

003621  
2 eje.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



SIMULACION Y ANALISIS DE  
LAS FRANJAS DE MACH

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS (Física)

P R E S E N T A :

*Rafael Cabello Stephenson*

Director: DR. ISMAEL ESPINOSA ESPINOSA

MEXICO, D. F.

1994

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE.

	Pág.
Introducción.	1
Capítulo I. Origen de las Franjas de Mach.	
I-1. Franjas de Mach.	5
I-2. Análisis de las variables que intervienen en la percepción de las franjas de Mach, obtenidas en experimentos psicológicos.	9
I-3. Resultados obtenidos en investigaciones fisiológicas.	11
Capítulo II. Modelos matemáticos de la inhibición lateral en la retina.	
II-1. Modelos en que la Inhibición Lateral depende del estímulo.	15
II-2. Modelos de la Inhibición Lateral que dependen de la respuesta neuronal.	18
Capítulo III. Análisis de las Franjas de Mach en figuras geométricas.	
III-1. Digitalización e impresión de imágenes.	23
III-2. Análisis de los efectos de la Dm.	25
III-3. Resultados de la Inhibición Lateral en polígonos regulares.	26
III-4. Análisis de la intensidad resultante de las Franjas de Mach en figuras irregulares.	32

## INDICE.

	Pág.
Capítulo IV. Ilusiones Ópticas debidas a la inhibición lateral.	
IV-1. Las ilusiones Ópticas.	42
IV-2. Ilusión Müller-Lyer.	42
IV-3. Ilusión de Ponzo.	45
IV-4. Ilusión de Herman.	50
Conclusiones.	55
Apéndice I.	56
Bibliografía.	59

**INTRODUCCION.**

El hombre a través de los tiempos ha investigado como es el funcionamiento de las diferentes partes que integran a los seres vivos, tanto plantas como animales, fundamentalmente para poder curar las enfermedades que los aquejan. Una de las áreas de investigación está relacionada con las neuronas y las redes neuronales de animales y seres humanos, en este siglo debido a los avances tecnológicos en la electrofisiología, es mayor el conocimiento en este campo.

En 1943 McCulloch y Pitts realizaron una descripción formal de la neurona e implementaron modelos de redes neuronales. Aunque esta descripción de la neurona, no se apega a una fisiológica, fue el primer intento para simular redes neuronales.

No fue hasta 1962 que el psicólogo Rosenblatt inventó unas redes neuronales artificiales que llamó Perceptrones pero sus colegas "demostraron" que tal invento no tenía aplicaciones y ya nadie habló de redes neuronales artificiales. En 1983, Hopfield, Grossberg, Kohonen, Caianiello y otros retomaron el tema de las redes neuronales artificiales. En los últimos años, este campo se ha desarrollado mucho y existen muchas aplicaciones en diferentes áreas, con gran éxito.

En la actualidad, se define la neurona artificial como un elemento procesador, no lineal e inspirado en la neurona biológica. Este parecido radica en que el procesador recibe múltiples entradas, que una a una son ponderadas y luego integradas. El resultado de esta integración, es luego presentado como entrada a un elemento no-lineal o umbral el cual produce una sola respuesta o activación. Hasta este punto es donde existe un parecido entre la neurona artificial y la biológica.

Como ya se mencionó la neurona artificial está compuesta por un elemento integrador y un elemento no lineal tal como se muestra en la figura 1, donde las entradas  $U_j$  son ponderadas por los llamados pesos  $P_j$  y la integración de estos da un potencial total  $P$ .

Dicho potencial se presenta a un elemento no-lineal tipo sigmoidal y se produce la salida o activación "V". Se acostumbra representar al sistema completo por un círculo con una flecha que indica la entrada y otra la salida.

Una vez definida la neurona artificial, podemos hablar de redes neuronales artificiales, las cuales no están basadas de las redes neuronales biológicas y esto es debido a que se sabe muy poco de estas. Una red neuronal artificial es un arreglo de neuronas artificiales, masivamente interconectadas en arquitecturas específicas, generalmente se tiene una capa de entrada y otra de salida y puede haber una o varias capas intermedias. Las interconexiones no son como las existentes en las redes biológicas, pero pueden realizar tareas similares a estas.

Tanto en las redes neuronales biológicas, como en las artificiales, su importancia estriba en su capacidad de poder comunicarse unas con otras. Una neurona artificial puede excitar o inhibir a otras neuronas y este efecto es cuantificado o ponderado, al igual que ocurre en las sinapsis neuronales. Este efecto cuantitativo o peso de una neurona artificial sobre la otra es uno de los conceptos básicos en la tecnología de este tipo de redes, dichos pesos pueden ser constantes, pero las redes neuronales con pesos adaptivos son en las que se han implementado las aplicaciones más relevantes.

En una red neuronal artificial con cien mil neuronas en la de entrada y doscientas en la capa de salida tiene veinte millones de conexiones, si se conectan todas las neuronas de la capa de entrada con las de la salida, dicho conexionamiento es en paralelo. Lo antes mencionado no es una exageración pues ya existen aplicaciones con ese número de neuronas y de conexiones.

Basándose en los conceptos de neurona artificial, peso y conexionamiento masivo, se tiene el problema de ajustar los pesos repetidamente hasta llegar a un estado o respuesta deseada.

En una computadora convencional se escribe el programa y se corre, pero en una red neuronal es necesario entrenarla dando ejemplos y modificando los pesos hasta obtener la respuesta requerida, pero si se tienen cientos o miles de neuronas artificiales y de conexiones se requiere un método automático para hacerlo y no fue hasta 1985 que se inventaron o re-descubrieron algoritmos para ajustar los pesos de forma automática como los de: Hebb, Avalancha de Grossberg, redes de Nielsen, etc.

Algunos ejemplos de redes neuronales son los osciladores neuronales y su característica principal es la producción de patrones rítmicos de disparo a partir de una estimulación no-rítmica. La memoria asociativa bidireccional es una red en la cual las conexiones entre las neuronas tienen como propiedad colectiva, el almacenamiento de las asociaciones, es una memoria direccionable por contenido y no por localización. La retro-propagación es un algoritmo adecuado para redes neuronales con capas intermedias y la gran riqueza de conexiones la dota de propiedades emergentes, extraordinarias. No tiene los problemas de la memoria asociativa y su gama de aplicaciones es muy amplia.

En la actualidad existen dos métodos para implementar una red neuronal artificial, la primera son simuladores que se pueden utilizar en diferentes tipos de computadoras comerciales, dependiendo que tan grande es la red neuronal. La segunda son las neurocomputadoras las cuales son máquinas que trabajan en paralelo, de una manera similar al cerebro pudiendo desarrollar capacidades visuales, auditivas, locomotivas y táctiles. Estas máquinas no emplean algoritmos, sino que son educadas o entrenadas y aprenden. Las neurocomputadoras pueden ser útiles para ciertos problemas que no se han podido resolver por medio de computadoras secuenciales, como el reconocimiento del lenguaje natural y que sea independiente del locutor, la traducción del lenguaje natural al escrito y resolver problemas relacionados con la visión, tacto y locomoción en robots.

Como conclusión podemos unirnos a Kohonen y a Roger Sperry, el estudioso del cerebro dividido y decir que cualesquiera que sean los prospectos de la tecnología de las redes neuronales, la comprensión del funcionamiento del cerebro es un desafío suficiente para motivar la dedicación a su estudio. Hay que observar que la educación es un componente esencial del desarrollo de la humanidad y sería muy raro que pudiera mejorarse sin un conocimiento más profundo de los principios operativos del cerebro.

En cuanto a este trabajo, no se pretende desarrollar un nuevo algoritmo para simular una red neuronal artificial que implemente la inhibición lateral en la retina de una forma más apegada a una realidad fisiológica, de hecho cualquiera de los algoritmos ya propuestos para simular la inhibición lateral, publicados por diferentes investigadores en este campo, se pudo haber utilizado en esta tesis.

El propósito de este trabajo es analizar la transformación que realiza únicamente la inhibición lateral, sobre la imagen percibida por el ojo y que produce un fenómeno subjetivo que son las "Franjas de Mach" y por lo cual no existe una ley física que lo describa. El análisis detallado de la variación de la intensidad luminosa de dichas franjas, permite el extraer ciertas características del objeto percibido, en cuanto a su forma.

De la variación de la luminosidad de las franjas en varias figuras geométricas, oscuras sobre fondo blanco se pueden extraer ciertas características esenciales de las mismas, como la ubicación de los vértices para el caso de polígonos y las regiones cóncavas y convexas en figuras irregulares. Dependiendo de los valores de la intensidad luminosa de las franjas, se observa que tan pronunciada es la concavidad y convexidad en dichas regiones de la figura.

No solamente se analizaron las franjas en figuras geométricas, sino también en ciertas ilusiones para constatar si son debidas a los efectos que produce la inhibición lateral, en la visión.

Para esta simulación se utilizó una microcomputadora Cromemco con un sistema para digitalización de imágenes, en la cual se realizaron los programas para digitalizar imágenes y el de la inhibición lateral. Posteriormente los resultados se trasladaron a una microcomputadora PC Corona, en la que se implementó un programa para graficar las franjas en una impresora.

Tomando en cuenta los resultados obtenidos de esta red neuronal artificial, es posible emplearla para realizar cierto tipo de reconocimiento de formas para ser utilizada en visión robótica.

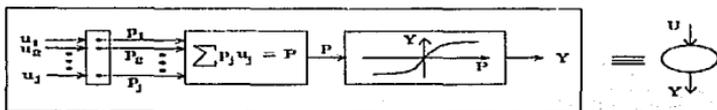


Figura 1. Componentes de una neurona artificial.

## CAPITULO I

## ORIGEN DE LAS FRANJAS DE MACH.

## 1.- LAS FRANJAS DE MACH.

En sus primeros años de investigador, Mach realizó estudios sobre la percepción visual, diseñando experimentos y el único equipo óptico que requirió, fueron sus ojos.

Para determinar los efectos visuales en campos combinados o yuxtapuestos con diferentes intensidades luminosas, Mach en un principio utilizó discos los cuales tienen un sector claro y otro oscuro como el que se muestra en la figura 1 y que al ser rotados, los dos sectores se combinan visualmente. Si la velocidad de rotación del disco es grande, no se distingue cada sector, observándose solo una intensidad luminosa en todo el disco. Entre mayor es la relación del sector claro al oscuro, la luminosidad observada tiende a la luminosidad del sector claro. Si la relación es inversa la luminosidad observada tiende a la del sector oscuro, al estar girando el disco.

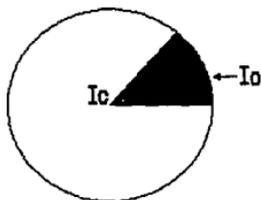


Figura 1.  $I_c$  luminosidad del sector claro.  
 $I_o$  luminosidad del sector oscuro.

Dicho fenómeno ya era conocido en el tiempo de Mach, existiendo la ley de Talbot-Plateau con la cual se obtiene la luminosidad resultante observada cuando el disco se encuentra girando y la cual establece: "La luminosidad constante aparente, de una sucesión de destellos de pequeña duración, con una frecuencia mayor a la frecuencia de fusión, es el valor medio ( $I_m$ ) de la iluminación real, tomada durante un periodo de tiempo."

La expresión matemática de dicha ley esta dada por

$$I_m = \frac{1}{T} \int_0^T I dt$$

Donde  $I_m$  es la luminosidad promedio,  $I$  la luminosidad real y  $T$  el periodo. Dicha ley es muy exacta, siempre que la frecuencia de los destellos sea mayor a la frecuencia de fusión. De acuerdo con esta ley, la luminosidad resultante en dos discos que son rotados con una frecuencia mayor a la de fusión, es como la mostrada en la figura 2.

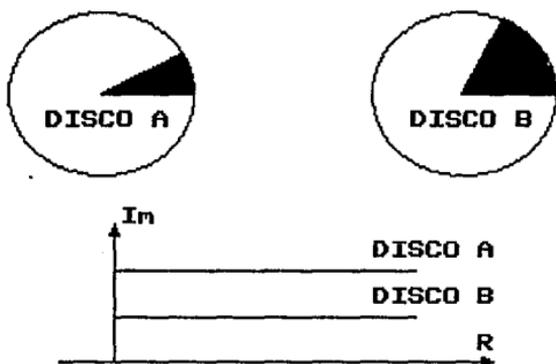


Figura 2. Luminosidad promedio de dos discos al ser girados a una frecuencia mayor a la de fusión.  $R$  es el radio del disco.

Mach experimentó posteriormente, cada vez con discos mas complejos, en donde el sector oscuro es una combinación de los sectores oscuros de los discos que se muestran en la figura 2, en donde la región interior del sector oscuro es igual a la del disco "A" y la externa a la del disco "B", con una región intermedia que los une gradualmente. Figura 3.

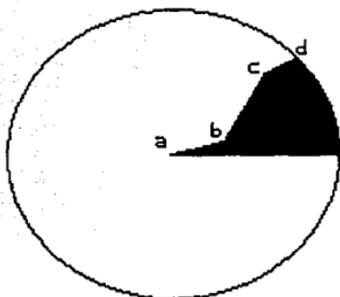


Figura 3. Disco combinado de Mach.

Suponiendo válida, para este caso la ley de Talbot-Plateu, la luminosidad observada al girar el disco debería ser uniformemente clara entre el punto "a" y "b", un gris oscuro entre "c" y "d" y se oscurece gradualmente entre "b" y "c" tal como se muestra en la figura 4.

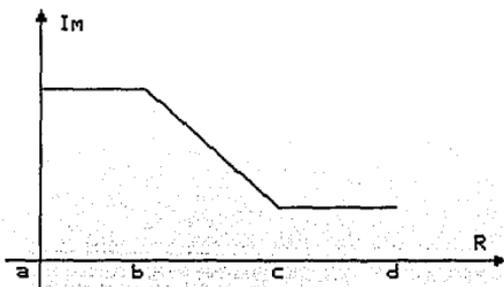


Figura 4. Luminosidad promedio de un disco combinado, aplicando la ley de Talbot-Plateu.

