contenido, procesos de aprendizaje y estructura de las matemáticas. Tal es el caso de los trabajos de Resnick, Wang y Kaplan (1973), quienes realizaron un cuidadoso análisis de tareas desde habilidades de conducta de contar hasta operaciones aritméticas de adición y sustracción. Asimismo, destaca la obra de Gelman y Gallistel, 1978) acerca de los estudios en niños preescolares con relación al análisis y evaluación de algunos postulados y procesos propuestos por la teoría piagetiana y por otros marcos teóricos de aproximación cognoscitiva.



La integración de trabajos de aproximación cognoscitiva sobre operaciones y problemas de adición y sustracción relativos al análisis de estrategias y procedimientos ha sido otra de las aportaciones educativas interesantes (Carpenter, Moser y Romberg, 1982). Sin embargo, existen tantas propuestas de constructos que resulta difícil diferenciarlos, por ejemplo: esquemas, redes de información, representación, y estructura por mencionar algunos. El problema radica, en parte, a que las definiciones son muy amplias y sus validaciones usualmente no hacen referencia a aspectos sustantivos.

Una diferencia importante entre las aproximaciones de conceptualización y las de práctica y habilidades, consiste en que sus propios fundamentos dificultan las posibilidades de comparar sus objetos de estudio, debido no solo a la diferencia de terminología empleada, sino a que los referentes de dichas terminologías son distintos y en ocasiones empleados de manera inconsistente.

Otras diferencias importantes entre ambas aproximaciones, se remontan desde las décadas de los años veinte y treinta con Thorndike (1922) y Brownell, (1928 y 1935), en términos de lo que debía aprenderse. Para Thorndike, el aprendizaje de las matemáticas consistía en el aprendizaje de vínculos y derivaciones de éstos. Para Brownell, los principios y esquemas. Thorndike consideraba que la práctica era uno de los medios por los cuales se podría llegar a la comprensión de la aritmética basándose en el contenido de lo que se aprende; en donde los alumnos de educación primaria aún no eran capaces de deducir reglas aritméticas a partir de ejemplos y de otros sistemas de reglas. En cambio para él, la enseñanza debía dar de manera

esmerada, forma a las asociaciones o vínculos y hábitos que les permitiera lograr cálculos y solucionar problemas.

Es decir, una atención cuidadosa al diseño de los programas y materiales de estudio, así como a las consecuencias de las respuestas emitidas. A pesar de su influencia en la enseñanza de las matemáticas a nivel mundial y durante casi medio siglo (Resnick y Ford, 1984), no tuvo una atención sistemática por parte de la investigación experimental y de la conductual en particular.

Definitivamente no es comparable la cantidad de producción de la investigación conceptual con la denominada de habilidades, a pesar de que se reconoce la efectividad de ésta última. Sin embargo, es importante señalar que si bien se ha ubicado a la aproximación "conductista" dentro de las aproximaciones de habilidades y ejecución (Resnick y Ford, 1984), hay que reconocer que han existido varias tendencias dentro de ésta. Sin embargo, solamente se hará referencia a la aproximación del análisis de la conducta, por ser éste el marco conceptual y metodológico del presente estudio.

La investigación desde la perspectiva del análisis de la conducta es incipiente. Con excepción del estudio de Ferster y Hammer (1968), la mayoría de los estudios han sido de naturaleza aplicada atendiendo aspectos como problemas de enseñanza (Lovitt, 1975a, 1975b; Parsons, 1972), descripciones de la conducta de contar (Schoenfeld, Cole y Sussman, 1976; Díaz y García, 1980) operaciones aritméticas básicas (García, Lugo y Lovitt, 1976; Backhoff, Lovitt, Larrazolo y Romano, 1980, por mencionar algunos ejemplos), evaluación de procedimientos de modelamiento (Smith y Lovitt, 1975); la manipulación de eventos antecedentes sobre la velocidad

de ejecución (Lovitt y Curtis, 1968), y aspectos curriculares derivados de análisis de tareas (Resnick, Wang y Kaplan, 1973), entre otros aspectos.

Aunque se han estudiado varios aspectos desde la perspectiva conductual, aún no se ha llevado a cabo investigación consistente y sistemática. Por ejemplo, es notable la falta de estudios sobre el origen y procesos de adquisición de la conducta matemática. Si bien los estudios de tipo aplicado demuestran la efectividad de procedimientos, secuencias de enseñanza y programación de contingencias para su adquisición y generalización, no existen estudios con una base empírica y conceptual suficientes para describir y explicar de manera objetiva procesos de desarrollo y aprendizaje de esta clase de conducta.

Desde esta aproximación, la conducta matemática es conceptualizada como una clase funcional de respuestas que se relaciona con clases de estímulos que provienen de dimensiones del ambiente en forma de objetos y eventos y que son susceptibles de constituirse como referentes básicos de convenciones verbales simbólicas regidas por las matemáticas.

Por aprendizaje se hace referencia al proceso en el que se adquieren, generalizan y mantienen relaciones funcionales entre clases de estímulos y clases de respuestas (Skinner, 1938; 1957); en este caso, clases de estímulos matemáticos y clases de respuestas matemáticas (Marr, 1986).

El desarrollo de la conducta matemática se refiere al proceso general de transformación progresiva y sistemática de esta conducta, hacia ideales de comprensión, ejecución y creación original del lenguaje y disciplina matemática.

Transformación se refiere a series de cambios sucesivos y simultáneos de esta conducta, que le permiten su ubicación en distintos niveles y jerarquías. La progresión describe la orientación de los cambios de conducta que permiten logros en niveles de complejidad. Por sistemático se hace referencia a que dichos cambios de conducta son regulares y consistentes. Los ideales se refieren a objetivos de excelencia relativos a la comprensión; es decir, a la capacidad de describir, analizar y explicar relaciones y funciones dentro del ámbito de las matemáticas.

La ejecución es la capacidad conductual de emplear recursos matemáticos dentro de la vida cotidiana, académica, laboral, técnica y científica. Por creación, se hace referencia a la capacidad de realizar procedimientos heurísticos y conceptualizaciones matemáticas.

Esto significa, entre otras cosas, que las matemáticas son objeto de procesos de aprendizaje y enseñanza a lo largo de un continuo en el que se experimenta un desarrollo que va desde el aprendizaje incipiente de la aritmética de un niño, hasta a la formación de un científico matemático. Cuando se menciona conducta matemática, se hace una referencia genérica a una clase funcional de conducta y es analizada como una unidad conductual (Sidman, 1986). Sin embargo, se habla de manera más específica o particular, por ejemplo, de conducta de contar, conducta aritmética (adición, sustracción, multiplicación y división), conducta algebraica, etcétera; para describir contenidos específicos dentro de las matemáticas.

Algunos antecedentes importantes del presente proyecto, lo constituyen los estudios sobre las siguientes áreas: procesos de adquisición y generalización de respuestas en las operaciones en operaciones aritméticas básicas de adición (García, Lugo y Lovitt, 1976; García y Rayek, 1978; Romano, Ponce, García y García, 1987; Romano, García, Bajatta y Esquivel, 1989); sustracción (Reyes y García, 1979; García y García, 1984; Romano, Bajatta, Esquivel y García, 1987); multiplicación (García, Esparza y Ochoa, 1988) y División (García, Eguía, Gámiz y González, 1983). En estos estudios, se analizó la dinámica de la organización de clases funcionales de respuestas en los procesos de adquisición y generalización de las mismas.

Entre otros aspectos, se analizó particularmente en los estudios de adición y sustracción, que la conducta de contar es sumamente importante para el aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas, porque en esta conducta se integra una serie fundamental de factores que determinan bases para el aprendizaje de la conducta matemática.

Se realizaron y actualmente se continúan llevando a cabo estudios sobre las características conductuales del conteo (Damián, Villar y García, 1978; Díaz y García, 1980), diferencias en los patrones de conteo según la edad (González y García, 1984); diferencias en los patrones de adquisición y generalización de respuestas en función del entrenamiento en numerosidad (Romano, García, Ponce y García, 1989); análisis de las diferencias en el conteo de objetos y eventos (González, Campillo, Berenzon y García, 1991; Morales y García, 1994); así como un estudio transversal del desarrollo de la conducta matemática en niños de 1.5 a 5.5 años de edad (Rodríguez, González, González y García, 1993).

También, se han realizado algunos ensayos teóricos que han pretendido integrar elementos conceptuales y datos empíricos derivados de la aproximación del análisis de la conducta, por ejemplo sobre la conducta de contar y el aprendizaje de operaciones aritméticas básicas (García, 1982 y 1984); el proceso de aprendizaje de las matemáticas en niños (García, 1986); desarrollo infantil y el aprendizaje de las matemáticas (García, 1987, 1991); la conducta matemática en el mundo moderno (García, 1988); el estudio de la conducta matemática con el paradigma de discriminación condicional (García y González, 1990); e incluso el diseño de un programa de discriminación condicional (García y Miranda, 1992); análisis experimental de la conducta matemática (García y Flores, 1991; García, 1991 y 1993), sobre los orígenes de la conducta matemática (García, 1994), y sobre las implicaciones de los errores en el proceso de aprendizaje de la conducta matemática (Miranda y García, 1994).

Con base en los datos obtenidos sobre las operaciones aritméticas básicas y algunas sugerencias surgidas de las mismas investigaciones y de la literatura de investigación, se realizaron algunos estudios en niños reportados con dificultades para aprender dichas operaciones (García y Martínez, 1986; León, García y Alvarez, 1991), obteniendo resultados efectivos en el aprendizaje de las operaciones aritméticas y validando los resultados y explicaciones de los estudios sobre adquisición y generalización de respuestas.

Como resultado del trabajo en estas áreas, se consideró muy importante conocer en detalle el proceso de adquisición de respuestas con relación al número.

Este proceso regularmente toma mucho tiempo y es muy complejo (se analizará con mayor detalle en el siguiente capítulo), porque se inicia desde antes del aprendizaje de la emisión de las primeras palabras en el niño y se va refinando en el proceso de educación familiar, preescolar y durante los primeros años de educación primaria.

El desafío consistió en sintetizar y demostrar de manera objetiva y precisa que los procesos de adquisición y generalización permiten validar los componentes estímulo provenientes de supuestos teóricos y empíricos de clases funcionales de estímulos matemáticos y clases de respuestas matemáticas; así como analizar los efectos de diferentes secuencias de entrenamiento sobre los niveles de generalización de respuestas.

Para esto, se consideró que el paradigma de discriminación condicional (Cumming y Berriman, 1965; Sidman y Tailby, 1982; Sidman, 1986), era un recurso atinente para proceder al estudio del proceso básico de adquisición de relaciones numéricas. Dicho paradigma se había empleado en el estudio de la adquisición de conducta textual; el aprendizaje de las relaciones de número son, en realidad, otra clase de conducta textual; excepto que con propiedades más formales y universales que las empleadas en el lenguaje idiomático.

En este sentido, el presente proyecto forma parte de un plan de investigación sistemática sobre el desarrollo y aprendizaje de la conducta matemática y constituye un intento franco por analizar de manera experimental algunos componentes básicos de la conducta matemática en sus orígenes. Sin duda, esto tiene una relevancia fundamental para el diseño y evaluación de programas de enseñanza y de remedio a poblaciones con dificultades para aprender matemáticas; porque resulta muy complicado y aventurado, diseñar planes y programas de estudio para la enseñanza

de una conducta tan compleja, cuyo conocimiento de sus procesos básicos de aprendizaje y desarrollo son aún incompletos e inconsistentes.



## ANTECEDENTES Y MARCO TEORICO

---

Dada la complejidad del proceso de aprendizaje de la conducta matemática, resulta conveniente hacer descripciones y análisis más detallados de: (1) algunas de las propiedades originales de los *objetos y eventos*, destacando por qué la *numerosidad* de objetos y eventos es una propiedad básica para el origen de la conducta matemática; (2) la conducta de *contar* y su importancia para la cuantificación, dadas las limitaciones que perceptualmente existen para conocer la cantidad de objetos y eventos; (3) los procedimientos para el establecimiento de *conducta simbólica*, para representar y sustituir los objetos y eventos concretos; (4) dentro de todo este proceso general, un análisis detallado del proceso de *desligamiento conductual* de los objetos y eventos concretos para producir de manera sistemática interacciones progresivamente simbólicas y; (5) algunas posibilidades para la integración de un modelo que sintetice este proceso, como es el caso del paradigma de discriminación condicional.

### ***Numerosidad de objetos y eventos***

Desde el punto de vista psicológico, el hombre siempre ha estado en interacción con su ambiente, en contacto con objetos y eventos y, entre otras, con una propiedad particular de éstos: la cantidad. Esto ha dado lugar a diferentes consecuencias que surgen de la interacción con las magnitudes. A este tipo de discriminación se le ha llamado concepto natural (Catania, 1979), porque nace de la interacción cotidiana entre constantes de dimensiones físicas de la naturaleza. Los conceptos naturales son producto de experiencias cotidianas, constantes y

sistemáticas que tienen lugar en el *hábitat* natural tanto del hombre como de los animales. Algo similar puede suceder en la adquisición de discriminaciones de numerosidad o cantidades de objetos y eventos.

Para Stevens (1938; citado por Taves, 1941), la numerosidad puede ser vista como una propiedad o atributo que somos capaces de discriminar cuando vemos un conjunto de objetos. Si un sujeto tiene ante sí varios conjuntos de objetos de una misma clase, la forma en que los puede diferenciar es precisamente con base en su numerosidad y distribución. Cuando el observador discrimina y selecciona el conjunto que contiene más unidades, sin tener conocimiento del número real que contienen los demás conjuntos, se podría decir que su discriminación surgió de la numerosidad.

Empero, si estos conjuntos de objetos se hubieran contado, se diría que la discriminación se basó en el número y que ambas discriminaciones son totalmente diferentes (Taves, 1941). Así, aun sin llegar a contar los conjuntos de objetos, existe una discriminación global de numerosidad.

El estudio de Taves consistió en presentar campos de puntos a (133) sujetos. Estos debían reportar el grado de confianza con que hacían sus reportes, dentro de una escala de 0 a 5. Cero significaba ninguna confianza y cinco, certeza absoluta. Midió el tiempo de reacción de los sujetos con un taquitoscopio y encontró que los reportes eran exactos cuando se presentaban campos de seis puntos y la probabilidad de error incrementaba en proporción al aumento en el número de puntos. Cabe señalar que los tiempos disponibles para responder eran insuficientes para realizar de manera apropiada un conteo de los objetos presentados.

En otro estudio similar, Kauffman, Lord, Reese, y Volkman (1949) también consideraron que la numerosidad es una propiedad de los objetos que puede ser discriminada, sin llegar formalmente a un conteo. Plantearon que esta forma global de discriminación puede ser relativa (más grande o numerosa que, o menos grande o no menos grande que); o absoluta, sobre la base de que se haya asignado un número a cada conjunto de objetos. El juicio que plantearon los sujetos en cuanto a la discriminación de la numerosidad se llamó *estimación*, la cual, sugieren, se realiza cuando hay más de seis puntos.

Emplearon el término *subitize*, para describir una discriminación de numerosidad menor de seis puntos. Sin embargo, esto fue una mera proposición, no una convención y menos un resultado de tipo paramétrico, en cuanto a la numerosidad discriminable. Sin embargo, es útil para describir una discriminación numérica súbita de conjuntos de objetos. Por ejemplo, para Schoenfeld, Cole y Sussman (1976), dicha respuesta es una de las formas de contar.

Otro aspecto interesante es que muchos de los estudios realizados desde finales del siglo pasado (Warren, 1897) y hasta los años cuarenta del presente (como algunos de los estudios antes señalados) se enfocaron más al análisis de aspectos de percepción y tiempos de reacción., que en aspectos directamente relacionados con la conducta matemática. Estos estudios se caracterizan por empleo de numerosos grupos de sujetos, llevados a cabo una sola sesión, se enfocaron a la medición de la capacidad perceptual; y casi no emplearon poblaciones infantiles.

Fueron por lo general estudios de estados de capacidad perceptual. Hoy día en cambio, los estudios de la percepción de la numerosidad intentan responder preguntas acerca de su adquisición y relación con otros procesos y tareas más complejas.

Refiriéndonos una vez más a los conceptos naturales, existen estudios realizados con infantes de edades cada vez más cortas. Un estudio clásico es el de Descoedres (1921, citado por Strauss y Curtis, 1981), quien ha descrito que niños entre dos y cuatro años de edad son capaces de hacer estimaciones de numerosidad de conjuntos menores de cuatro a cinco objetos. Descoedres planteo el fenómeno descrito como: " **un, deux, trois...beaucoup!**" ("uno, dos, tres...¡muchos!").

Como se puede apreciar, la cantidad o numerosidad es una propiedad estímulo de los conjuntos de objetos y eventos, como son el color, el tamaño, entre otros. Sin embargo, la numerosidad tiene efectos diferenciales en la conducta matemática en función de la magnitud de esta cantidad o numerosidad. En función de las magnitudes de la numerosidad se producen conductas, como contar, que se realiza a partir de cierta cantidad de objetos por limitaciones de tipo perceptual.

### ***Numerosidad y conducta de contar***

La discriminación de la numerosidad se ha estudiado más recientemente en tareas como estimación de numerosidades (Chi y Klahr, 1975; Gelman y Tucker, 1975), así como en el estudio de patrones de reconocimiento de pequeñas cantidades de reactivos (Schaeffer, Eggleston y Scott, 1974) y tareas de discriminación de

números (Estes y Combes, 1966). Aun más reciente es el estudio de Strauss y Curtis (1981), quienes evaluaron si bebés de 10 a 12 meses de edad podían discriminar numerosidades de conjuntos y determinaron el efecto de la homogeneidad-heterogeneidad de los reactivos sobre la percepción de la numerosidad de los infantes. Sus resultados mostraron que estos niños podían discriminar entre pequeñas cantidades exactas e información relacionada con la numerosidad. Los bebés percibieron y respondieron a la diferencia entre arreglos que contenían dos y tres reactivos, incluso cuando se eliminaron otras variables perceptuales como densidad, brillantez y área, pero fracasaron en discriminar la numerosidad cuando ésta incluyó cuatro o cinco reactivos.

Se han planteado dos hipótesis para explicar este tipo de resultados: (a) que la habilidad para discriminar la numerosidad es innata (Klahr y Wallace, 1976); y (b) que los infantes poseen alguna sensibilidad cognoscitiva para responder a pequeñas cantidades numéricas (Gelman y Gallistel, 1978). Sin embargo, existen otros antecedentes como los trabajos pioneros de Berlyne (1958) y Fantz (1958), en los que se muestra que los infantes son selectivamente responsivos a la variación de patrones en complejidad. Estudios como los de Bond (1972) y Cohen (1973) han sugerido que las preferencias de los infantes pueden no estar relacionadas con funciones cognoscitivo perceptuales, más bien en función de la precisión de la acuciosidad visual, lo cual también ha sido apoyado por Greenberg y Blue (1975). De esta forma, es posible comprender una capacidad responsiva a variaciones en los patrones visuales en infantes desde ocho meses de edad. Esta responsividad se incrementa y es susceptible de lograr discriminaciones más precisas.

En un estudio muy peculiar (Bucher y Schneider, 1973) se analizaron los efectos de reforzamiento sobre tareas de conservación de cantidades de objetos. Es peculiar porque consideró dos campos teóricos, uno piagetiano y otro conductual. Entrenaron niños de 3 a 5 años de edad en tareas programadas de conservación, proporcionando reforzamiento social y fichas que podían canjear por dulces. Como es sabido, la conservación de cantidad consiste en la discriminación de características de conjuntos de objetos que permanecen constantes bajo transformaciones que modifican otras características.

Este estudio demostró el potencial de los programas de entrenamiento conductual para desarrollar estas habilidades en niños que, desde el enfoque piagetiano, son preoperacionales. Es decir, logró la adquisición y generalización de la conservación de cantidad en niños de tres a cinco años de edad, cuando se ha presupuesto (Piaget, 1941-1965), que sólo lo pueden hacer hasta cerca de los siete años de edad aproximadamente.

Con base en lo anterior, puede sugerirse que esta capacidad de discriminación visual es susceptible de ser mejorada, dependiendo de las experiencias y estimulación de que sea objeto el sujeto.

Posteriormente, cuando a esta discriminación -que podríamos denominar natural- se acopla el lenguaje, se presentan aspectos más avanzados de los orígenes o raíces del desarrollo de la conducta matemática. Por ejemplo, la conducta de contar.

Si bien en los inicios del desarrollo psicológico existe una discriminación global de objetos y eventos, ésta avanza hacia aspectos más finos de discriminación.

Esta capacidad discriminativa mejora con la precisión de la agudeza visual, producto de la maduración biológica y el desarrollo global del niño, que le permite discriminar hasta un promedio de cinco objetos, tal como se ha planteado en algunos de los estudios antes citados. Sin embargo, esto sería sólo un factor, el cual no está aislado de otros muy importantes como la experiencia de interacción del sujeto con los objetos y eventos, tanto físicos como sociales.

La interacción con objetos y eventos físicos se ha denominado de tipo manipuladorio y es considerada como una de las fuentes primarias de la conducta simbólica (Kantor, 1977). A esta interacción también se agregan el establecimiento de conductas vocales y referenciales. El origen de la conducta manipulativa es primitivo y simple, sirve como sustituto efectivo de situaciones definidas y útiles. La conducta vocal se acopla a las relaciones entre objetos y eventos; como se ha señalado en algunos estudios (cfr. : Baer, Peterson y Sherman, 1967), la imitación desempeña un papel básico para el desarrollo del lenguaje. Por ejemplo, la imitación de palabras de tipo numérico que hacen los niños (uno, dos, tres, etc.), en correspondencia con cantidades de objetos y eventos.

Dentro de la vida cotidiana del niño existen muchas oportunidades para que se establezcan estas relaciones; participan muchos otros componentes, como la cantidad o numerosidad de objetos y eventos, la conducta verbal del niño y el adulto, así como la interacción social entre éstos.

Un ejemplo ilustrativo, es el momento en que se le pide a un niño mostrar con sus dedos su edad. Si muestra la cantidad exacta, es objeto de aprecio social; si no, lo corrigen. Otro es cuando le piden que tome dos dulces. Si los toma, existen

consecuencias sociales positivas por su precisión o seguimiento de la instrucción; si toma más ó menos, se le invita a corregir su respuesta. Este tipo de ejemplos son muy comunes en la vida cotidiana de los niños. Cuando un niño ingresa a una escuela a nivel preescolar, ya tiene nociones de este tipo de conductas. Hay estudios muy interesantes respecto a la enseñanza del lenguaje de manera incidental a lo largo de la vida cotidiana del niño (Hart y Rogers-Warren, 1978). Estos estudios inciden en la explicación de procesos de adquisición de habilidades verbales cotidianas.

Tradicionalmente se ha supuesto que la conducta de contar es un componente muy simple dentro del proceso de adquisición de la conducta matemática. Sin embargo, algunos estudios que se describirán a continuación han demostrado su complejidad.

En un estudio reciente (Levine, Jordan y Huttenlocher, 1992) se analizaron las habilidades para solucionar de manera verbal y no verbal preguntas de cálculo en niños de cuatro a seis años de edad. Los autores concluyeron que las habilidades tempranas para sumar y restar se basan en experiencias que se han combinado y separado al contar conjuntos de objetos, y que esta habilidad precede el desarrollo de métodos verbales convencionales de cálculo.

Es conveniente hacer algún comentario al respecto. Primero, la conducta de contar es un componente básico para la adquisición de conductas matemáticas más complejas, como las de adición, sustracción, entre otras. (García, 1982). Segundo, la conducta de contar tiene relaciones estrechas con aspectos de clasificación y seriación (Piaget, 1953). Tercero, muchas de las dificultades para aprender operaciones aritméticas más complejas tienen sus orígenes en deficiencias de la



conducta de contar (Wallace y McLaughlin, 1979). Por último, en la conducta de contar se ubican procesos de desligamiento de lo concreto a lo abstracto (García, 1988).

Schoenfeld, Cole y Sussman (1976) han planteado que la conducta de contar engloba diferentes tipos de secuencias y relaciones, por lo que este tipo de conducta es en sí misma una categoría muy amplia. Por ende, estos autores plantean ocho subcategorías: (1) aprender el nombre de los números; (2) recitar la rutina de los números y en secuencia; (3) reconocer e identificar los números; (4) responder en secuencias dobles de enumeración; (5) *subitizing* como respuestas diferenciadas de números correspondiendo a un número de objetos sin las respuestas sucesivas de la enumeración; (6) escribir números; (7) concepto de número; y (8) aritmética de suma y resta.

Desde el punto de vista curricular, Resnick, Wang y Kaplan (1973) han ubicado el lugar y las funciones que desempeña la conducta de contar dentro de un amplio programa realizado mediante un detallado análisis de tareas.

Se ha hecho necesario llevar a cabo estudios de tipo descriptivo sobre la conducta de contar para poder estudiar en mayor detalle la forma en que afecta a la calidad de las conductas de contar, las características de los conjuntos de objetos a contar, la forma en que los niños participan activamente para contar los objetos, los procedimientos que emplean para tratar de asegurarse que están contando bien, así como las diferencias entre niños de diversas edades.

Uno de estos estudios es el de Díaz y García (1980), en él se analizó la conducta de contar y el efecto que tienen sobre ella las propiedades físicas de los objetos-estímulo a contar, tales como (1) movibles (objetos susceptibles de desplazarse, como semillas, juguetes, etc.) *versus* fijos (objetos impresos como dibujos y estampas); (2) homogéneos *versus* heterogéneos; (3) presentados de manera ordenada *versus* desordenada en niños preescolares de cuatro y cinco años de edad.

Los resultados mostraron que la presentación y manipulación de esas propiedades físicas de los objetos no tuvieron efectos considerables sobre la conducta de contar de los niños estudiados. Los autores sostienen que los niños cuentan sin referencia a la numerosidad de los objetos-estímulo. Estas respuestas orales numéricas no tuvieron correspondencia con los objetos a contar.

Evidencia de ello fue la emisión prácticamente nula de resultados aritméticos correctos, excepto en el caso de los sujetos del grupo cuya presentación de los conjuntos de objetos a contar era secuenciada. Es decir, no había correspondencia entre la conducta del sujeto y los objeto-estímulo a contar. La conducta de contar no era tal, era independiente de los objetos a contar. Esta falta de correspondencia se refiere a la coordinación visual-verbal; era únicamente una respuesta verbal o recitación de palabras numéricas. Este tipo de resultados confirmó otros similares reportados por Gibon y Olum (1960), Potter y Levy (1968); y Cuneo (1982).

Debido a que los niños del estudio de Díaz y García (1980) cubriann un rango de edad muy estrecho (4 a 5 años) y que los autores no plantearon análisis

comparativos por edades, González y García (1984) realizaron un estudio similar con niños y niñas de edad preescolar.

El primer grupo incluía niños de 3 años 2 meses a 3 años 9 meses; el segundo de 4 años 3 meses a 5 años, y el tercero de 5 años 2 meses a 5 años 11 meses. Se analizaron tres categorías genéricas de respuestas (oral, señalar y tocar); calidad de las respuestas (errores de secuencia oral, correspondencia y resultado aritmético correcto). También observaron y registraron otras respuestas como pausa y omisión, tomar objetos, entre otras

Los niños tenían que contar diferentes conjuntos de objetos que permitieran una comparación entre dos arreglos: (a) fijos-homogéneos-desordenados, y (b) movibles-heterogéneos-ordenados. Los resultados no mostraron diferencias en la forma oral de contar, ni entre los tres grupos de sujetos, ni ante los dos tipos de arreglos de presentación. Las respuestas de señalar se emitieron casi exclusivamente ante el arreglo (b): objetos movibles-heterogéneos-ordenados, destacando en primer lugar los sujetos más pequeños.

En contraste, la respuesta de tocar los objetos al contarlos se observó ante los objetos del arreglo (a): fijos-homogéneos-desordenados, en especial entre los sujetos de 4 a 5 y 5 a 6 años. Sin embargo, ante el arreglo de objetos a contar (b), sólo tocaron los objetos los niños más pequeños. Cabe destacar que predominó la respuesta oral en los tres grupos de sujetos. Prácticamente no hubo diferencias de ejecución; es decir, todos decían las secuencias orales numéricas.

Se observó también que cuando los objetos movibles fueron heterogéneos y ordenados, hubo una tendencia a señalar los objetos a contar y tocar los objetos cuando éstos fueron fijos-heterogéneos y desordenados. Se puede concluir, entonces, que existen arreglos de objetos a contar que tienen efectos sobre las conductas de apoyo para contar los objetos.

Las respuestas de señalar y tocar funcionan como apoyos para la discriminación visual y la conducta de contar. Posiblemente, la falta de homogeneidad en los arreglos de objetos-estímulo a contar, que se emplean en este tipo de estudios, ha llevado a resultados distintos. Por tanto, sería conveniente emplear arreglos estandarizados que permitan una constancia de condiciones.

Asimismo, sería conveniente homogeneizar el tipo de objetos-estímulo a contar ya que algunos estudios emplean juguetes, objetos o puntos, lo que quizá afecte las posibilidades de contrastar resultados por no ser situaciones estímulo estándar.

En lo referente a la calidad de las respuestas de contar, se observó en el estudio de González y García (1984) señalan que casi no hubo errores de secuencia de las respuestas orales en los tres grupos de sujetos. Sin embargo, se observó una alta correlación entre respuestas de correspondencia y el resultado aritmético correcto. Los datos son claros al mostrar las diferencias de ejecución entre los tres grupos de sujetos y ante los dos tipos de arreglos.

Por ejemplo, ante el arreglo de los conjuntos de objetos fijos-homogéneos-desordenados se observaron, en los sujetos más pequeños, ejecuciones con 10 al 15% de correspondencia y resultado aritmético correcto, a diferencia del arreglo movable-heterogéneo-ordenado, en el que los porcentajes fueron de 60 en los mismos sujetos. Datos similares se observaron en los otros dos grupos de sujetos, aunque no de manera tan notable.

