19a
2a

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLAN"

"ANALISIS DEL METODO DE VALUACION BINOMIAL Y BLACK & SCHOLES"

T E S I S

PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

ISMAEL NORIS BARRERA

ACATLAN EDO. DE MEX. 1994

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

VNIVERSDAD NACIONAL
AVTONOMA DE
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLAN"
DIVISION DE MATEMATICAS E INGENIERIA
PROGRAMA DE ACTUARIA Y M.AC..

SR. ISMAEL NORIS BARRERA
Alumno de la carrera de Actuaría
Presente.

De acuerdo a su solicitud presentada con fecha 22 de abril de 1993, me complace notificarle que esta Jefatura tuvo a bien asignarle el siguiente tema de tesis: "ANALISIS DEL METODO DE VALUACION BINOMIAL Y BLACK & SCHOLES", el cual se desarrollará como sigue:

Introducción
I.- Posiciones y estrategias de inversión
II.- Bases estadísticas del modelo de valuación Black & Scholes
III.- Evaluación Black & Scholes, lógica del riesgo neutral
IV.- Aplicaciones
Conclusiones
Bibliografía

Asimismo fue designado como Asesor de Tesis el Mtro. Lucio Pérez Rodríguez, profesor de esta Escuela.

Ruego a usted tomar nota que en cumplimiento de lo especificado en la Ley de Profesiones, deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito básico para sustentar examen profesional, así como de la disposición de la Coordinación de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis el título del trabajo realizado. Esta comunicación deberá imprimirse en el interior de la tesis.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPIRITU"
Acatlán, Edo. de Méx., a 19 de abril de 1994.

ACT. LAURA MA. RIVERA BECERRA
Jefe del Programa de Actuaría y M.A.C.

E.N.E.P. ACATLAN
JEFATURA DEL PROGRAMA DE
ACTUARIA Y MATEMATICAS
APLICADAS Y COMPUTACION

Por todos los años de dedicación con que me fórmaron, y el gran cariño con que me criarón; sabiendo lo importante que es para ustedes que concluyera la Universidad. Les dedico está tesis a mis padres:

Enrique Noris Olguin
y
Margarita Barrera Cornejo.

Agradezco todas las facilidades prestadas para la elaboración de esta tesis a la Bolsa Mexicana de Valores y especialmente al Director de Planeación y Area Internacional Dr.Bernardo González Aréchiga que me apoyó y proporcionó toda la infirmación así como también agradezco al Mtro en C. Lucio Perez Rodríguez, por proporcionarme todos sus comentarios y correcciones a esta tesis.

I.N.B.

"ANALISIS DEL METODO DE VALUACION BINOMIAL Y BLACK & SCHOLES"

I.N.B.

I N D I C E

PROLOGO

El interés por desarrollar el tema de tesis "Análisis del método de valuación Binomial y Black & Scholes", tiene su origen en los trabajos que desarrolle en Bolsa Mexicana de Valores, dentro de la Dirección de Plantación, la falta de un documento en Español que diera un análisis completo del modelo Binomial y Black & Scholes así como la reciente aparición del mercado de productos derivados en México en 1992, motivo el interés de este trabajo, la tesis se compone de cuatro capítulos el primer capitulo tiene como finalidad establecer la lógica de compra y venta dentro del mercado de productos derivados. Así como la lógica de la formación de portafolios el segundo capitulo establece el marco teórico así como el desarrollo de los modelos de valuación, el tercer capitulo explica a detalle las propiedades del modelo así como factores que intervienen en su funcionamiento, el cuarto capitulo establece una aplicación del modelo y una explicación de la composición de los parámetros de sensibilidad.

Tengo la confianza que el objetivo de la tesis se alcanzó y que este documento logra encontrar una explicación consistente a los modelos de valuación Binomial y Black & Scholes. Por último espero que este trabajo sea de utilidad para los estudiantes que deseen conocer el funcionamiento de los modelos de valuación Binomial y Black & Scholes .

I.N.B.

INTRODUCCION

La búsqueda por ofrecer diferentes fuentes de financiamiento, dio pauta al desarrollo de productos que se derivan de otros productos, a este tipo de mercado se le conoce como Mercado de Productos Derivados. Dentro de este mercado se encuentran los precios futuros, las tasas de interés pactadas, entre otros. Este mercado tiene largo tiempo de funcionar de manera aislada, pero no fué hasta el año de 1973 cuando el mercado de productos derivados comenzó a desarrollarse realmente, la causa fué que se logró desarrollar un modelo capaz de calcular el precio de las opciones sin que interviniera la preferencia al riesgo del inversionista. Pero el modelo no nace de manera espontánea, es el resultado de investigaciones sobre la teoría de los procesos estocásticos.

De manera involuntaria los iniciadores del modelo fueron Brown y Wiener, ya que Wiener desarrolló un modelo conocido con el nombre de comportamiento Browniano, que trataba de una partícula eléctrica contenida en un circuito. Una partícula (es decir de diámetro 10^{-4}cm) inmersa en un líquido o gas mostraba comportamientos irregulares que podían ser observados en un microscopio. Al comportamiento de esta partícula se le conoció como comportamiento Browniano: después el Botánico Ingles Robert Brown, descubrió el fenómeno en 1827 justo después de la introducción del microscopio de objetivos. El físico francés Jean Perrin logró demostrar el fenómeno; (ver Perrin [1916], p.84) y que el fenómeno se mostraba más cerrado en humo y partículas suspendidas por el aire.

La explicación del fenómeno del comportamiento Browniano fué uno de los más grandes avances en la mecánica estadística y en la teoría cinética. En 1905, Einsten muestra que el comportamiento Browniano tiene una explicación, asumiendo que una partícula está sujeta a continuos bombardeos de moléculas que le rodean en el medio. Estos trabajos pioneros fuéron generalizados, extendidos y verificados en la experimentación por varios físicos (para conocer la historia de la teoría del comportamiento Browniano ver los documentos de Wax [1954] y Einsten [1956].)

Einsten aplicó el modelo del comportamiento Browniano al estudio de partículas eléctricas que viajaban por un medio y eran sujetas a impactos que hacían que su movimiento fuera aleatorio en función del tiempo, por lo cual se trataba de un proceso estocástico. El cálculo de la varianza del comportamiento de estas moléculas suspendidas en un gas fué realizado por Einsten en 1905. Con ayuda del estudio de la ecuación Wiener-Levi, logro demostrar que la inferencia estadística con la ayuda de los números de Avogadro, con la constante de los gases, la temperatura y tomando en cuenta la fricción del medio, era capaz de calcular la varianza del movimiento de la partícula en el medio. Esto fué un gran adelanto en el estudio y aplicación de los procesos estocásticos, el proceso de Wiener, originalmente comportamiento Browniano fué trabajado por Wiener en [1923], y su primer aplicación al comportamiento de los precios y las acciones en los mercados de valores fué hecho por Bachelier en 1900, recientes investigaciones fueron hechas por Osborne en 1959. Más recientemente el proceso de Wiener tuvo su aplicación en la teoría de la mecánica del cuantum por Kac en 1951 a 1959, Montroll en 1952 y Wiener en 1953 otra importante aplicación la tuvo en la distribución asintótica de bondad para la prueba de funciones hecha por Anderson y Darling en 1952.

La aplicación del proceso de Wiener al mercado de valores tuvo un ligero desarrollo, pero no fué sino hasta 1973 cuando Black y Scholes logró aplicar la teoría de portafolios asociada a la teoría de procesos estocásticos. Así la base de la discusión se centraba en la explicación dada por Einsten años atrás, pero con algunas variantes, en vez de una partícula se representa el precio de un valor en el mercado, y en vez de fuerzas de fricción, la ley de la oferta y demanda y la especulación del valor, que hacían que el precio se moviera. Tomando en cuenta un mercado teóricamente perfecto, no existiría posibilidad alguna de predecir el precio futuro, pero dada una oposición al movimiento del precio en el mercado y una variabilidad histórica era posible calcular su varianza. De esta forma se desarrolló el modelo con ayuda de procesos markovianos, esto trajo como consecuencia una ecuación capaz de mantener el equilibrio entre riesgo e inversión, por lo cual el mercado de productos derivados fué desarrollándose en 1973 en Chicago Board y más tarde en todo el mundo. La aplicación empírica de la fórmula validó los datos teóricos de Black y Scholes.

El mercado de opciones es el medio por el cual se puede lograr una cobertura que permita una mejor estructuración de portafolios, que contengan una parte importante de acciones, permitiendo también al pequeño inversionista cubrir su posición ante fluctuaciones a la baja de los precios.

Consecuentemente, la actividad de este mercado tiene implicaciones de interés no solo para el inversionista que acepta alto riesgo en su inversión, sino también para aquel inversionista conservador.

1.POSICIONES Y ESTRATEGIAS DE INVERSION

1.1 TIPOS DE POSICIONES

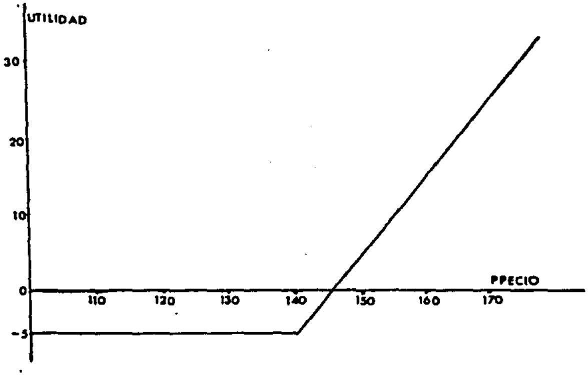
Las opciones se empezaron a negociar organizadamente en 1973, desde entonces el mercado de opciones ha tenido un dramático crecimiento. Las opciones ahora se negocian en muchas partes del mundo. Son disponibles en valores, valores de índice, moneda extranjera, instrumentos de débito, mercancías y contratos futuros.

Existen 2 tipos básicos de opciones: Una opción de compra (Call option), que es el derecho de compra de un valor a un precio específico durante un período específico de tiempo, y una opción de venta (Put option), que es el derecho de venta de un valor a un precio específico, durante un período de tiempo determinado. El precio pactado en el contrato es conocido como precio de ejercicio o precio dado; la fecha de vencimiento del contrato, es conocida como fecha de expiración o fecha de ejercicio o maduración.

Las opciones tienen 2 formas de ser ejercidas, el contrato opción conocida como tipo Americana u opción Americana puede ser ejercida todo el tiempo durante la vigencia del contrato, La opción de tipo Europea puede ser ejercida únicamente durante la fecha de expiración del contrato. Los términos opción Americana y Europea no tiene nada que ver, al lugar de negociación.

Las opciones a diferencia de otros instrumentos, como los contratos a futuro, que son precios pactados en compra o venta obligados, pueden ser o no ejercidas, aún cuando las opciones pueden funcionar como contratos a futuro en su aplicación. Los costos de emisión de opciones son pequeños en comparación con obligaciones u otros instrumentos parecidos.

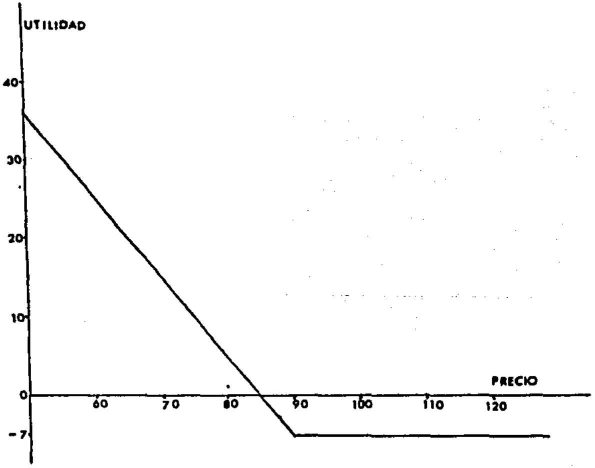
Considérese la situación de que un inversionista que compra 100 Call Europeos, de las acciones de I.B.M., con precio de ejercicio de $140 suponiendo que el precio corriente de la acción es de $138, y la expiración es de 2 meses, el precio del contrato de la opción es de $5, ya que la opción es Europea, el inversionista puede ejercerla únicamente en la fecha de expiración. Sí el precio de la opción al vencimiento es menor a $140, esto implica que no habrá ejercicio de la opción, supongamos que un inversionista compra 100 contratos y por tanto gasta $500 en un inicio, si el precio de la opción llega a $155 en 2 meses, el inversionista paga solo $140, por cada uno teniendo una utilidad por contrato de $15, si él invirtió en un inicio por concepto de prima $5, por contrato, asímismo tendrá una utilidad de $10 por contrato, entonces su utilidad sería de $1000 . La figura 1.1 nos muestra el diagrama de un Call, de esta manera tenemos:



1.1 Utilidad de compra de una opción Call de I.B.M. tipo Europeo. Opción con precio $5 y precio de ejercicio de $140.

La paridad Call-Put, nos dice lo siguiente, cuando el precio de una opción Call se incrementa, el precio de la opción Put de ese mismo valor decrece. Asimismo considérese que un inversionista compra 100 opciones Put tipo Europeo, de la compañía EXXON, con un precio de ejercicio de $90, supóngase un precio corriente de $86, y la fecha de expiración de la opción es de tres meses y partiendo de que la opción es Europea, esto es que puede ser ejercida únicamente cuando el precio de ejercicio sea inferior a $90 en la fecha de expiración, suponiendo que el precio de la opción es de $65 por valor, si vende las acciones en $90, y en el mercado se encuentra a $65 el inversionista tiene una utilidad de $25 por opción ó $2500 en las 100 opciones, descontando los $7 invertidos, tenemos $28 en el paquete de

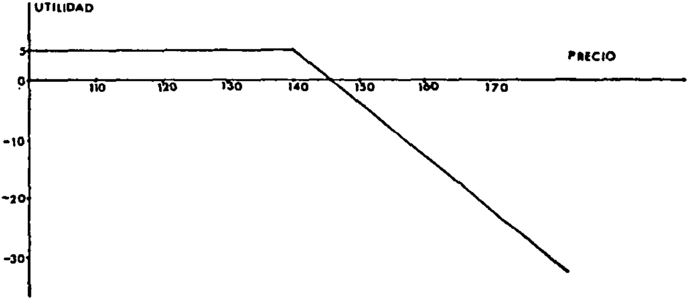
100 opciones tenemos $1800, el precio de la opción es de $7, por tanto el inversionista tendrá un costo fijo de $700, no importando el movimiento de la opción, así el diagrama de utilidad de una opción Put sera el siguiente:



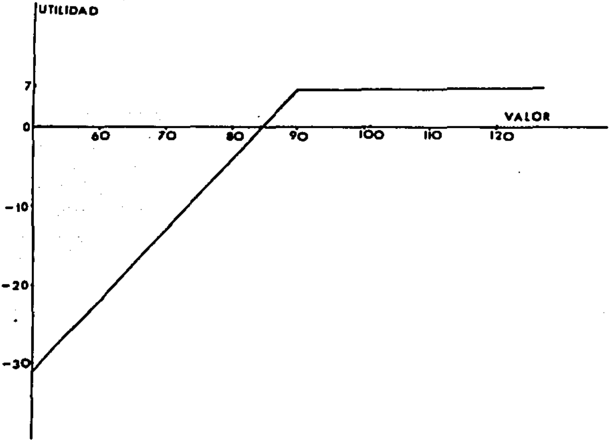
1.2 Utilidad en la compra de una opción Put. Put Tipo Europeo de la acción EXXON, precio de la opción de $7, precio de ejercicio de $90

Es recomendable mencionar que las opciones generalmente son de tipo Americana con tasa libre de riesgo o tasa de referencia tipo Europea. Esto es saludable, ya que el inversionista puede ejercer su derecho durante todo el período de vigencia de acuerdo con las circunstancias del mercado.

Existen dos tipos de posiciones para todo tipo de contrato de Opciones. La primera es cuando el inversionista toma una Posición Larga (Esto a través de la compra de una opción); el segundo que el inversionista toma una Posición Corta (Vende o ejerce una opción), en forma contraria de la figura 1.1 y 1.2 tenemos las figuras 1.3 y 1.4 que son posibles estados de los precios a tiempo de vencimiento, de esta forma tenemos:



1.3 El comportamiento en la prescripción de una opción Call de I.B.M. tipo Europea, precio de la opción $5 precio de ejercicio $140.



1.4 Comportamiento en la prescripción de una opción Put de EXXON tipo Europea, Precio de la opción de $7, precio de ejercicio de $90

Existen cuatro posiciones básicas de las opciones, que pueden ser posibles y son las siguientes:

1.-Una posición larga en una opción Call.

2.-Una posición larga en una opción Put.

3.-Una posición corta en una opción Call.

4.-Una posición corta en una opción Put.

La caracterización de las posiciones en una opción tipo Europea va en función del pago final al inversionista en el vencimiento del contrato, ahora esquematizando el comportamiento de las opciones, sin tomar en cuenta los costos iniciales, definimos a X como el precio corriente y S_t el precio pactado, al final del contrato del valor subyacente, el débito, ó pago, al final en una posición larga de un Call tipo Europeo es el siguiente:

$$Max[S_t-X,0]$$

Esto quiere decir, que la opción puede ser ejercida si $S_t>X$ y puede no ser ejercida si $S_t<X$. La utilidad de la cobertura de una posición Corta de una opción Call tipo Europea es el siguiente:

$$-Max[S_t-X,0]$$

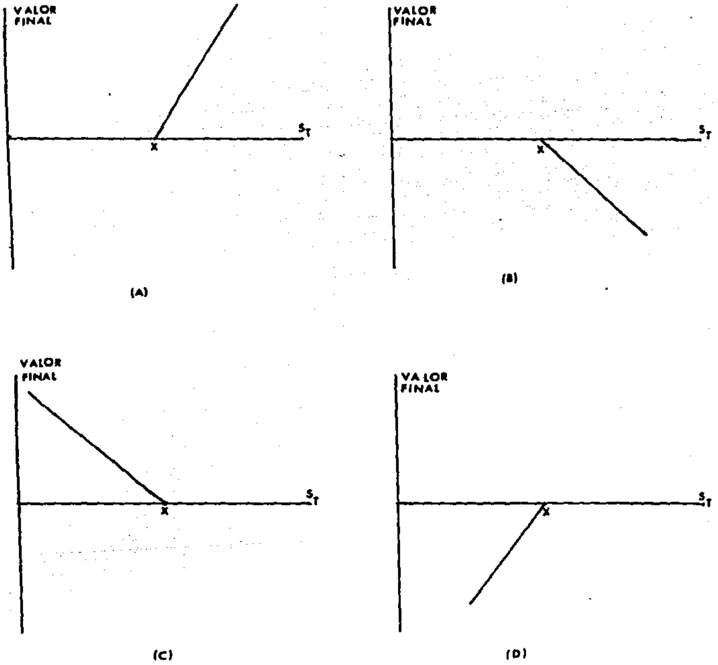
La utilidad de una cobertura en una posición larga de un Put Europeo es

$$Max[X-S_t,0]$$

y asimismo la utilidad de una posición corta en un Put Europeo es

$$-Max[X-S_t,0]$$

la figura 1.5 ilustra los diagramas de pago final ó utilidad



1.5 Pago final de una posición en una opción tipo Europea (a) Posición larga en un Call (b) posición corta en un Call (c) posición larga en un Put (d)Posición corta en un Put. Precio de ejercicio X, y valor al vencimiento S_t.

Esto nc es razón para que un especialista (Broker), requiera vender un margen del cliente, para crear liquidez ó variaciones en el precio, o para tomar una posición larga en una opción. Esto es porque el valor de la opción nunca va a ser negativa, lo peor que puede suceder es que el cliente no ejercite su derecho, y pierda por completo, el pago de la prima de la opción. Las cuentas de margen son requeridas para que los clientes puedan hacer la subscripción de sus opciones. Las posiciones de los clientes son monitoreadas diariamente, esto sucede en el caso de contratos futuros y márgenes Call, con el fin de que las cuentas de margen actúen cuando existan movimientos adversos al precio del valor subyacente de las opciones.

Los contratos futuros pueden ser estandarizados, por ciertos rasgos comunes, por la bursatilidad, la fecha de expiración y el tipo de valor subyacente, esto, con grandes diferencias en el precio y en la fecha de expiración, que podrá estar contenido en un intervalo de tiempo estándard. Por ejemplo, en la bolsa de CHICAGO BOARD OPTION EXCHANGE las negociaciones corrientes en opciones de tipo Americano del valor subyacente Mobil Oil. Pueden madurar a más de 9 meses con fechas específicas por el mes, de febrero a mayo o de agosto a noviembre, fechas que frecuentemente se utilizan en la emisión y vencimiento de estas opciones, el día de vencimiento generalmente es el día sábado del tercer viernes del mes de vencimiento, el precio de ejercicio es fijado en intervalos de $5, así si el precio de un valor en el mercado es de $51 el precio de ejercicio será de un intervalo de $51 a $55.

