



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"APLICACION DE LA TEORIA DEL
FILTRADO EN ANOMALIAS
GEOELECTRICAS"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO GEOFISICO

P R E S E N T A :

CYNTHIA GABRIELA MARTINEZ LEAL

**FACULTAD DE
INGENIERIA**



MEXICO, D. F.,

1994

UNAM
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-I-091

SRITA. CYNTHIA GABRIELA MARTINEZ LEAL
Presente.

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M. C. Andrés Tejero Andrade, y que aprobó esta Dirección, para que lo desarrollen ustedes como tesis de su examen profesional de ingeniero geofísico:

APLICACION DE LA TEORIA DEL FILTRADO EN ANOMALIAS GEOELECTRICAS

- I INTRODUCCION
- II TEORIA DE LOS METODOS ELECTRICOS DE CORRIENTE CONTINUA
- III TEORIA DE FILTROS OPTIMOS
- IV APLICACIONES
- V CONCLUSIONES
- BIBLIOGRAFIA

Ruego a ustedes cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo les recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Ciudad Universitaria, a 20 de diciembre de 1993.
EL DIRECTOR


ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS*EGLM*gggt*

Ed.

**A mis Padres
por absolutamente todo**

A mis hermanos.

A Tagüe

A mis Tías Martha y Moni

A Pedro Lomónaco

AGRADECIMIENTOS

M.C. Andrés Tejero Andrade por su valiosa enseñanza y gran amistad

Ing. Miguel Vera Ocampo por su constante apoyo.

Ing. Emilio Nava Alatorre por las facilidades otorgadas para el desarrollo del presente trabajo, por su estoica paciencia y por ser un muy buen amigo.

M.C. Roberto Ortega Ruiz por sus invaluable opiniones y recomendaciones y por la amistad compartida.

Ing. Gabriel Castillo Hernandez por la asesoría brindada.

Oscar Andrade Estrada por todo su apoyo, sugerencia y confianza durante este tiempo y sobre todo por su amistad incondicional.

Gerardo Cifuentes Nava por toda la ayuda brindada y por nuestra amistad.

A Martín Cárdenas. y Manuel Covarrubias por su gran compañerismo.
a mis compañeros y amigos

INDICE

| | |
|--------------------------------------------------------------------|----|
| I.- Introducción | 1 |
| II.- Teoría de los Métodos Eléctricos de Corriente Continua | 4 |
| 2.1.- Definición | 4 |
| 2.2.- Clasificación de los Métodos Eléctricos | 4 |
| 2.3.- Ecuaciones de los Métodos de Corriente Continua | 6 |
| 2.4.- Fuente Puntual en un Semiespacio | 8 |
| 2.5.- Método de Resistividad | 11 |
| 2.6.- Dispositivo Electrónico | 12 |
| 2.7.- Disposiciones de Electrodo | 15 |
| 2.8.- Metodología de Operación en los Métodos Eléctricos | 19 |
| 2.9.- Resistividad Aparente | 23 |
| III.- Teoría de Filtros óptimos | 26 |
| 3.1.- Generalidades | 26 |
| 3.2.- Filtro de Wiener en Anomalías Eléctricas | 29 |
| 3.3.- Desarrollo Matemático del Filtro de Wiener | 32 |
| 3.4.- Algoritmo de Levinson | 36 |
| IV.- Aplicaciones | 40 |
| 4.1.- Análisis de Modelos Teóricos | 40 |
| 4.2.- Prospecto Teotihuacán | 49 |
| V.- Conclusiones | 59 |
| Bibliografía | 61 |

I. INTRODUCCIÓN

Dentro de la Prospección Geofísica, en el área de Geoeléctrica, los sondeos y perfiles eléctricos han sido de gran utilidad en estudios de geotermia, hidrología, minería, así como en investigaciones de estructuras someras como lo son cavernas, zonas fracturadas, excavaciones arqueológicas, problemas de geotecnia, etc.

En México, la Prospección Sísmica ha tenido un gran auge, con excelentes resultados en la interpretación y procesamiento de datos, sin embargo, son pocas las investigaciones que se han realizado en la Prospección Geoeléctrica en técnicas de procesamiento para la interpretación de lecturas de resistividad aparente correlacionable con la presencia de un cuerpo anómalo. Por lo general, el aspecto teórico de las técnicas de procesamiento se ha conocido por mucho tiempo, y en lo que respecta a las aplicaciones prácticas, hasta ahora, se han mantenido sin ningún avance sustancial.

Diferentes estudios han demostrado que la técnica de mediciones eléctricas mediante perfiles de resistividades es eficiente para la determinación e identificación de cambios laterales en la resistividad del subsuelo, lo cual ayuda a definir la presencia de posibles cuerpos de interés, así como su localización y dimensiones.

La presente Tesis se enfoca al área de Prospección Eléctrica, especialmente en la aplicación de nuevas técnicas de procesamiento de datos para lograr una mejor interpretación y definición de las anomalías eléctricas obtenidas en una campaña de exploración. En el proceso de reunir o transmitir la información del subsuelo mediante métodos geofísicos, la señal que contiene dicha información frecuentemente se encuentra

distorsionada por efecto de ruido aleatorio generado por diferentes fuentes (ruido geológico, ruido ambiental, etc). Es así que el Geofísico se enfrenta con el problema de enmascaramiento de la señal. La eliminación o disminución del ruido se conoce como filtrado. Durante el desarrollo de la Tesis se define la teoría en la cual se basa la Prospección Eléctrica, se presenta la metodología para la eliminación del ya mencionado ruido y se analizan perfiles reales para demostrar la validez del estudio.

A diferencia de otros autores, como son Patella (1986), Gosh, et al, (1986) y Pattantyus (1986), los cuales han realizado un análisis espectral de las señales en el dominio de las frecuencias, en el presente trabajo se investiga el empleo de la teoría de filtrado en el dominio del espacio, aplicando un filtro óptimo conocido como el Filtro Wiener. El principio del método consiste, fundamentalmente, en comparar el resultado (salida) de una señal observada en campo con una señal deseada, su diferencia es el error en la salida, el cual se emplea para diseñar el filtro y minimizar la energía del error mediante la aplicación de la técnica de mínimos cuadrados.

Este filtro se aplicó a perfiles eléctricos de campo, para determinar la localización de cavernas en un estudio realizado en Teotihuacan, Edo. de México.

En el segundo capítulo de la Tesis se presenta un bosquejo general de lo que es la Prospección Geoeléctrica, definiendo los dispositivos con los que se toman las lecturas, la clasificación de los métodos eléctricos, su forma de operar y las aplicaciones de este método. El problema de la definición de un filtro para la mejor interpretación de los datos aparece junto con la teoría de la Prospección Geoeléctrica, en el tercer capítulo se describe lo que es un filtro óptimo así como el planteamiento del problema y su solución teórica, además se desarrollan todos los detalles matemáticos del método de Wiener. Para probar y entender correctamente el comportamiento del método, es necesario presentar

algunas aplicaciones a datos teóricos y reales. En el cuarto capítulo se habla de todas las aplicaciones del método a datos sintéticos para poder analizar su comportamiento y así poder aplicarlo a datos reales. De esta manera se obtienen las conclusiones y recomendaciones sobre el método las cuales se detallan en el quinto capítulo.

Finalmente, se espera que el desarrollo de esta Tesis proporcione un enfoque más amplio en el análisis de técnicas de procesamiento en el dominio del espacio, aplicado a anomalías geoelectricas en futuros estudios e investigaciones.

II. TEORIA DE LOS METODOS ELECTRICOS DE CORRIENTE CONTINUA

2.1 Definición

La Prospección Eléctrica, también conocida como geoelectrónica, se encarga de identificar o determinar en el subsuelo estructuras o accidentes geológicos a través de mediciones realizadas principalmente en la superficie terrestre, con base en las propiedades eléctricas de las rocas tales como: resistividad, permeabilidad magnética y eléctrica, autopotencial e inducción. Es así que los métodos eléctricos estudian la distribución de los campos potenciales eléctricos en la corteza terrestre. Dichos campos eléctricos pueden ser de origen natural o provocados artificialmente.

Dentro de los métodos eléctricos, el método de resistividad de corriente continua es considerado entre los más importantes. Este método determina variaciones laterales o verticales de la resistividad en el subsuelo y es utilizado ampliamente en trabajos de exploración geofísica.

2.2 Clasificación de los Métodos Eléctricos

El criterio que se utiliza para la clasificación de los métodos eléctricos está basado en el tipo de medición del campo de potencial. Por ejemplo, las técnicas de polarización espontánea y corrientes telúricas dependen de los campos de influencia que existen naturalmente, mientras que otros métodos requieren de la aplicación de corrientes o campos generados artificialmente en la superficie del suelo, y entre los cuales están los métodos de caída de potencial, sondeo eléctrico y perfilaje eléctrico.

Orellana (1962) hace una clasificación de éstos métodos de acuerdo al origen del campo, como se muestra a continuación:

1.- Métodos de Campo Natural.

- Método de potencial espontáneo.
- Método de corriente telúricas.
- Método magneto-telúrico (Sondeo y Calicatas).
- Método AFMAG.

2.- Métodos de Campo Artificial.

2a.- Métodos de campos constantes (Corriente Continua).

- Método de las líneas equipotenciales y del cuerpo cargado.
- Sondeos eléctricos (simétricos, dipolares, etc).
- Calicatas eléctricas (muchas modalidades).
- Medición magnética de resistividades.

2b.- Métodos de campo variable.

- Sondeos de frecuencia.
- Sondeos por establecimiento de campo (transitorios).
- Calicatas electromagnéticas (métodos de inclinación).
- Campo Turam, Slingram, etc.
- Método "Radio-Kip"
- Método de radiografía hertziana.

2c.- Método de polarización inducida.

2.3 Ecuaciones de los Métodos de Corriente Continua

Debido a que las corrientes eléctricas se mueven en medios tridimensionales, se hace un estudio matemático de las leyes físicas que rigen estas corrientes.

En un espacio completo se tiene una fuente puntal donde la corriente que atraviesa la superficie S debe ser igual a la corriente que entra en ella (Fig 2.1). Para fin de análisis se considera una esfera de radio R en cuyo centro se encuentra la fuente puntal.

S: Superficie

I: Corriente

R: Radio

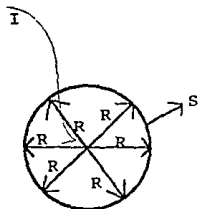


Fig 1.

es decir:

$$\int_S \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} = I \quad 2.1$$

Siendo J la densidad de corriente. El vector \vec{r} indica la posición de un punto del espacio, es decir $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Para indicar el valor de una función en un punto del espacio se acostumbra a expresarlo en función de sus coordenadas como $J(x,y,z)$. Una manera de expresarlo en una forma más concisa es $J(x,y,z) = J(\vec{r})$. Análogamente $J(x,y,z,x',y',z')$ se expresa como.

$$J(x,y,z,x',y',z') = J(x-x',y-y',z-z') = J(\vec{r}-\vec{r}')$$

donde \vec{r} y \vec{r}' son vectores de posición.

