

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA



**PROPUESTA DE UN COLIMADOR AUTOMATICO
PARA TELESCOPIOS OPTICOS BASADO EN
UN ASOCIADOR NEURONAL**

TESIS PROFESIONAL

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE :
INGENIERO EN COMPUTACION**

**P R E S E N T A N :
MARIA ELIZABETH GARCIA PEREZ
LUIS ROBERTO FLORES CASTILLO**

**DIRECTOR DE TESIS :
DR. FRANCISCO CERVANTES PEREZ**



CIUDAD UNIVERSITARIA, 1994

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres, con todo cariño. Porque me han apoyado siempre y por la confianza que han depositado en mí durante todo este tiempo.

Al flaquito y a la güera, por estar siempre conmigo.

A mis hermanas, Hilda y Claudia y especialmente a Cristina.

A Luis...

Elizabeth

A mis padres, como reconocimiento a veinticinco años de esfuerzos compartidos y como agradecimiento por veinticuatro años de cariño y apoyo, de muy sentidos cariño y apoyo.

A mis abuelos, Josefina, Felipa y Domingo.

A mis hermanos, Sandra, Mauricio y Felipe.

A Elizabeth.

Luis

AGRADECIMIENTOS

Muy especialmente al Dr. Francisco Cervantes Pérez, quien ha sido nuestro asesor y amigo ya por mucho tiempo.

Al Dr. Claudio Firmani Clementi, por su entusiasmo e interés por este proyecto.

Al Mtro. José Luis Pérez Silva, al (casi) Dr. Alberto Herrera, a Sergio Quintana, a Pepe (por que si no se enoja) y a todos nuestros compañeros y amigos del Centro de Instrumentos por sus comentarios, sugerencias y apoyo durante la realización de este trabajo.

Elizabeth y Luis.

PROPUESTA DE UN COLIMADOR AUTOMÁTICO PARA TELESCOPIOS ÓPTICOS BASADO EN UN ASOCIADOR NEURONAL.

INDICE

I. Introducción.	1
I.1 Motivación.	1
I.2 Marco de referencia.	1
I.3 Objetivos del trabajo.	2
I.4 Organización de la tesis.	4
II. Revisión bibliográfica.	5
II.1 Telescopios ópticos	5
II.1.1 Tipos de telescopios	5
II.1.2 Parámetros descriptivos	9
II.2 Métodos de colimación	10
II.2.1 Imagen fuera de foco	10
II.2.2 Resta de imágenes pre y posfocal	12
II.3 Panorama general de los modelos de Redes Neuronales Artificiales.	13
II.3.1 Modelo de McCulloch y Pitts	13
II.3.2 El Perceptrón	17
II.3.3 Back-Propagation	26
II.3.4 Redes de Hopfield	34
II.3.5 Red de auto-organización de Kohonen	40
II.3.6 Red de búsqueda asociativa	45
III. Descripción del sistema de San Pedro Mártir.	51
III.1 Telescopio.	51
III.1.1 Estructura física	51
III.1.2 Configuración óptica (tipo de telescopio)	52
III.1.3 Características	52
III.2 Colimación.	54
III.2.1 Necesidad de la colimación	54
III.2.2 Procedimiento actual	55

IV. Solución propuesta al problema de colimación.	58
IV.1 Posicionador hexápodo	58
IV.2 Sistema automático de colimación	59
IV.2.1 Estructura global	60
V. Ambiente de simulación.	63
V.1 Necesidad de los simuladores	63
V.2 Especificaciones funcionales	63
V.3 Estructura general del sistema	64
V.4 Interfaz gráfica	65
V.4.1 Interacción con el usuario	65
V.4.2 Presentación de resultados y Visualización tridimensional	66
V.5 Simuladores	67
V.5.1 Sistema de trazo y conteo	67
V.5.2 Mapeos entre los parámetros mecánicos de desviación y las longitudes de los actuadores	69
V.5.2.1 Nomenclatura	69
V.5.2.2 Obtención de las longitudes a partir de las desviaciones mecánicas	71
V.5.2.3 Obtención de las desviaciones mecánicas a partir de las longitudes	71
V.6 Sistema de preproceso de imágenes	77
V.7 Resultados	78
VI. Selección y entrenamiento del modelo neuronal.	91
VI.1 Selección	91
VI.1.1 Características de los patrones de entrenamiento	91
VI.1.2 Función de la red	92
VI.2 Metodología de entrenamiento	92
VI.3 Resultados obtenidos	93
VII. Conclusiones.	101
VIII. Bibliografía.	103

CAPÍTULO

I

INTRODUCCIÓN

I. INTRODUCCIÓN.

I.1 MOTIVACIÓN.

Existen muchos problemas en Ingeniería que difícilmente pueden atacarse por medio de las técnicas habituales de análisis, o cuya solución por medio de estos métodos involucra tiempos o costos muy elevados. Este tipo de problemas se presentan generalmente en sistemas con elementos no lineales, sistemas de control motor distribuido en los que intervienen muchos grados de libertad, y en aquellos que requieren de procesamiento de señales tipo sensorial (e.g., visual, táctil, etc.) para llevar a cabo tareas de reconocimiento y/o clasificación de patrones. Es por esto que el diseño de controladores complejos requiere del desarrollo y empleo de nuevas metodologías de solución que, si bien no han sido analizadas exhaustivamente, permitan llevar a cabo la tarea deseada. En los últimos años se ha demostrado que los modelos de redes neuronales son parte de una metodología que puede ofrecer soluciones prácticas a problemas que involucren el uso de mecanismos de procesamiento sensorial y de control motor distribuido. Por tanto, resulta muy importante explorar las características de la organización estructural y funcional que pueden exhibir las redes neuronales, así como su uso potencial en la construcción de sistemas de control para autómatas que puedan desplegar comportamientos complejos.

I.2 MARCO DE REFERENCIA

Existe en astronomía un amplio espectro de problemas que pueden ser atacados usando sistemas robóticos complejos controlados por medio de redes neuronales artificiales. En particular, la construcción de un sistema de *colimación automática para telescopios ópticos* presenta dificultades para cuya solución resulta especialmente interesante investigar la posibilidad de usar este tipo de modelos. El trabajo reportado en esta tesis corresponde a la primera etapa de un proyecto de colaboración entre el *Centro de Instrumentos* y el *Instituto de Astronomía* de la UNAM, en el que se ha planteado construir, para el observatorio de San Pedro Mártir, B.C.N., un sistema de colimación automática.

La colimación de un telescopio óptico de dos espejos consiste en la alineación de los ejes de sus componentes, y es necesaria para que no haya distorsión en las imágenes obtenidas; sin embargo, existen varios factores que pueden afectarla (flexiones estructurales debidas al peso del telescopio, dilatación térmica de la estructura y los espejos, cambios de posición resultantes de desmontar el sistema para darle

mantenimiento, etc.), por lo que es necesario verificar periódicamente la posición relativa de los espejos.

Los factores mencionados afectan la estructura completa del telescopio, así como cualquier medidor longitudinal montado sobre ella, de manera que la determinación de las alteraciones posicionales del sistema debe hacerse, preferentemente, por medio de un sistema óptico que utilice las imágenes generadas por el telescopio, y no directamente las longitudes de cada componente de la estructura.

Por otro lado, el telescopio de 2.12 m de San Pedro Mártir no cuenta con un sistema de corrección mecánica montado sobre el espejo secundario, de manera que su posición se corrige *manualmente*, en un proceso que requiere suspender las observaciones hasta por toda una noche. Esto trae como consecuencia, además, que la colimación del sistema se posponga, de manera que se trabaja en ocasiones con material poco confiable.

El sistema de colimación automática debe ser capaz, entonces, de:

- (1) determinar las desviaciones relativas -traslacionales y rotacionales- del sistema primario-secundario a partir de los tipos y magnitudes de las aberraciones presentes en una *imagen obtenida del telescopio*; y
- (2) emplear un sistema de actuadores mecánicos para corregir la configuración del sistema a partir de esta información.

Existen muchos sistemas mecánicos capaces de llevar a cabo este ajuste de posición; uno de ellos, que presenta especiales características de estabilidad e inmunidad a los cambios de temperatura, es el denominado **hexápodo**. Se trata de un sistema de seis actuadores acoplados que permiten controlar la posición y orientación de un instrumento que será, en este caso, el espejo secundario del telescopio.

1.3 OBJETIVOS DEL TRABAJO

Los objetivos generales de este trabajo son

- (1) Llevar a cabo el análisis y diseño de un *sistema automático de colimación* para el telescopio de 2.12 m del *observatorio de San Pedro Mártir, B.C.N.* utilizando un modelo de redes neuronales artificiales como parte del controlador, y **determinar la viabilidad de este tipo de solución.**

El sistema debe utilizar señales ópticas para *determinar el error en la posición y orientación del espejo secundario del telescopio* y obtener, a partir de este error, las

acciones que debe llevar a cabo un sistema de actuadores (robot hexápodo) para corregir la posición relativa entre los espejos primario y secundario.

De lo anterior, y de las características específicas del problema a resolver, se desprenden los siguientes objetivos específicos:

- (1) Proponer una estructura global para el sistema de colimación del telescopio de 2.1 m del observatorio de San Pedro Mártir, B.C.N., con base en un modelo de redes neuronales artificiales.
- (2) Definir la función específica del modelo de redes neuronales dentro del sistema de control; esto incluye la selección del tipo de modelo a emplear (arquitectura y algoritmo de aprendizaje), la definición estructural del sistema, la determinación de las entradas y salidas necesarias para su entrenamiento, y las dimensiones de la red.
- (3) Definir un modelo geométrico del hexápodo que permita obtener, ya sea por cálculo directo ó mediante un sistema de aproximaciones, la configuración correcta de sus actuadores a partir de la posición deseada del espejo secundario y viceversa.

