UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

COLEGIO DE PEDAGOGIA

"ANALISIS DE LA FORMA DE RESOLUCION DE PROBLEMAS VERBALES SIMPLES DE ADICION Y SUSTRACCION EN NIÑOS DE PREESCOLAR, PRIMERO, SEGUNDO Y TERCER GRADO DE PRIMARIA."

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

LICENCIADAS EN PEDAGOGIA

P R E S E N T A N:

SARA REYES HERNANDEZ

ALEJANDRA MARTINEZ REYEROS

DIRECTOR DE TESIS:

LIC. MONICA L... L.

MEXICO, D. F. 1994

A G R A D E C I M I E N T O S

**A DIOS por permitirnos llegar a
la culminación de este trabajo.**

**A todas las personas que lo hicieron posible:
Mónica, Rosa María, Mara y Tere.
por su ayuda incondicional.**

**Y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (D-113/ 904027)
por el financiamiento otorgado.**

DEDICATORIAS

A nuestros PADRES por brindarnos la oportunidad de terminar una carrera.

A nuestros hijos:
CASANDRA, DAVID, SHARENI.
por su paciencia y tolerancia.

y a JESUS
por su total apoyo brindado en todo momento.

INDICE PAGINA

INTRODUCCION

En los últimos tiempos la enseñanza de las matemáticas en nuestro país, ha presentado un punto de atención especial. En este ámbito, se habla con frecuencia de la importancia de fundamentar el aprendizaje formal de los niños en sus conocimientos informales, mismos que adquieren en la familia, los compañeros, la T.V., y los juegos, antes de llegar a la escuela.

La matemática informal de los niños vendría siendo el paso intermedio crucial entre su conocimiento intuitivo (basado en su percepción directa) y la matemática precisa (basada en símbolos abstractos) que se imparte en la escuela; lo que nos lleva a pensar que es importante considerar que los niños no son "recipientes vacíos " que entran a la escuela sin ningún tipo de conocimiento, sino que el aprendizaje de las matemáticas puede también ser significativo para ellos en la medida en que se retoman estas experiencias previas para no llegar al simple aprendizaje por memorización.

A partir de esta situación el CINVESTAV (Centro de Investigación de Estudios Avanzados del I.P.N.) en el Departamento de Matemática Educativa, y con el financiamiento del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, inició un proyecto de investigación desde finales de 1990, en los estados de Nayarit, Oaxaca y Veracruz., denominado " Una investigación sobre el conocimiento etnomatemático del número y las operaciones", en su primera etapa este estudio se desarrolló considerando las siguientes líneas: a) la conceptualización del número natural y las estructuras aditivas, b) la construcción del número natural a través de situaciones de reparto y partición, c) las concepciones que tiene el profesor sobre la adquisición de los primeros conocimientos aritméticos, esta investigación fue de corete cualitativo ,

Se detectó al final de la misma que no hubo un control adecuado de variables en la aplicación de la entrevista, que eran importantes a considerar tales como;

a) se llevó a cabo con una pareja de niños al mismo tiempo (lo que ocasionó que no considerara como válida la respuesta de uno de los niños, ya que la mayoría de las veces éste se limitaba a repetir lo escuchado).
b) desde un principio el material concreto se puso a la disposición del niño (lo que provocó que la mayoría de las veces se limitaran únicamente a utilizar las estrategias concretas)
c) en algunas ocasiones se realizaban entrevistas simultáneas dentro del mismo salón, dos parejas (lo que causaba confusión y distracción en los diálogos)

d) se presentaron dificultades técnicas: terminación de la cinta de la cámara de video (lo que provocaba falta de secuencia y pérdida de tiempo), la posición de la cámara era incorrecta y no tomaban el ángulo correcto para los fines de la investigación.
e) en todos los casos se aplicaron primero todos los problemas querequerian de una suma y posteriormente los que requerian de una resta (esto propició el aprendizaje de una forma de resolución : oír los dos números y sumarlos o restarlos según el caso).
f) No se cuidó la posición de los números empleados, en los problemas que requieren de una adición, que nos permitiera observar si se aplicaba la propiedad de conmutatividad.

Todo esto propició que surgiera la necesidad de elaborar una segunda parte de este proyecto de investigación que mejorara estos obstáculos presentados , aplicándose en esta fase eun una zona urbana (D;F;) en escuelas oficiales por lo que se nos invitó a participar en éste, abocándonos a lo que se refiere al número natural bajo la asesoría de la Lic. Rosa María Ríos, a partir de la cual nos surgió la inquietud de presentar un trabajo de Tesis, ya que en los últimos años la resolución de los problemas aritméticos ha tomado gran interés en el ámbito de la Educación Matemática, pués se le considera como un medio valioso para introducir a los niños en la comprensión y no sólo mecanización de las operaciones aritméticas básicas.

Para comenzar describiremos una pequeña historia a manera de ejemplo elaborada a partir de un diálogo entre dos niños, acerca de cómo resuelven problemas de suma y resta comúnmente:

Una tarde Mario visitó a Oscar, su amigo:
MARIO: ¡ Hola, Oscar! vengo por ti para ir a jugar, ¿ vas a salir?
OSCAR: No, no me deja mi mamá, todavía no he terminado mi tarea de matemáticas.
MARIO: ¿ Qué es lo que tienes que hacer ?
OSCAR: Tengo que resolver unos problemas de suma y resta.
MARIO: ¿ Problemas de suma y resta ? ¡ Uy, qué fácil ! si quieres yo te ayudo, al fin que ya sé cómo resolverlos más rápido, ¿ si ?, para que nos vayamos a jugar después.
OSCAR: Está bien.
MARIO: A ver ¿ cómo dice el problema ?
Cuando Oscar empezó a leer el problema, Mario lo interrumpió.
MARIO: Es muy fácil, sólo ve las palabras del problema, si dice "MAS" todo lo que tienes que hacer es fijarte en los

números y hacer una suma, y si dice "QUEDARON" entonces haces una resta.

OSCAR: ¿Sí?

MARIO: Sí, mira el problema dice:

Carlos tiene 4 corcholatas de refresco para poder conseguir un álbum, necesita 10 corcholatas

¿Cuántas corcholatas MAS necesita tener Carlos?

Aquí tú puedes ver la palabra MAS, entonces 4 más 10 son 14. la respuesta es 14, ¡ fácil, verdad !

Oscar no estaba muy convencido de la respuesta ¿ Cómo podía Carlos necesitar 14 corcholatas si con 10 podía conseguir el álbum ?

OSCAR: ¿Estás seguro de que así puedo resolver todos los problemas ?

MARIO: ¡ Claro ! mira este otro problema.

A Ana se le perdieron 10 corcholatas en la escuela, después sus hermanos se quedaron con otras 2 corcholatas.

¿ Cuántas corcholatas perdió Ana ?

Entonces como dice QUEDARON la respuesta es 10 menos 2 igual a 8.

Aunque a Oscar le pareció que la respuesta era 12, no dijo nada y dejó que Mario siguiera con los otros problemas.

MARIO: La respuesta para éste que dice MAS es 7, porque 5 más 2 igual a 7, y para éste otro que dice quedaron la respuesta es 5 porque 8 menos 3 igual a 5, ¡ ves que fácil es !

Los dos últimos problemas decían así:

Carlos tiene 5 corcholatas y

Ana tiene 2 corcholatas

¿ Cuántas corcholatas más tiene Carlos que Ana

y el otro problema decía:

A la hora del recreo 5 niñas y 3 niños

tenían que permanecer en el salón para terminar su trabajo.

¿ Cuántos alumnos se quedaron en el salón?

OSCAR: Mejor al rato los reviso porque no estoy seguro de las respuestas.

MARIO: ¡ Tú sabrás ! si quieres hacerlo de la manera más tardada allá tú, pero a mí siempre me salen bien así.

En la mayoría de los problemas escolares, lo importante no suele ser el análisis de la situación de conteo, sino el adiestramiento de los niños para plantearse la operación correcta, conduciendo esto a los niños a equivocarse en repetidas ocasiones al interpretar un problema que presumiblemente se resuelve con una suma aplicando una resta o viceversa, o simplemente buscar en la redacción del problema (como en el ejemplo anterior) claves que lo conduzcan a la operación del enunciado planteado.

A partir de estos errores de interpretación, se determinó (Maza, 1989) que los niños antes de su primer contacto formal con las operaciones pueden resolver problemas verbales sencillos, mostrando una gran variedad de estrategias que no corresponden necesariamente a las enseñadas en la escuela.

El conteo es una magnífica oportunidad para que el niño construya un conocimiento sólido de la aritmética, por lo que es importante tratar de no limitar al niño a contar uno a uno, o a tomar en cuenta sus respuestas correctas o incorrectas, ya que se pierde gran parte de la riqueza de la actividad de conteo, que muchas veces adopta formas sorprendentes e inesperadas.

Partiendo de que el aprendizaje de las matemáticas es un proceso de matematización de la realidad, antes que una acumulación de hechos numéricos y técnicas, la resolución de problemas se considera un principio didáctico fundamental, ya que es el objeto terminal de la enseñanza (Maza, 1989) sino el punto de arranque, debido a que el niño para resolver un problema debe empezar primero por planteárselo.

Es por esto que con este trabajo pretendemos proporcionar algunas ideas referentes al tipo de estrategias que utilizan los niños en la resolución de problemas verbales simples de adición y sustracción, para lo cual nos planteamos los siguientes supuestos:

- Que tipos de estrategias utilizan los niños (de 5 a 8 años) para resolver problemas verbales simples de adición y sustracción, y cómo se desarrollan éstas durante los primeros grados.
- Influye la estructura de los Problemas Verbales Simples de Adición y Sustracción en las estrategias de resolución de los niños

Objetivos:

- Analizar las estrategias de resolución que emplean los niños para los Problemas Verbales Simples de Adición y Sustracción.
- Identificar si el contexto verbal de los problemas influye en la elección de las estrategias de resolución.

Nuestro estudio parte de investigaciones anteriores realizadas a este respecto por: Carpenter y Moser (1982), Rilley, Heller y Greeno (1983) y DeCorte y Verschaffel (1987), quiénes centraron su interés en cómo los niños de preescolar y primer grado resolvían problemas verbales simples de adición y sustracción, basándose principalmente en la comprensión (estructura semántica) y resolución (empleo de estrategias) de los mismos. Dichos estudios fueron realizados en Estados Unidos.

Pretendemos retomar estas investigaciones con la finalidad de comparar sus resultados con los nuestros, ya que consideramos que es importante hacer un estudio similar en una escuela urbana de nuestro medio para corroborar si los resultados pudieran tener una similitud o diferencias, siendo nuestra aportación la obtención y análisis de datos de niños de segundo y tercer grado, ya que según estos autores, las estrategias de resolución que los niños utilizan van siendo cada vez más elaboradas en la medida en que avanzan de grado, mismo que pretendemos corroborar.

El trabajo consistió desde seleccionar la muestra, las escuelas, solicitar permisos, elaborar y aplicar las entrevistas, videograbarlas, transcribirlas y analizarlas, teniendo para todo esto una preparación previa que se basó en una serie de lecturas dirigidas bajo el apoyo y supervisión de la Lic. Rosa María Ríos.

En el primer capítulo presentaremos nuestro sustento teórico apoyado en investigaciones realizadas anteriormente en función de las relaciones semánticas y las estructuras internas (dinámicas y estáticas) de los problemas mencionados.

Para el segundo capítulo mostraremos la forma en la que se desarrolla la noción del número en el niño y cómo ésta influye en la resolución de los problemas a los que hacemos referencia en este estudio.

Posteriormente el capítulo tercero lo constituye la Metodología del trabajo utilizada para esta investigación.

En el siguiente capítulo expondremos el análisis de los datos considerando el proceso empleado para el seguimiento de los resultados obtenidos.

Finalmente en el capítulo quinto emitimos nuestra conclusiones e implicaciones didácticas derivadas tanto de nuestras expectativas guardadas en este trabajo como de nuestras propias reflexiones.

CAPITULO 1

LA MATEMATICA EDUCATIVA, UNA PERSPECTIVA HISTORICA.

1.1 Tradición y evolución en Matemáticas.

Las matemáticas han formado parte de todo sistema educativo; su enseñanza ha venido desarrollándose de tal manera que se percibe como algo ajeno al hombre. Desde la antigüedad se usaban más como una técnica que como razonamiento (se empleaban para cálculos en la repartición de la cosecha, pago de impuestos, etc.), se percibía como conocimientos de los objetos inanimados quedando excluídos el de los seres vivos como el hombre, era una matemática estática (Santaló, 1977).

A partir del descubrimiento del cálculo infinitesimal se estudió el movimiento (fenómenos de la física) conservando la matemática su cualidad de exacta que limitó su campo de aplicación al de objetos ideales muy perfectos, dejando de lado el conocimiento del mundo tal cual es,

Con la aparición de la estadística y la teoría de probabilidades se inicio la aplicación de las matemáticas en la ciencia del hombre; teniendo como objeto de conocimiento: el Universo, el mundo que nos rodea y uno mismo, un sentido amplio y de gran aplicación en todo lo que hacemos, considerando que todo a nuestro alrededor se reduce a cantidades, todo se expresa por resultados numéricos y por estadísticas.

Sin embargo es importante dejar a un lado la concepción clásica de la enseñanza de las matemáticas que se basa fundamentalmente en el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, división) y en el cálculo de los volumenes y las figuras; hay que abocarnos principalmente a concebir las matemáticas modernas , como un medio o instrumento para aprender a razonar ya que actualmente, una preparación para la vida no se puede hacer en buenas condiciones, sin una formación matemática que aporte un enriquecimiento conceptual que permita sobrepasar la realidad concreta para traducirla a una nueva lengua más depurada (Mialaret, 1977).

Reducir la enseñanza de las matemáticas a una simple técnica y hacerla independiente de otras formas de educación supone no reconocerle su potencia y eficacia.

Es importante fomentar la participación en el aprendizaje, es decir, motivar a que los alumnos intenten resolver por si mismos los problemas que se les presentan, apelando a todos sus recursos sin pensar en recordar tal o cual formula o regla aprendida, hay que buscar que razone , que vayan desechando ideas o procedimientos que para algunos resulten válidos pero que para otros sean insuficientes, y no sólo operen ; siendo éste uno de los principios básicos de la matemática moderna.

Considerando lo anterior creemos que es importante mencionar que en el terreno de la matemática educativa hay una corriente que plantea un enfoque antropológico (Bonilla Rius, 1989) en donde la cultura juega un papel muy importante; ésta puede ser considerada como:

1.- Sistema de Adaptación, ya que sirve para relacionar a las comunidades humanas con su entorno ecológico y concibe el cambio cultural como proceso de adaptación; considera que el matemático es un " medio neuronal " en el cual crecen las ideas que pertenecen a la cultura misma, que existe más allá de la mente humana e independientemente de ésta; las matemáticas son un producto acumulado a lo largo del tiempo capaz de actuar sobre los individuos.
2.- Sistema de Ideación, entre los que se encuentran los cognositivistas, los estructuralistas y diferentes promotores de enfoques semióticos, estos últimos consideran la cultura como un sistema de significados simbólicos, en donde los símbolos culturales (lenguaje) sirven para comunicar ideas de una mente a otra.

Así en contraparte con la posición adaptacionista no consideran a la cultura como una lista de cosas (creencias, costumbres, vasijas, piedras etc.) de los que el hombre carece al nacer pero que adquiere durante su vida, la cultura es más que una mera adaptación del hombre a la naturaleza, el papel de la matemática consistirá en construir un marco conceptual para ordenar y comprender desde un punto de vista particular el mundo que nos rodea.

La naturaleza de este marco conceptual es notablemente creativa, ya que el matemático es un inventor más que un descubridor.

Por lo tanto las matemáticas son una actividad , algo que se practica en el contexto del mundo real, es un instrumento para aprender a razonar, que aporta un enriquecimiento conceptual que permite sobrepasar la realidad concreta (Mialaret, 1977).

Partiendo de que la actividad matemática consiste en identificar situaciones y formular problemas consideramos importante retomar la idea de considerar la resolución de problemas como principio didáctico fundamental y no terminal de la enseñanza (Maza,1989).

Con base en este principio se han desarrollado diferentes investigaciones al respecto, retomaremos las realizadas por : Carpenter y Moser; Heller, Rilley y Grenno; DeCorte y Greeno para efectos de nuestra investigación.

1.2 DOS ENFOQUES ACERCA DEL DESARROLLO DE LA NOCION DEL NUMERO EN EL NIÑO: J,. PIAGET Y A. BAROODY y H. GINSBURG..

Existe en la actualidad un interés notable por parte de diferentes investigadores acerca del conocimiento del desarrollo de la noción del número en los niños, mismo que parte de las primeras nociones matemáticas que adquiere, son que se refieren a la comprensión del número natural y del desarrollo de ciertas habilidadades numéricas. Siendo justo reconocer la atención que se le ha prestado a los primeros conocimientos aritméticos y del número en los últimos 30 años fue estimuilada por los escritos de J. Piaget.

Así tenemos que respecto a como los niños conceptualizan la idea de número se identifican dos posiciones: la del mismo Piaget y la de Baroody, Ginsburg (referido por Baroody, 1980), a partir de las cuale se pueden desprender implicaciones para la educación inicial de las matemáticas.

Consideramos fundamental esbozar las ideas pricipales de Piaget sobre la construcción del número en el niño :

Aproximádamente entre los 4 y los 7 añod, se comienzan a gestar las operaciones lógicas que se refieren a las Clasificaciones y a las Seriaciones, que atraviesan por una serie de "articulaciones crecientes " (Piaget, 1973) que clasificó en varios estadios:

A) CLASIFICACION.

PRIMER ESTADIO.- de las "volecciones figurales "; el niño organiza los elementos de una colección, estableciendo relaciones de conveniencia y considerando sólo las semejanzas pero no las diferencias (compara elementos continuos sin considerar las diferencias entre los elementos: un círculo verde se coloca junto a un amarillo, y junto a éste último un cuadrado amarillo, pués no selecciona un sólo criterio para clasificar: color, forma, tamaño etc.)

SEGUNDO ESTADIO.- de las " colecciones no figurales ", el niño ya elige un sólo criterio para formar su colección (separa triángulos, círculos etc. por su forma o por el color). en este estadio el niño adquiere la noción de pertenencia de clase, es decir, sabe que cada elemento pertenece a una clase.

TERCER ESTADIO.- el niño ya comprende que la noción de inclusión, mismo que implica que ha llegado a nivel operatorio. (por logeneral este estadio se alcanza hasta después de los siete años,
La *noción* de *inclusión* es *indispensable* para la *comprensión* de la noción del número en el niño, ya que ésta implica una constante inclusión : el uno en el dos, el uno y el dos en el tres, y así sucesivamente.

B) SERIACION
PRIMER ESTADIO.- el niño no logra ordenar una serie de elementos en forma creciente lo más que hace es formar dúos o trios.
SEGUNDO ESTADIO.- construye la serie por ensayo y error,
TRECER ESTADIO.- construye la serie sistemáticamente tomando el elemento más grande o el más pequeño y anticipando cual es el que sigue sin necesidad de compararlo perceptualmente, esto implica que ha adquirido la noción de Transitividad (comprende que si el tercer elemento de la serie es mayor que el primero, consecuentemente tiene que ser mayor que el segundo) que también implica Reversibilidad, es decir, que un elemento mayor supone un elemento menor y viseversa, por lo tanto estas nociones son requisito fundamental para la comprensión de la noción del número (este estadio corresponde al período operartorio).

Las relaciones lógicas de Clasificación y Seriación constutuyen un punto básico para la *construcción* de la noción de número, otro concepto que tiene que ver con ésta es la correspondencia Biunóvoca (Piaget,1975) que se refiere a la correspondencia término a término para establecer su equivalencia.

La habilidad para etablecer esta correspondencia en el plano del pensamiento implica la Conservación, concepto que también es importante para la construcción del número.

La Conservación ataviesa por varios estadios:
PRIMER ESTADIO.- el niño no establece las relaciones uno a uno.
SEGUNDO ESTADIO.- establece la *correspondencia siempre* y cuando la advierta perceptualmente.
TERCER ESTADIO.- establece correspondencia operatoria aún sin advertirla perceptualmente, perdura en la mente.

Los niños manifiestan las características del momento evolutivo en que se encuentra su persnona, así podemos observar como establece las relaciones lógicas primeramente en el plano de la apreciación objetiva y posteriormente en el plano mental de la operación.

En resumen ,los niños para comprender el significado del número deben comprender la lógica de la Seriación y la Clasificación, para entender las relaciones de equivalencia (correspondencia biunívoca que es el fundamento psicológico de la comprensión del número, además de considerar que ,los números formas un orden y constituyen una jerarqúia de clases.

Por lo tanto el número no puede entenderse en términos de un único concepto lógico, sino que constituye una síntesis única de conceptos lógicos,

Un elemento de fundamental importancia es la Conservación de la cantidad que señala la llegada al estadío operacional,, es decir, la adquisición del pensamiento lógoco del niño, que implica la comprensión de las clases, relaciones y correspondencias biunívocas, se adquiere un verdadero concepto del número y una manera significativa de contar.

Es importante señalar que el concepto del número y en consecuencia los conceptoas aritméticos pertenecen principalmente al Conocimiento Lógico-Matemático, que se refiere a la relación credad mentalemente por el sujeto, por lo que no se encuentra en la realidad observable (como igual que, más grande que, menos que, tantos como etc.), que es interdependiente del Conocimiento Físico, que es el de los objetos de la realidad externa, propiedades observables de los mismaos (forma, tamaño, peso etc.)ya que para poder establecer la relación de semejanza, diferencia, ordenación etc. es necesario partir de las características de los objetos.

Constace Kamii (1988) hace referencia a un tercer tipo de conocimiento importante a considerar, que es el social: que se refiere a todas aquellas convenciones credas por el hombre, es arbittrario, tiene que ver con la asignación de los nombres de los números, los signos matemáticos y su representación.

Un punto de vista alternativo (Baroody, Ginsburg 1983) plantea que contar es escencial para el desarrollo del número por parte del niño, ya que este evoluciona lentamente como resultado directo de las experiencias de conteo, por lo que los conpceptos numéricos y el contar significativamente se desarrollan de manera gradual paso a paso y son el resultado de aplicar técnicas de contar y conceptos de una sofisticación cada vez mayor.

A partir de esto dirigen sus investigaciones hacia:
a) la descripción de las destrezas de cuantificación que adquieren los niños al iniciar el proceso de desarrollo de los conceptos de número, y
b) la identificación de estas destrezas.

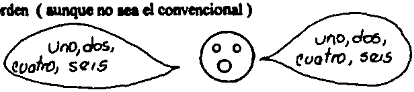
Sugieren que el desarrollo de los conceptos de número en niños preescolares, puede describirse como una progresión a través de dos sistemas cognitivos: el Sistema 1, es informal y natural, debido a que no depende de experiencias culturales específicas; en este sistema los niños son *capaces de discriminar* en términos de suma y resta fundamentándose en destrezas perceptuales bien desarrolladas. El Sistema 2, también es informal, sin embargo no es un sistema natural, ya que depende del conocimiento social transmitido, el conteo es la característica principal de este sistema y provee al niño de destrezas de cuantificación.

Por lo tanto el conteo juega un papel importante en los conceptos del *número* en el niño, ya que define el dominio dentro del cual los niños aprenden inicialmente a operar con el nñumero.

El desarrollo de la destreza del conteo, durante los años del preescolar, está guiada por la presencia de seis Principios de Co*nteo* que lo definen como procedimiento de conteo exitoso, estos preceden la adquisición de destrezas afines de modo que el comportamiento de los niños está gobernado por reglas en lugar de ser éste un comportamiento caprichoso, es decir, los niños pequeños poseen principios de conteo en busca de destrezas apropiadas .

a) Principio de Orden Estable

Estipula que para contar se requiere de una secuencia coherente, es decir, repetir los números en el mismo orden (aunque no sea el convencional)

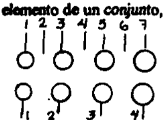


b) Principio de Correspondencia

Que consiste en etiquetar cada elemento de un *conjunto*, una vez y sólo una vez

sin correspondencia

con correspondencia



De esta manera los niños pueden detectar errores de enumeración, como contar dos veces el mismo objeto o saltarse alguno

c) Principio de Unidad

Que se refiere a aplicar una secuencia de etiquetas distintas o únicas e irrepetibles.

sin unicidad   uno, dos, tres, dos

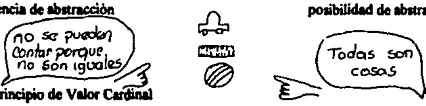
con unicidad   uno, dos, tres, cuatro

Esto supone ya, una vaga idea de que cada número posee un valor cardinal distinto

d) Principio de Abstracción

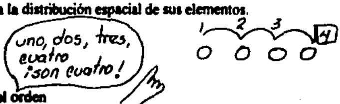
Se refiere cuando el niño describe que aún cuando los objetos son distintos se pueden contar, porque pueden abstraerse a una clase más abarcativa.

ausencia de abstracción | posibilidad de abstracción



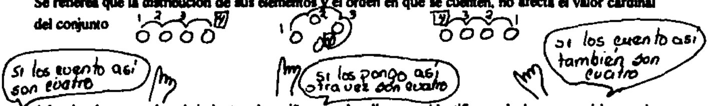
e) Principio de Valor Cardinal

Que se refiere a que el último número pronunciado designa el valor cardinal del conjunto, y que será la misma cantidad si se modifica la distribución espacial de sus elementos.



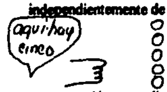
f) Principio de Irrelevancia del orden

Se refierea que la distribución de sus elementos y el orden en que se cuenten, no afecta el valor cardinal del conjunto

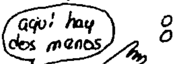


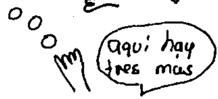
Además de estos descubrimientos los niños pueden llegar a identificar relaciones numéricas más elaboradas como:

- comprensión de la equivalencia y de la no equivalencia entre los elementos de dos conjuntos, independientemente de sus diferencias aparentes:



-comparación entre distintas magnitudes:





- así como la idea básica de la adición y la sustracción:

Añadir produce incremento

Quitar produce decremento.

La comprensión de todos estos Principios permitirá al niño interpretar en mayor medida la aritmética informal,.