Estos datos permiten apreciar el predominio de la respuesta oral de contar sobre las respuestas de discriminación visual. No obstante, con base en las apreciaciones antes señaladas respecto a la discriminación natural de cantidades observadas en niños menores de un año, se puede interpretar que el aspecto de lenguaje se impone o acopla a la discriminación global de cantidad o numerosidad, con la función básica de nominar la dimensión de numerosidad de los objetos.

Con la conducta de contar, esta discriminación global de la numerosidad es cada vez más fina y específica con respecto a los objetos estímulo a contar. La conducta de contar es de hecho una clase de respuesta en la que existe una coordinación oral visual que requiere de una correspondencia.

Es una nominación verbal de la numerosidad, propiedad de los conjuntos de eventos y objetos. En este sentido la instrucción escolar establece condiciones para que sistemáticamente se realicen estos procesos de correspondencia entre lo que se dice en función de lo que ve el sujeto en las secuencias de conteo y procesos para cuantificar conjuntos de objetos y eventos.

### ***Conducta matemática y desligamiento de lo concreto***

Es interesante reflexionar sobre las causas de las diferencias que surgen en el aprendizaje de la conducta de contar si la enseñanza es con objetos o eventos. Por ejemplo, si no en todos los estudios sobre la conducta de contar, sí en la gran mayoría se ha entrenado empleando objetos únicamente. En el conteo de objetos, éstos son tangibles y en cierta forma estáticos, en el de los eventos que pueden ser intangibles, efímeros, momentáneos, fugaces, aunque repetibles. Lo anterior permite conjeturar acerca de las implicaciones que esto tiene para el estudio de procesos psicológicos de desligamiento conductual de estímulos concretos.

Por desligamiento de lo concreto se hace referencia al proceso por el cual el sujeto prescinde del objeto o evento concreto y actúa en función de un símbolo o estímulo arbitrario referencial de dicho objeto o evento. Es evidente que debe existir un proceso de adquisición, o ligamiento de la relación funcional entre la clase de respuestas con el nuevo estímulo o clase de estímulos para hacer factible la equivalencia funcional (Ribes, 1990a). En el caso de la conducta de contar, la emisión de palabras numéricas referidas a numerosidades o cantidades de objetos de los conjuntos, da lugar a que la palabra sea equivalente, funcionalmente, a la numerosidad concreta.

Para probar esto, se puede pedir al sujeto que muestre las cantidades de objetos que indiquen la palabra numérica que escuche. Si el resultado es positivo, sería una generalización que surge de relaciones consistentes entre numerosidades específicas y palabras numéricas también específicas. El proceso de desligamiento

tiene lugar cuando existen asociaciones de estímulos bien establecidas; en este caso, entre la numerosidad de los objetos y la palabra asociada a cada uno de ellos.

Se hace crítico el proceso de desligamiento cuando la palabra sustituye a los objetos como elementos concretos. Esto implica que la palabra numérica ha adquirido una capacidad de control de estímulos suficiente como para poder prescindir de lo concreto, es decir de los objetos. Regularmente, tal proceso requiere de una práctica sistemática. Esto ha sido estudiado en función de la edad cronológica (Piaget, 1941-1965), y no tanto en función de propiedades y oportunidades de la interacción del individuo y su ambiente.

No es extraño que niños preescolares, a los cuales no se les ha enseñado a sumar y a restar, sean capaces de realizar satisfactoriamente estas operaciones. Por ejemplo, Gibbons y Lindvall (1982) observaron que la conducta de contar es emitida para resolver este tipo de problemas. Sin embargo, ha sido una solución que podríamos calificar de primitiva, porque dependieron y recurrieron al conteo verbal de las cantidades descritas en los estímulos numéricos impresos dándoles una continuidad. Esto es muy importante en cuanto a estrategia de solución de problemas.

Otro ejemplo clásico es el uso de los dedos de las manos para contar (Yoshimura, 1975 citado por Hatano, 1982) que demuestra la dependencia existente de lo concreto. Esto se ha observado y reportado anecdóticamente en estudios sobre adición (García, Lugo y Lovitt, 1976; García y Rayek, 1978), sustracción (Reyes y García, 1979) y multiplicación (García, Esparza y Ochoa, 1988).

Estas observaciones demuestran cierta resistencia al desligamiento de lo concreto, incluso en la solución de operaciones de multiplicación se ha observado el uso de los dedos de las manos (García, Esparza y Ochoa, 1988).

En estos niveles existen ya discriminaciones precisas de símbolos y palabras numéricas; al parecer, el proceso de desligamiento no se ha alcanzado plenamente, a pesar de poder discriminar numerosidades, responder funcionalmente a palabras numéricas, símbolos numéricos y realizar operaciones aritméticas básicas.

Todo esto indica que el proceso de desligamiento es muy prolongado y, aunque exista el dominio de procesos algorítmicos como los antes señalados, no necesariamente significa que el proceso de desligamiento se haya realizado de manera plena y satisfactoria.

Una forma de integrar estas observaciones sobre el proceso de desligamiento de lo concreto, o cómo otro evento o situación-estímulo adquiere el control de estímulo (Catania, 1979), o cómo se establece una equivalencia funcional entre varios estímulos (Sidman y Tailby, 1982; Sidman, 1986), puede integrarse dentro de un modelo básico. Ribes y López (1985) plantean el concepto de sustitución referencial, que describe un proceso en el que la conducta de un sujeto es emitida ante un objeto o evento original (A) y posteriormente es emitida (por sustitución, derivación, transferencia, equivalencia o generalización) ante otro objeto o evento estímulo (símbolo) distinto (B). Es decir, (B) sustituye a (A) o adquiere las mismas propiedades funcionales, por lo que como proceso de sustitución puede realizarse, por ejemplo, por apareamiento de (A) y (B), dando lugar a que la conducta (C) sea emitida tanto ante (A) como ante (B).



Esto lo podemos representar de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} \mathbf{C} = \mathbf{f} (\mathbf{A}) \\ \mathbf{C} = \mathbf{f} (\mathbf{AB}) \\ \mathbf{C} = \mathbf{f} (\mathbf{B}) \end{array}$$

Fig. 1

Para el caso de la conducta matemática, podríamos interpretar este esquema de la forma siguiente:

(C) indica la conducta matemática;

(f) indica la relación funcional;

(A) se refiere a la numerosidad de los conjuntos de objetos y/o eventos; (B) se refiere a los símbolos numéricos de la numerosidad.

El primer segmento  $[C= f(A)]$  especifica la primera secuencia de discriminación de numerosidades de conjuntos a partir de objetos o eventos concretos. El segundo  $[C= f(AB)]$ , especifica el proceso de apareamiento o asociación de numerosidades concretas con símbolos funcionalmente equivalentes a cada numerosidad. El tercero  $[C= f(B)]$  es el resultado del apareamiento; es decir, es la discriminación de símbolos numéricos que hacen referencia a, o son equivalentes funcionalmente a la numerosidad de los conjuntos de objetos o eventos concretos.

Sin embargo, a pesar de que existe una amplia evidencia de estas relaciones básicas tanto en animales como en el hombre (Skinner, 1938; Terrace, 1968; Lazar, 1977; Sidman, Wynne, Maguire y Barnes, 1989), no existen datos suficientes sobre estos procesos referidos a la conducta matemática.

A partir de este esquema básico es posible, además de someterlo a prueba en conducta matemática, integrarlo dentro de un paradigma complejo que puede explicar de manera más completa procesos de adquisición y generalización de conducta matemática. Tal es el caso del paradigma de discriminación condicional que ofrece la posibilidad de analizar de manera sintética dichos procesos.

### ***Discriminación condicional y conducta matemática.***

La discriminación condicional consiste en un procedimiento general en que la respuesta discriminativa está condicionada a cierto tipo de relación con otro estímulo (Cumming y Berryman, 1965; Sidman y Tailby, 1982). El caso del procedimiento de igualación de la muestra es un arreglo de este mismo modelo de discriminación condicional.

Para el estudio conductual de procesos complejos se han empleado tareas de discriminación condicional en las que pide al sujeto discriminar un estímulo dentro

de un conjunto de estímulos de comparación y en presencia de un estímulo muestra particular (Cumming y Berryman, 1965; Iversen, Sidman y Carrigan, 1986).

Por ejemplo en la catalogación de aptitudes diferenciales de interacción para generar ejecuciones transituacionales de regla relacional general (Hernández-Pozo, 1986); propiedades generativas del lenguaje y equivalencias entre estímulos y actividad simbólica en niños con y sin problemas de lenguaje (Devany, Hayes y Nelson, 1986); análisis funcionales de lenguaje complejo (Fields, Verhave y Fath, 1984); implicaciones de la investigación en aprendizaje relacional para el trabajo en retardo en el desarrollo (Green, Mackay, McIlvane, Saunders y Soraci (1990); y más recientemente en el establecimiento de equivalencias entre estímulos auditivos y visuales en niños con problemas específicos de aprendizaje en escritura en las modalidades de copia y dictado (Macotela, 1992).

En general, se ha empleado para producir experimentalmente funciones verbales complejas (Hayes, 1986; Sidman, Wynne, Maguire y Barnes, 1989).

Toda esta investigación generada también ha dado lugar a análisis muy agudos y sofisticados en el plano de discusiones y debates.

Por ejemplo, Dugdale y Lowe (1990) al respecto de la conducta de nombrar y la equivalencia de estímulos (citado por Saunders y Green; 1992); McIntire, Cleary, & Thompson (1987), en cuanto al estudio de las relaciones de reflexividad, simetría y transitividad en chimpancés; Hayes (1989), que señala limitaciones de los animales para realizar equivalencia de estímulos; así como el excelente trabajo de Saunders y Green (1992) en el que critican la manera impropia se ha empleado la

terminología para referirse a diversos procedimientos para describir los efectos de la discriminación condicional sobre las equivalencias de estímulos; así como a las diferencias substanciales entre el paradigma conductual de equivalencias y las concepciones lógico matemáticas.

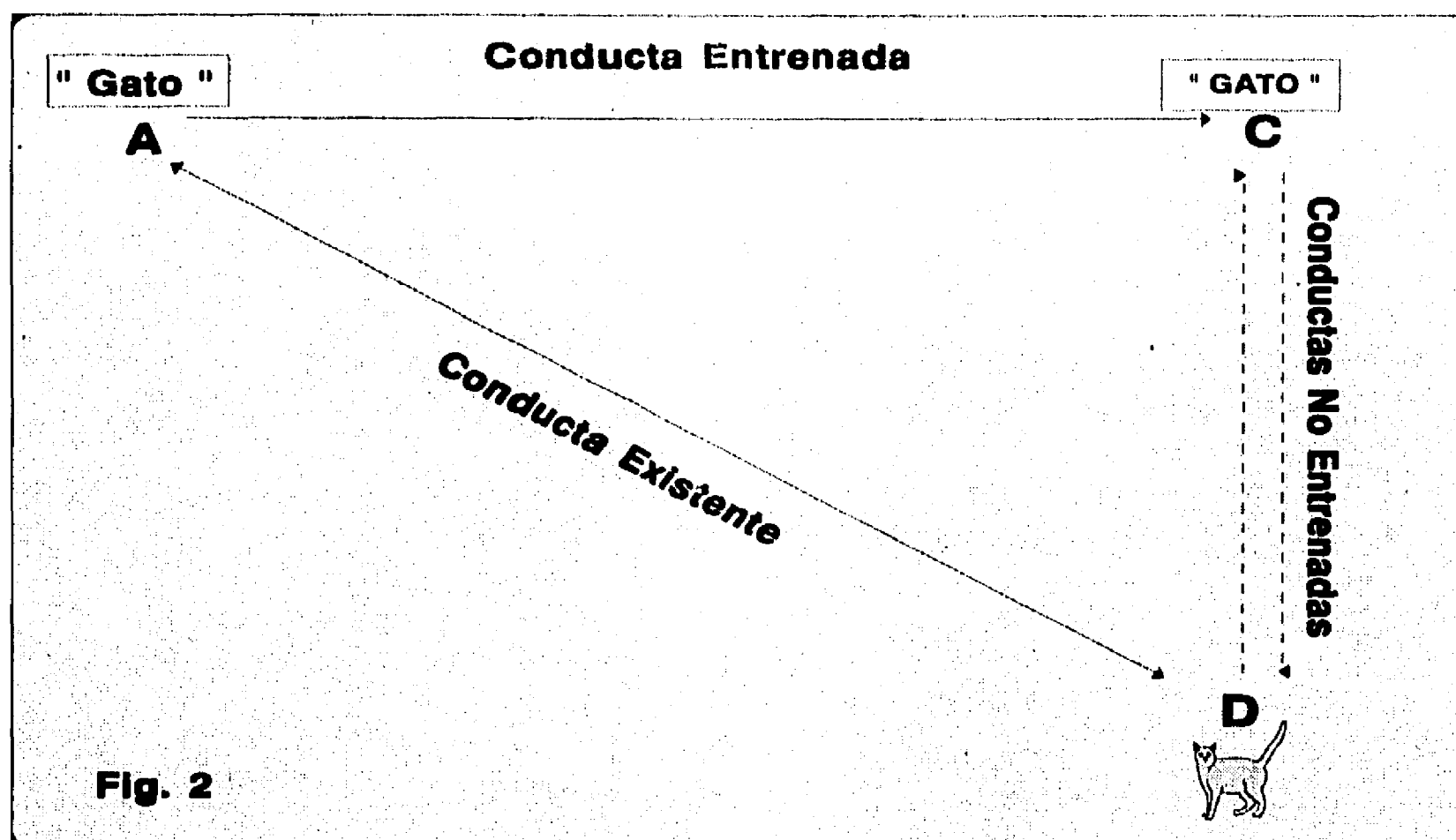
En concreto, consideran que: "... las relaciones estímulo-estímulo son fenómenos conductuales más complejos, que lo que implica la invocación a una analogía matemática" (pág. 238).

Sin embargo, no deja de ser atractiva la posibilidad de integrar clases formales de conducta que resultan de relacionar clases de estímulos.

En este sentido, el paradigma de discriminación condicional ofrece la posibilidad de: (1) validar los componentes sustanciales que integran una clase funcional de conductas; (2) el análisis sistemático de diferentes relaciones condicionales; (3) la evaluación objetiva de los efectos de manipular algunas de esas relaciones; y (4) la integración y formulación de relaciones de equivalencia relevantes.

En el caso de la conducta matemática, al igual que en el del lenguaje, existen componentes estímulo similares.

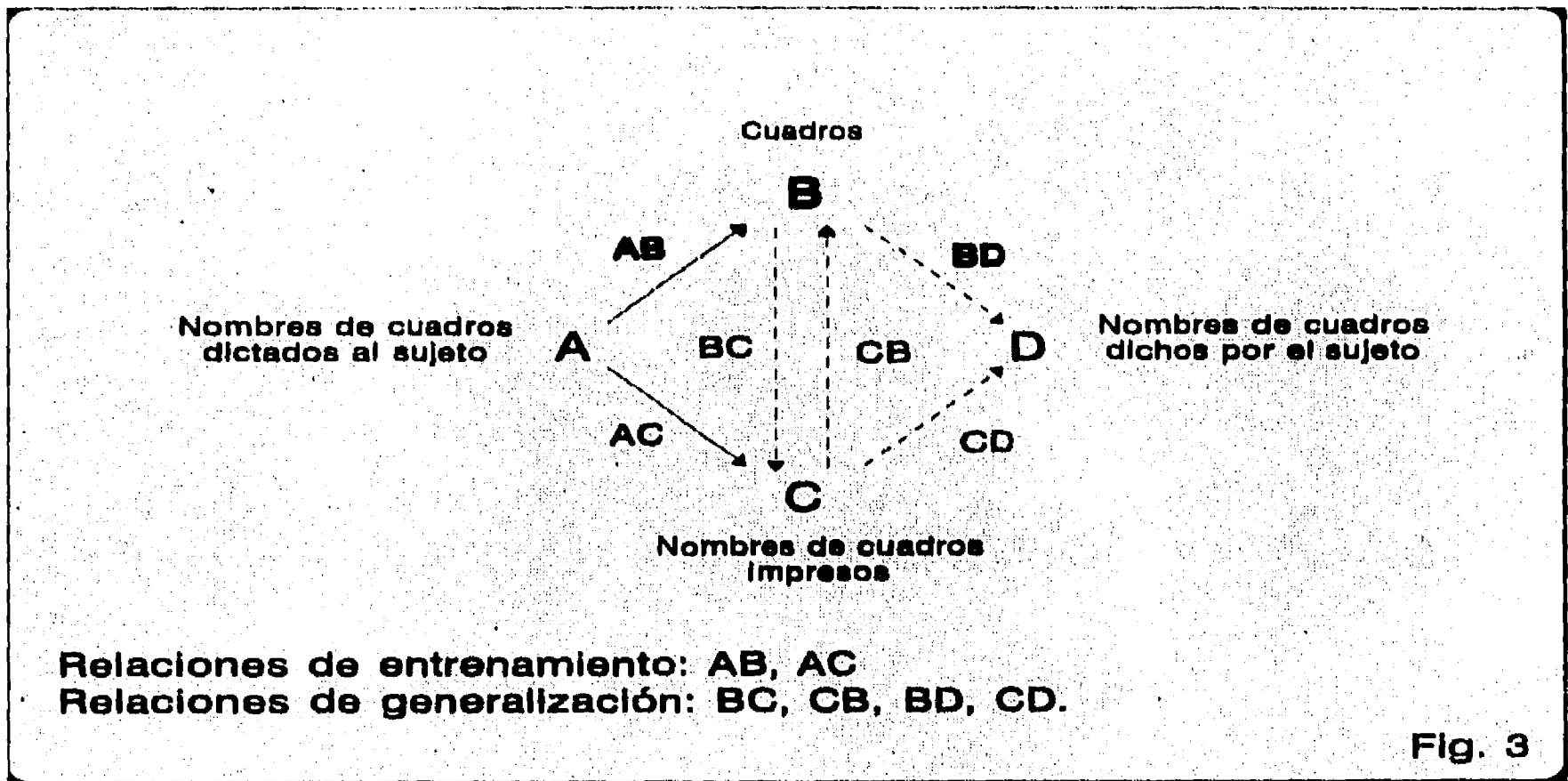
Por ejemplo, podemos en principio hacer referencia a los trabajos de Sidman (1971; Sidman y Cresson (1973), en los que se analizan y sintetizan algunos componentes básicos y sus relaciones, referidos al proceso de adquisición de conducta textual. Plantean el siguiente modelo:



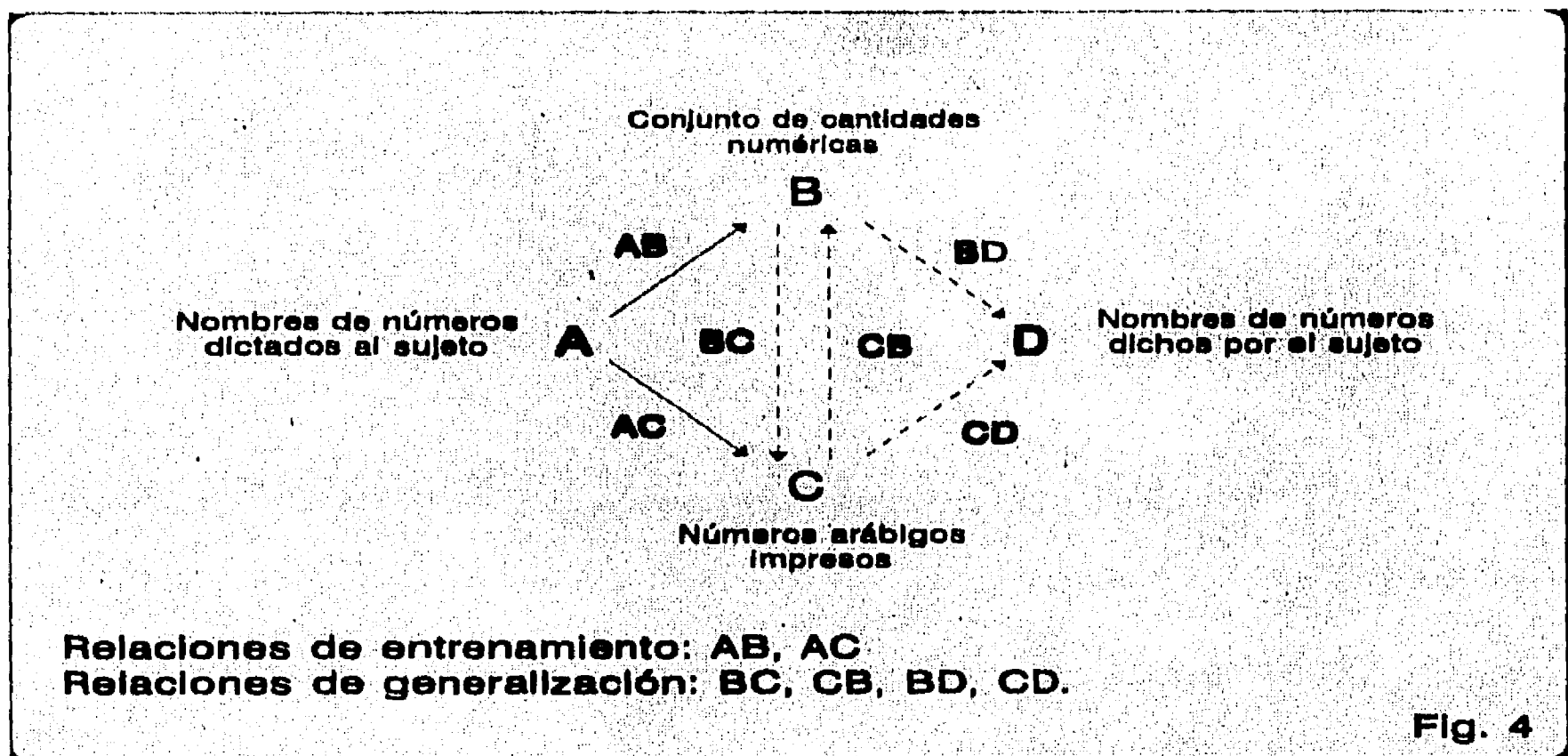
Con este paradigma, demostraron que adolescentes severamente retardados aprendieron a realizar ciertas equivalencias audiovisuales, así como equivalencias visuales derivadas que no habían sido entrenadas. Al inicio del estudio los sujetos pudieron igualar comparaciones de cuadros (*D*) a muestras de palabras habladas (*A*), igualación de *A-D*. Posteriormente, se les entrenó para igualar palabras impresas (*C*), a las mismas palabras habladas (*A*), igualación de *A-C*. Sin ningún entrenamiento adicional, los sujetos igualaron las palabras impresas a sus cuadros, *C-D*, y viceversa, *D-C*.

Esto es importante porque se demostró que si estímulos visuales diferentes fueron seleccionados en respuesta a las mismas palabras habladas, entonces funcionaron como estímulos equivalentes y podían ser igualados unos con otros.

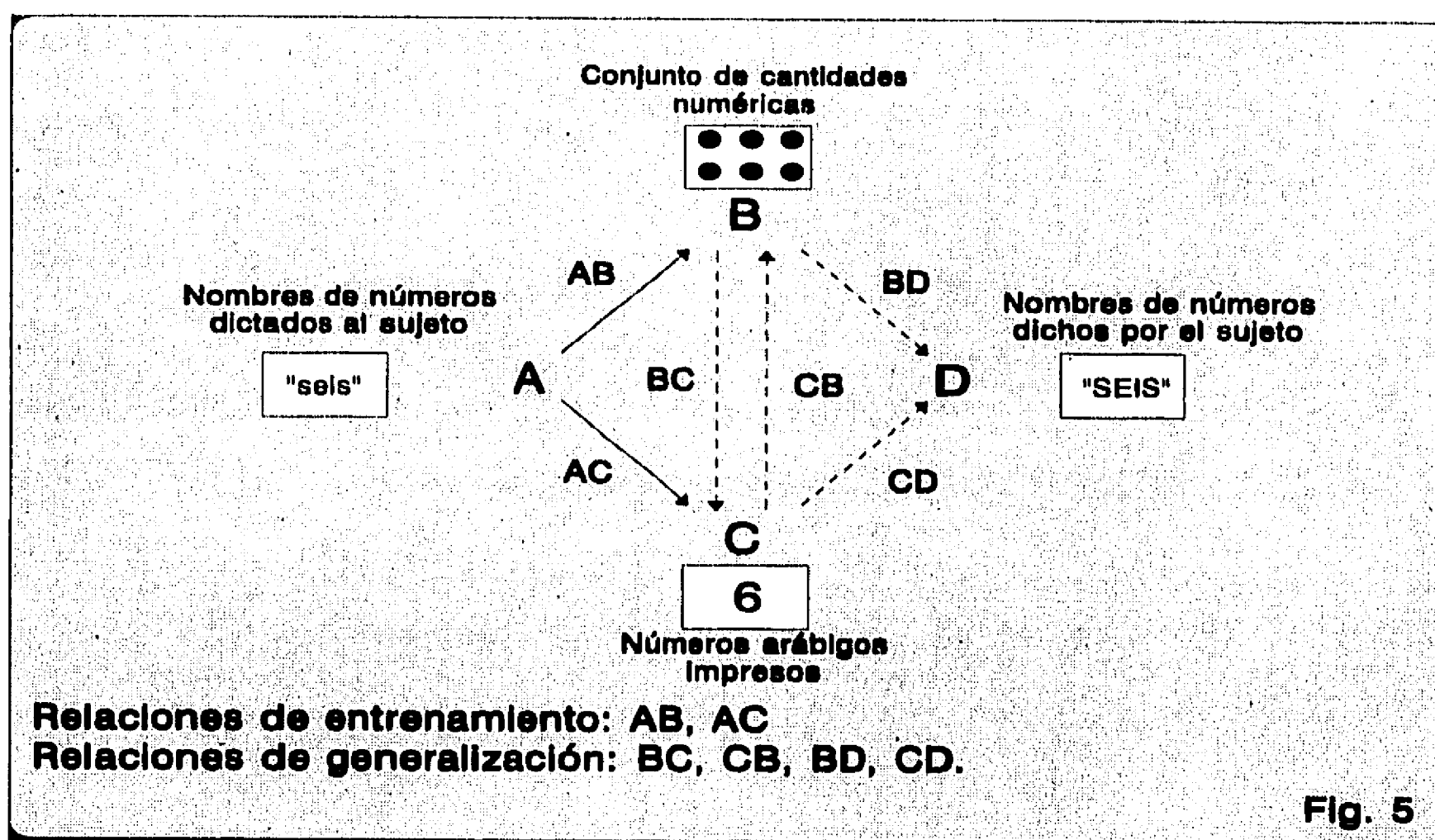
Sidman y Cresson (1973) plantearon un modelo más completo, con base en el cual se presentará, más adelante, una interpretación para el caso de conducta matemática.



De este esquema, la interpretación a conducta matemática puede ser la siguiente:



A manera de ejemplo más específico:



En este esquema *A*, *B*, y *C*, representan estímulos. *D* representa la respuesta oral de nombrar. *AB* y *AC* representan las relaciones de enseñanza. *BC* y *CB* indican las muestras para la comparación de estímulos y representan conjuntos de relaciones condicionales. *BD* y *CD* señalan los estímulos para las respuestas de nombrar. Este esquema permite integrar los componentes básicos para la adquisición y generalización de la conducta aritmética.

En principio esta interpretación parece adecuada. Sin embargo definitivamente es conveniente llevar a cabo su validación empírica.

En este sentido y desde esta perspectiva, se tuvo el interés de estudiar la integración de clases formales de conducta matemática, en términos de los procesos de adquisición y generalización de respuestas, como una función de su relación con clases de estímulos y mediante el empleo del paradigma de discriminación condicional.

De manera específica, se propuso estudiar grados de generalización de respuestas a partir de dos distintos procesos de adquisición de relaciones de equivalencia funcional de estímulos, mediante dos estudios independientes.