Finalmente, para entrenar y evaluar el comportamiento del modelo neuronal es necesario contar con una gran cantidad de imágenes. Sin embargo, no es posible obtenerlas directamente del telescopio pues, por un lado, no es posible suspender las actividades de observación y por otro, es necesario contar con los valores de las desviaciones mecánicas que produjeron cada imagen. Si bien es posible solicitar cierta cantidad de tiempo de observación para obtener las imágenes necesarias, solventando con eso la primera dificultad (aunque de manera un tanto precaria, dada la gran cantidad de imágenes necesarias), la segunda es mucho más restrictiva, pues mientras no se cuente con un posicionador mecánico para el espejo secundario, el ajuste exacto de su posición (en una posición *no alineada*) podría tomar hasta una noche por cada juego de parámetros (y esto asumiendo que hubiera alguna forma de medir las desviaciones posicionales del secundario). Lo anterior hace necesario contar con un simulador óptico del sistema, y constituye el cuarto objetivo específico de esta tesis :

- (4) El diseño y la implementación de un *ambiente de simulación* capaz de generar los patrones (necesarios para el entrenamiento del modelo de redes neuronales) correspondientes a un juego dado de valores de los parámetros de desviación mecánica del espejo secundario, que permita explorar el potencial de las redes neuronales artificiales como base para la construcción del controlador.

Cabe mencionar que, si bien es necesario contar con rutinas de simulación óptica del telescopio, los patrones que se utilizarán como señales de entrada para entrenar una

red neuronal asociativa, pueden no ser directamente las imágenes generadas por él, sino el resultado de algún preproceso aplicado a ellas (como en [Wang y Silva, 1980]).

I.4 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

Este primer capítulo se sitúan tanto la motivación como los objetivos de esta tesis. El capítulo **II** tiene por finalidad hacer una breve presentación de los conceptos fundamentales manejados en el trabajo; ésto incluye una descripción de la forma, funcionamiento y caracterización de los telescopios ópticos y los métodos existentes para su colimación, y una revisión -que no pretende ser exhaustiva- de los modelos de redes neuronales artificiales. En el capítulo **III** se describe tanto el telescopio de San Pedro Mártir como el método que se emplea actualmente para su colimación. En el capítulo **IV**, **Solución al problema de colimación**, se incluye la descripción del sistema de actuadores a emplear, así como la estructura global del sistema propuesto. El capítulo **V** contiene una descripción detallada del sistema de generación de imágenes y del simulador del hexápodo; se incluye en él la descripción del sistema de interfaz gráfica, la del método de generación de imágenes en el plano de detección, la derivación de las expresiones obtenidas para la descripción geométrica del hexápodo (que fueron necesarias para la elaboración del simulador), y algunos de los resultados obtenidos. El capítulo **VI** incluye los criterios de selección del modelo neuronal empleado para el mapeo y la metodología de entrenamiento usada. Finalmente, las conclusiones del trabajo se presentan en el capítulo **VII**.

Cada capítulo está dividido en secciones (denotadas con números arábigos), y la numeración de fórmulas y figuras vuelve a comenzar cada inicio de sección; esto es, aunque las fórmulas (y las figuras) de la sección V.5 comienzan desde el número uno y llegan, por ejemplo, hasta el 7, las de la sección V.6 comienzan nuevamente con la número 1.

CAPÍTULO

II

**REVISIÓN
BIBLIOGRÁFICA**

II. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.

II.1 TELESCOPIOS ÓPTICOS

II.1.1 TIPOS DE TELESCOPIOS

Los telescopios son dispositivos que permiten coleccionar radiación proveniente de fuentes astronómicas para estimar su dirección e intensidades espectrales. Debido al amplio rango de frecuencias y energías involucradas en las observaciones astronómicas, existen varios tipos de telescopios, que pueden clasificarse en cuatro categorías de acuerdo con la energía de la radiación que coleccionan:

1. Detectores que sensan la dirección de arribo y la energía de fotones individuales de muy alta energía (rayos gama).
2. Colimadores no-enfocantes ("non-focussing") que restringen el campo visual del detector (rayos X).
3. Arreglos en fase e interferómetros, para radiación de baja energía (longitudes de onda de metros), y
4. Telescopios de reflexión y refracción que enfocan la radiación obtenida (para todas las longitudes de onda, excepto rayos gama).

El objetivo de este tipo de sistemas es captar la mayor cantidad posible de energía radiante proveniente del objeto bajo estudio y concentrarla sobre un detector de manera que la imagen original sufra la mínima distorsión posible.

El telescopio del observatorio de San Pedro Mártir corresponde a la última categoría mencionada. Se trata de un telescopio de reflexión que trabaja fundamentalmente con radiación en el espectro visible.

Telescopios de Reflexión

El esquema general de funcionamiento de los telescopios de reflexión puede observarse en la figura 1. Un espejo denominado *primario*, cuya superficie corresponde generalmente a una cónica, se apunta hacia la región del cielo que desea observarse; la luz

proveniente de esta región resulta reflejada por él hacia un segundo espejo, el *espejo secundario*, que la refleja finalmente a través del *agujero central* del espejo primario, hacia el detector empleado (que puede ser una cámara fotográfica, una rejilla ó un sistema de rejillas de difracción, un detector de estado sólido, etc.), donde se forma nuevamente la imagen y, en su caso, se registra para su análisis posterior.

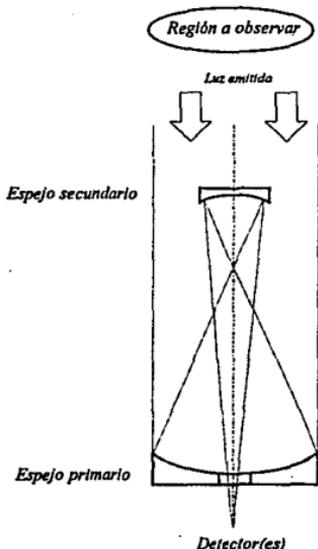


Fig. 1 Estructura y funcionamiento de un telescopio óptico de reflexión.

Si bien los telescopios de reflexión más comunes son los de reflectores parabólicos, éstos son sólo un ejemplo de la familia de reflectores cónicos, formados al rotar secciones cónicas alrededor de alguno de sus ejes de simetría. Cualquier reflector cónico tiene un par de focos o de puntos conjugados en su eje óptico o eje de simetría tales que una fuente puntual de radiación colocada en uno de ellos produce una imagen idéntica en el otro gracias a la reflexión en la superficie. En este sentido, la esfera es única por coincidir sus dos focos en el centro de curvatura (y este hecho se aprovecha en el telescopio Schmidt de gran angular).

En una elipse, un foco queda entre el vértice y el centro de curvatura, y el otro queda fuera de este segmento. Los telescopios Dall-Kirkham (figura 2d) emplean este tipo de reflectores como espejo primario, con un secundario esférico. Los telescopios

Gregorianos (figura 2b) emplean un primario parabólico y un secundario elíptico, y el foco del primario coincide con un foco de la elipse, mientras que el otro provee el foco de trabajo para el astrónomo.

La parábola, por su parte, puede considerarse como el caso extremo de una elipse en la que un foco se encuentra en el punto medio entre su vértice y el centro de la esfera vortical (centro de curvatura de la esfera tangente en el vértice), mientras que el otro foco está infinitamente alejado. Esto hace de las superficies parabólicas reflectores especialmente adecuados para la captación de radiación estelar, pues convierten los frentes de onda prácticamente planos provenientes de una fuente muy alejada en frentes esféricos que convergen en un punto. Los telescopios Newtonianos, por ejemplo, emplean un primario parabólico (figura 2a).

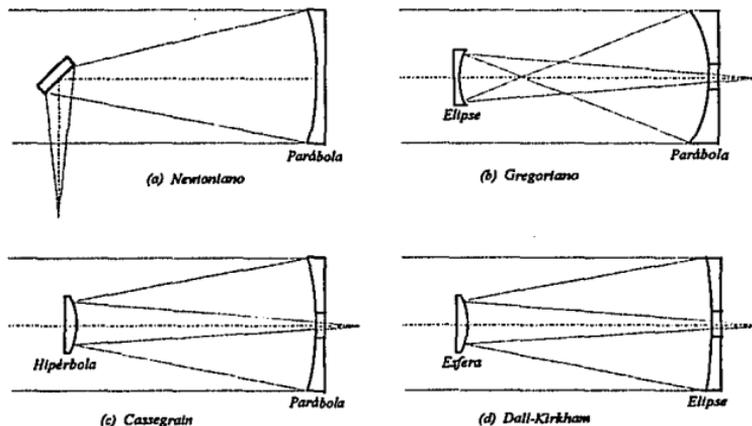


Fig. 2 Cuatro tipos comunes de telescopios con reflectores cónicos.

Frecuentemente se emplea un hiperboloide convexo en combinación con un paraboloide cóncavo para hacer un telescopio Cassegrain o coudé (figura 2c). En éstos, un foco del hiperboloide se sitúa entre el vértice y el punto medio entre el vértice y el centro de curvatura de la esfera vortical, mientras que el otro foco es virtual y queda detrás del vértice. Cuando se emplea en combinación con un paraboloide, el foco interno del hiperboloide se hace coincidir con el del primario parabólico, de manera que la radiación se refleja hacia el otro foco de la hipérbola.

