

13  
2ej



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

PROPUESTA DE UN EXPERIMENTO "COMPLETO" DE  
FOTOIONIZACION DE HELIO MEDIANTE LA MEZCLA STARK  
DE LOS CANALES DE SALIDA.

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

**F I S I C O**

P R E S E N T A

JESUS FLORES MIJANGOS

MEXICO, D. F.

1994



FACULTAD DE CIENCIAS  
REGION COMULAN

TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CIUDAD UNIVERSITARIA



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS  
División de Estudios  
Profesionales  
Exp. Núm. 55

M. EN C. VIRGINIA ABRIN BATULE  
Jefe de la División de Estudios Profesionales  
Universidad Nacional Autónoma de México.  
P r e s e n t e .

Por medio de la presente, nos permitimos informar a Usted, que habiendo  
revisado el trabajo de tesis que realiz<sup>ó</sup> el pasante \_\_\_\_\_  
Jesús Flores Hájargos  
con número de cuenta 8537953-2 con el título: \_\_\_\_\_  
Propuesta de un experimento "completo" de  
fotoionización de helio mediante la mezcla Stark  
de los canales de salida.

Consideramos que reúne \_\_\_\_\_ los méritos necesarios para que pueda conti-  
nuar el trámite de su Examen Profesional para obtener el título de -  
Físico.

GRADO NOMBRE Y APELLIDOS COMPLETOS

FIRMA.

DR. JOSE IGNACIO JIMENEZ MIER Y TERAN

Director de Jesús  
DR. VIRGILIO BELTRAN LOMA

DR. EUGENIC LEY KOO

DRA. ALICIA OLIVER GUTIERREZ

Suplente

M. EN C. RAUL WAYNE GOMEZ GONZALEZ

Suplente

Ciudad Universitaria, D.F., a 29de junio de 1994.

**A mis padres**

## **Agradecimientos.**

Este trabajo fue elaborado bajo la excelente dirección del Dr. José Ignacio Jiménez Mier y Terán, a quien deseo manifestar mi más sincero agradecimiento; su valiosa asesoría así como el tiempo que dedicó a la revisión del trabajo escrito contribuyeron significativamente a aclarar las ideas expuestas en esta tesis.

Agradezco a los sinodales sus comentarios y sugerencias que me formularon durante la revisión del trabajo.

A Ricardo J. Claps y José A. Zapata por su amistad y por esas horas de estudio que tuve la fortuna de compartir con ambos.

A mis hermanos Francisco, Ricardo y Williams por su apoyo y comprensión durante todo este largo tiempo.

Y principalmente a mis padres, Gustavo Flores y Ma. Elena Mijangos, quienes con su cariño, paciencia y apoyo, este sueño se hace realidad.

Julio 1994

Jesús Flores M.

**Propuesta de un experimento "completo" de  
fotoionización de helio mediante la mezcla Stark  
de los canales de salida.**

**INDICE**

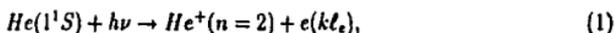
<b>I</b>	<b>Introducción.</b>	<b>1</b>
<b>II</b>	<b>Descripción del sistema.</b>	<b>5</b>
	A. Fotoionización en presencia del campo eléctrico.	5
	B. Descripción de los iones de helio.	16
<b>III</b>	<b>Fluorescencia.</b>	<b>23</b>
	A. Emisión de fotones.	23
	B. Descripción angular de la fluorescencia.	31
	C. Propuesta experimental.	40
<b>IV</b>	<b>Conclusiones.</b>	<b>43</b>
<b>V</b>	<b>Apéndice.</b>	<b>45</b>
<b>VI</b>	<b>Bibliografía.</b>	<b>47</b>

# Propuesta de un experimento "completo" de fotoionización de helio mediante la mezcla Stark de los canales de salida.

## I. INTRODUCCIÓN.

Los estudios tanto teóricos como experimentales, del proceso de fotoionización acompañado de excitación de helio, han logrado sustanciales avances en la descripción del efecto de correlación, debido a que este efecto participa en procesos donde ambos electrones son excitados. Aunque existen otros sistemas atómicos sobre los cuales podrían efectuarse estos estudios, el helio presenta la ventaja de que a nivel teórico se puede estudiar el efecto de correlación, pues el término de interacción es simple, y experimentalmente los elementos empleados para llevar a cabo el proceso de fotoionización y la detección de los productos generados por la interacción son accesibles en el laboratorio.

Esencialmente la interacción de radiación electromagnética con un átomo de helio da lugar a la formación de un ion de helio y un fotoelectrón. Este último, absorbe la energía del fotón incidente, pero como resultado de la presencia del término de correlación que existe entre los electrones, se establece una transferencia de energía hacia el electrón del ion dando lugar a la formación de estado excitados en el ion. Claramente lo anterior ocurre siempre y cuando la energía ( $h\nu$ ) de los fotones sea superior a los 65.4 eV que corresponden a la diferencia que hay en energía entre el primer estado excitado del ion y el estado base del átomo. Como en nuestro caso estamos interesados únicamente en la formación de iones con  $n = 2$ , la energía de los fotones debe ser inferior a los 73 eV, que corresponde a la energía mínima para producir iones en el segundo estado excitado



la energía ( $\hbar^2 k^2 / 2m$ ) con la cual son emitidos cada uno de los fotoelectrones es igual a la diferencia  $h\nu - 65.4$  eV. Durante este proceso también se pueden formar iones en el

estado base  $He^+(n = 1)$ , pero en este caso el fotoelectrón es emitido con una energía igual a  $h\nu - 24.6 \text{ eV}$  donde los  $24.6 \text{ eV}$  corresponde a la diferencia en energía que hay entre el estado base del ion y el estado base del átomo.

El estado del sistema  $He^+(n = 2) + e(k\ell\ell_e)$  esta descrito por una combinación lineal de funciones  $|2\ell k\ell_e\rangle$ , donde cada una corresponde a la formación de un ion y un fotoelectrón con momentos angulares orbitales  $\ell$  y  $\ell_e$ . Debido a que el estado base del helio tiene un momento angular orbital  $L = 0$  y paridad par ( $\pi = +1$ ), al aplicar las reglas de selección para radiación dipolar se obtiene que el proceso de fotoionización esta caracterizado por tres canales de salida  $2\ell k\ell_e$

$\ell$	$\ell_e$	$L$	$\pi$	canal	
0	1	1	-1	2skp	
1	0	1	-1	2pks	(2)
1	2	1	-1	2pkd	

por lo tanto el estado del sistema, formado por la ionización, es

$$|\Psi\rangle = \alpha|2skp\rangle + \beta c^{i\delta_{12}}|2pks\rangle + \gamma e^{i\delta_{13}}|2pkd\rangle. \quad (3)$$

Los cuadrados de las amplitudes dan información sobre las secciones transversales de formación de cada canal  $\sigma_{2skp} = \alpha^2$ ,  $\sigma_{2pks} = \beta^2$  y  $\sigma_{2pkd} = \gamma^2$ . Las fases  $\delta_{12}$  y  $\delta_{13}$  son las fases relativas entre los canales  $2skp$ - $2pks$  y  $2skp$ - $2pkd$  respectivamente,<sup>1</sup> estas fases relativas contienen información sobre la interacción entre los canales. El conocimiento de estas cinco cantidades permite caracterizar completamente el proceso de ionización seguido de excitación en función de la energía  $h\nu$ .

A través de técnicas de espectroscopía de electrones, del estudio de la absorción o de la fluorescencia del ion excitado, se han medido diversos parámetros que permiten determinar el valor de las secciones transversales y las fases relativas. Uno de los primeros parámetros

<sup>1</sup>La fase relativa entre los canales  $2pks$ - $2pkd$  es  $\delta_{23} = \delta_{13} - \delta_{12}$ .

que se determinó fue el cociente  $\sigma_{n=2}/\sigma_{n=1}$ , el cual se obtiene al estudiar el número de fotoelectrones emitidos como resultado de la formación de iones en el primer estado excitado  $He^+(n=2)$ , así como por los iones que quedan en el estado base  $He^+(n=1)$ . Los fotoelectrones emitidos por los iones  $He^+(2s)$  y  $He^+(2p)$  presentan una diferencia en energía correspondiente al corrimiento Lamb del ion  $He^+(n=2)$ , así como una distribución angular caracterizada por los parámetros

$$\beta_{2s} = 2 \quad (4a)$$

$$\beta_{2p} = \frac{-2\sqrt{2\sigma_{2pk_s}\sigma_{2pk_d}} \cos \delta_{23} + \sigma_{2pk_d}}{\sigma_{2pk_s} + \sigma_{2pk_d}} \quad (4b)$$

Al estudiar estos fotoelectrones se encuentra que no es posible medir por separado  $\beta_{2s}$  y  $\beta_{2p}$  debido a que la diferencia en energía es de  $0.54 \times 10^{-4}$  eV [1], sin embargo se han efectuado medidas del promedio [2]:

$$\beta_{eff} = \frac{\sigma_{2s}\beta_{2s} + \sigma_{2p}\beta_{2p}}{\sigma_{2s} + \sigma_{2p}} \quad (5)$$

En esta expresión los coeficientes  $\sigma_{2\ell}$  son las secciones transversales correspondientes a la formación de iones  $He^+(2\ell)$  con distinto momento angular, independientemente del fotoelectrón emitido i. e.  $\sigma_{2s} = \sigma_{2s_kp}$  y  $\sigma_{2p} = \sigma_{2p_kk_s} + \sigma_{2p_kd}$ .

El estudio de la fluorescencia permite medir los cocientes  $R = \sigma_{2p}/\sigma_{2s}$  y  $\sigma_{2pkd}/\sigma_{2p}$ . El primero se obtiene comparando la intensidad de la fluorescencia con y sin un campo eléctrico externo [3,4]. El cociente  $\sigma_{2pkd}/\sigma_{2p}$  está relacionado con el parámetro de alineamiento ( $A_0^c$ ) del ion  $He^+(2p)$

$$A_0^c = -1 + \frac{9}{10} \frac{\sigma_{2pkd}}{\sigma_{2p}} \quad (6)$$

este parámetro<sup>2</sup> se obtiene al estudiar la distribución angular de la fluorescencia [4]. De esta forma una medida de  $\sigma_{n=2}$ ,  $\beta_{eff}$ ,  $R$  y  $A_0^c$  da información sobre las tres secciones transversales y la fase relativa  $\delta_{23}$ , faltando por determinar la fase  $\delta_{12}$ .

<sup>2</sup>Al considerar la estructura fina  $A_0^c(\frac{3}{2}) = -\frac{4}{5} + \frac{18}{25} \frac{\sigma_{2pkd}}{\sigma_{2p}}$  y  $A_0^c(\frac{1}{2}) = 0$  [4].

De acuerdo con Macek [5], la fase relativa  $\delta_{12}$  esta relacionada con la mezcla Stark entre los canales de salida, provocada por la interacción del ion con el campo eléctrico del fotoelectrón. Desafortunadamente esta interacción entre el ion y el fotoelectrón no es suficiente para determinar la fase  $\delta_{12}$  de manera experimental dado que la fluorescencia brinda únicamente información sobre los iones  $He^+(2p)$ .

Para medir  $\delta_{12}$  a través del estudio de la fluorescencia es necesario involucrar a los iones  $He^+(2s)$  en el proceso de decaimiento, lo cual puede realizarse aplicando un campo eléctrico que mezcle los estados  $2s$  y  $2p$  del ion de helio. El propósito de este trabajo es estudiar cómo influye un campo eléctrico externo en la fluorescencia y si a partir de este comportamiento es posible determinar, a nivel experimental, la fase  $\delta_{12}$ .

## II. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA.

El objetivo principal de este capítulo es describir el proceso de fotoionización en presencia de un campo eléctrico. Inicialmente en la sección II A discutiremos cómo afecta la perturbación al sistema ion-fotoelectrón durante el proceso de ionización seguido de excitación. Una vez realizado lo anterior, pasamos a la sección II B donde, empleando la teoría de matrices de densidad [6], estudiaremos la evolución de los iones excitados.

### A. Fotoionización en presencia del campo eléctrico.

Para efectuar la fotoionización de helio supondremos que la radiación ionizante está linealmente polarizada en una dirección a lo largo de la cual definimos el eje Z del sistema coordenado del laboratorio (Fig. 1).

En este marco de referencia, cada canal  $|2\ell k \ell_e\rangle$  queda completamente definido, dado que la proyección del momento angular orbital total no cambia ( $\Delta M = 0$ ) durante el proceso de ionización; por lo tanto, al aplicar las reglas de acoplamiento de momentos angulares, podemos escribir cada canal  $|2\ell k \ell_e\rangle$  en términos de los estados  $|2\ell m\rangle |k \ell_e m_e\rangle$

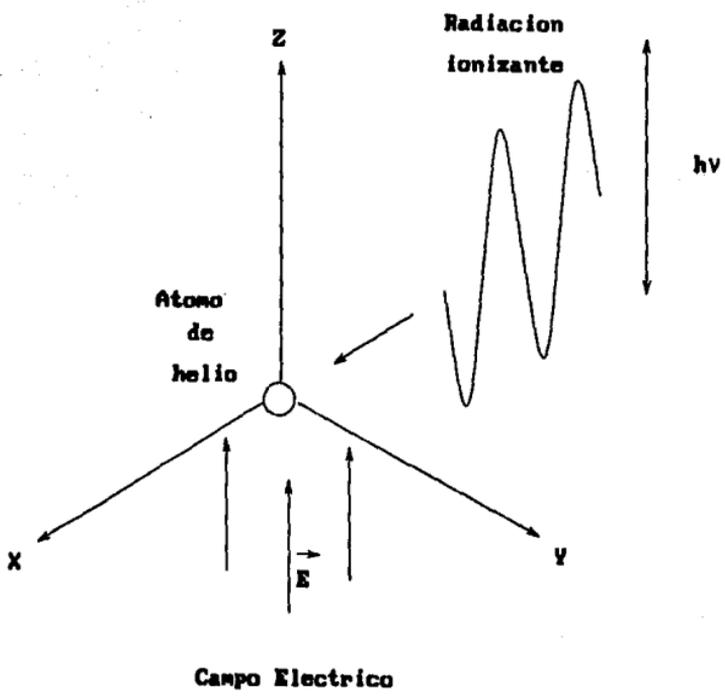
$$|2s k p\rangle = |2, 0, 0\rangle |k, 1, 0\rangle, \quad (7a)$$

$$|2p k s\rangle = |2, 1, 0\rangle |k, 0, 0\rangle, \quad (7b)$$

$$|2p k d\rangle = \sqrt{\frac{3}{10}} |2, 1, 1\rangle |k, 2, -1\rangle - \sqrt{\frac{2}{5}} |2, 1, 0\rangle |k, 2, 0\rangle + \sqrt{\frac{3}{10}} |2, 1, -1\rangle |k, 2, 1\rangle, \quad (7c)$$

con lo cual, la estructura de la función  $|\Psi\rangle$  queda completamente caracterizada (el estado de espín corresponde al singulete ( $S = 0$ ) dado que durante la excitación no hay cambio en el espín total).