Mach observó un anillo brillante en punto "b" y otro oscuro en el punto "c". Al aplicar la ley de Talbot-Plateau, la intensidad luminosa en esos puntos debería tener un valor intermedio entre el de las regiones el cual es colindante. No obstante, el anillo observado en el punto "b" es más brillante que la región uniformemente clara y el anillo en el punto "c" es más oscuro que la región uniformemente oscura. La intensidad luminosa no se puede calcular por medio de la ley de Talbot-Plateau. Dichos anillos o franjas son conocidos como las "Franjas de Mach."

Mach demostró la generalidad de dicho fenómeno visual, implementando una gran variedad de experimentos con discos y cilindros con sectores claros y oscuros, encontrando un principio que es común, para cualquier tipo de distribución espacial de iluminación en que dicho fenómeno es observable, planteando el postulado:

"Donde quiera en que la curva de la intensidad luminosa en una superficie iluminada, tenga una flexión ya sea cóncava o convexa con respecto a su abscisa, esta región es más brillante u oscura en relación con sus alrededores."

En otras palabras, la localización y magnitud de la intensidad luminosa de las franjas de Mach, están dadas por la ubicación del máximo y del mínimo al aplicar la segunda derivada a la curva de la intensidad luminosa. Figura 5.

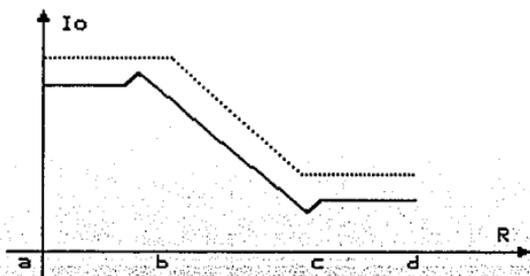


Figura 5. Luminosidad observada de un disco combinado, (línea continua). La línea punteada es la luminosidad calculada con la ley de Talbot-Plateau.

Las franjas de Mach son perceptibles bajo ciertas condiciones, una vez conocido el principio básico de las cuales dependen. Se observan más fácilmente cuando la diferencia de luminosidad entre dos áreas adyacentes es grande, una con respecto a la otra, es decir cuando existen contrastes fuertes entre dos áreas contiguas.

Mach realizó experimentos proyectando sombras de objetos iluminados, con luz fluorescente sobre superficies uniformes, obteniendo el mismo tipo de resultados a los obtenidos con discos y cilindros. Debido a que este fenómeno no es explicable por medio de una ley física, Mach concluyó que este era causado por nuestro sistema visual y por lo tanto se trataba de un "fenómeno subjetivo."

La marcada dependencia de dichas franjas con la distribución espacial de la luminosidad, llevó a Mach a suponer que dicho fenómeno era originado por la interdependencia funcional existente entre los elementos que componen la retina, siendo dicha interdependencia, una influencia inhibitoria, proporcional a la excitación que cada elemento recibe y que disminuye gradualmente según se propaga lateralmente, en la red neuronal que constituye la retina. El efecto de dicha inhibición es entre otras cosas, el acentuar la apariencia de los bordes y contornos entre dos superficies adyacentes, con diferente distribución espacial de iluminación.

Todas las conclusiones y teorías desarrolladas por Mach sobre este fenómeno, son muy sorprendentes debido al escaso conocimiento existente en esa época sobre la visión, siendo no entendidas ni aceptadas por una gran mayoría de científicos de esos tiempos.

## 2.- ANALISIS DE LAS VARIABLES QUE INTERVIENEN EN LA PERCEPCION DE LAS FRANJAS DE MACH, POR MEDIO DE EXPERIMENTOS PSICOLOGICOS.

A partir de los resultados obtenidos por Mach, posteriormente se han realizado una serie de experimentos psicológicos con el fin de evaluar ciertas variables fundamentales, que intervienen en la percepción visual de las "Franjas de Mach."

En 1955 Fiorentini y Radicci utilizaron un patrón de iluminación en el cual se tiene una región uniformemente brillante (Ia), otra uniformemente oscura (Ib) y una región de transición entre las dos, en la cual la intensidad luminosa disminuye gradualmente de la región brillante a la oscura. Figura 6.

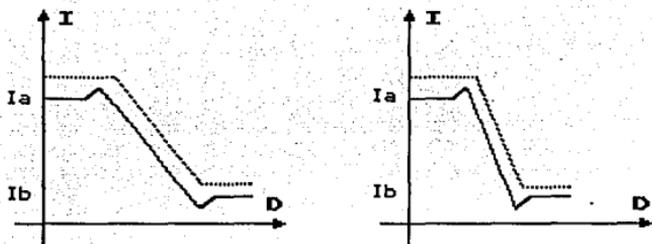


Figura 6. Patrón de iluminación empleado por Fiorentini y Radicci, (línea punteada). La línea continua muestra la iluminación observada.

El experimento consistió en analizar los efectos que se producen al variar la pendiente de la región de transición, manteniendo constantes el valor de  $I_a$  e  $I_b$ . Al aumentar la pendiente, hasta que la curva de iluminación tiene la forma de un escalón, se observa que la franja brillante es más angosta y cada vez más brillante.

Por lo que se refiere a la banda oscura, al aumentar la pendiente, es cada vez más oscura y no se nota variación en su ancho. Es más fácilmente observable la banda oscura que la brillante ya que porcentualmente en relación con la región uniforme correspondiente, la variación de la intensidad de la banda oscura es más significativa que la de la brillante.

Al disminuir la pendiente la franja brillante es cada vez más ancha y disminuye su brillantez hasta confundirse con la región uniformemente clara, por lo tanto ya no es visible. Para este mismo caso, la banda oscura es cada vez menos oscura hasta el punto donde no es observable. Generalmente las dos bandas dejan de ser visibles simultáneamente, siendo normalmente, la banda brillante más ancha que la oscura.

McCoullough empleando un patrón de iluminación semejante al utilizado por Fiorentini y Radicci, observó resultados similares a los antes descritos. Estos resultados tienen ciertas variaciones dependiendo de los individuos que realizan las observaciones, pero en general los resultados coinciden en lo fundamental.

Hartwig en 1958, encontró que al ir aumentando la luminosidad de la región uniformemente brillante, conservando sin alteración tanto la pendiente de la región de transición como el valor de la región uniformemente oscura, la intensidad de la banda brillante aumentaba. No realizó observaciones sobre el efecto que estas variaciones causaban sobre la banda oscura.

Ercoles y Fiorentini estudiaron el límite de visibilidad de las franjas, como función de la iluminación ambiental. Para ello, mantuvieron fijas tanto la intensidad luminosa de la región uniformemente clara como la de la oscura, fijando el valor de la pendiente de la región de transición de tal forma que las bandas sean visibles. Al aumentar la iluminación ambiental las bandas desaparecen y se requiere aumentar el valor de la pendiente de la región de transición, hasta hacerlas visibles otra vez. Si se disminuye la iluminación ambiental, las franjas se distinguen cada vez más, hasta que la iluminación ambiental es pequeña y no se puede ver nada. De los resultados obtenidos por medio de experimentos psicológicos antes descritos, se da uno cuenta que la visibilidad de las franjas dependen del contraste que existe entre la región uniformemente clara y oscura, del valor de la pendiente en la región de transición y por último de la intensidad de la iluminación ambiental.

### 3.- RESULTADOS OBTENIDOS EN INVESTIGACIONES FISIOLÓGICAS.

Se han realizado diferentes experimentos fisiológicos en ojos de diferentes especies de animales, efectuándose registros en diferentes partes de los mismos y en los cuales se ha demostrado la existencia de la inhibición lateral.

Uno de los primeros experimentos fisiológicos sobre los efectos de la inhibición lateral, fue el realizado por H.K. Hartline, premio Nobel en 1967, F. Ratliff y W.H. Miller y el cual fue base para investigaciones que se realizaron posteriormente.

Ellos, utilizaron el ojo del "Limulus" para llevar a cabo sus experimentos, ya que este es menos complejo que el de los vertebrados y se pueden más fácilmente realizar en él, mediciones y así observar los efectos de la interacción neuronal.

El ojo del límulus se compone de aproximadamente mil ommatidia, pequeños ojos, y que actúa cada una de ellas, como unidades receptoras y de cada una salen fibras nerviosas que a su vez constituyen el nervio óptico. Existe además un tejido de fibras nerviosas o plexus lateral que interconecta las fibras nerviosas que salen de cada ommatidium. En el límulus, la actividad en cada ommatidium es afectada, en cierto grado, por la actividad de las ommatidia que la rodean, la respuesta de una ommatidium en particular, es disminuida por efectos inhibitorios producidos por sus vecinas, cuando estas son excitadas. Esta inhibición se efectúa a través de las fibras nerviosas que constituyen el plexus lateral. La inhibición lateral se realiza por medio de contactos sin pticos entre las fibras nerviosas que constituyen el plexus lateral.

Cuando dos ommatidia adjuntas, son excitadas al mismo tiempo y por la misma intensidad luminosa, la magnitud de la inhibición que ejerce una sobre la otra solo depende de la respuesta de cada ommatidium. Entre más lejanas se encuentren las ommatidia una de la otra, el efecto que produce la mutua inhibición tiende a disminuir. Al ser excitadas varias ommatidia al mismo tiempo, el efecto inhibitorio sobre cada una de ellas, esta dado por la suma de los efectos inhibitorios producidos por sus vecinas, dentro de una vecindad limitada.

Al ser una región retinal, fuertemente iluminada, esta ejerce una fuerte inhibición sobre las regiones menos iluminadas. Como en cada región retinal, por lo general inciden diferentes intensidades de luz, esto da como resultado que la actividad neuronal varíe en cada región.

Otro experimento que realizaron, consistió en iluminar el ojo del límulus, con un patrón luminoso en forma de un escalón. Primero cubrieron el ojo del límulus, dejando una ventana la cual se desplazó lateralmente a través de la retina. En cada posición se midió la respuesta, en la fibra nerviosa de la ommatidium asociada con el receptor excitado. Esto dió como resultado que al graficar la respuesta de cada una de las ommatidia, la curva obtenida es muy similar a la del patrón luminoso con el cual se excitó al ojo. Figura 7

Posteriormente, se descubrió el ojo de tal forma que todos los receptores fuesen excitados por el patrón luminoso empleado en el experimento antes descrito y también se registró la respuesta en cada una de las ommatidia.

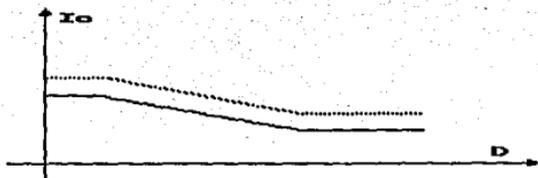


Figura 7. Respuesta al excitar el ojo del límulus con un patrón luminoso en forma de escalón, existiendo una ventana solamente.

En este caso, la frecuencia de la descarga aumenta en la vecindad donde finaliza la región uniformemente brillante y disminuye en donde empieza la región uniformemente oscura. Figura 8.

Esto es de esperarse, ya que las ommatidia que se encuentran en la región uniformemente brillante y próximas en donde se encuentra el escalón del patrón luminoso, tienen como vecinas ommatidia situadas en la región uniformemente oscura y estas ejercen efectos inhibitorios débiles sobre las ommatidia ubicadas, próximas al escalón, en la región brillante, siendo su respuesta más fuerte que el de las ommatidia que se encuentran en la región uniformemente brillante, lejanas al escalón. Para el caso de las ommatidia que se encuentran en la región uniformemente oscura y próximas al escalón, son fuertemente inhibidas por sus vecinas que se encuentran en la región uniformemente brillante y por lo tanto su respuesta es más débil que las ommatidia que están en la región uniformemente oscura, pero lejanas al escalón del patrón de iluminación.

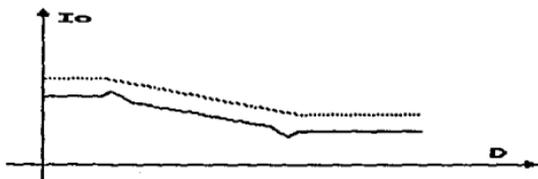


Figura 8. La curva punteada muestra el patrón luminoso original; la línea continua la respuesta cuando el ojo está totalmente descubierto.

De los resultados en los experimentos antes descritos, se observan efectos de la inhibición lateral, solo existen cuando el ojo del estímulo está totalmente descubierto. En el primer caso no hay efectos inhibitorios por tenerlo parcialmente cubierto.

Wagner, MacNichols y Wolbart al realizar registros en una célula ganglionar de ojo del pez dorado, encontraron que se excitaba con ciertos colores y se inhibía con otros. La región del rojo es excitatoria y la del azul inhibitoria. Estos resultados coincidieron con los obtenidos por Kennedy cuando realizó registros en el ojo de la "Spicula".

Se han realizado muchos experimentos fisiológicos, en diferentes ojos de animales, comprobándose la existencia de la inhibición lateral, en la mayoría de ellos se han empleado iluminación puntual o patrones luminosos tales como los empleados por Hartline.

Los resultados tanto en experimentos psicológicos como fisiológicos me han dado la pauta sobre los efectos de la inhibición lateral en la visión y partiendo de estos, realicé una simulación, de la inhibición lateral por medio de computadora. Analicé en diversas figuras geométricas, las transformaciones que efectúa, Únicamente, la inhibición lateral y la variación de la intensidad luminosa en las franjas de Mach.

## CAPITULO II

## MODELOS MATEMATICOS DE LA INHIBICION LATERAL EN LA RETINA.

Desde el descubrimiento de las "Franjas de Mach", se han propuesto una serie de explicaciones acerca de su causa, generalmente se han expresado en forma de modelos matemáticos de redes neuronales, como función de influencias excitatorias e inhibitorias, opuestas.

Los primeros modelos matemáticos, como el de Mach, se basaron en evidencias indirectas, obtenidas en experimentos psicológicos, posteriormente y basándose en los resultados obtenidos en experimentos electrofisiológicos se han formulado nuevos modelos que describen ciertas propiedades de las redes neuronales de la retina.

