

22
2eje



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ACATLAN

*Cálculo de Parámetros de
Blindaje*



T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
**Lic. en Matemáticas Aplicadas
y Computación**

P R E S E N T A :

Jorge Montoya Zeferino

MEXICO, D.F.

1994

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RECORDED
INDEXED
APR 19 1964
U.S. DEPARTMENT OF COMMERCE
BUREAU OF ECONOMIC ANALYSIS

A MIS PADRES Y HERMANOS :

**Por el apoyo y la atención que
me han brindado.**

AL ING. FORTUNATO AGUILAR HERNANDEZ :

**Por su valiosa colaboración y dirección
en la realización de este trabajo.**

AL INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIONES NUCLEARES :

**Por las facilidades y aportaciones
proporcionadas.**



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVANZADA DE
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLAN"
DIVISION DE MATEMATICAS E INGENIERIA
PROGRAMA DE ACTUARIA Y M.A.C.

SR. JORGE MONTOYA ZEFERINO
Alumno de la carrera de
Matemáticas Aplicadas y Computación.
Presente.

De acuerdo a su solicitud presentada con fecha 11 de junio de 1993,
me complace notificarle que esta Jefatura tuvo a bien asignarle el
siguiente tema de tesis: "CALCULO DE PARAMETROS DE BLINDAJE", el --
cual se desarrollará como sigue:

- Introducción.
- I.- Fuentes radiactivas
- II.- Interacción de la radiación con la materia.
- III.- Efectos biológicos y dosimetría.
- IV.- Parámetros de blindaje.
- V.- Estudio comparativo de cálculo de blindajes.
- Conclusiones.
- Bibliografía.

Asimismo fue designado como Asesor de Tesis el M.C. José López Estrada.

Ruego a usted tomar nota que en cumplimiento de lo especificado en la
Ley de Profesiones, deberá prestar servicio social durante un tiempo
mínimo de seis meses como requisito básico para sustentar examen pro-
fesional, así como de la disposición de la Coordinación de la Adminis-
tración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de
los ejemplares de la tesis el título del trabajo realizado. Esta comu-
nicación deberá imprimirse en el interior de la tesis.

E.N. ACATLAN

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"
Acatlán, Edo. de Méx., a 08 de JUNIO de 1994.

ACT. LAUBA MARA VIVERA BECERRA
Jefe del Programa de Actuaria y M.A.C.
MATEMÁTICAS
APLICADAS Y COMPUTACION

INDICE

INTRODUCCION

1

CAPITULO I

FUENTES RADIATIVAS

| | |
|--|----|
| I.1 Estructura de la materia | 3 |
| I.2 Radiactividad | 4 |
| I.3 Rapidez de decaimiento radiactivo | 5 |
| I.4 Fisión | 8 |
| I.5 Producción de radioisótopos | 9 |
| I.6 Decaimiento en cadena | 11 |
| I.7 Fuentes de neutrones | 13 |
| I.7.1 Fuentes de neutrones de laboratorio | 13 |
| I.7.2 El reactor de fisión (nuclear) | 15 |
| I.7.3 Los reactores nucleares como fuentes de neutrones y de radiación gamma | 15 |
| I.7.4 El reactor Triga Mark III | 18 |

CAPITULO II

INTERACCION DE LA RADIACION CON LA MATERIA

| | |
|--|----|
| II.1 Neutrones | 21 |
| II.1.1 Sección eficaz macroscópica | 21 |
| II.1.2 Trayectoria libre media | 24 |
| II.1.3 Sección eficaz microscópica | 25 |
| II.1.4 Diferentes tipos de reacciones de neutrones | 26 |
| II.1.5 Cálculo de densidades nucleares | 29 |
| II.2 Fotones gamma | 32 |
| II.2.1 Coeficiente de atenuación lineal | 32 |
| II.2.2 Coeficiente de atenuación másico | 33 |
| II.2.3 Tipos de reacciones de fotones gamma | 34 |
| II.2.4 Radiación secundaria | 36 |
| II.2.5 Coeficiente de absorción de energía | 36 |

CAPITULO III

EFFECTOS BIOLÓGICOS Y DOSIMETRIA

| | |
|---|----|
| III.1 Efectos de la radiación sobre la célula | 38 |
| III.2 Caminos de exposición a la radiación | 39 |
| III.3 Unidades de radiación recibida | 39 |
| III.3.1 El Roetgen (R), unidad de exposición | 39 |

| | |
|--|----|
| III.3.2 El Rad, unidad de dosis absorbida | 40 |
| III.3.3 El Rem, unidad de dosis equivalente | 40 |
| III.4 Dosimetría de la radiación | 41 |
| III.4.1 Efectos de la radiación en el hombre | 42 |
| III.4.2 Estándares de protección radiológica | 44 |
| III.4.3 Cálculo de exposición y dosis | 45 |

CAPITULO IV

PARAMETROS DE BLINDAJE

| | |
|---|----|
| IV.1 Clasificación de las fuentes segun su geometría | 48 |
| IV.1.1 Fuente puntual | 48 |
| IV.1.2 Fuente lineal | 49 |
| IV.1.3 Fuente tipo anillo | 50 |
| IV.1.4 Fuente tipo disco | 51 |
| IV.1.5 Fuente plana rectangular | 53 |
| IV.2 Principios de blindaje | 54 |
| IV.2.1 Factor de acumulación (Buildup-Factor) | 54 |
| IV.2.2 Blindaje en fuente monodireccional | 56 |
| IV.2.3 Blindaje de una fuente puntal | 58 |
| IV.2.4 Blindaje de una fuente plana infinita | 60 |
| IV.2.5 Blindaje de una fuente tipo disco | 66 |
| IV.2.6 Blindaje de una fuente lineal | 67 |
| IV.2.7 Blindaje de una fuente plana rectangular | 69 |
| IV.2.8 La fuente distribuida sobre un casquete esférico | 71 |
| IV.2.9 Multicapas de blindaje | 73 |
| IV.3 Materiales utilizados en el diseño de blindajes | 75 |

CAPITULO V

ESTUDIO COMPARATIVO DE CALCULO DE BLINDAJES

| | |
|--|----|
| V.1 Descripción de los códigos <i>MICROSHIELD</i> y <i>CPBGAM</i> | 80 |
| V.2 Análisis del cálculo de parámetros de blindaje mediante los códigos <i>MICROSHIELD</i> y <i>CPBGAM</i> | 82 |
| CONCLUSIONES | 91 |
| APENDICE | 93 |

INTRODUCCION

Debido a los grandes problemas que enfrenta la humanidad para satisfacer sus necesidades de energéticos, algunos países han comenzado a generar energía eléctrica a partir de otras fuentes, siendo la más importante la energía nuclear. Este tipo de energía se genera mediante la fisión de átomos de elementos pesados, tales como el $U-235$ ó $Pu-239$, en reactores nucleares; diseñados para transformar la energía térmica liberada en la reacción en formas más útiles, como pueden ser; energía eléctrica, mecánica, etc. Un reactor nuclear además de lograr la producción de energía, también hace posible la producción de radioisótopos de gran importancia por sus aplicaciones en la medicina, agricultura, biología, etc. Existen fuentes radiactivas utilizadas en laboratorio para una infinidad de aplicaciones, como ejemplo de este tipo de fuentes tenemos; una barra de *Californio-252* o de *Cobalto-60*, donde el tipo y forma de emisión de radiación, básicamente depende del material y geometría de la fuente. Las fuentes radiactivas más comunes son las emisoras de neutrones y fotones gamma, teniendo diversas aplicaciones tales como: inducir la fisión en un reactor nuclear; en aplicaciones industriales como la esterilización de instrumentos y equipo médico; en la irradiación de alimentos, etc.

Dentro de las reacciones nucleares existen tres tipos de reacciones productoras de energía, estas son: a) *desintegración radiactiva*, b) *fisión* y c) *fusión*; en estas reacciones además de la energía producida, hay emisión de radiación de diferente tipo, y en algunos de los casos es de gran poder de penetración y alcance. La radiación produce daños al interactuar con la materia, en particular las más peligrosas son neutrones y fotones gamma. Por tal motivo es necesario proteger de la radiación a las personas que trabajan en lugares donde se opera con fuentes radiactivas, además de reducir la dosis de radiación a lo más razonablemente posible en las cercanías a estas instalaciones.

Con el propósito de reducir la exposición a la radiación existen tres factores determinantes; primero, mantener un control a la exposición reduciendo el tiempo de permanencia en las áreas de irradiación; segundo, aumentar la distancia entre la fuente y el personal en operación en lo mayor posible; tercero y más complejo, interponer un blindaje entre la fuente y el receptor.

El trabajo desarrollado en esta tesis tiene como objetivo el cálculo de parámetros de blindaje en fuentes radiactivas, con el fin de estimar dosis de radiación en la protección de personas y otros sistemas biológicos, expuestos a la radiación producida durante las reacciones nucleares. Los parámetros a considerar principalmente son: las características de la fuente (geometría e intensidad); la geometría fuente punto de exposición; material y espesor de blindaje.

En el capítulo I, se introducen los conceptos fundamentales que se manejan en el campo de la radiactividad. En la parte final se realiza una descripción de algunas fuentes radiactivas.

En el capítulo II, se describe la interacción de la radiación con la materia de las partículas que por sus características de penetración y alcance, hacen necesario el diseño de un blindaje.

En el capítulo III se presentan a manera de información los efectos biológicos que produce la radiación, las unidades y métodos empleados en la dosimetría de la misma, así como los daños producidos en función de dosis recibida.

En el capítulo IV se realizó un análisis del cálculo de parámetros de blindaje en diversas geometrías de fuentes de radiación gamma, posteriormente se describen los materiales utilizados en el diseño de blindajes.

En el capítulo V, se efectúa un estudio comparativo de cálculo de blindaje mediante los códigos *MICROSHIELD* y *CPBGAM*, este último desarrollado como parte del trabajo de tesis con el objetivo de efectuar estimaciones rápidas para ciertas geometrías tipo fuente-receptor.

Este trabajo de tesis es una recopilación de diversas fuentes de información enfocadas al diseño de blindajes, y se pretende hacer de esta una fuente documental para personas involucradas en este tipo de investigaciones.

CAPITULO I

FUENTES RADIATIVAS

La radiación es energía que viaja a través del espacio y siempre nos ha llegado de fuentes como el sol, el espacio exterior, y de los elementos radiactivos naturales que existen en la tierra, siendo parte importante para la vida. Existen fuentes radiactivas elaboradas por el hombre como son: reactores nucleares, aceleradores, máquinas de rayos-X, fuentes de laboratorio, entre otras, las que son utilizadas en las diferentes ramas de la investigación, industria, medicina, etc.

En este primer capítulo se introducen los conceptos fundamentales del campo de la radiactividad; posteriormente se dará una descripción de algunas fuentes radiactivas para las cuales es necesario el diseño de un blindaje, con objeto de reducir la radiación a cantidades aceptables en los lugares donde se encuentran instaladas.

I.1 ESTRUCTURA DE LA MATERIA

Un átomo es el componente mínimo característico de un elemento, es el componente básico de toda la materia. Un átomo está constituido por una parte central o núcleo, formado por protones cargados positivamente y neutrones sin carga, alrededor del cual giran en órbita los electrones con carga negativa. El número de protones y electrones en los átomos es el mismo, de tal manera que los átomos son eléctricamente neutros. Debido a su energía térmica, es decir a su temperatura por encima del cero absoluto (-273° C), los átomos están en movimiento continuo. En la figura 1.1 se presenta un átomo de helio, el cual contiene 2 protones, 2 neutrones, y 2 electrones.

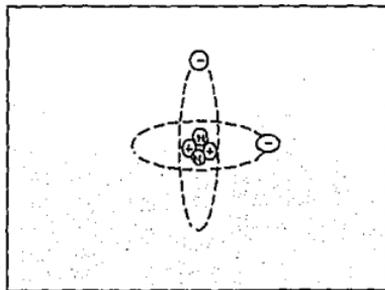


Fig. 1.1 Átomo de Helio

Los átomos enlazados químicamente, forman lo que se llama moléculas, al igual que los átomos estas poseen energía que está asociada a su movimiento. El número de protones que contiene el núcleo de un átomo se denomina número atómico, se le identifica con la letra *Z*, y es igual al número de electrones orbitales. A la suma de protones y de neutrones se le conoce como número de masa (que es una aproximación al peso atómico), se le representa con la letra *A*. En la naturaleza existen 272 átomos estables con distinto número de masa, que dan lugar a los 103 elementos plenamente identificados. Cada elemento está formado por átomos del mismo número atómico, pero en la mayoría de los casos tienen diferente número de masa. Estos átomos de un mismo elemento reciben el nombre de isótopos, por ejemplo el uranio con número atómico 92 tiene fundamentalmente dos isótopos cuyos números de masa son 235 y 238.

1.2 RADIATIVIDAD

En el año de 1896 *Becquerel* descubrió la radiactividad, en su experimento exponía a la luz una mezcla de sulfato de uranio y potasio colocada sobre una placa fotográfica envuelta en papel negro, al revelar la placa encontraba la silueta de la muestra. *Becquerel* interpretaba estos resultados como un fenómeno en el que la luz solar inducía en la muestra la emisión de radiaciones invisibles y penetrantes, capaces de atravesar el papel negro e impresionar la placa fotográfica. Durante la realización de estos experimentos se presentaron varios días nublados de modo que no hubo exposición a la luz solar, al revelarse las placas se encontró que se había producido una impresión muy intensa a pesar de no haber estado expuestas, y esto lo hizo pensar que las sales de uranio emiten radiaciones espontáneamente, siendo la emisión continua e independiente de cualquier exposición. Posteriormente, *Pierre y Marie Curie* descubrieron que el torio también tiene la misma propiedad, a la que le dieron el nombre de radiactividad. *Rutherford* entre otros investigadores, estudiaron las propiedades de las radiaciones emitidas por sustancias radiactivas, descubriendo que además de impresionar placas fotográficas también son capaces de descargar cuerpos electrizados.

La radiactividad es una transformación espontánea y gradual de un núcleo inestable a otro más estable con la emisión de radiación electromagnética y/o partículas, estas emisiones se conocen con el nombre genérico de radiación. La energía de la radiación es expresada en *electrón-volts (eV)* **. La unidad del *electrón-volt* es muy pequeña, por lo cual la energía de la radiación es usualmente expresada por algunos de sus múltiplos como son: $1 \text{ kilo-electrón-volt} = 1 \text{ KeV} = 1 \cdot 10^3 \text{ eV}$, $1 \text{ mega-electrón-volt} = 1 \text{ MeV} = 1 \cdot 10^6 \text{ KeV} = 1 \cdot 10^9 \text{ eV}$.

La radiación se clasifica mediante la distancia que puede penetrar en un material sólido o denso, expresando en forma breve:

partículas- α : son partículas cargadas positivamente, compuestas por dos protones y dos neutrones. Debido a su carga positiva de $+2e$ y a su gran tamaño, las *partículas- α* tienen una gran capacidad de atracción y remoción sobre los electrones de los átomos (ionización). Por lo tanto su penetración es muy corta; pueden ser detenidas por la capa exterior de la piel o por una hoja de papel. Sin embargo si el elemento emisor se introduce en el cuerpo ya sea por inhalación o ingestión, las *partículas- α* pueden dañar las células próximas al emisor. Dentro del cuerpo este tipo de partículas pueden dañar más que otras radiaciones debido a su masa y carga eléctrica.

** Un *electrón-volt* es la energía ganada por un electrón al pasar a través de un potencial eléctrico de un volt.

partículas-β; son electrones rápidos emitidos por el núcleo de los átomos. Estas partículas son mucho más pequeñas que las alfa, y pueden penetrar de 1 a 2 cm en agua o tejido humano. El proceso de frenamiento en una *partícula-β* está determinado tanto por la densidad como por el espesor del material, por ejemplo, el efecto que produce una *partícula-β* en 1 cm de aire es el mismo que en 0.005 mm de aluminio.

rayos-γ; tanto los *rayos-γ* como los *rayos-X* son radiaciones electromagnéticas, semejantes a la luz y a las ondas de radio, pero de longitud de onda mucho menor. Ambas tienen energías bien definidas, ya que provienen de transiciones entre niveles de energía; los *rayos-γ* se producen dentro del núcleo, los *rayos-X* fuera de él. Tanto los *rayos-γ* como los *rayos-X*, tienen un gran poder de penetración y pueden pasar a través del cuerpo humano. Los *rayos-γ* generalmente se usan en el tratamiento del cáncer para eliminar las células de un tumor. Para reducir la intensidad de los *rayos-γ* son utilizadas placas de concreto o plomo.

neutrones; son partículas inestables, ligeramente más pesadas que los protones. Están desprovistos de carga y, al desintegrarse se descomponen en un protón y una partícula beta de baja energía. Los neutrones fueron descubiertos como el resultado del bombardeo de elementos livianos con *partículas-α*, siendo este un método de laboratorio conveniente para su producción. Sin embargo la fuente más útil de producción de neutrones es el reactor nuclear, basado en la fisión del U-235 u otro material fisionable.

Cuando una partícula cargada pasa cerca de un átomo, actúan sobre esta las fuerzas electrostáticas y los electrones orbitales. Si pasa lo suficientemente cerca, puede resultar que uno de los electrones adquiera la energía suficiente para separarse del átomo, este proceso es conocido como ionización, el átomo al perder un electrón queda cargado positivamente y forma junto con el electrón un par de iones.

I.3 RAPIDEZ DE DECAIMIENTO RADIOACTIVO

En el decaimiento de una muestra radiactiva, es imposible predecir cuando algún átomo se desintegrará. El resultado es incierto con respecto al comportamiento de algún átomo en particular. El evento del decaimiento radiactivo en la vida de un sólo núcleo es espontáneo, lo que significa que, el hecho que ocurra no está influenciado por el comportamiento de los núcleos vecinos o por los parámetros ambientales de temperatura, presión, etc. La probabilidad de que el núcleo decaiga en la unidad de tiempo es una constante λ , cuyas unidades son el recíproco del tiempo (seg^{-1}).

Si se tienen N núcleos de una sola especie, el valor esperado de la rapidez de decaimiento es λN decaimientos por segundo, en casos de interés N es un número muy grande usualmente mayor a 10^3 . A λN se le llama rapidez de decaimiento o actividad

$$a = \lambda N. \frac{\text{Decaimientos}}{\text{seg}} \quad (1.1)$$

Si a un tiempo dado se tiene una población $N(t)$ de una sola especie radiactiva y si no se están agregando más miembros a esta población, entonces la población debe variar con el

tiempo. Según la ecuación

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \quad (1.2)$$

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda dt$$

$$\int_{N(0)}^{N(t)} \frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\left[\text{Ln.} \left[\frac{N(t)}{N(0)} \right] \right]_{N(0)}^{N(t)} = -\lambda \left[t \right]_0^t$$

$$\text{Ln.} \left[\frac{N(t)}{N(0)} \right] = -\lambda t$$

$$N(t) = N(0) e^{-\lambda t} \quad (1.3)$$

$N(0)$ = Núcleos presentes inicialmente

$N(t)$ = Núcleos al tiempo t

λ = Constante de decaimiento

la razón de decaimiento a un tiempo t con respecto al decaimiento inicial es dada por

$$\frac{\lambda N(t)}{\lambda N(0)} = e^{-\lambda t} \quad (1.4)$$

La actividad es expresada en decaimientos o desintegraciones por segundo (dps), y su unidad es el *Becquerel*. El *Becquerel* es una unidad muy pequeña, por lo que generalmente la actividad se expresa en curies Ci , $1 Ci = 3.7 \cdot 10^{10} dps$, en ocasiones se utilizan algunos múltiplos del Ci , y estos son $1 mCi = 3.7 \cdot 10^7 dps$ y $1 \mu Ci = 3.7 \cdot 10^4 dps$.

Aunque la constante de decaimiento da una descripción adecuada de la rapidez del decaimiento de un isótopo, no es tan utilizada como la vida media $t_{1/2}$ (período de tiempo en el cual la actividad inicial se reduce a la mitad), se obtiene a partir de

$$N(t) = \frac{N(0)}{2}$$

$$\frac{N(0)}{2} = N(0) e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \quad (1.5)$$

$t_{1/2}$ y λ , son independientes del tiempo y de la población N . En las diversas fuentes de datos siempre se informa a cerca de la vida media para isótopos de diferentes elementos. Tabla A.1 del apéndice. La figura 1.2 ilustra la variación de la actividad a con respecto al tiempo.

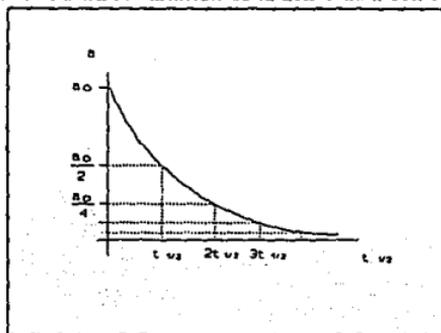


Fig. 1.2 Curva de decaimiento de la actividad a de una muestra en función de su vida media $t_{1/2}$.

Para clarificar el concepto de actividad se presenta el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1.1

¿ Cual es la actividad de un gramo de $Sr-90$?

Para calcular la actividad del $Sr-90$, es necesario conocer el número de núcleos presentes además de la vida media. El cálculo del número de núcleos se realiza en base al número Avogrado **, por lo tanto el número de núcleos en un gramo de $Sr-90$ es obtenido de la fórmula

** Número obtenido a partir de un átomo de carbono-12 el cual pesa exactamente 12 u.m.a (unidad de masa atómica). Puesto que hay 6.023×10^{23} átomos en 12 g de carbono-12, $1 \text{ u.m.a} = \{(12)/(12)(6.023 \times 10^{23})\} = 1.66 \times 10^{-24} \text{ g}$.

$N_{Sr-90} = (6.023 \cdot 10^{23} w) / A$, donde w es el peso del elemento que en este caso es uno, y A es el número de masa, por lo tanto $N_{Sr-90} = (6.023 \cdot 10^{23}) / (90) = 6.69 \cdot 10^{21}$, de la Tabla A.1 la vida media del Sr-90 es 28.1 años.

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

$t_{1/2}$ se tiene que dar en segundos (1 año = $3.154 \cdot 10^7$ seg)

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{(28.1)(3.154 \cdot 10^7)} = 7.82 \cdot 10^{-10} \text{ seg}^{-1}$$

la rapidez del decaimiento está dada por

$$\lambda N = (6.69 \cdot 10^{21})(7.82 \cdot 10^{-10}) = 5.23 \cdot 10^{12} \text{ dps/g}$$

la actividad expresada en Ci es

$$a = \frac{5.23 \cdot 10^{12}}{3.7 \cdot 10^{10}} = 141.5 \text{ Ci/g}$$

1.4 FISION

Una de las reacciones que pueden ocurrir en los núcleos atómicos es la fisión, la cual es una reacción nuclear que puede ser utilizada como fuente de energía, en producción de radioisótopos, etc. Consiste en el rompimiento del núcleo del átomo en dos o más partes conocidas como productos de fisión, con emisión de neutrones, fotones gamma, partículas- β , etc. Es posible expresar la reacción de fisión con palabras; *Neutrón + Núcleo = Núcleos producto de fisión + Neutrones + Electrones beta + Fotones gamma*. En la reacción de fisión el neutrón penetra en el núcleo, durante esta etapa es posible que el núcleo decaiga a su estado base con la emisión de radiación gamma. El núcleo se parte en un par de núcleos más pequeños emitiendo de 2 a 3 neutrones extras, esta situación es la que ha hecho posible la existencia de los reactores nucleares, pues estos dos o tres neutrones liberados pueden golpear otros tantos núcleos, produciendo otras fisiones que a su vez resultan en la creación de nuevos neutrones libres. Si este proceso se repite cíclicamente se dice que existe una reacción en cadena. Los productos de fisión generalmente son radiactivos y decaen por emisión β^- , gamma y neutrones, además estos representan las fuentes de radioisótopos más abundantes con que se cuenta. Los electrones beta que aparecen durante la fisión probablemente son del decaimiento de los núcleos producto de fisión, pero algunos decaimientos siguen el evento de la fisión con tal rapidez que a la secuencia se le puede considerar como un solo evento.

Se ha encontrado que la forma más práctica de inducir la reacción de fisión en gran escala, es bombardeando con neutrones ciertos átomos de número atómico grande, los más comunes son U-235, U-233 y Pu-239, de estos el único que se encuentra en la naturaleza es el

U-235, sin embargo este es un isótopo que solo forma el 0.712% del uranio natural, mientras que el 99.27% es de *U-238* el cual es un isótopo difícil de fisurar. Debido a esto se utilizan diversos métodos para preparar compuestos de uranio con porcentajes más altos de *U-235*, con el objeto de tener más átomos por unidad de volumen de este elemento, y facilitar así la reacción de fisión. En la figura 1.3 se ilustra la reacción de fisión.

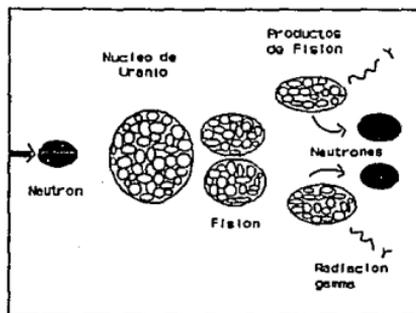
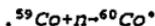


Fig. 1.3 Fisión Nuclear

Si todos los neutrones emitidos en las fisiones produjeran nuevas fisiones, es evidente que la reacción iría creciendo en forma exponencial. Esto es lo que ocurre en la bomba atómica, en la cual la reacción no es controlada y en unos instantes es liberada una cantidad increíble de energía. Afortunadamente es posible controlar la reacción haciendo que en promedio solo uno de los neutrones emitidos en cada fisión produzca otra fisión, y se logra dejando que cierta cantidad de neutrones escapen del sistema o que otros sean absorbidos por núcleos que no se fisuran.

1.5 PRODUCCION DE RADIOISOTOPOS

Debido a la actividad y a la energía de decaimiento, los radioisótopos pueden ser empleados como fuentes de energía, pero por cuestiones de tipo práctico no se usan como tales, sino que su principal aplicación es en usos médicos, industriales, etc. Aunque en la naturaleza hay radioisótopos, o no son los adecuados para aplicaciones prácticas o están demasiado diluidos como para poder utilizarlos, por lo que los radioisótopos deben ser producidos. En la actualidad la única posibilidad práctica de producción de radioisótopos es el reactor de fisión. Los radioisótopos se forman durante la reacción de fisión, el núcleo que se fisura se parte en dos núcleos más pequeños los cuales son radiactivos. Los radioisótopos también se forman cuando un neutrón producido en la fisión reacciona con un núcleo, el cual queda en un estado excitado y posteriormente puede emitir radiación gamma, a estas reacciones se les llama reacciones (n, γ) . Como ejemplo de las reacciones (n, γ) , se tiene el siguiente caso para el isótopo de *Cu-59*, donde un neutrón reacciona con el núcleo formando el radioisótopo de *Cu-60*:



el asterisco (*) significa un estado de excitación. Al mismo tiempo que un radioisótopo se produce también decae, por lo tanto la rapidez neta de cambio del isótopo N , es la diferencia de la producción y pérdidas por unidad de tiempo, dada por

$$\frac{dN}{dt} = \dot{P} - \lambda N \quad (1.6)$$

donde \dot{P} es la rapidez de producción y λN el término de pérdidas (*dps*). Considerando la rapidez de producción como una constante la ecuación 1.6 es

$$\frac{dN}{\dot{P} - \lambda N} = dt$$

$$\int_{N(0)}^{N(t)} \frac{dN}{\dot{P} - \lambda N} = \int_0^t dt$$

$$-\frac{1}{\lambda} \left[\text{Ln}(\dot{P} - \lambda N) \right]_{N(0)}^{N(t)} = \left[t \right]_0^t$$

$$\text{Ln}[\dot{P} - \lambda N(t)] - \text{Ln}[\dot{P} - \lambda N(0)] = -\lambda t$$

$$\frac{\dot{P} - \lambda N(t)}{\dot{P} - \lambda N(0)} = e^{-\lambda t}$$

$$N(t) = \frac{\dot{P}}{\lambda} - \frac{\dot{P} e^{-\lambda t}}{\lambda} + N(0) e^{-\lambda t}$$

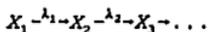
$$N(t) = \frac{\dot{P}}{\lambda} [1 - e^{-\lambda t}] + N(0) e^{-\lambda t} \quad (1.7)$$

la actividad está dada por

$$a(t) = \lambda N(t) = \lambda [1 - e^{-\lambda t}] + \lambda N(0) e^{-\lambda t} \quad (1.8)$$

I.6 DECAIMIENTO EN CADENA

Muchas veces ocurre que los núcleos hijo que se forman en un decaimiento radiactivo son a su vez radiactivos. Resulta una sucesión de decaimientos denominado decaimiento en cadena, y se representa por



la población y la actividad de los núcleos X_1 siguen las ecuaciones

$$\frac{N(t)}{N(0)} = e^{-\lambda t} = \frac{a(t)}{a(0)}$$

la población de núcleos X_2 se describe por la ecuación diferencial

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad (1.9)$$

$$N_1(t) = N_1(0) e^{-\lambda_1 t}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1(0) e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1(0) e^{-\lambda_1 t}$$

utilizando el factor integrante

$$e^{\lambda_2 t} dt = e^{\lambda_2 t}$$

$$e^{\lambda_2 t} \frac{dN_2}{dt} + e^{\lambda_2 t} \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1(0) e^{\lambda_2 t} e^{-\lambda_1 t}$$

$$\frac{d}{dt} [e^{\lambda_2 t} N_2] = \lambda_1 N_1(0) e^{c(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

$$e^{\lambda_2 t} N_2 = \lambda_1 N_1(0) \int e^{c(\lambda_2 - \lambda_1)} dt$$

$$e^{\lambda_2 t} N_2 = \frac{\lambda_1 N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{c(\lambda_2 - \lambda_1)} + c$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + c e^{-\lambda_2 t}$$

para evaluar el valor de la constante c tomamos el valor de $t=0$, población al instante cero,

$$N_2(0) = \frac{\lambda_1 N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} + c$$

$$c = N_2(0) - \frac{\lambda_1 N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + [N_2(0) - \frac{\lambda_1 N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1}] e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_1(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} [e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}] + N_2(0) e^{-\lambda_2 t} \quad (1.10)$$

el análisis anterior de la actividad del segundo miembro de la cadena de decaimiento, puede extenderse a un tercer miembro y así sucesivamente

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \quad (1.11)$$

la ecuación 1.10 puede sustituirse en la ecuación 1.11, sin embargo en lugar de realizar esta operación se pasará directamente al resultado correspondiente al *i-ésimo* miembro de la cadena

$$N_i(t) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{i-1} N_1(0) \sum_{j=1}^i \frac{e^{(-\lambda_j t)}}{\prod_{k=1, k \neq j}^i (\lambda_k - \lambda_j)} \quad (1.12)$$

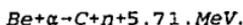
I.7 FUENTES DE NEUTRONES

Una fuente de neutrones es un dispositivo complicado donde se origina una reacción nuclear productora de neutrones como partículas secundarias de la reacción. Los equipos productores de neutrones más usados son los reactores nucleares, principalmente por los elevados flujos neutrónicos que suministran y facilidad para irradiar muestras voluminosas, además del amplio espectro de energías de los neutrones que es posible obtener en los mismos. En una menor parte se utilizan los aceleradores de partículas cargadas, destinados también a la producción de neutrones. Por último las fuentes de laboratorio, que son sencillas y fáciles de manejar, pero con la restricción de que suministran flujos relativamente bajos.

I.7.1 FUENTES DE NEUTRONES DE LABORATORIO

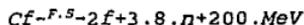
Como ya se mencionó, las fuentes de laboratorio tienen la desventaja de proporcionar flujos relativamente bajos (aproximadamente 10^6 n/cm²-seg), pero tienen la gran conveniencia de su tamaño, disponibilidad y facilidad de uso. Las fuentes de laboratorio más empleadas son las basadas en la reacción (α, n) y las de fisión espontánea. A manera de información se proporcionaran algunas fuentes de neutrones obtenidas por radioisótopos.

Fuentes α -Neutrón, este tipo de fuentes se basa en el decaimiento por partículas- α de elementos como *Po-210* (Polonio), *Pu-239* (Plutonio), y *Am-241* (Americio). Se realiza una mezcla de *Be* (Berilio) con cualquiera de los elementos anteriores, donde el *Be* captura una partícula- α emitida convirtiéndose en un elemento radiactivo, pasando a un estado más estable emitiendo un neutrón con una determinada cantidad de energía. Este tipo de fuentes se describe con la fórmula siguiente



las características de fuentes α -Neutrón se muestran en la Tabla 1.1.

Una de las principales fuentes es el *Cf-252* (californio-252), en la que se producen decaimientos de alfas y fisión espontánea, en esta última se producen en promedio 3.8 neutrones por fisión. La fórmula de decaimiento del *Cf-252* es dada por



Las propiedades nucleares de la fuente *Cf-252* son resumidas en la Tabla 1.2

Tabla 1.1 Fuente α -Neutrón

| | Po-Be | Pu-Be | Am-Be |
|--|----------------------|------------------|------------------|
| Producción (n/seg.Ci) | $2.5 \cdot 10^6$ | $1.7 \cdot 10^6$ | $2.2 \cdot 10^6$ |
| Ci. por gramo | $2.24 \cdot 10^{-4}$ | 16 | 0.3 |
| Vida media | 1.38 días | 24,360 años | 458 años |
| Calentamiento (Wats/Ci.) | 0.032 | 0.031 | 0.033 |
| Tamaño aproximado (ml/Ci.) | 0.1 | 12 | 3 |
| Fuente más grande (Ci) (referente a producción) | 100 | 10 | 5 |
| Energía gamma (MeV) | 0.8 , 4.33 | 4.43 | 0.06 ,4.43 |
| Dosis gamma (mR/hr-m-Ci) | 0.006 , 0.11 | 0.08 | 10 , 0.1 |

Tabla 1.2 Propiedades de la Fuente Cf-252

| | |
|------------------------------------|------------------------------|
| Tasa de emisión de neutrones | $2.34 \cdot 10^{12}$ n/seg.g |
| Neutrones por fisión | 3.76 |
| Promedio de energía | 2.35 MeV. |
| Tamaño de la cápsula | < 1 |
| Vida media efectiva | 2.65 años |
| Vida media alfa | 2.73 años |
| Vida media de fisión espontánea | 8.55 años |
| Promedio de energía alfa | 6.12 MeV. |
| Total de calentamiento | 38.5 W/g |
| Tasa de dosis gamma en 1 m. | $1.6 \cdot 10^2$ rad/h.g |
| Tasa de dosis de neutrones en 1 m. | $2.2 \cdot 10^3$ rem/h.g |

1.7.2 EL REACTOR DE FISION (NUCLEAR)

Un reactor de fisión es una instalación dentro de la cual se conduce la reacción de fisión, con una rapidez controlada para varios propósitos de investigación o conversión de energía. Los reactores pueden clasificarse de acuerdo a diferentes características; ordenándolos de acuerdo a su finalidad se dividen principalmente en; a) *reactores de potencia*, cuyo objeto es producir energía en forma útil, convirtiendo el calor generado en el núcleo en alguna forma de trabajo mecánico; y b) *reactores de investigación*, cuyo propósito primordial es la investigación y la producción de radioisótopos.

En un reactor de potencia la energía de fisión se transforma inicialmente en energía térmica, la cual se transporta hacia fuera del reactor mediante un fluido, cuya energía se transforma en energía mecánica y después eléctrica a través de un ciclo de potencia **.

Ocasionalmente se verá que un reactor de fisión se describe como un reactor de cadena, la razón se deriva de una característica única de la reacción de fisión la que indica que para poder contar con una rapidez mantenida de reacción a un alto nivel, es necesario que en promedio un neutrón producido en cada fisión cause una fisión más, cuando se logra esto se tiene una reacción en cadena.

En los reactores nucleares se habla comúnmente de un término llamado *Factor de Multiplicación k*, este factor se interpreta como el número de neutrones en una generación, dividido entre el número de neutrones de la generación anterior. Si $k=1$ la relación es estable, el número de neutrones ni crece ni disminuye, y se dice que el reactor es *crítico*. Si $k < 1$, la reacción está disminuyendo, pues en cada generación hay menos neutrones, se dice que el reactor se encuentra en un estado *subcrítico*. Si $k > 1$ el reactor se encontrará en un estado *supercrítico*.

Otro término muy utilizado en la teoría de reactores es la reactividad, definida como

$$\rho = \frac{k-1}{k}$$

de esta expresión se puede deducir que cuando un reactor está crítico ($k=1$) la reactividad es cero. En un reactor subcrítico ($k < 1$), la reactividad es negativa, y en un estado supercrítico ($k > 1$), la reactividad es positiva.

1.7.3 LOS REACTORES NUCLEARES COMO FUENTES DE NEUTRONES Y DE RADIACION GAMMA

Los reactores nucleares producen neutrones y gammas en el proceso de fisión, conocidos como neutrones inmediatos y gammas inmediatas, respectivamente. Posteriormente a la fisión, los productos de fisión emiten neutrones radiación gamma y partículas- β , a estos neutrones y gammas se les conoce como neutrones y gammas retardados. En operación las radiaciones más importantes del núcleo del reactor son los neutrones y gammas inmediatos, los neutrones

** Un ciclo de potencia es un proceso por medio del cual se transforma la energía térmica, química o nuclear, en una forma más útil para la humanidad, usualmente energía mecánica o eléctrica.

retardados no representan un problema de blindaje debido a su pequeña fracción (menor al 1% del total) y a su baja energía (menor a 1 MeV). Los fragmentos de fisión son frenados dentro del combustible o el encamisado del mismo. Por otro lado la intensidad de las gammas inmediatas es mucho mayor que la de las gammas emitidas por los productos de fisión durante la operación. Sin embargo los productos radiactivos son significativos cuando no están contenidos dentro del blindaje del reactor.