**FIG. 1. Proceso de fotoionización de helio en presencia de un campo eléctrico externo  $\vec{E} = E_0 \hat{k}$ .**



La presencia de un campo eléctrico externo producirá una mezcla entre los canales de salida del proceso como consecuencia de la interacción del ion y del fotoelectrón con el campo eléctrico. Tanto el ion como el fotoelectrón presentarán características propias, debido esencialmente a su ubicación en el espectro de energías. Los iones al estar en el espectro discreto experimentan una mezcla entre los estados con distinto momento angular así como un desdoblamiento en energía. Los fotoelectrones ubicados en el espectro continuo se orientarán en sentido opuesto al campo eléctrico de manera inmediata al aplicar la perturbación, como consecuencia de su alejamiento del ion. Esta mezcla Stark repercutirá de algún modo en la fluorescencia producida por el decaimiento de los iones  $He^+(2p)$  que, como veremos más adelante, se puede expresar como un cambio en el parámetro de alineamiento ( $A_0^*$ ).

La función de onda del sistema, incluyendo la interacción con el campo eléctrico, la representamos como

$$|\Psi'\rangle = \sum_{i,j} |v_i\rangle|\xi_j\rangle a_{ij}, \quad (8)$$

donde los estados  $|v_i\rangle$  y  $|\xi_j\rangle$  describen al ion y al fotoelectrón respectivamente mientras los coeficientes  $a_{ij}$  son números complejos relacionados con las amplitudes de probabilidad  $|a_{ij}|$  y las fases relativas entre cada pareja  $|v_i\rangle|\xi_j\rangle$ .

La determinación de las funciones  $|v_i\rangle$  y  $|\xi_j\rangle$  requiere resolver el problema de eigenvalores del operador hamiltoniano, que se puede expresar como la suma del hamiltoniano del átomo de helio más la perturbación producida por el campo eléctrico. Como mencionamos antes consideramos un campo eléctrico constante ( $|\vec{E}| = E_0$ ) y paralelo al eje de polarización de la radiación ionizante (Fig. 1).

La ecuación de Schrödinger a resolver es:

$$[\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_{12} + \mathbf{W}_1 + \mathbf{W}_2]|\Psi'\rangle = E|\Psi'\rangle, \quad (9)$$

donde los operadores  $\mathbf{H}_i (= \frac{\mathbf{P}_i^2}{2m} - \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 R_i})$  corresponden al hamiltoniano del tipo hidrogenoide,  $\mathbf{H}_{12} (= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}})$  es la interacción entre los electrones y  $\mathbf{W}_i (= eE_0 Z_i)$  la perturbación pro-

ducida por el campo eléctrico<sup>3</sup>. Los subíndices representan los espacios físicos sobre los cuales actúan estos operadores, 1 para el ion y 2 para el fotoelectrón.

Para construir la solución de la Ec. (9) primeramente diagonalizamos el operador  $\mathbf{H}_1 + \mathbf{W}_1$ , después proyectamos la ecuación de Schrödinger sobre la base obtenida  $\{|v_i\rangle\}$  lo que nos llevará a un conjunto de ecuaciones acopladas para los estados  $|\xi_j\rangle$ , a partir de las cuales discutimos las propiedades que permitan caracterizar a los fotoelectrones.

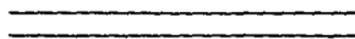
El estudio del efecto Stark en átomos hidrogenoides dentro del espectro discreto se puede describir para diversas situaciones dependiendo de la magnitud del campo eléctrico aplicado. La presencia del campo eléctrico produce un desdoblamiento en energía que aumenta conforme la magnitud del campo crece. Si este desdoblamiento es comparable al corrimiento Lamb, será necesario considerar la estructura fina así como el propio corrimiento Lamb para describir como actúa la perturbación sobre el sistema.

La inclusión de la estructura fina y del corrimiento Lamb se lleva acabo agregando al hamiltoniano  $\mathbf{H}_1 + \mathbf{W}_1$ , los operadores  $\mathbf{H}_F$  y  $\mathbf{H}_L$ , la estructura fina ( $\mathbf{H}_F$ ), que describe la interacción espín-orbita del ion. Dicha interacción está expresada por una separación en energía entre los estados  $2p_{1/2}$  y  $2p_{3/2}$  igual a  $7 \times 10^{-4}$  eV [7] y el corrimiento Lamb ( $\mathbf{H}_L$ ) para el ion de helio corresponde a una diferencia en energía de  $E_L = 0.58 \times 10^{-4}$  eV entre los estados  $2s_{1/2}$  y  $2p_{1/2}$  (Fig. 2) [7]. Para diagonalizar el operador  $\mathbf{H}_1 + \mathbf{W}_1 + \mathbf{H}_F + \mathbf{H}_L$  es necesario incluir el estado de espín en las funciones  $|v_i\rangle$  y consecuentemente también en los estados del fotoelectrón  $|\xi_j\rangle$ , pero como el efecto de la interacción espín-orbita se manifiesta tan sólo como una despolarización en la fluorescencia (ver sec. III A) supondremos que  $\mathbf{H}_F = 0$ , quedando el sistema descrito únicamente por la parte orbital.

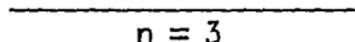
---

<sup>3</sup>Denotamos con  $m$  la masa del electrón ( $9.1 \times 10^{-31}$  kg) y  $-e$  su carga eléctrica ( $1.602 \times 10^{-19}$  C).

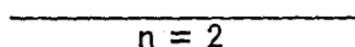
**FIG. 2.** Diagrama de niveles de energía para el ion  $Hc^+(n = 2)$ .



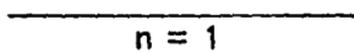
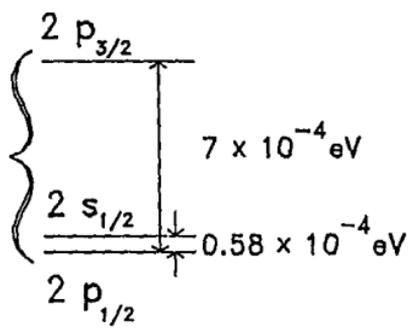
$n = 4$



$n = 3$



$n = 2$



$n = 1$

$\text{He}^+$

El operador  $H_1 + W_1 + H_L$  en la representación de momento angular orbital  $\{|2(m)\rangle\}$  es

$$\begin{pmatrix} s & p_0 & p_1 & p_{-1} \\ E_2 + E_L & W_{sp} & 0 & 0 \\ W_{sp} & E_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

donde  $E_2 = -13.6$  eV es la energía del primer estado excitado del ion de helio,  $E_L$  es el corrimiento Lamb y  $W_{sp} = \langle 2s | W_1 | 2p \rangle$  es el elemento de matriz de la perturbación<sup>4</sup>.

Los eigenestados  $|v_i\rangle$  y eigenvalores  $E_i$  del operador de energía del ion (Ec. 10) son

$$|v_+\rangle = c|2, 0, 0\rangle + d|2, 1, 0\rangle \quad E_+ = E_2 + \frac{1}{2}E_L(1 + \sqrt{1 + f^2}) \quad (11a)$$

$$|v_-\rangle = -d|2, 0, 0\rangle + c|2, 1, 0\rangle \quad E_- = E_2 + \frac{1}{2}E_L(1 - \sqrt{1 + f^2}) \quad (11b)$$

$$|p_{\pm}\rangle = |2, 1, \pm 1\rangle \quad E_p = E_2 \quad (11c)$$

donde

$$c = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + f^2} + 1}{2\sqrt{1 + f^2}}}, \quad d = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + f^2} - 1}{2\sqrt{1 + f^2}}} \quad (12)$$

y

$$f = 2\frac{W_{sp}}{E_L} \quad (13)$$

Para campos tales que  $W_{sp} \gg E_L/2$ , correspondientes a  $E_0 \gg \frac{E_L}{3ca_0} = 3.66$  kV/cm, el corrimiento Lamb se puede despreciar al describir el efecto Stark,  $c$  y  $d$  son iguales a  $1/\sqrt{2}$  y la separación en energía aumenta linealmente con el campo. Si  $W_{sp} \ll E_L/2$  ( $E_0 \ll 3.66$  kV/cm) el corrimiento Lamb tiene que ser tomado en cuenta, la separación

<sup>4</sup> $\langle 2s | W_1 | 2p \rangle = \frac{3}{2}ca_0E_0$  donde  $a_0 = 0.529 \times 10^{-10}$  m es el radio de Bohr.

en energía cambia cuadráticamente con el campo y la mezcla entre los estados 2s y 2p es mayor conforme aumenta el campo, este comportamiento permite establecer la siguiente correspondencia

$$|v_+\rangle_{E_0 \rightarrow 0} \rightarrow |2, 0, 0\rangle, \quad |v_-\rangle_{E_0 \rightarrow 0} \rightarrow |2, 1, 0\rangle. \quad (14)$$

Los estados  $|2p \pm 1\rangle$  continúan siendo eigenestados del ion en presencia del campo eléctrico, dado que el operador  $Z$  mezcla aquellos estados con la misma proyección de momento angular, ésto también es una consecuencia de la conservación de la componente  $L_z$  del momento angular,  $([L_z, H_1 + W_1 + H_L] = 0)$ .

Finalmente calculamos las vidas medias de los estados  $|v_{\pm}\rangle$  con el objeto de tener caracterizado el comportamiento de los iones  $He^+(n = 2)$  en presencia del campo eléctrico. Las vidas medias  $t_{\pm}$  de los estados  $|v_{\pm}\rangle$  son iguales al inverso de las probabilidades de que ocurra una transición del estado  $|v_{\pm}\rangle$  al estado base, pero como a su vez esta probabilidad es proporcional al elemento de matriz del operador dipolar  $eR$ , entonces se obtiene (Ec. 67.7, Ref. [8], p. 287)

$$t_+ = \frac{1}{d^2} t_{2p} \quad \text{y} \quad t_- = \frac{1}{c^2} t_{2p}, \quad (15)$$

donde hemos considerado que las vidas medias<sup>5</sup> de los iones  $He^+(n = 2)$  son tales que  $t_{2s} \gg t_{2p}$ , y por lo tanto, supondremos  $t_{2s} \rightarrow \infty$ .

Obsérvese cómo de nueva cuenta se establece la correspondencia dada por la Ec. (14), conforme la magnitud del campo eléctrico se aproxima a cero, la vida media del estado  $|v_+\rangle$  diverge mientras la vida media del estado  $|v_-\rangle$  converge al valor  $t_{2p}$ . En caso contrario, si el campo eléctrico es suficientemente grande ( $E_0 \gg 3.66 \text{ kV/cm}$ ), ambos estados tienen la misma probabilidad de decaer con una vida media igual a  $2t_{2p}$ .

Para caracterizar los estados del fotoelectrón en el espectro continuo aplicamos un método similar al empleado por Seaton [9] en el estudio de transiciones atómicas producidas por impacto de electrones. En primer lugar expresamos a la función  $|\Psi^0\rangle$  como

<sup>5</sup>De la Ref. [7]  $t_{2s} = 2.2 \times 10^{-3} \text{ s}$  y  $t_{2p} = 1.0 \times 10^{-10} \text{ s}$

$$\begin{aligned}
 |\Psi'\rangle &= \sum_i |v_i\rangle |\xi_i\rangle \\
 &= |v_+\rangle \alpha |\xi_+\rangle \\
 &\quad + |v_-\rangle \left\{ \beta e^{i\delta_{12}} |\xi_-\rangle - \sqrt{\frac{2}{5}} \gamma e^{i\delta_{13}} |\xi_0\rangle \right\} \\
 &\quad + \sqrt{\frac{3}{10}} \gamma e^{i\delta_{13}} \left\{ |p_+\rangle |\xi_-\rangle + |p_-\rangle |\xi_+\rangle \right\},
 \end{aligned} \tag{16}$$

donde mantenemos la estructura de la Ec. (3) y usamos la correspondencia establecida por la Ec. (14). Después, sustituyendo  $|\Psi'\rangle$  en la ecuación de Schrödinger (Ec. 9) y proyectando sobre la base  $\{|v_i\rangle\}$  se obtiene un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales acopladas para las funciones  $\xi_i(\vec{r})$ , que tienen la forma siguiente<sup>6</sup>

$$\frac{\hbar^2}{2m} \{\nabla^2 + k^2\} \xi_i(\vec{r}) = \left\{ -\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + eE_0 z \right\} \xi_i(\vec{r}) + \sum_j U_{ij}(\vec{r}) \xi_j(\vec{r}) \tag{17}$$

donde

$$U_{ij}(\vec{r}_2) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int d\vec{r}_1 v_i^*(\vec{r}_1) \frac{1}{r_{12}} v_j(\vec{r}_1). \tag{18}$$

La estructura de la Ec. (17) refleja claramente cómo el término  $U_{ij}$  es el responsable de la interacción entre los canales de salida, lo cual está representado por el acoplamiento entre los estados del fotoelectrón, mientras la aplicación del campo eléctrico introduce una interacción extra que produce una mezcla entre los estados de cada elemento del sistema por separado.