Cuando las opciones son usadas por especuladores, se da un apalancamiento extra, para ilustrar este comentario, supóngase que dado el precio de un valor de $32 y un inversionista quien siente que esto puede ser un riesgo, dado que él pudiera pensar que el precio de la acción tendería a subir en cualquier momento, compra opciones Call de esas mismas acciones, supóngase un precio de ejercicio es de $35 y un precio por contrato de $.5 por opción el inversionista tomo un riesgo, ya que si el precio de la acción no se aproxima a $35 él perderá $.5 por contrato, pero si el precio de la acción llega a $40 él podrá ejercer su derecho de compra, así él tendrá una utilidad de $4.5 por contrato comprando acciones a $35 y vendiendo a $40 con un mínimo costo en el riesgo adquirido, ya que los contratos de opciones cuando son a largo plazo pueden ser vendidos entre inversionistas recuperando la inversión y si es posible adquiriendo una utilidad adicional, como un buen producto derivado, las opciones pueden ser usadas como coberturas por un hábil especulador, por ejemplo, si un inversionista adquiere una opción Put volviendo a precio de una opción con valor X, él crea un piso o un límite inferior del precio de las acciones que negocia, de esta manera está cubierto contra posibles bajas del valor, ya que él cuenta con un precio de garantía promedio, garantizado por el Put.

Finalmente un tipo particular de opciones que es conocida con el nombre de Warrant, esto no es más que una opción Call emitida por una compañía en términos de sus mismas acciones. Se ofrece como un valor adicional al débito de las compañías, o como un gratificante al débito, la fecha de ejercicio y el precio de ejercicio del Warrant no corresponden a ningún estándar establecido por las opciones, en alguna bolsa en particular, por ello una vez que las empresas calificadoras y demás organismos aprueban a alguna compañía a emitir Warrant, las compañías pueden emitirlos y ser negociados en bolsa, otra diferencia básica entre una opción Call y un Warrant es que cuando una opción Call es ejercida, el derecho de la opción es cubierta mediante una cuenta de margen o cobertura, tomando como referencia el precio de la acción en el mercado. Cuando un Warrant es ejercido por ser una opción de su propio tipo de acciones, las compañías emiten nuevas acciones de su tesorería, acciones que se encontraban pendientes de ser emitidas y bajo resguardo, en ocasión de que algún inversionista ejerciera su derecho, el warrant es una forma de brindar liquidez a una empresa y atomizar el monto de sus acciones, y la oportunidad de obtener utilidad cuando no se ejerza la opción, todo ello a un costo muy bajo, relativamente con respecto a otros instrumentos.

1.2 POSICION OPTIMA.

ESTRATEGIAS QUE INVOLUCRAN LA NEGOCIACION DE OPCIONES

Las opciones son valores muy flexibles, algunas de las posibilidades se ilustran en las figuras 1.6 y 1.7, un spread es la combinación en este caso de dos ó mas opciones de una muestra del mismo tipo (dos ó más Call ó Put), la fig. 1.6 ilustra tres spreads usados comúnmente que pueden ser creados a partir de un Call Europeo al vencimiento, así tenemos alza vertical, spread sostenido verticalmente, y el spread mariposa. El alza vertical es producido con la compra de un Call a precio de ejercicio X1 y la venta de un Call con precio de ejercicio X2, donde X2>X1. Asimismo tenemos un Call con precio de ejercicio bajo X1, esto lo hace más rentable, al combinarse con el valor del Call X2, el spread del alza vertical requiere de una inversión inicial. El spread sostenido vertical que se ilustra en la figura 16(b) es creado de la venta de un Call con precio de ejercicio X1, y la compra de un Call con precio de ejercicio de X2 donde X2>X1, esta estrategia genera mayor utilidad por arriba del límite de un Call simple, El Butterfly spread que se ilustra en la figura 16(c), puede ser creado combinando un alza vertical y un sostenido vertical, esto involucra la compra de un Call con precio de ejercicio X1, comprado otro Call con precio de ejercicio X2, y vendiendo un Call con precio de ejercicio intermedio de X3.

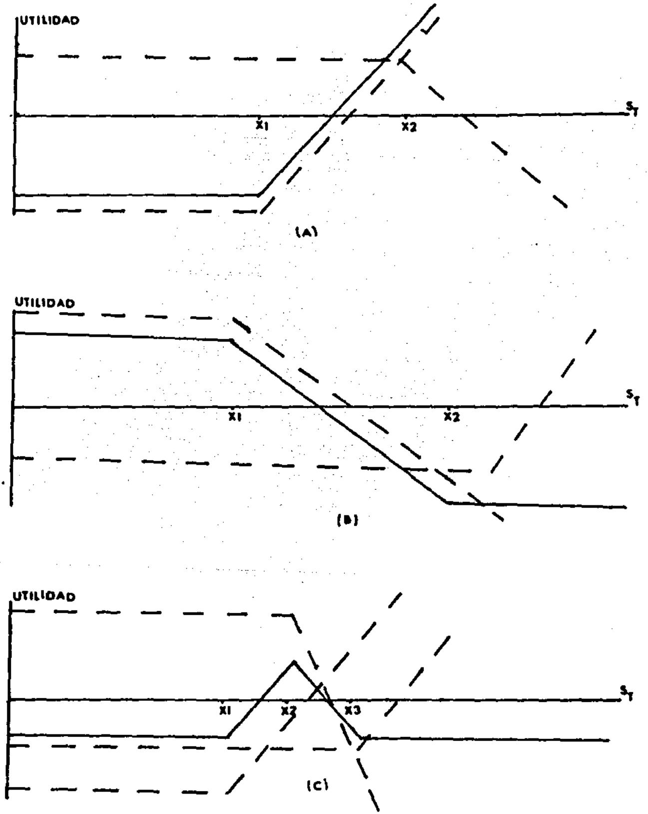


Fig. 1.6 Tres tipos diferentes de Spreads (a)Alza vertical, (b) Sostenido verticalmente, (c)Mariposa.

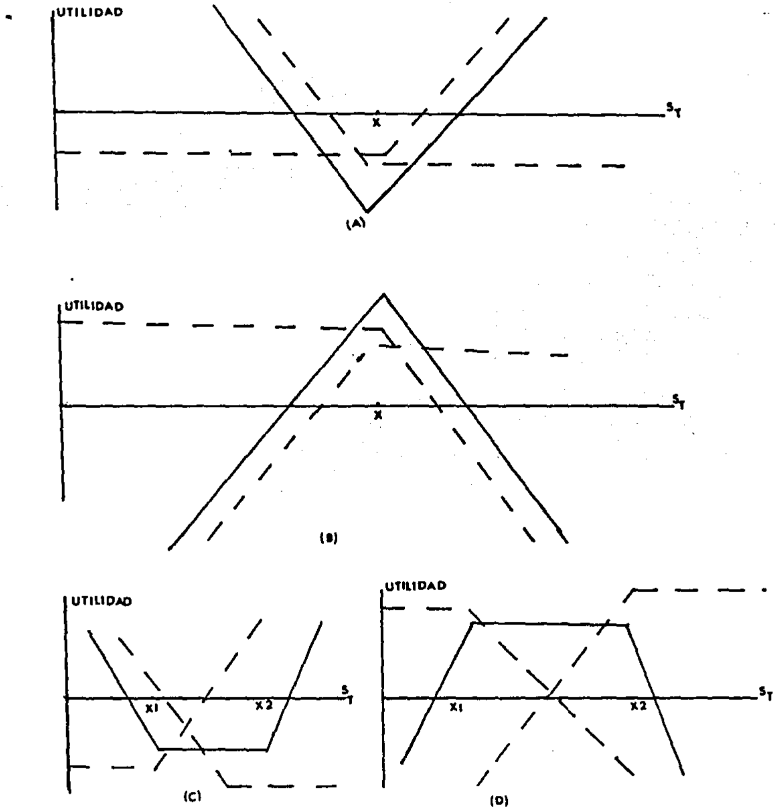


fig. 1.7 Diferentes tipos de combinaciones (a) Bottom straddle, (b) Top straddle (c) Bottom combination (d) Top vertical combination.

Una variación es la combinación opciones de diferentes tipos como se muestran en la fig. 1.7 que ilustra cuatro combinaciones, muy comunes usadas frecuentemente en los mercados de valores, creadas con opciones de tipo Europeo y estas se conocen como Bottom Straddle, Top Straddle, Bottom vertical combinada, Top vertical combinada, El Bottom Straddle, como se ilustra en la figura 1.7, involucra la compra de un Call y venta de un Put con el mismo precio de ejercicio X. Un Top Straddle involucra la venta de un Call y un Put con el mismo precio de ejercicio, el Bottom vertical conbination, involucra la compra de un Call y un Put con diferentes precios X1 y X2, el top vertical involucra la venta de un Call y un Put con diferentes precios X1 y X2.

1.3 PORTAFOLIOS DE INVERSION

Dados tres puntos en el tiempo definimos, T = 0, 1, 2 identificamos dos períodos en el tiempo : (1) el período de 0 a 1 es un período de negociaciones corto (por ejemplo un día), y el (2) es el período de 1 a 2 que representa el período de tenencia del valor (por ejemplo un año), por ello el objetivo es Maximizar la utilidad esperada al término del segundo período, cuando T=2, para ello podremos definir la función conocida como función utilidad así tenemos lo siguiente:

Definimos la función $U=U(W_T)$ como la función utilidad. donde t $\forall$ (1,2,3,4,5,....,n). donde para

$$W_2 = \sum_{i=1}^{m} P_{i2} N_i$$

P_{i2} = Precio en el momento 2.

N_i = Valores.

i = 1,2,3,4,5,..m Valores.

La decisión de formar el portafolio en un inicio es contemplada en el período T=1. Cuando el valor de T=2 el inversionista controla el valor de W_2 con la selección de valores N_i, dependiendo del comportamiento de cada valor, por ello el cambio de valores está sujeto a las variaciones que ellos mismos sufran, el inversionista no lleva un control total sobre los valores esto implica que tampoco tiene un control total sobre el portafolio, pero la tasa de retorno es calculada con la diferencial de valores al inicio y final del momento de cálculo, para tomar decisiones, con ello crea una tasa esperada de utilidad.

Siguiendo el método estándar de Von Neumann-Morgenstern los inversionistas toman el objetivo de maximizar la utilidad esperada, el objetivo no es directamente asumido de la formula de Von Neumann-Morgenstern, pero la tasa implícita es asumida de una fórma hipotética, (ver a Baummol[1] para futuras discusiones) en forma especifica para el inversionista tenemos lo siguiente:

$$\underset{N_i}{\text{Max}}\ E(U(W_2)) = \underset{N_i}{\text{Max}} \int U(W)\ F(W)\ dW. \quad 1.1$$

Donde E es el valor esperado y F(W) es una función de densidad de probabilidad, la maximización está con respecto el valor especifico de N_i. La maximización de la utilidad esperada por medio de la maximización de la media geométrica y la variabilidad de la utilidad acumulada es un criterio de formación de portafolios. para futuras discusiones ver a Elton y Gruber[2].

Para optimizar las combinaciones de los valores de acuerdo con el riesgo y la tasa de retorno característica de cada uno, el inversionista obtiene el N_i, $i=1,2,...M$ la

---

1. W. Baumol, Economic Theory and Operations Analsys. 4th ed. Englewood Cliff, NJ: Prentice Hall, 1977
2. E. Elton and G. Gruber, Modern Prtfolio Theory and Investment Analysis. 4th ed. New York: Wiley, 1991

maximización de la utilidad esperada de la función de utilidad W_2, se puede considerar que la relación de riesgo/utilidad es característica de cada valor y por tanto la relación de riesgo/utilidad es una característica de todo el portafolio.

Tomando a W_0, podemos reescribir a $U(W_2)$ como Var(rp) [rp es la tasa de retorno del portafolio de inversión], (esto nos muestra directamente que, W_0 tomando a la tasa r, como una transformación lineal directa de W_2). En lugar de tomar la función W_2 tomaremos el parámetro rp como una distribución de la tasa de retorno de la composición del portafolio, y asimismo esta tasa va a ser independiente a la posición que se tome de manera aislada, de cada uno de los componentes del portafolio en el mercado.

El análisis teórico, asume que rp, contiene una distribución normal. Esto nos arroja dos parámetros importantes , la media y la varianza, para describir la distribución de la tasa de retorno rp (consideremos el tercer momento de la distribución de la tasa de retorno, algunas veces en algunos portafolios se considera selección de modelos, para futuras discusiones ver Elton y Gruber[2].) la función de distribución normal para la tasa de retorno se escribe de la siguiente forma, podemos escribir la Var(rp) como :

$$U(W_2) = f[E(rp) , Var(rp)].$$

donde E(rp) es la media de retorno y Var(rp) es la varianza de la tasa de retorno sobre un período de tiempo estimado. Con esto tenemos dos condiciones con las cuales una función de utilidad puede ser escrita con la media y la varianza : (1) la función de utilidad por medio de la aproximación cuadrática y (2) la distribución Lognormal de retorno. algunos economistas difieren en utilizar la función de aproximación cuadrática ya que establecen el comportamiento de la tasa de retorno como un comportamiento que se puede aproximar más fielmente a una distribución lognormal.

De la ecuación 1.1 podremos mostrar que (y esto es fácil de aceptar de manera intuitiva) la aberración al riesgo del inversionista debe contener una fuerte dosis de expectativa de utilidad, que se ve reflejada en una tasa elevada de retorno.

Si se pudiera gráficar en un plano cartesiano el valor esperado de todos los valores y sûs desviación estándar, el resultado obtenido sería el de la figura 1.8

de acuerdo con la lógica, los valores representarían un conjunto convexo con puntos frontera en sus extremos; dichos puntos frontera, serían los extremos de tendencias a la baja, alza, estables, o combinaciones posibles que el conjunto convexo pudiera generar en sus extremos, pero asimismo por ser puntos extremos de tendencias del conjunto, existe la FRONTERA EFICIENTE, que es el punto en el que se màximiza la expectativa de retorno y se mínimiza el riesgo, asimismo en este conjunto existen puntos buenos y malos, la creación de portafolios óptimos de inversión, consiste en encontrar la tangente a los puntos que hacen la frontera eficiente, que identifica la combinación óptima entre media-varianza, que son los creadores de la función utilidad.

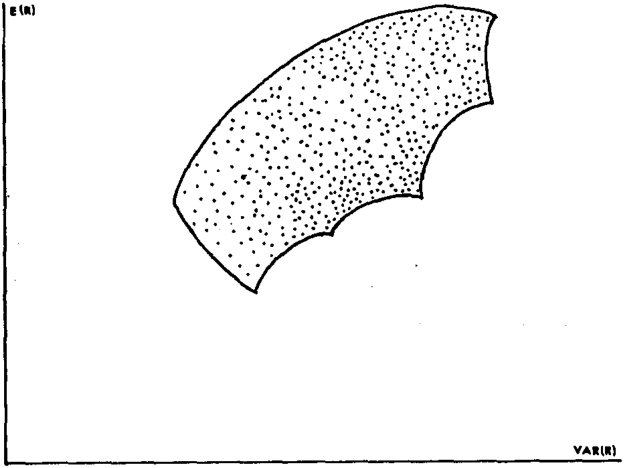


figura 1.8 Todas los posibles combinaciones de los valores en formación de portafolios.

La solución de la ecuación tangencial al punto de frontera óptimo se muestra en la figura 1.9. donde el punto P^* es el punto en el cual se optimiza el portafolio, y la espectativa de retorno $E(r)^*$, la desviación estándar y la curva de indiferencia U^*.

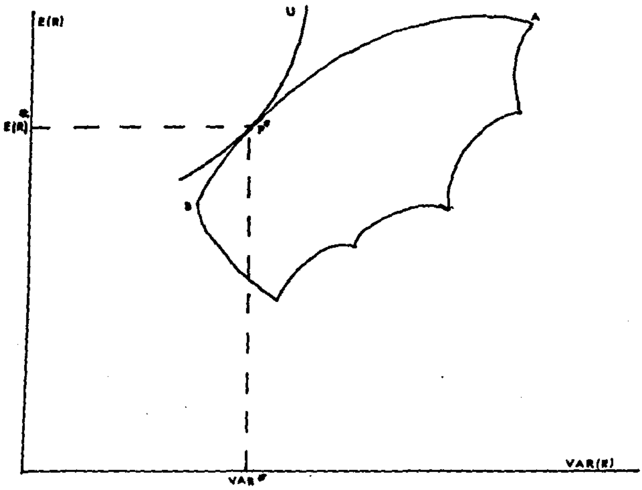


fig 1.9 Solución tangencial identificada para la combinación óptima de la Media-Varianza.

La figura 1.9 muestra que el portafolio óptimo es el arco entre el punto A y el punto B. Asumiendo que la combinación de los valores entre A y B nos genera la combinación óptima del portafolio P^* ya que la función utilidad es capaz de pasar sobre los punto A y B tendremos que (W^*_A) en P^* (de igual manera) podemos obtener los valores en los puntos (W^*_i) para el punto i^{th} del portafolio.

Existen algunos parámetros generales para la óptima decisión en la creación del portafolio de inversión, esos puntos son los siguientes:

*Por lo expresado anteriormente tenemos que el punto i^{th} el valor de Wi es Wi=(PiNi)/W1; lo anterior nos determina el precio del valor Pi y de esta forma podremos contemplar de manera unitaria el comportamiento del valor Ni y determinar su reducción o incremento.

*El inversionista determinará la compra o venta de un apropiado número de acciones, tomando en cuenta la cobertura inicial del portafolio y el precio de las acciones.

* Precisamente como la toma de decisiones para la constitución de portafolios es una dimensión del valor, es

decir una éspectativa de rendimiento mayor ó menor de la acción, que tiene su origen en la negociación de acciones.

De esta forma si el portafolio de inversión en el momento i^{th} requiere Ni valores y se cuenta tan solo de No valores la cobertura adicional a contratar será de Ni-No valores que nos proporcionará la cobertura óptima, gracias a que el número adicional de acciones tuvo una dimensión mayor de valor en el momento Ni con respecto al momento No.

*Esto no es fundamental pero algunos inversionista acostumbran comprar o vender de acuerdo a la siguiente forma $Ni^{*}-No>0$ indica una decisión de compra, y $Ni^{*}-No<0$ indica una venta de acciones.

*La decisión de compra venta de acciones o valores para formar la cobertura depende de la posibilidad de comprar y vender dicho valor, que están sujetas a las siguientes dos razones (1) Expectativa de retorno, varianzas y covarianzas todas dependientes de la relación de compra de los precios iniciales (el Pi1) y precios finales (el Pi2), hacen una decisión óptima de inversión algunas veces dependientes del precio inicial. (2) Las decisiones de pendientes al total de pesos invertidos en el portafolio, transformado en valores de la cobertura (Ni^{*}) tomando el precio por valor (Pi).

LECTURAS SUGERIDAS

* Arnold Corrigan & Phyllis C. Kaufman UNDERSTANDING STOCK OPTIONS AND FUTURES MARKETS, LONGMEADOW PRESS, NEW YORK 1985.

* Journal of INTERNATIONAL FINANCIAL MARKETS, INSTITUTIONS & MONEY, Volumen 2, Number 1 1992, Published by INTERNATIONAL BUSINESS PRESS an imprint of the Haworth Press, Inc. Pag. 47-55.

* Salomon Brothers, Equity Portafolio Analysis/Financial Strategy Group., THE CASE FOR WARRANT THE CORPORATE ISSUER'S GUIDE TO EQUITY WARRANTS, by Gary L. Gastineau & Peter B. Blanton, New York March 1991.

* Walker, Joseph A., Selling Short; Risks, and Strategies for Short Seling Stocks, Option and Futures. New York, John Wiley & Sons, 1991.

* Listing Standards, Listing Feed, Product Update, New York Stock Exchange (NYSE), MARCH 1 1991, 11 Wall Street New York,NY 10005.

* NEW YORK STOCK EXCHANGE LISTING STANDARDS AND PROCEDURES FOR DOMESTIC CORPORATIONS, MARCH 1991, 11 Wall Street New York,NY 10005.

* Makowitz, Harry M. Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets. Oxford, Capitulo 7,8,12,13 Brasil Blackwell, 1987.

* Heyman, Timothy, Inversion contra inflación: Análisis y Administración de Inversiones en México. tercera edición, México, Editorial Milenio. Capítulos 4,5 y 6. (Esta lectura es optativa para aquellos que encesitan una revisión genaral del mercado de valores).

* Schwartz, Robert A., Reshaping the Equity Markets, New York, Harper Business, 1991; capítulos 1 y 6.

* Walmsley, Julian, The New Financial Instruments, New York, John Wiley & Sons, 1988; capítulos 1,4,5 y 6.

* Boyle, Phelim, The Quality Option and Timing Option in Futures Contracts, Journal of Finance, vol. 44, marzo 1989, pp. 101-113.

* Brenner, M., G. Courtadon, y M. Subrahmanyam, "Options on the Spot and Optionson Futures", Journal of Finance, vol. 40, diciembre 1985, págs. 1303-1317.

* Burmeister, Edwin y Kent D. Wall, "The Arbitrage Princing Theory and Macroecomic Factor Measures", The Financial Review, Vol. 21, Núm. 1, febrero 1986, pág. 1-20.

* McElroy, Marjorie B. y Edwin Burmeister, "Arbitrage Pricing Theory as a Restricted Nonlinear Multivariate Regression Model",

2. BASES ESTADISTICAS DEL MODELO DE VALUACION BLACK-SCHOLES.

2.1 PROCESO DE MARKOV[1]

Algunas variables cuyos valores cambian su dirección en un cierto tiempo, se dice que siguen un proceso estocástico. Un proceso Markov es un proceso estocástico $\{Z_t : t \in T \subseteq (-\infty,\infty)\}$ para el cual, dado el valor de Z_t, la distribución de Z_S (S>t) no dependa en forma alguna de un conocimiento de Z_u (u>t). El comportamiento futuro, cuando se conoce el estado presente del proceso, no se altera por el conocimiento adicional acerca de su comportamiento pasado.