Neutrones inmediatos: la intensidad de fuente está dada por la rapidez de fisiones multiplicada por el número de neutrones producidos por fisión ν . El valor depende de la energía del neutrón que causa la fisión

$$\nu(E_n) = \nu_0 + \left(\frac{d\nu}{dE_n} \right) E_n \quad (1.13)$$

en la Tabla 1.3 se listan estos parámetros para el U-235 y Pu-239

Tabla 1.3 Valores para calcular la producción de neutrones por fisión en función de la energía del neutrón incidente.

| Núcleo | E_n (Mev) | ν_0 | $d\nu/dE$ |
|--------|-------------|---------|-----------|
| U-235 | 0 a 1 | 2.43 | 0.066 |
| | > 1 | 2.35 | 0.015 |
| Pu-239 | 0 a 1 | 2.87 | 0.138 |
| | > 1 | 2.91 | 0.133 |

si la densidad de flujo es conocida la rapidez de fisión puede ser obtenida mediante la siguiente ecuación

$$R(\text{fisiones/cm}^3\text{-seg}) = \phi(E) \Sigma_f(E) dE$$

la rapidez de fisión puede ser normalizada a la potencia total, normalmente se utiliza un valor de 3.1×10^{10} fisiones por joule, esto corresponde a una energía liberada de 194 MeV por fisión.

Para calcular la fracción de los neutrones inmediatos en el intervalo de energías E y $(E+dE)$, se han usado algunas correlaciones basadas en mediciones experimentales. El ajuste más preciso para el U-235 es dado por la siguiente ecuación

$$\chi(E) = 0.453 e^{-1.036E} \sinh \sqrt{2.29E} \quad (1.14)$$

en la Tabla 1.4 se dan valores para el espectro en neutrones inmediatos de fisión en U-235 a determinados niveles de energía.

Tabla 1.4 Espectro de neutrones inmediatos de fisión en U-235

| E (MeV) | $\chi(E)$ n/MeV |
|---------|----------------------|
| 0.00 | 0.000 |
| 0.50 | 0.347 |
| 0.75 | 0.358 |
| 1.00 | 0.347 |
| 2.00 | 0.239 |
| 4.00 | 0.0738 |
| 7.00 | $8.77 \cdot 10^{-3}$ |
| 10.0 | $8.56 \cdot 10^{-4}$ |
| 14.0 | $3.26 \cdot 10^{-5}$ |
| 18.0 | $1.10 \cdot 10^{-6}$ |

Gammas inmediatas: experimentalmente se ha encontrado que la producción de gammas inmediatas en función de la energía, puede ser representada seccionalmente por las siguientes relaciones

$$\Gamma(E) = \begin{cases} 6.6 \text{ fotones/fisión-MeV} & 0.1 < E < 0.6 \text{ MeV} \\ 20.2 e^{(-1.79E)} & 0.6 < E < 1.5 \text{ MeV} \\ 7.2 e^{(-1.09E)} & 1.5 < E < 10.5 \text{ MeV} \end{cases}$$

los valores obtenidos con estas relaciones tienen una aproximación de entre el 10 y 20%. Son muy útiles para efectuar cálculos, dado que utilizar el espectro real de producción es sumamente complicado. En la Tabla 1.5 se dan valores para el espectro de gammas inmediatas de fisión en U-235.

Tabla 1.5 Espectro de gammas inmediatas de fisión en U-235

| E (MeV) | N(E) [(fotones/MeV)/fisión] |
|---------|-----------------------------|
| 0.00 | 6.60 |
| 0.25 | 6.60 |
| 0.50 | 6.60 |
| 1.00 | 3.41 |
| 1.50 | 1.40 |
| 2.00 | 0.814 |
| 3.00 | 0.274 |
| 5.00 | $3.09 \cdot 10^{-2}$ |
| 7.00 | $3.50 \cdot 10^{-3}$ |
| 8.00 | $1.18 \cdot 10^{-3}$ |
| 9.00 | $3.95 \cdot 10^{-4}$ |
| 10.0 | $1.33 \cdot 10^{-4}$ |

I.7.4 EL REACTOR TRIGA MARK III

El reactor instalado en el Centro Nuclear de México, es un *Triga Mark III* fabricado por General Atomic de E.U. Sus características principales son su versatilidad y su seguridad intrínseca. Clasificándolo en forma general es un reactor tipo alberca con núcleo móvil enfriado con agua. Como combustible utiliza *U-ZrH* (una mezcla de hidruro de circonio con uranio). Su potencia máxima a nivel estable es de *1000 Kwatts* en cualquier posición de la alberca. La rapidez con que se baja el nivel de potencia del reactor, le da una seguridad tan grande que hace posible la construcción de estos en zonas urbanas sin necesidad de los edificios especiales que normalmente requieren otros reactores.

DESCRIPCION DEL CUERPO DEL REACTOR

La alberca del reactor está formada por una gran tina de aluminio que sirve como recipiente de agua. Esta tina se encuentra rodeada por un blindaje de concreto que tiene una altura de *8 metros*. A lo largo mide *17 metros* y a lo ancho *10 metros*. En la parte superior de este blindaje se encuentra una plataforma con rieles, sobre los cuales corre un puente del cual está suspendido el núcleo. El núcleo se encuentra muy cerca del fondo de la alberca de manera que la radiación es casi completamente absorbida por el agua. En la parte inferior del reactor hay un blindaje de *1.5 metros* de concreto para evitar que se active la tierra sobre la que está construido este aparato. En la figura 1.4 se muestra el arreglo general del reactor.

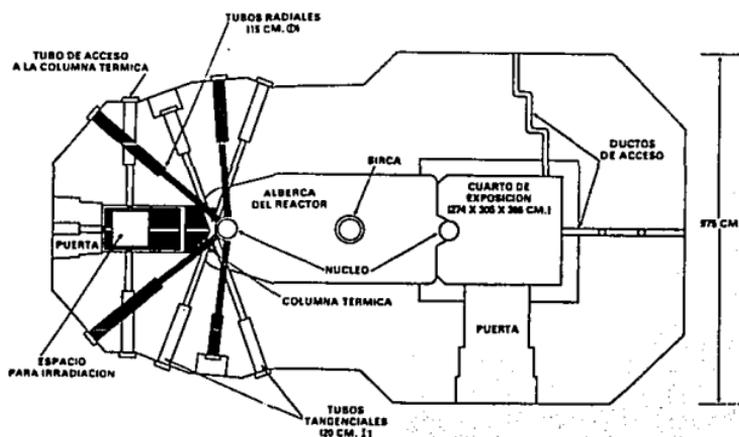


Fig. 1.4 Vista de planta del reactor TRIGA MARK III

EL NUCLEO DEL REACTOR

El núcleo del reactor es un cilindro en el que se encuentran acumulados los elementos moderador-combustible, las barras de control y una fuente de neutrones polonio-berilio. Todos estos componentes tiene forma de barra y se encuentran en posición paralela al eje del cilindro. Visto desde uno de los extremos el núcleo tiene el aspecto de un panal en el que cada orificio está ocupado por uno de los elementos antes mencionados. Estos componentes están soportados por dos placas de aluminio, una en el fondo y otra en la parte superior. La de arriba tiene 126 agujeros arreglados en 6 anillos concéntricos. En estos elementos es donde entran los elementos combustibles y las barras de control. Dentro del núcleo, en el espacio que queda entre los elementos, circula el agua de la alberca, por la cual se permite el enfriamiento por convección natural. Una tercera parte del volumen del núcleo está ocupado por agua. Las figuras 1.5 y 1.6 muestran los esquemas del núcleo del reactor.

El núcleo del *Triga Mark III* cuenta con 4 barras de control, una para operación en pulso, otra para seguridad y las otras dos para ajuste. La función de las barras es mantener la potencia en un nivel deseado, insertando o sacando del núcleo sólo lo necesario. Las barras de control tienen una reactividad negativa.

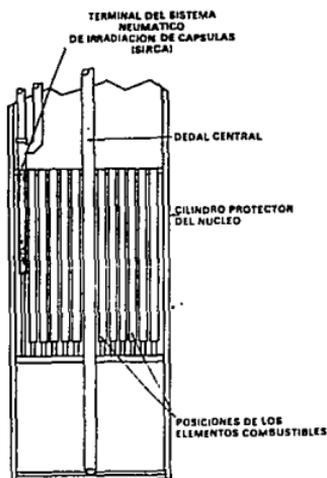


Fig. 1.5 Núcleo del reactor

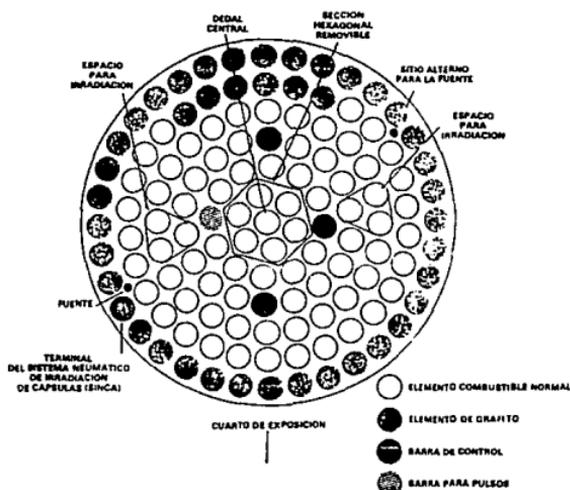


Fig. 1.6 Disposición de los elementos del núcleo del reactor

SEGURIDAD DEL TRIGA MARK III

La seguridad del *Triga Mark III* es una de las características más sobresalientes. Las dos formas más probables por las que se podría producir un accidente son: por pérdida de enfriamiento y por aumento repentino de la reactividad positiva.

Para que hubiese una pérdida de enfriamiento sería necesario que la alberca perdiera el agua, en cuyo caso el nivel de radiación en la sala del reactor subiría muy alto, sin embargo los cálculos confirman que el núcleo no sufriría daño, o sea que los productos de fisión no quedarían libres. En caso de un accidente de este tipo, la máxima temperatura que alcanzaría el combustible sería de 850 °C, que se encuentra muy por debajo de los 1400 °C necesarios para fundir el encamisado de acero en el que se encuentran los elementos combustibles-moderadores.

El accidente de reactividad consiste en la inserción repentina de la reactividad positiva, con lo cual la potencia del reactor comienza a subir rápidamente. Sin embargo en el *Triga Mark III* el nivel al que llega la potencia es limitado, pues al subir esta se eleva la temperatura, y la naturaleza del hidruro de circonio es tal que, con el aumento de temperatura la reactividad positiva disminuye llegando a ser negativa.

Además de la seguridad intrínseca del núcleo del reactor, el *Triga Mark III* tiene una serie de dispositivos automáticos que evitan cualquier posibilidad de accidente.

REFERENCIAS

- 1.- Thomas, J. C., "Fundamentos de Ingeniería Nuclear," Limusa México 1983. P.P 63-90, 199-203
- 2.- Faíres, R. A., Parks, B. H., "Radioisótopos Técnicas de Laboratorio," EUDEBA Argentina 1973. P.P 31-40.
- 3.- Profio, A. E., "Radiation Shielding and Dosimetry," John Wiley & Sons New York, 1976. P.P 23-27, 47-53
- 4.- Burcham, W. E., "Física Nuclear," Reverté España 1974. P.P 18-29.
- 5.- Ponce, A. M., "El Reactor Triga Mark III del Centro Nuclear de México," Serie Divulgación. México ININ 1980.

CAPITULO II

INTERACCION DE LA RADIACION CON LA MATERIA

En este capítulo nos enfocaremos a analizar las interacciones de la radiación con la materia, principalmente de las radiaciones que son de mayor importancia en el cálculo de blindajes. En primer plano se encuentran las partículas neutras, neutrones y fotones gamma, caracterizadas por ser eléctricamente neutras, en segundo término están las partículas cargadas, electrones, protones, partículas- α , etc. En nuestro estudio son de interés exclusivamente las partículas neutras, por la gran variedad de interacciones en que participan y mayor poder de penetración.

La interacción de la radiación con la materia es de interés por dos razones: a) la energía cinética de la radiación se convierte en energía térmica, esto ocurre cuando por medio de las colisiones con los componentes del medio se frena la radiación, b) por que la radiación es perjudicial para los sistemas biológicos.

II.1 NEUTRONES

Los neutrones son partículas inestables, ligeramente más pesadas que los protones. Están desprovistos de carga y, al desintegrarse se descomponen en un protón y una *partícula- β* de baja energía. Los neutrones fueron descubiertos en 1932, como resultado del bombardeo de elementos livianos con *partículas- α* , y es este un método de laboratorio conveniente para su producción. Sin embargo, la fuente más útil de producción es el reactor nuclear. Los neutrones que se producen pueden tener una gama muy amplia de energías, variando entre "*rápidos*", con energías de varios MeV, "*lentos*" y "*térmicos*", cuyas energías son apenas de fracciones de eV. Los neutrones pierden energía por choques elásticos, siendo máxima esta pérdida cuando el choque se produce con núcleos livianos. Por ejemplo un neutrón de 1 MeV pierde un 28% de su energía por colisión con carbono, en tanto que con plomo solamente un 2%. Por choques sucesivos, va perdiendo energía hasta reducir la agitación térmica del núcleo, y luego el neutrón es capturado, como consecuencia puede producirse un nucleído nuevo el cual puede ser radiactivo.

II.1.1 SECCION EFICAZ MACROSCOPICA

Para definir la sección eficaz macroscópica, analizaremos como progresa un neutrón que viaja en un medio homogéneo, es decir un medio en el cual la probabilidad de que ocurra una interacción no es función de la posición ni de la dirección del neutrón. El concepto de medio lo interpretamos como el lugar que posee sitios de reacción discretos separados por espacios libres. Una analogía es la de una persona que atraviesa un campo pedregoso en lugar de un lodazal o un pantano. Así el neutrón realiza su viaje sin sufrir perturbaciones en su dirección y rapidez hasta que se encuentra un sitio discreto de reacción. Dado que una partícula se puede encontrar en cualquier punto arbitrario O , se afirma que la probabilidad de una reacción en tiempo posterior no está relacionada con su historia. La probabilidad de una reacción a cualquier distancia s es una función sólo de s , esta probabilidad se expresa como un desarrollo en serie

de *Mac-Laurin* en s . La serie de *Mac-Laurin* es un caso particular de la serie de *Taylor*, la cual es dada por la siguiente ecuación

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots \quad (2.1)$$

la forma de *Mac-Laurin* se obtiene cuando el valor de a es igual a cero, entonces

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \dots \quad (2.2)$$

desarrollando la serie de *Mac-Laurin* en s , la ecuación anterior se puede reescribir como

$$P_r(s) = \alpha + \beta s + \gamma s^2 + \dots \quad (2.3)$$

donde $P_r(s)$ es la probabilidad de reacción a cualquier distancia s . Dado que una reacción no puede ocurrir con recorrido nulo, se tiene que $\alpha = 0$; ahora bien siempre es posible encontrar un valor de δs que sea lo suficientemente pequeño, de manera que $\delta s^2 \approx 0$. Con estas consideraciones la ecuación anterior se reduce a

$$P_r(\delta s) = \beta \delta s = \Sigma \delta s \quad (2.4)$$

el cambio de β por Σ es por uso convencional, y este último símbolo es conocido como la sección eficaz macroscópica cuya unidad de medida es cm^2 . La sección eficaz macroscópica representa la probabilidad de reacción por unidad de trayectoria, por lo tanto la ecuación 2.4 expresa la probabilidad de que un neutrón sufra una reacción en una distancia δs , consecuentemente la probabilidad de no reacción es dada por

$$P_{nr}(\delta s) = 1 - \Sigma \delta s \quad (2.5)$$

Ya que la probabilidad de un evento futuro es independiente de su historia, se puede escribir la probabilidad de no reacción a una distancia $s + \delta s$, como su producto de probabilidades

$$P_{nr}(s + \delta s) = P_{nr}(s) P_{nr}(\delta s) = P_{nr}(s) (1 - \Sigma \delta s)$$

$$P_{nr}(s + \delta s) = P_{nr}(s) - \Sigma \delta s [P_{nr}(s)]$$

$$\frac{P_{nr}(s + \delta s) - P_{nr}(s)}{\delta s} = -\Sigma P_{nr}(s) \quad (2.6)$$

la ecuación 2.6 es la forma mediante la cual es definida la derivada, por lo tanto tomando el límite cuando $\delta s \rightarrow 0$, esta es expresada como

$$\frac{dP_{nr}}{ds} = -\Sigma P_{nr}$$

$$\frac{dP_{nr}}{P_{nr}} = -\Sigma ds$$

$$\int \frac{dP_{nr}}{P_{nr}} = -\Sigma \int ds$$

$$\ln(P_{nr}) = -\Sigma s$$

$$P_{nr} = e^{-\Sigma s}$$

$$P_{nr}(s) = e^{-\Sigma s} \quad (2.7)$$

la ecuación 2.7 expresa la probabilidad de no reacción a una distancia s , consecuentemente la probabilidad de reacción estará dada por

$$P_r(s) = 1 - e^{-\Sigma s} \quad (2.8)$$

Una aplicación de las ecuaciones 2.7 y 2.8 es a un haz de neutrones, también conocido como haz colimado (haz direccionado). En la figura 2.1 se presenta un haz colimado de neutrones sobre un material de espesor t .

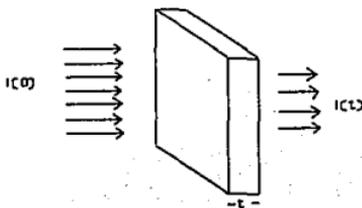


Fig. 2.1 Haz Colimado

La magnitud de un haz se caracteriza por una intensidad $I = \text{Neutrones/cm}^2 \cdot \text{seg.}$, donde el área se toma normal a la dirección del flujo del haz. Si se visualiza un haz de neutrones entrando en un medio de espesor t y de sección eficaz total Σ , el número de neutrones que no sufren colisiones estará dado por la ecuación

$$I(t) = I(0) e^{-\Sigma t} \quad (2.9)$$

así mismo el número de reacciones que ocurren es dado por

$$I(0) - I(t) = I(0) (1 - e^{-\Sigma t}) \quad (2.10)$$

II.1.2 TRAYECTORIA LIBRE MEDIA

La trayectoria libre media es un concepto muy útil en cálculos de atenuación o de blindaje, y se define como la distancia promedio que en un medio dado recorre una partícula sin reaccionar. Para la obtención de este valor, se requiere el cálculo de la probabilidad de que una partícula reaccione en un intervalo de distancias s y $(s+ds)$, para lo anterior se requiere que el neutrón no reaccione entre 0 y s , y que reaccione posteriormente en el intervalo $s+ds$. Partiendo de la ecuación 2.4 y 2.7 para la obtención del promedio de la distancia recorrida, es necesario multiplicar cada valor de s por la probabilidad de que sea esta la distancia recorrida. Ya que los valores de s son continuos escribiremos la trayectoria libre media como

$$\begin{aligned} \bar{s} &= \lambda = \int_0^{\infty} s e^{-\Sigma s} \cdot \Sigma ds = \Sigma \int_0^{\infty} s e^{-\Sigma s} ds \\ \Sigma \left\{ \left(\frac{1}{\Sigma} s e^{-\Sigma s} \right) + \frac{1}{\Sigma} \int_0^{\infty} -e^{-\Sigma s} \cdot ds \right\} &= -\frac{1}{\Sigma} [e^{-\Sigma s}]_0^{\infty} = \frac{1}{\Sigma} \\ \bar{s} &= \lambda = \frac{1}{\Sigma} \end{aligned} \quad (2.11)$$

De acuerdo a la ecuación 2.11, la trayectoria libre media es el recíproco de la sección eficaz macroscópica, y es denotada por λ (no confundir con la constante de decaimiento). La integral de la función de probabilidad debe ser igual a uno

$$\int_0^{\infty} e^{-\Sigma s} \cdot \Sigma ds = -[e^{-\Sigma s}]_0^{\infty} = 1 \quad (2.12)$$

II.1.3 SECCION EFICAZ MICROSCOPICA

La sección eficaz macroscópica de un material, es la cantidad que se mide experimentalmente en base a un flujo de neutrones direccionados sobre el mismo. Los datos que se obtienen para la sección eficaz macroscópica, pueden tener una utilidad más amplia si pueden relacionarse con una propiedad, esta propiedad se basa en una aparente área de reacción que exhibe cada núcleo. A esta posible área de reacción se le conoce como sección eficaz microscópica, y representa la probabilidad de reacción con el núcleo. Conociendo las secciones eficaces microscópicas de los diferentes núcleos constituyentes de un medio y la composición del mismo, es posible calcular la sección eficaz macroscópica del medio**. A continuación se presentarán las bases para relacionar la sección eficaz macroscópica y microscópica en un medio utilizando la figura 2.2. Considere un neutrón que viaja en una dirección dada en algún punto de un medio homogéneo, es decir la probabilidad de reacción de un neutrón no está en función de su posición ni dirección, la probabilidad de que un neutrón sufra una reacción en el siguiente intervalo de su recorrido δs , es dada por la ecuación 2.4, esta probabilidad se puede expresar en términos de cierta área de reacción que presentan los núcleos en el volumen $M\delta s$, donde M se considera una área arbitraria perpendicular a la trayectoria de los neutrones.

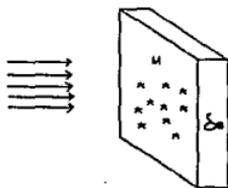


Fig. 2.2 Representación de la sección eficaz microscópica

$$\Sigma \delta s = \frac{\text{Area. de. reaccion}}{\text{Area. total}} \quad (2.13)$$

si se asigna el valor de σ al área de cada núcleo y el valor de cero al área del neutrón, entonces el área de reacción será el número de núcleos en el volumen $M\delta s$ por σ

$$\Sigma \delta s = \frac{N \sigma M \delta s}{M} = N \sigma \delta s \quad (2.14)$$

** Existen bases de datos, tales como ENDF, JENDL, etc., que contienen información de secciones eficaces microscópicas para los diferentes tipos de reacción.

donde N es el número de núcleos por unidad de volumen. Observe que δs debe ser lo suficientemente delgada tal que las áreas de los núcleos no se traslapen. De la ecuación 2.14 se obtiene directamente la relación entre las secciones eficaces macroscópica y microscópica

$$\Sigma = N\sigma \quad (2.15)$$

el valor de N es obtenido de la densidad ρ y del número de masa A en un material de un sólo componente

$$N = \frac{6.023 \cdot 10^{23} \rho}{A} \quad (2.16)$$

A N frecuentemente se le conoce como densidad de núcleos. Las unidades σ , área del núcleo, deben darse en cm^2 , pero la unidad más común que se utiliza para designar este valor es el *barn* que equivale a $10^{-24} cm^2$. Si se dan valores de σ en *barns* es común expresar la densidad de núcleos en unidades de $10^{24} cm^{-3}$. Por lo tanto expresaremos 2.15 como

$$\Sigma = \frac{0.6023 \rho \sigma}{A} \quad (2.17)$$

Se hace énfasis a que la sección eficaz microscópica σ , es sólo un área aparente, sin embargo en algunas reacciones como la dispersión o rebote de un neutrón del núcleo, el valor σ es muy cercano a un área verdadera πR^2 , siendo R el radio del núcleo que puede ser expresado en función de A . Es importante recalcar que σ depende de la energía del neutrón, siendo en algunos casos esta dependencia sumamente complicada.

Ejemplo 1.1

Calcular la sección eficaz microscópica de dispersión del manganeso y la sección eficaz macroscópica correspondiente. Utilice el área geométrica y la fórmula empírica $R = 1.4 \cdot A^{1/3} m$

Solución
El manganeso sólo tiene un isótopo ^{55}Mn , su densidad es de $7.43 g/cm^3$ (ver Tabla A.1). El radio del núcleo de un átomo de manganeso es $R = 1.4 \cdot 55^{1/3} \cdot 10^{-16} = 7.7 \cdot 10^{-15} m$, por lo tanto la sección eficaz microscópica (área transversal) está dada por $\sigma = \pi R^2 = 1.86 \cdot 10^{-28} m^2 = 1.86 barns$. Para calcular la sección eficaz macroscópica necesitamos la densidad de núcleos, para ello utilizamos la ecuación 2.16 $N = (6.023 \cdot 10^{23} \cdot 7.43) / 55 = 8.14 \cdot 10^{22} \text{ núcleos/cm}^3$, la sección eficaz macroscópica es obtenida de la ecuación 2.15 $\Sigma = N\sigma = 8.14 \cdot 10^{22} \cdot 1.86 \cdot 10^{-28} = 0.151 cm^{-1}$.

II.1.4 DIFERENTES TIPOS DE REACCIONES DE NEUTRONES

Hasta el momento se han hecho referencias a las interacciones de los neutrones con el núcleo sin hacer incapie a las situaciones que pueden resultar. La mayoría de las reacciones ocurren en tres etapas: las condiciones anteriores a la interacción; una etapa intermedia en la que el neutrón es incorporado al núcleo, formando lo que se conoce como el núcleo compuesto; y por última la situación que sucede a la reacción, en la que el núcleo o núcleos producto así como

las diversas formas de radiación hacen su aparición. En la figura 2.3 se representan algunos de los diferentes tipos de reacción, la notación utilizada para representarlas (σ_s es la sección eficaz microscópica de fisión, σ_c es la de dispersión, etc), los mecanismos mediante los que ocurren y los productos de las mismas. En la Tabla A.1 del apéndice, se presenta valores de la sección eficaz microscópica para los diferentes tipos de reacciones en algunos elementos.

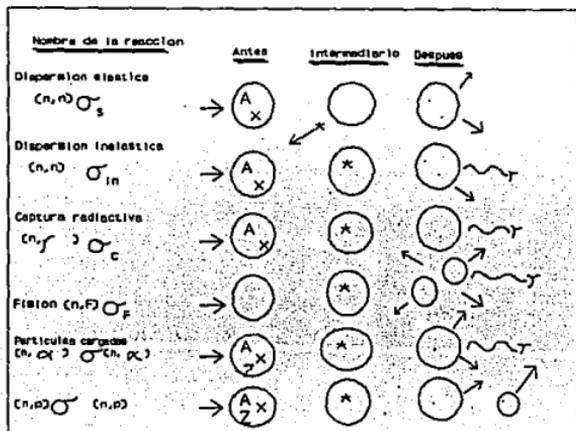


Fig. 2.3 Diferentes tipos de reacciones de neutrones

Reacciones de dispersión, en cierta medida todos los núcleos dispersan neutrones, presentándose en esta reacción tres clases de dispersión:

Dispersión elástica de forma (n,n) , también conocida como dispersión potencial. Un neutrón al pasar cerca del núcleo es repelido por fuerzas nucleares, durante este proceso se produce un intercambio de impulso lineal entre el neutrón y el núcleo, ocasionando un cambio tanto en la dirección como en la rapidez del neutrón. La suma de las energías cinéticas del neutrón y el núcleo es la misma antes y después de la reacción, lo cual significa que la energía cinética se conserva. En esta reacción no hay formación de núcleo compuesto.

Dispersión elástica con formación de núcleo compuesto (n,n) , en este tipo de reacción el neutrón es incorporado a un núcleo de A nucleones (neutrones y protones), para formar uno de $A+1$ nucleones. La energía del núcleo se incrementa debido a la energía cinética del neutrón

incidente y la energía de enlace de un neutrón en el núcleo $A+1$. Posteriormente, dentro del núcleo se da una distribución de energía que hace posible la emisión de un neutrón, con la misma energía que la del neutrón incidente.

Dispersión inelástica (n, n'), éste tipo de reacción es similar al anterior, sólo que en éste caso se emite un neutrón de menor energía que la del incidente, por lo que el núcleo queda en un estado excitado del que decae emitiendo radiación gamma. En esta reacción la energía cinética no se conserva, ya que parte de la energía es la que llevan los fotones emitidos durante el proceso. Para que puedan ocurrir este tipo de reacciones, se requiere que la energía de los neutrones sea superior a una determinada energía (energía de umbral/reacciones de umbral). Si la energía de los neutrones es menor a un MeV, generalmente este tipo de reacciones no ocurrirán de modo significativo.

Captura radiativa (n, γ), este tipo de reacción también procede vía la formación de núcleo compuesto, en este caso el núcleo compuesto excitado pierde energía por emisión de rayos- γ . A diferencia de los casos anteriores en este tipo de reacción no hay emisión de neutrones, sino únicamente gammas.

Fisión nuclear, este tipo de reacción también es por formación de núcleo compuesto y el producto de la misma son: productos de fisión, neutrones, rayos- γ , partículas- β . Ver Capítulo I.

Emisión de partículas cargadas; otra reacción común de los neutrones es la que conduce a la emisión de partículas cargadas, por lo general es una *partícula- α* (n, α) o un *protón* (n, p).

Para ejemplificar el uso de las diferentes secciones eficaces, considere el $U-235$ puro, al cual le corresponden las siguientes secciones eficaces $\sigma_c=98.6$ barns, $\sigma_f=582.6$ barns, $\sigma_s=13.8$ barns, para neutrones a una energía de 0.025 eV. Se supone que estas tres reacciones son las únicas que puede tener un neutrón al interactuar con $U-235$ puro. La probabilidad de que ocurra una reacción de captura en la siguiente interacción será

$$\frac{98.6}{98.6+582.6+13.8}=0.142$$

En el caso más general, el material está constituido por varios componentes (núcleos de diferente tipo), es necesario utilizar secciones eficaces macroscópicas para obtener las probabilidades relativas de los diferentes tipos de reacción. Si en la figura 2.2 el material estuviera compuesto por varios componentes, la sección eficaz macroscópica es simplemente la suma de todas sus contribuciones

$$\Sigma = \sum_i N_i \sigma_i \quad (2.18)$$

Los valores de σ_i pueden ser los correspondientes a cualquier reacción que se escoja. Por ejemplo la sección eficaz macroscópica de dispersión para el material es dada por

$$\Sigma_s = \sum_i N_i \sigma_{s,i} \quad (2.19)$$

las densidades de núcleos N_i son el número de núcleos de cada constituyente isotópico por cm^3 de material.

Para algunos cálculos es conveniente agrupar en una misma categoría todas las reacciones que terminan con la trayectoria o vida de un neutrón. Estas se denominan reacciones de absorción o reacciones no dispersivas. Esta reacción se escribe como

$$\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f + \sigma(n, \alpha) + \sigma(n, p) + \dots \quad (2.20)$$

Por otra parte en ocasiones es útil calcular la sección eficaz total, es decir la sección que nos representa la probabilidad de que un neutrón tenga cualquier tipo de interacción con el medio.

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_{i,n} + \sigma_c + \sigma_f + \dots$$

$$\Sigma_t = \Sigma_s + \Sigma_{i,n} + \Sigma_c + \Sigma_f + \dots \quad (2.21)$$

Se pueden obtener resultados útiles sustituyendo Σ_a en la ecuación 2.11, siempre y cuando λ_a se entienda como el promedio o el valor esperado de la distancia total recorrida por el neutrón antes de ser absorbido

$$\lambda_a = \frac{1}{\Sigma_a} \quad (2.22)$$

II.1.5 CALCULO DE DENSIDADES NUCLEARES

La composición de un material homogéneo generalmente se especifica en términos del porcentaje de peso o la fracción de los diferentes constituyentes, los cuales pueden ser compuestos químicos, elementos o isótopos. Es de interés poder reducir dicha información a un conjunto N_i de densidades del número de constituyentes isotópicos, donde N_i es el número de átomos o núcleos del isótopo i por centímetro cúbico del material en cuestión. Dado el conjunto N_i , tenemos la mitad del trabajo para el cálculo de las secciones eficaces macroscópicas. De la información relativa a la fracción de peso se calcula la densidad de núcleos como

$$N_k = 6.023 \cdot 10^{23} \cdot \frac{W_k \rho}{A_k} \quad (2.23)$$

donde W_k es la fracción de peso del constituyente k , A_k el peso atómico molecular isotópico de la naturaleza k , y ρ la densidad del material (g/cm^3). Si el material es un sólo tipo de isótopo entonces la ecuación 2.23 coincide con la ecuación 2.16. Si k representa un elemento entonces se puede calcular N_i de modo que

$$N_i = a_i N_k \quad (2.24)$$

donde a_i es la fracción atómica del elemento k del isótopo i . Si el elemento se presenta tal como se encuentra en la naturaleza, entonces los valores a_i son los correspondientes a las abundancias isotópicas que se obtienen de la Tabla A.1.

Si en 2.23 el constituyente k es un compuesto químico, la densidad del número de núcleos de los elementos en el compuesto se puede obtener apartir de su fórmula química. Por ejemplo, si la fórmula correspondiente al compuesto k es $X_m Y_n$, entonces

$$N_x = m N_k$$

$$N_y = n N_k \quad (2.25)$$

las densidades del número de isótopos de los elementos X y Y se calculan de la ecuación 2.24. En los ejemplos que a continuación se presentan, calcularemos la densidad de núcleos en un elemento y en un compuesto,

Ejemplo 2.2

El boro en forma elemental tiene una densidad de 2.45 g/cm^3 , de la Tabla A.1 respecto a abundancias isotópicas, calcular las densidades de los isótopos que ocurren de modo natural. Solución

De la Tabla A.1 se observa que el boro tiene dos isótopos que ocurren de modo natural $B-10$ y $B-11$, con abundancias de 19.8 y 80.2 respectivamente. Por lo tanto el peso atómico del boro estará dado por $A = (0.198)(10) + (0.802)(11) = 10.80$, las densidades de cada isótopo se calculan combinando las ecuaciones 2.23 y 2.24

$$B-10 \quad N_{10} = \{(6.023 \cdot 10^{23}) (0.198 \cdot 2.45)\} / 10.80 = 0.02701 \cdot 10^{24} \text{ núcleos/cm}^3$$

$$B-11 \quad N_{11} = \{(6.023 \cdot 10^{23}) (0.802 \cdot 2.45)\} / 10.80 = 0.110 \cdot 10^{24} \text{ núcleos/cm}^3$$

es conveniente expresar estos valores en términos de 10^{24} , ya que los valores para σ se dan en 10^{24} cm^{-2} .

Ejemplo 2.3

El compuesto carburo de boro, B_4C , tiene una densidad de 2.52 g/cm^3 . Calcular las densidades isotópicas. Solución

El peso molecular se calcula apartir de los pesos atómicos Tabla A.1, $M = (4)(10.81) + 12.01 = 55.25$, las densidades atómicas se obtienen combinando las ecuaciones 2.23 y 2.25

$$\text{Boro} \quad N_B = \{(6.023 \cdot 10^{23}) (4 \cdot 2.52)\} / 55.25 = 0.1099 \cdot 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

$$\text{Carbono} \quad N_C = \{(1/4) N_B\} = 0.0275 \cdot 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

las densidades isotópicas se obtienen apartir de las abundancias naturales y mediante la ecuación 2.24

$$\begin{aligned} B-10 \quad N_{10} &= (0.198)N_B = 0.0218 \cdot 10^{24} \text{ átomos/cm}^3 \\ B-11 \quad N_{11} &= (0.802)N_B = 0.0881 \cdot 10^{24} \text{ átomos/cm}^3 \\ C-12 \quad N_{12} &= (0.9889)N_C = 0.0272 \cdot 10^{24} \text{ átomos/cm}^3 \\ C-13 \quad N_{13} &= (0.0111)N_C = 0.0003 \cdot 10^{24} \text{ átomos/cm}^3 \end{aligned}$$

Frecuentemente el medio en el que reacciona un neutrón es heterogéneo, lo cual significa que el medio se compone de dos o más fases, como ejemplo sería la mezcla de agua y placas de acero. Este tipo de mezclas podrían tratarse como una mezcla homogénea con el fin de poder calcular la sección eficaz macroscópica. Se calculan los valores N_i de cada una de las regiones homogéneas j , así se obtiene el conjunto N_i para la región heterogénea

$$N_i = \frac{\sum_j V_j N_{ij}}{\sum_j V_j} = \sum_j v_j N_{ij} \quad (2.26)$$

donde V_j es el volumen de cada fase o región homogénea, y v_j es la fracción volumétrica $v_j = (V_j / \sum_j V_j)$. En el siguiente ejemplo calcularemos las densidades nucleares en un medio heterogéneo,

Ejemplo 2.4

Una barra de combustible de un reactor de fisión, está formada por una larga barra de UO_2 (densidad 10 g/cm^3) de 7 mm de diámetro, contenida en un tubo de acero inoxidable cuyas paredes tienen un espesor de 0.5 mm . Por simplicidad suponga que el acero inoxidable es hierro cuya densidad es 7.8 g/cm^3 . Calcular las densidades nucleares de los elementos involucrados, considerando a la barra de combustible encamisada como si fuera una sola región homogénea.