Empleando la expansión

$$\frac{1}{r_{12}} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2\lambda+1} \frac{r_<^\lambda}{r_>^{\lambda+1}} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} Y_{\lambda\mu}^*(\hat{r}_1) Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_2), \tag{19}$$

tenemos que el término de acoplamiento  $U_{ij}$  se reduce a tres sumandos como consecuencia de las reglas de acoplamiento de momentos angulares, aquellas integrales que involucran el producto de tres armónicos esféricos con  $\lambda > 2$  se anulan pues los estados del ion están descritos por funciones con momento angular  $\ell = 0$  y 1. Cada uno de estos sumandos

<sup>6</sup>Esto es válido si no se considera el término de intercambio, si se toma en cuenta se tiene que resolver un sistema de ecuaciones integrodiferenciales.

corresponde a los primeros tres elementos del desarrollo multipolar (Ec. 19). Suponiendo que la distancia entre los electrones es suficientemente grande ( $r_1 \ll r_2$ ) podemos expresar el término de acoplamiento como  $U_{ij}(\vec{r}_2) = (e^2/4\pi\epsilon_0) \sum_{\lambda} (1/r_2)^{\lambda+1} S_{ij,\lambda}(\vec{r}_2)$  donde

$$S_{ij,\lambda}(\vec{r}_2) = \frac{4\pi}{2\lambda+1} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_2) \int dr_1^3 v_i^*(\vec{r}_1) r_1^{\lambda} Y_{\lambda\mu}^*(\hat{r}_1) v_j(\vec{r}_1). \quad (20)$$

Debido a la ortogonalidad de las funciones del ion, el acoplamiento queda descrito por los términos dipolar ( $\lambda = 1$ ) y cuadrupolar ( $\lambda = 2$ ) dado que, el término monopolar ( $\lambda = 0$ ) se reduce a una delta de Kronecker ( $\delta_{ij}$ ).

Es importante destacar que cuando el campo eléctrico no está presente ( $E_0 = 0$ ) es posible eliminar la dependencia angular  $Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_2)$  pues los estados  $|k\ell_e m_e\rangle$  están caracterizados por los armónicos esféricos  $Y_{\ell_e m_e}(\hat{r}_2)$  lo cual simplifica el problema de obtener las funciones  $\xi_i(\vec{r})$ . El término dipolar acopla los canales  $2\ell k \ell_e$  que difieren en una unidad de momento angular tanto del ion como del fotoelectrón i.e.  $\Delta\ell_e, \Delta\ell = \pm 1$ , esto es  $2s_{kp}$  con  $2p_{ks}$  y  $2p_{kd}$ , el término cuadrupolar acopla aquellos canales tales que  $\Delta\ell_e, \Delta\ell = 0, \pm 2$  i.e.  $2p_{ks}$  con  $2p_{kd}$ , la presencia del campo eléctrico impide caracterizar completamente la dependencia angular de los estados del fotoelectrón, sin embargo debido a la conservación de la proyección del momento angular total ( $L_z$ ) y los resultados obtenidos de la descripción del efecto Stark en el ion se tiene que las funciones de onda del fotoelectrón se pueden etiquetar por su proyección de momento angular  $|\xi_i, m_i\rangle$ .

Como el laplaciano contiene un término que va como  $\frac{1}{2mr_2^2}$ , en el límite asintótico ( $r_2 \gg r_1$ ), podemos considerar hasta el término dipolar en la Ec. (17) lo cual nos permite establecer el conjunto de ecuaciones que deben satisfacer las funciones de onda del fotoelectrón,

$$\frac{\hbar^2}{2m} [\nabla^2 + k'^2] \xi_{i,m_i}(\vec{r}_2) = \left\{ -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_2} + eE_0 z_2 \right\} \xi_{i,m_i}(\vec{r}_2) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \sum_j S_{ij,1}(\hat{r}_2) \xi_{j,m_j}(\vec{r}_2). \quad (21)$$

La solución a la Ec. (21), en principio, se puede expresar como una combinación lineal de funciones de coulomb  $|k'\ell_e m_e\rangle$ , la suma se realiza sobre todas las posibilidades de momento angular  $\ell_e$ . La degeneración en energía provoca que las amplitudes de probabilidad  $\langle k'\ell_e m_e | \xi_i, m_i \rangle$  no dependan de la magnitud del campo, haciendo imposible establecer una

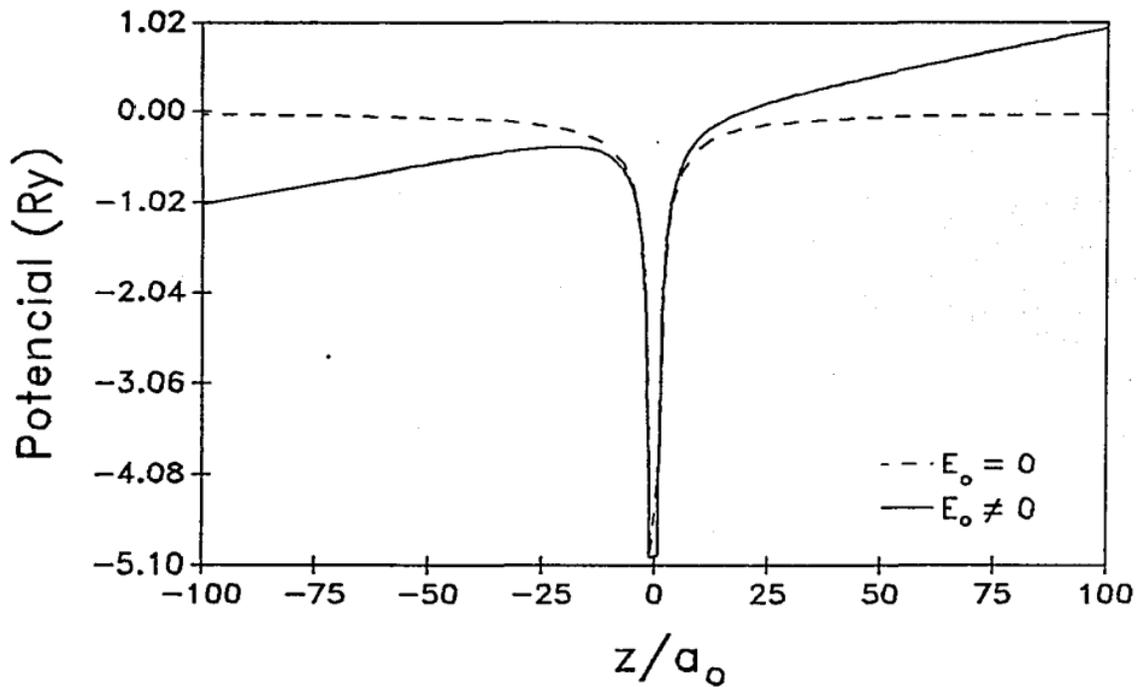
correspondencia análoga a la expresada por la Ec. (14). Físicamente este hecho marca una diferencia importante en la descripción del efecto Stark para el ion y el fotoelectrón, mientras los estados en el espectro discreto experimentan una mezcla gradual conforme el campo crece, en el continuo con sólo estar presente el campo ocurre completamente la mezcla entre los estados  $|k\ell m\rangle$ . La Fig. 3 muestra, de manera comparativa, la curva de potencial en la dirección  $z$  con y sin campo eléctrico, nótese como los estados en el continuo presentan un cambio drástico en sus condiciones a la frontera mientras los estados con energías negativas prácticamente no se ven alterados si consideramos campos débiles.

Este comportamiento tan diferente entre cada uno de los elementos del sistema debe estar representado por la función de onda  $|\Psi'\rangle$ , así como el hecho de que la proyección de momento angular total es una cantidad conservada, por lo tanto se propone que el estado del sistema inmediatamente después de ocurrido el proceso de fotoionización en presencia del campo eléctrico  $\vec{E} = E_0\hat{k}$  sea

$$\begin{aligned}
 |\Psi'\rangle = & |2, 0, 0\rangle\alpha|\xi_+, 0\rangle \\
 & + |2, 1, 0\rangle\left\{\beta e^{i\delta_{12}}|\xi_-, 0\rangle - \sqrt{\frac{2}{5}}\gamma e^{i\delta_{13}}|\epsilon, 0\rangle\right\} \\
 & + \sqrt{\frac{3}{10}}\gamma e^{i\delta_{13}}\left\{|2, 1, 1\rangle|\epsilon, -1\rangle + |2, 1, -1\rangle|\epsilon, 1\rangle\right\},
 \end{aligned} \tag{22}$$

donde incluimos la acción del campo eléctrico sobre los fotoelectrones mientras la alteración producida en el ion será tomada en cuenta durante la evolución temporal.

**FIG. 3. La curva de potencial en la dirección  $Z$  para un átomo hidrogenoide con (—) y sin (- -) un campo eléctrico externo.**



## B. Descripción de los iones de helio.

En esta segunda parte del capítulo describimos la evolución temporal de los iones de helio después de ocurrida la fotoionización.

De acuerdo con la teoría de matrices de densidad [6], el conjunto de iones y fotoelectrones formados por la fotoionización se puede caracterizar a través del operador  $\rho' = |\Psi'\rangle\langle\Psi'|$  donde  $|\Psi'\rangle$  está dada por la Ec. (22), pero como durante el estudio de la fluorescencia los fotoelectrones no son observados, determinamos la matriz de densidad reducida  $\rho_0$ , que describe exclusivamente a los iones, promediando sobre las variables no medidas  $\rho_0 = \text{tr}_{e,m_e}\rho'$  quedando de esta manera definido el estado inicial del conjunto de iones de helio.

Para llevar a cabo el estudio de la evolución del sistema, propagamos en el tiempo la matriz  $\rho_0$  usando el operador de evolución  $U(t)$

$$\rho_0(t) = U(t)\rho_0U^\dagger(t) \quad (23)$$

con

$$U(t) = \exp\left\{-i/h[\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_L + \mathbf{W}_1] + \frac{1}{2}\Gamma t\right\}, \quad (24)$$

donde en la función exponencial, además de tomar en cuenta la interacción con el campo eléctrico ( $\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_L + \mathbf{W}_1$ ), se ha incluido el proceso de decaimiento representado por el operador  $\Gamma$ .

Con el propósito de simplificar los cálculos describimos al sistema en términos de los estados multipolares, pues éstos permiten comprender de una manera más clara los diferentes aspectos físicos que rigen tanto la evolución temporal del sistema como el mismo proceso de fotoionización [6].

En general toda matriz de densidad  $\rho$  que describe un sistema atómico puede ser expresado como una suma de operadores tensoriales  $\mathbf{T}(L'L)_{KQ}$  [6]

$$\rho = \sum_{KQL'L} \langle \mathbf{T}(L'L)_{KQ}^\dagger \rangle \mathbf{T}(L'L)_{KQ}, \quad (25)$$

donde los coeficientes  $\langle \mathbf{T}(L'L)_{KQ}^\dagger \rangle$ , llamados estados multipolares, se obtienen a partir de la matriz  $\rho$  calculando la traza

$$\langle \mathbf{T}(L'L)_{KQ}^\dagger \rangle = \text{tr}[\rho \mathbf{T}(L'L)_{KQ}], \quad (26)$$

y los operadores  $\mathbf{T}(L'L)_{KQ}^\dagger$  son operadores tensoriales irreducibles de rango  $K$  y componente  $Q^7$ , de esta forma una descripción en términos de los estados multipolares ó de los elementos de matriz de  $\rho$  son totalmente equivalentes dadas las ecuaciones (25) y (26).

De acuerdo con las propiedades de simetría de los estados multipolares, cuando un sistema es invariante ante rotaciones alrededor del eje de cuantización (eje Z), está descrito únicamente por las componentes multipolares con  $Q = 0$  (Ec. 4.5.4, Ref. [6], p. 104), lo cual puede ser aplicado a nuestro sistema debido a que la presencia del campo eléctrico no altera la simetría axial respecto del eje definido por la dirección de polarización de la radiación ionizante.

Calculando cada uno de los estados multipolares con  $L', L = 0, 1$  se encuentra que<sup>8</sup>

$$\langle \mathbf{T}(0)_{00}^\dagger \rangle = \sigma, \quad (27a)$$

$$\langle \mathbf{T}(1)_{00}^\dagger \rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}[\sigma_{p,0} + \sigma_{p,+1} + \sigma_{p,-1}] \quad (27b)$$

$$\langle \mathbf{T}(1)_{10}^\dagger \rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}[\sigma_{p,+1} - \sigma_{p,-1}] \quad (27c)$$

$$\langle \mathbf{T}(1)_{20}^\dagger \rangle = \sqrt{\frac{1}{6}}[\sigma_{p,+1} + \sigma_{p,-1} - 2\sigma_{p,0}] \quad (27d)$$

$$\langle \mathbf{T}(10)_{10}^\dagger \rangle = -\langle \mathbf{T}(01)_{10}^\dagger \rangle^* = \sigma_{pp}^* \quad (27e)$$

---

<sup>7</sup> $K$  y  $Q$  satisfacen las reglas de acoplamiento de momentos angulares  $|L' - L| \leq K \leq L' + L$  así como  $-K \leq Q \leq K$ .

<sup>8</sup>Para simplificar la notación, cuando  $L' = L$  solo escribimos  $\langle \mathbf{T}(L)_{KQ}^\dagger \rangle$ .

donde  $\sigma_{l,m}$  son los elementos sobre la diagonal de la matriz de densidad y  $\sigma_{2p}$  es el elemento de matriz entre los estados  $2s-2p_0$ .