Los procesos Markovianos son, con mucho, la clase más importante de procesos estocásticos y su teoría está muy desarrollada, todo proceso estocástico con incrementos independientes es un proceso de Markov.

La teoría de Cadenas de Markov es considerada como una generalización más simple, que consiste en permitir que el resultado de cualquier ensayo dependa del resultado del ensayo inmediatamente anterior.

El resultado E_k ya no estará asociado con una probabilidad fija P_k, sino que a cada pareja (E_j, E_k) le corresponderá una probabilidad condicional P_{jk}. Además de las P_{jk}, debemos conocer la probabilidad de obtener el resultado E_k en el ensayo inicial.

1Procesos Estocasticos, Rodney Coleman George Allen & Unwin Ltd. (pag.37).

PROPIEDADES DE MARKOV[2]

Sea T una variable positiva arbitraria que se debe interpretar como un tiempo de vida o de espera. Es conveniente reemplazar la función de distribución de T por su cola:

$$U(t)= P\{T>t\}$$

Intuitivamente, U(t) es "la probabilidad a la fecha de nacimiento de que la vida exceda t". Dada una edad S el evento de que la vida residual exceda t es el mismo que $\{T>S+t\}$ y la probabilidad condicional de este evento (dada la edad S) es igual a la razón: $U(S+t)/U(S)$.

Esta es la distribución de la vida residual, y coincide con la distribución de la vida S y U:

$$U(S+t)=U(S)U(t)^{(a)} \quad ; \quad s,t > 0$$

En Procesos Estocásticos la Distribución Geométrica frecuéntemente gobierna los tiempos de espera o de vida, lo que se debe a "su falta o pérdida de memoria" (descrita como: no importa cuál sea la edad actual), la duración de la vida residual no es afectada por el pasado y tiene la misma distribución que el propio tiempo de vida. Por lo cual esta propiedad se extienden al límite exponencial y a ninguna otra distribución.

2. INTRODUCCION A LA TEORIA DE PROBABILIDADES Y SUS APLICACIONES, Vol.2, William Feller, edit. Limusa, México 1973.
(a). Es solo una variante de la notación de la ecuación de Hamel $F(t+s)=F(t)+f(s)$.

A esta falta de memoria se le llamará: La Propiedad de Markov de la Distribución Exponencial. Analíticamente se reduce al enunciado de que sólo para la distribución exponencial F las colas, U=1-F satisface la expresión: $U(S+t)=U(S)U(t)$; $S, t > 0$ esto explica la ocurrencia constante de la distribución exponencial en los procesos de Markov.

CADENAS DE MARKOV CON PARAMETROS DE TIEMPO CONTINUO

Aquí se considera un proceso de Markov $\{t_t : \epsilon[0,\infty]\}$ que tiene un espacio de estados discretos y probabilidades de transición independiente del tiempo.

$$p_{ij}(t) = Pr(Z_{\tau+t}=j \mid Z_\tau=i)$$
$$(i,j) \epsilon S, \; t,\tau \epsilon [0.\infty]$$

La matriz de transición es $P(t)=(p_{ij}(t)$; $i,j \& S$

1) Para cualquier $t\epsilon[0,\infty]$, $p_{ij}(t)>=0$, $\sum_{i=S} p_{ij}(t)=1$, es decir $P(t)$ es una matriz estocástica;

2) Una condición de continuidad, conforme $t \to 0$, . $P_{ij}(t) \to 1$; entonces por (1), $P_{ij}(t) \to 0$ conforme $t \to 0$ para $i><j$, por lo tanto $P_{ij}(t) \to \delta_{ij}$, es decir, $P(t) \to I$ conforme $t \to 0$.

3) Se cumple la ecuación de Chapman-Kolmogorov[3], es decir: $P(U+V)= P(U)\ P(V)$ $(U,V \epsilon[0,\infty))$

3. Probability Theory by Michel Loive, University of California, D. Van Nstrand Company Inc. Canada 1967, (Pag. 573-574).

Si S es finito, entonces la solución única de la ecuación anterior es:

$$P(U) = e^{UQ} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(UQ)^n}{n!} \qquad (1a)$$

donde Q es una matriz constante, dada Q puede hallarse P(t) y dada P(t) puede hallarse Q. Así puede usarse Q para "representar" el proceso.

Si un término restante $A(t)=O(t)$ a medida de que $t \to 0$ entonces

$|A(t)/t|<C$, done C es una constante positiva, entonces, por la ecuación (1a) a medida de que $t \to 0$.

$$P(t) = I + tQ + O(t^2)$$

es decir donde :

$$P_{ij}(t) = \delta_{ij} + tq_{ij} + O(t^2)$$

$$q_{ij} = \lim_{t \to 0} \frac{P_{ij}(t)-\delta_{ij}}{t} = \frac{d(P_{ij}(t))}{dt} \Big|_{t=0} = P_{ij}(0) \qquad (2a)$$

ya que $\delta_{ij} = P_{ij}(0)$ por (2a). Si $A(t) \simeq ct$ conforme $t \to 0$, entonces $A(t)/t \to c$ conforme $t \to 0$. En consecuencia; para $i<>j$; $P_{ij} \simeq q_{ij}t$ a medida de que $t \to 0$. De donde, $q_{ij}(t)$ es la probabilidad de un salto desde i hasta j en el corto intervalo de tiempo t; q_{ij} se denomina tasa de transición desde i hasta j y Q se llama matriz de las tasas de transición. A partir de la ecuación (2a) se puede demostrar que si $i<>j$ entonces q_{ij} 0 y que $q_{ii} \leq 0$ por consiguiente, se hace $q_i = q_{ij} \geq 0$.

Ley de los Grandes Números:

Sin duda una de las herramientas más utilizadas para hacer inferencia es la ley de los Grandes Números que nos permite estimar la media poblacional por medio de la media muestral. El Teorema dice lo siguiente:

Teorema:[4] Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de tamaño n de la densidad f(x), y sea :

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

Supóngase también que la densidad de f(x) tiene una varianza finita σ^2 en tal supuesto, la varianza de X que representamos por σ^2_x, es $\frac{\sigma^2}{n}$

Por tanto, la varianza de la media es igual a la varianza poblacional dividida por el tamaño de la muestra. Este hecho tiene mucha importancia en estadística aplicada, significa que cualquiera que sea la distribución poblacional (con tal de que tenga varianza finita), la distribución de la media muestral se concentra más y más, alrededor de la media poblacional al aumentar el tamaño de la muestra. Se deduce que, cuanto mayor sea la muestra, más ciertos podremos estar de que la media muestral será una buena estimación de la media poblacional. En esto consiste esencialmente la ley de los Grandes Números. Uno de los Teoremas que nos ayudan a aproximar las muestras poblacionales con la función de densidad Normal es el teorema de Tchebysheff y la Ley Débil de los Grandes Números

4. Mod. Introducción a la Teoría de la Estadística Ed. Aguilar Colección Ciencia y Tecnica, 1978.

Procesos de difusión:[5]

Estos son procesos de Markov $\{Z_t : t \in T\}$ que tienen espacios parametrales de tiempo continuo, así como espacios continuos de estados, y para los cuales un pequeño cambio en Z_t puede imaginarse una realización, como si fuera la trayectoria de una partícula que se mueve muy erráticamente en un medio continuo, donde su progreso depende solamente de su posición actual. Una clase importante de proceso de difusión, son los Procesos Gaussianos. Si $\{Z_t : t \in T\}$ es un proceso cuyo espacio de estados es la recta real, R y su espacio parámetrales, T es cualquier subconjunto de R, entonces es un proceso Gaussiano, si para todo n finito, $(Z_{t1} \ldots Z_{tn})$ tiene una distribución normal multiparidad. Un proceso Gaussiano es estacionario si su función de covarianza es: $g(s,t)=g(t-s)$. El proceso de Wiener (o movimiento Browniano) con parámetro θ, $\{Z_t : t \in R\}$ es el proceso Gaussiano con incrementos independientes que tienen: $E(Z_t)=0$ y $g(s,t)=\theta \min(s,t)$, $(\theta>0)$. Representación Canónica de la Equivalencia de un Proceso Gaussiano[6] La teoría de procesos Gaussianos depende de parámetros continuos, sobre ello tenemos 2 conceptos, aparentemente originados independientemente uno de otro, aún cuando recientemente son investigados intensamente.

5 Ver. " The Theory of Stochastic Processes", David P. Cox, and Hilton D. Miller Ed. Methen 1965.
6 "Stochastic Processes and Related Topics". Madan Lal Puri Vol.1 of the Proceedings of the Summer Resarch Institute on statistical Inference for Stochastic Processes, Bloomington, Indiana (July 31 - August 9) 1975.

El primero es una interpretación canónica introducida por Levy y después desarrollada por Cramer e Hida. El segundo es, el llamado no anticipado o casualmente representado por el estudio de Procesos Gaussianos, que equivale a otro obtenido como mutuamente mensurable y completamente continuo. La existencia de estas representaciones en general fué tratada por Kallianpur y O.Daira y por Kailath y Duttweiler mientras que el descubrimiento de un caso especial fue realizado con diferentes métodos por Hitsuda.

La conexión para los 2 tipos de representaciones de las clases de equivalencias de Procesos Gaussianos supone lo siguiente, que dada una X=(x(t)) como medida continua de un Proceso Gaussiano con representación canónica. Si Y=(y(t)) es asimismo un proceso equivalente para X, esto es visto como Y sin embargo tiene una representación canónica.

2.2 Proceso de Wiener:[7]

No es más que un proceso Gaussiano con función de covarianza definida como sigue:

$$\operatorname{Cov}\{X(x),X(y)\} = \min(x,y) \quad , \quad (x,y\geq 0)$$

$$L(t)=\int_0^t V[X(\tau)]d\tau \qquad Z(s,t)=e^{-sl(t)}$$

$$\text{el} \qquad \acute{E}Z(1,t) = \sum_j e^{-\theta_j t} \mu_j(0)\int_{-\infty}^{\infty} \mu_j(x)\,dx$$

$$\doteq \qquad e^{-\theta_1 t}\mu_j(0)\int_{-\infty}^{\infty}\mu_1(x)\,dx \quad \text{para la longitud } t.$$

7.Ver. "Monte Carlo Methods" J.M. Hammersley Oxfor University Institute of Economics and Statics & D.C. Hands Comb Oxfor University Computing Laboratory, London Methuent & Coltd. 1976.

donde θ_j denota el orden de incremento de magnitud y μ_j corresponde a la ecuación:

$$\frac{1}{2}\frac{d^2}{dx^2}\mu(x)-V(x)\mu(x)+\theta\mu(x)=0$$

Un estimador de δ_1 es definido como

$$-t^{-1}\log Z(1,t) \text{ para una longitud } t.$$

ó

$$-(t_1-t_2)^{-1}\log [\, Z[1,t]/Z(1,t_2)]$$

para una longitud t_1 y t_2.

Kac[8] sitúa a $z(1,t)$ como una aproximación válida a

$$Y_n(t)=e^{-Ln(t)}$$

donde $$Ln(t)=\frac{1}{n}\sum_{k<nt} V(n^{-1/2}\, S_k)$$

Y S_k es la suma de k eventos independientes de variables aleatorias idénticamente distribuidos, con media cero y varianza uno.

Enfoquemos los conceptos de Wiener a un proceso más explícito a un proceso conocido con el nombre de "Caminata Aleatoria" y deduzcamos lo anterior de una manera más explícita.

Pensemos en una serie de brincos que ocurren sobre un intervalo de tiempo T donde su posición t denotada por X(t), depende únicamente del hecho anterior, tenemos puntos discontinuos t=nT.

---

8. M. Kac (1949) "On The Distribution of Certain Wiener Functionals" Trans. Amer. Math. Soc. 1965 Pag.(1-13).

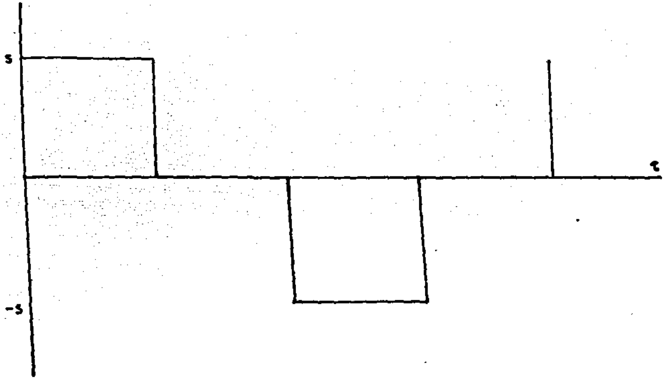


fig. 2.1 Puntos discontinuos t=nT, con una longitud de S.

Los brincos tienen una longitud de s, suponiendo que de los primeros n brincos, k fueron ocurridos. Es fácil decir que t=nT si tomamos k brincos a la derecha y n-k a la izquierda, tenemos:

$X(nT)= ks-(n-k)s = [2(k)-n]s$. Simplificando $2k-n=r$

Concluimos x(nT) va a tomar los valores de rs, donde r es igual a n, n-2,....,-n. Claramente {X(nT)=rs} este evento {k tiene n tiros} donde $k=\frac{r+n}{2}$

si $P_n(k)$=P{k obtenidos en n eventos}

$$=C_k^n p^k q^{n-k}$$

$P\{X(nT)=rs\} = P\{ \frac{r+n}{2}$ obtenidos $\}$

$$=C^{n}_{\frac{n+r}{2}} \frac{1}{2^n} \qquad (1c)$$

de aquí obtenemos que $E\{(X(nT)\}=0$, $E\{X^2(nT)\}=ns^2$ (2c). Si multiplicamos la ecuación (1c) por rs o r^2s^2 y sumamos para r de -n a n obtenemos la ecuación (2c) denotemos a X_i a una variable real que va de ±s si el i-ésimo movimiento es a la derecha o a la izquierda tenemos

$$P\{X_i=S\} = \frac{1}{2} \qquad P\{X_i=-S\} = \frac{1}{2} \qquad (2c)$$

y $E\{X_i\}=0$, $E\{X_i^2\}=s^2$ pero $X(nT)=X_1+......+X_n$ hacemos $E\{X(nT)\}=0$ y si recordamos X_i es una variable real independiente con media cero, concluimos que dado que $E\{X^2(nT)\} = E\{X_1^2\}+.....+E\{X_n^2\} = ns^{2*}$ dado que el comportamiento anterior es de una variable binomial con media cero y varianza ns^2 podemos decir que $ns^2=npq$. Con propiedades del teorema de DeMoiver-Laplace[9] y por propiedades del teorema de Poisson si r-1 eventos $a_1...a_{r-1}$ tenemos probabilidades pequeñas, así $P_1+P_2+...+P_{r-1} \leq 1$ para una $n \to \infty$, las probabilidades

$$P_n(k_1,k_2,..,k_r) = \frac{n!}{k_1!k_2!..k_n!} P_1^{k_1}...P_r^{k_r}$$

En el límite se aproxima a

$$\frac{n!}{k_1!k_2!..k_n!} P_1^{k_1}...P_r^{k_r} \simeq \frac{e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(k_1-nP_1)^2}{nP_1}+...+\frac{(k_r-nP_r)^2}{nP_r}\right]}}{\sqrt{(2\pi npq)}}$$

9.Emanuel Parzen "Stochastic Processes" E. L. Lehmann, Ed. Holden-Day 1962.

donde $m=np$ y $\sigma^2=npq$

por lo tanto $$\frac{e^{-\frac{1}{2}\frac{(k-m)^2}{\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \text{Normal.}$$

con

$p=q=1/2$ $\quad k=\frac{n+r}{2}$ obtenemos

$$P\{X(nt)=rs\} \doteq \frac{e^{-r^2/2n}}{\sqrt{\pi n/2}}$$

donde r va de acuerdo al orden de n.

Condiciones del Límite para la Caminata Aleatoria:

Definamos un $\{\xi_k : k \geq 1\}$ como una secuencia independiente e idénticamente distribuida de variables aleatorias, con media m y varianza σ^2. Después de la variable de caminata cambiamos a $\{S_n: n\ 0\}$ y hacemos a $S_0 = 0$ y $S_n=\xi_1+...+\xi_n$. $n\geq 1$. Definimos la función aleatoria X_n como

$$X_n(t) = S_{[nt]}/\sigma n^{1/2}. \quad , \qquad 0 \leq t \leq 1.$$

donde [X] es un número entero extremadamente grande en X, la primer convergencia de este resultado, [Donsker (1951)], dice que cuando m=0 y $0 < \sigma^2 < \infty$ $X_n \Rightarrow W$, donde W es un movimiento Browniano y denotada como rompimiento de una convergencia de la topología de Skorohod sobre $D[0,1] \equiv D$.

2.3 Proceso Browniano:[11]

Partiendo de la discusión del límite de la caminata aleatoria para un t=nT con media y varianza de X(t) como

$$E\{X(t)\}=0 \quad , \quad E\{X^2(t)\}=\frac{ts^2}{T} \qquad (1e)$$

Suponiendo un t constante, pero tomando a s y a T tendientes a cero, la varianza de X(t) puede quedar definida y ser diferenciable en cero únicamente si s tiende a cero con T, asimismo tomemos

$$s^2=\alpha T \qquad (2e)$$

definiendo el proceso W(t) como el límite de W(t)=lim X(t). T->0. Esto nos resulta en una familia de funciones continuas Fig(1) que sigue un proceso de Wiener-Levy de la ecuación (1e) y (2e) obtenemos $E\{W(t)\}=0$, $E\{W^2(t)\}=\alpha t$.

tenemos también que W(t) se distribuye Normalmente y definimos a W=rs t=nT

tomamos $\frac{r}{\sqrt{n}} = \frac{W/s}{\sqrt{t/T}} = \frac{W}{\alpha t}$ de la ecuación (1e) tenemos que

$$P\{X(t) \leq W\} = \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \frac{W}{\alpha T}$$

Manteniendo a W y t con su tamaño y haciéndo T->0, observamos que $n\to\infty$ y $r=W\sqrt{n}/\alpha t$. tiende a infinito con $\sqrt{n}$. de esta forma podemos obtener el límite

$$F(W,t)=P\{W(t) \leq W\} = \frac{1}{2} + \operatorname{erf} \frac{W}{\sqrt{\alpha t}}.$$

11. ATHANASIUS PAPOULIS "PROBABILITY RANDOM VARIABLES AND STOCHASTICS PROCESSES", International Student Edition Mc Graw-Hill KOGAKUSHA, LTD. 1965. Pag.(290-293).

donde la función de densidad de f(W,t) es

$$f(W,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \; e^{-W^2/2\alpha t}$$

Donde W(t) tiene una distribución Normal con media cero y varianza igual a uno.

Propiedades de comportamiento Browniano:

Considérese el comportamiento de una variable, z, que sigue un proceso de Wiener que lo podríamos entender como un cambio de valor sobre intervalos de tiempo muy pequeños. Considérese la longitud del intervalo como Δt y definimos Δz como el cambio de z durante Δt. Partiendo de estas dos propiedades básicas de Δz :

Propiedad 1: Δz **se relaciona con** Δt **por la ecuación**

$$\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t} \qquad \textbf{(3e)}$$

donde ε es una muestra aleatoria de una función de distribución Normal estándar (una distribución con media cero y desviación estandard 1).

Propiedad 2: Los valores de Δz para dos intervalos de tiempo δt pequeños son independientes.

Si sigue la propiedad 1 esto es Δz tiene asimismo una distribución Normal con

$$\text{media de } \Delta z = 0$$

$$\text{desviación estándar de } \Delta z = \sqrt{\Delta t}$$

$$\text{varianza de } \Delta z = \Delta t$$

Propiedad 3 : Implica que z sigue una proceso Markoviano.

Considérese lo siguiente; los incrementos de valor de z durante un período de tiempo relativamente largo, T. Este puede ser denotado por $z(T)-z(0)$. Se puede estimar como la suma de los incrementos de z en N pequeños intervalos de tiempo de longitud Δt, de donde

$$N=\frac{T}{\Delta t}$$

de este modo

$$z(T)-z(0)=\sum_{i=1}^{N}\epsilon_i\sqrt{\Delta t}. \qquad \textbf{(1f)}$$

donde el $\epsilon_i (i=1,2,3,...,N)$ son muestras aleatorias de una distribución Normal estándar. De la propiedad 2 el ϵ_i's punto es independiente de los otros. Si seguimos la ecuación (1f) tenemos $z(T)-z(0)$ que es una distribución Normal con

$$\text{media de } [z(T)-z(0)] = 0$$

$$\text{varianza de } [z(T)-z(0)] = N\Delta t = T$$

$$\text{desviación estándar de } [z(T)-z(0)] = \sqrt{T}$$

Esto es para algunos intervalos de tiempo de longitud T. los incrementos en los valores de las variables siguen un proceso de Wiener con distribución Normal de media cero y desviación estandar de $\sqrt{T}$. Ahora Δz queda claramente definido como el producto de ϵ y $\sqrt{\Delta t}$ antes indicado. La varianza se suma por ser independiente y tener una distribución Normal; sin embargo la desviación estándar no.