Solución

Primero se calculan las densidades nucleares de cada región individual

$$\begin{aligned} UO_2 \quad N &= (6.023 \cdot 10^{23}) [10 / (238 + 32)] = 2.23 \cdot 10^{22} \text{ moléculas/cm}^3 \\ U \quad N &= 2.23 \cdot 10^{22} \text{ átomos/cm}^3 \\ O \quad N &= (2)(2.23 \cdot 10^{22}) = 4.46 \cdot 10^{22} \text{ átomos/cm}^3 \\ Fe \quad N &= (6.023 \cdot 10^{23}) (7.8 / 55.85) = 8.41 \cdot 10^{22} \text{ átomos/cm}^3 \end{aligned}$$

como siguiente paso es determinar el volumen de cada región

$$\begin{aligned} UO_2 \quad V_1 &= (\pi/4)(0.7)^2 = 0.3849 \text{ cm}^2 \\ Fe \quad V_2 &= (\pi/4)[(0.8)^2 - (0.7)^2] = 0.1178 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

dado que la dimensión de la longitud es la misma para cada región, no es necesario incluirla, ya que al aplicar la ecuación 2.26 se elimina. Por lo tanto las densidades nucleares homogéneas

son

$$U N = [(0.3849)(2.23 \cdot 10^{22})] / (0.3849 + 0.1178) = 1.71 \cdot 10^{22} \text{ átomos/cm}^3$$

$$O N = (2)(1.71 \cdot 10^{22}) = 3.42 \cdot 10^{22} \text{ átomos/cm}^3$$

$$Fe N = [(0.1178)(8.41 \cdot 10^{22})] / (0.1178 + 0.3849) = 197 \cdot 10^{22} \text{ átomos/cm}^3$$

II.2 FOTONES GAMMA

Como ya anteriormente se había mencionado, los rayos-X y los rayos- γ son radiaciones electromagnéticas semejantes a la luz y a las ondas de radio, pero de longitud de onda mucho menor. Ambos tienen energías bien definidas, ya que provienen de transiciones entre niveles de energía; los rayos- γ son producidos dentro del núcleo, mientras que los rayos-X fuera de él. Durante los efectos de intercambio energético con los átomos, los rayos- γ pueden ser considerados como cantidades discretas "paquetes" o cuantos de energía, expelidos durante la desintegración nuclear. En este sentido frecuentemente se les denomina fotones. La radiación gamma generalmente cae en el intervalo de 0.01 a 10 MeV.

II.2.1 COEFICIENTE DE ATENUACION LINEAL

La probabilidad de reacción de los fotones gamma por unidad de trayectoria, está dada por el coeficiente de atenuación lineal. La probabilidad de interacción en un diferencial de espesor δs es dada por $\mu \delta s$. Observe la similitud con respecto a la interacción de neutrones, Σ es remplazada por μ , a esta última se le conoce como el coeficiente de atenuación lineal. Por lo tanto la probabilidad de no reacción de un fotón gamma al viajar una distancia s estará dada por

$$P_n(s) = e^{-\mu s} \quad (2.27)$$

consecuentemente la probabilidad de reacción es dada por

$$P_r(s) = 1 - e^{-\mu s} \quad (2.28)$$

la trayectoria libre media de un fotón gamma es $1/\mu$, un haz colimado de fotones de intensidad (fotones/cm² seg). se reducirá a $I(0) e^{-\mu t}$ al viajar por un medio de espesor t .

Las interacciones gamma difieren de las interacciones de neutrones en un aspecto muy importante. En el intervalo de energías que es de interés, los fotones gamma interactúan con electrones, mientras que los neutrones interactúan con los núcleos. La variación de los coeficientes de atenuación de la radiación gamma de una especie atómica a otra, es relativamente pequeña, mostrando una variación regular como función del número atómico Z . Este comportamiento contrasta fuertemente con las secciones eficaces de reacción de los neutrones, que muestran una variación muy grande de un isótopo a otro.

II.2.2 COEFICIENTE DE ATENUACION MASICO

El coeficiente de atenuación lineal corresponde directamente a la sección eficaz macroscópica para neutrones, la información con respecto de la interacción gamma no se presenta generalmente como secciones eficaces microscópicas. La presentación más usual de la información es en la forma de valores μ/ρ , donde ρ es la densidad del material, a μ/ρ se le conoce como el coeficiente de atenuación másico. Esta cantidad varía mucho menos de un material a otro, que el coeficiente de atenuación lineal. En la figura 2.4 se presenta una gráfica de algunos de los valores del coeficiente de atenuación másico, con el fin de mostrar la tendencia de estos valores como función de la energía de la radiación gamma y del número atómico. Para bajas energías de la radiación gamma los materiales con Z (número atómico) grande, poseen coeficientes de atenuación de masa notablemente grandes. Pero a energías de 1 a 5 MeV las variaciones ya no son tan grandes.

La Tabla A.2 del apéndice presenta valores para el coeficiente de atenuación másico para algunos materiales. En un material compuesto el coeficiente de atenuación másico se puede calcular a partir de la fórmula

$$\frac{\mu}{\rho} = w_1 \left(\frac{\mu}{\rho} \right)_1 + w_2 \left(\frac{\mu}{\rho} \right)_2 + \dots \quad (2.29)$$

donde W_i es la fracción de peso del elemento o material i en el compuesto, y $(\mu/\rho)_i$ es el coeficiente de atenuación másico del material i .

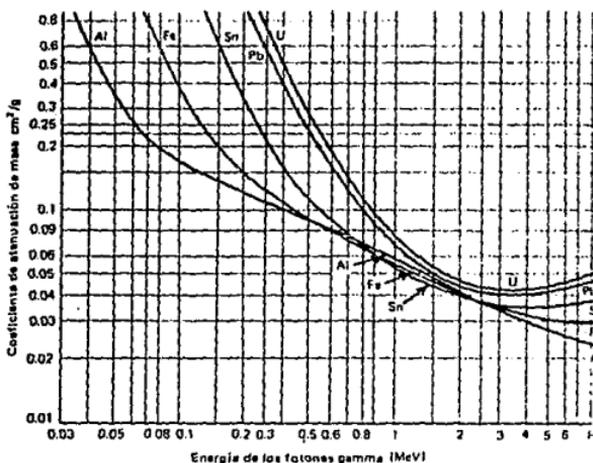


Fig. 2.4 Dependencia de la energía de algunos coeficientes de atenuación másicos

II.2.3 TIPOS DE REACCIONES DE FOTONES GAMMA

Los fotones gamma reaccionan con los electrones orbitales de los átomos. Existen tres clases de interacciones: efecto fotoeléctrico, dispersión de Compton, y producción de pares. En la figura 2.5 se ilustra cada una de ellas.

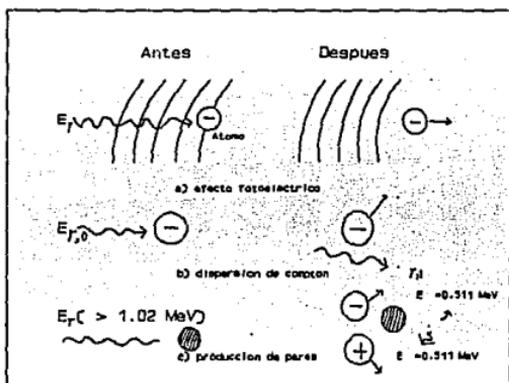


Fig. 2.5 Tipos de interacciones *gamma-electrón*

Efecto fotoeléctrico, la energía total del *rayo- γ* es transferida a un electrón de una capa orbital interna, de donde el electrón utiliza parte de esta energía para liberarse de la energía de enlace del átomo, el resto de la energía aparece como energía cinética del electrón expresada por $T = h\nu - E_B$, donde $h\nu$ es la energía del fotón incidente y E_B la energía de enlace del átomo. Para bajas energías del fotón el electrón es expulsado formando un ángulo de dispersión de 90° , a energías altas el ángulo es aproximadamente cero. La mayor transferencia de energía del fotón al electrón ocurre dentro de la capa orbital más interna del átomo, donde el electrón es expulsado y este vacío es llenado por un electrón de las capas próximas, acompañando durante el proceso la emisión *rayos-X* o un electrón (captura de electrones).

Producción de pares, si el fotón tiene energía suficiente y se halla cerca del núcleo, puede crear un par *negatrón-positrón*, donde la energía del fotón incidente se divide entre las energías de las masas en reposo del electrón y del positrón. La masa en reposo de un electrón, positivo o negativo, es equivalente a 0.51 MeV , por lo tanto para que se pueda crear un par *negatrón-positrón*, el fotón incidente debe tener una energía de por lo menos 1.02 MeV , cualquier cantidad

cantidad de energía por encima de esta, se convierte en energía cinética del par. En el proceso de la producción de pares el positrón rápidamente se modera, y entonces interacciona con un electrón, en un proceso inverso a la producción de pares, para formar dos fotones de 0.511 MeV , a los que se les conoce como radiación de aniquilación.

Dispersión de Compton, es el choque elástico de un fotón gamma con un electrón. En esta reacción la energía del fotón es compartida con el electrón, resultando un rayo- γ de menor energía (longitud de onda mayor), cuya dirección es diferente a la primitiva. El cambio mayor en la longitud de onda del rayo- γ resultante, se produce para una dispersión de 180° (retrodispersión), en cuyo caso la diferencia es de 0.04854 \AA^{**} , que equivale a una energía de 0.2 MeV . El fotón secundario también puede sufrir un proceso compton, y así sucesivamente hasta perder tanta energía como para ser absorbido en un proceso fotoeléctrico.

Cada una de las reacciones anteriores posee su propia sección eficaz. Así como la sección eficaz total para neutrones se definió como la suma de las reacciones individuales, lo mismo se puede hacer para los coeficientes de atenuación lineal o de masa.

$$\mu = \mu_e + \mu_c + \mu_p \quad (2.30)$$

En la figura 2.6 se muestra la división típica del coeficiente de atenuación másico en estas tres componentes. La división depende fuertemente de la energía. El efecto fotoeléctrico constituye la componente dominante para energías de la radiación gamma por debajo de algunas décimas de MeV . La dispersión de compton tiende a predominar en el intervalo de algunos MeV . La producción de pares domina a las otras dos reacciones a energías mayores de algunos MeV .

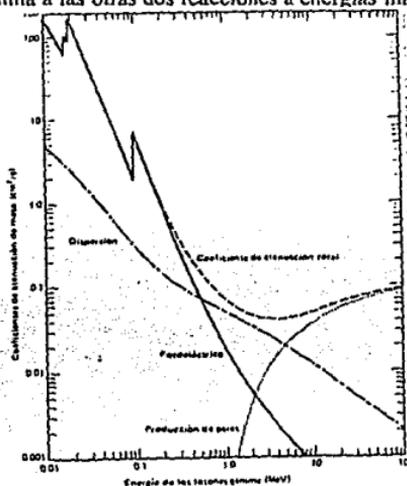


Fig. 2.6 Valores relativos característicos de los componentes del coeficiente de atenuación másico

** Armstrong: Unidad de longitud empleada para medir longitudes de onda cortas $\text{\AA} = 10^{-8} \text{ cm}$.

II.2.4 RADIACION SECUNDARIA

El término *radiación secundaria* es aplicado a la radiación que resulta de las interacciones con la materia de una población de neutrones o fotones gamma, por lo tanto la radiación primaria es la que proviene directamente de la fuente sin haber tenido interacciones. En el caso de la dispersión de Compton y producción de pares, el fotón incidente da lugar a otros fotones de menor energía. Desde el punto de vista de la ingeniería, es de interés estudiar el comportamiento de una población de fotones gamma, muchas veces con el propósito de diseñar blindajes efectivos. La radiación secundaria hace que esta tarea sea mucho más compleja, que si en cada interacción resultara en la absorción o desaparición del fotón sin dar lugar a otros. Afortunadamente el problema se mitiga bastante por el hecho de que los fotones secundarios son siempre de menor energía que los primarios, por lo tanto se deduce que un blindaje que atenué adecuadamente la radiación primaria, también atenuará la radiación secundaria. Sin embargo la dispersión de Compton constituye una desafortunada excepción, ya que el fotón secundario puede tener una fracción muy alta de la energía del fotón incidente.

II.2.5 COEFICIENTE DE ABSORCION DE ENERGIA

La rapidez de interacción con fotones gamma es dada por $\mu\phi$ interacciones/cm².seg., para este caso se visualiza al flujo ϕ como la rapidez con que inciden los fotones en todas direcciones sobre una esfera de un tamaño indefinidamente pequeño. En la forma como se usa la intensidad del haz I , implica colimación en una sola dirección es decir un vector. De esta forma se puede visualizar al flujo ϕ como un escalar que resulta de integrar en todas direcciones a I . En el caso de un haz colimado $\phi=I$.

Si toda la energía del fotón que reacciona se depositara en el sitio de la interacción, la rapidez de liberación de energía térmica sería

$$q_{\max} = \mu\phi E_{\gamma,0} \text{ MeV/cm}^3 \cdot \text{seg} \quad (2.31)$$

Sin embargo ya se ha visto que en la dispersión de Compton una porción considerable de esta energía se la lleva el fotón secundario. Por esta razón la ecuación 2.31 proporciona una cota superior a la rapidez de liberación de energía, el coeficiente de atenuación es un coeficiente de absorción de energía, muchas veces llamado simplemente coeficiente de absorción.

$$q = \mu_E \phi E_{\gamma,0} \text{ MeV/cm}^3 \cdot \text{seg} \quad (2.32)$$

Los valores para el coeficiente de absorción de energía son presentados en términos del coeficiente de absorción de energía másico μ_E/ρ Tabla A.3 del apéndice.

REFERENCIAS

1.- Lamarsh, J. R., "Introduction to Nuclear Engineering," Addison-Wesley New York 1977. P.P 42-87

- 2.- Connolly, T. J., "Fundamentos de Ingeniería Nuclear," Limusa México 1983. P.P 107-162.
- 3.- Evans, R. D., "The Atomic Nucleus," McGraw-Hill E.E.U.U 1972. P.P 695-701.
- 4.- "Manual de Protección Radiológica," ININ México 1983. Cap. 2

CAPITULO III

EFFECTOS BIOLÓGICOS Y DOSIMETRÍA

El hombre ha estado siempre expuesto a las fuentes naturales de radiación. Las radiaciones naturales que existen en el ambiente reciben el nombre de radiación natural de fondo, este tipo de radiación está compuesta por radiación cósmica y radiación de gammas terrestres. El descubrimiento de los rayos-X y posteriormente la radiactividad natural y artificial, con su incorporación en algunas actividades humanas tales como: usos médicos, aplicaciones industriales, armamento, letreros luminosos, entre otros, han supuesto el aumento del fondo natural radiactivo al que el hombre está sometido durante su vida. En el campo de los efectos de la radiación la principal preocupación está dirigida hacia el ser humano.

En este capítulo se analizarán brevemente los efectos de la radiación en los seres vivos, se presentarán a manera de información las unidades utilizadas en la dosimetría de la radiación, además se mencionarán los daños que ciertas dosis producen en el hombre.

III.1 EFECTOS DE LA RADIACION SOBRE LA CELULA

Todos los organismos vivos están compuestos de pequeñas estructuras conocidas como células, sus componentes principales son: membrana, citoplasma y núcleo. La membrana es semipermeable y separa la célula del medio externo, encierra una suspensión acuosa (el citoplasma), en la cual se encuentra el núcleo. Todas las células del cuerpo contienen moléculas similares, las más importantes son las siguientes: *moléculas de DNA*, estas moléculas tiene la capacidad de duplicarse, y juegan un papel muy importante en la división celular; *moléculas de RNA*, actúan de mensajeros del DNA en la síntesis de proteínas necesarias para la vida de la célula; *moléculas de proteínas*, forman la estructura básica de la célula, también realizan funciones específicas de la célula tales como, producción de energía química, digestión celular, secreción de hormonas; *moléculas de agua*, constituyen un 80% de las moléculas de la célula, proveen el medio fluido llamado citoplasma, en el cual las moléculas más complejas se mueven y realizan sus funciones. A parte de estas moléculas, las células contienen una gran variedad de sustancias utilizadas como fuentes de energía, como elementos imprescindibles en la producción de proteínas.

Los cromosomas son pequeñas estructuras ligadas, y son los portadores de genes que determinan las características de las células. Los genes están constituidos de moléculas DNA. Las moléculas de DNA juegan un papel clave en las células, tanto en la división de la célula, como en el control del RNA y la síntesis de las proteínas. Así pues, el efecto de la radiación sobre la célula será mayor cuando se encuentren moléculas DNA involucradas.

Los efectos de la radiación sobre las moléculas del DNA pueden producir cambios por dos caminos distintos; *a) efectos directos*, en este caso se puede romper la molécula o cambiar la estructura química de la misma, *b) efectos indirectos*, la ionización de moléculas de agua dentro de la célula produce agentes químicos muy activos (radicales libres), los cuales pueden atacar a otras moléculas en su vecindad, posiblemente una molécula de DNA, lo cual le produce una alteración química. La alteración química del DNA puede causar lo siguiente: síntesis de

una versión alterada de RNA, lo cual puede producir proteínas defectuosas o no producir; la incapacidad del DNA para duplicarse, causando la detención del proceso de reproducción celular.

Como resultado de la alteración del DNA, las células dejan de producir proteínas propias, además se producen células hijas grandes que mueren más rápidamente y, que en ocasiones mueren sin haber podido reproducirse.

III.2 CAMINOS DE EXPOSICION A LA RADIACION

En general hay dos caminos de exposición del hombre a la radiación, estos son:

Dosis de radiación interna, para este caso se hace referencia a la radiación que proviene de radioisótopos que por ingestión, inhalación, introducción a través de la piel o heridas y deposición en la misma, se encuentran irradiando dentro del cuerpo a los tejidos circundantes.

Dosis de radiación externa, la fuente de radiación se encuentra en el medio o fuera del cuerpo de una persona. Este tipo de fuentes son por ejemplo; reactores nucleares, máquinas de rayos-X, fuentes de laboratorio, radioisótopos, rayos cósmicos, etc. La radiación externa puede ser controlada utilizando los tres principios básicos: *tiempo, distancia y blindaje*. Durante el tiempo de exposición, la dosis acumulada por una persona trabajando en una área que tiene una determinada razón de dosis, es directamente proporcional a la cantidad de tiempo de permanencia, $Dosis = razón\ de\ dosis * tiempo$, la dosis puede ser controlada limitando el tiempo de permanencia.

Los aspectos de blindaje y distancia, son el asunto medular de esta tesis y serán ampliamente tratados en los Capítulos IV y V.

III.3 UNIDADES DE RADIACION RECIBIDA

Tenemos que considerar ahora que pasa en el caso en donde la energía de la radiación se deposita en células de seres vivos, especialmente sobre el tejido humano. Es necesario tener en cuenta tanto la dosis recibida (energía total absorbida), como la razón de dosis (velocidad de absorción de esa energía). Es fácil definir la razón de dosis, su cálculo aproximado con la precisión suficiente para fines de protección no tiene dificultades, pero su cálculo exacto puede ser realmente difícil.

Con el fin de cuantificar los efectos de la radiación, debe medirse la cantidad de ésta que una persona o un órgano recibe, para esto se requieren cantidades y unidades bien definidas.

III.3.1 EL ROETGEN (R), UNIDAD DE EXPOSICION

La exposición se refiere exclusivamente a rayos- γ o rayos-X. El *Roetgen* es definido en términos de la carga eléctrica resultante, debido a la formación de pares de iones que forma la radiación gamma o X, en una masa específica de aire. Un *Roetgen* equivale a una carga de $2.58 * 10^4$ coulombs/kg-aire. Teniendo en cuenta que la carga de un ion es $1.602 * 10^{19}$ coulombs, se puede calcular el número de *pares de iones* generados por *Roetgen*, esto corresponde a

$$\frac{2.58 \times 10^{-4}}{1.602 \times 10^{-19}} = 1.61 \times 10^{15} \frac{\text{Pares-de-ion}}{\text{Kg-aire}}$$

El promedio de la energía que se requiere para la producción de un par de iones en aire, es de 5.4×10^{18} joules (J), por lo tanto la energía absorbida en aire para un Roetgen es dada por $1.61E+15 * 5.4E-18 = 0.00869$ J/kg-aire. La exposición es importante en la calibración de los instrumentos, ya que la carga eléctrica es una cantidad que los instrumentos pueden medir con facilidad.

El Roetgen como unidad de medida de la radiación es inadecuada, ya que esta sólo es aplicable a rayos-X y rayos- γ , además de que la exposición se refiere exclusivamente en aire. Con el propósito de resolver las limitantes presentadas por la unidad de exposición, se introdujo el concepto de dosis absorbida.

III.3.2 EL RAD, UNIDAD DE DOSIS ABSORBIDA

Una cantidad que relaciona más directamente los efectos de la radiación en cualquier material, es la energía absorbida por el material. El Rad se define como la cantidad de radiación de cualquier fuente que entrega 100 ergios a un gramo de un medio dado. La unidad de dosis absorbida es el Rad, y es igual a una deposición de energía de 0.01 J/kg. Dado que un Roetgen corresponde a una deposición de energía de 0.00869 J/kg en aire y de 0.0096 J/kg en tejido humano, su equivalencia en dosis absorbida es $(0.00869/0.01) = 0.869$ Rad en aire, y $(0.0096/0.01) = 0.96$ Rad en tejido. En ocasiones es conveniente utilizar algún submúltiplo del rad, frecuentemente es el milirad o mrad.

A pesar de que la dosis absorbida se relaciona claramente con la energía depositada por la radiación, no se correlaciona con el daño biológico producido por todos los tipos de radiación.

En el Sistema Internacional de unidades (SI), la unidad de dosis absorbida es el Gray que equivale a una energía depositada de 1 J/kg.

III.3.3 EL REM, UNIDAD DE DOSIS EQUIVALENTE

Para una dosis absorbida dada, el daño es mayor, cuando la energía de la radiación se deposita en una distancia lineal más corta, es decir cuando la radiación produce más pares de iones por unidad de recorrido, por ejemplo, las partículas pesadas, alfas y protones, tienen un efecto mayor que los electrones. Para tener en cuenta lo anterior, se tiene que utilizar un factor por el cuál debe multiplicarse la dosis absorbida, para describir el daño biológico causado, este factor es conocido como factor de calidad QF (por sus siglas en inglés). La dosis equivalente D, está relacionada con la dosis absorbida por medio de la expresión

$$D = QFD_{abs}$$

el Rem es la unidad de dosis equivalente. En la Tabla 3.1 se presentan factores de calidad para algunas formas comunes de radiación.

Tabla 3.1 Factores de calidad para tipos comunes de radiación

| RADIACIÓN | QF |
|----------------------|------|
| Rayos- γ | 1 |
| Rayos-X | 1 |
| Electrones | 1 |
| Positrones | 1 |
| Partículas- α | 10 |
| Protones | 10 |
| Núcleos de Retroceso | 20 |
| Neutrones | 2-10 |

Para cuantificar la dosis equivalente en rems, basta con multiplicar el factor de calidad *QF* por la dosis absorbida D_{abs} en rads. La unidad de dosis equivalente en el *SI* es el *Sievert (Sv)*, y en este caso se calcula multiplicando la dosis absorbida en *Grays* por el *QF* correspondiente. Cabe hacer la aclaración de que en la mayor parte de la bibliografía aún se utilizan las antiguas unidades *Rad* y *Rem*. Por esta razón aquí se describen ambas unidades y se presenta la Tabla 3.2 con sus equivalencias.

Tabla 3.2 Equivalencias

| UNIDAD | EQUIVALENCIA |
|------------|--------------|
| 1 Gy | 100 rad |
| 1 mGy | 100 mrad |
| 1 μ Gy | 0.1 mrad |
| 1 Sv | 100 rem |
| 1 mSv | 100 mrem |
| 1 μ Sv | 0.1 mrem |

III.4 DOSIMETRIA DE LA RADIACION

El hombre no puede percibir con sus sentidos la radiación emitida por los materiales radiactivos, se puede encontrar en zonas de alta radiación sin sentir ningún efecto instantáneo. Por esta razón, el hombre apoyado en los efectos que produce la radiación al interactuar con la materia, ha desarrollado instrumentos que permiten detectar la radiación. Con el fin de cuantificar la radiación, existen numerosos experimentos y cálculos muy laboriosos. Un método

experimental consiste en la elaboración de modelos de personas "maniquí" y colocar detectores de radiación dentro de estos para obtener una estimación de la dosis que recibe un determinado órgano. Los detectores usados en la estimación de dosis se conocen comúnmente como dosímetros, estos dan una lectura de la dosis integrada a lo largo del tiempo que han estado expuestos en un campo de radiación. Para medir la radiación en un problema de cálculo de blindajes, es necesario utilizar modelos matemáticos, en donde la complejidad del problema aumenta con la geometría de la fuente y del blindaje, espesor y material del mismo, así como de la distancia al punto de observación.

III.4.1 EFECTOS DE LA RADIACION EN EL HOMBRE

El tipo de efecto de la radiación en los seres vivos, depende de la razón de dosis y del tiempo de exposición, usualmente estos se clasifican como: *efectos de exposición a dosis bajas y efectos agudos o exposiciones a dosis altas.*

Dosis bajas. Para el intervalo correspondiente a dosis bajas, los daños causados por la radiación pueden ser divididos en dos clases: a) efectos somáticos y b) efectos hereditarios. En este contexto, la palabra somático es utilizada para describir la clase de efectos que se manifiestan en las personas que reciben la radiación. Salvo pocas excepciones, los efectos somáticos sólo se manifiestan después de un intervalo de años o décadas siguientes a la irradiación, y son indistinguibles de las lesiones que ocurren de modo natural en poblaciones no irradiadas, por lo tanto su relación con la radiación es detectable únicamente desde el punto de vista estadístico. La otra clase de efectos son los hereditarios, y se manifiestan en los descendientes de las personas que han recibido radiación. Como anteriormente se ha mencionado, los genes son moléculas muy grandes que transmiten las características hereditarias, y estos pueden ser alterados (mutados) por calor, radiación ionizante y ciertas sustancias químicas. Cualquier tipo de efecto genético o somático por dosis bajas, ocurren después de tiempos considerables en que se recibió la radiación. El efecto somático que provoca una preocupación exclusiva en el caso de exposiciones a dosis bajas, es la inducción a cáncer.

Dentro de dosis de radiación baja, también se encuentran las causadas por radiación natural, principalmente, rayos cósmicos, gammas terrestres y radiactividad en el cuerpo. Valores típicos de radiación corporal de fuentes naturales, son presentados en la Tabla 3.3

Tabla 3.3

| FUENTE | RITMO DE DOSIFICACION CORPORAL (mrem/año) |
|----------------------------|---|
| Rayos Cósmicos | 45 |
| Gammas Terrestres | 60 |
| Radiactividad en el cuerpo | 25 --- 130 |

Para valores de radiación corporal existen variaciones considerables en diferentes partes del mundo, probablemente hasta ± 50 *mrem/año* de esta radiación natural. La radiación cósmica llega a la tierra desde el espacio interestelar y del sol, está compuesta de un rango amplio de radiación penetrante, la que sufre diferentes tipos de reacciones con los elementos que se encuentran en la atmósfera. La atmósfera actúa como un blindaje reduciendo considerablemente la cantidad de radiación cósmica que llega a la superficie de la tierra.

La radiación por gammas terrestres proviene de las rocas y el suelo de la tierra, que contienen pequeñas cantidades de elementos radiactivos como uranio y torio. La concentración de estos elementos varía considerablemente dependiendo del tipo de formación de la roca.

La radiactividad en el cuerpo proviene de pequeñas cantidades de isótopos radiactivos, *carbón-14* y *potasio-40* principalmente. El *carbón-14* se origina en la atmósfera, su contribución sobre el tejido suave es de *1 mrem/año*. El *potasio-40* ocurre naturalmente y contribuye con una dosis de aproximadamente *20 mrem/año*. Una parte significativa de la radiactividad en el cuerpo llega de los gases producto del decaimiento de uranio y torio, estos gases difusos de las rocas y el suelo, están concentrados en gran medida en la atmósfera. La respiración de estos gases por el hombre, animales, y plantas, tiene como resultado que los productos alimenticios contengan una cierta cantidad de radiactividad natural.

Dosis altas. Estos efectos son particularmente importantes cuando se recibe una dosis muy alta de radiación durante un período de tiempo muy pequeño, los efectos pueden apreciarse a las pocas horas o días de producirse la irradiación. Esta irradiación provoca la lesión de las células radiosensibles de muchos órganos simultáneamente, lo que ocasiona una combinación de efectos o síntomas clásicos que constituyen el denominado síndrome de irradiación aguda. En una dosis comprendida dentro del intervalo letal, 450 ± 1000 *rem*, la supervivencia del sujeto puede depender fuertemente de la calidad y oportunidad de las medidas terapéuticas que se tomen. Los valores que se citan en la Tabla 3.4 se han obtenido de experiencias desafortunadas o estudios en animales, obviamente no se tienen oportunidades muy numerosas en la recopilación de datos de efectos en humanos.

Tabla 3.4 Valores típicos para dosis corporales correspondientes a síntomas agudos

| DOSIS | EFFECTOS CLINICOS |
|---------------------------|---|
| 5-25 <i>rem</i> | Umbral para la detección de los efectos. |
| 25-100 <i>rem</i> | Cambios temporales detectables en la sangre. |
| 100-200 <i>rem</i> | Nauseas, fatiga, cambios sanguíneos. Se espera que el 100% de las personas se recuperen de estos síntomas. |
| 450 \pm 1000 <i>rem</i> | DL-50-30 Amplio espectro de síntomas. Se espera que el 50% de las personas que reciban dicha dosis sucumban en 30 días. DL Dosis Letal |

III.4.2 ESTANDARES DE PROTECCION RADIOLOGICA

La Comisión Internacional de Protección Radiológica (ICRP), fundada en 1928, ha desempeñado la función de evaluar los riesgos debidos a la radiación y recomendar las exposiciones máximas a la misma. A nivel nacional existe la Comisión Nacional de Seguridad Nuclear y Salvaguardas (CNSNS), que tiene una función similar a la ICRP.

En los Estados Unidos, el Consejo Nacional de Protección y Medidas de la Radiación (NCRP), es responsable de que las guías generales se conviertan en estándares cuantitativos y operantes. Estos estándares se publican en el Código de Reglamentos Federales (CFR). Algunos de los estándares se presentan en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5 Estándares para límite de dosis

| Tipo de exposición | Dosis máxima permisible |
|--|--|
| <i>Exposición ocupacional</i> | |
| Cuerpo entero: | |
| Límite anual esperado | 5 rems, en solo un año |
| Acumulación a largo plazo en N años de edad | 5(N-18) rems |
| Piel | 15 rems, en solo un año |
| Manos | 75 rems, en solo un año |
| Antebrazos | 30 rems, en solo un año |
| Otros órganos | 15 rems, en solo un año |
| Mujer fértil | 0.5 rem durante el período de gestación |
| <i>Exposición ocasional</i> | |
| Individuo en el público | 0.5 rem, en solo un año |
| Estudiantes | 0.1 rem, en solo un año |
| <i>Población en general</i> | 0.170 rem, promedio por año |

Para tener una perspectiva correcta de los estándares dados en la tabla 3.5, es necesario entender el criterio en que se establecen y se aplican, el cual se ha expresado en un documento de la FRC: "No debe haber exposiciones a la radiación hecha por el hombre, sin la expectativa de un beneficio resultante de tal exposición... Es básico que las exposiciones a la radiación resulten de una determinación real de su necesidad... debe realizarse cualquier esfuerzo por fomentar el mantenimiento de dosis de radiación por debajo de esta guía como sea práctico".

La filosofía antes mencionada se conoce en la industria como el principio de "tan baja como sea práctico". (Muchas veces simplemente se le llama por sus siglas en inglés "ALARA"). El principio se vuelve más concreto en casos específicos. Por ejemplo, los reglamentos que gobiernan los reactores nucleares de potencia, el nivel de la dosis en los límites de la planta no deben exceder a 5 mrem/año, un factor de 100 por debajo del máximo permisible.

III.4.3 CALCULO DE EXPOSICION Y DOSIS

Para cuantificar la radiación es necesario hacer el cálculo de la exposición o la dosis absorbida, estos cálculos son diferentes para rayos- γ , neutrones y partículas cargadas.

EXPOSICION EXTERNA A RAYOS- γ

En el cálculo de la tasa de exposición, partiremos de la unidad utilizada para la exposición a rayos- γ . Como se recordara un *Roentgen* corresponde a la liberación de $2.58 \cdot 10^4$ *Coulombs/kg-aire*, que equivale a una deposición de energía igual a $5.47 \cdot 10^7$ *MeV/g*. En el cálculo de la exposición, se utiliza la relación directa de rapidez de liberación de energía, dada por $IE(\mu_E/\rho)^{aire}$, donde I es la intensidad de los fotones gamma, E es la energía, y $(\mu_E/\rho)^{aire}$ es el coeficiente de absorción de energía, donde el material de absorción es el aire. La tasa de exposición es dada por

$$X = \frac{IE(\mu_E/\rho)^{aire}}{5.47 \cdot 10^7}$$

$$X = 1.83 \cdot 10^{-8} IE(\mu_E/\rho)^{aire} \cdot R/seg \quad (3.1)$$

la intensidad I es expresada en *photons/cm²-seg*, E en *MeV*, y el coeficiente de absorción en *cm²/g*. En problemas prácticos es más apropiado expresar X en *mR/h*, entonces $1R/seg = 3.6 \cdot 10^4$ *mR/h*, por lo tanto la ecuación 3.1 se expresa como

$$X = 0.0659 IE(\mu_E/\rho)^{aire} mR/h \quad (3.2)$$

es evidente que la tasa de exposición depende de la intensidad del haz y de su energía. La ecuación 3.2 se aplica sólo a un haz monoenergético, si los fotones tienen una distribución de energías, es necesario integrar la ecuación 3.2 sobre el espectro, si este es continuo. En el caso discreto la tasa de exposición está dada por

$$X = 0.0659 \sum I_i E_i (\mu_E/\rho)^{aire} \cdot mR/h \quad (3.3)$$

Para obtener la exposición total en un período de tiempo T , se tiene que integrar la intensidad con respecto al tiempo, si la unidad de tiempo en la intensidad del haz es en segundos entonces la ecuación 3.1 se utiliza de la siguiente manera

$$X = \int_0^T X dt = 1.83 \cdot 10^{-8} E(\mu_E/\rho)^{aire} \int_0^T I(t) dt$$

$$X = 1.83 \cdot 10^{-8} \Phi E(\mu_E/\rho)^{aire} R$$

de donde

$$\phi = \int_0^T I(t) dt$$

El cálculo de la dosis absorbida es similar al cálculo de la tasa de exposición. La dosis absorbida es medida en *rads*, donde 1 *rad* es igual a la absorción de 100 *erg* de energía por cada gramo de tejido. Un *rad* corresponde a una deposición de energía igual a $6.25 \cdot 10^7$ *MeV/g*, por lo tanto la dosis absorbida está dada por

$$D_{abs} = \frac{IE(\mu_E/\rho)_{tejido}}{6.25 \cdot 10^7} = 1.60 \cdot 10^{-8} IE(\mu_E/\rho)_{tejido} \text{ rad/seg} \quad (3.4)$$

$$D_{abs} = 0.0576 IE(\mu_E/\rho)_{tejido} \text{ mrad/h} \quad (3.5)$$

las ecuaciones 3.2 y 3.5 resuelven para el caso de un haz monodireccional de intensidad *I*. En el caso de emisión en todas direcciones basta con remplazar la intensidad *I* por el el flujo ϕ de rayos- γ .

La relación entre la tasa de dosis absorbida y la tasa de exposición se obtiene dividiendo la ecuación 3.1 y 3.4

$$D_{abs} = 0.874 \frac{(\mu_E/\rho)_{tejido}}{(\mu_E/\rho)_{aire}} X \quad (3.6)$$

En base a detallados estudios se ha logrado obtener factores de conversión que nos permiten estimar las dosis (mrem/h), en función de la intensidad del campo gamma y de la energía de los fotones.

EXPOSICION EXTERNA A NEUTRONES

El cálculo para determinar la exposición a neutrones es más complejo que para rayos- γ , ya que las interacciones que tienen estos con los componentes del tejido humano son considerablemente más complicadas que las de los fotones gamma. En la estimación de exposición a neutrones son utilizados códigos con métodos muy avanzados, los cuales emplean una base matemática fuerte. Algunos de los métodos más utilizados en el transporte de neutrones son, por ejemplo: *el Método de Monte Carlo*, el cual realiza una simulación del recorrido de los neutrones hasta que son absorbidos; *el método de las ordenadas discretas*, utilizado por el código *ANISN*, el cual considera un número finito de direcciones en el transporte de neutrones. Este tipo de códigos trabajan con diferentes grupos de energía. El análisis de este tipo de códigos es complejo, además de que su utilización requiere de una detallada y minuciosa preparación de datos de entrada. Por todo lo anterior y considerando además la complejidad del tema, delimitaremos este trabajo de tesis exclusivamente al cálculo de blindaje en fuentes de radiación

gamma. Es conveniente indicar, que una vez que se determina el flujo de neutrones, se tienen factores de conversión que nos permiten estimar la dosis en función del flujo de neutrones y de la energía de los mismos.

REFERENCIAS

- 1.- Martin, A., & Harbison, S.A, "An Introduction to Radiation Protection," Chapman and Hall London 1979. P.P 25-34, 37-48, 51-57.**
- 2.- Connolly, T.J., "Fundamentos de Ingeniería Nuclear," Limusa México 1983. P.P 169-198**
- 3.- "Manual de Protección Radiológica," ININ México 1983. Cap. 7**
- 4.- Lamarsh, J.R, "Introduction to Nuclear Engineering," Addison-Wesley New York 1977. P.P 367-395**

CAPITULO IV

PARAMETROS DE BLINDAJE

Con el objetivo de reducir la exposición a la radiación a valores permisibles, existen tres principios básicos: el primero, mantener un control a la exposición en las áreas de irradiación mediante la reducción del tiempo de permanencia cerca de la fuente; segundo, aumentar la distancia entre fuente y receptor; tercero y más complejo, interponer un material que actúe como blindaje entre la fuente y el receptor.