Cada uno de los estados multipolares está directamente relacionado con diferentes magnitudes que podemos interpretar, desde un punto de vista físico, de manera más concreta. Los estados multipolares de rango cero ( $K = 0$ ), los cuales son esféricamente simétricos (Ec. 4.5.10, Ref. [6], p. 108), proporcionan información sobre las secciones transversales  $\sigma_{2L}$  dependiendo si  $L$  es 0 ó 1

$$\sigma_{2s} = \langle \mathbf{T}(0)_{00}^{\dagger} \rangle, \quad \sigma_{2p} = \sqrt{3} \langle \mathbf{T}(1)_{00}^{\dagger} \rangle. \quad (28)$$

De los estados multipolares de rango uno ( $K = 1$ ), tenemos dos,  $\langle \mathbf{T}(1)_{10}^{\dagger} \rangle$  y  $\langle \mathbf{T}(01)_{10}^{\dagger} \rangle$ , el primero está relacionado con el valor esperado del vector de momento angular orbital

$$\langle \mathbf{L} \rangle = \frac{\sqrt{2}}{\sigma_{2p}} \langle \mathbf{T}(1)_{10}^{\dagger} \rangle \hat{k} \quad (29)$$

y el segundo con el vector dipolar eléctrico

$$\langle \mathbf{qR} \rangle = 3a_0 q \text{Re} \{ \langle \mathbf{T}(01)_{10}^{\dagger} \rangle \hat{k} \}. \quad (30)$$

Físicamente  $\langle \mathbf{T}(1)_{10}^{\dagger} \rangle$  describe como están orientados los iones  $He^+(2p)$  y  $\langle \mathbf{T}(01)_{10}^{\dagger} \rangle$  la dirección del dipolo eléctrico producido por la redistribución de carga dentro del ion  $He^+(n = 2)$  bajo la acción del campo eléctrico externo.

El estado multipolar de rango dos ( $K = 2$ ) es el valor esperado del operador  $3L_z^2 - L^2$

$$(3L_z^2 - L^2) = \frac{\sqrt{6}}{\sigma_{2p}} \langle \mathbf{T}(1)_{20}^{\dagger} \rangle; \quad (31)$$

este estado multipolar caracteriza el alineamiento de los iones  $He^+(2p)$ .

La evolución en el tiempo de los estados multipolares se puede determinar de la Ec. (26), haciendo  $\rho = \rho_0(t)$ . Pero, si en la expresión obtenida sustituimos la Ec. (23) y tomamos en cuenta que la matriz  $\rho_0$  la podemos expresar también en términos de estados multipolares  $\langle \mathbf{T}(L'_1 L_1)_{K'0}^{\dagger} \rangle$  se obtiene que

$$\langle \mathbf{T}(L' L; t)_{K0}^{\dagger} \rangle = \sum_{L'_1 L_1 K'} \langle \mathbf{T}(L'_1 L_1)_{K'0}^{\dagger} \rangle G(L'_1 L_1, L' L; t)_{K'0}^{K'0} \quad (32)$$

donde los coeficientes  $G$ , conocidos en la literatura con el nombre de "coeficientes de perturbación", están definidos como:

$$G(L'_1 L_1, L' L; t)_{K'0}^{K'0} = \text{tr}[\mathbf{U}(t) \mathbf{T}(L'_1 L_1)_{K'0} \mathbf{U}^\dagger(t) \mathbf{T}(L' L)_{K'0}^\dagger]. \quad (33)$$

La evolución en el tiempo del sistema queda de esta forma caracterizada por los coeficientes de perturbación, los cuales contienen toda la información dinámica sobre la interacción del campo eléctrico con los iones de helio. Los estados multipolares  $(\mathbf{T}(L'_1 L_1)_{K'0}^\dagger)$  por otra parte caracterizan a los iones de helio al tiempo  $t = 0$ .

El hecho de que únicamente las componentes multipolares con  $Q = 0$  describan al sistema (lo cual ya ha sido incluido en la Ec. (32)), permite escribir a la matriz de densidad  $\rho_0$  en la representación de momento angular orbital como

$$\begin{pmatrix} \sigma_s & \sigma_{sp} & 0 & 0 \\ \sigma_{sp}^* & \sigma_{p,0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{p,+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{p,-1} \end{pmatrix}, \quad (34)$$

donde cada uno de los elementos sobre la diagonal representan las poblaciones de los estados  $|2LM\rangle$  del ion  $He^+(n=2)$  y el elemento fuera de la diagonal ( $\sigma_{sp}$ ) es el término de coherencia entre los estados  $2s$  y  $2p_0$ .

Cada elemento de matriz de  $\rho_0$  se obtienen a partir de

$$\begin{aligned} \sigma(\ell m, \ell' m') &= \langle 2\ell m | \rho_0 | 2\ell' m' \rangle \\ &= \sum_{\ell_e, m_e} \langle k' \ell_e m_e | \langle 2\ell m | \Psi \rangle \langle \Psi' | 2\ell' m' \rangle | k' \ell_e m_e \rangle, \end{aligned} \quad (35)$$

donde los estados  $|k' \ell_e m_e\rangle$  corresponden a funciones de Coulomb.

Al llevar acabo el cálculo de cada elemento de matriz observamos que los elementos sobre la diagonal  $\sigma_{\ell,m}$  son precisamente la magnitud de las funciones de onda del fotoelectrón que acompaña a cada estado  $|2\ell m\rangle$  del ion (Ec. 22), por ejemplo  $\sigma_s = \alpha^2 \langle \xi_+, 0 | \xi_+, 0 \rangle$ , de esta forma si suponemos que la perturbación no altera el número de iones de helio formados

en los estados  $|2lm\rangle$  podemos normalizar cada función de onda de los fotoelectrones de tal modo que

$$\sigma_s = \alpha^2, \quad \sigma_{p,0} = \beta^2 + \frac{2}{5}\gamma^2, \quad \sigma_{p,\pm 1} = \frac{3}{10}\gamma^2. \quad (36)$$

El término fuera de la diagonal depende de la proyección  $\langle \xi_2, 0 | \xi_1, 0 \rangle$  donde  $|\xi_1, 0\rangle$  y  $|\xi_2, 0\rangle$  son respectivamente las funciones de onda de los fotoelectrones emitidos por iones  $2s$  y  $2p_0$ . Para realizar el cálculo explícito de  $\sigma_{sp}$  es necesario resolver el sistema de ecuaciones (21); sin embargo, es posible establecer cómo intervienen tanto las secciones transversales como las fases relativas en el término de coherencia a través de las expresiones de  $|\xi_1, 0\rangle$  y  $|\xi_2, 0\rangle$  (Ec. 22) lo cual nos permite escribir a  $\sigma_{sp}$  como

$$\sigma_{sp} = \alpha e^{-i\delta'_{12}} \langle \xi_-, 0 | \xi_+, 0 \rangle \left\{ \beta - \sqrt{\frac{2}{5}} \gamma e^{-i\delta'_{23}} \frac{\langle \epsilon, 0 | \xi_+, 0 \rangle}{\langle \xi_-, 0 | \xi_+, 0 \rangle} \right\}, \quad (37)$$

si escribimos cada proyección como  $a_1 e^{-i\delta'_{12}} = \langle \xi_-, 0 | \xi_+, 0 \rangle$  y  $a_2 e^{-i\delta'_{13}} = \langle \epsilon, 0 | \xi_+, 0 \rangle$  se obtiene

$$\sigma_{sp} = \alpha a_1 e^{-i\delta'_{12}} \left\{ \beta - \sqrt{\frac{2}{5}} \gamma e^{-i\delta'_{23}} \frac{a_2}{a_1} \right\}, \quad (38)$$

donde  $\delta'_{12} = \delta_{12} + \Delta_{12}$  y  $\delta'_{23} = \delta_{23} + \Delta_{13} - \Delta_{12}$ .

Estas nuevas fases  $\delta'_{12}$ ,  $\delta'_{23}$  indican de qué manera se ven modificadas las fases originales  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{23}$  como consecuencia de la mezcla Stark entre los estados en el continuo del fotoelectrón, pero dentro de la aproximación de campo débil, esperamos que estas fases no experimenten un cambio apreciable, por lo tanto supondremos que  $\Delta_{12} = \Delta_{13} = 0$ . Una vez establecido que las fases relativas mantienen su valor, faltan por determinar  $a_1$ ,  $a_2$  para poder evaluar  $\sigma_{sp}$ . Como cada coeficiente expresa el resultado de proyectar dos funciones de onda del fotoelectrón, su valor en principio puede ubicarse entre 0 y 1, por lo tanto, con el objeto de maximizar su contribución, consideramos que  $a_1 = a_2 = 1$ .

Tomando en cuenta la discusión anterior, de la Ec. (38) tenemos que el módulo de  $\sigma_{sp}$  ( $\lambda = |\sigma_{sp}|$ ) no depende de  $\delta_{12}$  mientras el argumento ( $\delta = \arg \sigma_{sp}$ ) es independiente de  $\alpha$ .

En la tabla I se muestran los valores numéricos de las secciones transversales y de las fases relativas para dos energías de excitación a través de los cuales se obtienen cada uno de los elementos de la matriz  $\rho_0$ .

Las secciones transversales parciales  $\sigma_{2skp}$ ,  $\sigma_{2pk_s}$ ,  $\sigma_{2pkd}$  y la fase relativa  $\delta_{23}$  se conocen a partir de los valores de los parámetros experimentales  $\sigma_{n=2}$ ,  $\beta_{eff}$ ,  $R$  y  $A_0^{\xi}$ . La sección transversal total,  $\sigma_{n=2}$ , se obtiene de comparar la proporción de fotoelectrones emitidos tanto por los iones en el primer estado excitado como por los iones en el estado base [2], el parámetro  $\beta_{eff}$  se mide a partir de promediar la distribución angular de los fotoelectrones emitidos por los iones  $He^+(n=2)$  [2-4], el cociente entre las secciones  $2p$  y  $2s$ ,  $R$ , resulta de comparar la intensidad de la fluorescencia con y sin un campo eléctrico externo [3,4] y el parámetro de alineamiento  $A_0^{\xi}$  se determina a partir de la distribución angular de la fluorescencia [2,4]. La fase relativa  $\delta_{12}$  se obtuvo de la extrapolación de los resultados teóricos reportados por Ojha [11].

Conocida la relación que existe entre los elementos de la matriz  $\rho_0$  y las secciones transversales y las fases relativas, podemos obtener, a partir del conjunto de ecuaciones (27), cada uno de los estados multipolares  $\langle T(L_1 L_1)_{K_0}^{\dagger} \rangle$ ; los cuales junto con los coeficientes de perturbación permiten describir, a través de los estados multipolares dependientes del tiempo  $\langle \langle T(L_1 L_1; t)_{K_0}^{\dagger} \rangle \rangle$ , la evolución temporal del conjunto de iones de helio. Expresiones explícitas para los coeficientes de perturbación son expuestas en el apéndice V.

Dado que el proceso de fotoionización produce el mismo número de iones en los estados  $2p_{+1}$  y  $2p_{-1}$  ( $\sigma_{p,+1} = \sigma_{p,-1}$ ) (Ec. 36), el estado multipolar  $\langle T(1)_{10}^{\dagger} \rangle$  se anula y como los iones formados en estos estados a su vez no son alterados por la perturbación, encontramos que el conjunto de iones  $He^+(n=2)$  están descritos sólo por cuatro estados multipolares, los dos monopolos y el valor esperado de las componentes  $Q=0$  del vector dipolar y del tensor de alineamiento.

Como resultado de la interacción de los iones de helio con el campo eléctrico externo se ha producido una mezcla coherente entre los estados  $2s-2p_0$  del ion, lo cual afectará a la fluorescencia producida por la transición  $2p \rightarrow 1s$ . Fundamentalmente se espera que la intensidad aumente como consecuencia de la participación de los iones  $He^+(2s)$  en el proceso de emisión de fotones.

**TABLA I**  
Parámetros de la matriz de densidad  $\rho_0$ .

Energía (eV)	$\sigma_{2akp}/\sigma_{n=2}$ <sup>a</sup> $\alpha^2/\sigma_{n=2}$	$\sigma_{2pks}/\sigma_{n=2}$ <sup>a</sup> $\beta^2/\sigma_{n=2}$	$\sigma_{2pkd}/\sigma_{n=2}$ <sup>a</sup> $\gamma^2/\sigma_{n=2}$	$\delta_{12}$ <sup>b</sup>	$\delta_{23}$ <sup>a</sup>
65.6	0.230	0.578	0.194	-2.91	0.14
66.6	0.250	0.562	0.185	-3.12	0.52

<sup>a</sup> Estos valores fueron tomados de la Ref. [10].

<sup>b</sup> Este valor se obtuvo por extrapolación de las gráficas reportadas en la Ref. [11].

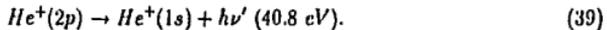
### III. FLUORESCENCIA.

En el presente capítulo abordaremos el problema de describir el proceso de emisión de fotones producidos por el decaimiento de los iones  $He^+(2p)$ . El objetivo principal es estudiar de qué manera se ve modificada la distribución angular de la fluorescencia como consecuencia de la acción del campo eléctrico externo.

Primeramente en la sección III A exponemos los elementos básicos para describir la emisión de fotones en términos de la teoría de matrices de densidad; después, empleando los parámetros de Stokes, analizaremos en la sección III B cómo cambia la intensidad en función del campo eléctrico aplicado y, finalmente, en la sección III C, haciendo uso de los resultados de las dos secciones anteriores, exponemos la propuesta experimental a partir de la cual se podría obtener la fase relativa  $\delta_{12}$ .

#### A. Emisión de fotones.

El decaimiento de los iones  $He^+(2p)$  al estado base  $1s$  produce la emisión de fotones con una energía de  $40.8 \text{ eV}$ . Esta radiación corresponde a luz ultravioleta con longitud de onda de  $304 \text{ \AA}$ .

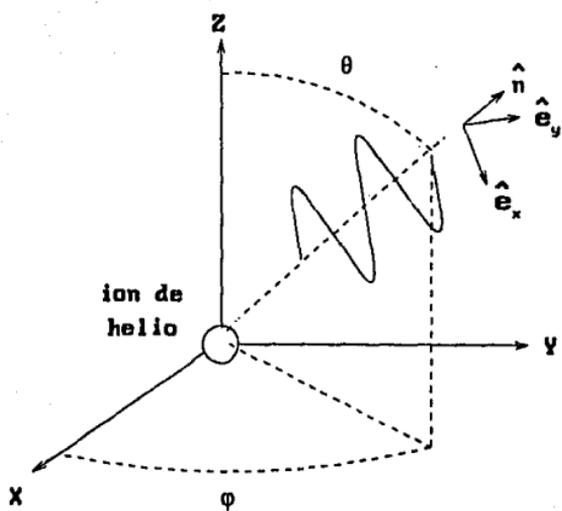


El conjunto de fotones emitidos en una dirección  $\hat{n}$  están caracterizados por su estado de polarización, el cual puede ser expresado en términos de los dos estados de polarización circular con componente de momento angular (helicidad)  $\lambda = \pm 1$ . Con  $\lambda = +1$  denotaremos luz circularmente polarizada a la derecha y con  $\lambda = -1$  luz circularmente polarizada a la izquierda. Cada uno de estos estados se expresa a través de un vector  $\vec{\epsilon}_{\pm}$  tal que

$$\vec{\epsilon}_{\pm} = \hat{e}_x \pm i\hat{e}_y \quad (40)$$

donde  $\hat{e}_x$  y  $\hat{e}_y$  representan luz linealmente polarizada en las direcciones  $x$  y  $y$  del marco de referencia del detector, para el cual la dirección de emisión  $\hat{n}$  define al eje  $z$  (Fig.4).