## ESTUDIO 1

---

### Propósitos del estudio.

En este estudio se analizaron los efectos que sobre la generalización tuvo, iniciar el proceso de adquisición a partir del establecimiento de relaciones de equivalencia entre:

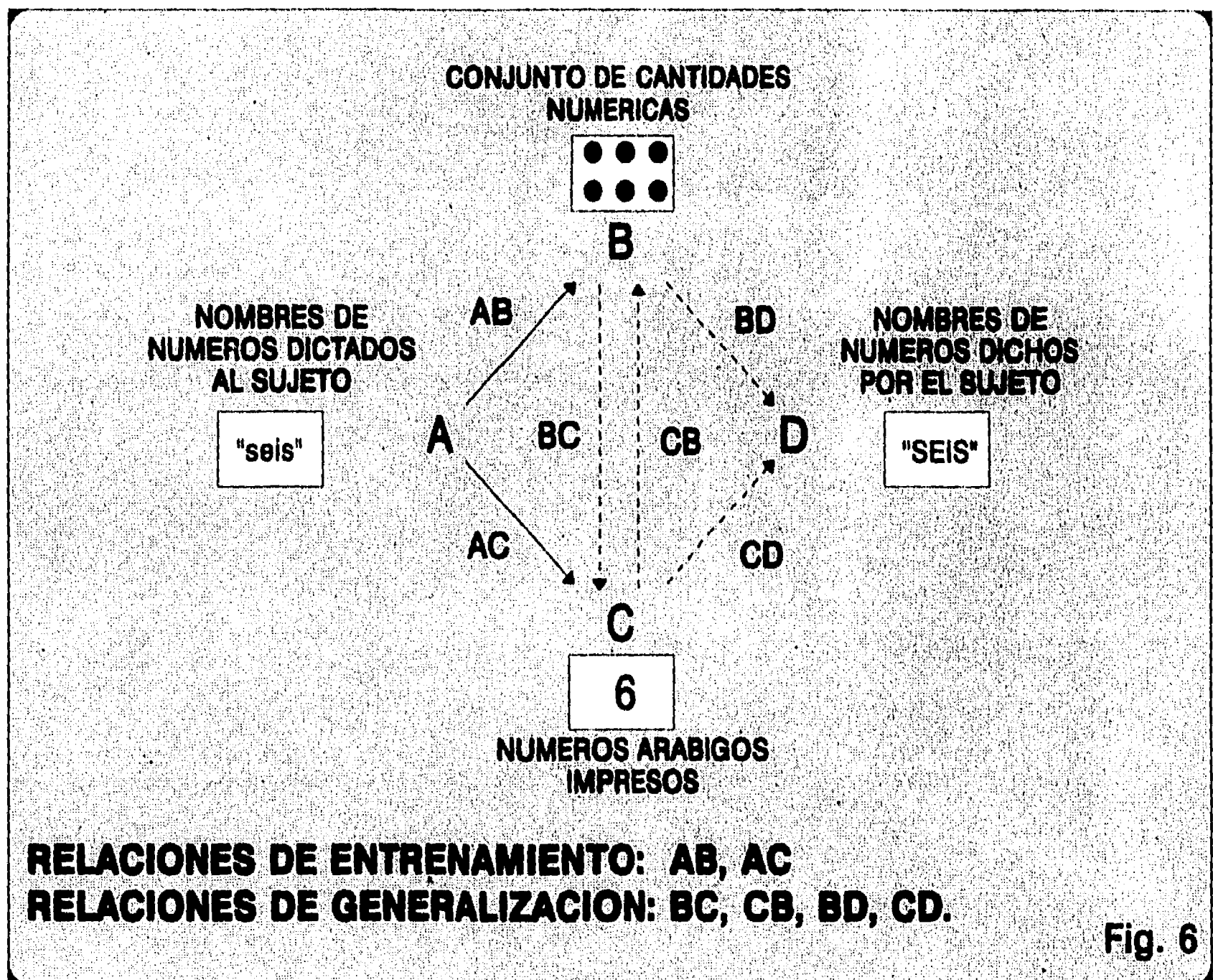
- (1) El componente estímulo auditivo numérico (A) y el componente estímulo visual de numerosidad (B);
- (2) El componente estímulo auditivo numérico (A) y el componente estímulo visual textual numérico (C).

A partir de estas relaciones de equivalencias entre un componente genérico de estímulo ( palabra numérica) con otros dos componentes genéricos estímulo (numerosidad y símbolo numérico), se evaluaron los siguientes tipos de generalización:

- (1) Simetría entre los componentes estímulo visual de numerosidad (B) y el componente estímulo visual simbólico numérico (C); y viceversa (BC y CB).
- (2) Transitividad entre los componentes estímulo visual de numerosidad (B) y la respuesta verbal oral numérica por parte del sujeto (D), (BD).

- (3) Transitividad entre los componentes estímulo visual símbolo numérico (C) y la respuesta verbal oral numérica por parte del sujeto (D), (CD).

La ilustración es la siguiente:



## **METODO**

**Participantes.** Participaron 4 niñas y 1 niño de edades comprendidas dentro de los 4.0 a 4.9 años de edad, que se encontraban en el nivel de educación preescolar de una escuela privada de la Ciudad de México. Todos ellos obtuvieron calificaciones normales en los resultados de la evaluación realizada con la escala Wechsler (WIPPSI), así como dentro de los niveles también normales del Key Math. Los criterios empleados para su selección fueron: (1) que su asistencia fuera consistente; (2) que no tuvieran antecedentes de problemas de atención y o de comportamiento; (3) que hubieran obtenido un porcentaje promedio de respuestas correctas inferior a 40, durante la evaluación de línea base.

**Escenario.** El estudio se condujo en la propia escuela de los participantes y dentro de un salón libre de distractores y ruido. Tenía una superficie de 12 metros cuadrados que contenía una mesa de 1 x 2.5 metros de superficie, dos sillas, y dos configuraciones de cómputo completos, para trabajo individual.

**Aparatos.** Las configuraciones de cómputo estuvieron integradas cada una por un monitor de color (VGA), una unidad central de procesamiento 286 y otra de 386 marca "Gama", con disco duro de 80 MB y memoria Ram de 2 MB. Dos operandos ("mouses"), marca "Microsoft"; y una impresora "Star NX-1000 II".

**Materiales.** Dos ejemplares del Key Math: Diagnostic Arithmetic Test (versión en español) y un ejemplar del Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence (WIPPSI, versión en español), papel y lápices.

**Programa de Cómputo.** Se empleó un programa de cómputo, diseñado específicamente para este proyecto, que permitió la programación de situaciones estímulos; (b) la presentación de dichas situaciones estímulo en un monitor; (c) el registro de las respuestas y condiciones estímulo en que se emitieron cada una de las respuestas, (d) el archivo de los datos para su integración a bases de datos. En el anexo 1 se encuentra una breve descripción del mismo.

**Diseño Experimental.** Se empleó un diseño de línea base múltiple (Barlow y Hersen, 1984), el cual integró una fase de línea base y dos de entrenamiento. En la línea base, se evaluó el nivel de respuestas de cada uno de los sujetos en los 6 tipos de relaciones entre los componentes estímulo, antes mencionados, a lo largo de tres sesiones consecutivas.

En la primera fase de Entrenamiento, se estableció la relación (A-B) y se dio por concluida al haber obtenido cada sujeto un mínimo de 80% de aciertos en tres sesiones consecutivas. Simultáneamente, se evaluaron relaciones de sondeo entre los componentes estímulo, con objeto de medir simultáneamente la generalización obtenida.

La segunda fase de Entrenamiento de la relación (A-C) se llevaría a cabo si en la fase anterior los sujetos obtuviesen porcentajes inferiores a 80; de lo contrario se suspendería.

El diseño se representa esquemáticamente de la forma siguiente

LINEA BASE	ENTRENAMIENTO I	ENTRENAMIENTO II
<p style="text-align: center;">A - B A - C B - C C - B B - D C - D</p>	A - B	A - C
	<p style="text-align: center;">SONDEO</p> <p style="text-align: center;">A - C B - C C - B B - D C - D</p>	<p style="text-align: center;">SONDEO</p> <p style="text-align: center;">A - B B - C C - B B - D C - D</p>

Tabla 1.

**Variables.** Tal como se puede apreciar en el diseño antes planteado, las variables dependientes consistieron de porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisión emitidas por cada sujeto en cada una de las sesiones y en cada una de las relaciones de equivalencia en estudio, tanto en la fase de línea base como en las de entrenamiento. Asimismo, se midió el tiempo que emplearon para responder ante cada una de las relaciones evaluadas.

En cuanto a las variables de naturaleza independiente, consistieron en el entrenamiento proporcionado para establecer las relaciones de equivalencia entre los componentes estímulo programados. Este se llevó a cabo en cada una de las sesiones mediante el empleo de los procedimientos programados de retroalimentación (conocimiento inmediato de los resultados), proporcionados el programa en función de la precisión de la respuesta y de su emisión dentro del tiempo disponible.

**Registro y Confiabilidad.** La confiabilidad se garantizó a los más altos niveles de precisión, en virtud que fue automática la presentación de situaciones estímulo y el registro de las respuestas de los participantes, mediante el registro y calificación que realizaba el programa de cómputo.

## **Procedimientos**

Previamente al inicio formal del estudio, los participantes seleccionados fueron evaluados de manera individual con los instrumentos WIPPSI y Key Math. Posteriormente y también de manera individual, se llevaron a cabo las sesiones que tuvieron una duración aproximada de 8 minutos durante la fase de línea base y de 13 minutos en las de entrenamiento. En cada sesión de línea base se expuso a cada uno de los participantes a 60 ensayos, 10 para cada una de las 6 relaciones a evaluar. Durante las fases de entrenamiento, se presentaron en cada sesión 25 ensayos para sondeo, 5 para cada una de las 5 relaciones y 20 de entrenamiento para el establecimiento de la relación de equivalencia programada.

El tiempo interensayos fue de 10 segundos y el tiempo disponible para responder fue de 20 segundos, contados a partir de la proyección del evento estímulo; si el sujeto no respondía dentro de este tiempo, se registró su respuesta como omisión y se calificaron también las respuestas correctas e incorrectas. En cuanto a los números y numerosidades contenidas en los ensayos fueron de entre 0 y 9. Estos criterios obedecieron a los resultados obtenidos en estudios piloto conducidos durante las pruebas del programa de cómputo.

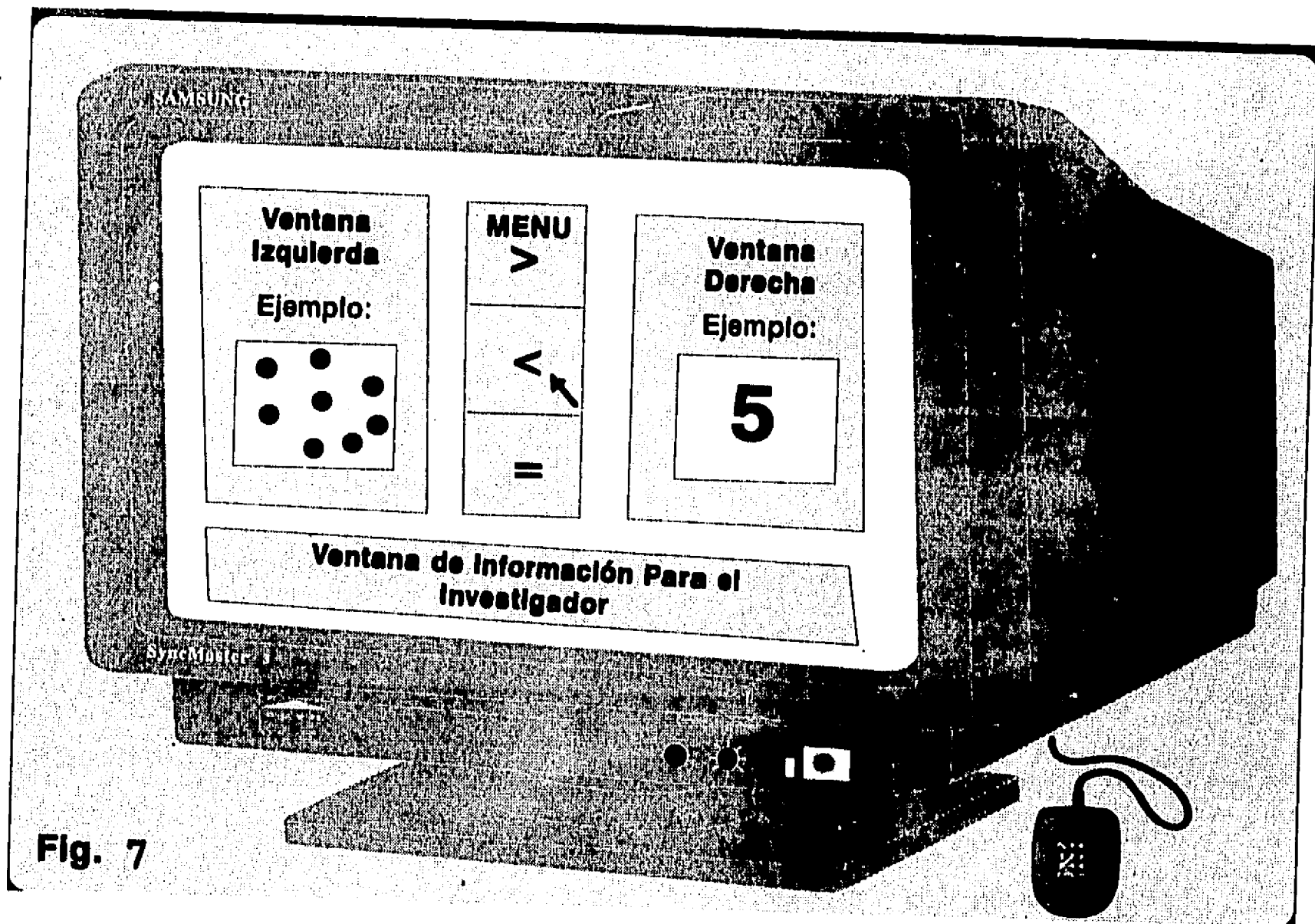
Los procedimientos generales de conducción del estudio fueron los siguientes:

1. Al inicio de las evaluaciones previas al estudio formal, cada niño fue entrevistado individualmente con objeto de establecer una relación social cooperativa y afectuosa, así como comunicarle de la evaluación de que sería objeto.
2. Cada niño fue recibido en la puerta de su salón de clase y se le condujo al escenario del estudio. Se le proporcionaron las instrucciones pertinentes y cada uno de ellos tuvo la oportunidad de familiarizarse con el equipo de cómputo que operaría.
3. Se realizaron una serie de instrucciones y prácticas para emplear el manipulando ("mouse"), desplazando el cursor en la pantalla y ensayos para accionar el disparador que servía para definir su respuesta de elección.
4. Se entrenó a cada niño a discriminar los siguientes signos:  $>$ ;  $=$ ;  $<$ . Esto se realizó con figuras negras impresas en papel con fondo blanco y se emplearon objetos y relaciones comparativas que describían el significado de dichos signos. Esta tarea concluyó cuando lograron el 100% de respuestas correctas en 10 ensayos consecutivos.
5. Una vez logrado satisfactoriamente lo anterior, las sesiones se condujeron de acuerdo a las especificaciones del diseño. Cuando el niño concluyó cada sesión, se le agradeció su cooperación, independientemente de los resultados

que obtuvo y de la fase en que se encontraba. Acto seguido, se le condujo de regreso a su salón de clase.

Los procedimientos específicos de la presentación de las situaciones estímulo fueron las siguientes:

En la pantalla del monitor se presentan las situaciones estímulo, tal como lo ilustran la siguiente figura:



En las ventanas izquierda y derecha, se presentaron los componentes estímulo que se especifican en el diseño del estudio. En la ventana central, se encontró el menú de tres estímulos de elección para definir la respuesta (>, mayor qué; =, igual qué; <, menor qué) que describía la relación existente entre los componentes



estímulo de las ventanas laterales. A estos estímulos de elección se accedía mediante el empleo del operando ("mouse"), el cual únicamente se podía desplazar dentro de los límites geográficos de la ventana. En la ventana de información para el investigador (4), existía información referente (a) a los aspectos programados para los ensayos, (b) e información irrelevante para enmascarar la información relevante, en caso de que los sujetos pudiesen leer dicha información.

En la figura 6 se muestran ejemplos de los componentes estímulos A, B, C y D, así como de las relaciones entre ellos. Las relaciones específicas de evaluación y entrenamiento se encuentran en la figura 7 que prescribe el diseño del estudio.

A continuación se describen los procedimientos empleados en la presentación de las 6 relaciones de componentes estímulo.

Antes de iniciar con cada una de las relaciones, se instruyó a cada sujeto acerca de la tarea que debía realizar:

**A-B:** La ventana izquierda del monitor aparecía vacía y en la de la derecha apareció un conjunto de círculos negros. La cantidad de círculos fue de entre 1 y 9, cantidad que variaba de manera aleatoria de ensayo a ensayo. En esta relación el sujeto escuchó el número que decía en voz alta el experimentador y lo debía comparar con el número de círculos que había contado. Con ambos números, el sujeto determinaba si: el número que escuchó era mayor, menor o igual que el número de círculos que contó. Acto continuo, el sujeto desplazó el "mouse" dentro de la ventana de elección de estímulos y seleccionó el que, según él, describía la

relación de los dos componentes estímulo presentados. Para esta tarea cada sujeto dispuso de 20 segundos.

La lectura del número que hizo en voz alta el experimentador, fue con base a un número romano que apareció enmascarado, en la ventana de información para el investigador.

**A-C:** El procedimiento fue casi idéntico al anterior (A-B), excepto que en lugar de aparecer círculos en la ventana de la derecha, apareció un símbolo numérico.

**B-C:** En la ventana de la izquierda se proyectó un conjunto de círculos y en la ventana de la derecha, números arábigos escritos. El sujeto contó los círculos de la izquierda, leyó el número de la ventana derecha y discriminó si el de la izquierda era igual, mayor o menor que el derecha. A continuación seleccionó el signo respectivo con el "mouse". Para esta tarea dispuso de 20 segundos.

**C-B:** El procedimiento fue idéntico al anterior (B-C), excepto que aquí estuvo invertida la posición de los componentes estímulo.

**B-D:** En este caso, en la ventana de la izquierda apareció un conjunto de círculos que el sujeto y el investigador contaron. La ventana de la derecha apareció vacía. Sin embargo, en la ventana de información para el investigador, apareció un número (romano) que el investigador leyó y comparó con el número de círculos de la ventana de la izquierda y discriminó si éste (el de la ventana) fue igual, mayor o menor que el que leyó. En este momento el experimentador pidió al sujeto que le

dijera un número igual, menor o mayor que el número de círculos que apareció en la ventana de la izquierda.

El experimentador seleccionó con el "mouse" el signo que correspondió a la relación con base en la respuesta del sujeto. En este caso el sujeto también dispuso de 20 segundos para responder.

**C-D:** El procedimiento fue idéntico a la relación anterior (B-D), excepto que en lugar de círculos, aparecieron números.

## **RESULTADOS Y DISCUSION**

---

Los resultados del presente estudio se describen a continuación en términos de lo siguiente:

Primero, se hace una descripción de datos generales del número de sesiones y fases planeadas y empleadas por cada uno de los sujetos del estudio. Segundo, se presenta una descripción individualizada de los resultados obtenidos por cada uno de los cinco sujetos participantes, con objeto de analizar los efectos secuenciales que se obtuvieron sobre la adquisición y generalización de respuestas obtenida como consecuencia del entrenamiento en una relación de componentes estímulo. Asimismo, se presentan los resultados generales del estudio en términos de los porcentajes de respuestas correctas promedio de todos los sujetos ( $n=5$ ). Tercero, se presentan una descripción de la generalización de respuestas obtenida ante cada una de las relaciones estudiadas en términos de la cantidad de generalización obtenida en cada relación, así como en términos de los cambios en la velocidad de las respuestas, los cuales se presentan en términos de porcentajes y tasa de respuestas correctas por segundo, respectivamente. Cuarto, se describen y analizan los resultados generales obtenidos, con base en un modelo general de relaciones de discriminación condicional que permite la interpretación conceptual de algunos los datos obtenidos.

### **1. Sesiones y Fases.**

En la siguiente tabla (2) se resumen los datos del número de sesiones empleadas por cada uno de los cinco niños que participaron en el estudio, por cada

una de las fases, así como las fases que aunque estaban programadas se omitieron por haber satisfecho los criterios previamente establecidos para prescindir de ellas

FASES/ SUJETOS	LINEA BASE	A-B	A-C	TOTAL SESIONES	FASES OMITIDAS
1	3	8	---	11	1
2	3	8	---	11	1
3	3	7	---	10	1
4	3	6	---	9	1
5	3	6	---	9	1

**Tabla 2.**

Como se puede apreciar, a partir de la sesión cuatro se inició el entrenamiento en la relación A-B (estímulo auditivo numérico-estímulo visual de numerosidad), empleando 5 sesiones los sujetos 1 y 2, 4 el sujeto 3, y 3 los sujetos 4 y 5, para alcanzar el criterio de conclusión de la fase. Los cinco sujetos, como resultado de la adquisición de esta relación (A-B), mostraron un alto nivel de generalización en la relación A-C (estímulo auditivo numérico-estímulo visual numérico), lo que permitió que se omitiera dicha fase de entrenamiento.

## **2. Procesos de Adquisición y Generalización.**

En las gráficas 1 a 5 se muestran los resultados individuales de los sujetos 1 a 5 respectivamente. En dichas figuras se representa en la ordenada los porcentajes de respuestas correctas de las seis relaciones estudiadas; en la abcisa se muestran las sesiones consecutivas. Este tipo de gráfica se interpreta con base en que los resultados obtenidos en cada una de las relaciones dentro de una misma sesión. Así podemos apreciar los niveles de ejecución en cada una de las fases, así como el

efecto que tuvo el entrenamiento de una de ellas y los efectos temporales de dicho entrenamiento sobre las otras relaciones que únicamente fueron sondeadas.

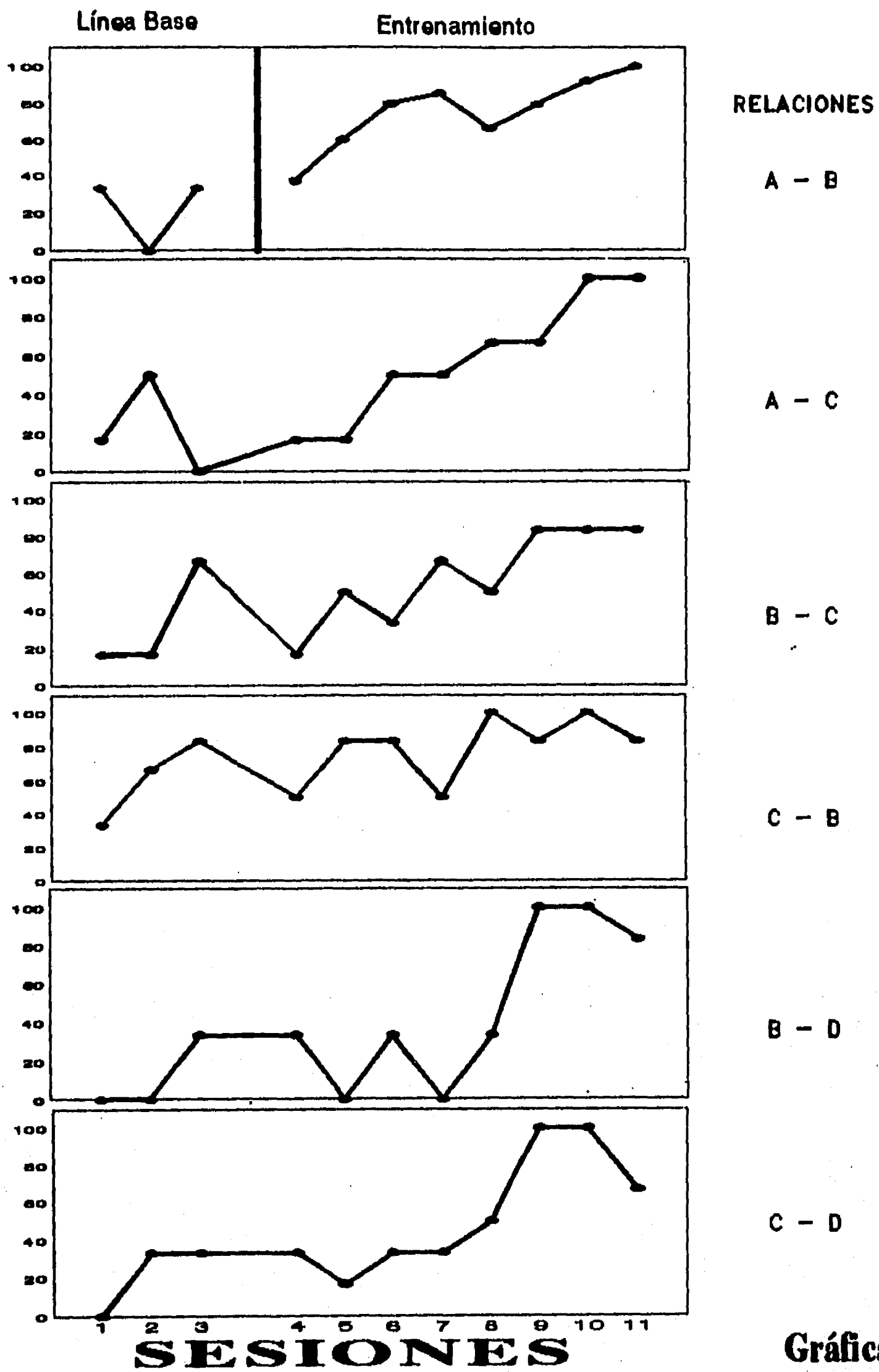
En la gráfica 1 ( ver página siguiente ) se muestran los datos del sujeto 1, quien tuvo una ejecución promedio de 28.7% durante las tres sesiones de línea base, en las seis relaciones y dentro de un rango de 11.11% (B-D) a 61.11% (C-B). Estas ejecuciones caen abajo de una probabilidad de azar posible que es de 33.33%, dado que las posibilidades de respuesta son tres ( $>$ ,  $<$ ,  $=$ ). En la fase de entrenamiento de la relación A-B, se observa un efecto de incremento sistemático de las repuestas correctas a lo largo de las ocho sesiones. El porcentaje promedio de respuestas correctas en esta relación fue de 75.47. El efecto del entrenamiento en esta relación produjo efectos de generalización en las otras relaciones que se muestran en la tabla 3, en términos de los porcentajes promedio por cada una de las relaciones y por fase.

			GENERALIZACIÓN
	22.23%	75.47%	53.24%
	22.22%	84.28%	62.06%
	33.31%	83.34%	50.03%
	81.11%	83.34%	2.23%
	11.11%	83.34%	72.23%
	22.22%	54.17%	31.95%

**Tabla 3.**

# ESTUDIO 1 SUJETO 1

PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS



Gráfica 1

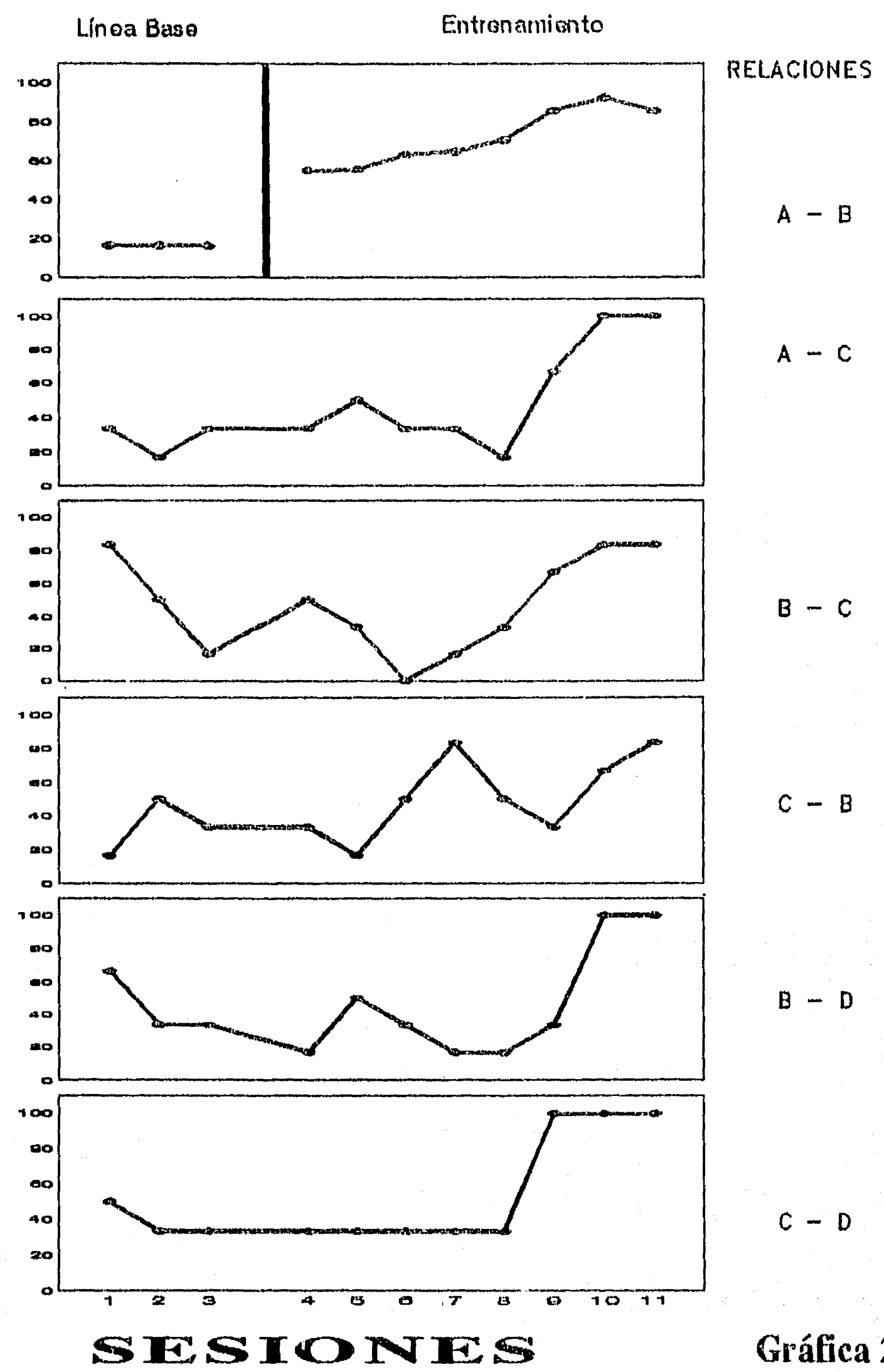
Como se puede apreciar, existieron efectos de generalización en todas las relaciones que únicamente se sondearon, incluso con efectos mayores que los logrados en la relación que fue directamente entrenada. Por ejemplo, relaciones A-C y B-D. De hecho, con la relación A-C se tenía planeada una fase de entrenamiento, misma que se omitió por haberse encontrado en altos porcentajes de ejecución.