Los telescopios empleados para la investigación de objetos distantes deben ser capaces de captar una cantidad suficiente de la radiación emitida. Esta capacidad de captación, por otro lado, depende básicamente del área del espejo primario, de manera que los observatorios cuentan generalmente con sistemas que utilizan espejos con diámetros de entre 1.5 y 4 m (como el telescopio británico infrarojo en Mauna Kea). Mas aún, recientemente se han desarrollado tecnologías que permiten la construcción de espejos todavía mayores (hasta 8 m) en el Mirror Lab, en Arizona; se basan en el empleo de un horno giratorio en el que se funde lentamente el vidrio, mientras la rotación se encarga de formar el paraboloide. Los primeros espejos de 8m' están por colocarse en un telescopio dual (el proyecto Columbus) capaz de hacer estudios interferométricos equivalentes a los asequibles con un telescopio de 11 m. La tabla 1 muestra algunos datos de los mayores telescopios ópticos existentes hasta 1986.

Lugar	Propiedad de	Altitud	Hemisferio	Diámetro del primario	Año
Monte Pastoukhow, Cáucaso, URSS	URSS	2050	N	6.05	1974
Monte Palomar, California, EUA	EUA	1800	N	5.08	1949
Monte Hopkins, Arizona, EUA	EUA	2600	N	4.60	1979
La Palma, Islas Canarias, España	UK	2400	N	4.20	1986
Kitt Peak, Arizona, EUA	EUA	2100	N	4.01	1973
Cerro Tololo, Chile	EUA	2500	S	4.01	1974
Siding Spring, New South Wales, Australia	UK-Australia	1200	S	3.88	1974
Mauna Kea, Hawaii, EUA	UK	4200	N	3.80	1979
Mauna Kea, Hawaii, EUA	Canadá-Francia-Hawaii	4200	N	3.60	1979
La Silla, Chile	Europa	2450	S	3.57	1976
Calar Alto, España	RFA-España	2160	N	3.50	1979
Monte Hamilton, California, EUA	EUA	1300	N	3.05	1959
Mauna Kea, Hawaii, EUA	EUA	4200	N	3.00	1979

Tabla 1 Los mayores telescopios ópticos

Cualquiera de los cuatro tipos descritos de telescopios de reflexión (Newtoniano, Gregoriano, Cassegrain y Dall-Kirkham) enfoca la radiación recibida hacia un punto; en el plano determinado por éste y el eje óptico del sistema (*plano focal*) se coloca, finalmente, el detector que permita registrar la imagen formada o bien, antes de éste, un sistema de rejillas para la obtención de los espectros correspondientes.

La configuración óptica del telescopio de San Pedro Mártir es una variante de la óptica Cassegrain en la que, en lugar de la combinación parábola-hipérbola, se emplean dos reflectores hiperbólicos: un primario de 2.12 metros de diámetro y uno de tres secundarios intercambiables, cuyo diámetro y curvatura particular queda definido por el tipo de observaciones a llevar a cabo.

II.1.2 PARÁMETROS DESCRIPTIVOS

Si bien la descripción analítica de la superficie de un reflector cónico puede hacerse empleando la ecuación canónica correspondiente, ésta resulta poco práctica. En su lugar se emplean dos parámetros descriptivos que definen completamente la forma del reflector y que se han adoptado como estándares.

El primero de ellos es el *radio de curvatura* de la cónica en su vértice, que corresponde al radio de la *esfera tangente a la superficie reflectora* en el vértice del espejo, que es el punto en que su superficie intersecta a su eje óptico (éste último coincidente con el eje de rotación de la cónica que genera la superficie).

El segundo parámetro es la *constante de conicidad* del espejo, que está definida como el *negativo del cuadrado de su excentricidad*. Este parámetro permite observar rápidamente si el perfil del espejo es parabólico, hiperbólico, elíptico ó esférico.

En el caso del telescopio de 2.1 m de San Pedro Mártir, todas las superficies involucradas son hiperbólicas. Las ecuaciones que permiten transformar los parámetros estándar de descripción de superficies ópticas en los correspondientes parámetros de la descripción canónica del perfil de los espejos son las siguientes:

Si la ecuación canónica del perfil hiperbólico del espejo está dada como

$$\frac{z^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

y ρ y k son, respectivamente, el radio de curvatura en el vértice y la constante de conicidad, entonces

$$\rho = \frac{b^2}{a} \quad \text{y} \quad k = -e^2 = -\frac{c^2}{a^2} = -\frac{a^2 + b^2}{a^2}$$

donde e es la excentricidad de la hipérbola (y c es la mitad de la distancia entre sus focos).

O bien,

$$a = -\frac{\rho}{k+1}, \quad b = \frac{\rho}{\sqrt{-k-1}} \quad \text{y} \quad c = a\sqrt{-k}.$$

Si bien es cierto, por otro lado, que en algunas ocasiones se emplean espejos cuyo perfil no corresponde al de una cónica rotada y cuya descripción analítica requiere, por lo tanto, de coeficientes que den cuenta de los términos con grados superiores a dos, no es éste el caso de los espejos presentes en el observatorio de San Pedro Mártir.

II.2 MÉTODOS DE COLIMACIÓN

La alineación de los espejos de un telescopio se puede llevar a cabo de dos formas: una puramente mecánica y otra con base en pruebas ópticas; sin embargo, para la primera es necesario contar, por un lado, con un sistema muy preciso de sensado de posición (pues debe ser capaz de dar cuenta incluso de las deformaciones de la estructura) y por otro, con una descripción muy detallada del sistema. Esto, junto con la relativa facilidad de aplicación de las pruebas ópticas, hace que éstas sean, en general, el método más conveniente. Para el telescopio de San Pedro Mártir, se va a usar un método basado en la obtención de dos imágenes: las formadas en dos planos paralelos al *plano focal* (el plano normal a los ejes ópticos de los espejos y que pasa por el foco del sistema) pero situados a ambos lados de éste, y separados de él por distancias iguales.

Las secciones siguientes describen con más detalle este método para el caso del telescopio Cassegrain.

II.2.1 IMAGEN FUERA DE FOCO

Para entender el principio en el que se basa este método de colimación, es necesario recordar cómo se forma una imagen en el plano focal del telescopio [Malacara, 1992; Born y Wolf, 1965].

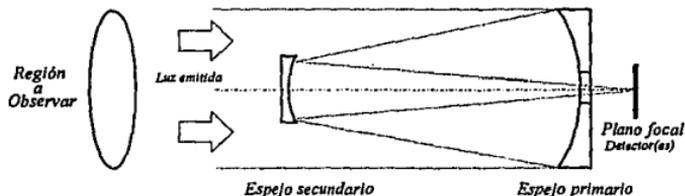


Fig. 1 Formación de imágenes en un telescopio Cassegrain

Como se describió en la sección II.1, la configuración de los espejos en un telescopio Cassegrain refleja los rayos de luz (prácticamente paralelos entre sí) provenientes de una fuente distante, sobre un solo punto en el plano focal, de modo que el punto formado en el detector corresponde a todos los rayos que, forzados por la

geometría del sistema, confluyen en él; de ahí que, para observar objetos muy tenues, sea necesario contar con un espejo primario tan grande como sea posible, pues éste funciona como "superficie colectora".

Considérese ahora la situación de los haces de luz en un plano paralelo al plano focal, pero antes de llegar a éste.

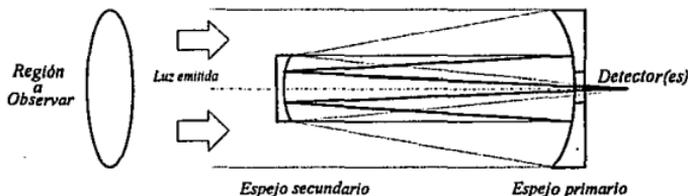


Fig. 2 Sombra del espejo secundario

La necesaria presencia del espejo secundario en el centro de la pupila del telescopio evita que una parte de los rayos provenientes de la región observada lleguen al espejo primario (y por lo tanto al detector); esta sombra del espejo secundario es, sin embargo, muy útil para el proceso de colimación, pues como se verá a continuación, su posición cambia cuando el espejo no está colimado. La zona iluminada por los rayos en un plano paralelo al plano focal tiene la forma mostrada en la figura 3: el círculo exterior corresponde al espejo primario, y la región oscura en el centro es la sombra del espejo secundario. Cuando el sistema está colimado, la sombra del secundario cae en el centro del círculo iluminado; en cambio, si se modifica la posición del espejo secundario, el círculo central se desplaza y se deforma, indicando que los ejes ópticos no coinciden.

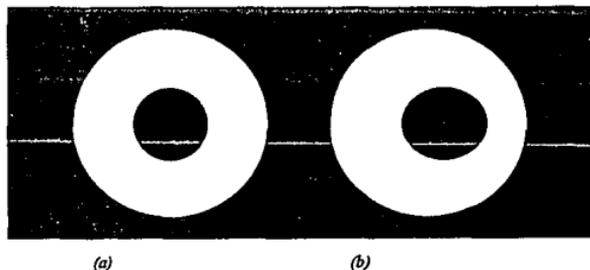


Fig. 3 (a) Imagen obtenida en un plano detector paralelo al plano focal en un telescopio colimado; (b) imagen correspondiente a un sistema no colimado.

De hecho, la deformación observada permite conocer, por lo menos, la dirección hacia la que debe corregirse la posición del espejo secundario.

Con esta información, es posible llevar a cabo un ajuste por aproximaciones sucesivas: sin embargo, dada la forma del espejo secundario, es posible que se llegue a una configuración en la que las imágenes fuera de foco parezcan correctas (sombra centrada) sin que lo sean: si el espejo secundario está sólo rotado con respecto al centro de curvatura de su vértice, la deformación de las imágenes fuera de foco puede hacerse prácticamente imperceptible.

