DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO.

FACULTAD DE INGENIERIA.

ANALISIS DE MODELOS PARA EL DISEÑO DE UNA FLOTA DE TRANSPORTE.

JAVIER RICARDO PEGUEROS VAZQUEZ.

DIRECTOR DE TESIS: M. I. IDALIA FLORES DE LA MOTA.

TESIS.

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA.

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO.

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA
(INVESTIGACION DE OPERACIONES).

CIUDAD UNIVERSITARIA.

JUNIO DE 1994.

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO.

FACULTAD DE INGENIERIA.

ANALISIS DE MODELOS PARA EL DISEÑO DE UNA FLOTA DE TRANSPORTE.

JAVIER RICARDO PEGUEROS VAZQUEZ.

DIRECTOR DE TESIS: M. I. IDALIA FLORES DE LA MOTA.

TESIS.

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA.

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO.

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA
(INVESTIGACION DE OPERACIONES).

CIUDAD UNIVERSITARIA.

JUNIO DE 1994.

DEDICO CON AGRADECIMIENTO INFINITO ESTE TRABAJO
A MIS PADRES:
MARIO PEGUEROS DIAZ Y GUADALUPE VAZQUEZ DE P.
RECONOCIENDO SU APOYO E INCONMENSURABLE AMOR.

EXTIENDO ESTE RECONOCIMIENTO A MIS HERMANOS:
RAUL, MARIO, CLAUDIA, GABRIELA Y ARMANDO.

Y A LAS FUTURAS GENERACIONES:
ARGELIA LORENA E IRLANDA GUADALUPE.

FINALMENTE, ME FELICITO A MI MISMO.

Mensus eram coelos, nunc terrae metior umbras
Mens coelestis erat, corporis umbra lacet.
(Medí los cielos, ahora mido las sombras
Del cielo era la mente, en la tierra descansa el cuerpo).

J. KEPLER.

Expreso mi gratitud a la M. en I. Idalia Flores de la Mota por haber dirigido, corregido, defendido y apoyado este trabajo de tesis, gracias.

A los sinodales por dedicar su valioso tiempo a corregir el trabajo de investigación y por sus valiosas sugerencias.

M. en I. GONZALO NEGROE PEREZ.

M. en I. IDALIA FLORES DE LA MOTA.

M. en I. JOSE MACLOVIO SAUTTO VALLEJO.

M. en I. RICARDO ACEVES GARCIA.

M. en I. FEDERICO GONZALEZ SANTOYO.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por ofrecer incondicionalmente su planta docente e instalaciones físicas, a la formación de recursos humanos multidisciplinarios.

A dos personas que hasta este momento, y yo espero que sea para siempre, han apoyado a los estudiantes; ellos son la DRA. ALICIA OLIVER GUTIERREZ y el DR. JAVIER MIRANDA MARTIN DEL CAMPO FISICOS DEL IFUNAM.

No puedo omitir a todos los ex e integrantes del Lab. de 700 keV del IFUNAM empezando por Karim U. López Guzmán.

Al físico Héctor Reyes Sanabria persona aún más terca que yo.

También menciono al M. en I. Fernando Cruz Aranda recordando los buenos tiempos "escolares".

Hago del conocimiento público el apoyo que recibí del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología como becario para realizar mis estudios de maestría.

De nueva cuenta, gracias a mi.

INDICE.

PAGINA.

INDICE.

atender de acuerdo con las exigencias de cantidad, puntualidad y seguridad que los clientes determinen.

Para lograr lo anterior la empresa especifica lo siguiente: a) la cantidad de vehículos necesaria para atender a todos los clientes, b) las características físicas de los vehículos, c) el conjunto de orígenes y destinos que uno o más vehículos deben atender (rutas de servicio), y d) los tiempos en los cuales un vehículo debe hacer la entrega de los envíos asignados.

Las anteriores restricciones definen el ámbito en que la flota de transporte debe organizarse para lograr su funcionamiento óptimo y, naturalmente, de esa forma le reditúe un máximo beneficio económico a la compañía con el compromiso de satisfacer totalmente las necesidades de sus clientes.

Los procesos con los cuales la compañía transportista logra aumentar sus beneficios económicos derivados de sus actividades son, esencialmente, los siguientes:

-Minimizar la cantidad de unidades en la flota de transporte.
-Minimizar la longitud total de las rutas de servicio.

Con la minimización de los anteriores factores se busca lograr la mayor reducción posible de los costos variables y costos fijos que se producen de la operación del conjunto de vehículos en servicio, sin descuidar la calidad del mismo.

En síntesis, el PTMFT consiste en determinar la mínima cantidad de vehículos para conformar la flota de transporte de tal manera que la demanda por el servicio sea satisfecha y los costos de operación del conjunto de vehículos sean mínimos.

Con base en lo anterior, los objetivos del análisis del PTMFT son los siguientes.

El primer objetivo consiste en presentar un estudio del Problema de Tamaño Mínimo de una Flota de Transporte, de la forma

INTRODUCCION.

En este trabajo se presenta un análisis cualitativo del Problema de Tamaño Mínimo de una Flota de Transporte (PTMFT), al que se enfrentan las empresas dedicadas a la movilización de bienes materiales o personas.

Los procesos de análisis de esta investigación están dirigidos a empresas que ofrecen servicio de transporte terrestre con las siguientes modalidades: autobuses foráneos, urbanos, transporte escolar y tractocamiones de carga.

Se consideran flotas de vehículos de un mismo tipo, es decir, flotas homogéneas, en términos de capacidad y tipo de carga así como por las características físicas de las unidades de transporte.

Lo anterior no implica que otras ramas del servicio de transporte (mensajería, correo, y otros), en las que están involucrados vehículos terrestres no puedan analizarse, pero sí se deben de tomar en consideración sus características particulares y las modificaciones que ellas impliquen en los mecanismos de análisis que aquí se presentan.

En términos generales la problemática en que se presenta el PTMFT es la siguiente.

Se considera una empresa de transporte la cual dispone de una flota homogénea de vehículos terrestres. La actividad fundamental de esta compañía consiste en trasladar una cierta cantidad de artículos o personas, según sea su línea de servicio, desde un punto geográfico determinado, conocido como origen hacia otro denominado destino.

Las ubicaciones espaciales de los diversos orígenes y destinos, que define un conjunto de clientes, genera en la zona de operaciones de la empresa un cúmulo de puntos de envío y recepción de bienes distribuidos espacialmente, a los que se deben

d) El campo de aplicación del Ciclo Vehicular comprende cualquier modo de transporte, aunque debe ser adaptado a las necesidades y condiciones especiales de cada caso.

La importancia del Ciclo Vehicular reside en el hecho de que permite evaluar, en términos económicos, el beneficio de las políticas de operación con las que funciona un conjunto de vehículos.

Con esta evaluación se busca decidir si las condiciones en las cuales el PTMFT se resolverá son las convenientes o es necesario efectuar cambios en las políticas de operación, esto con el objetivo de obtener los mayores beneficios del proceso de optimización de la cantidad de vehículos.

Está considerado en este capítulo un resumen de los conceptos básicos de la teoría de redes para fundamentar e incorporar los elementos primordiales involucrados en los algoritmos descritos, que modelan matemáticamente y representan una red de transporte.

La exposición de los capítulos está referida al caso de empresas de transporte terrestre (camiones de carga o autobuses de pasajeros), pero ello no implica pèrdida de generalidad puesto que otros medios de transporte presentan características similares a las aquí expuestas.

CAPITULO 2. Contiene la primera parte central del trabajo y consiste de lo siguiente.

Se plantea el problema básico PTMFT como un programa de programación lineal entera. Para tal fin, se presentan la definición y descripción de las variables de decisión y restricciones que definen la estructura del problema.

Con fundamento en la formulación básica se demuestra la equivalencia entre el problema PTMFT de una compañía netamente en que influye en la calidad del servicio de la empresa transportista y los aspectos generales del funcionamiento de la misma.

Como segundo objetivo se considera la descripción de un conjunto de algoritmos desarrollados, propios de la investigación de operaciones, que resuelven casos especiales del PTMFT.

El tercer objetivo de la investigación consiste en presentar al PTMFT como un problema que genere interés en el tema para ampliar y profundizar en su estudio.

De esta forma el trabajo está dividido en cuatro capítulos cuyos contenidos se resumen a continuación.

CAPITULO 1. En este apartado se señalan los aspectos generales involucrados en la operación de una flota de transporte, para disponer de un marco de referencia analítico enfocado al estudio de este tipo de sistemas. Con el mismo objetivo, se describe el Ciclo Vehicular y sus ventajas relevantes que pueden sintetizarse de la siguiente forma.

a) Permite analizar las operaciones que se realizan entre el momento en que se inicia la prestación de un servicio de transporte y el instante en que éste ha terminado, o bien entre la salida y el regreso del vehículo a una base de operación.

b) Con el Ciclo Vehicular se puede combinar el análisis de tiempos y movimientos de los vehículos con el de factores económicos, lo que conduce a identificar opciones prácticas para modificar y optimizar el uso de los recursos involucrados en la operación de servicio.

c) Permite un estudio de los costos involucrados en los servicios de transporte para determinar la conveniencia, en términos de utilidades, de una política de operación específica.

-Ejemplifican la formulación como programa lineal entero del PTMFT.

-Modelan y resuelven problemas prácticos de situaciones reales.

-Proponen que el PTMFT como programa lineal entero puede ser resuelto aplicando tanto métodos exactos como heurísticos.

-Muestran la relación del PTMFT con otros problemas de transporte, en especial con el de asignación de rutas vehiculares.

El primer algoritmo que se presenta es el de Saha[16]. Este resuelve un problema real de secuenciación de autobuses minimizando su número para operar un conjunto de viajes. Este método heurístico para ser aplicado sólo requiere los orígenes, destinos y tiempos respectivos de salida y llegada, de cada uno de los viajes.

Como segundo algoritmo se presenta el método exacto de Swersey y Ballard[17]. En su trabajo resuelven el problema de secuenciación de autobuses escolares con restricciones de ventanas de tiempo con base en dos formulaciones de programación entera y en la discretización de las ventanas de tiempo, de tal forma que el número necesario de autobuses se minimiza.

Para ser aplicado este método se requiere que las rutas a seguir por los autobuses estén determinadas previamente.

Como último trabajo se describe el hecho por Balakrishnan[8].

Propone tres algoritmos heurísticos para resolver problemas hipotéticos en los cuales se construyen las rutas óptimas de una flota homogénea de transporte, bajo restricciones de ventanas de tiempo. El resultado importante que se obtiene es el hecho de poder reducir el número de vehículos requeridos y la longitud total de las rutas violando algunas de las ventanas de tiempo.

Con base en lo anterior, se analizan los resultados computacionales derivados de cada trabajo así como sus principales características.

transportista y el de una empresa que no lo es, pero la cual dispone de una flota de transporte para satisfacer sus necesidades particulares.

Las características principales del problema en estudio son señaladas en términos de su naturaleza como programa lineal entero debido a que el número de vehículos por determinar carece de sentido si es una cantidad fraccionaria.

En este apartado también se enuncian los problemas con los que el PTMFT se encuentra relacionado: El problema de transporte, de asignación y de secuenciación de vehículos, los cuales son catalogados también como problemas de programación entera.

Para ejemplificar esta relación se describen brevemente algunos problemas tipo que manejan como parámetro el número mínimo de vehículos.

Finalmente, se anexa una revisión de los trabajos de Gould[4], Wyatt[14] y Kirby[15], que resuelven el PTMFT y que se pueden considerar como trabajos pioneros sobre el tema.

El objetivo del análisis de estos trabajos es concretar los aspectos teóricos desarrollados y, al mismo tiempo, mostrar la evolución en el transcurso del tiempo del PTMFT al compararlo con trabajos más recientes tratados en el capitulo tres.

CAPITULO 3. El contenido es el siguiente.

El conjunto de problemas relacionados al PTMFT, descritos en al capítulo anterior, se incrementa con un conjunto adicional de problemas de transporte generales. Este conjunto consta de los problemas: VRP, VSP, VRSTPW y FSMVRP que por brevedad referimos al lector al capítulo tres para una descripción de los mismos.

Se presentan tres algoritmos desarrollados para resolver casos particulares del PTMFT. En términos generales la selección de los modelos matemáticos se sustenta en los siguientes criterios.

CAPITULO 4. En esta parte se presenta un ejemplo aplicado al análisis vehicular de una empresa de autotransporte terrestre. Lo relevante de este ejercicio es subrayar la importancia de disponer y establecer criterios de evaluación económica de las políticas de operación de una flota vehicular.

Asimismo, este estudio se presenta como un antecedente al análisis del proceso de optimización de la cantidad de vehículos.

En este apartado se toma el problema y algoritmo de Saha, expuesto en el capítulo 3, como parte demostrativa del método para determinar la cantidad mínima de unidades de una flota de autobuses.

La presentación de los puntos anteriores procura ejemplificar la relación existente entre los criterios económicos y la metodología de la investigación de operaciones que permiten evaluar, en una forma global, los factores que intervienen en el funcionamiento de una flota de transporte para la cual se desea determinar la cantidad mínima de vehículos.

Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo de tesis.

Se considera una empresa de transporte terrestre (autobuses foráneos y urbanos, transporte escolar y tractocamiones de carga) propietaria de una flota homogénea de vehículos es decir, vehículos del mismo tipo en cuanto a capacidad y tipo de carga y sus características físicas. Como objetivo se desea determinar la cantidad mínima de unidades que integrarán la flota, de tal manera que la demanda por atender sea satisfecha y los costos de operación se minimicen.

Para el análisis del PTMFT se requiere de un marco de referencia analítico que facilite el estudio de la operatividad de una flota vehicular dirigida a alguno de los tipos de servicio de transporte antes citados.

Este capítulo presenta los elementos básicos que se utilizarán en el estudio del problema y consta de lo siguiente.

Son señalados los aspectos generales que influyen en la operación de una flota de transporte.

Estos comprenden un conjunto de individuos, grupos e instituciones cuyas actividades interaccionan y afectan la operación de la flota.

También se presentan los conceptos básicos de la teoría de redes con la que ha sido desarrollado un marco teórico para resolver problemas de transporte.

Por otro lado, para el análisis de tiempos y movimientos de los vehículos en una fase de servicio y los costos que induce la operación de la flota, se presenta el Ciclo Vehicular como instrumento de estudio y que conduce a identificar y/o construir opciones prácticas para modificar y optimizar los recursos involucrados en el servicio ofrecido.

De esta forma se incorporan los elementos matemáticos y de análisis económico y operativo de una flota vehicular para el desarrollo del estudio del PTMFT.

CAPITULO 1.

Operar un conjunto de vehículos terrestres para ofrecer un servicio de transportación de personas, o bienes materiales, induce un conjunto de costos para la empresa propietaria de las unidades de transporte.

La compañía transportista debe cubrir los llamados costos fijos derivados de la posesión de los vehículos entre los que caben citar la depreciación de la unidad, seguros, entre otros.

Conjuntamente, deben ser considerados los costos variables correspondientes al uso del vehículo: combustible, choferes, neumáticos, peajes, etcétera.

Por lo anterior, determinar la cantidad de vehículos con la cual operará la flota de transporte incide directamente en el incremento, o descenso, de los costos fijos y variables.

Como consecuencia, y para beneficio de la empresa de transporte, es aconsejable que el número de vehículos se determine de una forma óptima.

La optimalidad del tamaño de la flota de transporte está condicionada por dos factores:

1.- La demanda por el servicio de transporte que la compañía enfrenta, debe satisfacerse tanto en las cantidades a trasladar como en la calidad del servicio.

2.- Los costos por operación de los vehículos de la flota de transporte deben minimizarse.

El objetivo de determinar la cantidad de vehículos y las anteriores condiciones dan origen al Problema de Tamaño Mínimo de una Flota de Transporte (PTMFT).

La problemática involucrada en el PTMFT, y que se analiza en este trabajo, es la siguiente.

1.1. ASPECTOS GENERALES DE UNA FLOTA DE TRANSPORTE.

Un aspecto relevante para una empresa transportista es la dinámica variable de la demanda del servicio que ofrece. Esta se ve influenciada por diversos factores. Entre los cuales se encuentra el aumento de la población y su concentración en regiones geográficas específicas.

Este incremento poblacional requiere esencialmente de transporte terrestre (autobuses, colectivos, metro, entre otros) para poder desplazarse a sus centros de trabajo y hogares. Asimismo, existen servicios que necesitan enviarse a los usuarios entre los cuales se encuentran: distribución de gas doméstico, agua potable, productos animales, etcétera.

Por lo anterior, resalta en importancia el poder cuantificar y clasificar la demanda por el servicio que la empresa ofrece al consumidor, pues de ello depende la zona de operaciones y la magnitud de necesidades a las cuales se enfrenta y es capaz de servir. El factor poblacional incide en las necesidades de transporte por satisfacer, en su distribución geográfica y en el cambio temporal de la demanda.

Otro de los aspectos relevantes es la creación y el cambio en la tecnología aplicada al transporte. Por ejemplo, la empresa RODSHOW ha introducido en el mercado un sistema computarizado (cuyo precio oscila entre 60 mil y 200 mil dólares) con el cual se pueden crear rutas vehiculares eficientes y de bajo costo, calcular los costos del vehículo y mano de obra, desgloza el tiempo de transporte, ventanas de tiempo y diseña las rutas por cualquier calle de la ciudad.

El objetivo principal para utilizar un sistema como el anterior es el de incrementar la productividad, mejorar el servicio al cliente y ahorrar dinero.

Actualmente en México, empresas como Pepsi-Cola, Grupo de

Desarrollo Mexicano, Bimbo y Servicio Panamericano de Protección, cuentan ya (1993) con este tipo de sistema de rutas de distribución.

También se deben considerar las normas y reglamentos para tránsito diseñadas para el mejor uso de la tecnología existente como lo son: reglamentos fiscales a los propietarios de flotas vehiculares, fomentar el uso de vehiculos pequeños, programas para disminuir el uso del auto particular (Programa Hoy No Circula), entre otras.

Otro aspecto a tomar en cuenta son los costos pagados por tomar una decisión para satisfacer una necesidad de transporte.

Estos costos se extienden más allá del aspecto económico (costos fijos y variables). Hoy en día operar una flota vehicular induce un compromiso ecológico y social por los efectos directos de su operacion como lo son la contaminación del aire, contaminación auditiva y el congestionamiento del tránsito vehicular.

Este conjunto de variables deben ser identificadas y controladas por el prestador de servicios de transporte, para optimar el uso de su flota vehicular.

Otro tipo de elementos que deben además ser considerados son: las personas y objetos a transportar, los vehiculos para el traslado, las vias de transporte y las expectativas de la demanda.

Por otro lado, los costos por uso del vehiculo podemos cuantificarlos en terminos de distancia y tiempo de recorrido.

Los aspectos que influyen directamente en la operación de la compañía y que determinan los elementos antes citados son los siguientes.

1.2. INFLUENCIAS EN EL DESEMPENO DE UNA FLOTA DE TRANSPORTE.

En casos reales hay una gran cantidad de individuos, grupos, e instituciones cuyas decisiones interaccionan y afectan la operación de la flota y los patrones de demanda.

El **usuario** del transporte, ya sea un comerciante de bienes o un pasajero, que toma decisiones acerca de cuándo, dónde y cómo viajar.

El **operador** de servicios de transporte particular efectúa decisiones sobre las rutas y programas de viajes, determina los costos por el servicio que ofrece, los tipos y cantidades de vehículos que deben incluirse en la flota, entre otras.

Los **Gobiernos** que deciden los impuestos, subsidios y otros conceptos financieros que influyen en las decisiones de los usuarios y de los operadores.

Vehículos. Todos los medios de transporte involucran a vehículos automotores. Este aspecto incide en la determinación del número de vehículos y en las características necesarias para cumplir satisfactoriamente con el servicio.

Políticas de operación de la flota. Este conjunto de normas incluye al espectro total de decisiones de cómo debe operar la flota: determinar las rutas y programas de viaje, los tipos de servicios a ofrecerse, los servicios auxiliares al transporte, los precios, financiamientos, subsidios e impuestos.

Políticas de organización. Este conjunto de opciones incluye a las decisiones de administración y organización, sean públicas o privadas, de cómo el sistema de transporte deberá ser organizado, incluyendo los tipos de departamentos, las funciones asignadas a cada uno de ellos, las responsabilidades respectivas, y los canales de comunicación, coordinación y control.

Los anteriores son sólo algunos de los parámetros que determinan el funcionamiento de una flota de transporte. La cantidad crece proporcionalmente con el tamaño de la flota y la amplitud del servicio que ofrece [1].

Frente a la cantidad de variables que intervienen en el desempeño de una flota de transporte surge la necesidad de crear modelos que nos permitan la descripción, cuantificación y el pronóstico, del comportamiento del sistema, para decidir las políticas de desarrollo y operación.

Para ejemplificar lo anterior, a continuación se presenta el modelo matemático conocido como red que, por su analogía con mapas de rutas vehiculares, permite modelar problemas de optimización relativos al transporte.

La exposición del modelo de red incorpora los elementos básicos que lo definen y que son necesarios para el análisis de los algoritmos presentados en el capitulo tres.

Posteriormente, se describe el llamado Ciclo Vehicular el cual es un instrumento que permite la descripción de la etapa de servicio de los vehiculos y la evaluación económica de las políticas de operación de la compañía.

1.3. CONCEPTOS BASICOS DE TEORIA DE REDES.

El concepto de red es la generalización formal del concepto de puntos localizados en un plano.

Una red es un conjunto de vértices o puntos llamados nodos conectados por un conjunto de líneas denominadas arcos.

Los arcos son dirigidos si señalan una dirección de un nodo a otro, también existen arcos que no definen una dirección.

Las redes que poseen arcos dirigidos se denominan redes dirigidas.

Una red dirigida G es un conjunto de N nodos y un conjunto L de arcos dirigidos que unen pares de nodos pertenecientes a N:

$$N = \{n1, n2, \quad , nm\} \text{ y } L = \{ (i, j), (k, l), \quad , (s, t) \}$$

el arco (i , j), se dice incidente en los nodos i y j, y está direccionado del nodo i al nodo j. En la figura 1.1 se representa gráficamente una red simple.

La importancia del concepto de red en problemas de transporte reside en el hecho de que los mapas de rutas, por ejemplo, pueden considerarse como redes.

Los nodos podrían representar intersecciones de avenidas, terminales áereas, estaciones de servicio, puertos marítimos o la ubicación geográfica de clientes, los arcos serían abstracciones del sentido del tráfico, o rutas de vehículos direccionadas entre dos terminales, representados en el *mapa* con flechas dirigidas entre pares de puntos.

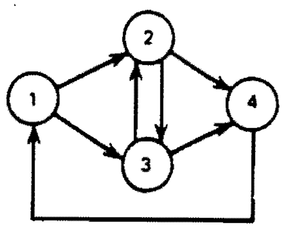


FIGURA 1.1. Ejemplo de una red formada por cuatro nodos (1, 2, 3 y 4). Las flechas dirigidas representan los arcos de la red.

Con cada nodo i en G asociamos un número bi representando la cantidad disponible de un artículo (si bi>0), o la demanda requerida del bien (si bi<0), que se desea transportar.

Los nodos tales que bi>0 son llamados orígenes o *fuentes*, y los asociados con bi<0 se denominan *destinos* o sumideros. Si bi=0, entonces no hay cantidad disponible alguna del artículo y no existe demanda; en este caso el nodo i es llamado *intermediario*.

Asociado con cada arco(i,j) tendremos x_{ij} como la cantidad de flujo en el arco y d_{ij} como el costo unitario de transporte.

1.3.1. CONCEPTO DE RUTA.

Considere una red de transporte con sus nodos indicando orígenes, o destinos, y los arcos modelando las uniones de pares de nodos que tienen "conexiones dirigidas".

Las preguntas básicas que surgen en problemas de transporte y que pueden contestarse con la teoría de redes son aquellas relacionadas con la posibilidad de viajar de un nodo a otro, ya sea directamente o recorriendo una serie de nodos.