**FIG. 4. Proceso de emisión visto desde el sistema de referencia del laboratorio (XYZ) y del detector ( $\hat{e}_z, \hat{e}_y, \hat{n}$ ).**



Así como los iones de helio quedaron caracterizados por una matriz  $\rho_0(\tau)$ , los fotones, producidos por la transición dipolar  $2p \rightarrow 1s$ , pueden ser descritos por una matriz de densidad de polarización  $\rho(\hat{n})$  cuyos elementos de matriz, expresados en un sistema coordenado definido por los vectores  $\hat{e}_{\pm 1}$  y  $\hat{n}$ , están dados por [6,12]

$$\rho(\hat{n})_{\lambda', \lambda} = C(\omega) \int_0^t \text{tr}[\mathbf{r}_{-\lambda'} \rho_0(\tau) (\mathbf{r}_{-\lambda})^\dagger] d\tau. \quad (41)$$

con  $\lambda', \lambda = \pm 1$ .

La matriz  $\rho_0(\tau)$  describe la evolución temporal del conjunto de iones de helio formados por el proceso de excitación, los operadores  $\mathbf{r}_\lambda$  son las componentes esféricas del operador dipolar expresadas en el sistema coordenado  $\hat{e}_{\pm 1}$  y  $\hat{n}$  y el coeficiente  $C(\omega)$  es una constante de normalización elegida de tal forma que la traza de  $\rho(\hat{n})$  corresponda a la intensidad del haz; es decir, cada elemento sobre la diagonal en esta normalización expresa el número de fotones emitidos con polarización circular derecha ( $\rho_{1,1}$ ) ó izquierda ( $\rho_{-1,-1}$ ). La operación traza se calcula sumando sobre todos los estados  $|L_f M_f\rangle$  a los cuales puede decaer el sistema (en nuestro caso la suma se reduce a un término dado que  $L_f = 0$ ). El intervalo de tiempo  $(0, t)$  representa el tiempo que el detector permanece expuesto a la fluorescencia producida por aquellos iones  $He^+(2p)$ , pero con la condición de que, además de emitir un fotón en la dirección  $\hat{n}$ , se encuentren ubicados dentro de la región del espacio contenida por el ángulo sólido del detector.

Para obtener una expresión explícita de cada elemento de la matriz  $\rho(\hat{n})$  sustituimos la Ec. (25) (que representa a la matriz  $\rho_0(\tau)$  en términos de operadores tensoriales  $\mathbf{T}(L'L)_{KQ}$ , definidos en un sistema donde  $\hat{n}$  es el eje de cuantización) en la Ec. (41); pero como la evolución en el tiempo de los iones se llevo a cabo en el sistema de referencia del laboratorio, tenemos que transformar cada estado multipolar ( $\mathbf{T}(L'L; \tau)_{KQ}^\dagger$ ) al sistema coordenado del detector ( $\hat{e}_{+1}, \hat{e}_{-1}, \hat{n}$ ), para lo cual empleamos las reglas de transformación de los estados multipolares bajo rotaciones dadas por (Ec. 5.2.5, Ref. [6], p. 130)

$$\langle \mathbf{T}(L'L; \tau)_{K_q}^\dagger \rangle = \sum_Q \langle \mathbf{T}(L'L; \tau)_{KQ}^\dagger \rangle D(00\varphi)_{qQ}^{(K)}, \quad (42)$$

donde los coeficientes  $D(0\theta\varphi)_{qQ}^{(K)}$  son los elementos de la matriz de rotación correspondiente y los ángulos  $\theta$  y  $\varphi$  son las coordenadas esféricas del vector  $\hat{n}$  en el sistema coordinado (XYZ).

Al llevar acabo estas sustituciones se obtiene

$$\rho(\hat{n})_{\lambda',\lambda} = C(\omega) \int_0^t \sum_{L'LKqQ} \text{tr}[r_{-\lambda'} \mathbf{T}(L'L)_{Kq}(r_{-\lambda})] (\mathbf{T}(L'L; \tau)_{KQ})^\dagger D(0\theta\varphi)_{qQ}^{(K)} d\tau \quad (43)$$

cada una de las cantidades que expresan a la matriz  $\rho(\hat{n})$  caracterizan por separado, el proceso de decaimiento, la evolución en el tiempo del sistema de iones y la dependencia angular de la emisión de fotones. Los coeficientes  $D(0\theta\varphi)_{qQ}^{(K)}$  se pueden obtener del libro de Edmonds [13] y los estados multipolares del capítulo anterior donde fueron calculados en términos de los coeficientes de perturbación. La traza se evalúa insertando un conjunto completo de estados  $\{|2LM\rangle\}$  y aplicando el teorema de Wigner-Eckart sobre cada elemento de matriz

$$\begin{aligned} \text{tr}[r_{-\lambda'} \mathbf{T}(L'L)_{Kq}(r_{-\lambda})] &= \sum_{L_j} (-1)^{L_j+L+\lambda} \langle L_j \| r \| L' \rangle \langle L_j \| r \| L \rangle \sqrt{2K+1} \\ &\times \sum_{M_j, M, M'} (-1)^{L_j+L+L'+M_j+M+M'} \begin{pmatrix} L' & L_j & 1 \\ M' & -M_j & -\lambda' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_j & L & 1 \\ M_j & -M & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & L' & K \\ M & -M' & q \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (44)$$

La suma sobre los símbolos 3-j se puede simplificar en términos de un símbolo 6-j y 3-j empleando la contracción sobre los índices  $M$  (Ec. C9, Ref. [6], p. 207)

$$\begin{aligned} \text{tr}[r_{-\lambda'} \mathbf{T}(L'L)_{Kq}(r_{-\lambda})] &= \sum_{L_j} (-1)^{L_j+L+\lambda} \langle L_j \| r \| L' \rangle \langle L \| r \| L_j \rangle \sqrt{2K+1} \\ &\times \begin{pmatrix} 1 & 1 & K \\ -\lambda' & \lambda & q \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & K \\ L & L' & L_j \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (45)$$

donde hemos simplificado la suma sobre los índices  $M$  en términos de un símbolo 6-j.

Como el estado base del ion de helio tiene un momento angular orbital  $L_j = 0$ , podemos simplificar aún mas la Ec. (45) evaluando el símbolo 6-j

$$\begin{Bmatrix} 1 & 1 & K \\ L & L' & 0 \end{Bmatrix} = \frac{(-1)^K}{3} \delta_{L,1} \delta_{L',1} \quad (46)$$

lo cual nos permite escribir cada elemento de matriz  $\rho(\hat{n})_{\lambda',\lambda}$  de la siguiente forma

$$\rho(\hat{n})_{\lambda',\lambda} = C(\omega) \frac{(-1)^{1+\lambda}}{3} |(\mathbf{0} \parallel \mathbf{r} \parallel 1)|^2 \times \sum_{Kq} (-1)^K \sqrt{2K+1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & K \\ -\lambda' & \lambda & q \end{pmatrix} D(0\theta\varphi)_{q0}^{(K)} \int_0^t \langle \mathbf{T}(1; \mathbf{r})_{K0}^\dagger \rangle d\tau \quad (47)$$

en esta ecuación hemos incluido el hecho de que los iones de helio están descritos exclusivamente por las componentes multipolares con  $Q = 0$ .

Si bien es cierto que al estudiar la fluorescencia se debe tomar en cuenta la estructura fina de los iones, podemos explicar cómo interviene durante la emisión de fotones a partir de la Ec. (45). Si consideramos la interacción espín-orbita, los iones de helio ya no decaen al mismo estado final dado que el momento angular total del estado base es  $J_f = 1/2$ , por lo tanto, los fotones emitidos presentan características distintas en su polarización, al promediar su efecto, la radiación emitida necesariamente presentará una despolarización la cual está contenida en el símbolo  $6-j$ , ya que para  $L_f \neq 0$  se ve reducido por un factor

$$3 \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & K \\ L & L' & L_f \end{matrix} \right\} \quad (48)$$

quedando de esta forma justificada nuestra afirmación expuesta en la sección II A relacionada con despreciar la estructura fina.

Como experimentalmente no tenemos acceso directo a cada uno de los elementos de la matriz de densidad de polarización de los fotones, resulta conveniente introducir la descripción de la fluorescencia en términos de los parámetros de Stokes.

Para entender cómo están relacionados estos parámetros con las diferentes cantidades medidas en el laboratorio, retomemos la descripción del proceso de emisión de fotones desde el sistema coordinado donde el vector  $\hat{n}$  define el eje de cuantización. El vector de polarización de la luz emitida está ubicado sobre el plano perpendicular a la dirección de propagación  $\hat{n}$  (Fig. 4). En este plano podemos definir dos vectores ortonormales  $\hat{e}_x$ ,  $\hat{e}_y$  donde el primero lo situamos en el plano formado por  $\hat{n}$  y el eje Z del sistema de referencia

del laboratorio y apuntando en dirección en la cual crece el ángulo azimutal  $\theta$  mientras el segundo ( $\hat{e}_y$ ) se elige ortogonal a  $\hat{e}_x$  y  $\hat{n}$ , y apuntando en la dirección de crecimiento del ángulo axial  $\varphi$ . En el sistema coordenado del laboratorio (XYZ) cada vector  $\hat{e}_x$ ,  $\hat{e}_y$  tienen ángulos polares  $(\theta + 90^\circ, \varphi)$  y  $(90^\circ, \varphi + 90^\circ)$  respectivamente. En el sistema coordenado  $(\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{n})$  los parámetros de Stokes, que denotaremos como  $I$ ,  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_3$  están relacionados con la fluorescencia de la manera siguiente:  $I$  describe la distribución angular de la intensidad,  $\eta_2$  da el grado de polarización circular,  $\eta_3$  es el grado de polarización lineal respecto de las direcciones  $\hat{e}_x$ ,  $\hat{e}_y$  y  $\eta_1$  es el grado de polarización lineal a un ángulo de  $\pm 45^\circ$  respecto a  $\hat{e}_z$ . Ahora bien, la relación que existe entre los parámetros de Stokes y los elementos de matriz  $\rho(\hat{n})_{\lambda, \lambda'}$  (Ec. 47) está dada por (Ec. 1.2.23, Ref. [6], pp. 31,32)

$$I = \rho_{1,1} + \rho_{-1,-1}, \quad I\eta_3 = -(\rho_{1,-1} + \rho_{-1,1}) \quad (49a)$$

$$I\eta_2 = \rho_{1,1} - \rho_{-1,-1}, \quad I\eta_1 = -i(\rho_{1,-1} - \rho_{-1,1}). \quad (49b)$$

Una descripción de la fluorescencia a través de los elementos de matriz  $\rho_{\lambda, \lambda'}$  ó los parámetros de Stokes resulta totalmente equivalente. En ambas es necesario conocer cuatro cantidades; sin embargo, es posible mostrar a partir de la Ec. (47) que en nuestro caso solamente necesitamos determinar dos. Para demostrar lo anterior consideramos el hecho de que  $\langle \mathbf{T}(1; \tau) \rangle_0 = 0$  junto con la igualdad (Ec. C5b, Ref. [6], p. 208)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & K \\ -\lambda' & \lambda & q \end{pmatrix} = (-1)^K \begin{pmatrix} 1 & 1 & K \\ \lambda & -\lambda' & q \end{pmatrix} \quad (50)$$

en la Ec. (47) con  $\lambda' = \lambda = \pm 1$ , lo cual establece que  $\rho_{1,1} = \rho_{-1,-1}$ . Por otra parte, dado que los estados multipolares  $\langle \mathbf{T}(L) \rangle_{K0}$  son números reales (Ec. 4.3.11, Ref. [6], p.96) así como los coeficientes  $D(0\theta\varphi)_{00}^{(K)}$  (Ec. C16, Ref. [6], p. 208), independientemente de los valores que tomen  $L$ ,  $K$  y  $q$ , se tiene que  $\rho_{-1,1} = (\rho_{-1,1})^*$ , pero como los elementos de matriz de  $\rho(\hat{n})$  satisfacen la condición de hermiticidad ( $\rho_{-1,1} = \rho_{1,-1}^*$ ), concluimos que  $\rho_{-1,1} = \rho_{1,-1}$ . La primera igualdad ( $\rho_{1,1} = \rho_{-1,-1}$ ) establece que si efectuamos un estudio de

la luz transmitida por filtros que permiten pasar solo luz que esté circularmente polarizada a la izquierda ( $\rho_{-1,-1}$ ) ó a la derecha ( $\rho_{1,1}$ ) encontraremos que no hay diferencia en intensidad. La otra igualdad ( $\rho_{-1,1} = \rho_{1,-1}$ ) nos indica, de manera análoga, que la luz transmitida por filtros que permiten sólo el paso de luz linealmente polarizada ya sea en dirección  $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_y + \hat{e}_x)$  ó  $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_y - \hat{e}_x)$  tienen la misma intensidad. A nivel de los parámetros de Stokes expresamos lo anterior haciendo  $\eta_1 = 0, \eta_2 = 0$  en la Ec. (49b).

De esta forma, la estructura de la matriz de densidad de polarización de los fotones es la de un operador simétrico

$$\frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\eta_3 \\ -\eta_3 & 1 \end{pmatrix}, \quad (51)$$

que depende únicamente de la distribución angular de la intensidad y del grado de polarización lineal respecto de las direcciones  $\hat{e}_x$  y  $\hat{e}_y$ .