II.2.2 RESTA DE LAS IMÁGENES PRE Y POSFOCAL

Una forma de obtener información sobre la superficie del espejo secundario es a través de la reconstrucción del frente de onda de los haces recibidos; a partir de él, se pueden determinar desde pequeñas desviaciones posicionales entre los espejos, hasta defectos en el pulido ó forma de sus superficies.

Existen métodos de sensado de frente de onda en los que sólo se emplea una imagen [método de Shack-Hartmann]; sin embargo, el empleo de la resta de dos imágenes (una obtenida antes y otra después del plano focal) facilita mucho la reconstrucción del frente de onda, pues esta resta es proporcional al laplaciano de la irradiancia de la fuente [Roddier y Roddier, 1988; Roddier y Roddier, 1989; Roddier, 1990].

El método propuesto por Roddier consiste en restar, punto a punto, los patrones de intensidad obtenidos por detectores situados a ambos lados del plano focal del telescopio. Ambos planos están igualmente separados del plano focal de manera que, si el telescopio está colimado, se obtienen dos imágenes idénticas que al restarse, se anulan en todos los puntos. En cambio, si los ejes ópticos de ambos espejos no coinciden, las imágenes correspondientes a cada detector no son idénticas, y la diferencia de ambas contiene toda la información necesaria para reconstruir el frente de onda.

II.3 PANORAMA GENERAL DE LOS MODELOS DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES.

II.3.1 MODELO DE MCCULLOCH Y PITTS.

La unidad anatómica básica del sistema nervioso es una célula llamada **neurona**; en la figura 1 se muestra un modelo de neurona simplificado. El número de neuronas que existe en un cerebro humano es, sin contar las células del cerebelo, de aproximadamente 10^{11} es decir, cien mil millones de neuronas [Kandel y Schwartz, 1985].

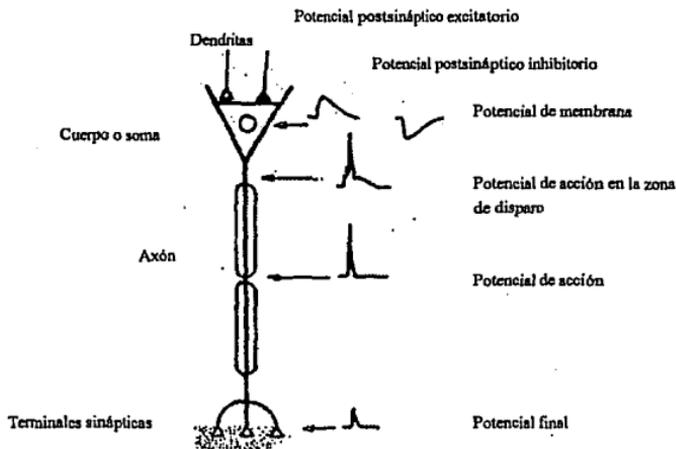


Fig. 1 Modelo de neurona.

Las dendritas están conectadas al cuerpo de la célula (soma) donde se localiza el núcleo; el axón sale del soma y al final de éste se encuentran las terminales sinápticas que se comunican con otras neuronas para llevar a cabo el proceso de comunicación con otras neuronas (i.e. la sinápsis).

La transmisión de señales de una célula a otra en una sinápsis es un proceso muy complejo en el cual sustancias transmisoras específicas son liberadas hacia el receptor que se encuentra en otra célula [Noback y Demarest, 1980]. El efecto que se provoca es un

incremento (excitación) o un decremento (inhibición) de potencial eléctrico, en el interior del cuerpo de la célula receptora, con respecto al exterior; si el efecto es excitador y el cambio que se produce en el potencial alcanza un valor de umbral, se genera un impulso (potencial de acción) de intensidad y duración fija que se envía por el axón hacia las células de la red que reciben proyecciones axónicas de la neurona que ha disparado.

McCulloch y Pitts [McCulloch y Pitts, 1943] propusieron un modelo formal muy simple que incluye únicamente las propiedades de: (a) sumación espacial, el cambio global en el potencial de membrana de la neurona es igual a la suma algebraica de los efectos ponderados de todas las entradas que hayan estado activas en el tiempo anterior; y (b) propiedad de umbral, toda célula tiene un valor de umbral que debe ser alcanzado por los cambios en sus entradas para poder generar potenciales de acción que son transmitidos a otros elementos de la red neuronal. Específicamente, la neurona artificial básica se puede modelar como un dispositivo no lineal con interconexiones ponderadas w_{ji} , también llamadas pesos sinápticos. El cuerpo de la célula (soma) se representa con una función de umbral:

$$y_j = \theta \left[\sum_{i=1}^n w_{ji} x_i + \Theta_j \right] \quad (1)$$

donde y_j es 1 ó 0 y representa el estado de la salida de la neurona j ; Θ_j es el valor de umbral para la neurona j , la suma ponderada de las entradas puede alcanzar o exceder el umbral para que la neurona dispare; $\theta(x)$ es una función no lineal

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

El peso w_{ji} puede ser positivo o negativo correspondiendo a una sinápsis excitatoria o inhibitoria respectivamente; si es cero entonces no existe conexión entre j e i . En la figura 2 se muestra la unidad de procesamiento básica [Hertz et al., 1991].

Las neuronas biológicas involucran otro tipo de características que no se toman en cuenta en esta descripción; las más significativas son:

1. No siempre pueden aproximarse con dispositivos de umbral como en este modelo; responden a su entrada en forma continua, pero la relación no lineal entre la entrada y la salida de la célula es una característica universal. La hipótesis es que la no linealidad es esencial, no así su forma específica; en cualquier caso, las unidades continuas también pueden ser modeladas y algunas veces son más útiles que las unidades de umbral.
2. Producen una secuencia de impulsos, no un solo nivel de salida.
3. No todas las neuronas tienen el mismo retraso fijo ($t \rightarrow t+1$); no se adaptan todas al mismo tiempo (en sincronía) con respecto a un reloj central.

4. La cantidad de transmisores sinápticos varía impredeciblemente. Este efecto se puede modelar con una generalización estocástica de la dinámica de McCulloch y Pitts.

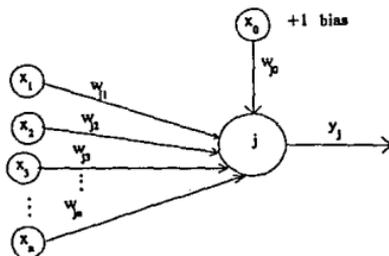


Fig. 2 Unidad de procesamiento básica de McCulloch y Pitts.

La historia de esta clase de ideas se origina con Aristóteles, aún cuando las bases del modelado neuronal fueron dadas en el trabajo hecho por McCulloch y Pitts en 1943 [McCulloch y Pitts, 1943] en el cual se introduce el modelo anterior.

En el otro extremo de la lógica detallada, también se desarrollaron las teorías continuas. Conocida como Neurodinámica o Teoría de Campos Neuronales, esta aproximación utilizó ecuaciones diferenciales para describir patrones de actividad en materia neuronal incrementada [Rashevsky, 1938; Wiener, 1948; Beurle, 1956; Wilson y Cowan, 1973; Amari, 1977].

Alrededor de 1960 el grupo de Frank Rosenblatt atrajo la atención de todos pues se habían centrado en el problema de como encontrar los pesos apropiados para realizar tareas computacionales particulares. Se concentraron en redes de elementos procesadores llamadas perceptrones, en las cuales las unidades de procesamiento fueron organizadas en capas con conexiones entre una capa y la siguiente. Redes muy similares, llamadas "ADALINES" fueron inventadas en la misma época por Widrow y Hoff [Widrow y Hoff, 1960; Widrow, 1962]

El tipo más simple de perceptrones sin capas intermedias [Rosenblatt, 1962] sirvió para probar la convergencia de un algoritmo de aprendizaje, es decir, un modo de cambiar los pesos iterativamente hasta encontrar el conjunto deseado. Mucha gente expresó gran entusiasmo con el modelo y esperaba que esas máquinas pudieran ser la base de la Inteligencia Artificial.

Rosenblatt también estudió estructuras con más capas de unidades y creyó que éstas podrían solucionar los problemas presentados por Minsky y Papert en su libro Perceptrons [Minsky y Papert, 1969]; sin embargo, no encontró un algoritmo de

aprendizaje que pudiera determinar los pesos necesarios para implementar una tarea dada. Minsky y Papert dudaron que se pudiera encontrar alguno y sugirieron explorar otras aproximaciones para la Inteligencia Artificial. Con ésto, mucha gente de la comunidad científica dejó de estudiar este paradigma durante 20 años.

Sin embargo, algunos investigadores continuaron desarrollando la teoría de redes neuronales. Un tema de impacto fue el de las memorias direccionables por contenido en las cuales, diferentes patrones de entrada eran asociados con otros suficientemente similares. Sin embargo, ésto había sido propuesto por muchas otras gentes tiempo atrás: [Taylor, 1956; Steinbuch, 1961] y después fueron redescubiertos por Anderson [Anderson, 1968, 1970; Anderson y Mozer, 1981], Willshaw [Willshaw et.al., 1969], Marr [Marr, 1969, 1971] y Kohonen [1974-1988]. Grossberg [1967-1987] hace una reformulación del problema general de aprendizaje en las redes. Marr [Marr, 1969, 1970, 1971] desarrolla teorías de redes del cerebelo, neocorteza cerebral e hipocampo, asignando funciones específicas a cada tipo de neuronas. Mucha gente, incluyendo a Marr [Marr, 1982], von der Malsburg [1973] y Cooper [1974; Nass y Cooper, 1975] estudiaron el desarrollo y funcionamiento del sistema visual.