Recordando que la función impulso δ se expresa como.

$$\int_V \delta(\vec{r}) dv = 1$$

Quedando de 2.1.

$$\int_S J(\vec{r}) \cdot d\vec{s} = \int_V \delta(\vec{r}) dv \quad 2.2$$

Del Teorema de Divergencia se tiene.

$$\int_S J(\vec{r}) \cdot d\vec{s} = \int_V \nabla \cdot J(\vec{r}) dv \quad 2.3$$

Sustituyendo 2.3 en 2.2

$$\int_V \nabla \cdot J(\vec{r}) dv = \int_V \delta(\vec{r}) dv \quad 2.4$$

De la ley de Ohm.

$$J(\vec{r}) = \sigma \vec{E}(\vec{r}) \quad 2.5$$

Sustituyendo 2.5 en 2.4 obtenemos.

$$\int_V \nabla \cdot [\sigma \vec{E}(\vec{r})] dV = \int_V I \delta(\vec{r}) dV \quad 2.6$$

$$\nabla \cdot [\sigma \vec{E}(\vec{r})] = I \delta(\vec{r}) \quad 2.7$$

Tomando en cuenta que σ es constante.

$$\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) = I \rho \delta(\vec{r}) \quad 2.8$$

Debido a que el campo en cuestión es un régimen estacionario, su rotacional es.

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad 2.9$$

El campo eléctrico se expresa como.

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r}) \quad 2.10$$

Sustituyendo 2.10 en 2.8.

$$\nabla^2 U(\vec{r}) = -I \rho \delta(\vec{r}) \quad 2.11$$

obteniendo la ecuación de Laplace.

Las ecuaciones (2.5), (2.9), (2.10) y (2.11) rigen el comportamiento de los campos eléctricos en medios conductores.

2.4 Fuente Puntual en un Semiespacio

Considerando al espacio compuesto por un semiespacio de resistividad ρ y otro semiespacio de resistividad infinita, representada por la atmósfera (Fig 2.2).

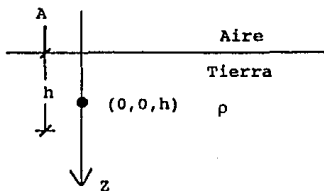


Fig 2.2

Fuente puntual en un semiespacio de dos resistividades .

Se desea encontrar el potencial U producido por una fuente puntual A , $z > 0$ con la condición de que $\delta U / \delta z = 0$ en $z = 0$, es decir.

De 2.11

$$\nabla^2 U(\bar{r}) = -I\rho\delta(\bar{r}) \quad \text{en } z > 0 \quad 2.12a$$

$$\frac{\delta U(\bar{r})}{\delta z} = 0 \quad \text{en } z = 0 \quad 2.12b$$

Empleando el Teorema de Green.

$$\int_V (G(\bar{r}, \bar{r}') \nabla^2 U(\bar{r}') - U(\bar{r}') \nabla^2 G(\bar{r}, \bar{r}')) dV = \int_S (G(\bar{r}, \bar{r}') \frac{\delta U(\bar{r}')}{\delta \eta} - U(\bar{r}') \frac{\delta G(\bar{r}, \bar{r}')}{\delta \eta}) ds \quad 2.13$$

Y recordando que las ecuaciones con las condiciones iniciales de (2.12a) y (2.12b) definen al segundo problema de contorno (problema de Newman), la función de Green se expresa como.

$$\nabla^2 G(\bar{r}, \bar{r}') = -\delta(\bar{r} - \bar{r}') \quad \text{en } z > 0 \quad 2.14a$$

$$\frac{\partial G(\mathcal{F}, \mathcal{F}')}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z=0 \quad 2.14b$$

Sustituyendo la ec 2.14 y 2.12 en 2.13.

$$\int_V G(\mathcal{F}, \mathcal{F}') (-I\rho \delta(\mathcal{F}') - U(\mathcal{F}') (-\delta(\mathcal{F} - \mathcal{F}')) dv = 0 \quad 2.15$$

Despejando.

$$-\int_V G(\mathcal{F}, \mathcal{F}') I\rho \delta(\mathcal{F}') dv = -\int_V U(\mathcal{F}') \delta(\mathcal{F} - \mathcal{F}') dv \quad 2.16$$

Reordenando la ecuación.

$$\int_V U(\mathcal{F}') \delta(\mathcal{F} - \mathcal{F}') dv = I\rho \int_V G(\mathcal{F}, \mathcal{F}') \delta(\mathcal{F}') dv \quad 2.17$$

De las propiedades de la función impulso, el término de la izquierda de la integral de 2.17 queda.

$$\int_V U(\mathcal{F}') \delta(\mathcal{F} - \mathcal{F}') dv = U(\mathcal{F}) \quad 2.18$$

Sustituyendo 2.18 en 2.17.

$$U(\mathcal{F}) = I\rho \int_V G \delta(\mathcal{F}') dv \quad 2.19$$

La función de Green que satisface la ec. 2.14 en el semiespacio es.

$$G = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}} \right] \quad 2.20$$

Sustituyendo la ecuación 2.20 en la ecuación 2.19.

$$U(\vec{r}) = I_p \int \frac{1}{4\pi} \frac{\delta(0) \delta(0) \delta(z' - h) dx' dy' dz'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} + I_p \int \frac{\delta(0) \delta(0) \delta(z' - h) dx' dy' dz'}{4\pi \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}} \quad 2.21$$

Integrando.

$$U(\vec{r}) = \frac{I_p}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-h)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+h)^2}} \right] \quad 2.22$$

Se desea determinar U cuando $h=0$, esto es cuando la fuente puntual está en la interface, la ecuación 2.22 queda.

$$U(\vec{r}) = \frac{I_p}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{I_p}{2\pi R} \quad 2.23$$

donde

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

De la ecuación 2.23 se partirá para estudiar las configuraciones más empleadas en los trabajos de resistividad.

2.5 Método de Resistividad

El método de resistividad proporciona una medida cuantitativa de las propiedades conductivas del subsuelo y determina aproximadamente, la distribución vertical y horizontal de la resistividad. El método puede ser empleado para hallar las profundidades a que se encuentran capas del subsuelo de diferentes resistividades y espesores, cuevas, diques, etc. El procedimiento básico consiste en medir el gradiente de potencial en la superficie, asociado a una corriente de intensidad conocida que circula por el subsuelo.

Las irregularidades de la conductividad por debajo de la superficie influyen en la relación entre la corriente y la caída de potencial en la superficie.

2.6 Dispositivo Electrónico

Se conoce como dispositivo electrónico al acomodo o arreglo geométrico de un conjunto de electrodos. Dichos dispositivos varían de 2 a 4 electrodos. Dependiendo del número de electrodos, así como de su disposición geométrica sobre la superficie terrestre que puedan adoptar entre ellos, van a existir diversas configuraciones electrónicas. Al conjunto de 3 electrodos se le denomina tripolo, mientras que al conjunto de 4 electrodos se le conoce como cuadrípolo o tetrapolo. En lo que respecta a su disposición geométrica se pueden definir varios dispositivos como son: dispositivos simétricos, dipolares lineales, compuestos, etc.

Generalmente los dispositivos más utilizados en la práctica son los dispositivos tetracelétricos. Este dispositivo consta de dos electrodos de corriente A y B por donde entra y sale la corriente del subsuelo y otros dos electrodos M y N denominados como electrodos de potencial, los cuales miden la diferencia de potencial creada por los electrodos A y B. Estos electrodos se encuentran unidos por cables aislados a un generador eléctrico provisto de un amperímetro, mientras que los electrodos M y N en forma análoga van unidos a un voltímetro, capaz de medir la diferencia de potencial entre ellos, como se muestra en la Figura 2.3 [Orellana 1982].

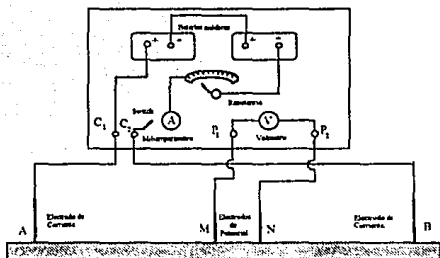


Fig 2.3

Tomando en cuenta un dispositivo tetraelectródico y suponiendo que los electrodos de corrientes C_1 y C_2 y los electrodos de potencial P_1 y P_2 están dispuestos en una línea como se muestran en la Fig 2.4.

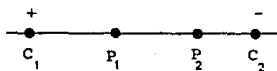


Fig 2.4

Siendo C_1 el positivo y C_2 el negativo entonces el potencial total de P_1 ,

considerando la ec 2.23 es:

$$U_1 = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{C_1 P_1} - \frac{1}{C_2 P_1} \right) \quad 2.24$$

y en P_2 es.

$$U_2 = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{C_1 P_2} - \frac{1}{C_2 P_2} \right) \quad 2.25$$

La diferencia de potencia ΔU medida con un potenciómetro entre los electrodos P_1 y P_2 es sencillamente $U_1 - U_2$, restando las ecuaciones 2.24 y 2.25 obtenemos.

$$\Delta U = U_1 - U_2 = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{C_1 P_1} - \frac{1}{C_2 P_1} - \frac{1}{C_1 P_2} + \frac{1}{C_2 P_2} \right) \quad 2.26$$

Despejando la resistividad la cual es el parámetro que nos interesa conocer del subsuelo, se tiene:

$$\rho = \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{C_1 P_1} - \frac{1}{C_2 P_1} - \frac{1}{C_1 P_2} + \frac{1}{C_2 P_2} \right)} \frac{\Delta U}{I} \quad 2.27$$

La ecuación anterior se puede escribir como:

$$\rho = K \frac{\Delta U}{I} \quad 2.28$$

donde K se conoce como el factor geométrico asociado directamente a la posición o geometría del dispositivo electrodico. También se conoce como factor de penetración ya que es el que controla la profundidad de investigación con que se opera, y se define como:

$$K = \frac{1}{\left(\frac{1}{C_1 P_1} - \frac{1}{C_2 P_1} - \frac{1}{C_1 P_2} + \frac{1}{C_2 P_2}\right)} \quad 2.29$$

La ecuación 2.28 es aplicable a cualquier dispositivo de 4 electrodos sobre una superficie plana.

2.7 Disposiciones de Electrodo

Como se ha mencionado, en la práctica se emplean varias configuraciones en la superficie del terreno para los electrodos de corriente y de potencial. En todos estos arreglos ambas series de electrodos son colocados a lo largo de una línea con diferentes distribuciones. Los dispositivos más usados en prospección eléctrica son los dispositivos simétricos y los dipolares.

Dispositivos Electrodicos Lineales.

El dispositivo lineal más empleado es aquel que consta de 4 electrodos AMNB dispuestos exactamente en ese orden, sobre una misma línea, si además estos electrodos se disponen simétricamente respecto a un centro de atribución 0, se tendrá un dispositivo

simétrico [Orellana, 1982] como se muestra en la Fig 2.5.