La distribución angular de la fluorescencia ( $I$ ) se puede expresar, después de sustituir la Ec. (47) con  $\lambda' = \lambda = \pm 1$  en la Ec. (49a) como

$$\begin{aligned} I(\theta, E_0) &= \sqrt{3}S_0 \int_0^t \{ \langle \mathbf{T}(1; \tau) \rangle_{00}^1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \mathbf{T}(1; \tau) \rangle_{20}^1 D(0\theta\varphi)_{00}^{(2)} \} d\tau \\ &= S_0 \int_0^t \sigma_{2p}(\tau) \{ 1 + A_0^c(\tau) P_2(\cos\theta) \} d\tau \end{aligned} \quad (52)$$

donde en la segunda igualdad hemos sustituido la relación que existe entre los coeficientes  $D(0\theta\varphi)_{00}^{(K)}$  con los polinomios de Legendre (Ec. C18, Ref. [6], p. 200), la definición del parámetro de alineamiento dada por Fano y Macek [14]

$$A_0^c = \frac{\langle 3L_z^2 - L^2 \rangle}{L(L+1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\langle \mathbf{T}(1; \tau) \rangle_{20}^1}{\langle \mathbf{T}(1; \tau) \rangle_{00}^1}, \quad (53)$$

la igualdad  $\langle \mathbf{T}(1; \tau) \rangle_{00}^1 = \sigma_{2p}(\tau)/\sqrt{3}$  y la constante de proporcionalidad  $S_0 = \frac{2}{5}C(\omega)|\langle 0 \| r \| 1 \rangle|^2$ .

Para calcular las dos integrales que aparecen en la Ec. (52)

$$\Sigma_{2p} = \int_0^t \sigma_{2p}(\tau) d\tau \quad (54a)$$

$$\Sigma_{2p} \mathcal{A}_0^c = \int_0^t \sigma_{2p}(\tau) \mathcal{A}_0^c(\tau) d\tau \quad (54b)$$

hacemos uso de la Ec. (33) quedando la intensidad expresada por la integral temporal de los coeficientes de perturbación

$$G(1, 1; \tau)_{K0}^{K'0}, \quad G(0, 1; \tau)_{K0}^{00}, \quad G(01, 1; \tau)_{K0}^{10} \quad (55)$$

con  $K', K = 0, 2$ . Cada uno de estos coeficientes, salvo factores geométricos, representa el producto de amplitudes de probabilidad de que ocurran transiciones  $|2LM\rangle \rightarrow |21M\rangle$  producidas por la interacción con el campo eléctrico. Esta probabilidad oscila en el tiempo con una frecuencia que para campos eléctricos pequeños es igual a la frecuencia angular correspondiente a la separación Lamb ( $\omega_L = E_L/\hbar$ ).

Al llevar acabo la integral, se obtiene una serie de expresiones que pueden ser simplificadas al tomar en cuenta que los tiempos de exposición ( $t$ ) están muy por encima de la vida media del ion  $He^+(2p)$ . Lo anterior combinado con el hecho de que el proceso ocurre bajo la acción de una perturbación débil nos permite expresar a la distribución angular de la fluorescencia como

$$I(\theta, E_0) = S_0 \Sigma_{2p}(E_0) \left\{ 1 + \mathcal{A}_0^c(E_0) P_2(\cos \theta) \right\} \quad (56)$$

donde

$$\Sigma_{2p}(E_0) = \sigma_{2p} t_{2p} \left\{ 1 + \frac{1}{\mathcal{R}(E_0)} \right\}, \quad \Sigma_{2p}(E_0) \mathcal{A}_0^c(E_0) = \sigma_{2p} t_{2p} \left\{ \mathcal{A}_0^c - \frac{1}{\mathcal{R}(E_0)} \right\} \quad (57)$$

y

$$\frac{1}{\mathcal{R}(E_0)} = \frac{1}{R} \left[ 1 - e^{-t/t_*} \right] - \frac{Re \sigma_{2p}}{\sigma_{2p}} f e^{-t/t_*}. \quad (58)$$

Haciendo uso de estos resultados, al calcular el parámetro de Stokes  $\eta_3$  encontramos que esta dado por

$$\eta_3(\theta, E_0) = -\frac{3}{2} \left\{ \frac{\mathcal{A}_0^c(E_0)}{1 + \mathcal{A}_0^c(E_0) P_2(\cos \theta)} \right\} \text{sen}^2 \theta. \quad (59)$$

Ahora analicemos cada uno de los cambios que produce el campo eléctrico sobre la fluorescencia, en particular centraremos nuestra atención en la distribución angular, pues su estudio da información no sólo del parámetro  $\Sigma_{2p}$  sino también del parámetro  $\mathcal{A}_0^c$ .

## B. Descripción angular de la fluorescencia.

La expresión de la intensidad (Ec. 56) es muy similar a la obtenida cuando no está presente la perturbación [4]

$$I(\theta) = S_0 \sigma_{2p} t_{2p} \left\{ 1 + A_0^2 P_2(\cos \theta) \right\} \quad (60)$$

pero ahora, además de ser una función del ángulo  $\theta$ , también depende de la magnitud del campo eléctrico ( $E_0$ ).

Independientemente de qué valores tomen  $\Sigma_{2p}$  y  $A_0^2$ , la intensidad continúa siendo simétrica respecto al plano XY y permanece invariante ante rotaciones alrededor del eje Z, por lo cual nos limitaremos a estudiar cómo cambia la intensidad con  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ .

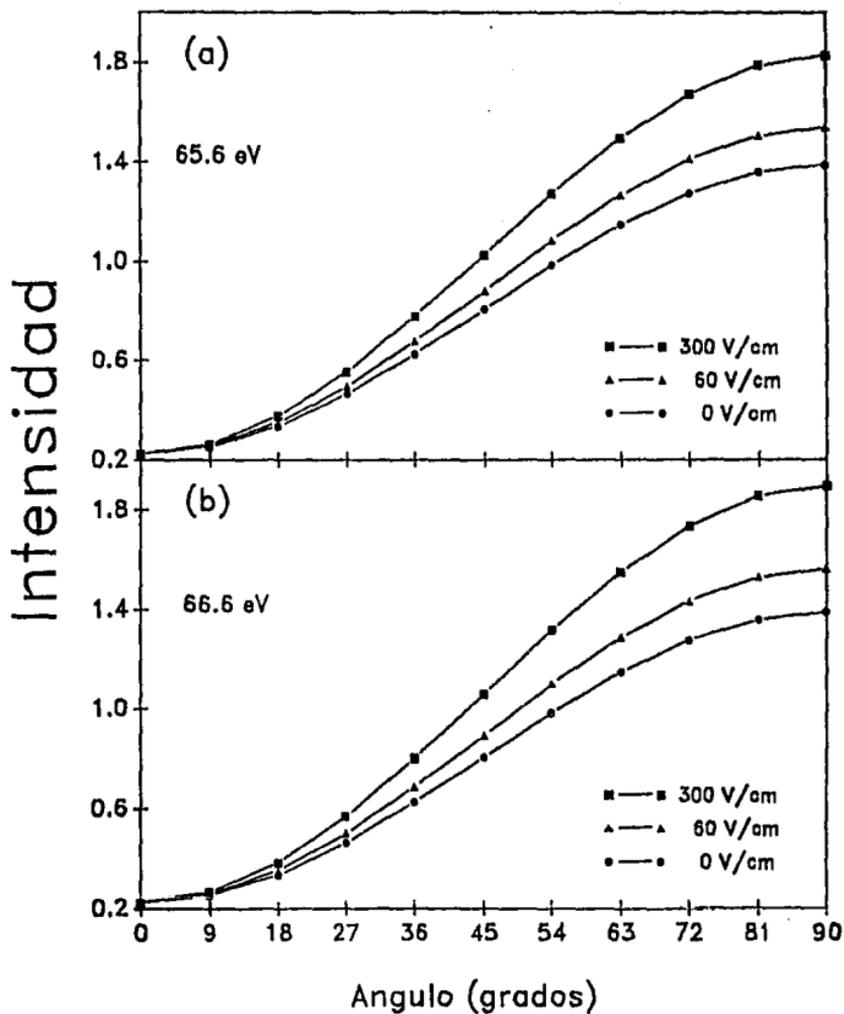
La acción del campo eléctrico sobre la fluorescencia, está contenida en los parámetros  $\Sigma_{2p}$  y  $A_0^2$ . A través de  $\Sigma_{2p}$  se manifiesta un incremento gradual en la intensidad conforme va creciendo la magnitud del campo mientras  $A_0^2$  establece en qué proporción se da ese aumento para cada ángulo  $\theta$ . Empleando los valores numéricos de las secciones transversales  $\sigma_{2p}$ ,  $\beta^2$ ,  $\gamma^2$  y las fases relativas  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{23}$ , dados en la tabla I de la sección II B, elaboramos una serie de gráficas donde se puede observar cómo cambia la distribución angular de la intensidad para distintos valores del campo eléctrico (Fig. 5).

Como el parámetro de alineamiento  $A_0^2$  es una cantidad negativa (Ec. (6)), la intensidad presenta un máximo en dirección perpendicular al eje Z y un mínimo a lo largo de este eje. Al momento de aplicar el campo eléctrico, en dirección del máximo se incrementa la intensidad mientras en dirección del mínimo no se manifiesta ningún cambio, esto puede verse directamente de la ec. (56) al escribirla en términos del parámetro  $\mathcal{R}$

$$I(\theta, E_0) = I(\theta) + \frac{3 S_0 \sigma_{2p} t_{2p}}{2 \mathcal{R}(E_0)} \sin^2 \theta \quad (61)$$

donde  $I(\theta)$  esta dada por la Ec. (60); el resultado anterior indica que la radiación emitida en dirección del eje de cuantización es producida exclusivamente por iones  $He^+(2p_{\pm 1})$ , los cuales, al no ser alterados por la perturbación ( $\vec{E} = E_0 \hat{k}$ ), no producen ningún cambio en la intensidad de la fluorescencia.

**FIG. 5.** Distribución angular de la fluorescencia de los iones  $He^+(2p)$ .  
Para una energía de 65.6 eV (a). Para una energía de 66.6 eV (b).  
Cada gráfica muestra cómo se ve alterada la intensidad para distintos  
valores del campo eléctrico.



Otra característica que se desprende de la ec. (56) es la existencia de una posición en la cual la intensidad no depende del parámetro  $A_0^2$ , esta posición está definida por la condición  $P_2(\cos \theta_m) = 0$  donde el ángulo  $\theta_m$ , conocido como el "ángulo mágico", tiene el valor de  $\theta_m = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} \approx 54.7^\circ$ . En esta dirección, la intensidad depende únicamente del parámetro  $\Sigma_{2p}$ .

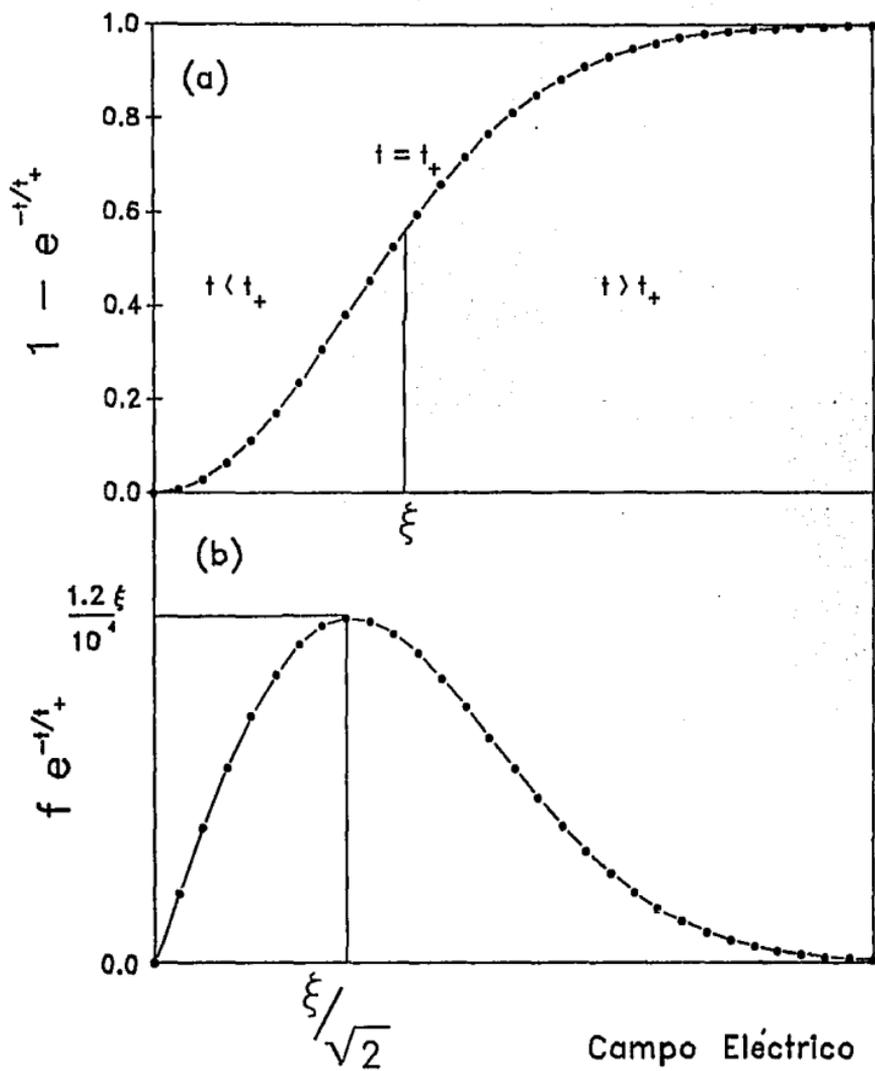
Como los parámetros  $\Sigma_{2p}$  y  $A_0^2$  están completamente definidos por el parámetro  $\mathcal{R}$  (Ec. 57) analizaremos el comportamiento de cada uno de los términos que expresan a  $\mathcal{R}$  en función del campo eléctrico ( $E_0$ ).