El límite de un incremento de una función se puede expresar muchas veces como la derivada de la función con respecto a la variable que se le aplica el límite, así mismo, de la ecuación (3e) tenemos lo siguiente, cuando $\Delta t\text{-}>0$ se puede escribir así: $dz=\epsilon\sqrt{dt}$

Recordemos que las variables se encuentran dentro de un proceso de Wiener con media cero y varianza 1. La tasa corriente es de cero esto nos quiere decir que el valor esperado de z en un tiempo futuro es igual al valor corriente. La tasa de la varianza es 1 esto nos hace pensar que la varianza de cambio en z en un intervalo de tiempo de longitud T es 1*T. Una generalización del proceso de Wiener para una variable X puede ser definida en término de dz como sigue. Dada una variable X en un plano bidimencional[12] con abscisas t y ordenada z con características para t y z definidas anteriormente X puede ser expresado como:

$$X=(0,t)+(z,0). \tag{4e}$$

si Hacemos z=0 tenemos X=(0,t) que asimismo puede ser expresado como $X=X_0+a(0,t)$ donde a es una constante, la longitud (longitud Euclidiana),del vector (0,t) puede ser expresada como $\sqrt{(0^2+t^2)}$ substituyendo tendríamos $X=X_0+a\sqrt{(t^2)}$. que es igual a $X=X_0+at$ si hacemos a $X_0=0$ tenemos X=at para incrementos muy pequeños esto es igual a $\delta X=a\delta t$ en el límite dX=adt de esta manera si hacemos a t=0 en la ecuación (4e) y desarrollamos a z tendríamos dX=bdz donde b es una constante, si tomamos a z y a t para valores diferentes de cero tendríamos la ecuación:

$$dX=adt+bdz. \tag{5e}$$

12 N. Piskuñov "Caculo Diferencial e Integral" Tomo I Mir Moscu.

En un intervalo de longitud T, X se incrementa por un monto de T. Exprezando a la ecuación (5e) en términos de incrementos de t y cambiando el valor de X, ΔX de las ecuaciones (3e) y (4e) tenemos $\Delta X = a\Delta t + b\acute{E}\sqrt{(\Delta t)}$.
donde É es una muestra de una distribución Normal estándar. Asimismo ΔX tendrá una distribución Normal con:

$$\text{Media de } \Delta X = a\Delta t$$

$$\text{Desviación estándar } \Delta X = b\sqrt{(\Delta t)}$$

$$\text{Varianza } \Delta X = b^2\Delta t$$

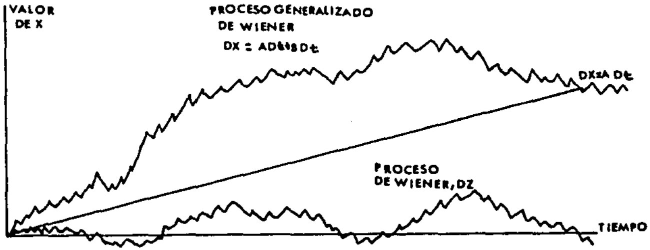
Argumentos similares se emplean para indicar el cambio en el valor de X para algún intervalo de tiempo T con distribución Normal tenemos que:

$$\text{Media de cambio en } \Delta X = aT$$

$$\text{Desviación estándar cambio en } \Delta X = b\sqrt{(T)}$$

$$\text{Varianza cambio en } \Delta X = b^2 T$$

Podemos decir que la media de cambio es igual a la constante a por unidad de tiempo y la varianza es b^2 por unidad de tiempo.



Generalización del proceso de Wiener; a=.03 b=1.5

2.4 Proceso de ITO:[13]

Así podemos definir un tipo más de proceso estocástico, este proceso es conocido como proceso de ITO, y es la generalización de un proceso de Wiener con parámetros a y b que están en función del valor de las variables, x, y del tiempo t. Algebraicamente, un proceso de ITO se puede escribir de la siguiente forma $dx = a(x,t)dt + b(x,t)\ dz$.

El origen de la tasa esperada de crecimiento y la tasa de varianza de un proceso de ITO se encuentra en función de la variación del tiempo.

2.5 Lemma de Ito's[14]

Considérese una función continua y diferenciable G de variable x. Si Δx representa un incremento pequeño en x y ΔG es el resultado de pequeños cambios en G esto se puede expresar como sigue

$$\Delta G \approx \frac{dG}{dx} \Delta x \tag{1g}$$

En otras palabras, ΔG es una aproximación a la tasa de cambio de G con respecto a x multiplicado por Δx.

El error contenido de términos del orden Δx^2. Es para mayor precisión el requerimiento de la serie expandida de Taylor para δG puede ser expresada como:

$$\Delta G = \frac{dG}{dx} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{d^2G}{dx^2} \Delta x^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3G}{dx^3} \Delta x^3 + \ldots.$$

13. "Stochastic Processes and Estimation Teory with Aplication", Touraj Asseti, Jhon Wile & Sons Canada 1979.
14 Book Lcg Rogers David Williams "Diffusions Markov Processes and Martigales Pag.(8-9)

Para una función continua y diferenciable G de dos variables, x y y, el resultado de la ecuación (1g) análogamente es:

$$\Delta G \approx \frac{dG}{dx}\Delta x + \frac{dG}{dy}\Delta y$$

con la serie expandida de Taylor para δG es

$$\Delta G=\frac{dG}{dx}\Delta x + \frac{dG}{dy}\Delta y + \frac{1}{2}\frac{d^2G}{dx^2}\Delta x^2 + \frac{d^2G}{dxdy}\Delta x\Delta y + \frac{1}{2}\frac{d^2G}{dy}\Delta y^2 + \ldots \qquad (2g)$$

En el límite δx y δy tienden a cero, la ecuación (2g) se convierte en

$$dG = \frac{dG}{dx}dx + \frac{dG}{dy}dy \qquad (3g)$$

Una derivación garantiza que la función sigue un proceso estocástico Ahora expresaremos la ecuación (3g)aproximándola a una función. Supongamos que la variable x sigue un proceso de ITo[15] con parámetros x,t para a,b así tenemos que:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz. \qquad (4g)$$

y para G es una función con parámetros de x y de tiempo t.Por analogía con la ecuación (2g), podemos escribirla como:

$$\Delta G=\frac{dG}{dx}\Delta x + \frac{dG}{dt}\Delta t + \frac{1}{2}\frac{d^2G}{dx^2}\Delta x^2 + \frac{d^2G}{dxdt}\Delta x\ t + \frac{1\ d^2G}{2dt}\Delta t^2 + \ldots \qquad (g5)$$

Usando la notación de la ecuación (4g) puede expresarse como

$$\Delta x = a(x,t) + b(x,t)É\sqrt{(\Delta t)}$$

15. Volumen 2 "Ito' Calculus " Wiley Series in Probabilit and Mathematical Statistics, hon Wile Great Britain by Page Brothers 1987.

o puede expresarse como

$$\Delta x = a\Delta t + bÉ\sqrt{(\Delta t)} \qquad (g7)$$

Esta ecuación diferencial es de gran importancia ya que puede expresarse como la ecuación (g5) y también como la ecuación (g3). Cuando el límite de los argumentos son usados para transformar la ecuación (g3) a la ecuación (g4), los términos en Δx^2 son ignorados por ser términos de segundo orden. De la ecuación (g7), tenemos:

$$\Delta x^2 = b^2É^2\Delta t + \text{los términos de orden elevado en } \Delta t \qquad (g8)$$

Esto nos indica que los términos contenidos en Δx^2 de la ecuación (g5) son componentes de orden Δt y no pueden ser ignorados.

La varianza de la distribución Normal estándar es 1.Esto quiere decir que:

$$E(É^2)-[E(É)]^2=1$$

Donde E denota el valor esperado. Desde E(É)=0, y siguiendo hasta $E(É^2)=1$. El valor esperado de $É^2\Delta t$ es por ello Δt.Esto puede demostrar que la varianza $É^2\Delta t$ es del orden Δt^2 y ese, es un resultado de esto, $É^2\Delta t$ que se convierte en no estocástico e igual el valor esperado de δt como δt tiende a cero. Si seguimos el primer término derecho de la ecuación (8g) concluímos en una expresión no estocástica e igualamos a b^2dt con δt que tiende a cero. Tomando los límites de Δx y Δt tendientes a cero en la ecuación (g5) y usando los resultados anteriores, obtenemos lo siguiente:

$$dG = \frac{dG}{dx}dx + \frac{dG}{dt}dx + \frac{1}{2}\frac{d^2G}{dx^2}b^2dt \qquad (9g)$$

A esto se le conoce como Lemma de Ito's. Substituyendo por dx de la ecuación (5g) en la ecuación (9g) tenemos:

$$dG = \left(\frac{dG}{dx} a + \frac{dG}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2G}{dx^2} b^2 \right) dt + \frac{dG}{dx} b\, dz \qquad (10g)$$

Esto tiene una razón direccional de .

$$\frac{dG}{dx} a + \frac{dG}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2G}{dx^2} b^2$$

y una proporción de varianza de

$$\left(\frac{dG}{dx}\right)^2 b^2$$

Imaginemos que el precio de un valor es de S, la media es mS y la varianza $\sigma^2 S^2$, por consiguiente si S tiene un comportamiento función de distribución Normal podemos concluir que el incremento en el precio puede ser expresado como:

$$dS = mS\, dt + \sigma S\, dz \qquad (11g)$$

o

$$\frac{dS}{S} = m\, dt + \sigma\, dz$$

donde σ se refiere usualmente a la volatilidad de los precios y m a la expectativa de retorno. Ahora si el modelo tiene un comportamiento Browniano la versión del modelo para caso de tiempo-discreto es

$$\frac{\Delta S}{S} = m \Delta t + \sigma \acute{E} \sqrt{(\Delta z)}$$

Donde la variable δS es el cambio del precio S, en un pequeño intervalo de tiempo Δt, y É es una variable aleatoria con distribución Normal estándar. El parámetro m es el valor esperado de retorno por unidad de tiempo del valor y el parámetro σ es la volatilidad del precio del valor, estos parámetros son asumidos constantes. Tomando en cuenta la ecuación (11g) con media constante y varianza constante, apartir del lemma de ITo's siguiendo este proceso para una función, G, de S y t tenemos:

$$dG = \left(\frac{dG}{dS} mS + \frac{dG}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2G}{dS^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{dG}{dS} \sigma S \, dz \qquad (12g)$$

Note que ambos S y G son afectados por la misma pequeña fuente de incertidumbre, dz.

2.6 Ecuación Diferencial Black-Scholes:

Continuando con lo comprendido en la ecuación (11g) tenemos:

$$dS = mS \, dt + \sigma S \, dz$$

Suponiendo que f es el precio de un valor derivado contenido en S.La variable f esta representada en función de S y t. de la ecuación (12g) tenemos:

$$df = \left(\frac{df}{dS} mS + \frac{df}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2f}{dS^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{df}{dS} \sigma S \, dz$$

Asi mismo por analogía estudiada anteriormente tenemos que la versión para Tiempo discreto es

$$\Delta S = mS\Delta t + \sigma S\Delta z \qquad (13g)$$

$$\Delta f = \left(\frac{df}{dS} mS + \frac{df}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2f}{dS^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t + \frac{df}{dS} \sigma S \Delta z \qquad (14g)$$

donde ΔS y Δf son cambios en f y S en pequeños intervalos de tiempo Δt. Retomando las propiedades del lemma de ITo's y el proceso de Wiener tenemos que $\Delta z=(\epsilon\sqrt{\Delta t})$ en la ecuación (13g) y (14g) es lo mismo. Ahora consideremos un Portafolio de inversión con las siguientes características:

-1 : Valor derivado

$$+ \frac{df}{dS} : \text{Valores}$$

El poseedor de este portafolio tiene un Valor derivado en corto y un monto en largo df/ds de valores. Definimos Π como el valor del portafolio asi mismo por definición tenemos:

$$\Pi = -f + \frac{dS}{dS}\Delta S \qquad (15g)$$

El valor de cambio $\Delta\Pi$ del portafolio en tiempo t se puede expresar como:

$$\Delta\Pi = -\Delta f + \frac{df}{dS}\Delta S$$

substituyendo la ecuación (13g) y (14g) dentro de la ecuación (15g) el rendimiento es :

$$\Delta\Pi = \left(-\frac{df}{dt} - \frac{1}{2}\frac{d^2f}{dS^2} f^2S^2\right)\Delta t \qquad (16g)$$

Dado que la ecuación no involucra Δz, el portafolio Π se encuentra libre de riesgo en el tiempo Δt. La hipótesis en la predicción implica que el portafolio debe tener una tasa de retorno instantánea libre de riesgo. Si devenga intereses más que el de retorno, puede hacerse arbitraje de un riesgo de pérdida del pago final en corto el libre riesgo del valor y usando procedimientos de compra en el portafolio; aun si es devengada la pérdida, ello pudiera hacer un pago final con riesgo de pérdida por un portafolio en-corto-Largo y comprando valores libres de riesgo. Esto se puede expresar como:

$$\Delta\Pi = r\Delta t\Pi$$

donde r es la tasa instantánea libre de riesgo. Sustituyendo de la ecuación (15g) y (16g) tenemos

$$\left(\frac{df}{dt} + \frac{1}{2}\frac{d^2f}{dS^2}\sigma^2S^2\right)\Delta t = r\left(f - \frac{df}{dS}S\right)\Delta t$$

esto es

$$\frac{df}{dt} + rS\frac{df}{dS} + \frac{1}{2}\sigma^2S^2\frac{d^2f}{dS^2} = rf \qquad (17g)$$

La ecuación (17g) es conocida como la Ecuación Diferencial Black-Scholes.

2.7 METODOS DE VALUACION[16]

Históricamente los modelos de valuación para las opciones se expresan en dos categorías:

1) Modelos de comportamiento.
2) Modelos de equilibrio.

Los modelos de comportamiento son generalmente reales, únicamente sobre observaciones empíricas o curvas apropiadas y por ello no necesitan reflejar alguna de las restricciones impuestas por el equilibrio económico.

Los modelos de equilibrio y por ende el modelo de equilibrio para el precio de las opciones, es el resultado de la maximización del comportamiento de los participantes del mercado, en 1973 Black and Scholes, publicó un documento donde describe el modelo de equilibrio del precio de las opciones, esto basado en el arbitraje. Este trabajo fué hecho posible, gracias a la crucial insistencia de los financieros

16 "Introduction to Options," Harvard Business School Case #9-286-104 1986.

de obtener la posibilidad de reclamar el pago final, a través de una estrategia de inversión que involucrara el comportamiento del valor subyacente de la opción y la política de dando y prestando.

El documento no es otro resultado académico de carácter financiero, concebido enteramente en la teoría, fué inmediatamente puesto en práctica y tuvo un significativo impacto en los mercados financieros, y todo esto gracias al modelo Black-Scholes.

El modelo Black-Scholes fue usado para fijar el precio de las opciones y subsecuentemente la práctica empírica validó el resultado teórico.

2.7.1 BALCK & SHOLES

El valor esperado de una opción Call Europeo al vencimiento en función del riesgo neutral es

$$E[\max(S-X,0)] \qquad (18g)$$

Donde E denota el valor esperado en un riesgo neutral, del argumento de una valuación de riesgo neutral el Call Europeo tiene un precio en la opción de c, esto es tomando el valor presente de éste y usándolo como tasa de descuento igual a la tasa libre de riesgo de interés, esto es:

$$c=e^{-r(T-t)}E[\max(S_t-X,0)]$$

si sustituimos μ por r de la ecuación (4.0) del capítulo tres tendremos lo siguiente:

$$\ln S_T \approx \Phi[\ln S + (\frac{r-\sigma^2}{2})(T-t), \sigma\sqrt{(T-t)}]$$

Evaluando el lado derecho de la desigualdad y aplicando la siguiente integral tenemos. Si g es una distribución de probabilidades de S_T de una excelente ecuación de riesgo neutral de la ecuación (18g) llegamos a lo siguiente:

$$c=e^{-r(T-t)}\int_{X}^{\infty}(S_T-X)\,g(S_T)\,dS_T$$

si hacemos $S_T=e^W$ la distribución converge a una tasa normal, lo cual nos llega a implicar también una distribución lognormal.

Dado que

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty}u(t-y)F\{dy\} = E(ut).$$

Donde F es una distribución de probabilidad, u es un punto definido mediante $u_t(x)= u(t-x)$, u(t) se puede expresar mediante una esperanza

Esto se puede utilizar para obtener un criterio de convergencia propia, que se basa en la clase $C[-\infty,+\infty]$, de funciones continuas con límites en $u(\pm\infty)$ debido a que son uniformemente continuas así tenemos que :

$$c=e^{-r(T-t)}\int_{X}^{\infty}(e^W-X)\,g(e^W)\,de^W.$$

$$c=e^{-r(T-t)}\int_{X}^{\infty}(e^W)\,g(e^W)\,de^W - e^{-r(T-t)}\int_{X}^{\infty}(X)\,g(e^W)\,de^W.$$

$$c=e^{-r(T-t)}S_tN(d1) - e^{-r(T-t)}XN(d2).$$

si $S=S_te^{-r(T-t)}$

$$c=SN(d1) - e^{-r(T-t)}XN(d2).$$

Donde

$$X = \ln S + (\frac{r-}{2}^{2})(T-t) \quad ,\sigma\sqrt{(T-t)}]$$

$$m = \ln X$$

$$\sigma = \sigma\sqrt{(T-t)}$$

estandarizando valores:

$$Z = \frac{X - M}{\sigma}$$

$$d1 = \frac{\ln S - \ln X + (r + (\sigma^2/2))(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

Donde

$$d1 = \frac{\ln(S/X) + (r + (\sigma^2/2))(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{(T-t)}$$

$$d2 = \frac{\ln(S/X) + (r - (\sigma^2/2))(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

Asimismo N(x) es la función acumulada de probabilidad de la distribución Normal estándar. Si hacemos c=C la ecuación es válida para un Call Americano. El valor de un Put Europeo puede ser calculado similarmente que un Call con la obvia diferencia en el resultado, asi mismo tenemos que:

$$P = e^{-r(T-t)} E[\max(X - S_t, 0)]$$

$$P = Xe^{-r(T-t)} N(-d2) - SN(-d1).$$

Note que el modelo asume una volatilidad y una tasa libre de riesgo constante.

2.7.2 BINOMIAL:

Así como el método de valuación Black-Scholes es óptimo par momento continuos, cuando existen puntos discontinuos en el precio, la fórmula del precio de Balck-Scholes no funciona adecuadamente, ya que la teoría es soportada en variables continuas, por ejemplo si existe un crac, ó un período de ajuste cuando la continuidad es muy incierta, en esos momentos es recomendable utilizar un método que trate a las variables discretas como una opción de valuación, el modelo de valuación Binomial, es una representación del modelo del Comportamiento de los precios que puede ser consultado en el capítulo tres. Las premisas del modelo Binomial son las siguientes:

Supone el precio del valor en un inicio como valor S, sobre un modelo Binomial, ilustrado en la figura (3.3), sobre pequeños intervalos de tiempo de longitud t. Estos movimientos hacia arriba toman el valor de Su, con probabilidad P, y hacia abajo Sd con probabilidad (1-P) asi mismo

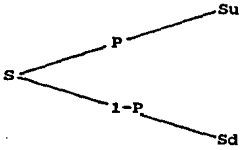


fig. 3.3 Modelo Binomial

La figura (3.4) ilustra tres alternativas de el valor del precio al final de los tres períodos

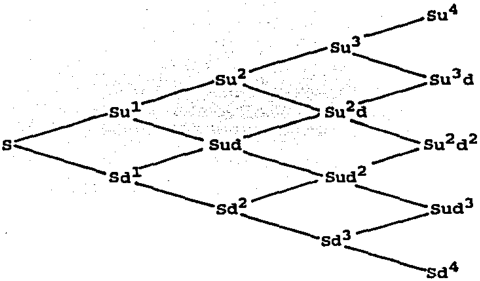


Fig. 3.4 Movimiento del precio tomando en cuenta un esquema Binomial y contemplando cuatro períodos.

Los valores de u,d y P son evaluadas en pequeños intervalos de tiempo Δt, la expectativa de retorno del precio del valor en el tiempo δt es $m\delta t$ y la varianza en el intervalo Δt es $\sigma^2 \Delta t$.

Un camino para plantear la ecuación Binomial es la siguiente, tomando en cuenta que el modelo puede ser expresado por una ecuación lineal y el valor esperado será una suma de probabilidades, tendremos lo siguiente:

$$PSu + (1-P)\ Sd = Se^{mt}$$

Que no es más que la probabilidad que vaya a la alza, más la probabilidad de que se situé a la baja, esto nos dará el valor esperado así tendremos lo siguiente:

$$Pu + (1-P)\ d = e^{mt}$$

$$Pu + d - dP = e^{mt}$$

$$P\ (u-d) + d = e^{mt}$$

$$P=\frac{e^{mt}-d}{u-d}$$

Ahora u va a ser la tasa a la alza asi mismo la calcularemos como la variación histórica conocida que se representará por la desviación estándar asi tenemos que:

$$u = e^{\sigma t}$$

Si d es su complemento inverso por lo tanto

$$d=\frac{1}{u}$$

De esta forma tenemos:

$$P=\frac{e^{m\Delta t}-d}{u-d}$$

$$u = e^{\sigma t}$$

$$d = e^{-\sigma t}$$

Esto puede ser representado en el límite de $\Delta t \to 0$, el modelo Binomial de los precios se comporta como un movimiento Geométrico Browniano.