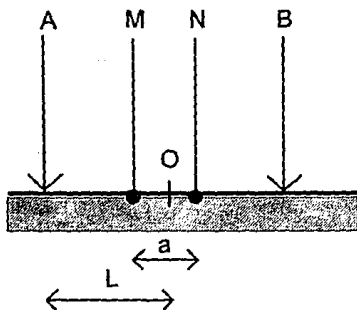


Fig 2.5

Dispositivo Electrónico Lineal y Simétrico
(Dispositivo Schlumberger)

Los dispositivos simétricos más conocidos son el Schlumberger y el Wenner. En el Dispositivo Schlumberger (Fig 2.5) los electrodos de Potencial M y N se sitúan simétricamente a una distancia "a" (muy corta), mientras los electrodos de corriente se encuentran a una distancia $L=AB/2$. De modo que los cuatro electrodos queden alineados sobre el terreno, cumpliéndose en trabajos de campo la relación $L \geq 5a$.

El factor geométrico de este dispositivo de acuerdo a la ec 2.29 está dado por $K=\pi L^2$, y por tanto su resistividad es:

$$\rho_{sch} = \pi L^2 \frac{\Delta U}{I}$$

El Dispositivo Wenner también es un sistema de electrodos alineados y simétricos con el punto de atribución 0, pero en este la separación entre electrodos contiguos son iguales es decir $AM=MN=NB=a$. (Fig 2.6).

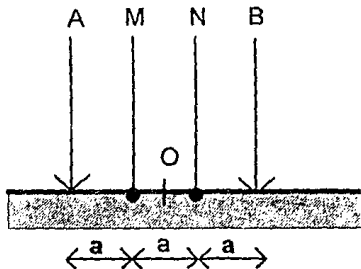


Fig 2.6
Dispositivo Wenner.

El dispositivo Wenner proporciona una mejor definición en estudios someros y en contactos laterales. Por otro lado la desventaja de este dispositivo con respecto al Schlumberger es que todos los electrodos han de modificarse en cada una de las medidas. Su factor geométrico K es $2\pi a$ y su resistividad esta dada por:

$$\rho_s = 2\pi a \frac{\Delta U}{I}$$

Otro tipo de arreglo son los Dispositivos Dipolares los cuales también constan de 4 electrodos, 2 de corriente y 2 de potencial, los electrodos de corriente A y B están lo suficientemente próximos con respecto a una distancia en la cual se miden sus efectos en M y N, se tienen entonces dos dipolos: AB que son los de emisión y MN de recepción,

cuya disposición mutua puede ser, en principio, cualquiera. Dependiendo de sus posiciones se tendrán los siguiente dispositivos: Dispositivo paralelo, perpendicular, radial, azimutal, ecuatorial, y el más usado el dispositivo axial o más comunmente conocido como dispositivo dipolo-dipolo (Fig 2.7).

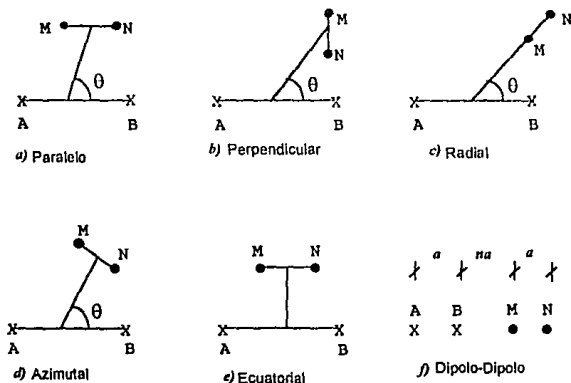


Fig 2.7
Arreglos Dipolares.

El arreglo Dipolo-Dipolo es uno de los dispositivos dipolares más empleados en la Prospección Eléctrica, donde el factor geométrico K del arreglo es: $\pi L(N+2)(N+1)N$, (Figura 2.8) por consiguiente la resistividad se expresa como:

$$\rho_{DD} = \pi L(N+2)(N+1)N \frac{\Delta U}{I}$$

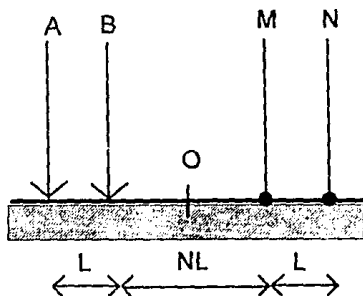


Fig 2.8

Dispositivo Dipolo-Dipolo

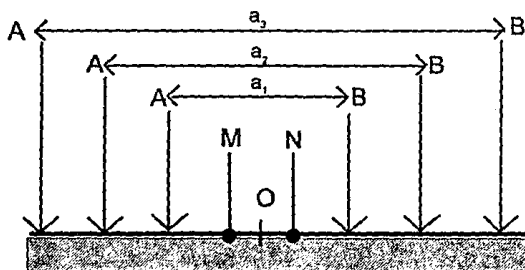
2.8 Metodología de Operación en los Métodos Eléctricos

Los métodos eléctricos resistivos también se pueden dividir de acuerdo a la metodología en la forma de operar empleada como:

a) Sondeo Eléctrico Vertical (SEV), tiene como objeto investigar la distribución de resistividades a profundidad. Este método se caracteriza en que el punto de atribución o centro del dispositivo permanece fijo. La información recogida se refiere a la vertical de ese punto. Conforme la separación de los electrodos de corriente va aumentando, sus resultados son interpretados en términos de estratos horizontales, esto es útil para resolver

problemas como el de capas altamente resistivas o problemas de estructuras muy profundas (Fig 2.9). Los datos obtenidos de resistividades en cada SEV se representa por medio de una curva en función de la distancia entre electrodos.

La mayor eficiencia del método corresponde al caso en que los SEV se efectúan sobre un terreno compuesto por capas laterales homogéneas en los que respecta a la resistividad y limitada por planos paralelos a la superficie del terreno (medio estratificado horizontalmente) [Orellana 1982].



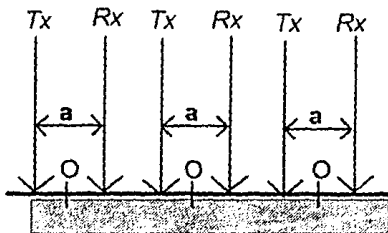
$$a_3 > a_2 > a_1$$

O: punto de atribución del SEV.

Fig 2.9

Movimiento de electrodos de corriente
en la recolección de los datos de campo
del SEV en dispositivo Schlumberger

b) El método de Perfilaje o Calicateo, el cual permite estudiar las variaciones de la resistividad pudiendo determinar estructuras y contactos laterales de poca profundidad. Este método se caracteriza a diferencia del SEV que la geometría transmisor-receptor (electrodos de corriente - electrodos de potencial) permanece constante desplazándose todo el dispositivo en forma lateral, donde el punto de atribución es móvil (Fig 2.10).



Tx: Transmisor

Rx: Receptor

a: Separación entre Tx y Rx

O: Punto de atribución de la medición geoelectrica

Fig 10.
Calicata Eléctrica

Existe una gran variedad de tipos de calicatas eléctricas, las cuales se pueden dividir en 2 grandes grupos. El primer grupo se denomina método de campo fijo debido a que los electrodos de corriente permanecen fijos durante las mediciones, creando en el terreno un campo estacionario, el cual se explora moviendo los electrodos de potencial.

El segundo grupo, es el método de dispositivos móviles debido a que los cuatro electrodos se desplazan conjuntamente, conservando sus distancias y posiciones entre ellos, esto es que el dispositivo se traslada sobre un perfil. A este método se le considereara como el método de calicatas eléctricas propiamente dicho. Las calicatas más comunes son: Calicatas dipolo-dipolo y las calicatas de dispositivo simétrico.

Calicatas Dipolo-Dipolo.

En este tipo de Calicatas, los dipolos se desplazan sobre el terreno a lo largo de un perfil rectilíneo (dispositivo dipolar axial) manteniendo constante la separación de electrodos.

Se puede llegar a usar dispositivos de calicatas dipolares bilaterales, es decir con 2 dipolos de emisión AB y A'B' dispuesto con respecto a MN como se observa en la Figura 2.11, dando como resultado dos curvas que serán útiles para la interpretación. El punto de medición se tomará en la parte central del dispositivo.

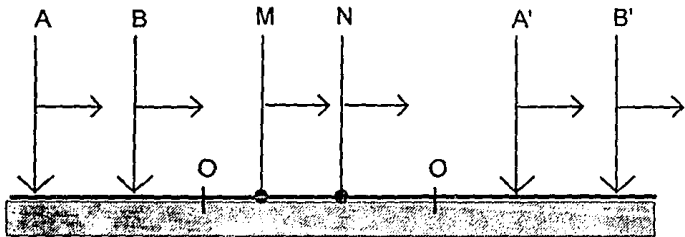


Fig 2.11
Dispositivo y Movimiento de las
Calicatas dipolares bilaterales

Calicata Simétricas.

El método de calicatas de dispositivos simétricos tiene por objeto determinar la resistividad por medio de un dispositivo simétrico de 4 electrodos de separación constante, donde generalmente son usados los dispositivos Wenner y Schlumberger. Dichas calicatas pueden hacerse con 2 ó 3 distancias para diferentes profundidades. Fig 2.12.

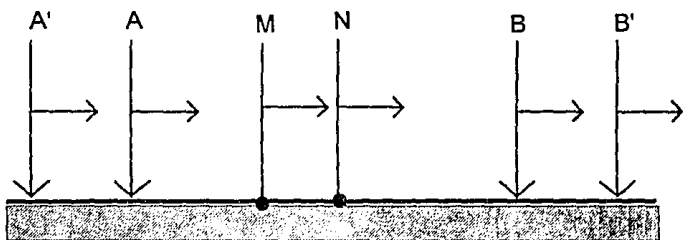


Fig 2.12
Dispositivo electrónico en las calicatas
simétricas con 2 distancias.

Resistividad Aparente.

La resistividad que hasta el momento se consideró toma en cuenta un medio homogéneo e isotrópico, de tal manera que la resistividad ρ calculada será siempre la misma, es decir constante para este medio. Sin embargo en un medio heterogéneo (lo que se presenta en el subsuelo terrestre) los valores obtenidos para la resistividad ρ a partir

de la ecuación 2.28, nos representa una resistividad ficticia o aparente para un semiespacio homogéneo o equivalente. Dicha resistividad medida en la superficie va a variar con los diferentes dispositivos electródicos. Estas mediciones obtenidas en campo, tomando en cuenta los valores apropiados de K , y las magnitudes observadas de U e I es conocida como la resistividad aparente denominada por ρ_a .

La resistividad aparente es la variable experimental que expresa los resultados de las mediciones en la mayoría de los métodos eléctricos, y es la que se toma en cuenta como base en la interpretación.