En general, todos los modelos tienen en común el proceso fundamental, consistente en una inhibición recíproca entre los elementos que constituyen la red neuronal. En lo que difieren es de lo que depende la inhibición, en unos modelos se asume que esta depende del estímulo y en otros de la respuesta neuronal.

## 1.- MODELOS EN QUE LA INHIBICION LATERAL DEPENDE DEL ESTIMULO.

Uno de los primeros modelos matemáticos, basado en los resultados fisiológicos, sobre la inhibición lateral en la retina, es el de Huggins y Licklider los cuales se basaron en sugerencias hechas por Bekesy. En este modelo se utilizó el principio enunciado por Mach, en el cual se postula que la posición e intensidad de las franjas se obtienen a partir de la segunda derivada de la curva de la intensidad luminosa. Este modelo se basó en las investigaciones y modelos realizados por Bekesy, sobre las influencias inhibitorias que existen en el tacto y oído.

Bekesy llamó la combinación de influencias excitatorias e inhibitorias, actuando como un todo, "Unidad Neuronal". Dependiendo de como se define el operador que representa matemáticamente, dicha unidad neuronal, los modelos pueden describir ciertas propiedades de diferentes redes neuronales. Aplicando este principio Huggins y Licklider realizaron un modelo de la inhibición lateral en la retina, en el cual solamente se obtiene la posición de las franjas pero no su intensidad y de ahí su poco interés.

El segundo modelo matemático sobre la inhibición que trataré es el de Mach, aunque históricamente es el primero. Debido a que en aquella época no era posible el realizar experimentos electrofisiológicos en la retina, Mach se basó en evidencias indirectas lo cual lo llevó a establecer que el fenómeno que había descubierto, solo era posible debido a una acción recíproca inhibitoria entre los elementos que constituyen la retina, dentro de una vecindad limitada.

Mach expresó esta acción en varias formas matemáticas y solo trataré aquella que es más congruente con la evidencia fisiológica actual. Tomemos dos receptores de la retina, "J" y "P" los cuales tienen un área "A" y se encuentran en interacción recíproca, la cual está determinada por la función  $E(X_{jp})$  en donde  $X_{jp}$  es la distancia que los separa. Del fenómeno es evidente que entre más cercanos se encuentren los receptores uno del otro es mayor la interacción que se ejerce entre ellos. Mach asumió, que la magnitud de la interacción recíproca o sea la inhibición lateral expresada por  $E(X_{jp})$  debería disminuir al aumentar la distancia entre los fotoreceptores de una forma parecida a la que se muestra en la figura 1.

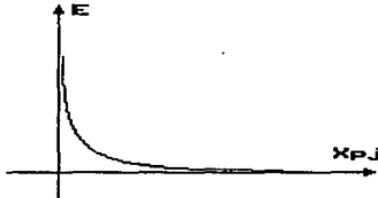


Figura 1. Disminución de la inhibición lateral con la distancia.

La respuesta  $R_p$  del fotoreceptor "P" iluminado con una intensidad  $I_p$  está dada por:

$$R_p = I_p \times \frac{\sum_j E(X_{pj}) \times A_j}{\sum_j I_j \times E(X_{pj}) \times A_j}$$

Donde  $I_j$  es la intensidad luminosa que recibe el receptor "J". Para el caso en donde  $I_p = I_j$ , es decir la iluminación es uniforme y del mismo valor en cada uno de los receptores que la red, tenemos que tanto el numerador y el denominador de la ecuación son iguales y por lo tanto la respuesta de cada uno de los receptores es la misma e igual a  $I_p$ .

La respuesta de cualquier elemento en particular, está determinada por el producto de la intensidad que cada uno recibe por una fracción, en donde el numerador corresponde a la influencia excitatoria y el denominador a la inhibitoria. Si se supone que  $E(X_{jp})$  es la misma para todos los elementos de la red se puede definir:

$$H = \sum_j E(X_{jp}) \times A_j$$

donde H es el coeficiente excitatorio.

Por lo que se refiere a la influencia inhibitoria, la intensidad  $I_j$ , en general, es diferente para cada uno de los receptores de la red, siendo  $E(X_{jp})$  el mismo para todos los elementos, por tal motivo se puede definir un coeficiente inhibitorio  $K_{pj}$ , el cual representa la inhibición que ejerce el elemento "J" sobre "P" y el coeficiente inhibitorio está dado por:

$$K_{pj} = E(X_{pj}) \times A_j$$

La influencia inhibitoria total, ejercida sobre un cierto elemento "P", es la suma de todas las influencias inhibitorias que cada uno de sus vecinos "J", ejercen sobre él dentro de una vecindad limitada. Si se introduce tanto el coeficiente excitatorio como el inhibitorio la ecuación se reduce a:

$$R_p = I_p \frac{H \times I_p}{\sum_j K_{pj} \times I_j}$$

En resumen, la red neuronal descrita por el modelo matemático de Mach, se puede considerar como un conjunto de subredes en las cuales existe una región central excitatoria rodeada por una inhibitoria en donde los efectos inhibitorios, decrecen con la distancia. Tanto la magnitud de la excitación como el de la inhibición son proporcionales a la iluminación que incide sobre cada receptor.

## 2.- MODELOS DE LA INHIBICION LATERAL DEPENDIENTES DE LA RESPUESTA NEURONAL.

El primer modelo que trataré es el de Hartline y Ratliff, el cual es una descripción de las propiedades generales de la red neuronal del ojo del "Límulus". A diferencia de otros modelos este es empírico y no ilativo, es decir que todos los términos que integran su expresión matemática se basan en los resultados obtenidos en experimentos electrofisiológicos en una retina real y ninguna de sus funciones son hipotéticas ni sus constantes arbitrarias.

El ojo del Límulus tiene características muy favorables para realizar un análisis cuantitativo de las propiedades de la red neuronal que lo constituyen, por lo que se refiere influencias inhibitorias. Dicho ojo tiene un número pequeño de elementos que interaccionan entre sí. Existe una red tridimensional o "Plexus" de interconexiones que son las que constituyen la retina. La interacción que se realiza en el plexus es exclusivamente inhibitoria por lo tanto las influencias excitatorias y las inhibitorias son observables directamente.

El ojo del límulus, esta compuesto de aproximadamente mil ommatidia o "pequeños ojos" y de cada una de ellas actúa como una unidad receptora. Las fibras nerviosas que salen de las ommatidia, forman pequeños atados, los cuales al unirse forman uno mas grande, el cual constituye el nervio óptico. Midiendo la actividad en diferentes puntos a lo largo del nervio óptico es posible analizar las propiedades de dicha red. Figura 2.

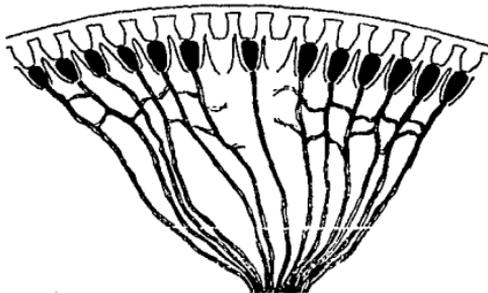


Figura 2. Esquema simplificado del ojo del Límulus.

Por medio de una técnica de microdissección desarrollada por Adrian y Bank, es posible separar las fibras nerviosas que constituyen el nervio óptico y colocar microelectrodos para registrar su actividad eléctrica.

Un estímulo débil produce bajas frecuencias con un periodo latente inicial largo, un estímulo fuerte causa frecuencias altas con un periodo latente corto. Si se ilumina, además, una ommatidium vecina se produce una respuesta similar a la antes mencionada pero acompañada de un efecto inhibitorio, en la respuesta que se obtiene de la ommatidium bajo observación. Las influencias inhibitorias se ejercen mutuamente entre las ommatidia, de tal forma que cada una inhibe y a su vez es inhibida por sus vecinas.

A diferencia de otros modelos, la magnitud de la inhibición que se ejerce sobre cada ommatidium en particular, depende de la respuesta del vecino y no del estímulo recibido. En términos fisiológicos, se dice que la inhibición es recurrente y tanto las influencias excitatorias como inhibitorias actúan simultáneamente, por lo tanto la descripción matemática del modelo que describe esta red nerviosa, debe ser mediante ecuaciones simultáneas.

Consideremos solamente dos ommatidia y a las cuales me referiré como receptores, la magnitud de la inhibición ejercida sobre cada una de ellas depende en forma aproximadamente lineal de la respuesta de su vecino, una vez que se ha sobrepasado cierta frecuencia de umbral. Por lo tanto, la actividad en cada receptor depende de los efectos inhibitorios que su vecino ejerce sobre él. Esto se puede expresar por medio de dos ecuaciones simultáneas.

$$R_1 = E_1 - K_{12}(R_2 - R_{o12})$$

$$R_2 = E_2 - K_{21}(R_1 - R_{o21})$$

La respuesta R en cada receptor, medida en espigas por segundo, depende de la intensidad de la excitación E y disminuye por las influencias inhibitorias que actúan sobre él, como resultado de la actividad de su vecino. Para que un receptor inhiba su respuesta debe ser mayor a una cierta respuesta de umbral  $R_o$ . Tanto el índice de la respuesta de umbral como el coeficiente inhibitorio K determinan la dirección de la acción,  $R_{o12}$  es la respuesta de umbral para que el receptor dos, empiece a inhibir al uno, de la misma forma,  $K_{12}$  es el coeficiente inhibitorio el cual representa la acción inhibitoria del receptor dos, sobre el uno. Lo mismo se puede decir para  $R_{o21}$  y  $K_{21}$ .

Se ha demostrado que los efectos inhibitorios en dos grupos de receptores, que se encuentran alejados uno del otro, de tal forma que no interactúan entre sí, la interacción simultánea que ejercen dichos grupos se realiza a una distancia intermedia y es la suma de las interacciones. Consecuentemente, la respuesta del "n" receptor que está en mutua interacción, se puede expresar matemáticamente, mediante un conjunto de "n" ecuaciones lineales simultáneas, cada una de ellas con n-1 términos inhibitorios.

$$R_p = E_p - \sum_{j=1}^n K_{pj} (R_j - R_{opj})$$

Donde p=1,2,3,.....,n

El término p=j se omite, es decir la autoinhibición se excluye en este tratamiento. Como no existen respuestas negativas, ( $R_j - R_{opj}$ ) no debe ser negativo y por lo tanto  $R_j > R_{opj}$ . Los efectos inhibitorios disminuyen con la distancia a la que se encuentran los receptores uno del otro, esto depende tanto de la respuesta de umbral como del coeficiente inhibitorio  $K_{pj}$ . En esta red neuronal deben presentarse efectos como las "Franjas de Mach". Como no se puede realizar el registro de la respuesta, en cada una de las fibras nerviosas que salen de cada ommatidium, no es posible obtener la imagen retinal completa, percibida por el ojo. En general, las propiedades observadas en la red neuronal que forma el ojo del limulus es similar a las de varias redes neuronales tanto reales como hipotéticas, en las cuales un estímulo en cualquier elemento dentro del mosaico de receptores produce influencias excitatorias locales, rodeadas por efectos inhibitorios aditivos, los cuales disminuyen con la distancia. Sin embargo existen ciertas diferencias importantes en la forma en que se ejerce la inhibición en cada una de las ommatidia, ya que esta depende de su respuesta y además existe cierta frecuencia de umbral bajo la cual no hay inhibición.

El segundo modelo a consideración, es el realizado por Taylor, el cual está basado en los resultados obtenidos en experimentos fisiológicos efectuados en células ganglionares de la retina del ojo del gato. Taylor observó la descarga de pulsos de la célula ganglionar, al ser iluminado el ojo. De los resultados obtenidos en los experimentos, propuso un modelo matemático en el cual existe una región central excitatoria rodeada por una inhibitoria.

Taylor propuso que la respuesta de cada región, está dada por:

$$R_p = E_p + \sum_{j=1}^n K_{pj} \times R_j$$

$R_p$  está medida en espigas por segundo,  $E_p$  es excitación de la región "P",  $K_{pj}$  es el coeficiente inhibitorio y  $R_j$  la respuesta de la región "J". Taylor propuso que el signo de  $K_{pj}$  debería variar de acuerdo con la intensidad de la iluminación. Para bajas intensidades es positivo, al ir aumentando disminuye hasta llegar a ser cero y para altas intensidades luminosas  $K_{pj}$  es negativo. Por lo tanto dicha ecuación es parcialmente lineal dentro de un cierto rango de intensidades luminosas y no es lineal si se toma todo el rango. Hay que hacer notar que el modelo es recurrente y solo válido para condiciones estacionarias.

En resumen, las características fundamentales de este modelo son similares al de la mayoría de los modelos que describen efectos inhibitorios en este campo, tal como la existencia de una región central rodeada por una región inhibitoria y que los efectos de esta, disminuyen con la distancia. Este modelo al igual que el de Hartline es recurrente pero difiere en que el coeficiente inhibitorio puede cambiar de signo dependiendo del valor de la intensidad luminosa.

El modelo utilizado en esta tesis describe las propiedades generales de una red neuronal con una región central excitatoria rodeada por una región inhibitoria en la cual los efectos inhibitorios disminuyen con la distancia. Como con este modelo se propone reproducir visualmente las "Franjas de Mach" y es similar al propuesto por Taylor. De hecho este modelo esta simplificado, ya que solo se toman en cuenta los efectos de la inhibición lateral y no se consideran otras operaciones que se realizan en la retina simultáneamente con la inhibición. Además se supone que los receptores se encuentran uniformemente distribuidos en la retina, cosa que no se apega con la realidad. También que la excitación es simultánea en todos los receptores lo cual solo es justificable cuando se toma solo una región de la retina. Por último, que la retina está compuesta de una sola capa neuronal, siendo esto cierto solamente para algunos organismos simples. Esto último se extendió, cuando se aplicó sucesivamente la inhibición lateral, a los resultados obtenidos previamente, este método iterativo es equivalente en sus efectos, al proceso de inhibición recurrente establecido en los dos modelos antes mencionados.