La gráfica 2 ( ver página siguiente ) muestra los resultados del sujeto 2, quien tuvo una ejecución promedio de 35.55% en línea base, aunque con patrones de respuestas muy distintos ante cada una de las relaciones evaluadas, como es el caso de la relación B-C que muestra un alto porcentaje de ejecución en la primera sesión (83.34%) y consistentemente decremento en las dos siguientes sesiones (50% y 16.88%). Relativamente similar es el caso del alto porcentaje de ejecución que se observó ante la relación B-D donde obtuvo 66.66% en la primera sesión. Estos altos porcentajes de ejecución durante línea base se deben a respuestas que aunque son correctas son emitidas de manera aleatoria. A esto debe la variabilidad intra fase que se observa en casi todos los sujetos. En cuanto a la fase de entrenamiento, se observa en la misma gráfica que hubo un efecto directo sobre la relación entrenada (A-B), pero los efectos de generalización sobre las relaciones sondeadas se aprecian únicamente en las últimas cuatro sesiones de la fase; incluso en algunas relaciones se observan decrementos en las respuestas correctas, en comparación con las respuestas emitidas en línea base.



# ESTUDIO 1 SUJETO 2

**PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS**



Gráfica 2

Los porcentajes promedio obtenidos en cada una de las fases y con relación a cada una de las relaciones, se presentan a continuación en la tabla 4.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LINEA BASE</b>	<b>ENTRENAMIENTO</b>	<b>DIFERENCIA</b>
<b>A-B</b>	16.66%	85.71%	69.05%
<b>B-C</b>	27.78%	54.17%	26.39%
<b>C-D</b>	50.00%	45.84%	-4.16%
<b>D-E</b>	33.33%	52.09%	18.76%
<b>E-F</b>	44.45%	45.83%	1.38%
<b>F-G</b>	38.89%	58.34%	19.45%

**Tabla 4.**

Como se puede apreciar, en este sujeto el mayor efecto del entrenamiento se observó en la relación directamente entrenada (69.05%), aspecto que contrasta con el efecto obtenido en la relación B-C en la que hubo -4.16% más ejecución de respuestas correctas en línea base que durante la fase en que se entrenó la relación A-B. Esto puede deberse al alto porcentaje de respuestas correctas que obtuvo azarosamente durante la línea base. Este efecto de un promedio negativo, está relacionado al número de sesiones, durante la fase temporal de entrenamiento, que se promedia con la ejecución obtenida a lo largo de toda la fase. Es decir, si observamos en la gráfica 2 los porcentajes de ejecución de las tres últimas sesiones,

se aprecian altos niveles de ejecución de entre 80 y 100% en todas las relaciones de sondeo, por lo que se confirma que el uso exclusivo de datos promedio puede encubrir este tipo de datos de proceso.

Los datos del sujeto 3 se pueden apreciar en la gráfica 3 ( ver página siguiente ). En ella se aprecian los porcentajes de respuestas obtenidas durante la línea base. El rango del porcentaje de respuestas promedio por fase fue de 11.11% (B-D) a 50% (C-B), y los patrones de ejecución fueron variables entre las distintas relaciones. En cuanto a la fase de entrenamiento de la relación A-B, se observaron efectos sobre ésta y temporalmente inmediatos únicamente ante la relación B-C. Las restantes mostraron efectos de generalización a partir de las últimas tres sesiones (7 a 10). De hecho, particularmente en las dos últimas sesiones se emitieron porcentajes de respuestas correctas del orden de 83.33 a 100%.

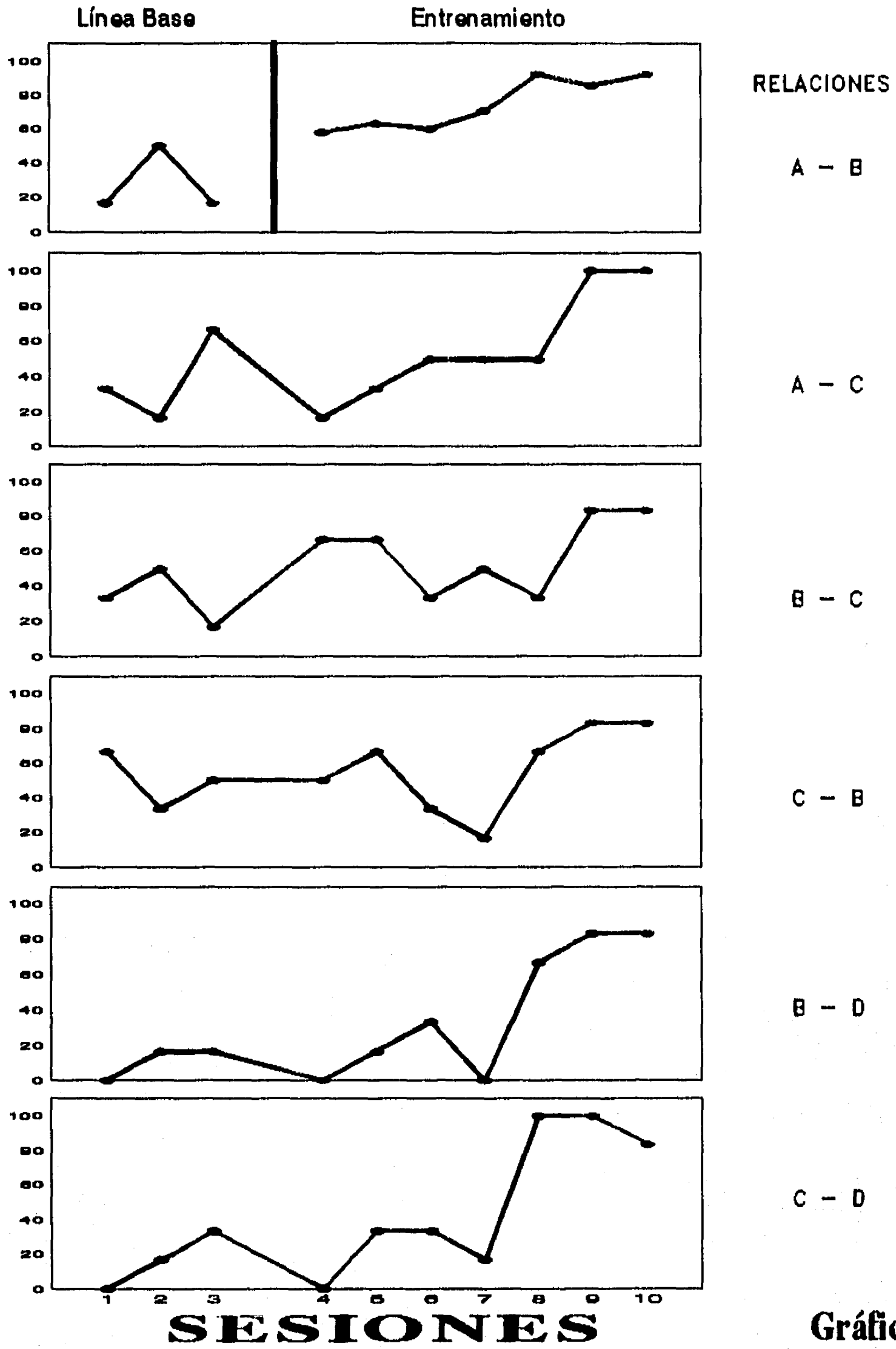
En la tabla 5 se pueden apreciar los porcentajes promedio por fase, así como la magnitud del cambio de línea base a la de entrenamiento.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LINEA BASE</b>	<b>ENTRENAMIENTO</b>	<b>DIFERENCIA</b>
<b>A-B</b>	27.77%	74.56%	46.79%
<b>A-C</b>	38.89%	54.14%	15.25%
<b>B-C</b>	33.33%	59.52%	26.19%
<b>C-B</b>	50.00%	57.14%	7.14%
<b>B-D</b>	11.11%	40.48%	29.37%
<b>C-D</b>	16.67%	52.38%	35.71%

**Tabla 5.**

## ESTUDIO 1 SUJETO 3

**PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS**



**Gráfica 3**

Los resultados del sujeto 4 se encuentran en la gráfica 4 ( ver siguiente página ), la cual muestra que al igual que los sujetos anteriores, los patrones de respuestas correctas durante la fase de línea base variaron de relación a relación, siendo emitidas estas ejecuciones dentro de un rango de 16.67 a 44.45% del promedio de respuestas correctas de la fase. Al introducirse la fase de entrenamiento se aprecia un incremento de respuestas correctas tanto en la relación que fue objeto de entrenamiento directo (A-B), como de las relaciones A-C, y C-B. Sin embargo, en las dos últimas sesiones de la fase (7 a 9) se aprecian altos porcentajes de ejecución (83.34 a 100%) en cuatro relaciones, la entrenada de manera directa (A-B) y tres de sondeo (A-C, B-C, C-B). Las relaciones B-D y C-D prácticamente no tuvieron un efecto positivamente notable, en comparación con la ejecución mostrada en línea base.

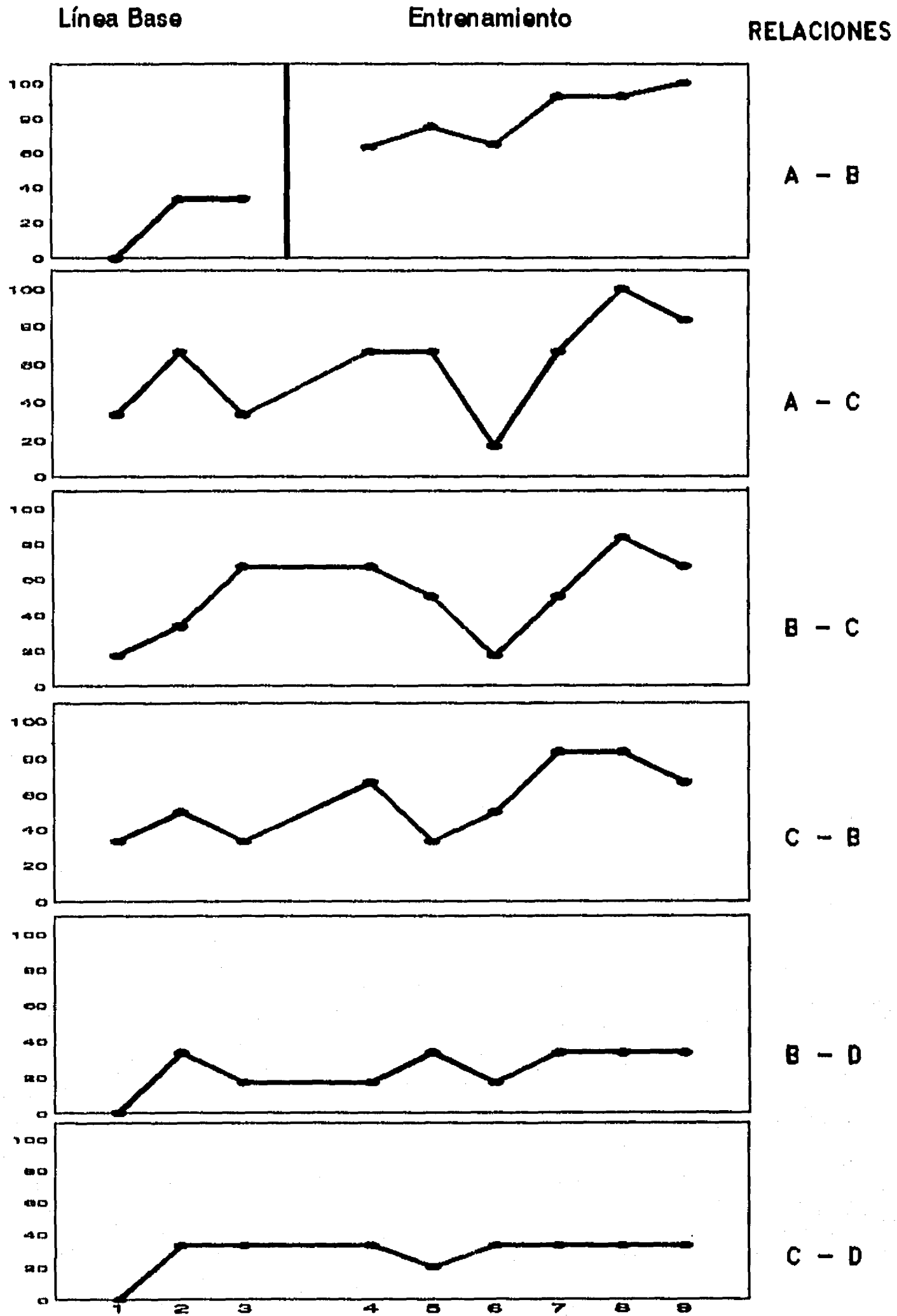
La Tabla 6 muestra las magnitudes de los cambios en términos de los resultados de los porcentajes de respuestas correctas promedio por fase y la diferencia entre éstas.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LINEA BASE</b>	<b>ENTRENAMIENTO</b>	<b>DIFERENCIA</b>
<b>A-B</b>	22.23%	81.24%	59.01%
<b>A-C</b>	44.45%	66.66%	22.21%
<b>B-C</b>	38.89%	55.55%	16.66%
<b>C-B</b>	38.89%	63.89%	25.00%
<b>B-D</b>	16.67%	27.78%	11.11%
<b>C-D</b>	22.23%	31.12%	8.89%

**Tabla 6.**

# ESTUDIO 1 SUJETO 4

PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS



SESIONES

Gráfica 4

Se puede apreciar que la mayor magnitud del cambio fue en la relación directamente entrenada (59.01%) y que aunque hubo incrementos en todas las demás relaciones, no fue igual en todas. Sin embargo, el cambio notable se ubicó en las dos últimas sesiones de la fase, al igual que en los sujetos anteriores.

Los resultados del sujeto 5 se muestran en la gráfica 5, quien al igual que el sujeto 4 concluyeron el estudio en menos sesiones (6). Al igual que los sujetos anteriores, el patrón de respuestas correctas durante la fase de línea base fue menos variable que en los sujetos anteriores y de emitió dentro de un rango de 16.67 (C-B) a 38.89% (B-D). Al introducir la fase de entrenamiento en la relación A-B, se produjo un efecto de incremento de 58.96% de la sesión 3 de línea base a la sesión 4 y primera de entrenamiento. Esto sucedió únicamente en esta relación, y el efecto de generalización se observó en las demás relaciones a partir de la sesión 6 y hasta la sesión 9 en que concluyó el estudio. Prácticamente a partir de la sesión 7 el porcentaje de respuestas correctas se emitió dentro de un rango de 80 (A-B) a 100% (las cinco relaciones de sondeo).

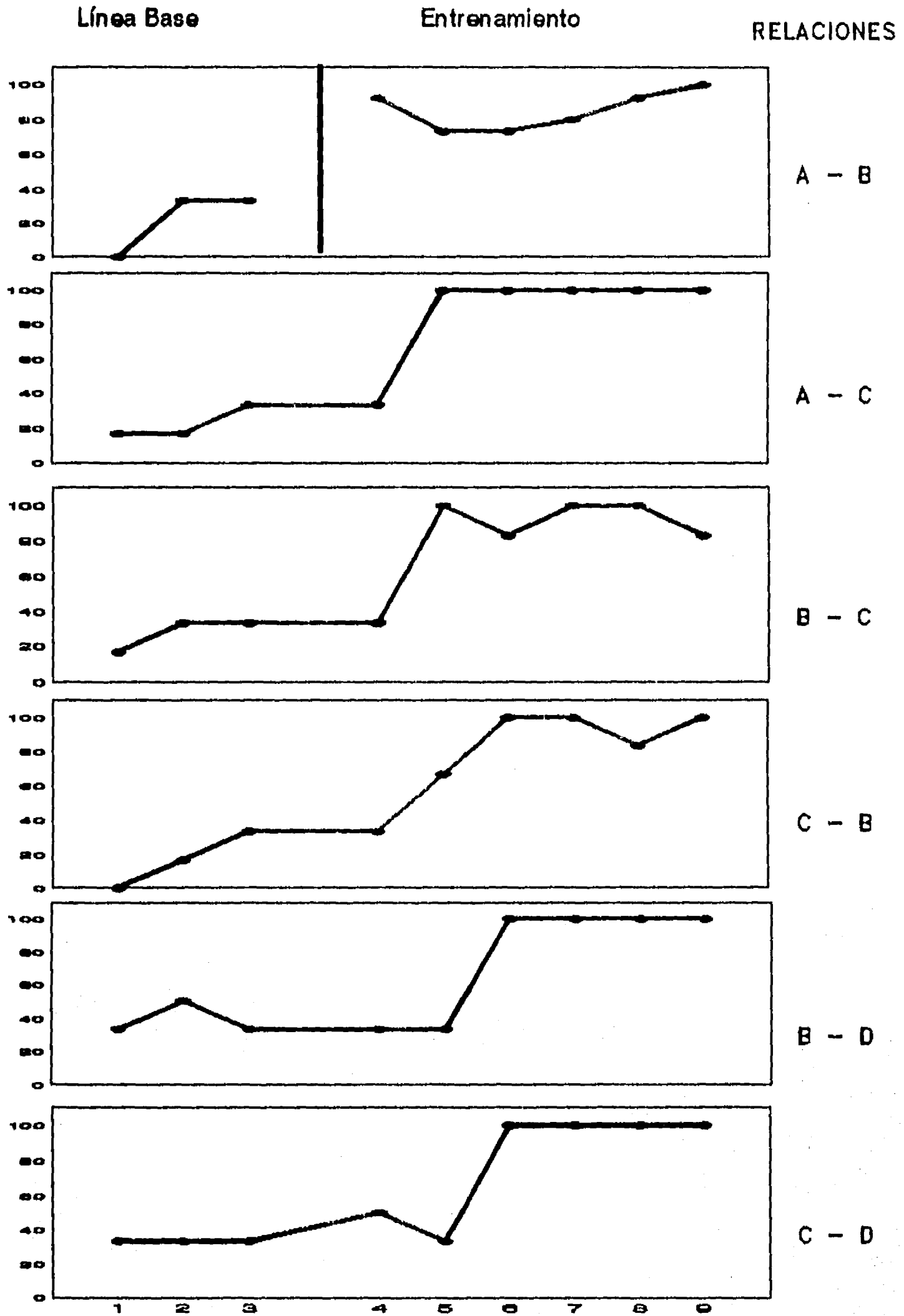
La tabla 7 muestra los porcentajes promedio de respuestas correctas por fase y la diferencia entre ambas fases.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LÍNEA BASE</b>	<b>ENTRENAMIENTO</b>	<b>DIFERENCIA</b>
<b>A-B</b>	<b>22.22%</b>	<b>85.21%</b>	<b>62.99%</b>
<b>A-C</b>	<b>22.22%</b>	<b>88.89%</b>	<b>66.67%</b>
<b>B-C</b>	<b>27.78%</b>	<b>83.34%</b>	<b>55.56%</b>
<b>C-B</b>	<b>16.67%</b>	<b>80.56%</b>	<b>63.89%</b>
<b>B-D</b>	<b>38.89%</b>	<b>77.78%</b>	<b>38.89%</b>
<b>C-D</b>	<b>33.34%</b>	<b>80.56%</b>	<b>47.22%</b>

**Tabla 7.**

# ESTUDIO 1 SUJETO 5

**PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS**



**SESIONES**

**Gráfica 5**



Se puede apreciar que las magnitudes de los incrementos de una fase a otra fueron mayores en las relaciones de sondeo A-C y C-B que en la directamente entrenada. Estos datos señalan los niveles de generalización obtenidos de manera diferencial en cada una de las relaciones estudiadas.

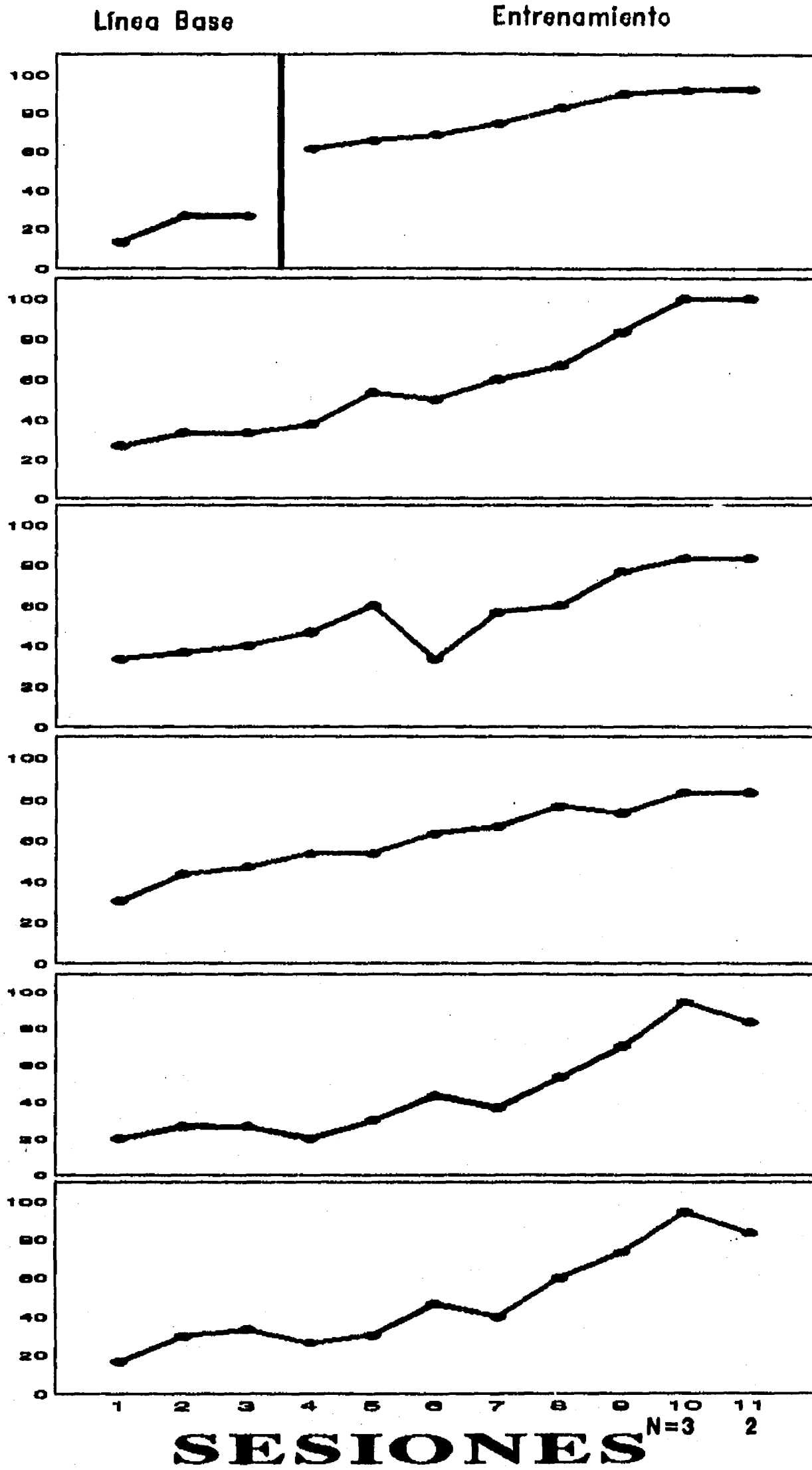
De manera general y con respecto a los patrones de ejecución de las respuestas correctas, resultaron muy homogéneos los resultados, en términos de que independientemente del número de sesiones empleadas para concluir la fase de entrenamiento, todos los sujetos experimentaron efectos de generalización, como resultado del entrenamiento en una de las relaciones entrenadas, que en este caso fue A-B. Sin embargo, existen otras dimensiones que a continuación se describirán con objeto de tener un panorama más amplio de los datos del presente estudio.

En la gráfica 6 se presentan los resultados generales del estudio. En la ordenada se presentan los porcentajes promedio de respuestas correctas y en la abcisa las sesiones, dentro de las cuales se indican las correspondientes a las fases de Línea Base (sesiones 1 a 3) y de Entrenamiento (sesiones 4 a 11). De las sesiones 1 a 9 participaron los 5 sujetos ( $n=5$ ), en la sesión 10 3 sujetos ( $n=3$ ), y en las sesiones 11 sólo 2 sujetos ( $n=2$ ); esto se debió a que fueron concluyendo el estudio los sujetos en distintas sesiones.

# ESTUDIO 1 RESULTADOS DE GRUPO

**N = 5**

**% PROMEDIO DE RESPUESTAS CORRECTAS**



RELACIONES

A - B

A - C

B - C

C - B

B - D

C - D

**Gráfica 6**

En esta gráfica se puede apreciar que durante la fase de línea base hubo una leve tendencia a incrementar la ejecución de respuestas correctas; el rango de ejecución durante esta fase fue de 22.22% (A-B) y 40.0% (C-B). Al iniciarse la fase de entrenamiento en la relación A-B, se observa un incremento sistemático tanto en ésta relación, como en las relaciones únicamente sondeadas. A nivel de resultados promedio de ejecución de los cinco sujetos, la ejecución promedio más alta se logró ante la relación entrenada (A-B). El efecto de su entrenamiento afectó de manera simultánea a las demás relaciones.

En la tabla 8 se presentan estos resultados promedio que muestran la magnitud de los efectos de generalización.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LÍNEA BASE</b>	<b>ENTRENAMIENTO</b>	<b>DIFERENCIA</b>
<b>A-B</b>	<b>22.22%</b>	<b>78.51%</b>	<b>56.29%</b>
<b>A-C</b>	<b>31.11%</b>	<b>68.85%</b>	<b>37.74%</b>
<b>B-C</b>	<b>36.66%</b>	<b>62.50%</b>	<b>25.84%</b>
<b>A-D</b>	<b>40.00%</b>	<b>69.17%</b>	<b>29.17%</b>
<b>B-D</b>	<b>24.44%</b>	<b>53.88%</b>	<b>29.44%</b>
<b>C-D</b>	<b>26.67%</b>	<b>56.88%</b>	<b>30.21%</b>

**Tabla 8.**

### **3. Cantidad y Velocidad de Generalización.**

Con objeto de analizar en mayor detalle los anteriores resultados descritos, a continuación se presentan datos de grupo que permiten analizar la magnitud de los

cambios producidos de una fase a otra. Los datos que se presentan se integraron con base en los resultados promedio de las tres sesiones de línea base de cada una de las relaciones estímulo, así como del promedio de las tres últimas sesiones de la fase de entrenamiento (A-B), cuyo resultado comparativo constituye el dato de: (1) cantidad de cambio, en términos del porcentaje promedio de respuestas correctas, y; (2) la velocidad de la respuesta, en términos de la tasa de respuestas correctas por segundo.

La tabla 9 muestra los porcentajes promedio de respuestas correctas de las tres sesiones de la fase de línea base y de las tres últimas sesiones de entrenamiento de la relación A-B.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LÍNEA BASE n= 5</b>	<b>ENTRENAMIENTO (A-B), n= 5</b>	<b>DIFERENCIA</b>
<b>A-B</b>	22.22	90.87	68.65
<b>A-C</b>	31.11	88.84	57.53
<b>B-C</b>	36.66	77.77	41.11
<b>C-B</b>	40.0	80.00	40.0
<b>B-D</b>	24.43	75.55	51.12
<b>C-D</b>	26.67	78.88	52.21
<b>PROMEDIO</b>	30.18	81.98	51.80

**Tabla 9.**

Como se puede apreciar, la mayor magnitud de cambio se aprecia en la relación que fue objeto del entrenamiento (68.65%); aunque el porcentaje de cambio observado en las relaciones que no fueron objeto de entrenamiento fue en promedio de 48.39% con un rango de 57.53 a 40%. La diferencia global entre una fase y otra fue de 51% en promedio considerando en esto a las seis relaciones estudiadas.

Además de la magnitud del cambio en el porcentaje de respuestas correctas de una fase a otra, también hubo cambios importantes en cuanto a la velocidad a que se emitieron las respuestas correctas. Para esto, a continuación se presentan en la tabla 10, la tasa promedio de respuestas correctas por segundo (rc/s) emitidas en las tres sesiones de línea base, comparándola con las tres últimas sesiones de la fase de entrenamiento.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LÍNEA BASE n= 5</b>	<b>ENTRENAMIENTO (A-B), n= 5</b>	<b>DIFERENCIA</b>
<b>A-B</b>	.26	1.70	1.44
<b>A-C</b>	.35	1.16	.81
<b>B-C</b>	.45	.64	.30
<b>C-B</b>	.60	.61	.01
<b>B-D</b>	.27	.91	.81
<b>C-D</b>	.84	1.54	.90
<b>TASA PROMEDIO</b>	.46	1.09	.63

**Tabla 10.**

Como se puede apreciar, ante la relación A-B se registro la tasa promedio más alta con una diferencia de 1.44 rc/s más que en el promedio obtenido en línea base. La tasa promedio obtenida ante las relaciones que no fueron objeto de entrenamiento fue de .56 y con un rango de 0.01 a .90 rc/s. Globalmente la tasa promedio fue de .63. Este dato es muy importante porque muestra que la generalización observada también aumentó la tasa de respuestas; es decir, no solo emitieron respuestas correctas ante relaciones que no fueron objeto de un entrenamiento directo, sino que además, éstas se emitieron más en menor tiempo.

Con relación a las respuestas incorrectas y de omisión, éstas se emitieron dentro de cierta jerarquía, la cuál estuvo en función de la fase en que se encontraban

los sujetos. La tabla 11, muestra, en términos de promedios, la proporción de respuestas correctas, incorrectas y de omisión emitidas por los cinco sujetos en las dos fases del estudio.

FASES/ RESPUESTAS	LÍNEA BASE	TRATAMIENTO	DIFERENCIA
CORRECTAS	29.62%	63.17%	33.35%
INCORRECTAS	62.24%	34.37%	-27.87%
OMISION	8.14%	2.46%	-5.68%
TOTAL	100%	100%	

Tabla 11.

Como se puede apreciar, durante la fase de línea base, predominaron las respuestas incorrectas (62.24%), en tanto que durante la fase de tratamiento predominaron las respuestas correctas en un 63.17%, porcentaje similar al que tuvieron las respuestas incorrectas en la línea base. Asimismo, se pueden apreciar las diferencias que hubo de una fase a otra en los tres tipos de respuestas. Fueron las respuestas de omisión las que se emitieron dentro de un rango promedio bajo, 8.14 a 2.46%, comparativamente con los otros dos tipos de respuestas.