Tomando como base lo anteriormente expuesto, nosotros consideramos que las dos posiciones son complementarias, dado que los niños en su desarrollo mental pasan por diferentes etapas, teniendo que asimilar conceptos propios de cada uno, que les den mayor significado a sus actividades. Sin embargo también es importante considerar que aún cuando en sus inicios la serie numérica es dicha de memoria, los niños empiezan a buscar reglas que convierten al conteo en una actividad gobernada por las mismas, y que su aplicación consistente depende del desarrollo de las habilidades del razonamiento lógico (que se va dando con el paso de una etapa a otra). Por lo que el conteo viene a jugar una parte muy importante a considerar en la adquisición de los primeros conocimientos numéricos.

CAPITULO 2

ESTUDIOS PRECEDENTES A ESTA INVESTIGACION.

Los investigadores que a continuación referimos, han estudiado la relación entre la comprensión del problema y la resolución del mismo por medio de diferentes estrategias, así como los problemas que resultan más fáciles o difíciles para los niños respecto a su estructura semántica. Por esto mismo los hemos retomado para nuestro estudio con el objeto de contrastar sus resultados con los nuestros, al mismo tiempo de que nos sirvan como fundamentación en nuestra investigación.

Carpenter y Moser fueron de los pioneros en hacer investigaciones al respecto de las estrategias empleadas por los niños de preescolar y de primer grado para la resolución de problemas verbales simples de adición y sustracción, las cuales sirvieron de base a Heller, Greeno y Rilley quiénes le dieron un giro a su enfoque en el sentido de que analizaron factores como la estructura semántica, los números con los que trabajaban , es decir, recalcaron la importancia de la comprensión de las relaciones conceptuales que permitirían un mejoramiento en el rendimiento y desempeño.

DeCorte y Verschaffel también retomaron a Carpenter y Moser y se abocaron principalmente a la dificultad de los problemas y las estrategias empleadas por los niños (para efecto de nuestro estudio consideramos importante especificar la investigación de estos autores, ya que nos sirvió de base en la elección de la metodología a seguir).

2.1 THOMAS CARPENTER Y JAMES MOSER.

Los objetivos de los cuales partieron para sus investigaciones se basan fundamentalmente en como los niños (antes de recibir instrucción formal) resuelven problemas verbales simples de adición y sustracción y la manera en que estas estrategias evolucionan durante el primer año escolar.

Partieron de la idea de que las estrategias que los niños utilizan están fuertemente influenciadas por la estructura semántica del problema por lo que establecen una distinción entre los diferentes tipos de problemas; identificando dos dimensiones básicas que caracterizan las acciones o relaciones involucradas en los mismos.

La primera se basa en una relación estática, en donde no hay acción implicada y la segunda en una relación dinámica, que provoca acción: cambio en el tamaño de la cantidad.

A partir de estas dimensiones clasificaron 6 clases de problemas:
a) Reunión (Cambio)
b) Separación (Cambio)
c) Parte-parte-todo (Combinación)
d) Comparación (Comparación)
e) Igualación- aumentando (Igualación)
f) Igualación quitando (Igualación).

Los problemas de Reunión Separación e Igualación involucran acción, son dinámicas; mientras que los problemas de Parte-parte-todo y los de Comparación describen relaciones estáticas.

Los de Igualación se distinguen de los de Reunión y los de Separación debido a las interrelaciones conjunto subconjunto que implican; hay una distinción similar entre los de Comparación y los de Parte-parte-todo.

Los de Igualación y Comparación involucran comparación de conjuntos disjuntos; los de Separación tienen las mismas características que los de Reunión sólo que la acción involucra una disminución (un subconjunto es removido de un conjunto dado). Los de Igualación involucran la misma clase de acciones que se encuentran en los de Reunión y Separación, pero hay además una comparación implicada.

Un factor que determina el que se usen diferentes métodos de solución es la posición de la incógnita, misma que se puede localizar en la cantidad inicial, en la de cambio o en el resultado, combinando esto con el tipo de operación planteada (adición o sustracción) se encuentra un total de seis combinaciones para los problemas de Reunión, Comparación e Igualación quitando y aumentando, no así en los problemas de Parte-parte-todo en donde sólo existen dos alternativas, que la incógnita se localice en el conjunto total o en uno de los subconjuntos.

A) Tipos de Problemas Verbales.

a) REUNION
Carlos tiene 4 jarritos
Ana le dió 5 jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene Carlos ahora ?

Carlos tiene 4 jarritos

¿ Cuántos jarritos más necesita para tener 9 ?

Carlos tenía algunos jarritos
ganó 5 más, ahora tiene 9 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía al principio ?

b) SEPARACION
Ana tenía 9 jarritos
le regaló 3 a Carlos
¿ Cuántos jarritos le quedaron a Ana ?

Ana tenía 9 jarritos
perdió algunos, ahora sólo tiene 6
¿ Cuántos jarritos perdió ?

Ana tenía algunos jarritos
le regaló 3 a Carlos y se quedó con 6
¿ Cuántos jarritos tenía al principio ?

c) PARTE-PARTE-TODO
Carlos tiene 10 jarritos
8 de ellos son rojos y el resto cafés
¿ Cuántos jarritos cafés tiene Carlos ?

Hay 6 perros y 8 gatos en la caja
¿ Cuántos animales hay en la caja ?

d) COMPARACION
Hay 5 niños y 7 niñas en el salón
¿ Cuántas niñas más que niños hay en el salón ?

Carlos tiene 6 jarritos
Ana tiene 2 más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

Carlos tiene 6 jarritos

son 2 más de los que Ana tiene
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

e) IGUALACION AUMENTANDO
Hay 6 niños y 9 niñas en el salón
¿ Cuántos niños más debe haber en el salón
para que haya igual número de niños que de niñas ?

Hay 6 niños en el salón
3 niños se inscribieron hoy
ahora hay el mismo número de niños que de niñas
¿ Cuántas niñas hay en el salón ?

7 invitados llegaron a comer
agregué 2 cubiertos más para que todos alcanzaran
¿ Cuántos cubiertos había en la mesa ?

f) IGUALACION QUITANDO
Hay 6 vasos y 2 cucharas en la mesa
¿ Cuántas vasos hay que quitar
para que haya el mismo número de vasos y cucharas ?

Hay 9 vasos en la mesa
guardé 3 para que haya el mismo número
de vasos que de cucharas
¿ Cuántas cucharas hay en la mesa ?

En el grupo de baile hay 9 niños
3 niñas se sentaron para que cada niño tuviera pareja
¿ Cuántas niñas hay en el grupo ?

Además de la incógnita hay diferencias significativas en dificultad según las cantidades dadas.

Los investigadores mencionados aclaran que en su plan de trabajo no están caracterizando a la totalidad de problemas verbales de adición y sustracción que existe, pero les fue de utilidad clasificar los diversos tipos de problemas expresados en su estudio y distinguir aquellos con características semánticas claramente diferentes.

Partiendo de esta clasificación realizaron su investigación para conocer la interrelación entre la estructura de los problemas de adición y sustracción y los procesos que los niños utilizaron para resolverlos obteniendo con ellos resultados importantes.

En su estudio se describen las estrategias de resolución de problemas empleadas por 150 niños de primer grado. Cada niño fue entrevistado individualmente durante septiembre, enero y mayo. Aclaran que cuando se realizaron las dos primeras entrevistas, los niños no habían recibido instrucción formal sobre la adición y sustracción, en el momento de la tercera entrevista, ya habían recibido dos meses de enseñanza sobre estas operaciones con cantidades entre cero y diez.

La entrevistas incluyeron problemas de Reunión y Parte-parte-todo. Cada uno fue presentado bajo dos diferentes variables: tamaño del número y posibilidad de manipular objetos. La dimensión de manipuleo involucraba la presencia o ausencia de objetos físicos que podían ser usados para representar la acción o interrelaciones descritas en el problema, por lo que se realizaba un modelaje físico del mismo. Los problemas de sustracción se aplicaron bajo las mismas condiciones que los problemas de adición.

En cada entrevista, se encontró el mismo patrón de respuestas para problemas de Reunión y de Parte-parte-todo, hay muy poca diferencia en la forma en que los niños se aproximan a estos dos tipos de problemas, ya que los niños no distinguen entre una estrategia que incluya uniones físicas de dos conjuntos y una que no las requiera.

Teóricamente -argumentan- los procesos de resolver problemas con números pequeños y con grandes es el mismo cuando los objetos físicos o concretos están disponibles, pero con más pequeños era significativamente más fácil.

Acerca de los resultados de la sustracción, los investigadores encontraron semejanzas a lo contenido con la adición, indican que un factor dominante para que los niños determinaran que estrategias emplear, fue la estructura del problema. Las estrategias usadas por la mayoría de los niños modelaban la acción o interrelación descrita en el problema.

Explican además que observaron un razonamiento conceptual común respecto a la adición, esto quiere decir, que los niños empiezan con una sola estrategia básica que involucra directamente la representación de las cantidades descritas en el problema mediante el uso de objetos materiales, ya que eran capaces de modelar y resolver problemas cuya suma era menor de diez y rápidamente extendían estas habilidades a problemas con sumas cuyos totales fueran entre diez y veinte, pero en función del número de objetos concretos que estuvieran disponibles para modelar los problemas.

Observaron que muchos niños desarrollaban estrategias de conteo; aunque no pudieron distinguir claramente si inicialmente usaron el conteo desde el primero (contar desde el primer sumando) y después cambiaron a la estrategia más eficiente de contar desde el más grande (iniciar a contar desde el sumando más grande, aunque no sea el primero), o se adquirieron ambas simultáneamente.

Posteriormente observaron que aunque los niños no usan estrategias diferentes para los distintos problemas de adición, las tres dimensiones que caracterizan las diversas acciones e interrelaciones involucradas en los problemas de suma y resta, están directamente relacionadas con las estrategias que utilizan los niños para resolver problemas de resta.

También encontraron que la estrategia de Apareamiento es la solución para los problemas de Comparación e Igualación, mientras que esto no es así para los de Reunión, Separación y Parte-parte-todo. Asimismo, las dimensiones de aumentar o disminuir, diferencian los problemas en los cuales se emplean estrategias aditivas de los que utilizan sustractivas.

Para los de Parte-parte-todo se generan las mismas soluciones aditivas que para los aditivos de Reunión, pero la estrategia de Separar se emplea con mayor frecuencia en los de sustracción Parte-parte -todo, que las estrategias de ir quitando las cuales se utilizan generalmente para los de Reunión.

Para los problemas de Combinación se usaron las estrategias de Separación o Conteo descendente , para los de Reunión: Agregando o Conteo Ascendente a partir de lo dado, para los de Comparación la de Apareamiento fue la más socorrida cuando los objetos estaban disponibles. Cuando los objetos concretos no se hallaban a la disposición se recurría a Conteo ascendente a partir de lo dado.

La estrategia de Conteo descendente se utilizó con poca frecuencia, por lo que la consideran como un proceso difícil de aplicar al estar aprendiendo las nociones básicas de sustracción (aunque no lo manejan como dato concluyente).

Ellos refieren que las dificultades de los niños más grandes para analizar y resolver los problemas, pueden rastrearse a partir de la transición entre el uso de estrategias informales y la memorización de hechos numéricos y algoritmos formales.

B) Clasificación de estrategias.

La clasificación de las estrategias que hacen a partir de los resultados de sus investigaciones son las siguientes: Concretas, Verbales y Mentales.

a) CONCRETAS.

i) Modelaje Directo.- los niños comienzan con la construcción de uno o más conjuntos visibles, es común el uso de materiales manipulables o con los dedos.

- Incrementando.- el conjunto inicial se incrementa agregando objetos de uno en uno en la acción, se interrumpe cuando un número especifico de objetos ha sido añadido al primer conjunto. La solución en el problema de adición se obtiene contando el número de objetos de la colección total.
- Agregando.- al conjunto se le van agregando objetos de uno en uno. La acción termina cuando el objeto total ha alcanzado el tamaño especificado. La solución del problema de se obtiene contando el número de objetos añadidos sobre el conjunto inicial.
- Separando de.- un conjunto de tamaño especificado es separado del conjunto inicial. La solución al problema de sustracción se obtiene contando el número de objetos que se quedaron.
- Separando hasta.- los objetos se van quitando de uno en uno hasta obtener un conjunto del tamaño especificado. La respuesta se obtiene contando el número de objetos que se separaron.

ii) Conteo Total.- el niño une los dos conjuntos y cuenta todos para la solución. Hay varias maneras de formar esta unión: Unaria (uno de los conjuntos permanece fijo, el otro se mueve), Binaria (los conjuntos se mueven al mismo tiempo) y Estacionaria (ninguno de los dos conjuntos se mueve).

iii) Apareamiento.- Quitando.- la parte del conjunto más grande no apareada se separa física o visualmente del conjunto que se cuenta.

iv) Apareamiento.- Agregando. Después de que se ha establecido la correspondencia, un tercer conjunto nuevo formado con objetos no utilizados previamente se añade al más pequeño de los dos conjuntos construidos originalmente hasta que éste es igual en número al conjunto más grande, la solución se obtiene contando los objetos agregados.

También es posible construir un conjunto representando un sumando y después incrementarlo con el número de elementos dado en el otro sumando sin nunca haber construido el segundo conjunto. Teóricamente es la estrategia que mejor representa la concepción unaria de la adición pero que casi nunca fue observada por los autores.

b) VERBALES.

Se caracterizan por que implican un doble conteo (simultáneo) como el conteo de las palabras mismas (etiquetas de los números) éste puede realizarse con objetos o con los dedos.

i) Conteo hacia adelante a partir de.- es el conteo hacia adelante a partir del punto de entrada inicial, termina cuando el número específico de conteos verbales ha sido pronunciado. La última palabra del conteo que se pronuncia es la respuesta a un problema aditivo.
ii) Conteo ascendente a partir de lo dado.- es el conteo hacia adelante a partir del punto de entrada inicial, termina cuando el número especificado de palabras (etiquetas de los números) se ha pronunciado, contando el número de palabras se determina la solución.
iii) Conteo hacia atrás a partir de: el conteo hacia atrás a partir del punto de entrada inicial termina cuando un número especificado de conteos verbales ha sido pronunciado.
iv) Conteo hacia atrás.- el conteo hacia atrás a partir del punto de entrada inicial termina cuando un número especificado de palabras es pronunciado, contando el número de conteos verbales pronunciados se determina la respuesta al problema de sustracción.

c) MENTALES.

Las estrategias más complejas o avanzadas son las mentales, que comprenden dos categorías:

i) Evocación de hechos básicos relacionados con la memoria sin utilizar ningún otro recurso de conteo.
ii) Hechos Derivados, involucran la descomposición de los números dados en partes más pequeñas de modo que una de las partes pueda usarse como el otro número dado como hecho conocido.

1.2.2 MARY S. RILLEY, JAMES G. GREENO Y JOAN I. HELLER.

Realizaron un estudio sobre el desarrollo de la habilidad del niño, para la resolución de problemas aritméticos verbales, al respecto sólo se decribirán los resultados aportados por esta investigación.

Explican que son varios los factores que podrían permitirles a los niños de mayor edad desempeñar mejor sus tareas de resolución de problemas que a los niños más pequeños; y entre ellos mencionan la complejidad de los conocimientos conceptuales que poseen acerca del campo al que pertenezca el problema y el elevado nivel alcanzado en cuanto a los procedimientos para la resolución de ellos.

Sus estudios sugieren que con la edad, el mejoramiento de la capacidad de los niños para resolver problemas verbales estará implicando un incremento en la complejidad de los conocimientos conceptuales que se requieran para comprender las situaciones que se describan en ellos.

Abordan el aspecto que se refiere a la relación que existe entre los conocimientos conceptuales y los de procedimiento en el desempeño y el desarrollo.

Plantean que los conocimientos que se les atribuye a los niños se basan en su desempeño; exponen que con frecuencia se piensa que los niños entienden un concepto, si el desempeño que manifiestan en alguna tarea resulta congruente con ese concepto; y se dice, que carecen de comprensión, aquellos niños cuyo desempeño es incongruente. Argumentan que este punto de vista de " todo o nada " es bastante limitante en cuanto a la comprensión de los pequeños.

Dicha argumentación la basan en dos aspectos: el primero es que ciertos niños que parecen carecer de la comprensión de un concepto al respecto de una tarea, con frecuencia manifiestan un desempeño que es coherente con ese concepto cuando se enfrentan a otras tareas, lo cual implica que alguna comprensión tienen del concepto. El segundo se refiere a que aún cuando los niños realicen favorablemente la misma tarea de resolución de un problema, esto no necesariamente implica que todos ellos tengan los mismos conocimientos subyacentes. Explican que los niños pueden diferir en sus representaciones del problema, y esto no puede afectar a los tipos de procedimientos que se requieran para la solución, así como para la habilidad para resolver problemas que guarden relación con este.

En consecuencia el mejoramiento en el desempeño en la resolución de problemas es principalmente debido a una mejor comprensión de las relaciones conceptuales que en ellos se encuentran. Aclaran que el conocimiento formal de la aritmética es una de las posibilidades importantes para la adquisición de ciertas estructuras conceptuales.

Consideran que es preciso tener una comprensión conceptual, si se quiere que los textos de los problemas verbales pasen a formar una representación de las relaciones y operaciones aritméticas, ya que aquellos problemas que presentan la misma estructura aritmética pero diferentes estructuras conceptuales, difieren sustancialmente en cuanto a su dificultad para los niños.

Las maneras para analizar los conocimientos en cuanto a la resolución de los problemas, recibieron una fuerte influencia por parte de las teorías cognitivas recientes: los conductistas y los asociacionistas analizaban las soluciones dadas a los problemas utilizando conceptos tales como el vigor de las asociaciones y la concordancia entre las respuestas; los teóricos de la Gestalt conceptualizaban la solución de un problema como el logro de la comprensión del mismo, es decir, como un todo y también como las relaciones que guardan con el todo, los elementos del problema y los procedimientos de solución del mismo.

Un importante recurso teórico -argumentan- ha provenido de las teorías cognitivas de la comprensión del lenguaje, en éstas la comprensión de una oración o de una narración se considera como una representación coherente de los diversos elementos del mensaje en la que cada uno esta interconectado en una red de relaciones. De manera similar la comprensión se caracteriza como un proceso de representación de la información o de los componentes de solución ,en redes coherentes de relaciones construídas sobre la base de los conocimientos conceptuales generales.

Mencionan que variables tales como la complejidad gramatical y el orden de los enunciados dentro del problema ejercen efectos significativos en cuanto a la facilidad de la solución de un problema; el tipo de oración numérica que representan las relaciones entre las cantidades del problema, también se le ha relacionado con la dificultad del mismo, los representados por oraciones en los que la incógnita es el primer número ($? + a = b$) o el segundo ($a + ? = b$) son más difíciles que aquellos representados por ecuaciones en las que el resultado es la incógnita ($a + b = ?$).

A) Tipos de problemas.

En el cuadro siguiente se mostrarán los tipos de relaciones conceptuales que describen los problemas de adición y sustracción.

a) CAMBIO
Resultado Desconocido.
Carlos tenía 3 canicas
luego Ana le dió 5 canicas más
¿ Cuántas canicas tiene ahora Carlos ?

Carlos tenía 8 canicas
luego le dió 5 a Ana
¿ Cuántas canicas tiene ahora Carlos ?

Cambio Desconocido
Carlos tenía 3 canicas
luego Ana le dió algunas canicas más
ahora Carlos tiene 8 canicas
¿ Cuántas canicas le dió Ana ?

Carlos tenía 8 canicas
luego le dió algunas canicas a Ana
ahora Carlos tiene 3 canicas

¿ Cuántas canicas le dió a Ana ?

Punto de Partida Desconocido
Carlos tenía algunas canicas
luego Ana le dió 5 canicas más
ahora Carlos tiene 8 canicas
¿ Cuántas canicas tenía al principio ?

Carlos tenía algunas canicas
luego le dió 5 canicas a Ana
ahora Carlos tiene 3 canicas
¿ Cuántas canicas tenía Carlos al principio ?

b) IGUALACION
Carlos tiene 3 canicas
Ana tiene 8 canicas
¿ Qué podría hacer Carlos para tener
igual número de canicas que Ana ?

Carlos tiene 8 canicas
Ana tiene 3 canicas
¿ Qué podría hacer Carlos para
tener igual número de canicas que Ana ?

c) COMBINACION
Carlos tiene 3 canicas
Ana tiene 5 canicas más
¿ cuántas canicas tienen los dos juntos ?

Carlos y Ana tienen los dos juntos 8 canicas
Carlos tiene 3 canicas
¿ Cuántas canicas tiene Ana ?

d) COMPARACION
Carlos tiene 8 canicas

Ana tiene 5 canicas
¿ Cuántas canicas más tiene Carlos que Ana ?

Carlos tiene 8 canicas
Ana tiene 5 canicas
¿ Cuántas canicas menos tiene Ana que Carlos ?

Carlos tiene 3 canicas
Ana tiene 5 canicas más que Carlos
¿ Cuántas canicas tiene Ana ?

Carlos tiene 8 canicas
Ana tiene 5 canicas menos que Carlos
¿ Cuántas canicas tiene Ana ?

Carlos tiene 8 canicas
él tiene 5 canicas más que Ana
¿ Cuántas canicas tiene Ana ?

Carlos tiene 3 canicas
él tiene 5 canicas menos que Ana
¿ Cuántas canicas tiene Ana ?

Explican al cuadro anterior diciendo que en los problemas donde se presentan combinaciones o comparaciones, intervienen relaciones estáticas entre las cantidades implicadas.

En Combinación 1 hay dos cantidades que claramente no cambian (las tres canicas de Carlos y las 5 canicas de Ana) y al niño que resuelva el problema se le pide que las considere en combinación:" ¿Cuántas canicas tienen Carlos y Ana, los dos juntos ?". En Comparación 1 también se describen dos cantidades que no cambian, pero en esta ocasión el niño que resolverá el problema, se le pide que determine la diferencia entre ellas: "¿ Cuántas canicas más tiene Carlos que Ana ?" puesto que en este caso -explican- las canicas de Carlos se están comparando con las de Ana, y por ello se les denomina conjunto comparado, y a las canicas de Ana se les denomina conjunto referente. Si la pregunta hubiera sido "¿ Cuántas canicas menos tiene Ana que Carlos?" entonces las canicas de Ana hubieran sido el conjunto comparado y las de Carlos el referente.

Además de las diversas relaciones semánticas, señalan que en cada tipo de problema (Cambio, Comparación, Igualación) hay tres rubros de información: que son los conjuntos inicial, de cambio y resultante, la posición de la incógnita suele encontrarse en cualquiera de estos, además de que puede implicar un incremento o decremento, debido a esto se pueden dar un total de 6 diferentes opciones para estos problemas. En los de Combinación sólo existen 2 alternativas, que la incógnita se localice en el conjunto total o en uno de los subconjuntos (ver Anexo 1).

Coinciden en señalar que tanto la estructura semántica como la identificación de la incógnita, influye de manera uniforme en la dificultad relativa del problema. Sugieren que para resolver un problema verbal, se requiere de algo más que el simple conocimiento de operaciones y la posesión de cierta habilidad para generarlas.

Encontraron que los problemas (ver Anexo 2) de Comparación 3 y 6 son más difíciles que los de Cambio 1 y Combinación 1, aún cuando en la solución de los 4 interviene sólo una adición. Combinación 2 y prácticamente todos los de Comparación que implican sustracción, por lo general son más difíciles que los problemas Cambio 2 y 4.

Refieren que se ha demostrado de manera constante la mayor dificultad que encierran los de Comparación 1 para los niños de primer grado, resultándoles más difíciles que los de Cambio 2. Los de Combinación 2 por lo general les resultan más difíciles a los niños de preescolar y primer año que los de Cambio 2, pero son ligeramente más fáciles que los de Comparación 1.

Recurren a Carpenter et. al. para decir que el factor dominante que determinó la estrategia de resolución de los niños, fue la estructura del problema. Mencionan por ejemplo, que tanto Cambio 2 como 3 y Comparación 1 requerían que los niños hallasen la diferencia entre dos números dados del problema, sin embargo las estrategias que los niños usaron para resolver cada uno de estos problemas fueron totalmente distintas.

Respecto a la identidad de la cantidad desconocida, los resultados que obtuvieron se refieren a que los niños no tuvieron dificultad para resolver problemas de Cambio cuando se les daban las cantidades de inicio y de cambio y los que se les pedía era el resultado, hasta los de preescolar pudieron resolverlos. Sin embargo muchos niños de ese nivel y de primer año encontraron dificultades cuando se les daba la cantidad inicial y el resultado, y se les pedía que hallaran la cantidad de cambio. Igualmente sucedió con los problemas de Combinación y Comparación, variando su dificultad en base al valor que se desconociera de los mismos. Los de Combinación 2 en los que se desconoce algunos de los subconjuntos son apreciablemente más difíciles que los de Combinación 1 en los que se conocen los dos subconjuntos y lo que se le pide es el valor de su combinación. Los de Comparación 5 y 6 en los que se desconoce el referente son más difíciles que cualquiera de los otros problemas de Comparación.

Como conclusión final infieren que los problemas verbales son diferentes tanto en las relaciones semánticas que se utilizan para describir una situación problemática en particular, como en la identificación de la cantidad que se deja como incógnita.

1.2.3 E. DeCORTE Y L. VERSCHAFFEL.

Se han dedicado al estudio de la apreciación y comprensión de la resolución de problemas verbales elementales de adición y sustracción por los niños pequeños.

Su investigación se basa principalmente en qué estrategias utilizan los niños para resolver los problemas y cómo se desarrollan éstas durante el primer grado.

Su estudio fue realizado con un grupo de 30 niños de primer grado que fueron entrevistados individualmente en tres ocasiones: al principio del año escolar, a mediados y al finalizar el curso. En la primera entrevista los niños no habían recibido instrucción formal de la suma y la resta; en la segunda ya habían aprendido a resolver problemas de adición y sustracción con números arriba de 10 y en la última ya habían recibido instrucción sobre hechos básicos de los problemas de adición y sustracción.