En este capítulo se analizará el flujo de partículas proveniente de algunas fuentes, considerando la geometría fuente-receptor, intensidad de la fuente y energía de las partículas. Posteriormente se analizan los principios del cálculo de blindaje en este tipo de geometrías. En la parte final se resumen algunas propiedades de los materiales que son utilizados en el diseño de blindajes.

IV.1 CLASIFICACION DE LAS FUENTES SEGUN SU GEOMETRIA

IV.1.1 FUENTE PUNTUAL

Cuando una fuente tiene dimensiones despreciables, en comparación con la distancia a la cual se determina la tasa de exposición (X), se puede considerar que la emisión de partículas proviene desde un punto, lo que significa que dicha fuente puede considerarse como puntual.

Considere una fuente puntual emitiendo isotrópicamente S_p partículas/seg (es decir la probabilidad de emisión en cualquier dirección es la misma). El cálculo del flujo (partículas/cm²-seg) a una distancia r de la fuente, es obtenido conociendo el número de partículas que pasan a través de una esfera imaginaria de radio r , donde el centro de la misma es la fuente. Ver figura 4.1,

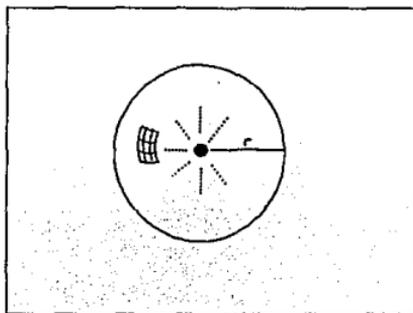


Fig. 4.1 Fuente puntual

En el cálculo del flujo a una distancia r se ha observado que si no hay atenuación, el número total de rayos- γ que pasan a través de la esfera es una constante independiente de r . Esta constante se calcula a partir de $4\pi r^2 I(r) = k$, donde $I(r)$ es la intensidad a la distancia r , y k es la intensidad con que emite la fuente. De esta manera tenemos que

$$4\pi r^2 I(r) = S_p$$

$$I(r) = \phi(r) = \frac{S_p}{4\pi r^2} \quad (4.1)$$

La ecuación 4.1 expresa el flujo de partículas a una distancia r , de una fuente puntual de intensidad S_p , suponiendo que ninguna fue dispersada o absorbida.

La idealización de una fuente puntual es muy importante, ya que en el estudio de los diversos tipos de fuente, aún cuando estas se encuentren distribuidas sobre un espacio considerable, el análisis consiste básicamente en tratarla como una serie de fuentes puntuales, y sumar o integrar sus contribuciones para obtener el flujo total en un punto de exposición dado.

IV.1.2 FUENTE LINEAL

Una fuente es considerada como lineal, cuando su ancho es despreciable comparado con la distancia al punto de exposición, en este caso se puede considerar que la emisión de partículas proviene de una línea, de longitud igual a la de la fuente. Considere una fuente lineal de longitud L , emitiendo a una intensidad S_L (partículas/cm-seg) isotrópicamente, ver figura 4.2.

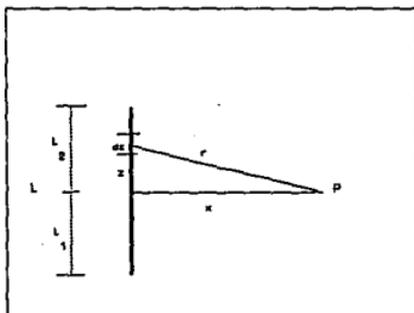


Fig. 4.2 Diagrama para el cálculo del flujo en una fuente lineal

El flujo de partículas en el punto P debido a la emisión desde el elemento de longitud dz , se calcula considerando que dz es igual a una fuente puntual. Por lo tanto el cálculo del flujo de una fuente lineal se realiza a partir de una serie de fuentes puntuales, tomando en cuenta lo anterior tenemos

$$d\phi(P) = \frac{S_L dz}{4\pi r^2} \quad (4.2)$$

$$\phi(P) = \frac{S_L}{4\pi} \int_{-L_1}^{L_2} \frac{dz}{r^2} \quad (4.3)$$

de la figura 4.2 se deduce que $r^2 = x^2 + z^2$, y sustituyendo r en 4.3 tenemos

$$\phi(P) = \frac{S_L}{4\pi} \int_{-L_1}^{L_2} \frac{dz}{x^2 + z^2}$$

$$\phi(P) = \frac{S_L}{4x\pi} \left[\tan^{-1} \left(\frac{z}{x} \right) \right]_{-L_1}^{L_2}$$

$$\phi(P) = \frac{S_L}{4x\pi} \left[\tan^{-1} \left(\frac{L_2}{x} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{L_1}{x} \right) \right] \quad (4.4)$$

la ecuación 4.4 es utilizada generalmente para estimar la exposición a *rayos- γ* en una barra de elemento combustible, después de haber sido retirada del núcleo del reactor.

En el caso de que la distancia x sea despreciable en comparación con la longitud de la fuente, esta puede considerarse como infinita. El cálculo del flujo para una fuente de este tipo, se realiza sustituyendo los límites $-\infty$ y ∞ en $-L_1$ y L_2 respectivamente en la ecuación 4.3, por lo tanto

$$\phi(P) = \frac{S_L}{4x\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right]$$

$$\phi(P) = \frac{S_L}{4x} \quad (4.5)$$

En este caso el flujo de partículas es independiente de la distancia de la fuente al punto de exposición, siempre y cuando dicha distancia sea tal que la fuente se considere infinita.

IV.1.3 FUENTE TIPO ANILLO

Considere una fuente de geometría semejante a un anillo de radio R y longitud o perímetro $L=2\pi R$, ver figura 4.3. El flujo de partículas en el punto P , debido a la emisión

isotrópica desde el elemento dL de intensidad S_L (*partículas/cm-seg*), se calcula considerando la longitud dL muy pequeña, de tal forma que dicho elemento sea equivalente a una fuente puntual, por lo tanto la contribución del anillo sobre P es calculada en base a una serie de fuentes puntuales.

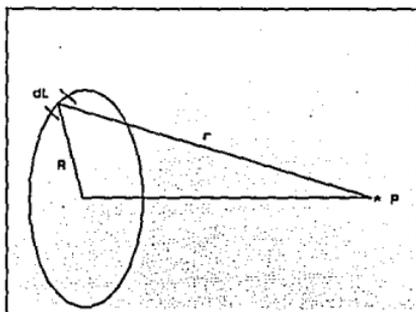


Fig. 4.3 Fuente en forma de anillo.

$$d\phi(P) = \frac{S_L dL}{4\pi r^2} \quad (4.6)$$

$$\phi(P) = \frac{S_L}{4\pi r^2} \int dL = \frac{S_L L}{4\pi r^2} = \frac{S_L (2\pi R)}{4\pi r^2}$$

$$\phi(P) = \frac{S_L R}{2r^2} \quad (4.7)$$

IV.1.4 FUENTE TIPO DISCO

Considere un disco plano de radio R , ver figura 4.4, emitiendo a una intensidad S_a (*partículas/cm²-seg*). La región anular localizada entre z ; $z+dz$ emite $2\pi S_a z \cdot dz$. Si consideramos incrementos dz muy pequeños, la región anular puede ser aproximada por una fuente tipo anillo, por lo tanto el flujo en P estará dado por las contribuciones de las regiones tomadas como anillos e integrando desde 0 hasta el valor de R .

$$d\phi(P) = \frac{2\pi S_a z \cdot dz}{4\pi r^2} = \frac{S_a z \cdot dz}{2r^2}$$

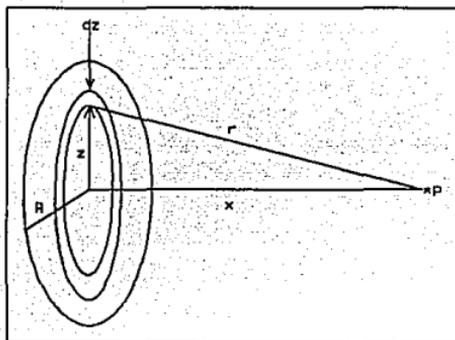


Fig. 4.4 Diagrama para el cálculo del flujo de una fuente tipo disco

$$\phi(P) = \frac{S_a}{2} \int_0^R \frac{z \cdot dz}{r^2}$$

sustituyendo $r^2 = x^2 + z^2$

$$\phi(P) = \frac{S_a}{2} \int_0^R \frac{z \cdot dz}{x^2 + z^2}$$

$$\phi(P) = \frac{S_a}{4} [Ln(x^2 + z^2)]_0^R$$

$$\phi(P) = \frac{S_a}{4} [Ln(x^2 + R^2) - Ln(x^2)]$$

$$\phi(P) = \frac{S_a}{4} Ln\left(1 + \frac{R^2}{x^2}\right) \quad (4.8)$$

IV.1.5 FUENTE PLANA RECTANGULAR

En una fuente de superficie rectangular, que emite isotrópicamente y con la misma intensidad desde cualquier punto de la misma, el flujo sobre un punto P_1 , localizado a una distancia a con respecto a uno de los vértices de la fuente, estará dado por la integración sobre las dimensiones de la fuente, mediante una serie infinita de fuentes rectangulares de dimensiones dx y dy (aproximadas por fuentes puntuales). Ver figura 4.5.

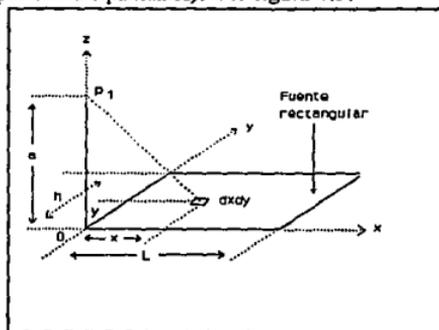


Fig. 4.5 Diagrama para el cálculo del flujo en una fuente plana rectangular

$$\phi = \frac{S_a}{4\pi} \int_0^h dy \int_0^L \frac{dx}{x^2 + y^2 + a^2}$$

Introduciendo $\alpha = y/L$, $d\alpha = dy/L$

$$\phi = \frac{S_a}{4\pi} \int_0^n L \cdot d\alpha \int_0^L \frac{dx}{x^2 + (L\alpha)^2 + a^2}$$

$$\phi = \frac{S_a}{4\pi} \int_0^n \frac{m}{\sqrt{1+m^2\alpha^2}} \arctan\left(\frac{m}{\sqrt{1+m^2\alpha^2}}\right) d\alpha \quad (4.9)$$

$$\phi = \frac{S_a}{4\pi} \Phi(m, n)$$

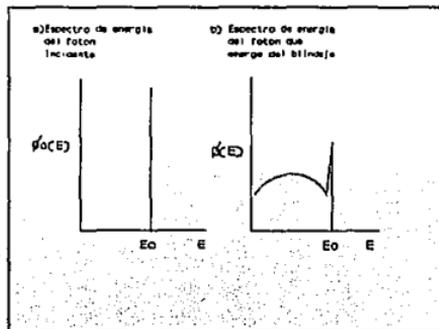
donde $n = h/L$ y $m = L/a$. Valores para la función Φ se pueden obtener integrando numéricamente la ecuación 4.9, mediante esta podemos calcular el flujo en P_1 para fuentes de cualquier dimensión $h-L$. En caso de que el punto de exposición no se ubique en uno de los vértices, el flujo total se calcula dividiendo la fuente por perpendiculares que pasen por el punto, de esta manera se obtienen cuatro fuentes rectangulares con el punto en un vértice de las mismas, el

flujo debido a cada una de estas fuentes, se calcula en la forma arriba descrita y el flujo total es la suma de estos. Es común representar la integral de la ecuación 4.9 como $\Phi(m,n)$ y en la literatura se encuentran tabulados algunos valores de la función. En la Tabla A.9 del apéndice se tienen algunos valores de la función obtenidos mediante la regla de integración numérica de Simpson.

IV.2 PRINCIPIOS DE BLINDAJE

IV.2.1 FACTOR DE ACUMULACION (BUILDUP FACTOR)

Las formulas y desarrollos que se han presentado, son aplicables a el caso en que se desea calcular el flujo de partículas, cuando no se interpone entre el punto de exposición y la fuente un blindaje, es decir se calcula el flujo que proviene directamente de la fuente, flujo no-colisionado. En el caso en que se tenga presente algún blindaje hay que tener en cuenta los tipos de interacciones posibles de las partículas, la probabilidad de que ocurran y la energía (o desaparición) que pierden en cada interacción. Por ejemplo la radiación gamma, en reacciones tales como la dispersión de Compton y producción de pares, el fotón incidente da lugar a otros fotones de menor energía, y estos a su vez pueden tener una o más interacciones, razón por la cual, para tener en cuenta estos fotones secundarios, el cálculo del flujo se hace más complejo. Para visualizar lo anterior se utiliza la gráfica 4.1. En 4.1a se supone un haz monoenergético de fotones de energía E_0 (la altura del pico nos representa la intensidad del haz), que incide sobre un blindaje, en 4.1b se tiene la energía de los fotones después de emerger del blindaje, observe que la intensidad del haz en E_0 se ha reducido, y por debajo de esta energía se tiene un espectro continuo, esto es debido a que algunos de los fotones incidentes tuvieron una o más colisiones en el blindaje, por lo tanto la energía de estos fotones depende del número y tipo de colisiones, la intensidad en E_0 se calcula mediante la ley exponencial $e^{-\mu t}$, donde μ es el coeficiente de atenuación lineal del blindaje y t su espesor, pero la intensidad en el continuo es sumamente difícil de evaluar y en la práctica lo que se hace es tomarla en cuenta mediante el *factor de acumulación*.



Gráfica 4.1

La contribución de la radiación secundaria al flujo total, se calcula mediante el factor de acumulación (B), cuyo análisis se realizará mediante el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4.1

Si en un laboratorio se destapa una fuente de 100 Ci. de Cesio-137, y una persona se encuentra parada a 5 m. de distancia ¿cual es la rapidez de dosis que esta persona recibe ?

Solución

El cesio en el 85% de sus decaimientos emite una gamma de 0.662 MeV. Por lo tanto la intensidad gamma de la fuente es $S_\gamma = 100(3.7 \cdot 10^{10})(0.85) = 3.145 \cdot 10^{12}$ fotones/seg, el flujo a 5 m. suponiendo que no hay atenuación o colisiones con aire es dado por

$$\phi = \frac{3.145 \cdot 10^{12}}{4\pi (5 \cdot 10)^2} = 1 \cdot 10^6 \text{ fotones/cm}^2\text{-seg}$$

dado que la rapidez de dosis es proporcional al flujo de fotones (o de energía), ésta se puede calcular facilmente utilizando los factores de conversión de flujo a dosis, reportados en la Tabla A.4 del apéndice (dado que no existe factor para la energía de 0.662 MeV, se interpola linealmente entre los valores más próximos). El flujo de energía, se calcula multiplicando el número de fotones por la energía de los mismos, a 5 m es $0.662 \cdot 10^6 \text{ MeV/cm}^2\text{-seg}$

$$\frac{E\phi}{D} = 530 \frac{\text{MeV/cm}^2\text{-seg}}{\text{mrem/h}}$$

$$D = \frac{0.662 \cdot 10^6}{530} = 1250 \text{ mrem/h}$$

Realmente la dosis es mayor, ya que los fotones sufren colisiones con aire y las paredes del laboratorio generando radiación secundaria, que puede incidir en el punto de exposición, la cual aumenta de manera considerable la dosis calculada. Si es interpuesto un blindaje entre la fuente y el receptor, es necesario utilizar para el cálculo del flujo, secciones eficaces o coeficientes de atenuación de los materiales que forman el blindaje. Si es utilizado solo el flujo no-colisionado en el cálculo de la rapidez de dosis (la intensidad en E_0 de la gráfica 4.1b), la respuesta es baja, ya que sólo se están tomando las gammas que no sufren interacción alguna, y el cálculo marcaría una cota inferior de dosis real. Por otra parte, si despreciamos las interacciones de dispersión y únicamente tenemos en cuenta las de absorción, el flujo no-colisionado se sobreestima (el continuo desaparecería y los fotones de éste se tomarían con la energía E_0), por lo tanto el cálculo marcaría una cota superior a la dosis real. Desafortunadamente estos dos límites se encuentran por lo general tan separados que no pueden ser útiles, de modo que debe emplearse algún método para estimar adecuadamente el flujo secundario.

El factor de acumulación de la dosis (restringido a fotones), está en función de la energía de los mismos y del material y espesor del blindaje $B(\mu t)$, es definido como la razón entre la dosis real a la dosis calculada en base a un flujo no-colisionado, de manera que

$$D = B \frac{\phi_I}{(\phi/D)} \quad (4.10)$$

el factor de acumulación es dado por

$$B = \frac{\phi_b}{\phi_I}$$

donde ϕ_b es el flujo acumulado, por lo tanto la ecuación 4.10 queda como

$$D = \frac{\phi_b}{(\phi/D)} \quad (4.11)$$

la ecuación 4.11 proporciona la conversión de flujo a dosis. Para el cálculo directo de valores (ϕ/D) es conveniente utilizar la ecuación 3.5, de manera que 4.11 queda como $D = \phi_b C$, donde la constante C para el cálculo de la dosis equivalente es $C = 0.0576 E(\mu_E/\rho)^{air}$. Se hace la aclaración de que el cálculo del factor de acumulación de la dosis, es diferente para cada tipo de geometría, y para algunas de estas se dispone de tablas para su cálculo, existen también los métodos desarrollados por Taylor y Berger.

IV.2.2 BLINDAJE EN FUENTE MONODIRECCIONAL

Considere un haz monodireccional de rayos- γ de intensidad o flujo ϕ y energía E , el cual incide sobre una placa que sirve de blindaje con un espesor t . El cálculo de la tasa de exposición (X) sin blindaje sobre un punto P es dado por la ecuación 3.2, para lo cual es conveniente escribirla de la siguiente manera

$$X_0 = C\phi_0 \quad (4.12)$$

la constante C para el cálculo de la tasa de exposición es dada por $C = 0.0659 E(\mu_E/\rho)^{air}$, y está en función de la energía.

Interponiendo un blindaje, el flujo ϕ de rayos- γ que atraviesan es diferente al flujo inicial ϕ_0 , y el problema para determinar el valor actual de X sobre P , se reduce a el cálculo de ϕ . El flujo ϕ podría ser calculado fácilmente si en cada momento el fotón que interactúa con la materia desapareciera, entonces ϕ sería el flujo no-colisionado de rayos- γ de manera que

$$\phi_I = \phi_0 e^{-\mu t} \quad (4.13)$$

Aún cuando para calcular $\phi(E)$ es sumamente complicado (ver Gráfica 4.1 b), se tienen resultados de flujo para varios materiales, como una función de la energía de los rayos- γ que inciden y del espesor del blindaje, estos resultados se han utilizado para calcular la tasa de exposición usando la fórmula

$$X = 0.0659 \int_0^E \phi(E) E (\mu_E / \rho)^{air} dE$$

el resultado de este cálculo es escrito como

$$X = X_0 B_m(\mu t) e^{-\mu t} \quad (4.14)$$

donde X_0 es la tasa de exposición sin blindaje, y $B_m(\mu t)$ es el factor de acumulación, cuyos valores para el caso exclusivo de un haz monodireccional son presentados en la Tabla A.6 del Apéndice. En esta tabla se observa que a medida que aumenta el espesor del blindaje (expresado en trayectorias libre media [tlm] de las gammas en el material), aumenta el factor de acumulación, de tal forma que por ejemplo, en el caso de un blindaje de agua con 10 tlm para gammas de 1 MeV el factor de acumulación es de 18.0, lo cual implica que si no lo tomamos en cuenta la tasa de exposición calculada es 18.0 veces menor de la real. La ecuación 4.14 calcula la tasa de exposición sobre un punto P con la interposición de un blindaje. De acuerdo a la ecuación 4.12, X_0 es proporcional a ϕ_0 , de esta manera por analogía es conveniente escribir X de la misma forma

$$X = C \phi_b \quad (4.15)$$

El flujo acumulado es igual al flujo monoenergético de rayos- γ a la energía E_0 , que produce una tasa de exposición en P igual a la que se tiene con el flujo real. Introduciendo la ecuación 4.12 y 4.15 dentro de 4.14

$$C \phi_b = C \phi_0 B_m(\mu t) e^{-\mu t}$$

$$\phi_b = \phi_0 B_m(\mu t) e^{-\mu t}$$

$$\phi_b = \phi_I B_m(\mu t) \quad (4.16)$$

A continuación calcularemos la tasa de exposición en un haz monodireccional, haciendo uso de las ecuaciones 4.15 y 4.16

Ejemplo 4.2

Un haz monodireccional de 2 MeV de energía a una intensidad de 10^7 rayos- γ/cm^2 -seg, incide sobre un blindaje de plomo de espesor de 10 cm. Calcular en la superficie del blindaje: a) el flujo no-colisionado, b) el flujo acumulado, c) la tasa de exposición.

Solución

a) de la Tabla A.2 $\mu/\rho = 0.0455 \text{ cm}^2/\text{g}$ para plomo a 2 MeV. La densidad del plomo es $\rho = 11.34 \text{ g/cm}^3$, por lo tanto $\mu = (0.0455)(11.34) = 0.518 \text{ cm}^{-1}$, $\mu t = (0.518)(10) = 5.18$. El flujo no-colisionado será entonces

$$\phi_I = 10^6 e^{-5 \cdot 18} = 5.63 \cdot 10^3 \text{ rayos-}\gamma/\text{cm}^2\text{-seg}$$

b) el factor de acumulación a 2 MeV para $\mu t = 5.18$, puede ser encontrado por interpolación de valores en la Tabla A.6 para $\mu t = 4$ y $\mu t = 7$. El resultado es $B_m(\mu t) = 2.78$, entonces el flujo acumulado estará dado por

$$\phi_p = \phi_I B_m(\mu t) = 1.56 \cdot 10^4 \text{ rayos-}\gamma/\text{cm}^2\text{-seg.}$$

c) el valor de X tasa de exposición es obtenido mediante la ecuación 4.15

$$X = C\phi_p = 0.0659 E(\mu_E/\rho)^{1.7} \phi_p$$

de la Tabla A.3 $(\mu_E/\rho)^{1.7}$ a 2 MeV es igual 0.0238 cm^2/g

$$X = (0.0659) (2) (0.0238) (1.56 \cdot 10^4) = 48.8 \text{ mR/h.}$$

El caso anterior es exclusivo para un haz monodireccional que incide sobre una placa como blindaje, y los datos de la Tabla A.6 para el factor de acumulación son utilizados solo en problemas de este tipo.

Existen valores tabulados para otro tipo de geometría y fuentes, fuente puntual-blindaje esférico, y parámetros para calcular el *factor de acumulación* utilizando la fórmula de Taylor. A continuación se analiza un caso de geometría puntual-esférica.

IV.2.3 BLINDAJE DE UNA FUENTE PUNTUAL

Considere una fuente de geometría puntual emitiendo isotrópicamente a una intensidad S_p rayos- γ /seg rodeada por un blindaje de geometría esférica de radio R , como en la figura 4.1, la tasa de exposición a una distancia R será escrita como

$$X = X_0 B_p(\mu R) e^{-\mu R} \quad (4.17)$$

donde $B_p(\mu R)$ es el factor de acumulación para la fuente, y X_0 la tasa de exposición sin blindaje. De acuerdo a la ecuación 4.1, el flujo no-colisionado es dado por la ecuación

$$\phi_I = \frac{S_p e^{-\mu R}}{4\pi R^2} \quad (4.18)$$

para el cálculo del flujo acumulado se realizará la misma analogía propuesta en el haz monodireccional, utilizando la ecuación 4.15

$$C\phi_b = C\phi_0 B_p (\mu R) e^{-\mu R}$$

$$\phi_b = \frac{S_p B_p (\mu R) e^{-\mu R}}{4\pi R^2} \quad (4.19)$$

los valores para el factor de acumulación B_p en una fuente puntual, se encuentran en la Tabla A.7 del apéndice. En el siguiente ejemplo será calculada la tasa de exposición en una fuente de tipo puntual.

Ejemplo 4.3

Una fuente puntual isotrópica emite 10^8 rayos- γ /seg, a una energía de 1 MeV. La fuente es blindada con una esfera de hierro. ¿qué radio debe tener la esfera para que la tasa de exposición en la superficie sea de 1 mR/h?

Solución

En problemas de este tipo el primer paso es calcular el flujo acumulado, y se obtiene apartir de la tasa de exposición

$$\phi_b = \frac{X}{0.0659 E (\mu_E / \rho)^{aire}}$$

ya que $X=1$ mR/h, $E=1$ MeV, y de la Tabla A.3 el coeficiente de absorción de energía para aire a 1 MeV es igual a 0.0280 cm²/g

$$\phi_b = \frac{1}{(0.0659)(1)(0.0280)}$$

$$\phi_b = 5.42 \cdot 10^2 \text{ rayos-}\gamma/\text{cm}^2\text{-seg}$$

de la ecuación 4.19

$$5.42 \cdot 10^2 = \frac{10^8 B_p (\mu R) e^{-\mu R}}{4\pi R^2}$$

lo cuál puede ser escrito como

$$1 = \frac{1.47 \cdot 10^4 B_p (\mu R) e^{-\mu R}}{R^2}$$

para resolver en términos de μR multiplicamos el numerador y denominador por μ . El valor de μ es obtenido de la Tabla A.2 $\mu/\rho=0.0595$, la densidad del hierro es $\rho=7.86$, por lo tanto $\mu=(0.0595)(7.86)=0.468$ cm⁻¹, entonces

$$1 = \frac{3.22 \cdot 10^3 B_p (\mu R) e^{-\mu R}}{(\mu R)^2}$$

esta igualdad se puede calcular numéricamente dando valores para μR . Finalmente $\mu R = 6.55$ y por lo tanto $R = 6.55/0.468 = 14.0$ cm. El radio de la esfera para reducir la tasa de exposición a 1 mR/h debe ser igual a 14 cm.

Para propósitos computacionales es conveniente expresar los puntos tabulados del factor de acumulación como una función matemática. Se han desarrollado diferentes funciones, una de las más utilizadas es la suma de exponenciales y es dada por

$$B_p = A_1 e^{-\alpha_1 \mu r} + A_2 e^{-\alpha_2 \mu r} = \sum_n A_n e^{-\alpha_n \mu r} \quad (4.20)$$

donde las constantes α_n y A_n son funciones de la energía. La ecuación 4.20 es conocida como *la forma de Taylor del factor de acumulación*, y es utilizada en problemas prácticos de blindaje. En el caso de que r sea igual a cero, B_p debe aproximarse a la unidad, tomando en cuenta que el blindaje tendría un espesor de cero y entonces $A_1 + A_2 = 1$. Valores para A_n y α_n son presentados en la Tabla A.8 del Apéndice.

IV.2.4 BLINDAJE DE UNA FUENTE PLANA INFINITA

Considere una fuente de geometría plana infinita emitiendo S_0 rayos- γ/cm^2 -seg isotrópicamente, la cual se encuentra localizada detrás de un blindaje de espesor a , ver figura 4.6.

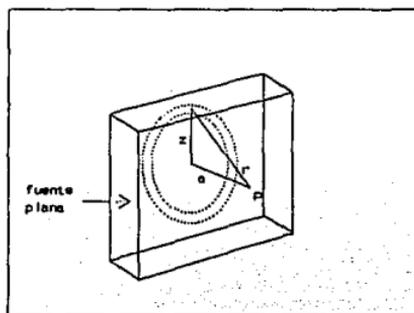


Fig. 4.6 Fuente plana isotrópica detrás de un blindaje tipo-placa

donde el anular de ancho dz en z , emite $2\pi S_0 z dz$ rayos- γ/seg , y su contribución al flujo no-colisionado en P es igual a

$$d\phi_I = \frac{2\pi S_a z \cdot dz e^{-\mu r}}{4\pi r^2}$$

$$d\phi_I = \frac{S_a z e^{-\mu r} dz}{2r^2} \quad (4.21)$$

el flujo total no-colisionado en P es entonces

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} \int_0^{\infty} \frac{z e^{-\mu r} dz}{r^2} \quad (4.22)$$

en este caso es conveniente hacer un cambio de variable en la integral de z a r , como $r^2 = a^2 + z^2$ entonces $r dr = z dz$, por lo tanto la ecuación 4.22 pasa a la forma

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} \int_a^{\infty} \frac{e^{-\mu r}}{r} dr$$

finalmente haciendo $\mu r = t$, $\mu dr = dt$, la integral puede quedar de la forma

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} \int_{\mu a}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (4.23)$$

la integral de la ecuación 4.23 no puede ser evaluada analíticamente, pero puede ser expresada en términos de una de las funciones llamadas E_n , la que es definida por

$$E_n(x) = x^{n-1} \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t^n} dt \quad (4.24)$$

donde n es un entero. Comparando las ecuaciones 4.23 y 4.24, se tiene en este caso $n=1$, la ecuación 4.23 puede ser escrita como

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} E_1(\mu a) \quad (4.25)$$

en la Tabla A.10 del apéndice se muestran valores para la función $E_n(x)$. Para valores de x no tabulados, $E_n(x)$ es calculada con la siguiente fórmula de aproximación

$$E_n(x) \approx e^{-x} \left[\frac{1}{x+n} + \frac{n}{(x+n)^2} \right] \quad (4.26)$$

** Para mayor información sobre la función $E_n(x)$, ver la de la referencia 6 (bibliografía).

Regresando al problema del blindaje de una fuente plana, el flujo acumulado se calcula de la manera siguiente

$$d\phi_b = \frac{S_a B_p(\mu r) z e^{-\mu r} dz}{2r^2}$$

$$d\phi_b = B_p(\mu r) d\phi_r$$

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \int_0^{\infty} \frac{B_p(\mu r) z e^{-\mu r} dz}{r^2} \quad (4.27)$$

introduciendo la forma de Taylor de $B_p(\mu r)$, ecuación 4.20

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \sum A_n \int_0^{\infty} \frac{z e^{-(1+\alpha_n)\mu r} dz}{r^2}$$

y realizando el cambio de variable de z a r

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \sum A_n \int_0^{\infty} \frac{e^{-(1+\alpha_n)\mu r}}{r} dr$$

haciendo $t = (1+\alpha_n)\mu r$, $dt = (1+\alpha_n)\mu dr$

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \sum A_n \int_{(1+\alpha_n)\mu a}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$$

la integral puede ser transformada como en el caso no-colisionado y escribirla en términos de la función $E_n(x)$ con $n=1$

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \sum A_n E_1[(1+\alpha_n)\mu a] \quad (4.28)$$

A continuación se introduce el siguiente ejemplo con el propósito de aplicar el análisis visto sobre la fuente plana.

Ejemplo 4.4

Una fuente plana infinita emite 10^6 rayos- γ/cm^2 -seg, con una energía de 2 MeV. ¿qué espesor de concreto es requerido para reducir la tasa de exposición a 2.5 mR/h? El concreto tiene una densidad de 2.35 g/cm³.

Solución

el valor de $X=2.5 \text{ mR/h}$, es requerido para calcular el flujo acumulado

$$\phi_b = \frac{X}{C} = \frac{2.5}{0.0659 E (\mu_B/\rho)^{aire}}$$

de la Tabla A.3 el coeficiente de absorción de energía para aire a 2 MeV es $0.0238 \text{ cm}^2/\text{g}$

$$\phi_b = \frac{2.5}{(0.0659)(2)(0.0238)} = 7.97 \cdot 10^2 \text{ fotones/cm}^2\text{-seg}$$

de la Tabla A.8, $A_1=18.089$, $A_2=1-A_1=-17.089$

$$\alpha_1 = -0.04250, 1+\alpha_1 = 0.9575, \alpha_2 = 0.00849, 1+\alpha_2 = 1.00849$$

aplicando la ecuación 4.28

$$7.97 \cdot 10^2 = \frac{10^9}{2} [18.089 E_1 (0.9575 \mu a) - 17.089 E_1 (1.00849 \mu a)]$$

de la Tabla A.2 $\mu/\rho=0.0445$, $\mu=(0.0445)(2.35)=0.1046 \text{ cm}^{-1}$, como en el ejemplo 4.3 esta expresión se transforma a

$$1 = 1.13 \cdot 10^7 [E_1 (0.9575 \mu a) - 0.94 E_1 (1.00849 \mu a)]$$

la igualdad puede resolverse numéricamente en función de los valores μa evaluados en E_n con $n=1$. Finalmente $\mu a=13.6$, $a=13.6/0.1046=130$. Se requiere un espesor de 130 cm de concreto para reducir la tasa de exposición a 2.5 mR/h .

Suponga ahora que el punto P es localizado a una distancia x_1 del blindaje, y el blindaje a una distancia x_2 de la fuente, ver figura 4.7, el flujo no-colisionado desde el anular de ancho dz , está dado por

$$d\phi_I = \frac{2\pi S_a z \cdot dz e^{-\mu r_s}}{4\pi r^2} \quad (4.29)$$

donde r_s es una porción de r localizada dentro del blindaje

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} \int_0^a \frac{z e^{-\mu r_s} dz}{r^2} \quad (4.30)$$

realizando el cambio de variable de integración de z a r tenemos

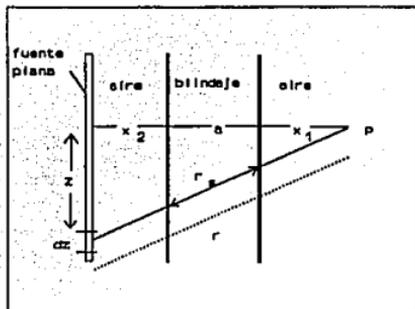


Fig. 4.7 Fuente plana isotrópica separada del blindaje por regiones de aire.

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} \int_y^{\infty} \frac{e^{-\mu r_s}}{r} dx \quad (4.31)$$

donde $y = x_1 + a + x_2$, para evaluar la integral es necesario expresar r_s en términos de r . Para ello por semejanza de triángulos figura 4.8

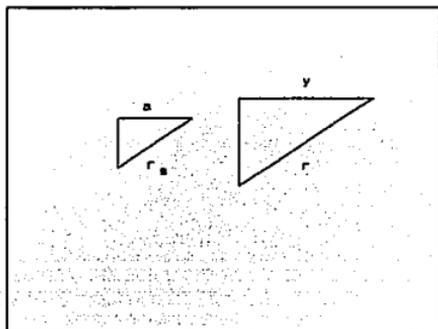


Fig. 4.8 Semejanza de triángulos

$$\frac{r_s}{r} = \frac{a}{y} \therefore r_s = \frac{a}{y} r$$

introduciendo r_s en la ecuación 4.31

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} \int_y^{\infty} \frac{e^{-\mu \frac{ar}{y}}}{r} dr$$

haciendo $t = \mu ar/y$, $dt = (\mu a/y) dr$,

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} \int_{\mu a}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$$

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} E_1(\mu a) \quad (4.32)$$

para el cálculo del flujo acumulado se parte de la ecuación

$$d\phi_b = B_p(\mu r_s) d\phi_I$$

$$d\phi_b = \frac{S_a B_p(\mu r_s) z dz \cdot e^{-\mu r_s}}{2 r^2}$$

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \int_0^{\infty} \frac{B_p(\mu r_s) z dz \cdot e^{-\mu r_s}}{r^2}$$

realizando el cambio de variable z por r

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \int_y^{\infty} \frac{B_p(\mu r_s) e^{-\mu r_s} dr}{r}$$

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \sum A_n \int_y^{\infty} \frac{e^{-\mu (\frac{a}{y} r) [1 + \alpha_n]}}{r} dr$$

haciendo $t = \mu (ar/y) [1 + \alpha_n]$, $dt = \mu (a/y) [1 + \alpha_n] dr$,

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \sum A_n \int_{\mu a [1 + \alpha_n]}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$$

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \sum A_n E_1 [(1 + \alpha_n) \mu a] \quad (4.33)$$

las ecuación 4.32 y 4.33 son las mismas expresiones que 4.25 y 4.28 respectivamente, en los dos casos se está trabajando con fuentes infinitas, lo cual explica que las dimensiones de la fuente son tan grandes que la distancia de localización al punto de exposición es despreciable.

IV.2.5 BLINDAJE DE UNA FUENTE TIPO DISCO

Considere el blindaje en una fuente de geometría tipo disco de radio R , emitiendo S_a fotones/cm²-seg, con un blindaje de espesor a como se observa en la figura 4.9.