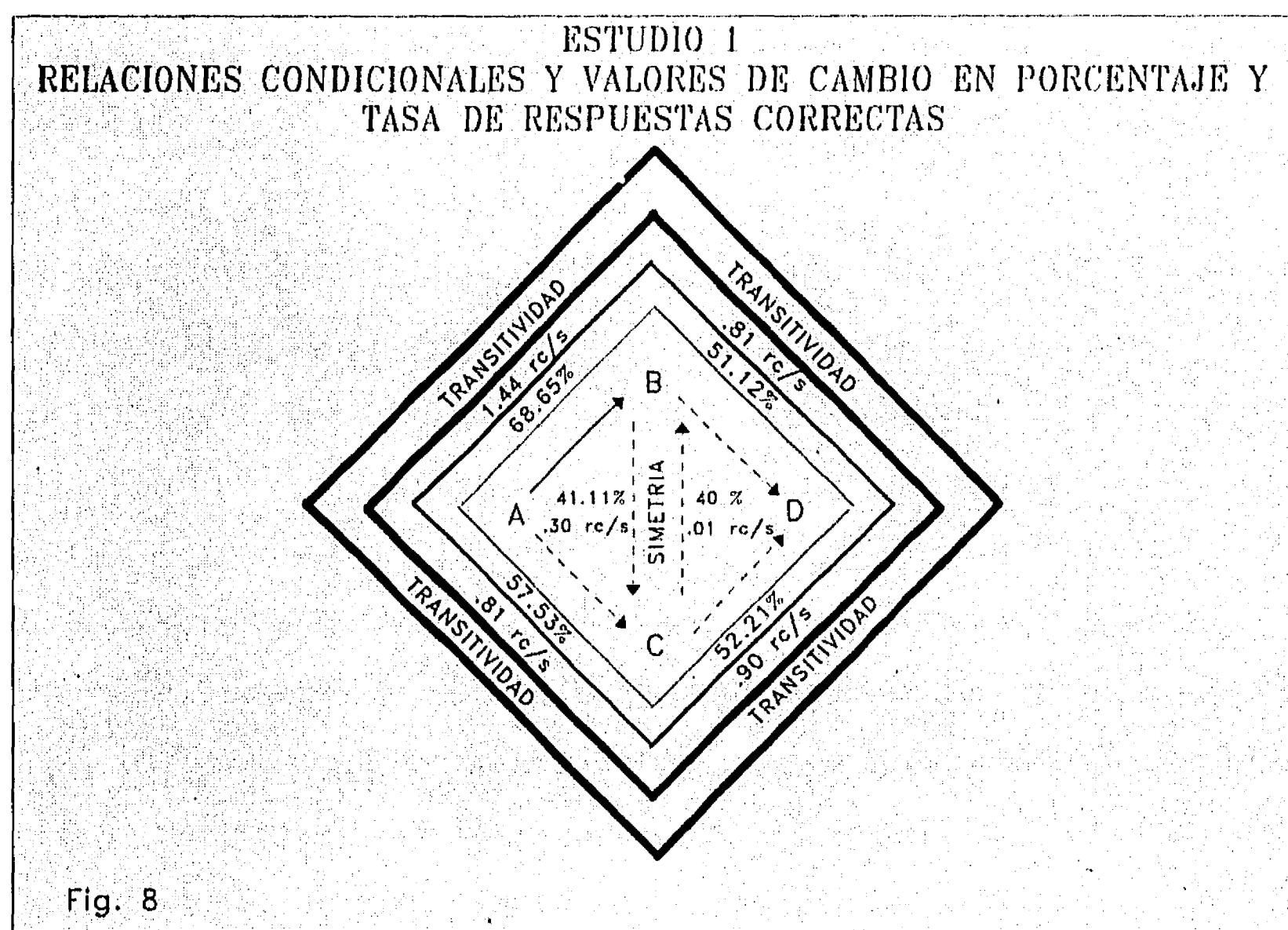
#### 4. Discusión.

Como se ha podido observar, los resultados indican: (1) el procedimiento de entrenamiento fue efectivo para establecer la equivalencia funcional entre los componentes estímulo auditivo numérico (A) y el estímulo visual de numerosidad (B), fue efectivo; (2) a partir del entrenamiento de la relación A-B se produjo efectos simultáneos y sucesivos de generalización de respuestas en las cinco relaciones de componentes estímulo y respuesta restantes que eran de sondeo; (3) se incrementó

ESTADO DE GUATEMALA  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN  
UNIVERSIDAD DE GUATEMALA

de manera importante la tasa de respuestas correctas, tanto en la relación entrenada como en las relaciones no entrenadas; (4) debido a los efectos de generalización, se omitió una de las fases de entrenamiento planeadas (A-C); (5) el estudio se llevó a cabo en 11 sesiones con los cinco niños participantes; (6) las conductas correctas, incorrectas y de omisión, variaron en función de las fases de línea base y entrenamiento, predominando en la primer fase las incorrectas y decrementando en la de entrenamiento. Las respuestas de omisión se emitieron en porcentajes muy bajos.

Con base en estos datos es factible asignar valores a las relaciones de equivalencia estudiadas, para lo cual la figura 8 es muy descriptiva.



**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

En esta figura se observan tres componentes estímulo (A, B, Y C) y un componente de respuesta (D). Cada uno de estos componentes tiene líneas que indican relaciones por entrenamiento o por generalización (continuas o discontinuas, respectivamente). Los valores que tienen asignados estas líneas de relación son de porcentaje y de tasa de respuestas correctas, los cuáles son valores promedio de grupo que indican exclusivamente el incremento que hubo de las tres sesiones de línea base y las tres últimas sesiones de entrenamiento.

Los constructos que Sidman y Tailby (1982) han sugerido para nominar a ciertas relaciones de discriminación condicional, podemos emplearlas para describir relaciones entre componentes estímulo, al margen de la interpretación de relaciones lógico matemáticas. En este sentido, podemos observar los valores de cambio que hubo de línea base al resultado del entrenamiento tanto en porcentaje como en tasa, en las relaciones de simetría y transitividad.

En las relaciones condicionales de simetría del presente estudio fueron B-C y C-B, las cuales fueron efecto generalizado con incrementos de 41.11 y 40%, respectivamente; así como un incremento en la tasa de respuestas de .30 y .01 rc/s, también respectivamente.

La relación condicional de transitividad entrenada fue A-B y obtuvo 68.65% y una tasa de 1.44 rc/s. La relación A-C se convirtió en generalizada debido a que mostró generalización antes de ser entrenada, y obtuvo los siguientes valores de incremento 57.53% y una tasa de .81 rc/s. Las relaciones B-D y C-D que fueron generalizadas, obtuvieron los siguientes valores respectivamente 51.12% y .81 rc/s, y 52.21% y .90 rc/s.



Como se puede apreciar, a partir del entrenamiento de la relación A-B se generó simetría (B-C y C-B) y transitividad (A-C; B-D; y C-D. Este diseño permitió analizar una secuencia de entrenamiento que se inicia con la palabra numérica (A), la cual se relacionó condicionalmente con estímulos visuales que denotan cantidades, estableciéndose una relación única entre una palabra concreta con una cantidad también concreta. A partir de esto los participantes fueron capaces de leer, contando, cantidades de objetos (B) y leyendo símbolos numéricos (C); asimismo, relacionaron cantidades numéricas (B) con símbolos numéricos (C) y viceversa.

## **ESTUDIO 2**

---

### **Propósitos del estudio.**

Con este estudio se propuso analizar los efectos que sobre la generalización tuvo iniciar el proceso de adquisición a partir del establecimiento de relaciones de equivalencia de:

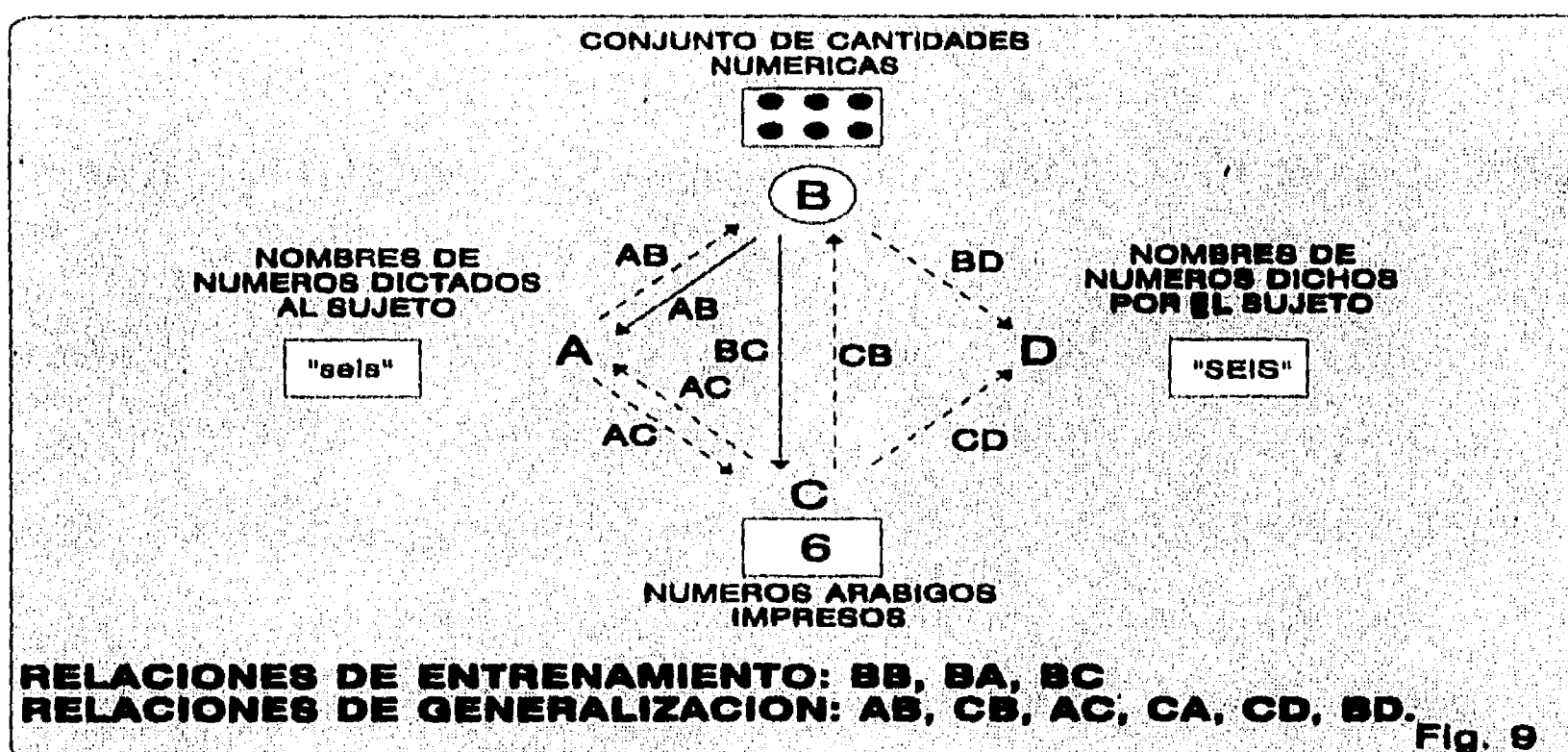
- (1) El componente estímulo visual de numerosidad (B), consigo mismo (BB).
- (2) El componente estímulo visual de numerosidad (B) y el componente estímulo auditivo numérico (A), (BA).
- (3) El componente estímulo visual de numerosidad (B) y el componente estímulo visual numérico (C), (BC).

A partir del establecimiento de la relación intra numerosidad y de ésta con estímulos auditivos orales numéricos y estímulos visuales simbólico numéricos, evaluar los siguientes tipos de generalización:

- (1) Simetría entre los componentes estímulo de numerosidad (B) con los componentes estímulo auditivo orales (A) y los visuales simbólico numéricos (C), (BA y AC); los cuales fueron establecidos en los segmentos de adquisición 2 y 3 antes señalados.

- (2) Transitividad del componente estímulo auditivo numérico (A) al componente estímulo visual simbólico numérico (C), (AC); así como de simetría al invertirse la relación, (CA).
- (3) Transitividad del componente estímulo visual simbólico numérico (C) al componente respuesta oral numérica por parte del sujeto (D), (CD)
- (4) Transitividad del componente estímulo visual de numerosidad (B) al componente respuesta oral numérica por parte del sujeto (D), (BD)

La ilustración del mismo es la siguiente:



## **METODO**

**Participantes.** Participaron 3 niños y 2 niñas de edades comprendidas dentro de los 4.10 años a 5.5 años de edad, que cursaban el nivel de educación preescolar. Al igual que los sujetos del Estudio 1 obtuvieron calificaciones normales de acuerdo a la escala Wechsler (WIPPSI), así como en la escala de Key Math. Se emplearon los mismos criterios de selección a los del Estudio 1.

**Escenario.** El estudio se condujo en el mismo escenario del Estudio 1.

**Aparatos.** Se emplearon los mismos que en el Estudio 1.

**Materiales.** Se emplearon los mismos que en el Estudio 1.

**Programa de Cómputo.** Se empleó el mismo programa que en el Estudio 1.

**Diseño experimental.** Se empleó, como en el Estudio 1, un diseño de línea base múltiple (Barlow y Hersen, 1984), el cual se integró por los componentes estímulo siguientes: (A) estímulo auditivo verbal numérico dicho al sujeto; (B) estímulo visual de numerosidad (conjuntos de círculos); (C) estímulo simbólico visual numérico (número escrito); (D) respuesta verbal textual numérica del sujeto. Estos componentes estímulo se presentaron por pares. Se clasificaron en pares sujetos a entrenamiento (B-B; B-A; B-C) y los empleados para evaluar efectos de generalización (A-B; A-C; C-A; C-B; C-D; B-D).

Con base en estos elementos y tal como lo prescribe el diseño antes mencionado, se programaron las siguientes fases: una de Línea Base y tres de Entrenamiento. En la primera, se evaluó el nivel de respuestas de cada uno de los sujetos en los 9 pares de componentes estímulo a lo largo de tres sesiones consecutivas y fueron seleccionados los sujetos que obtuvieron un porcentaje promedio de respuestas correctas inferior a 40.

En la primera fase de Entrenamiento, se estableció la relación B-B; en la segunda la relación B-A; y en la tercera, la relación B-C. Estas se dieron por concluidas, respectivamente, al haber obtenido cada sujeto un mínimo de 80% de respuestas correctas en tres sesiones consecutivas. Simultáneamente, se evaluó el resto de los componentes estímulo con objeto de medir la generalización obtenida y prescrita anteriormente. El diseño se representa esquemáticamente de la forma siguiente:

<b>LÍNEA BASE</b>	<b>ENTRENAMIENTO I</b>	<b>ENTRENAMIENTO II</b>	<b>ENTRENAMIENTO III</b>
	<b>B - B</b>	<b>B - A</b>	<b>B - C</b>
	<b>SONDEO</b>	<b>SONDEO</b>	<b>SONDEO</b>
<b>B - B</b>	<b>B - A</b>	<b>B - B</b>	<b>B - B</b>
<b>B - A</b>	<b>B - C</b>	<b>B - C</b>	<b>B - A</b>
<b>B - C</b>	<b>A - B</b>	<b>A - B</b>	<b>A - B</b>
<b>A - B</b>	<b>A - C</b>	<b>A - C</b>	<b>A - C</b>
<b>A - C</b>	<b>C - A</b>	<b>C - A</b>	<b>C - A</b>
<b>C - A</b>	<b>C - B</b>	<b>C - B</b>	<b>C - B</b>
<b>C - B</b>	<b>C - D</b>	<b>C - D</b>	<b>C - D</b>
<b>C - D</b>	<b>B - D</b>	<b>B - D</b>	<b>B - D</b>
<b>B - D</b>			

**Tabla 12.**

**Variables.** Fueron las mismas que en el Estudio 1.

**Registro y Confiabilidad.** Fueron iguales que en el estudio 1.

**Procedimientos.** Fueron como los que se realizaron en el Estudio 1, pero ajustados a las prescripciones del presente diseño experimental.

**B-B:** En ambas ventanas aparecieron conjuntos de círculos negros de entre 1 y 9 en cada conjunto. El sujeto los contó y discriminó si el de la ventana izquierda era igual, mayor o menor que el conjunto de círculos de la ventana derecha.

**B-A:** En la ventana de la izquierda (B) apareció un conjunto de círculos negros y la de la derecha (A) estuvo vacía. En lugar de esto escuchó el nombre de un número dicho por el experimentador. El sujeto comparó si la cantidad de círculos negros fue mayor, menor o igual que el número que escuchó de parte del experimentador.

La lectura del número que hizo en voz alta el experimentador, fue con base a un número romano que apareció enmascarado, en la ventana de información para el investigador.

**A-B:** La ventana izquierda del monitor apareció vacía y en la de la derecha apareció un conjunto de círculos negros. La cantidad de círculos fue de entre 1 y 9; la cantidad varió de manera aleatoria de ensayo a ensayo. En esta relación el sujeto escuchó el número que dijo en voz alta el experimentador y lo comparó con el número de círculos que contó previamente. Con ambos números, el sujeto discriminó si: el número que escuchó fue mayor, menor o igual que el número de círculos que contó. Acto continuo, el sujeto desplazó el "mouse" dentro de la ventana de elección de estímulos y seleccionó el que describió la relación de los dos componentes estímulo presentados. Para esta tarea dispuso de 20 segundos.

La lectura del número que hizo en voz alta el experimentador, fue con base a un número romano que apareció enmascarado, en la ventana de información para el investigador.

**B-C:** En la ventana de la izquierda (B) apareció un conjunto de círculos y en la ventana de la derecha (C) números arábigos escritos. El sujeto contó los círculos de la izquierda, leyó el número de la ventana derecha y discriminó si el de la izquierda fue igual, mayor o menor que el derecha. A continuación seleccionó el signo respectivo con el "mouse". Para esta tarea dispuso de 20 segundos.

**A-B:** La ventana de la izquierda (A) estuvo vacía, pero el sujeto escuchó al experimentador decir el nombre de un número, el cuál comparó con la cantidad de círculos que aparecieron en la ventana de la derecha y discriminó si éstos fueron iguales, menores o mayores que el número que escuchó.

**C-B:** El procedimiento fue idéntico al de la relación B-C, pero invertidos los estímulos de las ventanas.

**A-C:** El procedimiento fue casi idéntico al anterior (A-B), excepto que en lugar de aparecer círculos en la ventana de la derecha, apareció un símbolo numérico.

**C-A:** En la ventana de la izquierda (C) apareció un número arábigo que el sujeto comparó con el número que escuchó de la voz del experimentador, en sustitución de la imagen en la ventana derecha.

**C-D:** En este caso, en la ventana de la izquierda apareció un número arábigo que el sujeto y el investigador leyeron independiente. La ventana de la derecha apareció vacía. En la ventana de información para el investigador apareció un número romano que el investigador leyó y comparó con el número que apareció en la ventana de la izquierda y determinó si éste (el de la ventana) fue mayor, igual o menor que el que leyó. En este momento el experimentador pidió al sujeto que le dijera un número mayor, igual o menor que el número que apareció en la ventana de la izquierda.

El experimentador seleccionó, con el "mouse", el signo que correspondió a la relación con base en la respuesta del sujeto. En este caso el sujeto también dispuso de 20 segundos para responder.

**B-D:** Esta relación fue idéntica a la anterior (C-D), excepto que en la ventana de la izquierda el sujeto observó un conjunto de círculos que debió contar.



## **RESULTADOS Y DISCUSION**

---

Los resultados del presente estudio se describen en términos de: Primero, los datos generales del número de sesiones y fases planeadas y empleadas por cada uno de los sujetos participantes del estudio. Segundo, la descripción individualizada de los resultados obtenidos por cada uno de los participantes, con objeto de analizar los efectos secuenciales de adquisición y generalización de respuestas obtenida como consecuencia del entrenamiento proporcionado en algunas de las relaciones de componentes estímulo. Asimismo, se presentan los resultados generales del estudio en términos de los porcentajes de respuestas correctas promedio de todos los sujetos ( $n=5$ ). Tercero, se describe la generalización de respuestas obtenida en cada una de las relaciones estudiadas en términos de la cantidad de generalización obtenida en cada relación; así como en términos de los cambios de velocidad de las respuestas, los cuales se presentan en términos de porcentajes y tasa de respuestas correctas por segundo (rc/s), respectivamente. Cuarto, se describen y analizan los resultados generales obtenidos, con base en un modelo general de relaciones de discriminación condicional que permite la interpretación conceptual de algunos de los datos obtenidos.

### **1. Sesiones y Fases.**

En la siguiente tabla (13), se resumen los datos del número de sesiones empleadas por cada uno de los cinco sujetos participantes en el estudio; por cada una de las fases, planeadas y ejecutadas.

<b>FASES/ SUJETOS</b>	<b>LINEA BASE</b>	<b>B-B</b>	<b>B-A</b>	<b>B-C</b>	<b>TOTAL DE SESIONES</b>	<b>FASES OMITIDAS</b>
<b>1</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>---</b>	<b>9</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>---</b>	<b>---</b>	<b>6</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>---</b>	<b>---</b>	<b>7</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>---</b>	<b>---</b>	<b>7</b>	<b>2</b>
<b>5</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>---</b>	<b>---</b>	<b>6</b>	<b>2</b>

**Tabla 13.**

Como se puede apreciar, a partir de la sesión 4 se inició el entrenamiento de la relación B-B, empleando los sujetos de entre 3 y 4 sesiones. Únicamente el sujeto 1 requirió de la segunda fase de entrenamiento y la cual realizó en dos sesiones. A cuatro de los cinco sujetos se les prescindió de las dos fases de entrenamiento restantes, debido a que lograron satisfactoriamente los criterios de ejecución previamente al entrenamiento respectivo. El estudio lo concluyeron en 6 sesiones los sujetos 2 y 5; 7 sesiones los sujetos 3 y 4; y 9 sesiones el sujeto 1.

## **2. Proceso de adquisición y Generalización.**

En las gráficas 7 a 11 se muestran los resultados individuales de los sujetos 1 a 5 respectivamente. En dichas figuras se representa en la ordenada los porcentajes de respuestas correctas de las 9 relaciones estudiadas; en la abcisa se muestran las sesiones consecutivas. Este tipo de gráficas se interpreta con base en los resultados obtenidos en cada una de las relaciones dentro de una misma sesión. Los niveles de ejecución se pueden apreciar en cada una de las fases, así como el efecto que tuvo en el entrenamiento de una de ellas y los efectos temporales del entrenamiento sobre las otras relaciones que sólo fueron sometidas a

En la gráfica 7 ( ver página siguiente )se muestran los datos del sujeto 1, quien durante las tres sesiones de línea base, tuvo una ejecución promedio de 31.12% en las 9 relaciones y dentro de un rango de 18.87 (A-B y C-A) a 47.90% (B-B). Estas ejecuciones están levemente abajo de un criterio de probabilidad de azar posible que es de 33.33%, en virtud de que había en cada ensayo tres posibilidades de respuesta (<, >, =). En la primer fase de entrenamiento, B-B, se aprecia desde la primera sesión (4) un incremento importante en tanto en la relación directamente entrenada, como en todas las relaciones de sondeo, a excepción de las relaciones A-B y A-C. Sin embargo esto solo sucede en la sesión 4. Posteriormente, el incremento se hace más consistente hasta alcanzar el criterio de tres sesiones consecutivas en más de 80% en la relación entrenada (B-B) y algo similar sucedió con las demás relaciones a excepción de la relación B-A y B-C.

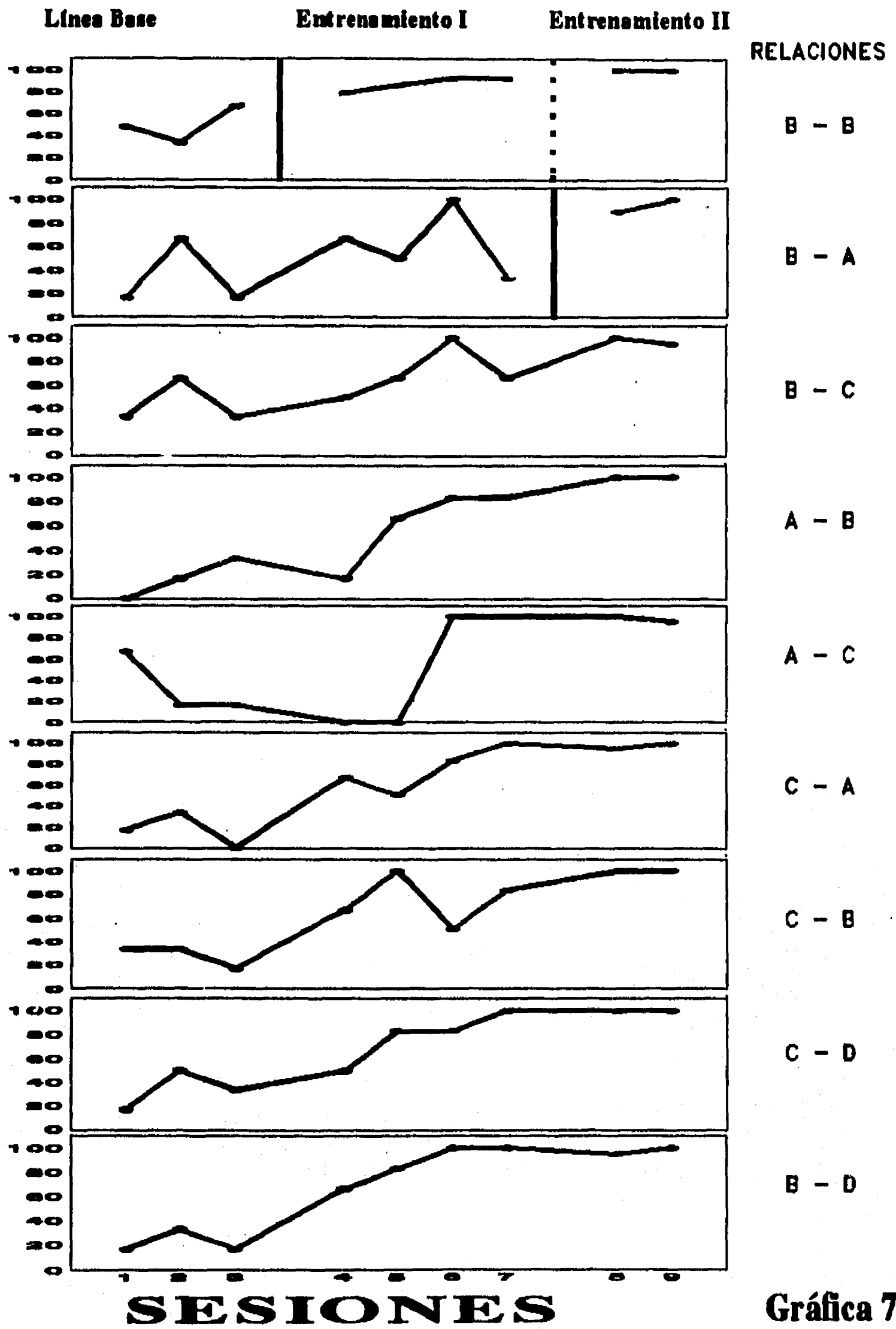
En la tabla 14 se muestran los porcentajes promedio de cada una de las relaciones por fase, así como su diferencia respectiva.

FASES RELACIONES	LÍNEA BASE	ENT. 1 (B-B)	DIF.	ENT. 2 (B-A)	DIF.
B-B	47.90%	87.23%	39.23%	100%	52.10%
B-A	33.33%	82.50%	49.17%	89.00%	55.67%
B-C	44.45%	70.83%	26.38%	91.87%	47.42%
A-B	18.87%	82.50%	63.63%	100%	81.13%
A-C	33.33%	50.00%	16.67%	91.87%	58.54%
A-B	18.87%	75.00%	56.13%	91.87%	73.00%
A-C	27.78%	75.00%	47.22%	100%	72.22%
A-B	33.33%	79.17%	45.84%	100%	66.67%
B-B	22.22%	87.50%	65.28%	91.87%	69.65%

**Tabla 14.**

# ESTUDIO 2 SUJETO 1

**PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS**



Gráfica 7

Como se puede apreciar, los niveles de generalización de respuestas fueron dentro de un rango de 16.67% (A-C) a 65.28% (B-D) en la primer fase de entrenamiento y con un promedio de 46.29%. Incluso hubo relaciones de sondeo en las que se observa que hubo un cambio mayor en porcentaje que en la relación en que hubo entrenamiento directo; por ejemplo, en las todas las relaciones exceptuando a A-C y B-C.

La generalización observada en la segunda fase de entrenamiento fue mayor que la obtenida en la primer fase, el promedio obtenido de las relaciones de sondeo (6) fue de 78.10%; es decir, 31.81% más que la obtenida en la primera fase.