Una ruta del nodo n1 al nodo nr es una secuencia ordenada de arcos $(n1,n2)$, $(n2,n3)$,..., (n_{r-1},nr) con $n_j \neq n_k$ para toda j y k, y $(n_i,n_{i+1}) \in L$. La figura 1.2 muestra gráficamente el concepto de ruta.

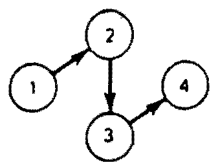


FIGURA 1.2. Ruta formada por los nodos 1, 2, 3 y 4. En este caso el nodo 1 y el nodo 4 son los nodos inicial y final de la ruta respectivamente.

Un circuito es una secuencia ordenada de arcos $(n1,n2)$, $(n2,n3)$,..., $(n_{r-1},n1)$ con $n_j \neq n_k$ y (n_i,n_{i+1}),...,$(n_{r-1},n1)$ elementos de L. En la figura 1.3 se muestra un circuito con punto inicial y terminal en el nodo 1.

El significado real de estas definiciones es el siguiente.

Si existe un arco (n1,n2) en una red de transporte, entonces es posible viajar de n1 a n2. Si también existe un arco (n2,n3) entonces se puede desplazar de n1 a n3 en dos etapas, aun cuando no exista el arco (n1,n3).

Una circuito hamiltoniano es una secuencia de arcos que uno tendría que recorrer de n1 a nr sin pasar más de una vez por un nodo intermedio.

Este tipo de circuito es una "ruta cerrada"; ir de n_1 a n_r sin pasar más de una vez por los nodos que definen el circuito lo que equivale a decir que representa un viaje redondo ("ida y vuelta").

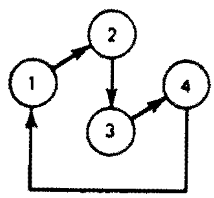


FIGURA 1.3. Circuito formado con los nodos ordenados 1, 2, 3 y 4. El arco incidiendo en 1 y 4 indica que el recorrido empieza y termina en el nodo 1.

1.3.2. NODO ACCESIBLE Y RED COMPLETAMENTE CONECTADA.

Se dice que el nodo i es accesible a j si existe una ruta de j a i.

Una red se llama completamente conectada si existe una ruta de cada uno de los nodos a cada uno de los otros nodos del conjunto N. La figura 1.4 ejemplifica el concepto de red completamente conectada.

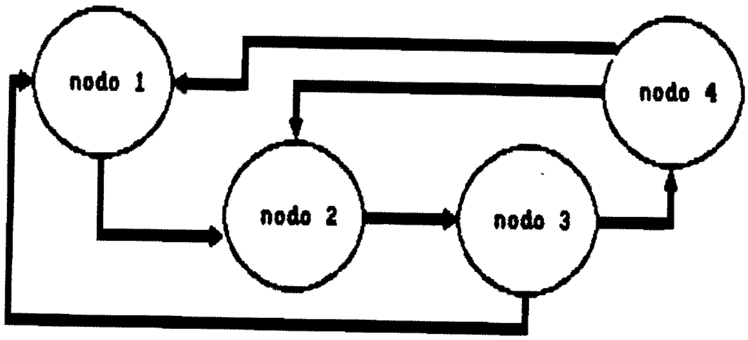


FIGURA 1.4. Red completamente conectada.

Como ejemplo y ejercicio de abstracción a continuación se describe un ejemplo de una red de transporte simplificada por medio del modelo de red.

1.3.3. REDES DE TRANSPORTE SIMPLIFICADAS [2].

Las redes de transporte reales son, por lo general, modeladas por una red abstracta que contiene una cantidad de nodos y arcos lo suficientemente manejables en términos de cálculos numéricos.

La región geográfica de operaciones de la red de transporte se divide en zonas de varios tamaños, dependientes de la intensidad de la generación de viajes en cada zona o relativos a su importancia respecto a todo el análisis del sistema.

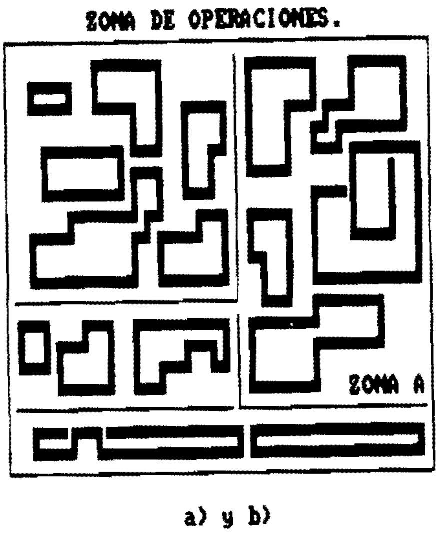
Las zonas así generadas contienen un conjunto de avenidas, carreteras, terminales o ubicaciones de clientes por atender, aspectos considerados como nodos o arcos en un modelo detallado de la red real.

Generalmente, cada zona se representa como un centroide, que simboliza un *nodo principal*. Ello implica que todos los nodos en el interior de cada zona son accesibles desde cada uno de los otros en la red real (ver figura 1.5).

El modelo de red puede también considerar subconjuntos de vias de comunicación o de medios de transporte, del conjunto total de la red completa: carreteras, vehiculos, estaciones de servicio, almacenes, terminales, entre otros.

Las intersecciones o uniones de las vias de comunicación representan nodos, y al mismo tiempo la longitud de los recorridos en estas vias, o ellas mismas, se representan como arcos en la estructura del modelo. Esta red se considera completamente conectada.

Los centroides están conectados a la red general de transporte por "arcos falsos", los cuales no intentan representar ninguna vía física de acceso.



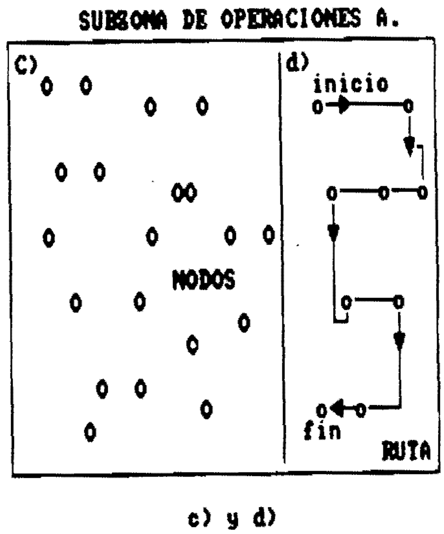


FIGURA 1.5. Secuencia del proceso de modelado de una red de transporte; a)región de operaciones, b)región dividida en zonas, c)nodos de la zona A, d)ruta de un vehículo en la zona A. Las zonas A, B, C y D son los centroides.

Una hipótesis común en este tipo de modelos considera que una ruta entre dos nodos no debe cruzar por un centroide; es decir, los centroides sólo pueden ser puntos finales de rutas.

Por otro lado, los arcos falsos podrían en algunas ocasiones crear un corto circuito no existente en la red real. Una forma directa de excluir rutas entre centroides sin modificar las definiciones teóricas del modelo de red sería representar cada uno de los centroides por dos nodos.

Uno de los cuales sería un "centroide origen" y el otro un "centroide destino". el primero sólo tendría una vía de arcos falsos hacia las vías principales, el segundo tendría solamente una vía de arcos falsos partiendo de las vías principales

El anterior modelo simplificado permite modelar matemáticamente los orígenes, destinos y rutas involucrados en el funcionamiento de una red de transporte. Sin embargo, lo anterior requiere la información acerca de los costos del transporte y las cantidades a movilizar.

La información también comprende el tiempo que requiere una unidad de transporte para realizar el servicio; desde que inicia su recorrido partiendo de una estación central, hasta la terminación de su ruta.

El análisis vehicular que se presenta a continuación tiene como objetivo describir el ciclo de servicio de un vehículo y, al mismo tiempo, resaltar los parámetros relevantes de dicho análisis.

1.4. ANALISIS DEL CICLO VEHICULAR [3].

La operación de una flota de vehículos implica una labor complicada por los diversos factores que en ella se ven relacionados:

1. Satisfacer los términos de servicio que demanda el cliente.
2. Efectuar las labores de mantenimiento preventivo que

asegure un buen uso de las tecnologías disponibles.

3. Ajustarse a los horarios de servicio y laborales, así como a las restricciones de contrato laboral.

La provisión de los servicios congrega dificultades que deben ser salvadas como: características de la demanda; tales como diferencias en los objetos y personas por trasladar, los medios de transporte por utilizar, así como las rutas y regiones por atender.

En conjunto, las necesidades y diferencias señaladas demandan disponer de un marco de referencia analítico que facilite el estudio sistemático de diversas alternativas para la prestación de los servicios y de sus efectos sobre la economía y la eficiencia de operadores y usuarios.

El análisis del ciclo vehicular se entiende como el estudio de las operaciones que generalmente se realizan entre el momento en que se inicia la prestación de un servicio y el instante en que éste ha terminado, o bien entre la salida y el regreso del vehículo a una base de operación.

El ciclo vehicular ofrece un marco de análisis suficientemente general, que permite aplicarse a cualquier medio de transporte empleado en la movilización de cargas o personas considerando las características particulares de cada caso. En él se combinan el análisis de tiempos y movimientos con el de factores económicos, lo que conduce a identificar y/o construir opciones prácticas para modificar y optimizar el uso de los recursos involucrados en el servicio.

Otras ventajas del ciclo vehicular es poder desagregar los costos derivados de las políticas de servicio lo que a su vez facilita un cálculo tarifario preciso y fortalece las bases de una sólida acción comercial por parte del operador.

Además, esta evaluación de políticas y costos asociados permite decidir si las condiciones en las cuales el PTMFT será resuelto son convenientes, o es necesario efectuar cambios en las políticas de operación, con el objetivo de obtener los mayores beneficios del proceso de optimización de la cantidad de vehículos.

1.4.1. LAS COMPONENTES DEL CICLO VEHICULAR.

Las tres componentes del ciclo vehicular son: el operativo, el de servicio y el anual.

1.4.1.1. CICLO OPERATIVO.

El ciclo operativo se inicia y finaliza en una base de operaciones, la cual es una terminal permanente o temporal. Este ciclo incluye los tiempos asociados a las diversas operaciones que se presentan durante la prestación de un servicio como son:

- viajes con carga o sin ella.
- recorridos al punto de inico del servicio.
- tiempos de carga y descarga.
- abasto y mantenimiento de las unidades.
- esperas para ajustar horarios, etcétera.

Los aspectos principales del ciclo operativo se definen a continuación.

1. TIEMPO DE COLOCACION (tc). Es el tiempo transcurrido en el traslado del vehículo desde su base de mantenimiento hasta su base operativa, al principio y al final del ciclo de servicio. También puede ser el tiempo invertido en el trayecto entre las bases operativa y la primera estación de ruta, así como entre la última

estación y el regreso a la base operativa.

En ocasiones se distingue a t_c, que es el tiempo de colocación perteneciente al ciclo operativo, de t_{cs} o tiempo de colocación que corresponde al ciclo de servicio y que se discute posteriormente.

2. TIEMPO DE VIAJE CARGADO (t_{vc}). Es el tiempo de recorrido en el cual se transporta una carga productiva, es decir, una carga que produce ingresos.

3. TIEMPO DE VIAJE VACIO (t_{vv}). Es el tiempo de un recorrido sin carga que no sea ni de colocación ni de procesamiento (véase el punto 8).

4. TIEMPO DE CARGA Y DESCARGA (t_{cd}). Tiempo transcurrido en la descarga de pasajeros o mercancia.

5. TIEMPO DE SERVICIO OPERATIVO (t_{sc}). Tiempo destinado a cargar combustible, limpiar, dar mantenimiento menor y reabastecer al vehículo, además en él se permite a la tripulación descansar o ser remplazada, etc. Estas actividades pueden acontecer al mismo tiempo que las operaciones de carga y descarga, por lo que uno de los dos tiempos puede llegar a no incidir en el tiempo total del ciclo operativo.

6. TIEMPO DETENIDO EN ESTACIONES (t_{est}). Tiempo durante el cual el vehículo permanece en una estación. Incluye el tiempo de servicio operativo y el tiempo de carga y descarga, por lo que es función de ambos.

7. HOLGURA EN HORARIOS (t_{hol}). Tiempo transcurrido para que el vehículo ajuste sus operaciones a un horario preestablecido,

cuando éste presenta retrasos en su ejecución.

8. TIEMPO DE PROCESAMIENTO (t_p). Es el tiempo que transcurre durante la realización de maniobras necesarias para procesar el vehículo (por ejemplo, carros de ferrocarril procesados a través de un patio).

El tiempo total del ciclo operativo del vehículo (t_{co}) es la suma de todos las componentes temporales mencionados:

$$t_{co} = t_c + t_{vc} + t_{vv} + t_{hol} + t_{est} + t_p. \qquad (1.1)$$

donde

$$t_{est} = f(t_{so}, t_{cd}). \qquad (1.2)$$

Si el servicio operativo se efectúa al mismo tiempo que la operación de carga y descarga, entonces el tiempo detenido en la estación es el máximo de t_{so} y t_{cd}; si ocurre antes o después de la carga y la descarga (es decir, es secuencial), entonces el tiempo detenido en la estación es la suma de los dos, por lo que t_{est} está acotado de la siguiente manera:

$$\text{máx } (t_{so},\ t_{cd}) \leq t_{est} \leq t_{so} + t_{cd}. \qquad (1.3)$$

Otras componentes importantes del ciclo descrito son el tiempo de movimiento (t_{mov}), definido como el tiempo durante el cual el vehículo efectúa un recorrido cargado o vacío y el tiempo de viaje total (t_{vt}), definido como el tiempo de movimiento y el tiempo que está detenido en una estación para carga, descarga o servicio.

$$t_{mov} = t_{vc} + t_{vv} \qquad (1.4)$$

$$t_{vt} = t_{mov} + t_{est} + t_p = t_{vv} + t_{vc} + t_{est} + t_p \qquad (1.5)$$

$$t_{co} = t_{vt} + t_c + t_{hol} \qquad (1.6)$$

1.4.1.2. EL CICLO DE SERVICIO.

Este ciclo inicia y finaliza en una base de mantenimiento principal a la cual acude el vehículo con cierta periodicidad para recibir mantenimiento preventivo. En general, cada ciclo de servicio consta de varios ciclos operacionales y puede ser prolongado.

Globalmente, una unidad realiza n_c ciclos operativos antes de regresar a la base de mantenimiento. El tiempo de ciclo de servicio (t_s) se define como la suma del tiempo que transcurre al efectuar los n_c ciclos y del requerido para el acceso hacia y de la base de mantenimiento es decir, el tiempo de colocación que corresponde al ciclo de servicio, por tanto,

$$t_s = t_{cs} + \sum_{i=1}^{nc} t_{co}(i) \qquad (1.7)$$

Si t_v se define como el tiempo promedio utilizado por un vehículo para completar un ciclo operativo, es decir:

$$t_v = (1/n_c) \sum_{i=1}^{nc} t_{co}(i) \qquad (1.8)$$

entonces

$$t_s = t_{cs} + n_c t_v \qquad (1.9)$$

1.4.1.3. EL CICLO ANUAL.

Comprende la trayectoria completa del vehículo durante el año. Incluye: ciclo de servicio, tiempo consumido para mantenimiento preventivo (t_{mnt}), tiempo en que el vehículo está sin usar (t_{su}), ya sea por descomposturas, y el tiempo de reparación vinculado a ella, un ajuste de la oferta para responder a la demanda y otras.

Suponiendo que los tiempos se miden en días, el ciclo anual es, por definición:

$$n_s(t_s+t_{mnt}) + t_{su} = 365 \quad (1.10)$$

donde n_s es el número de ciclos de servicio que ocurre en un año.

Es claro que descripciones de esta naturaleza permiten un análisis de los tiempos y movimientos involucrados en la prestación de servicios de transporte, de tal forma que el analista dispone de la información básica para formular el modelo matemático que describa la problemática a resolver.

Resalta por su importancia este cúmulo de información por la manera de desglosarla y además nos permite disponer de un sistema de referencia, desde el cual la perspectiva de análisis de los distintos algoritmos de solución al problema PTMFT que nos interesa sea clara y directa.

Esta presentación describe los diversos aspectos técnicos que se ven involucrados en la operación de una flota de transporte.

Se presenta a continuación un estudio de los aspectos económicos que intervienen en la operación de la flota de transporte y que sin lugar a dudas determina, de manera predominante, las políticas de la empresa.

1.4.2. LA ECONOMIA DEL CICLO VEHICULAR.

Por medio de la identificación de las operaciones constituyentes del ciclo vehicular y la medición de los tiempos involucrados en cada una de ellas, junto con un análisis de los rendimientos y las tecnologías empleadas, se cuantifican los costos económicos derivados con cada una de ellas.

La suma total, para cada ciclo vehicular, de costos son función de las condiciones del ciclo, de las tecnologías y los precios de los factores de la producción.

Desde el punto de vista del prestador de servicios de transporte, los costos económicos en que incurre durante la producción pueden separarse en costos fijos independientes del volumen de producción logrado, y variables que se relacionan con el nivel de la producción.

Para un tipo de vehículo dado, el costo total anual de operación es igual a la suma de costos fijos y los costos variables:

$$CT = CV + CF \qquad (1.11)$$

donde:

CF son los costos fijos que corresponden a los costos de posesión del vehículo (depreciación, seguros, proporción asignable de costos indirectos del propietario, etcétera).

CV son los costos variables y representan todos los gastos derivados del uso de la unidad: combustible, mano de obra, maniobras, peajes, etcétera,

El nivel de los costos variables se relaciona de manera estrecha con el ciclo vehicular, tanto en lo relativo a los costos componentes de todas las actividades que forman parte de él, como en lo referente al número de ciclos anuales que se producen durante un período de referencia.

Por tal motivo, las variaciones que se registran en los costos de las actividades del ciclo, así como las debidas a la intensidad en el uso de los vehículos, modifican los costos totales del productor de servicios y su economía, lo que se refleja en la toma de decisiones.

Se requiere disponer de un marco de referencia para el análisis de la economía del ciclo vehicular, capaz de reflejar cambios en la estructura del costo y que, al mismo tiempo, produzca resultados útiles para evaluar opciones de acción y facilitar la toma de decisiones.

1.4.2.1. CONCEPTOS DE ANALISIS ECONOMICO.

La variación registrada por los costos variables a medida que aumenta el volumen de producción de un artículo determinado, refleja que, para bajos niveles de la producción, el rendimiento marginal de los factores de producción involucrados en la operación es creciente.

Sin embargo, al aumentar la cantidad de unidades producidas, el rendimiento disminuye y los costos variables pueden aumentar con mayor rapidez.

Para ilustrar este comportamiento considere, como ejemplo, el costo de buscar carga en un viaje de regreso para un autotransportista.

Para un monto de recursos disponibles, es probable que, si los volumenes de carga por mover de regreso son bajos, el rendimiento de esos recursos sea elevado; sin embargo, el aumento en los volúmenes de carga de regreso puede requerir un mayor número de actividades que, a la larga, hagan disminuir el rendimiento de los recursos. Para la toma de decisiones conviene introducir y utilizar dos conceptos derivados del costo total.

Dichos conceptos son los de costo promedio y de costo marginal.

La ventaja relevante de tales conceptos es la de referir el análisis de los costos a cada unidad producida y no al total de la producción.

COSTO PROMEDIO POR UNIDAD PRODUCIDA.

Se define como el costo total dividido entre el número total de unidades producidas V:

$$CP = (\text{costo total})/(\text{total de la producción}) = CT/V \quad (1.12)$$

COSTO MARGINAL.

Se define como el cociente de dividir el cambio en costos totales entre el cambio en el nivel de la producción:

$$CM = (\text{cambio costo total})/(\text{cambio nivel}) = \Delta CT/\Delta V \quad (1.13)$$

El significado del costo promedio es simplemente el del costo por producir una unidad. Mientras que el costo marginal se interpreta como el costo por producir una unidad adicional.

En la figura 1.6, el costo marginal para un nivel de producción dado está representado por la pendiente de costos totales para dicho valor de la producción, puesto que la pendiente refleja la razón de cambio de los costos al variar el nivel de la producción.

El costo promedio para cualquier valor de la producción está dado por la pendiente de la recta que va del origen al punto de la curva de costo total correspondiente al nivel de interés.

Como se nota en la figura 1.6 el costo marginal y el costo promedio se igualan para un valor de la producción V**, que es el costo promedio mínimo.

La curva de costos marginales tiene su mínimo en el punto V*, que corresponde al punto de inflexión de la curva de costos totales, ya que en ese punto se pasa de la zona de rendimientos crecientes de los factores de producción (a la izquierda del punto), a la de rendimientos decrecientes (a la derecha), lo que implica que el costo adicional por producir una unidad extra aumenta.

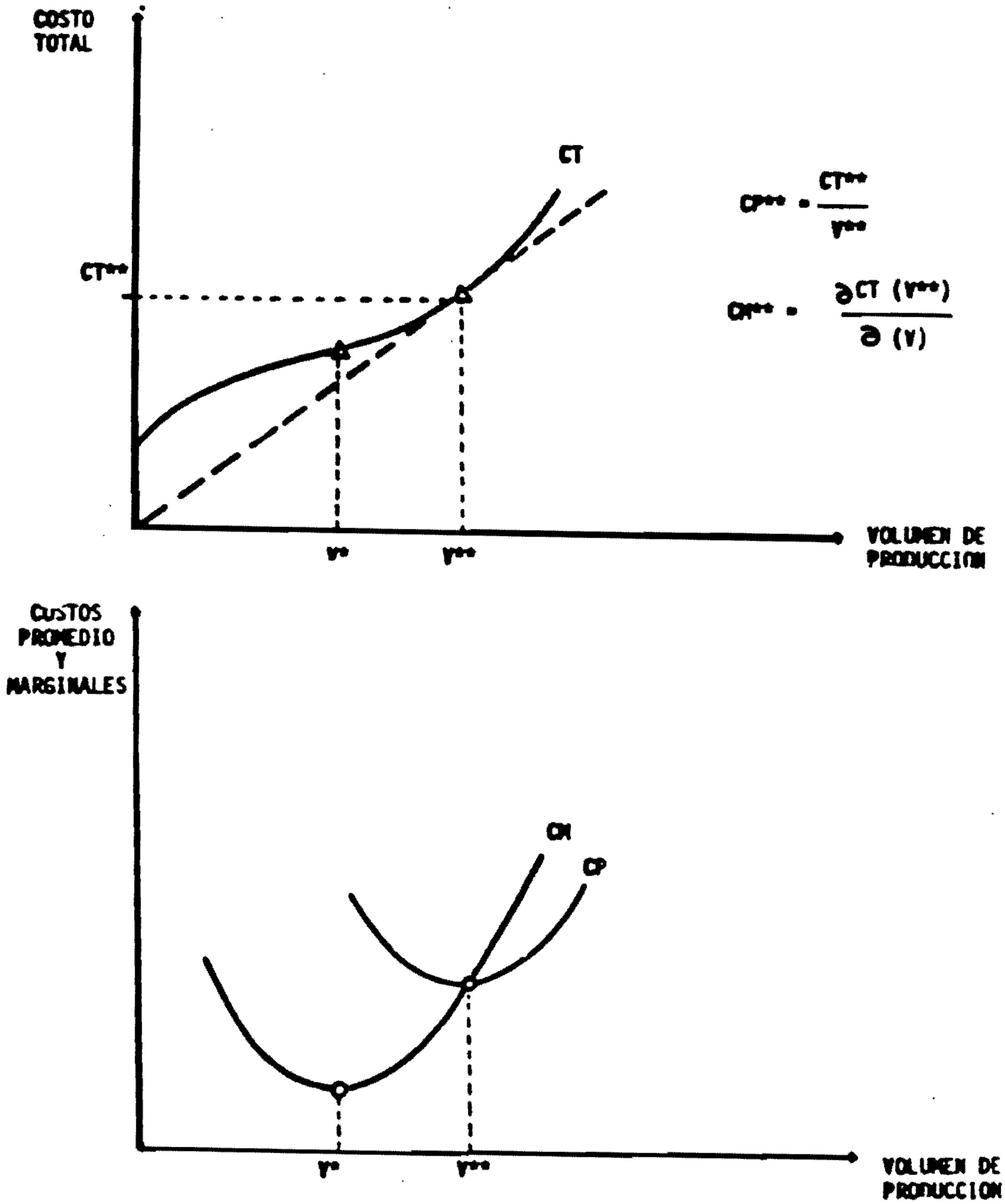


FIGURA 1.6. Gráficas de COSTO TOTAL vs VOLUMEN DE PRODUCCION y COSTO MARGINAL Y PROMEDIO vs VOLUMEN DE PRODUCCION.