Generalmente la resistividad aparente se encuentra dentro del rango de resistividades reales de los materiales, la cual varía sistemáticamente a través de una sección geológica y puede detectar la presencia de inhomogeneidades resistivas o conductivas. La resistividad aparente se expresa como:

$$\rho_a = K \frac{\Delta U}{I}$$

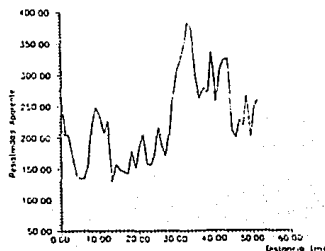
Esta ecuación es aplicable para cualquiera de las expresiones deducidas para el cálculo de la resistividad ρ .

Los valores de resistividad aparente obtenidos en campo, se representan gráficamente en función de la distancia del perfil donde el punto de atribución será el centro O de los electrodos de potencial M y N y a la distancia entre cada dos estaciones sucesivas se le denomina paso.

Si el terreno fuera homogéneo, la curva de resistividad aparente tendería a una línea recta paralela al eje de las abscisas, pero dado que se trabaja en un medio heterogéneo, cualquier cambio lateral en la resistividad se manifiesta en la curva de resistividad aparente por desviaciones con respecto a la línea horizontal (abscisas). Estas desviaciones producidas por las heterogeneidades constituyen una anomalía.

Generalmente la interpretación de las curvas de resistividad aparente se hace con base en curvas patrón, siguiendo así una metodología ya establecida para poder encontrar el espesor y profundidad del cuerpo de interés. Sin embargo en la presente tesis no hace uso de esta metodología, sino que se realiza una técnica de procesamiento de datos directamente en las curvas de campo.

Debido a que el estudio realizado es de poca profundidad se utilizaron los Métodos de Calicatas Eléctricas con los dispositivos Wenner y Dipolo-Dipolo. Como ya se mencionó, los resultados obtenidos en las mediciones de campo se representan mediante una curva de campo representada por un perfil eléctrico. Dicha curva está en función de la resistividad aparente y de la distancia de electrodos como se muestra en la siguiente gráfica obtenida en campo.



III. TEORIA DE FILTROS OPTIMOS

3.1 Generalidades

En Prospección Eléctrica las curvas de resistividad obtenidas en campo generalmente se encuentran contaminadas por señales no deseadas, presentes en todas partes y generadas por fenómenos naturales o provocados por el hombre, como pueden ser heterogeneidades de la superficie, errores en la medición, etc. Es así que a la información del subsuelo se le llamará señal y a las perturbaciones, ruido. Una medida de la calidad de la información es la relación entre ambas magnitudes, conocida como relación señal a ruido. En este capítulo se presenta la implementación de una nueva técnica de filtrado para desarrollar el análisis de esta relación y lograr una mejor interpretación.

A través de los años, se han realizado gran cantidad de investigaciones en el análisis de señales tratando de recobrar la señal del ruido. La aplicación de patrones para la atenuación de ruido es una técnica excelente para mejorar la relación, buscando aumentar esta relación ya sea reforzando la señal o debilitando el ruido. Como se observa, el análisis de la relación señal a ruido es una herramienta importante en una gran cantidad de áreas, por lo que se han desarrollado diferentes algoritmos para su aplicación. Además, el problema de reconocer la señal útil del ruido, se agrava por el hecho de que entre más parecidas sean las componentes de la señal y el ruido, mayor será la dificultad para separarlos y viceversa.

Un problema clásico de ingeniería es el del diseño de filtros destinados a la reducción del efecto causado por ruido. En un sistema de comunicaciones, el medio es típicamente ruidoso y, por ende, contamina una señal al ser transmitida en el medio. El filtro actúa como preprocesador en el cual la componente útil de la señal de salida, puede identificarse más eficientemente que en la señal de entrada. La función de un filtro es la de estimar una señal de interés o el estado de un sistema en la presencia de ruido [Haykin, 1989].

En esta tesis, se presentan las características básicas en el estudio de filtros lineales, cuyo desempeño al separar señales del ruido es óptimo en el sentido estadístico.

Debido a que el ruido es un fenómeno aleatorio (función estocástica) no es posible eliminarlo totalmente, en otras palabras, no existe un filtro único capaz de eliminar totalmente el ruido de una señal en particular, ni tampoco es posible definir un procedimiento de filtrado único. Los filtros se pueden diseñar por medio del requisito de que una entrada produzca una salida deseada (síntesis de filtro) o bien por la investigación de los efectos de un filtro dado sobre varias señales de entrada denominado análisis del filtro [Sheriff, 1991].

El modelo general del diseño de un filtro puede esquematizarse como en la Fig. 3.1, [Robinson, 1980].

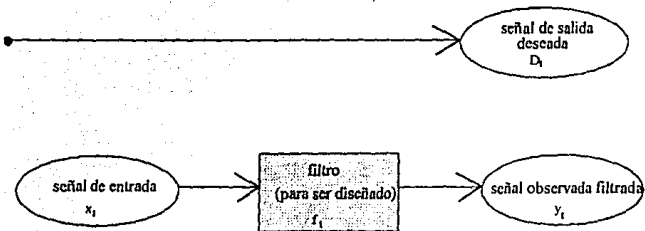


Figura 3.1. Modelo general del diseño de un filtro.

En donde se observan 3 señales:

- 1.- La señal observada o señal de entrada.
- 2.- La señal deseada de salida.
- 3.- La señal observada filtrada.

El objetivo es ahora encontrar una técnica que permita encontrar el filtro F_t en términos de la señal de entrada y la salida deseada. Ahora bien, para realizar lo anterior, existen diferentes técnicas de filtrado como son el filtrado de frecuencias y el filtrado óptimo.

Los filtros de frecuencias funcionan dejando pasar o rechazando cierta banda de frecuencias; se pueden aplicar en forma numérica en el dominio del tiempo-espacio o en el dominio de las frecuencias-número de onda. Sin embargo, cuando se dificulta la separación de frecuencias porque prácticamente se presente el mismo contenido de frecuencias en la señal como en el ruido, se deben tener otras

consideraciones de acuerdo al carácter de la señal, para la construcción del filtro óptimo, utilizando la técnica de mejoramiento de la relación señal a ruido.

Si se considera que el ruido de entrada es una función aleatoria (estocástica) estacionaria, se puede diseñar un filtro que dará una salida "óptima" de acuerdo con algún criterio. Entre los criterios más importantes y de más amplio uso está el criterio de Wiener o de mínimos cuadrados. Para aplicarlo se compara la salida del filtro con alguna salida "descada" y la diferencia es el "error" en la salida, luego se diseña el filtro para minimizar la energía del error en el sentido de los mínimos cuadrados.

3.2 Filtro de Wiener en Anomalías Eléctricas

Una señal geoelectrica observada X_t consiste de dos componentes, una componente pura S_t llamada señal y una componente impura P_t llamada perturbación o ruido, el cual es la señal que se quiere eliminar. Teniendo la siguiente expresión:

$$X_t = S_t + P_t$$

Por lo tanto, el interés es determinar mediante una señal observada X_t y una señal deseada D_t , un filtro de coeficientes (f_0, f_1, \dots, f_n) , el cual elimine lo mejor posible la señal del ruido de tal manera que el resultado de filtrar la señal de entrada sea lo más cercano posible a la señal deseada, es decir. $Y_t \cong D_t$.

$$X_t * F_t = Y_t$$

La respuesta o impulso del operador diseñado F_t debe ser tal que el error e_t entre la salida Y_t y la señal deseada D_t sea mínima de acuerdo con algún criterio.

$$e_t = D_t - Y_t$$

Para poder determinar los valores o coeficientes (f_0, f_1, \dots, f_n) del filtro, tenemos que tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

1.-El proceso que representa la señal observada X_t y la señal deseada D_t , deben ser estacionarias, ésto es, que las propiedades estadísticas de la señal observada y la señal deseada no cambien con el tiempo.

2.-El criterio de aproximación es el del error cuadrático medio entre la señal deseada D_t y la señal observada filtrada Y_t . Esto es, que se determina un filtro de coeficientes (f_0, f_1, \dots, f_n), de tal manera que minimice el error cuadrático medio entre D_t y Y_t . Esta cantidad está dada por:

$$J = E (D_t - Y_t)^2$$

donde E es el conjunto de promedios, el cual es tomado de todas las posibles entradas y salidas deseadas.

3.- El operador que será usado para el mejoramiento de la señal se asume que es lineal e invariante en el tiempo.

4.-El sistema es no causal.

El método de mínimos cuadrados requiere que la energía J , en el error, sea mínima.

$$J_{\min} = \sum_i e_i^2$$

El filtro a obtener es llamado filtro óptimo de mínimos cuadrados, y como es un operador lineal, el filtro óptimo es también llamado filtro lineal de mínimos cuadrados (Fig 3.2).

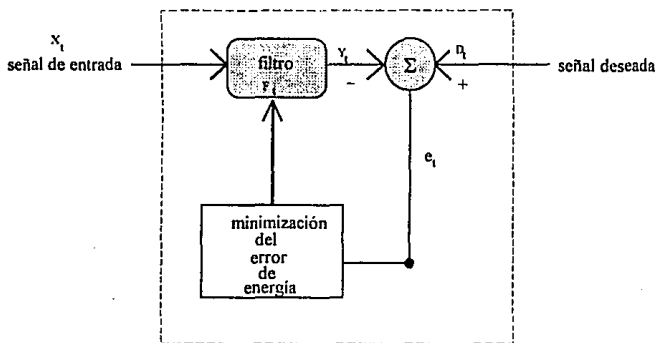


Fig 3.2.
Representación gráfica de un filtro
por mínimos cuadrados.

El error entre la señal deseada D_t y la señal observada filtrada Y_t , es usado en el algoritmo de minimización de energía para obtener los coeficientes del filtro F_t . En la Figura 3.2, la línea gruesa indica la evaluación de los coeficientes y transferencia subsecuente al filtro.