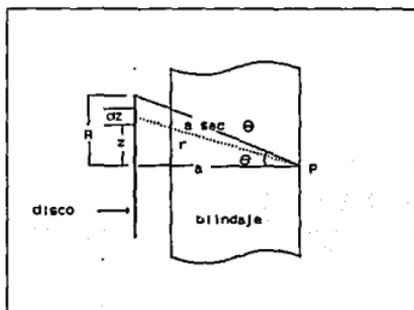


Fig. 4.9 Blindaje de una fuente de disco

El cálculo de los flujos acumulado y no-colisionado pueden realizarse como en el caso de la fuente plana, integrando sobre las contribuciones de los anulares de la fuente, entonces el flujo no-colisionado será dado con el límite superior de integración $z=R$ de manera que

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} \int_0^R \frac{z e^{-\mu r} dz}{r^2} \quad (4.34)$$

cambiando la variable de integración a r

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} \int_a^{a \cdot \sec \theta} \frac{e^{-\mu r} dr}{r} \quad (4.35)$$

donde $a \sec \theta$ es el valor más grande que puede tomar r . La ecuación 4.35 se expresa en términos de la función E_1

$$\phi_I = \frac{S_a}{2} \int_{\mu a}^{\mu a \cdot \sec \theta} \frac{e^{-t}}{t} dt$$

$$\phi_I = \frac{S}{2} [E_1(\mu a) - E_1(\mu a \cdot \sec \theta)] \quad (4.36)$$

de una manera similar el flujo acumulado es encontrado

$$\phi_b = \frac{S_a}{2} \sum A_n [E_1[(1+\alpha_n)\mu a] - E_1[(1+\alpha_n)\mu a \cdot \sec \theta]] \quad (4.37)$$

como en el caso de la fuente plana infinita, estas expresiones del flujo acumulado y no-colisionado son válidas para cuando el blindaje y la fuente son separadas por regiones de aire.

IV.2.6 BLINDAJE DE UNA FUENTE LINEAL

Considere una fuente de geometría lineal de longitud L rodeada por un blindaje cilíndrico de radio R , emitiendo isotrópicamente S_L rayos- γ por unidad de longitud, ver figura 4.10, el flujo no-colisionado en P , debido al elemento dz , es dado por

$$d\phi_I = \frac{S_L e^{-\mu r} dz}{4 \pi r^2}$$

mientras que el flujo total no-colisionado se obtiene integrado la ecuación anterior, tomando los límites $-L_1$ a L_2

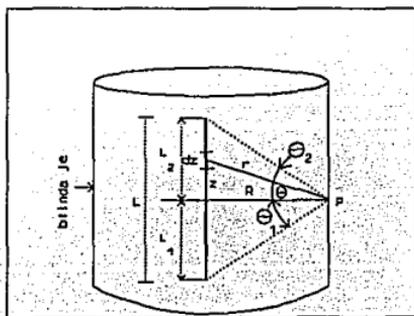


Fig. 4.10 Fuente lineal en un blindaje cilíndrico

$$\phi_I = \frac{S_L}{4\pi} \int_{-L_1}^{L_2} \frac{e^{-\mu r}}{r^2} dz \quad (4.38)$$

donde L_1 y L_2 son las partes inferior y superior de L respectivamente. Es conveniente hacer el cambio de variable de integración de z a θ , $r=R \sec \theta$, $z=R \tan \theta$, $dz=R \sec^2 \theta d\theta$, tomando en cuenta estos cambios la ecuación anterior se convierte a

$$\phi_I = \frac{S_L}{4\pi R} \int_{-\theta_1}^{\theta_2} e^{-\mu R \sec \theta} \alpha \theta \quad (4.39)$$

la integral no puede ser evaluada analíticamente pero puede ser expresada en términos de la función integral de *Sievert* **, esta es una función de dos variables definida por

$$F(\theta, x) = \int_0^{\theta} e^{-x \sec \theta} \alpha \theta \quad (4.40)$$

donde θ es restringida a valores menores a $\pi/2$. Valores para la función de *Sievert* se encuentran en la Tabla A.11 del apéndice. Ya que la $\sec(-\theta) = \sec \theta$, y $F(-\theta, x) = -F(\theta, x)$, el flujo no-colisionado es dado por

$$\phi_I = \frac{S_L}{4\pi R} \left[\int_0^{\theta_2} e^{-\mu R \sec \theta} \alpha \theta - \int_0^{-\theta_1} e^{-\mu R \sec \theta} \alpha \theta \right]$$

$$\phi_I = \frac{S_L}{4\pi R} [F(\theta_2, \mu R) + F(\theta_1, \mu R)] \quad (4.41)$$

el cálculo del flujo acumulado sigue el mismo desarrollo que la fuente plana y disco, así ϕ_b es dado por

$$\phi_b = \frac{S_L}{4\pi R} \sum A_n \int_{-\theta_2}^{\theta_2} e^{-(1+\alpha_n)\mu R \sec \theta} \alpha \theta$$

$$\phi_b = \frac{S_L}{4\pi R} \sum A_n (F(\theta_1, (1+\alpha_n)\mu R) + F(\theta_2, (1+\alpha_n)\mu R)) \quad (4.42)$$

** Para mayor información sobre la integral de *Sievert* consultar la referencia I (bibliografía).

Si el punto P de exposición es alejado a una distancia R de la fuente, y el radio del blindaje es a , de donde $a < R$, no es difícil ver que

$$\phi_I = \frac{S_L}{4\pi R} [F(\theta_1, \mu a) + F(\theta_2, \mu a)] \quad (4.43)$$

el flujo acumulado es entonces

$$\phi_b = \frac{S_L}{4\pi R} \sum A_n [F(\theta_1, (1+\alpha_n) \mu a) + F(\theta_2, (1+\alpha_n) \mu a)] \quad (4.44)$$

IV.2.7 BLINDAJE DE UNA FUENTE PLANA RECTANGULAR

Considere una fuente de geometría plana rectangular de base L y altura h , el flujo no-colisionado en el punto P localizado detrás del blindaje de espesor t , ver figura 4.11, puede ser calculado mediante las contribuciones del área dada por las coordenadas polares (ρ, Ω) con centro en O .

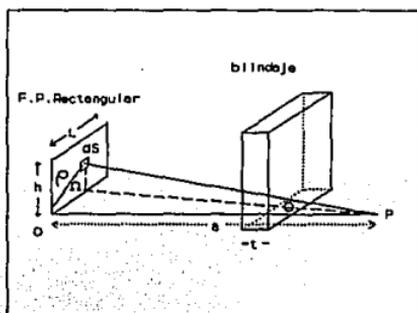


Fig. 4.11 Fuente plana rectangular con blindaje de placa.

la ecuación para el cálculo del flujo no-colisionado es dada por

$$d\phi_I = \frac{S_a}{4\pi} \frac{\rho d\rho d\Omega}{\rho^2 + a^2} e^{(-\mu t \frac{\sqrt{\rho^2 + a^2}}{a})}$$

para calcular el flujo total no-colisionado, se integra la ecuación anterior teniendo en cuenta que los límites de integración varían de acuerdo a las siguientes expresiones, cuando $0 \leq \Omega \leq \tan^{-1} h/L$, $0 \leq \rho \leq L \sec \Omega$; cuando $\tan^{-1} h/L \leq \Omega \leq \pi/2$, $0 \leq \rho \leq h \csc \Omega$.

$$\phi_I = \frac{S_a}{4\pi} \left[\int_0^{\tan^{-1} \frac{h}{L}} d\Omega \int_0^{L \cdot \sec \Omega} \frac{\rho d\rho}{\rho^2 + a^2} e^{-(\mu t \sqrt{\rho^2 + a^2})} + \int_{\tan^{-1} \frac{h}{L}}^{\frac{\pi}{2}} d\Omega \int_0^{h \cdot \csc \Omega} \frac{\rho d\rho}{\rho^2 + a^2} e^{-(\mu t \sqrt{\rho^2 + a^2})} \right]$$

haciendo $n=h/L$, $m=L/a$, $\rho = a \tan \theta$, $d\rho = a \sec^2 \theta d\theta$

$$\phi_I = \frac{S_a}{4\pi} \left[\int_0^{\tan^{-1} n} d\Omega \int_0^{\tan^{-1}(m \cdot \sec \Omega)} \tan \theta d\theta e^{-\mu t \cdot \sec \theta} + \int_{\tan^{-1} n}^{\frac{\pi}{2}} d\Omega \int_0^{\tan^{-1}(m \cdot \csc \Omega)} \tan \theta d\theta e^{-\mu t \cdot \sec \theta} \right]$$

expresando en la forma de la función E_1 , $x = \mu t \sec \theta$, $dx = \mu t \tan \theta \sec^2 \theta d\theta$

$$\phi_I = \frac{S_a}{4\pi} \left[\int_0^{\tan^{-1} n} d\Omega \int_{\mu t}^{\mu t \cdot \sec(\tan^{-1}(m \cdot \sec \Omega))} \frac{e^{-x}}{x} dx + \int_{\tan^{-1} n}^{\frac{\pi}{2}} d\Omega \int_{\mu t}^{\mu t \cdot \sec(\tan^{-1}(m \cdot \csc \Omega))} \frac{e^{-x}}{x} dx \right]$$

$$\phi_I = \frac{S_a}{4\pi} \left[\int_0^{\tan^{-1} n} d\Omega \left(\int_{\mu t}^{\mu t \cdot \sec(\tan^{-1}(m \cdot \sec \Omega))} \frac{e^{-x}}{x} dx \right) + \int_{\tan^{-1} n}^{\frac{\pi}{2}} d\Omega \left(\int_{\mu t}^{\mu t \cdot \sec(\tan^{-1}(m \cdot \csc \Omega))} \frac{e^{-x}}{x} dx \right) \right]$$

$$\left[\int_{\tan^{-1} n}^{\frac{\pi}{2}} d\Omega \left(\int_{\mu t}^{\mu t \cdot \sec(\tan^{-1}(m \cdot \csc \Omega))} \frac{e^{-x}}{x} dx \right) \right] \quad (4.45)$$

$$\phi_I = \frac{S_a}{4\pi} \left[\int_0^{\tan^{-1} n} E_1(\mu t) d\Omega + \int_{\tan^{-1} n}^{\frac{\pi}{2}} E_1(\mu t) d\Omega - \int_0^{\tan^{-1} n} E_1(\mu t \cdot \sec(\tan^{-1}(m \cdot \sec \Omega))) d\Omega - \int_{\tan^{-1} n}^{\frac{\pi}{2}} E_1(\mu t \cdot \sec(\tan^{-1}(m \cdot \csc \Omega))) d\Omega \right]$$

$$\left[\int_{\tan^{-1} n}^{\frac{\pi}{2}} E_1(\mu t \cdot \sec(\tan^{-1}(m \cdot \csc \Omega))) d\Omega \right] \quad (4.46)$$

de la Tabla A.12 del apéndice se obtienen las equivalencias, $\tan^{-1}(m \sec \Omega) = \sec^{-1}(1 + m^2 \sec^2 \Omega)^{1/2}$, $\tan^{-1}(m \csc \Omega) = \sec^{-1}(1 + m^2 \csc^2 \Omega)^{1/2}$, por lo tanto la ecuación 4.46 se escribe

$$\phi_x = \frac{S_a}{4\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} E_1(\mu t) d\Omega - \int_0^{\tan^{-1}n} E_1(\mu t \sqrt{1+m^2 \sec^2 \Omega}) d\Omega - \int_{\tan^{-1}n}^{\frac{\pi}{2}} E_1(\mu t \sqrt{1+m^2 n^2 \csc^2 \Omega}) d\Omega \right] \quad (4.47)$$

las dos últimas integrales de la ecuación 4.47 se resuelven por métodos de integración numérica, y son conocidas como *funciones ordinarias de Bessel de primer orden* $J_1(m, n, \mu t)$. La ecuación 4.47 generalmente es escrita como

$$\phi_x = \frac{S_a}{4\pi} \left[\frac{\pi}{2} E_1(\mu t) - J_1(m, n, \mu t) - J_2(m, n, \mu t) \right] \quad (4.48)$$

valores de las funciones J_1 y J_2 son presentados en las Tablas A.13 y A.14 del apéndice. Ya que las Tablas A.13 y A.14 presentan valores particulares para m y n , es conveniente para propósito computacional efectuar la integración numérica de las funciones J_1 y J_2 .

Como podrá observarse la obtención de una expresión para el cálculo del flujo acumulado en una fuente plana rectangular se puede complicar considerablemente. Por lo tanto es recomendable utilizar, para fines prácticos, una aproximación para la fuente plana rectangular mediante una fuente plana tipo disco, con un radio equivalente para conservar el área, o si las dimensiones de la fuente y la distancia al punto de exposición son adecuadas, se utiliza una fuente puntual como aproximación.

IV.2.8 LA FUENTE DISTRIBUIDA SOBRE UN CASQUETE ESFERICO

Un caso de interés, por tener un importante número de aplicaciones, es la fuente isotrópica distribuida uniformemente sobre un casquete esférico, figura 4.12.

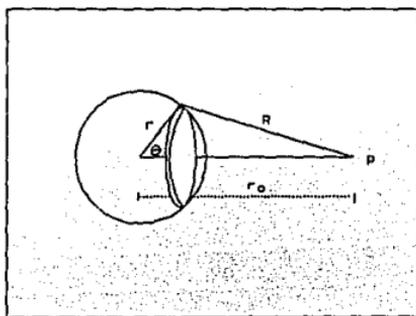


Fig. 4.12 Fuente isotrópica distribuida sobre un casquete esférico

Para simplificar el tratamiento, se postula que el medio de absorción dentro y fuera de la esfera es el mismo, o sea aire. De esta manera, la emisión de radiación desde la superficie más alejada de la esfera a el punto de exposición P , pasa a través de un mismo medio, y la función $G(R)$ (flujo a una distancia R), es la misma para todos los valores de R . De la figura 4.12, r es el radio de la esfera, r_0 es la distancia desde el centro de la misma al punto P . Considerando la región anular de la esfera dada por $2\pi r \sin \theta$ y de ancho $r d\theta$, constituida por todos los puntos que se encuentran a una distancia R de P , entonces el área de la región estará dada por $2\pi r^2 \sin \theta d\theta$. Si S_a es la intensidad de la fuente expresada en partículas emitidas por unidad de área por segundo, el flujo sobre P desde la superficie esférica es dado por

$$\phi = 2\pi r^2 S_a \int_0^\pi G(R) \sin \theta \cdot d\theta \quad (4.49)$$

la relación entre R , r , y r_0 , es dada por $R^2 = r^2 + r_0^2 - 2r r_0 \cos \theta$, por lo tanto $2R dR = 2r r_0 \sin \theta d\theta$, haciendo el cambio de variable de θ a R la ecuación 4.49 queda como

$$\phi = 2\pi S_a \frac{r}{r_0} \cdot \int_{r_0-r}^{r_0+r} G(R) R \cdot dR \quad (4.50)$$

la integral en la ecuación 4.50 puede ser expresada como la diferencia de dos integrales, una con los límites de r_0-r a ∞ , y la otra de r_0+r a ∞ . Consecuentemente

$$\phi = \frac{r}{r_0} 2\pi S_a \left[\int_{r_0-r}^{\infty} G(R) R \cdot dR - \int_{r_0+r}^{\infty} G(R) R \cdot dR \right] \quad (4.51)$$

como se puede ver en la ecuación 4.51, cada integral es equivalente al flujo de partículas de una fuente plana infinita, la primera localizada a una distancia r_0-r y la segunda a r_0+r . Por lo tanto la ecuación 4.51 puede ser expresada en términos de dos fuentes planas infinitas

$$\phi = \frac{r}{r_0} [\phi(P, \text{Infinita}(r_0-r)) - \phi(P, \text{Infinita}(r_0+r))] \quad (4.52)$$

si el diámetro de la esfera es relativamente grande, se puede despreciar el segundo término del lado derecho de la ecuación 4.52

$$\phi \approx \frac{r}{r_0} \phi(P, \text{Infinita}(r_0-r)) \quad (4.53)$$

El cálculo del blindaje en fuentes volumétricas, generalmente es realizado apartir de aproximaciones a fuentes planas. Por ejemplo, una fuente volumétrica de geometría esférica, es aproximada mediante una fuente plana de geometría tipo disco. La aproximación es dada por la ecuación

$$\phi = \frac{2}{3} BS_s R [E_1 (b_2) - E_1 (b_2 \sec \theta)]$$

donde $b_2 = \mu_z z + \mu_t$, $\mu_z z$ es la autoabsorción de partículas por la misma geometría de la fuente, B es el factor de acumulación de la fuente, S_s es la intensidad de la fuente por unidad de volumen, y R el radio de la esfera.

IV.2.9 MULTICAPAS DE BLINDAJE

El blindaje de *rayos- γ* se ha discutido, para el caso en donde el blindaje está constituido por un material, ahora se analizará el caso donde el blindaje se conforma de más de un material. Por ejemplo, un haz monodireccional de *rayos- γ* de energía E_0 que incide sobre un blindaje construido por dos capas de diferente material, ver figura 4.13.

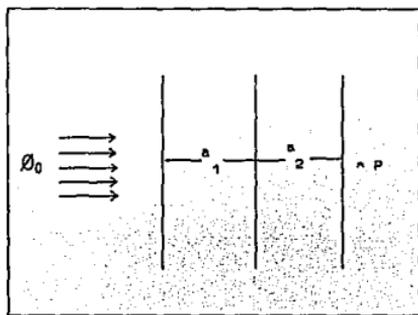


Fig. 4.13 *Rayos- γ* incidiendo en un blindaje de dos capas

el flujo no-colisionado sobre el punto P es dado por

$$\phi_1 = \phi_0 e^{-(\mu_1 a_1 + \mu_2 a_2)} \quad (4.54)$$

donde μ_1 y μ_2 son los coeficientes de atenuación de los materiales de la primera y segunda capa, y a_1 y a_2 los espesores respectivos. El cálculo del flujo acumulado en P es más complejo, en la literatura se reportan resultados sólo para *rayos- γ* monoenergéticos. El factor de acumulación sólo podrá ser utilizado para describir la radiación que emerge de la primera capa, ya que este factor se utiliza para calcular un flujo equivalente de partículas con la energía incidente, y no el espectro energético real de las partículas que emergen. Valores aproximados del factor de acumulación global, pueden ser obtenidos utilizando las siguientes reglas, basadas en resultados experimentales: *a)* si el medio es semejante, es decir, si la diferencia de los números atómicos

de los elementos químicos varían entre cinco y diez, se utilizará el factor de acumulación de mayor valor, y su cálculo se obtendrá de la fórmula

$$B[\mu_1(a_1+a_2)] \quad (4.55)$$

b) si el medio es diferente, es decir el elemento químico del material de la primera capa de blindaje, tiene un número atómico bajo en comparación con el elemento del material de la segunda, entonces se utilizará el factor de acumulación del material de la segunda capa, despreciando el factor de acumulación de la primera, esto es por que a bajas energías la radiación acumulada de la región uno es absorbida por la región dos. Su cálculo se realizará de la forma

$$B_{z_2}(\mu_2 a_2) \quad (4.56)$$

c) si el medio es diferente, el elemento químico del material de la primera capa tiene un alto número atómico, el procedimiento a seguir en este caso depende de la energía de los rayos- γ . Si $E < 3$ MeV entonces se calculará como

$$B = B_{z_1}(\mu_1 a_1) B_{z_2}(\mu_2 a_2) \quad (4.57)$$

de otra manera si $E > 3$ MeV, entonces

$$B = B_{z_1}(\mu_1 a_1) B_{z_2}(\mu_2 a_2)_{\min} \quad (4.58)$$

de donde $B_{z_2}(\mu_2 a_2)_{\min}$ es el valor de B_{z_2} a 3 MeV. Con el propósito de analizar el blindaje de multicapas se introduce el siguiente ejemplo para un haz monodireccional de rayos- γ .

ejemplo 4.4

Un haz monodireccional de rayos- γ con una energía de 6 MeV, de intensidad 10^8 rayos- γ/cm^2 -seg., es blindado con 100 cm. de agua y 8 cm. de plomo. Calcular la tasa de exposición si i) el agua es colocada antes que el plomo, ii) el agua es colocada después del plomo.

Solución

En ambos casos el flujo acumulado es dado por, $\phi_b = 10^8 B_m e^{-(\mu_w + \mu_{pb})x}$ de donde B_m es el factor de acumulación para un haz monodireccional, $X_w = 100$ cm. y $X_{pb} = 8$ cm. De la Tabla A.2 $\mu_w = 0.0275$ y $\mu_{pb} = 0.4944$, $\mu_w X_w = 2.75$ y $\mu_{pb} X_{pb} = 3.96$.

i) el valor de B_m es tomado mediante la regla b, el agua tiene un número atómico bajo por lo tanto se considera el factor de acumulación del segundo material, $B_m = B_{pb}(3.96) = 1.86$ entonces el flujo acumulado es obtenido mediante

$$\phi_b = 1.86 * 10^8 e^{-(2.75+3.96)} = 2.27 * 10^7 \text{ rayos-}\gamma/cm^2\text{-seg.}$$

Un flujo de 150 rayos- γ/cm^2 -seg. a 6 MeV da una tasa de exposición de 1 mR/h. por lo tanto $X = [(2.27 * 10^7)(1)]/150 = 15.1$ mR/h.

ii) B_m es obtenido utilizando el criterio c) ecuación 4.58. Primero se calcula el factor de

acumulación para el agua, $B_w(2.75)=2.72$ por lo tanto $B_m=(1.86)/(2.72)=5.06$, el flujo acumulado será

$$\phi_b = 5.06 \cdot 10^6 \cdot e^{-(2.75+3.96)} = 6.17 \cdot 10^3 \text{ rayos-}\gamma/\text{cm}^2\text{-seg.}$$

la tasa de exposición es $X=[(6.17 \cdot 10^3)(1)]/150=41.1 \text{ mR/h}$. Del ejemplo anterior se concluye que la tasa de exposición es más baja cuando los rayos- γ atraviesan el agua antes que el plomo.

IV.3 MATERIALES UTILIZADOS EN EL DISEÑO DE BLINDAJES

Como anteriormente se menciono las *partículas- α* poseen energías finitas, como tienen gran masa y carga eléctrica positiva son intensamente ionizantes, por lo que a pesar de sus elevadas energías su poder de penetración es muy pequeño. Este tipo de partículas no presentan normalmente un riesgo externo.

Las *partículas- β* no pierden su energía rápidamente y son por lo tanto más penetrantes que las *partículas- α* . Para el frenado de las *partículas- β* se utilizan materiales de número atómico bajo, consiguiendo así que la radiación emitida por frenado sea pequeña. Los materiales más adecuados para el blindaje de *partículas- β* son por ejemplo; aluminio, gomas y plásticos. Para el caso de *partículas- β* muy energéticas la componente de radiación de frenado puede adquirir suficiente importancia, como para ser necesario completar el blindaje con materiales de peso atómico elevado (plomo), con el fin de atenuar la radiación.

Las partículas neutras (neutrones y fotones gamma) poseen un poder de penetración considerable. El blindaje para atenuar un haz de neutrones, debe tener como fin reducir su energía a niveles en los que puedan ser absorbidos fácilmente (esto es debido a que no hay buenos absorbedores a altas energías, mientras que a bajas energías sí los hay, por ejemplo el boro). Se utilizan así materiales con elevado contenido de hidrógeno, para que por medio de colisiones elásticas se consiga reducir su energía. Los neutrones son absorbidos más fácilmente a niveles de energía térmica, y en este proceso tiene lugar la emisión de partículas secundarias o fotones gamma. Si la emisión de rayos- γ es considerable puede ser necesario un blindaje complementario de plomo u otro material análogo. Para reducir la energía de los neutrones rápidos son eficaces el agua y la parafina, que son compuestos hidrogenados de fácil adquisición. Diez pulgadas de parafina son suficientes para reducir a la décima parte la energía de los neutrones rápidos de 1 MeV , una lámina de Cadmio de un milímetro de espesor es suficiente para absorber los neutrones rápidos. A continuación se describen las características de algunos materiales utilizados en el diseño de blindajes.

PLOMO

Las principales características del plomo como material de blindaje en rayos- γ , es su alto valor de densidad y número atómico, pero sus desventajas son: su costo elevado en comparación con el hierro o el acero, bajo punto de fusión, por su baja dureza en ocasiones requiere estructuras de acero que lo soporten. Dada su alta capacidad de atenuación de rayos- γ , el espesor de un blindaje de plomo es considerablemente menor que el de acero o concreto, por lo tanto se obtienen blindajes más ligeros y fáciles de manipular. Sus propiedades para atenuar β s y neutrones son deficientes, por esta razón es utilizado principalmente en fuentes de radiación gamma, y en máquinas de rayos-X. Algunas propiedades del plomo se resumen en la Tabla 4.2.

HIERRO

El hierro es un material que atenúa significativamente *rayos- γ* y sus propiedades son similares a las del acero con bajo contenido de carbón. La densidad y número atómico del hierro son relativamente bajos, pero el hierro y el acero son materiales muy resistentes y pueden ser expuestos a temperaturas altas. El acero es también relativamente barato, resistente a daños por radiación, su activación es moderada a menos que en su aleación contenga impurezas tales como, manganeso, níquel, cromo o cobalto. También el acero es utilizado en vasijas de presión y en algunos blindajes de reactores en combinación con agua y concreto. Algunas propiedades del hierro se resumen en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Propiedades del Plomo y el Hierro

| PROPIEDADES | PLOMO | HIERRO |
|--|--------|----------|
| Densidad (g cm^{-3}) | 11.35 | 7.87 |
| Número atómico | 82 | 26 |
| Peso atómico | 207.19 | 55.85 |
| Punto de fundición ($^{\circ}\text{C}$) | 327 | 1535 |
| Conductividad térmica ($\text{J cm}^{-1} \text{S}^{-1} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$) | 0.339 | 0.67 |
| Daños por radiación | Nula | Pequeños |
| Resistencia a la corrosión | Buena | Regular |

TUNGSTENO

Es un material caro y difícil de fabricar, pero por sus valores altos en densidad (19.3 g cm^{-3}) y número atómico (74) lo hacen atractivo cuando se desean blindajes de bajo peso y espesor. Es utilizado como material de blindaje para la atenuación de *rayos- γ* en reactores. Su punto de fundición tan elevado lo hace un material muy útil para trabajar a elevadas temperaturas.

URANIO EMPOBRECIDO

El uranio empobrecido en *U-235*, obtenido como subproducto del proceso de enriquecimiento, es aprovechado y no es demasiado costoso. Este material se utiliza en el blindaje de *rayos- γ* , su principal ventaja es su valor alto en densidad (18.9 g cm^{-3}) y número atómico 92. Es un material fuerte y puede ser fabricado como el acero. Es utilizado principalmente como blindaje en el transporte de material radiactivo.

CONCRETO

Su principal desventaja como material de blindaje son sus valores tan bajos en densidad y número atómico, lo que lo hacen un material no muy eficiente para el blindaje de *rayos-γ*. El concreto ordinario es elaborado de una mezcla de cemento y arena, además de un agregado de rocas de dos a cinco centímetros de diámetro. El concreto de tipo ordinario tiene una densidad aproximada de 2.3 g cm^{-3} , y una composición en porcentaje de oxígeno (52.9), silicio (33.7), calcio(4.4), aluminio(3.4), sodio(1.6), hierro(1.4), potasio(1.3), hidrógeno(1), magnesio(0.2), y carbón (0.1). Con objeto de mejorar las propiedades de blindaje el concreto se puede elaborar con un agregado de rocas de hierro y limonite o magnetita, obteniéndose concreto pesado que tiene una densidad de 4.2 g cm^{-3} y una composición en porcentaje de peso de: hierro(72.1), oxígeno(18.1), calcio(6.1), magnesio(1.6), silicio(1.4), aluminio(0.5), magnesio(0.2), sulfuro(0.1), e hidrógeno(0.05). Algunas propiedades del concreto ligero y pesado se resumen en la Tabla 4.3

Tabla 4.3 Propiedades del concreto ordinario y concreto pesado.

| PROPIEDADES | VALOR CONCRETO ORDINARIO | VALOR CONCRETO PESADO |
|---|------------------------------------|------------------------------------|
| Densidad (g cm^{-3}) | 2.2 a 2.4 | 3.7 a 4.8 |
| Número atómico | 11 | 26 |
| Concentración de hidrógeno (átomos cm^{-3}) | $0.8 \text{ a } 2.4 \cdot 10^{12}$ | $0.8 \text{ a } 2.4 \cdot 10^{12}$ |
| Conductividad térmica ($\text{J cm}^{-1} \text{ S}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$) | 0.01 | 0.1 |
| Daños por radiación | Nulo | Nulo |
| Temperatura Máxima $^\circ\text{C}$ | 93.01 | 93.01 |

POLIETILENO

Es un excelente moderador de neutrones, por tener una concentración de hidrógeno mayor a la del agua, por esta razón es un material muy utilizado en el blindaje de neutrones, pero su desventaja es su poca resistencia a el calor y a la radiación. Este material se encuentra disponible en hojas, placas, barras y pastillas, pero puede ser moldeado y maquilado en diferentes formas. Algunas propiedades del polietileno se resumen en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5 Propiedades del polietileno.

| PROPIEDADES | VALOR |
|--|---------------------|
| Densidad (g cm^{-3} , 20°C) | 0.95 |
| Número atómico efectivo | 5.5 |
| Concentración de Hidrógeno (átomos en cm^{-3}) | $8.0 \cdot 10^{22}$ |
| Temperatura Máxima (°C) | 100 |
| Flamabilidad (°C) | Moderada |
| Daños por radiación | Significantes |

AGUA

Es un material excelente para blindaje de neutrones, principalmente por su alta concentración de hidrógeno. Su bajo costo y valores bajos en densidad y número atómico lo hacen un material utilizado para la atenuación de rayos γ , si es posible utilizar volúmenes considerables, por ejemplo en el Reactor TRIGA del Centro Nuclear de México. Su principal desventaja como blindaje es su bajo punto de ebullición, lo cual impide su uso a elevadas temperaturas a menos que pase por un ciclo de enfriamiento. Su capacidad de fluir asegura que llenara todos los espacios o huecos, pero esto mismo hace que el agua deba ser contenida y por lo tanto el costo más alto de un blindaje de agua es el contenedor. Propiedades del agua Tabla 4.4.

Tabla 4.4 Propiedades del agua.

| PROPIEDADES | VALOR |
|---|----------------------|
| Densidad (g cm^{-3} , 20°C) | 1 |
| Número atómico | 7.4 |
| Número de electrones por gramo | $3.34 \cdot 10^{23}$ |
| Concentración de Hidrógeno (átomos en cm^{-3}) | $6.7 \cdot 10^{22}$ |
| Punto de fundición (°C) | 0 |
| Punto de ebullición (°C) | 100 |
| Conductividad térmica ($\text{J cm}^{-1} \text{S}^{-1} \text{°C}^{-1}$) | 5.9 |
| Daños por radiación | Pequeños |

OTROS MATERIALES

Aire: no es un material en el diseño de blindajes, esto es debido a su baja densidad y a que los elementos que lo componen son principalmente de bajo número atómico. Cuando se considera aire la atenuación de la radiación básicamente depende del factor distancia. Su densidad a 20 °C es de $1.29 \cdot 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$, incrementando o decrementando según la temperatura y altitud. La composición es 75.5 % del peso, Nitrógeno, y 23.2 oxígeno.

Grafito: aunque no es tan buen blindaje para neutrones rápidos, como lo son el agua y el polietileno, es frecuentemente usado como moderador, reflector o componente de blindajes en instalaciones de fisión o fusión. Su densidad promedio es de 1.65 g/cm^3 .

Hidruro de litio (LiH): se ha considerado este material como un blindaje para neutrones en reactores espaciales, su densidad es 0.78 g/cm^3 y tiene aproximadamente $5.9 \cdot 10^{22}$ átomos de H/cm^3 . Su punto de fusión es de 686°C , tiene buena resistencia a daño por radiación y su activación neutrónica es despreciable.

REFERENCIAS

- 1.- Jaeger, R.G., Blizard, E.P., Chilton, A.B., "Engineering Compendium on Radiation Shielding," Volume 1 Springer-Verlag New York 1968. P.P 367-369, 393-395, 403-406, 411-415.
- 2.- Glasstone, S., "Nuclear Reactor Engineering," Van Nostrand Rein Hold New York 1967. P.P 579-582, 611-615.
- 3.- Lamarsh, J.R., "Introduction to Nuclear Engineering," Addison-Wesley New York 1977. P.P 408-413, 420-456.
- 4.- Profio, A.E., "Radiation Shielding and Dosimetry," John Wiley & Sons New York 1976. P.P 406-421.
- 5.- Connolly, T.J., "Fundamentos de Ingeniería Nuclear," Limusa México 1983. P.P 188-194.
- 6.- Goldstein, H., "Fundamental Aspects of Reactor Shielding", Addison-Wesley E.U 1959. P.P 359-365.

CAPITULO V

ESTUDIO COMPARATIVO DE CALCULO DE BLINDAJE

Existen diferentes códigos utilizados en el cálculo de parámetros de blindaje de la radiación, tanto para gammas como para neutrones. Los códigos *MICROSHIELD* y *CPBGAM* son utilizados exclusivamente en gammas, siendo este último parte del trabajo de tesis. En este capítulo se dará una descripción breve de los códigos *MICROSHIELD* y *CPBGAM*, posteriormente se realizará un estudio comparativo de cálculo de parámetros de blindaje utilizando ambos códigos.

V.1 DESCRIPCIÓN DE LOS CODIGOS MICROSHIELD Y CPBGAM.

MICROSHIELD

Es una herramienta que auxilia en la evaluación técnica de la dosis en blindajes y autoblandajes de fuentes radiactivas emisoras de gammas. Este programa es una adaptación para microcomputadora del código *ISOSHL* de *MAINFRAME* escrito a principios de los 60s. Puede ser ejecutado en computadoras *IBM-PC* o compatibles bajo el sistema operativo *MS-DOS*, con versiones posteriores a la 2. Para su ejecución requiere *512 Kbytes* de memoria como mínimo, y para facilitar su operación es conveniente instalarlo en sistemas con disco duro. *MICROSHIELD* se distribuye en 3 discos flexibles; a continuación se listan los archivos contenidos en cada uno de estos

| DISCO 1 | DISCO 2 | DISCO 3 |
|-------------|--|---|
| MSHIELD.EXE | NUCLIDES.REC PHOTONS.REC PROGENY.REC POSITRON.REC BETAS.REC ELECTRON.REC ALPHA.REC | RADDECAY.EXE MUOVERHO.REC GPCOEFF.REC |

El archivo para entrar a realizar una aplicación es *MSHIELD.EXE*. Los siete archivos con la extensión "*REC*" del *DISCO 2*, contienen las librerías de nucleidos. En el *DISCO 3* el archivo *RADDECAY.EXE* tiene la función de leer e imprimir las librerías de nucleidos, puede ser ejecutado independientemente de *MSHIELD.EXE*; el archivo *MUOVERHO.REC*, contiene coeficientes de atenuación para 100 elementos atómicos; y *GPCOEFF*, contiene los coeficientes para el cálculo del factor de acumulación por el método *GP* (Progresión Geométrica).

La primera consideración para el cálculo de blindaje, es la intensidad de la fuente y la energía de las partículas emitidas, siendo también muy importante la geometría fuente-punto de

exposición, esta incluye distancia y orientación entre la fuente y el detector. *MICROSHIELD* tiene algoritmos de solución para 14 diferentes geometrías, ver Tabla 5.1. Una vez que el usuario selecciona una de estas geometrías, el código requiere que se le proporcione la distancia de la fuente al punto de exposición, características de la fuente, material y dimensiones de blindaje, etc.

Tabla 5.1 Configuraciones geométricas del código *MICROSHIELD*

| CONFIGURACION DE LA FUENTE | CONFIGURACION DEL BLINDAJE |
|----------------------------|----------------------------|
| PUNTUAL | PLACA |
| LINEAL | PLACA |
| ESFERA | ESFERA |
| ESFERA | PLACA |
| CONO CON CORTE HORIZONTAL | PLACA |
| DISCO | PLACA |
| CILINDRO | CILINDRO |
| CILINDRO | PLACA |
| CILINDRO | CILINDRO Y PLACA |
| CILINDRO ACOSTADO | PLACA |
| RECTANGULO SOLIDO | PLACA |
| AREA RECTANGULAR | PLACA |
| PLANA INFINITA | PLACA |
| PLACA INFINITA | PLACA |

MICROSHIELD pueden considerar hasta cinco regiones de blindaje, pudiendo estar compuesta cada una por diferente material. La actividad de la fuente puede ser especificada mediante alguno de los nucleidos de su librería, o por grupos de energía, los valores menores a 100 KeV y mayores a 10 MeV no son aceptados. El factor de acumulación puede ser calculado por tres métodos diferentes, estos son: la *Formulación de Taylor*, *Progresión Geométrica*, y *Formulación de Berger*.

CPBGAM

Es un programa de aplicación con fines prácticos, realizado para estimar cálculos de parámetros de blindaje en geometrías simples. *CPBGAM* está escrito en lenguaje de programación *C*, compuesto por el archivo ejecutable *CPBGAM.EXE*, y de 4 librerías indispensables para la ejecución del mismo, estas son: *FAMP* y *TAYLOR*, que contienen valores tabulados para el factor de acumulación; *COTMAE*, contiene valores para el coeficiente de atenuación másico y absorción de energía para diversos materiales; y *SIEVERT*, que enlista valores para la función de *Sievert*.

CPBGAM esencialmente tiene dos opciones de cálculo: a) *cálculo de la tasa de exposición*; b) *cálculo del espesor de blindaje*. *CPBGAM* tiene algoritmos de solución para 6 geometrías diferentes Tabla 5.2, donde solo se puede definir una región de blindaje con los materiales más comunes de diseño. La energía de las gammas es tratada en un sólo grupo, es decir la fuente es considerada monoenergética. El cálculo del factor de acumulación es calculado mediante la *Formulación de Taylor*.