La forma de aplicar la entrevista fue la siguiente"

* Todas las entrevistas se videograbaron y se transcribieron.
* Se leían al niño 8 problemas verbales, 4 de adición y 4 de sustracción
* Los problemas se aplicaron en el mismo orden durante las 3 entrevistas
* Se proporcionaron 30 cubos, 15 azules y 15 verdes y 2 muñecos de cartón representando a Pete y Ann, indicando a los niños que podrían auxiliarse de estos elementos para resolverlos
* Cada problema era leído en voz alta por el entrevistador
* Se le pedía al niño que realizará las siguientes acciones:
  - que repitiera el problema
  - resolverlo
  - que lo explicara y lo justificara
  - que construyera una representación concreta de la historia utilizando los muñecos y los cubos
  - que escribiera la operación numérica correspondiente

Si el niño no podía resolver el problema el entrevistador le leía el problema y le sugería el uso de cubos o señalaba el error en el conteo, si a pesar de esto el niño no lograba resolverlo se procedía a la ayuda sistemática, es decir, se le leía el problema frase por frase indicando al niño que representase la situación con los objetos disponibles (los niños que requirieron de esta ayuda no se tomaron en cuenta).

Para la identificación de las estrategias se basaron en las acciones conductas externas de los niños (manipulación de objetos) y en las explicaciones que los niños daba cuando se les preguntaba ¿ Cómo lo hiciste ?, ¿ Con qué número empezaste ? etc.

A) Clasificacion de estrategias de Adición.

a) CONCRETAS:

i) Agregando.- construir un conjunto correspondiente al primer sumando, después agregar a éste una cantidad igual al segundo sumando del problema y contar el total de los cubos.

ii) Juntando.- construir dos conjuntos diferentes correspondientes a los dos sumandos del problema, reunir ambos y contar el número total.

iii) Sin moverlos.- construir dos conjuntos correspondientes a los dos sumandos del problema,contarlos sin mover físicamente los conjuntos.

b) VERBALES:

i) Conteo total.- ennumerar la primera cantidad del problema desde el uno y continuar con el conteo hacia adelante hasta que la segunda cantidad del problema haya sido contada.

ii) Conteo desde el primero.- se comienza a contar a partir del primer sumando.

iii) Conteo desde el más grande.- se comienza a contar desde el número más grande aunque no sea el primero.

c) MENTALES:

i) Hechos conocidos comenzando por el primero.- evocación de un hecho numérico sobre la adición comenzando por el primer número del problema.

ii) Hechos conocidos comenzando por el más grande.- evocación de un hecho conocido sobre la adición comenzando por el número más grande.

iii) Hechos derivados comenzando desde el primero.- evocación de uno o más hechos numéricos empezando a contar con el primer número del problema.

iv) Hechos derivados comenzando por el más grande.- evocación de un hecho numérico sobre la adición comenzando con el número más grande.

B) Clasificacion de estrategias de sustracción.

a) CONCRETAS:

i) Separando de.- construir un conjunto correspondiente al número más grande y quitar de el tantos objetos como se indica en el número más pequeño. La respuesta es el número de objetos que se quitaron.

ii) Separando hasta.- construir un conjunto correspondiente al más grande y quitar tantos objetos comos e indica en el número más pequeño. La respuesta es el número de objetos que quedaron.

iii) Añadiendo.- una vez construído el número más pequeño y un conjunto correspondiente al número . más grande se agregan elementos hasta que en el conjunto más pequeño haya la misma cantidad de objetos que en el más grande, la respuesta se obtiene contando el número de elementos añadidos.

iv) Apareamiento.- se construyen dos conjuntos, uno correspondiente al número más pequeño y el otro al más grande, se aparea hasta que los elementos de uno de los dos conjuntos se terminan. La respuesta es el número de elementos que se quedaron sin aparear.

b) VERBALES:

i) Conteo regresivo.- se inicia un conteo regresivo comenzando con el número más grande, la secuencia tiene tantas etiquetas verbales como se indica en el número más pequeño, el último número pronunciado es la respuesta correcta.

ii) Conteo regresivo.- la secuencia comienza por el número más grande hasta llegar al más pequeño, la respuesta es el número de palabras contadas.

iii) Conteo ascendente a partir de lo dado.- la secuencia inicia hacia adelante comenzando por el más pequeño hasta el más grande y la respuesta es el número de palabras contadas.

c) MENTALES:

i) Hechos conocidos directos sobre la sustracción.- evoca un hecho conocido sobre la sustracción con los dos números.

ii) Hechos conocidos indirectos sobre la sustracción.- evoca un hecho conocido sobre la sustracción con los dos números del problema.

iii) Hechos conocidos indirectos sobre la adición.- evoca un hecho conocido directo sobre la adición.

iv) Hechos derivados directos sobre la sustracción. evoca un hecho numérico sustrayendo el número más pequeño hasta el más grande.

v) Hecho derivado indirecto sobre la sustracción.- evocación de hechos numéricos, encuentra la respuesta determinando la cantidad que debe ser sustraída del número más grande.

vi) Hechos derivados indirectos sobre la adición.- determina que cantidad del número más pequeño debe ser añadida para obtener el número más grande.

En cuanto a los resultados obtenidos sobre las estrategias , observaron un desarrollo de interiorización evidente pues en la primera entrevista los niños utilizaron principalmente, material concreto, y en la tercera, gran parte de los niños lo resolvieron mediante estrategias de tipo mental.

Primera entrevista.-16 niños operaron en lo concreto, ninguno en el verbal y 2 en el mental. 12 niños no lo resolvieron.
Segunda entrevista.- 12 niños operaron en lo concreto, 4 verbal y 7 mental.
Tercera entrevista.- 7 niños en lo concreto, 3 verbal y 18 mental.

No se registraron estrategias verbales de una manera significativa, quizá sea porque no se motiva y se descuidan este tipo de estrategias.

De acuerdo a sus resultados los problemas (ver anexo) de Cambio 1 , 2 y Combinación 1 fueron los más fáciles ; Cambio 3 y Combinación 2, presentaron dificultad intermedia, aunque al inicio del curso solo la mitad de los niños lograron resolverlo, pero al finalizar el año la mayoría de los niños lo había resuelto. Cambio 6, Comparación 1 y 3 fueron los más difíciles. Para el problema de Cambio 6 encontraron una variante que represento mejor el problema: construir un conjunto de tamaño arbitrario y quitar de el una cantidad igual al primer número, aumentar o disminuir el conjunto construido hasta tener el número señalado[4] en el segundo sumando. Contar el numero total de los dos conjuntos y darlo como respuesta.

Observaron en sus resultados que para Cambio 2 se utilizó Separando de y Conteo regresivo desde, para Cambio 3 la mayoría utilizó Añadiendo o Conteo ascendente a partir de lo dado y para Comparación 1, Apareamiento que fue la más representativa, para Combinación 2 la estrategia fue Añadiendo o Conteo ascendente a partir de lo dado.

Para efecto de nuestro estudio, consideramos importante detallar la investigación de estos autores , ya que nos sirvió de base en la elección de la metodología a seguir.

2.4 CLASIFICACION DE ESTRATEGIAS DEL CINVESTAV EN EL DEPARTAMENTO DE MATEMATICA EDUCATIVA.

Tomando como base las estrategias descritas por Carpenter y Moser, y DeCorte y Verschaffel. El CINVESTAV en el Departamento de Matemática Educativa, consideró pertinente para efecto de sus investigaciones , clasificar las estrategias de Adición y Sustracción conforme a su propia caracterización dándoles una clave. Conforme al nivel en que se encuentra la habilidad de los niños para emplearlas , misma que se utilizó en el presente estudio, por ejemplo en las estrategias de Adición en el nivel concreto le da las siglas C de concreto, A de adición y el número que se le haya asignado a la estrategia (1, 2, 3,) = CA1= Agregar; para las Verbales VA1 = a Conteo total desde el uno; para las Mentales MA1 = a Hecho conocido desde el primero. Aplicándose lo mismo para las de Sustracción: C de concreto, S de sustracción y el número asignado.
A continuación se retoma esta clasificación describiendo cada estrategia inscrita en ella.

A) ESTRATEGIAS DE ADICION

Juanita tiene 2 globos
Pepito tiene 4 globos más que Juanita
¿ Cuántos globos tiene Pepito?

$2 + 4 =$

a) CONCRETAS

Clave y nombre	Acciones del niño
CA1 Agregar	Construye un conjunto que representa al primer sumando y lo incrementa con un número de objetos igual al del segundo sumando.

CA2 Juntar	Construye dos conjuntos, los une físicamente y después cuenta el total de objetos.

a) mueve sólo un conjunto — a) Unaria

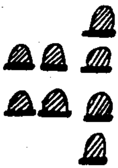
b) mueve los dos conjuntos — b) Binaria

CA3 Juntar sin moverlos

Construye dos conjuntos y cuenta todos sin unirlos físicamente.

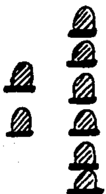
CA4 Tres conjuntos

Construye 3 conjuntos , un primer conjunto con el primer sumando, un segundo conjunto también con el primer sumando, y un tercer conjunto con el segundo sumando. Cuenta los conjuntos del segundo y tercer sumando para obtener la respuesta.



CA5 Apareamiento Inverso

Hace dos hileras (o conjuntos) la primera representa el primer sumando la segunda está formada por el primero y segundos sumandos. Para obtener la respuesta el niño cuenta los elementos de la segunda hilera.



b) V E R B A L E S

Clave y Nombre

Acciones del niño

VA1	Conteo total desde el uno	Cuenta todo comenzando con el primer sumando desde el uno (uno, dos) y continua con el segundo sumando (3, 4, 5, 6,) en este caso la respuesta sería el último número pronunciado.
VA2	Conteo total desde el más grande	Cuenta todo comenzando con el uno pero con el sumando más grande aunque no sea el primero

En 2 + 4 diría :
uno, dos, tres, cuatro
desde el más grande
y continuaría: cinco, seis

VA3	Conteo desde el primero	Comienza a contar a partir del primer sumando y sigue contando tantos elementos como indique el segundo sumando:

2 + 4
tres, cuatro, cinco, seis

VA4	Conteo desde el más grande	Comienza a contar a partir del sumando más grande aunque no sea el primero

2 + 4
cinco, seis

c) MENTALES

Clave y nombre	Acciones del niño
MA1 Hecho conocido desde el primero 2 + 4 sabe que dos más cuatro son seis sin tener que contar	Utiliza " Hechos conocidos " sobre la suma, empezando desde el primer sumando, por ejemplo en :
MA2 Hecho conocido desde el más grande 2 + 4 diría: cuatro más dos son seis	Utiliza hechos conocidos sobre la suma, pero invierte la operación para que el sumando más grande quede al principio, por ejemplo en :
MA3 Hecho derivado desde el primero 5 + 8 diría: cinco más cinco es igual a diez más tres, es igual a trece.	Usa algunos hechos conocidos, como patrón para derivar su respuesta. Por ejemplo en :
MA4 Hecho derivado desde el más grande 5 + 8 diría: ocho más dos son diez y diez más tres son trece	Usa Hechos conocidos como patrón para derivar su respuesta, pero invierte la operación para comenzar con el más grande , por ejemplo en :

B) ESTRATEGIAS DE SUSTRACCION

Juanita tiene 5 sombreros

Pepito tiene 3 sombreros
¿ Cuántos sombreros más tiene
Juanita que Pepito ?
5 - 3

a) CONCRETAS

Clave y nombre	Acciones del niño
CS1 Separando de	Construye un conjunto con el número más grande y quita de uno en uno tantos objetos como se señalan en el más pequeño

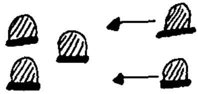
cuenta los que quedaron hasta obtener el resultado.

CS2 Separando hasta	Construye un conjunto y quita objetos de uno en uno hasta que queda el número más pequeño.

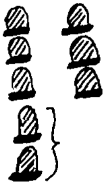
cuenta los que se quitaron. para obtener el resultado

CS3 Añadir	Construye un conjunto con el número más pequeño y le agrega elementos hasta llegar al más grande

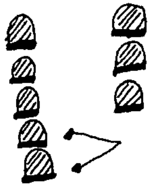
la respuesta es el número
de elementos que se agregaron.



CS4 Apareamiento



Construye dos hileras, una con el número de elementos de cada conjunto la aparea y cuenta el número de elementos que no se aparearon.



para obtener la respuesta cuenta los elementos que se quedaron sin aparear:

b) Añade objetos al conjunto más pequeño hasta que los dos están apareados:

b) VERBALES

Clave y nombre	Acciones del niño
VS1 Conteo regresivo	Cuenta hacia atrás , comenzando con el número más grande, pronunciando tantas etiquetas numéricas como elementos tiene el conjunto más pequeño por ejemplo en :

5 - 3
parte del cinco: cuatro, tres, dos
la respuesta es el último número pronunciado.

VS2 Conteo regresivo hasta	Cuenta hacia atrás comenzando por el número más grande hasta llegar al más pequeño, por ejemplo en :

5 - 3

parte del cinco y dice: cuatro, tres, dos,
la respuesta es el número de palabras pronunciadas.

VS3	Conteo ascendente 5 - 3 parte del 3 y dice: cuatro, cinco la respuesta es el número de palabras pronunciadas.	Cuenta hacia adelante desde el número más pequeño hasta el más grande, por ejemplo en :

c) MENTALES

Clave y nombre		Acciones del niño
MS1	Sustracción directa 12 - 5 sabe que, doce menos cinco son siete sin tener que contar.	Utiliza hechos conocidos directos sobre la sustracción por ejemplo en :
MS2	Sustracción indirecta 12 - 5 = 7 sabe que doce menos siete son cinco	Utiliza un hecho conocido indirecto sobre la sustracción , por ejemplo en :
MS3	Adición directa 12 - 5 = 7 sabe que cinco más siete es igual a doce	Utiliza un hecho conocido sobre la adición , por ejemplo en :
MS4	Hechos derivados sustracción directa por ejemplo en :	Utiliza hechos conocidos directo sobre la sustracción como patrón para de ahí derivar su respuesta

12 - 5 diría
doce menos dos, menos tres, son siete.

MS5	Hechos derivados sustracción indirecta	Utiliza hechos conocidos indirectos sobre la sustracción como patrón para de ahí derivar su respuesta por ejemplo en :

12 - 5 diría: doce menos dos igual a diez diez menos cinco, igual a cinco, entonces dos más cinco es igual a siete.

MS6	Hechos derivados adición indirecta	Utiliza hechos conocidos sobre la adición como patrón para de ahí derivar su respuesta. Por ejemplo en

12 - 5
diría : cinco más cinco igual a diez entonces dos más es igual a siete.

CAPITULO 3

METODOLOGIA

Consideramos importante abordar en este capítulo, la manera en la cual se va a desarrollar la investigación, ya que pretendemos identificar cuales son las estrategias que utilizan los niños en la resolución de Problemas Verbales Simples de Adición y Sustracción, y la manera como influye la estructura de éstos en su comprensión , para lo cual elaboramos una entrevista con 11 problemas con la cual pudieramos observar la capacidad de razonamiento del niño por medio de la descripción directa de sus acciones.

Debido a esto tuvimos la necesidad de contar con un método que permitiera a los niños hablar libremente para permitir al investigador identificar su forma de razonamiento, por lo que consideramos importante retomar algunos supuestos del Método Clínico de Piaget que nos orientara en la aplicación de las Entrevistas (Opper, S, 1977).

- es considerado un medio de diagnóstico que se aplica en el razonamiento de los niños.
- se lleva a cabo por medio de un diálogo o conversación en una sesión individual entre el entrevistador y el niño.
- su carácter escencial permite (a través de la interacción con el niño) deducir su capacidad de razonamiento por medio de la observación de la realización de ciertas tareas.
- se presentan situaciones concretas con objetos colocados enfrente de los niños, así comoverbalizaciones correspondientes al problema planteado.
- los objetos permiten manipulaciones físicas, para las cuales el entrevistador formula una serie de preguntas relacionadas con lo anterior para que observe y explique el resultado de esas manipulaciones, ya que son la única fuente de información sobre su pensamiento.
- las explicaciones verbales son valiosas ya que son la única fuente de información sobre su pensamiento
- el entrevistador realiza un esfuerzo para estimular al niño a elaborar un apoyo sobre sus afirmaciones o desacuerdos.
-Cada respuesta guía al entrevistador a la selección de nuevas orientaciones de su investigación.
- el entrevistador puede ampliar una respuesta con varias preguntas,
- el entrevistador no puede predecir de antemano todas las selecciones de las respuestas,
- es importante poner énfasis en la tendencia a sugerir la respuesta en el niño.

La lógica del Método Clínico requiere de una ausencia de estandarización ya que los procedimientos estandarizados, carecen de flexibilidad necesaria para descubrir el proceso mental de los niños.

En general podemos decir que el objeto básico de este método es seguir el pensamiento del niño sin deformarlo mediante sugestiones o imponiendo los puntos de vista del adulto sobre el niño (Ginsburg, 1977) y debido a la naturaleza de nuestra investigación consideramos importante como ya se menciono anteriormente retomar algunos supuestos que nos sirvieran de orientación.

A) ENTREVISTA SOBRE PROBLEMAS ADITIVOS Y SUSTRACTIVOS.

Recomendaciones para su aplicación.Antes de comenzar la entrevista se sugiere tomar en cuenta los siguientes aspectos:

1.-En cuanto al lugar de la aplicación :

1.1. En la medida de lo posible, deberá ser un lugar con buena iluminación y con el menor ruido, para evitar distracciones en el niño.

2.- En cuanto a la aplicación de la entrevista .

2.1. Los niños que participarán serán escogidos de la lista del maestro al azar, tomando en cuenta características de edad y que no sean repetidores de año.

2.2. Ees responsabilidad del entrevistador revisar previamente, el material que va a utilizar, para que esté correcto.

2.3. Al momento en que llega el niño , tener todo ya listo: cámara de video, mesas, sillas, material.

2.4. Antes de comenzar, cerciorarse de que el niño vaya al baño para evitar interrupciones.

2.5. Es importante crear un clima de confianza en el niño, por lo que es recomendable presentarse desde el principio, y aprenderse su nombre.

2.6. Se le dará una explicación al niño de lo que se va atratar: vas a participar con nosotros en algunas actividades que fueron diseñadas para ustedes (ya que van a ser 5 compañeros más de tu grupo). En la primera actividad todos van a participar y después pasará uno por uno.

2.7. Asimismo, se le explicará al niño que estarán con él, aparte del entrevistador, otra persona que controle la cámara de video y otro observador que estará al pendiente de los detalles de la entrevista.

2.8. Las preguntas o todo lo que se refiera a la entrevista las podrá hacer NADA MAS el entrevistador, no podrá intervenir ni el que controla la cámara , ni el observador.

La entrevista consta de dos partes:

La primera es la Actividad Grupal en la cual participarán todos los niños (se trabajará por grados) y se les aplicará un juego de cartas . La segunda es una Entrevista Individual, en la que cada niño por separado contestará los problemas que fueron seleccionados para la investigación.

Se eligió dividir la entrevista en dos etapas: porque en la primera se pretende crear un clima de confianza y comunicación, que permita al niño ser expontáneo en sus respuestas , y así en la segunda etapa que es más formal el niño se sienta libre de tensiones.

a) ACTIVIDAD GRUPAL

OBJETIVOS:

- Crear un clima de confianza entre el entrevistador y el niño.
- Establecer una buena comunicación entre ambos.
- Identificar si el niño conoce la serie numérica y si establece correspondencia biunívoca entre el objeto y el nombre del número (hasta que número).
- Identificar si establece relaciones aditivas (añadir o quitar).

Para tales objetivos fue diseñado un juego de cartas llamado:
" QUITA PON " que es un juego fácil y divertido en el que interacciona el entrevistador con los niños y que consiste en lo siguiente:

Como primer paso el entrevistador se presentará con el grupo, después los niños se irán presentando uno por uno.

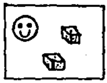
Hay un juego de 30 cartas, 2 dados y varias fichas.

- a cada niño se le dará un montoncito de fichas y cada uno tendrá que igualar al montoncito que esté al centro de la mesa. (aquí se observará si el niño establece relaciones aditivas y si hay correspondencia biunívoca).
- se les indicará a los niños que tendrán que contar en voz alta y a la vista, todas sus fichas (aquí podremos observar su técnica de conteo, de uno en uno, de dos en dos etc.) .
- todas las cartas se colocarán al centro de la mesa indistintamente, a manera de que todos los participantes tengan acceso a ellas.
- cada jugador tomará una carta y hará lo que en ella se le pida, todas las cartas utilizadas se irán sacando del juego, y así sucesivamente todos los niños participarán, hasta que se terminen todas las cartas.

- cuando las cartas se hayan acabado el juego terminará.
- el niño que haya acumulado el mayor número de fichas será el ganador.
- al finalizar cada participante irá contando a la vista de todos y en voz alta su montoncito. (aquí podremos observar hasta qué número cuenta y si hay correspondencia biunívoca).
- podrán participar hasta 8 personas máximo.

Las cartas con las que cuenta el juego " QUITA PON " son las siguientes:

a) 15 cartas que tienen dos dados y una carita feliz.

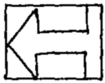


A la persona que le toque esta carta tendrá la oportunidad de tirar los dados, y la cantidad que resulte de los dos dados, será el total de fichas que tomará a su favor.

b) Dos cartas que no tienen dibujo.

Lo que significa que no va a jugar en esta tirada, por lo que le tocará al siguiente participante.

c) Dos cartas con una flecha en sentido contrario.

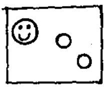


La cual se refiere a que el jugador que le toca participar, no lo hará si no que le tocará al jugador que tiene al lado contrario del sentido en el que iba la jugada.

d) Dos cartas con una carita feliz y una ficha.

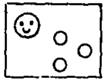
Que se refiere a que el jugador gana una ficha.

e) Dos cartas con una carita feliz y dos fichas.



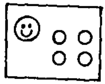
Lo que significa que gana dos fichas.

f) Dos cartas con una carita feliz
y tres fichas.



Lo que significa que gana tres fichas.

h) Dos cartas con una carita feliz
y cuatro fichas.

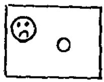


Lo que significa que gana cuatro fichas.

i) Tres cartas con una carita triste
y unos dados.

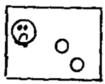
La cual se refiere a que el jugador que le toque esta carta tirará los dados, y la cantidad que salga la regresará en fichas como castigo.

j) Dos cartas con una carita triste
y una ficha.



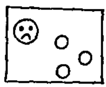
Lo que significa que pierde una ficha.

k) Dos cartas con una carita triste
y dos fichas.



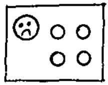
Lo que significa que pierde dos fichas.

l) Dos cartas con una carita triste
y tres fichas.



Lo que significa que pierde tres fichas.

m) Dos cartas con una carita triste y cuatro fichas.



Lo que significa que pierde cuatro fichas.

b) ENTREVISTA INDIVIDUAL.

OBJETIVOS:

- Conocer las diferentes estrategias (informales o formales) utilizadas por el niño para dar solución a problemas de adición y sustracción.
- Identificar cuales problemas presentan mayor dificultad para su solución.

Para introducir a los niños en las tareas que impliquen cuantificación en un contexto significativo, se les harán las siguientes preguntas :

- ¿ Cómo te llamas ?
- ¿ Cuántos años tienes ?
- ¿ Cuántos hermanos son ?

Después se procederá a dar una explicación de lo que se va a hacer:

Fíjate que tengo aquí algunas preguntas, que no he podido resolver, me gustaría que por favor tú me ayudaras a encontrar las respuestas.

c) CONSIDERACIONES ESPECIFICAS.

- Para darle confianza al niño, se recomienda llamarle por su nombre.
- No poner a la vista y al alcance del niño, los materiales a utilizar.
- Para una mayor visualización de los problemas, se mostrarán al niño dos figuras que representen a los protagonistas de los problemas: Carlos y Ana, mismas que serán planas para no inferir en las tomas de la cámara.
- El texto se leerá una sola vez, claramente y a una velocidad normal.
- Sólo si el niño lo pide , se leerá nuevamente el problema.
- El entrevistador deberá tener muy claro cuales son las posibles estrategias a observar en cada problema.
- El entrevistador deberá ir " más allá " de las respuestas, valiéndose de las preguntas auxiliares ¿ Cómo supiste ?, ¿ Cómo cómo lo hiciste ? etc.
- Aún cuando la respuesta sea incorrecta, se tratará de saber por qué llegó a esa conclusión , no haciendo sentir mal al niño por su respuesta.
- Si se identifica rápido la estrategia, no seguir insistiendo, porque se puede llegar a cansar al niño.
- Si después de leer por segunda vez el problema, porque el niño lo pidió, éste no es claro , y el niño esta desconcertado, apartará el problema y continuará con el otro, regresando al problema difícil al

final, utilizando números más pequeños, y como última opción en caso de no obtener respuesta, ofrecer la utilización de materiales.

- Cuando los niños sean preescolares y no comprendan que es lo que se les pide, se recomienda modelar con ellos un problema similar a los que se les va a aplicar, esto con el fin de que sea más claro para ellos lo que se va a hacer.
- Es importante identificar hasta qué número cuenta el niño por que depende de eso el tipo de problema que se va a aplicar: si saben contar por lo menos hasta el número 20, se les aplicarán las tarjetas con números grandes, si conocen sólo hasta el número 10, se les aplicarán con números pequeños.
- Si es necesario los números serán aún menores a 5.

B) Problemas.

Se escogieron 11 problemas que fueran representativos en el manejo de incógnita (en sus tres opciones), que abarcaran los cuatro tipos de problemas -ya mencionados-, y que su resolución requiriera tanto operaciones de adición como de sustracción. Estos se detallan a continuación (los números que aparecen entre paréntesis corresponden a los problemas que se resuelven con números menores de 10) en el orden en que fueron aplicados. Los de Igualación 1, Combinación 2, Cambio 6, Comparación 1, Igualación 6 e Igualación 3, presentan más de una opción en su redacción, ya que lo consideramos necesario debido a la complejidad de la estructura semántica, pretendiendo con esto tratar de hacerlos más comprensibles.

a) CAMBIO 1
Carlos tenía 8 (2) jarritos
luego Ana le dió 11 (7) jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?

b) CAMBIO 2
Carlos tenía 14 (9) jarritos
luego le dió 6 (3) a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?

c) IGUALACION 1
Carlos tiene 11 (2) jarritos
Ana tiene 18 (9) jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita Carlos para
tener los mismos que Ana ?