3.3 Desarrollo Matemático del Filtro de Wiener

A continuación se plantearán las condiciones necesarias para que un filtro tenga un resultado óptimo, buscando los coeficientes del filtro F_t , de tal manera que éste sea mínimo. El principio básico en el diseño del filtro es el criterio de mínimos cuadrados, que tiene por objeto minimizar la energía existente en la diferencia entre la señal deseada D_t y la señal observada filtrada Y_t . Esta diferencia se conoce como error y se expresa como.

$$e_t = D_t - Y_t \quad 3.1$$

La señal Y_t es la convolución de los coeficientes del filtro F_t , con la señal X_t , es decir:

$$Y_t = X_t * F_t = \sum_{\tau=0}^m F_\tau X_{t-\tau} \quad 3.2$$

Sustituyendo Y_t en la ecuación 3.1:

$$e_t = D_t - \sum_{\tau=0}^m F_\tau X_{t-\tau} \quad 3.3$$

Para cada valor de t la ecuación (3.3) da el error individual en la aproximación entre las funciones D_t y Y_t . Para cuantificar el error total de la aproximación se suman el cuadrado de los errores individuales y el resultado se conoce como energía del error (se le designa con la letra J), es decir.

$$J = \sum_t e_t^2 = \sum_t \left[\left(D_t - \sum_{\tau=0}^m F_\tau X_{t-\tau} \right)^2 \right] \quad 3.4$$

Esta cantidad se hace mínima tomando las derivadas parciales con respecto a cada uno de los coeficientes del filtro F_t , e igualando a cero. Por ejemplo, para el coeficiente F_t , la derivada parcial de J se expresa como:

$$\frac{\partial J}{\partial F_t} = \frac{\partial}{\partial F_t} \sum_{\tau} (D_t - \sum_{i=0}^m F_i X_{t-i})^2 = 0 \quad 3.5$$

derivando:

$$\frac{\partial J}{\partial F_t} = 2 \sum_{\tau} \left[(D_t - \sum_{i=0}^m F_i X_{t-i}) \right] \frac{\partial}{\partial F_t} (D_t - \sum_{i=0}^m F_i X_{t-i}) = 0 \quad 3.6$$

Ya que solamente F_t multiplica a X_{t-1} entonces la derivada quedará:

$$\frac{\partial J}{\partial F_t} = 2 \sum_{\tau} \left[(D_t - \sum_{i=0}^m F_i X_{t-i}) (-X_{t-1}) \right] \quad 3.7$$

Efectuando el producto obtenemos:

$$\frac{\partial J}{\partial F_t} = 2 \sum_{\tau} (-D_t X_{t-1} + \sum_{i=0}^m F_i X_{t-i} X_{t-1}) \quad 3.8$$

$$\frac{\partial J}{\partial F_t} = 2 \left[-\sum_{\tau} (D_t X_{t-1} + \sum_{i=0}^m F_i \sum_{\tau} (X_{t-i} X_{t-1})) \right] \quad 3.9$$

De la ecuación 3.9 se puede reconocer el término que corresponde a una autocorrelación, que se define como Φ_{xx} , y el término de una croscorelación que se define como Φ_{dx} obteniendo:

$$\frac{\delta J}{\delta F_t} = 2 \left[-\Phi_{dx}(1) + \sum_{i=0}^m F_i \Phi_{xx}(1-i) \right] = 0 \quad 3.10$$

Partiendo de esta derivada parcial e igualando a cero, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\sum_{\tau=0}^m F_j \Phi_{xx}(1-\tau) = \Phi_{dx}(1) \quad 3.11$$

De manera similar, se pueden obtener las derivadas parciales de J con respecto a F_j ($j=0,1,2,\dots,m$), y tomando un sistema lineal simultáneo de $m+1$ ecuaciones en los que los coeficientes del filtro son las incógnitas, el sistema se puede escribir de la siguiente forma:

$$\sum_{\tau=0}^m F_j \Phi_{xx}(j-\tau) = \Phi_{dx}(j) \quad 3.12$$

para $j=0,1,2,\dots,m$

Esta ecuación se conoce como la ecuación normal, cuya solución permite obtener los coeficientes del filtro F_j . Cabe mencionar que para el diseño del filtro se debe conocer de antemano la autocorrelación Φ_{xx} de la señal observada y la crosacorrelación Φ_{dx} de la señal deseada con la señal observada. Para la implementación de este método en el algoritmo computacional que se elaboró, se normalizaron los valores de la autocorrelación con respecto al valor cero de ésta, mientras que en la crosacorrelación se normalizaron todos los valores en base al valor máximo o central de la crosacorrelación [Robinson 1980]

Recordando que:

$$\Phi_{xx}(k) = \Phi_{xx}(-k) = \sum (X_n X_{n-k})$$

para $K=0,1,2,\dots$

El sistema de ecuaciones lineales, simultáneas y normales dado por la ecuación 3.12 será:

$$\begin{array}{l}
 \Phi_{xx}(0)F_0 + \Phi_{xx}(1)F_1 + \dots + \Phi_{xx}(n)F_n = \Phi_{xd}(0) \\
 \Phi_{xx}(1)F_0 + \Phi_{xx}(0)F_1 + \dots + \Phi_{xx}(n-1)F_n = \Phi_{xd}(1) \\
 \dots \\
 \Phi_{xx}(n)F_0 + \Phi_{xx}(n-1)F_1 + \dots + \Phi_{xx}(0)F_n = \Phi_{xd}(n)
 \end{array}
 \tag{3.13}$$

Matricialmente.

$$\begin{bmatrix}
 \Phi_{xx}(0) & \Phi_{xx}(1) & \dots & \Phi_{xx}(n) \\
 \Phi_{xx}(1) & \Phi_{xx}(0) & \dots & \Phi_{xx}(n-1) \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \Phi_{xx}(n) & \Phi_{xx}(n-1) & \dots & \Phi_{xx}(0)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 F_0 \\
 F_1 \\
 \dots \\
 F_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \Phi_{xd}(0) \\
 \Phi_{xd}(1) \\
 \dots \\
 \Phi_{xd}(n)
 \end{bmatrix}$$

es decir,

$$\Phi_{xx} \bar{F} = \Phi_{xd}
 \tag{3.14}$$

La solución para el vector F, a partir de la ecuación 3.14 se expresa:

$$\bar{F} = \Phi_{xx}^{-1} \Phi_{xd}
 \tag{3.15}$$

donde Φ_{xx}^{-1} es la matriz inversa de Φ_{xx} la cual representa a una autocorrelación, dicha matriz es tipo toepplitz.

Una dificultad del filtro de Wiener aparte de que es obvio el requerir previamente el conocimiento de Φ_{xd} y Φ_{xx} , es la longitud del filtro (n), la cual debe ser especificada de antemano. Si n es cambiada por alguna razón (puede ser que se tiene más datos disponibles o el residuo del error de energía es alto), entonces el cálculo tendrá que ejecutarse de nuevo.

3.4 Algoritmo de Levinson.

El principal interés como se ha venido manejando es el de encontrar los valores de los coeficientes de F_n de la ecuación 3.14 expresada matricialmente como $R\vec{f} = \vec{g}$.

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & \cdot & r_n \\ r_1 & r_0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_n & \cdot & \cdot & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ g_n \end{bmatrix} \quad 3.16$$

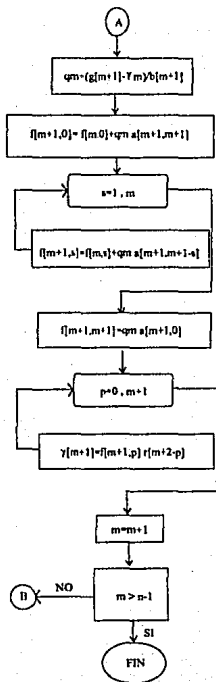
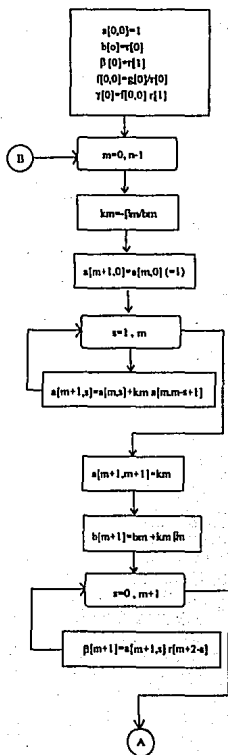
Donde la solución de dicho sistema de ecuaciones se puede resolver mediante diversos métodos como son el método de Gauss Jordan, sobrerelajaciones, etc. Dado que la matriz presenta características de simetría, donde todos sus elementos de la diagonal principal son los mismos y dado que es cuadrática (matriz tipo Toeplitz), se utiliza el Algoritmo de Levinson, el cual desarrolla un procedimiento recursivo obteniendo la solución del sistema, optimizando el tiempo de proceso de la computadora.

Este algoritmo de Levinson se basa en generar dos sistemas de ecuaciones equivalentes de $n+1$ elementos a partir de la ecuación 3.16, las cuales se expresan como:

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & \dots & r_{m-1} \\ r_1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_{m-1} & r_m & \cdot & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{m,0} \\ \cdot \\ a_{m,m} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_m \\ 0 \\ 0 \\ \beta_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & \dots & r_{m-1} \\ r_1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_{m-1} & r_m & \cdot & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{m,0} \\ \cdot \\ f_{m,m} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 \\ \cdot \\ g_m \\ \gamma_m \end{bmatrix}$$

Estas ecuaciones, al interactuar entre ellas, van formando un sistema de ecuaciones aumentado, generando la solución del vector F_n elemento por elemento mediante una recursión. En la figura siguiente se muestra el diagrama de flujo para realizar el algoritmo de Levinson.



Los coeficientes del filtro, se convolucionan (ec. 3.2) con la señal de entrada observada para obtener la señal de entrada filtrada .

Para comprobar toda la teoría anterior se realizaron pruebas en perfiles teóricos y perfiles eléctricos de campo como se muestra en el siguiente capítulo.

IV. APLICACIONES

4.1 Análisis de Modelos Teóricos

Para comprobar la eficiencia del filtrado de Wiener, el método fué aplicado en modelos sintéticos de 3 capas verticales calculados para arreglos Wenner y Dipolo-Dipolo, dichos modelos fueron elaborados mediante los programas Retres, Redidi y Rewesch diseñados para calcular la curva de resistividades aparente usando el algoritmo de Anderson [Cifuentes G; 1991]. Los programas Retres y Redidi genera un modelo de un perfil resistivo teórico de una señal pura que será la respuesta esperada, para un arreglo Wenner y Dipolo-Dipolo respectivamente, mientras que por otro lado el Rewesh obtiene un modelo teórico tipo Wenner contaminado por cierto nivel de ruido aleatorio.

Se realizaron varias pruebas de ensayo y error variando el número de coeficientes del filtro obteniendo que entre un rango de 40 y 30 coeficientes para una señal de 64 muestras el filtro presenta una mejor respuesta.

De las pruebas teóricas se obtuvieron los siguientes resultados:

En la figura 4.1.a se muestra la anomalía eléctrica para una estructura ancha (Espesor de 20m) con respecto a una abertura interelectrónica $a=4m$ del dispositivo Wenner, en la parte inferior se presenta el modelo de capas verticales mostrando sus resistividades correspondientes. La anomalía eléctrica fué contaminada con pseudoruido aleatorio para enmascarar la señal deseada (Figura 4.1.b). Al aplicar el filtro de Wiener se obtuvo una respuesta aceptable, al

minimizar el ruido y resaltar favorablemente la forma y tamaño de la señal esperada (Figura 4.1.c).

En la figura 4.2 se siguió el mismo procedimiento con una señal de una estructura teórica esperada de espesor delgado (Figura 4.2.a), igualmente contaminada (Figura 4.2.b), obteniendo resultados semejantes en el mejoramiento de la relación señal a ruido, removiendo el ruido y definiendo claramente la señal esperada (Figura 4.2.c).

Para conocer el comportamiento del filtrado Wiener, cuando la señal esperada es distinta a la señal real que se encuentra contaminada con ruido, se diseñaron los ejemplos mostrados en la Figura 4.3 y 4.4.