Ejemplo:

Considérese el precio de un valor con tasa esperada de retorno del 12% p.a. y con una volatilidad del 30% p.a. suponiendo estos valores utilizaremos el modelo Binomial y haciendo una representación utilizaremos intervalos de tiempo de .04 años (aproximadamente 2 semanas), en este caso m =.12 σ=.3 y Δt=.04 y de las formas anteriores tenemos:

$$u=e^{.3\sqrt{(.04)}}=1.0618 \qquad d=\frac{1}{u}=.9418$$

$$P=\frac{e^{-.12*.04}-.9418}{1.0618-.9418} = .525$$

Si el precio del valor es de \$100; cuáles serán los posibles movimientos a futuro sobre 4 intervalos de tiempo de longitud Δt.

Esto es ilustrado en la figura (3.5), la probabilidad de que el movimiento vaya hacia arriba es de .525 y la probabilidad de que vaya a la baja es de .475, para el precio de \$112.7 de acuerdo con el cuarto intervalo de tiempo con tres movimiento arriba y uno abajo, tenemos que estos cuatro movimientos pueden ser representados como, duuu, uduu, uudu y uuud donde u denota movimientos a la alza y d movimientos a la baja. Cuál será pues la probabilidad de que en 4 intervalos el precio este en \$112.7, utilizando $np^{n-1}q$ tenemos $4*(0.525)^3*(0.475)=0.275$.

Ahora similarmente, la probabilidad de que el precio se coloque en \$127.1, \$100, \$88.7 y \$78.7 será de .076, .373, 0.225 y .051 respectivamente

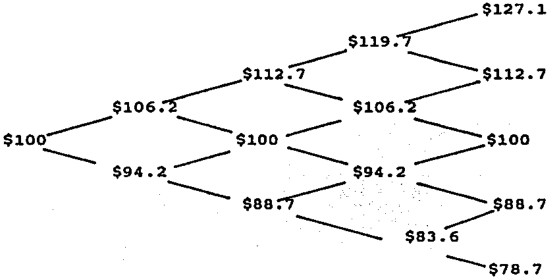


Fig. 3.5 Movimientos del valor sobre el ejemplo anterior.

2.7.3 BINOMIAL-COX[17]

El modelo Binomial-Cox es una depuración del modelo Binomial, partiendo de la premisa del precio del Call tenemos

$$C=S-X$$

Por propiedades del modelo Binomial Cud=Cdu de esta manera tenemos que si

$$C=\frac{(PCu + (1-P)d}{r}$$

Donde

$$C=S$$
$$r=e^{m\sqrt{\Delta t}}$$
$$X=K$$

así en

$$Cdu=Cud$$

sustituyendo obtenemos

$$C = [P^2Cuu + 2P(1-p)\ Cud + (1-P)^2\ Cdd]/r^2$$

$$C = \{P^2 \max[0,u^2S-K] + 2P(1-P) \max[0,duS-K] + (1-P)^2 \max[0,d^2S-K]\}/r^2.$$

Utilizando procedimientos recursivo para el valor del Call llegamos a la expresión siguiente para n períodos, así tenemos:

$$C=\{\sum_{j=a}^{n} \left(\frac{n!}{j!(n-j)!}\right) P^j (1-P)^{n-j} \max[u^jd^{n-j}S-K]\}/r^n.$$

17. John C. Cox, Mark Rubenstein "Options Markets" Prentice-Hall, Inc Englewood Cliffs, New Jersey 1985

Tomando a la variable a como el número de veces que está in-The-money, o a la alza a puede ser no negativo y tendremos lo siguiente $u^u d^{n-u} S > K$.

Aplicando logaritmos naturales de ambas caras tenemos $\text{Log}(K/Sd^n)/\text{Log}(u/d)$.

Para todo $j<a$, $\max[0, u^u d^{n-u} S-K]=0$ y para toda $j \geq u$ $\max[0, u^u d^{n-u} S-K]=u^u d^{n-u} S-K$, de esta manera tenemos

$$C=\left\{\sum_{j=a}^{n} \left(\frac{n!}{j!(n-j)!}\right) P^j (1-P)^{n-j} [u^j d^{n-j} S-K]\right\}/r^n.$$

Es claro, si $a>n$, el call empieza out-the-money, esto es con el valor a la baja, partiendo de C en 2 términos tenemos que

$$C = S\left[\sum_{j=a}^{n} \left(\frac{n!}{j!(n-j)!}\right) P^j (1-P)^{n-j} [u^j d^{n-j}/r^n]\right]$$

$$- Kr^n\left[\sum_{j=a}^{n} \left(\frac{n!}{j!(n-j)!}\right) P^j (1-P)^{n-j} [u^j d^{n-j}/r^n]\right].$$

Ahora podemos reducir la expresión si la función Binomial la representamos por $\Phi[a;n,p]$ donde

$$P' \equiv (u/r)P \qquad \text{y} \qquad 1-P' \equiv (d/r)(1-P).$$

Donde P' es la probabilidad desde $0<P'<1$, esto se denota por $P<(r/u)$ y $P^j(1-P)^{n-j}\left(\frac{u^j d^{n-j}}{r^n}\right) = [(u/r)P]^j[(d/r)(1-P)]^{n-j} = P'^j(1-P')^{n-j}$.

Esto puede ser sumarizado através del método de Sharpe, que nos lleva a la fórmula final

Fórmula para el precio de una opción Binomial-Cox.

$$C=S\Phi[a;n,p']-Kr^{-n}\Phi[a;n,p]$$

Donde

$P \equiv (r-d)/(u-d)$ y $P' \equiv (u/r)P$

a es un número entero no negativo mayor que

$$\log(K/Sd^{n})/\log(u/d)$$

si $a>n$, $C=0$.

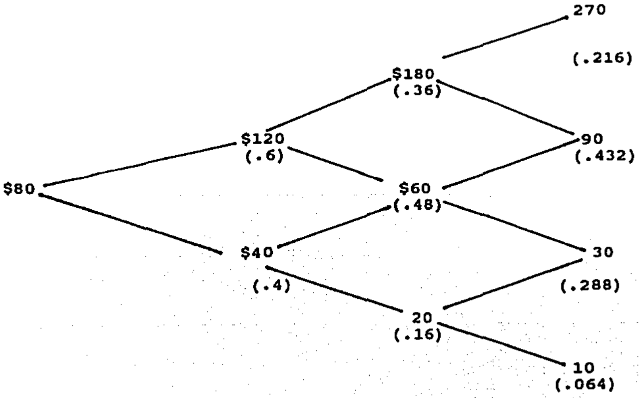
Ejemplo:

Para $S=80$ $n=3$ $K=80$ $u=1.5$ $d=.5$ $r=1.1$

en este caso $P=(r-d)/(u-d) = 0.6$ de esta forma tenemos:

$r^{-1}=.909$ $r^{-2}=.826$ $r^{-3}=.751$

Utilizando el valor del precio y combinándolo con las probabilidades tenemos lo siguiente:



APENDICE 1A.

FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL ACUMULADA:

El único problema de la ecuación Black-Scholes es encontrar una función que calcule la distribución Normal acumulada, N, se podrán utilizar tablas, pero para procedimientos automatizados es recomendable utilizar métodos numéricos así una buena aproximación[1] que puede ser fácilmente obtenida a trvés de cálculos sencillos es la siguiente:

$$N(x) = \begin{cases} 1-N'(x)(a_1k + a_2k^2 + a_3k^3) & \text{cuando } x \geq 0 \\ 1-N(x) & \text{cuando } x<0 \end{cases}$$

donde

$$k = \frac{1}{1+Áx}.$$

$$Á = 0.33267$$

$$a_1 = 0.4361836$$

$$a_2 = -0.1201676$$

$$a_3 = 0.9372980$$

y

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \exp(-x^2/2)$$

1Ver M. Abramowitz and I. Stegun, Handbook Of Mathematical Functions (New York: Dover Publication, 1972.)

LECTURAS SUGERIDAS

* Stigum, Marcia, "Money Market Calculations : Yields, Break-Evens, and Arbitrage", Homewood, Dow Jones-Irwin, 1981; capt. 5.

* Black, F. y M. Scholes, "The Pricing of Options and Corporate liabilities", Journal of Political Economy, vol. 81 mayo-junio 1973, pags 637-659.

* Black, F., "The Pricing of Commodity Contracts", Journal of Financial Economics, Vol.3 Septiembre 1976, págs. 167-179.

* Geske, R, and Richard Roll "On Valuing American Call Options with the Black-Scholes European Formula", Journal of Finance, Vol 39, junio 1984, págs. 443-455.

* Hull John, Option, Futures and Other Derivative Securities, Englewood Cliffs, Prentice Hal, 1989.

* Merton, Robert C., Theoty of Rational Option Pricing", Bell Journal of Economics and ManagementScience, vol 4 Primavera de 1973, págs, 141-183,

*Waley, Roert E,. "Valuation of American Call Options on Dividend-Paying Stocks", Journal of Financial Economics Vol. 10, 1982, págs (29-58).

* Romaswamy, Krishna y Suresh Sundaresan "The Valuation of Options on Futures Contracts", Journal of Finance, Vol.40 diciembre de 1985, págs 1319-1340.

*Waley, Roert E,. "Valuation of American Call Options on Dividend-Paying Stocks", Journal of Financial Economics Vol. 10, 1982, págs (127-150).

* Fundamentos Sobre los Mercados de Opciones y Warrants, Material de apoyo, Seminario Bolsa Mexicana de Valores, Febrero de 1992, Institute For Financial Markets, Inc, Instituto Mexicano de Mercado de Capitales.

* Mercado de Opcones, Compendio,Seminario Bolsa Mexicana de Valores, Febrero de 1992, Institute For Financial Markets, Inc, Instituto Mexicano de Mercado de Capitales.

* John C. Cox, Mark Rubinstein, "Options Markets", Prentice-Hall, inc Englewood Cliffs, New Jersey 1985.

3.EVALUACION BLACK & SCHOLES, LOGICA DEL RIESGO NEUTRAL

3.1 EVALUACION DEL RIESGO-NEUTRAL.

La valuación del riesgo neutral es una de las propiedades mas importantes de la ecuación diferencial Black-Scholes . Esta propiedad hace que no se involucren variables externas que afecten la preferencia al riesgo del inversionista, tomando únicamente algunos factores que se mantendrán en equilibrio para obtener la aberración al riesgo del inversionista, estos factores se pueden numerar en las siguientes variables. precio corriente, tiempo, precio del valor o acción, volatilidad y tasa libre de riesgo o tasa de interés.

$$\frac{df}{dt} + rS\,\frac{df}{dt} + \frac{1}{2}\,\frac{d^2G}{dS^2}\,\sigma^2 S^2 = rf \qquad (3.0)$$

La ecuación diferencial Black-Scholes es independiente de la aberración al riesgo del inversionista, si se involucra una espectativa de rendimiento en el riesgo m. Esto es porque el valor de m no depende de la preferencia del riesgo.

La aberración al riesgo se incrementa cuando el rendimiento esperado también se incrementa. Para el inversionista el riesgo neutral es la espectativa de retorno a una tasa libre de riesgo que es r. Esto es la causa de que el inversionista del riesgo neutral no requiere de una prima para que ello induzca la cantidad de riesgo. Esto algunas veces es cierto cuando el valor presente del efectivo sigue

un riesgo neutral, esto puede ser obtenido por descuento cuando sea equivalente a la tasa libre de riesgo.
Considérese un producto derivado de una opción Europea, esto es con pago al vencimiento, y alguna función del precio a tiempo T, primero el valor esperado a tiempo T es calculado asumiendo una espectativa de retorno, el valor sera r, esto es la tasa *m*. El valor esperado es el descuento a tiempo presente usando una tasa de descuento r.

Esto es importante para realizar con ello el riesgo neutral asumiendo que es un parámetro artificial para obtener la solución de la ecuación Black-Scholes.

Si tenemos una opción Call de tipo Europea la función de contrato a futuro séra:

$$f=max(S-X,0) \qquad \text{donde } t=T$$

en una opción Put tendremos:

$$f=max(X-S,0) \qquad \text{donde } t=T.$$

Ahora considérese un contrato a futuro con fecha de maduración a tiempo T con precio pactado de K. así tenemos que el valor del contrato será:

$$ST-K.$$

Donde S_T es el precio en tiempo T. De el argumento del riesgo neutral, el valor del contrato de futuro será en tiempo (t<T) es el valor esperado en tiempo T en una óptica de riesgo neutral.

La tasa de descuento en tiempo t es la tasa de interés libre de riesgo, denotado por el valor del contrato de futuro en tiempo t de f, esto será lo siguiente:

$$f=e^{-r(T-t)}E(ST-K) \qquad (3.1)$$

Donde E denota el valor esperado en una valuación de riesgo neutral, hacemos K una constante en la ecuación (3.1) tenemos:

$$f=e^{-r(T-t)}E(S_T)-Ke^{-r(T-t)}. \qquad (3.2)$$

La tasa de rendimiento *m*, será r en términos del riesgo neutral, así tenemos que el valor esperado de S_T será:

$$E(S_T)= Se^{r(T-t)} \qquad (3.3)$$

Substituyendo la ecuación (3.3) en (3.2) tenemos que

$$f=S-Ke^{-r(T-t)} \qquad (3.4)$$

Donde f satisface la ecuación Black-Sholes. Como ejemplo considérese un contrato de futuro que no paga dividendos la función será la siguiente:

$$f=S-Ke^{-r(T-t)} \qquad (3.5)$$

Donde K es el precio distribuido de esta manera tenemos:

$$\frac{df}{dt}=-rKe^{-r(T-t)} \qquad \frac{df}{dS}=1 \qquad \frac{d^2f}{dS^2}=0$$

Substituyendo en la ecuación Black-Sholes tenemos:

$$-rKe^{-r(T-t)}+rS=rf$$

La ecuación Black-Sholes es claramente satisfecha.

VALUACION DEL RIESGO NEUTRAL PARA EL MODELO BINOMIAL

Consideremos un contrato de precio corriente es de $20 y con movimientos a la alza de $22 y movimientos a la alza de $18 al final de un mes. El producto derivado de este valor supóngase que es un CALL con precio de ejercicio de $21.

Utilizando la fórmula del modelo BINOMIAL del capítulo 2 tendremos que para un precio a la alza de $22 y a la baja de $18 tendremos un precio de $0.5445. Esto puede ser interpretado como que el precio de la opción es independiente de la expectativa de retorno del valor. Esto es consistente con la teoría del riesgo neutral, la ecuación diferencial Black-Scholes es independiente de la expectativa de retorno del valor.

Ahora mostraremos que el precio de la opción CALL puede ser derivada utilizando la valuación del riesgo-neutral. En terminos de la valuación del riesgo-neutral la espectativa de retorno del valor es la tasa libre de riesgo o tasa de interés que es de %1 por mes.

La probabilidad, p de que el movimiento del valor sea a la alza satisface la siguiente ecuación.

$$22p + 18(1-p) = 20 * 1.01$$

Resolviendo la ecuación para p tenemos que p es igual a 0.55. El valor esperado del CALL en el primer mes usando el valor de p es

$$0.55 * 1 + 0.45 * 0 = \$0.55$$

Este es el valor terminal de la opción CALL en términos de la valuación del riesgo-neutral. El valor presente del valor esperado con tasa de descuento equivalente a la tasa libre de riesgo es

$$\frac{0.55}{1.01} = 0.5445$$

o $0.5445. Esto es equivalente a el valor obtenido anteriormente. La pérdida de riesgo por medio de operaciones de arbitraje[1] y la valuación del riesgo neutral pueden ser los argumentos para que ello suceda. El movimiento geométrico Browniano puede ser observado como un caso del límite del modelo binomial.

Las coberturas realizadas con el modelo binomial pueden ser expresadas como limites de movimientos Brownianos. (lo anterior fué discutido en el capítulo 2).

LA FORMULA DEL PRECIO DE BALCK-SHOLES

El valor esperado de una opción Call Europeo al vencimiento en función del riesgo neutral es

$$E[\max(S-X,0)]$$

Donde E denota el valor esperado en un riesgo neutral, del argumento de una valuación de riesgo neutral el Call Europeo tiene un precio en la opción de c, esto es tomando el valor presente de éste y úsandolo como tasa de descuento igual a la tasa libre de riesgo de interés esto es:

$$c=e^{-r(T-t)}E[\max(S-X,0)] \tag{3.6}$$

1.- Las operaciones de Arbitraje se realizan atraves de la compra venta de valores, simultáneamente obteniendo utilidad cuando el mercado no se encuentra en equilibrio.

3.2.- LA PROPIEDADES LOGARITMICAS DE LOS PRECIOS

Una variable se distribuye normalmente si el logarítmico de la variable se distribuye normalmente. esto lo podremos ver con claridad si estudiamos un modelo que se conoce como el MODELO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS PRECIOS, y tiene su origen en la aplicación del proceso de ITo, teniendo como parámetros constantes una media y una varianza de una distribución normal estándar:

UNA APLICACION DEL LEMA DE ITO'S

Tomando en cuenta la ecuación (2g) del capítulo dos y utilizando una m y una î constante y razonando el modelo del comportamiento de los precios el lema de ITO'S sigue un comportamiento como sigue en función de G, de S y de t es

$$dG=\left(\frac{dG}{dS}mS+\frac{dG}{dt}+\frac{1}{2}\frac{d^2G}{dS^2}\sigma^2S^2\right)dt+\frac{dG}{dS}\sigma S\,dz \qquad (3.7)$$

Note que S y G es afectada por una variable de incertidumbre que es dz. Ahora definamos una función para G si a G le damos el valor de la función ln(S) esto para hacer continuo el movimiento de los precios de esta manera tendremos:

$$G=\ln(S)$$

de esta manera aplicando las derivadas tenemos:

$$\frac{dG}{dS}=\frac{1}{S} \qquad \frac{d^2G}{dS^2}=\frac{-1}{S^2} \qquad \frac{dG}{dt}=0$$

Siguiendo la ecuación (3.7) tenemos que el proceso para G es

$$dG=\left(m-\frac{\sigma^2}{2}\right)dt+\sigma dz \qquad (3.8)$$

Haciendo m y σ como constantes en la ecuación (3.8) tenemos que G sigue un proceso de Wiener. Esto se mantuvo constante con una tasa que tiene como rendimiento a $m-\sigma^2/2$ y con una varianza constante de σ^2, por lo visto en el capítulo dos, ésta función tiende a una normal

media

$$\left(m-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)$$

y varianza

$$\sigma^2(T-t)$$

El valor de G en tiempo t es ln(S). Este valuado en el tiempo T es $\ln S_T$, donde S_T es el precio del valor en el tiempo T. El cambio durante el intervalo (T-t) es el siguiente:

$$\ln S_T-\ln S.$$

Asimismo $\Delta S = \ln S_T-\ln S = \Phi\left[\left(m-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma\sqrt{(T-t)}\right] \qquad (4.0)$

Donde Φ es una distribución Normal con media m y desviación estándar σ.

MODELO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS PRECIOS:

El argumento sugiere que S (el precio), puede ser representado por un proceso de ITo con una tasa instantánea esperada de mS y una tasa de varianza instantánea de σ^2S^2. Esto mismo puede escribirse como

$$dS = mSdt + \sigma Sdz$$

$$\frac{dS}{S} = mdt + \sigma dz \qquad 4.1$$

La ecuación 4.1 es la referida ala ecuación del comportamiento de los precios, La variable σ usualmente es referida a ella como la volatilidad del precio de la acción y m como la espectativa de retorno.

Esto implica lo siguiente:

$$\ln S_T - \ln S \approx \Phi[(m-\frac{\sigma^2}{2})(T-t), \sigma\sqrt{(T-t)}] \qquad 4.2$$

Donde S_T es el precio del valor en tiempo T, S es el precio del valor a tiempo, t, y $\Phi(m,s)$ denota la distribución normal con media m y desviación estándar s. De las propiedades de la normal obtenemos la siguientes ecuación:

$$\ln S_T \approx \Phi[\ln S+(m-\frac{\sigma^2}{2})(T-t), \sigma\sqrt{(T-t)}]$$

Esto nos indica que S_T es una distribución lognormal. La desviación estándar de $\ln(S_T)$ es proporcional a $\sqrt{(T-t)}$, esto nos hace interpretar que el logaritmo natural de los precios, y la medida de la desviación estándar es proporcional a el precio y la desviación estándar observada.

Consideremos un valor con precio inicial de \$40, y una tasa de retorno del 16% pagadera anualmente. De la ecuación anterior, la distribución de probabilidad de precio, S_T, en seis meses es de

$$\ln S_T \approx \Phi[\ln 40+(\frac{0.16-0.04}{2})(0.5), 0.2\ (0.5)]$$

$$\ln S_T \approx \Phi[3.759, 0.141]$$

Para tener un 95% de certeza en una distribución Normal tomaremos dos desviaciones estándar sobre la media. Hací tenemos que el valor para un 95% de certeza es él siguiente

$$3.477<\ln S_T<4.014$$

Esto puede escribirse como

$$e^{(3.477)}<S_T<e^{(4.041)}$$

o

$$32.36<S_T<56.88$$

Esto quiere decir que con una probabilidad del 95% de certeza le precio del valor se encuentre contenida entre 32.36 y 56.88.