Otra parte de este desarrollo fue hecho por Cragg y Temperley [Cragg y Temperley, 1954, 1955]; ellos reformulan la red de McCulloch y Pitts como un sistema magnético típico entre los físicos ("spin glass"). Caianiello [1961] contruye una teoría estática utilizando ideas de la Mecánica Estadística y le incorporó aprendizaje basado en las ideas de Hebb [1949] acerca del aprendizaje en el cerebro. El mismo tema fue tomado en los 70 por Little [Little y Shaw, 1975, 1978; Little, 1974] y de nuevo tomado por Hopfield [Hopfield, 1982] quien introduce una función de energía y enfatiza la noción de memoria como atractores estables dinámicamente. Hinton y Sejnowski [Hinton y Sejnowski, 1983, 1986] y Peretto [Peretto, 1984] construyeron formulaciones utilizando unidades estocásticas.

Quizá, el trabajo que más influencia tuvo en esta década fue el de Rosenblatt; mucha gente se dedicó a desarrollar algoritmos para realizar el ajuste de pesos. Entre ellos, Bryson [Bryson y Ho, 1969] publica por primera vez un algoritmo llamado "Back propagation" (retropropagación), posteriormente aparece publicado a mediados de los 70 por Werbos [Werbos, 1974] e independientemente redescubierto aproximadamente en 1985 por Rumelhart, Hinton y Williams [Rumelhart et.al, 1986a, b] y por Parker [Parker, 1985]. Le Cun [1985] también propone un algoritmo muy relacionado con los anteriores. Barto [Barto et.al, 1981] propone un algoritmo en el cual se tiene información del ambiente relacionado con la red neuronal, obteniendo un tipo diferente de arquitectura. Aunque aún no se encuentra el algoritmo ideal para realizar cualquier tarea computacional, ya se pueden resolver muchos problemas que el perceptrón de una sola capa no podía realizar. En las siguientes secciones se analizarán algunos de los modelos más importantes en los que se realizaron cambios en su arquitectura con respecto al perceptrón.

II.3.2 EL PERCEPTRÓN.

Arquitectura.

El perceptrón permite clasificar patrones en clases diferentes a través de un algoritmo de "aprendizaje" supervisado. Los patrones que normalmente se clasifican son vectores binarios y las categorías en las que se clasifican también son expresadas como vectores binarios. El perceptrón está limitado a dos capas de unidades de procesamiento (nodos) con una sola capa de pesos adaptables entre sí [Rosenblatt, 1958]. Se le pueden aumentar capas de pesos, pero éstos no serán adaptables.

Las unidades de procesamiento del perceptrón son neuronas basadas en el modelo de McCulloch y Pitts [McCulloch y Pitts, 1943] y, por tanto, la suma que se realiza en cada una de ellas es:

$$S_j = \sum_{i=0}^n x_i w_{ij} \quad (2)$$

donde: w_{ij} es el peso asociado a la conexión que va del nodo i al nodo j ;
 x_i es el valor de salida del nodo i que entra al nodo j

La suma se realiza sobre todas las unidades i que entran al nodo j . La entrada llamada "bias" (x_0 en la figura 2), es una constante fija con valor de +1, y su conexión a la unidad j tiene asociado un peso w_{j0} que se ajusta en la misma forma que los pesos de las otras entradas.

La respuesta de cada nodo se determina al comparar la suma ponderada con el umbral del nodo de acuerdo a la siguiente regla:

$$y = \begin{cases} 1 & \text{si } S_j \geq 0 \\ 0 & \text{si } S_j < 0 \end{cases} \quad (3)$$

El resultado de la ecuación (3) es la salida de la unidad de procesamiento del perceptrón y forma parte del vector de salida de la red (cada unidad en la capa de salida genera un elemento del vector de salida de la red).

El perceptrón de dos capas tiene una capa de entrada y una de salida como se muestra en la figura 3. Cada unidad en la capa de entrada solo utiliza el valor de entrada como su salida. La segunda capa realiza los cálculos de las ecuaciones (2) y (3).

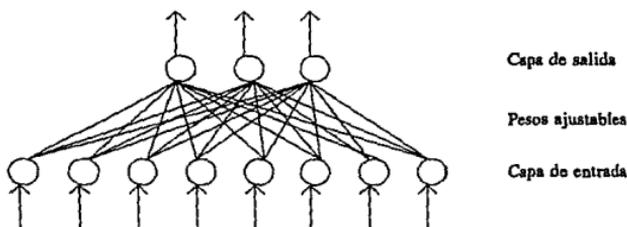


Fig. 3 Perceptrón de dos capas

Las dos capas de la fig. 3 están totalmente interconectadas, cada nodo en la capa de entrada tiene conexión con todos los nodos de la capa de salida. Se tiene solo una capa de pesos ajustables en la red, la regla de "aprendizaje" del perceptrón corrige los pesos para que la red produzca la salida deseada.

Algoritmo de entrenamiento.

El perceptrón se entrena al presentarle repetidamente un conjunto de patrones. Cada patrón es un par de vectores, uno de ellos es el vector de entrada (patrón) y el otro el de salida (vector deseado).

Durante el entrenamiento, cada patrón del conjunto es presentado a la red. Cuando el patrón presentado es entrada, se registra en la primera capa. Las unidades de procesamiento del perceptrón obtienen la salida con la suma pesada y el umbral como en las ecuaciones (2) y (3). La salida de la red es entonces comparada con la salida deseada (especificada en el conjunto de entrenamiento), se realiza una diferencia y se reajusta el valor de los pesos. El reajuste es hecho de tal forma que la red debe dar una respuesta más parecida a la deseada en la siguiente iteración.

Cada unidad de salida es asignada a una categoría de clasificación particular. La meta de la sesión de entrenamiento es llegar a un solo conjunto de pesos que permita mostrar cada uno de los patrones de entrada con su respectiva salida sin tener que modificarlos. Después del entrenamiento, los pesos no se reajustan ante la presentación de diversos patrones.

El ajuste de los pesos se ha intentado realizar por diferentes reglas [Duda y Hart 1973; Rosenblatt 1962]. Una de las reglas más sencillas es:

$$(t_{jp} - y_{jp}) \quad (4)$$

donde: t_{jp} es el valor deseado para la unidad de salida j después de la presentación del patrón p ; y_{jp} es el valor de salida producido por la unidad j después de la presentación del patrón p .

Para un perceptrón que solo toma valores de 0/1 en sus unidades, el resultado de la ecuación (4) es cero si la salida deseada y la que se obtuvo son iguales y se obtiene +1 ó -1 si son diferentes.

Utilizando esta regla, se agrega una constante (sumada ó restada) para obtener los pesos apropiados durante el aprendizaje, ésto es:

$$w_{new} = w_{old} + \eta(t_j - y_j)x_i \quad (5)$$

donde η es una constante pequeña (el "rango de aprendizaje")

De acuerdo con la ecuación (5), algún peso cambia sólo si su unidad de entrada es activa, es decir, si x_i es igual a 1, el parámetro η , el "rango de aprendizaje", es sumado al peso cuando la salida deseada es mayor que la salida obtenida y es restado en el caso contrario. El valor de η normalmente es menor que 1 y determina la corrección hecha en una sola iteración; el tiempo de entrenamiento de la red está afectado por η : es lento para valores pequeños de η y rápido para valores grandes. En caso de que x_i sea igual a cero ó t_j y y_j sean iguales, el peso no cambia.

Inicialmente, los pesos se encuentran en un conjunto de valores pequeños aleatorios por lo que la red no se desenvuelve muy bien. Como los pesos son actualizados durante el aprendizaje, la evolución de la red mejora y cuando el rango de error es muy bajo, el entrenamiento termina. El desempeño de la red es cuantificado por un error cuadrático medio (RMS):

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_p \sum_j (t_{jp} - y_{jp})^2}{n_p n_o}} \quad (6)$$

donde: n_p es el número de patrones en el conjunto de entrenamiento
 n_o es el número de unidades en la capa de salida.

La primera suma se toma sobre todos los patrones del conjunto de entrenamiento y la segunda se toma sobre todas las unidades de procesamiento de salida.

Teorema de convergencia del perceptrón.

Una parte importante del trabajo formal sobre redes neuronales artificiales es el referido a las características de convergencia de cada algoritmo. El caso del perceptrón es

de particular interés debido a que es posible demostrar que el algoritmo descrito converge en una cantidad finita de pasos [Arbib, 1987; Khanna, 1990].

Incluimos a continuación una demostración formal de la convergencia de un esquema de entrenamiento del perceptrón.

Notación.

Si denotamos como $[\cdot]$ a la función

$$[\phi(x)] = \begin{cases} 1 & \text{si } \phi(x) \text{ es verdadero} \\ 0 & \text{si } \phi(x) \text{ es falso} \end{cases}$$

que asocia los valores numéricos 1 y 0 con los valores *verdadero* y *falso* del predicado $\phi(\mathbf{x})$, y definimos los vectores \mathbf{x} y \mathbf{w} como

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= (x_1, x_2, \dots, x_d, 1) \\ \mathbf{w} &= (w_1, w_2, \dots, w_d, -\theta) \end{aligned} \quad (7)$$

donde las x_i son las entradas al perceptrón y las w_i los pesos asociados a cada una, entonces la ecuación para la respuesta r de la unidad, dada por

$$r = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{i=1}^d w_i x_i \geq \theta \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad (8)$$

puede reescribirse como

$$r = [\mathbf{w} \cdot \mathbf{x} \geq 0] \quad (9)$$

(la introducción de las componentes $(d+1)$ de los vectores \mathbf{x} y \mathbf{w} sólo tiene por objeto compactar la notación; las entradas a clasificar son los vectores d -dimensionales de la forma $\mathbf{x}^a = (x_1, x_2, \dots, x_d)$)

Por otro lado, si se denota con X_1 y X_2 a los conjuntos finitos de vectores de la forma (7) que corresponden a las categorías 1 y 2, respectivamente, el algoritmo de entrenamiento debe modificar los valores de \mathbf{w} de manera que, en un tiempo finito, la función de salida del perceptrón permita clasificar correctamente los patrones que se presenten; esto es, que

$$r = [\mathbf{x} \in X_1] \quad (10)$$

Algoritmo de entrenamiento.