La dependencia de  $\mathcal{R}$  con el campo eléctrico se establece a través del parámetro  $f$  y del cociente  $t/t_+$  (Ec. 58). Si la magnitud del campo crece, tanto  $f$  como  $t/t_+$  van aumentando su valor, lo anterior, combinado con el comportamiento de la función exponencial, indica que el primer término de la Ec. (56) crece asintóticamente a  $1/R$  mientras el segundo término alcanza su valor máximo cuando  $E_0 = \xi/\sqrt{2}$ , donde  $\xi$  corresponde a aquel campo para el cual la vida media  $t_+$  es igual al tiempo de exposición  $t$ . En la Fig. 6 se ilustra, de manera esquemática, el comportamiento de cada uno de estos términos.

La relación que existe entre el tiempo de exposición  $t$ , el campo eléctrico  $\xi$  y el valor máximo del producto  $f e^{-1/t_+}$ , establece que la contribución del término de coherencia  $\sigma_{sp}$  será más importante para tiempos de exposición cada vez más cortos (lo cual produce un incremento en la magnitud del campo  $\xi$  (Tabla II)), pero como nuestra discusión es válida sólo para tiempos  $t \gg t_p$  y campos débiles ( $\xi \ll 3660$  V/cm), nuestros resultados son aplicables dentro de un intervalo de valores específicos del campo eléctrico.

Tomando en cuenta estas restricciones y empleando los valores numéricos de las secciones transversales y de las fases relativas (Tabla I sección II B), evaluamos la proporción con la cual interviene el término de coherencia  $\sigma_{sp}$ , sobre cada uno de los parámetros que describen a la fluorescencia cuando el campo eléctrico es igual a  $\xi/\sqrt{2}$ . Los resultados de este cálculo se presentan en la Tabla III.

FIG. 6. Dependencia con el campo eléctrico de las funciones  $1 - e^{-t/t_+}$  y  $f e^{-t/t_+}$ . El campo eléctrico  $\xi$  corresponde al campo para el cual la vida media  $t_+$  es igual al tiempo de exposición  $t$ .



**TABLA II**  
**Disminución de la vida media  $t_+$  conforme**  
**aumenta la magnitud del campo eléctrico.**

$E_0$ (V/cm)	$t_+$ ( $\mu s$ )
0	$\infty$
73.21	1.00
94.52	0.60
231.83	0.10

**TABLA III**

Los Porcentajes establecen en que proporción interviene el término de coherencia sobre cada uno de los parámetros cuando el campo eléctrico es igual a  $\xi/\sqrt{2}$ . Para efectuar estos cálculos se emplearon los valores presentados en la Tabla I correspondientes a 65.6 eV.

$t$ ( $\mu s$ )	$\left( \frac{R}{R} - \frac{R}{R(\sigma_{sp}=0)} \right)_{max}$	$\left  \frac{I(\sigma_{sp}=0) - I}{I(E_0=0)} \right _{max}$	$\left  \frac{A_0^s(\sigma_{sp}=0) - A_0^s}{A_0^s} \right _{max}$
1.00	0.87%	0.25%	0.09%
0.60	1.13%	0.84%	0.11%
0.10	2.76%	1.99%	0.27%

El parámetro  $1/\mathcal{R}(E_0)$  muestra los mayores porcentajes de contribución del término de coherencia ( $\sigma_{sp}$ ) mientras la intensidad en dirección del ángulo mágico y el parámetro  $\mathcal{A}_0^c$  están por debajo del 2% y 0.3% respectivamente. En la Fig. 7 se muestra en qué proporción interviene el término de coherencia sobre el parámetro  $1/\mathcal{R}(E_0)$ , cada curva ilustra claramente un intervalo de valores para la magnitud del campo dentro del cual la contribución del término de coherencia  $\sigma_{sp}$  alcanza su valor máximo.

Tanto la intensidad en dirección del ángulo mágico como el parámetro de alineamiento se ven alterados como consecuencia de la introducción de un campo eléctrico externo. En la Fig. 8 se puede ver de qué manera cambian en función de la magnitud del campo para dos energías de ionización.

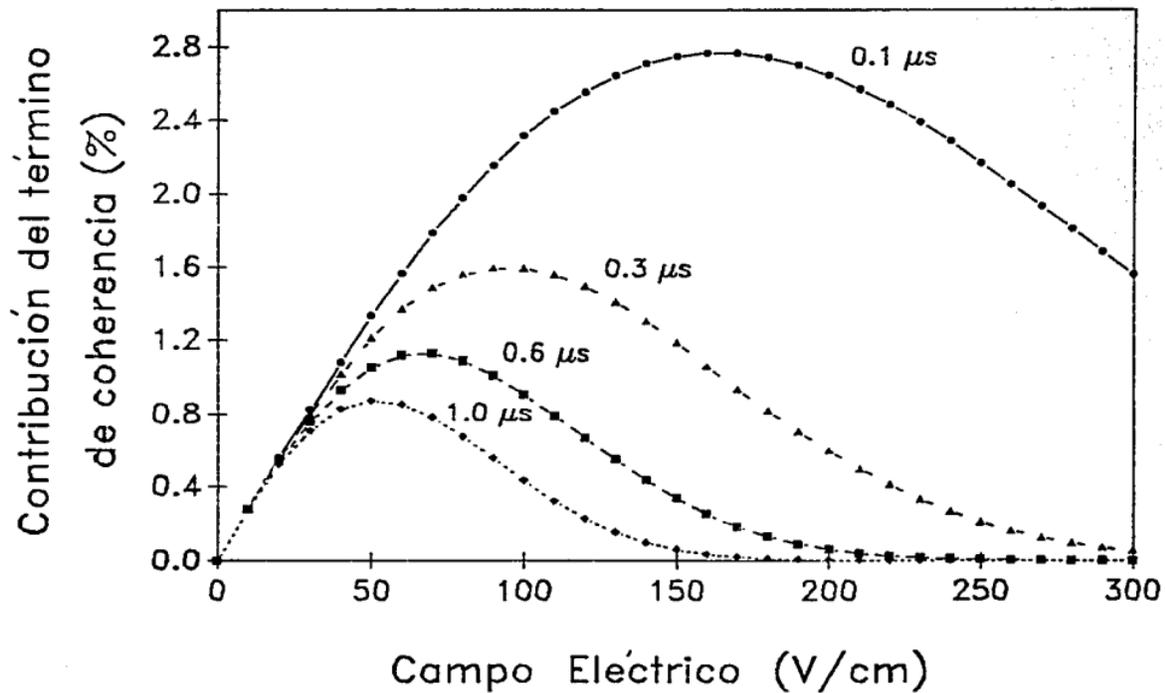
Cuando el campo eléctrico no está presente la intensidad ( $I(\theta_m)$ ) es proporcional a  $\sigma_{sp}$ , mientras  $\mathcal{A}_0^c = \mathcal{A}_0^e$ , lo cual está en concordancia con los resultados experimentales y teóricos anteriores a este trabajo. Por otra parte, aunque nuestro análisis es válido sólo para campos pequeños, es posible apreciar el comportamiento asintótico de estas dos cantidades, conforme crece la magnitud del campo ( $\xi/\sqrt{2} < E_0 \ll 3660 \text{ V/cm}$ ), tanto la intensidad  $I(\theta_m, E_0)$  como el parámetro  $\mathcal{A}_0^c$  están dados por

$$I(\theta_m, E_0 > \xi/\sqrt{2}) \sim \sigma_{n=2}, \quad \mathcal{A}_0^c(E_0 > \xi/\sqrt{2}) = \frac{\mathcal{A}_0^e - \frac{1}{R}}{1 + \frac{1}{R}} \quad (62)$$

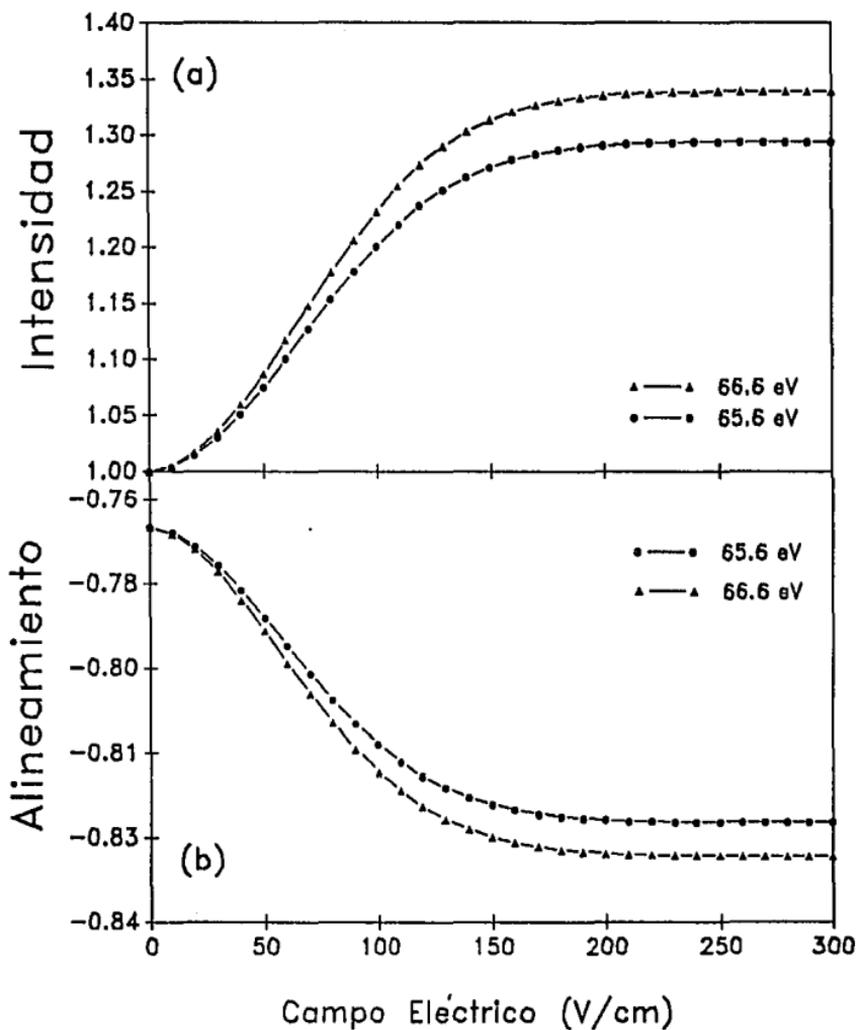
Quedando de esta forma establecida la correspondencia que existe entre cada uno de los parámetros obtenidos en este trabajo y aquellos que describen a la fluorescencia [2-4,11] cuando el campo eléctrico no está presente

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_0^c &\rightarrow \mathcal{A}_0^e \\ \sigma_{sp} &\rightarrow \Sigma_{sp} \\ R &\rightarrow \mathcal{R}. \end{aligned} \quad (63)$$

**FIG. 7.** Contribución del término de coherencia ( $\sigma_{sp}$ ) al parámetro  $1/\mathcal{R}$ .  
La presencia del término de coherencia sobre el parámetro  $1/\mathcal{R}$  alcanza un valor máximo cuando  $E_0 = \xi/\sqrt{2}$ . Este valor máximo decrece conforme se incrementa el tiempo de exposición.



**FIG. 8.** Cambios producidos por la presencia del campo eléctrico. Estos cambios se manifiestan tanto en la intensidad en dirección del ángulo mágico (a) como en el alineamiento de los iones  $Hr^{+}(2p)$  (b). Aquí se muestran ambas curvas para un tiempo de exposición de  $0.6 \mu s$ .



### C. Propuesta Experimental.

Dados los resultados anteriores, es necesario establecer si los tiempos de exposición ( $t$ ) empleados para estudiar la fluorescencia, son del orden de magnitud adecuado para poder medir la contribución del término de coherencia.

En primer lugar, recordemos que la información obtenida al medir la intensidad de la fluorescencia, corresponde únicamente a aquellos iones de helio que, además de emitir fotones en dirección  $\hat{n}$ , estén ubicados dentro de la región definida por el ángulo sólido del detector. Esta condición está relacionada directamente con el movimiento, producido por efecto térmico, de los iones dentro de la cámara donde se llevará acabo el proceso de fotoionización. Si cada ion se mueve con una velocidad promedio  $\bar{v}$  y el ángulo sólido del detector equivale a un desplazamiento  $d$ , el tiempo que tardarán en recorrer dicha distancia es aproximadamente de  $d/\bar{v}$ . Para darnos una idea del orden de magnitud del tiempo de exposición, podemos determinar la velocidad promedio con la que se desplazan los iones de helio utilizando la distribución de velocidad de Maxwell-Boltzmann, la cual establece que

$$\bar{v} = \sqrt{8T k / \pi m}. \quad (64)$$

donde  $T$  es la temperatura, que supondremos es la temperatura ambiente ( $T \sim 300 \text{ K}$ ) y  $m$  es la masa de cada ion ( $m_{\text{He}^+} = 3.35 \times 10^{-27} \text{ Kg}$ ), encontramos que la velocidad promedio es de  $1.77 \times 10^3 \text{ m/s}$ ; si el ángulo sólido equivale a un desplazamiento de  $d = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$  entonces el tiempo de exposición será de aproximadamente  $0.6 \mu\text{s}$ . Para tiempos de exposición de este orden de magnitud se espera poder apreciar el término de coherencia hasta en un 1.13% al medir cómo cambia el parámetro  $1/\mathcal{R}$  en función de la magnitud del campo.

Como el término de coherencia es más apreciable en el parámetro  $1/\mathcal{R}$ , se sugiere estudiar a este parámetro en función de la magnitud del campo eléctrico. Para lograr lo anterior existen dos posibilidades: la primera se establece directamente de la Ec. (61), donde a partir de comparar la intensidad en dirección del ángulo mágico con y sin campo eléctrico se obtiene

$$\frac{1}{\mathcal{R}(E_0)} = \frac{I(\theta_m, E_0) - I(\theta_m)}{I(\theta_m)}, \quad (65)$$

la segunda posibilidad está relacionada con medir el cambio en el parámetro de alineamiento ya que de la Ec. (57) se tiene

$$\frac{1}{\mathcal{R}(E_0)} = \frac{A_0^c - A_0^c(E_0)}{1 + A_0^c(E_0)}. \quad (66)$$

La determinación del parámetro de alineamiento en presencia del campo ( $A_0^c$ ) se puede efectuar estudiando cómo cambia la intensidad en función del ángulo  $\theta$  para distintas magnitudes del campo eléctrico ó analizando el comportamiento de la polarización ( $\eta_3$ ), en función del campo eléctrico (Ec. 59). Los datos obtenidos combinados con los cálculos teóricos para obtener  $1/\mathcal{R}(\sigma_{sp} = 0)$  permitirán evaluar primeramente  $\text{Re}\sigma_{sp}$ , después conjuntando estos resultados con los valores de las secciones transversales  $\sigma_{2skp}$ ,  $\sigma_{2pk_s}$ ,  $\sigma_{2pkd}$  y la fase relativa  $\delta_{23}$ , se determinará la fase relativa  $\delta_{12}$ .