Este modelo es funcional y no estructural en donde la respuesta  $R_i$ , en cada elemento, es la diferencia entre dos términos, el primero es la excitación luminosa que recibe el receptor y el segundo la influencia inhibitoria la cual es la suma de todos los efectos inhibitorios que producen los elementos vecinos, localizados dentro de una región acotada, sobre un cierto elemento. El efecto inhibitorio que cada elemento produce sobre su vecino está dado por la excitación luminosa en cada elemento vecino, dividida entre un coeficiente inhibitorio  $CI_j$  el cual decrece con la distancia.

La diferencia entre la excitación luminosa percibida por el elemento "i", de la red neuronal, menos las influencias inhibitorias ejercidas sobre él por sus vecinos es calculada por un programa de computadora, el listado se encuentra en el apéndice 1 de esta tesis. La respuesta  $R_i$  está dada por:

$$R_i = E_i - \text{INT} \sum_j (E_j \times CI_j)$$

$E_i$  es la excitación luminosa que recibe el elemento "i", de la red neuronal, el cual es inhibido por sus vecinos próximos,  $E_j$  es la excitación en cada uno de los elementos de la red neuronal que ejercen efectos inhibitorios sobre el elemento "i" y  $CI_j$  un coeficiente inhibitorio, el cual a su vez esta definido como:

$$CI_j = (E_2/E_1) \times \text{EXP}(-1.3 \times D_j)$$

$E_1$  es la excitación luminosa de la región uniformemente clara y  $E_2$  la de la oscura,  $D_j$  la distancia a la que se encuentra el vecino, que ejerce efectos inhibitorios sobre un elemento de la red.

En el siguiente capítulo se explica en detalle el tipo de criterios que se emplearon para establecer el número máximo de vecinos que ejercen efectos inhibitorios.

No se pretende que este sea un modelo general de la inhibición lateral en la retina, es necesario extenderlo si se desea analizar los problemas relacionados con la percepción de color y movimiento. De los resultados obtenidos en esta simulación, me he dado cuenta que ciertas restricciones impuestas a este modelo tienen que ser refinadas tal como el emplear una función de umbral en vez de tomar solo la parte entera del término inhibitorio de dicha ecuación.

## CAPITULO III

## RESULTADOS DE LA SIMULACION DE LA INHIBICION LATERAL EN FIGURAS GEOMETRICAS.

## 1.- DIGITALIZACION DE IMAGENES.

Una vez que se verificó que el programa opera correctamente, los datos se obtuvieron, digitalizando figuras geométricas oscuras sobre fondo claro. El sistema de digitalización consta de una cámara de televisión para blanco y negro y una tarjeta digitalizadora conectada a la computadora. Dicho programa consta de dos partes y cada una de ellas cuenta con un "menú" para seleccionar lo que se desea realizar. El primer menú cuenta con cinco opciones, las primeras cuatro son para escoger la forma en la cual se desea digitalizar la imagen y la quinta para terminar la sesión. Con el segundo menú, una vez que se digitalizó la imagen, se pueden escoger tres opciones ya sea imprimir los datos, almacenarlos en un disco o regresar al primer menú.

El primer menú tiene las siguientes opciones:

- 1.- 128 x 128 pixeles de 4 bytes.
- 2.- 64 x 64 pixeles de 4 bytes.
- 3.- 128 x 128 pixeles de 6 bytes.
- 4.- 64 x 64 pixeles de 6 bytes.
- 5.- Terminar la sesión.

En la primera opción se obtiene una matriz de 128 por 128 datos con 16 niveles de gris, en la segunda de 64 por 64 datos con 16 niveles de gris en la tercera y cuarta opción se tiene el mismo número de datos que en la primera y la segunda opción respectivamente, pero con 32 niveles de gris. El segundo menú tiene las siguientes opciones:

- 1.- Imprimir los datos.
- 2.- Almacenar los datos en disco.
- 3.- Regresar al menú principal.

La tercera opción de este menú es para el caso en que la digitalización no sea satisfactoria y se regrese al menú principal para realizar otra, si esta es adecuada se almacenan los datos y se regresa al menú principal para con la opción cinco de este terminar la sesión.

Aunque con esta tarjeta digitalizadora se pueden obtener hasta 128 por 128 datos y 32 niveles de gris, no se utilizó. En una experiencia previa, en la cual digitalicé, con otro equipo una imagen empleando las características mencionadas, la imagen obtenida, en esta forma, tiene en la región de transición entre la zona uniformemente clara y oscura muchos valores y con poca variación. Esto es equivalente a decir que la pendiente de la recta que une las dos regiones uniformes es pequeña y al aplicar la inhibición lateral a los datos obtenidos, los valores que tienen tanto para franja brillante como la oscura son aproximadamente iguales a la de la región uniformemente clara y oscura respectivamente, por lo tanto no son visibles las franjas. Este resultado concuerda con los obtenidos por Fiorentini y Radicci descritos en el capítulo I de esta tesis.

Tomando en cuenta lo antes mencionado, utilicé la opción número cuatro del primer menú, con la cual se obtienen imágenes de 64 x 64 puntos con 32 niveles de gris. Una vez digitalizada la imagen, me di cuenta que existen pequeñas variaciones en los valores obtenidos en la región uniformemente clara y en la oscura y decidí realizar un promedio de los valores de dichas regiones, para así obtener un solo valor para cada una de ellas. Para ello escribí un programa en el cual se suman todos los valores que corresponden a la región uniformemente clara y el resultado se divide entre el número de valores sumados, tomándose la parte entera de dicho valor. Este número se asigna a todos los puntos que se encuentran en esta región y este mismo procedimiento se realiza para la región uniformemente oscura.

Para la visualización tanto de la imagen original como la resultante, después de aplicar la inhibición lateral, utilicé un programa con el cual es posible desplegar imágenes por medio de una impresora de matriz de puntos. Normalmente este tipo de impresoras tienen una matriz para impresión que consta de 64 agujas lo cual permite imprimir hasta 64 puntos. Lo que efectúa dicho programa, es dado un valor entre 0 y 63, el número de agujas que imprimen es igual al valor dado en el programa. En dicho programa se pueden imprimir los 64 puntos o 32. En el último caso solamente se activan dos agujas en vez. Escogí esta opción debido a que se pueden distinguir más fácilmente las diferencias entre los tonos de gris. Para evitar que se observen simetrías en las imágenes, especialmente en regiones con la misma intensidad luminosa, para un mismo valor se activa el mismo número de agujas pero en diferente posición. Para ello el programa escoge al azar las agujas con las cuales va a imprimir.

## 2.- ANALISIS DE LOS EFECTOS DE Dm.

En la fórmula que se emplea para calcular la intensidad resultante y específicamente en el coeficiente inhibitorio se tiene la constante  $D_j$ , con la cual se limita la distancia máxima, a la cual se ejercen efectos inhibitorios, siendo esta la única constante que tenemos que definir en la fórmula para calcular la inhibición lateral. El coeficiente inhibitorio es:  $C_j I = (E_2/E_1) \times \text{EXP}(-1.3 \times D_j)$  donde  $D_j(\text{max}) = D_m$ .

El análisis consistió en tomar diversos valores de  $D_m$  y ver los efectos que se producen en la intensidad resultante y específicamente sobre la visibilidad de las bandas, tal como se muestra en la siguiente tabla:

Dm	L.F.B.	L.F.O.	L.R.U.B.	L.R.U.O.
2	189	23	180	32
3	184	20	172	32
4	179	17	164	32
5	174	14	156	32

L.F.B. (Luminosidad de la franja brillante.)

L.F.O. (Luminosidad de la franja oscura.)

L.R.U.B. (Luminosidad de la región uniformemente clara.)

E.R.U.O. (Luminosidad de la región uniformemente oscura.)

La siguiente tabla muestra en forma porcentual que tanto es más clara la franja brillante que su respectiva región uniformemente clara y cuanto más oscura es la banda oscura que su región uniformemente oscura, al variar los valores de  $D_m$ . Esto da una idea del contraste que existe entre las franjas y las regiones de luminosidad uniforme.

Dm	Banda Brillante	Banda Oscura
2	5%	28.12%
3	6.97%	37.5 %
4	9.16%	46.87%
5	11.53%	56.25%

Como se puede ver, conforme aumenta el valor de  $D_m$ , se pueden distinguir más fácilmente las franjas en especial la franja oscura.

### 3.- RESULTADOS DE LA INHIBICION LATERAL EN POLIGONOS REGULARES.

Analice las variaciones de la intensidad resultante de las franjas, de varios polígonos regulares oscuros sobre fondo claro. El valor original de la región uniformemente clara es de 104 y de 16 para la oscura y  $Dm=4$ . Figura 1.

El primer polígono que se digitalizó, fue un rectángulo, debido a que es una figura muy simple. Después de aplicar la inhibición lateral a los datos que se obtuvieron al digitalizar la imagen de dicha figura, observé que el contorno de la franja oscura es cerrado y de forma rectangular y el valor más pequeño de (1), estando localizados en los vértices y el valor más grande de (9) en la región intermedia de cada una de los lados que constituyen el contorno de dicha franja. El hecho que los mínimos más pronunciados de la franja oscura se localicen en los vértices, es debido a que el elemento situado en ese punto se encuentra rodeado por muchos vecinos,  $3/4$  partes, situados en la región uniformemente clara los cuales inhiben fuertemente a dicho elemento y sus vecinos ubicados en la región uniformemente oscura y los cuales ejercen efectos inhibitorios débiles son pocos,  $1/4$  parte, dando todo esto como resultado que dicho elemento sea el más fuertemente inhibido.

La banda brillante está constituida por toda la colección de puntos cuyos valores son los más grandes en la distribución de la intensidad resultante. Su forma, al igual que el de la banda oscura es rectangular pero no es cerrada, en la región de los vértices. Los valores en dicha franja varían entre 70 y 79. Figura 2 y 3.

Por lo que se refiere al valor de la intensidad resultante, en la región uniformemente clara disminuye a 60 mientras que para la uniformemente oscura permanece igual al de la distribución original siendo esta de 16.

Si se desea dibujar el contorno de la figura a partir del contorno de las franjas esto se puede realizar trazándolo a la mitad entre las dos franjas.

La segunda figura en analizar es un triángulo tal como el que se muestra en la figura 4. El valor que se obtiene para la región uniformemente clara es al igual que para el rectángulo de 104 y de 16 para la uniformemente oscura.

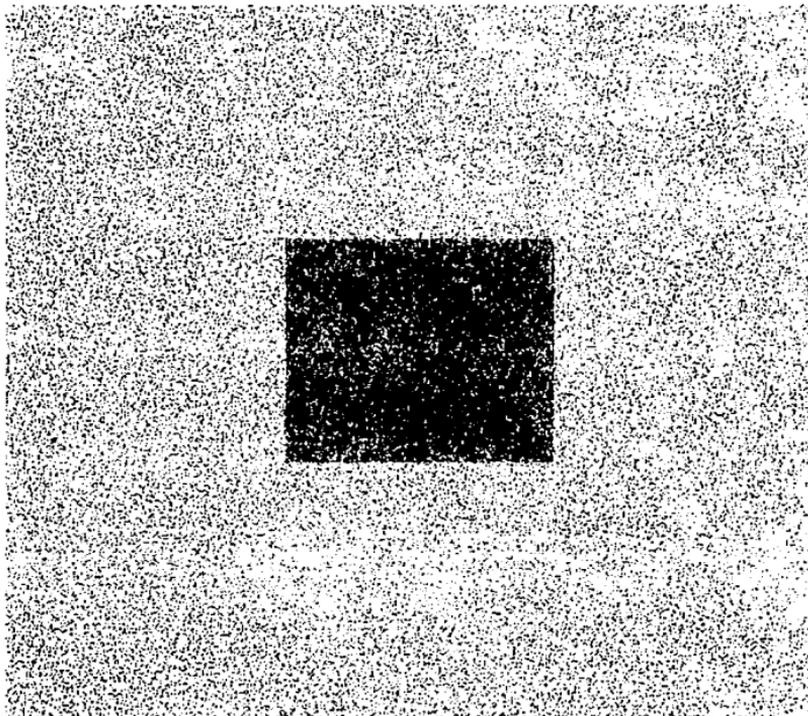


Figura 1. Figura original del rectángulo.

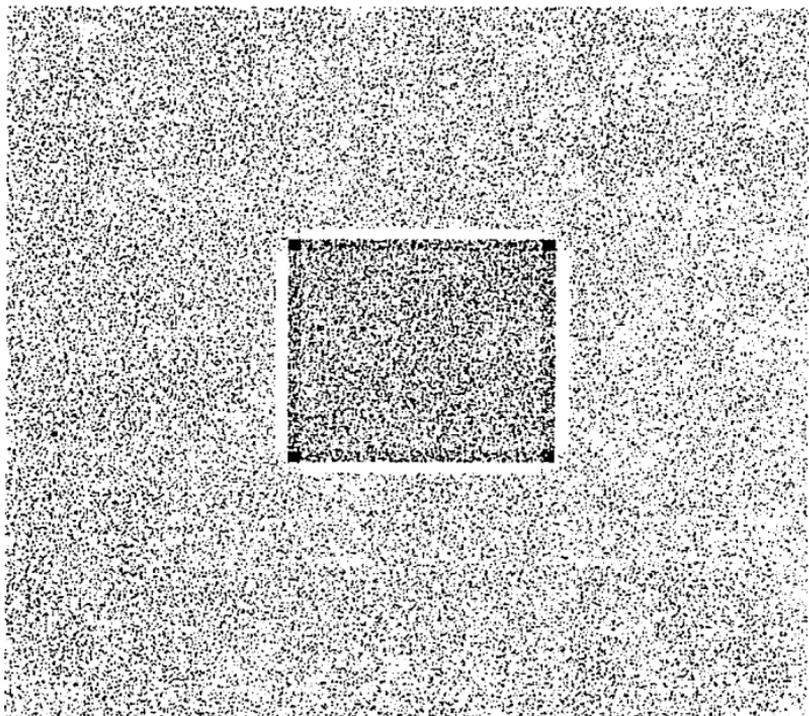


Figura 2. Franjas de Mach del rectángulo.