Antes de pasar a la prueba de convergencia, es necesario describir el algoritmo de entrenamiento del perceptrón en términos de la notación definida en la sección anterior.

El teorema de convergencia equivale a afirmar que, si la clasificación deseada puede llevarse a cabo con un perceptrón, entonces el algoritmo propuesto llevará a la unidad de respuesta, luego de un *periodo finito* de entrenamiento, a clasificar correctamente las entradas.

Asumir que un perceptrón pueda llevar a cabo la clasificación corresponde a suponer que existe un vector de pesos aumentado (esto es, $(d+1)$ -dimensional) \hat{w} tal que

$$\begin{aligned} \hat{w} \cdot x &\geq 0 & \text{si } x \in X_1 \\ \hat{w} \cdot x &< 0 & \text{si } x \in X_2 \end{aligned} \quad (11)$$

o, equivalentemente, que los conjuntos X_1 y X_2 sean *linealmente separables*; esto es, que sea posible intercalar entre ambos un hiperplano de manera que los vectores de la clase 1 queden de un lado, y los de la clase 2 del otro (de hecho, \hat{w} es el vector normal al plano de separación).

Para llevar a cabo el entrenamiento, comenzamos asumiendo un valor arbitrario para el vector de pesos w que, presumiblemente, asignará varios patrones de entrada ($x \in X_1 \cup X_2$) a la clase incorrecta. El algoritmo de ajuste del vector de pesos consiste en presentar repetidamente los patrones de entrada (x) para afectar w de acuerdo con lo que se observe:

Si la red clasifica correctamente el vector x presentado, w no se altera.

Si la red clasifica incorrectamente el vector x presentado, w se sustituye por w' , definido como:

$$w' = \begin{cases} w + x & \text{si } x \text{ pertenece a la categoría 1} \\ w - x & \text{si } x \text{ pertenece a la categoría 2} \end{cases}$$

Esto puede justificarse informalmente de la forma siguiente: que x pertenezca a la categoría 1, y w la clasifique mal (i.e., en la clase 2), equivale a decir que $w \cdot x < 0$, siendo que debió tenerse $w \cdot x \geq 0$. Al sustituir w por w' (y recordando que $x \cdot x > 0$ para cualquier vector no nulo), se obtiene

$$w' \cdot x = (w+x) \cdot x = w \cdot x + x \cdot x > w \cdot x$$

de manera que, aún cuando no se consiga que $w' \cdot x \geq 0$, el valor del producto punto es mayor que el obtenido con w (y, por tanto, más cercano a un valor que clasifique correctamente a x). La corrección actúa de manera similar para la categoría 2.

Al modificar w de manera que asigne a x un producto punto más cercano al esperado, se corre el riesgo de alterar el resultado correspondiente a alguna entrada previa (recuérdese que este proceso se realiza para cada vector de entrada x tomado de los conjuntos X_1 y X_2); este proceso de "ajuste del actual con posible desajuste de los

anteriores" bien podría llevar a un ciclo interminable: por ejemplo, al presentar por primera vez la entrada x_i , sería posible que la corrección hecha en ese momento bastara para clasificarla correctamente; sin embargo, las posteriores modificaciones hechas al vector de pesos w podrían provocar que, al presentar nuevamente el vector x_i , éste fuera clasificado incorrectamente, haciendo necesaria otra modificación al vector de pesos; ésta podría bastar para perder la clasificación de otra entrada, que luego haría necesario modificar w .

Sin embargo, como se demostrará a continuación, el algoritmo de ajuste del perceptrón *no lleva a un proceso ilimitado*, sino que converge a un vector correcto de pesos *si existe alguno*, aún cuando para hacerlo sea necesario pasar varias veces por cada ejemplo.

Demostración de convergencia.

Para simplificar la prueba, se puede reemplazar el conjunto X_2 por el $X'_2 = \{-x \mid x \in X_2\}$. De esta manera, decir que X_1 y X_2 son linealmente separables equivale a decir que existe un vector \hat{w} tal que

$$\hat{w} \cdot x > 0 \text{ para toda } x \in X = X_1 \cup X'_2$$

Y el algoritmo de entrenamiento puede reexpresarse basado en X como sigue: Sea S_X la *secuencia de entrenamiento*; esto es, una secuencia infinita de patrones, todos ellos elementos de X , y cada uno repetido una cantidad infinita de veces (pues X es finito). Con ella se genera una secuencia de vectores de peso $\{w^1, w^2, w^3, \dots, w^k, \dots\}$ de la siguiente forma: w^1 es arbitrario, y x^k es el k -ésimo patrón de la secuencia de entrenamiento S_X :

$$w^{k+1} = \begin{cases} w^k & \text{si } w^k \cdot x^k > 0 \\ w^k + x^k & \text{si no} \end{cases}$$

Se debe demostrar que, eventualmente, esta forma de ajuste permite alcanzar un vector de pesos w^k tal que $w^k \cdot x > 0$ para toda $x \in X$, de manera que $w^k = w^k$ para toda $k \geq k_0$.

Sean k_1, k_2, k_3, \dots la secuencia de intentos en los que el vector de pesos sufre cambios. Si se denota w^b como \hat{w}^b y x^b como \hat{x}^b , tenemos que, para toda j :

$$\hat{x}^j \cdot \hat{w}^j \leq 0, \quad \text{y} \quad \hat{w}^{j+1} = \hat{w}^j + \hat{x}^j$$

a menos que \hat{w}^j sea el vector final buscado.

Tomando $\hat{w}^1 = 0$ (la demostración puede extenderse fácilmente para el caso de un vector inicial diferente de cero), tenemos:

$$\hat{w}^{j+1} = \hat{x}^1 + \hat{x}^2 + \dots + \hat{x}^j \quad (12)$$

Para probar que el procedimiento de corrección termina, se probará que j no puede ser arbitrariamente grande en la ecuación (12).

Permitiendo que w sea cualquier vector solución, ésto es, $x \cdot w > 0$ para toda x en X , se puede definir un número positivo α en la ecuación:

$$\alpha = \min \{ x' \cdot w \mid x' \in X \} \quad (13)$$

Combinando las ecuaciones (12) y (13) se deduce que

$$\hat{w}^{j+1} \cdot w = (\hat{x}^1 + \dots + \hat{x}^j) \cdot w \geq j\alpha$$

La desigualdad de Cauchy-Schwarz dice que para dos vectores a, b , se tiene $(a \cdot b)^2 \leq |a|^2 \cdot |b|^2$ [donde $|a| = \sqrt{a \cdot a}$ es la longitud de a]. Entonces, para este caso:

$$(\hat{w}^{j+1} \cdot w)^2 \leq |\hat{w}^{j+1}|^2 \cdot |w|^2$$

por tanto,

$$|\hat{w}^{j+1}|^2 \geq \frac{j^2 \alpha^2}{|w|^2} \quad (14)$$

y el cuadrado del vector de pesos crece, al menos en forma cuadrática con respecto al número de pasos.

Este crecimiento no puede llevarse a cabo indefinidamente, si $\hat{w}^{j+1} = \hat{w}^j + x^j$ y $\hat{w}^j \cdot x^j \leq 0$, se tiene para toda j que

$$|\hat{w}^{j+1}|^2 = |\hat{w}^j|^2 + 2\hat{w}^j \cdot \hat{x}^j + |\hat{x}^j|^2 \leq |\hat{w}^j|^2 + |\hat{x}^j|^2$$

lo que produce, al aplicarlo repetidamente

$$|\hat{w}^{j+1}|^2 \leq jM \quad \text{donde} \quad M = \max \{ |x|^2 \mid x \in X \}$$

que muestra que el cuadrado del vector de pesos crece linealmente con el número de pasos. Así, para cada j se tiene:

$$\frac{j^2 \alpha^2}{|w|^2} < |\hat{w}^{j+1}|^2 \leq jM$$

tal que:

$$j < \frac{M|w|^2}{\alpha^2}$$

De lo anterior se puede observar que el procedimiento de corrección de error termina después de β pasos, donde β es un entero que no excede de $M|w|^2 / \alpha^2$ para cualquier vector solución w .

Separabilidad lineal.

Gran parte de la investigación que se ha hecho sobre perceptrones [Minsky & Papert, 1969; Duda y Hart, 1973; Rumelhart et al., 1986; Lippmann, 1987; Baum, 1988] ha sido para determinar que realmente el perceptrón es capaz de aprender. Aunque éste realiza satisfactoriamente una gran variedad de tareas de clasificación de patrones, el aprendizaje no siempre ocurre y el tiempo de convergencia puede ser extremadamente largo. Algunas veces, técnicas especiales (como agregar ruido) ayudan al proceso.

Una limitación del perceptrón es que no permite más que una sola capa de pesos adaptables [Minsky & Papert, 1969, 1972]. Las primeras investigaciones no encontraron modo alguno de propagar la corrección de los pesos a través de una red multicapa. Con más de una capa no es obvio encontrar el error para cada una de las unidades escondidas y como resultado, es difícil saber como ajustar los pesos de tal forma que el valor del error se decremente.