El mínimo de la curva de costos promedio se observa en el nivel de producción V**, que corresponde al punto cuya secante tiene la pendiente mínima de todas y donde CM = CP.

Los costoa promedios totales se dividen en dos componentes: costos fijos promedio (CFP) y costos variables promedio (CVP), la definición de cada uno de ellos es:

CFP=(costos fijos totales)/nivel de producción = Cf/v.

CVP=(costos variables totales)/nivel de producción = CV/V.

Los conceptos microeconómicos anteriores son de aplicación general para el caso de análisis de corto plazo, es decir, cuando la tecnología no cambia. En el caso del ciclo vehicular, se definen funciones de costo total en términos de la capacidad de carga (producción) disponible para estudiar las variaciones en los costos al variar los niveles de la capacidad de carga del sistema de transporte estudiado.

1.4.3 APLICACION AL ANALISIS DEL CICLO VEHICULAR

Una forma funcional, más no la única, usual y sencilla de establecer funciones de costo es la que supone que el comportamiento de los costos variables depende linealmente como función de la capacidad de carga ofrecida:

$$CT = CF + aV_c \qquad (1.14)$$

siendo V_c la capacidad de carga ofrecida, medida en números de ciclos por unidad de tiempo, en toneladas-kilómetro, asientos-kilómetro o alguna unidad representativa y a es el costo por cada unidad de capacidad disponible.

Cuando se utiliza una función lineal, los costos promedio y marginal son respectivamente:

$$CTP = CF/Vc + a \qquad (1.15)$$

$$CM = \frac{\partial CT(Vc)}{\partial Vc.} = a. \qquad (1.16)$$

Su valor como instrumento de análisis del ciclo vehicular, en el estudio de sistemas de transporte alternativos se aplica a la selección de tecnologías.

Si para cada alternativa se obtiene una función de costo, es posible calcular, para diferentes capacidades de carga por ofrecer, los costos totales, promedio y marginales y a partir de ellos elegir la opción de menor costo.

Por ejemplo, en la figura 1.7, se comparan las funciones de costo total de tres tecnologías alternativas A, B y C. Donde la opción A es la de menor costo inicial, pero también la que presenta el mayor incremento de costos por unidad adicional atendida.

La alternativa B representa un caso intermedio mientras que C es la de mayor costo inicial pero menor incremento de costos. En la parte (b) se han graficado las curvas de costos promedios y se observa que cada tecnología es la de costo mínimo para un determinado intervalo de capacidades de carga.

Por último en la parte (c) se representa la envolvente de costo mínimo que indica qué tecnología seleccionar en función de la capacidad prevista.

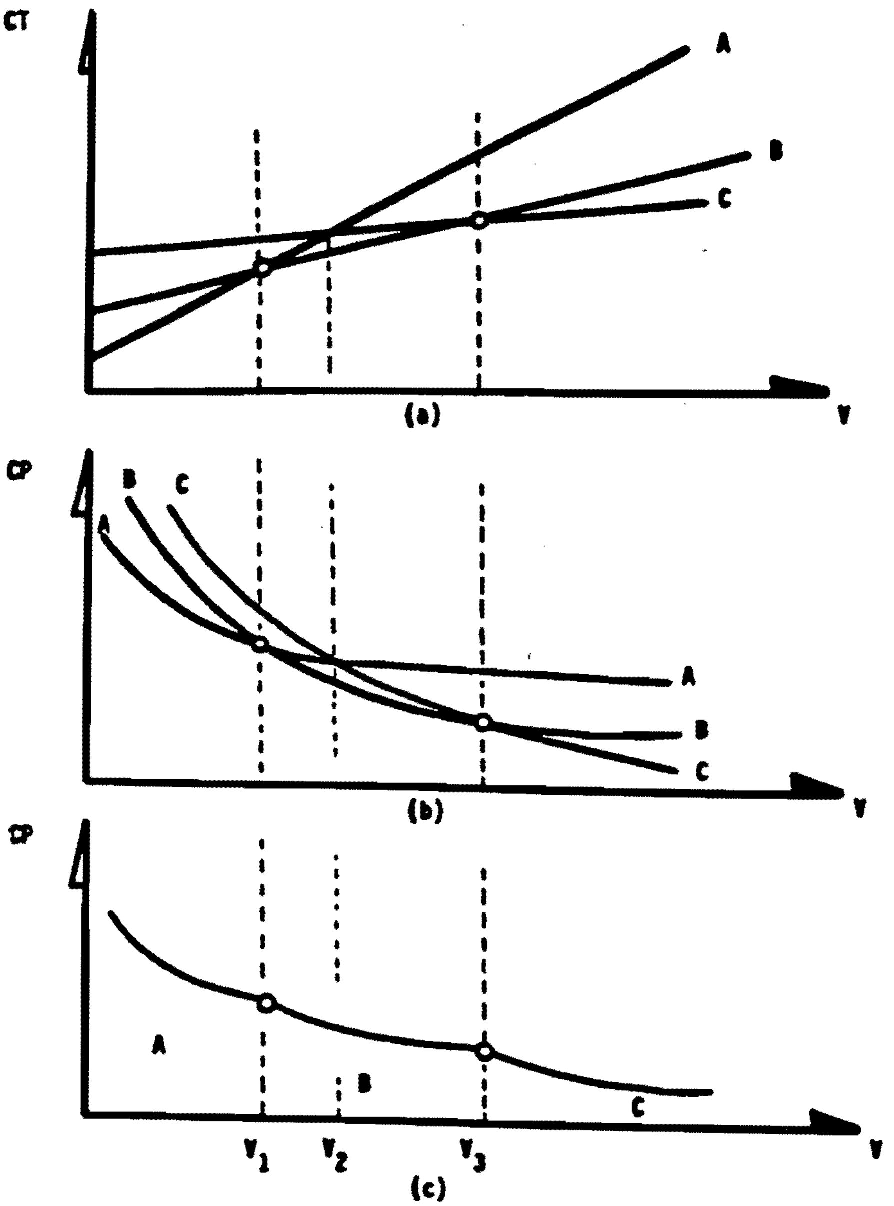


FIGURA 1.7. Comparación de las funciones de COSTO TOTAL de las tecnologías A, B y C.

Efectuar un análisis de costos no garantiza la seguridad y la certeza suficientes para la toma de decisiones. Debido a la gran cantidad de intereses por parte de los operadores y usuarios, existen otros factores que deben tomarse en consideración; tanto al escoger tecnologías como al determinar la capacidad de servicio por ofrecer o al ponderar la conveniencia de efectuar cambios en el ciclo vehicular.

Uno de estos factores, que por su importancia merece un apartado especial, es la demanda por el servicio de transporte al que se enfrenta en sus operaciones el ofrecedor del servicio.

1.4.4. DEMANDA DEL SERVICIO.

Esta variable es importante dado que permite determinar la cantidad de carga (número de pasajeros o toneladas) que el transportista tiene que movilizar. Al mismo tiempo, el conocer el nivel y el tipo de demanda da origen a la restricción de capacidad del ofrecedor del servicio.

La restricción limita y condiciona los siguientes aspectos: capacidad de carga de cada vehículo, tipos de vehículos disponibles, disponibilidad de unidades extras, niveles de tolerancia en el tiempo de entrega de la carga, entre otros.

Por tanto, para determinar la cantidad de vehículos necesaria para cubrir la demanda, es imperativo estimar las siguientes variables:

a, Número de clientes que se espera atender.
b. Tiempos de entrega de los bienes.
c. Ubicación geográfica de los demandantes.
d, Cantidad de carga por cada cliente.
e. Tipos de carga que se transportarán.
f. Capacidad instalada del transportista.

Con base en los registros históricos de dichos parámetros es posible, en el mejor de los casos, realizar un estudio estadístico de los registros con el objetivo de estimar, al menos a corto plazo, las cantidades mencionadas.

Algunos aspectos pueden ayudar a esta difícil tarea. Por ejemplo, si la demanda del servicio de cada cliente permanece, con un cierto grado de certeza, en un nivel constante y sin variaciones temporales abruptas, entonces basta con suponer que la demanda seguirá el mismo patrón.

Sin embargo, la naturaleza de ciertos productos no permiten tanta flexibilidad en la estimación de su demanda. Tal es el caso de aquellos bienes que presentan una demanda periódica o de rutas de viaje que posiblemente dejen de ser atractivas en una parte del año. Este comportamiento de la demanda influye de diversas maneras en la determinación del número de vehiculos necesarios:

a. Si la compañía transporta líquidos no comestibles la demanda de estos artículos puede presentar, por ejemplo, una variación temporal definida: la demanda de líquidos no comestibles, como lo son los combustibles, es mayor en invierno que en verano.

b. Si el número de vehiculos no es el adecuado un efecto, de las fluctuaciones en la demanda, es el hecho de que un vehículo puede ser retirado del servicio por un período del año. Mientras esté en esta situación implica un ahorro para la empresa.

c. Cualquier parte de la demanda, que no pueda transportarse con vehículos propios, abre la posibilidad de arrendar vehículos extras con los subsecuentes costos que de ello se derivan.

d. Por tanto, es necesario determinar la cantidad de vehiculos en la flota de la compañía para atender el exceso de demanda, porque un número de vehiculos podría permanecer ocioso en épocas de baja demanda.

e. Similarmente, conviene estudiar si es factible forzar a cada vehículo a estar en servicio total en el transcurso del año tomando en cuenta los vehículos rentados y sus costos.

Lo anterior refleja lo complejo que puede ser estimar la demanda del servicio de transporte. En general, no es aventurado afirmar que estimar los niveles de demanda que se espera atender constituye un problema a parte del problema de tamaño mínimo de flota y de otros relacionados.

La exposición anterior tiene la intención de introducir al lector al amplio y complejo sistema de una flota de transporte.

Todos los factores citados están implícitos en el desarrollo de algoritmos de solución al problema que nos interesa, el Problema de Tamaño Mínimo de una Flota de Transporte.

CAPITULO 2.

El objetivo de este capítulo es exponer la formulación del problema de Tamaño Mínimo de una Flota de Transporte (TMFT) como un problema de programación lineal entera. El capítulo se desarrolla como sigue.

La formulación se hace considerando el caso de una flota de transporte terrestre (camiones u otros vehículos similares), sin pérdida de generalidad debido a la similitud, en los aspectos técnicos que éste guarda, con otros modos de transporte.

Se mencionan también, de manera breve, las características relevantes del problema como programa entero, así como los métodos directos de solución (programación lineal, entera y algoritmos heurísticos), como introducción a la aplicación de los mismos.

La formulación comprende la equivalencia entre dos perspectivas: a) la maximización de utilidades, por parte de las compañías transportistas, y b) la minimización de costos; objetivo central de las empresas no transportistas pero que poseen su flota de transporte para uso particular.

En este ámbito también se describen las demandas técnicas que se presentan en casos especiales de problemas de transporte y que definen las restricciones en los modelos matemáticos que se derivan de ellos, esto con el objetivo de resaltar lo complejo que puede ser el caso de estudio. Además se mencionan algunos de los problemas que ejemplifican los diversos requerimientos técnicos en la operación de una flota de vehículos.

Finalmente se mencionan los problemas de transporte, de asignación y secuenciación de vehículos, los cuales están ampliamente relacionados con el problema en estudio y se presenta un análisis de los primeros trabajos de investigación acerca del problema TMFT.

2.1 PROBLEMA DE TAMANO MINIMO DE UNA FLOTA DE TRANSPORTE.

GENERALIDADES.

De acuerdo con la descripción que hace el Ciclo Vehicular de las etapas por las cuales un vehículo transita cuando éste ejecuta una fase de servicio y el seguimiento que de ellas se debe hacer, el problema de determinar el tamaño mínimo de una flota de transporte adquiere una dimensión amplia.

Las actividades de supervisión son, por si mismas, necesarias para controlar la operación de las unidades. Cuando la empresa desea, entre muchos otros objetivos, optimizar el número de vehículos de su flota, el problema en el caso más general, debe relacionarse con un conjunto de restricciones operativas del sistema.

En términos generales la esencia del problema TMFT radica en determinar la cantidad de vehículos que una empresa debe poseer, en su flota de transporte, para satisfacer una demanda de servicio.

El tipo de compañía que enfrenta el problema determina los objetivos principales a lograrse con el número óptimo de unidades:

1. EMPRESA TRANSPORTISTA. La actividad principal de esta compañía es ofrecer servicios de transporte para trasladar bienes materiales o personas de un lugar a otro.

Uno de los objetivos predominantes de la compañía es maximizar sus utilidades.

2. EMPRESA NO-TRANSPORTISTA. En este caso la actividad de la empresa no es propiamente el traslado de bienes. Sin embargo, dispone de su flota privada para satisfacer sus necesidades particulares.

En ciertos periodos de su vida productiva la empresa debe atender una demanda extra de transporte que la obliga a rentar vehículos adicionales.

Para esta clase de empresa el objetivo capital es minimizar el total de los costos derivados de los vehículos de su propiedad y de las unidades arrendadas.

La problemática general engloba las siguientes consideraciones.

TIPO DE FLOTA.

La empresa posee una flota homogénea de transporte, es decir, los vehículos son de un sólo tipo y de la misma capacidad. La situación general considera flotas no homogénas.

TIPO DE PRODUCTO A TRANSPORTAR.

En casos sencillos es posible que la compañía sólo transporte un tipo de producto: productos perecederos, no perecederos, líquidos, gases, sólidos, personas, etcétera. El problema se complica cuando la empresa transporta diferentes tipos de productos disponiendo de una flota heterogénea.

DEMANDA POR EL PRODUCTO.

A las circunstancias anteriores se puede anexar el hecho de que uno o varios productos presentan una demanda constante o, en su defecto, un patrón de demanda variable en el transcurso del año.

RESTRICCIONES DE MANTENIMIENTO.

Esta restricción obliga a determinar la cantidad óptima de vehículos de tal forma que a las unidades de transporte se les proporcione una rutina de mantenimiento un número determinado de veces, en cada periodo dado, y en un lugar geográfico específico.

RESTRICCIONES CON VENTANA DE TIEMPO.

Una flota de vehículos con capacidad limitada está disponible en una estación central y deben atender a un conjunto de clientes con demandas determinadas.

Cada cliente tiene que ser atendido dentro de una ventana de tiempo, es decir, existe un intervalo de tolerancia temporal dentro del cual el cliente debe recibir un artículo específico.

Naturalmente la ventana comprende el tiempo óptimo asignado para el cual desea recibir su producto.

Las anteriores consideraciones sólo son algunas de las inumerables posibilidades en las cuales se desea determinar la cantidad óptima de vehículos.

Más aún, conforme el problema involucra un número creciente de restricciones el caso PTMFT se convierte en un subproblema de uno más general. Lo anterior trae como consecuencia que los métodos de solución generales implícitamente den respuesta al problema TMFT.

Para fijar un marco de referencia simple, pero muy útil, desde el cual sea posible visualizar problemas complejos, la formulación del problema TMFT se basa en la consideración de una flota homogénea de vehículos y una sola clase de producto.

2.2. FORMULACION BASICA Y CARACTERISTICAS [4].

Considere una flota homogénea, un tipo de producto y las siguientes definiciones:

F = (costo fijo)/día, asociado a cada vehículo de la compañia.

V = (costo variable)/día, costo en que se incurre por el uso de la unidad propia.

H = (costo por renta)/vehículo por día.

Y = cantidad de días laborados en un año.

N = número de vehículos en la flota.

Xi = número de órdenes de trabajo ejecutadas por las unidades de

la empresa en el día i.
hi = cantidad de órdenes de trabajo atendidas por unidades arrendadas en el día i.
di = demanda de cargas a transportar en el día i.

Desde el punto de vista de una empresa no transportista su objetivo es minimizar los costos fijos, costos variables y costos de arrendamiento totales, es decir:

$$\text{minimizar } FYN + V \sum_{i} X_i + H \sum_{i} h_i \qquad \text{P1.}$$

sujeto a:

1. $X_i + h_i \geq d_i \ (\forall\ i)$.
2. $X_i \leq N \ (\forall\ i)$.
3. $N \geq 0$.
4. N elemento de los números positivos enteros.

La restricción 1 establece que, para cada día i laborado, todas las órdenes de trabajo solicitadas se deben satisfacer.

Por otro lado, la segunda restricción obliga, en cada dia, a que el número de órdenes demandadas esté limitado por el número de vehículos en la flota.

En la anterior formulación está implícita la suposición de que un vehículo realiza una sola orden de trabajo, lo que le toma un día completo cumplir.

La dimensión del problema se reduce cuando se incluye el valor de la frecuencia f(dr) de una demanda diaria repetida dr.

Sean:

X_r = cantidad de órdenes ejecutadas por unidades propias en los días en que se presenta la demanda dr.

h_r = cantidad de órdenes cumplidas con vehículos rentados en los días en que la demanda es d_r.

La formulación para el número de unidades de una empresa no transportista se transforma en:

$$\text{minimizar } FYN + V\sum_{r.} X_r\, f(d_r) + H\sum_{r.} h_r\, f(d_r) \qquad P2.$$

sujeto a:

1. $X_r + h_r \geq d_r \quad (\forall\ r)$.
2. $X_r \leq N \quad (\forall\ r)$.
3. $N \geq 0$.
4. N número positivo entero.

De manera natural los algoritmos que dan solución al problema PTMFT son los de la programación lineal y programación lineal entera extendiéndose a los algoritmos heurísticos.

Estos últimos son métodos que se basan en la estructura particular de un problema, además combinan aspectos teóricos y empíricos con el objetivo de crear algoritmos eficientes y rápidos, la importancia de ellos reside en que verifican la teoría desarrollada y, al mismo tiempo, generan nuevos conceptos que la enriquecen.

Si se considera como un problema de programación lineal (P.L.) entonces la estructura del problema P2 debe satisfacer las condiciones de optimalidad de Kuhn-Tucker para problemas de programación lineal.

Para el caso de problemas P.L. las condiciones mencionadas son condiciones necesarias y suficientes de optimalidad [5].

Sin embargo, como la variable de decisión N es una cantidad entera, los métodos de P.L. no garantizan que la solución óptima también lo sea.

En general, lo más probable es que la solución sea un número no entero cercano a la solución entera deseada por lo que es conveniente disponer de los métodos de programación lineal entera (P.L.E).

Una característica importante del problema PTMFT es que aún cuando sea considerado como programa lineal la maximización, o minimización, de la función objetivo se realiza sobre una región de factibilidad no convexa.

Afortunadamente la relajación de la restricción de integralidad proporciona información valiosa acerca del problema entero original que se resume en los siguientes resultados teóricos que son demostrados en la referencia [6].

TEOREMA 2.1. El valor máximo (o mínimo) de la función objetivo del problema entero relajado es una cota superior (inferior) para el valor de cualquier solución factible entera.

COROLARIO 2.1. Si la solución óptima del problema entero relajado es entera entonces también es solución óptima del problema original.

COROLARIO 2.2. Si el problema entero relajado es infactible entonces también lo es el problema entero como tal.

Los resultados anteriores se derivan del hecho de que las soluciones al problema entero están contenidas en la región factible del problema de programación lineal.

Cuando al problema PTMFT se le considera propiamente entero, existe la posibilidad de aplicar los métodos propios de la programación lineal entera:

- Técnicas de planos de corte.
- Métodos de enumeración.

- Algoritmos particionales.
- Algoritmos de la teoría de grupos.

La relación que guarda el problema PTMFT con problemas más generales tiene como consecuencia la poca eficiencia de los métodos básicos señalados, que no garantiza que los problemas puedan resolverse.

La amplia gama de problemas en los que se encuentra nuestro caso de estudio no hace ver muy claro cuál método es el mejor para una situación específica. Por tanto, los métodos de aproximación son los más aplicados.

Los problemas reales generan algoritmos específicos de propósito especial que explícitamente adquieren ventaja de la estructura del caso a resolver y por tanto son usualmente más eficientes que las técnicas clásicas.

Lo anterior no significa ignorar los métodos generales. En efecto, los algoritmos heurísticos son, por lo regular, variaciones de los métodos clásicos cuyas propiedades básicas respaldan la convergencia de los métodos especializados.

Como parte complementaria de esta exposición, a continuación se presenta la equivalencia entre los problemas de TMFT correspondientes a una empresa transportista y una no transportista.

2.3. EQUIVALENCIA DE LOS PROBLEMAS.

Considere las definiciones hechas en el problema P2.

El transportista incurre en un costo fijo base por año, NF.

Cada vez que un vehículo es alquilado a un cliente por un día, el arrendador percibe una utilidad (H-V). En los días cuando la demanda, d, es menor o igual al número, N, de unidades en la flota del transportista, se rentan d vehículos a los clientes.

En los días en que la demanda excede al número de vehículos disponibles, el transportista es incapaz de satisfacer una parte de la demanda y se rentan N unidades. Así, la utilidad P, del prestador del servicio, está dada por:

$$P = -NF + (H-V)\sum_{d \leq N.} d\ f(d) + (H-V)\sum_{d > N.} N\ f(d).$$

La empresa no transportista también incurre en un costo fijo anual base, NF. Adicionalmente, cuando emplea uno de sus vehículos se genera un costo variable V. En situaciones en las cuales se necesita arrendar unidades el costo en que se incurre es H.

Para los días en los cuales la demanda, d, es menor o igual al número de vehículos , N, en la flota privada, d de las unidades propias están en servicio.

En los días en que la demanda excede al número de unidades en la flota, se usan N de los vehículos propios y se deben rentar (d-N) unidades.

Por tanto, el costo, C, por poseer una flota no transportista, está dado por:

$$C = NF + V\sum_{d \leq N} d\ f(d) + V\sum_{d > N} N\ f(d) + H\sum_{d > N} (d-N)\ f(d).$$

$$C = NF + V\sum_{d \leq N} d\ f(d) - (H-V)\sum_{d > N} N\ f(d) + H\sum_{d > N} d\ f(d).$$

pero,

$$\sum_{d > N} d\ f(d) = \sum_{d} d\ f(d) - \sum_{d \geq N} d\ f(d) = Yd - \sum_{d \leq N} d\ f(d).$$

por tanto:

$$C = NF + HYd - (H-V)\sum_{d\leq N} d\, f(d) - (H-V)\sum_{d\geq N} N\, f(d).$$

$$C = HYd - P.$$

Como H, Y y d son constantes, minimizar C es equivalente a minimizar (-P), lo que a su vez es equivalente a maximizar P.

De esta forma, minimizar el costo de una flota privada es totalmente equivalente a maximizar la utilidad del transportista.

Analizadas las características principales del problema PTMFT se presentan a continuación los problemas con los cuales mantiene una relación estrecha por el tipo de situaciones que modelan y que están directamente ligados a problemas de transporte.

2.4 EL PROBLEMA DE TRANSPORTE [5].

Este problema considera m puntos origen localizados en un mapa, en el cual el origen i tiene una provisión de a_i unidades de un cierto artículo. Consecuentemente, están localizados n puntos de destino, j, y cada uno de ellos demanda b_j unidades del producto.

Asociado a cada arco (i,j), del origen i al destino j, se tiene un costo unitario c_{ij} por concepto de transporte. El problema consiste en determinar el conjunto de embarques factible de los origenes a los destinos que minimice el costo total del transporte:

$$\text{Minimizar} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}\, X_{ij}. \qquad \text{PT.}$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \leq a_i. \qquad i = 1, 2, \ldots, m.$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j. \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

$$X_{ij} \geq 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, m \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

donde X_{ij} = número de unidades del artículo que deben enviarse del origen i al destino j.

2.5 EL PROBLEMA DE ASIGNACION [5].

Este problema es un caso particular del problema de transporte con las condiciones de $m = n$, cada $a_i = 1$ y cada $b_j = 1$. Como un ejemplo, suponga que se tienen m mecánicos y n tipos distintos de vehículos. Si el individuo i es asignado al vehículo j, se incurre en el costo c_{ij}. Se desea encontrar el costo mínimo de asignar los individuos a los vehículos.