	70	71	72	73	73	73	73	73	73	73	72	71	70	
70	1	4	5	6	6	6	6	6	6	6	5	4	1	70
	71	3											3	71
72	6												6	73
73	7												7	73
73	8												8	73
73	8												8	73
73	9												9	73
73	9												9	73
73	9												9	73
73	8												8	73
73	8												8	73
73	7												7	73
72	6												6	72
71	3												3	71
70	1	4	5	6	6	6	6	6	6	6	5	4	1	
	70	71	73	73	73	73	73	73	73	73	73	71	70	

Figura 3. Valor numérico de las franjas del rectángulo.

Después de aplicar la inhibición lateral a los datos obtenidos, en la digitalización de la imagen del triángulo, se observa que al igual que en el rectángulo el contorno de la franja oscura tiene forma triangular y es cerrado. Los valores mínimos de la intensidad resultante de dicha franja se encuentran localizados en los vértices. La variación de la intensidad resultante para dicha franja oscila entre 1 y 8 siendo el valor de la región uniformemente oscura de 16.

Por lo que respecta a la franja brillante, los valores obtenidos varían entre 70 y 75, teniendo la región uniformemente clara un valor de 60. Los valores más grandes se localizan en la región intermedia de cada uno de los lados que constituyen el contorno de dicha franja es de forma triangular y abierto en los vértices tal como se muestra en las figura 5. La figura 4 muestra los valores numéricos de las franjas.

Analicé otros polígonos regulares, tales como el pentágono y hexágono obteniendo resultados similares a los obtenidos en el rectángulo y el triángulo. El contorno de la franja oscura es cerrado y de la misma forma que el de la figura. Los mínimos más pronunciados se encuentran localizados en los vértices y en relación con la franja brillante, también su contorno es similar al de la figura original pero abierto en los vértices y además que los máximos más pronunciados de la intensidad resultante se encuentran ubicados en la región intermedia de cada uno de los lados que constituyen el contorno de dicha franja.

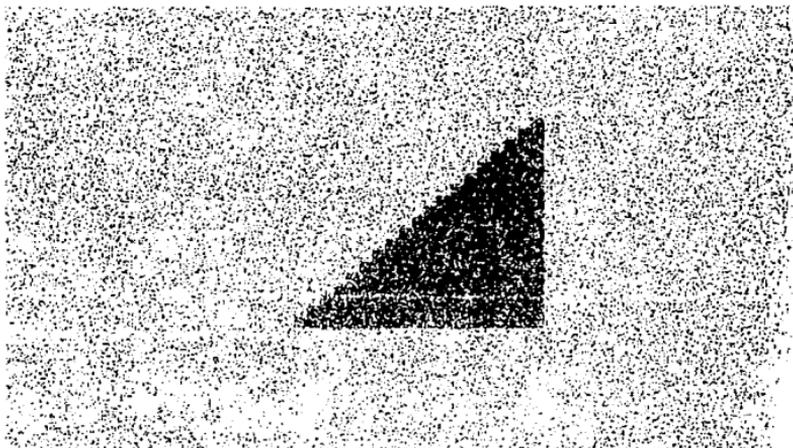


Figura 4. Triángulo original.



#### 4.- ANALISIS DE LA INTENSIDAD RESULTANTE DE LAS FRANJAS MACH EN FIGURAS IRREGULARES.

Una vez analizadas las franjas, en polígonos regulares como los antes descritos, en donde los cambios de pendiente son discretos y se efectúan en los vértices de las figuras, procedía evaluar las variaciones que tiene la intensidad resultante de las franjas en figuras irregulares como las que se muestran en las figuras 6, 8 y 10, en donde los cambios en la pendiente son continuos en las regiones curvas de las mismas.

Dos de estas figuras son simétricas, horizontal y verticalmente, la tercera solo es simétrica en relación a su eje horizontal.

El valor que se obtuvo de la distribución original de intensidades para la región uniformemente clara es de 104 y de 16 para la oscura. Después de aplicar la inhibición lateral, el valor de la intensidad resultante para esas regiones disminuyó en la uniformemente clara a 60 y la región oscura quedó con el mismo valor.

En la franja oscura, de todas las figuras irregulares, los valores más pequeños o mínimos de la misma están ubicados en las regiones convexas de la misma y su valor depende de que tan pronunciado es el cambio en la curvatura, entre más acentuado, más pequeño es el valor de la intensidad resultante de la franja oscura. La variación en la intensidad de esta franja oscila entre 1 y 9 en todas las figuras. En las regiones en donde el cambio de curvatura es pequeño o no existe, se localizan los valores más grande de la intensidad en dicha franja y su forma, en estas regiones, se aproxima a un segmento de recta. Mediante esta información podemos rápidamente darnos cuenta, cuales son las regiones más convexas de la figura. Figuras 7,9 y 11.

Con relación a la franja brillante, los valores más pronunciados de la intensidad resultante, se encuentran localizados en las regiones cóncavas de la figura y entre mayor sea la concavidad el valor de la luminosidad de la franja es más grande y oscila entre los valores de 70 y 83. Para aquellas regiones de la figura en donde el cambio de curvatura es pequeño o inexistente, las variaciones en el valor de la luminosidad de la franja brillante es pequeño.

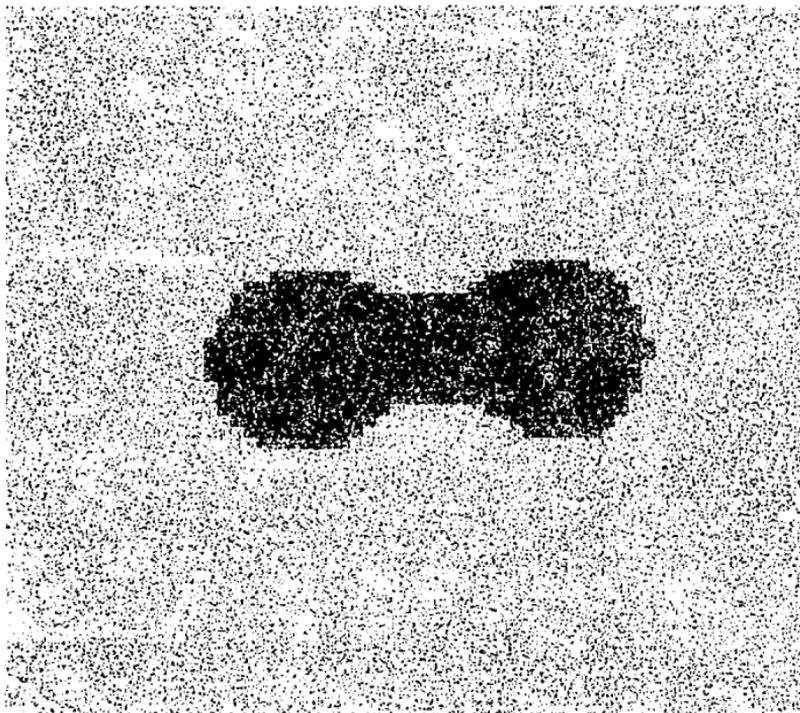


Figura 6. Figura original.

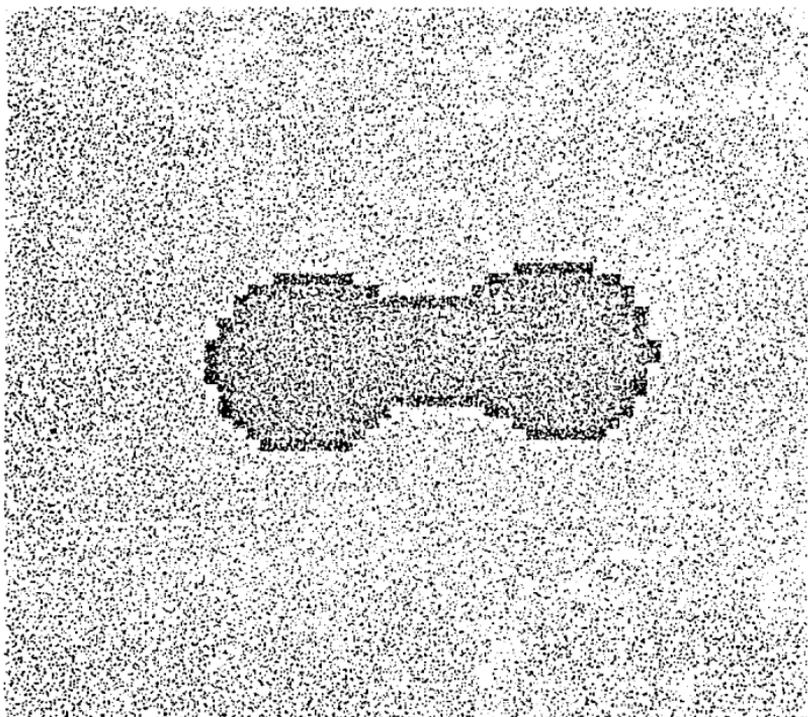


Figura 7. Franjas de Mach.

En la figura 12 se muestran los valores numéricos de la franja brillante y oscura en las tres figuras irregulares. En la figura 13 se muestran en forma gráfica, las franjas.

Al rotarse las figuras, no existen cambios significativos en los resultados en relación a los obtenidos en la figura antes de ser rotada, esto es de importancia ya que en ciertos tipos de reconocimiento de formas si existen variaciones esenciales al ser rotadas las figuras y por lo tanto esto dificulta su reconocimiento.

Si se quiere obtener el contorno aproximado de una figura irregular, basándose en las franjas, al igual que en los polígonos regulares, se puede obtener trazándolo por la región intermedia entre las dos franjas.

Como ya se mencionó al principio de este capítulo, si  $D_m$  excede de cierto valor, sobre todo en las figuras irregulares, se presentan problemas de distorsión tanto en la forma como en el ancho de las franjas, en este caso si  $D_m > 4$  se empiezan a presentar este tipo de problemas y no se aprecian claramente las regiones tanto cóncavas como convexas y es difícil darse cuenta de la forma original de la figura basándose en la forma de las franjas.

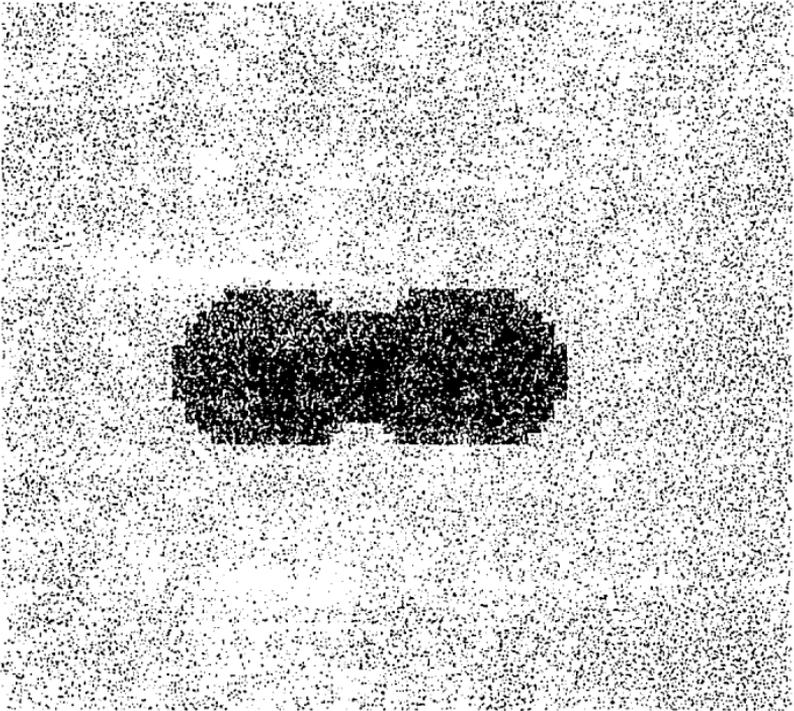


Figura 8. Figura original.

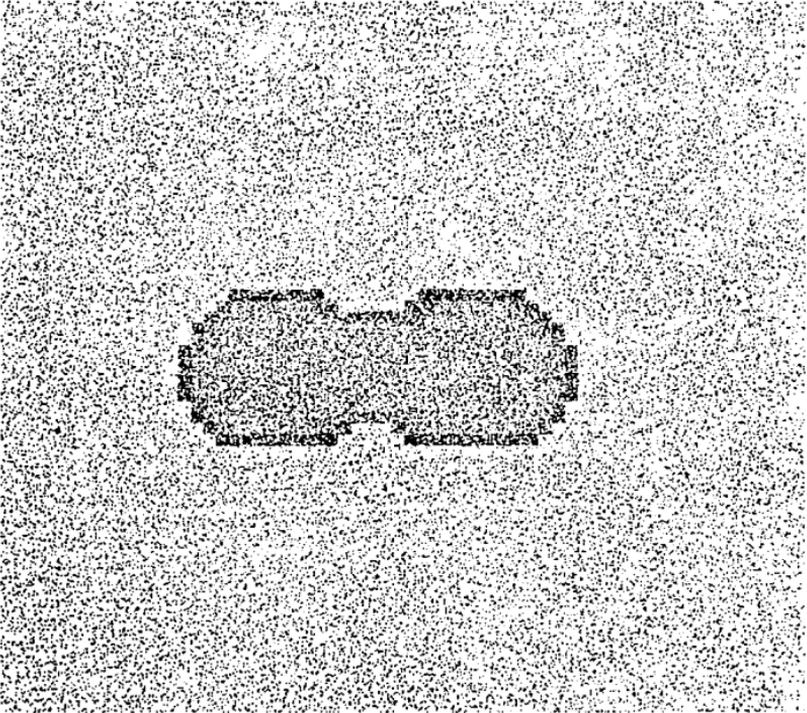


Figura 9. Franjas de Mach.