Otra limitación funcional del perceptrón es que una unidad de salida solo puede clasificar patrones linealmente separables [Minsky & Papert, 1969]. La figura 4 ilustra el concepto general de separabilidad lineal -los patrones pueden ser separados en dos clases al dibujar una línea.



Regiones linealmente separables



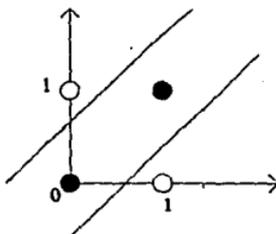
Regiones no linealmente separables

Fig. 4 Separabilidad lineal. La primera gráfica es linealmente separable, mientras que las otras tres no (de DARPA Neural Networks Study, 1988).

La figura anterior muestra cuatro ejemplos de conjuntos de patrones: el primero es linealmente separable y los otros no. En este ejemplo, cada patrón consta de un vector de dos números reales graficados como un punto sencillo en el diagrama. Los patrones de la primera clase están graficados como puntos en el área blanca y los patrones de la segunda son puntos en el área sombreada. El concepto de separabilidad lineal se puede extender a tres o más dimensiones, los patrones linealmente separables, como ya se mencionó, se pueden dividir en dos clases al dibujar un plano o un hiperplano.

La función OR-exclusiva (XOR) es un ejemplo clásico del problema de clasificación de patrones que no es linealmente separable [Minsky & Papert, 1969]. La gráfica de los cuatro pares de entradas (fig. 5) no puede ser dividida por una línea para separar en dos categorías (i.e. respuesta de 0 vs. 1).

ENTRADA		XOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Regiones no linealmente separables.

Fig. 5 Función XOR. Los pares de entrada están graficados en el plano. ● salida de 0; ○ salida de 1

II.3.3 BACK-PROPAGATION

Después del perceptrón, se inició la búsqueda de algoritmos que permitieran el ajuste de pesos en capas sucesivas de perceptrones multicapa. El algoritmo de retropropagación (back-propagation) fue presentado por primera vez en 1969 [Bryson y Ho, 1969], posteriormente aparece publicado a mediados de los 70 por Werbos [Werbos, 1974], e independientemente redescubierto en 1985 por Rumelhart, Hinton y Williams [Rumelhart et.al, 1986a, b] y por Parker [Parker, 1985].

La red neuronal de back-propagation emplea tres o más capas de unidades de procesamiento; la fig. 6 muestra la topología para una red de tres capas. La capa de abajo es la de entrada (las únicas unidades en la red que reciben entrada externa); la siguiente capa es la intermedia, en la que las unidades de procesamiento están interconectadas tanto a la capa anterior como a la siguiente. La capa superior es la capa de salida.

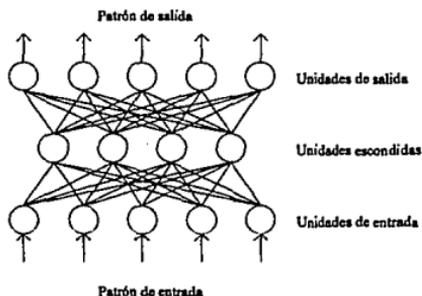


Fig. 6 Red de retropropagación totalmente interconectada.

En la red mostrada en la fig. 6 cada unidad de procesamiento recibe señales de todas las unidades de la capa anterior y envía axones a todas las de la capa siguiente, sin embargo, se debe notar que las unidades no están conectadas a otras unidades de la misma capa.

La red de back-propagation es entrenada con una técnica llamada de *aprendizaje supervisado*; en la que a la red se le presenta una serie de pares de patrones, y cada par consta de un patrón de entrada y un patrón de salida; cada patrón es un vector de números reales. El patrón de salida es la respuesta deseada al patrón de entrada y es usado para determinar el error en la red cuando se realiza el ajuste de pesos.

El patrón de salida algunas veces se diseña para representar una clasificación del patrón de entrada. De esta forma, la red puede ser representada con una serie de

patrones de entrada junto con la clasificación para cada patrón de entrada. En otras aplicaciones, la salida deseada es simplemente el patrón deseado por el patrón de entrada, y la red es entrenada para ser un sistema de mapeo de patrones. Un entrenamiento típico de back-propagation puede realizar cientos o miles de iteraciones de entrenamiento.

La unidad de procesamiento básica de retropropagación también está basada en el modelo de McCulloch y Pitts [McCulloch y Pitts, 1943], como en el modelo anterior; por lo tanto, el elemento j realiza una suma pesada de sus entradas (S_j) y tiene un valor de salida (y_j) que se utiliza durante el ajuste de pesos en la etapa de aprendizaje. Después de que se ha terminado el entrenamiento, los pesos se dejan fijos y estos valores son los que se utilizan durante la sesión de pruebas.

La fig. 7 ilustra los pesos de las conexiones entre los elementos de procesamiento. Los pesos forman una matriz de valores que corresponde a cada capa de interconexiones como se muestra en la figura anterior. Estas matrices están señaladas con superíndices para distinguir pesos en diferentes capas.

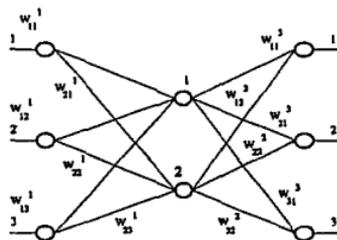


Fig. 7 Pesos en un sistema de tres capas.

Una red neuronal de retropropagación es entrenada con un algoritmo de aprendizaje supervisado; a la red se le presentan pares de patrones (un patrón de entrada con un patrón de salida deseado). En cada presentación, los pesos son ajustados para decrementar la diferencia entre la salida de la red y la salida deseada.

El algoritmo de aprendizaje de back-propagation lleva a cabo un paso de propagación hacia adelante y uno de propagación hacia atrás. Ambos pasos se realizan para cada presentación del patrón durante la etapa de aprendizaje.

La propagación hacia adelante comienza con la presentación de un patrón de entrada a la capa de entrada de la red y continúa con el cálculo del nivel de activación que se propaga hacia la capa escondida. En cada capa, todas las unidades de procesamiento suman sus entradas y aplican una función no lineal (sigmoide) para calcular la salida. Las unidades de la capa de salida producen la salida de la red.

El paso de propagación hacia atrás comienza con la comparación del patrón de salida de la red con el patrón deseado, lo que permite calcular una diferencia o "error". La propagación hacia atrás calcula el valor de error para las unidades escondidas y cambia los pesos comenzando con la capa de salida y moviéndose hacia atrás a través de las capas de unidades escondidas sucesivas. En este paso, la red corrige sus pesos de tal forma que el error observado se deremente en la siguiente etapa del entrenamiento.

El valor de error (δ) refleja el error asociado con la unidad de procesamiento; este parámetro se utiliza durante el procedimiento de corrección de pesos mientras se lleva a cabo el entrenamiento de la red. Un valor muy grande muestra que se debe realizar una corrección grande a los pesos y el signo dice la dirección en la cual los pesos deben ser cambiados.

Propagación hacia adelante.

Como ya se mencionó, el paso de propagación hacia adelante se inicia cuando se presenta un patrón de entrada a la red. Cada unidad de entrada corresponde a un valor en el vector de patrones de entrada. Después de que se determinan los niveles de activación para la primera capa de unidades, las siguientes capas llevan a cabo la propagación hacia adelante, la cual determina los niveles de las otras capas de unidades. La fig. 8 ilustra el paso de propagación hacia adelante; las conexiones que llegan a la unidad j están a la izquierda. Los valores de salida de estas unidades llegan a la unidad j y se suman como en el modelo de McCulloch y Pitts [McCulloch y Pitts, 1943]. Después de calcular la suma S_j , se utiliza una función f para calcular $f(S_j)$.

La ecuación de la función sigmoide es:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (15)$$

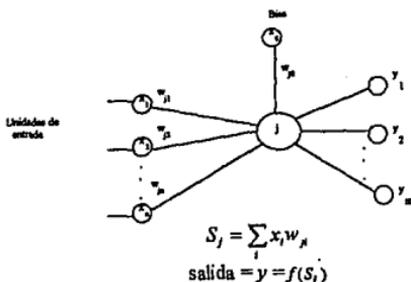


Fig. 8 Propagación hacia adelante.

como el operando es la suma pesada de la unidad j , se tiene:

$$f(S_j) = \frac{1}{1 + e^{-S_j}} = \frac{1}{1 + e^{-\sum w_{kj}}}$$

Después de calcular el valor de la función sigmoide en S_j , el resultado nos lleva al nivel de activación de la unidad j . Este valor, la salida de la unidad j , se envía a lo largo de las interconexiones de salida (a la derecha de la figura 8).

La capa de entrada es un caso especial, sus unidades no llevan a cabo la suma pesada de sus entradas puesto que cada unidad simplemente asume el valor correspondiente del vector de entrada.

Algunas redes de retropropagación emplean una unidad llamada "bias" como parte de todas las capas; esta unidad tiene un valor de activación constante de 1. Cada unidad "bias" está conectada a todas las unidades en la siguiente capa y sus pesos se ajustan durante la propagación del error hacia atrás. Esta unidad también da un efecto de umbral en cada unidad de llegada, contribuye como un término constante en la suma S_j . Esto es equivalente a trasladar la función sigmoide a la izquierda o a la derecha del eje y .

Propagación hacia atrás.

La figura 9 ilustra los pasos de propagación hacia atrás. El valor de δ se calcula para todas las unidades de procesamiento y el cambio de pesos también se realiza en todas las interconexiones. Los cálculos comienzan en la capa de salida y se van recorriendo hacia la capa de entrada.