En cada solución básica factible, $X_{ij} = 1$ significa que el individuo i ha sido asignado al trabajo j, y $X_{ij} = 0$ indica lo contrario.

El modelo matemático para el problema de asignación está dado como sigue:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} C_{ij} X_{ij} \quad \text{Problema de Asignación.}$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = 1 \qquad i = 1, 2, \ldots, m.$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = 1 \qquad j = 1, 2, \ldots, m.$$

$$X_{ij} = 0 \text{ ó } 1 \qquad i, j = 1, 2, \ldots, m.$$

El problema de asignación se relaciona con el PTMFT cuando a éste se le impone la restricción de que a cada vehículo que realiza un viaje, se le debe de someter a una rutina de mantenimiento cada vez que su período de revisión se cumpla en la estación a la que arriba en el transcurso de su ruta.

2.6 SECUENCIACION DE VEHICULOS [7].

Se considera como un problema de distribución en el cual un conjunto de n vehículos dan servicio partiendo de una estación central. El servicio consiste en visitar, durante un período de tiempo dado, a un grupo de consumidores con posiciones dispersas en una región geográfica.

El objetivo es satisfacer los requerimientos de transporte que los consumidores demandan y definen.

El problema se presenta comúnmente en la recolección del contenido postal de los buzones, del dinero depósitado en las casetas telefónicas, visitas a domicilio de un médico a sus pacientes, giras de técnicos que supervisan el mantenimiento preventivo de estaciones localizadas, etcétera.

Considere que a cada uno de los clientes se les asigna un índice $i = 2, 3, \ldots, n$; donde se conviene $i = 1$ para referirse a la estación central. Análogamente cada vehículo se etiqueta con un índice $j = 1, 2, \ldots, m$.

Cada consumidor i define una demanda q_i. El costo de viaje al desplazarse entre un par de clientes, i y j, se denota por c_{ij}.

La capacidad del vehículo k es Q_k. Se hace la suposición de que los clientes y vehículos se ordenan en forma descendente respecto a las cantidades q_i y Q_k.

El problema básico que se desea resolver es el construir rutas para los vehiculos, una ruta por vehículo iniciando y terminando en la estación central, de tal forma que todas las demandas de transporte sean atendidas y el costo total sea mínimo.

Con base en lo anterior, la formulación del problema se establece en la forma señalada como PSV.

La segunda restricción asegura el hecho de que cada cliente es asignado a algún vehículo, la tercera restricción refleja la la capacidad de las unidades, la siguiente restricción garantiza que si un vehículo visita a un cliente no permanece en ese lugar, y la última restricción son las restricciones de eliminación de subrutas para el problema del agente viajero.

Existe una cantidad considerable de combinaciones de los anteriores problemas con el PTMFT y a continuación se mencionan ejemplos de problemas que reflejan lo antes dicho.

PROBLEMA PSV.

Sean:

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ visita al cliente } j \text{ inmediatamente después del cliente } i \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$$Y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } i \text{ es visitado por el vehículo } k. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$$\text{minimizar } \sum_{i,j} C_{ij} \sum_{k.} X_{ijk} \qquad \text{PSV.}$$

sujeto a:

$$\sum_k Y_{ik} = \begin{cases} 1 & i = 2,\ldots,n. \\ m & i = 1. \end{cases}$$

$$\sum_{i.} q_i Y_{ij} \leq Q_k \qquad k = 1,\ldots,m.$$

$$\sum_i X_{ijk} = \sum_{j.} X_{jik} = Y_{ik} \quad i=1,\ldots,n \quad k=1,\ldots,m.$$

$$\sum_{i,j \in S} X_{ijk} \leq |S| - 1, \qquad \text{para toda } S \subseteq \{2,\ldots,n\}, \qquad k = 1,\ldots,$$

$$Y_{ik} \in \{0,1\} \qquad i = 1,\ldots,n \qquad k = 1,\ldots,m.$$

$$X_{ijk} \in \{0,1\} \qquad i,j = 1,\ldots,n \qquad k = 1,\ldots,m.$$

2.7 PROBLEMAS TIPO.

2.6.1 Problema de secuenciación de vehículos con ventanas de tiempo flexibles [8].

El problema considera que las ventanas de tiempo pueden ser violadas considerando el pago de una respectiva penalización por tal flexibilidad en la puntualidad del servicio.

Se considera una flota homogénea en una estación central. El problema se resuelve heurísticamente señalando una reducción en el número de vehiculos requeridos para asegurar el servicio así como una disminución en la longitud total de las rutas diseñadas.

2.6.2 Problema de tamaño mínimo de flota sujeto a una restricción de mantenimiento. [9].

Se resuelve el problema de secuenciación-variable vehicular para determinar el tamaño mínimo de flota considerando la restricción de mantenimiento. El caso es un problema real resuelto a una de las empresas más grandes de transporte de la India, en la que se realizaban 30,000 viajes diariamente con una flota de 6000 vehículos. Resolviendo el problema de manera heurística determinan que se debe reducir el tamaño de flota en una cantidad de 400 autobuses.

2.6.3 Modelos de tamaño de flota mínimo para sistemas de transporte. [10]. El objetivo del trabajo es presentar un modelo general de determinación del tamaño de flota para los siguientes sistemas de transporte: trenes suburbanos, autobuses y lineas áereas. La capacidad de transporte que se demanda se expresa como función de los patrones de llegadas y salidas de los vehículos.

Para cada sistema se supone conocida la estadística de origenes-destinos de los pasajeros. La aplicación más significativa de este trabajo se refleja en el análisis del sistema de trenes suburbano de Adelaide, Australia.

El programa entero propuesto fue aplicado y resuelto usando técnicas de planos de corte.

2.6.4 Asignación de autobuses a planes de viaje en una zona metropolitana.[11].

Proponen una formulación en términos de programación entera 0-1 y lo resuelven como un problema de asignación a gran escala aplicando una transformación conveniente.

2.6.5 Un algoritmo de ramificación y acotamiento para determinar el tamaño mínimo de una flota de un sistema de transporte [12].

Describe una aproximación por ramificación y acotamiento para resolver el problema de programas de transporte variable y resuelve el problema para el caso de dos terminales.

2.6.6 Modelos de programación de viajes y secuenciación de flotas de sistemas de transporte[13].

Resuelve el mismo problema que [12] pero el tratamiento que presenta considera el problema del tipo de programación lineal entera 0-1 resolviéndolo con métodos de ramificación y acotamiento tipo Land-Doig.

Definitivamente, el problema TMFT no se puede considerar como problema aislado debido a que el caso particular en estudio determina un conjunto de restricciones, que definen la operatividad de la flota bajo las cuales la cantidad de vehículos a determinar debe ser organizada.

La estructura de un problema real señala, previo análisis de sus variables, el conjunto de parámetros a considerarse de tal manera que modelen de la manera más precisa el funcionamiento del sistema.

El problema TMFT cuando se considera como un problema constituyente de otro más general, no pierde importancia.

Por su naturaleza involucra los elementos fundamentales que determinan completamente los costos, utilidades y capacidades de servicio de la empresa, y ésta debe equilibrarlos para un funcionamiento óptimo de su flota de transporte.

En términos generales, el analista se puede enfrentar a decidir si determinando la secuenciación de vehículos se define el tamaño óptimo de la flota.

Si el conjunto de restricciones de un problema que incluye al de TMFT determina la solución a éste o considerando al número de vehículos como factor clave puede resolver problemas más amplios.

En conclusión, como la parte fundamental de una empresa de transporte la constituyen sus vehículos y la influencia de éstos se refleja en aspectos económicos y de capacidad de servicio, aun cuando no se refleje tácitamente en los problemas generales la presencia del TMFT, basta con recordar la minimización o maximización que persiga el método de solucion para tenerlo presente.

Considerando importantes los trabajos más antiguos que dan génesis a las primeras soluciones al problema de tamaño mínimo de flota, a continuación se describen los artículos donde se presentan los métodos de solución pioneros.

2.8. TRABAJOS PIONEROS.

APROXIMACION DE WYATT [14].

El problema considerado en este trabajo se enfoca a determinar un criterio que señale el lapso de tiempo para el cual el tamaño de flota debe ser ampliado por medio del arrendamiento de unidades extras. El criterio se establece para una flota homogénea de naves marítimas.

Consideremos que la demanda de transporte es una función periódica cuyas fluctuaciones en un ciclo se muestran en la figura 3.1.

Se establecen las siguientes definiciones:

c = capacidad total de las embarcaciones propias de la compañía.

f = costo fijo por unidad de capacidad por día para las naves de la empresa.

v = costo fijo por unidad de capacidad por día para naves de la compañía.

h = costo por unidad de capacidad por arrendamiento de embarcaciones adicionales.

El costo total de la operación de la flota, en un periodo, se obtiene multiplicando cada área por el costo asociado con ésta, como se señala en la figura 3.1, y sumando los costos parciales.

Si la capacidad de la flota es tratada como una variable continua que puede ser incrementada en una pequeña cantidad, δc, el costo total se incrementa en:

$$f(t_2-t_1)\delta c - (h-f-v)(t_3-t_2)\delta c + f(t_4-t_3)\delta c$$

Un valor estacionario del costo de transporte, se obtiene cuando la anterior ecuación es igual a cero, lo que implica que:

$$(t_3-t_2)/(t_4-t_1) = f/(h-v)$$

Esta igualdad establece que la proporción del tiempo para el cual se deben arrendar embarcaciones es $f/(h-v)$.

La anterior deducción es válida para cualquier patrón de demanda periódica causada, por ejemplo, por fluctuación temporal.

En casos reales, las naves no son homogéneas por lo que f, v y h no son constantes, por lo que se puede considerar una estimación apróximada con el uso de valores promedios de f, h y v.

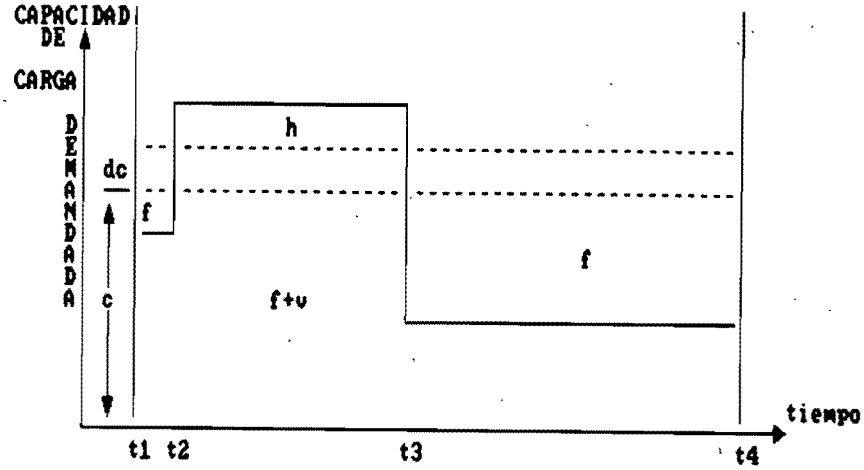


FIGURA 3.1. Capacidad de transporte demandada en función del tiempo.

APROXIMACION DE KIRBY[15].

Considera una flota homogénea de vagones de tren. El problema a resolver consiste en decidir si el tamaño de la flota es del tamaño correcto.

Un criterio sencillo para evaluar si el tamaño es correcto es el siguiente: "Si los vagones arrendados son k veces tan costosos como las unidades propias, entonces se deberían rentar vagones por un día durante k días".

Lo anterior se comprueba de la siguiente forma..

Consideremos que la flota consiste de n vagones, cada uno costando 1 unidad por día, los vagones rentados con un costo de k unidades por día, y que en cualquier día x cantidad de vagones son requeridos con probabilidad $p(x)$.

Entonces el costo total esperado, C, está dado por:

$$C = n + kE[x-n]$$

$$C = n + kE[x] - kE[n]$$

$$C = n + k\int_{n}^{\infty} xp(x)dx - k\int_{n}^{\infty} np(x)dx$$

$$C = n + k\int_{n}^{\infty} (x-n)dx$$

Si lo deseado es haber elegido n que minimice a C entonces:

$$\frac{dC}{dn} = 0 \quad \rightarrow \quad 1-k(n-n)p(n)-k\int p(x)dx = 0$$

que es lo mismo que: $\int_{n}^{\infty} p(x)dx = 1/k$

La anterior expresión significa que la flota deberá ser adecuada en tamaño excepto para una fracción 1/k del tiempo de operación.

Comparando con el trabajo de Wyatt, Kirby no considera los costos variables de operación, es decir, el resultado de Kirby se deriva del de Wyatt cuando éste considera v=0.

Es inmediato decir que ambas aproximaciones llegan a ser impracticables cuando se amplía el tratamiento considerando una flota no homogénea.

Por lo anterior, Gould[4] consideró el problema de una flota no homogénea como un programa de programación lineal (problema P1) para poder dar respuesta al problema que resuelve propiamente su trabajo.

2.9 EL TAMANO Y LA COMPOSICION DE UNA FLOTA DE TRANSPORTE TERRESTRE [4].

El estudio se enfoca al problema del Departamento de

Transporte de una empresa industrial en Inglaterra, en 1965.

PROBLEMA. Los costos por tonelada transportada en que incurría la empresa eran más altos que los costos de departamentos similares de otras compañías.

PROBABLE CAUSA. Se pensaba que los altos costos eran efecto de un tamaño excesivo de la flota de vehículos.

DESCRIPCION DE LAS OPERACIONES DEL DEPARTAMENTO DE TRANSPORTE.

MATERIALES TRANSPORTADOS. Son líquidos de dos tipos:

T1. Líquidos comestibles.

T2. Líquidos no comestibles.

TIPOS DE VEHICULOS. La flota de la empresa contaba con dos clases de unidades:

V1. Unidades con tanque de acero templado.

V2. Unidades con tanque de acero inoxidable.

CAPACIDAD DE CARGA. Ambos tipos de unidades están disponibles en seis diferentes tamaños: 14, 12, 10, 8, 7 y 5 toneladas de capacidad.

RESTRICCIONES TECNICAS.

a) las unidades V2 pueden transportar ambos tipos de líquidos.

b) las unidades V1 sólo pueden transportar carga tipo T2.

c) Tanto las unidades V1 y V2 pueden transportar una cantidad de líquido menor o igual a su respectiva capacidad.

VARIACION EN EL NIVEL DE LA DEMANDA. La demanda de transporte que atendía la compañía presentaba una variación por temporadas.

Por ejemplo, en invierno la demanda de combustibles era mayor que en verano. Más aún,. en una temporada dada la demanda presentaba una variación considerable.

En periodos de poca demanda un vehículo era retirado del servicio por algunos meses y no se empleaba para otros fines.

OBJETIVOS DEL ESTUDIO.

Decidir cuántos vehículos de cada tipo y tamaño se deben de tener para el servicio de transporte..

Determinar el tamaño óptimo de la flota y su composición con la finalidad de minimizar los costos totales de transporte .

El problema formulado corresponde al tipo P2 con restricciones similares pero además se consideran las restricciones derivadas de las restricciones técnicas mencionadas.

El programa se resolvió transformando el conjunto de restricciones con el reemplazo de cada variable X, siendo X una cantidad de vehiculos de tipo y tamaño a determinar, por la siguiente suma:

$$X_A + X_B + X_C$$

donde X_A, X_B y X_C son variables no negativas a las cuales se les restringe de la siguiente manera:

$$X_A \leq x_2 - x_1$$
$$X_B \leq x_3 - x_2$$
$$X_C \leq x_4 - x_3$$

Las cantidades x_i representan la sucesión $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4$ y denotan cantidades de vehiculos, en el intervalo $[x_1, x_4]$, graficados con el costo de su operación asociado, en la curva de vehiculos de la compañia (x) vs costo variable y de renta $C(x)$.

Los puntos x_1, x_2, x_3 y x_4 definen los vértices $(x_1, C(x_1))$, $(x_2, C(x_2))$, $(x_3, C(x_3))$ y $(x_4, C(x_4))$ de una terna de segmentos de linea interconectados para efectuar una aproximación lineal por segmentos a la curva no lineal $[x, C(x)]$.

Dado que el problema requiere de soluciones enteras entonces se convino en permitir sólo valores enteros para x_1, x_2, x_3 y x_4.

Estas nuevas variables consideran en la función objetivo el costo correspondiente al gradiente de la linea de aproximación más relevante. Por ejemplo, el coeficiente de X_A en la función objetivo es:

$$C(x_1)-C(x_2)/x_1-x_2$$

Los datos requeridos de los patrones de demanda y costos se obtuvieron del análisis estadístico de registros anteriores.

Como sistema de cómputo se empleó un paquete de programación lineal estándar L.P. 90/94.

Las recomendaciones resultantes de la solución al problema fueron:

1. Reducir el tamaño de la flota de transporte.
2. Aumentar el número de vehículos de gran capacidad.
3. Incrementar la cantidad de vehículos con tanque de acero inoxidable.

El número original de vehículos era de un total de 84 y el análisis recomendó un total de 59 lo que representa una reducción del 20%. La reducción de unidades se enfocó al conjunto de pequeños vehículos, mientras que las cantidades de unidades con capacidades de 14 y 12 toneladas se debieron incrementar.

Asimismo, se disminuyó fuertemente (en un 45%) el número de vehículos con tanque de acero templado por otro lado, la cantidad de unidades con tanque de acero inoxidable sólo se redujo en un 10%. Los resultados del estudio representaron una disminución de £24,000 (cerca del 10%) respecto al costo total que representaba operar la flota original.

Este trabajo muestra cuan importante puede ser determinar el tamaño óptimo de una flota de transporte y, naturalmente, señala la relevancia de poder disponer métodos de solución lo más perfectos posibles.

CAPITULO 3.

El presente capítulo tiene el objetivo de presentar los fundamentos y características de algunos de los métodos, exactos y heurísticos, desarrollados para resolver problemas de tamaño mínimo de una flota de transporte; el contenido se presenta de la siguiente manera.

En relación con lo expuesto en el segundo capítulo se anexa aquí un conjunto de problemas de transporte que se relacionan de manera muy frecuente con el problema de tamaño mínimo de flota.

Los métodos que se describen son el algoritmo heurístico de Saha[16], el método exacto de Swersey-Ballard[17] y el algorítmo heurístico de Balakrishnan[8]. Del primero se presenta un ejemplo numérico, del segundo y tercero los resultados computacionales derivados de los métodos; con la distinción de que el segundo resuelve un problema real.

Saha desarrolla un método de descomposición en cadena mínima para determinar la menor cantidad de autobuses para operar un total de 319 viajes con sus respectivos horarios.

Por su parte, Swersey y Ballard presentan dos formulaciones de programación entera, para el problema de construir las rutas y definir los horarios que deben operar un conjunto de autobuses escolares, con la principal restricción de que la cantidad de unidades sea mínima.

Por lo que respecta a Balakrishnan, éste propone tres algoritmos heurísticos basados, respectivamente, en la heurística del vecino más cercano, heurística de ahorro de Clarke y Wright, y por último, en reglas de espacio-tiempo, en los cuales se permite violar algunas de las ventanas previo pago de una adecuada penalización.

3.1. PROBLEMAS DE TRANSPORTE.

El problema PTMFT está estrechamente relacionado con un conjunto de problemas más generales que se plantean comúnmente al operar una flota de transporte.

Uno de ellos es el denominado problema de rutas vehiculares o VRP (Vehicle Routeing Problem) en el que se busca construir las rutas óptimas que deben recorrer las unidades de transporte.

El recorrido debe realizarse de tal forma que un número dado de puntos de entrega (clientes demandantes del servicio de transporte) sean visitados por los vehículos iniciando éstos su recorrido en una estación central.

Alternativamente, se presenta el problema de secuenciación de vehículos o VSP (Vehicle Scheduling Problem); versión más general del problema VRP con la restricción adicional de atender a los clientes en un tiempo predeterminado.

Una variante del problema VSP es el que establece intervalos de tiempo de tolerancia (ventanas de tiempo) dentro de los cuales, cada uno de los puntos de recepción correspondiente a una ventana, debe ser atendido.

A esta variante se le conoce como problema de rutas vehiculares y secuenciación de vehículos con restricciones de ventanas de tiempo o VRSTPW (Vehicle Routeing and Scheduling Problem with Time Windows).

Es también común el problema de rutas vehiculares y tamaño de flota heterogénea o FSMVRP[18] (Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem). En este caso se debe determinar el número y las capacidades de los vehículos a conformar la flota, de un conjunto de T diferentes tipos de vehículos.

De acuerdo con lo expuesto en el primer capítulo, el objetivo que se persigue alcanzar al resolver este tipo de problemas consiste en minimizar el total de costos fijos y variables derivados de la operación de la flota.

La cantidad de vehículos requeridos para dar el servicio y las longitudes de las rutas a construir destacan entre como los aspectos más importantes.

El conjunto de soluciones óptimas de cada problema debe satisfacer las siguientes restricciones.

Cada punto de entrega debe ser atendido por exactamente un solo vehículo.

Cada una de las rutas inicia y termina en una estación central, procurando contactar al mayor número de puntos posibles.

Y por último, la demanda total por el servicio definida por los clientes (toneladas, cantidad de pasajeros, etcétera) para una ruta dada, no debe exceder la capacidad de carga del vehículo asignado a dicho recorrido.

Para cada clase de problemas han sido desarrollados métodos exactos y heurísticos de solución [19], a partir de la naturaleza muy especial de cada uno de ellas.

Por lo anterior el PTMFT en combinación con alguno de los tres problemas anteriores ha sido resuelto en función de una estructura más general que la expuesta en el segundo capítulo, derivada de la interelación antes mencionada.

El objetivo de este capítulo es el de presentar y describir algoritmos exactos y heurísticos para resolver el problema PTMFT desde la perspectiva descrita en las lineas precedentes.

Por consideraciones históricas se mencionaron, en el anterior capítulo, los trabajos pioneros de Kirby[15], Wyatt[14] y Gould[4] que representan la naturaleza original del problema, adicionalmente ejemplifican, bastante bien, la evolución del problema de tamaño de flota mínimo a estructuras más complejas y amplias, al compararlos con trabajos recientes.

3.2. METODO DE SAHA [16] .

EXACTO.

El problema es: dado un conjunto de viajes determinar el número mínimo de autobuses necesarios para operar y además agrupar los viajes de tal forma que cada grupo de viajes pueda ser desempeñado por un sólo autobús.

Para la construcción del método el autor introduce las siguientes definiciones y la notación respectiva.

VIAJE.

Se entiende por viaje el desplazamiento de un autobús de un lugar a otro.

Se denota a cada viaje por una cuarteta de parámetros ordenados: lugar de partida, destino, tiempo de salida, tiempo de llegada; denotados respectivamente por (P_S, P_E, T_S, T_E).

Disponer de un conjunto de viajes corresponde a tener un conjunto en el cual cada uno de sus elementos es una cuarteta de parámetros.

RELACION DE ORDEN.

Para un conjunto con número finito de elementos se define una relación de orden denotada por α. La relación se define de tal forma que dados cualesquiera dos elementos i y j de P relacionados, $i\alpha j$, significa que i precede a j; el no estar relacionados se representa como $i/\alpha j$, i.e., i no precede a j.

CONJUNTO ACICLICO Y CONJUNTOS ORDENADOS PARCIALMENTE.

Se dice que P es un conjunto acíclico si no existe un ciclo dirigido en él, es decir no existe un subconjunto de P tal que $i_1\alpha i_2\alpha i_3\alpha \ldots \alpha i_k = i_1$. Por otro lado, se dice que P es parcialmente ordenado si para cualesquiera i, j y k elementos de P, $i\alpha j$ y $j\alpha k$ implica que $i\alpha k$.

CONJUNTO DE ELEMENTOS MUTUAMENTE NO RELACIONADOS.

Un conjunto de elementos será llamado mutuamente no relacionado si para cualquier par de elementos i, j del conjunto $(i \neq j)$ $i \not\alpha j$ y $j \not\alpha i$.

CADENA.