Tabla 5.2 Configuraciones geométricas del código *CPBGAM*

| CONFIGURACION DE LA FUENTE | CONFIGURACION DEL BLINDAJE |
|----------------------------|----------------------------|
| MONODIRECCIONAL | PLACA |
| PUNTUAL | ESFERA |
| PLANA INFINITA | PLACA |
| LÍNEAL | CILINDRO |
| DISCO | PLACA |
| AREA RECTANGULAR | PLACA |

Probablemente el lector se preguntará, el por que de la elaboración del código *CPBGAM* siendo *MICROSHIELD* un código más completo. *CPBGAM* es el resultado, de aplicación práctica, del estudio de la metodología de absorción y atenuación de *rayos- γ* en varios materiales, que tiene en cuenta las características de la fuente (geometría, intensidad, vida media, etc), la geometría fuente-punto de exposición, material y espesor del blindaje, etc.

V.2 ANALISIS DE CALCULO DE PARAMETROS DE BLINDAJE MEDIANTE LOS CODIGOS MICROSHIELD Y CPBGAM

Caso 1 Fuente puntual-blindaje esférico.

Como anteriormente se había mencionado, una fuente se considera puntual cuando las dimensiones de esta son despreciables en comparación con la distancia a la cual se localiza el

punto de exposición. Una fuente puntual es el caso más general del análisis del problema de blindaje. Comenzaremos el análisis con el siguiente ejemplo:

Ejemplo 5.1 **

Una fuente puntual encapsulada de 100 mCi de *Cobalto-60*, emite en cada desintegración una gamma de 1.17 MeV y otra de 1.33 MeV . Calcular a) el flujo de gammas a un metro de distancia de la fuente y b) espesor de blindaje de plomo que se necesita para reducir la tasa de exposición a 2 mR/h

Solución.

Dado que las energías son bastante próximas entre sí, éstas gammas pueden ser remplazadas por dos gammas de una energía de 1.25 MeV (energía promedio). Teniendo en cuenta esto y la definición del *CI* se tiene que la intensidad de 100 mCi de *Cobalto-60* es $S_p = (2)(3.7 \cdot 10^{10})(100) = 7.4 \cdot 10^9\text{ rayos-}\gamma/\text{seg}$ de 1.25 MeV .

El flujo a un metro de distancia, sin tener en cuenta atenuación, es obtenido mediante la ecuación 4.1 y es igual a $5.89 \cdot 10^9\text{ rayos-}\gamma/\text{cm}^2\text{-seg}$, por lo tanto la tasa de exposición de acuerdo con la ecuación 3.2 es de 127 mR/h .

Para calcular el espesor de plomo necesario para obtener la tasa de exposición de 2 mR/h , se utilizó *MICROSHIELD* y *CPBGAM*. En el primero se seleccionó la *formulación de Taylor* para el cálculo del factor de acumulación, esto se hizo para que ambos códigos usaran el mismo método en el cálculo de dicho factor, para que los resultados sean directamente comparables. Con el fin de efectuar un análisis sensitivo se realizaron además, los cálculos para hierro y aire. En la Tabla 5.3 se presentan los resultados obtenidos

Tabla 5.3 Resultados obtenidos para la fuente puntual de *Co-60*

| | | | |
|--|------------------|--------|-------|
| Geometría | Puntual | | |
| S_p (rayos γ /seg) | $7.4 \cdot 10^9$ | | |
| Energía (MeV) | 1.25 | | |
| Material de blindaje | Aire | Hierro | Plomo |
| Espesor de blindaje (cm) | 100 | 15 | 8.23 |
| Distancia de la fuente al punto de exposición (cm) | 100 | 100 | 100 |
| Tasa de exposición (mR/h) | | | |
| MICROSHIELD | 127 | 1.93 | 1.95 |
| CPBGAM | 127 | 2 | 2 |

** Obtenido de la referencia 1 pág. 476.

de acuerdo a los resultados obtenidos de la Tabla 5.3 se puede observar que los de *CPBGAM* son bastante similar a los de *MICROSHIELD*, de lo cual deducimos que la metodología fue debidamente entendida e implementada para este tipo de geometría. También se puede observar la eficacia del plomo como blindaje de la radiación gamma, mientras se requiere un espesor de 15 cm de hierro para reducir la tasa de exposición a 2 mR/h, un blindaje de plomo solo requerirá de 8.23 cm. Teniendo en cuenta estas dimensiones y la densidad de los materiales, se tiene que un blindaje esférico de hierro pesaría aproximadamente 4 veces más que uno de plomo (111.26 y 26.62 Kg respectivamente), por otra parte el costo del blindaje de plomo es un poco más del doble del de hierro; ahora bien el manejo del blindaje de plomo es bastante más comodo, por esta razón es común que se prefiera pagar el costo adicional de fabricación y tener la comodidad de un blindaje más compacto y menos pesado. Para fines prácticos y con objeto de reducir los riesgos en la manipulación de las fuentes, es conveniente realizar el cálculo de la exposición sobre la superficie del blindaje.

Caso 2 Fuente plana infinita-blindaje placa.

En una fuente plana de dimensiones imaginariamente infinitas, la reducción de la tasa de exposición depende básicamente del espesor del material de blindaje. En el siguiente ejemplo analizaremos el blindaje para una fuente de este tipo, donde calcularemos la exposición sobre la superficie del blindaje.

Ejemplo 5.2

Una fuente plana infinita emite 10^6 rayos- $\gamma/cm^2\cdot seg$ con una energía de 2 MeV. Calcular la tasa de exposición en la superficie de un blindaje de concreto de 100, 115 y 130 cm.

Solución

Una fuente plana de dimensiones infinitas es el caso más general para el análisis de fuentes planas, en el caso de fuentes de dimensiones finitas, únicamente se reemplazan los límites de integración por las dimensiones reales. En la Tabla 5.4 se presentan los resultados obtenidos mediante los códigos *MICROSHIELD* y *CPBGAM*, para los tres casos de interés

Como se puede observar en la Tabla 5.4, en este tipo de fuentes el blindaje es el factor fundamental para la reducción de la tasa de exposición. Por ser consideradas las dimensiones de la fuente infinitas, el factor distancia en la reducción de la tasa de exposición no es determinante.

Tabla 5.4 Resultados obtenidos para la fuente plana infinita

| Geometría | Plana Infinita | | |
|---------------------------------|----------------|----------|----------|
| S_0 rayos- γ/cm^2 -seg | 10^9 | | |
| Energía (MeV) | 2 | | |
| Material de blindaje | Concreto | Concreto | Concreto |
| Espesor de blindaje (cm) | 100 | 115 | 130 |
| Tasa de exposición (mR/h) | | | |
| MICROSHIELD | 51.87 | 10.09 | 2.35 |
| CPBGAM | 54.90 | 11.67 | 2.49 |

Caso 3 Fuente lineal-blindaje cilíndrico.

La idealización de este tipo de geometría, generalmente es empleada para estimar la exposición a rayos- γ provenientes de las barras de elementos combustibles, después de haber sido retiradas del núcleo de un reactor nuclear. Debido a que se considera emisión isotrópica desde cualquier punto de la fuente, la tasa de exposición toma su valor máximo en el punto localizado sobre la distancia más corta respecto al centro de la fuente.

Ejemplo 5.3

Una barra combustible de un metro de longitud, emite 10^7 rayos- γ/cm -seg con una energía promedio de $1.5 MeV$. Si consideramos la barra sumergida en el centro de un recipiente cilíndrico, lleno de agua, de un metro de diámetro, calcular la tasa de exposición en el centro y en los extremos de la barra a un metro de distancia.

Solución

En la Tabla 5.5 se presentan los resultados obtenidos para el ejemplo anterior, la barra es tratada como una fuente lineal. Se puede observar que el valor para la tasa de exposición es idéntico en los extremos y máximo en el centro.

Tabla 5.5 Resultados obtenidos para la fuente lineal

| Geometría | F. Lineal-blindaje cilíndrico | | |
|---|-------------------------------|--------|------------------|
| | Dimensiones (cm) | 100 | |
| S_L rayos- γ /cm-seg | 10^7 | | |
| Energía (MeV) | 1.50 | | |
| Material de blindaje | Agua | | |
| Espesor de blindaje (cm) | 50 | | |
| Distancia de la fuente al punto de exposición (cm) | 100 | | |
| Localización del punto de exposición con respecto a la fuente | Extremo inferior | Centro | Extremo superior |
| Tasa de exposición (mR/h) | | | |
| MICROSHIELD | 33.53 | 46.16 | 33.53 |
| CPBGAM | 32.46 | 44.54 | 32.46 |

Como se puede observar la tasa de exposición máxima se tiene en el centro, esto es debido a que en este caso se tiene una contribución más significativa, en el punto de exposición, desde toda la longitud de la barra, mientras que cuando éste se localiza en el extremo superior, la contribución de la mitad inferior no es tan significativa, y viceversa. Una explicación gráfica de lo anterior se tienen en la Figura 5.1, donde se utilizan los resultados de *CPBGAM*

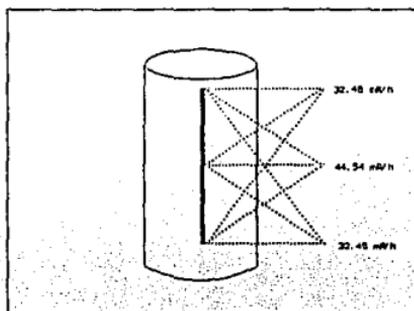


Fig. 5.1 Ilustración de la distribución isotrópica de una fuente lineal.

Caso 4 Fuente plana tipo disco-blindaje tipo placa.

Una fuente tipo disco podrá aproximarse mediante una fuente puntual, si se cumple la relación $r < d/4$, donde r es el radio del disco, y d es la distancia entre la fuente y el punto de exposición. En el siguiente ejemplo calcularemos la tasa de exposición en una fuente plana de geometría tipo disco, y además se obtendrá una aproximación para ésta mediante una fuente puntual.

Ejemplo 5.4

Una fuente plana de geometría tipo disco de radio 7.4 cm, emite 10^6 rayos- γ/cm^2 -seg de una energía de 3 MeV. Interponiendo un blindaje de aluminio de 25 cm de espesor, calcular la tasa de exposición a 30 cm de la fuente.

Solución

Dado que en este caso se pretende verificar la validez de la aproximación de una fuente puntual a la de disco, es necesario calcular el número total de rayos- γ emitidos por el disco ya que este número representa la intensidad de la fuente puntual, $\text{Gammas emitidas/seg} = 3.1416 \cdot (7.4)^2 \cdot 10^6 = 1.72 \cdot 10^8$. En la Tabla 5.6 se presentan los resultados obtenidos para este caso, donde se puede observar que una fuente puntual es una buena aproximación a una fuente plana, siempre y cuando se cumpla la relación previamente establecida.

Tabla 5.6 Resultados obtenidos para una fuente de geometría tipo disco y una aproximación a la misma mediante una fuente puntual

| Geometría | Disco | Puntual |
|--|-----------|-------------------|
| Dimensiones (cm) | radio=7.4 | |
| S_s rayos- γ/cm^2 -seg | 10^6 | |
| S_p rayos- γ/seg | | $1.72 \cdot 10^8$ |
| Energía (MeV) | 3 | 3 |
| Material de blindaje | Aluminio | Aluminio |
| Espesor de blindaje (cm) | 25 | 25 |
| Distancia de la fuente al punto de exposición (cm) | 30 | 30 |
| Tasa de exposición (mR/h) | | |
| MICROSHIELD | 157.20 | 160.50 |
| CPBGAM | 155.72 | 156.37 |

Caso 5 Fuente plana rectangular

Si se quiere aproximar una fuente rectangular a una fuente tipo disco, el primer paso es obtener el radio efectivo de la fuente, y se calcula igualando las áreas de un rectangulo y un círculo, expresada por la relación $r = \{(base \cdot altura) / \pi\}^{1/2}$. A continuación calcularemos la tasa de exposición en una fuente plana rectangular mediante las aproximaciones de una fuente tipo disco y una fuente puntual.

Ejemplo 5.5

Una fuente plana rectangular de base 4 cm y altura 4 cm, emite 10^6 rayos- γ/cm^2 -seg con una energía de 2.5 MeV. La fuente es blindada con 3 cm de estaño, calcular la tasa de exposición a 15 cm de distancia.

Solución

$$\text{Radio efectivo(fuente disco equivalente)} = (16/3.1416)^{1/2} = 2.257$$

$$\text{Gammas emitidas} = 1.6 \cdot 10^7$$

En la Tabla 5.7 se presentan los resultados obtenidos para la fuente plana rectangular aproximada mediante las fuentes tipo disco y puntual.

Tabla 5.7 Resultados obtenidos para una fuente plana rectangular aproximados mediante una fuente tipo disco y una fuente tipo puntual

| Geometría | Plana rectangular | Puntual |
|--|--|------------------|
| Dimensiones (cm) | Base= 4 altura=4 radio efectivo=2.257 | |
| S_a rayos- γ/cm^2 -seg | 10^6 | |
| S_p rayos- γ/seg | | $1.6 \cdot 10^7$ |
| Energía (MeV) | 2.5 | 2.5 |
| Material de blindaje | Estaño | Estaño |
| Espesor de blindaje (cm) | 3 | 3 |
| Distancia de la fuente al punto de exposición (cm) | 15 | 15 |
| Tasa de exposición (mR/h) | | |
| MICROSHIELD | 14.15 | 14.35 |
| CPBGAM | 13.71 | 14.90 |

MICROSHIELD reporta para esta geometría un valor de 14.14 mr/h , bastante aproximado al de la fuente disco equivalente. En el caso de *CPBGAM* este tipo de geometría siempre es aproximado a una fuente disco equivalente. Se observa que nuevamente la aproximación por una fuente puntual es aceptable.

Caso 6 Casquete esférico

El cálculo de blindaje de fuentes volumétricas, se utilizan aproximaciones a fuentes planas, o en su defecto mediante una fuente puntual. Como último caso se estimará la tasa de exposición que proviene de un casquete esférico, utilizando como aproximaciones la fuente plana infinita y la fuente puntual.

Ejemplo 5.6

Un casquete esférico de radio 5 cm emite $1.5 \cdot 10^8 \text{ rayos-}\gamma/\text{cm}^2\text{-seg}$, con una energía de 2 MeV . La fuente es blindada con una placa de hierro de 10 cm de espesor, calcular la tasa de exposición a 100 cm del centro del casquete.

Solución

Para el análisis del problema, utilizaremos la metodología dada en el Cap.IV para la fuente distribuida sobre un casquete esférico, en donde ésta será aproximada mediante una fuente plana infinita localizada a una distancia $r_0 - r$, de donde r_0 es la distancia entre la fuente y el punto de exposición, y r es el radio del casquete esférico. Cabe hacer la aclaración que en este tipo de aplicaciones, para obtener una buena aproximación el radio del casquete esférico debe ser suficientemente grande.

En las aproximaciones ya sea mediante la fuente puntual o la fuente plana infinita, la tasa de exposición será calcula a una distancia de 95 cm . La intensidad para la fuente puntual es obtenida mediante el producto del área del casquete por la intensidad $1.5 \cdot 10^8 \text{ rayos-}\gamma/\text{cm}^2\text{-seg}$, lo que da una intensidad de $4.71 \cdot 10^7 \text{ rayos-}\gamma/\text{seg}$.

En la Tabla 5.8 se presentan los resultados obtenidos para el casquete esférico mediante las aproximaciones de la fuente plana infinita y la fuente puntual.

Las estimaciones obtenidas para el ejemplo mediante las fuentes plana infinita y puntual, relativamente son parecidas. Pero consideramos que la aproximación obtenida mediante la fuente puntual, es más cercana a la aproximación obtenida a través de la fuente plana infinita, ya que en ésta última el radio del casquete esférico no es lo suficientemente grande.

Tabla 5.8

| Geometría | Esférica | Plana infinita | Puntual |
|--|----------|------------------|-------------------|
| Dimensiones (cm) | radio=5 | | |
| S_0 rayos- γ /seg | | | $4.71 \cdot 10^7$ |
| S_x rayos- γ /cm ² -seg | | $1.5 \cdot 10^5$ | |
| Energía (MeV) | | 2 | 2 |
| Material de blindaje | | Hierro | Hierro |
| Espesor de blindaje (cm) | | 10 | 10 |
| Distancia de la fuente al punto de exposición (cm) | | 95 | 95 |
| Tasa de Exposición (mR/h) | | | |
| MICROSHIELD | | 0.48015 | 0.176 |
| CPBGAM | | 0.47157 | 0.165 |

REFERENCIAS

- 1.- Profio, A.E, "Radiation Shielding and Dosimetry," John Wiley & Sons New York, 1976 P.P 476-476.
- 2.- "Microshield 3 Manual," Grove Engineering E.U. 1987.
- 3.- Connolly, T.J, "Fundamentos de Ingeniería Nuclear," Linusa México 1983. P.P. 188-194.
- 4.- Lamarsh, J.R, "Introduction to Nuclear Engineering," Addison-Wesley New York 1977. P.P 420-456.

CONCLUSIONES

Como se puede observar de los resultados obtenidos con *CPBGAM* y con *MICROSHIELD*, las diferencias promedio que se obtuvieron en los casos analizados son del orden del 0.04 %. Estos resultados nos permiten afirmar que *CPBGAM* es un código confiable en el cálculo de dosis y espesores de blindajes, pero es necesario reconocer las limitaciones del mismo, las principales son: a) el número limitado de materiales disponibles (plomo, concreto pesado, agua, aluminio, estaño, tungsteno, hierro y uranio empobrecido), b) la imposibilidad de manejar más de un grupo de energía de gammas por ejecución. Por otra parte es necesario recalcar, que el objetivo de elaborar *CPBGAM* no fué el de llegar a obtener un programa superior a *MICROSHIELD* (el cual es el resultado de algunos años de experiencia, de varios especialistas en análisis y cálculo de blindajes), sino el de entender los principios básicos y la matemática implicada en el área. Esto último es muy importante ya que para evaluar la aplicabilidad, limitaciones y potencialidad de los códigos que se distribuyen comercialmente, se requiere tener un buen nivel de conocimiento de lo que se desea calcular y/o obtener (en pocas palabras hay que conocer para elegir y adquirir adecuadamente).

Con objeto de evaluar algunos de los materiales más utilizados en blindajes, se ejecutaron los códigos *MICROSHIELD* y *CPBGAM*, utilizando varios materiales (plomo, hierro, concreto, aluminio y agua), los resultados obtenidos con ambos códigos confirmaron la efectividad del plomo como material de blindaje de la radiación gamma (la efectividad aumenta con el número atómico), siendo su principal desventaja de utilización su alto costo de producción, razón por la cual se emplean blindajes compuestos tales como; plomo y concreto, concreto y agua, etc.

Es importante tener en cuenta que no sólo el *blindaje* reduce la exposición a la radiación, hay que considerar también los parámetros básicos, *tiempo* y *distancia*, los cuales juegan un papel igualmente importante, ya que manteniendo un control en las áreas de irradiación, a menor tiempo de exposición menor será la dosis, y por otra parte se debe tener en cuenta que la reducción de la dosis es al inverso del cuadrado de la distancia al punto de exposición. Ambos códigos nos permiten manejar estos tres aspectos, reportando estimaciones para la tasa de exposición (mR/h), efecto de la distancia y la efectividad del blindaje.

Como ya se vió en algunos de los casos analizados, una fuente puntual es una buena aproximación a cualquier fuente real, pero en la mayoría de las veces, para propósito de análisis detallado, la distribución espacial de la fuente debe tratarse en forma explícita. Por otra parte, el cálculo de blindaje en fuentes volumétricas puede ser aproximado a partir de adaptaciones a fuentes planas, ya que es posible conocer el número de gammas por cm^2 que emergen de la superficie de la fuente, y si la relación de dimensiones a distancia son apropiadas, el análisis se puede simplificar aún más a una fuente puntual. En el caso en que se desee efectuar el cálculo considerando el volumen, es necesario conocer las características del material emisor y los tipos de interacciones que la radiación gamma tiene con el mismo, para de esta manera tener en cuenta la absorción o atenuación que se tiene en el volumen de la fuente, esto es conocido como autoabsorción o autoblandaje. La autoabsorción en fuentes volumétricas hace más complejo el análisis del cálculo de blindaje, ya que es necesario considerar coeficientes de atenuación no solo para el blindaje, sino también para el material emisor.

Para fines prácticos y con objeto de reducir los riesgos en la manipulación de las fuentes, es conveniente realizar el cálculo de la exposición sobre la superficie del blindaje. Esto tiene

como fundamento que en todo caso se deben limitar daños a el ser humano o reducir la probabilidad de un efecto negativo de la radiación, por lo tanto se eligen las condiciones en las cuales se tiene seguridad de que no se violará este principio básico.

Es conveniente recordar que la relación *dosis-efecto* es algo sumamente variable, en el caso de los efectos estocásticos la aparición o no aparición del efecto no se puede determinar fácilmente, en estos casos la dosis umbral es difícil de ubicar y depende del ser humano en cuestión, por esta razón la dosis necesaria para la aparición de estos efectos tienen variaciones importantes. Por otra parte las dosis que producen efectos determinísticos tienen umbrales bastante elevados, por lo tanto si evitamos los primeros efectos tenemos la seguridad de que los segundos no se presentaran.

Uno de los principales objetivos de este trabajo de investigación, es hacer del mismo un medio de documentación práctico para el análisis de blindaje de fuentes de radiación gamma. Por esta razón se consultó una bibliografía extensa y se hizo un desarrollo matemático exhaustivo que se incluye en el texto. Cabe señalar que el desarrollo de la metodología del cálculo de parámetros de blindaje, y su posterior aplicación para la realización del código *CPBGAM*, no fué sencillo de obtener, ya que la mayor parte de las fuentes de investigación se remiten a presentar resultados últimos.

APENDICE

Tabla A.1 Propiedades de algunos elementos y nucleidos selectos

| Elemento | | | | Isótopo | | | | | | |
|-----------|----|--------------|-------------------------------|---------|----|--------------------------|--------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| Nombre | Z | Peso atómico | Densidad (g/cm ³) | Símbolo | A | Abundancia natural (ajo) | Masa (m-A) (MeV) × | Tiempo de semideintegración | Modo principal de decaimiento | Valor-Q del decaimiento |
| Neutrón | 0 | | | n | 1 | | 8.0714 | 12 min | β^- | 0.7825 |
| Hidrógeno | 1 | 1.0079 | gas | H | 1 | 99.9852 | 7.2890 | | | |
| | | | | | 2 | 0.0148 | 13.1359 | | | |
| | | | | | 3 | | 14.9500 | 12.3 y | β^- | 0.0186 |
| Helio | 2 | 4.0026 | gas | He | 3 | 1.3×10^{-4} | 14.9313 | | | |
| | | | | | 4 | 100 | 2.4248 | | | |
| Litio | 3 | 6.941 | 0.53 | Li | 6 | 7.42 | 14.088 | | | |
| | | | | | 7 | 92.58 | 14.907 | | | |
| | | | | | 8 | | 20.946 | 0.84 s | β^- | 16.00 |
| Berilio | 4 | 9.0122 | 1.85 | Be | 9 | 100 | 11.351 | | | |
| | | | | | 10 | | 12.607 | 2.5×10^6 y | β^- | 0.555 |
| Boro | 5 | 10.81 | 2.3 | B | 10 | 19.8 | 12.052 | | | |
| | | | | | 11 | 80.2 | 8.6677 | | | |
| | | | | | 12 | | 13.370 | 0.02 s | β^- | 13.37 |
| Carbono | 6 | 12.011 | 1.60 | C | 12 | 98.89 | m=0 | | | |
| | | | | | 13 | 1.11 | 3.125 | | | |
| | | | | | 14 | | 3.0198 | 5730 y | β^- | 0.1561 |
| | | | | | 15 | | 2.8637 | | | |
| Nitrógeno | 7 | 14.007 | gas | N | 14 | 99.635 | 0.100 | | | |
| | | | | | 15 | 0.365 | 5.685 | 7.2 s | β^- | 10.42 |
| | | | | | 16 | | | | | |
| Oxígeno | 8 | 15.999 | gas | O | 16 | 99.759 | -4.7366 | | | |
| | | | | | 17 | 0.037 | -0.808 | | | |
| | | | | | 18 | 0.204 | -0.7824 | | | |
| | | | | | 19 | | 3.333 | 29 s | β^- | 4.819 |
| Flúor | 9 | 18.998 | gas | F | 19 | 100 | -1.486 | | | |
| | | | | | 20 | | -0.012 | 11.4 s | β^- | 7.030 |
| Sodio | 11 | 22.990 | 0.97 | Na | 22 | | -5.182 | 2.6 y | β^- | 2.843 |
| | | | | | 23 | 100 | -9.528 | | | |
| | | | | | 24 | | -8.418 | 15.0 h | β^- | 5.315 |
| Magnesio | 12 | 24.305 | 1.74 | Mg | 24 | 78.8 | -13.933 | | | |
| | | | | | 25 | 10.2 | -13.191 | | | |
| | | | | | 26 | 11.1 | -16.214 | | | |
| | | | | | 27 | 100 | -17.196 | | | |
| Aluminio | 13 | 26.982 | 2.7 | Al | 28 | | -16.855 | 2.31 min | β^- | 4.635 |
| | | | | | 29 | | | | | |
| Silicio | 14 | 28.086 | 2.33 | Si | | | | | | |
| Argón | 18 | 39.948 | gas | Ar | 40 | 99.6 | -35.039 | | | |
| | | | | | 41 | | -33.061 | 1.83 h | β^- | 2.491 |
| Potasio | 19 | 39.098 | 0.86 | K | 39 | 93.22 | -33.803 | | | |
| | | | | | 40 | | -35.533 | 1.26×10^9 y | β^- | 1.314 |
| | | | | | 41 | 6.77 | -35.552 | | | |
| Titanio | 22 | 47.90 | 4.51 | Ti | | | | | | |
| Vanadio | 23 | 50.941 | 6.1 | V | | | | | | |

| Elemento | | | | | Isótopo | | | | |
|-----------|----|--------------|-------------------------------|---------|------------------------|------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| Nombre | Z | Peso atómico | Densidad (g/cm ³) | Símbolo | Abundancia natural (%) | Masa (m·A) (MeV) | Tiempo de semidesintegración | Modo principal de decaimiento | Valor Q del decaimiento |
| | | | | | 51 | 99.75 | -51.199 | | |
| | | | | | 52 | | -51.44 | 2.0 min | β ⁻ |
| Cromo | 24 | 51.996 | 7.19 | Cr | | | | | 3.5 |
| Manganeso | 25 | 54.938 | 7.43 | Mn | | | | | |
| | | | | | 55 | 100 | -57.705 | | |
| | | | | | 56 | | -56.904 | 2.58 h | β ⁻ |
| Fierro | 26 | 55.847 | 7.87 | Fe | | | | | 3.702 |
| Cobalto | 27 | 58.933 | 8.8 | Co | | | | | |
| | | | | | 59 | 100 | -62.233 | | |
| | | | | | 60 | | -61.651 | 5.26 y | β ⁻ |
| Níquel | 28 | 58.71 | 8.9 | Ni | | | | | 2.819 |
| Cobre | 29 | 63.546 | 8.96 | Cu | | | | | |
| Cinc | 30 | 65.38 | 7.13 | Zn | | | | | |
| Criptón | 36 | 83.80 | gas | Kr | | | | | |
| | | | | | 84 | 57.0 | -82.433 | | |
| | | | | | 85 | | -81.48 | 10.76 y | β ⁻ |
| | | | | | 86 | 17.3 | -83.259 | | |
| Estroncio | 38 | 87.62 | 2.6 | Sr | | | | | 0.67 |
| | | | | | 88 | 82.6 | -87.89 | | |
| | | | | | 89 | | -86.22 | 52 d | β ⁻ |
| | | | | | 90 | | -85.95 | 28.1 y | β ⁻ |
| Itrio | 39 | 88.906 | 5.51 | Y | | | | | 1.463 |
| | | | | | 89 | 100 | -87.678 | | |
| | | | | | 90 | | -86.50 | 64 h | β ⁻ |
| Zirconio | 40 | 91.22 | 6.5 | Zr | | | | | 2.27 |
| Niobio | 41 | 92.906 | 8.57 | Nb | | | | | |
| Molibdeno | 42 | 95.94 | 10.2 | Mo | | | | | |
| Tecnecio | 43 | | | Tc | | | | | |
| | | | | | 99 | | -87.33 | 2.1 x 10 ⁵ y | β ⁻ |
| Plata | 47 | 107.87 | 10.5 | Ag | | | | | 0.292 |
| Cadmio | 48 | 112.40 | 8.65 | Cd | | | | | |
| Indio | 49 | 114.82 | 7.31 | In | | | | | |
| | | | | | 115 | 95.7 | -89.21 | | |
| | | | | | 116 | | -88.20 | 54 min | β ⁻ |
| Yodo | 53 | 126.90 | 4.93 | I | | | | | 3.33 |
| | | | | | 127 | 100 | -88.984 | | |
| | | | | | 129 | | -88.50 | 1.7 x 10 ⁷ y | β ⁻ |
| | | | | | 131 | | -87.441 | 8.05 d | β ⁻ |
| | | | | | 135 | | -84 | 6.7 h | β ⁻ |
| Xenón | 54 | 131.30 | gas | Xe | | | | | 0.189 |
| | | | | | 135 | | -86.6 | 9.2 h | β ⁻ |
| Cesio | 55 | 132.91 | 1.9 | Cs | | | | | 0.97 |
| | | | | | 134 | | -86.79 | 2.05 y | β ⁻ |
| | | | | | 137 | | -86.9 | 30 y | β ⁻ |
| Hafnio | 72 | 178.49 | 13.4 | Hf | | | | | 2.06 |
| Tantalio | 73 | 180.95 | 16.6 | Ta | | | | | 1.176 |
| Tungsteno | 74 | 183.85 | 19.2 | W | | | | | |
| Mercurio | 80 | 200.59 | 13.6 | Hg | | | | | |
| Piombo | 82 | 207.2 | 11.3 | Pb | | | | | |
| Bismuto | 83 | 208.98 | 9.7 | Bi | 210 | | -14.73 | 21 y | β ⁻ |
| | | | | | 210 | | -14.79 | 5 d | β ⁻ |
| Polonio | 84 | | 9.24 | Po | 210 | | -15.95 | 138.4 d | α |
| | | | | | 211 | | -16.39 | 3.82 d | α |
| Radón | 86 | | gas | Rn | 222 | | | | 5.408 |
| | | | | | 222 | | | | 5.587 |

| Elemento | | | | Isótopo | | | | | | |
|-------------|----|--------------|-------------------------------|---------|--------------------------|------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------|-------|
| Nombre | Z | Peso atómico | Densidad (g/cm ³) | Símbolo | Abundancia natural (a/a) | Masa (m-A) (MeV) | Tiempo de semidesintegración | Modo principal de decaimiento | Valor Q del decaimiento | |
| Radio | 88 | | 5.0 | Ra | 226 | 23.69 | 1602 y | α | 4.869 | |
| Torio | 90 | 232.04 | 11.7 | Th | 228 | 26.77 | 1.91 y | α | 5.521 | |
| | | | | | 230 | 30.87 | 8 × 10 ⁴ y | α | 4.767 | |
| | | | | | 232 | 35.47 | 1.41 × 10 ¹⁰ y | α | 4.08 | |
| | | | | | 233 | 38.76 | 22.3 min | β ⁻ | 1.246 | |
| Protactinio | 91 | | | Pa | 233 | 37.51 | 27 d | β ⁻ | 0.571 | |
| Uranio | 92 | 238.03 | 19.1 | U | 232 | 34.60 | 72 y | α | 5.414 | |
| | | | | | 233 | 36.94 | 1.62 × 10 ⁵ y | α | 4.909 | |
| | | | | | 234 | 0.0055 | 38.16 | 2.47 × 10 ⁴ y | α | 4.856 |
| | | | | | 235 | 0.71 | 40.93 | 7.1 × 10 ⁸ y | α | 4.681 |
| | | | | | 236 | | 42.46 | 2.4 × 10 ³ y | α | 4.573 |
| | | | | | 237 | | 45.41 | 6.75 d | β ⁻ | 0.517 |
| | | | | | 238 | 99.28 | 47.33 | 4.51 × 10 ⁹ y | α | 4.268 |
| | | | | | 239 | | 50.60 | 23.5 min | β ⁻ | 1.28 |
| Neptunio | 93 | | | Np | 237 | 44.89 | 2.1 × 10 ⁴ y | α | 4.268 | |
| Plutonio | 94 | | 19.6 | Pu | 236 | 42.90 | 2.85 y | α | 5.868 | |
| | | | | | 238 | 46.18 | 86 y | α | 5.592 | |
| | | | | | 239 | 48.60 | 2.44 × 10 ⁴ y | α | 5.243 | |
| | | | | | 240 | 50.14 | 6580 y | α | 5.255 | |
| | | | | | 241 | 52.98 | 13.2 y | β ⁻ | 0.021 | |
| Americio | 95 | | | Am | 242 | 54.74 | 3.8 × 10 ⁵ y | α | 4.98 | |
| | | | | | 243 | 57.77 | 5.0 h | β ⁻ | 0.59 | |
| | | | | | 241 | 52.96 | 458 y | α | 5.640 | |
| | | | | | 243 | 57.18 | 7950 y | α | 5.439 | |
| Curio | 96 | | | Cm | 242 | 54.82 | 163 d | α | 6.217 | |
| | | | | | 244 | 58.47 | 17.6 y | α | 5.902 | |
| Neutrón | 0 | n | | 1 | - | - | - | - | - | |
| Hidrógeno | 1 | H | | 1 | 20.4 | (n, γ) | 0.332 | - | 32 μb | |
| | | | | 2 | 3.4 | (n, γ) | 5.3 × 10 ⁻⁴ | | 29 μb | |
| | | | | 3 | 1.3 | | | | | |
| Helio | 2 | He | | 3 | 0.76 | abs. | <0.05 | | | |
| | | | | 4 | 0.76 | abs. | 5327 | | | |
| | | | | 6 | 0.72 | (n, α) | 940 | | | |
| Litio | 3 | Li | | 7 | | (n, γ) | 0.037 | | | |
| | | | | 9 | 6.14 | (n, γ) | 0.0093 | 0.004 | | |
| Berilio | 4 | Be | | 9 | 3.6 | abs. | 759 | 341 | | |
| | | | | 10 | 2.2 | (n, α) | 3837 | 1722 | 0.4 | |
| Boro | 5 | B | | 11 | 3.9 | (n, γ) | 0.0055 | | 0.008 | |
| | | | | 10 | 4.75 | (n, γ) | 0.0034 | 0.0015 | | |
| Carbono | 6 | C | | 12 | 10.6 | abs. | 1.85 | 0.9 | | |
| Nitrógeno | 7 | N | | 14 | | | | | | |

Sección eficaz para neutrones

| Nombre | Z | Símbolo | A | Dispersión | Tipo de reacción | Energía de los neutrones | | | |
|-------------|----|---------|-----|------------|------------------|--------------------------|------------------------|--------|--------|
| | | | | | | 0.0253 eV | Integral de resonancia | 2 MeV | 14 MeV |
| | | | 14 | | (n, p) | 1.81 | | | 0.013 |
| | | | | | (n, γ) | 0.075 | | | |
| Oxígeno | 8 | O | | 3.76 | (n, γ) | 0.00027 | | | |
| | | | 16 | | (n, γ) | 0.00018 | 0.00027 | | |
| Flúor | 9 | F | | | | | | | |
| | | | 19 | 4.0 | (n, γ) | 0.0095 | | | |
| Sodio | 11 | Na | | | | | | | |
| | | | 23 | 3.2 | (n, γ) | 0.53 | 0.31 | | |
| Magnesio | 12 | Mg | | 3.42 | (n, γ) | 0.063 | 0.038 | | |
| | | | 24 | 3.8 | (n, γ) | 0.052 | | | |
| Aluminio | 13 | Al | | | | | | | |
| | | | 27 | 1.49 | (n, γ) | 0.23 | 0.17 | 0.0002 | |
| Silicio | 14 | Si | | 2.2 | (n, γ) | 0.16 | | | |
| Argón | 18 | Ar | | 0.64 | (n, γ) | 0.68 | 0.42 | | |
| Potasio | 19 | K | | 1.5 | (n, γ) | 2.1 | 1.0 | | |
| Titanio | 22 | Ti | | 4.0 | (n, γ) | 6.1 | | 0.003 | |
| Vanadio | 23 | V | | 4.9 | (n, γ) | 5.0 | 2.7 | | |
| Cromo | 24 | Cr | | | | | | | |
| Manganeso | 25 | Mn | | 3.8 | (n, γ) | 3.1 | 1.7 | 0.004 | |
| | | | | | | | | | |
| | | | 55 | 2.1 | (n, γ) | 13.3 | 14.0 | 0.0024 | |
| Hierro | 26 | Fe | | 10.9 | (n, γ) | 2.55 | 1.4 | 0.001 | |
| Cobalto | 27 | Co | | | | | | | |
| | | | 59 | 6.7 | (n, γ) | 37.2 | 75.5 | 0.0027 | |
| Níquel | 28 | Ni | | 17.3 | (n, γ) | 4.43 | 2.2 | 0.007 | |
| Cobre | 29 | Cu | | 7.9 | (n, γ) | 3.79 | 3.2 | 0.01 | |
| Cinc | 30 | Zn | | 4.2 | (n, γ) | 1.1 | 2.3 | 0.015 | |
| Zirconio | 40 | Zr | | 6.4 | (n, γ) | 0.185 | 1.10 | 0.001 | |
| Niobio | 41 | Nb | | | | 1.15 | 8.5 | 0.01 | |
| Molibdeno | 42 | Mo | | | | | | | |
| Tecnecio | 43 | Tc | | 5.8 | (n, γ) | 2.65 | 22 | 0.01 | |
| | | | | | | | | | |
| | | | 99 | | (n, γ) | 19 | 340 | | |
| Plata | 47 | Ag | | | (n, γ) | 63.6 | 747 | 0.1 | |
| Cadmio | 48 | Cd | | 5.6 | (n, γ) | 2450 | | 0.04 | |
| Indio | 49 | In | | | (n, γ) | 193.5 | 3200 | 0.2 | |
| Hafnio | 72 | Hf | | 8.2 | (n, γ) | 102 | 2000 | | |
| Tantalio | 73 | Ta | | 6.2 | (n, γ) | 21 | 710 | 0.055 | |
| Tungsteno | 74 | W | | | (n, γ) | 18.5 | 352 | 0.1 | |
| Mercurio | 80 | Hg | | | (n, γ) | 375 | 73 | | |
| Piombo | 82 | Pb | | 11.4 | (n, γ) | 0.17 | 0.16 | 0.003 | |
| Bismuto | 83 | Bi | | | (n, γ) | 0.033 | 0.19 | | |
| Torio | 90 | Th | | 12.7 | (n, γ) | 7.4 | 85 | 0.065 | 0.005 |
| | | | | | (n, f) | 0 | 0 | 0.1 | 0.36 |
| Protactinio | 91 | Pa | | | (n, γ) | 41 | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | 233 | | (n, γ) | | | | |
| Uranio | 92 | U | | | | | | | |
| | | | 232 | 14.7 | (n, γ) | 73.1 | 280 | | |
| | | | | | (n, f) | 75.2 | 320 | | |
| | | | 233 | 8.2 | (n, γ) | 47.7 | 140 | 0.02 | |

| Sección eficaz para neutrones | | | | | | | | | |
|-------------------------------|----|---------|-----|------------|------------------|-----------|------------------------|-------|--------|
| Energía de los neutrones | | | | | | | | | |
| Nombre | Z | Símbolo | A | Dispersión | Tipo de reacción | 0.0253 eV | Integral de resonancia | 2 MeV | 14 MeV |
| | | | 234 | | (n, f) | 531.1 | 764 | 2 | 2.2 |
| | | | 235 | 13.8 | (n, γ) | 100.2 | 630 | | |
| | | | | | (n, γ) | 98.6 | 144 | 0.1 | |
| | | | 236 | | (n, f) | 582.2 | 275 | 1.3 | 2 |
| | | | 237 | | (n, γ) | 5.2 | 365 | 0.09 | |
| | | | 238 | 8.9 | (n, γ) | 411 | 290 | | |
| | | | | | (n, f) | 2.70 | 275 | 0.054 | |
| | | | | | (n, γ) | 0 | 0 | 0.55 | 1.1 |
| Neptunio | 93 | Np | | | (n, γ) | 169 | 660 | | |
| | | | 237 | | (n, f) | 0.02 | 0 | 1.5 | 2.5 |
| Plutonio | 94 | Pu | | | (n, γ) | 547 | | 3 | |
| | | | 238 | | (n, f) | 16.5 | | 0.04 | 0.1 |
| | | | 239 | 7.7 | (n, γ) | 268.8 | 200 | 2 | 2.7 |
| | | | 240 | | (n, f) | 742.5 | 301 | | |
| | | | | | (n, γ) | 289.5 | 8013 | 1.6 | |
| | | | 241 | 11 | (n, f) | 0.03 | | | |
| | | | | | (n, γ) | 368 | 162 | | |
| | | | 242 | | (n, f) | 1009 | 570 | 1.8 | 2.5 |
| | | | | | (n, γ) | 18.5 | | | |
| Americio | 95 | Am | | | (n, γ) | 832 | 1477 | | |
| | | | 241 | | (n, f) | 3.2 | 21 | | |
| | | | 243 | | (n, γ) | 160 | 1930 | | |

*Cuando no se da un valor de A, las propiedades corresponden a las del elemento natural.