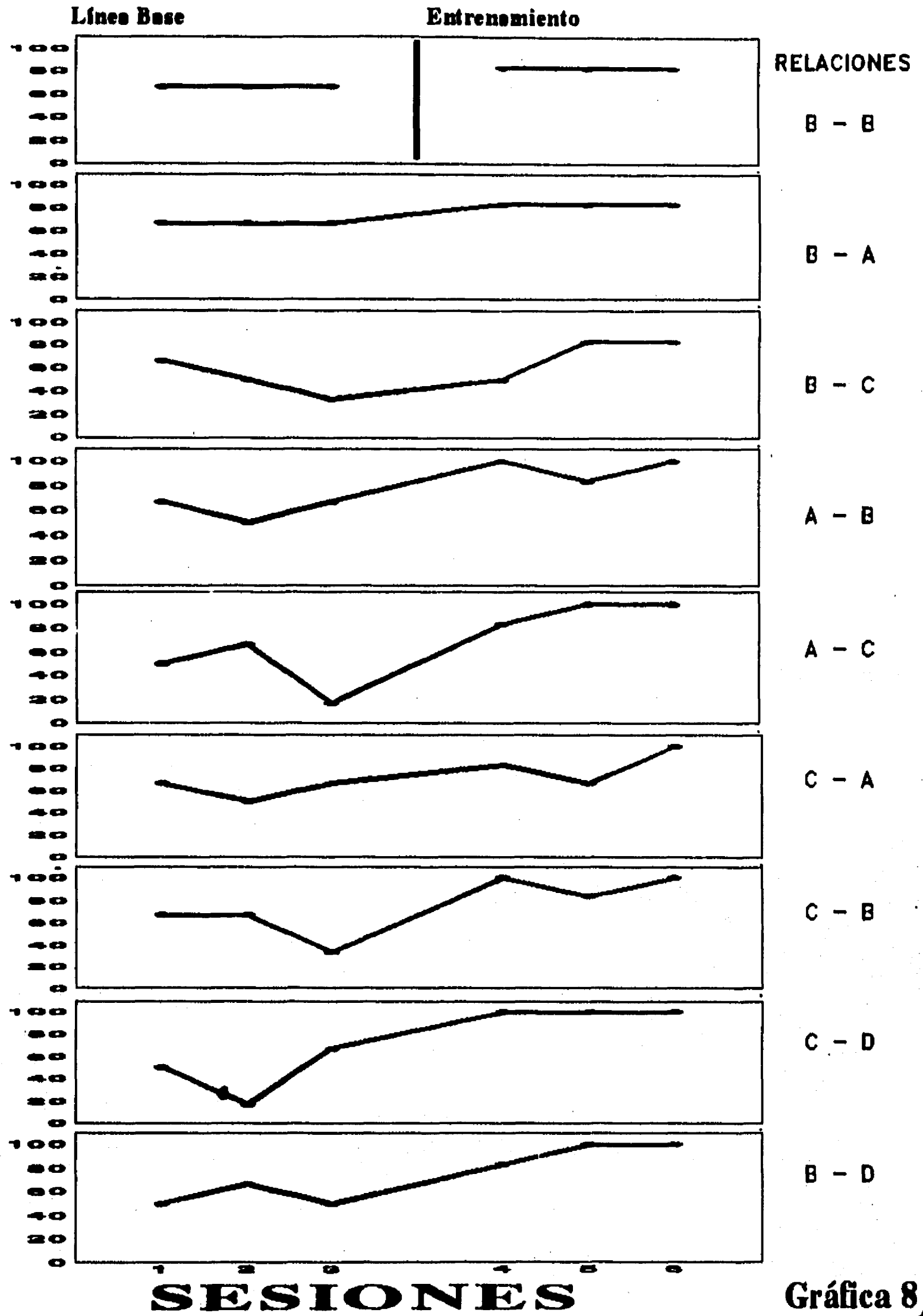
Es importante señalar que este sujeto (1), fue el único con quien se llevó a cabo una segunda fase de entrenamiento, pero a pesar de esto logró altos niveles de generalización.

La gráfica 8 muestra los resultados obtenidos por el sujeto 2, quien tuvo una ejecución promedio de 53.62% en línea base y de 89.39%, es decir una diferencia de 35.77%. Se decidió que continuara en el estudio a pesar de haber rebasado el criterio de ejecución, debido a la alta posibilidad de acierto azaroso y porque promediando los datos de los cinco sujetos se lograba un porcentaje inferior al del criterio establecido.

Al igual que el sujeto 1, éste sujeto mostró porcentajes de respuestas correctas más altos en algunas relaciones de sondeo, que en la que recibió entrenamiento directo. Por ejemplo, de 100% como es el caso de la ejecución en la relación C-D.

## ESTUDIO 2 SUJETO 2

**PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS**



En términos generales, este sujeto mostró altos y estables niveles de ejecución desde la misma línea base.

En la tabla 15 se presentan sus datos promedio obtenidos en cada una de las 9 relaciones estudiadas, así como sus diferencias.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LINEA BASE</b>	<b>ENTRENAMIENTO (B-B)</b>	<b>DIFERENCIA</b>
<b>B-B</b>	43.75%	87.91%	44.16%
<b>B-A</b>	66.66%	83.34%	16.68%
<b>B-C</b>	50.00%	72.22%	22.22%
<b>A-B</b>	61.11%	94.44%	33.33%
<b>A-C</b>	44.44%	94.44%	50.00%
<b>C-A</b>	61.11%	83.33%	22.22%
<b>C-B</b>	55.55%	94.45%	38.90%
<b>C-D</b>	44.44%	100%	55.56%
<b>B-D</b>	55.55%	94.44%	38.89%

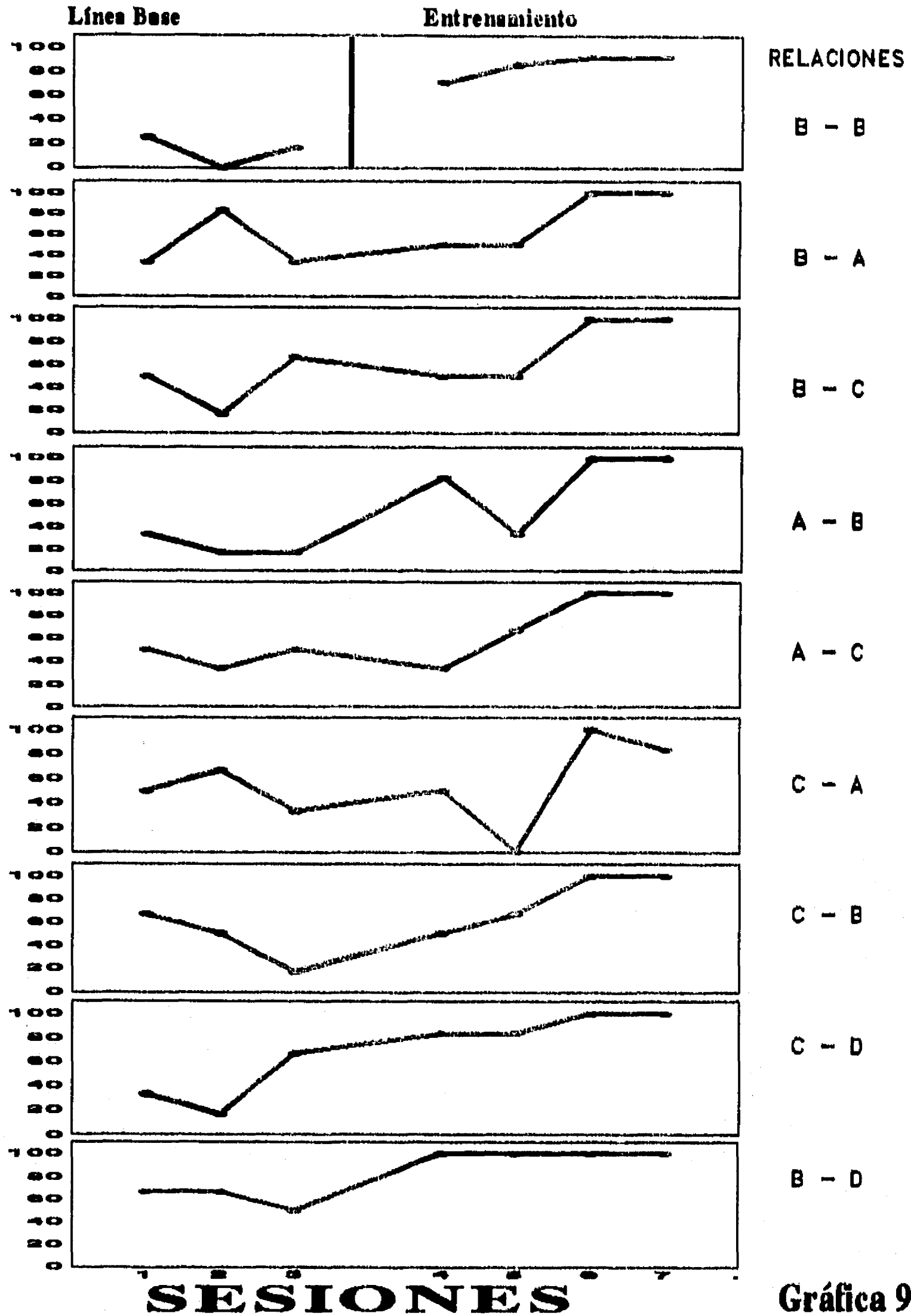
**Tabla 15.**

Como se puede apreciar, el rango de efectos obtenido fue de 16.68% (B-A) a 55.56% (C-D), existiendo relaciones en las que hubo efectos mayores de generalización que en la relación entrenada directamente; por ejemplo, A-C y C-D.

En la gráfica 9 ( ver siguiente página ) se muestran los datos del sujeto 3. Durante la fase de línea base se puede apreciar una ejecución muy variable y distinta entre las 9 relaciones. Es a partir de la introducción de la fase de entrenamiento en que se observa un efecto regularizador de la variabilidad con una tendencia positiva en todas las relaciones, como efecto del entrenamiento en la relación B-B.

## ESTUDIO 2 SUJETO 3

**PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS**





El porcentaje de respuestas correctas promedio durante esta fase de línea base fue de 41.04% (rebasando en 1.04% el criterio de aceptación) y de 79.84% en la de entrenamiento.

En la tabla 16 se muestran los porcentajes de respuestas correctas promedio que obtuvo este sujeto ante cada una de las relaciones estudiadas.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LINEA BASE</b>	<b>ENTRENAMIENTO (B-B)</b>	<b>DIFERENCIA</b>
<b>B-B</b>	13.89%	85.22%	71.33%
<b>B-A</b>	50.00	75.00%	25.00%
<b>B-C</b>	44.44%	75.00%	30.56%
<b>A-B</b>	22.22%	79.17%	56.95%
<b>A-C</b>	44.45%	75.00%	30.55%
<b>C-A</b>	50.00%	58.34%	8.34%
<b>C-B</b>	44.44%	79.17%	34.73%
<b>C-D</b>	38.88%	91.67%	52.79%
<b>B-D</b>	61.11%	100%	38.89%

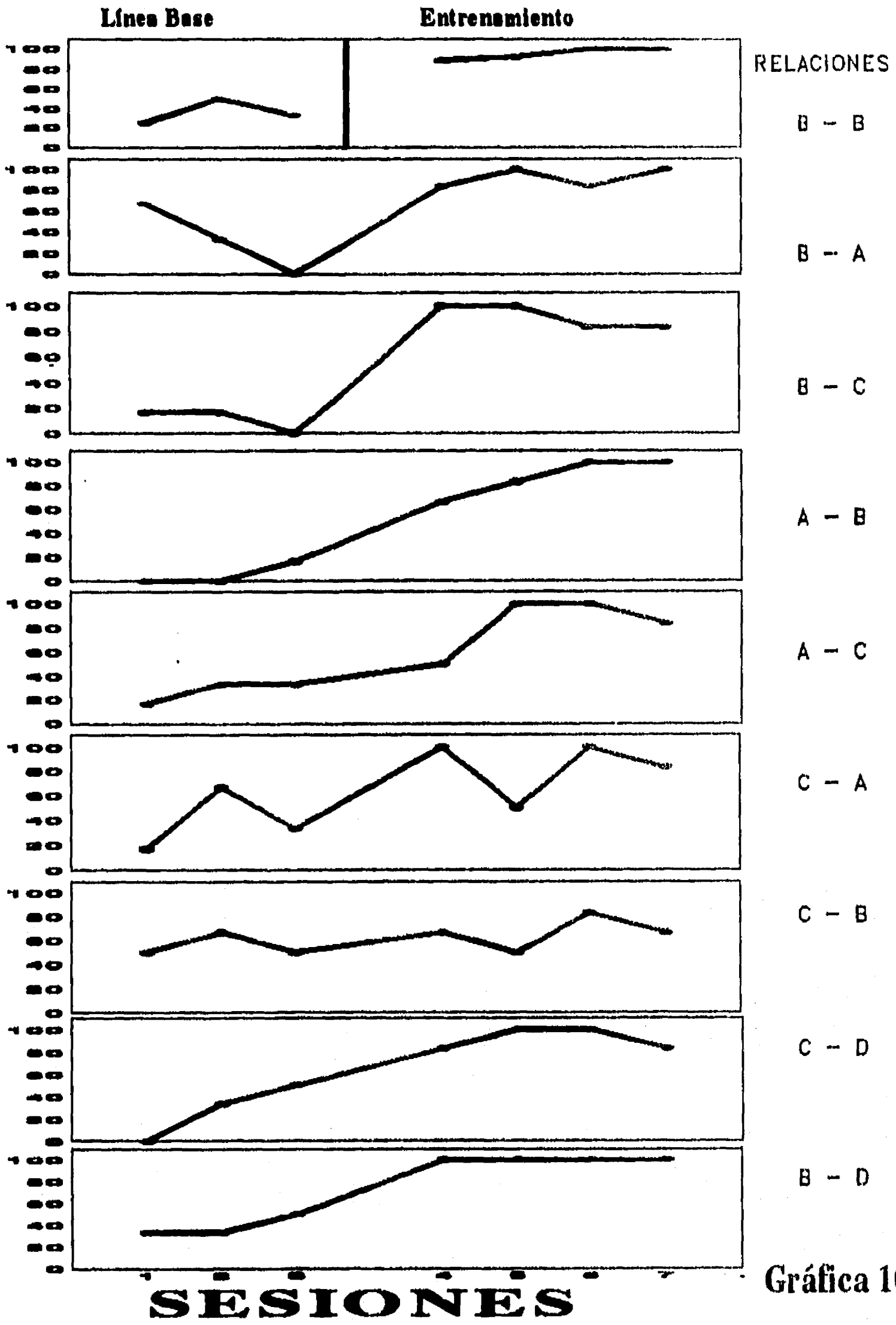
**Tabla 16.**

Se aprecian las magnitudes de los cambios en los porcentajes promedio de respuestas correctas de una fase a otra. En este caso y a diferencia de los dos sujetos anteriores, el efecto más grande se observa en la relación entrenada (B-B) con 71.33%. El rango del efecto promedio en las relaciones de sondeo fue de 8.34% (C-A) a 56.95 (A-B), con un promedio global de 34.72%.

En la gráfica 10 ( ver siguiente página ) se muestran los resultados obtenidos por el sujeto 4. En la figura se observa una variabilidad en las respuestas emitidas en las 9 distintas relaciones estudiadas.

# ESTUDIO 2 SUJETO 4

PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS



Gráfica 10

Sin embargo, al introducirse el entrenamiento en la relación B-B, se aprecian incrementos consistentes en todas las demás relaciones. El porcentaje promedio obtenido durante la línea base fue de 30.77%, en tanto que el obtenido en la fase de entrenamiento fue de 87.37%, es decir hubo una diferencia de 56.60%.

En la tabla 17 se muestran los porcentajes promedio obtenidos ante cada una de las 9 relaciones y las dos fases que se llevaron a cabo con este sujeto.

FASES/ RELACIONES	LINEA BASE	ENTRENAMIENTO (B-B)	DIFERENCIA
B-B	38.11%	90.28%	52.17%
B-A	33.33%	91.67%	58.34%
B-C	11.11%	91.67%	80.56%
A-B	5.55%	87.50%	81.55%
A-C	27.78%	83.34%	55.56%
C-A	38.89%	83.34%	44.45%
C-B	55.55%	66.67%	11.12%
C-C	27.78%	91.87%	64.09%
B-C	38.89%	100%	61.11%

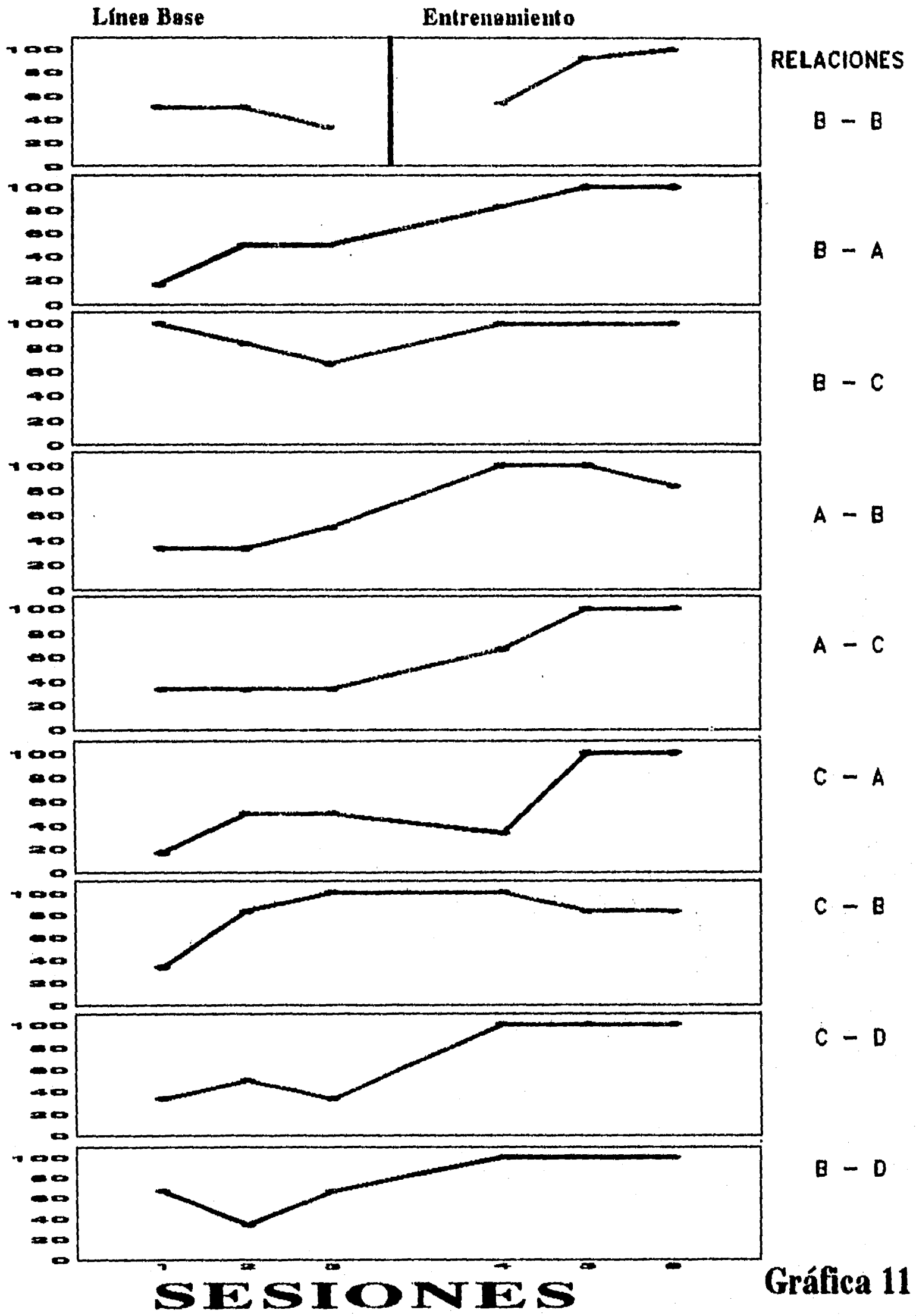
**Tabla 17.**

Se puede apreciar que hubo un efecto muy importante de una fase a otra. Exceptuando el porcentaje obtenido en la relación C-B de una fase a otra, los efectos fueron de 44.45% (C-A) a 81.55% (A-B) en rango. Incluso, varias de las relaciones de sondeo tuvieron efectos mayores que la relación entrenada directamente.

En la gráfica 11 ( ver siguiente página ) se presentan los resultados obtenidos por el sujeto 5.

# ESTUDIO 2 SUJETO 5

**PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS**



Se puede apreciar que que tuvo una ejecución muy similar a los sujetos anteriores durante la fase de línea base; la cual se vió afectada positivamente, en todas las relaciones, desde la primera sesión de la fase de entrenamiento de la relación B-B. El porcentaje promedio de respuestas correctas obtenido durante la línea base fue de 45.49% a diferencia del obtenido durante la fase de entrenamiento que fue de 91.80%; es decir, hubo una diferencia de 46.31%.

En la tabla 18 se muestran los porcentajes promedio de respuestas correctas obtenidos en cada una de las 9 relaciones estudiadas.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LINEA BASE</b>	<b>ENTRENAMIENTO (B-B)</b>	<b>DIFERENCIA</b>
<b>B-B</b>	<b>44.45%</b>	<b>81.75%</b>	<b>37.30%</b>
<b>B-A</b>	<b>38.89%</b>	<b>94.45%</b>	<b>55.56%</b>
<b>B-C</b>	<b>83.33%</b>	<b>100%</b>	<b>16.67%</b>
<b>A-B</b>	<b>38.89%</b>	<b>94.45%</b>	<b>55.56%</b>
<b>A-C</b>	<b>33.34%</b>	<b>88.89%</b>	<b>55.55%</b>
<b>C-A</b>	<b>38.89%</b>	<b>77.78%</b>	<b>38.89%</b>
<b>C-B</b>	<b>72.23%</b>	<b>88.89%</b>	<b>16.66%</b>
<b>C-D</b>	<b>38.89%</b>	<b>100%</b>	<b>61.11%</b>
<b>B-D</b>	<b>55.55%</b>	<b>100%</b>	<b>44.45%</b>

**Tabla 18.**

Se puede observar que todas las relaciones de sondeo, con excepción de las relaciones B-C y C-B tuvieron porcentajes promedio mayores que los que obtuvo la relación entrenada (B-B).

Los resultados obtenidos por este sujeto son también consistentes con los que obtuvieron los otros 4 sujetos del estudio. Los porcentajes altos emitidos durante la

línea base, fueron respuestas que acertaron azarosamente. De no ser así, el porcentaje promedio obtenido en la fase de línea base se hubiese mostrado mayor.

De manera general y con respecto a los patrones de ejecución de las respuestas correctas, resultaron homogéneos los resultados independientemente del número de sesiones empleadas para concluir la fase de entrenamiento, todos los sujetos experimentaron efectos de generalización como resultado del entrenamiento en una relación; o de dos en el caso del sujeto 1.

Existen otras dimensiones que se describen a continuación con objeto de presentar un panorama mas amplio de los resultados del presente estudio.

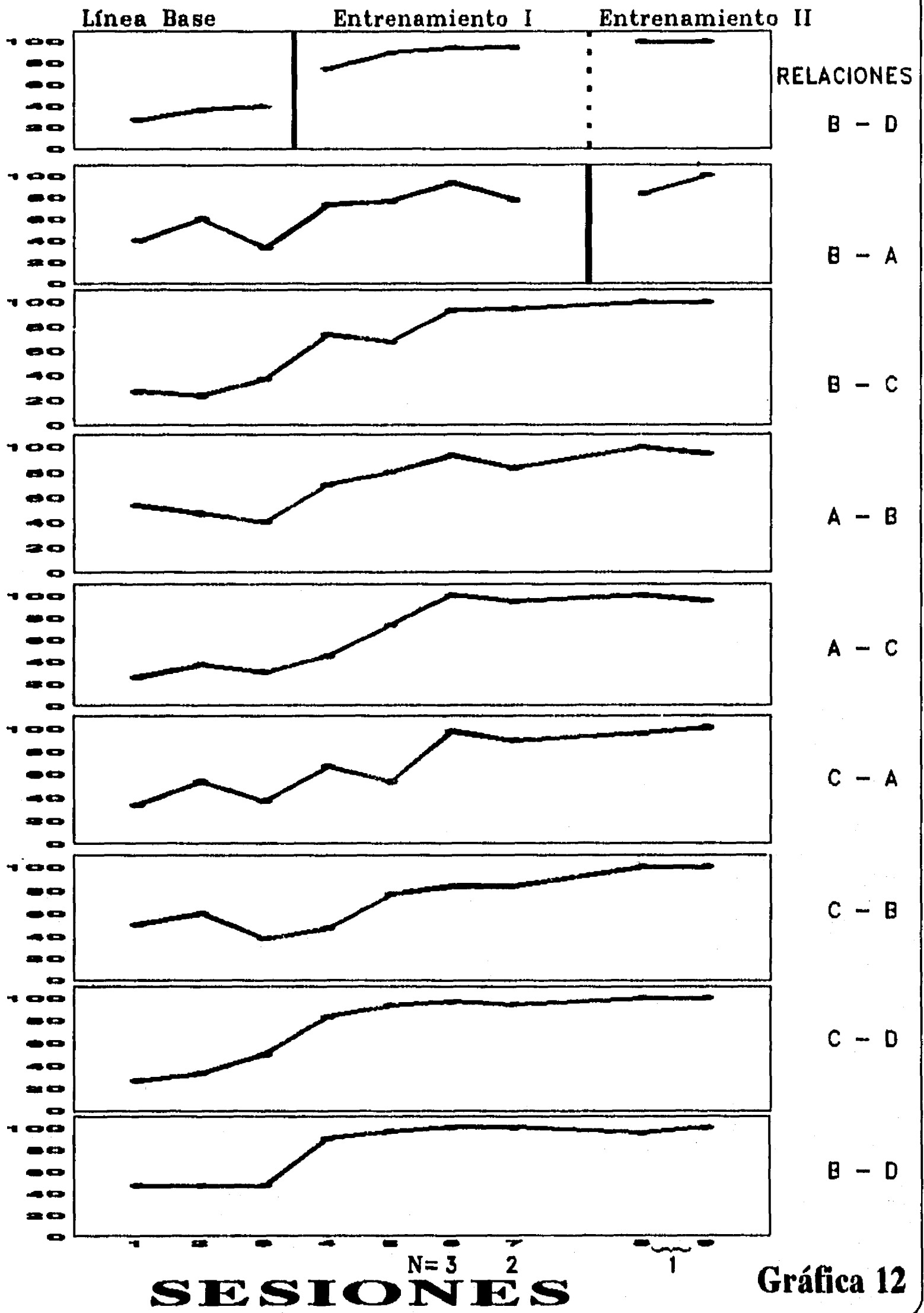
En la gráfica 12 ( ver página siguiente ) se presentan los resultados de los cinco sujetos en términos del porcentaje promedio de respuestas correctas emitidas ante cada una de las relaciones; en la abcisa se presentan tanto las sesiones como las variaciones que hubo en la cantidad de sujetos a lo largo del estudio.

Se puede apreciar que durante la línea base el rango de ejecución fue de 28.88 (A-B) a 49.11% (C-B), obteniéndose un promedio de 39.68%. Al introducirse el entrenamiento en la relación B-B, se aprecia un incremento en todas las relaciones. El porcentaje promedio alcanzado en esta fase fue de 87.68% que constituye un diferencia de 48% con respecto a la línea base; el rango de ejecución fue de 72.49 (C-B) a 96.66% (B-D). En virtud de que los sujetos 2 a 5 concluyeron esta fase con porcentajes superiores a 80% en las tres últimas sesiones de esta fase en la relación B-A, ésta se omitió.

## ESTUDIO 2 RESULTADOS DE GRUPO

N = 5

**% PROMEDIO DE RESPUESTAS CORRECTAS**



Unicamente el sujeto 1 fue objeto del entrenamiento en la relación B-A, el cual la realizo en dos sesiones y se dió por concluída debido a que en la última sesión de la fase anterior había obtenido un porcentaje de 80, se integraban las tres sesiones consecutivas. El porcentaje promedio que obtuvo en esta fase fue de 95.07 en todas las relaciones y dentro de un rango de 89.00% (B-B) a 100% ( B-A, A-B, C-B, y C-D).

En la tabla 19 se presentan los resultados promedio de los porcentajes obtenidos en cada una de las relaciones y ante cada una de las fases, así como las diferencias promedio en cada una de ellas con respecto a la línea base.

BASES/ RELACIONES	LÍNEA BASE	FASE I	FASE II	FASE III	PROMEDIO
B-B	34.61	80.32	45.71	100	65.39
B-A	44.44	80.28	35.84	89.00	44.56
B-C	46.66	81.66	35.00	91.97	45.31
A-B	28.88	82.11	53.23	100	71.12
A-C	30.66	84.66	54.00	91.87	61.21
C-A	41.10	76.39	32.29	91.87	50.77
C-B	49.11	72.49	23.38	100	50.89
C-D	36.66	91.94	55.28	100	63.34
B-D	46.66	96.66	50.00	91.87	45.21

**Tabla 19.**

Como se puede apreciar los cambios fueron muy importantes en todas las relaciones como resultado del entrenamiento en una de las relaciones. Resulta también interesante apreciar que estos efectos se lograron en pocas sesiones.



### 3. Cantidad y Velocidad de Generalización.

Con objeto de analizar en mayor detalle los anteriores resultados descritos, a continuación se presentan datos de grupo que permiten analizar la magnitud de los cambios producidos de una fase a otra. Los datos que se presentan se integraron con base a los resultados promedio de las tres sesiones de línea base de cada una de las relaciones estímulo, así como del promedio de las tres últimas sesiones de cada fase de entrenamiento (B-B y B-A), cuyos datos comparativos constituyen: (1) la cantidad de cambio en términos del porcentaje promedio de respuestas correctas, y (2) la velocidad de la respuesta en términos de la tasa de respuestas correctas por segundo (rc/s).

A continuación se muestran, en la tabla 20 los porcentajes promedio de respuestas correctas de las 3 últimas sesiones de cada fase.