Ahora veamos las posibilidades de efectuar el experimento estudiando los cambio en la intensidad de la fluorescencia producidos al variar la magnitud del campo eléctrico. De la Ec. (65) podemos obtener la incertidumbre sobre el parámetro  $1/\mathcal{R}$  a partir de las incertidumbres relativas de las intensidad ( $I = I(\theta_m, E_0)$ ,  $I_0 = I(\theta_m)$ )

$$\delta\left(\frac{1}{\mathcal{R}}\right)_{exp} = \frac{I}{I_0} \left( \frac{\delta I}{I} + \frac{\delta I_0}{I_0} \right). \quad (67)$$

Por otra parte, en la tabla III, presentamos en que proporción el término  $\sigma_{sp}$  incrementa al parámetro  $1/\mathcal{R}$  comparado con el cociente  $1/R$

$$\delta\left(\frac{1}{\mathcal{R}}\right)_{\sigma_{sp}} = \frac{b}{R}, \quad (68)$$

entonces para determinar de manera experimental la contribución del término de coherencia necesitamos que

$$\delta\left(\frac{1}{\mathcal{R}}\right)_{exp} \ll \delta\left(\frac{1}{\mathcal{R}}\right)_{\sigma_{sp}}. \quad (69)$$

Si consideramos que el experimento se lleva acabo con un tiempo de exposición de 0.6  $\mu s$ . la máxima contribución del término de coherencia ocurre a 70 V/cm, para este valor

del campo el cociente  $I/I_0 \sim 1.13$  mientras  $b \sim 1.13 \times 10^{-2}$  (ver tabla III). El cociente<sup>9</sup>  $R = \sigma_{2p}/\sigma_{2s} = 3.4$  que corresponde a una energía de fotoionización de 66.6 eV.

Las incertidumbres relativas de la Ec.(67) están dadas como el inverso de la raíz cuadrada del número de cuentas promedio registradas por el aparato ( $\delta I/I = 1/\sqrt{N}$ ), entonces, si suponemos que ambas incertidumbres son iguales encontramos que la condición (69) exige que  $N \gg 4.6 \times 10^5$ , por lo tanto, para poder apreciar al término de coherencia, a través de los cambios en la intensidad de la fluorescencia, es necesario obtener un promedio de cuentas en el detector que sea mucho mayor a las  $5 \times 10^5$  cuentas, que para un detector capaz de procesar 3000 cuentas cada segundo implica un tiempo mayor a los 30 minutos para poder medir la contribución del término  $\sigma_{2p}$  a partir del parámetro  $1/R$ .

Como último comentario a esta sección, resultaría interesante comprobar experimentalmente que la intensidad, en dirección del eje de cuantización, no se ve alterada por la presencia del campo eléctrico como lo expresa la Ec. (61).

---

<sup>9</sup> Este valor se puede calcular a partir de la tabla I dado que  $\sigma_{2p} = \sigma_{2pkz} + \sigma_{2pkd}$  y  $\sigma_{2s} = \sigma_{2skz}$ .

#### IV. CONCLUSIONES.

Como resultado de la interacción del sistema ion-fotoelectrón con el campo eléctrico se ha producido una mezcla Stark entre los canales de salida del proceso de fotoionización de helio. Esta mezcla modifica la estructura de la matriz de densidad de los iones de helio a través de la presencia del término de coherencia  $\sigma_{sp}$ , el cual depende de la fase relativa que existe entre los canales  $2skp-2pks$  ( $\delta_{12}$ ).

Considerando la presencia de un campo eléctrico débil ( $E_0 \ll 3660$  V/cm), al llevar a cabo el análisis del proceso de emisión de fotones producidos por los iones  $He^+(2p)$ , encontramos que la anisotropía de la fluorescencia cambia en función de la magnitud del campo eléctrico. Para analizar este cambio, definimos el parámetro  $1/\mathcal{R}$  en términos de  $\sigma_{sp}$  y, de la correspondencia establecida entre las ecuaciones (56) y (60), describimos de qué manera se ven alterados tanto el parámetro de alineamiento ( $\mathcal{A}_0^z$ ) de los iones  $He^+(2p)$  como la intensidad de la fluorescencia en dirección del ángulo mágico ( $\sim \Sigma_{2p}$ ), lo anterior se ilustró incluyendo gráficas donde se muestran el cambio de la anisotropía  $I(\theta, E_0)$ , el incremento de intensidad en dirección del ángulo mágico  $I(\theta_m, E_0)$  y el cambio producido sobre el alineamiento  $\mathcal{A}_0^z$ .

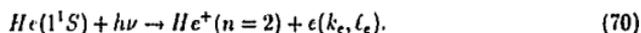
Una vez estudiado el comportamiento del parámetro  $1/\mathcal{R}$  en función del campo eléctrico, encontramos que la contribución del término de coherencia es mayor conforme los tiempos de exposición disminuyen. Si los tiempos de exposición están ubicados entre los 0.1 y 1  $\mu s$ , la intensidad de la fluorescencia en dirección del ángulo mágico manifiesta la presencia del término de coherencia como un incremento del 0.25 al 2%. Esto ocurre para un valor particular del campo eléctrico que no va más allá de los 300 V/cm lo cual es consistente con nuestra suposición de considerar una perturbación débil.

Otro aspecto importante es el relacionado con la magnitud del campo, la cual aunque esté dentro de la aproximación de campo débil ofrece la posibilidad no sólo de obtener  $\sigma_{2skp}$  sino también la fase  $\delta_{12}$ . Lo anterior está directamente relacionado con los tiempos de exposición empleados para estudiar la fluorescencia de los iones de helio. Si los tiempos de exposición son mayores que  $1 \times 10^{-6}$  s y la magnitud del campo está por encima de los 300 V/cm se

mide  $\sigma_{2skp}$ . Ahora bien si los tiempos de exposición son menores que  $1 \times 10^{-6}$  s y la magnitud del campo está por debajo de los 300 V/cm, la fase relativa  $\delta_{12}$  puede ser determinada.

Por otra parte, cabe resaltar que los resultados obtenidos sobre la contribución del término de coherencia  $\sigma_{sp}$ , en realidad representan valores óptimos dado que faltan por determinar la forma explícita de las funciones de onda  $|\xi, m\rangle$  del fotoelectrón en presencia del campo eléctrico, así como incluir la estructura fina del ion. Por lo tanto nuestro análisis establece la cota máxima por debajo de la cual se espera esté la contribución del término  $\sigma_{sp}$ .

De elaborarse el experimento propuesto donde no se pierdan de vista las condiciones obtenidas sobre los tiempos de exposición y la orientación del campo eléctrico, la fase relativa entre los canales 2skp-2pks podría ser determinada quedando, de esta forma, descrito completamente el proceso de fotoionización de helio expresado por la reacción



## V. APÉNDICE

En este apéndice expondremos los cálculos sobre la evolución temporal del sistema de iones contenida en los coeficientes de perturbación

$$G(L'_1 L_1, L' L; t)_{KQ}^{K'Q'} = \text{tr}[\mathbf{U}(t)\mathbf{T}(L'_1 L_1)_{K'Q'} \mathbf{U}^\dagger(t)\mathbf{T}(L' L)_{KQ}^\dagger]. \quad (71)$$

donde

$$\mathbf{U}(t) = \exp\left\{(-i/\hbar)[\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_L + \mathbf{W}_1]t + \frac{1}{2}\Gamma t\right\} \quad (72)$$

El operador  $\mathbf{W}_1$  representa la interacción con el campo eléctrico,  $\mathbf{H}_L$  el corrimiento Lamb,  $\mathbf{H}_1$  es el hamiltoniano para un ion hidrogenoide y  $\Gamma$  es la matriz de decaimiento.

Para obtener expresiones explícitas para los coeficientes utilizamos la relación de cerradura de la representación  $\{|2LM\rangle\}$  entre cada operador y el teorema de Wigner-Eckart para obtener los elementos de matriz de los operadores tensoriales, encontrándose

$$G(L'_1 L_1, L' L; t)_{KQ}^{K'Q'} = \sum_{M'_1 M_1 M'_1} (-1)^{L'_1 - M'_1 + L' - M'} \sqrt{(2K' + 1)(2K + 1)} \\ \times \begin{pmatrix} L'_1 & K' & L_1 \\ -M'_1 & Q' & M_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L' & K & L \\ -M' & Q & M \end{pmatrix} g(L'_1 L_1, L' L; t)_{M'_1 M_1}^{M M'} \quad (73)$$

donde

$$g(L'_1 L_1, L' L; t)_{M'_1 M_1}^{M M'} = \langle L' M' | \mathbf{U}(t) | L'_1 M'_1 \rangle \langle L_1 M_1 | \mathbf{U}^\dagger(t) | L M \rangle. \quad (74)$$

Como  $\mathbf{U}(t)$  depende de operadores que no son diagonales en la representación  $\{|2LM\rangle\}$  aplicamos un cambio de base a la representación  $\{|v_i\rangle\}$  obteniéndose

$$g(L'_1 L_1, L' L; t)_{M'_1 M_1}^{M M'} = \sum_{ij} \langle L' M' | v_i \rangle \langle v_j | L'_1 M'_1 \rangle \langle L_1 M_1 | v_j \rangle \langle v_j | L M \rangle C_{ij}(t) \quad (75a)$$

$$C_{ij}(t) = \exp\{-i\omega_{ij}t - \gamma_{ij}t\} \quad (75b)$$

donde  $\hbar\omega_{ij} = E_i - E_j$  y  $\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{1}{i} + \frac{1}{j})$ .

Cada una de estas expresiones tienen un significado físico que permite aclarar su relevancia. En primer lugar en cada coeficiente de perturbación esta concentrada la dependencia temporal a través de los coeficiente  $g$ , los cuales son productos de amplitudes de probabilidad de que iones inicialmente en el estado  $|L_1 M_1\rangle$  ( $|L'_1 M'_1\rangle$ ) pasen un tiempo  $t$  despues al estado  $|LM\rangle$  ( $|L'M'\rangle$ ), lo cual tiene un comportamiento oscilatorio con frecuencia  $\omega_{ij}$  y el correspondiente decaimiento exponencial al estado base (1s) ocurrido con una probabilidad  $\gamma_{ij}$ .

La conservación de la componente  $L_z$  del momento angular solo permite transiciones entre estados con la misma  $M$ , por lo tanto, los unicos coeficientes  $g$  que describen la evolución temporal son aquellos con  $M = M_1$  y  $M' = M'_1$ . Este resultado establece que de los coeficientes de perturbación, solamente los que tengan  $Q' = Q$  expresan la dependencia temporal de los estados multipolares, pero como los iones  $He^+(n=2)$  están caracterizados por estados multipolares con  $Q' = 0$ , confirmamos la aseveración expuesta en la sección II B.

## VI. BIBLIOGRAFÍA.

- [1] G. W. F. Drake, S. P. Goldman y A. van Wijngaarden, "*He<sup>+</sup> Lamb-shift measurement by the quenching-radiation anisotropy method*", Phys. Rev. A, **20**, 1299 (1979).
- [2] D. W. Lindle, T. A. Ferrett, U. Becker, P. H. Kobrin, C. M. Truesdale, H. G. Kerkhoff, y D. A. Shirley, "*Photoionization of helium above the He<sup>+</sup>(n = 2) threshold: Autoionization and final-state symmetry*", Phys. Rev. A, **31**, 714 (1985).
- [3] P. R. Woodruff y J. A. R. Samson, "*Measurements of partial cross section and autoionization in the photoionization of helium to He<sup>+</sup>(n = 2)*", Phys. Rev. A, **25**, 848 (1982).
- [4] J. Jiménez-Mier, C. D. Cadwell, M. G. Flemming y D. L. Ederer, "*Alignment of photoionization-produced He<sup>+</sup>(2p) between the n = 2 and 3 levels*", Phys. Rev. A, **44**, 5615 (1991).
- [5] J. Macek, "*Anisotropy Parameters and Adiabatic approximations for Two-electrons Atoms and Ions*", Aust. J. Phys. **43**, 641 (1980).
- [6] K. Blum, "*Density Matrix Theory and Application*", Plenum Press, New York, 1981.
- [7] W. E. Lamb y M. Skinner, "*The Fine Structure of Singly Ionized Helium*", Phys. Rev. **78**, 539 (1950).
- [8] H. A. Bethe y E. E. Salpeter, "*Quantum Mechanics of One-and Two-electron Atoms*", Plenum/Rosetta, New York, 1977.
- [9] M. J. Seaton, "*Strong Coupling in Optically Allowed Atomic transitions produced by Electron Impact*", Proc. Phys. Soc. (London) **77**, 174 (1961).

- [10] J. Jiménez-Mier, C. D. Caldwell y D. L. Ederer, "Angular Distribution of Fluorescence from Photoionization-Produced  $He^+(n=2)$ ", Phys. Rev. Lett. **57**, 2260 (1986).
- [11] P. C. Ojha, "Photoionisation of helium above the  $N=2$  threshold", J. Phys. B. At. Mol. Phys. **17**, 1807 (1984).
- [12] K. Blum y H. Kleinpoppen, "Even-odd parity coherence effects in electron-hydrogen scattering", J. Phys. B, Atom. Molec. Phys. **10**, 3283 (1977).
- [13] Edmonds A. R., "Angular Momentum in Quantum Mechanics", Princeton University Press, Princeton, NJ., 1960.
- [14] U. Fano y J. Macek, "Impact Excitation and Polarization of Emitted Light", Rev. Mod. Phys. **45**, 553 (1973).