IGUALACION 1 (SEGUNDA OPCION)
Hay 11 (2) jarritos y 18 (9) niños
¿ Cuántos jarritos más deberá haber para
que a cada niño le toque uno ?

d) COMBINACION 2
Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 (8) jarritos
Carlos tiene 7 (2) jarritos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

COMBINACION 2 (SEGUNDA OPCION)
Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 (8) jarritos
de esos jarritos 7 (2) son de Carlos y los demás son de Ana
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?

e) COMBINACION 1
Carlos tiene 6 (3) jarritos
Ana tiene 9 (7) jarritos
¿ Cuántos jarritos tienen los dos juntos ?

f) CAMBIO 6
Carlos tenía algunos jarritos
luego le dió 7 (3) jarritos a Ana
ahora Carlos tiene 12 (6) jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos al principio.

CAMBIO 6 (SEGUNDA OPCION)
Carlos tenía algunos jarritos, pero no sabía
cuántos, de esos jarritos le regaló 7 (3) a Ana
y Carlos se quedó con 12 (6) jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos antes de
regalarle los 7 (3) a Ana ?

CAMBIO 6 (TERCERA OPCION)
Carlos tenía algunos jarritos, pero no sabía

cuantos porque no los había contado, de sus
jarritos le regaló 7 (3) a Ana y después de
que se los regaló contó sus jarritos y vió
que le quedaban 12 (6) jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos antes de regalarle
los 7 (3) a Ana ?

g) COMPARACION 1
Carlos tiene 15 (9) jarritos
Ana tiene 6 (4) jarritos
¿ Cuántos jarritos más tiene Carlos que Ana ?

COMPARACION 1 (SEGUNDA OPCION)
Hay 15 (9) niños y 6 (4) jarritos
si se reparten los jarritos a cada niño
¿ Cuántos niños se quedan ion jarritos ?

h) IGUALACION 6
Carlos tiene 7 (4) jarritos
si a Ana se le perdieran 12 (5) jarritos
le quedarían los mismos jarritos que a Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

IGUALACION 6 (SEGUNDA OPCION)
Hay 7 (4) niños que van a tomar su atole
y en la mesa hay algunos jarritos
si se quitaran 12 (5) jarritos
le tocaría uno a cada quién
¿ Cuántos jarritos hay en la mesa ?

i) CAMBIO 3
Carlos tiene 10 (3) jarritos
luego Ana le dió algunos jarritos más
ahora Carlos tiene 17 (6) jarritos
¿ Cuántos jarritos le dió Ana ?

j) COMPARACION 3
Carlos tiene 7 (4) jarritos
Ana tiene 9 (5) jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

k) IGUALACION 3
Carlos tiene 7 (4) jarritos
él necesita 9 (5) jarritos más
para tener los mismos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

IGUALACION (SEGUNDA OPCION)
En la mesa hay 7 (4) jarritos paras tomar atole
se pusieron 9 (5) jarritos más para que alcanzaran
para todos los niños
¿ Cuántos niños van a tomar atole ?

Es importante recordar que la aplicación de estos tiene como finalidad, observar y analizar las estrategias de resolución que emplean los niños, identificando si en estas influye el contexto verbal de los mismos,

C) POBLACION.

Partiendo de que lo que nos interesa principalmente es identificar la forma de resolución de Problema Verbales Simples de Adición y Sustracción, antes de elegir el tamaño de los sujetos a entrevistar tuvimos que considerar los siguientes factores:

- **que el levantamiento de la información se realizaría por medio de una Entrevista y su duración sería aproximadamente de una hora.**
- **que se haría durante las horas de clase.**
- **que había que videograbar cada una y transcribirlas.**
- **que para su análisis tendríamos que considerar cada problema individualmente, por grado y globalmente.**
- **que abarcaríamos los grados de *preescolar*, *primero*, *segundo* y tercer grado de primaria.**

NIVEL	TOTAL DE ALUMNOS POR GRUPO	NO. DE ALUMNOS SELECCIONADOS	PORCENTAJE
PREESCOLAR	25	6	22.2 %
PRIMER GRADO	40	6	15.0 %
SEGUNDO GRADO	38	6	15.7 %
TERCER GRADO	38	6	15.7 %

Tomando en cuenta todo esto se determinó elegir una población al azar de 24 niños, 6 por cada grado, que incluyeran los niveles mencionados anteriormente dadas las características de nuestra investigación: de preescolar porque los niños aún no han recibido educación formal respecto a operaciones de adición y sustracción, y creemos que a partir de las experiencias cotidianas ellos tienen algunas nociones de número que le permiten solucionar a su manera problemas verbales simples de este tipo; no así los niños de primero y segundo grado que ya tienen nociones de estas operaciones, lo que nos 'permitiría verificar qué tipo de estrategias utilizan, y con los niños de tercer grado, al tener mayores elementos para resolver este tipo de problemas, probablemente encontremos la utilización de estrategias más elaboradas.

CAPITULO 4

APLICACION DE LA ENTREVISTA Y RESULTADOS.

4.1 PROCEDIMIENTOS EMPLEADOS PARA EL ANALISIS DE LOS DATOS.

En este apartado se explica la manera en como se fue organizando el trabajo de investigacion realizado para obtener los resultados acerca de las estrategias identificadas en cada uno de los problemas aplicados.

Se tomaron como base para el análisis de nuestra investigación los estudios de los investigadores: T. Carpenter y J. M. Moser: " El desarrollo de las habilidades en los niños para resolver problemas de adición y sustracción "; así como el de E. D. DeCorte y L. Verschaffel: " Los efectos de la estructura semántica en las estrategias de resolución de problemas verbales de adición y sustracción "; y el de J. Greeno, J. Heller y M. Rilley: " Desarrollo de la habilidad de los niños para la resolución de los problemas aritméticos ".

Los reportes de estas lecturas sirvieron como referencia teórica para la elaboración de la transcrpción de cada una de las entrevistas en función de las estrategias de conteo empleadas por los niños para cada uno de los problemas que se aplicaron.

Bajo este aspecto fue necesario apoyarse en concentrados que contuvieran toda la información necesaria obtenida de las transcripciones y nos facilitaran más el manejo de los contenidos.

El llenado de cuadros de concentración requirió de una preparación llevada a cabo en tres momentos de la siguiente manera: el primero se refiere al análisis que se hizo conforme a la estructura semántica y a la comprensión del problema; el segundo se dedicó al planteamiento de estrategias, y el tercero se refirió a la relación entre el tipo de problemas y la estrategia planteada.

El primer concentrado utilizado después de las transcripciones para cada niño fue el siguiente:

NOMBRE_______________

PROBLEMA	VARIABLES*	RESPUESTA*	COMPRENSION*	OBSERVACIONES	ESTRATEGIAS
CAMBIO 1					
CAMBIO 2					
IGUALACION 1					
COMBINACION 2					
COMBINACION 1					
CAMBIO 6					
COMPARACION 1					
IGUALACION 6					
CAMBIO 3					
COMPARACION 3					
IGUALACION 3					

* VARIABLES: Números grandes (hasta 20)
Números chicos (hasta 10)
Con objetos
Sin objetos

RESPUESTA: C: Correcta
INC: Incorrectas
NH: No hubo

COMPRENSION: Si o No

El segundo concentrado utilizado fue el de análisis por niño por grado y fue el siguiente:

PROBLEMA ____________________

CLAVE	VARIABLES	RESPUESTA	COMPRENSION	NO SE IDENTIFICA	OBSER-VACIONES	ESTRA-TEGIAS
PREESCOLAR						
PRIMER GRADO						
SEGUNDO GRADO						
TERCER GRADO						

* NO SE IDENTIFICA: si hubo comprensión.

En la siguiente sección describiremos los hechos más sobresalientes observados en cada uno de los problemas que se aplicaron, señalando primeramente el problema, el cuadro de tipo de respuestas, análisis global y por último las estrategias que se observaron.

Cabe aclarar que en los problemas de Cambio 2 (primer grado), Combinación 2 (tercer grado) e Igualación 3 (preescolar, primero y segundo grado) sólo se encontrará una muestra de 5 niños a diferencia de los demás que fueron 6, debido a que en estos casos los niños ya no quisieron cooperar por, más que se les insistía.

PROBLEMA: CAMBIO 1

Carlos tenía 8 (2) jarritos, luego
Ana le dió 11 (7) jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	4	6	6	6	22
RESPUESTAS INCORRECTAS	2	0	0	0	2
NO HUBO RESPUESTA	0	0	0	0	0
COMPRENDIO EL PROBLEMA	4	6	6	6	22
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	1	0	0	0	1
NO SE IDENTIFICA	1	0	0	0	1
FRECUENCIA DE APLICACION	6	6	6	6	24

PREESCOLAR

De los 6 niños 4 dieron respuesta correcta utilizando números menores de cinco y con la ayuda de objetos. Los niños que no dieron respuesta coincidieron en dar ésta con el segundo número dado en el problema, por lo que podemos pensar que no entendieron la acción de añadir implicada en el mismo.

PRIMER GRADO

Los 6 niños dieron respuesta correcta, todos trabajaron con números cuya suma no excedía a 10 (números chicos), tres requirieron de la utilización de objetos concretos.

SEGUNDO GRADO

Los 6 niños dieron respuesta correcta al problema, cinco lo resolvieron con números cuya suma no excedía a 20 (números grandes y sólo uno con números chicos, todos sin la ayuda de objetos concretos.

TERCER GRADO

Los 6 niños dieron respuesta correcta al problema, cinco lo resolvieron con números grandes y sin objetos y el otro con números chicos y con objetos.

FRECUENCIA EN EL USO DE VARIABLES				
NUMEROS CHICOS		NUMEROS GRANDES	C/OBJETOS	S/0BJETOS
menor a 10	menor a 5	menor a 20		
8	4	10	8	14

ANALISIS GLOBAL

De los 24 niños, 22 llegaron la solución del mismo, por lo que podemos considerar que lo comprendieron.

Todos los de preescolar y la mitad de primero requirieron de apoyos concretos para resolverlo, cabe aclara que debido a que la mayoría de los niños de preescolar sólo contaban aproximadamente hasta el número cinco, se tuvieron que emplear números cuya suma no excediera esta cantidad. Los niños de este grado que contestaron incorrectamente coincidieron en dar como respuesta la cantidad de cambio sin considerar el número de elementos que ya poseía, lo que podría llevarnos a pensar que no comprendieron la acción de agregar implicada en el problema, sin embargo no podemos asegurarlo porque no se les aplicó una segunda vez reduciendo los números como en los casos anteriores. Los siguientes ejemplos nos muestran lo anterior:

ARMANDO (5 AÑOS)

E: Carlos tenía 2 jarritos, luego
Ana le dio 7 jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: 11
E: Carlos tenía 2 jarritos, luego
Ana le dio 3 jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: lo modela poniéndole a cada uno de sus jarritos y
luego cuenta todos sin unirlos físicamente: 5

MIRIAM (5 AÑOS)
E: Carlos tenía 2 jarritos, luego
Ana le dio tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: lo modela poniéndole a cada quién sus jarritos: 10
No se le aplicó con números más pequeños.

Con los niños de primer grado se emplearon números chicos y con los de segundo y de tercero números grandes a excepción de un niño de segundo grado que resolvió todos los problemas con números chicos. El siguiente ejemplo nos muestra como los niños tercero no presentaron dificultad para resolver este problema:

ROSA ADRIANA (8 AÑOS)
E: Carlos tenía 8 jarritos, luego
Ana le dio 11 jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: cuenta con sus dedos a partir del número 9: 19

A partir de los datos obtenidos podemos considerar que no es un problema complejo, confirmando lo expuesto por Rilley, Heller y Greeno (1983) al respecto de que las acciones que se necesitan para resolverlo se pueden seleccionar sobre la base de los rasgos locales del `problema ya que el conjunto solución queda disponible para inspección directa en el momento en que se hace la pregunta, es decir, la representación externa permite extraer directamente la respuesta.

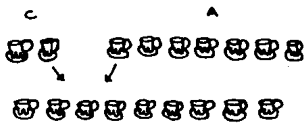
ESTRATEGIAS EMPLEADAS

CA1	CA2a	CA2b	CA3	VA1	VA2	VA3	VA4	MA1	MA4	TOTAL
0	1	2	5	2	3	3	4	1	1	22

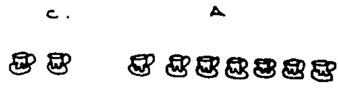
CA1 Agregar
CA2a Mueve sólo un conjunto
CA2b Mueve los 2 conjuntos
CA3 no los mueve
VA1 Conteo total desde el uno
VA2 Conteo total desde el + grande
VA3 Conteo desde el primero
VA4 Conteo desde el + grande
MA1 Hecho conocido desde el primero
MA4 Hecho derivado desde el +grande

De las estrategias concretas usadas por los niños podemos observar que coinciden con los estudios realizados por Carpenter y Moser (1982) en el sentido de que los niños aplicaron indistintamente éstas (CA2a, CA2b, CA3), no pudiendo observar lo mencionado por DeCorte y Verschaffel (1987) de que es más frecuente usar la estrategia de Agregar (CA1) ya que ninguno de los niños lo resolvió con ella. Los siguientes ejemplos muestran lo anterior:

EUSTOQIO (5 AÑOS) ESTRATEGIA CA2b
E: Carlos tenía 2 jarritos, luego
Ana le dio 7 jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: lo modela poniendo a cada uno su conjunto, después los junta los dos y los cuenta: 9



LUCIA (6 AÑOS) ESTRATEGIA CA3
E: Carlos tenía 2 jarritos, luego
Ana le dió 7 jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: lo modela poniéndole a cada quien sus jarritos, después los cuenta sin moverlos: 9



Según DeCorte y Verschaffel (1987) para las estrategias verbales es más frecuente comenzar por el primer sumando y es menos frecuente comenzar por el sumando más grande, sin embargo en los datos obtenidos no observamos esto ya que 12 niños que utilizaron estrategias verbales, 7 aplicaron la propiedad de conmutatividad para empezar por el sumando más grande y sólo 5 lo hicieron comenzando por el primer sumando. Ejemplos:

JUAN MANUEL (8 AÑOS) ESTRATEGIA VA4

E: Carlos tenía 8 jarritos, luego
Ana le dió 11 jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: se auxilia con sus dedos y comienza a
contar desde el 12, responde : 19

JUAN CARLOS (7 AÑOS) ESTRATEGIA VA3
E: Carlos tenía 8 jarritos, luego
Ana le dió 11 jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: se auxilia con sus dedos y empieza a contar desde el 9,
responde: 19.

Cabe aclarar que la propiedad de conmutatividad sólo se observó en los niños de segundo y tercer grado, lo que sustenta lo dicho por DeCorte y Verschaffel de que para que el niño logre aplicar esta propiedad debe tener una reorganización de la representación de como se presenta el problema en su inicio.

Uno de los niños de tercer grado utilizó una estrategia mental poco recurrida que es la MA4 que se refiere a un hecho derivado comenzando por el más grande:

MARIO (8 AÑOS) ESTRATEGIA MA4
E:Carlos tenía 8 jarritos, luego

Ana le dió 11 jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: responde rápidamente: 19
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé: primero a 11 le quité 1 y luego
le sumé 8, más el 1 que ya había quitado son : 19

PROBLEMA: CAMBIO 2

Carlos tenía 14 (9) jarritos
luego le dió 6 (3) a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	5	4	6	4	19
RESPUESTAS INCORRECTAS	1	1	0	2	4
NO HUBO RESPUESTA	0	0	0	0	0
COMPRENDIO EL PROBLEMA	5	4	6	5	20
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	1	1	0	1	3
NO SE IDENTIFICA	0	0	0	0	0
FRECUENCIA DE APLICACION	6	5	6	6	23

PREESCOLAR

Como se puede observar, de los 6 niños 5 dieron respuesta correctas y mostraron comprensión de las relaciones implicadas, se emplearon números cuya suma no excedía a 5. El niño que respondió incorrectamente dijo la primera cantidad escuchada. Todos los niños requirieron de apoyos concretos.

PRIMER GRADO

De los 5 niños a los que se les aplicó sólo 4 dieron respuesta correcta y mostraron comprensión, 3 requirieron de apoyos concretos. El niño que respondió incorrectamente, sumó en lugar de restar, lo que nos indica que no comprendió.

SEGUNDO GRADO

Se puede observar que los 6 niños contestaron correctamente, habiendo todos comprendido el problema. Cinco de ellos lo hicieron con números pequeños y sin objetos, debido a que presentaron dificultad en este problema con cantidades mayores de 10 aún cuando eran comprendidas las relaciones implicadas entre los elementos y sólo un niño pudo resolverlo con números grandes y sin objetos.

Otro elemento importante a considerar es que la mitad de los niños en la primera aplicación hicieron una suma en lugar de una resta. Esto posiblemente fue debido a que en el problema anterior, la estrategia de resolución era una adición y tal vez confiados pretendieron aplicar lo mismo sin poner realmente atención al problema.

TERCER GRADO

De los 6 niños 4 dieron respuesta correcta, 5 cometieron el error de sumar en lugar de restar quizá debido a la causa mencionada anteriormente, ya que al volvérselos a leer lo comprendieron. Uno de los niños que contestó incorrectamente aplico una estrategia de conteo regresivo y se perdió en la numeración, siendo aquí lo más importante de observar que si había comprendido el problema, el otro no supo contestar.

FRECUENCIA EN EL USO DE VARIABLES				
NUMEROS CHICOS		NUMEROS GRANDES	C/OBJETOS	S/ OBJETOS
menor a 10	menor a 5	menor a 20		
10	6	7	9	14

ANALISIS GLOBAL

Como podemos observar a partir de los datos obtenidos se considera que si hubo consistencia entre la comprensión del problema y las respuestas correctas, ya que de los 23 niños a los que se les aplicó 19 lo hicieron correctamente, *necesitando solamente* los de preescolar y dos de primero la ayuda de apoyos concretos *realizando acciones* de separar por ejemplo:

ARMANDO (5 AÑOS)
E: Carlos tenía 4 jarritos
luego le dió 1 a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: pone 4 jarritos y retira 1 del conjunto
responde: 3

Y los *niños* que lo resolvieron sin objetos realizaron un conteo regresivo a partir de lo dado, por ejemplo:

JUAN MANUEL (8 AÑOS)
E: Carlos tenía 14 jarritos
luego le dió 6 a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: cuenta con sus dedos: trece, doce, once, diez
nueve, responde: 8

Cuando los niños justifican sus estrategias mentales, nos dábamos cuenta que las relaciones implicadas en el problema se comprendían. El siguiente ejemplo nos lo muestra:

JUAN GABRIEL (7 AÑOS)
E: Carlos tenía 9 jarritos
luego le dió 3 a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: responde rápidamente: 6
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé, porque si Carlos tenía 9 y le dió
3 a Ana le quedaron 6.

Los niños que contestaron incorrectamente de primero y segundo grado coincidieron en dar como respuesta una suma en lugar de una resta lo que nos lleva a pensar que no entendieron las relaciones implicadas en el problema.

En los estudios referidos por Heller, Greeno y Rilley (1983) este problema resultó comprensible para todos los niños. Nosotros coincidimos también con éstos autores, en cuanto a que éste es uno de los problemas en los que se requiere una sustracción que presenta menor dificultad para los niños.

ESTRATEGIAS OBSERVADAS

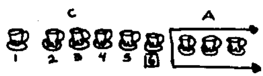
CS1	VS1	MS1	MS3	TOTAL
12	2	3	2	19

CS1 Separando de — MS1 Sustracción directa
VS1 Conteo regresivo — MS3 Adición directa

Para la resolución de este problema predominó la estrategia concreta de Separar CS1, en todos los niños de preescolar, en 3 de primero, 4 de segundo y uno de tercero (se emplearon tanto los objetos como los dedos.

Como podemos observar, nuestros datos coinciden con los estudios realizados por Carpenter y Moser en el sentido de que los niños construyen el conjunto más grande y quitan o separan uno a uno, un número de objetos igual al número dado en el problema, contando el conjunto restante se obtiene la respuesta. Los siguientes ejemplos muestran lo anterior:

LUCIA (6 AÑOS) ESTRATEGIA CS1



E: Carlos tenía 9 jarritos
luego le dio 3 a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: forma un conjunto de 9 jarritos
separa los 3 de Ana y cuenta los que le quedan
responde: 6

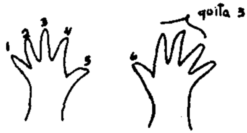
MARIA EUGENIA (7 AÑOS) ESTRATEGIA CS1

E: Carlos tenía 9 jarritos
luego le dió 3 a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?

N: responde : 6

E: ¿ Cómo lo hiciste ?

N: puse las dos manos (señala sus manos con 9 dedos)
a 9 le quito 3 y me quedan 6

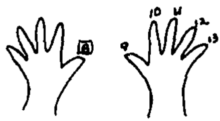


En la categoría verbal, sólo fue empleada la estrategia de Conteo regresivo VS1 por dos niños de tercer grado. Según Carpenter y Moser (1982) en los estudios que realizaron fue una estrategia poco usual debido a que trabajaron con niños de primer grado, que al estar aprendiendo nociones básicas de sustracción no usan prioritariamente esta estrategia, no siendo para ellos concluyente esta observación, ya que otros investigadores la han identificado como estrategia básica de sustracción. Coincidiendo nuestros resultados con los autores esta estrategia no fue observada hasta la aplicación con niños de tercer grado. El siguiente ejemplo muestra lo anterior:

MARIO (8 AÑOS) ESTRATEGIA VS1

E: Carlos tenía 14 jarritos
luego le dió 6 a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?

N: con sus dedos hace una resta a partir del 13
hasta el 8 y da este número como respuesta.



Con respecto a las estrategia mentales DeCorte y Verschaffel (1987) indican que es más frecuente la sustracción directa MS1 y menos frecuente la adición directa MS3 lo cual confirmamos en nuestra muestra, pués dos niños de segundo y uno de tercero la utilizaron, y sólo uno de primero y uno más de segundo utilizaron la adición.

Cabe mencionar que estas estrategias mentales se emplearon con números cuya suma era menor de 10. Posiblemente los niños se les facilita más la sustracción directa MS1 con cantidades pequeñas por ejemplo:

JUAN CARLOS (7 AÑOS) ESTRATEGIA MS1

E: Carlos tenía 9 jarritos
luego le dió 3 a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos?
N: responde rápidamente: 6
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé, a 9 le quité 3 y me quedaron 6.

JANET (7 AÑOS) ESTRATEGIA MS3

E: Carlos tenía 14 jarritos
luego le dió 6 a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?
N: responde rápidamente : 8
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé, a 6 le faltan 8 para 14.

PROBLEMA: IGUALACION 1

Carlos tiene 11 (2) jarritos
Ana tiene 18 (9) jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita tener Carlos para tener los mismos que Ana ?

SEGUNDA OPCION
Hay 11 (2) jarritos
y 18 (9) niños
¿ Cuántos jarritos más debe haber para que a cada niño le toque uno ?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	5	5	6	6	22
RESPUESTAS INCORRECTAS	1	1	0	0	2
NO HUBO RESPUESTA	0	0	0	0	0
COMPRENDIO EL PROBLEMA	5	5	6	6	22
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	1	1	0	0	2
NO SE IDENTIFICA	0	0	0	0	0
FRECUENCIA DE APLICACION	6	6	6	6	24

PREESCOLAR

De los 6 niños a los que se les aplicó el problema, 5 de ellos mostraron comprensión de las relaciones implicadas, lo que se observa en sus acciones. Solamente uno de ellos lo hizo con una suma menor a 10, y los otros 4 requirieron de números que dan una suma menor a 5. Todos requirieron de apoyo concreto.

PRIMER GRADO

De los 6 niños, 5 dieron respuesta correcta y mostraron comprensión , todos lo hicieron con *números* que dan una suma menor a 10 y sólo 4 requirieron de apoyo concreto.

SEGUNDO GRADO.

Los 6 niños comprendieron y contestaron correctamente al problema. Las variables que predominaron fueron con números grandes y sin objetos, siendo sólo uno el que trabajo con números chicos y sin objetos.

TERCER GRADO.

Todos comprendieron las relaciones implicadas en el problema, 5 con números grandes y sin objetos.

FRECUENCIA EN EL USO DE VARIABLES

NUMEROS CHICOS menor a 10	NUMEROS CHICOS menor a 5	NUMEROS GRANDES menor a 20	C/ OBJ,	S/ OBJ.	PRIMERA APLICACION	SEGUNDA APLICACION
9	5	10	1	6	21	3 *

ANALISIS GLOBAL.

Se puede considerar un problema donde en general se entendieron las relaciones implicadas en el mismo ya que de los 24 niños, 22 lo comprendieron .

En preescolar la mayoría de los niños sólo contaba *aproximadamente* hasta el 5, por lo que se tuvieron que emplear números que no *excediera* a esta cantidad, lo cual probablemente fue un elemento que facilitó su *resolución, así como* el uso de apoyos concretos. El siguiente ejemplo muestra lo anterior:

ARMANDO (5 AÑOS)
E: Carlos tiene 2 jarritos
Ana tiene 3 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita tener Carlos
para tener los mismos que Ana ?

N: pone las dos figuras Carlos y Ana
y les pone a cada uno sus jarritos
al conjunto de Ana (mayor) le quita
el número de objetos que se señalan en el
conjunto de Carlos (menor), cuenta el jarrito
que le quedó para dar su respuesta.

Tres de los niños de primer grado ejecutaron acciones similares a las realizadas por los de preescolar; los otros dos niños pudieron prescindir de los objetos, comprendiendo todas las relaciones entre los elementos del problema.

Para los niños de segundo y tercer grado, el problema resultó comprensible, los siguientes ejemplos corroboran esto:

JUAN CARLOS (7 AÑOS)

E: Carlos tiene 11 jarritos
Ana tiene 18 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita tener Carlos
para tener los mismos que Ana ?
N: responde rápidamente : 7
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé, empecé a contar desde el 12 hasta el 18
y fueron 7.

ROSA ADRIANA (8 AÑOS)
E: Carlos tiene 11 jarritos
Ana tiene 18 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita tener Carlos
para tener los mismos que Ana ?
N: se auxilia de sus dedos y comienza a contar
a partir del numero 12 hasta el 18
responde 7.

Los investigadores que hemos venido refiriendo a lo largo de este trabajo, no mencionan nada respecto a las dificultades de los problemas de Igualación. Empero dada la similitud de las relaciones semánticas implicadas en Igualación 1 y Comparación 1, pensamos que el esquema de aparear propio de Comparación, también es necesario para los problemas de Igualación. Esto se observa en la tendencia de los niños a construir dos conjuntos y establecer relación entre sus elementos.