<b>FASES/ RELACIONES</b>	<b>LÍNEA BASE</b>	<b>ENT. 1 (B-B) n= 5</b>	<b>DIF</b>	<b>ENT. 2 (B-A) n= 1</b>	<b>DIF</b>
<b>B-B</b>	32.95	89.45	56.50	89.00	56.05
<b>B-A</b>	44.44	89.99	45.55	100	55.56
<b>B-C</b>	46.66	84.44	37.78	91.67	45.01
<b>A-B</b>	28.88	87.77	58.89	100	71.12
<b>A-C</b>	30.66	84.66	54.00	91.67	61.01
<b>C-A</b>	41.10	75.78	34.45	91.67	50.57
<b>C-B</b>	49.11	83.73	34.62	100	50.89
<b>C-D</b>	36.66	95.55	58.89	100	63.34
<b>B-D</b>	46.67	97.77	51.10	91.67	45.00
<b>PROMEDIO</b>	39.68	87.68	48.00	95.07	55.39

Tabla 20.

Se puede apreciar que la magnitud del cambio de la primera a la segunda fase fue de 48%, dentro de un rango de 34.45 (C-A) a 58.89% (A-B y C-D). Esta estimación de la magnitud del cambio se presenta para señalar el nivel genérico de ejecución entre la línea base y el resultado del entrenamiento. Con respecto a la segunda fase de entrenamiento, en la que únicamente participó el sujeto 1, también muestra efectos aún más altos que los obtenidos en la fase anterior e incluso obtenidos en menos tiempo (dos sesiones). Esto hace suponer que existe un efecto acumulativo de los efectos producidos por la fase anterior de entrenamiento. Por ejemplo, la diferencia del porcentaje promedio de respuestas correctas de la segunda fase de entrenamiento en comparación con la obtenida en la línea base fue de 55.39, es decir 7.39% más del obtenido en la fase anterior.

Otro aspecto importante es el hecho de que también hubo efectos sobre la velocidad de emisión de respuesta correctas. Para esto, se presenta a continuación la tabla 21 con objeto de presentar los datos respectivos.

	LÍNEA BASE n=5	ENT. 1 (B-B) n=5	DIF	ENT. 2 (B-A) n=1	DIF
	.48	1.13	.65	.57	-0.02
	.64	.65	.01	2.16	1.66
	.46	.63	.17	1.22	.80
	.46	.77	.31	1.33	.83
	.57	.88	.31	1.37	.37
	.75	.73	-0.02	2.20	1.05
	.66	.65	-0.01	1.09	.54
	.44	1.11	.67	1.83	1.46
	.31	.79	.48	.78	.51
	.53	.81	.28	1.39	.78

**Tabla 21.**

Como se puede observar, aumento la velocidad de la emisión de respuestas correctas de la fase de línea base a la primer fase de entrenamiento en .28 rc/s. El rango de los cambios en la tasa de respuestas fue de -0.02 (C-A) a .67 rc/s (C-D), lo cual significa que como en la relación C-A (-0.02 rc/s) y C-B (-0.01 rc/s) hubo una velocidad inferior a la obtenida durante la línea base. Sin embargo, exceptuando estas dos relaciones, en las restantes hubo incrementos en la velocidad. La segunda fase de entrenamiento produjo también un efecto aún mayor en la velocidad de respuestas, el promedio de cambio fue de .78rc/s en comparación con la línea base; es decir, .5rc/s más que en el obtenido en la primer fase.

Con relación a las respuestas incorrectas y de omisión, se omitieron, al igual que en el estudio 1, dentro de cierta jerarquía que estuvo en función de la fase en que se encontraban los sujetos. La tabla 22 muestra, en términos de promedios, la proporción de respuestas correctas, incorrectas y de omisión emitidas por los cinco sujetos en las dos primeras fases del estudio. No se presentan datos de la tercer fase debido a que son datos de un solo sujeto (1).

FASES/ RESPUESTAS	LINEA BASE	ENTRENAMIENTO	DIFERENCIA
CORRECTAS	35.94%	85.33%	49.39%
INCORRECTAS	61.42%	12.28%	-49.14%
OMISION	2.64%	2.39%	-0.25%
TOTAL	100%	100%	

**Tabla 22.**

Se puede apreciar que predominaron durante la línea base las respuestas incorrectas (61.42%), las cuales se redujeron en emisión a 12.28% en la fase de

entrenamiento, es decir hubo una reducción considerable. Las respuestas de omisión se emitieron en porcentajes muy bajos.

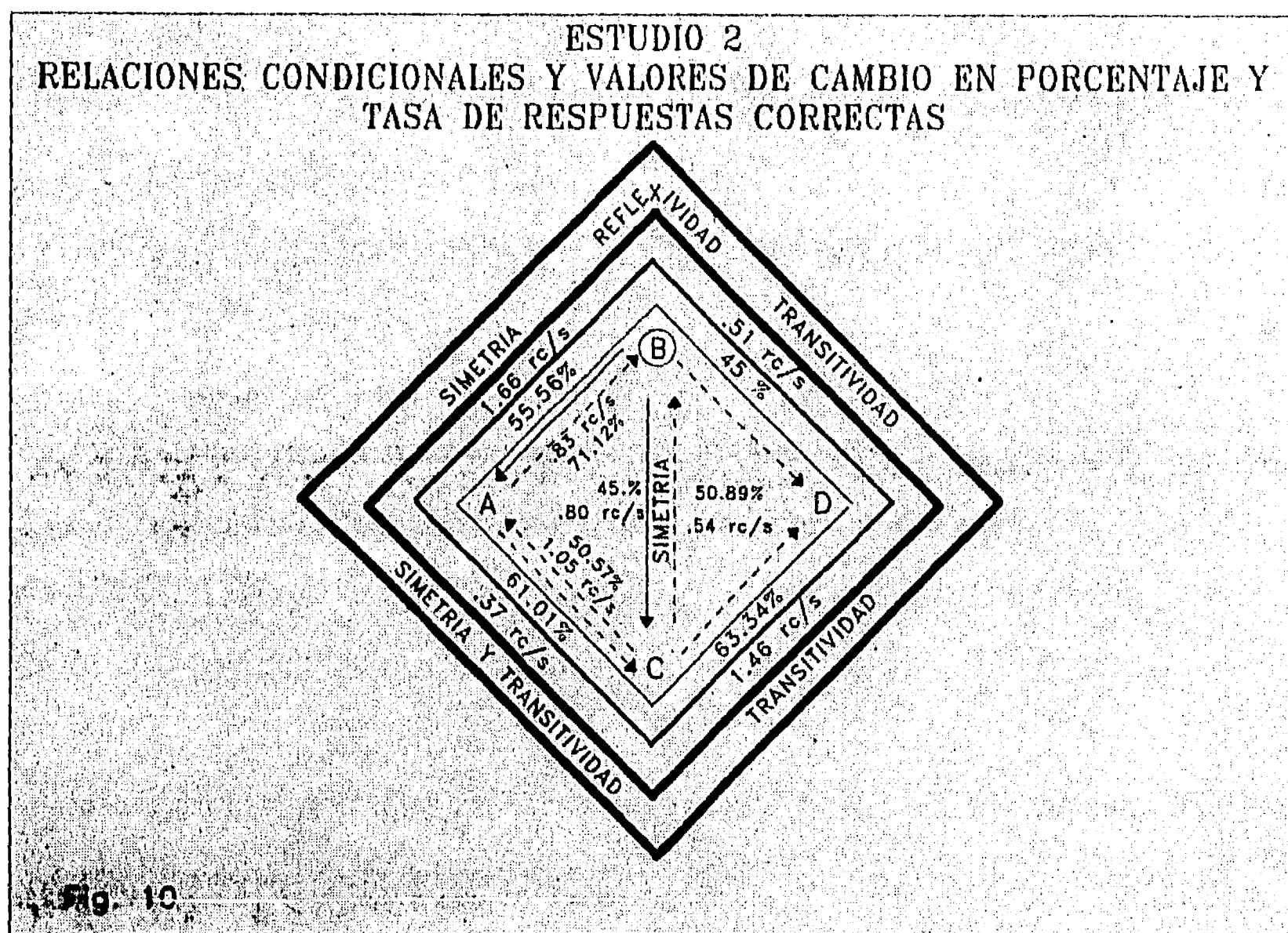
#### **4. Discusión.**

Como se ha podido observar, los resultados indican: (1) el procedimiento de entrenamiento fue efectivo para establecer relaciones de equivalencia funcional entre sí del componente estímulo visual (B-B); (2) partir de este entrenamiento se produjeron efectos simultáneos y sucesivos de generalización de respuestas en las 8 relaciones de componentes estímulo y respuesta que fueron de sondeo; (3) incremento de manera importante en la tasa de respuestas, tanto en las relaciones entrenadas como en las de sondeo; (4) debido a los efectos de la generalización, se omitieron dos fases en cuatro de los sujetos y una en el caso de uno de ellos; (5) el estudio se llevó a cabo en 9 sesiones, considerando que las sesiones 7 y 8 fueron para la segunda fase de entrenamiento del un solo sujeto; (6) las conductas correctas, incorrectas y de omisión variaron en función de las fases de línea base y entrenamiento, predominando en la primera las respuestas incorrectas y decrecentando considerablemente en la segunda fase. Las respuestas de omisión se emitieron en porcentajes muy bajos,

Con base en estos datos es factible asignar valores a las relaciones de equivalencia estudiadas, para lo cual la figura 10 es muy descriptiva.

En esta figura observamos tres componentes estímulo (A, B y C) y un componente de respuesta (D). Cada uno de ellos tiene líneas que indican relaciones por entrenamiento o por generalización (continuas y/o discontinuas). Los valores que

tienen asignadas estas líneas de relación son de porcentaje y tasa de respuestas correctas, los cuales son valores promedio de grupo que indican exclusivamente el incremento que hubo en las tres sesiones de línea base y las tres últimas sesiones de entrenamiento.



Al igual que en el estudio 1, se emplean los constructos que sugieren Sidman y Tailby (1982) para nominar ciertas relaciones de discriminación condicional, al margen de la interpretación de relaciones lógico matemáticas. En este sentido, observamos que los valores de cambio que hubo de línea base al resultado del entrenamiento tanto en porcentaje como en tasa, en las relaciones de reflexividad, simetría y transitividad.

En las relaciones de reflexividad (B-B) hubo un valor de 56.05% y una tasa negativa de -0.02 rc/s. Debe recordarse que esta tarea consistía en contar dos conjuntos de puntos y determinar si el de la izquierda era mayor, menor o igual que el de la derecha. En este sentido, es posible explicar esta tasa negativa, porque requería de más cuidado y tiempo lograr una respuesta correcta, a pesar de que la diferencia fuese mínima. Esto se puede interpretar de esta forma por notable incremento que hubo en el porcentaje de respuestas correctas.

En cuanto a las relaciones de simetría, esta fue observada en las siguientes relaciones:

- (1) en la relación de entrenamiento de B-A hubo un incremento de 55.56% y de 1.66 rc/s, los cuales son valores indiscutiblemente altos. En la relación A-B, que es la que define la simetría y es de sondeo, el incremento fue de 71.12% y de tasa fue de .83 rc/s, valores también considerables.
- (2) Las relaciones A-C y C-A obtuvieron respectivamente incrementos 61.01% y de .37 rc/s, y 50.57% y de 1.05 rc/s. Hay que señalar que en esta relación, de acuerdo a la definición de Sidman y Tailby (1982), también hubo una relación de transitividad si consideramos de manera independiente una sola de estas relaciones.
- (3) La relación B-C que fue entrenada obtuvo incrementos de 45.01% y de .80 rc/s; en tanto que la relación C-B que define la simetría, y que fue generalizada, obtuvo incrementos de 50.89% y de .54 rc/s.

En cuanto a las relaciones de transitividad, son las siguientes con sus respectivos valores:

- (1) La relación A-C, antes descrita como parte de la relación de simetría con C-A.
- (2) La relación B-D obtuvo incrementos de 45% y de tasa con .51 rc/s.
- (3) La relación de C-D obtuvo incrementos de 63.4% y de tasa con 1.46 rc/s, siendo esta relación quien obtuvo los más altos incrementos de todas las relaciones.

Este diseño permitió analizar una secuencia de entrenamiento que se inició con conjuntos de estímulos visuales (B-B) y a partir de esto se establecieron relaciones funcionales con la palabra auditiva numérica (B-A), y posteriormente, con un solo sujeto, con estímulos visuales numéricos impresos (C). Esto generó que los participantes fueran capaces de leer y discriminar, contando, cantidades de objetos (B-B), leer símbolos numéricos (C-D) y cantidades de objetos (B-D); así como relacionar cantidades de objetos con símbolos numéricos y viceversa (B-C y C-B); así como relacionar cantidades de objetos con palabras numéricas y viceversa B-A y A-B); y relacionar palabras numéricas con símbolos numéricos y viceversa (A-C y C-A).

## **ANALISIS GENERAL Y DISCUSION**

---

Los resultados de ambos estudios son elocuentes porque muestran de manera evidente la forma en que se produjo la adquisición y generalización de una misma clase de respuestas, mediante dos secuencias de entrenamiento distintas con un mismo procedimiento de discriminación condicional.

Ambos estudios confirman lo adecuado del paradigma de discriminación condicional para el estudio del establecimiento de relaciones de equivalencia funcional entre estímulos y la integración de clases funcionales de respuestas (Sidman, 1986). El paradigma de discriminación condicional permitió validar y evaluar los componentes estímulo, así como respuestas relevantes para la adquisición y generalización de esta clase funcional de conducta matemática.

El entrenamiento en discriminación condicional se centró en la dimensión de numerosidad o cantidad, como referente concreto directo. En el estudio 1 se inició el establecimiento de la relación de equivalencia entre componentes estímulo verbales con componentes estímulo de numerosidad (A-B); y en el estudio 2, la discriminación fue entre numerosidades (B-B).

En ambos casos hubo un referente concreto de objetos, que también podrían haber sido eventos tales como secuencias de sonidos que denotaran numerosidad o cantidad de sonidos. Esto mismo sucede con la adquisición de cualquier lenguaje; en un principio requiere de referentes concretos como objetos y/o eventos (Kantor, 1977).



Se ubicó la discriminación de las propiedades estímulo en tres criterios condicionales propios de la numerosidad: igual qué, mayor qué o menor qué. De esta forma, estos criterios de discriminación fueron comparables, independientemente de la naturaleza de los componentes estímulo visuales (por ejemplo: B, numerosidad y C, números) o auditivos (por ejemplo: A, palabras numéricas); existiendo referentes concretos al inicio del entrenamiento. Consideremos que si un niño que no conoce los referentes concretos de cantidad de los números, no puede discriminar cuáles son mayores o menores entre sí, porque son convenciones lingüísticas de las cuales él aún no participa. Posiblemente pueda discriminar igualdades y diferencias de las formas de los números o de la fonética en las palabras numéricas que vea o escuche, pero no en términos de las diferencias sustanciales existentes entre los números y menos aún de su valor según su posición, dado el valor relativo de la posición en el sistema numérico.

Por esta razón ambos estudios iniciaron con una relación que requirió de la numerosidad como referente concreto y directo. No hubiese tenido sentido establecer una relación de reflexividad entre palabras numéricas (A-A), o entre símbolos numéricos (C-C). Sin embargo, sí tuvo sentido entre numerosidades (B-B), porque los sujetos discriminaron si las numerosidades de ambos conjuntos de objetos eran iguales, o si el de la izquierda era mayor o menor que el de la derecha. En el caso del estudio 2, se obtuvo un rápido proceso de adquisición con altos niveles de generalización al establecer la relación B-B, porque evidentemente que los niños de este estudio, y regularmente los niños de esta edad, conocen los nombres de los números a pesar de que aún algunos no sepan contar (Strauss y Curtis, 1981; Díaz y García, 1980; González y García, 1984).

Los niños del presente estudio contaron uno y otro componente estímulo para discriminar la igualdad o diferencia en la numerosidad existente entre ellos. Estos niños sabían contar objetos (esto se evaluó con Key Math al inicio del estudio), pero tuvieron que discriminar la numerosidad, de entre los componentes estímulo, por lo que su conducta de contar debía ser precisa y su discriminación de la numerosidad también. Evidencia de esto fue la diferencia que hubo de porcentaje y tasa de respuestas correctas entre la línea base y la fase de entrenamiento (48% y .21 respectivamente).

Ambos grupos de sujetos tuvieron niveles de ejecución muy similares durante la línea base. En el caso del estudio 1, la relación que se estableció consistió en relacionar la palabra numérica con la numerosidad y se observaron efectos inmediatos de adquisición y generalización en todas las relaciones de sondeo. Es difícil emitir un juicio al respecto de qué secuencia de adquisición es más conveniente porque ambas fueron efectivas; lo que se confirma plenamente, es que ninguna puede prescindir de relacionar un estímulo arbitrario con un componente estímulo concreto de objetos o eventos. Esto ha sido señalado de manera reiterada por la literatura de investigación (véase el apartado de numerosidad y conducta de contar, capítulo 2 de este trabajo) así como para los mismos estudios de Sidman (1971) y Sidman y Cresson (1973) con relación a la adquisición y transferencia de la lectura.

Las relaciones condicionales de equivalencia que se produjeron como efecto de generalización, también merecen un análisis más detallado. A continuación se

presenta una breve descripción de las secuencias que se llevaron a cabo en cada uno de los estudios.

En el primer estudio se analizó cómo a partir de la palabra numérica (A) éstas se pueden relacionar con numerosidades de objetos (B) o eventos, y cómo esto produjo relaciones entre palabras numéricas (A) y símbolos numéricos (C); equivalencias funcionales entre numerosidades (B) y símbolos numéricos (C) y viceversa (C-B); la lectura de numerosidades (B-D) y símbolos numéricos (C-D).

En el segundo estudio se analizó cómo a partir de la discriminación de cantidades numéricas visuales (B-B), éstas se relacionan con palabras numéricas específicas (B-A), numerosidades con símbolos numéricos (B-C), teniendo equivalencias entre las palabras numéricas con numerosidades específicas (A-B), símbolos numéricos (A-C) y viceversa (C-A); símbolos numéricos con palabras (C-A), numerosidades (C-B) y producir la lectura de numerosidades (B-D) y números (C-D).

Ambos estudios replicaron entre sí algunas de las relaciones de equivalencia. En el estudio 1 se estudiaron 6 relaciones y 9 en el estudio 2; las relaciones no incluidas en el estudio 1 fueron: B-A, numerosidad-palabra numérica; B-B, numerosidad-numerosidad; y C-A, símbolo numérico-palabra numérica. Sin embargo, en sentido inverso sí lo fueron a excepción de la relación B-B. En este sentido, desde un punto de vista metodológico, ambos estudios realizaron réplicas de la mayoría de estas relaciones de componentes estímulo y respuestas.

El concepto de equivalencia funcional ha sido importante porque presupone que independientemente de la forma o naturaleza de un estímulo, pueden existir relaciones funcionales equivalentes entre estímulos (Sidman, 1971, 1986). Esto es importante para el caso de la adquisición de cualquier lenguaje y el de las matemáticas no es la excepción. En los dos estudios realizados, se propició el establecimiento de este tipo de equivalencias con objeto de sintetizar y manipular algunos de los componentes que integran la conducta matemática para reproducir el proceso de adquisición y generalización de la misma. Estas equivalencias las adquirieron los sujetos en las secuencias, antes señaladas en el punto 2 de este capítulo, bajo un sistema de transiciones en las relaciones de equivalencia, que a la vez dieron lugar a un proceso de desligamiento de los componentes estímulo concretos y así alcanzaron niveles primarios de relación simbólicos y de lectura.

Este sistema de transiciones de las relaciones de equivalencia, describe un proceso específico de integración y generalización de una clase funcional de respuestas que denominamos genéricamente conducta matemática. El concepto de clases funcionales de respuestas es importante porque permite identificar los componentes estímulo y procesos conductuales que hacen posible la generalización de respuestas (Skinner, 1938; Catania, 1973; Sidman, 1986).

Por ejemplo, no deja de llamar poderosamente la atención el hecho de que estos niveles de relación simbólica y de lectura fueron prácticamente productos de generalización; porque como se demostró empíricamente, lograron importantes incrementos en la cantidad de respuestas correctas e incluso en la velocidad de emisión de las mismas.

Es particularmente importante resaltar el significado de los incrementos en la tasa de respuestas correctas obtenidos, no solo de una fase a otra en las relaciones directamente entrenadas, sino en las de generalización. Por ejemplo, la diferencia promedio de 1.09 respuestas correctas por segundo en los sujetos del estudio 1; y de .81 respuestas correctas por segundo en el estudio 2, en la primer fase de entrenamiento. Esto demuestra cómo los sujetos alcanzaron un alto nivel de dominio de las relaciones de equivalencia entre símbolos numéricos, palabras numéricas, numerosidades, así como en la lectura de números y cantidades numéricas. Sobre todo, en tan poco tiempo y tan pocos ensayos.

Durante las fases de entrenamiento se presentaron 20 ensayos para la relación objetivo y cinco para cada una de las relaciones de sondeo. Si el promedio de sesiones de entrenamiento para los sujetos del estudio 1 fue de 7, entonces se emplearon 140 ensayos en entrenamiento y 175 en sondeo, 35 para cada una de las cinco relaciones. En el caso del estudio 2, si el promedio de sesiones de la fase de entrenamiento en que participaron los cinco sujetos fue de 4 sesiones (aunque el promedio real fue de 3.6), entonces emplearon 80 ensayos en entrenamiento y 160 en sondeo, 20 para cada una de las ocho relaciones.

Las relaciones de reflexividad, simetría y transitividad, pueden emplearse si sirven para describir relaciones entre estímulos; son una forma de descripción sintética de las relaciones. De ninguna manera, tal como lo indicaron Saunders y Green (1992) al respecto del trabajo de Sidman y Tailby (1982): la evocación de axiomas de la lógica matemática no implica la existencia de equivalencias conductuales. El debate que se generó en los años 80 y principios de los 90 (por ejemplo, véase la revisión misma de Saunders y Green, 1982), fue con relación a

diferentes formas de interpretación de la supuesta analogía matemática. Sin duda esta discusión ha generado además de debates, mucha investigación. Para el caso de la presente investigación, ha resultado importante considerar tales términos como constructos descriptores de las mismas, más que como una interpretación que presupone equivalencias matemático-conductuales. La postulación o adopción de tales constructos no tiene mucho sentido si éstos carecen de valores numéricos que describan, validen y permitan la predicción de dicha clase de conducta.

En este sentido, el empleo de tales constructos fueron parte importante de los objetivos de los dos estudios realizados para determinar los valores que adquirieron funcionalmente dichas relaciones de equivalencia entre estímulos.

De las relaciones estudiadas es factible el análisis de las propiedades implícitas de los estímulos, así como su naturaleza y la discriminación de relaciones numéricas a partir de conjuntos de estímulos visuales, auditivos y táctiles. En el presente reporte, se señalan tipos de relaciones de transitividad relativos a la naturaleza sensorial de los estímulos, como en el caso de las relaciones A-B o A-C (palabra numérica; estímulo auditivo -numerosidad, estímulo visual) y viceversa. Así como la conducta textual que se presentó en las relaciones B-D y C-D (estímulos visuales, numerosidad que implicaba contar y símbolos numéricos) con D (respuesta verbal del sujeto).

Desde este punto de vista, vemos que el paradigma de discriminación condicional continúa siendo prometedor para analizar procesos conductuales complejos. Más aún con la disponibilidad actual de equipos de cómputo que

permiten un eficiente control de la calidad de la presentación de estímulos y su registro.

Los resultados de la presente investigación permiten ofrecer un punto de vista complementario a las formas en que se ha realizado la investigación de la conducta matemática. Este enfoque se centra en el estudio exhaustivo de un solo sujeto, pretendiendo analizar de manera sistemática procesos de adquisición y generalización que supuestamente todos los sujetos realizan cuando pretenden o se pretende que inicien el proceso de aprendizaje de la conducta matemática. El empleo de los dispositivos de cómputo indudablemente que puede beneficiar la calidad, velocidad, cantidad y precisión del aprendizaje de habilidades tan sofisticadas como la lectura, la escritura y las matemáticas. Sin embargo, esto es posible no solo con este tipo de dispositivos, sino también con un conocimiento de cómo de llevan a cabo éstos complejos procesos. La posibilidad de identificar y manipular los componentes estímulos de clases funcionales de conducta compleja, permite analizar en mayor detalle y punto a punto, sistemas de transiciones que dan lugar a procesos de desarrollo de conductas complejas.

De la misma forma los resultados del presente estudio tienen implicaciones importantes tanto para el estudio de la conducta matemática, como para su empleo en la planeación de la enseñanza de la misma. La posibilidad de sintetizar tanto componentes de estímulo y respuesta, como procesos conductuales complejos permite analizar en poco tiempo procesos que generalmente requieren de mucho tiempo y son muy complejos por la cantidad de factores que intervienen para su enseñanza en condiciones escolares y extraescolares normales. Esto tiene particular importancia en la actualidad, debido al uso generalizado de sistemas de cómputo

tanto en las escuelas como en los hogares (Burg, 1984; Brady y Hill, 1984; Lepper y Gurtner, 1989; por mencionar solo algunos).

Por ejemplo, es innegable la influencia que han tenido los matemáticos en el diseño de planes y programas de enseñanza de las matemáticas, lo mismo que lo tienen actualmente los diseñadores de software, al respecto. Desafortunadamente, en esto no consideran los procesos que psicológicamente realiza el sujeto para aprender y, en parte por que los desconocen y por que aun no han sido lo suficiente y satisfactoriamente estudiados.

De no considerarse este tipo de conocimientos, se corre el riesgo de que se continuen reproduciendo los problemas de enseñanza que generan dificultades de aprendizaje en los niños, tales como, aversión, ansiedad; atraso y retraso escolar y cancelación de perspectivas hacia la elección de carreras que requieren el manejo consistente de las matemáticas.

Puede parecer muy aventurado que a partir de estudios básicos, como el presente, se puedan realizar generalizaciones a problemas de enseñanza a nivel superior, pero lo que se enfatiza es la importancia del estudio de las bases o fundamentos de esta compleja, importante y socialmente relevante clase de conducta.

En 1968, Baer, Wolf y Risley, plantearon posibilidades y riesgos de no conocer en detalle los procesos conductuales básicos para programar la generalización, en vez de esperarla o lamentarla si esta no se realizaba. Esto



solamente es posible si existe un conocimiento y posibilidad de manipular los factores responsables de la generalización.

De ser así, posiblemente sea factible reducir considerablemente el tiempo que se emplea actualmente para que un niño responda conceptualmente al número, reduciendo el esfuerzo que toma a los profesores enseñarlo y acelerar su empleo dentro de su sistema de vida. Con base en los datos del presente estudio, parece factible reducir el tiempo.

Finalmente, se puede concluir que la presente investigación: (1) confirma el valor metodológico que tiene el paradigma de discriminación condicional para el estudio de la adquisición y generalización de conducta compleja; (2), resultó apropiada la interpretación y adaptación de dicho paradigma para estudiar adquisición y generalización de conducta matemática, generándose expectativas para realizar más estudios al respecto, incluso con posibilidades de investigación paramétrica; (3) los componentes estímulo y respuesta estudiados resultaron válidos como elementos constitutivos de clases funcionales de respuestas, cuyo valor es importante por las posibilidades de estudio de conducta matemática a niveles más complejos; (4) los constructos de reflexividad, simetría y transitividad describen relaciones de equivalencias funcionales de estímulos y respuestas, y tienen valor conceptual si son susceptibles de describir sistemas de procesos de transición conductual y predecir procesos de adquisición y generalización; (5) los procedimientos de entrenamiento empleados lograron en ambos estudios, una rápida adquisición de respuestas de discriminación condicional y altos niveles de generalización de respuestas en términos de cantidad y velocidad de respuestas correctas; (6) existe, a partir de los presentes resultados, la necesidad de realizar más

**investigación con poblaciones numéricamente mayores, así como evaluar y analizar variaciones sobre los sistemas de transiciones en las relaciones de equivalencia, que puedan sintetizar algunas de las formas que se emplean para la enseñanza regular y que han dado buenos resultados; así como hacer adaptaciones para el tratamiento de niños con dificultades en el aprendizaje de la conducta matemática.**

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

---

- Backhoff, E., Lovitt, T.C., Larrazolo, N., & Romano, H. (1980). Adquisición, generalización y mantenimiento de problemas de suma, resta y multiplicación. **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, **6**, 39-58.
- Baer, D.M., Peterson, R., & Sherman, J.A. (1967). The development of imitation by reinforcing behavioral similarity to a model. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, **10**, 405-416.
- Barlow, D.H., & Hersen, M. (1984). **Single Case Experimental Designs: Strategies for Studying Behavior Change**. New York: Pergamon Press.
- Bauersfeld, H. (1979). Research related to the learning Process. En: H.G. Steiner & B. Christiansen (Eds.), **New Trends in Mathematics Teaching (Vol.4)**. Paris: UNESCO.
- Bearison, D.J. (1969). Role of measurement operations in the acquisition of conservation. **Developmental Psychology**, **1**, 663-660.
- Beilin, H. (1971). The training acquisition of logical operations. En: M.F. Roszkopf, L.P. Steffe, & S. Tabach (Eds.), **Piagetian Cognitive-Development Research and Mathematical Education**. Washington D.C.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Berlyne, D.E. (1958). The influence of albedo and complexity of stimuli on visual fixation in the human infant. **British Journal of Psychology**, **49**, 315-318.
- Bond, E.K. (1972). Perception form by human infant. **Psychological Bulletin**, **77**, 225-245.
- Brady, E. H. & Hill, S. (1984). Young children and microcomputers: Research issues and directions. **Young Children**, **39**, 49-61.
- Brownell, W.A. (1928). **The Development of Children's Number Ideas in the Primary Grades**. Chicago: The University of Chicago.
- Brownell, W.A. (1935). Psychological considerations in the learning and the teaching of arithmetic. **The teaching of Arithmetic, the Tenth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics**. New York: Teachers College, Columbia University.
- Bucher, B., & Shneider, R.E. (1973). Acquisition and generalization of conservation by preschoolers, using operant training. **Journal of Experimental Child Psychology**, **16**, 187-204.