En la Figura 4.3, para realizar el filtrado de Wiener, se consideró una estructura de espesor ancho (Figura 4.3.a) para la señal esperada, sin embargo, la señal real inmersa en ruido (Figura 4.3.c) corresponde a una estructura delgada (Figura 4.3.b). En la Figura 4.3.d se muestra el resultado obtenido del filtrado, donde se observa que el ruido es disminuido notablemente, sin embargo, la señal de salida tiende más en forma, a la señal esperada.

En la Figura 4.4 un análisis similar se realizó, donde ahora, la señal esperada corresponde a una estructura delgada (Figura 4.4.a). La señal real corresponde a la mostrada en la Figura 4.4.b, que con ruido pseudoaleatorio se muestra en la figura 4.4.c. Cuando se aplica el proceso de filtrado se obtiene un resultado semejante al anterior en que el ruido es disminuido satisfactoriamente, y la señal de la salida tiende de nuevo, en forma, a la señal esperada.

Por último, en la Figura 4.5 se realizó un análisis considerando que la señal esperada (Figura 4.5.a) es similar a la señal real (Figura 4.5.b), la cual es contaminada con pseudoruido aleatorio (Figura 4.5.c). La señal de salida (Figura 4.5.d) muestra un mejoramiento de la relación señal a ruido y se define la forma y espesor de la señal que se desea encontrar. Esto se debe a que la diferencia de espesores entre la señal real y la señal considerada para el filtro es mínima. Sin embargo, al llevar el mismo procedimiento en la Figura 4.6, donde el espesor entre la señal real (Figura 4.6.b) y la señal considerada para el filtrado (señal esperada, Figura 4.6.a), es distinta, donde el resultado de el filtro de Wiener (Figura 4.6.d), confirman los resultados de las pruebas anteriores, haciendo notar que el espesor de la señal real esperada fué respetado.

Con las pruebas anteriormente expuestas se obtiene una idea de la importancia del conocimiento del tamaño, forma y espesor del cuerpo de interés, debido a que es un método muy sensible a la señal deseada que se utilice.

Finalmente se puede decir que el filtrado de Wiener es un identificador de patrones, que requiere conocer de antemano las características de la señal deseada para identificar la existencia o no del cuerpo de interés dentro de una anomalía geoelectrónica, si se conoce dicha señal de entrada el método arroja excelentes resultados, en caso de lo contrario este método no se puede aplicar.

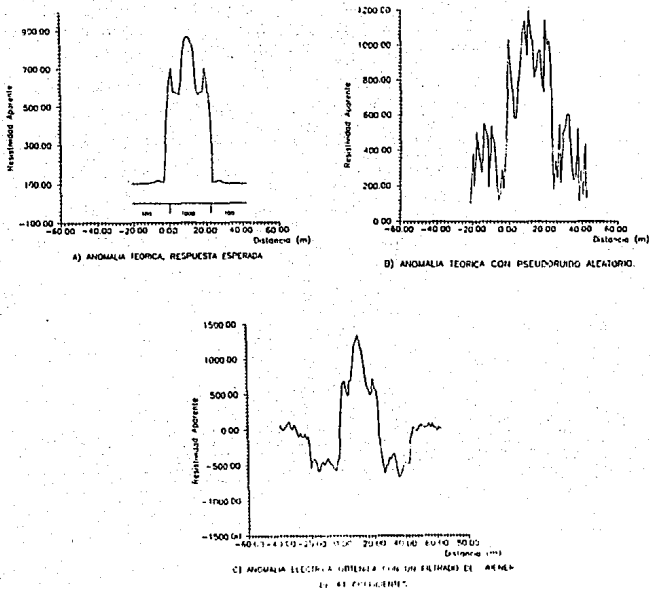


Figura 4.1 Ejemplo de un filtro de Wiener para una estructura ancha, empleando un dispositivo Wenner. Parámetros de la estructura: ancho= 20m. $\rho_1=\rho_3=100 \Omega.m$ $\rho_2=1000 \Omega.m$. Parámetros del dispositivo: $a=4m$, paso=1m.

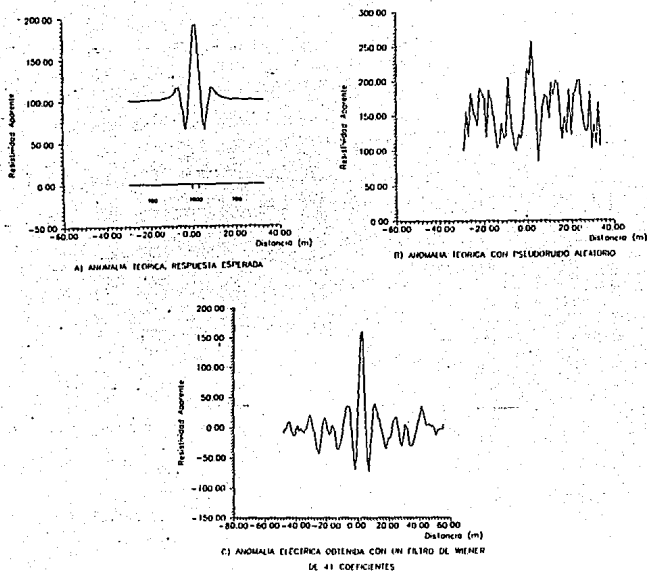
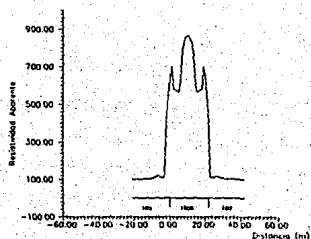
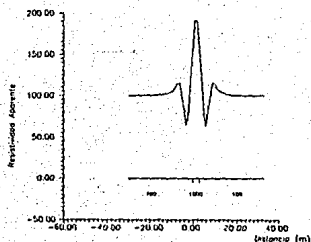


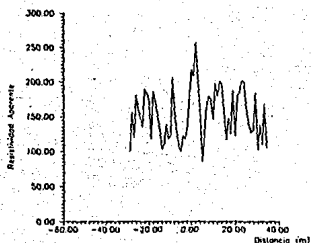
Figura 4.2 Ejemplo de un filtro de Wiener para una estructura delgada, empleando un dispositivo Wenner. Parámetros de la estructura: ancho= 3m, $\rho_1=\rho_3=100 \Omega \cdot m$, $\rho_2=1000 \Omega \cdot m$. Parámetros del dispositivo: a=4m, paso=1m.



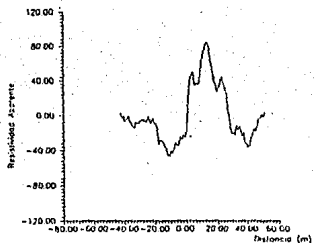
A) ANOMALIA TEÓRICA, RESPUESTA ESPERADA.



B) ANOMALIA TEÓRICA, RESPUESTA REAL.

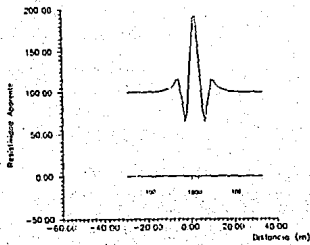


C) ANOMALIA TEÓRICA CON PSICOANÁLISIS ALEATORIO.

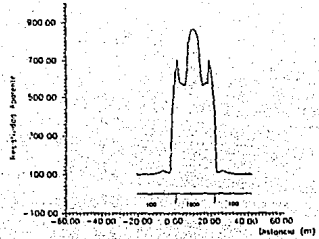


D) ANOMALIA ELÉCTRICA OBTENIDA CON UN FILTRO DE WIENER DE 31 COEFICIENTES.

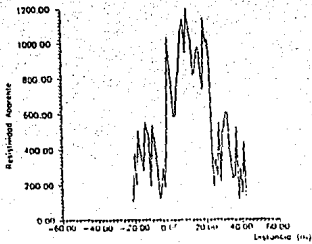
Figura 4.3 Ejemplo de un filtrado de Wiener cuando la señal esperada (estructura ancha) es distinta a la señal real (estructura delgada). Los parámetros de las estructuras y del dispositivo son iguales a los de las Figuras 4.1 y 4.2.



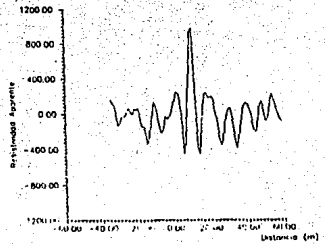
A) ANOMALIA TEORICA, RESPUESTA ESPERADA



D) ANOMALIA TEORICA, RESPUESTA REAL

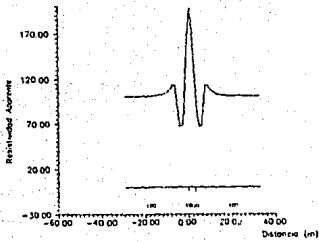


C) ANOMALIA TEORICA CON RUIDO ALEATORIO

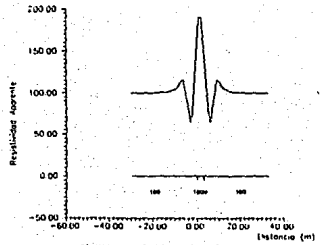


B) ANOMALIA TEORICA FILTRADA CON UN FILTRO DE WIENER

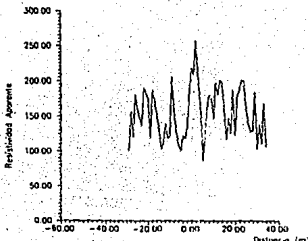
Figura 4.4 Ejemplo de un filtrado de Wiener cuando la señal esperada (estructura delgada) es distinta a la señal real (estructura ancha). Los parámetros de las estructuras y del dispositivo son iguales a los de las Figuras 4.1 y 4.2.



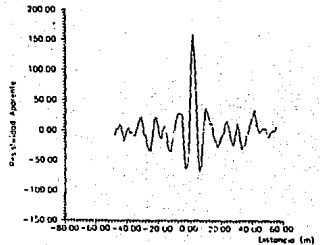
A) ANOMALIA TEORICA, RESPUESTA ESPERADA
 Arreglo Wiener
 $\sigma = 4m$
 $\tau = 2m$
 $dt = 1m$



B) ANOMALIA TEORICA, RESPUESTA REAL
 Arreglo Wiener
 $\sigma = 4m$
 $\tau = 3m$
 $dt = 1m$



C) ANOMALIA TEORICA CON RUIDO ALEATORIO
 Arreglo Wiener
 $\sigma = 4m$
 $\tau = 2m$
 $dt = 1m$



D) ANOMALIA TEORICA OBTENIDA CON UN FILTRO DE WIENER
 SE 49 COEFICIENTES

Figura 4.5 Ejemplo de filtrado de Wiener cuando la señal esperada (ancho de 2m) y la señal real (ancho de 3m) son semejantes.