Además, Igualación implica una relación dinámica mientras que en Comparación es estática, lo que nos haría suponer que resultan más fáciles los de Igualación que los de Comparación.

Por otra parte Hudson, referido en Rilley, Greeno y Heller (1983) refuta la hipótesis de que las dificultades de los problemas de Comparación de estructura parecida a los de Igualación se deban a la carencia de un esquema de apareamiento, sino más bien a la forma textual en que se presenta el mismo, ya que hay palabras que pueden reflejar mejor las relaciones semánticas involucradas.

Por esta razón introdujimos una variante en el texto convencional de Igualación 1 (ver segunda opción), el cual se aplicaría en caso de no quedar claro el primero, mismo que se vería al no contestar o dar respuestas incorrectas.

Nuestros resultados no fueron muy precisos al respecto, ya que de los 24 niños sólo 3 requirieron de la aplicación de la segunda opción, y de éstos sólo en uno se observó con claridad que la modificación al texto favoreció la comprensión de las relaciones comparativas implicadas en este problema, ya que los otros dos ni aún con esta opción lograron comprender y llegar a la respuesta correcta (uno de preescolar y otro de primero) . El siguiente ejemplo muestra la comprensión de la segunda opción:

EUSTOQUIO (5 AÑOS)
E: Carlos tiene 2 jarritos
Ana tiene 5 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita tener Carlos
para tener los mismos que Ana ?
N: no contesta
E: le vuelve a repetir el problema
N: sigue sin contestar
E: se laé la segunda opción
Hay 2 jarritos y 5 niños
¿ Cuántos jarritos más debe haber
para que a cada niño le toque 1 ?
N: pone 2 jarritos (horizontalmente)
y luego 5 niños abajo de los jarritos

(línea paralela correspondiendo niños con jarritos,
después le pone 3 jarritos más para que todos los
niños tengan jarrito, da como respuesta el número
de jarritos que tuvo que poner de más: 3

Las respuestas incorrectas de los niños, reflejan que la dificultad de comprensión se encuentra en su incapacidad para establecer relaciones entre los dos conjuntos enunciados en el problema, esto se observó cuando se dió como respuesta el total del conjunto mayor, lo cual se aprecio en orden decreciente: preescolar: 3, primer grado 2, segundo grado 1, y el tercer grado ninguno. Los siguientes ejemplos son representativos.

MIRIAM (5 AÑOS)
E: Carlos tiene 2 jarritos
Ana tiene 9 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita Carlos
para tener los mismos que Ana ?
N: responde : 9
E: ¿ Por qué 9 ?
:
N: porque Ana tiene 9

MARISOL (6 AÑOS)
E: Carlos tiene 2 jarritos
Ana tiene 9 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita tener Carlos
para tener los mismos que Ana ?
N: responde: 9
E: ¿ Por qué 9
N: no sé
E: ¿ Cómo supiste que son 9 ?
N: no contesta.

Estas dificultades mostradas por los niños, nos inclinan a pensar que tal como dicen Rilley, Greeno y Heller, la posibilidad de establecer relaciones comparativas entre dos conjuntos y la posesión del esquema de aparear, son importantes para la comprensión y la resolución del problema de Igualación 1.

ESTRATEGIAS OBSERVADAS.

CS1	CS3	CS4b	VS3	MS3	TOTAL
3	1	4	10	4	22

CS1 Separar de
CS3 Añadir
CS4b Aparear

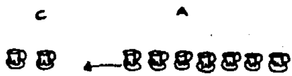
VS3 Conteo hacia adelante
MS3 Hecho conocido sobre la adición

Ninguno de los autores mencionan nada al respecto de cual sería la estrategia que modelaría mejor el problema de Igualación 1, y dado que el mismo plantea una relación comparativa entre dos conjuntos, semejante a lo que se establece en el problema de Comparación 1, creemos que las estrategias planteadas por los mismos autores para resolver éste, pueden aplicarse a Igualación 1 : CS1, CS3, VS3 y CS4; resultó muy clara la comprensión del problema a partir de la observación de estas estrategias. Los ejemplos que se muestran a continuación lo muestran:

LUCIA (6 AÑOS) ESTRATEGIA CS1

E: Carlos tiene 2 jarritos
Ana tiene 9 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita tener Carlos para tener los mismos que Ana ?
N: hace los conjuntos de Carlos y Ana del conjunto de ella separa 2 que le corresponden a Carlos, y cuenta los que le quedaron, responde: 7

ANA (5 AÑOS) ESTRATEGIA CS3

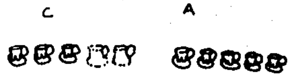


E: Carlos tiene 9 jarritos
Ana tiene 2 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita tener Carlos para tener los mismos que Ana ?
N: pone 2 jarritos y sigue agregando de uno en uno hasta el 9, responde : 7

MIRIAM (5 AÑOS) ESTRATEGIA CS4b

E: Carlos tiene 3 jarritos
Ana tiene 5 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita tener Carlos
para tener los mismos que Ana ?

N: responde que 2, porque le puso 2 jarritos más a
Carlos para tener los mismos que Ana.



ALEJANDRO (7 AÑOS) ESTRATEGIA VS3

E: Carlos tiene 11 jarritos
Ana tiene 18 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita Carlos
para tener los mismos que Ana ?

N: se auxilia con sus dedos, y empieza a contar
a partir del 12
responde: 7

MARIO (8 AÑOS) ESTRATEGIA MS3

E: Carlos tiene 11 jarritos
Ana tiene 18 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita Carlos
para tener los mismos que Ana ?

N: responde rápido: 7

E: ¿ Cómo lo hiciste ?

N: lo pensé, empece a contar desde el 12 al 18.

PROBLEMA : **COMBINACION 2**

Carlos y Ana tienen los dos
juntos 15 (8) jarritos
Carlos tiene 7 (2) jarritos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

SEGUNDA OPCION
Carlos y Ana tienen los dos
juntos 15 (8) jarritos
de esos, Carlos tiene 7 (2)
¿Cuántos jarritos tiene Ana?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	4	5	6	5	20
RESPUESTAS INCORRECTAS	1	1	0	0	2
NO HUBO RESPUESTA	1	0	0	0	1
COMPRENDIO EL PROBLEMA	4	5	6	5	20
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	2	1	0	0	3
NO SE IDENTIFICA	0	0	0	0	0
FRECUENCIA DE APLICACION	6	6	6	5	23

PREESCOLAR.

De los 6 niños, 4 dieron respuesta correcta y mostraron comprensión, requiriendo todos de apoyo concreto. Sólo uno lo resolvió con números menores a 10 y los otros con una suma menor a 5.

PRIMER GRADO

De los 6 niños 5 dieron respuesta correcta y mostraron comprensión, 4 requirieron de apoyo concreto. El niño que contestó incorrectamente tal vez no comprendió lo que tenía que hacer, ya que en los subsecuentes problemas da respuesta correcta y muestra comprensión .

SEGUNDO GRADO.

Los 6 niños dieron respuesta correcta y mostraron comprensión, predominando el empleo de números menores de 10, pudiendo prescindir de los apoyos concretos en su mayoría, ya que sólo dos se valieron de ellos.

TERCER GRADO

Los 5 niños a los que se les aplicó, lograron resolverlo y comprenderlo, tres requirieron de números menores de 10, valiéndose de los apoyos concretos.

FRECUENCIA EN EL USO DE VARIABLES

NUMEROS CHICOS menor a 10	menor a 5	NUMEROS GRANDES menor a 20	C/OBJ.	S/OBJ.	PRIMERA APLICACION	SEGUNDA APLICACION
16	5	2	15	8	7	16

ANALISIS GLOBAL

De 23 niños, 22 lo resolvieron correctamente, es importante aclarar las condiciones en las que se dió: en preescolar los números se redujeron a una suma menor a 5, todos con ayuda concreta, los de primero con números chicos también con apoyo concreto a excepción de uno, sólo dos niños de segundo y tercero trabajaron con números grandes, ellos sin la ayuda de objetos.Por lo anterior podemos observar el predominio de la variable de números pequeños.

La dificultad del problema se debió principalmente (Rilley, Heller y Greeno, 1983) a la falta de comprensión de las relaciones parte-todo, ya que los niños tienden a interpretar cada uno de los renglones del problema por separado como en el de Cambio 1, y no infieren la relación entre dos conjuntos, por esto los niños responden incorrectamente. Para facilitar la comprensión de este problema

se redacto una segunda opción en la cual se añadieron dos palabras "DE ESOS", haciendo que fueran más explícitas para el niño las oraciones implicadas en el problemas que le permitieran comprender y llegar a la solución del mismo.

De tal forma se aplicó la segunda opción en 16 niños de los 23, por lo que podemos pensar que en la primera opción no eran explícitas las relaciones, no quedaba claro el problema, como se ve en los siguientes ejemplos:

MARIA EUGENIA (7 AÑOS)
PRIMERA OPCION
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 jarritos
Carlos tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: 15
SEGUNDA OPCION
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 jarritos
DE ESOS, 7 son de Carlos y los demás de Ana
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: responde rápido: 8

EDITH (7 AÑOS)
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 jarritos
Carlos tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: 22
SEGUNDA OPCION
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 8 jarritos
DE ESOS, 2 son de Carlos y los demás son de Ana
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: responde rápido: 6

ESTRATEGIAS EMPLEADAS.

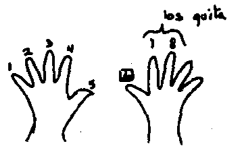
CS1	CS3	VS3	MS1	MS3	MS4	TOTAL
14	0	1	4	1	1	21

CS1 Separando de
VS3 Conteo ascendente
MS1 Sustracción directa
CS3 Añadiendo

MS3 Adición Directa
MS4 Hechos derivados sustracción directa

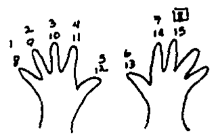
Los resultados indican que la estructura del problema determina que estrategia emplear, así tenemos que 14 niños de 22 modelaron la acción o interrelación descrita en el problema (la cual estaba implicada en la segunda opción al agregársele "DE ESOS") con la estrategia Separando de CS1; coincidiendo con lo que dice Carpenter y Moser de que es la estrategia que mejor modela este problema. por ejemplo:

ROSA ADRIANA (8 AÑOS) ESTRATEGIA CS1
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 jarritos
Carlos tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: no responde
SEGUNDA OPCION
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 8 jarritos
DE ESOS, 2 son de Carlos y los demás son de Ana
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: 6, pone 8 dedos y le quita dos, cuenta los que le quedaron.



No así con lo que plantea DeCorte y Verschaffel de que también se modela con la estrategia de Añadiendo CS3, la cual en nuestra muestra no fue observada, coincidiendo sólo un niño en utilizar la de Conteo ascendente a partir de lo dado VS3.

JUAN MANUEL (8 AÑOS) ESTRATEGIA VS3
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 jarritos
Carlos tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: 8, cuenta a partir del 8 hasta el 15 auxiliándose



con sus dedos.

Seis niños utilizaron estrategias mentales, siendo la más utilizada la de sustracción directa, ya que al ser comprendidas en su segunda opción las relaciones implicadas en el mismo no presentan mayor dificultad, reflejándose en sus respuestas.

CHRISTIAN (7 AÑOS) ESTRATEGIA MS1
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 jarritos
Carlos tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: no me la sé
SEGUNDA OPCION
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 8 jarritos
DE ESOS, 2 son de Carlos y los demás de Ana
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: contesta rápido: 6
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé: 8 menos 2 es igual a 6

JANET (7 AÑOS) ESTRATEGIA MS3
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 jarritos
Carlos tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: responde rápido : 8
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé, primero puse 7 y luego sumé para
llegar a 15.

Un caso interesante y a la vez raro por no presentarse con frecuencia es el de Mario, el cual utilizó una estrategia mental de hechos derivados de sustracción directa MS4, cabe mencionar que igual lo resolvió con la segunda opción.

MARIO (8 AÑOS) ESTRATEGIA MS4
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 jarritos

Carlos tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: no me la sé
SEGUNDA OPCION
E: Carlos y Ana tienen los dos juntos 15 jarritos
DE ESOS, 7 son de Carlos y los demás de Ana
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?
N: contesta rápido 8
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé: primero le quité 5 a ella para llegar
a 10 y luego 2.

PROBLEMA **COMBINACION 1**

Carlos tiene 6 (3) jarritos
Ana tiene 9 (7) jarritos
¿ Cuántos jarritos tienen los dos juntos ?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	5	5	6	6	22
RESPUESTAS INCORRECTAS	1	1	0	0	2
NO HUBO RESPUESTA	0	0	0	0	0
COMPRENDIO EL PROBLEMA	6	6	6	6	24
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	0	0	0	0	0
NO SE IDENTIFICA	0	0	0	0	0
FRECUENCIA DE APLICACION	6	6	6	6	24

PREESCOLAR

De 6 niños, 5 respondieron correctamente, 2 con números cuya suma es menor de 10 y 3 con números menores de 5, requiriendo todos de apoyo concreto. El niño que respondió incorrectamente fue porque no sumó bien, sin embargo entendió las relaciones implicadas en el problema.

PRIMER GRADO

De los 6 niños, 5 respondieron correctamente, todos utilizaron números chicos y sólo uno requirió del apoyo concreto. El niño que respondió incorrectamente fue porque no sumó bien, pero si comprendió el problema.

SEGUNDO GRADO

Los 6 niños lo resolvieron sin objetos y con números grandes a excepción de uno que lo hizo con números chicos.

TERCER GRADO

Los 6 niños lo resolvieron con números grandes, sin objetos.

FRECUENCIA EN EL USO DE VARIABLES				
NUMEROS CHICOS		NUMEROS GRANDES	CON OBJETOS	SIN OBJETOS
menor a 10	menor a 5	menor a 20		
9	4	11	7	17

ANALISIS GLOBAL

Podemos observar que en general en todos los niños no se presentó mayor dificultad para la resolución de este problema, aún cuando implica una comprensión entre las partes y el todo, sólo dos no lograron llegar a la respuesta correcta. Ejemplo:

CARLOS ALBERTO (5 AÑOS)
E: Carlos tiene 3 jarritos
Ana tiene 4 jarritos
¿ Cuántos jarritos tienen los dos juntos ?
N: pone los 3 jarritos de Carlos y hace
otro conjunto con los 4 jarritos de Ana

pero al juntarlos y sumarlos, se equivoca
responde : 6

ERNESTO (6 AÑOS)
E: Carlos tiene 3 jarritos
Ana tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos tienen los dos juntos ?
N: pone los tres jarritos de Carlos
y hace otro conjunto con los 7 jarritos de Ana
pero al juntarlos y sumarlos se equivoca
responde: 9

Podemos decir que los 24 niños comprendieron las relaciones contenidas en el problema, y quizá si a los dos niños que dieron respuesta incorrecta se le hubiera aplicado con números cuya suma no excediera a 5 lo hubieran contestado correctamente. Con los siguientes ejemplos nos damos cuenta como se les facilitó resolverlo:

CHRISTIAN (6 AÑOS)
E: Carlos tiene 3 jarritos
Ana tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos tienen los dos juntos ?
N: se auxilia con sus dedos y comienza a contar
desde el uno hasta el 7, y luego del 8 al 10
haciendo un doble conteo: 10

JANET (7 AÑOS)
E: Carlos tiene 6 jarritos
Ana tiene 9 jarritos
¿ Cuántos jarritos tienen los dos juntos ?
N: se auxilia con sus dedos y comienza a contar
desde el 7 hasta el 15, haciendo un doble
conteo: 15

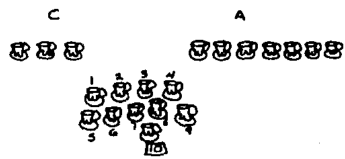
ESTRATEGIAS EMPLEADAS

CA1	CA2b	CA3	VA1	VA2	VA3	VA4	MA2	TOTAL
0	5	5	1	1	3	8	1	24

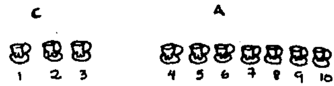
CA1 Agregar
CA2b Dos conjuntos, mueve los dos
CA3 Juntar, sin moverlos
VA1 Conteo total desde el uno
VA2 Conteo total desde el más grande
VA3 Conteo desde el primero
VA4 Conteo desde el más grande
MA2 Hecho conocido desde el más grande.

De las estrategias concretas usadas por los 6 niños de preescolar así como por 4 de primer grado, encontramos coincidencia con los estudios de DeCorte y Verschaffel (1987), en el sentido de que se resuelve mejor con las estrategias CA2b y CA3, los siguientes ejemplos lo muestran:

LUCIA (6 AÑOS) ESTRATEGIA CA2b
E: Carlos tiene 3 jarritos
Ana tiene 7 jarritos
¿ Cuántos jarritos tienen los dos juntos ?
N: lo modela poniendo el conjunto de Carlos y el de Ana, los junta y los cuenta: 10



ANERIS (6 AÑOS) ESTRATEGIA CA3
E: Carlos tiene 3 jarritos
Ana tiene 7 jarritos
¿ Cúantos jarritos tienen los dos juntos ?
N: lo modela poniendo dos conjuntos, el de Carlos y el de Ana, los cuenta por separado: 10



No correspondiendo así con lo que teóricamente mencionan Carpenter y Moser (1982) de que se resuelve construyendo dos conjuntos y añadiendo un conjunto al otro, mismos que corresponden a la estrategia CA1 y que en nuestro estudio no se reflejó, no obstante ellos mismos dicen que en la práctica se usaron indistintamente las variantes de Juntar, Agregar y Sin moverlos.

De las estrategias concretas según DeCorte y Verschaffel (1987), es más frecuente utilizar VA4 y menos frecuente VA3, obteniendo efectivamente que de 13 niños que utilizaron estrategias verbales, 9 aplicaron lo mencionado por ellos, además de que la única estrategia mental utilizada también aplicó esta propiedad de conmutatividad. Los siguientes ejemplos muestran claramente lo mencionado:

GABRIEL (8 AÑOS) ESTRATEGIA VA4
E: Carlos tiene 6 jarritos
Ana tiene 9 jarritos
¿ Cuántos jarritos tienen los dos juntos ?
N: empieza a contar desde el 10 utilizando
sus dedos y haciendo un doble conteo: 15

MARIO (8 AÑOS) ESTRATEGIA MA2
E: Carlos tiene 6 jarritos
Ana tiene 9 jarritos
¿ Cuántos jarritos tienen los dos juntos ?
N: responde rápido: 15
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé: sumé 9 más 6

Es importante señalar que esta característica fue aplicada por los niños de segundo y tercero, debido a que para poder hacerlo debe haber una reorganización de la representación de como se presenta el problema en su inicio siendo más fácil cuando los dos conjuntos tienen la misma función.

PROBLEMA **CAMBIO 6**

Carlos tenia algunos jarritos
luego le dio 7 (3) jarritos a Ana
ahora Carlos tiene 12 (6) jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos
al principio ?

SEGUNDA OPCION
Carlos tenía algunos jarritos
pero no sabemos cuántos,
de esos jarritos le regaló 7
(3) a Ana y Carlos se quedó
12 (6) jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos antes de regalarle los
7 (3) a Ana ?

TERCERA OPCION
Carlos tenia algunos jarritos
pero no sabía cuantos, porque no los había contado
de sus jarritos le regaló 7 (3) a Ana
y después de que se los regaló contó sus jarritos
y vió que le quedaban 12 (6) jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos antes de regalarle
los 7 (3) a Ana ?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	3	4	4	6	17
RESPUESTAS INCORRECTAS	3	2	2	0	7
NO HUBO RESPUESTA	0	0	0	0	0
COMPRENDIO EL PROBLEMA	3	4	4	6	17
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	3	2	2	0	7

NO SE IDENTIFICA	0	0	0	0	0
FRECUENCIA DE APLICACION	6	6	6	6	24

PREESCOLAR

De los 6 niños a los cuales se les aplicó el problema, 3 dieron respuesta y mostraron comprensión, sólo dos utilizaron números cuya suma era menor a 10 y el otro con números menores a 5. Todos requirieron de apoyo concreto. Los que contestaron incorrectamente coincidieron en dar como respuesta la segunda cantidad enunciada en el problema, lo que nos lleva a suponer que no lo comprendieron.

PRIMER GRADO

De los 6 niños 4 dieron respuesta correcta y mostraron comprensión, utilizando números cuya suma no excedía a 10, un niño no requirió de apoyo concreto, y otro lo hizo con la segunda opción..

SEGUNDO GRADO

De los 6 niños, 4 lo resolvieron con la primera opción, dos con números grandes, no requirieron de apoyo concreto.

TERCER GRADO

Los 6 niños dieron respuesta correcta y mostraron comprensión, sólo 2 de los 6 niños lo resolvieron con la segunda opción y los otros con la primera, 5 utilizaron números grandes y todos requirieron de apoyos concretos.

FRECUENCIA EN EL USO DE VARIABLES

NO. CHICOS		NO. GDES.	C/ OBJ.	S/ OBJ.	PRIMERA	SEGUNDA	TERCERA
menor a 10	menor a 5	menor a 20			APLICACION	APLICACION	APLICAC.
13	4	7	11	13	21	3	0

ANALISIS GLOBAL

Para la generalidad de los niños, incluso tres niños de preescolar mostraron comprensión y lograron resolverlo. Sin embergo en los niños de segundo y tercero se encontraron mayores posibilidades para resolverlo con números mayores de 10, prescindiendo en todos los casos del uso de objetos; en tanto que en preescolar y primero si requirieron de este apoyo de manera evidente, y probablemente el empleo de números cuya seuma era menor de 10 e incluso menor de 5, haya facilitado la comprensión del problema.

La comprensión de las relaciones implicadas en este problema se evidencia a través de las justificaciones verbales de los niños y de sus acciones para modelarlo, como podemos ver en los siguientes ejemplos:

CITLALI (5 AÑOS)
E: Carlos tenía algunos jarritos
luego le dio 2 jarritos a Ana
ahora Carlos tiene 3 jarritos
¿ CUántos jarritos tenía Carlos al principio ?
N: no entiendo
SEGUNDA OPCION
E: Carlos tenía algunos jarritos, pero no sabemos cuántos
de esos jarritos le regaló 2 a Ana
y Carlos se quedó con 3 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos antes de regalarle
los 2 a Ana ?
N: le pone 3 jarritos a Carlos y 2 jarritos a Ana
E: ¿ Cuántos jarritos tendría Carlos al principio ?
N: mira los jarritos y reesponde : 5
E: ¿ Cómo lo supiste ?
N: porque los conté

ANA (5 AÑOS)
E: Carlos tenía algunos jarritos
luego le dió 3 jarritos a Ana
ahora Carlos tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos al principio ?
N: algunos

E: se le repite el problema
N: forma dos conjuntos: de 3 y de 6
retira los del conjunto de 3 y los
pone en el otro conjunto, cuenta y responde : 9
E: ¿ Qué contaste primero ?
N: los jarritos de Carlos: 6, y como le regaló 3 a Ana
entonces tenía 9 al principio.

Una respuesta muy frecuente en los niños, fue decir que Carlos tenía "*algunos*", lo cual resulta muy lógico desde la perspectiva infantil dado la forma textual del problema. Cabe hacer una reflexión acerca de estas respuestas lógicas de los niños que muchas veces son rechazadas por los adultos provocándoles confusión.

En uno de los casos en que se mostró incomprensión, el niño insistía en dar como respuesta, el segundo número enunciado en el problema, es decir, el conjunto resultante. Esto probablemente se deba a la dificultad para ver las cantidades como parte del todo, el niño no considera que los jarritos que le dio a Ana también forman parte del conjunto de Carlos. El siguiente caso lo ejemplifica mejor:

EUSTOQUIO (5 AÑOS)
SEGUNDA OPCION
E: Carlos tenía algunos jarritos, pero no sabemos cuántos
de esos jarritos le regaló uno a Ana
y Carlos se quedó con 2 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos antes de regalarle 1 a Ana ?
N: 2
TERCERA OPCION
E: Carlos tenía algunos jarritos, pero no sabía cuantos
porque no los había contado, de sus jarritos le regaló
dos a Ana, y después de que se los regaló contó sus jarritos
y vió que le quedaban 3 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos antes de regalarle los 2 a Ana?
N: 3

En este caso también se observó que la carencia del esquema parte-todo dificultó la comprensión del problema, ya que el niño construye un conjunto y para construir el segundo conjunto toma elementos del anterior. Esto se observó en el siguiente caso:

CARLOS ALBERTO (5 AÑOS)

E: Carlos tenía algunos jarritos
luego le dió un jarrito a Ana
ahora carlos tiene 3 jarritos
¿ CUántos jarritos tenía Carlos al principio ?
N: pone muchos jarritos a Carlos y reponde: muchos
E: pero le quedaron 3 y a Ana le regaló 1
N: quita muchos y los pone en el canasto
E: ¿Cuántos jarritos tenía Carlos antes de darle un jarrito a Ana?
N: vuelve a juntar muchos jarritos y responde: muchos.

Según Heller, Rilley y Greeno (1983), este es un problema que presenta notables dificultades a los niños, debido precisamente a que requiere de la comprensión de las relaciones parte-todo entre las cantidades.

Nosotros sólo observamos estas dificultades claramente en los casos descritos.

Aparentemente para el resto de los niños a quienes se les aplicó este problema resultó clara su comprensión, sin embargo habría que tomar en cuenta que probablemente la habilidad que mostraron al resolverlo se deba a que Cambio 6 se aplicó inmediatamente después de Combinación 1, cuya resolución no requiere de una reorganización de la información dada en el texto, como en el caso de Cambio 6 donde es necesario guardar el rastro de la cantidad enunciada como "algunos", para lo cual se necesita representar internamente las relaciones del problema.

Es posible que los niños hayan empleado la misma táctica de sumar las cantidades escuchadas como en Combinación 1, por lo cual pudieron hallar la respuesta correcta. Esto se observa por la similitud de las estrategias empleadas en uno y otro problema que como veremos más adelante son propias de Combinación 1 especialmente a nivel concreto.

De la dificultad principal en la resolución de este problema según Rilley, Heller y Grenno (1983) es que los niños necesitan mantener mentalmente el registro de que la primera cantidad enunciada en el problema es el conjunto de cambio, y lo que se desconoce es el conjunto inicial.

Cuando los niños no tienen esa posibilidad, registran como conjunto inicial la primera cantidad enunciada en el problema.