Una variable lognormal puede tomar el valor desde cero asta el infinito tomando la siguiente forma:

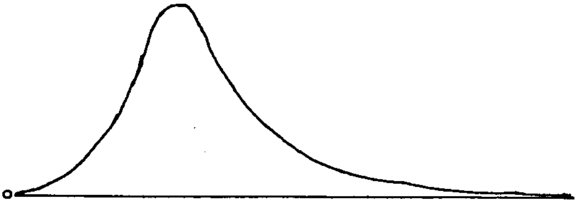


FIG 3.0 DISTRIBUCION LOGNORMAL

De la ecuación 4.2 y de las propiedades de la función de distribución lognormal podemos deducir el siguiente valor esperado de S_T, $E(S_T)$, es el siguiente[2]

$$E(S_T)=Se^{m(T-t)}$$

Esto es tomando la definición anterior de la m es la tasa esperada de retorno. La varianza de S_T , $var(S_T)$, puede ser presentada como sigue:

$$var(S_T)=S^2e^{2m(T-t)}(exp(\sigma^2(T-t)-1)$$

Considerese un valor donde el precio corriente sea de $20, la tasa esperada de sea de 20% p.a. y la volatilidad de 40% anual. El precio en un ano. El precio esperado en un año $E(S_T)$ y la varianza en un año es $var(S_T)$ así tenemos:

$$E(S_T)=20e^{(0.2)}=24.43$$

$$var(S_T)=400e^{(0.4)}(e^{(0.16)}-1)=103.54$$

La desviación estándar del precio del valor será en un año de $\sqrt{(103.54)}$ o de 10.18.

3.2 LA VOLATILIDAD IMPLICITA

Volatilidad es el termino empleado para referirse a la variabilidad del precio en un tiempo determinado, para estimar la volatilidad de un precio de manera empírica, primero deberemos observar los precios históricos en un tiempo determinado (todo un día, toda una semana o todo un mes). Definimos lo siguiente:

2 Para discutir las propiedades de la distribución Lognormal, ver J. Aitchison and J. A.C.Brown,The Lognormal Distribution (Cambridge: Cambridge University Press, 1966).

n+1: numero de observaciones.

S_i : precio del valor en el intervalo (i=0,1,.....,n).

τ : intervalo de tiempo en años.

u_i : $\ln(S_i/S_{i-1})$.

Si hacemos $S_i = S_{i-1}e^{u_i}$, u_i es un componente de retorno continuo, (no anualizado), en un intervalo de i=1,2,3,...,n. Un estimador s de la desviación estándar de u_i es el siguiente:

$$s=\sqrt{\left(\frac{1}{n-1}\right)\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2}$$

o

$$s=\sqrt{\left(\frac{1}{n-1}\right)\sum_{i=1}^{n}u_i^2-\left(\frac{1}{n(n-1)}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}u_i\right)^2}$$

donde $\bar{u}$ es la media de los u_i s.

De la ecuación:

$$\ln\frac{S_T}{S}=\Phi\left[\left(\frac{m-\sigma^2}{2}\right)(T-t),\sigma\sqrt{(T-t)}\right]$$

de las propiedades de la distribución Normal podemos concluir la siguiente ecuación:

$$n=\Phi\left[\left(\frac{m-\sigma^2}{2}\right),\frac{\sigma}{\sqrt{(T-t)}}\right]$$

donde

$$n=\frac{1}{T-t}\ln\frac{S_T}{S}$$

donde forma un componente continuo de una distribución normal con media $(m-\sigma^2)/2$ y desviación estándar $\sigma/\sqrt{(T-t)}$.

Así de esta manera la desviación estándar de las u_i's es $\sigma\sqrt{(T)}$, la variable s es por tanto un estimado de $\sigma\sqrt{(T)}$ así mismo la $\hat{\imath}$ puede ser estimada asimismo como s^*, donde

$$s^* = \frac{s}{\sqrt{(T)}}.$$

El error estándar estimado puede ser aproximado como $s^*/\ 2n$.

Uno de los parámetros en la fórmula de Black-Scholes es la volatilidad implícita, se acostumbra estimar en períodos de 90 a 180 días dependiendo de la estabilidad del mercado, aun cuando su cálculo se tenga que hacer todos los días, ya que la volatilidad es un parámetro que incide directamente en el calculo del precio de la fórmula de Black-Scholes, por ello es muy importante tener un control continuo sobre el comportamiento de la volatilidad, la volatilidad puede servir como un parámetro comparativo de riesgo con respecto al mercado o con respecto de un valor con otro, cabe señalar que cada mercado tiene un riesgo implícito ya que el valor esta sujeto a la ley de la oferta y la demanda y a deformaciones de mercado como pueden ser la especulación o el arbitraje, estos factores varían de un mercado a otro por ello cada mercado tiene un riesgo implícito que va ligado directamente a la propensión a obtención de utilidades o pérdidas, así los mercados más estables, tienen por regla volatilidades estables, por ende su capacidad de capitalización de las acciones o valores es mas predecible por lo cual la volatilidad implícita o riesgo implícito es menor al de un mercado emergente y altamente volátil donde por regla casi general los valores se capitalizan con mayor rápidez y por ello la propensión a pérdida o ganancia es mayor teniendo por así una volatilidad implícita mayor, como consecuencia son mas inestables.

3.4 CAUSAS DE LA VOLATILIDAD

Al proponer la hipótesis tradicional de Eficiencia de Mercado claramente decimos que la volatilidad de el precio del valor, es causada solamente por el arribo aleatorio de nueva información acerca de futuros comportamientos del valor. Otra opción clara de que esto suceda es que la volatilidad es causada por el gran mercadeo de la opción.

Una interesante cuestión, de esto es que la volatilidad cambia si se calcula al cierre o a la apertura, Fama y K frech[3] tuvieron a cuestionarse empíricamente una muestra de datos del precio del valor al cierre y tomando los puntos negociados sobre un día después del calculo, lo hicieron sobre un período largo de tiempo, concluyendo lo siguiente:

1) La varianza del precio, del valor de retorno se encuentra en medio del precio de cierre de un día y el precio de cierre de el siguiente día negociado, sin intervenir días no negociados.

2)La varianza del precio del valor de retorno, se encuentra entre el cierre de los días negociados del viernes y el cierre de los días lunes negociados.

3.Ver E.E. Fama, "The behavior of stock market price," Journal of Business, Vol.38 (January 1965),pp. 34-105; K. R. French "Stock returns and the weeken effect," Journal of financial Economics, Vol.8 (March 1980), pp. 55-69.

El resultado del análisis nos lleva a pensar qué la volatilidad cambia a la apertura que al cierre.

Proponen que la variación de la volatilidad en los días negociados es causada únicamente por la nueva información que lluega durante las horas de negociación por ello, el estudio de precios a futuro en agricultura pueden depender directamente del comportamiento del clima, también se observó que el valor es mucho mas volátil los días que se negocia. En conclusión la úncia causa de que la volatilidad se incremente depende directamente de los días negociados. Pero cuál es la implicación de todo esto para el calculo de la volatilidad y para el modelo de valuación Black-Scholes, si los datos de los días son usados para medir la volatilidad, el resultado sugiere que los días cuando el cambio es al cierre pueden ser ignorados. La volatilidad por año es calculada de la volatilidad por día negociado la fórmula es las siguiente:

$$\text{Volatilidad por año} = \text{Volatilidad por día negociado} * \sqrt{(\text{numero de días negociados por año})}.$$

Como la volatilidad es un fenómeno que va en función de los días negociados es interesante utilizar los días del calendario. Así D.French[4] sugiere que se puede empezar a valuar através de dos medias de cálculo que son las siguientes:

4.Ver D. W. French, "The weekend effect on the distribution of stock prices : implications for option pricing," Journal of Financial Economics, Vol. 13 (September 1984), pp. 547-559 .

$$\tau_1 = \frac{\text{Días negociados al vencimiento}}{\text{Días negociados por año.}}$$

$$\tau_2 = \frac{\text{Días del calendario al vencimiento}}{\text{Días del calendario por año.}}$$

Así la formula Black-Scholes se ajusta de la siguiente forma

$$C = SN(d1) - Xe^{-r\tau 2}N(d2).$$

y

$$P = Xe^{-r\tau 2}N(-d2) - SN(-d1).$$

Donde

$$d1 = \frac{\ln(S/X) + r\tau_2 + (\sigma^2/2)\tau 1}{\sigma\sqrt{\tau 1}}$$

$$d2 = \frac{\ln(S/X) + r\tau_2 - (\sigma^2/2)\tau 1}{\sigma\sqrt{\tau 1}} = d1-\sigma\sqrt{\tau_1}$$

En la práctica se hacen pequeños ajustes excepto para períodos de tiempos cortos.

LECTURA SUGERIDA

* Marshall, John F. y Vipul K. Bansal, Financial Eingineerign, Boston, Allyn and Bacon: capítulo 12.

* Brennan. M.J. and E. S. Schuarts, "Analyzing convertible Bonds", Journal of Finance, Vol 44, marzo, 1989, págs 101-113.

* Stigum, Marcia, Money Market Calculations: Yields, Break-Evens, and Arbitraje, Homewood, Dow Jones-Irwin, 1981; capítulo 12.

* John P Shelton "The Relation of the Price of Warrant to the Price of its Associated Stock" Financial Analysts Jouran 23 no 3 (mayo-Junio 1967) páginas 88-99.

* David F. Rush and Ronald W Melicher, "An Empirical Examination of Factors Wich Influence Warrant Prices" Journal of Finance 29 no 5 (Diciembre de 1974) páginas 1949-1961.

* Michael G. Ferri, Joseph W Kremer and H. Dennis Oberhelman "An Analysis of the Pricing of Corporate Warrants" Advances in Futures an Options Research 1 (1986) páginas 201-225.

* Moon K. Kim and Allan Young "Rewards and Risks From Warrant Kedging" Journal of Portafolio Management (verano de 1980) páginas: 65-68.

* Cox, John y Mark Rubenstein, "Options Markets" Englewood Cliffs Prentice Hall, 1985.

* Natenberg, Sheldon, Option Volatility and Prcings Strategies" Chicago, Probus Publishing Company, 1988.

* Wolf, Avner, "Options on Futures: Pricing and The Effect of an Anticipated Price Change",Journal of Futures Marets, vol 4, 1984, págs. 391-408.

* Blume, Marshall E., "On the Assessment of Risk", Journal of Finance, vol 26 número 1, marzo de 1971, páginas, 1-10.

4 APLICACIONES

4.1 VALUACION OPTIMA:

Para realizar una adecuada valuación, es necesario tomar en cuenta parámetros de sensibilidad que van a llevar al inversionista a tomar una adecuada aberración al riesgo, la ecuación Black-Scholes por ser un modelo de equilibrio cuenta con factores que nos hacen suponer tendencias ó inclinaciones del precio a estimar, estos factores se conocen como parámetros de sensibilidad.

ANALISIS DE SENSIBILIDAD[1]

Adicionalmente al cálculo de la prima se calculan los siguientes valores Deltas, Thetas, Gammas, Rho y Lambda, Las Deltas de Calls y Puts miden la sensibilidad del precio de la opción con respecto al precio del valor subyacente en el mercado. Una relativa reducción de riesgo con una cobertura puede ser obtenida si se establece el uso de las Deltas. Las Thetas de Calls y Puts miden la sensibilidad del valor de la opción con respecto al cambio del tiempo hasta el vencimiento de la opción. Rho de los Calls y Puts mide el efecto de el valor de la opción con respecto al cambio de la tasa de interés de la cobertura. Lambda mide la sensibilidad del valor de la opción con respecto al cambio en la volatilidad de los precios del valor subyacente.

Usando la fórmula del cálculo de una prima podemos definir lo siguiente :

1 Seminario Fundamentos Sobre los Mercados de Opciones y Warrants (1992:México) Bolsa Mexicana de Valores, Instituto Mexicano de Mercado de Capitales, Institute For Financial Markets, Inc. Pag(100-104) feb,1992.

* Si el precio del valor futuro decrece (incrementa) la prima del Call decrece (incrementa) y la prima de un Put se incremente (decrese).

* Para pequeños incrementos del precio el valor de la prima del Call se incrementa de mayor grado que el valor del Put.

* Cuando el tiempo de expiración se aproxima teóricamente el valor del Call y del Put decrece.

* El valor de la opción es el valor intrínseco de la maximización de la función utilidad así tenemos, para un Call Max.(0,f-x), para un Put Max(0,X-f).

* Al incrementarse la volatilidad el precio de las opciones se incrementa.

Tomemos en consideración un portafolio Đ que al cabo de un tiempo, δt toma un valor de cambio de δĐ, este valor de cambio lo podemos representar como

$$\Delta\Pi = r * \Pi * \Delta t.$$

donde r es la tasa libre de riesgo o tasa del bono empleado para la fórmula Black-Scholes en la ecuación 16g y 17g del capítulo 2, así tenemos

$$\left(\frac{df}{dt} + \frac{1d^2f}{dS^2}\sigma^2S^2\right)\Delta t = r\left(f - \frac{df}{dS}S\right)\Delta t$$

esto es

$$\frac{df}{dt} + rS\frac{df}{dS} + \frac{1d^2f}{2dS^2}\sigma^2S^2 = rf$$

Llegando de esta forma a la ecuación Black-Scholes, la cual pude ser fraccionada en pequeños parámetros así tenemos lo siguiente:

$$\frac{df}{dt} + rS\frac{df}{dS} + \frac{1d^2f}{2dS^2}\sigma^2S^2 = rf$$

donde

$$\Theta = \frac{df}{dt} \quad \Delta = \frac{df}{dS} \quad \Gamma = \frac{d^2f}{dS^2}$$

de esta forma

$$\Theta + rS\Delta + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma = rf$$

Cada parámetro anterior nos traerá diferente significado del portafolio, la Delta Δ de una opciones el valor de la opción con respecto al cambio del precio del valor Subyacente, para una opción Call tenemos :

$$\Delta = \frac{df}{dS}$$

donde

$$\Delta = \Phi(d1)$$

$$d1 = \frac{\ln (S/X) + (r+\sigma^2/2)(T-t)}{\sigma \sqrt{(T-t)}}$$

Φ es definido como la distribución Normal Estándar.

Para un Put

$$\Delta = \Phi(d1) - 1.$$

Theta

El paso del tiempo representa un cambio en el valor de la prima de la opción, para algunos inversionistas esté parámetro es importante para estructurar sus portafolios en diferentes tiempos:

$$\Theta = \frac{df}{dt}$$

donde f es el portafolio, para un Call tenemos:

$$\Theta = - \frac{SN'(d1)\sigma}{2\ (T-t)} - r\ Xe^{-r(T-t)}\Phi(d2)$$

los valores d1 y d2 fueron definidos en la sección 2.7.1
la fórmula $N'(x) = \frac{1}{\sqrt{(2pi)}} Exp(-x^2/2)$

Para un Put tendremos

$$\Theta = - \frac{SN'(d1)\sigma}{2\sqrt{(T-t)}} + r\ Xe^{-r(T-t)}\Phi(d2)$$

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Theta algunas veces es negativo esto es porque al incrementarse el tiempo el valor de la opción decrece.

GAMMA

Es la tasa de cambio de la delta con respecto al precio del valor subyacente

$$= \frac{d^2 f}{dS^2}$$

Para un Call y Put se representa de la siguiente forma

$$\bar{a} = \frac{N'(d1)}{S \quad (T-t)}$$

La Delta ofrece protección al portafolio con respecto a movimientos pequeños, la Delta asociada a la Gamma ofrece la pauta de balancear el portafolio cuando la variación es muy grande.

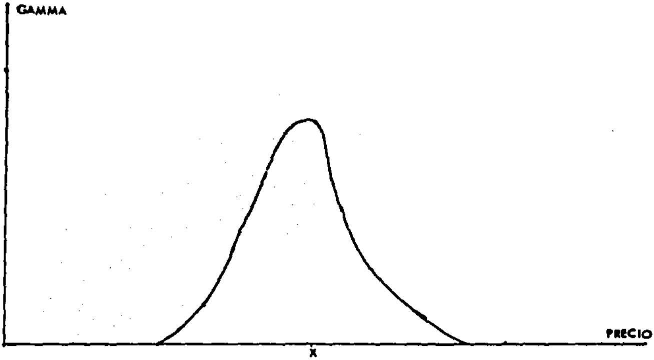


fig. 1.1 variaciones de Gamma con respecto al precio del valor para un Call Europeo

Cuando Delta es cero,

$$\Theta + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma = rf$$

Theta es grande y positiva y Gamma es grande y negativa y viceversa.

LAMBDA

Lambda Υ del portafolio es la relación de la variación del valor del portafolio, con respecto a la volatilidad.

$$\Upsilon = \frac{df}{d\sigma}$$

Lambda en términos absolutos es la sensibilidad del valor del portafolio a pequeños cambios en la volatilidad, así la variación en la volatilidad impacta de manera directa el valor del portafolio, en un inicio de la cobertura Lambda suele ser cero y cambiar cuando se empieza a negociar, para un Call y un Put Lambda toma el siguiente valor

$$\Upsilon = S\sqrt{(T-t)}N'(d1)$$

RHO

Rho de un portafolio es la relación del valor del portafolio con respecto a la tasa de interés de valuación

$$Rho = \frac{df}{dr}$$

Para un Call tenemos Rho = $X(T-t)\ e^{-r(T-t)}\Phi(d2)$

Para un Put tenemos Rho = $-X(T-t)\ e^{-r(T-t)}\Phi(-d2)$

En caso de que existan dos tasas de interés, la tasa libre de riesgo y la tasa de fondeo de algún bono, existirán dos

Rho así el Rho de la tasa libre de riesgo seria la dicha anteriormente y el Rho de la tasa de fondeo sería el siguiente, para un Call tenemos:

$$Rho = -(T-t)e^{r(T-t)}SN(d1)$$

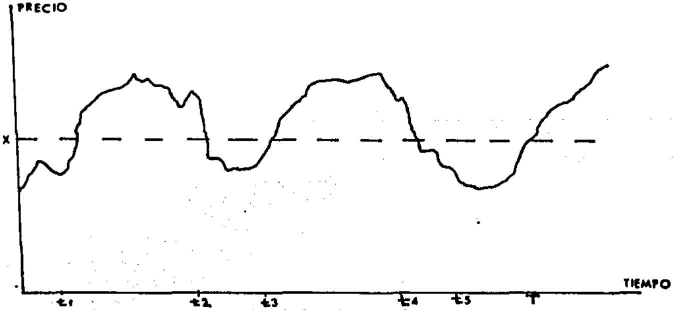
mientras que para un Put tenemos

$$Rho = (T-t)e^{r(T-t)}SN(-d1)$$

4.2 COBERTURA OPTIMA

Una forma utilizada para realizar cobertura, dentro de productos derivados, es la cobertura techo ó (CAP), éste nombre se deriva del uso de tasas flotantes en posición larga.

Consideremos una institución que suscribe un Call Europeo donde la unidad de valor en el precio de ejercicio es X, la cobertura se realizará próximo al precio X, y la venta se realizará cuando se llegue a X, el objeto de la cobertura es tomar posición cuando el precio esté por abajo o por arriba de X, esto se conoce como "in-the-money" y "out-the-money" cuando se encuentra en X se conoce como "at-the-money", ilustraremos en la siguiente gráfica la cobertura descrita:



1.2 Cobertura a través del método de techo (CAP).

Como se muestra anteriormente, en tiempo t1 se compran valores, en t2 se venden, en t3 se compran en t4 se venden y en t5 se venden y así sucesivamente hasta llegar a tiempo T.

Usualmente el tiempo inicial se denota Si, el costo de cambio de cobertura será el incremento de X en Si, S será mayor a X y cero en otro caso.

La función a maximizar será la siguiente:

$$Q=\text{Max }(S-X,0) \qquad 1.2$$

Haciendo todas las compras y ventas para tiempo cero son hechas a precio X, esto es, un factor de corrección que beneficia al emisor ya que el costo de la cobertura es siempre menor al precio de la opción por Black-Scholes.

Existen dos razones básicas para que la ecuación 1.2 sea incorrecta, la primera es que el efectivo en la cobertura que ingresa a través de diferentes tiempos y se encuentre a descuento, la segunda que las compras y ventas no pueden ser hechas con una exactitud al precio X. El segundo punto es crítico, considerando que el riesgo neutral con una tasa de interés de cero no puede asumirse de una forma legítima tomando en cuenta que las ventas y compras se hacen con valor de muestra del precio, si los mercados son eficientes, la cobertura puede no ser "whether".

Cuando el precio del valor es igual a X, o próximo a X las compras se realizan cuando el precio esta $X+\delta$ y ventas se hacen cuando $X-\delta$, para algún δ positiva, por ello todas las compras y ventas se hacen sobre un intervalo 2δ. Asumiendo que los precios cambian continuamente, δ puede ser arbitrariamente diferente dependiendo del precio de cierre, por ello si tenemos una δ muy pequeña quiere decir que las negociaciones son más frecuentes, por lo tanto, cuando el costo por negociación es reducido el número de transacciones se incrementa, así si $\delta \to 0$, el número esperado de negociaciones tiende a infinito.

En el método de cobertura Cap, cuando el precio nunca atraviesa la línea $S(t)=X$, el esquema de cobertura de costos es nulo, para una opción Call, quiere decir que la opción está OUT-THE-MONEY.