Tabla A.2 Coeficientes de atenuación másicos (cm²/g)

| Energía de los fotones | H | C | O | Al | Fe | Ph |
|------------------------|--------|--------|--------|----------|--------|--------|
| 0.015 | 0.376 | 0.787 | 1.74 | 7.93 | 56.4 | 115 |
| 0.02 | 0.369 | 0.429 | 0.826 | 3.41 | 25.5 | 85.7 |
| 0.05 | 0.335 | 0.187 | 0.213 | 0.369 | 1.94 | 7.81 |
| 0.10 | 0.294 | 0.152 | 0.156 | 0.171 | 0.0370 | 5.40 |
| 0.15 | 0.265 | 0.135 | 0.136 | 0.138 | 0.196 | 1.97 |
| 0.20 | 0.243 | 0.123 | 0.124 | 0.122 | 0.146 | 0.991 |
| 0.50 | 0.173 | 0.0872 | 0.0873 | 0.0844 | 0.0840 | 0.161 |
| 1.00 | 0.126 | 0.0637 | 0.0637 | 0.0613 | 0.0599 | 0.0708 |
| 1.50 | 0.103 | 0.0519 | 0.0518 | 0.0500 | 0.0488 | 0.0517 |
| 2.00 | 0.0875 | 0.0445 | 0.0446 | 0.0432 | 0.0425 | 0.0455 |
| 5.00 | 0.0505 | 0.0271 | 0.0278 | 0.0284 | 0.0314 | 0.0424 |
| 10.00 | 0.0325 | 0.0196 | 0.0209 | 0.0231 | 0.0298 | 0.0484 |
| | U | Agua | Aire | Concreto | Si O | Piel |
| 0.015 | 63.9 | 1.58 | 1.55 | 8.24 | 5.73 | 1.63 |
| 0.02 | 71.0 | 0.775 | 0.762 | 3.59 | 2.49 | 0.793 |
| 0.05 | 11.1 | 0.227 | 0.208 | 0.392 | 0.318 | 0.227 |
| 0.10 | 1.91 | 0.171 | 0.154 | 0.179 | 0.169 | 0.170 |
| 0.15 | 2.56 | 0.151 | 0.136 | 0.144 | 0.140 | 0.149 |
| 0.20 | 1.28 | 0.137 | 0.123 | 0.127 | 0.126 | 0.136 |
| 0.50 | 0.193 | 0.0968 | 0.0870 | 0.0877 | 0.0874 | 0.0960 |
| 1.00 | 0.0776 | 0.0707 | 0.0636 | 0.0637 | 0.0636 | 0.0700 |
| 1.50 | 0.0548 | 0.0575 | 0.0518 | 0.0519 | 0.0518 | 0.0570 |
| 2.00 | 0.0475 | 0.0494 | 0.0445 | 0.0448 | 0.0447 | 0.0489 |
| 5.00 | 0.0445 | 0.0303 | 0.0275 | 0.0290 | 0.0287 | 0.0300 |
| 10.00 | 0.0506 | 0.0202 | 0.0204 | 0.0231 | 0.0226 | 0.0219 |

Tabla A.3 Coeficientes de absorción de energía másicos (cm²/g)

| Energía de los fotones | H | C | O | Al | Fe |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.015 | 0.110 | 0.536 | 1.44 | 7.48 | 55.5 |
| 0.02 | 0.0135 | 0.208 | 0.575 | 3.06 | 24.9 |
| 0.05 | 0.0271 | 0.0233 | 0.0437 | 0.184 | 1.69 |
| 0.10 | 0.0406 | 0.0215 | 0.0237 | 0.0386 | 0.223 |
| 0.15 | 0.0481 | 0.0235 | 0.0251 | 0.0285 | 0.0820 |
| 0.20 | 0.0525 | 0.0265 | 0.0268 | 0.0276 | 0.0498 |
| 0.50 | 0.0593 | 0.0297 | 0.0297 | 0.0287 | 0.0295 |
| 1.00 | 0.0555 | 0.0279 | 0.0280 | 0.0270 | 0.0261 |
| 1.50 | 0.0507 | 0.0256 | 0.0256 | 0.0248 | 0.0243 |
| 2.00 | 0.0465 | 0.0237 | 0.0238 | 0.0232 | 0.0233 |
| 5.00 | 0.0320 | 0.0178 | 0.0185 | 0.0194 | 0.0228 |
| 10.00 | 0.0229 | 0.0147 | 0.0160 | 0.0185 | 0.0254 |
| | Pb | U | Aire | Agua | Tejido |
| 0.015 | 112.0 | 59.6 | 1.27 | 1.28 | 1.36 |
| 0.02 | 83.3 | 55.5 | 0.512 | 0.512 | 0.544 |
| 0.05 | 7.05 | 9.30 | 0.0406 | 0.0418 | 0.0409 |
| 0.10 | 5.51 | 1.54 | 0.0234 | 0.0256 | 0.0252 |
| 0.15 | 1.90 | 1.12 | 0.0250 | 0.0277 | 0.0276 |
| 0.20 | 0.893 | 0.712 | 0.0268 | 0.0297 | 0.0297 |
| 0.50 | 0.108 | 0.112 | 0.0297 | 0.0330 | 0.0327 |
| 1.00 | 0.0407 | 0.0478 | 0.0280 | 0.0311 | 0.0308 |
| 1.50 | 0.0303 | 0.0317 | 0.0256 | 0.0284 | 0.0281 |
| 2.00 | 0.0286 | 0.0278 | 0.0237 | 0.0263 | 0.0257 |
| 5.00 | 0.0350 | 0.0324 | 0.0182 | 0.0200 | 0.0188 |
| 10.00 | 0.0457 | 0.0432 | 0.0156 | 0.0158 | 0.0154 |

Tabla A.4 Rapidez de dosis, como función de un flujo de rayos-X y rayos- γ

| Energía de los fotones E(MeV) | ϕ/D (fotones/cm ² -seg) | $E\phi/D$ (MeV/cm ² -seg) |
|----------------------------------|---|--------------------------------------|
| | mrem/h. | mrem/h. |
| 0.05 | 8296 | 415 |
| 0.06 | 9031 | 542 |
| 0.08 | 8272 | 662 |
| 0.10 | 6773 | 677 |
| 0.15 | 4173 | 626 |
| 0.20 | 2919 | 584 |
| 0.30 | 1812 | 544 |
| 0.40 | 1322 | 529 |
| 0.50 | 1051 | 526 |
| 0.60 | 878 | 527 |
| 0.80 | 675 | 540 |
| 1.00 | 561 | 561 |
| 1.50 | 410 | 615 |
| 2.00 | 333 | 666 |
| 3.00 | 255 | 765 |
| 4.00 | 210 | 840 |
| 5.00 | 182 | 910 |
| 6.00 | 161 | 966 |
| 8.00 | 131 | 1048 |
| 10.00 | 110 | 1100 |

Tabla A.5 Rapidez de dosis, como función de un flujo de neutrones

| Energía de los neutrones (eV) | ϕ/D (neutrones/cm ² s.) <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> mrem/h. |
|-------------------------------|--|
| 0.025 | 270 |
| 0.05 | 260 |
| 0.10 | 250 |
| 0.20 | 240 |
| 0.50 | 230 |
| 1.0 | 230 |
| 2.0 | 220 |
| 5.0 | 210 |
| 0.01 keV | 210 |
| 0.02 | 210 |
| 0.05 | 200 |
| 0.10 | 200 |
| 0.20 | 200 |
| 0.50 | 220 |
| 1.0 | 220 |
| 2.0 | 240 |
| 5.0 | 230 |
| 0.01 MeV | 160 |
| 0.02 | 110 |
| 0.05 | 57 |
| 0.10 | 34 |
| 0.50 | 12 |
| 1.0 | 9.7 |
| 2.0 | 8.2 |
| 5.0 | 7.2 |
| 10.0 | 6.8 |

Tabla A.6 Factor de acumulación de exposición en una fuente plana monodireccional

| Material | E MeV | μ | | | | | |
|----------|-------|-------|------|------|------|------|------|
| | | 1 | 2 | 4 | 7 | 10 | 15 |
| Agua | | | | | | | |
| | 0.5 | 2.63 | 4.29 | 9.05 | 20.0 | 35.9 | 74.9 |
| | 1.0 | 2.26 | 3.39 | 6.27 | 11.5 | 18.0 | 30.8 |
| | 2.0 | 1.84 | 2.63 | 4.28 | 6.96 | 9.87 | 14.4 |
| | 3.0 | 1.69 | 2.31 | 3.57 | 5.51 | 7.48 | 10.8 |
| | 4.0 | 1.58 | 2.10 | 3.12 | 4.63 | 6.19 | 8.54 |
| | 6.0 | 1.45 | 1.86 | 2.63 | 3.76 | 4.86 | 6.78 |
| | 8.0 | 1.36 | 1.69 | 2.30 | 3.16 | 4.00 | 5.47 |
| Hierro | | | | | | | |
| | 0.5 | 2.07 | 2.94 | 4.87 | 8.31 | 12.4 | 20.6 |
| | 1.0 | 1.92 | 2.74 | 4.57 | 7.81 | 11.6 | 18.9 |
| | 2.0 | 1.69 | 2.35 | 3.76 | 6.11 | 8.78 | 13.7 |
| | 3.0 | 1.58 | 2.13 | 3.32 | 5.26 | 7.41 | 11.4 |
| | 4.0 | 1.48 | 1.90 | 2.95 | 4.61 | 6.46 | 9.92 |
| | 6.0 | 1.35 | 1.71 | 2.48 | 3.81 | 5.35 | 8.39 |
| | 8.0 | 1.27 | 1.55 | 2.17 | 3.27 | 4.58 | 7.33 |
| | 10.0 | 1.22 | 1.44 | 1.95 | 2.89 | 4.07 | 6.70 |
| Estaño | | | | | | | |
| | 1.0 | 1.65 | 2.24 | 3.40 | 5.18 | 7.19 | 10.5 |
| | 2.0 | 1.58 | 2.13 | 3.27 | 5.12 | 7.13 | 11.0 |
| | 4.0 | 1.39 | 1.80 | 2.69 | 4.31 | 6.30 | |
| | 6.0 | 1.27 | 1.57 | 2.27 | 3.72 | 5.77 | 11.0 |
| | 10.0 | 1.16 | 1.33 | 1.77 | 2.81 | 4.53 | 9.68 |

Tabla A.6 (Continuación)

μ

| Material | E MeV | 1 | 2 | 4 | 7 | 10 | 15 |
|----------|-------|------|------|------|------|------|------|
| Uranio | | | | | | | |
| | 0.5 | 1.24 | 1.39 | 1.63 | 1.87 | 2.08 | |
| | 1.0 | 1.38 | 1.68 | 2.18 | 2.80 | 3.40 | 4.20 |
| | 2.0 | 1.40 | 1.76 | 2.41 | 3.36 | 4.35 | 5.94 |
| | 3.0 | 1.36 | 1.71 | 2.42 | 3.55 | 4.82 | 7.18 |
| | 4.0 | 1.28 | 1.56 | 2.18 | 3.29 | 4.69 | 7.70 |
| | 6.0 | 1.19 | 1.40 | 1.87 | 2.97 | 4.69 | 9.53 |
| | 8.0 | 1.14 | 1.30 | 1.69 | 2.61 | 4.18 | 9.08 |
| | 10.0 | 1.11 | 1.24 | 1.54 | 2.27 | 3.54 | 7.70 |
| Plomo | | | | | | | |
| | 33.5 | 1.17 | 1.28 | 1.45 | 1.60 | 1.73 | |
| | 1.0 | 1.30 | 1.53 | 1.90 | 2.32 | 2.70 | 3.60 |
| | 2.0 | 1.33 | 1.62 | 2.15 | 2.87 | 3.56 | 4.89 |
| | 3.0 | 1.29 | 1.57 | 2.13 | 3.02 | 3.99 | 5.94 |
| | 4.0 | 1.25 | 1.49 | 2.02 | 2.94 | 4.06 | 6.47 |
| | 6.0 | 1.18 | 1.37 | 1.82 | 2.74 | 4.12 | 7.79 |
| | 8.0 | 1.13 | 1.27 | 1.61 | 2.39 | 3.65 | 7.36 |
| | 10.0 | 1.10 | 1.21 | 1.48 | 2.12 | 3.21 | 6.58 |

Tabla A.7 Factor de acumulación de exposición en una fuente puntual isotrópica

| Material | E MeV | 1 | 2 | 4 | 7 | 10 | 15 | 20 |
|----------|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| Agua | | | | | | | | |
| | 0.225 | 3.09 | 7.14 | 23.0 | 72.9 | 166 | 4.56 | 982 |
| | 0.5 | 2.52 | 5.14 | 14.3 | 38.8 | 77.6 | 178 | 334 |
| | 1.0 | 2.13 | 3.71 | 7.68 | 16.2 | 27.1 | 50.4 | 82.2 |
| | 2.0 | 1.83 | 2.77 | 4.88 | 8.46 | 12.4 | 19.5 | 27.7 |
| | 3.0 | 1.69 | 2.42 | 3.91 | 6.23 | 8.63 | 12.8 | 17.0 |
| | 4.0 | 1.58 | 2.17 | 3.34 | 5.13 | 6.94 | 9.97 | 12.9 |
| | 6.0 | 1.46 | 1.91 | 2.76 | 3.99 | 5.18 | 7.09 | 8.85 |
| | 8.0 | 1.38 | 1.74 | 2.40 | 3.34 | 4.25 | 5.66 | 6.95 |
| | 10.0 | 1.33 | 1.63 | 2.19 | 2.97 | 3.72 | 4.90 | 5.98 |
| Aluminio | | | | | | | | |
| | 0.5 | 2.37 | 4.24 | 9.47 | 21.5 | 38.9 | 80.8 | 141 |
| | 1.0 | 2.02 | 3.31 | 6.57 | 13.1 | 21.2 | 37.9 | 58.5 |
| | 2.0 | 1.75 | 2.61 | 4.62 | 8.05 | 11.9 | 18.7 | 26.3 |
| | 3.0 | 1.64 | 2.32 | 3.78 | 6.14 | 8.65 | 13.0 | 17.7 |
| | 4.0 | 1.53 | 2.08 | 3.22 | 5.01 | 6.88 | 10.1 | 13.4 |
| | 6.0 | 1.42 | 1.85 | 2.70 | 4.06 | 5.49 | 7.97 | 10.4 |
| | 8.0 | 1.34 | 1.68 | 2.37 | 3.45 | 4.58 | 6.56 | 8.52 |
| 10.0 | 1.28 | 1.55 | 2.12 | 3.01 | 3.96 | 5.63 | 7.32 | |
| Hierro | | | | | | | | |
| | 0.5 | 1.98 | 3.09 | 5.98 | 11.7 | 19.2 | 35.4 | 55.6 |
| | 1.0 | 1.87 | 2.89 | 5.39 | 10.2 | 16.2 | 28.3 | 42.7 |
| | 2.0 | 1.76 | 2.43 | 4.13 | 7.25 | 10.9 | 17.6 | 25.1 |
| | 3.0 | 1.55 | 2.15 | 3.51 | 5.85 | 8.51 | 13.5 | 19.1 |
| | 4.0 | 1.45 | 1.94 | 3.03 | 4.91 | 7.11 | 11.2 | 16.0 |
| | 6.0 | 1.34 | 1.72 | 2.58 | 4.14 | 6.02 | 9.89 | 14.7 |
| | 8.0 | 1.27 | 1.56 | 2.23 | 3.49 | 5.07 | 8.50 | 13.0 |
| | 10.0 | 1.20 | 1.42 | 1.95 | 2.99 | 4.35 | 7.54 | 12.4 |

Tabla A.7 (Continuación)

 μ

| Material | E MeV | 1 | 2 | 4 | 7 | 10 | 15 | 20 |
|------------------|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| Estaño | | | | | | | | |
| | 0.5 | 1.56 | 2.08 | 3.09 | 4.57 | 6.04 | 8.64 | |
| | 1.0 | 1.64 | 2.30 | 3.84 | 6.17 | 8.85 | 13.7 | 18.8 |
| | 2.0 | 1.57 | 2.17 | 3.53 | 5.87 | 8.53 | 13.6 | 19.3 |
| | 3.0 | 1.46 | 1.96 | 3.13 | 5.28 | 7.91 | 13.3 | 20.1 |
| | 4.0 | 1.38 | 1.81 | 2.82 | 4.82 | 7.41 | 13.2 | 21.2 |
| | 6.0 | 1.26 | 1.57 | 2.37 | 4.17 | 6.94 | 14.8 | 29.1 |
| | 8.0 | 1.19 | 1.42 | 2.05 | 3.57 | 6.19 | 15.1 | 34.0 |
| | 10.0 | 1.14 | 1.31 | 1.79 | 2.99 | 5.21 | 12.5 | 33.4 |
| Tungsteno | | | | | | | | |
| | 0.5 | 1.28 | 1.50 | 1.84 | 2.24 | 2.61 | 3.12 | |
| | 1.0 | 1.44 | 1.83 | 2.57 | 3.62 | 4.64 | 6.25 | 7.35 |
| | 2.0 | 1.42 | 1.85 | 2.72 | 4.09 | 5.27 | 8.07 | 10.6 |
| | 3.0 | 1.36 | 1.74 | 2.59 | 4.00 | 5.92 | 9.66 | 14.1 |
| | 4.0 | 1.29 | 1.62 | 2.41 | 4.03 | 6.27 | 12.0 | 20.9 |
| | 6.0 | 1.20 | 1.43 | 2.07 | 3.60 | 6.29 | 15.7 | 36.3 |
| | 8.0 | 1.14 | 1.32 | 1.81 | 3.05 | 5.40 | 15.2 | 41.9 |
| | 10.0 | 1.11 | 1.25 | 1.64 | 2.62 | 4.65 | 14.0 | 39.3 |
| Plomo | | | | | | | | |
| | 0.5 | 1.24 | 1.42 | 1.69 | 2.00 | 2.27 | 2.65 | 2.73 |
| | 1.0 | 1.37 | 1.69 | 2.26 | 3.02 | 3.74 | 4.81 | 5.86 |
| | 2.0 | 1.39 | 1.76 | 2.51 | 3.66 | 4.84 | 6.87 | 9.00 |
| | 3.0 | 1.34 | 1.68 | 2.43 | 3.75 | 5.30 | 8.44 | 12.3 |
| | 4.0 | 1.27 | 1.56 | 2.25 | 3.61 | 5.44 | 9.80 | 16.3 |
| | 5.0 | 1.21 | 1.46 | 2.08 | 3.44 | 5.55 | 11.7 | 23.6 |
| | 6.0 | 1.18 | 1.40 | 1.97 | 3.34 | 5.69 | 13.8 | 32.7 |
| | 8.0 | 1.14 | 1.30 | 1.74 | 2.89 | 5.07 | 14.1 | 44.6 |
| | 10.0 | 1.11 | 1.23 | 1.58 | 2.52 | 4.34 | 12.5 | 39.2 |

Tabla A.7 (Continuación)

 μ

| Material | E MeV | 1 | 2 | 4 | 7 | 10 | 15 | 20 |
|----------|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| Uranio | | | | | | | | |
| | 0.5 | 1.17 | 1.30 | 1.48 | 1.67 | 1.85 | 2.08 | |
| | 1.0 | 1.31 | 1.56 | 1.98 | 2.50 | 2.97 | 3.67 | |
| | 2.0 | 1.33 | 1.64 | 2.23 | 3.09 | 3.95 | 5.36 | 6.48 |
| | 3.0 | 1.29 | 1.58 | 2.21 | 3.27 | 4.51 | 6.97 | 9.88 |
| | 4.0 | 1.24 | 1.50 | 2.09 | 3.21 | 4.66 | 8.01 | 12.7 |
| | 6.0 | 1.16 | 1.36 | 1.85 | 2.96 | 4.80 | 10.8 | 23.0 |
| | 8.0 | 1.12 | 1.27 | 1.66 | 2.61 | 4.36 | 11.2 | 28.0 |
| | 10.0 | 1.09 | 1.20 | 1.51 | 2.26 | 3.78 | 10.5 | 28.5 |

Tabla A.8 Parámetros de la forma de Taylor del factor de acumulación de exposición en una fuente puntual isotrópica

| Substancia | Energía MeV | A | $-\alpha_1$ | α_2 |
|------------|-------------|---------|-------------|------------|
| Agua | 0.5 | 100.845 | 0.12687 | -0.10925 |
| | 1.0 | 19.601 | 0.09037 | -0.02522 |
| | 2.0 | 12.612 | 0.05320 | 0.01932 |
| | 3.0 | 11.110 | 0.03550 | 0.03206 |
| | 4.0 | 11.163 | 0.02543 | 0.03025 |
| | 6.0 | 8.385 | 0.01820 | 0.04164 |
| | 8.0 | 4.635 | 0.02633 | 0.07097 |
| | 10.0 | 3.545 | 0.02991 | 0.08717 |
| Concreto | 0.5 | 38.225 | 0.14824 | -0.10579 |
| | 1.0 | 25.507 | 0.07230 | -0.01843 |
| | 2.0 | 18.089 | 0.04250 | 0.00849 |
| | 3.0 | 13.640 | 0.03200 | 0.02022 |
| | 4.0 | 11.460 | 0.02600 | 0.02450 |
| | 6.0 | 10.781 | 0.01520 | 0.02925 |
| | 8.0 | 8.972 | 0.01300 | 0.02979 |
| | 10.0 | 4.015 | 0.02880 | 0.06844 |
| Aluminio | 0.5 | 38.911 | 0.10015 | -0.06312 |
| | 1.0 | 28.782 | 0.06820 | -0.02973 |
| | 2.0 | 16.981 | 0.04588 | 0.00271 |
| | 3.0 | 10.583 | 0.04066 | 0.02514 |
| | 4.0 | 7.526 | 0.03973 | 0.03860 |
| | 6.0 | 5.713 | 0.03934 | 0.04347 |
| | 8.0 | 4.716 | 0.03837 | 0.04431 |
| | 10.0 | 3.999 | 0.03900 | 0.04130 |

Tabla A.8 (Continuación)

| Substancia | Energía (MeV) | A | $-\alpha_1$ | α_2 | |
|------------|---------------|--------|-------------|------------|---------|
| Hierro | 0.5 | 31.379 | 0.06842 | -0.03742 | |
| | 1.0 | 24.957 | 0.06086 | -0.02463 | |
| | 2.0 | 17.622 | 0.04627 | -0.00526 | |
| | 3.0 | 13.218 | 0.04431 | -0.00087 | |
| | 4.0 | 9.624 | 0.04698 | 0.00175 | |
| | 6.0 | 5.867 | 0.06150 | -0.00186 | |
| | 8.0 | 3.243 | 0.07500 | 0.02123 | |
| | 10.0 | 1.747 | 0.09900 | 0.06627 | |
| | Estaño | 0.5 | 11.440 | 0.01800 | 0.03187 |
| | | 1.0 | 11.426 | 0.04266 | 0.01606 |
| 2.0 | | 8.783 | 0.05349 | 0.01505 | |
| 3.0 | | 5.400 | 0.07440 | 0.02080 | |
| 4.0 | | 3.496 | 0.09517 | 0.02598 | |
| 6.0 | | 2.005 | 0.13733 | -0.01501 | |
| 8.0 | | 1.101 | 0.17288 | -0.01787 | |
| 10.0 | | 0.708 | 0.19200 | 0.01552 | |
| Plomo | | 0.5 | 1.677 | 0.03084 | 0.30941 |
| | | 1.0 | 2.984 | 0.03503 | 0.13486 |
| | 2.0 | 5.421 | 0.03482 | 0.04379 | |
| | 3.0 | 5.580 | 0.05422 | 0.00611 | |
| | 4.0 | 3.897 | 0.08468 | -0.02383 | |
| | 6.0 | 0.926 | 0.17860 | -0.04635 | |
| | 8.0 | 0.368 | 0.23691 | -0.05864 | |
| | 10.0 | 0.311 | 0.24024 | -0.02783 | |

Tabla A.9 Valores de la función Φ (caso particular para valores de m y n)

| Dimensiones | $n=h/L$ | $m=L/a$ | Función Φ |
|--------------------|---------|---------|----------------|
| $h=1, L=10, a=10$ | 0.1 | 1 | 0.007702831 |
| $h=2, L=10, a=10$ | 0.2 | 1 | 0.152864057 |
| $h=3, L=10, a=10$ | 0.3 | 1 | 0.2264277 |
| $h=4, L=10, a=10$ | 0.4 | 1 | 0.2968315 |
| $h=5, L=10, a=10$ | 0.5 | 1 | 0.3634321 |
| $h=6, L=10, a=10$ | 0.6 | 1 | 0.4258316 |
| $h=7, L=10, a=10$ | 0.7 | 1 | 0.4838529 |
| $h=8, L=10, a=10$ | 0.8 | 1 | 0.5374962 |
| $h=9, L=10, a=10$ | 0.9 | 1 | 0.5868918 |
| $h=10, L=10, a=10$ | 1.0 | 1 | 0.6322569 |

Tabla A.10 Valores para la función $E_n(x)$

| x | $E_0(x)$ | $E_1(x)$ | $E_2(x)$ | $E_3(x)$ |
|------|------------|-----------|-----------|-----------|
| 0.00 | ∞ | ∞ | 1.0000000 | 0.5000000 |
| 0.01 | 99.0049834 | 4.0379296 | 0.9496705 | 0.4902766 |
| 0.02 | 49.0099337 | 3.3547078 | 0.9131045 | 0.4809683 |
| 0.03 | 32.3481844 | 2.9591187 | 0.8816720 | 0.4719977 |
| 0.04 | 24.0197360 | 2.6812637 | 0.8535389 | 0.4633239 |
| 0.05 | 19.0245885 | 2.4678985 | 0.8278345 | 0.4549188 |
| 0.06 | 15.6960756 | 2.2953069 | 0.8040461 | 0.4467609 |
| 0.07 | 13.3199117 | 2.1508382 | 0.7818352 | 0.4388327 |
| 0.08 | 11.5389543 | 2.0269410 | 0.7609611 | 0.4311197 |
| 0.09 | 10.1547909 | 1.9187448 | 0.7412442 | 0.4236096 |
| 0.10 | 9.0483742 | 1.8229240 | 0.7225450 | 0.4162915 |
| 0.11 | 8.1439467 | 1.7371067 | 0.7047524 | 0.4091557 |
| 0.12 | 7.3910036 | 1.6595418 | 0.6877754 | 0.4021937 |
| 0.13 | 6.7545802 | 1.5888993 | 0.6715385 | 0.3952977 |
| 0.14 | 6.2097017 | 1.5241457 | 0.6559778 | 0.3887607 |
| 0.15 | 5.7380532 | 1.4644617 | 0.6410287 | 0.3822761 |
| 0.16 | 5.3258987 | 1.4091867 | 0.6266739 | 0.3759380 |
| 0.17 | 4.9627342 | 1.3577807 | 0.6128421 | 0.3697408 |
| 0.18 | 4.6403901 | 1.3097961 | 0.5995069 | 0.3636795 |
| 0.19 | 4.3524165 | 1.2648584 | 0.5866360 | 0.3577491 |
| 0.20 | 4.0936538 | 1.2226505 | 0.5742006 | 0.3519453 |
| 0.21 | 3.8599250 | 1.1829020 | 0.5621748 | 0.3462638 |
| 0.22 | 3.6478127 | 1.1453801 | 0.5505352 | 0.3407005 |
| 0.23 | 3.4544939 | 1.1098821 | 0.5392605 | 0.3352518 |
| 0.24 | 3.2776161 | 1.0762354 | 0.5283314 | 0.3299142 |
| 0.25 | 3.1152031 | 1.0442826 | 0.5177301 | 0.3246841 |
| 0.26 | 2.9655830 | 1.0138887 | 0.5074405 | 0.3195585 |
| 0.27 | 2.8273315 | 0.9849331 | 0.4974476 | 0.3145343 |
| 0.28 | 2.6992276 | 0.9573083 | 0.4877374 | 0.3096086 |
| 0.29 | 2.5802192 | 0.9309182 | 0.4782973 | 0.3047787 |
| 0.30 | 2.4693941 | 0.9056767 | 0.4691152 | 0.3000418 |
| 0.31 | 2.3659579 | 0.8815057 | 0.4601802 | 0.2953956 |
| 0.32 | 2.2692157 | 0.8583352 | 0.4514818 | 0.2908374 |
| 0.33 | 2.1785568 | 0.8361012 | 0.4430104 | 0.2863625 |
| 0.34 | 2.0934421 | 0.8147456 | 0.4347568 | 0.2819765 |
| 0.35 | 2.0133945 | 0.7942154 | 0.4267127 | 0.2776693 |
| 0.36 | 1.9379898 | 0.7744622 | 0.4188699 | 0.2734416 |
| 0.37 | 1.8668495 | 0.7554414 | 0.4112210 | 0.2692913 |
| 0.38 | 1.7996353 | 0.7371121 | 0.4037588 | 0.2652165 |
| 0.39 | 1.7360433 | 0.7194367 | 0.3964766 | 0.2612155 |
| 0.40 | 1.6758001 | 0.7023801 | 0.3893680 | 0.2572864 |
| 0.41 | 1.6186591 | 0.6859103 | 0.3824270 | 0.2534276 |
| 0.42 | 1.5643972 | 0.6699973 | 0.3756479 | 0.2496373 |
| 0.43 | 1.5128118 | 0.6546134 | 0.3690253 | 0.2459141 |
| 0.44 | 1.4637191 | 0.6397328 | 0.3625540 | 0.2422563 |
| 0.45 | 1.4169514 | 0.6253313 | 0.3562291 | 0.2386625 |
| 0.46 | 1.3723558 | 0.6113865 | 0.3500458 | 0.2351313 |

Tabla A.10 (Continuación)

| x | $E_0(x)$ | $E_1(x)$ | $E_2(x)$ | $E_3(x)$ |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.47 | 1.3297921 | 0.5978774 | 0.3439999 | 0.2316612 |
| 0.48 | 1.2891321 | 0.5847843 | 0.3380869 | 0.2282508 |
| 0.49 | 1.2502579 | 0.5720888 | 0.3323029 | 0.2248990 |
| 0.50 | 1.2130613 | 0.5597736 | 0.3266439 | 0.2216044 |
| 0.51 | 1.1774423 | 0.5478224 | 0.3211062 | 0.2183657 |
| 0.52 | 1.1433087 | 0.5362198 | 0.3156863 | 0.2181818 |
| 0.53 | 1.1105754 | 0.5249515 | 0.3103807 | 0.2120516 |
| 0.54 | 1.0791634 | 0.5140039 | 0.3051862 | 0.2089739 |
| 0.55 | 1.0489997 | 0.5033641 | 0.3000996 | 0.2059475 |
| 0.56 | 1.0200162 | 0.4930200 | 0.2951179 | 0.2029715 |
| 0.57 | 0.9921499 | 0.4829600 | 0.2902382 | 0.2000448 |
| 0.58 | 0.9653420 | 0.4731734 | 0.2854578 | 0.1971664 |
| 0.59 | 0.9395378 | 0.4636498 | 0.2807739 | 0.1943353 |
| 0.60 | 0.9146861 | 0.4543795 | 0.2761839 | 0.1915506 |
| 0.61 | 0.8907391 | 0.4453531 | 0.2716855 | 0.1888114 |
| 0.62 | 0.8676523 | 0.4365619 | 0.2672761 | 0.1861166 |
| 0.63 | 0.8453838 | 0.4279973 | 0.2629535 | 0.1834656 |
| 0.64 | 0.8238944 | 0.4196516 | 0.2587154 | 0.1808573 |
| 0.65 | 0.8031473 | 0.4115170 | 0.2545597 | 0.1782910 |
| 0.66 | 0.7831081 | 0.4035863 | 0.2504844 | 0.1757658 |
| 0.67 | 0.7637441 | 0.3958526 | 0.2464874 | 0.1732810 |
| 0.68 | 0.7450250 | 0.3883092 | 0.2425667 | 0.1708358 |
| 0.69 | 0.7269218 | 0.3809500 | 0.2387206 | 0.1684294 |
| 0.70 | 0.7094076 | 0.3737688 | 0.2349471 | 0.1660612 |
| 0.71 | 0.6924566 | 0.3667600 | 0.2312446 | 0.1637303 |
| 0.72 | 0.6760448 | 0.3599179 | 0.2276114 | 0.1614360 |
| 0.73 | 0.6601493 | 0.3532374 | 0.2240457 | 0.1591778 |
| 0.74 | 0.6447485 | 0.3467133 | 0.2205461 | 0.1569549 |
| 0.75 | 0.6298221 | 0.3403408 | 0.2171109 | 0.1547667 |
| 0.76 | 0.6153506 | 0.3341153 | 0.2137388 | 0.1526125 |
| 0.77 | 0.6013157 | 0.3280323 | 0.2104282 | 0.1504917 |
| 0.78 | 0.5877000 | 0.3220876 | 0.2071777 | 0.1484037 |
| 0.79 | 0.5744871 | 0.3162770 | 0.2039860 | 0.1463479 |
| 0.80 | 0.5616612 | 0.3105966 | 0.2008517 | 0.1443238 |
| 0.81 | 0.5492075 | 0.3050425 | 0.1977736 | 0.1423307 |
| 0.82 | 0.5371118 | 0.2996112 | 0.1947504 | 0.1403681 |
| 0.83 | 0.5253606 | 0.2942992 | 0.1917810 | 0.1384355 |
| 0.84 | 0.5129411 | 0.2891029 | 0.1888641 | 0.1365324 |
| 0.85 | 0.5028411 | 0.2840193 | 0.1859986 | 0.1346581 |
| 0.86 | 0.4920489 | 0.2790451 | 0.1831833 | 0.1328122 |
| 0.87 | 0.4815535 | 0.2741773 | 0.1804173 | 0.1309943 |
| 0.88 | 0.4713442 | 0.2694130 | 0.1776994 | 0.1292037 |
| 0.89 | 0.4614110 | 0.2647495 | 0.1750287 | 0.1274401 |
| 0.90 | 0.4517441 | 0.2601839 | 0.1724041 | 0.1257030 |
| 0.91 | 0.4423343 | 0.2557138 | 0.1698247 | 0.1239919 |
| 0.92 | 0.4331729 | 0.2513364 | 0.1672895 | 0.1223063 |
| 0.93 | 0.4242513 | 0.2470495 | 0.1647977 | 0.1206459 |