- Bullock, M., & Gelman, R. (1982). Numerical reasoning in young children: The ordering principle. **Child Development**, 48, 427-434.
- Burg, K. (1984). The microcomputer in the kindergarden: A magical, useful, expensive toy. **Young Children**, 39, 28-33.
- Carpenter, T.P., Moser, J.M., & Romberg, T.A. (1982) **Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective**. Hillsdale, N.J. : Lawrence Erlbaum.
- Case, R. (1978). Piaget and beyond: Toward a developmentally based theory and technology of instruction. En: R. Glaser (Edit.), **Advances in Instructional Psychology** (Vol. I). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Catania, C.A. (1973). The concept of the operant in the analysis of behavior. **Behaviorism**, 1, 103-106
- Catania, A.C. (1979). **Learning**. New York: Prentice Hall.
- Chi, M.T.H., & Klahr, D. (1975) Span and rate of apprehension in children and adults. **Journal of Experimental Child Psychology**, 19, 434-439.
- Cohen, L.B. (1973). A two process model of infant visual attention. *Merrill-Palmer Quaterly*, 19, 157-180.
- Cumming, W.W., & Berryman, R. (1965). The complex discriminated operant: Studies of matching to sample and related problems. En D.I. Mostofsky (Ed.), **Stimulus Generalization**. Stanford, CA: Stanford University Press.
- Cunco, D.F. (1982) Children's judgments of numerical quantity; a new view of early quantification. **Cognitive Psychology**, 14, 13-44.
- Curant, R. (1964/1974). Matemáticas en el mundo moderno. En: *Selecciones de Scientific American*, **Matemáticas en el Mundo Moderno**. Madrid: Editorial Blume.
- Damián, M., Villar, G., & García, V. (1978). **La conducta de conteo en niños preescolares: un estudio inicial**. Cuarto Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta. Monterrey; Nuevo León, México; del 18 al 21 de noviembre.
- Davis, R.B. (1984). **Learning Mathematics: The Cognitive Science Approach to Mathematics Education**. Norwoods, N.J.: Ablex.
- Descouedres, A. (1921) **Le Développement de L'Enfant de Deux à Sept Ans**. Paris: Delachaux et Nestle.

- Devany, J., Hayes, S., & Nelson, R. (1986). Equivalence class formation in language-able, and language disabled children. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, **46**, 243-257.
- Díaz, D., & García, V. (1980) Análisis descriptivo de la conducta de conteo en niños preescolares. **Revista Mexicana de Analisis de la Conducta**, **6**, 59-79.
- Dixon, M., & Spradlin, J. (1976) Establishing stimulus equivalences among retarded adolescents. **Journal of Experimental Child Psychology**, **21**, 144-164.
- Dossey, J.A. (1992). The nature of mathematics: Its role and its influence. En: D.A. Grouws (Editor), **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: MacMillan Publishing Co.
- Dugdale, N., & Lowe, C.F. (1990). Naming and stimulus equivalence. En D.E. Blackman & H. Lejeune (Eds.), **Behavior Analysis in Theory and Practice: Contributions and Controversies**. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Estes, B. & Combes, A. (1966). Establishing stimulus equivalences among retarded adolescents. **Journal of Genetic Psychology**, **108**, 333-336.
- Fantz, R.L. (1958) Pattern vision in young infants. **Psychological Record**, **8**, 43-49.
- Fehr, H.F., & Glaymann, M. (Eds., 1972). **New Trends in Mathematics Teaching** (Vol. 3). Paris: UNESCO.
- Ferster, C.B. & Hammer, C.E. (1968). Synthesizing the components of arithmetic behavior. En W.K. Honig Editor), **Operant Behavior: Areas of Research and Application**, New York: Appleton Century Crofts.
- Fields, L., Verhave, T., & Fath, S. (1984). Stimulus equivalence and transitive associations: a methodological analysis. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, **42**, 143-147.
- García, V. (1988). Mathematic Behavior and Children's future. **Proceedings of Growing Into a Modern World: An International and Interdisciplinary Conference on Life and Development of Children in Moderns Society**. Publicadas por Centre of Child Research, University of Trondheim, Noruega.

- García, V. (1982). **Desarrollo de la conducta de conteo en niños preescolares: resultados de investigación e implicaciones para el aprendizaje de operaciones aritméticas básicas.** II Foro Nacional de Educación Preescolar. Morelia, Michoacán, México; del 22 al 24 de abril.
- García, V. (1982). **Desarrollo de la conducta de conteo en niños preescolares: resultados de investigación e implicaciones para el aprendizaje de operaciones aritméticas básicas.** Trabajo presentado en el II Foro de Educación Preescolar. México: Morelia, Michoacán: 22-24 de abril.
- García, V. (1984). **La investigación en conducta aritmética y sus implicaciones para el aprendizaje de habilidades de cómputo.** I Symposium Internacional de la Computación y la Educación Infantil. Ciudad de México, México; del 24 al 26 de octubre.
- García, V. (1986). **Conducta aritmética en niños.** Conferencia presentada durante los festejos del XV Aniversario de la Escuela de Psicología de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos, del 20 al 24 de octubre.
- García, V. (1987). **Desarrollo psicológico infantil y conducta matemática.** Conferencia presentada en el II Foro Regional de Análisis de la Conducta. Organizado por la Sección Sonora de la Sociedad Mexicana de Análisis de la Conducta. Ciudad Obregón, Sonora, del 28 al 30 de abril.
- García, V. (1991 a). **Análisis Conductual del Desarrollo del Niño y el Estudio de la Conducta Matemática.** Ponencia presentada dentro del Symposium: Análisis Conductual del desarrollo del Niño: Precisiones y Malos Entendidos de su Objeto y Método de Estudio; en el XI Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta, Ciudad de México, del 6 al 8 de marzo.
- García, H.V. (1991 b). **Análisis experimental de la conducta aritmética en niños.** En: V. Colotla (compilador), **La Investigación del Comportamiento en México.** México: Facultad de Psicología, UNAM.
- García, V. (1993). **The experimental analysis of mathematical behavior.** Ponencia presentada dentro del Symposium, Reserach on Human Behavior in México: Representative Programs. 19th Annual Convention of the Association for Behavior Analysis. Chicago, Mayo 26-29.
- García, V. (1994). **Síntesis de los componentes del origen de la conducta matemática.** Conferencia presentada en el XII Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta. Cocoyoc, Morelos, 16-18 de febrero.

- García, V., Eguía, S., Gamiz, L. & González, A.R. (1983). Análisis experimental de la generalización de respuestas de aritméticas en operaciones de división. **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, **9**, 11-27.
- García, V., Esparza, E. & Ochoa, G. (1988). Análisis de la generalización de respuestas de multiplicación en operaciones y problemas aritméticos. **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, **14**, 41-59
- García, V., y Flores, A. (1991). **Análisis espectral de un programa de investigación en conducta matemática**. Ponencia presentada en el XI Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta, Ciudad de México del 6 al 8 de marzo.
- García, V., & García, E.(1984). **Análisis experimental de la inversión de una secuencia de enseñanza en matemáticas: sustracción-adición**. XXIII Congreso Internacional de Psicología. Acapulco, Guerrero, México; septiembre.
- García, V. y González S. (1990). **El Estudio de la Conducta Matemática Bajo el Paradigma de la Discriminación Condicional: Un Análisis Teórico**. Ponencia presentada dentro del Coloquio de Investigación en Psicología Experimental, organizado por la Facultad de Psicología, del 5 al 9 de marzo.
- García, V., Lugo,G., & Lovitt, T.C. (1976) Análisis experimental de la generalización de respuestas en problemas aritméticos de suma. **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, **2**, 54-67.
- García, V., & Martínez, A. (1986). **Evaluación de efectos instruccionales sobre errores aritméticos en operaciones de adición y sustracción, en sujetos con dificultades para aprender aritmética**. VIII Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta. Puerto de Veracruz, Ver., México; del 12 al 14 de marzo.
- García, V., y Miranda, D. (1992) **Discriminación condicional y conducta matemática**. Primer Coloquio sobre Cómputo e Informática en Psicología. Facultad de Psicología, UNAM, del 4 al 6 de septiembre de 1992.
- García, V. & Rayek, E. (1978). Análisis experimental de la conducta aritmética: componentes de dos clases de respuestas en problemas aritméticos de suma. **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, **4**, 41-58.
- Gardner, H. (1985). **The Mind's New Science**. New York: Basic
- Gelman, R. (1969). Conservation aquisition: A problem of learning attend to relevant attributes. **Journal of Experimental Child Psychology**, **7**, 167-187.

- Gelman, R. & Tucker, M.F.(1975). Further investigations of the young child's conception of number. **Child Development**, 46, 167-175.
- Gelman, R. & Gallistel, C.R.(1978). **The child's Understanding of number**. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Gibon, E.J. & Olum, V.(1960) Experimental methods of studying perception in children. En: P.H. Mussen (Editor), **Handbook of Research Methods in Child Development**. New York: John Wiley.
- Gibbons, I.C. & Lindvall, C.M.(1982). Factors associated with the ability of kindergarten children to solve simple arithmetic problems. **Journal of Educational Research**, 75, 149-155.
- Ginsburg, H.P.(1983). **The Development of Mathematical Thinking**. New York: Academic Press.
- González, S., Campillo, M., Berenson, S., y García, V. (1991) **Análisis de la función de objetos y eventos en la conducta de contar: un estudio exploratorio**. Ponencia presentada en el XI Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta, Ciudad de México del 6 al 8 de marzo.
- González, A.R., & García, V. (1984). La conducta de contar en niños preescolares: un análisis comparativo. **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, 10, 113-123.
- Green, G., Mackay, H.A., McIlvane, W.J., Saunders, R.R., & Soraci, S.A. (1990). Perspectives on relational learning in mental retardation. **American Journal on Mental Retardation**, 95, 249-259.
- Greenberg, D.J., & Blue, S.Z.(1975). Visual complexity in infancy: contour or numerosity. **Child Development**, 46, 357-363.
- Greeno, J.G. (1977). A study of problem solving. En: R Glaser (Ed.), **Advances in Instructional Psychology** (Vol. 1). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Groen, G.J.(1978). The theoretical ideas of Piaget and educational practice. En: P. Suppes (Editor), **Impact of Research on Education: Some Case Studies**. Washington, D.C.: National Academy of Education.
- Groen, G. & Kieran, C. (1983). In search of Piagetian mathematics. En: H.P. Ginsburg (Editor), **The Development of Mathematical Thinking**. New York: Academic Press.



- Halmos, P.R. (1958/1974). Innovación en matemáticas. En: *Selecciones de Scientific American*, **Matemáticas en el Mundo Moderno**. Madrid: Editorial Blume.
- Hart, B. & Rogers-Warren, A. (1978). A milieu approach to teaching language. En: R.L. Shiefelbush (Editor), **Language Intervention Strategies**. Baltimore: University Park Press.
- Hatano, G. (1982). Learning to add and subtract: a japanese perspective. En: T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Editores), **Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective**. Hillsdale, N.J.: Lawrence Earlbaum.
- Hayes, C.(1986). The case of the dog-verbal reports and the analysis of rules: A review of Ericsson and Simon's "Protocol analysis": verbal reports as data. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, **52**, 13-25.
- Hayes, C. (1989). Nonhumans have not yet shown stimulus equivalence. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, **51**, 385-392.
- Hernández-Pozo, R. (1986). **Estudio de discriminación condicional de segundo orden en humanos: papel de las consecuencias diferenciales de respuesta a estímulos selectores relacionales concurrentes**. Tesis de Maestría en Psicología. UNAM-Iztacala, México.
- Hersh, R. (1986). Some proposals for reviving the philosophy of mathematics. En: T. Tymoczko (Ed.), **New Directions in the Phylosophy of Mathematics**. Boston: Birkhäuser.
- Hiebert, J. (1986). **Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics**. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Hiebert, J., & Carpenter, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. En: D.A. Grouws (Editor), **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York. MacMillan Publishing Co.
- Iversen, I.H., Sidman, M. & Carrigan, P.(1986). Stimulus definition in conditional discrimination. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, **45**, 297-304.
- Kantor, J.R.(1977). **Psychological Linguistics**. Chicago: Principia Press.
- Kauffman, E.L., Lord, M.W., Reese, T.W. & Volkman, J.(1949). The discrimination of visual number. **American Journal of Psychology**, **62**, 498-525.

- Key Math: Diagnostic Arithmetic Test**, (1976). A.J., Connoly, W. Natchman, & E.M. Pritchett (Eds.). Circle Pines, Minnesota: American Guidance Service.
- Kilpatrick, J. (1981). Research on mathematical learning and thinking in the United States. **Recherches en Didactic des Mathematiques**, 2, 363-379.
- Kilpatrick, J. (1987). What constructivism might be in mathematics education?. En: J.C. Bergeron, N. Herscovics, & C. Kieran, (Eds.), **Proceedings of the Eleventh Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, (pag. 2-27). Montreal.
- Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education. En: D.A. Grouws (Editor), **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: MacMillan Publishing Co.
- Klahr, D. & Wallace, J.G.(1976). **Cognitive Development: An Information-Processing**. Hillsdale, N.J.: Lawrence Earlbaum.
- Lazar, R. (1977). Extending sequence-class membership with matching to sample. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, 27, 381-392.
- León, N. García, V., Alvarez, V. (1991). **Análisis conductual de problemas de adquisición en operaciones de adición, sustracción, y multiplicación**. Ponencia presentada en el XI Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta, Ciudad de México del 6 al 8 de marzo.
- Lepper, M.R. & Gurtner, J.L. ( 1989 ). Children and computers: Approaching the twenty-first century. **American Psychologist**, 44, 162-169.
- Levine, S.C., Jordan, N.C., & Huttenlocher, J.(1992). Development of calculation abilities in young children. **Journal of the Experimental Child Psychology**, 53, 72-103.
- Lovitt, T.C. & Curtis, K.A.(1968). Effect of manipulating an antecedent event on mathematics response rate. **Journal of Applied Behavior Analysis**, 1, 329-33.
- Lovitt, T.C. (1975 a). Applied behavior analysis and learning disabilities. Part I: characteristics of ABA, general recommendations and methodological limitations. **Journal of Learning Disabilities**, 8, 432-443.
- Lovitt, T.C. (1975 b). Applied behavior analysis and learning disabilities. Part II: Specific research recommendations and suggestions for practitioners. **Journal of Learning Disabilities**, 8, 504-518.
- Macnamara, J. (1975). A note on Piaget and number. **Child Development**, 46, 424-429.

- Macotela, F.S. (1992). **Efectos del establecimiento de equivalencias entre estímulos auditivos y visuales sobre dos medidas de escritura en sujetos con problemas específicos de aprendizaje.** Tesis de Doctorado en Psicología, Facultad de Psicología, UNAM.
- Magidson, S. (1992). From the laboratory to the classroom: a technology-intensive curriculum for functions and graphs. **Journal of Mathematical Behavior**, 11, 361-376.
- Marr, M. J. (1986). Mathematics and verbal behavior. En: T. Thompson & M. D. Zeiler (Eds.), **Analysis and Integration of Behavior Units**. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- McIntire, K.D., Cleary, J., & Thompson, T. (1989). Reply to Saunders and to Hayes. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, 51, 379-384.
- Miranda, D., & García, V. (1994). **Análisis conceptual y empírico de las implicaciones de los errores en el aprendizaje de la conducta matemática.** XII Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta. Cocoyoc, Morelos, 16-18 de febrero.
- Morales, M. & García, V. (1994). **Variaciones de las características de la conducta de contar en función de objetos y/o eventos.** Ponencia presentada en el XII Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta. Cocoyoc, Morelos, 16-18 de febrero.
- Parsons, J. (1972). The reciprocal modification of arithmetic behavior and program development. En: G. Semb (Editor), **Behavior Analysis and Education**. Lawrence, Kansas: University Press.
- Piaget, J. (1941-1965). **The Child Conception of Number**. New York: W. Norton (traducido y publicado del original con A. Szeminska, **La Genese Du Nombre Chez L'Enfant**, 1941).
- Piaget, J. (1953). How children form mathematical concepts ?. **Scientific American**, 189, 74-79.
- Piaget, J. (1967). **On the nature and nurture of intelligence.** Conferencia pronunciada en la Universidad de New York, marzo. Citada por Elkind, D., **Children and Adolescents: Interpretive essays on Jean Piaget**. New York: Oxford University Press.

- Piaget, J. (1973). Comments on mathematical education. En: A.G. Howson (Editor), **Developments in Mathematical Education: Proceedings of the Second International Congress on Mathematics Education**. Cambridge, Mass.: Cambridge University Press.
- Poincaré, H. (1948/1974). La creación matemática. En: Selecciones de Scientific American, **Matemáticas en el Mundo Moderno**. Madrid: Editorial Blume.
- Potter, M.C. & Levy, E.L.(1968). Spatial enumeration without counting. **Child Development**, **89**, 265-272.
- Resnick, L.B. & Ford, W.W. (1984). **The psychology of mathematics for Instruction**. London: Lawrence Erlbaum.
- Resnick, L.B., Wang, M.C. & Kaplan J.(1973). Task analysis in curriculum desing: a hierarchically sequenced introductory mathematics curriculum. **Journal of Applied Behavior Analysis**, **6**, 679-710.
- Reyes, J.I., & García, V. (1979). **Análisis de la generalización de respuestas en problemas de suma y resta**. Segundo Congreso Mexicano de Psicología. Ciudad de México, México; del 15 al 19 de julio.
- Ribes, I.E. (1990a). Aptitudes substitutivas y la planeación el comportamiento inteligente en las instituciones educativas. En: E. Ribes (Ed.), **Psicología General**. México: Editorial Trillas.
- Ribes, I.E. (1990b). Las conductas lingüística y simbólica como procesos sustitutivos de contingencias. En: E. Ribes & P. Harzem (Compiladores), **Lenguaje y Conducta**. México, Editorial Trillas.
- Ribes, I.E., & López, F. (1985). **Teoría de la Conducta: Un Análisis de Campo y Paramétrico**. México: Editorial Trillas.
- Rodríguez, J., González, Z., González, G., y García, V.(1993). **Estudio transversal del desarrollo de la conducta matemática**. III Reunión Nacional y II Internacional de Pensamiento y Lenguaje. Querétaro, 20-22 octubre.
- Romano, H., Bajatta, I., Esquivel, R., & García, V. (1987). **Adquisición de respuestas aritméticas de resta en niños preescolares: Un análisis de proceso**. Ponencia presentada en el IX Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta. Organizado por la Sociedad Mexicana de Análisis de la Conducta. Puebla, Pue., del 5 al 7 de octubre.

- Romano, H. García, V., Bajatta, I., y Esquivel, R. (1989). **Verbalización vs. no verbalización en el proceso de adquisición de respuestas de adición.** Ponencia presentada en el X Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta. Hermosillo, Sonora, México; del 15 al 17 de marzo.
- Romano, H., García, V., Ponce, T., y García, A. (1989). **Procesos de Adquisición y generalización de respuestas de adición mediante el entrenamiento en numerosidad en niños preescolares.** Ponencia presentada en el X Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta. Hermosillo, Sonora, México; del 15 al 17 de marzo.
- Romano, H., Ponce, T., García, A., & García, V.(1987). **Proceso de adquisición y generalización de respuestas de adición mediante la instrucción de posición geográfica en niños preescolares.** Ponencia presentada en el IX Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta; organizado por la Sociedad Mexicana de Análisis de la Conducta. Puebla, Pue., México; del 5 al 7 de octubre.
- Romberg, T.A. (1969). Current research in mathematics education. **Review of Educational Research, 39, 473-491.**
- Saunders, R.R., & Green, G. The nonequivalence of the behavioral and mathematical equivalence. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior, 57, 227-241.**
- Schoenfeld, W.N., Cole, B. & Sussman, D.M.(1976). Observations on early mathematical behavior among children "counting". **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta, 2, 176-189.**
- Shaeffer, B. Eggleston, V.H. & Scott, J.L. (1974). Number development in young children. **Cognitive Psychology, 6, 357-379.**
- Sidman, M.(1971). Reading and auditory-visual equivalences. **Journal of Speech and Hearing Research, 14, 5-13.**
- Sidman, M. (1986). Functional analysis of emergent verbal classes. En: T. Thompson y M.D. Zeiler, **Analysis and Integration of Behavioral Units.** Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Sidman, M. & Cresson, O. (1973). Reading and crossmodal transfer of stimulus equivalences in severe retardation. **American Journal of Mental Deficiency, 77, 515-523.**
- Sidman, M. Cresson, O.Jr. & Willson-Morris, M. (1974). Acquisition of matching to sample via mediated transfer. **Journal of the Experimental Analysis Behavior, 22, 261-273.**

- Sidman, M. & Tailby, W. (1982). Conditional discrimination vs matching to sample: an expansion of testing paradigm. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, **37**, 5-22.
- Sidman, M., Wynne, C., Maguire, R., & Barnes, T. (1989). Functional classes and equivalence relations. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, **52**, 261-274.
- Skinner, B.F. (1938). **The Behavior of the Organisms**. New York: Appleton Century Crofts.
- Skinner, B.F. (1957). **Verbal Behavior**. New York: Appleton Century Crofts.
- Smith, D.D. & Lovitt, T.C.(1975). The use of modeling techniques to influence the acquisition of computational arithmetic skills in learning disabled children. En: E. Ramp & Semb (Editores), **Behavior Analysis: Areas of Research and Application**. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.
- Stevens, S.S. (1938) On the problem of scales for measurement of psychological magnitudes. **Journal of Unified Science**, **9**, 328-339.
- Strauss, M.S. & Curtis, L.E. (1981). Infant perception of numerosity. **Child development**, **52**, 1146-1152.
- Taves, E.H.(1941). Two mechanisms for the perception of visual numerosness. **Archives of Psychology**, **265**, 4-42.
- Terrace, S. (1968). Stimulus control. En: W.K. Honig (Ed.), **Operant Behavior: Areas of Research and Application**. New York: Appleton Century Crofts.
- Thorndike, E.L. (1922). **The Psychology of Arithmetic**. New York: The MacMillan Co.
- Thorndike, E.L. (1924). **The Thorndike Arithmetic: Book Three**. Chicago: Rand McNally.
- Trabasso, T., Isen, A.M., Dolecki, P., McLanahan, A.G., Riley, C.A., & Tucker, T. (1978). How do children solve class-inclusion problems?. En: R. Siegler (Ed.), **Children Thinking: What develops?**. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Wallace, G. & McLaughlin, J.A. (1979). **Learning disabilities: Concepts and Characteristics**. Columbia, Ohio: Charles E. Merrill.

Warren, H.C. (1897). The reaction time of counting. *The Psychological Review*, 4, 569-591.

**Wechsler preschool and Primary Scale of Intelligence** (1967). New York: Psychological Corporation.

Yoshimura, T. (1975). Strategies for addition among young children. Trabajo presentado en la 17th Annual Convention of Japanese Association of Educational Psychology.

# ANEXO 1

---

## RESUMEN DEL PROGRAMA DE COMPUTO

### ORIGEN DE LA CONDUCTA MATEMATICA ( ORCOMA )

#### INTRODUCCION

El programa **ORIGEN DE LA CONDUCTA MATEMATICA ( ORCOMA )**, se puede emplear facilmente en un ordenador IBM PC, XT, AT o compatible con memoria Ram de 512 Kb, monitor de color y desde cualquier drive o en el disco duro.

Fue diseñado para ser empleado facilmente por cualquier usuario ( adultos y niños ), mediante comandos sencillos y un operando ( "mouse" ).

El propósito de este programa es facilitar la realización de trabajos de investigación sobre conducta matemática temprana. Se pueden programar arreglos y condiciones para ordenar un estudio sistemático, presentar consecuencias de diferentes modalidades de reforzamiento y retroalimentación; presentar estímulos para realizar alguna tarea predeterminada: (1) dígitos, (2) sonidos, (3) voz, (4) números con letra y (5) objetos. Emplear un operando para la ejecución de una tarea; registrar y cuantificar, tanto los datos generales del programa y del sujeto, como las respuestas emitidas por éste.

Dadas las posibilidades de control, sistematización y automatización, es posible estudiar de manera objetiva, precisa y sistemática diversos procesos del aprendizaje como adquisición, generalización y mantenimiento de conducta matemática. Asimismo, relaciones de cantidad, de igualdad ( = ), menor que ( < ), mayor que ( > ), en niños preescolares y escolares, por medio del paradigma de discriminación condicional de segundo orden.



## **COMPONENTES DEL PROGRAMA**

El programa esta integrado por cinco componentes:

1. Captura de información.
2. Programación de condiciones de investigación.
3. Presentación de estímulos:
  - (a) antecedentes y
  - (b) consecuentes de la conducta.
4. Registro y cuantificación de la conducta y,
5. Herramientas.

A partir del primer componente se crea la base de datos necesaria para consignar información general del estudio, del sujeto y de programación de componentes estímulo y respuesta.

En la programación se establecen los parámetros para la medición de respuestas y las características de los estímulos discriminativos que se presentarán en función de sus modalidades

1. Visuales:
  - (a) objetos.
  - (b) dígitos.
  - (c) letras.
2. Auditivos:
  - (a) dictado de números.
  - (b) sonidos.

Se pueden programar estas posibilidades de manera combinada, con base en los intereses y prescripciones del diseño de la investigación. Por ejemplo, la asignación de fases o etapas del estudio a cierto grupo o subgrupos de sujetos.

La presentación de estímulos está en función del procedimiento de comparación de igualdad y diferenciación de la muestra. Se presentan estímulos de comparación (Eco), uno en cada extremo de la pantalla, y uno de relación (Er) al centro de la pantalla. Estos estímulos señalan la tarea, donde, el sujeto realiza la elección con el operando ("mouse").

Las consecuencias (reforzamiento y/o retroalimentación) se programan para administrarse con base en la precisión de la respuesta del sujeto y en función de las condiciones planeadas para la investigación. Por ejemplo; línea base, intervención y seguimiento.

El registro y cuantificación se realiza computando individualmente los errores, omisiones y aciertos, así como el tiempo empleado para la emisión de cada una de estas posibles respuestas. También se obtienen los porcentajes de respuesta correspondientes y el promedio del tiempo de realización de la tarea de acuerdo a los ensayos que se hayan realizado. A estos datos se puede acceder imprimiéndolos.

Se cuenta con una herramienta que consiste en una calculadora interna que permite ejecutar operaciones particulares con los propios datos.

## **FUNCIONAMIENTO GENERAL.**

El programa **ORCOMA** se accesa desde la unidad en que se encuentre (A, B o disco duro) cambiándose al directorio ORCOMA (tecleando CD ORCOMA) y posteriormente se tecléa OR.

Una vez en el programa, se inicia el trabajo en la fecha y hora que se señala en la parte superior de la ventana de comunicación que se presenta en la pantalla.

De manera general el procedimiento a seguir para iniciar a trabajar con el programa es el siguiente:

## **1 Captura de información general y programación de las condiciones de investigación.**

1.1. Se anota el nombre de la persona que llevará a cabo el estudio y las condiciones de intervención bajo las cuales se operará el programa.

(a) Práctica [ "P" ]; en ésta no se programan las consecuencias.

(b) Ejecución [ "E" ]; en ésta se programa la retroalimentación, que consiste en dar a conocer al sujetos los resultados de su ejecución inmediatamente después de haber emitido sus respuesta ( ver programación de estímulos para una mayor descripción ).

1.2. Se anotan los datos del sujeto y su adjudicación a:

(a) grupo.

(b) subgrupo y

(c) sesión respectiva.

1.3. Se confirma [ "S" ] la correcta introducción de los datos.

En caso de existir algún error con la tecla "Esc" se regresa al campo donde está éste y se reescribe la información correspondiente.

1.4. Se procede a programar la presentación de estímulos.

## **2 Programación de estímulos.**

2.1. Se programan las condiciones generales de la presentación de estímulos.

(a) Número de eventos.

(b) Tiempo de espera.

(c) Retroalimentación en donde:

(N) No se presenta retroalimentación.

(R) Conocimiento inmediato del resultado, aparece una "carita sonriendo" y "música alegre", cuando es correcta la respuesta. Si fue incorrecta u omitida dentro del tiempo disponible para responder se presenta una "carita triste", acompañada de "música triste".

(R1) Es igual que (R) presentándose un evento adicional idéntico al inmediato anterior, con objeto de instruir al sujeto para la corrección respectiva.

(R2) Igual que (R1), pero si existe otro error u omisión se presenta otro evento idéntico, pero indicando con centelleos el signo que debió haber elegido.

2.2. Se selecciona el tipo de combinación que se presentará con los Eco.

2.3. Se establecen los parámetros de numerosidad a trabajar y en el caso de sonido, el tiempo de espera entre cada presentación del estímulo.

2.4. Se confirma la correcta introducción de los datos ( ver 1.3).

### 3 Impresión.

3.1. Para imprimir los datos generales, colocarse en la ventana de comunicación de datos generales y teclear F4 indicando si se imprime solamente la última sesión o todas las anteriores.

3.2. Para imprimir las respuestas del sujeto, colocarse en la ventana de comunicación de programación de estímulos y teclear F4 siguiendo los mismos pasos que en el caso anterior.

3.3. Se vacían los resultados en el registro diseñado para tal fin que permite organizarlos para su posterior transformación, graficación y análisis.

#### **4 Salida del programa.**

Para salir del programa se presionan las teclas ALT-C de manera simultánea.

Finalmente, para poder llevar a cabo de manera adecuada el procedimiento anterior es necesario haber determinado previamente las siguientes condiciones:

1. El observador.
2. El sujeto de experimentación y sus datos generales (personales e institucionales).
3. Las condiciones bajo las cuales se ejecutará la tarea de acuerdo al diseño de investigación.
4. Las relaciones que serán estudiadas en el caso del sujeto particular.
5. Las cantidades y tiempos estimados para la realización de la ejecución.