COBERTURA DELTA

La Delta es definida como la tasa de cambio del precio de la opción con respecto al precio del valor subyacente, formalmente

$$\Delta = \frac{df}{dS}$$

donde f es el precio de la opción, y S el precio del valor subyacente suponiendo que la Delta de un Call se .6, ésto nos indica que en tiempo pequeño el monto de la cobertura total deberá ser de un 60% de lo emitido, Delta tiene una estrecha relación con la fórmula Black-Scholes, expresa una relación de equilibrio entre posición y riesgo así

-1 : Productos derivados

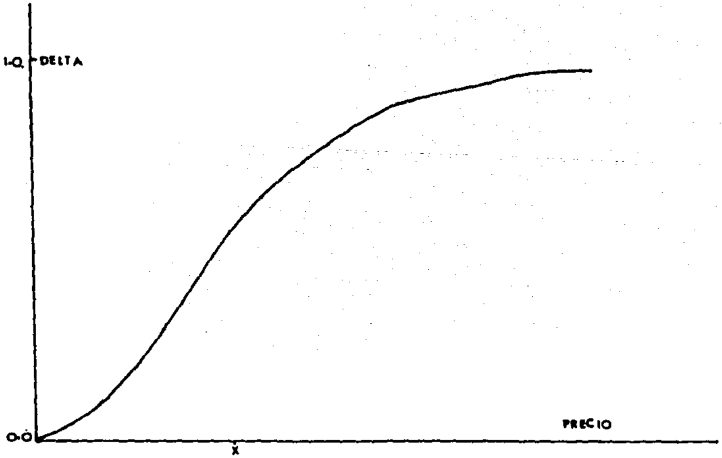
$+\Delta$: Valore comprados

Lo anterior nos indica que deberá de existir un equilibrio entre valores comprados y contratos de opciones emitidos, para mantener el riesgo neutral, y es Delta quien va a indicar el número de valores a comprar, si la cobertura es efectiva, la posición se ajustará constantemente, la cobertura es dinámica y esto implica un rebalanceo de la ecuación para cada instante en el tiempo, para un Call tenemos lo siguiente

$$\Delta = N(d1)$$

para una opción Put

$$\Delta = N(d1) - 1.$$



1.3 Variación de Delta con respecto al precio para un Call.

4.3 COBERTURA APLICADA A LAS ACCIONES DE TELMEX.

Un estudio realizado en 1992 por Tellefsen Consulting Group, Inc. para la Comisión Nacional de Valores (CNV) y la comunidad Bursátil, sobre la posible demanda de Productos Derivados en México, dió las conclusiones siguientes :

1.- A nivel doméstico, más de la mitad del volúmen operado diariamente se concentran en 15 emisoras.

2.- El tamaño promedio de las operaciones en número de acciones, sugiere que es un mercado de inversionistas institucionales.

3.-En el exterior circulan 8 series de ADRs sobre 6 de las 15 emisoras más activas. La mayoría de los ADRs son de reciente emisión. En el exterior están registradas 17 series mexicanas: 3 en mercados regulados y el resto de manera privada. La circulación de ADRs sobre Tamsa alcanza el 65% del valor total de sus emisiones.

4.-El 5 de Septiembre de 1991, se inició la negociación de opciones sobre los ADRs de Teléfonos de México en 5 mercados norteamericanos. La actividad de estas opciones se concentró en el AMEX y CBOE, de tal forma que el PSE deslistó estas opciones el 1 de Noviembre. Para noviembre circulan 23,049 contratos put y 38,880 contratos call.

5.-Las sociedades de inversión se han convertido en instrumentos atractivos tanto para los inversionistas nacionales como extranjeros.

6.-Desde junio de 1991 se han realizado diversas emisiones de warrant sobre valores mexicanos. Algunas de estas emisiones no han sido exitosas:

La emisión de Bankers Trust sobre el Fondo México sólo se colocó en un 70%. La emisión era de 400,000 call y 200,000 put.

La emisión de Banamex a través del Citicorp sobre una canasta de diez valores sólo había colocado 125,000 de los 715 contratos ofrecidos después de una semana.

La actividad del mercado secundario de estas emisoras es mínima, por tratarse de un instrumento a largo plazo.

Los principales compradores han sido inversionistas institucionales.

Las emisoras de "covered warrants" en el mercado norteamericano son muy difíciles.

La mayor parte de los warrants se listan en Luxemburgo, por las facilidades y bajo el costo.

7.-Los principales agentes del mercado creen que sólo un pequeño porcentaje de los valores de mayor volumen serían candidatos para un mercado de productos derivados.

8.-El tamaño de los spreads para CEMEX (2.3%) y TELMEX (1.0%) son comparables al promedio de los spreads del NASDAQ (2.4%) y por lo tanto, más altos al promedio registrado en NYSE (0.65%). Entre más alto sea el spread, menos líquido se considera un valor. Desde nuestro punto de vista el spread de TELMEX es comparable al promedio del NYSE. Las variaciones absolutas porcentuales promedio de las 15 emisoras más bursátiles de la BMV, se comparan favorablemente con una muestra del NYSE. Los niveles de volatilidad de las 15 emisoras más bursátiles son atractivos para un mercado de opciones. La baja Bursatilidad reduce especulación y da ventajas de cobertura.

9.-La inversión doméstica en valores está concentrada en un segmento de inversionistas. Sólo un pequeño porcentaje de la población son inversionistas. Los pequeños inversionistas operan a través de sociedades de inversión. Los principales inversionistas que no son sociedades de inversión, son instituciones o individuos de muy alta capacidad económica.

10.-Nafinsa concentra el 10% de las acciones en circulación.

11.-Las sociedades de inversión combinadas cuentan con un porcentaje significativo de las acciones en circulación.

12.-Actualmente <u>no se puede determinar qué porcentaje de la actividad de la BMV corresponde a intereses extranjeros.</u> Por otra parte los inversionistas extranjeros pueden invertir en valores mexicanos a través de ADRs, sociedades de inversión en el extranjero, opciones listadas y warrants.

13.-La actividad de las casa de bolsa en el año que va de agosto de 1990 a agosto de 1991 se caracteriza por :

El monto de los valores en custodia se incrementó en 59%.

Los activos de las casas de bolsa se incrementaron en 96%.

<u>El número de cuentahabientes se redujo en 12%</u>

Cinco Firmas concentran la mitad de los activos y la actividad.

14.- Algunos agentes del mercado perciben que el IPC de la BMV tiene algunas deficiencias tales como el cambio de muestra cada dos meses y el fuerte peso relativo de TELMEX.

Durante los últimos ocho meses, 10 series fueron remplazadas del índice.

Los cambios impidieron dar continuidad a una canasta de acciones.

Los índices de capitalización del mercado no pueden absorber a una emisora tan grande como TELMEX entre muchas pequeñas emisoras.

15.- Están surgiendo nuevos índices:

Banamex desarrolló un índice de 30 valores.

Nafin está experimentando con un índice de 24 valores.

La BMV está desarrollando también nuevos índices.

INTERES DOMESTICO E INTERNACIONAL EN LAS OPCIONES

1.- Las opiniones de los representantes de las casas de bolsa mexicanas, de las casas de bolsa de Estados Unidos, de las oficinas de casas de bolsa mexicanas en Estados Unidos y de diversas organizaciones mexicanas (empresas y Bancos) son muy variadas y están divididas entre un mercado OTC y un mercado de instrumentos listados.

2.- Banamex, Bankers Trust y Bear Strearns emitieron covered warrants bajo los siguientes criterios:

Liquidez, volatilidad y volumen y "reputación" del valor subyacente.

Demanda percibida de la clientela.

Parámetros financieros de sensibilidad.

3.- Las ventajas y desventajas de los warrants:

Ventajas	Desventajas
Apalancamiento especulativo	Mercado secundario limitado
Vehículo de cobertura	Fondeo muy costoso
	Costos elevados de colocación.
	Escasez de liquidez en el valor subyacente.
	Las negociaciones no crean liquidez.

4.-Los intermediarios mexicanos pueden ser buenos co-administradores, por estar familiarizados con los valores y el mercado base. Si son exitosos, los warrants listados podría ayudar a aumentar la liquidez del mercado del valor subyacente. Las estrategias de cobertura con warrants son iguales a las empleadas en opciones.

5.-El tiempo de expiración de una opción está en función del mercado; si se espera que el mercado continúe a la alza, entonces los emisores no estarán interesados en instrumentos de largo plazo.

7.-Los riesgos a enfrentar para tener un mercado de opciones exitoso son:

El costo implícito del tipo de cambio

La capitalización de los emisores

Crédito y garantías de los emisores

Disponibilidad de un mercado secundario

EVALUACION DE LAS ALTERNATIVAS CONFORME A CRITERIOS DE ACEPTACION.

1.-Alternativas evaluados:

Opciones OTC "ad hoc".

Opciones listadas sobre valores individuales o índices.

Opciones OTC estandarizadas.

Mercado de dos nivelès (primero, opciones OTC estandarizadas y segundo, creación de un mercado secundario).

2.-Los criterios de aceptación empleados para evaluar fueron: liquidez del instrumento, garantía de pago, atracción de capital extranjero, congruente con la política económico, posibilidades de supervisión, provisión

3.- Estos criterios de aceptación sólo son satisfechos íntegramente por las opciones listadas (por valor y por índice) y en segundo lugar, por los covered warrants listados y el mercado de dos niveles. Las opciones OTC "had hoc" no cumplen con casi ninguno de los criterios de aceptación.

EVALUACION DE LAS ALTERNATIVAS CONFORME A CRITERIOS DE IMPLEMENTACION

1.- Se examinaron siete secuencias de introducción evaluadas contra los criterios de implementación.

2.-Los criterios de implementación empleados son :

Posibilidades de satisfacer las necesidades percibidas

Minimización del riesgo inicial

Sencillez del concepto

Flexibilidad futura

Baja dificultad de implementación

Menor tiempo de implementación

Costo razonable

3.-Las opciones sobre índice listadas y las opciones OTC "ad hoc" son las alternativas que satisfacen de la mejor forma los criterios de implementación. En un nivel intermedio están los covered warrants listados.

CONCLUSIONES DEL ESTUDIO

1.-Las alternativas más adecuadas para el mercado mexicano son las opciones sobre índice listadas y los covered warrants listados. Esto en base a la combinación de los criterios de aceptación y los criterios de implementación. Las opciones sobre índice son además más fáciles de instrumentar. Un nuevo índice que elimine las dos objeciones principales puestas al IPC tiene grandes posibilidades de aceptación.

2.-Las alternativas señaladas permiten el desarrollo posterior de otras alternativas más complejas:

```
        ------->OTC std ------------------>acciones listadas
Indice {------->warrants listados -------->acciones listadas
listado ------->acciones listadas

Cover warrants -----> Indice listado ---->acciones listadas
listados       -----> OTC std ----------->acciones listadas
```

3.-Existen varios valores individuales con características de liquidez y volatilidad adecuadas para la emisión de productos derivados: Cemex A, Telmex, Vitro Nvo, Femsa B, Cifra, TTolmex y GCarso. Por sus características algunos de ellos han sido incluidos en los warrants emitidos por Nomura y Banamex.

4.- Las opciones y los warrants tienen efectos estabilizadores en el mercado subyacente y reducen la volatilidad. Un reporte de Salomon Bros. señala que la emisión de warrants ha reducido de un 7 a un 20% la volatilidad de los valores subyacente. Por el contrario, se han registrado incrementos de volatilidad del 9% cuando un valor se deslistado de un mercado de opciones.

5.-No se tiene suficiente información sobre las opciones OTC "ad hoc" suscritas o utilizadas por algunos inversionistas mexicanos en el extranjero.

6.-Las emisiones de warrants realizadas en el extranjero indican la existencia de una demanda tanto doméstica como externa. Mientras crezca el mercado de derivados sobre valores mexicanos, también crecerá la inversión extranjera en dichos valores.

7.-Los grandes inversionistas locales y extranjeros desean un vehículo de cobertura sobre valores mexicanos y lo van a obtener de una u otra forma.

8.-La competencia internacional entre bolsas ha conducido a la colocación de vehículos de cobertura sobre valores extranjeros.

AMEX planea listar índices internacionales entre ellos el IPC CBOE también desea listar opciones e índices sobre valores extranjeros.

9.-Es de esperarse que continúe creciendo la actividad de opciones "ad hoc".

10.-El mercado de productos derivados podría moverse al exterior y sería muy difícil recuperarlo. En esto influye:

Aumento de la actividad de ADRs.

Los mercados extranjeros tienen el capital y la infraestructura para patrocinar negociaciones de derivados.

Listar opciones sobre TELMEX para los inversionistas locales podría ser una alternativa para la BMV pero sería difícil obtener participación del mercado de las bolsas norteamericanas.

Históricamente, una vez que el mercado tiene éxito en un valor "gana la franquicia" y es difícil que otro mercado se la quite.

11.- <u>El mercado mexicano no tiene la infraestructura ni la profundidad suficiente para sostener un mercado de opciones.</u>

La autorización de dichas operaciones se tendría que acompañar de los siguientes cambios en la regulación, estructura y mecanismo de operación:

Especialistas o formadores de mercado

Adecuadas reglas para ventas en corto

Cuentas de margen para clientes y casas de bolsa

Definición de requerimientos mínimos de capital

Límites a las posiciones y al ejercicio

Capacidad de garantía de las cámaras de compensación

12.-Se recomienda la incorporación en el mercado accionario, del modelo de operación denominado como "designated primary market" (DPMM) o primer formador de mercado. En este modelo, uno de los formadores de mercado se responsabiliza de mantener el libro de órdenes, al estilo de un especialista. Cuando las operaciones alcanzan cierto nivel se sustituye por el sistema de formadores de mercado donde un empleado del mercado es encargado de llevar tal libro.

Las ventajas del sistema DPMM son la facilidad de contabilización, el incentivo para que se destine capital para integrar la franquicia y, la posibilidad de transitar desde el sistema de "especialista" al de competencia entre formadores de mercados.

Sin un especialista o un DPMM que asegure liquidez continua al mercado subyacente, el mercado de opciones estará en desventaja frente a los mercados extranjeros.

Los formadores del mercado de opciones no estarán dispuestos a hacer un mercado firme sin un mercado continuo, ya que los precios de las opciones dependen de los precios de los valores subyacentes.

Debe considerarse la prohibición a que un mismo agente sea formador de mercado en una opción y en el correspondiente valor subyacente, para evitar la manipulación del mercado.

Regulaciones tipo "muralla china" son requeridas si los especialistas o DPMM están asociados con las casas de bolsa, para limitar el flujo de información confidencial.

13.-A menos que se cambien las reglas de ventas en corto, el costo de la negociación de opciones puede inhibir el crecimiento de un mercado doméstico de opciones. Las ventajas en corto son la cobertura más común al comprar un call o vender un put. Las ventas en corto requieren dos mecanismos clave : un sistema de cuentas de margen y un sistema para el préstamo de valores. Entre los cambios que se podrían hacer a las reglas de ventas en corto:

Reducir el margen de garantía de 200% a 150%

Aumentar el número de valores suceptibles de venderse en corto.

Permitir a las sociedades de inversión el préstamo de valores.

Desarrollar reglas de capital neto para las ventas en corto de los formadores de mercado.

14.-Se requieren mecanismos de suspensión de opciones cuando se den condiciones inusuales tales como la suspensión en las negociaciones de los valores subyacente, ordenes que desestabilizan el mercado o rompimiento en la difusión de la información. La negociación en opciones sobre índice se puede suspender cuando se suspende la negociación del 20% de los valores subyacentes. Se podría permitir la negociación a pesar de que el mercado subyacente esté suspendido en condiciones especiales tales como el día anterior al vencimiento, a fin de permitir que los inversionistas liquiden posiciones.

15.-Debería desarrollarse un sistema de márgenes y administrarse por la cámara de compensación designada y sujeta a la supervisión de la CNV. Permitir a los participantes del mercado financiar un porcentaje de sus obligaciones de pago de valores ha permitido incrementar la liquidez y bursatilidad. El sistema de márgenes se requiere en dos niveles: clientes y cámara de compensación. Los beneficios de este sistema son:

Agiliza las ventas en corto.

Permite realizar estrategias de cobertura.

Garantiza la estabilidad financiera de emisores y compradores.

Hace más competitivo el mercado.

En Estados Unidos las políticas sobre márgenes las determina la Reserva Federal. Estos márgenes son el inicial y el de mantenimiento por movimientos del mercado adversos al cliente. Para el cálculo de márgenes del público se consideran cinco posiciones tipo:

Valores o futuros en descubierto.

Opciones en descubierto.

Cobertura.

Spreads

Combinaciones.

16.- Es necesario establecer reglas de capital neto mínimo para las casas de bolsa que funjan como DPMM. Se estima que este podría ser de 100,000 dlls El objetivo de estas reglas es asegurar que las firmas y los formadores de mercado tengan suficiente capital para operar de manera segura. En el NYSE se exige que el especialista asuma posiciones de 15,000 acciones y tenga al menos un millón de dólares de capital.

17.-Es necesario establecer posiciones límite, es decir el máximo de contratos suceptibles de ejercerse en un período, por día o por semana. Estos límites mantienen la integridad del mercado y evitan desplazamientos en los precios por posiciones especulativas.

18.-La operación de un mercado de opciones requiere poder proporcionar información instantánea. La información de la BMV en Reuters es de sólo una página. Además esta tiene un desfasamiento de algunos minutos.

19.-Las cámaras de compensación de opciones y de futuros, tiene un mecanismo de garantía para proteger al público del incumplimiento de alguno de los participantes. La BMV no tiene funciones de garantizar incumplimientos pero existe un fondo de contingencias sostenido por las casas de bolsa.

20.-Podría examinarse la <u>celebración de una sociedad con un mercado extranjero como una estrategia de implementación del mercado.</u>

Con esto reduciría costos, riesgos y tiempos de implementación.

El mercado socio podría proveer expertos, tecnología y organización (sobretodo en los mecanismos de compensación).

Se podría intercambiar por acceso o franquicias

Existen numerosos ejemplos de alianzas estratégicas

21.-Deberá <u>integrarse un plan maestro de implementación</u> antes de iniciar el trabajo de desarrollo del mercado. La integración del plan debe contemplar los siguientes aspectos.

Legal : re querimientos para listar, DPMM, márgenes, impuestos, requerimientos de capital neto, límites de posición y ejercicio, etc.

Operativo : sistemas de compensación y determinación de posiciones, facilidades para las negociación, formas y procedimientos, prueba piloto, etc.

Tecnológico: difusión de información, sistemas de información en piso, ruteo de órdenes, sofware para operaciones, etc.

La implementación de Productos Derivados finalizo en 1992, por los datos anteriores, y por la implementación exitosa de los productos derivados en México, parese pertinente hacer una simulación con datos reales, sobre el comportamiento de la emisión de opciones Call y Put sobre las acciones de TELMEX que representan mas del 30% del mercado nacional, de ahí plantemos las condiciones de emisión.