Nosotros sólo pudimos observar, este tipo de respuesta en un niño de preescolar, el cual no nos permite tener elementos para confirmar lo sugerido por estos investigadores.

En la aplicación de este problema se introdujo sistematicamente una variable en el patrón textual que se puede apreciar en la segunda y tercera opción de este problema.

Esto tenía como propósito identificar si las dificultades de los niños se debía a problemas en la comprensión del lenguaje, más que a carencias conceptuales. Sin embargo sólo en tres ocasiones se observó que esta variable facilitó la comprensión. La generalidad de los niños que lo comprendieron y lo resolvieron acertadamente no requirieron de este tipo de ayuda, y en los casos que se observaron dificultades ni aún esta modificación del texto favoreció la comprensión.

ESTRATEGIAS OBSERVADAS

CA1	CA2	CA2a	CA3	VA2	VA4	MA2	TOTAL
0	0	1	8	1	6	3	19

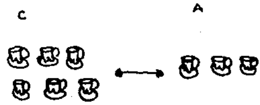
CA1 Agregar
CA2 Juntar
CA2a Juntar dos conjuntos, mueve sólo uno
CA3 Juntar dos conjuntos, sin moverlos

VA2 Conteo total desde el más grande
VA4 Conteo desde el más grande
MA2 Hecho conocido comenzando por el más grande.

La estrategia concreta que predominó en la resolución de este problema, fue la de Juntar CA3. observada 8 veces y CA2 también de Juntar, en una ocasión, estas estrategias se observaron básicamente en el nivel preescolar y primer grado; uno de los niños que se valió de esta estrategia , construyó en primer lugar el conjunto de 3 , es decir, invirtió los numeros del problema . Esto podria sugerimos, que los niños en ocasiones se encuentran en momentos intermedios entre un nivel de internalización y otro, en este caso, entre el concreto y el verbal , ya que esta inversión de los números en el nivel concreto se observó en algunas oportunidades , por ejemplo el siguiente caso:

ANERIS (6 AÑOS)
E: Carlos tenia algunos jarritos
luego le dió 3 jarritos a Ana

ahora Carlos tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos al principio ?
N: pone 3 jarritos a Carlos , y pregunta ¿ y ésta ?
(señalando a Ana)
E: aquí no dice cuántos tenía, sólo dice que algunos,
y luego le dió 3 a Ana
N: pone otros 3 al conjunto de Carlos (6) y hace otro conjunto
de 3 y responde: 9



Las estrategias verbales sólo fueron empleadas en segundo y tercer grado, los siguientes casos son ilustrativos de las mismas :

JANET (7 AÑOS) ESTRATEGIA VA2
E. Carlos tenía algunos jarritos
luego le dió 7 jarritos a Ana
ahora Carlos tiene 12 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos al principio ?
N: se auxilia con sus dedos contando desde el 1 hasta el 7
y agregando de uno en uno el segundo sumando
responde : 19

JUAN MANUEL (8 AÑOS) ESTRATEGIA VA4
E: Carlos tenía algunos jarritos
luego le dió 7 jarritos a Ana
ahora Carlos tiene 12 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos al principio ?
N: se auxilia con sus dedos y empieza a contar
a partir del 13 hasta el 19 (7) ,
responde : 19

De los niños que se desempeñaron a nivel mental, en dos se observaron claramente la inversión de los números, para comenzar desde el más grande, es decir, el empleo de la estrategia MA2. Ejemplo:

JUAN GABRIEL (7 AÑOS) ESTRATEGIA MA2

E: Carlos tenía algunos jarritos
luego le dió 3 a Ana
ahora Carlos tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos al principio ?
N: responde rápidamente : 9
E: ¿ Cómo le hiciste ?
N: empece a contar del 7 al 9

En otro caso más no se aprecia claramente si se trata del empleo de un Hecho conocido desde el primero MA1 o un Hecho conocido desde el más grande MA2 ya que el niño no justifica su respuesta..

Cabe mencionar que las estrategias mentales no se observaron en niños de tercer grado , mientras que en segundo y primero si. Es posible que esto se deba a que en tercer grado , siempre se emplearon números cuya suma era mayor de 10 y en los grados anteriores estas estrategias se observaron con números menores a 10.

Probablemente los niños identifiquen más rápido los Hechos conocidos sobre la adición con cantidades pequeñas de 10.

Los autores antes mencionados, observaron el empleo de las estrategias concretas de Agregar CA1 y Juntar CA2 y CA3 en la resolución de este problema , las cuales encontramos también nosotros. Según ellos, la estrategia que mejor modela este problema, es una que no se encuentra considerada en su esquema de clasificación y que consiste, en construir un conjunto de tamaño arbitrario, quitar de él una cantidad igual al primer sumando, aumentar o disminuir el conjunto original hasta que tenga tantos elementos como señala el segundo número y contar el total de objetos de los dos conjuntos.

Nosotros sólo observamos en un niño de preescolar, un intento por llevar a cabo esta estrategia, aunque no logro resolver el problema.

PROBLEMA COMPARACION 1

Carlos tiene 15 (9) jarritos
Ana tiene 6 (4) jarritos
¿ Cuántos jarritos más tiene
Carlos que Ana ?

SEGUNDA OPCION
Hay 15 (9) niños
y 6 (9) jarritos
si se reparten los jarritos a cada niño
¿ Cuántos se quedan sin
jarrito ?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	6	6	6	5	23
RESPUESTAS INCORRECTAS	0	0	0	0	0
NO HUBO RESPUESTA	0	0	0	1	1
COMPRENDIO EL PROBLEMA	6	6	6	5	23
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	0	0	0	1	1
NO SE IDENTIFICA	0	0	0	0	0
FRECUENCIA DE APLICACION	6	6	6	6	24

PREESCOLAR

Los 6 niños dieron respuesta correcta mostrando comprensión de las relaciones implicadas en el problema, se emplearon números cuya suma no excedía a 5 con la ayuda de apoyos concretos.

PRIMER GRADO

Los 6 niños respondieron correctamente mostrando comprensión de las relaciones implicadas en el problema, utilizando números cuya suma no excediera a 10 con la ayuda de apoyos concretos.

SEGUNDO GRADO

Los 6 niños lograron dar la respuesta correcta, tres con números grandes y sólo dos necesitaron ayuda de apoyos concretos.

TERCER GRADO

De los 6 niños, 5 lo resolvieron correctamente. El niño restante no pudo contestar por no quedarle claro el problema ni aún con la segunda opción.

FRECUENCIA EN EL USO DE VARIABLES

NUMEROS CHICOS		NUMEROS GRANDES	C/OBJ.	S/OBJ.	PRIMERA APLICACION	SEGUNDA APLICACION
menores a 10	menores a 5	menores a 20				
10	6	8	15	9	8	15

ANALISIS GLOBAL

Podemos observar que en preescolar así como en primer grado , todos los niños requirieron de apoyo concreto para dar solución , con las variables en preescolar de números cuya suma era menor a 5, y en primer grado menor a 10, no así en segundo y tercero en los que la característica predominante fue la de trabajar con números grandes y sin objetos.

Cabe mencionar que una respuesta incorrecta en 9 niños fue la de dar el número del conjunto más grande, en la aplicación de la primera opción del problema, quizá debido a que no quedaba lo suficientemente claro. Por lo que podemos considerar que es un problema complejo en la estructura semántica, ya que se encontró que los niños no comprendían la relación implicada en el problema de " ¿ Cuántos más ?", como se muestra en el siguiente ejemplo:

JUAN CARLOS (7 AÑOS)
E: Carlos tiene 15 jarritos
Ana tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos más tiene Carlos que Ana ?
N: 15 jarritos

GABRIEL (8 AÑOS)
E: Carlos tiene 15 jarritos
Ana tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos más tiene Carlos que Ana ?
N: 15 jarritos

Coincidiendo con lo que dice Heller, Rilley y Greeno (1983) de que muy pocos niños contesta la pregunta de ¿ Cuántos Más ? , ya que encontramos que 8 niños de 23 lograron comprender, llevándonos a pensar que los niños no tengan un procedimiento para encontrar una diferencia entre conjuntos.

Por otra parte Hudson, referido por los mismo autores, refuta la hipótesis de que las dificultades de estos problemas se deba a la carencia de un esquema de apareamiento, sino más bien a la forma textual en que se presenta el problema, ya que hay palabras que pueden refleja mejor las relaciones semánticas implicadas en el problema, por esta razón nosotros introdujimos una variante al texto original, que es la segunda opción.

Nuestro resultados fueron muy precisos al respecto, ya que 15 niños mostraron mejor comprensión con esta opción. Como se muestra en los siguientes ejemplos:

JANET (7 AÑOS)
E: Carlos tiene 15 jarritos
Ana tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos más tiene Carlos que Ana ?
N: no le entiendo
SEGUNDA OPCION
E: Hay 15 niños y 6 jarritos
si se reparten los jarritos a cada niño
¿ Cuántos niños se quedan sin jarrito ?
N: 9 niños (puso 15 dedos y le quitó 6)

LUCIA (6 AÑOS)
E: Carlos tiene 9 jarritos
Ana tiene 4 jarritos
¿ Cuántos jarritos más tiene Carlos que Ana ?
N: 9
SEGUNDA OPCION
E: Hay 9 niños y 4 jarritos
sise reparten los jarritos a cada niño
¿ Cuántos niños se quedan sin jarrito ?
N: pone los 9 niños y les pone su jarrito
a cada quien, cuenta los niños que
quedaron sin jarrito y responde : 5

ESTRATEGIAS OBSERVADAS

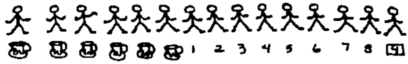
CS1	CS2	CS3	CS4a	VS3	MS3	TOTAL
2	1	1	12	6	1	23

CS1 Separando de
CS2 Separar hasta
CS3 Añadir
CS4a Apareamiento
VS3 Conteo ascendente
MS3 Hecho conocido adición directa

De las estrategias concretas usadas, podemos observar que coinciden con los estudios realizados por los autores referidos, en el sentido de que la mejor estrategia de resolución para este tipo de problema es el Apareamiento CS4a, pudiendo nosotros constatarlo con el cuadro anterior en donde se ve claramente que la estrategia más utilizada fue ésta, por 12 de los 23 niños, los cuales requirieron de la aplicación de la segunda opción . Como se observa en los siguientes ejemplos:

MARIA EUGENIA (7 AÑOS) CS4a
SEGUNDA OPCION
E: Hay 15 niños y 6 jarritos
si se reparten los jarritos a cada niño
¿ Cuántos niños se quedan sin jarrito ?
N: puso primero los 15 niños, y luego les fue poniendo

los jarritos, contó los que se quedaron sin jarrito
responde: 9



Siendo también usada la estrategia de Conteo Ascendente VS3, la cual fue utilizada por 6 niños ejemplo:
ROSA ADRIANA (8 AÑOS) ESTRATEGIA VS3

E: Carlos tiene 15 jarritos
Ana tiene 6 jarritos
¿? Cuántos jarritos más tiene Carlos que Ana ?
N: empezó a contar desde el 7 hasta el 15
auxiliándose con sus dedos responde : 9

Coincidiendo también esto con lo que dicen Carpenter y Moser (1982) que la estrategia más usada para este problema es la de Conteo ascendente VS3. Cabe aclara que la estrategia de apareamiento corresponde a la segunda opción del problema, en donde está implícita la relación de ¿ Cuántos se quedarán sin ?, el cual retomando a Rilley, Heller y Greeno (1983), la mayoría lo responde correctamente. Lo que nos lleva a pensar que la estructura del problema va a determinar que estrategia emplear.

PROBLEMA IGUALACION 6

Carlos *tiene* 7 (4) jarritos
si a Ana se le perdieran 12 (5) jarritos
le quedarían los mismos jarritos que a Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

SEGUNDA OPCION.

Hay 7 (4) *niños* que van a tomar su atole
y en la *mesa* hay algunos jarritos
si se quitaran 12 (5) jarritos
le tocaría uno a cada quien
¿ Cuántos jarritos hay en la mesa ?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	3	6	1	4	14
RESPUESTAS INCORRECTAS	1	0	4	1	6
NO HUBO RESPUESTA	2	0	1	1	4
COMPRENDIO EL PROBLEMA	3	6	1	1	14
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	3	0	4	2	9
NO SE IDENTIFICA	0	0	1	0	1
FRECUENCIA DE APLICACION	6	6	6	6	24

PREESCOLAR.

De los 6 niños 3 dieron respuesta correcta y mostraron comprensión de las relaciones implicadas en el problema, requiriendo todos de apoyo concreto, sólo uno lo resolvió con números que dan una suma menor a 10, y los otros 2 con números menores a 6 y con la segunda opción.

PRIMER GRADO.

Todos los niños dieron respuesta correcta y comprendieron el problema, requiriendo de números cuya suma era menor a 10, utilizando 4 el apoyo concreto.

SEGUNDO GRADO.

De los 6 niños 5 mostraron incomprensión del problema, debido a que no entendían las relaciones entre los elementos del mismo.

TERCER GRADO.

De los 6 niños 4 comprendieron el problema y llegaron a la respuesta correcta, 3 con números cuya suma era menor a 20 y el otro con números menores a 10.

FRECUENCIA EN EL USO DE VARIABLES

NUMEROS CHICOS		NUMEROS GRANDES	C/OBJ.	S/OBJ.	PRIMERA	SEGUNDA
menores a 10	menores a 5	menores a 20			APLICACION	APLICACION
16	5	3	20	4	9	15

ANALISIS GLOBAL.

Este problema aparentemente resultó menos complejo para niños de preescolar y primero que para los de segundo y tercero, dada la elevada frecuencia de respuestas correctas y comprensión del problema, no obstante hay que tomar en cuenta que en esos grados se emplearon siempre números cuya suma no excedía a 10, y en algunas ocasiones a 6, valiéndose en todos los casos de apoyos concretos (a excepción de un niño de primer grado que aplicó una estrategia mental). Factores que probablemente facilitaron la comprensión y resolución del mismo.

Con los niños de segundo y tercero se emplearon números cuya suma no excedía a 20, aplicándose en 4 casos números cuya suma no excedía a 10, predominando el uso de apoyos concretos, y de la aplicación en la mayoría de los casos de la segunda opción del problema. Sin embargo aún con todas estas variables el problema no tuvo éxito principalmente para los niños de segundo.

La comprensión del problema en los niños que emitieron respuesta correcta se observa en las acciones ejecutadas por los mismos, cuando se desempeñaron con objetos concretos, generalmente establecieron una relación de apareamiento. Los siguientes ejemplos muestran la comprensión del mismo:

CITLALI (5 AÑOS)
E: Carlos tiene 4 jarritos
si a Ana se le perdieran 5 jarritos
le quedarían los mismos jarritos que a Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: no contesta
SEGUNDA OPCION
E: Hay 2 niños que van a tomar su atole
y en la mesa hay algunos jarritos
si se quitaran 4 jarritos
le tocaría uno a cada quien
¿ Cuántos jarritos hay en la mesa ?
N: pone a los dos muñequitos con sus jarritos
y en el renglón de los jarritos pone 4
los cuenta todos y responde: 6

JANET (7 AÑOS)
E: Carlos tiene 7 jarritos
si a Ana se le perdieran 12 jarritos
le quedarían los mismos que a Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: 7 E: le vuelve a leer el problema
N: se auxilia con sus dedos y empieza a contar
desde el uno , con el segundo sumando presentado
en el problema (12) y sigue sumando de uno en uno
el primer número responde : 19

Con el propósito de advertir si la dificultad del problema se debía a la falta de comprensión del lenguaje, más que dificultades conceptuales de comprensión a la estructura semántica en este problema. Introdujimos una variante al texto (segunda opción), que reflejara con mayor claridad la relación comparativa involucrada en el problema.

En nuestros resultados encontramos que de las 15 veces en las que se empleó esta variante, sólo en 7 niños favoreció la comprensión. los siguientes ejemplos muestran lo anterior:

MARIA EUGENIA (7 AÑOS)
E: Carlos tiene 7 jarritos
si a Ana se le perdieran 12 jarritos
le quedarían los mismos que a Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: 7
SEGUNDA OPCION
E: Hay 5 niños que van a tomar su atole
y en la mesa hay algunos jarritos
si se quitaran 9 jarritos
le tocaría uno a cada quien
¿ Cuántos jarritos hay en la mesa ?
N: resta en lugar de sumar : 4

ANERIS (6 AÑOS)
E: Carlos tiene 4 jarritos
si a Ana se le perdieran 5 jarritos
le quedarían los mismos jarritos que a Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: lo le entiendo
SEGUNDA OPCION
E: Hay 4 niños que van a tomar su atole
y en la mesa hay algunos jarritos
si se quitaran 5 jarritos
le tocaría uno a cada quien
¿ Cuántos jarritos hay en la mesa ?
N: forma dos conjuntos: de jarritos y niños paralelos
y pone en el de jarritos 5 más, cuenta todos y

responde : 9

De acuerdo en los resultados mencionados en el párrafo anterior, resulta ambiguo determinar si la dificultad de el problema se deba a la falta de comprensión del lenguaje, o realmente a la carencia de un esquema conceptual básico para la comprensión del problema.

Los investigadores que hemos venido refiriendo, no mencionan nada al respecto de las dificultades de los problemas de Igualación. Empero dada la similitud de las relaciones comparativas implicadas en este problema y Comparación 3, pensamos que el esquema de apareamiento propio de éste también es necesario para la resolución de Igualación 6. Esto se observa en la tendencia de los niños a construir dos conjuntos y establecer la relación entre sus elementos (estrategia CA5).

Las respuestas incorrectas de los niños reflejan que la dificultad de la comprensión se encuentra en su incapacidad para establecer las relaciones comparativas entre los dos conjuntos enunciados en el problema, esto se observó particularmente en las situaciones en que los niños no daban ninguna respuesta. Los siguientes ejemplos son ilustrativos de estos:

EUSTOQUIO (5 AÑOS)
E: Carlos tiene 2 jarritos
si a Ana se le perdieran 2 jarritos
le quedarían los mismos que a Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: no contesta
SEGUNDA OPCION
E: Hay 2 niños que van a tomar su atole
y en la mesa hay algunos jarritos
si se quitaran 12 jarritos
le tocaría uno a cada quien
¿ Cuántos jarritos hay en la mesa ?
N: no contesta
De igual forma se le aplican los mismos problemas con números menores a 10, y tampoco responde.

ESTRATEGIAS OBSERVADAS.

CA2a	CA3	CA5	VA2	VA3	VA4	MA1	MA2	TOTAL
1	1	6	1	1	1	2	1	14

CA2a Juntar, mueve sólo un conjunto
CA3 Juntar sin moverlos
CA5 Apareamiento inverso
VA2 Conteo total desde el más grande
VA3 Conteo desde el primero
VA4 Conteo desde el +grande
MA1 Hecho conocido desde el primero.
MA2 Hecho conocido desde el más grande.

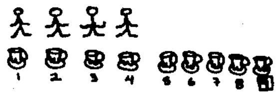
La estrategia concreta que predominó en la resolución de este problema fue CA5, ésta según DeCorte y Verschaffel es apropiada para el de Comparación 3, cuya estructura es semejante al de Igualación 6, por la relación comparativa que supone, y porque de igual manera se resuelve mediante una adición.

Aunque estos autores no mencionan que estrategia concreta puede resultar apropiada para Igualación 6 creemos que el apareamiento inverso representa las relaciones de éste problema en su Segunda Opción. Como podemos ver en el siguiente ejemplo:

ANA (5 AÑOS) ESTRATEGIA CA5
SEGUNDA OPCION

E: Hay 4 niños que van a tomar su atole
y en la mesa hay algunos jarritos
si se quitaran 5 jarritos
le tocaría uno a cada quien
¿ Cuántos jarritos hay en la mesa ?

N: pone 4 niños con sus jarritos, pone 5 jarritos más
cuenta todos y responde : 9



Dada la frecuencia de respuestas con respecto a las estrategias verbales, no podemos asegurar que sean representativas las encontradas en nuestra muestra, ya que sólo 3 niños (dos de tercero y uno de segundo) las utilizaron, por lo tanto no podemos asegurar que dada la similitud con los problemas de Comparación 3 las estrategias que mencionan DeCorte y Verschaffel para este problema sean válidas para Igualación 6.

Cabe mencionar que fueron 3 estrategias mentales que utilizaron los niños, dos de ellas fueron usadas por los de primero, y una de tercero, siendo la característica de los 3 que los números que se usaron no excedía a una suma menor a 10 y tal vez por esto facilitó su utilización. Los siguientes ejemplos muestran lo anterior:

CHRISTIAN (6 AÑOS) ESTRATEGIA MA1
E: Carlos tiene 4 jarritos
si a Ana se le perdieran 5 jarritos
le quedarían los mismos jarritos que a Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: responde rápido 9
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: pensé en los 4 y luego en los 5,
y los sumé.

ROSA ADRIANA (8 AÑOS) ESTRATEGIA MA2
E: Carlos tiene 4 jarritos
si a Ana se le perdieran 5 jarritos
le quedarían los mismos jarritos que a Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: contesta rápido: 9
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé : sumé , si él tiene 4 y ella 5
y si se le perdieran tendría los mismos.

PROBLEMA CAMBIO 3

Carlos tiene 10 (3) jarritos
luego Ana le dió algunos jarritos más
ahora Carlos tiene 17 (6) jarritos
¿ Cuántos jarritos le dio Ana ?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	4	5	6	5	20
RESPUESTAS INCORRECTAS	1	1	0	1	3
NO HUBO RESPUESTA	1	0	0	0	1
COMPRENDIO EL PROBLEMA	4	5	6	5	20'
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	2	1	0	1	3
NO SE IDENTIFICA	1	0	0	0	1
FRECUENCIA DE APLICACION	6	6	6	6	24

PREESCOLAR

Como se puede observar de los 6 niños a los que se les aplicó , sólo 4 dieron respuesta correcta y mostraron comprensión del mismo. Todos requirieron de apoyo concreto y trabajaron con números menores a 5, a excepción de un niño que lo hizo con números menores a 10. El niño que respondió incorrectamente dió como respuesta la primera cantidad que apareció en el problema.

PRIMER GRADO

Como se puede observar 5 de los 6 niños dieron respuesta correcta y mostraron comprensión. Cuatro de ellos trabajaron con número cuya suma era menor a 10 y el otro con una suma menor a 5. El niño que respondió incorrectamente contestó al azar, negándose a cooperar. Cuatro requirieron de apoyo concreto.

SEGUNDO GRADO

Los 6 niños contestaron correctamente, lo que nos lleva a pensar que comprendieron las relaciones implicadas en el problema. *Cuatro lo resolvieron con números grandes* y *requirieron* de apoyo concreto.

TERCER GRADO

De los 6 niños 5 lo resolvieron sin mayor dificultad, sólo uno no logró comprender las relaciones implicadas en el problema, ni aún con ayuda concreta.

FRECUENCIA EN EL USO DE ESTRATEGIAS				
NUMEROS CHICOS		NUMEROS GRANDES	CON OBJETOS	SIN OBJETOS
menores a 10	menores a 5	menores a 20		
8	7	9	15	9

ANALISIS GLOBAL

Como podemos observar con base en nuestros resultados fue un problema en donde se entendireon las relaciones implicadas en el mismo para la mayoría de los niños, incluso para los de preescolar.

De los 4 niños que respondieron incorrectamente, tres ya no quisieron cooperar, mostrando cansancio, y el otro sólo se concreto a dar como respuesta la primera cantidad mencionada.

En preescolar así como en 4 de primero predominó el uso de apoyos concretos, no así en los demás grados, pués sólo uno de segundo y tercero lo requirieron, a excepción de estos niños se observaron en estos dos grados mayores posibilidades para resolverlo con números mayores a 10, prescindiendo de los

objetos. Los siguientes ejemplos evidencían la comprensión de las relaciones implicadas en el problema al modelarlo y dar sus justificaciones.

ANA (5 AÑOS)
E: Carlos tiene 3 jarritos
luego Ana le dió algunos jarritos más
ahora Carlos tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos le dió Ana ?
N: pone 3 jarritos a Carlos, añade otros 3
y dice: " estos son los que le dió Anita"
retira 3 y responde: 3

ALEJANDRO (7 AÑOS)
E: Carlos tiene 10 jarritos
lugo Ana le dió algunos jarritos más
ahora Carlos tiene 17 jarritos
N: responde rápido: 7
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé: empecé a sumar desde el 11 hasta el 17

ESTRATEGIAS OBSERVADAS

CS1	CS3	VS3	MS1	MS3	TOTAL
3	5	4	1	7	20

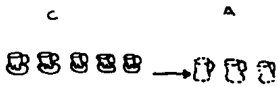
CS1 Separando de
CS3 Añadir
VS3 Conteo ascendente
MS1 Sustracción directa
MS3 Adición directa

Los autores que hemos venido refiriendo a lo largo de este trabajo, coinciden en que es un problema de dificultad intermedia, siendo las estrategias que mejor lo modelan la de Añadiendo CS3 y Conteo ascendente a partir de lo dado VS3, nosotros confirmamos esto con nuestros datos, ya que fueron de las estrategias más usadas.

La estrategia concreta que predominó fue la de Añadir observada en 5 ocasiones y la de Separando de en 3 ocasiones, principalmente en preescolar y primero, los siguientes ejemplos son ilustrativos:

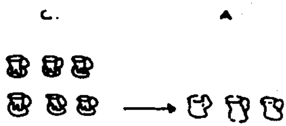
MIRIAM (5 AÑOS) ESTRATEGIA CS1

E: Carlos tiene 3 jarritos
luego Ana le dió algunos jarritos más
ahora Carlos tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos le dió Ana ?
N: pone un conjunto de 5 a Carlos
y quita de uno en uno tantos objetos como
señalan en el conjunto más pequeño
y cuenta los que quedaron para obtener el resultado
responde 2.