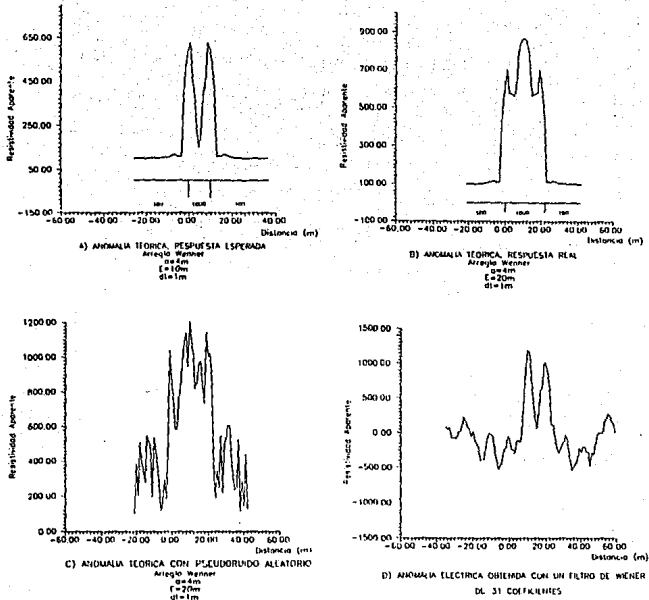


Figura 4.6 Ejemplo de filtrado de Wiener para estructura ancha, donde la señal esperada tiene un espesor de 10m y la real de 20m

4.2 Prospecto Teotihuacán

Hace pocos años Heyden [1975] descubrió bajo la pirámide del sol (el edificio más grande de la gran ciudad de Teotihuacán) una caverna natural que tiene una longitud total (explorada) de poco más de 100 m de largo, que terminaba en una cámara en forma de flor de 4 pétalos. Dicha caverna queda casi exactamente en el centro de la Pirámide del Sol, debajo de la plataforma superior a una profundidad aproximadamente entre unos 7 u 8 metros. Esta caverna tiene una dirección W-E terminando en el centro de la pirámide. La existencia de esta caverna indica que la propia pirámide se construyó originalmente con relación en esta cueva; debe por tanto haber sido particularmente venerada. Con ésto se cree que para el pueblo Teotihuacano las cavernas y túneles estuvieron íntimamente relacionadas a la religión y mitología y utilizaron estas características geológicas para ceremonias muy específicas.

A causa de este descubrimiento se llevaron a cabo estudios Geofísicos de calibración al pie de la pirámide realizadas en el flanco W para así definir la respuesta geofísica donde la posición de la caverna es conocida. Posteriormente con el objetivo de establecer y definir la continuidad y localización del túnel se hicieron estudios geoelectrónicos y magnéticos en la parte Este de la Pirámide del Sol. En la Figura 4.7 se muestra la localización en donde se realizaron los perfiles eléctricos.

Los estudios geoelectrónicos de calicatero fueron realizados con dispositivos tipo Wenner ya que permite definir con claridad las anomalías geoelectrónicas en

cuanto a su forma y tamaño, y con dispositivos tipo Dipolo-Dipolo, los cuales se representan como W y D respectivamente en la Figura 4.7. De acuerdo con las características de dicha estructura, ya conocidas gracias a diversos estudios hechos anteriormente, fué posible generar los modelos teóricos de la señal esperada ($\rho_1 = \rho_3$, $\rho_2/\rho_1=10$, $E=3$) y así poder correlacionarlos con las anomalías geoeléctricas obtenidas en campo. De los perfiles eléctricos realizados se analizaron, mediante el método de Wiener, los perfiles teow-1, teow-4, teow-5, teod-1, teod-4 y teod-5, con la intención de obtener una mejor definición de la anomalía geoeléctrica. Los perfiles de resistividades teow-1 y teod-1 se realizaron al pie de la pirámide (flanco W) enfrente de la escalinata principal en dirección S-N cruzando perpendicularmente a la caverna con el fin de verificar la existencia y posición de ésta. Los perfiles teow-4, teow-5, teod-4 y teod-5 se realizaron con la misma orientación (en forma paralela), para ubicar la continuación del túnel.

Los resultados obtenidos del proceso de Wiener son los siguientes:

En la Figura 4.8 se analiza el perfil teow-1, donde la señal observada no contiene gran cantidad de ruido, por lo que se puede apreciar claramente la existencia de dos cuerpos anómalos que resaltan a simple vista a una distancia de 15 y 70 m (Figura 4.8.b). Al aplicar un filtro de Wiener de 41 coeficientes se obtiene una mejor definición de ambos cuerpos resaltando notablemente el cuerpo ubicada a los 70 metros (Figura 4.8.c). Al considerar, al primer cuerpo, generado por alguna perturbación o ruido, fué necesario cortar la señal observada para eliminar el efecto causado por el ruido entre los intervalos de 30 m a 120 m logrando una mejor definición del cuerpo anómalo a la distancia de 70 m, suavizando notablemente la señal al disminuir el ruido (Figura 4.8.d).

En la Figura 4.9 se analiza el perfil teod-1, donde la anomalía geoelectrica observada (Fig 4.9.b) contiene un alto nivel de ruido en comparación del perfil anterior, por lo que no es posible definir la existencia de algún cuerpo anómalo a simple vista. Al aplicar el filtro de Wiener (Figura 4.9.c) se obtuvo un mejoramiento de la señal disminuyendo el ruido, sin embargo, se identifica, al principio del registro, un efecto causado por alguna estructura no muy bien definida debido al decaimiento drástico de resistividades aparentes que se observa entre los intervalos de 20m a 30m (Figura 4.9.b). Al eliminar este efecto y aplicando de nuevo el filtrado de Wiener (Figura 4.9.d) se obtuvo un resultado, que define claramente la estructura deseada a una distancia de 40 metros que es la posición a la que se esperaba encontrar la respuesta geoelectrica, afirmando con esto la existencia de la caverna al pie de la Pirámide del Sol.

En la Figura 4.10 se analiza el perfil teow-4 donde la señal observada se encuentra con poco nivel de ruido, resaltando una anomalía de espesor grueso, aplicando el filtro de Wiener se suaviza la señal, obteniendo una muy buena resolución realzando la estructura esperada, la cual coincide con la misma posición que el perfil teod-1, interpretando esta respuesta como la existencia y continuidad de la caverna en la zona donde se realizó este perfil geoelectrico. Respecto al perfil teod-4 (Figura 4.11) la señal observada presenta más nivel de ruido, donde el filtrado lo disminuyó considerablemente obteniendo una mejor definición de la anomalía que el perfil Wenner, de igual manera se manifestó el mismo efecto causado por la caverna a la distancia esperada de acuerdo con los perfiles anteriores definiendo la forma de la señal esperada.

En el perfil teow-5 (Figura 4.12) la señal observada muestra la presencia de dos cuerpos anómalos de estructuras anchas con resistividades altas,

posiblemente estas estructuras se encuentran relacionadas a una anomalía generada por el basamento de la pirámide. La influencia causada por este cuerpo de resistividad mayor, enmascara totalmente el efecto causado por la anomalía del túnel, donde el filtrado resalta el efecto del cuerpo mayor perdiéndose, en el proceso, la respuesta de la caverna.

Por último se analiza la (Figura 4.13) con el perfil teod-5 donde la señal observada presenta un solo cuerpo de dimensiones considerables que encierra a las dos estructuras del perfil Wenner, debido a la separación de los electrodos 1:20:1. De igual manera este gran cuerpo enmascara totalmente el efecto causado por la caverna perdiéndose, en el proceso de filtrado y resaltando la presencia del basamento de la pirámide.

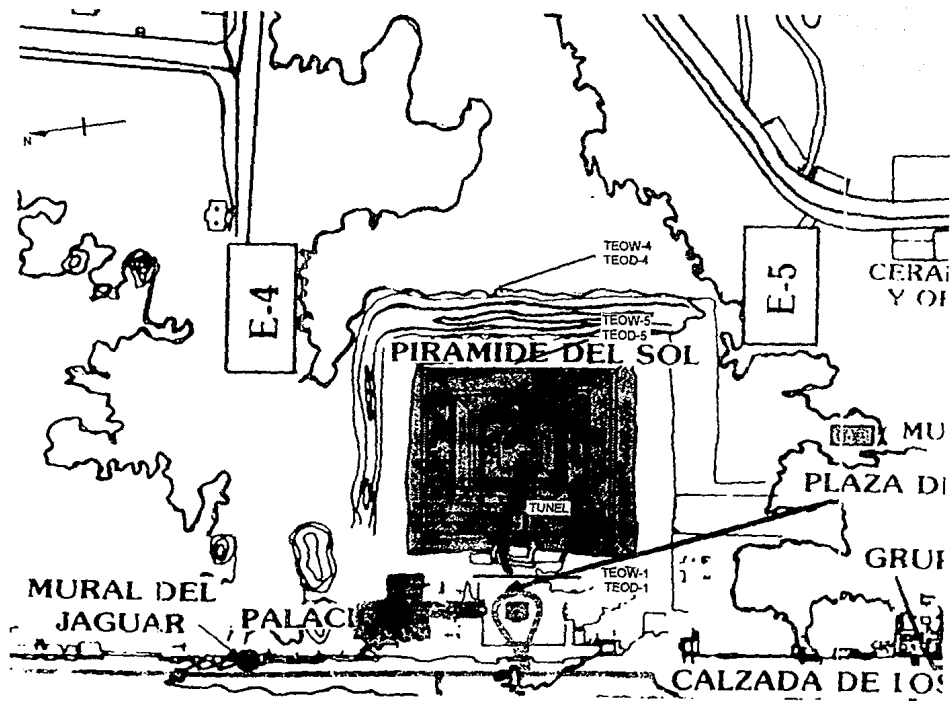


Fig 4.7

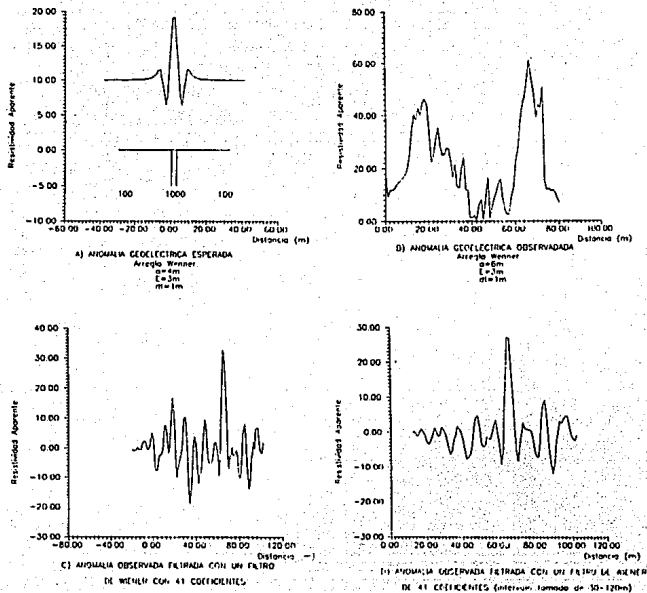
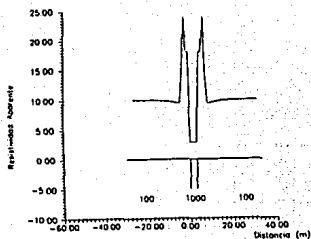
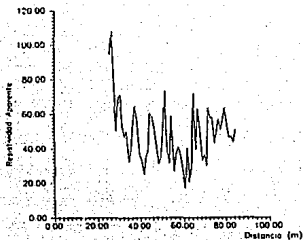


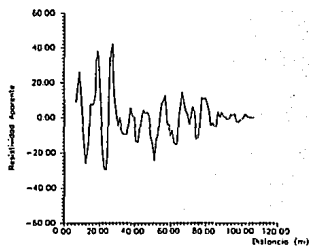
Figura 4.8 Filtrado de Wiener de la Anomalia Geolétrica TEOW-1.