Se define una cadena por un subconjunto no vacío $(i_1, i_2, \ldots, i_k)$ de P tal que $i_1 \alpha i_2 \alpha \ldots \alpha i_k$. Los elementos en la cadena son tales que cualquier par de elementos sucesivos están relacionados y los otros pueden estar o no relacionados. Si existe una cadena donde el primer viaje es i_1 y el último es i_k se denota por $i_1 \rightarrow i_k$; de no ser así entonces se escribe $i_1 \not\rightarrow i_k$.

CONJUNTO DE ELEMENTOS NO LIGADOS (ENCADENADOS).

Dos elementos, i y j, se dicen mutuamente no ligados si $i \neq j$ y $i \not\rightarrow j$ y $j \not\rightarrow i$. Un conjunto de elementos será mutuamente no ligado si cualquier par de elementos del conjunto son mutuamente no ligados.

CADENAS DISYUNTAS.

Dos cadenas se dicen disyuntas si ellas no tienen ningún elemento en común.

DESCOMPOSICION DE UN CONJUNTO.

Un conjunto de cadenas disyuntas es una descomposición de P si cada elemento de P está contenido en una cadena del conjunto. La descomposición mínima será la descomposición con número de cadenas mínimo.

LINEAS Y CUBIERTA.

Supóngase que se tiene un arreglo de mxn (matriz) tal que algunas celdas son definidas como admisibles y otras como inadmisibles. Las filas y columnas serán llamadas lineas. Una cubierta para el conjunto de celdas admisibles en el arreglo es un conjunto de lineas tal que cada celda admisible está contenida en al menos una de las lineas.

CELDAS ADMISIBLES MUTUAMENTE INDEPENDIENTES.

Dos celdas se dicen mutuamente independientes si éstas no se encuentran en la misma columna o en la misma fila. Un conjunto de celdas admisibles es mutuamente independiente si todo par de celdas en el conjunto es mutuamente independiente.

NUMERO DE ELEMENTOS DE UN CONJUNTO.

El número de elementos en un conjunto se denotará por $|C|$.

De acuerdo a lo anterior sea P un conjunto de n viajes. Representese al i-ésimo viaje como $(P_{Si}, P_{Ei}, T_{Si}, T_{Ei})$. La relación de orden entre los elementos de P se define como sigue:

Se dice que $i \alpha j$ si pasa lo siguiente: a) $P_{Sj} = P_{Si}$, b) $T_{Sj} > T_{Ei}$. En términos reales lo anterior significa que un autobús que ejecuta el i-ésimo viaje puede también tomar el j-ésimo viaje si éste se inicia en el lugar donde el primero termina y el j-ésimo viaje inicia después de que el i-ésimo ha se ha concluido.

En la práctica se necesita disponer de un tiempo de *espera* entre dos viajes consecutivamente asignados a una unidad. Por ello se conviene en redefinir la relación de orden de la siguiente manera.

$i \alpha j$ si: a) $P_{Sj} = P_{Si}$ y b) $T_{Sj} \geq T_{Ei} + r$, donde r es la cantidad de tiempo que se deberá de guardar entre dos viajes consecutivos ejecutados por una unidad.

Se establece la siguiente proposición: Una cadena de P determina un conjunto de viajes que pueden ser operados por un solo autobús. El problema de encontrar el plan de horarios que minimiza la cantidad total de unidades requeridas es, por tanto, equivalente a determinar la descomposición mínima de P.

DETERMINACION DE LA DESCOMPOSICION MINIMA DE P.

Dantzig y Hoffman[20] formularon el problema de descomposición mínima de P como un problema de programación lineal. Siguiendo a Raghavachari y Mote[21] es modificada la primera formulación citada quedando como sigue:

$$\text{Maximizar} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij} \qquad (3.1)$$

sujeto a:

$$\sum_{j} X_{ij} \leq 1 \text{ para toda } i=1,\ldots,n$$

$$\sum_{i} X_{ij} \leq 1 \text{ para toda } j=i,\ldots,n.$$

$$X_{ij} \geq o$$

donde:

$$C_{ij}=1 \text{ si } i \text{ precede a } j$$

*** $C_{ij}=\infty$ si i no precede a j

se reescriben las restricciones para formular lo siguiente:

$$\text{maximizar} \sum_{i} \sum_{j} C_{ij}X_{ij} \qquad (3.2)$$

$$\sum_{j} X_{ij}+\lambda_{io}=1 \text{ para } i=1,\ldots,n$$

$$\sum_{i} X_{ij}+\lambda_{oj}=1 \text{ para } j=1,\ldots,n$$

$$C_{ij} = 1 \text{ si } i\alpha j \text{ ó}$$
$$-\infty \text{ si } i \not\alpha j.$$

todas las variables mayores o iguales a cero.

La solución al problema (3.2) es del tipo $X_{ij} = 0$ o 1, $\lambda_{oj}=0$ o 1 y $\lambda_{io} = 0$ o 1. Dada una descomposición del conjunto se obtiene una solución al problema lineal (3.2) y obteniendo un solución a (3.2), la solución al problema de descomposición se encuentra de la siguiente forma:

Si $\lambda_{oj} = 1$, el j-ésimo viaje será el viaje inicial de la cadena. Si $\lambda_{oi} = 1$, el i-ésimo viaje será el último de la cadena. Si $X_{ij} = 1$, i precederá a j y así sucesivamente.

Por tanto, maximizar (3.2) significaría minimizar:

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_{oi} \text{ ó } \sum_{j=1}^{n} \lambda_{oj}$$

además la primera o segunda sumatoria sería el número de cadenas en que P puede ser descompuesto de aquí que:

$$\text{máx} \sum_{i} \sum_{j} C_{ij} X_{ij} = n - \text{descomposición mínima de P}$$

es decir:

$$p = n - \text{máx} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

SOLUCION DEL PROBLEMA POR METODOS COMBINATORIOS.

FLUJO EN REDES.

El problema se puede resolver por el método simplex pero para una cantidad grande de viajes se vuelve tedioso.

Para propósitos de cálculo conviene convertir el problema a uno en el que se debe encontrar el máximo flujo en una gráfica bipartita.

Sea una red bipartita $[N;A] = [S,T;A]$, donde:

$S: (X_1, X_2, \ldots, X_n)$

$T: (Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$

A es el conjunto de arcos de S a T. Se asocia un arco de X_i a Y_j si $i\alpha j$. De lo contrario no existe tal arco. La capacidad del arco(X_i,Y_j) denotada por $C(X_i,Y_j)$, si existe, es infinita donde la capacidad de un arco representa el flujo máximo a través del arco.

Se anexan una fuente s y un conjunto de arcos(s,S) y un sumidero con t arcos(T,t). Se supone que $C(s,x) = 1$ para toda x en S y además $C(y,t) = 1$ para toda y en T.

Se correlacionan los elementos X_i con los n renglones y los elementos Y_j con las n columnas de un arreglo de una matriz de nxn. Una celda (X_i,Y_j) se dice admisible si existe un arco de X_i a Y_j; de otra forma se dice inadmisible.

Dentro del contexto esto significa que una celda (X_i,Y_j) es admisible si $i\alpha j$. El flujo máximo a través de la red es igual al número máximo de unos que pueden ser colocados en celdas admisibles del arreglo de tal manera que ningún par de unos estén ubicados en la misma fila o columna.

3.2.1. EL ALGORITMO EN USO.

DESCOMPOSICION EN CADENA MINIMA.

Suponga que el conjunto de viajes a programar están numerados seriadamente 1,2,...,n. El ordenamiento se puede hacer en función de los puntos de terminación de los viajes. Cada viaje es una cuarteta (P_s,P_E,T_s,T_E) con los que se forma el siguiente arreglo.

i) Se agrupan las series de números con parámetros P_E iguales. Cada grupo es entonces ordenado en orden creciente a partir del tiempo de finalización respectivo. Esto es hecho para todo P_E.

Estos formarán ahora las filas de la matriz.

ii) Se ordenan las series de números en un orden en el cual los puntos de inicio son tales que el punto de partida inicial corresponde al primer punto de terminación en *i)*, el segundo al segundo punto de terminación en ii) y así sucesivamente. Los viajes que tienen los mismos puntos de partida están así ordenados en orden creciente en función del tiempo de partida. Estos forman las columnas de la matriz.

iii) Se encierran en un círculo todas las celdas admisibles de la matriz. Si el i-ésimo viaje y el j-ésimo tour son tales que $Ps_j=Ps_i$ y $Ts_j>Ts_i$, la celda denotada por la fila i y la columna j será llamada celda admisible.

iv) Se escriben unos en las celdas admisibles como sigue. Inapeccione la primera fila. Marque con un 1 la primera celda admisible. Elimine el renglón y la columna en que la celda admisible permanece y repita el procedimiento en la matriz reducida. Prosiga hasta que todos los renglones sean inspeccionados.

v) Construya las cadenas de esta forma. Si una columna no contiene un 1 entonces será el viaje que inicia la cadena. Si el renglón con el mismo número de columna no contiene ningún 1, será una cadena con un sólo elemento. Si este renglón contiene un 1, entonces el viaje correspondiente al número de columna donde el 1 permanece será el próximo elemento en la cadena y así sucesivamente.

La ventaja más relevante de este algoritmo radica en el hecho de reducir el tiempo de solución de un problema con 319 viajes, para el cual se empleaban dos horas usando el método de etiquetamiento de Ford-Fulkerson[22], a sólo 30 minutos de tiempo de cómputo.

Respaldando a su método Saha demuestra que el proceso de colocar unos en la matriz de nxn, de acuerdo con los criterios establecidos para ello, genera el ordenamiento óptimo deseado.

En el capítulo cuatro se presentará un ejemplo numérico de este algoritmo en relación con el Ciclo Vehicular.

3.3. METODO DE SWERSEY-BALLARD [17].

EXACTO.

El problema considera la construcción de horarios para autobuses escolares. A cada escuela en particular se le asocia un conjunto de rutas. A cada unidad le corresponde una sola ruta, ascienden los estudiantes al transporte y éstos son transportados a su escuela dentro de una ventana de tiempo especificada.

Se desea determinar el número mínimo de autobuses necesario para cubrir todas las rutas dentro de los lineamientos temporales de puntualidad.

Se considera que las rutas a asignar están completamente definidas.

El servicio de las unidades consiste de dos etapas. En la mañana de cada día la unidad A recorre su ruta, y en las paradas específicas de su ruta, recolecta a los estudiantes que se encuentren en ellas y los transporta a su escuela.

Por la tarde, el proceso se invierte: una unidad recolecta a los estudiantes en su escuela y los transporta a cada una de las paradas obligatorias.

El modelo no trabaja con "cargas mixtas" es decir, todos los estudiantes en una ruta determinada son del mismo plantel educativo. Además los horarios de servicio para las rutas matutinas y vespertinas deben ser determinadas.

DISTANCIA Y TIEMPOS DE VIAJES.

Cada una de las r rutas tiene dos puntos terminales y da servicio a una escuela asignada. Para $i=1,2\ldots,r$, la ruta i tiene puntos terminales A_i y B_i y una escuela $s(i)$ asignados. Una unidad se desplaza hacia uno de los puntos, después viaja a lo largo de la ruta en dirección del otro punto, y finalmente se dirige a la escuela correspondiente.

El tiempo T_{ij} necesario para cumplir la ruta j después de la ruta i está dado por:

$$T_{ij} = C_j + \min \{ A_{j,s(i)} + B_{j,s(j)}, B_{j,s(i)} + A_{j,s(j)} \} \qquad (3.3)$$

donde C_j es el tiempo requerido para viajar desde cualquiera de los dos puntos terminales de la ruta j hacia el otro y $A_{j,s}$ y $B_{j,s}$ son los tiempos para viajar entre la escuela s y las terminales A_j y B_j de la ruta j.

La ruta 0 está referida a la estación central de las unidades, por ello T_{0i} es el tiempo necesario para viajar desde la estación a la ruta i y posteriormente a la escuela asignada $s(i)$.

FORMULACIONES DE PROGRAMACION MATEMATICA DEL PROBLEMA.

FORMULACION ENTERA MIXTA.

Decimos que X_{ij} es igual a 1 si la ruta i es seguida por la ruta j, y es cero en caso contrario. El problema de ligar rutas con el fin de minimizar el número de autobuses es el siguiente problema de optimización.

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j=1}^{r} X_{0j} \qquad (3.4)$$

sujeto a:

$$\sum_{i=0}^{r} X_{ij} = 1, \qquad j=1,\ldots,r \qquad (3.5)$$

$$\sum_{j=1}^{r} X_{ij} \leq 1, \qquad i=1,\ldots,r \qquad (3.6)$$

$$E_s(j) \leq t_j \leq L_s(j), \qquad j=1,\ldots,r \qquad (3.7)$$

$$X_{ij}\, t_j \geq X_{ij}\, t_i + X_{ij}\, T_{ij} \qquad \text{para toda } i,j \qquad (3.8)$$

$$X_{ij} \in (0,1) \qquad \text{para toda } i,j \qquad (3.9)$$

La restriccion (3.5) señala que cada ruta j deberá seguir a otra o tendrá que iniciar en la estación. La restriccion (3.6) específica que cada ruta puede ser seguida por al menos alguna otra. La tercera restricción señala que el tiempo de arribo de la unidad desempeñando la ruta j está considerado dentro de la ventana de tiempo requerida.

La restricción (3.4) es lineal y resalta que t_j debe ser al menos tan grande como $t_j + T_{ij}$ si la ruta j sigue a la ruta i.

El objetivo a minimizar es la cantidad de autobuses que parten de la estación central.

El método de solución parte del hecho de discretizar el problema original.

El primer aspecto que se discretiza son las ventanas de tiempo. Cada una de ellas se divide en K-1 partes iguales y se permite que el transporte arribe a la escuela en cualquiera de esos K tiempos, pero no se permiten tiempos intermedios. Considere lo siguiente:

$$F_s^p = E_s + (L_s-E_s)(p-1)/(K-1), \quad p=1,2,\ldots,K \text{ para toda } s \quad (3.10)$$

En el problema original cada variable X_{ij} se intercambia por X_{ij}^{pq}, la cual tiene la siguiente interpretación:

$$X_{ij}^{pq} = \begin{cases} 1 \text{ si una unidad es asignada a la ruta } i \text{ al tiempo de arribo } F_s^p(t) \text{ y después a la ruta } j \text{ con tiempo de arribo } F_s^q(t). \\ 0 \text{ en caso contrario.} \end{cases}$$

donde se conviene decir que X_{ij}^{pq} es factible si

$$F_s^p(t) + T_{ij} \leq F_s^q(j) \qquad (3.11)$$

esto es, si una unidad puede dejar i en $F_s^p(t)$ y llegar a j en, o antes de, $F_s^q(j)$. Cada nueva variable es factible porque la estación central puede ser dejada en cualquier tiempo. Se supone que un autobús retrasa su salida de una escuela, si ello es necesario, de tal forma que pueda llegar a la siguiente en el tiempo de arribo especificado.

Con esta transformación el problema original se plantea de dos posibles maneras. La primera de ellas, F1, se muestra a continuación.

$$F1 \quad \text{Minimizar} \quad \sum_{j,p,q} X_{oj}^{pq}$$

sujeto a:

$$\sum_{i,p,q} X_{ij}^{pq} = 1, \qquad j=1,\dots,r \qquad (3.12)$$

$$\sum_{j,p,q} X_{ij}^{pq} \leq 1, \qquad i=1,\dots,r \qquad (3.13)$$

$$\sum_{q,i,p} (K-q)\, X_{ij}^{pq} \geq \sum_{u,k,v} (K-u)\, X_{ij}^{uv}, \qquad j=1,\dots,r \qquad (3.14)$$

$$X_{ij}^{pq} \in \{0,1\} \text{ para todas las factibles } i,j,p,q \quad (3.15)$$

Las restricciones (3.12), (3.13) y (3.15) son análogas a las restricciones (3.5), (3.6) y (3.9). Por otro lado, la restricción (3.14) obliga a una unidad a que parta antes de arribar. Esto se hace de la siguiente forma.

Si $1=X_{ij}^{pq}=X_{jk}^{uv}$ entonces el lado izquierdo y el derecho de (3.14) son $(K-q)$ y $(K-u)$, así (3.14) obliga a $q \leq u$, como se desea.

También es posible que un autobús llegando a la ruta i no sea asignado a cualquiera otra ruta. En tal caso el lado derecho de (3.14) será igual a cero y la desigualdad se cumplirá.

Algunas de las variables factibles pueden ser eliminadas del problema F1 usando la siguiente regla.

a) Para cada tripleta (i,j,p), elimine todas las variables factibles X_{ij}^{pq} excepto a la única con el valor más pequeño de q.

b) Como en a), elimine todas las variables excepto aquella con el valor máximo de p.

La segunda formulación entera del problema original considera las siguientes variables:

$$Y_{j,q} = \begin{cases} 1 & \text{si el tiempo de arribo para la ruta } j \text{ se asigna al tiempo } F_s^q(j). \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

y el segundo programa entero, F2, se escribe como:

$$\text{F2 Minimizar} \quad \sum_{j,p,q} X_{oj}$$

sujeto a:

$$\sum_{i,p} X_{ij}^{pq} = Y_j^q, \quad j=1,\ldots,r, \quad q=1,\ldots,K \qquad (3.16)$$

$$\sum_{j,q} X_{ij}^{pq} \leq Y_i^{p}, \qquad i=1,\ldots,r, \qquad p=1,\ldots,K \qquad (3.17)$$

$$\sum_{q} Y_j^{q} = 1, \qquad j=1,\ldots,r \qquad (3.18)$$

$$X_{ij}^{pq} \in \{0,1\} \text{ para valores factibles } i,j,p,q \qquad (3.19)$$

Las restricciones (3.16) y (3.18) estipulan que cada ruta debe ser cubierta por exactamente un autobús, ya sea desde la central o desde otra ruta. El requisito (3.17) permite que una unidad cubra más tarde una ruta factible.

Para este problema también se dispone de reglas para eliminar variables inecesarias. Para cada ruta j aplique sólo uno de los siguientes criterios:

a) Para cada tripleta (i,j,p), elimine todas las variables X_{ij}^{pq} excepto a la única con el valor mínimo de q.

b) Para cada tripleta (j,k,v), elimine todas las variables X_{jk}^{uv} factibles excepto aquella con el valor máximo de u.

Comparando F1 con F2, F1 tiene unas cuantas restricciones y variables. Sin embargo, con tres o más tiempos de arribo en la ventana de tiempo, F1 tiene algunas variables con coeficientes distintos de 0 o 1. De este modo F2 se aproxima más a un problema de flujo en una red.

Inclusive al resolver F2 como un problema lineal se obtienen soluciones enteras más del 75% de las veces. Por otro lado, resolviendo F1 con dos tiempos de arribo generalmente se obtienen soluciones enteras, pero con cuatro tiempos posibles no se logran soluciones enteras.

Los diversos problemas prácticos que se resolvieron con los modelos F1 y F2 se ejecutaron a través del programa LINDO.

El fundamento para resolver los problemas enteros es el siguiente:

PASO 1) Se resuelven los problemas enteros como programas lineales; si el valor de la función objetivo no es entero ejecute el paso 2.

PASO 2) Sume al problema una restricción en la cual el número de autobuses sea igual al entero más pequeño mayor que el valor de la función objetivo original y resuelva de nuevo el problema lineal.

Las restricciones de integralidad relajadas de F1 y F2 producen, en general, soluciones enteras por arriba del 75% de las veces en que fueron aplicadas.

Para el restante 25% de los problemas considerados se encontró que las soluciones fraccionarias pueden ser aproximadas a cantidades enteras, sin incrementar el número de autobuses requeridos.

3.3.1. RESULTADOS COMPUTACIONALES.

Los problemas de programación lineal F1 y F2 fueron aplicados a dos conjuntos de datos relativos a un sistema escolar del estado de Connecticut, Estados Unidos.

El primer conjunto de datos comprende al año escolar de 1976-1977. En ese período el sistema constaba de 27 escuelas y 84 rutas. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 3.5.

TABLA 3.5.

RESULTADOS PARA EL CICLO ESCOLAR 1976-1977

(PLAN ESCOLAR = 38 AUTOBUSES).

FORMULACION	K	FUNCION OBJETIVO	¿VARIABLES ENTERAS?	No. RENGLONES	No. COLUMNAS	TIEMPO COMPUTO (minutos).
F1	2	27.75	NO	253	2213	5.00
F1, 28	2	28.00	SI	254	2213	7.27
F2	2	27.75	NO	355	3190	2.38
F2, 28	2	28.00	SI	356	3190	2.65
F1	4	26.25	NO	253	3189	19.65
F1	4	27.00	NO	254	3189	50.77
F2	4	26.25	NO	603	7405	9.52
F2, 27	4	27.00	SI	604	7405	9.20

Los programas lineales fueron resueltos en una computadora DEC 20 usando LINDO. Con dos posibles tiempos de llegada (K = 2), ambas formulaciones dieron un valor de la función objetivo de 27.75 autobuses.

En cada caso se anexó la siguiente restricción adicional (corte):

$$\sum_{j=1}^{r} X_{Oj}^{pq} = 28$$

para asegurar que exactamente 28 unidades de transporte fueran usadas, así se resolvió de nueva cuenta cada formulación. En ambos casos las soluciones que se obtuvieron fueron todas enteras.

Para el caso de K = 4, la formulación F1 dio una solución de

26.25 unidades mientras el modelo F2 propone 26.8 autobuses. Para estos casos se anexó un corte imponiendo la condición de 27 autobuses a usarse. El modelo F2 proporcionó una solución entera total más no así el programa F1.

La solución con 27 autobuses fue menor en 11 unidades con respecto a los 38 autobuses que fueron usados en el período 1976-1977.

Para el período escolar 1980=1981 se tenían 37 escuelas y 102 rutas. Los resultados se resumen en la tabla 3.6. En este caso proponiendo dos posibles tiempos de llegada, K = 2, tanto la formulación F1 como la F2 resultaron en soluciones totalmente enteras decidiendo un número de 30 autobuses.

En el caso de K = 4, F1 da una solución no entera sin embargo mantiene el valor de la función objetivo en 30. Con respecto a F2 esta formulación saturó la capacidad de memoria de la computadora.

En esta situación se hubiera requerido modificar la versión de LINDO en uso. Para el ciclo escolar 1980-1981 se usaron 37 autobuses.

Sin embargo, de un conjunto de 30 problemas generados aleatoriamente considerando K = 2; el programa F1 dio soluciones enteras en 23 de los 30 casos (76.7 %), mientras que F2 lo hizo en 24 ocasiones (80 %).

En el caso de K = 4 el modelo F2 proporcionó soluciones enteras en 19 de 23 casos (82.6 %); en los 7 casos restantes, el problema lineal fue demasiado grande para la capacidad de la computadora DEC 20.

TABLA 3.6.

RESULTADOS PARA EL CICLO ESCOLAR 1980-1981.

(PLAN ESCOLAR = 37 AUTOBUSES).

FORMULACION	K	FUNCION OBJETIVO	¿VARIABLES ENTERAS?	No. RENGLONES	No. COLUMNAS	TIEMPO COMPUTO (minutos).
F1	2	30.00	SI	307	4651	17.80
F2	2	30.00	SI	391	6035	9.01
F1	4	30.00	NO	307	6536	60.57

Como parte adicional del trabajo, las anteriores formulaciones fueron sometidas a un análisis de sensibilidad bajo el efecto de cambios marginales en los tiempos de salida o llegada de las ventanas de tiempo.

Por ejemplo, ampliando una ventana de tiempo en una pequeña cantidad es posible ahorrar un autobús. Por otro lado, se pueden considerar cambios considerables en los tiempos de iniciación: por ejemplo, una hora de inicio pude ser alterada de 7:45 am a 8:30 a.m.

Para el primer caso se considera incrementar la velocidad de viaje de los autobuses, en una pequeña cantidad, y se vuelve a resolver el problema original. Se procede de esta manera hasta que la solución ahorre el uso de una unidad.

Es claro que esta solución no es factible por el hecho de que los autobuses deberán viajar más rápido de lo permitido. Después de lo anterior, y estableciendo las velocidades de viaje a su valor inicial, se determinan los encadenamientos de rutas que han llegado a ser infactibles.