ERNESTO (6 AÑOS) ESTRATEGIA CS3

E: Carlos tiene 3 jarritos
luego Ana le dió algunos más
ahora Carlos tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos le dió Ana ?
N: pone un conjunto de 3 y agrega otros 3
los mira y cuenta los que añadió
separándolos de los primeros 3 para no
confundirlos, responde: 3



La única estrategia verbal observada fue VS3 como vemos en el siguiente ejemplo:

EDITH (7 AÑOS) ESTRATEGIA VS3

E: Carlos tiene 10 jarritos
luego Ana le dió algunos jarritos más
ahora Carlos tiene 17 jarritos
¿ Cuántos jarritos le dió Ana ?
N: cuenta con sus dedos del 11 al 17
responde: 7

De los niños que dieron respuesta correcta de segundo y tercero, la mayoria se desempeñó a nivel mental, incluso hubo un niño de primer grado que también así lo hizo, como podemos observar en los siguientes ejemplos:

CHRISTIAN (6 AÑOS) ESTRATEGIA MS3
E: Carlos tiene 3 jarritos
luego Ana le dió algunos más
ahora Carlos tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos le dió Ana ?
N: responde rápido: 3
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé: porque 3 más tres son 6

ALEJANDRO (7 AÑOS) ESTRATEGIA MS3
E: Carlos tiene 10 jarritos
luego Ana le dió algunos más
ahora Carlos tiene 17 jarritos
¿ Cuántos jarritos le dió Ana ?
N: responde rápido : 7
E: ¿ cómo lo hiciste ?
N: lo pensé: empecé a sumar desde el 11 hasta el 17.

Coincidiendo lo anterior con DeCorte y Verschaffel en el sentido de que las estrategias mentales que se usan más frecuentemente para este problema son las relacionadas con la Adición directa.

Solamente un niño de segundo utilizó la estrategia MS1:

JUAN CARLOS (7 AÑOS) ESTRATEGIA MS1

E: Carlos tiene 3 jarritos
luego Ana le dió algunos más
ahora Carlos tiene 6 jarritos
¿ Cuántos jarritos le dió Ana ?

N: responde rápido: 3

E: ¿ Cómo lo hiciste ?

N: lo pensé. porque 6 menos 3 son 3.

PROBLEMA **COMPARACION 3**

Carlos tiene 7 (4) jarritos
Ana tiene 9 (5) jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	3	0	2	5	10
RESPUESTAS INCORRECTAS	3	5	4	0	12
NO HUBO RESPUESTA	0	1	0	1	2
COMPRENDIO EL PROBLEMA	3	0	2	5	10
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	3	5	4	1	12
NO SE IDENTIFICA	0	1	0	0	2
FRECUENCIA DE APLICACION	6	6	6	6	24

PREESCOLAR

De los 6 niños 3 lograron llegar a la solución del problema mostrando comprensión, todos requirieron de apoyo concreto. Dos de los niños que no comprendieron coincidieron en dar como solución el primer conjunto escuchado y el otro niño ni aún con números menores a 5 emitió respuesta alguna.

PRIMER GRADO

Los 6 niños no comprendieron el problema, específicamente en la relación "más que ", aún cuando se trabajó con números cuya suma no excedía a 10 y con la ayuda de objetos concretos.

SEGUNDO GRADO

Sólo dos niños llegaron a la solución, mostrando comprensión, uno con números chicos y el otro con grandes, los 4 niños restantes no lo comprendieron ni aún con números chicos y con la ayuda de objetos.

TERCER GRADO

De los 6 niños 5 dieron respuesta correcta, pero sólo 3 comprendieron el problema, dos de ellos sin objetos; los otros dos no comprendieron el problema ya que cuando se les pedía que lo explicaran no contestaban.

FRECUENCIA EN EL USO DE VARIABLES

NUMEROS CHICOS menores a 10	menpres a 5	NUMEROS GRANDES menores a 20	CON OBJETOS	SIN OBJETOS
20	3	1	22	2

ANALISIS GLOBAL

Como se puede observar se hizo evidente la falta de comprensión en las relaciones implicadas en el problema (16 de 24 niños), *concentrándose* esto en los niños de primero (ninguno llegó a la solución), y en los de segundo (sólo dos lo comprendieron) como se muestra en los siguientes ejemplos:

ERNESTO (6 AÑOS)
E: Carlos tiene 4 jarritos
Ana tiene 5 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: les pone sus jarritos a cada uno
y sólo se limita a contestar: 5

JANET (7 AÑOS)
E: Carlos tiene 7 jarritos
Ana tiene 9 jarritos más que Carlos

¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: 9
Carlos tiene 4 jarritos
Ana tiene 5 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: 5

En contraste la mitad de los de preescolar, tendieron más espontáneamente a representar las relaciones comparativas del problema, por ejemplo:

EUSTOQUIO (5 AÑOS)
E: Carlos tiene 2 jarritos
Ana tiene 2 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: forma dos conjuntos a los jarritos:
a los jarritos de Ana les pone los de Carlos
y los suma y responde 4

CITLALI (5 AÑOS)
E: Carlos tiene 2 jarritos
Ana tiene 3 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: forma dos conjuntos los suma sin unirlos
físicamente y responde: 5

Sin embargo habrá que tomar en cuenta que probablemente la habilidad que mostraron estos niños al resolverlo se deba a que se les aplicaron en su mayoría con números cuya suma no excedía de 5 y con la ayuda de objetos, mismos que también se facilitaron para los otros grados (primero y segundo), aunque para ellos no excedía del 10.

Aún cuando en los niños mayores la eficiencia en el conteo parece ser un factor determinante en la obtención de una respuesta correcta no necesariamente implica que haya una comprensión de la estructura del problema, mismo que se corrobora con los de tercero, ya que sólo la mitad comprendió y resolvió el mismo. El siguiente ejemplo es significativo:

ROSA ADRIANA (8 AÑOS)

E: Carlos tiene 7 jarritos
Ana tiene 9 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: con sus dedos empieza a contar del 8 al 16
responde 16

Los otros tres no lograron resolverlo ni aún con números menores a 10 ni con la ayuda de objetos concretos, como se observa en el siguiente ejemplo:

MARIO (8 AÑOS)
E: Carlos tiene 7 jarritos
Ana tiene 9 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: no contesta
E: Carlos tiene 4 jarritos
Ana tiene 5 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: solamente forma dos conjuntos pero no contesta.

Las respuesta incorrectas consistían generalmente en dar el segundo número enunciado en el texto, así como en menor proporción el conjunto inicial, lo que nos lleva a pensar que no comprendieron la relación "más que ", como se muestra en los siguientes ejemplos:

ALEJANDRO (7 AÑOS)
E: Carlos tiene 7 jarritos
Ana tiene 9 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: 9

MIRIAM (5 AÑOS)
E: Carlos tiene 2 jarritos
Ana tiene 3 jarritos más que Carlos
¿ Cúantos jarritos tiene Ana ?
N: 2

Presentándose también la situación de que dos niños coincidieron en que el conjunto de Ana era el mismo que el número indicado en el segundo número más una cantidad igual, el siguiente ejemplo es ilustrativo:

CHRISTIAN (6 AÑOS)

E: Carlos tiene 4 jarritos
Ana tiene 5 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene ana ?

N: si ella tiene 5 más entonces tiene 10.

Según los estudios de Heller, Rilley y Greeno, este problema resultó complejo ya que son muy pocos los que contestan la pregunta ¿ cuántos más ?, mismo que encontramos nosotros, ya que de 24 sólo 8 lograron comprender y dar solución al problema, por ejemplo:

ROSARIO (8 AÑOS)

E: Carlos tiene 7 jarritos
Ana tiene 9 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

N: con sus dedos cuenta a partir del 10 al 16
responde : 16

Lo que nos lleva a pensar que los niños no tienen un procedimiento para encontrar una diferencia entre dos conjuntos, importantes para la comprensión y resolución de este problema.

ESTRATEGIAS OBSERVADAS

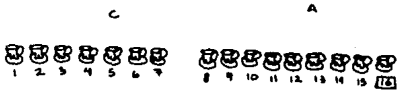
CA1	CA3	CA5	VA3	VA4	MA2	TOTAL
0	3	1	1	2	1	8

CA1 Agregar
CA3 Juntar sin mover
CA5 Apareamiento inverso
VA3 Conteo desde el primero
VA4 Conteo desde el más grande
MA2 Hecho conocido desde el más grande

Según DeCorte y Verschaffel las estrategias que mejor modelan este problema son las de Agregar CA1, que en nuestra muestra no se observó, además de la de Juntar sin moverlos CA3 misma que se empleó con mayor frecuencia, como se muestra en el siguiente ejemplo:

JULIANA (8 AÑOS) ESTRATEGIA CA3

E: Carlos tiene 7 jarritos
Ana tiene 9 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: forma dos conjuntos los suma sin unirlos físicamente, responde 16



En el nivel verbal las estrategias de conteo ascendente VA3 y VA4 fueron las que se observaron, coincidiendo también al respecto con lo referido por Carpenter y Moser de que en este nivel son las más frecuentes, los siguientes ejemplos muestran lo anterior:

ROSA ADRIANA (8 AÑOS) ESTRATEGIA VA3

E: Carlos tiene 7 jarritos
Ana tiene 9 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: cuenta con sus dedos empezando por el 8 hasta el 16, responde : 16

MARIA EUGENIA (7 AÑOS) ESTRATEGIA VA4

E: Carlos tiene 7 jarritos
Ana tiene 9 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: cuenta con sus dedos empezando desde el 10 al 16, responde: 16

La única estrategia mental utilizada fue emitida por un niño de segundo, quien al dar la explicación de como lo había resuelto, se observó claramente que aplicó la propiedad conmutativa, y que empezó por el sumando más grande como se observa a continuación:

JUAN CARLOS (7 AÑOS) ESTRATEGIA MA2

E: Carlos tiene 4 jarritos
Ana tiene 5 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: responde rápido: 9
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé, sumé 5 más 4

Las estrategias en las que se aplicó esta propiedad (3), fueron realizadas por niños de segundo y tercero, sustentado lo dicho por DeCorte y Verschaffel de que para que el niño logre aplicarla debe tener una reorganización de la representación de como se presenta el problema en su inicio, por lo que es difícil que se dé en niños más pequeños.

PROBLEMA **IGUALACION 3**

SEGUNDA OPCION

Carlos tiene 7 (4) jarritos
él necesita 9 (5) jarritos
para tener los mismos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

En la mesa hay 7 (4) jarritos
pusieron 9 (5) jarritos más
para que alcanzaran todos los niños
¿ Cuántos niños van a tomar atole?

	PREESCOLAR	PRIMER GRADO	SEGUNDO GRADO	TERCER GRADO	TOTAL
RESPUESTAS CORRECTAS	4	5	4	6	19
RESPUESTAS INCORRECTAS	0	0	1	0	1
NO HUBO RESPUESTA	1	0	0	0	1
COMPRENDIO EL PROBLEMA	4	5	4	6	19
NO COMPRENDIO EL PROBLEMA	0	0	1	0	1
NO SE IDENTIFICA	1	0	0	0	1
FRECUENCIA DE APLICACION	5	5	5	6	21

PREESCOLAR

De los 5 niños 4 dieron respuesta correcta y mostraron comprensión, sin embargo sólo uno lo hizo con una suma menor a 10 y los otros con una menor a 5. A uno de los niños ya no se le aplicó el problema.

porque ya no quiso cooperar y el otro no entendió lo que tenía que hacer. Todos requirieron de apoyo concreto.

PRIMER GRADO

De los 5 niños 4 comprendieron y resolvieron el problema, la mayoría con la ayuda de objetos y con números menores a 10; sólo una niña ya no quiso cooperar, probablemente porque ya estaba aburrida.

SEGUNDO GRADO

De los 5 niños, 4 contestaron correctamente mostrando comprensión, a excepción de uno que aún cuando dio la solución no supo justificar su respuesta. Todos trabajron sin objetos y con números cuya suma era menor a 20, sólo uno de los con una menor a 10.

TERCER GRADO

Todos los niños dieron respuesta concreta al problema mostrando comprensión del mismo. Cinco trabajaron con números cuya suma era menor a 20 y sin objetos y el otro con números menores a 10 y con la ayuda concreta.

FRECUENCIA EN EL USO DE ESTRATEGIAS

NUMEROS CHICOS menores a 10	menores a 5	NUMEROS GRANDES menores 20	C/OBJ.	S/OBJ.	PRIMERA APLICACION	SEGUNDA APLICACION
7	5	9	11	10	12	9

ANALISIS GLOBAL

En general se puede considerar un problema comprensible incluso para preescolar, pués 19 de 21 contestaron correctamente . Cabe aclarar que con ellos y los de primero predominó el uso de apoyos concretos, como se observa a continuación:

ARMANDO (5 AÑOS)

E: Carlos tiene 1 jarrito
él necesita 4 jarritos más

para tener los mismos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: pone un jarrito y le agrega 4 jarritos más
los cuenta y responde: 5

ISAI (6 AÑOS)
E: Carlos tiene 4 jarritos
él necesita 5 jarritos más
para tener los mismos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: forma 2 conjuntos de 4 y de 5
los suma y responde 9

En segundo y tercero podemos considerar que comprendieron el problema, a excepción del niños al que no se le aplicó el problema ya que desde el anterior se le notó cansado y el otro llegó a la respuesta pero por la insistencia del entrevistador más no por la comprensión del mismo. Hay que tomar en cuenta que en estos grados se observaron mayores posibilidades de trabajar con números mayores a 10 sin la ayuda de objetos a excepción de 2 niños.

Los investigadores referidos a lo largo de este trabajo no mencionan nada respecto a las dificultades que presenta este problema, nosotros observamos que a semejanza de Cambio 1, la solución se observa en la tendencia de los niños a construir dos conjuntos y sumarlos.

Elaboramos una variable al texto convencional (segunda Opción), pretendiendo facilitar en el niño la forma textual en que se presenta éste, en caso de que hubieren dificultades para resolverlo, y reflejara mejor las relaciones semánticas involucradas. Nuestros resultados nos indican que en 9 ocasiones se observó con claridad que la modificación al texto favoreció la comprensión de las relaciones comparativas implicadas en el problema, como se observa en el siguiente ejemplo:

LUCIA (6 AÑOS)
E: Carlos tiene 4 jarritos
él necesita 5 jarritos más
para tener los mismos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: pone 4 jarritos y uno más
responde : 5

E: En la mesa hay 4 jarritos
pusieron 5 más para que alcanzaran todos los niños
¿ Cuántos niños van a tomar atole ?
N: pone 4 jarritos y 5 jarritos más
los cuenta y responde 9

MARISOL (6 AÑOS)
E: Carlos tiene 4 jarritos
él necesita 5 jarritos más
para tener los mismos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana?
N: 5
E: En la mesa hay 4 jarritos
pusieron 5 más para que alcanzaran todos los niños
¿ Cuántos niños van a toma atole ?
N: forma dos conjuntos de 4 y de 5 y mueve éste
hacia el otro, los cuenta y responde: 9

ESTRATEGIAS OBSERVADAS

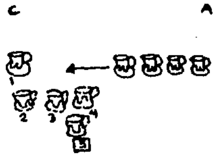
CA1	CA2a	CA3	VA3	VA4	MA1	MA2	TOTAL
2	1	6	4	4	1	1	19

CA1 Agregar
CA2a Juntar, mueve sólo uno
CA3 Juntar sin moverlos
VA3 Conteo desde el primero
VA4 Conteo desde el más grande
MA1 Hecho conocido desde el primero
MA2 Hecho conocido desde el más grande

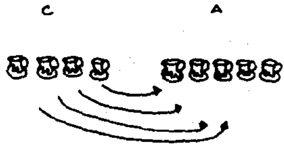
Ninguno de los autores mencionan nada al respecto de cual seria la estrategia que mejor modelaria este problema. Dado que plantea una relación comparativa entre dos conjuntos, semejante a la que se establece en el de Comparación 3, creemos que las estrategias concretas que mejor modelan este problema son CA1, CA2 y CA3; coincidiendo esto con los resultados obtenidos, como se observa en los siguientes ejemplos:

ARMANDO (5 AÑOS) ESTRATEGIA CA1

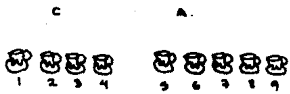
E: Carlos tiene 1 jarrito
él necesita 4 jarritos más
para tener los mismos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: pone un jarrito y le agrega 4 más
los cuenta y responde : 5



MARISOL (6 AÑOS) ESTRATEGIA CA2a
SEGUNDA OPCION
E: En la mesa hay 4 jarritos
pusieron 5 más para que alcanzaran todos los niños
¿ Cuántos niños van tomar atole ?
N: pone un conjunto de 4 y otro de 5
al conjunto de 5 le pone 4 más, los suma
y responde: 9



JULIANA (8 AÑOS) ESTRATEGIA CA3
E: Carlos tiene 4 jarritos
él necesita 5 más
para tener los mismos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?
N: forma dos conjuntos, los cuenta
sin moverlos y responde: 9



En el nivel verbal por las razones mencionadas anteriormente consideramos que la estrategia que mejor modela este problema es la de Conteo ascendente VA3 y VA4, ya que desde nuestro punto de vista refleja mejor la estructura de Igualación 3, ya que involucra una acción dinámica de agregar, que en este caso se emplea para igualar, como se observa en los siguientes ejemplos:

GABRIEL (8 AÑOS) ESTRATEGIA VA3
SEGUNDA OPCION
E: En la mesa hay 7 jarritos

pusieron 9 más para que alcanzaran todos los niños

¿ Cuántos niños van a tomar atole ?

N: se auxilia con sus dedos y empieza a contar desde el 8 hasta el 16, responde: 16

EDITH (7 AÑOS) ESTRATEGIA VA4

E: Carlos tiene 7 jarritos

él necesita 9 para tener los mismos que Ana

¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

N: se auxilia con sus dedos y empieza a contar del 10 hasta el 16, responde: 16

Los dos niños que se desempeñaron a nivel mental utilizaron las estrategias MA1 y MA2, cabe aclarar que se les aplicó con números cuya suma era menor a 10 y tal vez por eso se les facilitó hacer estas estrategias, como se muestra en los siguientes ejemplos.

CHRISTIAN (6 AÑOS) ESTRATEGIA MA1

E: Carlos tiene 4 jarritos

él necesita 5 jarritos más

para tener los mismos que Ana

¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

N: responde rápido: 9

E: ¿ Cómo lo hiciste?

N: lo pensé: primero en el 4 y luego en el 5

JUAN CARLOS (7 AÑOS) ESTRATEGIA MA2

SEGUNDA OPCION

E: En la mesa hay 4 jarritos

pusieron 5 jarritos más

para que alcanzaran todos los niños

¿ Cuántos niños van a tomar atole ?

N: contesta rápido: 9

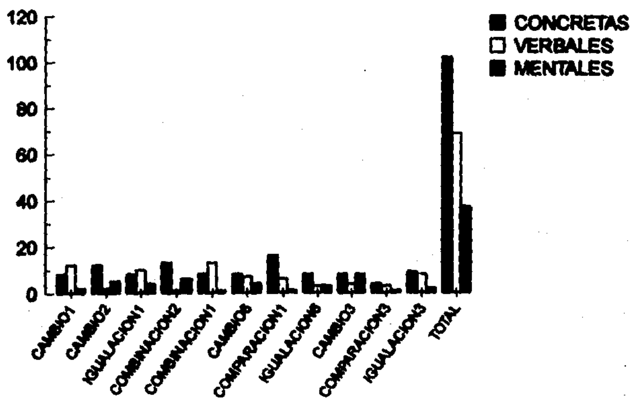
E: ¿ Cómo lo hiciste ?
N: lo pensé: sumé 5 más 4

4.2 ESTRATEGIAS OBSERVADAS EN LA RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS DE ADICION Y SUSTRACCION.

El propósito de este apartado es describir las estrategias de resolución empleadas por los niños para problemas verbales simples de adición y sustracción , e identificar si éstas son similares a las observadas por los investigadores referidos.

La siguiente gráfica muestra la frecuencia con la que observamos cada categoría general de las estrategias.

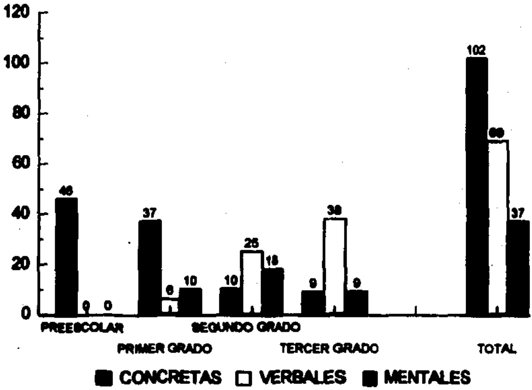
FRECUENCIA DE LAS ESTRATEGIAS DE RESOLUCION.



Como puede verse de manera global el uso de las estrategias concretas predominó sobre las otras.

ANALISIS DE LAS ESTRATEGIAS EMPLEADAS EN CADA GRADO.

La siguiente gráfica muestra la frecuencia de estrategias empleadas por los niños de acuerdo con su nivel escolar.

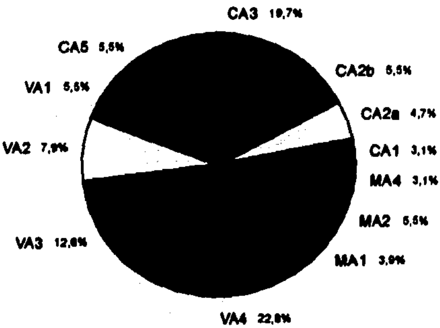


En el nivel preescolar predominaron las estrategias concretas, lo que nos indica que los niños más pequeños requieren de apoyo concreto, debido a que su capacidad de abstracción aún no se encuentra lo suficientemente consolidado. En el primer grado se observó el predominio de estrategias concretas, aunque se utilizaron con mayor frecuencia las estrategias mentales y las verbales con respecto al nivel preescolar.

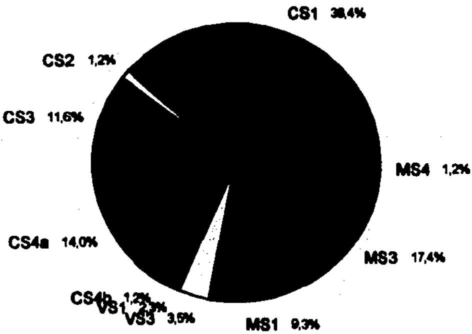
En segundo grado las estrategias verbales resultaron las más empleadas y después las mentales ocuparon el segundo sitio. Se observó una disminución en el empleo de estrategias concretas.

En tercer grado se aprecia una notable disminución en el empleo de estrategias concretas y una mayor frecuencia de las estrategias verbales, aunque también se encuentra una disminución considerable en el empleo de estrategias mentales con respecto al grado anterior. .

GRAFICA DE FRECUENCIA DE LAS ESTRATEGIAS DE ADICION.

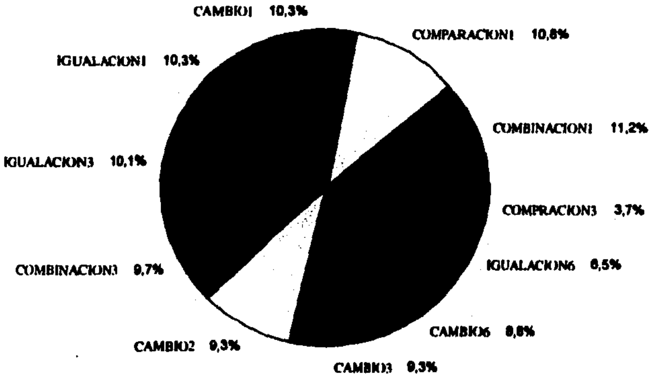


GRAFICA DE FRECUENCIA DE LAS ESTRATEGIAS DE SUSTRACCION



Como se aprecia los niños fueron capaces de utilizar estrategias más elaboradas en los problemas que se resuelven mediante una suma, mientras que en los que se resuelven mediante una resta tienden a retomar las estrategias más simples.

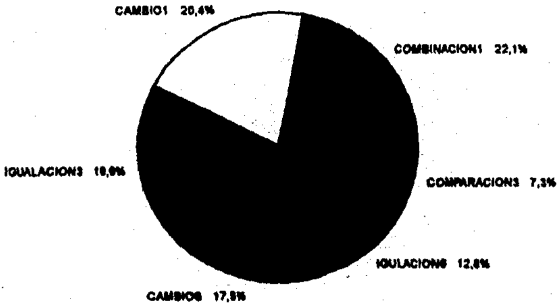
PORCENTAJE DE EXITO EN LA RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS



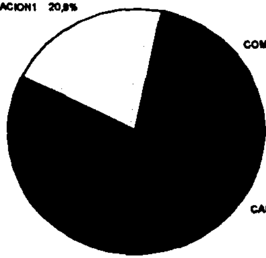
Como se puede apreciar en esta gráfica, los problemas de Combinación 1, Comparación 1, Cambio 1, Igualación 1 y 3 resultaron ser más comprensibles, ya que el éxito de su resolución fue casi total. En contraste los problemas de Cambio 6, Igualación 6 y Comparación 3 resultaron ser los más complejos. En un nivel intermedio se encontraron Combinación 2, Cambio 2 y3 que tuvieron más respuestas correctas que los que resultaron más complejos.

El orden de dificultad que se observó en los problemas que requieren de una adición o de una sustracción se muestra en las siguientes gráficas:

ADICION



SUSTRACCION



Según los datos referidos por Rilley, Heller y Greeno sobre los problemas de Cambio 1 y 2, y Combinación 1 son más fáciles que Cambio 3, y éste a su vez que Cambio 5 y 6. En nuestro caso, según señalamos Cambio 3 se mostró ligeramente más fácil que Cambio 6, pero más complicado que Cambio 1.

Entre los dos problemas de Combinación la diferencia fue notoria. También en forma coincidente con los autores referidos Combinación 2 provocó más respuesta incorrectas que Combinación 1, en opinión con estos autores esta dificultad y tiene que ver con la comprensión de la relación parte-todo. Como vimos anteriormente esto se evidenció en algunos de los niños entrevistados.

Asimismo, estos investigadores mencionan que los problemas de Comparación 3 son más fáciles que los de Cambio 1 y Combinación 1 aún cuando en la solución interviene sólo una adición, mismo que obtuvimos en nuestros resultados.

Los dos problemas de Comparación 1 y 3 resultaron opuestos en su resolución , es decir, Comparación 1 fue de fácil comprensión para los niños, no así Comparación 3 que presentó una dificultad extrema. Nuestros resultados no fueron congruentes con los investigadores ya mencionados, debido a que ellos plantean una mayor dificultad en los problemas de Comparación 1 en relación con los de Comparación 3 (quizá debido a que se planteó una segunda opción para el de Comparación 1 que refleja mejor las relaciones implicadas en el problema).

El grado de comprensión entre los de Comparación 1 e Igualación 1 fue casi similar, dado que el tipo de relación implicada en ambos es parecido.