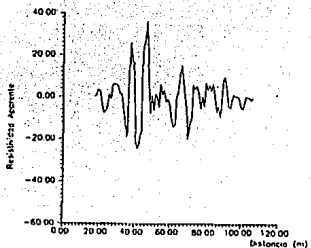
A) ANOMALÍA GEOELECTRICA ESPERADA
 Arreglo Dipolo-Dipolo
 $I = 1 \text{ A}$
 $E = 3 \text{ m}$
 $d = 1 \text{ m}$



B) ANOMALÍA GEOELECTRICA OBSERVADA
 Arreglo Dipolo-Dipolo
 $I = 1 \text{ A}$
 $E = 3 \text{ m}$
 $d = 1 \text{ m}$



C) ANOMALÍA OBSERVADA FILTRADA CON UN FILTRO
 DE WIENER DE 41 COEFICIENTES



D) ANOMALÍA OBSERVADA FILTRADA CON UN FILTRO DE WIENER
 DE 41 COEFICIENTES (Intervalo tomado de 30-120m)

Figura 4.9 Filtrado de Wiener de la Anomalia Geoelectrica TEOD-1.

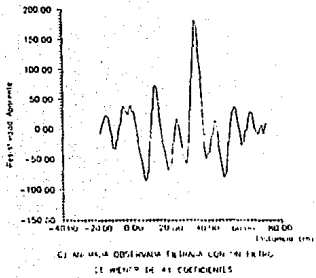
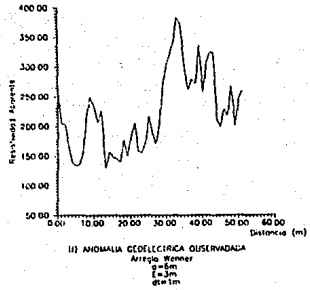
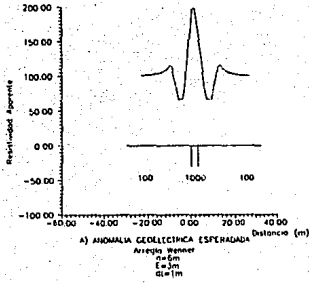


Figura 4.10 Filtrado de Wiener de la Anomalia Geoeletrica TEOW-4.

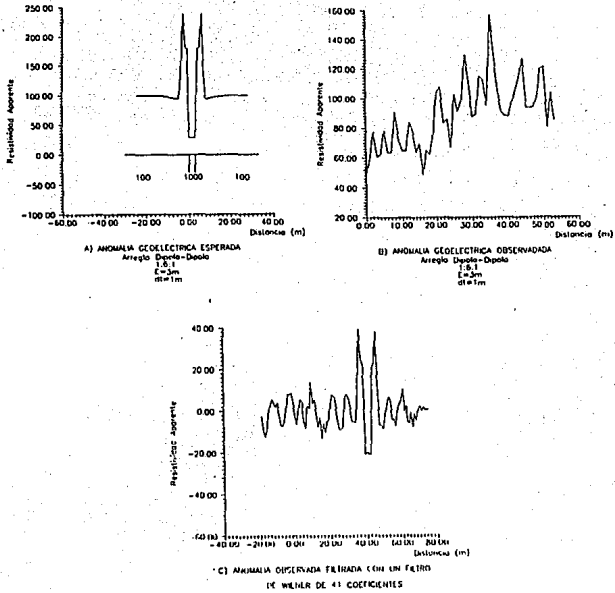


Figura 4.11 Filtrado de Wiener de la Anomalia Geoelectrica TEOD-4.

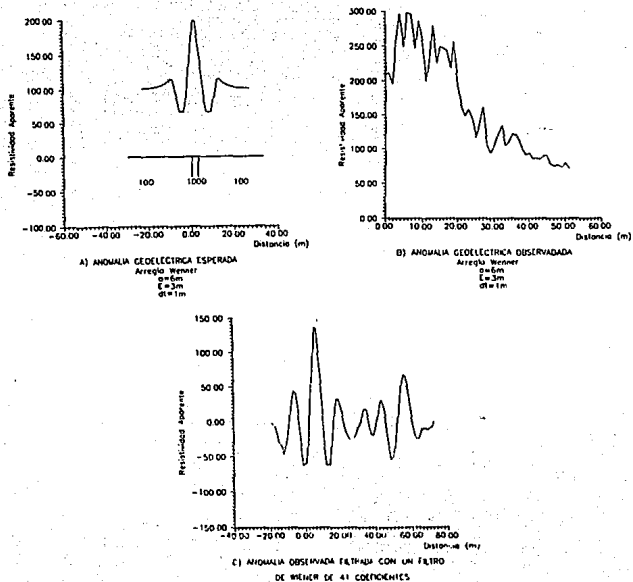


Figura 4.12 Filtrado de Wiener de la Anomalia Geoeléctrica TEOW-5.

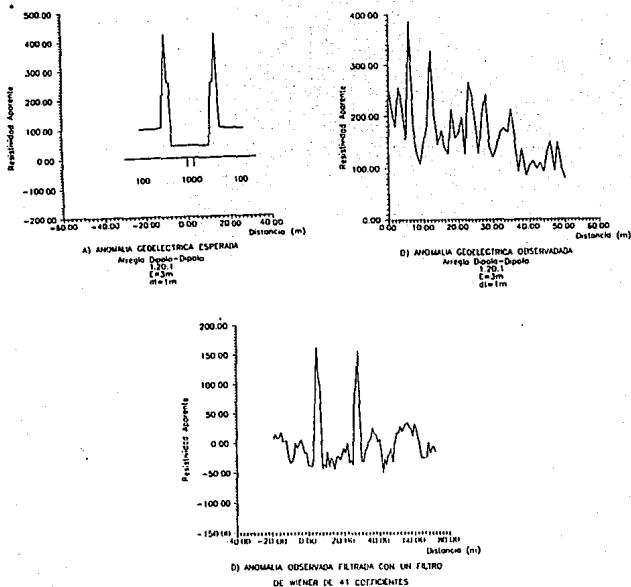


Figura 4.13 Filtrado de Wiener de la Anomalia Geoléctrica TEOD-5.

V. CONCLUSIONES

El filtrado de Wiener es una herramienta eficaz en cuanto al mejoramiento de la relación señal a ruido, ya que al eliminar el ruido se realiza la señal logrando una mejor interpretación cualitativa de los perfiles geoelectricos de campo, sin embargo, se deben tomar en cuenta ciertas consideraciones:

- Debido a que el método es un identificador de patrones, este método requiere conocer la señal de la estructura deseada, en caso de lo contrario el método no es aplicable.

-Tomando en cuenta que se conoce la señal de entrada, se debe tener un especial cuidado en tomar la señal correcta para el filtrado ya que el método de Wiener es sumamente sensible a la señal que se considera en el proceso, por ejemplo, si se emplea una señal deseada de una estructura delgada cuando en realidad existe la presencia de una estructura gruesa, la respuesta del filtro tenderá a la estructura delgada y viceversa.

- Si una señal no deseada (proveniente de alguna estructura que no es de interés) enmascara a la señal deseada, esta última se pierde en el proceso de filtrado.

- El método no elimina del todo las señales no deseadas, es decir, si existe una anomalía falsa causada por condiciones del terreno, esta anomalía no se elimina por el proceso del filtrado, sino de igual manera pueden ser resaltadas.

- Si se considera a la señal correcta para el análisis del filtrado, el método es sumamente eficiente, arrojando resultados aceptables.

- Se necesitan investigaciones en un futuro para estudiar si algún proceso de filtrado, como pueden ser Matched filter o filtro inversor, eliminan o disminuyen los problemas enunciados en los incisos anteriores.

- Respecto al prospecto Teotihuacán, el cuerpo encontrado en el flanco Este al excavar resultó ser un dique resistivo que presenta una anomalía eléctrica similar a la del túnel buscado.

BIBLIOGRAFÍA

- Cantos Figuerola J, Tratado de Geofísica aplicada, 1974, Madrid.
- Chávez René, Linda Manzanilla, Andrés Tejero, Estudio Magnético y de Resistividad en los alrededores de la Pirámide del Sol Teotihuacán, México, Geofísica Internacional, 1994, Vol 33 Num. 2 pp 1-13.
- Cifuentes G, Andres Tejero, René Chavéz, Interpretación de Anomalías Geoelectricas por análisis de Fourier, 1991.
- Gophinath Kallianpur, Stochastic Filtering Theory, Springer-Verlag, New York Heidelberg, Berlin.
- Karl, John N. , An Introduction to Digital Signal Processing, Academic Press Inc, San Diego Cal. 1989.
- Levinson, N, The Wiener RMS (Root Mean Square) Error Criterion in Filter Design & Prediction, J. Math. Phys. 25 , 1947, pp 261-278.
- Simon Haykin, Modern Filters, Mac Millan Publishing Company, New York , 1989, London.
- Heiland SC, D, Geophysical exploration, CA, Prentice Hall inc, 1946.
- Milton B. Dobrin, Introducción a la Prospección Geofísica, Ediciones Omega S.A., Barcelona, 1988.
- Orellana Ernesto, Prospección Eléctrica en Corriente Continua, Paraninfo, Segunda edición, 1982, Madrid.
- Parasnis, D.S., Methods in Geochemistry and Geophysics, Mining Geophysics, Elsevier, Second revised edition, 1973, Amsterdam.
- Parasnis, D.S., Principles of Applied Geophysics, Chapman and Hall, 1972, London.

Robinson A. Enders & Manuel T. Silva, Digital Signal Processing and Time Series Analysis, Holden-Day Inc, 1978.

Robinson A. Enders & Sven Treitel, Geophysical Signal Analysis, Prentice-Hall Inc, 1980.

Robinson & Treitel, Principles of Digital Filtering E.A. Geophysical, Vol XXIX, No. 3, junio 1964.

Robinson & Treitel, Principles of Digital Wiener Filtering E.A., Geophysical Prospecting, Vol XV, No. 3, 1967.

Robinson & Treitel, Digital Signal Processing in Geophysics, A.V. Oppenheim, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1978.

Sheriff R.E., Geldart L.P., Exploración Sísmológica Volumen II, Procesamiento e Interpretación de datos Editorial Noriega Limusa, 1991.