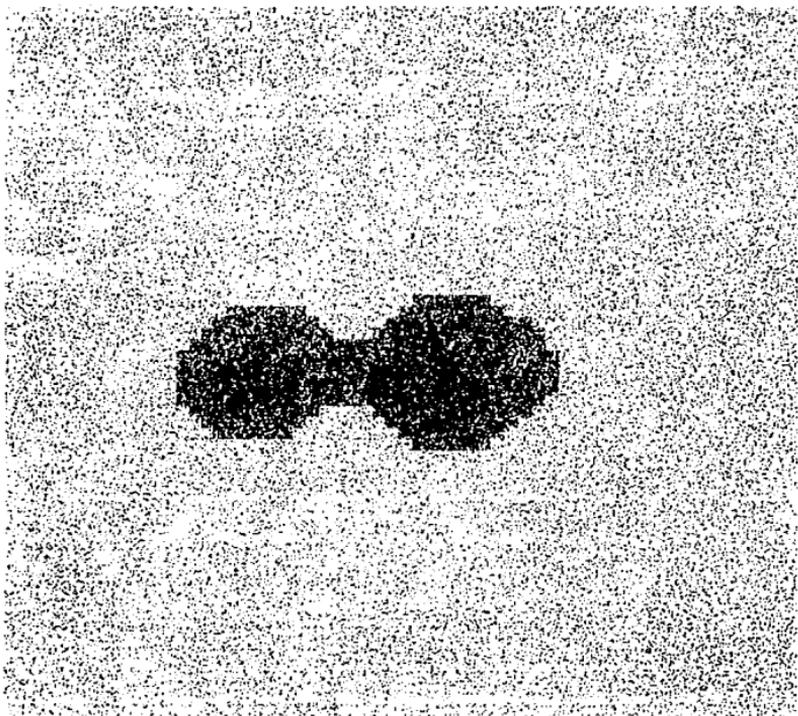


Figura 10. Figura original.

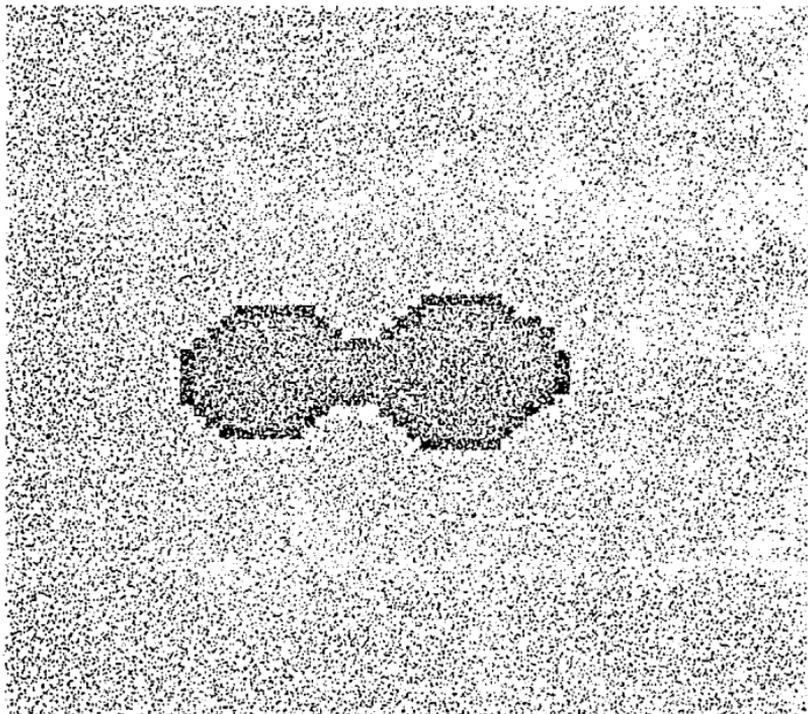


Figura 11. Franjas de Mach.



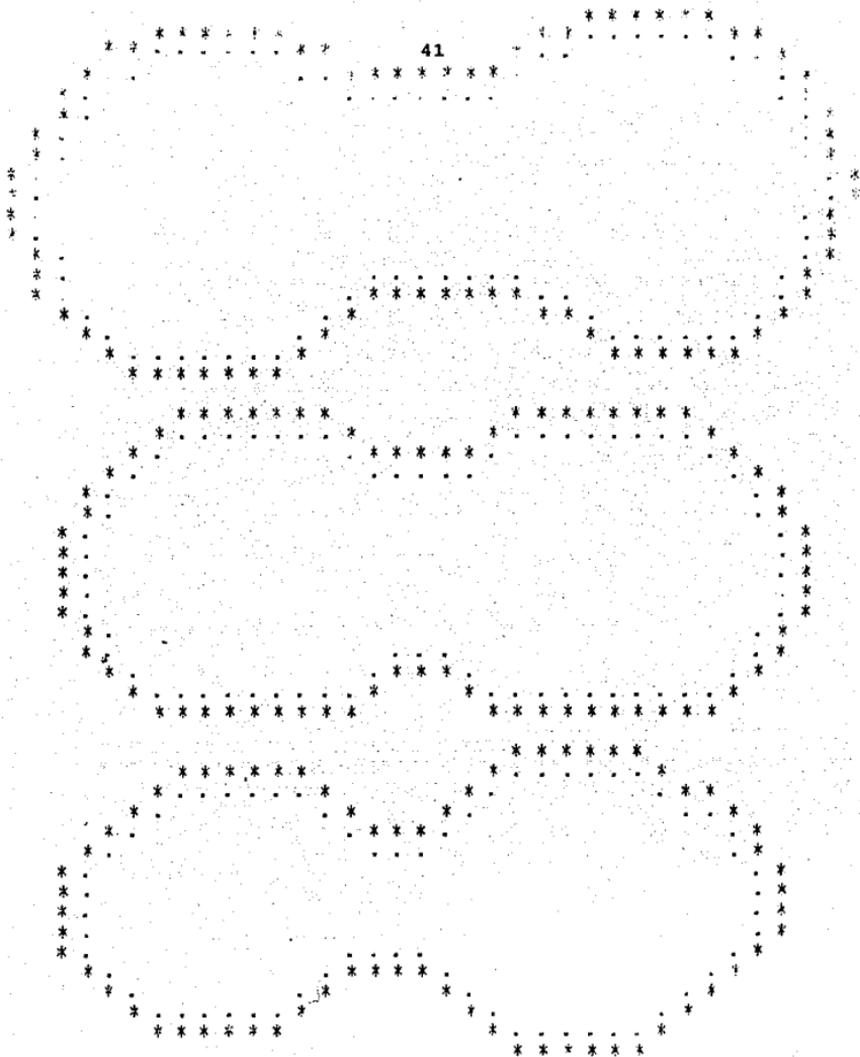


Figura 13. Contorno de las "Franjas de Mach".  
 (.) Franja brillante  
 (\*) Franja oscura.

**CAPITULO IV****ILUSIONES OPTICAS DEBIDAS A LA INHIBICION LATERAL EN LA RETINA.****1.- LAS ILUSIONES OPTICAS.**

Cualquier teoría aceptable, sobre la percepción visual debe explicar como, de patrones transitorios de luz que inciden sobre la retina, se obtienen las características del objeto percibido, de hecho, el problema es como interpreta el cerebro los datos que recibe, ya que la imagen retinal solo contiene las características esenciales del objeto percibido. Debido a esto, en ciertos casos somos engañados por ilusiones visuales y se desea saber por qué y como ocurren y si son debidas a cierto tipo de operaciones que se realizan en la retina o en el cerebro.

Aunque las ilusiones eran conocidas desde los tiempos de la antigua Grecia, es hasta el siglo pasado que han sido tema de investigación, siendo una de las primeras la realizada por el naturista Suizo, L. N. Necker en 1832. Al observar un dibujo de un romboide, transparente, se dio cuenta que las caras de dicha figura parecen cambiar de posición. Esta ilusión generalmente se presenta cuando se observa fijamente la figura por algún tiempo, pero en ocasiones ocurre espontáneamente.

Las ilusiones pueden ser consideradas como interpretaciones alternativas que efectúa el cerebro de la imagen retinal y de las cuales realiza hipótesis sobre la forma y tamaño de la figura observada. Cuando los datos sensoriales transmitidos al cerebro son inexactos, las decisiones del cerebro no son unívocas y pueden llevar a conclusiones incorrectas.

En general las ilusiones han sido tratadas en diferentes teorías sobre la percepción visual, sobre todo en el campo psicológico, considerándose que dichos fenómenos pueden dar ciertas guías para la mejor comprensión de los procesos visuales.

**2.- ILUSION MULLER-LYER.**

Una de las ilusiones más conocidas, es la descubierta por Franz Müller-Lyer en 1889. Figura 1. Por ser las figuras tan simples y crear una ilusión tan predominante, ha sido tema para varios experimentos y teorías psicológicas.

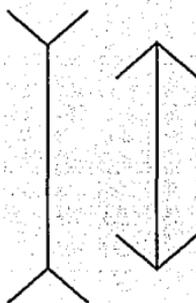


Figura 1. Ilusión Müller-Lyer.

Esta ilusión consiste en dos líneas paralelas de igual longitud pero con flechas terminales con ángulo diferente, las cuales se ve una más larga que la otra debido a la posición de las flechas terminales. Thiery propone que esta ilusión se debe a efectos de perspectiva y que está relacionada en la forma en que el ojo y cerebro emplean la perspectiva para hacer un juicio sobre distancias y profundidad. Esta teoría es la más aceptada y se han desarrollado diferentes tipos de experimentos psicológicos, variando el ángulo que forma la flecha, con la línea.

La perspectiva fue utilizada por primera vez, en la pintura, en el siglo XV por los maestros italianos Massaccio, Ucello y Pier de la Francesca, este concepto requiere un cierto tipo de educación para poderlo percibir visualmente y las personas que no lo tienen no se dan cuenta de los efectos de la perspectiva en las pinturas. La ilusión Müller-Lyer puede ser observada por cualquier persona, aún niños pequeños que no conocen el concepto de la perspectiva.

Resulta que, analizando los efectos que produce la inhibición lateral sobre este tipo de figuras, tiene una explicación más simple. La banda oscura producto de la inhibición lateral es de diferente longitud, más larga para la figura que se ve más larga y más corta para la que se ve más corta. Lo que sucede es que confundimos la longitud de la línea con la longitud de su banda oscura, de tal forma que no es necesario recurrir a un concepto tan complejo como el de la perspectiva para explicar las causas de dicha ilusión.

La diferencia en longitud de la banda oscura se debe a que si observamos el elemento situado en el punto "B" en la figura 2, este se encuentra rodeado, dentro de una vecindad limitada, por muchos vecinos cercanos, localizados en la región uniformemente clara y por pocos vecinos lejanos, en la uniformemente oscura de tal forma, que el elemento situado en dicho punto, es fuertemente inhibido y la intensidad resultante pequeña. En el caso del elemento ubicado en el punto "A", el cual se encuentra a la misma altura que el del punto "B", muy próximo a la flecha, está rodeado por vecinos muy cercanos localizados en la región oscura, dando como resultado que dicho elemento no sea inhibido fuertemente y la intensidad resultante sea mayor, que la que se obtiene para el elemento del punto "B". Por tal motivo la banda oscura de la figura 2B es más larga que la de la figura 2A. Se observan variaciones en la banda oscura de las dos líneas verticales al variar el ángulo de la flecha entre 15 y 75 grados en un caso y de 115 a 165 para el otro. Entre menor es un ángulo y mayor el otro, una línea se ve más larga que la otra al realizar la comparación visual entre ambas. Esto se debe a que en un caso la longitud de la franja oscura disminuye mientras que la de la otra aumenta.

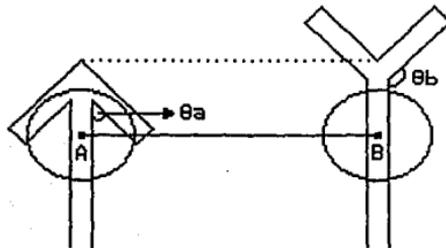


Figura 2. Causas de la variación, en la longitud de la banda oscura de Mach, de la ilusión Müller-Lyer.

Uno de los experimentos psicológicos que se realizaron, tiene como objeto analizar la influencia del ángulo que forman las flechas terminales con la línea, en relación con la longitud observada. Al comparar las dos líneas, una de ellas con un ángulo menor de noventa grados y la otra en la cual el ángulo es mayor de noventa, se observa que a medida que se disminuye el primero y se incrementa el segundo respectivamente la diferencia en la longitud observada entre las dos líneas es mayor.

Al observar la longitud de la banda oscura y a medida que se disminuye el ángulo  $Oa$ , la longitud de dicha banda va disminuyendo. Al incrementar el ángulo  $Ob$ , la longitud de la banda aumenta, y esto concuerda con los resultados obtenidos en experimentos psicológicos.

En las figuras 3,4,5 y 6 se muestran la franjas de Mach, de la ilusión Müller-Lyer.

### 3.- ILUSION DE PONZO.

La figura 7 muestra la ilusión propuesta por Mario Ponzo en 1913 también conocida como la ilusión de las vías de ferrocarril, en la cual las líneas paralelas horizontales, a pesar de ser de la misma longitud, las percibimos visualmente, de diferente tamaño, es decir la línea superior la vemos más larga que la inferior.

Al igual que en la ilusión Müller-Lyer se propone como causa de esta ilusión a efectos de perspectiva al igual que en la ilusión antes mencionada. Al analizar los efectos de la inhibición lateral en la retina sobre esta imagen nos damos cuenta que la longitud de la franja oscura de Mach es mayor el de la línea superior que la de la inferior y por lo tanto confundimos la longitud real de las líneas horizontales con la longitud de sus bandas oscuras y es por eso que las observamos de diferente tamaño. En la figura 8 se muestran las Franjas de Mach de la ilusión de Ponzo en donde se observa la diferencia en la longitud de las bandas, en las líneas paralelas horizontales.