Con este proceso se ha llegado a encontrar que solamente existen unos pocos de dichos eslabones de rutas. Una forma de hacerlos factibles es por medio de la extensión de las ventanas de tiempo o, considerando otra opción, dilatando los tiempos de inicio de viajes, lo que implica cambios en los tiempos de entrada a las escuelas.

Iniciando con esta nueva solución factible que requiere una unidad menos, se continua el procedimiento de incrementar las velocidades de viaje y se procede como antes.

3.3.2. EJEMPLO NUMERICO.

A continuación se presenta un problema de asignación de rutas escolares a un número mínimo de autobuses para ejemplificar las diversas fases involucradas en el método de Swersey-Ballard.

El problema, para fines descriptivos, ha sido simplificado al caso de tres rutas y los parámetros que las describen son ficticios, de tal forma que el objetivo central de la exposición es mostrar los aspectos propios del algoritmo en su formulación como programa entero.

De acuerdo con la ecuación (3.3) es necesario establecer para cada una de las rutas un conjunto de parámetros $A_{j,s}$ y $B_{j,s}$ que representan al tiempo de viaje de la escuela s al punto inicial A de la ruta j y al tiempo de viaje de dicha escuela al punto terminal de la misma ruta, respectivamente.

Es importante señalar que estas cantidades, para un problema real, se pueden determinar aplicando a la red de transporte el análisis del ciclo vehicular que se describió en el capítulo dos (una descripción de ello se presenta en el siguiente capítulo).

Las tablas 3.4, 3.5 y 3.6 contienen para la ruta 1, ruta 2 y ruta 3, respectivamente, los parámetros mencionados que se derivan de las diversas combinaciones entre escuelas y puntos de inicio y finalización de rutas.

Todos los tiempos señalados están expresados en minutos.

TABLA 3.4.

RUTA 1			
$C1 = 20$	$A1,s(0) = 10$	$B1,s(1) = 5$	$B1,s(0) = 30.$
$A1,s(1) = 25$	$A1,s(2) = 17$	$B1,s(2) = 13$	$B1,s(3) = 15.$
$A1,s(3) = 8.$			

TABLA 3.5.

RUTA 2.			
$C2 = 30$	$A2,s(0) = 20$	$B2,s(2) = 10$	$B2,s(0) = 60$
$A2,s(2) = 40$	$A2,s(1) = 3$	$B2,s(1) = 8$	$B2,s(3) = 5.$
$A2,s(3) = 10.$			

TABLA 3.6.

RUTA 3.			
$C3 = 20$	$A3,s(0) = 5$	$B3,s(3) = 5$	$B3,s(0) = 25$
$A3,s(3) = 25$	$A3,s(1) = 7$	$B3,s(1) = 8$	$B3,s(2) = 6.$
$A3,s(2) = 5.$			

FASE 1.

Aplicando la ecuación (3.3) se determinan los tiempos T_{ij} para todas las posibles combinaciones de encadenamiento de rutas, dado que T_{ij} es el tiempo requerido para cubrir la ruta j después de haber recorrido la ruta i. Para la ruta 1 calculamos lo siguiente:

$$T_{01} = 20 + \min(A_{1},s_{(0)}+B_{1},s_{(1)}, B_{1},s_{(0)}+A_{1},s_{(1)})$$

$$T_{01} = 20 + \min(10+5, 30+25) = 20 + 15 = 35$$

$$T_{01} = 35 \qquad T_{12} = 33 \quad T_{13} = 52$$

Para los posibles encadenamientos de la ruta 2 con las opciones 0, 1 y 3 obtenemos:

$T_{02} = 60$ $\quad$ $T_{21} = 42$ $\quad$ $T_{23} = 32$

En lo que respecta a la ruta 3 y las posibles rutas 0, 1 y 2 se obtiene el siguiente conjunto de tiempos:

$T_{03} = 30$ $\quad$ $T_{31} = 33$ $\quad$ $T_{32} = 50$

La tabla 3.7 presenta las ventanas de tiempo que corresponden a las rutas en cuestión, con el objetivo de pasar a la fase dos que consiste en la discretización de los intervalos de tiempo de servicio.

TABLA 3.7

RUTA	VENTANA.
i	$[E_s, L_s]$.
1	[7:35,7:40].
2	[7:55,8:00].
3	[7:30,7:35].

FASE 2.

Considerando para cada ventana K = 2 se obtiene para cada una de ellas dos posibles tiempos de llegada para el autobús que se asigne a dicha ruta. De acuerdo con la expresión (3.10) estos posibles tiempos corresponden a los límites inferior y superior de cada ventana como se demuestra a continuación para la ventana de la ruta 1:

$E_s = 7{:}35$ y $L_s = 7{:}40$ considerando $p = 1,2$ tenemos que $(L_s - E_s) = 5$ y $K - 1 = 2 - 1 = 1$ y sustituyendo en (3.10) obtenemos los siguientes tiempos de arribo para la primera ventana:

$F^{p=1}_{s(1)} = 7{:}35 + (5)(1-1)/1 = 7{:}35$; análogamente $F^{p=2}_{s(1)} = 7{:}40$.

FASE 3.

Corresponde definir las variables X^{pq}_{ij} factibles que se interpretan como el encadenamiento de la ruta j después de la ruta i tomando en cuenta los dos posibles tiempos de llegada; para los casos p=1,2 y q=1,2. El criterio de factibilidad está establecido por la desigualdad (3.11). Para fines demostrativos se considera las posibles ligaduras de la ruta 1 con las dos restantes.

$X^{p=1q=1}_{12}$ implica que $7{:}35+33=8{:}08 \leq 7{:}55$ por lo tanto es infactible.

$X^{p=1q=2}_{12}$ implica que $7{:}35+33=8{:}08 \leq 8{:}08$ por lo tanto es infactible.

$X^{p=2q=1}_{12}$ implica que $7{:}40+33=8{:}15 \leq 7{:}55$ y también es infactible.

$X^{p=2q=1}_{12}$ implica que $7{:}40+33=8{:}15 \leq 8{:}00$ y también es infactible.

De la misma forma se puede demostrar que no es factible seguir la ruta 1 y después la ruta 3. Con base en la construcción de las rutas y sus ventanas de tiempo éstas no permiten, de ninguna forma, encadenar las rutas. De aqui que el número mínimo de autobuses necesarios sea tres; uno para cada ruta.

Por lo tanto, el número de autobuses necesarios para desempeñar las tres rutas es de tres unidades de transporte. Debido a la infactibilidad en el encadenamiento de rutas, a cada autobús se le asigna una y sólo una ruta.

Las tres etapas anteriores se repiten tanto para la formulación F1 como para el programa F2. Sin embargo existe una diferencia entre ambos programas enteros, que reside en la eliminación de algunas de las variables factibles generadas.

Por ejemplo, consideremos en el caso de F1 las variables factibles $X_{o,j,p,q}$, que por razones de escritura se modifica su notación, generadas por las rutas de nuestro problema ficticio.

$X_{o,1,p=o,q=1}$ implica que 7:00+35=7:35≤7:35 y por tanto es factible.

$X_{o,1,p=o,q=2}$ implica 7:00+35=7:35≤7:40 y también es factible.

$X_{o,1,p=1,q=1}$ implica 6:55+35=7:30≤7:35 y es variable factible.

$X_{o,1,p=1,q=2}$ implica 6:55+35=7:30≤7:40 y es variable factible.

En este caso se ha supuesto que el autobús tiene dos posibles horas de salida de la estación a las 6:55 y 7:00 horas.

Aplicando las reglas de eliminación a) y b) correspondientes a la formulación F1 encontramos que para la tripleta (0,1,p=0) la primera regla estipula que consideremos únicamente a la variable factible $X_{o,1,p=o,q=1}$ dado que a ésta corresponde el menor tiempo de llegada a la escuela $s(1)$.

Para la terna (0,1,p=1) el criterio señala que se considere a la variable $X_{o,1,p=1,q=1}$.

Aplicando la regla b) para esta primera formulación para la terna (0,1,q=1) debemos considerar la variable $X_{o,1,p=o,q=1}$ por que a esta combinación le corresponde el mayor tiempo de llegada, que en este caso corresponde al tiempo de salida, a la estación central.

En el caso de la terna (0,1,q=2) la variable seleccionada es $X_{o,1,p=o,q=2}$.

Por lo tanto, algunas de las variables factibles que únicamente se considerarían en la formulación F1 serían $X_{o,1,p=o,q=1}$, $X_{o,1,p=o,q=2}$ y $X_{o,1,p=1,q=1}$.

De esta forma evitamos que la unidad de transporte tenga que esperar un tiempo innecesario si ésta sale a la hora 6:55 y llegue a su destino antes de lo previsto. En otras palabras, se consideran los tiempos de llegadas más próximos entre dos rutas que sean posibles de encadenar.

En el caso de la formulación F2 se consideran las variables adicionales $Y_{j,q}$. Estas establecen un criterio de selección de tiempos de llegada al destino j.

Las cuales al intervenir en las restricciones (3.16) y (3.18) obliga al autobús asignado a recorrer únicamente la ruta $X_{o,j,p,q}$ con el tiempo de llegada q.

Aplicando las reglas de eliminación a) o b) para la formulación F2 a las variables definidas para el ejemplo de eliminación de F1 obtenemos lo siguiente.

La primera regla que se aplica en ambos casos es la misma. Por lo que respecta a los segundos criterios también son análogos. Debido a la dicotomía que existe para el programa F2 lo que se plantea es ligar a la ruta i con la ruta j de tal forma que los tiempos de llegada sean los más próximos.

Si bien el problema tratado como ejemplo es bastante simplificado es de bastante ayuda para esclarecer los criterios involucrados en el algoritmo de Swersey-Ballard.

Un último aspecto por discutir sobre el método concierne a la integralidad de las variables de decisión del problema, es decir, la cantidad mínima de unidades determinada por el valor de la función objetivo:

$$\sum_{j,p,q.} X_{o,j,p,q}$$

Si resuelto el problema F1 o F2 la función objetivo alcanza un valor no entero por ejemplo, 2.5, entonces se replantea el problema de la siguiente forma.

Establezca el problema en turno de la manera original en que se planteó pero ahora añada la nueva restricción que obliga a la función objetivo obtenida inicialmente a ser igual al menor entero mayor que dicho primer valor no entero.

Es decir se debe anexar una restricción que toma la forma de un corte como los empleados en programación entera:

$$\sum_{j,p,q} X_{o,j,p,q} = 3$$

con esta restricción original resuelva nuevamente el problema original en cuestión.

Un aspecto no aclarado por los autores indica que si en el segundo intento por resolver el problema las variables no son nuevamente enteras, la solución así obtenida puede ser ajustada manualmente para lograr su integralidad sin incrementar la cantidad de autobuses requeridos.

3.4. METODO DE BALAKRISHNAN[8].

HEURISTICO.

En este caso se considera el problema VRPTW en el cual las ventanas de tiempo pueden ser violadas pagando una penalización correspondiente; al problema se le conoce como problema de rutas vehiculares con ventanas de tiempo flexibles o VRPTSW (Vehicle Rotueing Problem with Soft Time Windows).

Las penalización a cubrir es función lineal de la cantidad de tiempo por el cual es rebasada la ventana de tiempo.

Las suposiciones generales en las cuales se sustenta el método son las siguientes.

-E_i es el límite inferior de la ventana asociada al cliente i ($i = 1,2,...,n$).

-L_i es el límite superior de la ventana respectiva.

-Se considera un conjunto de n clientes, una flota homogénea de vehículos cuyas capacidades de carga tienen valor D_{max}, donde D_{max} es tal que más de un cliente pueden ser asignados a la unidad.

-La cantidad de vehículos requeridos es libre y automáticamente determinada por el algoritmo heurístico.

Para cada i se tiene una ventana (E_i,L_i) y un tiempo asociado s_i necesario para atender al cliente. Se establece un tiempo de ruta máximo permitido, T_{max}. Cada tiempo de ruta consiste de los tiempos de viaje, tiempos para servir a todos los clientes, y los tiempos por espera en algunos casos.

A cada consumidor i se le asocian coeficientes de penalización a_i, b_i donde,

a_i = penalización pagada por cada unidad de tiempo de servicio iniciado antes del tiempo E_i.

b_i = penalización por cada unidad de tiempo de servicio iniciado despues de L_i.

En la práctica estos coeficientes podrían ser, por ejemplo, el descuento en el precio de una orden de pizza a domicilio si el envio llega retrasado.

Considerando a t_i como el tiempo en el cual el servicio al consumidor i inicia, la función de penalización está dada por:

$$P_i(t_i) = \begin{cases} a_i(E_i-t_i) & \text{si } t_i < E_i. \\ 0 & \text{si } E_i \le t_i \le L_i. \\ b_i(t_i-L_i) & \text{si } t_i > L_i. \end{cases} \tag{3.20}$$

En caso de que la orden del cliente i sea muy importante y por tanto, debe ser atendida con rigurosa puntualidad, los coeficientes de penalización son considerados infinitos, de este modo, se tiene el caso de una ventana inflexible.

Se establece Un límite adicional. La penalización que el transportista desea pagar a todos los consumidores, P_{max}, es una cota superior sobre todas las posibles penalizaciones.

Análogamente, se define el perámetro W_{max} que acota al tiempo de espera que debe transcurrir antes de atender a cualquier cliente.

Como hipótesis adicional, el tiempo t_{ij}, el costo c_{ij}, y la distancia d_{ij} por el movimiento entre cualesquiera dos puntos i y j son funciones lineales de la distancia en linea recta que separa al par de puntos.

ALGORITMOS HEURISTICOS.

Loa algoritmos desarrollados son y se basan en los principios de los tipos siguientes:

-Heurística del vecino más cercano.

-Heurística de ahorro de Clarke-Wright[23].

-Reglas de espacio tiempo.

Los métodos de Balakrishnan se distinguen de los tipos mencionados en los siguientes aspectos:

-determinación del primer cliente en una ruta.

-método para identificar al siguiente cliente en la ruta.

-las heurísticas son secuenciales, es decir, cada unidad es asignada antes de que el próximo sea considerado.

La idea esencial que sustenta a los algoritmos es la siguiente. Un vehículo que llega al punto i antes del tiempo E_i tiene la opción de pagar la penalización respectiva, sirviendo al cliente inmediatamente, y partiendo hacia el próximo punto de entrega.

Pero si la penalización excede a P_{max}, el algoritmo indica que es antieconómico servir al cliente inmediatamente, por lo tanto conviene que el vehículo espere un cierto período de tiempo (hasta W_{max}) y entonces atender al cliente.

El vehículo puede, en algunos casos, esperar hasta E_i y no pagar penalización.

El tiempo de espera vehicular en cada punto y la penalización respectiva son determinados automáticamente por la heurística.

Cada uno de los vehículos sale de la estación central al tiempo cero. Posteriormente, dependiendo del tiempo de espera en el primer punto visitado, el tiempo actual de salida de la estación puede ser modificado apropiadamente. Para los algoritmos TA_i donota el tiempo de llegada al punto i.

HEURISTICA DEL VECINO MAS CERCANO.

Como primer paso, identificamos al consumidor inasignado j con el menor valor de $PO(j)$, donde esta cantidad es la suma ponderada del tiempo de viaje partiendo de la estación, de la cantidad de tiempo por la cual se viola la ventana si el cliente es atendido inmediatamente después de llegar, y la urgencia por el servicio por parte del cliente:

$$PO(j) = [\alpha t\alpha j] + [\beta \max(E_j - t\phi j,\ 0,\ t\phi j - L_j) + [\delta \max(0,\ t_j - t\phi j)] \tag{3.21}$$

donde α, β y $\delta \geq 0$ y $\alpha + \beta + \delta = 1$.

Así, el cliente j es colocado como el primer punto en la ruta inicial y el tiempo de arribo TA_j es igual a $t\phi j$.

1. Si $E_j < t\phi j < L_j$ entonces se da el servicio inmediatamente para una pronta movilización de la unidad.

2. Si $TA_j > t_j$ el servicio es inmediato dado que todo retraso adicional sólo incrementaria la cantidad de tiempo por violación y por tanto, la penalización.

3. Si $TA_j < E_j$ el servicio puede iniciarse para el cliente j en

cualquier tiempo entre TA_j y E_j. Cada posible tiempo TP $(TA_j \leq TP \leq E_j)$ que no viola P_{max} o W_{max} es ahora considerado en turno por la heurística, en incrementos de una unidad de tiempo, como un candidato para el tiempo en el cual el servicio al cliente j conviene más iniciar.

Para cada tiempo TP se realizan los siguientes pasos.

PASO 1. Identificar el conjunto U(TP) de todos los clientes inasignados tales que si el servicio para el cliente j inicia en TP, la selección de cualquier cliente en U(TP) como el próximo punto en la ruta actual no viola los límites D_{max} o T_{max}.

PASO 2. Identificar al *mejor* cliente próximo, en U(TP) usando la siguiente regla modificada del vecino más cercano. Encuentre al cliente k en U(TP) con valor mínimo de P1(k) donde,

$$TA_k = TP + s_j + t_{jk} \tag{3.22}$$

$$P1(k) = [\alpha t_{jk}] + [\beta \max(E_k - TA_k, 0, TA_k - L_k)] + [\delta \max(0, L_k - TA_k)].$$

Una vez realizados estos pasos para todos los valores TP, el par (TP,k) produciendo el valor P2 mínimo es identificado.

El tiempo de servicio que se inicia para el cliente actual j, t_j, es entonces igualado al TP así identificado y el correspondiente k es puesto como el próximo cliente en la presente ruta.

El tiempo de llegada TA_k al punto k es igualado a $(t_j+s_j+t_{jk})$.

La justificación para estos criterios es la siguiente. En cada posición de la actual ruta, el vehículo tiene opción de esperar o pagar al cliente una penalización y moverse al próximo punto de entrega.

El tiempo actual en el cual el servicio inicia para cada cliente, y el próximo cliente a servir son decisiones que son hechas simultáneamente.

Cada tiempo posible para iniciar el servicio TP es considerado en turno y la elección es hecha con base en una comparación del costo de espera, la penalización pagada, y el próximo cliente en la ruta actual.

Notar que dependiendo de P_{max} y W_{max}, un vehiculo puede esperar a un cliente por un momento y partir antes del tiempo E_j.

Este proceso de identificación del mejor cliente próximo para cada posible TP, para el cliente actual usando P1(k), seguido por la identificación del mejor TP usando P2(TP,k), es repetido hasta que ningún cliente adicional pueda ser colocado en la ruta del vehículo actual.

Notamos que clientes adicionales pueden no ser asignados debido a las restricciones impuestas por uno o más de los parámetros D_{max}, T_{max}, P_{max} y W_{max}.

Si no hay nuevos clientes que puedan ser asignados a la presente ruta el vehículo regresa a la estación.

Si existen algunos clientes sin asignar en el sistema, se inicializa un nuevo vehículo y el proceso de asignación de clientes para esta nueva ruta se repite:

PASO 0. Inicializar un nuevo vehículo. Inicie la carga actual, el tiempo de viaje y la penalización pagada por el vehículo al valor cero.

PASO 1. Identificar el primer cliente en la ruta usando el parámetro P0(j).

PASO 2. Si el tiempo de arribo TA_j en el cliente actual j es $\geq E_j$, haga $TP=TA_j$. Si $TA_j < E_j$, entonces considere cada valor TP de

TA_j al $\min(E_j, TA_j+W_{max})$ en incrementos de una unidad de tiempo.

PASO 3. Para cada TP, identificar al consumidor k produciendo el valor óptimo $P1(k)$.

PASO 4. Identificar el par (TP,k) que minimiza el valor de $P2(TP,k)$. Iniciar el servicio para el cliente actual j a TP, es decir, $t_j=TP$. Asigne k como el próximo cliente en la ruta actual:

$$TA_k = t_j + s_j + t_{jk}. \tag{3.23}$$

PASO 5. Si todos los clientes han sido asignados, regresar el vehículo actual a la estación. Pare. De no ser así, y si la capacidad y tiempo de ruta disponible en el vehículo actual son suficientes para incluir clientes extras, vaya al paso 2. Si no, regrese el vehículo actual a la estación y vaya al paso 0.

Las siguientes dos heurísticas difieren de la primera en las reglas usadas para identificar al primer cliente en cada ruta (PASO 1) y en el cálculo de P1 (PASO 3).

HEURISTICA DE AHORRO.

En la inicialización de cada ruta, el cliente no asignado con valor mínimo de E_j es seleccionado como el primer cliente en la ruta.

Entonces, en el paso 3, la regla de ahorro de Clarke-Wright[23] se emplea para calcular el valor de $P1(k)$. Como antes, para cada TP en el cual el cliente actual j puede ser servido, el conjunto $U(TP)$ es identificado. De este conjunto seleccionamos al cliente k con el valor máximo de $P1(k)$ donde esta cantidad está definida por:

$$P1(k) = \alpha(t_{j\phi} + t_{\phi k}) - \beta t_{jk}. \quad (3.24)$$

donde α, $\beta \geq 0$ y $\alpha+\beta=1$.

HEURISTICA ESPACIO-TIEMPO.

En la inicialización de cada ruta, el cliente no asignado con el menor tiempo medio que divide a la ventana en dos partes iguales es seleccionado como el primer cliente.

El cálculo de $P1(k)$ está basado en la regla espacio-tiempo[8]. De nueva cuenta, para cada TP en el cual el cliente actual j puede ser servido, el conjunto $U(TP)$ es identificado y el cliente k con el valor mínimo de $P1(k)$ es determinado, donde $P1(k)$ está definido como:

$$P1(k)=\alpha t_{jk}+\beta(TP-(E_k+L_k)/2) \quad [3.25]$$

con α, $\beta \geq 0$ y $\alpha+\beta=1$.

La ventaja sustancial de estas heurísticas reside en que los procedimientos son eficientes y determinan una reducción significante en el número de vehículos requeridos, para ciertos problemas hipotéticos, y/o en las distancias totales de las rutas controlando los valores de penalización y los tiempos de espera de los clientes.

3.4.1. RESULTADOS COMPUTACIONALES.

Las tres algoritmos se programaron en el lenguage FORTRAN instalados en una PC con velocidad de 25 MHz con procesadores 386/7. Estos algoritmos se aplicaron a un conjunto de problemas cuyos datos fueron generados aleatoriamente por Solomon[24].

Las características de los problemas son las siguientes.

En el conjunto de problemas C1, los clientes ficticios fueron predefinidos en 10 grupos separados consistiendo cada grupo de 10 clientes cada uno.

Las ventanas de tiempo de los clientes se definieron de tal forma que la solución óptima asignará un vehículo a un solo grupo.

El tiempo de llegada del mismo vehículo a cada punto de entrega de un grupo fue determinado por un procedimiento 3-opt. Las ventanas de tiempo para los clientes fueron definidas en torno a estos tiempos de llegada.

La capacidad de carga de cada vehículo fue de 200 unidades y el tiempo de ruta máximo fue de 1230 unidades. La solución óptima para todos los problemas en este conjunto, C1, requiere de 10 vehículos con una distancia total de ruta de 829 unidades, sin violaciones en las ventanas de tiempo (VT) y sin tiempo de espera.

Para el conjunto de problemas R1, las ubicaciones de los clientes, sus demandas y ventanas de tiempo fueron generadas aleatoriamente. El porcentaje de clientes con VT osciló entre el 25% y el 100%.

Las capacidades vehiculares fueron de 200 unidades de carga cada una, y el tiempo de ruta máximo fue de 240 unidades.

Del conjunto R1 se seleccionaron los problemas R1-01, R1-02 y R1-03 con un 100%, 75% y 25%, respectivamente, de clientes con VT.

Además se eligió, aleatoriamente, un cuarto problema R1-09.

El tercer conjunto de problemas RC1 consiste de una combinación de clientes distribuidos aleatoriamente y de una parte de clientes agrupados.

El porcentaje de clientes con VT también osciló entre un 25 y 100 por ciento. Para todos estos problemas la capacidad de cada vehículo fue de 200 unidades, y el timpo de ruta máximo fue de 240 unidades. Así, se seleccionaron los problemas RC1-01, RC1-02 y RC1-03 con 100%, 75% y 25% de clientes con VT respectivamente.