Dados datos históricos de las acciones de TELMEX, que datan de enero de 1990 hasta octubre de 1991, haremos la simulación:

La emisión es efectuada el 9 de Abril de 1991, la opción tendrá una vigencia de 6 meses ó 180 días, la tasa del bono a emplear es la del CETES, que a plazo de 180 días era de 21.99% p.a., el cálculo de la volatilidad se hará de Enero de 1990 hasta el 9 de Abril de 1991 la fijación del precio de ejercicio sera $S=Xe^{r*t}$ para un Call y para un put $S=Xe^{-r*t}$ cabe señalar que el precio de la acción era de 3220 y el número de opciones es de 100,000 de esta forma definimos variables:

Volatilidad = 32.02 %

r = 21.99 %

X = 3220

los ajustes para el cálculo de la volatilidad, ya que sólo existen 127 días laborables en ese período nos dicen que

$t1=.5121$

$t2=.49315$

$t1=127/248 \quad t2=180/365$

emitiendo el Call tendremos

COSTO DE LA COBERTURA $84,359,885
PRECIO OPC. $844

PRECIO S:= 3594.2356706 NUMERO 100,000

t1=0.51209677419

t2=0.49315068493

DIA	PRECIO	DELTA	VALORES COMPRADOS	COSTO DE LOS VALORES	COSTO ACUMULADO DE VALORES	VAL EN MILL.	VALORES ACUMULA. RESERVA
0	3220	0.540	54000	173880.0	173880	0.17	54,000
1	3360	0.540	0	0.0	173880	0.17	54,000
2	3440	0.563	2300	7912.0	181792	0.18	56,300
3	3480	0.574	1100	3828.0	185620	0.19	57,400
4	3500	0.579	500	1750.0	187370	0.19	57,900
5	3660	0.622	4300	15738.0	203108	0.20	62,200
6	3900	0.681	5900	23010.0	226118	0.23	68,100
7	3960	0.695	1400	5544.0	231662	0.23	69,500
8	3760	0.648	-4700	-17672.0	213990	0.21	64,800
9	3570	0.597	-5100	-18207.0	195783	0.20	59,700
10	3680	0.627	3000	11040.0	206823	0.21	62,700
11	3880	0.678	5100	19788.0	226611	0.23	67,800
12	3830	0.665	-1300	-4979.0	221632	0.22	66,500
13	3780	0.653	-1200	-4536.0	217096	0.22	65,300
14	3780	0.653	0	0.0	217096	0.22	65,300
15	3630	0.613	-4000	-14520.0	202576	0.20	61,300
16	3750	0.645	3200	12000.0	214576	0.21	64,500
17	3740	0.643	-200	-748.0	213828	0.21	64,300
18	3680	0.627	-1600	-5888.0	207940	0.21	62,700
19	3770	0.651	2400	9048.0	216988	0.22	65,100
20	3930	0.691	4000	15720.0	232708	0.23	69,100
21	4040	0.717	2600	10504.0	243212	0.24	71,700
22	4000	0.708	-900	-3600.0	239612	0.24	70,800
23	4160	0.744	3600	14976.0	254588	0.25	74,400
24	4200	0.753	900	3780.0	258368	0.26	75,300
25	4080	0.728	-2500	-10200.0	248168	0.25	72,800
26	4080	0.728	0	0.0	248168	0.25	72,800
27	4080	0.729	100	408.0	248576	0.25	72,900
28	4100	0.734	500	2050.0	250626	0.25	73,400
29	4190	0.754	2000	8380.0	259006	0.26	75,400
30	4110	0.737	-1700	-6987.0	252019	0.25	73,700
31	4160	0.749	1200	4992.0	257011	0.26	74,900
32	4180	0.754	500	2090.0	259101	0.26	75,400
33	4150	0.748	-600	-2490.0	256611	0.26	74,800
34	4120	0.741	-700	-2884.0	253727	0.25	74,100
35	4150	0.749	800	3320.0	257047	0.26	74,900
36	4140	0.747	-200	-828.0	256219	0.26	74,700
37	4150	0.750	300	1245.0	257464	0.26	75,000
38	4210	0.764	1400	5894.0	263358	0.26	76,400
39	4220	0.767	300	1266.0	264624	0.26	76,700
40	4280	0.780	1300	5564.0	270188	0.27	78,000
41	4280	0.781	100	428.0	270616	0.27	78,100
42	4260	0.778	-300	-1278.0	269338	0.27	77,800
43	4240	0.774	-400	-1696.0	267642	0.27	77,400
44	4160	0.757	-1700	-7072.0	260570	0.26	75,700
45	4050	0.731	-2600	-10530.0	250040	0.25	73,100
46	4060	0.734	300	1218.0	251258	0.25	73,400
47	4160	0.759	2500	10400.0	261658	0.26	75,900

COSTO DE LA COBERTURA $84,359,885
PRECIO OPC. $844

PRECIO S:= 3594.2356706 NUMERO 100,000

t1=0.51209677419

t2=0.49315068493

DIA	PRECIO	DELTA	VALORES COMPRADOS	COSTO DE LOS VALORES	COSTO ACUMULADO DE VALORES	VAL EN MILL.	VALORES ACUMULA. RESERVA
48	4180	0.765	600	2508.0	264166	0.26	76,500
49	4130	0.754	-1100	-4543.0	259623	0.26	75,400
50	3990	0.719	-3500	-13965.0	245658	0.25	71,900
51	4000	0.722	300	1200.0	246858	0.25	72,200
52	3930	0.704	-1800	-7074.0	239784	0.24	70,400
53	3780	0.659	-4500	-17010.0	222774	0.22	65,900
54	3890	0.693	3400	13226.0	236000	0.24	69,300
55	3830	0.676	-1700	-6511.0	229489	0.23	67,600
56	3920	0.703	2700	10584.0	240073	0.24	70,300
57	3900	0.698	-500	-1950.0	238123	0.24	69,800
58	3950	0.713	1500	5925.0	244048	0.24	71,300
59	4000	0.728	1500	6000.0	250048	0.25	72,800
60	4020	0.734	600	2412.0	252460	0.25	73,400
61	4200	0.782	4800	20160.0	272620	0.27	78,200
62	4150	0.771	-1100	-4565.0	268055	0.27	77,100
63	4120	0.764	-700	-2884.0	265171	0.27	76,400
64	4260	0.800	3600	15336.0	280507	0.28	80,000
65	4380	0.827	2700	11826.0	292333	0.29	82,700
66	4410	0.835	800	3528.0	295861	0.30	83,500
67	4530	0.859	2400	10872.0	306733	0.31	85,900
68	4760	0.897	3800	18088.0	324821	0.32	89,700
69	4690	0.888	-900	-4221.0	320600	0.32	88,800
70	4690	0.890	200	938.0	321538	0.32	89,000
71	4720	0.896	600	2832.0	324370	0.32	89,600
72	4800	0.908	1200	5760.0	330130	0.33	90,800
73	4810	0.911	300	1443.0	331573	0.33	91,100
74	4780	0.909	-200	-956.0	330617	0.33	90,900
75	4770	0.909	0	0.0	330617	0.33	90,900
76	4760	0.910	100	476.0	331093	0.33	91,000
77	4720	0.906	-400	-1888.0	329205	0.33	90,600
78	4770	0.915	900	4293.0	333498	0.33	91,500
79	4780	0.918	300	1434.0	334932	0.33	91,800
80	4780	0.920	200	956.0	335888	0.34	92,000
81	4780	0.921	100	478.0	336366	0.34	92,100
82	4770	0.922	100	477.0	336843	0.34	92,200
83	4740	0.920	-200	-948.0	335895	0.34	92,000
84	4650	0.910	-1000	-4650.0	331245	0.33	91,000
85	4590	0.903	-700	-3213.0	328032	0.33	90,300
86	4580	0.903	0	0.0	328032	0.33	90,300
87	4630	0.913	1000	4630.0	332662	0.33	91,300
88	4620	0.914	100	462.0	333124	0.33	91,400
89	4710	0.929	1500	7065.0	340189	0.34	92,900
90	4830	0.945	1600	7728.0	347917	0.35	94,500
91	4870	0.951	600	2922.0	350839	0.35	95,100
92	4880	0.954	300	1464.0	352303	0.35	95,400
93	4630	0.928	-2600	-12038.0	340265	0.34	92,800
94	4740	0.944	1600	7584.0	347849	0.35	94,400
95	4940	0.965	2100	10374.0	358223	0.36	96,500
96	4980	0.970	500	2490.0	360713	0.36	97,000

COSTO DE LA COBERTURA $84,359,885
PRECIO OPC. $844

PRECIO S:= 3594.2356706 NUMERO 100,000

t1=0.51209677419

t2=0.49315068493

DIA	PRECIO	DELTA	VALORES COMPRADOS	COSTO DE LOS VALORES	COSTO ACUMULADO DE VALORES	VAL EN MILL.	VALORES ACUMULA. RESERVA
97	5125	0.980	1000	5125.0	365838	0.37	98,000
98	5375	0.990	1000	5375.0	371213	0.37	99,000
99	5550	0.994	400	2220.0	373433	0.37	99,400
100	5700	0.997	300	1710.0	375143	0.38	99,700
101	5675	0.997	0	0.0	375143	0.38	99,700
102	5625	0.997	0	0.0	375143	0.38	99,700
103	5750	0.998	100	575.0	375718	0.38	99,800
104	5725	0.998	0	0.0	375718	0.38	99,800
105	5650	0.998	0	0.0	375718	0.38	99,800
106	5575	0.998	0	0.0	375718	0.38	99,800
107	5550	0.999	100	555.0	376273	0.38	99,900
108	5650	0.999	0	0.0	376273	0.38	99,900
109	5575	0.999	0	0.0	376273	0.38	99,900
110	5700	1.000	100	570.0	376843	0.38	100,000
111	5825	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
112	5825	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
113	5650	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
114	5625	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
115	5700	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
116	5800	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
117	5600	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
118	5650	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
119	5625	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
120	5700	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
121	5675	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
122	5650	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
123	5625	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
124	5675	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
125	5700	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000
126	5725	1.000	0	0.0	376843	0.38	100,000

El costo acumulado será de $376,843,000 sin embargo el call emitido tiene un valor de $844 por formula Black-Scholes y un precio de ejercicio de $3,594.2356 multiplicando $844 * 100,000 contratos y sumando $3,594.2356 * 100,000 tenemos $443,783,452 que es la cantidad que el emisor recibió, descontando los costos tenemos $443,783,452-$376,843,000 = $66,940,452 que será la cantidad con la que cuenta el emisor después de cumplir con los contratos.

Para el emisor el precio de la acción le jugo en contra y tuvo un margen de utilidad pequeño, pero para quien contrato el Call pago en un inicio $844 y de precio de ejercicio $3,594.2356 de esta manera desembolso $844 + $3594.2356 = $4,438.2356 si se espero e ejercer hasta el ultimo día su utilidad fue de $5,725 - $4,438.2356 = $1,286.76. por contrato, representando una tasa del 66% anual y del orden del 29% semestral aproximadamente, una utilidad muy favorable, tomando en cuenta que el bono lider de aquel entonces ofrecía 22.99% anual.

La emisión de los contratos put varían en que, el valor de S sera $S=Xe^{-r*t}$, y la formula Black-Scholes sufre una pequeña modificación, contemplada e el capitulo 2. de esta forma tenemos, para 100,000 contratos.

COSTO DE LA COBERTURA $67,568,192
PRECIO OPC. $676

PRECIO S:= 2884.7301486 NUMERO 100,000

t1 0.51209677419
t2 0.49315068493

-- DIA	PRECIO	DELTA	VALORES COMPRADOS	COSTO DE LOS VALORES	COSTO ACUMULADO DE VALORES	VAL EN MILL.	VALORES ACUMULA. RESERVA
0	3220	0.460	46000	148120.0	148120	0.15	46,000
1	3360	0.456	-400	-1344.0	146776	0.15	45,600
2	3440	0.432	-2400	-8256.0	138520	0.14	43,200
3	3480	0.420	-1200	-4176.0	134344	0.13	42,000
4	3500	0.413	-700	-2450.0	131894	0.13	41,300
5	3660	0.369	-4400	-16104.0	115790	0.12	36,900
6	3900	0.309	-6000	-23400.0	92390	0.09	30,900
7	3960	0.295	-1400	-5544.0	86846	0.09	29,500
8	3760	0.340	4500	16920.0	103766	0.10	34,000
9	3570	0.389	4900	17493.0	121259	0.12	38,900
10	3680	0.358	-3100	-11408.0	109859	0.11	35,800
11	3880	0.308	-5000	-19400.0	90451	0.09	30,800
12	3830	0.318	1000	3830.0	94281	0.09	31,800
13	3780	0.329	1100	4158.0	98439	0.10	32,900

COSTO DE LA COBERTURA $67,568,192
PRECIO OPC. $676

PRECIO S:= 2884.7301486 NUMERO 100,000

t1 0.51209677419
t2 0.49315068493

DIA	PRECIO	DELTA	VALORES COMPRADOS	COSTO DE LOS VALORES	COSTO ACUMULADO DE VALORES	VAL EN MILL.	VALORES ACUMULA. RESERVA
14	3780	0.328	-100	-378.0	98061	0.10	32,800
15	3630	0.366	3800	13794.0	11185	0.11	36,600
16	3750	0.333	-3300	-12375.0	99480	0.10	33,300
17	3740	0.334	100	374.0	99854	0.10	33,400
18	3680	0.349	1500	5520.0	10537	0.11	34,900
19	3770	0.324	-2500	-9425.0	95949	0.10	32,400
20	3930	0.283	-4100	-16113.0	79836	0.08	28,300
21	4040	0.257	-2600	-10504.0	69332	0.07	25,700
22	4000	0.265	800	3200.0	72532	0.07	26,500
23	4160	0.229	-3600	-14976.0	57556	0.06	22,900
24	4200	0.220	-900	-3780.0	53776	0.05	22,000
25	4080	0.243	2300	9384.0	63160	0.06	24,300
26	4080	0.241	-200	-816.0	62344	0.06	24,100
27	4080	0.239	-200	-816.0	61528	0.06	23,900
28	4100	0.234	-500	-2050.0	59478	0.06	23,400
29	4190	0.214	-2000	-8380.0	51098	0.05	21,400
30	4110	0.228	1400	5754.0	56852	0.06	22,800
31	4160	0.216	-1200	-4992.0	51860	0.05	21,600
32	4180	0.211	-500	-2090.0	49770	0.05	21,100
33	4150	0.215	400	1660.0	51430	0.05	21,500
34	4120	0.219	400	1648.0	53078	0.05	21,900
35	4150	0.211	-800	-3320.0	49758	0.05	21,100
36	4140	0.212	100	414.0	50172	0.05	21,200
37	4150	0.208	-400	-1660.0	48512	0.05	20,800
38	4210	0.194	-1400	-5894.0	42618	0.04	19,400
39	4220	0.190	-400	-1688.0	40930	0.04	19,000
40	4280	0.177	-1300	-5564.0	35366	0.04	17,700
41	4280	0.176	-100	-428.0	34938	0.03	17,600
42	4260	0.177	100	426.0	35364	0.04	17,700
43	4240	0.179	200	848.0	36212	0.04	17,900
44	4160	0.193	1400	5824.0	42036	0.04	19,300
45	4050	0.214	2100	8505.0	50541	0.05	21,400
46	4060	0.210	-400	-1624.0	48917	0.05	21,000
47	4160	0.187	-2300	-9568.0	39349	0.04	18,700
48	4180	0.181	-600	-2508.0	36841	0.04	18,100
49	4130	0.189	800	3304.0	40145	0.04	18,900
50	3990	0.218	2900	11571.0	51716	0.05	21,800
51	4000	0.213	-500	-2000.0	49716	0.05	21,300
52	3930	0.228	1500	5895.0	55611	0.06	22,800
53	3780	0.265	3700	13986.0	69597	0.07	26,500
54	3890	0.234	-3100	-12059.0	57538	0.06	23,400
55	3830	0.247	1300	4979.0	62517	0.06	24,700
56	3920	0.222	-2500	-9800.0	52717	0.05	22,200
57	3900	0.225	300	1170.0	53887	0.05	22,500
58	3950	0.210	-1500	-5925.0	47962	0.05	21,000
59	4000	0.196	-1400	-5600.0	42362	0.04	19,600
60	4020	0.189	-700	-2814.0	39548	0.04	18,900
61	4200	0.149	-4000	-16800.0	22748	0.02	14,900
62	4150	0.156	700	2905.0	25653	0.03	15,600

COSTO DE LA COBERTURA $67,568,192
PRECIO OPC. $676

PRECIO S:= 2884.7301486

NUMERO 100,000

t1 0.51209677419
t2 0.49315068493

DIA	PRECIO	DELTA	VALORES COMPRADOS	COSTO DE LOS VALORES	COSTO ACUMULADO DE VALORES	VAL EN MILL.	VALORES ACUMULA. RESERVA
63	4120	0.160	400	1648.0	27301	0.03	16,000
64	4260	0.131	-2900	-12354.0	14947	0.01	13,100
65	4380	0.109	-2200	-9636.0	5311	0.01	10,900
66	4410	0.102	-700	-3087.0	2224	0.00	10,200
67	4530	0.084	-1800	-8154.0	-5930	0.01	8,400
68	4760	0.058	-2600	-12376.0	-18306	-0.02	5,800
69	4690	0.063	500	2345.0	-15961	-0.02	6,300
70	4690	0.061	-200	-938.0	-16899	-0.02	6,100
71	4720	0.056	-500	-2360.0	-19259	-0.02	5,600
72	4800	0.048	-800	-3840.0	-23099	-0.02	4,800
73	4810	0.045	-300	-1443.0	-24542	-0.02	4,500
74	4780	0.046	100	478.0	-24064	-0.02	4,600
75	4770	0.045	-100	-477.0	-24541	-0.02	4,500
76	4760	0.044	-100	-476.0	-25017	-0.03	4,400
77	4720	0.045	100	472.0	-24545	-0.02	4,500
78	4770	0.040	-500	-2385.0	-26930	-0.03	4,000
79	4780	0.037	-300	-1434.0	-28364	-0.03	3,700
80	4780	0.036	-100	-478.0	-28842	-0.03	3,600
81	4780	0.034	-200	-956.0	-29798	-0.03	3,400
82	4770	0.033	-100	-477.0	-30275	-0.03	3,300
83	4740	0.033	0	0	-30275	-0.03	3,300
84	4650	0.037	400	1860.0	-28415	-0.03	3,700
85	4590	0.040	300	1377.0	-27038	-0.03	4,000
86	4580	0.039	-100	-458.0	-27496	-0.03	3,900
87	4630	0.033	-600	-2778.0	-30274	-0.03	3,300
88	4620	0.032	-100	-462.0	-30736	-0.03	3,200
89	4710	0.025	-700	-3297.0	-34033	-0.03	2,500
90	4830	0.017	-800	-3864.0	-37897	-0.04	1,700
91	4870	0.015	-200	-974.0	-38871	-0.04	1,500
92	4880	0.013	-200	-976.0	-39847	-0.04	1,300
93	4630	0.022	900	4167.0	-35680	-0.04	2,200
94	4740	0.016	-600	-2844.0	-38524	-0.04	1,600
95	4940	0.008	-800	-3952.0	-42476	-0.04	800
96	4980	0.007	-100	-498.0	-42974	-0.04	700
97	5125	0.004	-300	-1537.5	-44511.5	-0.04	400
98	5375	0.002	-200	-1075.0	-45586.5	-0.05	200
99	5550	0.001	-100	-555.0	-46141.5	-0.05	100
100	5700	0.000	-100	-570.0	-46711.5	-0.05	0
101	5675	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
102	5625	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
103	5750	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
104	5725	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
105	5650	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
106	5575	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
107	5550	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
108	5650	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
109	5575	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
110	5700	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
111	5825	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0

112	5825	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
113	5650	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
114	5625	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
115	5700	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
116	5800	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
117	5600	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
118	5650	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
119	5625	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
120	5700	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
121	5675	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
122	5650	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
123	5625	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
124	5675	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
125	5700	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0
126	5725	0.000	0	0.0	-46711.5	-0.05	0

En este caso, quien tuvo la espectativa de que el precio de la opción iva a ser a la baja, emitió PUT y para el emisor el precio de la opción le resulto favorable, en un inició recibió $676 * 100,00 ya que son 100,000 contratos, un total de $67,600,000 adicional mente, por compra venta dentro de la cobertura recibió una utilidad de $46,711,500 ya que en un incio compro a un precio y al final de la cobertura vendió más caro, al final de el período el emisor de PUT recibió $67,600,000 + $46,711,500 = $114,311,500, resultando aproximadamente el doble de utilidad para quien emitió un Call.

CONCLUSIONES

Los métodos de valuación tienden a ser de equilibrio, y no de comportamiento, esto elimina la aberración al riesgo del inversionista y le ofrece una seguridad relativa en sus inversiones.

El modelo Black & Scholes combina el débito contra riesgo y proporciona un margen de utilidad proporcional a la volatilidad del precio, el modelo tiene algunas dificultades, la mayor de ellas es que tiene una volatilidad y una tasa libre de riesgo constante.

Aún cuando ello hace posible la solución de la ecuaciòn de la ecuación Black & Scholes representa un inconveniente para el comprador de contratos, ya que si la volatilidad disminuye y él compra, el contrato después del día de emisión, él pagará por un contrato que tendrá una volatilidad mayor a la registrada y aún cuando el tiempo haya disminuido y asimismo el precio de la opción, la ecuación tomará en cuenta la volatilidad constante, por lo cual, el precio de la opción será un poco distinto al precio calculado con la volatilidad ajustada, esta corrección es difícil de operar, si se actualiza la volatilidad se pierde el margen de utilidad para el emisor y se reestructura la cuenta de margen, por ello no es posible de manera directa, hacer este ajuste, otro incomveniente del modelo Black & Scholes es que es válido para intervalos continuos, cuando existe un Crak o una variación muy grande en la curva de precios, que haga que la curva no sea continua, el valor de la opción se dispara y la cobertura no funciona.

Por lo demás el modelo Black & Scholes es el modelo de equilibrio más óptimo para la valuación de productos derivados.

El modelo Binomial es puntual y tiene una limitada eficiencia, en el manejo de cobertura, ya que por ser puntual en intervalos largos se aproxima al valor de los resultados de Black & Scholes, aun cuando es más sensible a pequeños cambios en el precio y es óptimo cuando existen variaciones grandes en la curva, por lo demás el modelo Binomial tiene gran aceptación, cabe señalar que algunos emisores acostumbran calcular la cobertura por los dos métodos y declarar al modelo Black & Scholes como modelo de valuación, con cobertura tipo CAPM y cuando existen variaciones considerables ajustan su cobertura a la del modelo Binomial.

Es evidente que el inversionista, cadávez confía menos en la astucia y sagacidad del corredor y más en la valuación neutral, aun cuando sea posible que se obtengan menos utilidades, ya que las decisiones de compra-venta están equilibradas, a cambio se obtiene un margen de seguridad para el emisor, las tendencias del mercado nos hacen pensar en futuros modelos de equilibrio, con fuerte dosis de Estadística e Ingeniería Financiera.

BIBLIOGRAFIA

* Hull, John, Options, Futures, and other Derivative Segurites, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1989.

* Cox, John and Mark Rubinstein, Option Markets. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1985.

* Schwartz, Rober A., Reshaping the Equity Markets. New York, Harper Business, 1991.

* Markowitz, Harry M. Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets. Oxford, Brasil Blackwell, 1987.

* Walker, Joseph A., Selling Short: Risks, and Strategies for Short Selling Stocks, Options and Futures, New York, John Wiley & Sons, 1991.

* Black, Fisher, Michale C. Jensen, and Myron Sholes "The Capital Asset Princing Model: Some empirical Tests", an Michael C. Jensen (ed.), Studies in the Theory of Capital Markets, Nuw York, Preager, 1972.