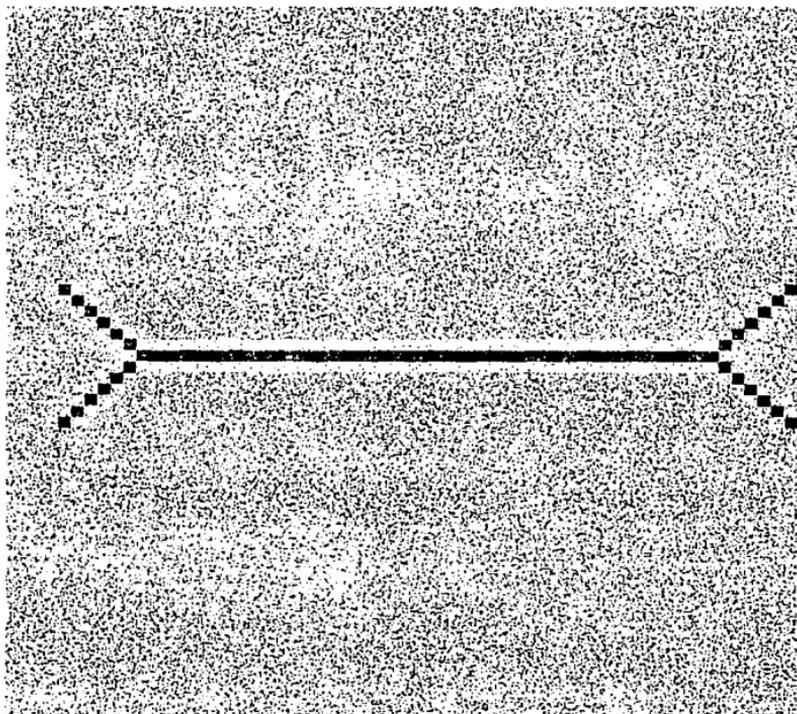


Figura 1. Franjas de Mach en la ilusión Müller-Lyer.  
Ob=135 grados.

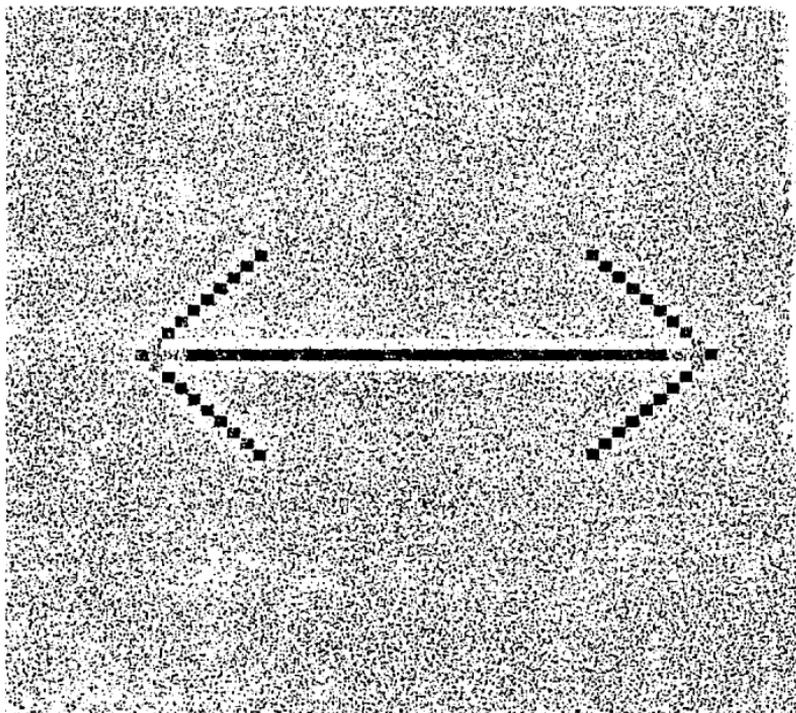


Figura 4. Franjas de Mach en la ilusión Müller-Lyer.  
Oa=45 grados.

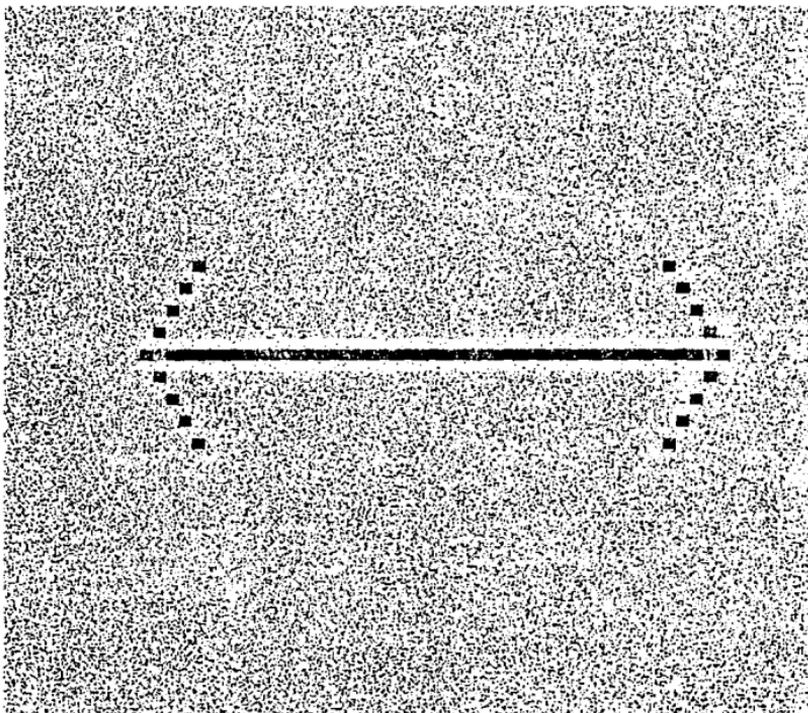


Figura 5. Franjas de Mach en la ilusión Müller-Lyer.  
Oa=70 grados.

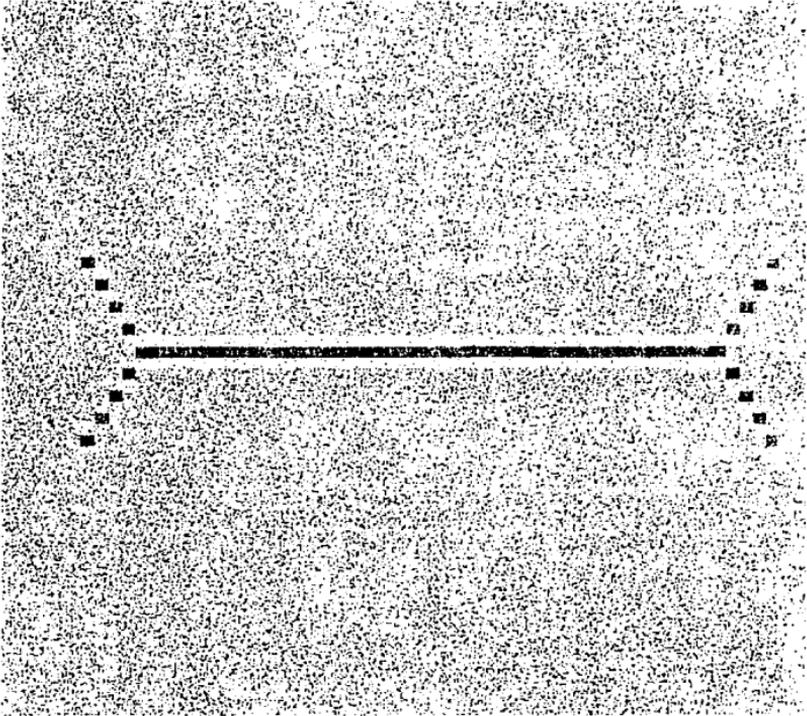


Figura 6. Franjas de Mach en la ilusión Müller-Lyer.  
 $\alpha = 160$  grados.

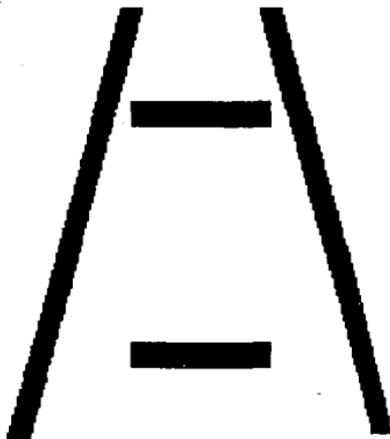


Figura 7. Ilusión de Ponzo.

4.- ILUSION DE HERMAN.

En la figura 9 se muestra un patrón de una retícula formada por un conjunto de cuadros oscuros separados por líneas blancas.

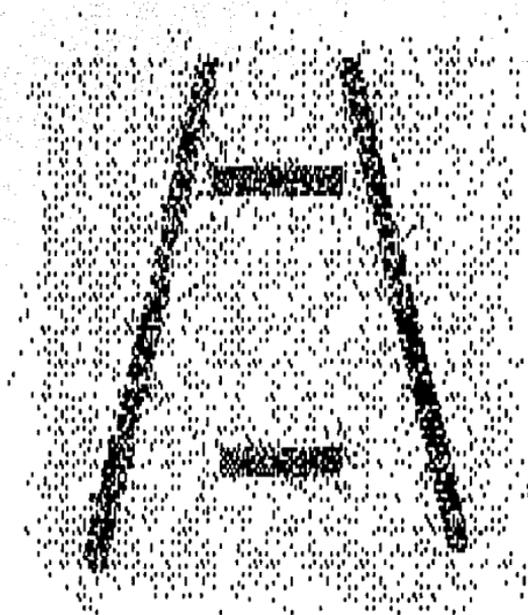


Figura 8. Franjas de Mach en la ilusión de Ponzo.

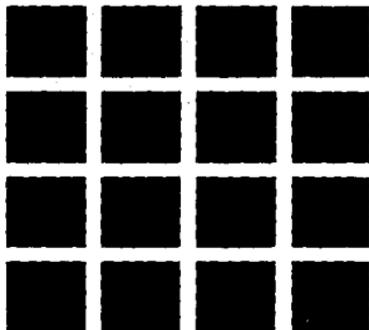


Figura 9. Ilusión de Herman.

Cuando se observa esta retícula, a cierta distancia y durante un cierto tiempo, dependiendo del observador, aparece una mancha gris en las intersecciones entre las líneas blancas horizontales y verticales que separan a los cuadros oscuros. Esta ilusión fue descubierta por Herman y es atribuida, desde un principio a los efectos de la inhibición lateral en la retina. Este efecto fue utilizado por el pintor Víctor Vasarely en su obra "Supernovae" y que causa confusiones visuales al espectador.

En esta ilusión y solamente para los elementos ubicados en la regiones en donde hay intersección entre las líneas horizontales y verticales, se presentan componentes inhibitorios, tanto horizontales como verticales. Para aquellos elementos ubicados en otras zonas de dichas líneas blancas, solamente son inhibidos fuertemente por sus vecinos ya sea horizontales o verticales dependiendo de la orientación de la línea. Los elementos que se ubican en la región de intersección son los únicos que sufren efectos inhibitorios fuertes, tanto horizontales como verticales, dando esto como resultado que la intensidad luminosa observada en esta región, sea menor que la que se ve en el resto de las líneas que separa a los cuadros oscuros. Este es el motivo por el cual percibimos estas manchas grises en la región de intersección. Figura 10.

Dicha ilusión tiende a dejar de observarse, conforme el grueso de la línea blanca que separa los cuadros oscuros se incrementa gradualmente. Por lo general, la ilusión se observa con mucha claridad cuando el ancho de las líneas es aproximadamente la cuarta parte del tamaño de uno de los lados de los cuadros oscuros y desaparece cuando el ancho de dichas líneas es aproximadamente la mitad de uno de los lados. Claro está que esto varía dependiendo del observador.

Al aplicar la inhibición lateral, en una forma iterativa a estas ilusiones, es decir que a los resultados obtenidos después de aplicar la inhibición, se les vuelve aplicar por segunda vez la inhibición, pero con el coeficiente inhibitorio reducido a la mitad, los resultados en general son similares. La única diferencia observable es que con estos coeficientes reducidos desaparecen las fluctuaciones abruptas, que causan distorsiones en la forma de la figura, cuando se tiene un solo coeficiente inhibitorio grande.

Considero que los resultados obtenidos al estudiar la influencia que tiene la inhibición lateral en las ilusiones antes descritas, puede conducir a nuevos tratamientos sobre las causas de otro tipo de ilusiones visuales y que hasta la fecha son atribuidas a cierto tipo de operaciones que se realizan en el cerebro y no en las capas neuronales de la retina.

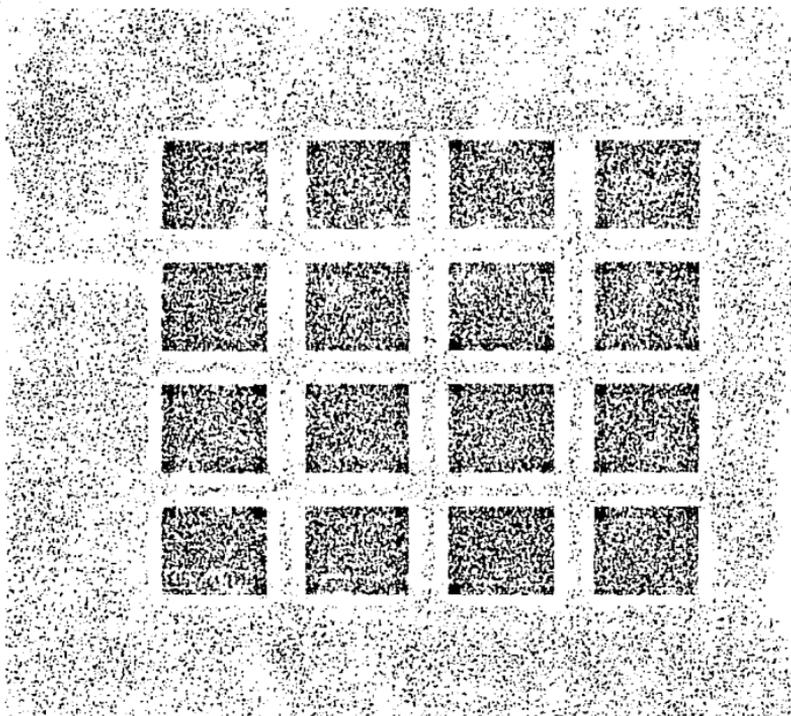


Figura 10. Franjas de Mach en la ilusión de Herman.

**CONCLUSIONES.**

Aunque este modelo de la inhibición lateral en la retina es simplificado, los resultados fundamentales, concuerdan con aquellos publicados de experimentos tanto psicológicos como fisiológicos.