De nueva cuenta se seleccionó un cuarto problema RC1-06.

En todas las pruebas computacionales los coeficientes de penalización a_i y b_i se inicializaron al valor 1 para cada uno de los clientes.

También se usaron diferentes combinaciones de las cotas (Pmáx, Wmáx) expresadas como porcentajes del tiempo de ruta máximo permitido, esto con el objetivo de diseñar diferentes intinerarios y rutas para cada problema.

De las pruebas se observó lo siguiente. Cuando los límites Pmáx y/o Wmáx se incrementa, la naturaleza codiciosa de los algoritmos puede, en algunos casos, provocar una deficiencia en la solución debido a que los vehículos pueden acabar esperando demasiado tiempo a algunos clientes lo que exige la creación de rutas adicionales.

Para cada par (Pmáx, Wmáx) el programa de computo probó los tres algoritmos para todas las posibles combinaciones de los factores de ponderación α, β y δ, en incrementos de 0.1.

Se encontró que para cada problema, el valor de los factores asociados con la mejor solución puede ser diferente. Sin embargo, esto no induce una limitación, dado que a los métodos sólo le toman algunos segundos probar todas las posibles combinaciones de α, β y δ.

Para cada problema se reportaron resultados para nueve combinaciones de (Pmáx, Wmáx) donde estos valores representan el cero, cinco y diez por ciento del valor Tmáx.

La bondad de las soluciones de cada problema se estableció de acuerdo con los siguientes criterios en oreden decreciente de importancia.

-Número de vehículos requeridos.

-Número de ventanas de tiempo violadas.

-Distancia total de ruta.

La solución para cada par de Pmáx y Wmáx es la correspondiente a la mejor de las soluciones obtenidas con los tres algoritmos propuestos.

Los resultados son comparados con los obtenidos por Solomon, quien considera ventanas de tiempo inflexibles, y con los obtenidos por Koskosidis[25] et. al.

Del conjunto de resultados resalta el hecho de una reducción en el número total de rutas y/o de las distancias recorridas permitiendo la violación controlada de algunas VT.

Además, en los problemas R1 fue posible reducir el número de vehículos requeridos en todos los problemas, si se compara con la solución obtenida que considera ventana de tiempo inflexibles.

Por lo que respecta a la cantidad de ventanas de tiempo violadas, ésta se incremento conforme la penalización permitida aumenta.

De los 31 casos considerados, 26 fueron resueltos con la heurística del vecino más cercano, 4 con la heurística de ahorro y uno con la heurística de espacio tiempo.

Aun cuando las soluciones obtenidas por Balakrisnan son considerablemente mejores que las obtenidas por Solomon y Koskosidis; en ello se debe considerar el hecho de permitir violar algunas de las ventanas de tiempo en forma controlada.

Por otro lado, los resultados de los problemas RC1 sólo muestran pequeñas reducciones en el número de vehículos cuando se comparan con los resultados de Solomon.

Se explica esto, con base en el hecho de que algunos de los clientes, en esos problemas, fueron agrupados y el diseño de las ventanas de tiempo fue tal que los clientes en un grupo dado son servidos, idealmente, por un mismo vehículo.

Cuando se imponen restricciones en el tiempo de espera, las rutas presentan la tendencia de dejar a ciertos clientes sin asignar, provocando la necesidad de crear nuevas rutas para servir a esos clientes excluidos.

Del total de 33 casos RC1 30 de ellos fueron resueltos con la heurística del vecino más cercano y tres con la heurística de ahorro.

Como las violaciones de las VT pueden ser explicitamente controladas por el analista, existe la posibilidad de generar una gran cantidad de soluciones factibles manipulando óptimamente esta ventaja.

CAPITULO 4.

Este capítulo tiene la finalidad de ejemplificar la aplicación del algoritmo de Saha al problema de TMFT y el uso práctico del análisis del Ciclo Vehicular.

En el caso del Ciclo Vehicular se congrega a la política de funcionamiento de una flota de transporte con los costos y beneficios que se derivan de su operación.

De esta forma, el análisis del Ciclo Vehicular permite evaluar económicamente las posibles políticas de operación y al mismo tiempo permite disponer de criterios para la toma de decisiones respecto de cuál es la política conveniente a seguir.

De manera complementaria, cuando se ha elegido la política de operación adecuada, el siguiente proceso de optimización consiste en resolver el problema de tamaño mínimo de la flota de transporte que incidirá también en aspectos económicos permitiendo así, disponer de criterios para decidir la operación óptima de la flota.

De acuerdo con lo anterior, se presenta a continuación un ejemplo en el cual se aplica el análisis vehicular a una flota de autotransporte de carga foráneo. El caso es ficticio y resalta el grado de desagregación que se puede lograr de las actividades de una flota de transporte.

Posteriormente, se reconsidera el algoritmo de Saha, descrito en el capítulo dos, para ejemplificar su uso en la determinación de un intinerario de viajes sucesivos con un mínimo de vehículos.

Nuevamente, la aplicación se realiza bajo ciertos supuestos que simplifican la problemática pero que señalan, de manera relevante, la correspondencia entre el ciclo vehicular y el problema de tamaño mínimo de una flota de transporte que incide en la selección de la política de operación de la flota vehicular.

4.1 COMPANIA DE AUTOTRANSPORTE DE CARGA. GENERALIDADES DE OPERACION.

Una empresa transportista con base en la ciudad fronteriza A moviliza cualquier tipo de carga, generalmente productos manufacturados, entre esa ciudad y el centro del país.

El ciclo vehicular para una unidad de transporte comprende a una combinación camión-remolque y el ciclo se inicia en la aduana mexicana. En ésta el agente aduanal realiza los trámites necesarios para la internación de la mercancia, y si es necesario del remolque extranjero, al país.

Para ello, el vehículo debe salir de la base ubicada en la ciudad A y llegar hasta la aduana, esta operación se efectúa en un tiempo de 10 minutos.

Los trámites aduanales se realizan en un tiempo promedio de 30 minutos y hasta entonces se le permite al conductor entrar a recoger el remolque; con la autorización concedida, el operador desempeña las maniobras correspondientes al enganche del remolque.

Con el camión y remolque acoplados se efectúa la salida de la aduana en un lapso de 30 minutos.

El operador del vehículo regresa con la carga y la unidad a la base de operaciones en un tiempo de viaje de 10 minutos.

Instalado en la base espera 2 horas hasta que se concluyen todas las labores de supervisión y documentación propias de la empresa, se le asigna su lugar de destino, tiempo de salida y hora de llegada.

Finalmente, el vehículo está listo para iniciar su recorrido.

El recorrido se efectúa por la ruta ciudad A-centro del país en un tiempo de 18 horas hasta la última caseta. De este lugar se inicia un recorrido urbano hasta las instalaciones del cliente; etapa que toma dos horas.

Posteriormente, se realiza la operación de descarga del remolque en tres horas, dentro de este intervalo se comprueba que la carga haya llegado en las cantidades y condiciones acordadas.

Cuando esto ocurre se tramita el recibo de conformidad y se expide al conductor los documentos aprobatorios del servicio.

Una vez terminado el servicio el conductor y su unidad regresan con el remolque vacío a la ciudad A, después de reportarse a la terminal ubicada en el centro del país.

Bajo estas condiciones, la unidad transporta el remolque vacío hasta la terminal en un tiempo de 1 hora. En dicho lugar se cambia la tripulación, se reabastece de combustible y se realizan reparaciones de mantenimiento general, en un tiempo promedio de 2 horas.

Concluidas estas etapas de reacondicionamiento, se efectúa el viaje de regreso con duración de 17 horas siguiendo la ruta original. El ciclo de la unidad termina en la base de la empresa en la ciudad A, donde son acondicionados el camión y remolque para una nueva orden de servicio. Esta fase de preparación toma un tiempo promedio de seis horas adicionales.

Para garantizar que los vehículos de la compañía se encuentren en las mejores condiciones mecánicas posibles, se ha establecido como norma que por cada 10 viajes redondos se deben realizar tareas rutinarias de mantenimiento preventivo, las cuales toman dos días. De la descripción general anterior, se identifican las etapas del ciclo vehicular de la siguiente forma.

ACTIVIDAD.	TIEMPO (HORAS).
1. Trámites de internación de mercancia y remolque (en caso de ser extranjero).	0.50
2. Camión sale de la base a la oficina aduanal.	0.17
3. Camión espera en la aduana.	0.50
4. Camión engancha remolque y sale de la aduana.	0.50
5. Chofer de camión y remolque regresan a la base de operación.	0.17

ACTIVIDAD.	TIEMPO (HORAS).
6. Espera por supervición e intinerario de viaje.	2
7. Recorrido ciudad A-centro del país.	18
8. Recorrido urbano hacia el lugar de entrega.	2
9. El vehículo es descargado.	3
10. Camión arrastra remolque vacío hacia terminal.	1
11. Cambio de tripulación y reacondicionamiento.	2
12. Viaje de regreso Centro del país-ciudad A.	17
13. Preparación de vehículo para nuevos servicios.	6

Con la especificación de las anteriores actividades ahora se procede a calcular los tiempos de las fases que constituyen el ciclo vehicular.

4.2. TIEMPO DEL CICLO OPERATIVO.

I) El tiempo de viaje cargado, t_{vc}, corresponde a las etapas del servicio en las cuales se transporta carga que produce ingresos por lo tanto:

$$t_{vc} = \text{suma actividades 7 y 8} = 18 + 2 = 20 \text{ horas.}$$

II) Para el tiempo de viaje vacío, t_{vv}, se consideran las actividades en las cuales no se transporta carga por lo que:

$$t_{vv} = \text{suma actividades 10 y 12} = 1 + 17 = 18 \text{ horas.}$$

III) El tiempo de carga y descarga se obtiene sumando los tiempos transcurridos en la descarga de mercancia:

t_{cd} = actividad 9 = 3 horas (el remolque es descargado).

IV) El tiempo de procesamiento, t_p, corresponde al tiempo necesario para que la unidad recoga la mercancia en un lugar determinado y regrese a su base de operación:

$$t_p = \text{suma de actividades } 2,\ 4 \text{ y } 5.$$

$$t_p = 0.17 + 0.5 + 0.17 = 0.84 \text{ horas.}$$

V) El tiempo de servicio operativo, t_{so}, corresponde a las actividades de reacondicionamiento y mantenimiento de la unidad:

$$t_{so} = \text{suma de actividades } 11 \text{ y } 13 = 2 + 6 = 8 \text{ horas.}$$

VI) En relación al tiempo por espera en estaciones, t_{est}, corresponden tiempos de espera en ciertas estaciones:

$$t_{est} = \text{suma de actividades } 3 \text{ y } 6 = 2.5 \text{ horas.}$$

VII) El tiempo de holgura en horarios, t_{hol}, es el tiempo de ajuste por retrasos u otras circunstancias, en la sucesión de actividades del ciclo, que para nuestro ejemplo es nulo:

$$t_{hol} = 0.$$

VIII) El tiempo del ciclo operativo (t_{co}) es la suma de todas las actividades efectuadas:

$$t_{co} = t_{vc} + t_{vv} + t_{cd} + t_p + t_{os} + t_{ep} + t_{hol}.$$

$$t_{co} = 20 + 18 + 3 + 0.84 + 8 + 2.5 + 0 = 52.34 \text{ horas.}$$

$$t_{co} = 2 \text{ días y } 4 \text{ horas.}$$

4.3. TIEMPO DEL CICLO DE SERVICIO.

Como se mencionó, además del mantenimiento que se suministra al camión y remolque al finalizar una orden de servicio, se programa una rutina de mantenimiento cada 10 viajes redondos.

Considerando la situación en que los talleres mecánicos están dentro de la base central de la compañía se deduce que el tiempo de colocación, de la base al centro de mantenimiento, es nulo, por lo tanto el tiempo de ciclo de servicio es:

$$t_s = 0 + 10\ (52.34) = 523.4 \text{ horas.}$$

Este tiempo debe ser ajustado restando de él 6 horas por concepto de tiempo de preparación de la unidad para un nuevo viaje, dado que este tiempo está comprendido dentro del tiempo de servicio operativo (actividad V), considerando lo anterior obtenemos:

$$t_s = 517.4 \text{ horas.}$$

El ciclo anual se determina considerando t_{mnt} = 48 horas y t_{su} = 0 horas y empleando la expresión:

$$n_s(t_s + t_{mt}) + t_{su} = 365.$$

obteniendo n_s = 15.5 ciclos. Como cada ciclo de servicio tiene diez ciclos operativos, la cantidad de viajes redondos al año es de 155 en las condiciones supuestas.

Determinados los tiempos del ciclo vehicular y de servicios se procede a realizar el análisis económico del ciclo recordando que los datos son hipotéticos.

4.4. ANALISIS ECONOMICO DEL CICLO.

A partir de los datos de precios y rendimientos que se muestran en tabla 4.1, se realiza una estimación del costo de cada una de las operaciones que forman el ciclo vehicular en términos de costos fijos y variables.

4.4.1. COSTOS FIJOS.

Se considera que los conceptos que intervienen en los costos fijos son: depreciación del camión y remolque y la parte correspondiente a un fondo de autoseguro para situaciones de accidente, de aqui que el costo fijo anual es:

CF = costo de depreciación anual del camión + depreciación anual del remolque + costo de fonde de seguro (25% anual al valor de las unidades).

$$CF = 220/8 + 45/15 + 265(0.02) = \$\ 35.8 \text{ millones de pesos.}$$

4.4.2. COSTOS VARIABLES.

Este apartado del ciclo operativo se calcula sumando los costos derivados de sus diferentes componentes: viaje con carga, viaje vacío, carga y descarga, precesamiento, servicio operacional, esperas y holguras. A continuación se presenta cada uno de los costos de estas componentes.

I) COSTO DE VIAJE CON CARGA.

Comprende la distancia recorrida de 1320 kilómetros de la ciudad A al centro del país, más un recorrido urbano promedio, de 20 km.

TABLA 4.1. DATOS PARA LA ESTIMACION DE COSTOS FIJOS Y VARIABLES.

CONCEPTO	PRECIO UNITARIO	RENDIMIENTO	COSTO PARA EL ANALISIS.
GASOLINA.	\$445/lt.	1 km/lt (vacío). 0.9 km/lt (carga). 0.9 km/lt (ciudad).	\$445/km. \$494/km. \$742/km.
LLANTAS.	\$500,000/pza.	50,000 km/pza.	\$10/km/pza.
PEAJES.	\$35,000/viaje.	-	\$36,000/v.r.
VIATICOS.	\$150,000/v.r.	-	\$150,000/v.r.
CHOFER + INDIRECTOS.	\$2400000/mes.	240 horas/mes.	\$10,000/v.r.
OTROS.	\$50000/v.r.	-	\$50,000/v.r.
MACHETEROS + INDIRECTOS.	\$50000/mes.	160 horas/mes.	\$3,125/v.r.
CAMION.	\$220000000/unidad.	8 años.	\$27.5 millones/año.
REMOLQUE.	\$45000000/unidad.	15 años.	\$3 millones/año.

COSTO DEL RECORRIDO ENTRE CIUDADES:

Combustible:	1 320 km a $494/km	=	$652,080.00.
Llantas:	$10/km/pza; 18 pzas. y 1320 km	=	$237,000.00
Peajes:	0.5 v.r. a $36,000/v.r.	=	$ 18,000.00
Viáticos:	0.5 v.r. a $15,000/v.r.	=	$ 75,000.00
Otros:	0.5 v.r. a $50,000/v.r.	=	$ 25,000.00
Chofer:	18 hrs. a $10,000/hora	=	$180,000.00
COSTO TOTAL RECORRIDO INTERURBANO		=	$1,187,680.00

COSTO DEL RECORRIDO URBANO:

Combustible:	20 km a $742/km	=	$14,840.00
Llantas:	20 km a $180/km	=	$ 3,600.00
Chofer:	2 hrs a $10,000/hr	=	$20,000.00
COSTO TOTAL RECORRIDO URBANO		=	$38,440.00

COSTO DEL VIAJE CARGADO: = $1,226,120.00

II) COSTO DE VIAJE VACIO.

Esta etapa del servicio incluye el recorrido urbano de regreso a la terminal y el recorrido interurbano centro del país-ciudad A.

COSTO DEL RECORRIDO URBANO:

Combustible:	20 km a $742/km	=	$14,840.00
Llantas:	20 km a $180/km	=	$ 3,600.00
Chofer:	1 hr a $10,000/hr	=	$10,000.00
COSTO TOTAL RECORRIDO URBANO		=	$28,000.00

COSTO DEL RECORRIDO ENTRE CIUDADES:

Combustible:	1 320 km a $445/km	= $587,400.00.
Llantas:	$1320 km a $180/km	= $237,600.00
Peajes:	0.5 v.r. a $36,000/v.r.	= $ 18,000.00
Viáticos:	0.5 v.r. a $15,000/v.r.	= $ 75,000.00
Otros:	0.5 v.r. a $50,000/v.r.	= $ 25,000.00
Chofer:	17 hrs. a $10,000/hora	= $170,000.00
COSTO TOTAL RECORRIDO INTERURBANO		= $1,113,00.00

COSTO DEL VIAJE VACIO: = $1,141,400.00

III) COSTO DE CARGA Y DESCARGA.

Considera la descarga del remolque en el lugar de destino, fase que se realiza en 3 horas y que se supone se lleva a cabo por 4 macheteros en forma manual.

Macheteros:	12 horas-hombre a $3,125/hora	= $37,500.00
Choferes:	3 horas a $10,000/hora	= $30,000.00

COSTO DE CARGA Y DESCARGA: = $67,500.00

IV) COSTO DE PROCESAMIENTO.

Son considerados el traslado ida y vuelta de la terminal a la oficina aduanal en la ciudad A (una distancia de 5 kiómetros en total) y la actividad de enganchar el remolque y la salida de la aduana.

Combustible:	5 km a $742/km	= $3,710.00
Llantas:	5 km a $180/km	= $ 900.00
Chofer:	0.84 hrs a $10,000/hora	= $8,400.00

COSTO DE PROCESAMIENTO: = 13,010.00

V) COSTO DEL SERVICIO OPERACIONAL.

Se consideran los costos asociados en el cambio de tripulación, abastecimiento de combustible, mantenimiento del vehículo, así como en las reparaciones mayores del vehículo para un nuevo viaje.

Debido a la falta de información para estimar estos costos en detalle, se considera un costo promedio de $50,000.00 por concepto de reabastecimiento (sin incluir combustible) y por reparaciones menores.

Por lo que respecta a reparaciones mayores se consideró un costo de $150,000.00.

Con base en estas suposiciones, el costo por servicio operacional es de: **$200,000.00**.

VI) COSTO DE ESPERAS.

Se incluyen los tiempos de espera en la oficina aduanal y de tramitación de documentos.

Chofer:	2.5 horas a $10,000/hora	= $25,000.00
COSTO DE ESPERAS:		**= $25,000.00**

VII) COSTO DE HOLGURAS.

Como no se consideró en el análisis holgura alguna este costo es nulo.

Por lo tanto, el costo del ciclo operativo es igual a la suma de los costos de sus componentes:

COSTO DEL CICLO OPERATIVO =	**$1,226,120.00 (VIAJE CARGADO)**
	$1,141,400.00 (VIAJE VACIO)
	$ 67,500.00 (CARGA Y DESCARGA)
	$ 13,010.00 (PROCESAMIENTO)
	$ 200,000.00 (SERVICIO OPERACIONAL)
	$ 25,000.00 (ESPERAS)
TOTAL	**$2,673,070.00**

Por lo que respecta al costo del ciclo de servicio, éste comprende el costo de 10 ciclos operativos y el derivado por la visita al taller de mantenimiento preventivo que se calcula en \$1.2 millones.

A la suma de los dos costos anteriores se le resta el asociado a la última preparación del vehículo para un nuevo viaje, dado que ésta se incluye en el mantenimiento preventivo.

El costo del ciclo de servicio se estima en:

COSTO DEL CICLO
DE SERVICIO = \$2,673,070.00 X 10 CICLOS OPERATIVOS
+ \$1,200,000.00 (COSTO MANTENIMIENTO PREVENTIVO)
\$ 150,000.00 (COSTO DE PREPARACION NUEVO VIAJE)

TOTAL \$27,780,700.00

Considerando que cada ciclo anual tiene 15.5 ciclos de servicio, el costo variable asociado con una unidad bajo las condiciones de servicio, mantenimiento y operación establecidas es de: 15.5 X 27,780,700 = \$430,600,850.00.

Para el estudio de análisis, la ecuación que permite estimar el costo total (CT) anual en función del número de ciclos anuales (nco) es:

$$CT = \$35,800,000.00 + 2.778 \times 10^{6}\ nco. \quad (4.2)$$

donde la ordenada al origen representa el costo fijo anual, y la pendiente el costo variable por ciclo operativo.

En forma sintetizada en la tabla 4.2 se presentan los tiempos y costos de esta política de operación.

TABLA 4.2. TIEMPOS Y COSTOS CORRESPONDIENTES.

CONCEPTO	TIEMPO (HORAS)	COSTO (MILLONES DE PESOS)
Viaje con carga	20	1.226
Viaje vacio	18	1.141
Carga y descarga	3	0.067
Procesamiento	0.84	0.013
Servicio operacional	8	0.200
Esperas	2.5	0.025
Holguras	0.0	0.000
Ciclo operativo	52.34	2.673
10 ciclos operativos	523.4	26.730
Ajuste por no preparación	-6	-0.150
Ciclo de servicio	517.4	
Mantenimiento	48	1.200
TOTAL	565.5	27.780

La utilidad de la ecuación de costos totales (4.2), que engloba los costos de la política de operación considerada, reside en poder examinar la variación de los costos CT en función del número de ciclos operativos producidos en un año, n_{co}.

La tabla 4.3 muestra esta variación para diferentes valores de n_{co} considerando también los costos promedio.

Como parte complementaria y fundamental del análisis presentado, éste se debe comparar con los ingresos que se generarían para un número dado de ciclos operativos anuales.

Para ello, consideremos que en cada viaje cargado se transportan 30 toneladas, y de acuerdo con la tarifa de costo los ingreso brutos por tonelada se calculan como:

TABLA 4.3. VARIACION DE LOS COSTOS TOTALES PARA DIFERENTES CANTIDADES DE CICLOS OPERATIVOS.

(Costos en millones de pesos).

NUMERO DE CICLOS ANUALES	COSTOS TOTALES	COSTOS PROM.
25	105.25	4.21
50	174.20	3.49
75	244.15	3.26
100	313.60	3.14
125	383.05	3.06
150	452.50	3.01

$$\text{Ingresos Brutos} = 13{,}071.29 + 48.152\ X \qquad (4.3)$$

donde X es la distancia interurbana recorrida con carga, que en este caso corresponde a 1,320 kilómetros. En la tabla 4.4 se presentan los ingresos generados.

Al analizar las utilidades derivadas de la política de operación, resalta el hecho de que las utilidades son negativas, es decir, el servicio generaría pérdidas económicas.

Por tanto es necesario idear políticas alternativas de servicio para tratar de mejorar los resultados previos.

Políticas alternativas a ser analizadas podrían ser, por ejemplo, las siguientes:

I) El vehículo una vez que ya entregó la carga puede trasladarse a recoger otro envio, dentro de la misma zona, reportarse a la terminal y regresar a la ciudad A.

II) Una vez realizado el servicio, regresa a la terminal del centro del país, espera en ese lugar hasta que se presente una orden de servicio con destino en la ciudad A, recoge la carga y regresa a la ciudad de origen.

Para cada una de estas opciones se aplica el análisis del ciclo vehicular de la misma forma en que se hizo para la política de servicio original.

Posteriormente, se comparan las utilidades que cada una de ellas generan y, bajo estos criterios económicos y operativos, se selecciona la que más convenga.

TABLA 4.4. INGRESOS GENERADOS CON LA POLITICA DE OPERACION. (millones de pesos).

NUMERO DE CICLOS OPERATIVOS ANUALES.	INGRESOS	COSTOS	UTILIDAD.
25	55.49	105.25	-49.75
50	110.99	174.70	-63.71
75	166.48	244.15	-77.67
100	221.98	313.60	-91.62
125	277.47	383.05	-105.58
150	332.96	452.50	-119.54.