El de Igualación 6 presentó una mayor dificultad quizá debido a que la incógnita se localiza en la cantidad inicial.

CAPITULO 5

CONCLUSIONES E IMPLICACIONES DIDACTICAS.

5.1 Conclusiones.

a) Respecto a nuestros resultados con el de los autores mencionados. (ver anexo 3)

Como podemos observar las estrategias que clasificaron los autores con base en sus estudios en función de la estructura semántica presentada en los problemas, fue similar en nuestros resultados, siendo importante señalar que hubo divergencias en alguno de ellos.

En Comparación 1, los autores lo manejan como un problema complejo por la relación implicada en el mismo de "más que " difícil de comprender por los niños, en nuestros resultados no coincidimos con ellos ya que resultó un problema no complejo quizá debido a que se manejó una segunda opción que implicara las mismas relaciones que la primera pero con una estructura semántica diferente misma que fue significativa con nuestros resultados, ya que facilitó la comprensión del mismo. Además de que en la mayoría de los casos se trabajo con números que dan una suma menor a 10 y en sumayoria con la ayuda de objetos,

En el de Igualación 3 también encontramos una pequeña diferencia considerándolo con dificultad intermedia misma que no pudo considerarse significativa ya que en general fue un problema no complejo.

Al igual que las estrategias que los autores refieren para cada uno de los problemas podemos observar que nuestros resultados coincidieron con los de ellos.

b) Respecto a las estrategias empleadas.

- Para resolver los problemas, los niños emplearon estrategias similares a las reportadas por DeCorte y Verschaffel y Carpenter y Moser.

- Se distinguieron las tres categorías de estrategias referidas por estos autores: Concretas, Verbales y Mentales.

- En el nivel preescolar sólo se observaron estrategias Concretas tanto de Adición como de Sustracción.

- En el primer grado predominaron las Concretas , observándose en las otras dos categorías el empleo mayor de estrategias Mentales que Verbales, cabe aclarar que en las Mentales se emplearon indistintamente tanto para Sustracción como para Adición.

- Los niños de segundo grado eligieron con mucho menor frecuencia que en los niveles anteriores las estrategias Concretas y emplearon más , las Verbales y las Mentales, siendo importante resaltar que éstas últimas fueron más utilizadas por ellos que los de tercer grado.

- Los niños de tercer grado aplicaron con mayor frecuencia las estrategias Verbales y en menor grado las Concretas e incluso las Mentales.

- Las estrategias Mentales se utilizaron predominantemente en la resolución de los problemas con dificultad intermedia (Combinación 2, Cambio 2 y 3) (ver anexo 2).

- Se observó que en los problemas más complejos (Cambio 6, Igualación 6 y Comparación 3) se utilizaron estrategias concretas

- Los niños fueron capaces de emplear estrategias más elaboradas en los problemas que se resuelven mediante una suma, mientras que en los que requieren de una sustracción tienden a retomar las estrategias más simples (Ver gráfica de Frecuencia de Estrategias de Adición y Sustracción)

- No todas las estrategias reportadas por DeCorte y Verschaffel, Carpenter y Moser se observaron en nuestro estudio. Las estrategias que no se identificaron principalmente fueron las Mentales de sustracción (MS2, MS5 y MS6) (ver descripción de estrategias del CINVESTAV) lo cual puede deberse al nivel de abstracción que requiere el empleo de estas estrategias, el cual como vimos no poseen aún los niños entrevistados.

c) Respecto a la Estructura Semántica de los Problemas.

- Los niños de preescolar aún cuando no habían recibido instrucción formal sobre los algoritmos de la suma y la resta, resolvieron los problemas con sus propios recursos, valiéndose de las estrategias informales de conteo.

- Los niños de primero, segundo y tercer grado, aplicaron sus conocimientos informales acerca de la adición y la sustracción en la resolución de los problemas .

- Los problemas aplicados presentaron diferentes grados de complejidad de acuerdo con su estructura semántica (la descripción de los problemas se presentan en el anexo 2) los más fáciles resultaron ser : Combinación 1, Cambio 1, e Igualación 3, los cuales coinciden en el hecho de que la incógnita se localiza en el resultado. También encontramos como problemas fáciles los de Comparación 1 e Igualación 1, que quizá debido a su estructura semántica se les facilitó resolverlos, aún cuando en estos problemas la incógnita se localiza en la cantidad de cambio.

- Los problemas complejos resultaron ser: Cambio 6, Igualación 6 y Comparación 3 , coincidiendo en que en los dos primeros la incógnita se encuentra en la cantidad inicial, no así en el de Comparación 3 en donde la incógnita se encuentra en el resultado en donde quizá su fracaso se debió a que no se entendió la rela ción parte-todo implicada en el enunciado " más que " , observándose generalmente en todos los grados.

Los problemas de Combinación 2, Cambio 2 y 3 se encontraron en una dificultad intermedia.

- No se observó que los problemas de adición resultaran más complejos que los de sustracción. Consideramos que las dificultades presentadas dependieron de factores como el tipo de relación semántica y la posición de la incógnita .

- El empleo de objetos concretos facilitó la comprensión de las relaciones semánticas involucradas en los problema, observán-dose una absoluta necesidad de éstos en los niños de preescolar, y en casi todos los de primero, de los cuales algunos aplicaron estretegias mentales.

- En los niños de segundo y tercer grado la necesidad de apoyos concretos se manifestó especialmente en la resolución de los problemas más complejos.

- Se observó claramente que si había correlación entre el grado escolar y la posibilidad de emplear números menores y mayores de diez, es decir, los niños de preescolar y primero se desempeñaron mejor con cantidades pequeñas y los de segundo y tercero con cantidades mayores. Esto se debió a que se controló esta variable desde el principio en la actividad grupal y posteriormente en cada una de las aplicaciones.

- En la mayoría de las aplicaciones hubo consistencia entre las respuestas correctas y la comprensión de los problemas.

- Se observaron dos respuestas incorrectas en donde había clara comprensión del problema (el error estuvo en que el niño se perdió en el conteo) .

- Las respuestas correctas que encontramos, sin comprensión se debió principalmente a que el entrevistador insistía de diferentes maneras , para tratar de que se comprendiera, ocasionando que el niño después de escuchar constantemente los números del problema, procediera a sumarlos o restarlos según se presentara el caso.

- Se apreció que los niños más pequeños aún cuando daban la respuesta correcta , y comprendieran los problemas no eran capaces de explicar como lo habían hecho.

- Los niños de primero, segundo y tercer grado, fueron capaces de explicar como resolvían el problema.

d) Respecto a la Conducción de las Entrevistas y sus limitaciones

- Se observó un desempeño más espontáneo de los niños cuando el entrevistador propicio un clima de confianza, ya que se expresaban con mayor seguridad, y por lo tanto era más fácil especificar sus acciones y nivel de comprensión.

- En algunos momentos , el entrevistador al esperar una respuesta específica del niño, guiaba sus acciones.

- En algunas ocasiones se observaron pequeños cambios al texto original del problema , con el propósito de proporcionar mejor comprensión de los niños. Algunas de esas modificaciones si favorecieron la comprensión.

- Cuando el texto del problema era leído en su totalidad generalmente los niños olvidaban las cantidades y tenían necesidad de una segunda lectura.

- La forma de presentar el problema como una narración, hacia que los niños comprendieran con mayor facilidad el mismo.

5.2 Implicaciones Didácticas.

Los resultados de esta investigación nos permiten inclinarnos a pensar, que una enseñanza basada en la resolución de problemas es fundamental para introducir a los niños en la comprensión de las relaciones aditivas y sustractivas, aún más que el sólo entrenamiento de los algoritmos de la suma y la resta.

Creemos importante considerar que los niños al ingresar a la escuela, ya poseen ciertos conocimientos respecto al número y el conteo, mismos que han adquirido a través de la interacción con el entorno sociocultural, en la familia, con los amigos, en sus juegos, con la T.V. etc.

Detectamos que los niños pequeños requieren apoyos concretos para construir sus nociones numéricas, y en algunos casos los niños de primero, segundo y tercer grado también tienen esa necesidad por lo que pensamos que es esencial estimular el uso de apoyos para favorecer el aprendizaje de los niños; evitando en el momento oportuno el empleo de estos para forzar a los niños a usar estrategias más eficaces como son : contar a partir del segundo sumando o comenzar por el más grande.

A través de este trabajo se observa que no todos los niños de un grado escolar se encuentran en un mismo nivel de comprensión, por lo que pensamos que pudiera ser un punto de partida importante para posteriores investigaciones en el área de didáctica.

Consideramos importante que se podrían tomar en cuenta los diferentes tipos semánticos de los problemas, para no limitarse al empleo de los más usuales que son los que generalmente se encuentran en los libros de texto (Combinación 1, Cambio 1 y 2), que les permita a los niños tener una mayor comprensión de las relaciones aditivas y sustractivas .

El empleo de estrategias cada vez más elaboradas nos da una idea del avance conceptual del niño, que le acerca hacia una mayor posibilidad de comprensión de los conceptos de suma y resta.

Por otra parte un elemento que refleja la importancia de la relación entre el maestro y el alumno, fue la forma de interacción entre los entrevistadores y los niños, en el sentido de crear un clima de confianza en el grupo, que permita un mayor acercamiento y fomente una espontaneidad en las acciones de los niños.

Consideramos que la postura de los maestros es muy importante en el aprendizaje de los niños, ya que una actitud que reconoce las capacidades de los mismos, resulta muy favorable para la enseñanza de las matemáticas, tomando en cuenta que los niños necesitan confiar en sus propias capacidades para poder resolver situaciones problemáticas haciendo uso de sus conocimientos.

En cuanto a que la forma textual de plantear los ploblemas condicionan la facilidad en su resolución, sería conveniente también tener en cuenta cuales son las frases que mejor reflejan sus relaciones semánticas y emplearlas para facilitar este aprendizaje en los niños, por ejemplo, observamos en la aplicación de los problemas de Cambio 6 e Igualación 6, en los cuales se encontraba la palabra " algunos ", que en la mayoría de los niños daban como respuesta la misma palabra y no porque estuvieran mal ellos, sino porque la misma estructura semántica de los enunciados los inducía a ello, y analizando esto nos dimos cuenta de que era una respuesta lógica.

Pudimos observar que una causa importante de las respuestas incorrectas, eran las equivocaciones al contar, por lo que consideramos importante introducir en la enseñanza más actividades que ayuden a los niños a lograr un manejo más eficiente del conteo, que le sirva como base para la resolución exitosa de los problemas . Esto nos lleva a pensar que en la enseñanza no se debería esperar sólo como producto final una respuesta correcta, sino más bien un aprendizaje significativo, pués como vimos en este estudio una respuesta correcta a los problemas, no garantiza la comprensión del mismo modo que una incorrecta no siempre refleja falta de comprensión.

En general, el desarrollo intencionado de estos procedimientos informales de resolución de problemas, puede por lo tanto, constituir un sustento muy útil para la enseñanza de los conceptos formales de la aritmética.

5.3 Aportaciones factibles al campo de la Pedagogía.

A partir de los resultados de este trabajo y en base a las experiencias obtenidas consideramos que quizá no son lo bastante amplias para llegar a una generalización extensiva. Sin embargo el análisis que se realizó nos pemite brindar las siguientes aportaciones.

A lo largo del trabajo se ha hecho énfasis en proporcionar alos niños un aprendizaje de los conceptos de adición y sustracción menos mecánico y más comprensivo ya que un aprendizaje significativo de estos conceptos supone por una parte contextualizar a partir de experiencias concretas y vivenciales, y por otra cimentarse en las posibilidades conceptuales de los niños y en los conocimientos informales que adquieren a partir de sus experiencias extraescolares.

Para ello hay que partir de que el aprendizaje es un proceso constructivo que requiere de la participación activa del individuo y no solamente a nivel físico sino más bien en acciones mentales, a partir del análisis de diversas situaciones y de la confrontación de las ideas propias con los hechos de la realidad, con base en esto es necesario ofrecer variadas oportunidades a los niños de enfrentarse con situaciones que los hagan pensar, experimentar, cometer errores, llegar a darse cuenta de ellos y a partir de esto modificar y enriquecer sus ideas.

En los capítulos anteriores referimos como los problemas mentales contextualizan la gama de relaciones implicadas en las operaciones de adición y sustracción: incrementos, decrementos, uniones, diferencias, comparaciones etc., apoyándose en la resolución de este tipo de problemas desde el inicio de la matemática formal, puede facilitar el aprendizaje comprensivo de las operaciones aditivas.

Sin embargo la aplicación de estos no debe ser indiscriminada sino llevvar un proceso que vaya acercando paulatinamente a los niños a describir sus relaciones semánticas desde las más simples hasta las más elaboradas.

Con respecto a las restricciones en el uso de apoyos concretos hay que considerar que éste puede resultar cómodo y atractivo para los niños (determinante en preescolar) lo cual puede llegar a limitar el desarrollo de estrategias más eleboradas, por ello algunas veces resulta conveniente restringir su empleo, sin embargo deben promoverse en problemas cuya estructura semática es más compleja ya que puede ayudar notablemente a la comprensión del mismo,

El uso de los dedos no necesariamente debe restringirse tan pronto, puesto que es un recurso que impone naturalemntemás limitantes que los objetos:
1) los dedos no pueden separarse ni cambiarse de lugar
2) sólo son 10, lo que hace que para resolver el problema cuyos números excedan este tamaño, el niño tenga que idear otras estrategias, y probablemente se de cuenta que para sumar no necesita contar desde el uno sino desde el segundo sumando, o que puede invertir la operación poniéndo en primer término el sumando más grande para ahorrarse conteos.

En preescolar valdría la pena considerar el incluir actividades que impliquen la relación aditiva y sustractiva (problemas verbales simples) de una manera que para el niño no sea algo fuera de la realidad, es decir, contextualizarlos de acuerdo a su entorno, que sean significativos para que esto a su vez, permita que al entrar a la primaria en donde se enseñan las operaciones de una manera formal éstas no se perciban como algo ajeno a ellos.

En ambos niveles (preescolar y primaria) es importante crear un ambiente escolar que promueva aprendizajes significativos, en donde se les permita participar con iniciativa y creatividad a través de actividades en las que los niños puedan participar en un nivel más individual o de pequeños grupos y en donde pueda existir una interacción más directa entre el maestro y sus alumnos y entre los mismso niños.

Dentro del marco de una oeganización grupal tradicional, donde todos los alumnos realizan la misma actividad y al mismo tiempo, quizá este requisito pueda parecer difícil de cubrir, el maestro podría pensar ¿ Cómo puedo prestar atención a cada niño si tengo 40 alumnos y además la materia de matemáticas no es la única que tengo que dar ?

Sin embargo valdría la pena pensar en una alternativa de organización grupal de orden y respeto, en donde los niños puedan desenvolverse on mayor autonomía y así el profesor tenga más tiempo y disposición para tener un acercamiento más personal con sus alumnos.

Por lo tanto la educación matemática no puede conformarse con el logro de unas cuantas habilidades mecánicas de las operaciones, debe estra encauzada a ir " más allá" de lo puramente mecánico, ya que implica el aprender a pensar y a reflexionar para resolver problemas cotidianos.

La enseñanza basada en la pura mecanización presenta graves limitantes y defectos, concentrándose en las relaciones entre elementos puede hacer que el aprendizaje sea más significativo (los aprendizajes de memoria se olvidan casi siempre después de un examen) ya que estimula el retrener la información por comprensión, por lo que el verdadero propósito de la educación matemática es de que el alumno aprenda a pensar por sí mismo.

3.' CONCLUSIONES RESPECTO A NUESTROS RESULTADOS CON LOS DE LOS AUTORES,

BIBLIOGRAFIA

BAROODY , J. A. (1988) : El pensamiento matemático de los niños . Visor; Madrid España.

BERMEJO, V. (1990) : El niño y la aritmética. Paidós Educador; Barcelona España.

CALLEJO, Ma. Luz : La enseñanza de las matemáticas. Narcea S. A. Madrid , 1987

CARRAHER, T, y David Carraher. En la vida 10 en la escuela 0. Tr. Rosa Cusmisky, México, Siglo XXI, 1991.

CARPENTER, T. y J. Moser (1982) : El desarrollo de las habilidades para resolver problemas de adición y sustracción . Tr. por A arana , R. Ríos y M. Torrero. Publicado en Addition and Subtractión : A Cognitive (pp. 9-24) Lawrence Erlbaum Associates; Hillsdale, N J. EEUU.

DeCORTE, E. y L. Verschaffel (1887) : Los efectos de la estructura semántica en las estrategias empleadas por los niños para resolver problemas verbales de adición y *sustracción* Tr. R. Ríos. Publicado en Journal for Reserach in Mathematics Education. Vol. 18, No. 5 p. 363-381.

GINSBURG , H. y Sylvia Opper. Piaget y la teoria del desarrollo intelectual; Tr. por Alfonso alvarez Villar. Madrid, Prentice/Hall Internacional, 1977.

KAMI , Constance. El niño reinventa la aritmética; Aprendizaje Visor, Madrid 1988.

MAZA, Carlos . Sumar y restar. Visor. Madrid España. 1989

MAZA, Carlos. Enseñanza de la suma y la resta. Síntesis, Madrid, 1989.

MIALARET, Gastón. Las matemáticas , como se aprenden como se enseñan. Pablo del Río, Madrid, 1979. (Colección Aprendizaje) .

MOSER , J. (1989) : Procedimiento de solución de los niños. Tr. R. Ríos, en Hercovica, N. y Bergeron (copiladores) : Psychological Aspects of Early Aritmetic Concepts. Manuscrito no publicado.

OPPER, S. The journal of children's Mathematical Behavior, Vol 1 No. 4 Spring, 1977, Piaget's Clinical Method. Tr. Marcela Colín Sánchez.

PIAGET, J, Seis Estudios, Tr, Jordi Marfà. Buenos Aires, Parral, 1973.

PIAGET, J. Psicología y epistemología, Tr. Francisco S. Fernández Buey. Barcelona Ariel, 1973.

PIAGET, J. y Alma Szeminska. Génesis del número en el niño. Buenos Aires, Guadalupe, 1975.

PIAGET, Jean y Barbel Inhelder. Génesis de las estructuras lógicas elementales (clasificaciones y seriaciones). Tr. por Ercedes Riani. Guadalupe, Buenos Aires, 1975

PIAGET , Jean y otros. La enseñanza de las matemáticas modernas, Alianza, Madrid, 1983.

REVISTA CERO EN CONDUCTA, La enseñanza de las matemáticas, No 4 Marzo-abril 1986 y No. 25 Mayo-Junio 1991

RILLEY, M. y otros (1983) : Desarrollo de la habilidad de los niños para la resolución de los problemas aritméticos. Tr. por M. Mur. En Ginsburg H. (ed) The Development Psychology series. Academic Press. New York, EEUU.

SANTALO, Luis. La educación matemática hoy. Teide, S. A. Barcelona, 1977.

S.E.P. 1980. Libro para el maestro Primer grado, México
Libro para el maestro Segundo grado
Libro para el maestro Tercer grado.

S.E.P. 1991. Dirección general de educación preescolar, México.

TESIS 1981, FUENLABRADA, Irma. Sistemas de numeración, suma y resta en la escuela primaria (I.P.N.)

TESIS 1984, FREGONA, Gladis. Una experiencia en el nivel elemental de la adquisición del concepto de número (I.P.N.).

TESIS' 1989.-RIOS, Rosa maría, El proceso de enseñanza aprendizaje de los conceptos de adición y sustracción en el primer grado de escuelas primaria. UNAM.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL. Revista de educación matemática, No. 17 Enero-marzo 1989, Ciencias de la educación matemática.

ZUBIETA, Francisco. La moderna enseñanza de las matemáticas. Trillas , México 1972.

ANEXO 1

CUADRO DE LOS DIFERENTES TIPOS DE PROBLEMAS

CAMBIO	COMPARACION	IGUALACION	COMBINACION
1 4 + 5 = ? 2+7 SUMA 8+11 +	1 4 + ? = 9 9-4 RESTA 15-6 -	1 4 + ? = 9 9-2 RESTA 18-11 -	1 4 + 5 = ? 3+7 SUMA "6+9 +
2 9 - 5 = ? 9-3 RESTA	2 9 - ? = 4	2 9 - ? = 4	2 4 + ? = 9 8-2 RESTA 15 - 7
3 4 + ? = 9 6-3 RESTA 17-10 -	3 4 + 5 = ? 4+5 SUMA 7+9 +	3 4 + 5 = ? 4+5 SUMA 7+9 +	
4 9 - ? = 4 RESTA	4 9 - 5 = ? RESTA	4 9 - 5 = ? RESTA	
5 ? + 5 = 9 RESTA	5 ? + 5 = 9 RESTA	5 ? + 5 = 9 RESTA	
6 ? - 5 = 4 3+6 SUMA "7+12 +	6 ? - 5 = 4 SUMA +	6 ? - 5 = 4 4+5 SUMA 7+12 +	

ANEXO 3 a) Respecto a nuestros resultados con los autores mencionados.

PROBLEMAS	CON RESPECTO A LOS RESULTADOS DE LOS AUTORES		CON RESPECTO A LOS RESULTADOS DE NOSOTROS	
	ESTRATEGIAS	GRADO DE DIFICULTAD	ESTRATEGIAS	GRADO DE DIFICULTAD
CAMBIO 1	CA1; CA2a; CA2b; CA3 VA2; VA3; VA4	NO COMPLEJO	CA2a; CA2b; CA3 VA1; VA2; VA3; VA4 MA1; MA4	NO COMPLEJO
CAMBIO 2	CS1; CS2 VS1; VS2	NO COMPLEJO	CS1; VS1; MS1; MS3	NO COMPLEJO
CAMBIO 3	CS3; VS3;	DIFICULTAD INTERMEDIA	CS1; CS3; VS3; MS1; MS3;	DIFICULTAD INTERMEDIA
CAMBIO 6	CA1; CA2; CA3; VA2; VA3;	COMPLEJO	CA2; CA3; VA2; VA4; MA2;	COMPLEJO
COMBINACION 1	CA1; CA2; CA3; VA3; VA4	NO COMPLEJO	CA2; CA3; VA3; VA4	NO COMPLEJO
COMBINACION 2	CS1; CS3; VS1; VS3;	DIFICULTAD INTERMEDIA	CS1; CS3; VS3; MS1; MS3; MS4;	DIFICULTAD INTERMEDIA
COMPARACION 1	CS1; CS3; CS4; VS3;	COMPLEJO	CS1; CS2; CS3; CS4; VS3; MS3;	NO COMPLEJO
IGUALACION 1	CS1; CS3; CS4; VS3;	NO COMPLEJO	CS1; CS3; VS3; MS3;	NO COMPLEJO
COMPARACION 3	CA1; CA2; CA3; CA5; VA3; VA4;	COMPLEJO	CA3; CA5; VA3; VA4; MA2;	COMPLEJO
IGUALACION 6	CA1; CA2; CA3; CA5; VA3; VA4:	COMPLEJO	CA3; CA5; VA3; VA4; MA2;	COMPLEJO
IGUALACION 3	CA1; CA2; CA3; VA3; VA4;	NO COMPLEJO	CA1, CA2; CA3; VA3; VA4;	DIFICULTAD INTERMEDIA

A N E X O 2

EJEMPLOS DEL PATRON TEXTUAL DE LOS PROBLEMAS

PROBLEMAS QUE IMPLICAN UNA RELACIÓN DINAMICA

CAMBIO 1

Carlos tiene 4 jarritos
luego Ana le dio 5 jarritos más
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?

CAMBIO 2

Carlos tiene 9 jarritos
luego le dio 5 a Ana
¿ Cuántos jarritos tiene ahora Carlos ?

CAMBIO 3

Carlos tenía 4 jarritos
luego Ana le dio algunos más
ahora Carlos tiene 9 jarritos
¿ Cuántos jarritos le dio Ana ?

CAMBIO 4

Carlos tenía 9 jarritos
luego le dio algunos a Ana
ahora Carlos tiene 4 jarritos
¿ Cuántos jarritos le dio a Ana ?

CAMBIO 5

Carlos tenía algunos jarritos
luego Ana le dio 5 jarritos más

ahora Carlos tiene 9 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos al principio ?

CAMBIO 6

Carlos tenía algunos jarritos
luego le dio 5 a Ana
ahora Carlos tiene 4 jarritos
¿ Cuántos jarritos tenía Carlos al principio ?

IGUALACIÓN 1

Carlos tiene 4 jarritos
Ana tiene 9 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita Carlos para
tener los mismos que Ana ?

IGUALACIÓN 2

Carlos tiene 9 jarritos
Ana tiene 4 jarritos
¿ Cuántos jarritos necesita perder
Carlos para tener los mismos que Ana ?

IGUALACIÓN 3

Carlos tiene 4 jarritos
él necesita tener 5 jarritos más para
tener los mismos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

IGUALACIÓN 4

Carlos tiene 9 jarritos
él necesita perder 5 para
tener los mismos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

IGUALACIÓN 5

Carlos tiene 9 jarritos
ana necesita 5 jarritos más para
tener los mismos que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

IGUALACIÓN 6

Carlos tiene 4 jarritos
Ana necesita perder 5
para tener los mismos que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

PROBLEMAS QUE IMPLICAN UNA RELACIÓN ESTATICA

COMPARACIÓN 1

Carlos tiene 9 jarritos
Ana tiene 4 jarritos
¿ Cuántos jarritos más tiene Carlos que Ana ?

COMPARACIÓN 2

Carlos tiene 9 jarritos
Ana tiene 5 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

COMPARACION 3

Carlos tiene 7 jarritos
Ana tiene 9 jarritos más que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

COMPARACIÓN 4

Carlos tiene 9 jarritos
Ana tiene 5 jarritos menos que Carlos
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

COMPARACIÓN 5

Carlos tiene 9 jarritos
él tiene 5 jarritos más que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana?

COMPARACIÓN 6

Carlos tiene 4 Jarritos
él tiene 5 jarritos menos que Ana
¿ Cuántos jarritos tiene Ana ?

COMBINACIÓN 1

Carlos tiene 4 jarritos
Ana tiene 5 jarritos
¿ Cuántos jarritos tienen los dos juntos ?

COMBINACIÓN 2

Carlos y Ana tienen los dos juntos 9 jarritos
Carlos tiene 4 jarritos y el resto son de Ana
¿ Cuántos jarritos son de Ana ?