Lo primero que se desprende de los resultados obtenidos es que la visibilidad de las "Franjas de Mach" depende de que exista un fuerte contraste entre dos regiones adjuntas y además que es un fenómeno de baja resolución, conforme se disminuye el contraste se dejan de ver las franjas.

En todas aquellas regiones de la figura en donde existen cambios de pendiente tanto en regiones cóncavas como en las convexas se localizan los máximos y mínimos respectivamente de la intensidad luminosa de la franja brillante y oscura. Para el caso particular en polígonos regulares los mínimos en la franja oscura se ubican en la región del vértice de la figura y la forma del contorno de las franjas es igual al de la figura digitalizada. Se puede establecer que por medio de la inhibición lateral es posible detectar las regiones cóncavas y convexas en una figura y por lo tanto no se requiere de neuronas especializadas que realicen este tipo de detección, según los resultados obtenidos en este análisis.

Aunque en figuras irregulares con regiones curvilíneas, en donde los cambios en la pendiente son continuos, las formas del contorno de las franjas no es exactamente igual al de la figura, pero sí nos da una idea aproximada de la forma de la figura percibida. El valor de los máximos y mínimos, indican qué tan pronunciados son los cambios de pendiente en el contorno de la figura, entre más pequeño sea el mínimo y más grande el máximo el cambio es más pronunciado en las regiones convexas y cóncavas de la figura, respectivamente.

Finalmente, es posible por este método realizar, cierto tipo de aplicaciones, en el reconocimiento de formas por medio de computadora, sobre todo en figuras simples en donde por esta técnica, se pueden extraer las características esenciales en una figura.

## APENDICE I.

```

10 REM PROGRAMA "INHIBICION LATERAL :L.BAS"
20 REM K(I,J),M(I,J);I=1,N1;J=1,N2:MATRIZ ORIGINAL Y
    RESULTANTE.
30 REM CI=COEFECIENTE INHIBITORIO 1.3 O 1.4.
40 REM D0 MAXIMA DISTANCIA HORIZONTAL O VERTICAL.
50 REM E1,E2 EXITACION FONDO (CLARO) Y FIGURA
    (OSCURA):E1>E2.
60 REM D(K),K=1,2:VECTOR DISTANCIA HORIZONTAL,VERTICAL.
70 DIM K(64, 64), M(64, 64), D(3), A$(3), FILE1$(15),
    FILE2$(15)
80 CLS : INPUT "N1,N2,CI,D0,E1,E2:"; N1,N2,CI,D0,E1,E2
90 PRINT
100 INPUT "ARCHIVO DE ENTRADA: "; FILE1$
110 PRINT
120 INPUT "ARCHIVO DE SALIDA: "; FILE2$
130 CLS
140 OPEN "I", #1, FILE1$
150 FOR I = 0 TO N1 - 1: FOR J = 0 TO N2 - 1
160 INPUT #1, K(I, J)
170 NEXT J: NEXT I
180 CLOSE : GOTO 200
190 BEEP
200 INPUT "SE IMPRIME LA MATRIZ INICIAL S/N "; A$
210 IF (A$ <> "S") AND (A$ <> "N") THEN GOTO 190
220 CLS
230 IF A$ = "N" THEN GOTO 280
240 FOR I = 0 TO N1 - 1: FOR J = 0 TO N2 - 1
250 PRINT USING H$; K(I, J);
260 NEXT J: PRINT : NEXT I
270 INPUT "PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR ", X
280 CLS : R = (E2 / E1)
290 LOCATE 14,18: PRINT "EL NUMERO TOTAL DE LINEAS ES "; N1
300 I = 0
310 J = 0
320 M(I, J) = K(I, J)
330 REM DIRECCION HOR.,VERT.:CONTRIBUCION ANGULAR C=1
340 C = 1
350 K = 1: D(2) = 0
360 L0 = 1: D(K) = L0
370 L2 = ABS(D(K))
380 IF L2 > D0 THEN GOTO 490
390 V = I + D(2)
400 H = J + D(1)

```

```

410 GOSUB 990
420 REM SUBROUTINA "INHIB" COMPUTA S
430 M(I, J) = M(I, J) - S
440 IF M(I, J) >= 1 THEN GOTO 460
450 M(I, J) = 1
460 IF C <> 1 THEN GOTO 650
470 D(K) = D(K) + L0: REM INCR.DISTANCIA,PASAR AL VECINO QUE
SIGUE
480 GOTO 370
490 IF L0 >= 0 THEN GOTO 510
500 GOTO 540
510 L0 = -1: REM CAMBIO (+) A (-)
520 D(K) = L0
530 GOTO 370
540 IF K = 2 THEN GOTO 580
550 K = 2: REM CAMBIO (HOR) A (VERT)
560 D(1) = 0
570 GOTO 360
580 C = .7
590 L0 = 1: SN = 1
600 D(2) = L0
610 D(1) = SN * L0
620 L2 = ABS(D(1))
630 IF L2 > (D0 - 1) THEN GOTO 680: REM CAMBIO CUADRANTE
640 GOTO 390
650 D(1) = D(1) + SN * L0
660 D(2) = D(2) + L0
670 GOTO 620
680 IF L0 > 0 THEN 720
690 IF D(1) <> D(2) THEN 730
700 SN = -SN: GOTO 600
710 GOTO 600
720 IF D(1) <> D(2) THEN GOTO 740
730 L0 = -L0: GOTO 600
740 J = J + 1: REM COMPUTO COMPLETO PARA (I,J)
750 IF J < N2 THEN GOTO 320
760 I = I + 1: LOCATE 15, 30: PRINT "LINEA #"; I
770 IF I < N1 THEN GOTO 310
780 CLS : GOTO 800
790 BEEP
800 INPUT "SE IMPRIME LA MATRIZ RESULTANTE S/N"; A$
810 IF (A$ <> "S") AND (A$ <> "N") THEN GOTO 790
820 IF A$ = "N" THEN GOTO 870
830 CLS : FOR I = 0 TO N1 - 1: FOR J = 0 TO N2 - 1
840 PRINT USING H$; M(I, J);
850 NEXT J: PRINT : NEXT I

```

```
860 INPUT "PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR "; X
870 CLS : GOTO 890
880 BEEP
890 INPUT "SE ALMACENA LA MATRIZ RESULTANTE S/N"; A$
900 IF (A$ <> "S") AND (A$ <> "N") THEN GOTO 880
910 IF A$ = "N" THEN GOTO 1040
920 OPEN "O", #1, FILE2$
930 FOR I = 0 TO N1 - 1: FOR J = 0 TO N2 - 1
940 PRINT #1, M(I, J);
950 NEXT J: NEXT I
960 CLOSE : GOTO 1040
970 REM -----SUBROUTINAS-----
980 REM SUBROUTINA "INHIB" PARA COMPUTAR INHIBICION S
990 IF (H < 0) OR (H >= N2) OR (V < 0) OR (V >= N1) THEN
1020
1000 C11 = R * EXP(-CI * L2): S = INT(K(V, H) * C11)
1010 GOTO 1030
1020 C11 = R * EXP(-CI * L2): S = INT(E1 * C11)
1030 RETURN
1040 END
```

## BIBLIOGRAFIA.

- 1.- Adrian, E.D, and D.W Bank. 1928: "The Discharge of Impulses in Motor Nerve Fibres," J. Physiol, 66, 81-101.
- 2.- Békésy, G. Von. 1960: "Neural Inhibitory Units of Eye and Skin. Quantitative Description of Contrast Phenomena," J. Opt.Am. 50, 1060 1070.
- 3.- Bittini, M., A.M. Ercoles, A. Fiorentini, L. Ronchi and G. Toraldo di Francia. 1960: "Enhanced Contrast of an Indefinitely Contoured Object by Movement or Intermittent Illumination," Atti Fond.Giorgio Ronchi, 15, 62-84.
- 4.- Bryndahl, O. 1964: "Visual Transfer Characteristics from Mach Bands Measurements," Kybernetics. 2, 71-77.
- 5.- Burnham, R.W. and J.E. Jackson 1955: "Mach Rings Verified by Numerical Differentiation," Science. 122, 951-953.
- 6.- Cabello, R. and Kurz, G. 1979: "An Electronic Model of Lateral Inhibition in the Retina, Using a Microcomputer as an Integrated Part," Digest of the XII Inter. Conf, on Med. and Biol. Engineering. 94.4.
- 7.- Cabello, R. Austrich, J. 1980: " Computarized Reconstruction of Contours from the Results Obtained from a Model of the Lateral Inhibition in the Retina," Applied Systems and Cybernetics, Vol. IV, Pergamon Press. 1870-1872.
- 8.- Cabello, R., Kurz, G. y Austrich, J. 1981:"Simulación Computarizada de Contornos Mediante un Modelo de la Inhibición Lateral en la Retina," Información Científica y Tecnológica, CONACYT. 34-35.
- 9.- Cabello, R., Austrich, J. y Kurz, G. 1981: "Reproducción Computarizada de las Franjas de Mach Basándose en un Modelo de la Inhibición Lateral en la Retina," Memorias de VII Congreso de la ANIAC 103-104.
- 10.- Cabello, R. and Kurz, G. 1982: "Computer Simulation of Lateral Inhibition in the Retina," Cybernetics and Systems Research. 287-292
- 11.- Cabello, R. 1982: "Ilusiones Opticas Debido a la Inhibición Lateral en la Retina, Simuladas en Computadora," Memorias del VII Congreso de la ANIAC 121-125.

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

- 12.- Ercoles, A.M. 1957: "Visione di campi con distribuzione complessa di luminanza," Atti Fond. Giorgio Ronchi, XII, 187.
- 13.- Ercoles-Guzzoni, A.M., and A. Fiorentini. 1958: "Simultaneous Contrast Effect Produced by Non-Uniform Coloured Fields," Atti Fond. Giorgio Ronchi, XIII, 135-144.
- 14.- Ercoles A.M., and A. Fiorentini. 1959: "Visibility of the Mach Bands as a Function of Field Luminance," Atti Fond. Giorgio Ronchi, XIV, 230-235.
- 15.- Fiorentini, A. and T. Radicci. 1958: "Brightness, Width and Position of Mach Bands as Function of the Rate of Variation of the Luminance Gradient," Ronchi XIII, 145-155.
- 16.- Gregory, R.L. 1968: "Visual Illusions," Recent Progress in Perception, Scientific American, 48-58.
- 17.- Hartline, H.K. 1949: "Inhibition of Activity of Visual Receptors by Illuminating Nearby Retinal Elements in the Limulus Eye," Fed. Proc., 8, 69.
- 18.- Hartline, H.K. and F. Ratliff. 1954: "Spatial Summation of Inhibitory Influences in the Eye of Limulus," Science, 120, 781.
- 19.- Hartline, H.K. and F. Ratliff. 1957: "Inhibitory Interaction of Receptors in the Eye of Limulus," J. Genl. Physiol., 40, 357-376.
- 20.- Hartline, H.K. and F. Ratliff. 1958: "Spatial Summation of Inhibitory Influences in the Eye of Limulus, and Mutual Interaction of Receptors Units," J. Genl. Physiol., 41, 1049-1066.
- 21.- Hartline, H.K., H.G. Wagner, and F. Ratliff. 1956: "Inhibition in the Eye of Limulus," Genl. Physiol 39, 651
- 22.- Mach, E. 1866: "Uber den physiologischen Effect raumlichen vertheilter Lichtreize, II," Sitzungsberichte der matematish-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, 54, 131-144.
- 23.- Mach, E. 1866: "Uber den physiologischen Effect raumlichen vertheilter Lichtreize, III," Sitzungsberichte der matematish-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, 54, 393-408.

- 24.- Mach, E. 1868: "Über den physiologischen Effect raumlichen vertheilter Lichtreize, IV," Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, 57, 11-19.
- 25.- Mach, E. 1890: "The Analysis of Sensations," *The Monist*, I 48-68
- 26.- McCoullough, C. 1955: "The Variations in Width and Position of Mach Bands as Function of Luminance," *J. Exp. Psychol.*, 49, 141-152.
- 27.- Kennedy G. M. 1959: "Recording Inhibition and Excitation in the Spicula Retinal Ganglion Cells." *Nature* 183, 264-268.
- 28.- Ratliff, F. 1961: "Inhibitory Interaction and the Detection and Enhancement of Contours," *Sensory Communication*, W.A. Rosenblith, ed., Cambridge, Mass., M.I.T. Press, and New York, John Wiley & Sons 183-203.
- 29.- Riggs, L.A., F. Ratliff, and U.T. Keeseey. 1961: "Apparence of Mach Bands with a Motionless Retinal Image," *J. Opt. Soc. Am.*, 43, 702-703.
- 30.- Taylor, W.K. 1956: "Electrical Simulation of Some Nervous System Functional Activities," *Information Theory*, Colin Cherry, ed., New Ybrk, Academic Press.
- 31.- Wagner H.G., E.F. MacNichol and W.L. Wolbart. 1963: "Response of a Single Ganglion Cell in the Goldfish Retina." *Genl. Physiol* 43, 45-62
- 32.- Tomita, T. 1958: "Mechanism of Lateral Inhibition in the Eye of the Limulus," *J. Neurophysiol.*, 21, 419-429.
- 33.- Huggins W.H. and J.C.R. Licklider 1951: "Place Mechanisms of of Auditory Frequency Analysis." *J. Genl. Physiol*, 34, 63-80
- 34.- Hartwig E. 1958: "Zur Demostration einer von E. Mach entdeckten optischen Tauschung," *Optik*, 15, 414-421.
- 35.- Kohonen, T. 1984: "Self-Organization and Associative Memory," Springer-Verlag.
- 36.- McCulloch, W.S. and Pitts, W.A. 1943: "Logical calculus of the ideas immanent in nervous activity," *Bull. Math. Biophys.* V, 115-133.
- 37.- Rosenblat, F. 1962: "Principles of Neurodynamics," Spartan Books, N.Y.

38.- Rumelhart, D.E., McClelland, J.L., 1986: "Parallel distributed processing : Explorations in microstructure of cognition," Vol. I : Foundations Vol. II : Psychological and Biological Methods, MIT Press.

39.- Taylor, J.G. 1990: "A silicon model of vertebrate retinal, processing," Neural Networks, Vol. 3, 171-178.