Si bien el anterior ejemplo de aplicación del análisis del ciclo vehicular es hipótetico, los resultados que de él se derivan ejemplifican la importancia de disponer de un instrumento de análisis que permita, por un lado, estudiar y desagregar la operatividad de una flota de transporte, y por el otro, evaluar económicamente la funcionalidad del sistema.

Sin embargo, el campo de aplicación del análisis no se concreta únicamente a aspectos económicos. Dentro del objetivo de determinar la cantidad mínima de vehículos de una flota de transporte el ciclo vehicular toma importancia como a continuación se demuestra.

4.5. ALGORITMO DE SAHA Y EL CICLO VEHICULAR.

En este apartado se considera el problema resuelto con el algoritmo de Saha descrito en el capítulo tres: dado un conjunto de viajes entre varias ciudades determinar el número mínimo de autobuses necesarios para operar los intinerarios y, además, agrupar los viajes de tal forma que cada grupo de viajes pueda ser ejecutado por un sólo autobús.

El planteamiento de este problema tiene como base el hecho de haber decidido la política de operación más conveniente. Por lo que se asegura que ésta genera beneficios económicos señalados por el análisis del ciclo vehicular.

Inmerso en este ambiente propicio se plantea el problema de tamaño mínimo de la flota de transporte como factor que incidirá en la reducción de los costos por posesión y uso de las unidades.

Para poder aplicar el algoritmo de Saha se deben determinar, para cada viaje, la siguiente cuarteta de parámetros que los definen: P_S; lugar de partida, P_E; lugar de destino; T_S; tiempo de salida, y T_E que representa el tiempo de llegada al lugar de destino.

Suponiendo que los lugares de destino son conocidos y fijos los parámetros restantes, tiempos de salida y llegada, son las cantidades relevantes que nos permitirán encadenar varios viajes y asignarlos a una unidad.

Los tiempos requeridos se calculan desagregando las actividades previas y durante el viaje como se hizo anteriormente para determianr el tiempo del ciclo vehicular.

Supongamos que entre un viaje y otro se deben realizar las siguientes actividades.

ACTIVIDAD.	TIEMPO (MINUTOS).
1. Trámite de inicio de servicio.	10
2. Unidad sale del depósito a estación de carga de equipaje.	15
3. Unidad espera asignación de carga.	15
4. Unidad carga equipaje y sale de la estación.	15
5. Unidad se dirige estación de pasajeros.	15
6. Espera autorización de viaje y abordaje pasajeros.	30
7. Recorrido ciudad O-ciudad D.	Conocido.
8. Recorrido urbano.	20
9. Descarga total de la unidad.	20
10. Tiempo de espera entre viajes.	150

Donde se considera que en el tiempo de espera se realizan reparaciones menores, cambio de tripulación, reabastecimiento de combustible, asignación de nuevo destino y la repetición de las actividades 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Cabe señalar que los tiempos de duración de las diversas actividades pueden cambiar de acuerdo a la política de operación y tipo de servicio de la compañía de transporte.

Con base en esta desagregación de actividades los tiempos de salida y llegada, entre dos ciudades encadenadas, son posibles de determinar y así obtener una tabla de intinerarios como la que considera Saha.

Suponiendo que, en función de la demanda por atender y el número de autobuses disponibles, la empresa define los viajes a realizar entonces se procede a resolver el problema con la aplicación del algoritmo de Saha, como se ejemplifica a continuación.

4.5.1 EJEMPLO NUMERICO DEL ALGORITMO DE SAHA.

La tabla 4.5 muestra los viajes que deben ser realizados por una compañía estatal de autobuses. La primera columna indica el número de viaje sin un orden establecido, la segunda columna indica el lugar de inicio del viaje.

Por lo que respecta a la tercera, cuarta y quinta columnas; éstas indican el lugar de destino, tiempo de inicio del viaje y el tiempo de llegada, respectivamente.

El problema es: a) encontrar el número mínimo de autobuses que se requieren para operar los viajes y b) determinar que viaje deberá ser asignado a cada autobús. Se establece la condición de que debe haber al menos 20 minutos de receso entre dos viajes consecutivos asignados a una unidad.

VIAJE No. n.	ORIGEN. (Ps).	DESTINO. (PE)	SALIDA. (Ts)	LLEGADA. (TE)
1	SND	UPDL	08:40	09:40
2	SND	ABD	10:50	11:40
3	SND	ABD	08:25	09:15
4	SND	ABD	06:25	07:15
5	SND	NLS	09:45	11:25
6	SND	ABD	07:00	07:15
7	SND	RTL	11:20	12:10
8	SND	ABD	15:00	15:50
9	SND	RTL	14:00	14:50
10	SND	KLP	13:50	15:05
11	SND	ABD	16:45	17:35
12	ABD	SND	07:25	08:15
13	ABD	SND	18:00	18:50
14	ABD	SND	09:45	10:45
15	ABD	SND	12:00	12:50
16	ABD	SND	16:20	17:10
17	ABD	SND	08:05	08:55
18	ZLP	SND	07:25	08:15
19	UPDL	SND	09:50	10:50
20	NLS	SND	11:40	13:20
21	RTL	STD	15:05	15:55
22	RTL	SND	12:25	13:15
23	KLP	SND	15:00	16:15
24	STD	ZLP	16:15	18:30

TABLA 4.5. Intinerario de viajes del ejemplo númerico del método de Saha.

SOLUCION.

PASO1. Los viajes son agrupados de acuerdo con el siguiente orden de lugares de destino: a) ABD, b) SND, c) UPDL, d) NLS, e) RTL, f) KLP, g) STD y h) ZLP); cada subgrupo muestra un orden creciente en términos del tiempo de llegada (finalización) como se muestra en la tabla 4.6.

ORIGEN. (Ps)	DESTINO. (PE)	SALIDA. (Ts)	LLEGADA. (TE)
X1 ABD	SND	06:25	07:15
X2 ABD	SND	07:00	07:15
X3 ABD	SND	08:25	09:15
X4 ABD	SND	10:50	11:40
X5 ABD	SND	15:00	15:50
X6 ABD	SND	16:45	17:35
X7 SND	ABD	07:25	08:15
X8 SND	ZLP	07:25	08:15
X9 SND	ABD	08:05	08:55
X10SND	ABD	09:45	10:45
X11SND	UPDL	09:50	10:50
X12SND	ABD	12:00	12:50
X13SND	RTL	12:25	13:15
X14SND	NLS	11:40	13:20
X15SND	KLP	15:00	16:15
X16SND	ABD	16:20	17:10
X17SND	ABD	18:00	18:50
X18UPDL	SND	08:40	09:40
X19NLS	SND	09:45	11:25
X20RTL	SND	11:20	12:10
X21RTL	SND	14:00	14:50
X22KLP	SND	13:50	15:05
X23STD	RTL	15:05	15:55
X24ZLP	STD	16:15	18:30

TABLA 4.6. Ordenamiento de los viajes en términos de los parámetros PE y los tiempos de llegada.

De este modo las etiquetas X1,..., X24 indicarán el número de renglón del arreglo matricial subsecuente.

PASO2. La tabla 4.7 muestra el ordenamiento respectivo a esta etapa. Cada viaje tiene asignada la etiqueta Y_i, la cual indica el número de columna de la matriz mostrada en la tabla 4.8.

ORIGEN (Ps)	DESTINO (PE)	SALIDA (Ts)	LLEGADA (TE)
Y1 ABD	SND	07:25	08:15
Y2 ABD	SND	08:05	08:55
Y3 ABD	SND	09:45	10:45
Y4 ABD	SND	12:00	12:50
Y5 ABD	SND	16:20	17:10
Y6 ABD	SND	18:00	18:50
Y7 SND	ABD	06:25	07:15
Y8 SND	ABD	07:00	07:15
Y9 SND	ABD	08:25	09:15
Y10SND	UPDL	08:40	09:40
Y11SND	NLS	09:45	11:25
Y12SND	ABD	10:50	11:40
Y13SND	RTL	11:20	12:10
Y14SND	KLP	13:50	15:05
Y15SND	RTL	14:00	14:50
Y16SND	ABD	15:00	15:50
Y17SND	ABD	16:45	17:35
Y18UPDL	SND	09:50	10:50
Y19NLS	SND	11:40	13:20
Y20RTL	STD	12:25	13:15
Y21RTL	SND	15:05	15:55
Y22KLP	SND	15:00	16:15
Y23STD	ZLP	16:15	18:30
Y24ZLP	SND	07:25	08:15

TABLA 4.7. Ordenamiento derivado del PASO2 del algoritmo de Saha donde la sucesión de Y_i's indica el número de columna asociado

PASO3. La matriz definida en la tabla 4.8 muestra las celdas indicadas con un 1. Cada una de estas celdas admisibles son tales que el viaje X_i y el viaje Y_i que las define cumplen lo siguiente:

$$P_{sj} = P_{si} \text{ y } T_{sj} > T_{si} + 20$$

PASO4. Las celdas admisibles han sido marcadas con un 1 después de haber eliminando progresivamente los renglones y columnas que se intersectan en cada celda marcada (ver tabla 4.8).

PASO5. Las relaciones de orden, entre los viajes, que se derivan de cada celda admisible son las siguientes (recordando que "α" indica una relación de precedencia entre viajes):

La primera celda admisible marcada con 1 definida por (X1,Y2) establece que: $X1 \alpha Y2$, las subsecuentes relaciones de precedencia se enlistan a continuación.

1) $X1\alpha Y2$, 2) $X2\alpha Y3$, 3) $X3\alpha Y4$, 4) $X4\alpha Y5$, 5) $X5\alpha Y6$, 6) $X7\alpha Y10$, 7) $X8\alpha Y11$, 8) $X9\alpha Y12$, 9) $X10\alpha Y13$, 10) $X11\alpha Y14$, 11) $X12\alpha Y15$, 12) $X13\alpha Y16$, 13) $X14\alpha Y17$, 14) $X20\alpha Y21$, 15) $X23\alpha Y23$ y 16) Y22.

Retomando el orden establecido en la tabla 4.5 las anteriores relaciones se transforman en:

1) $4\alpha 17$, 2) $6\alpha 14$, 3) $3\alpha 15$, 4) $2\alpha 16$, 5) $8\alpha 13$, 6) $12\alpha 1$, 7) $18\alpha 5$, 8) $17\alpha 2$, 9) $14\alpha 7$, 10) $19\alpha 10$, 11) $15\alpha 9$, 12) $22\alpha 8$, 13) $20\alpha 11$, 14) $7\alpha 21$, 15) $21\alpha 24$ y 16) 23 como elemento único.

Con base en lo anterior se forman 9 rutas que requieren un número minimo de 9 autobuses para ser recorridas:

	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13	Y14	Y15	Y16	Y17	Y18	Y19	Y20	Y21	Y22	Y23	Y24
X1	1	*	*	*	*																			
X2	*	1	*	*	*																			
X3		*	1	*	*																			
X4			*	1	*																			
X5				*	1																			
X6				*	*																			
X7									1	*	*	*	*	*	*	*								
X8									*	1	*	*	*	*	*	*								
X9										*	1	*	*	*	*	*								
X10												1	*	*	*	*								
X11												*	1	*	*	*								
X12													*	1	*	*								
X13													*	*	1	*								
X14													*	*	*	1								
X15																*								
X16																								
X17																								
X18																								
X19																								
X20																				1				
X21																								
X22																								
X23																						1		
X24																								

TABLA 4.8. Arreglo matricial de los datos X y Y de las tablas 4.6 y 4.7, respectivamente.

RUTA 1. 4a17a2a16 obtenida de 1), 8) y 4).

RUTA 2. 6a14a7a21a24 definida por 2), 9), 14) y 15).

RUTA 3. 3a15a9 de 3) y 11).

RUTA 4. 22a8a3.

RUTA 5. 12a1.

RUTA 6. 18a5.

RUTA 7. 19a10.

RUTA 8. 20a11.

RUTA 9. 23.

La asignación de viajes y horarios de los mismos obtenida de esta forma es óptima. El número de unos colocados en la matriz es de 15, de aqui que el número de cadenas (rutas) es 9. De acuerdo con los requerimentos, los viajes en cada ruta son asignados a un solo autobús.

Como se señaló, el ciclo vehicular se aplicó a problemas hipóteticos sin embargo, esto no le resta versatilidad puesto que el analista determina, una vez establecido el tipo de flota a analizar, las actividades que él considera importantes para su estudio.

Con base en lo anterior se concluye que determinando la cantidad mínima de unidades de transporte, de tal forma que se satisfaga la demanda y calidad de servicio, se logrará reducir los costos fijos y variables que trae consigo la operación de la flota, de acuerdo con el análisis presentado.

Por otro lado, en función de los resultados económicos, se determina la política de operación más ventajosa y, al mismo tiempo, se define el problema de optimización de vehículos que ello implique.

Por tanto, si se deseará aplicar el algoritmo de Swersey-Ballard es aconsejable amoldar el ciclo vehicular a la situación en estudio correspondiente.

Asimismo, si consideraramos un problema de secuenciación de vehículos con ventanas de tiempo donde el algoritmo de Balakrishnan fuera idoneo, nuevamente se deberá de determinar las actividades que conformarían el ciclo vehicular de la flota.

Lo anterior pone de manifiesto que los métodos de solución no son siempre lo más generales pero, y aqui reside su importancia, marcan lineamientos que nos permiten disponer de técnicas de análisis apropiadas.

Finalmente, el problema de minimización de vehiculos puede repercutir en el beneficio económico de la empresa pero, alternativamente, es conveniente estudiar si la política de operación de la misma es sensible y conveniente para ver reflejados los resultados de las soluciones propuestas.

CONCLUSIONES.

En este trabajo se analizó el problema de determinar el tamaño mínimo de una flota de transporte.

El análisis permite proponer una primera fase de diagnóstico enfocada al estudio del funcionamineto de una flota vehicular y las influencias que repercuten en su organización y operación.

De esta primera etapa sobresalen los siguientes factores: los usuarios y el prestador del servicio de transporte, los vehículos que integran la flota y la demanda por el servicio que se desea satisfacer así como la calidad del servicio que se ofrece.

Éstos influyen en la construcción de los algoritmos que dan solución al problema porque, generalmente, lo que se busca es determinar cuándo, dónde y cómo debe organizarse y funcionar la flota vehicular de tal forma que la cantidad de vehículos a utilizar sea mínima.

La fase de diagnóstico es necesaria por dos razones. La primera de ellas es el poder entender la organización de la flota para extraer la información que por regla general se utiliza en el modelo matemático a aplicar: tipos de vehículos, origenes y destinos, horarios de salida y llegada y la sucesión de actividades por las que debe pasar una unidad de transporte cuando ésta ejecuta una fase de servicio.

La segunda justificación es de caracter económico y su objetivo es proporcionar un método que evalúe la bondad de las políticas de operación de la flota y así, tomar la decisión de cuál es la más conveniente. Con esto se busca definir un ámbito que sea apropiado al proceso de optimización del conjunto de vehículos.

La diversidad de las modalidades de empresas de transporte exige disponer de un marco de referencia analítico que facilite el estudio de las diversas alternativas para la prestación de los servicios y de sus efectos sobre la economía y la eficiencia de operadores y usuarios.

Para ello se propone, como elemento de diagnóstico y evaluación, el proceso de análisis conocido como Ciclo Vehicular.

Con base en la descripción y aplicación, que de él se hizo en los capítulos dos y cuatro respectivamente, se concluye que es un instrumento de análisis suficientemente general, sujeto a las modificaciones que el caso de estudio amerite, y susceptible de ser aplicado en la movilización de carga y personas.

El ciclo vehicular combina el ánalisis de tiempos y movimientos con el de factores económicos, lo que conduce a identificar y/o construir opciones prácticas para modificar y optimizar el uso de los recursos involucrados en el servicio y respaldar la selección de políticas de operación.

Con la información derivada del ciclo vehicular se acota el campo de estudio y especifican las condiciones en que la minimización de la cantidad de vehículos debe realizarse.

La formulación del problema de tamaño mínimo de una flota de transporte, en su forma básica, posee la estructura de un programa de programación lineal entera. Considerando una flota homogénea este problema puede ser resuelto con los métodos de programación entera o lineal.

En este último caso se deben implementar criterios que aseguren soluciones enteras como se ejemplificó en el método de descomposición lineal empleado por Gould[4] en el capítulo dos.

Sin embargo, la naturaleza del problema que se resuelva pone límites a la aplicabilidad de los métodos exactos, como fue el caso del método de Swersey-Ballard[17] del capítulo tres.

Las formulaciones enteras, F1 y F2, en que se basa este método con base en la discretización de las ventanas de tiempo, dan soluciones enteras el 75% de las veces que es utilizado para la asignación de rutas escolares. Además, este algoritmo necesita que las rutas estén definidas previamente.

Por lo que respecta al tiempo de cómputo, se encuentra que para un conjunto de 27 escuelas y 84 rutas el tiempo de cálculo oscila entre 50.77 y 2.38 minutos. Este intervalo de fluctuación se deriva del hecho de que a mayor cantidad de divisiones de una ventana de tiempo, corresponde un conjunto más grande de posibles tiempos de llegada.

Por otro lado. cuando se aplicó el algoritmo a un conjunto de 37 escuelas y 102 rutas la capacidad de memoria de la computadora fue insuficiente y la versión del programa LINDO debió de haber sido modificada para lograr resolver el problema.

Por lo anterior, se desprende la conveniencia de desarrollar y aplicar algoritmos heurísticos que, como se sabe, en su estructura se involucran características del problema que influyen, principalmente, en la mayor rapidez del método con una pérdida en la exactitud de la respuesta.

Como prueba de lo anterior, el algoritmo de Balakrishnan[8], descrito en el capítulo tres, aplicado a la contrucción de rutas con ventanas de tiempo flexibles, permitió establecer tres métodos heurísticos (vecino más cercano, heurística de Clarke-Wright y de espacio tiempo) para un solo problema para el cual se desea determinar la cantidad mínima de vehículos.

Para estos algoritmos fueron considerados dos conjuntos de problemas de prueba conteniendo cada uno diez problemas de asignación de clientes a vehículos. Cada uno de las pruebas contiene 100 clientes y fue variable el porcentaje de clientes con ventanas de tiempo oscilando del 25% al 100%.

Las capacidades de los vehículos fueron de 200 unidades de carga para cada uno, y el tiempo de ruta máximo permitido fue de 230 unidades. El tiempo de cómputo de las soluciones osciló entre 18.9 segundos (sin permitir violación de ventanas de tiempo) hasta 80 segundos (permitiendo en promedio un 79% de ventanas violadas).

Es importante señalar que las tres heurísticas desarrolladas fueron sometidas a prueba, de las cuales siempre sobresalió como mejor solución la derivada por la heurística del vecino más cercano.

La exposición de los algoritmos no tiene la finalidad de decidir cuál de ellos es el mejor. Al contrario, se consideran importante sus presentaciones porque así se ejemplifican algunas de las múltiples situaciones en las cuales se puede formular el PTMFT.

Adicionalmente, lo anterior manifiesta la utilidad e importancia de los métodos de la investigación de operaciones aplicados a problemas de transporte y también establece cuan amplio es el campo de aplicación del PTMFT.

Las exposiciones que se hicieron del Ciclo Vehicular y los algoritmos permiten establecer el siguiente conjunto de lineamientos que puede ser aplicado cuando se desea minimizar la cantidad de vehículos de un flota de transporte, y que subraya, su relación con el ciclo vehicular.

- Aplicar el Ciclo Vehicular y analizar el funcionamiento de la flota de vehículos.

- Evaluar económicamente la política de operación y decidir si es la adecuada o necesita ser modificada.

- De esta fase de diagnóstico extraer la información de tiempos y movimientos a los que están sujetos los vehículos.

- Con base en lo anterior, definir las restricciones técnicas bajo las cuales deben operar las unidades y expresarlas como problema de programación matemática.

- Con apoyo de la fase de diagnóstico, establecer una fase de pre-optimización que permita decidir la política de operación conveniente y, al mismo tiempo, asegurar un ambiente en el cual el algoritmo de solución proporcione los mejores resultados.

- Como segunda fase del proceso de optimización, y en función del nivel de desagregación de la operación de la flota, analizar si el problema de minimizar el número de vehículos es susceptible a un método exacto o heurístico.

De lo antes expuesto, se establece que el problema de tamaño mínimo de una flota vehicular es amplio y exige conjuntar instrumentos para el análisis económico y operativo con los métodos de la investigación de operaciones, para dar solución al PTMFT.

REFERENCIAS.

[1]. Manheim M. L., Fundamentals of Transportation Systems Analysis, MIT, 1979.

[2]. Newell G. F., Traffic Flow on Transportation Networks, MIT, 1980.

[3]. de Buen O., Almeida A., Análisis del Ciclo Vehicular. Instituto Mexicano del Transporte (SCT). Querètaro, México, noviembre, 1988.

[4]. Gould J., The Size and Composition of a Road Transport Fleet. Operational Research Quarterly, Vol. 20, 1, 1969.

[5] Bazaara M, Jarvies J., Programación Lineal y Flujo en Redes. Edit. LIMUSA, México, 1989.

[6]. Salkin H. V., Foundation of Integer Programming, North-Holland, New York, 1989.

[7]. Christofides N., Vehicle Routing. "The Traveling Salesman Problem". pp. 431-448. Editores Lawler E. L.. et. al. John Wiley and Sons, 1985.

[8]. Balakrishnan N., Simple Heuristica for The Vehicle Routeing Problem with Soft Time Windows. J. Opl. Res. Soc., Vol. 44, 3, 1993.

[9]. Ankolekar S. R., et. al., Optimization of Vehicle Schedules for a Road Transport Systems. pp. 244-253. Editor Jarswal N. K., North-Holland, 1981.

[10]. Salzborn F. J. M. "Minimum Fleetsize Models for Transportation Systems". Extraido de Transportation and Traffic Theory Proceedings of The 6th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, editado por Buckley D. J. Elsevier, New York, 1974.

[11]. Gavish B., et. al. Assigning Buses to Schedules in a Metropolitan Area. Computers and Operations Research, Vol. 5, 1978.

[12]. Martin Loff A. A Branch and Bound Algorithm for Determining the Minimal Fleet Size of a Transportation System. Vol. 4, 1970.
[13]. Lexin A., Scheduling and Fleet Routing Models of Transportation Systems. Transportation Science, Vol. 5, 1971.
[14]. Wyatt J. K. Optimal Fleet Size. Operational Research Quarterly. Vol. 12, 1961.
[15]. Kirby D. Is your Fleet the right size? Operational Research Quarterly. Vol. 10, 1959.
[16]. Saha J. L. An Algorithm for Bus Scheduling Problems. Operational Research Quarterly. Vol. 21, 1970.
[17]. Swersey J. A., Ballard W. Scheduling School Buses. Management Science. Vol. 30, 7, 1984.
[18]. Gheysens F., et. al. A Comparision of Techniques for Solving the Fleet size and Mix Vehicle Routing Problem. Operational Research Spektrum. Vol. 6, 1984.
[19]. Bodin L., Golden B., Assad A., Ball M. Routing and Scheduling of Vehicles and Crews-The State of the Art. Computers and Operatons Research. Vol. 10, 1983.
[20]. Dantzig G. B., Hoffman A. J. Dilworth's Theorem on Partially Ordered Sets. Linear Inequalites and Related Systems. Editores Kuhn H. W. y Tucker A. W. Princeton University Press, New Jersey, 1956.
[21]. Raghavachari M., Mote V. L. Generalization of Dilworth's Theorem on Minimal Chain Decomposition. Management Science. Vol. [illegible] 1970.
[22]. Ford L. R., Fulkerson D. R. Flows in Networks. Princeton University Press, New Jersey, 1962.
[23]. Clarke G., Wright J. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. Operations Research. Vol. 12, 1964.
[24]. Solomon M. Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Window Constraints. Operations Research. Vol. 35, 1987.
[25]. Koskosidis Y., et. al. An Optimization-Based Heuristic for Vehicle Routing and Scheduling with Soft Time Window Constraints. Transportation Science. Vol. 26, 1992.