Tabla A.10 (Continuación)

| x | $E_0(x)$ | $E_1(x)$ | $E_2(x)$ | $E_3(x)$ |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.94 | 0.4155615 | 0.2428506 | 0.1623482 | 0.1190102 |
| 0.95 | 0.4070958 | 0.2387375 | 0.1599404 | 0.1173938 |
| 0.96 | 0.3988468 | 0.2347080 | 0.1575732 | 0.1158113 |
| 0.97 | 0.3908073 | 0.2307599 | 0.1552459 | 0.1142472 |
| 0.98 | 0.3829705 | 0.2268912 | 0.1529578 | 0.1127063 |
| 0.99 | 0.3753300 | 0.2230998 | 0.1507079 | 0.1111880 |
| 1.00 | 0.3678794 | 0.2193839 | 0.1484955 | 0.1096920 |
| 1.01 | 0.3606129 | 0.2157416 | 0.1463199 | 0.1082179 |
| 1.02 | 0.3535245 | 0.2121711 | 0.1441804 | 0.1067654 |
| 1.03 | 0.3466087 | 0.2086706 | 0.1420763 | 0.1053342 |
| 1.04 | 0.3398603 | 0.2052384 | 0.1400068 | 0.1039238 |
| 1.05 | 0.3332740 | 0.2018728 | 0.1379713 | 0.1025339 |
| 1.06 | 0.3268451 | 0.1985723 | 0.1359691 | 0.1011642 |
| 1.07 | 0.3205687 | 0.1953354 | 0.1339996 | 0.0998145 |
| 1.08 | 0.3144403 | 0.1921605 | 0.1320622 | 0.0984842 |
| 1.09 | 0.3084555 | 0.1890461 | 0.1301562 | 0.0971731 |
| 1.10 | 0.3026101 | 0.1859909 | 0.1282811 | 0.0958809 |
| 1.11 | 0.2969000 | 0.1829935 | 0.1264362 | 0.0946074 |
| 1.12 | 0.2913212 | 0.1800525 | 0.1246210 | 0.0933521 |
| 1.13 | 0.2858701 | 0.1771666 | 0.1228350 | 0.0921149 |
| 1.14 | 0.2805430 | 0.1743347 | 0.1210775 | 0.0908953 |
| 1.15 | 0.2753363 | 0.1715554 | 0.1193481 | 0.0896932 |
| 1.16 | 0.2702467 | 0.1688275 | 0.1176462 | 0.0885083 |
| 1.17 | 0.2652709 | 0.1661500 | 0.1159714 | 0.0873402 |
| 1.18 | 0.2604057 | 0.1635217 | 0.1143231 | 0.0861888 |
| 1.19 | 0.2556481 | 0.1609416 | 0.1127008 | 0.0850537 |
| 1.20 | 0.2509952 | 0.1584084 | 0.1111041 | 0.0839347 |
| 1.21 | 0.2464440 | 0.1559213 | 0.1095325 | 0.0828315 |
| 1.22 | 0.2419919 | 0.1534792 | 0.1079855 | 0.0817439 |
| 1.23 | 0.2376362 | 0.1510812 | 0.1064627 | 0.0806717 |
| 1.24 | 0.2333744 | 0.1487262 | 0.1049637 | 0.0796146 |
| 1.25 | 0.2292038 | 0.1464134 | 0.1034881 | 0.0785723 |
| 1.26 | 0.2251222 | 0.1441418 | 0.1020353 | 0.0775447 |
| 1.27 | 0.2211273 | 0.1419106 | 0.1006051 | 0.0765316 |
| 1.28 | 0.2172166 | 0.1397190 | 0.0991970 | 0.0755326 |
| 1.29 | 0.2133882 | 0.1375660 | 0.0978106 | 0.0745476 |
| 1.30 | 0.2096398 | 0.1354510 | 0.0964455 | 0.0735763 |
| 1.31 | 0.2059695 | 0.1333730 | 0.0951015 | 0.0726186 |
| 1.32 | 0.2023752 | 0.1313313 | 0.0937780 | 0.0716742 |
| 1.33 | 0.1988551 | 0.1293252 | 0.0924747 | 0.0707429 |
| 1.34 | 0.1954072 | 0.1273540 | 0.0911913 | 0.0698246 |
| 1.35 | 0.1920298 | 0.1254168 | 0.0899275 | 0.0689191 |
| 1.36 | 0.1887212 | 0.1235131 | 0.0886829 | 0.0680260 |
| 1.37 | 0.1854795 | 0.1216422 | 0.0874571 | 0.0671453 |
| 1.38 | 0.1823033 | 0.1198033 | 0.0862499 | 0.0662768 |
| 1.39 | 0.1791909 | 0.1179959 | 0.0850610 | 0.0654203 |
| 1.40 | 0.1761407 | 0.1162193 | 0.0838899 | 0.0645755 |
| 1.41 | 0.1731513 | 0.1144729 | 0.0827365 | 0.0637424 |

Tabla A.10 (Continuación)

| x | $E_0(x)$ | $E_1(x)$ | $E_2(x)$ | $E_3(x)$ |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1.42 | 0.1702211 | 0.1127561 | 0.0816004 | 0.0629207 |
| 1.43 | 0.1673489 | 0.1110683 | 0.0804813 | 0.0621104 |
| 1.44 | 0.1645332 | 0.1094089 | 0.0793789 | 0.0613111 |
| 1.45 | 0.1617726 | 0.1077774 | 0.0782930 | 0.0605227 |
| 1.46 | 0.1590659 | 0.1061733 | 0.0772233 | 0.0597452 |
| 1.47 | 0.1564119 | 0.1045959 | 0.0761694 | 0.0589782 |
| 1.48 | 0.1538092 | 0.1030449 | 0.0751313 | 0.0582217 |
| 1.49 | 0.1512568 | 0.1015196 | 0.0741085 | 0.0574755 |
| 1.50 | 0.1487534 | 0.1000196 | 0.0731008 | 0.0567395 |
| 1.51 | 0.1462980 | 0.0985444 | 0.0721080 | 0.0560135 |
| 1.52 | 0.1438894 | 0.0970935 | 0.0711298 | 0.0552973 |
| 1.53 | 0.1415266 | 0.0956664 | 0.0701660 | 0.0545908 |
| 1.54 | 0.1392085 | 0.0942628 | 0.0692164 | 0.0538939 |
| 1.55 | 0.1369342 | 0.0928821 | 0.0682807 | 0.0532064 |
| 1.56 | 0.1347026 | 0.0915240 | 0.0673587 | 0.0525283 |
| 1.57 | 0.1325129 | 0.0901879 | 0.0664502 | 0.0518592 |
| 1.58 | 0.1303640 | 0.0888736 | 0.0655549 | 0.0511992 |
| 1.59 | 0.1282551 | 0.0875805 | 0.0646726 | 0.0505481 |
| 1.60 | 0.1261853 | 0.0863083 | 0.0638032 | 0.0499057 |
| 1.61 | 0.1241538 | 0.0850567 | 0.0629464 | 0.0492720 |
| 1.62 | 0.1221597 | 0.0838251 | 0.0621020 | 0.0486467 |
| 1.63 | 0.1202022 | 0.0826134 | 0.0612698 | 0.0480299 |
| 1.64 | 0.1182805 | 0.0814210 | 0.0604497 | 0.0474213 |
| 1.65 | 0.1163939 | 0.0802476 | 0.0596413 | 0.0468209 |
| 1.66 | 0.1145416 | 0.0790930 | 0.0588446 | 0.0462284 |
| 1.67 | 0.1127228 | 0.0779567 | 0.0580594 | 0.0456439 |
| 1.68 | 0.1109369 | 0.0768384 | 0.0572854 | 0.0450672 |
| 1.69 | 0.1091832 | 0.0757378 | 0.0565226 | 0.0444982 |
| 1.70 | 0.1074609 | 0.0746546 | 0.0557706 | 0.0439367 |
| 1.71 | 0.1057695 | 0.0735885 | 0.0550294 | 0.0433827 |
| 1.72 | 0.1041082 | 0.0725392 | 0.0542988 | 0.0428361 |
| 1.73 | 0.1024765 | 0.0715063 | 0.0535786 | 0.0422967 |
| 1.74 | 0.1008738 | 0.0704895 | 0.0528686 | 0.0417645 |
| 1.75 | 0.0992994 | 0.0694887 | 0.0521687 | 0.0412393 |
| 1.76 | 0.0977528 | 0.0685034 | 0.0514788 | 0.0407211 |
| 1.77 | 0.0962333 | 0.0675335 | 0.0507986 | 0.0402097 |
| 1.78 | 0.0947405 | 0.0665787 | 0.0501281 | 0.0397051 |
| 1.79 | 0.0932738 | 0.0656386 | 0.0494670 | 0.0392071 |
| 1.80 | 0.0918327 | 0.0647131 | 0.0488153 | 0.0387157 |
| 1.81 | 0.0904167 | 0.0638019 | 0.0481727 | 0.0382308 |
| 1.82 | 0.0890251 | 0.0629047 | 0.0475392 | 0.0377522 |
| 1.83 | 0.0876577 | 0.0620213 | 0.0469146 | 0.0372800 |
| 1.84 | 0.0863138 | 0.0611515 | 0.0462987 | 0.0368139 |
| 1.85 | 0.0849931 | 0.0602950 | 0.0456915 | 0.0363540 |
| 1.86 | 0.0836950 | 0.0594515 | 0.0450928 | 0.0359001 |
| 1.87 | 0.0824191 | 0.0586210 | 0.0445024 | 0.0354521 |
| 1.88 | 0.0811649 | 0.0578031 | 0.0439203 | 0.0350100 |
| 1.89 | 0.0799322 | 0.0569976 | 0.0433463 | 0.0345737 |

Tabla A.10 (Continuación)

| x | $E_0(x)$ | $E_1(x)$ | $E_2(x)$ | $E_3(x)$ |
|------|------------|------------|------------|------------|
| 1.90 | 0.0787203 | 0.0562044 | 0.0427803 | 0.0341430 |
| 1.91 | 0.0775290 | 0.0554231 | 0.0422222 | 0.0337180 |
| 1.92 | 0.0763578 | 0.0546537 | 0.0416718 | 0.0332986 |
| 1.93 | 0.0752063 | 0.0538959 | 0.0411291 | 0.0328846 |
| 1.94 | 0.0740742 | 0.0531495 | 0.0405938 | 0.0324759 |
| 1.95 | 0.0729611 | 0.0524144 | 0.0400660 | 0.0320727 |
| 1.96 | 0.0718665 | 0.0516903 | 0.0395455 | 0.0316746 |
| 1.97 | 0.0707903 | 0.0509770 | 0.0390322 | 0.0312817 |
| 1.98 | 0.0697319 | 0.0502744 | 0.0385259 | 0.0308939 |
| 1.99 | 0.0686912 | 0.0495823 | 0.0380267 | 0.0305112 |
| 2.0 | 6.76676e-2 | 4.89005e-2 | 3.75343e-2 | 3.01334e-2 |
| 2.1 | 5.83126 | 4.26143 | 3.29663 | 2.66136 |
| 2.2 | 5.03651 | 3.71911 | 2.89827 | 2.35207 |
| 2.3 | 4.35908 | 3.25023 | 2.55036 | 2.08002 |
| 2.4 | 3.77991 | 2.84403 | 2.24613 | 1.84054 |
| 2.5 | 3.28340 | 2.49149 | 1.97977 | 1.62954 |
| 2.6 | 2.85668 | 2.18502 | 1.74630 | 1.44349 |
| 2.7 | 2.48909 | 1.91819 | 1.54145 | 1.27932 |
| 2.8 | 2.17179 | 1.68553 | 1.36152 | 1.13437 |
| 2.9 | 1.89735 | 1.48240 | 1.20336 | 1.00629 |
| 3.0 | 1.65957 | 1.30484 | 1.06419 | 0.89306 |
| 3.1 | 1.45320 | 1.14944 | 0.94165 | 0.79290 |
| 3.2 | 1.27382 | 1.01330 | 0.83366 | 0.70425 |
| 3.3 | 1.11767 | 8.93904e-3 | 7.38433e-3 | 6.25744e-3 |
| 3.4 | 9.81567e-3 | 7.89097 | 6.54396 | 5.56190 |
| 3.5 | 8.62782 | 6.97014 | 5.80189 | 4.94536 |
| 3.6 | 7.58992 | 6.16041 | 5.14623 | 4.39865 |
| 3.7 | 6.68203 | 5.44782 | 4.56658 | 3.91360 |
| 3.8 | 5.88705 | 4.82025 | 4.05383 | 3.48310 |
| 3.9 | 5.19023 | 4.26715 | 3.60004 | 3.10087 |
| 4.0 | 4.57891 | 3.77935 | 3.19823 | 2.76136 |
| 4.1 | 4.04212 | 3.34888 | 2.84226 | 2.45969 |
| 4.2 | 3.57038 | 2.96876 | 2.52678 | 2.19156 |
| 4.3 | 3.15548 | 2.63291 | 2.24704 | 1.95315 |
| 4.4 | 2.79030 | 2.33601 | 1.99890 | 1.74110 |
| 4.5 | 2.46867 | 2.07340 | 1.77869 | 1.55244 |
| 4.6 | 2.18518 | 1.84101 | 1.58321 | 1.38454 |
| 4.7 | 1.93517 | 1.63525 | 1.40960 | 1.23507 |
| 4.8 | 1.71453 | 1.45299 | 1.25538 | 1.10197 |
| 4.9 | 1.51971 | 1.29148 | 1.11831 | 0.98342 |
| 5.0 | 1.34759 | 1.14830 | 0.99647 | 0.88780 |
| 5.1 | 1.19544 | 1.02130 | 0.88812 | 0.78368 |
| 5.2 | 1.06088 | 9.0862e-4 | 7.9173e-4 | 6.9978e-4 |
| 5.3 | 9.4181e-4 | 8.0861 | 7.0597 | 6.2498 |
| 5.4 | 8.3640 | 7.1980 | 6.2964 | 5.5827 |
| 5.5 | 7.4305 | 6.4093 | 5.6168 | 4.9877 |
| 5.6 | 6.6033 | 5.7084 | 5.0116 | 4.4569 |
| 5.7 | 5.8701 | 5.0855 | 4.5725 | 3.9832 |

Tabla A.10 (Continuación)

| x | $E_0(x)$ | $E_1(x)$ | $E_2(x)$ | $E_3(x)$ |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 5.8 | 5.2199 | 4.5316 | 3.9922 | 3.5604 |
| 5.9 | 4.6431 | 4.0390 | 3.5641 | 3.1830 |
| 6.0 | 4.1313e-4 | 3.6008e-4 | 3.1826e-4 | 2.8460e-4 |
| 6.1 | 3.6768 | 3.2109 | 2.8424 | 2.5451 |
| 6.2 | 3.2733 | 2.8638 | 2.5390 | 2.2763 |
| 6.3 | 2.9148 | 2.5547 | 2.2683 | 2.0362 |
| 6.4 | 2.5962 | 2.2795 | 2.0269 | 1.8217 |
| 6.5 | 2.3130 | 2.0343 | 1.8115 | 1.6300 |
| 6.6 | 2.0612 | 1.8158 | 1.6192 | 1.4586 |
| 6.7 | 1.8372 | 1.6211 | 1.4475 | 1.3055 |
| 6.8 | 1.6379 | 1.4476 | 1.2942 | 1.1685 |
| 6.9 | 1.4066 | 1.2928 | 1.1573 | 1.0461 |
| 7.0 | 1.3027 | 1.1548 | 1.0351 | 0.9366 |
| 7.1 | 1.1621 | 1.0317 | 0.9259 | 0.8386 |
| 7.2 | 1.0369 | 9.2188e-5 | 8.2831e-5 | 7.5100e-5 |
| 7.3 | 9.2540e-5 | 8.2385 | 7.4112 | 6.7261 |
| 7.4 | 8.2602 | 7.3640 | 6.6319 | 6.0247 |
| 7.5 | 7.3745 | 6.5831 | 5.9353 | 5.3970 |
| 7.6 | 6.5849 | 5.8859 | 5.3125 | 4.8352 |
| 7.7 | 5.8809 | 5.2633 | 4.7556 | 4.3323 |
| 7.8 | 5.2530 | 4.7072 | 4.2576 | 3.8821 |
| 7.9 | 4.6930 | 4.2104 | 3.8122 | 3.4790 |
| 8.0 | 4.1933 | 3.7666 | 3.4138 | 3.1181 |
| 8.1 | 3.7474 | 3.3700 | 3.0573 | 2.7949 |
| 8.2 | 3.3494 | 3.0155 | 2.7384 | 2.5054 |
| 8.3 | 2.9942 | 2.6986 | 2.4530 | 2.2461 |
| 8.4 | 2.6770 | 2.4154 | 2.1975 | 2.0138 |
| 8.5 | 2.3927 | 2.1621 | 1.9689 | 1.8057 |
| 8.6 | 2.1408 | 1.9356 | 1.7642 | 1.6192 |
| 8.7 | 1.9148 | 1.7331 | 1.5810 | 1.4521 |
| 8.8 | 1.7129 | 1.5519 | 1.4169 | 1.3024 |
| 8.9 | 1.5325 | 1.3898 | 1.2700 | 1.1682 |
| 9.0 | 1.3712 | 1.2447 | 1.1384 | 1.0479 |
| 9.1 | 1.2271 | 1.1150 | 1.0205 | 0.9400 |
| 9.2 | 1.0982 | 9.9881e-6 | 9.1492e-6 | 8.4335e-6 |
| 9.3 | 9.8306e-6 | 8.9485 | 8.2033 | 7.5668 |
| 9.4 | 8.8004 | 8.0179 | 7.3558 | 6.7896 |
| 9.5 | 7.8791 | 7.1848 | 6.5965 | 6.0927 |
| 9.6 | 7.0551 | 6.4388 | 5.9160 | 5.4677 |
| 9.7 | 6.3179 | 5.7709 | 5.3061 | 4.9071 |
| 9.8 | 5.6583 | 5.1727 | 4.7595 | 4.4044 |
| 9.9 | 5.0681 | 4.6369 | 4.2695 | 3.9533 |
| 10.0 | 4.5400 | 4.1570 | 3.8302 | 3.5488 |

Tabla A.11 Valores para la integral de Sievert

| x/θ | $10'$ | $20'$ | $30'$ | $40'$ |
|------------|----------|----------|----------|----------|
| 0.0 | 0.174533 | 0.349066 | 0.523599 | 0.698132 |
| 0.1 | 0.157843 | 0.315187 | 0.471456 | 0.625886 |
| 0.2 | 0.142749 | 0.284598 | 0.424515 | 0.561159 |
| 0.3 | 0.129099 | 0.256978 | 0.382255 | 0.503165 |
| 0.4 | 0.116754 | 0.232040 | 0.344209 | 0.451198 |
| 0.5 | 0.105589 | 0.209522 | 0.309957 | 0.404629 |
| 0.6 | 0.095492 | 0.189191 | 0.279118 | 0.362893 |
| 0.7 | 0.086361 | 0.170833 | 0.251353 | 0.325486 |
| 0.8 | 0.078103 | 0.154256 | 0.226354 | 0.291957 |
| 0.9 | 0.070634 | 0.139289 | 0.203845 | 0.261901 |
| 1.0 | 0.063880 | 0.125775 | 0.183579 | 0.234956 |
| 1.2 | 0.052247 | 0.102553 | 0.148899 | 0.189138 |
| 1.4 | 0.042733 | 0.083620 | 0.120780 | 0.152298 |
| 1.6 | 0.034951 | 0.068183 | 0.097979 | 0.122667 |
| 1.8 | 0.028587 | 0.055597 | 0.079488 | 0.098829 |
| 2.0 | 0.023381 | 0.045335 | 0.064492 | 0.079644 |
| 2.2 | 0.019123 | 0.036967 | 0.052329 | 0.064201 |
| 2.4 | 0.015641 | 0.030145 | 0.042463 | 0.051766 |
| 2.6 | 0.012793 | 0.024582 | 0.034460 | 0.041750 |
| 2.8 | 0.010463 | 0.020045 | 0.027968 | 0.033680 |
| 3.0 | 0.008558 | 0.016347 | 0.022700 | 0.027177 |
| 3.5 | 0.005178 | 0.009817 | 0.013477 | 0.015912 |
| 4.0 | 0.003132 | 0.005896 | 0.008005 | 0.009330 |
| 4.5 | 0.001895 | 0.003542 | 0.004756 | 0.005478 |
| 5.0 | 0.001147 | 0.002127 | 0.002828 | 0.003221 |
| 5.5 | 0.000694 | 0.001278 | 0.001682 | 0.001896 |
| 6.0 | 0.000420 | 0.000768 | 0.001001 | 0.001117 |
| 6.5 | 0.000254 | 0.000461 | 0.000596 | 0.000659 |
| 7.0 | 0.000154 | 0.000277 | 0.000355 | 0.000389 |
| 7.5 | 0.000093 | 0.000167 | 0.000211 | 0.000230 |
| 8.0 | 0.000056 | 0.000100 | 0.000126 | 0.000136 |
| 8.5 | 0.000034 | 0.000060 | 0.000075 | 0.000081 |
| 9.0 | 0.000021 | 0.000036 | 0.000045 | 0.000048 |
| 9.5 | 0.000012 | 0.000022 | 0.000027 | 0.000028 |
| 10.0 | 0.000008 | 0.000013 | 0.000016 | 0.000017 |

Tabla A.11 (Continuación)

| $x\theta$ | 50' | 60' | 75' | 90' |
|-----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.0 | 0.872665 | 1.047198 | 1.308997 | 1.570796 |
| 0.1 | 0.777323 | 0.923778 | 1.123611 | 1.228632 |
| 0.2 | 0.692565 | 0.815477 | 0.968414 | 1.023680 |
| 0.3 | 0.617194 | 0.720366 | 0.837712 | 0.868832 |
| 0.4 | 0.550154 | 0.636769 | 0.727031 | 0.745203 |
| 0.5 | 0.490508 | 0.563236 | 0.632830 | 0.643694 |
| 0.6 | 0.437428 | 0.498504 | 0.552287 | 0.558890 |
| 0.7 | 0.390178 | 0.441478 | 0.483134 | 0.487198 |
| 0.8 | 0.348109 | 0.391204 | 0.423535 | 0.426062 |
| 0.9 | 0.310642 | 0.346851 | 0.371996 | 0.373579 |
| 1.0 | 0.277267 | 0.307694 | 0.327228 | 0.328286 |
| 1.2 | 0.221027 | 0.242523 | 0.254485 | 0.254889 |
| 1.4 | 0.176336 | 0.191533 | 0.198885 | 0.199051 |
| 1.6 | 0.140792 | 0.151541 | 0.156087 | 0.156156 |
| 1.8 | 0.112497 | 0.120105 | 0.122932 | 0.122961 |
| 2.0 | 0.089954 | 0.095342 | 0.097108 | 0.097121 |
| 2.2 | 0.071979 | 0.075797 | 0.076905 | 0.076911 |
| 2.4 | 0.057635 | 0.060342 | 0.061040 | 0.061043 |
| 2.6 | 0.046179 | 0.048100 | 0.048541 | 0.048542 |
| 2.8 | 0.037024 | 0.038387 | 0.038667 | 0.038668 |
| 3.0 | 0.029702 | 0.030670 | 0.030848 | 0.030848 |
| 3.5 | 0.017164 | 0.017576 | 0.017634 | 0.017634 |
| 4.0 | 0.009951 | 0.010128 | 0.010147 | 0.010147 |
| 4.5 | 0.005787 | 0.005862 | 0.005869 | 0.005869 |
| 5.0 | 0.003374 | 0.003407 | 0.003409 | 0.003409 |
| 5.5 | 0.001972 | 0.001986 | 0.001987 | 0.001987 |
| 6.0 | 0.001155 | 0.001162 | 0.001162 | 0.001162 |
| 6.5 | 0.000678 | 0.000681 | 0.000681 | 0.000681 |
| 7.0 | 0.000399 | 0.000400 | 0.000400 | 0.000400 |
| 7.5 | 0.000235 | 0.000235 | 0.000235 | 0.000235 |
| 8.0 | 0.000139 | 0.000139 | 0.000139 | 0.000139 |
| 8.5 | 0.000082 | 0.000082 | 0.000082 | 0.000082 |
| 9.0 | 0.000048 | 0.000048 | 0.000048 | 0.000048 |
| 9.5 | 0.000029 | 0.000029 | 0.000029 | 0.000029 |
| 10.0 | 0.000017 | 0.000017 | 0.000017 | 0.000017 |

Tabla A.12 Relación entre funciones circulares (válido también para funciones inversas)

| | $\text{sen } x = a$ | $\text{cos } x = a$ | $\text{tan } x = a$ |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| sen x | a | $(1-a^2)^{1/2}$ | $(1+a^2)^{1/2}$ |
| cos x | $(1-a^2)^{1/2}$ | a | $(1+a^2)^{1/2}$ |
| tan x | $a(1-a^2)^{-1/2}$ | $a^{-1}(1-a^2)^{1/2}$ | a |
| csc x | a^{-1} | $(1-a^2)^{-1/2}$ | $a^{-1}(1+a^2)^{1/2}$ |
| sec x | $(1-a^2)^{-1/2}$ | a^{-1} | $(1+a^2)^{1/2}$ |
| cot x | $a^{-1}(1-a^2)^{1/2}$ | $a(1-a^2)^{-1/2}$ | a^{-1} |
| | $\text{csc } x = a$ | $\text{sec } x = a$ | $\text{cot } x = a$ |
| sen x | a^{-1} | $a^{-1}(a^2-1)^{1/2}$ | $(1+a^2)^{1/2}$ |
| cos x | $a^{-1}(a^2-1)^{1/2}$ | a^{-1} | $a(1+a^2)^{-1/2}$ |
| tan x | $(a^2-1)^{1/2}$ | $(a^2-1)^{1/2}$ | a^{-1} |
| csc x | a | $a(a^2-1)^{-1/2}$ | $(1+a^2)^{1/2}$ |
| sec x | $a(a^2-1)^{-1/2}$ | a | $a^{-1}(1+a^2)^{1/2}$ |
| cot x | $(a^2-1)^{-1/2}$ | $(a^2-1)^{-1/2}$ | a |

Tabla A.13 Función $J_1(m, n, \mu)$

| | | μ | μ | μ | μ |
|------|-----|----------|----------|----------|----------|
| m | n | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0.05 | 0.1 | 2.184e-2 | 4.862e-3 | 1.296e-3 | 3.747e-4 |
| | 0.3 | 6.380e-2 | 1.420e-2 | 3.784e-3 | 1.094e-3 |
| | 0.5 | 1.015e-1 | 2.259e-2 | 6.018e-3 | 1.740e-3 |
| | 0.7 | 1.337e-1 | 2.975e-2 | 7.926e-3 | 2.292e-3 |
| | 1.0 | 1.718e-1 | 3.823e-2 | 1.019e-2 | 2.945e-3 |
| 0.1 | 0.1 | 2.171e-2 | 4.812e-3 | 1.277e-3 | 3.689e-4 |
| | 0.3 | 6.639e-2 | 1.405e-2 | 3.729e-3 | 1.074e-3 |
| | 0.5 | 1.008e-1 | 2.244e-2 | 5.927e-3 | 1.707e-3 |
| | 0.7 | 1.327e-1 | 2.940e-2 | 7.798e-3 | 2.246e-3 |
| | 1.0 | 1.705e-1 | 3.774e-2 | 1.000e-2 | 2.879e-3 |
| 0.2 | 0.1 | 2.117e-2 | 4.617e-3 | 1.207e-3 | 3.434e-4 |
| | 0.3 | 6.180e-2 | 1.347e-2 | 3.519e-3 | 9.979e-4 |
| | 0.5 | 9.449e-2 | 2.137e-2 | 5.578e-3 | 1.581e-3 |
| | 0.7 | 1.290e-1 | 2.806e-2 | 7.312e-3 | 2.070e-3 |
| | 1.0 | 1.652e-1 | 3.583e-2 | 9.324e-3 | 2.629e-3 |
| 0.5 | 0.1 | 1.801e-2 | 3.531e-3 | 8.327e-4 | 2.135e-4 |
| | 0.3 | 5.237e-2 | 1.024e-2 | 2.406e-3 | 6.150e-4 |
| | 0.5 | 8.250e-2 | 1.605e-2 | 3.752e-3 | 9.541e-4 |
| | 0.7 | 1.075e-1 | 2.073e-2 | 4.813e-3 | 1.216e-3 |
| | 1.0 | 1.353e-1 | 2.576e-2 | 5.908e-3 | 1.145e-3 |
| 1.0 | 0.1 | 1.133e-2 | 1.616e-3 | 2.803e-4 | 5.305e-5 |
| | 0.3 | 3.264e-2 | 4.613e-3 | 7.926e-4 | 1.487e-4 |
| | 0.5 | 5.066e-2 | 7.040e-3 | 1.191e-3 | 2.200e-4 |
| | 0.7 | 6.463e-2 | 8.795e-3 | 1.460e-3 | 2.652e-4 |
| | 1.0 | 7.871e-2 | 1.037e-2 | 1.675e-3 | 2.978e-4 |

Tabla A.13 (Continuación)

| | | μ' | μ | μ' |
|------|-----|----------|----------|----------|
| m | n | 5 | 6 | 7 |
| 0.05 | 0.1 | 1.137e-4 | 3.569e-5 | 1.114e-5 |
| | 0.3 | 3.324e-4 | 1.040e-4 | 3.330e-5 |
| | 0.5 | 5.301e-4 | 1.654e-4 | 5.296e-5 |
| | 0.7 | 6.954e-4 | 2.177e-4 | 6.972e-5 |
| | 1.0 | 8.933e-4 | 2.797e-4 | 8.954e-5 |
| 0.1 | 0.1 | 10112e-4 | 3.470e-5 | 1.107e-5 |
| | 0.3 | 3.246e-4 | 1.013e-4 | 3.232e-5 |
| | 0.5 | 5.158e-4 | 1.609e-4 | 5.130e-5 |
| | 0.7 | 6.783e-4 | 2.115e-4 | 6.742e-5 |
| | 1.0 | 8.689e-4 | 2.707e-4 | 8.626e-5 |
| 0.2 | 0.1 | 1.020e-4 | 3.134e-5 | 9.798e-6 |
| | 0.3 | 2.970e-4 | 9.114e-5 | 2.861e-5 |
| | 0.5 | 4.699e-4 | 1.442e-4 | 4.520e-5 |
| | 0.7 | 3.134e-4 | 1.883e-4 | 5.896e-5 |
| | 1.0 | 7.778e-4 | 2.381e-4 | 7.440e-5 |
| 0.5 | 0.1 | 5.749e-5 | 1.598e-5 | 2.532e-6 |
| | 0.3 | 1.651e-4 | 4.580e-5 | 1.099e-5 |
| | 0.5 | 2.547e-4 | 7.294e-5 | 1.732e-5 |
| | 0.7 | 3.224e-4 | 9.104e-5 | 2.479e-5 |
| | 1.0 | 3.872e-4 | 1.077e-4 | 2.919e-5 |
| 1.0 | 0.1 | 1.057e-5 | 2.176e-6 | |
| | 0.3 | 2.936e-5 | 5.994e-6 | |
| | 0.5 | 4.298e-5 | 8.619e-6 | |
| | 0.7 | 5.077e-5 | 1.008e-5 | |
| | 1.0 | 5.596e-5 | 1.093e-5 | |

Tabla A.14 Función $J_1(m, n, \mu)$

| | | μ | μ | μ | μ |
|------|-----|----------|----------|----------|----------|
| m | n | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0.05 | 0.1 | 3.225e-1 | 7.201e-2 | 1.919e-2 | 3.747e-3 |
| | 0.3 | 2.805e-1 | 6.251e-2 | 1.668e-2 | 1.094e-3 |
| | 0.5 | 2.427e-1 | 5.406e-2 | 1.419e-2 | 1.740e-3 |
| | 0.7 | 2.103e-1 | 4.683e-2 | 1.248e-2 | 2.292e-3 |
| | 1.0 | 1.718e-1 | 3.824e-2 | 1.019e-2 | 2.945e-3 |
| 0.1 | 0.1 | 3.223e-1 | 7.188e-2 | 1.917e-2 | 3.689e-3 |
| | 0.3 | 2.801e-1 | 6.236e-2 | 1.662e-2 | 1.074e-3 |
| | 0.5 | 2.420e-1 | 5.381e-2 | 1.413e-2 | 1.707e-3 |
| | 0.7 | 2.093e-1 | 4.648e-2 | 1.235e-2 | 2.246e-3 |
| | 1.0 | 1.705e-1 | 3.774e-2 | 1.100e-2 | 2.879e-3 |
| 0.2 | 0.1 | 3.218e-1 | 7.168e-2 | 1.909e-2 | 3.434e-3 |
| | 0.3 | 2.784e-1 | 6.176e-2 | 1.640e-2 | 9.979e-3 |
| | 0.5 | 2.393e-1 | 5.282e-2 | 1.396e-2 | 1.581e-3 |
| | 0.7 | 2.056e-1 | 4.511e-2 | 1.186e-2 | 2.070e-3 |
| | 1.0 | 1.652e-1 | 3.584e-2 | 9.315e-3 | 2.629e-3 |
| 0.5 | 0.1 | 3.184e-1 | 7.036e-2 | 1.863e-2 | 2.135e-3 |
| | 0.3 | 2.697e-1 | 5.796e-2 | 1.504e-2 | 6.150e-3 |
| | 0.5 | 2.221e-1 | 4.675e-2 | 1.181e-2 | 9.541e-3 |
| | 0.7 | 1.822e-1 | 3.712e-2 | 9.066e-3 | 1.216e-3 |
| | 1.0 | 1.354e-1 | 2.577e-2 | 5.908e-3 | 1.145e-3 |
| 1.0 | 0.1 | 3.076e-1 | 6.670e-2 | 1.737e-2 | 5.305e-3 |
| | 0.3 | 2.393e-1 | 4.785e-2 | 1.164e-2 | 1.487e-3 |
| | 0.5 | 1.773e-1 | 3.239e-2 | 7.184e-3 | 2.200e-3 |
| | 0.7 | 1.292e-1 | 2.098e-2 | 4.152e-3 | 2.652e-4 |
| | 1.0 | 7.881e-2 | 1.038e-2 | 1.676e-3 | 2.978e-4 |

Tabla A.14 (continuación)

| | | μ | μ | μ |
|------|-----|----------|----------|----------|
| m | n | 5 | 6 | 7 |
| 0.05 | 0.1 | 1.668e-3 | 5.294e-4 | 1.698e-4 |
| | 0.3 | 1.467e-3 | 4.597e-4 | 1.474e-4 |
| | 0.5 | 1.267e-3 | 3.972e-4 | 1.273e-4 |
| | 0.7 | 1.096e-3 | 3.435e-4 | 1.101e-4 |
| | 1.0 | 8.935e-4 | 7.798e-4 | 8.958e-5 |
| 0.1 | 0.1 | 1.686e-3 | 5.286e-4 | 1.695e-4 |
| | 0.3 | 1.459e-3 | 4.570e-4 | 1.464e-4 |
| | 0.5 | 1.255e-3 | 3.926e-4 | 1.256e-4 |
| | 0.7 | 1.079e-3 | 3.371e-4 | 1.077e-4 |
| | 1.0 | 8.689e-4 | 2.707e-4 | 8.627e-5 |
| 0.2 | 0.1 | 1.676e-3 | 5.249e-4 | 1.658e-4 |
| | 0.3 | 1.430e-3 | 4.463e-4 | 1.425e-4 |
| | 0.5 | 1.207e-3 | 3.784e-4 | 1.192e-4 |
| | 0.7 | 1.013e-3 | 3.131e-4 | 9.898e-5 |
| | 1.0 | 7.788e-4 | 2.381e-4 | 7.446e-5 |
| 0.5 | 0.1 | 1.595e-3 | 4.968e-4 | 1.582e-4 |
| | 0.3 | 1.225e-3 | 3.834e-4 | 1.200e-4 |
| | 0.5 | 9.360e-4 | 2.790e-4 | 8.509e-5 |
| | 0.7 | 6.731e-4 | 1.942e-4 | 5.738e-5 |
| | 1.0 | 3.872e-4 | 1.051e-4 | 2.919e-5 |
| 1.0 | 0.1 | 1.377e-3 | 4.505e-4 | 1.419e-4 |
| | 0.3 | 8.729e-4 | 2.511e-4 | 7.466e-5 |
| | 0.5 | 4.473e-4 | 1.190e-4 | 3.250e-5 |
| | 0.7 | 2.069e-4 | 4.927e-5 | 1.280e-5 |
| | 1.0 | 5.594e-5 | 1.094e-5 | 2.218e-6 |