El paso de corrección de error se lleva a cabo después de que se presentó un patrón en la capa de entrada y después de que ya se realizó el paso de propagación hacia adelante. Cada unidad en la capa de salida produce un número real para su salida, que se compara con la salida deseada especificada en el conjunto de entrenamiento (fig. 9.a). Basado en esta diferencia, un valor de error se calcula para cada unidad en la capa de salida como en la fig. 9.b. Entonces, los pesos se ajustan para todas las otras conexiones que van a la capa de salida.

En seguida, se calcula un valor de error para todas las unidades en la capa escondida, esto es, justo la anterior a la capa de salida (fig. 5.c). El proceso se continúa hasta que la última capa de pesos ha sido ajustada.

El valor de error denotado por δ , es utilizado simplemente para calcular para la capa de salida y en algunas veces para las capas escondidas.

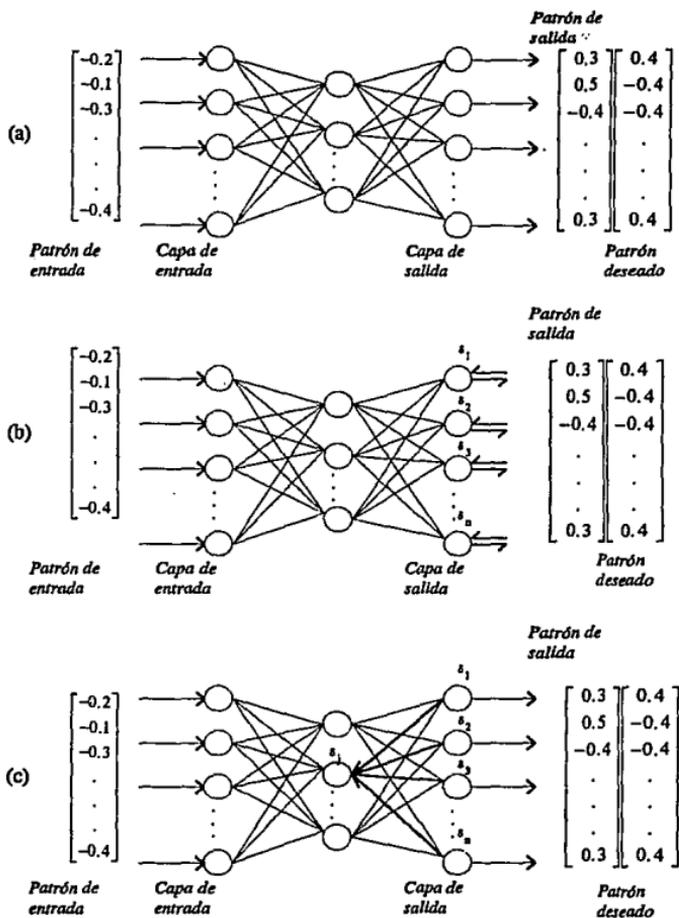


Fig. 9 Dinámica de retropropagación básica. (a) Después de la propagación hacia adelante, el patrón deseado es comparado con el patrón de salida. (b) δ se calcula para la capa de salida. (c) Los valores de δ se calculan para la capa escondida.

Si la unidad j está en la capa de salida, entonces, el valor de error se calcula como:

$$\delta_j = (t_j - x_j) f'(S_j) \quad (16)$$

donde:

- t_j es el valor deseado para j
- x_j es el valor de salida para la unidad j
- $f'(x)$ es la derivada de la función sigmoide f
- S_j es la suma pesada de las entradas a j

La cantidad $(t_j - x_j)$ nos da el error. La figura 9 muestra a j como una unidad en la capa escondida, en esta situación, el valor de error de j se calcula como:

$$\delta_j \left[\sum_k \delta_k w_{kj} \right] f'(S_j)$$

En este caso, se lleva a cabo una suma pesada de los valores de δ de todas las unidades que reciben salida de la unidad j . La f' sirve para escalar esta salida enfatizando la región de crecimiento rápido de la función sigmoide.

El ajuste de los pesos de conexión se hace utilizando los valores de δ de la unidad de procesamiento y se realiza de la siguiente forma:

$$\Delta w_{ji} = \eta \delta_j x_i \quad (17)$$

El ajuste del peso w_{ji} que va de la unidad i a la j depende de tres factores: δ_j , x_i y η . Esta ecuación de ajuste de pesos es conocida como la regla δ generalizada [Rumelhart y McClelland, 1986a, b]. En la figura 10 se muestra el cambio de peso entre dos neuronas.

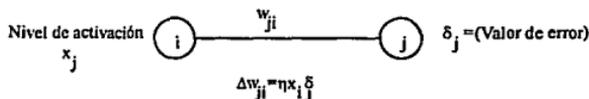


Fig. 10 Cambio de un peso

El tamaño del ajuste es proporcional a δ_j , el error de la unidad deseada, entonces, un valor grande en el error de la unidad j resulta en un ajuste grande a los pesos que llegan.

El ajuste de pesos también es proporcional a x_i , el valor de salida para la unidad de origen. Si este valor es pequeño, entonces, el ajuste es pequeño y si el valor es grande, el ajuste será grande.

La variable η en la ecuación de ajuste de pesos, es la tasa de aprendizaje. Este valor -que comunmente se encuentra entre 0.25 y 0.75- es seleccionado por el usuario. Valores muy grandes en este parámetro pueden llevar a la red a la inestabilidad y a un mal aprendizaje. Por otro lado, los valores muy pequeños pueden hacer que el aprendizaje sea muy lento. Algunas veces, la tasa de aprendizaje es variable para producir un aprendizaje más eficiente de la red; por ejemplo, permitiendo que el valor de η comience en un valor grande e ir decrementándolo durante la sesión de aprendizaje.

Convergencia.

Cuando una red es entrenada continuamente, poco a poco se obtienen respuestas correctas; es importante, por tanto, tener una medida cuantitativa del aprendizaje. El error cuadrático medio (RMS) es usualmente calculado para mostrar el grado en el cual se ha llevado a cabo el aprendizaje en la red; esta medida nos dice hasta cuando la red da la respuesta correcta. Como la red va aprendiendo, el RMS disminuye, generalmente, un valor RMS menor a 0.1 indica que la red ha aprendido su conjunto de entrenamiento.

Note que cuando una respuesta es correcta o no, se tiene una decisión binaria (si/no). El valor deseado de la red es un número real, y es el valor de salida. Entonces, la red no da una respuesta de si o no que en realidad quiere decir correcto o incorrecto. La red se va acercando al valor deseado incrementándose en cada paso. Es posible definir un punto de corte cuando la salida de la red coincide con los valores deseados, y permite definir una respuesta correcta. La convergencia es un proceso que se lleva a cabo mientras el valor RMS para la red se acerca a 0.

La red de retropropagación generalmente converge a un valor pequeño de RMS cuando el conjunto de entrenamiento es claramente distinguible. Cuando se encuentra un mínimo local, la red debe ser hábil, mediante algunas técnicas, para evitar entrar a ese mínimo; por ejemplo, cambiando el parámetro de aprendizaje o el número de unidades escondidas.

Agregando pequeños valores aleatorios a los pesos se le permite a la red escapar de un mínimo, una vez que lo ha encontrado, al mover su posición hacia un punto aleatorio a distancia del mínimo no deseado. Si la nueva posición está suficientemente lejos del valle del mínimo local, entonces puede proceder con la convergencia en una nueva dirección sin tener que volver a caer en el mismo mínimo local. La cantidad de ruido requerido depende de la superficie, que generalmente es desconocida para el investigador.

El proceso de convergencia de la propagación de error hacia atrás es prácticamente el mismo que en el método del gradiente descendente, que se deriva de la estadística tradicional.

Cuando la red ya ha sido entrenada, encuentra el modo de mapear un conjunto arbitrario de patrones de entrada a un conjunto arbitrario de patrones de salida. Este mapeo se encuentra sin conocer la función matemática que relaciona a los patrones de salida con los patrones de entrada. Las técnicas de análisis de ajuste de curvas tradicionales necesitan conocer a priori la forma de esa función matemática.

Variaciones en el algoritmo estándar: Término de inercia ("momentum").

Uno de los problemas del algoritmo del gradiente descendente es encontrar un parámetro de aprendizaje apropiado; como ya se mencionó, valores muy grandes en este parámetro pueden llevar a la red a la inestabilidad y a un mal aprendizaje. Por otro lado, los valores muy pequeños pueden hacer que el aprendizaje sea muy lento. El concepto de "término de momentum" se introduce para tratar de solucionar este problema; la ecuación del cambio de pesos (17) se modifica de tal forma que una porción del delta anterior es alimentado al delta actual de la siguiente forma:

$$\Delta w_{\mu}^{[s]} = \eta \delta_j^{[r]} x_i^{s-1} + m \Delta w_{\mu}^{[s-1]} \quad (17a)$$

donde $[s]$ es el tiempo en el que se realiza el cambio y m es el término de momentum.

Esto actúa como un filtro paso-bajas pues es reforzado mientras el comportamiento oscilatorio se cancela. Esto permite un coeficiente de aprendizaje pequeño pero un rápido aprendizaje.

II.3.4 REDES DE HOPFIELD

Estructura básica de la red de Hopfield Binaria.

La red de Hopfield binaria [Hopfield, 1982, 1984] tiene una sola capa de unidades de procesamiento. Cada unidad tiene un valor de actividad o "estado" binario -uno de dos posibles valores (0/1).

Se considera que la red tiene un "estado" en cada momento. El estado es un vector de 0's y 1's; cada entrada en el vector corresponde a una unidad de procesamiento en la red. De este modo, en cualquier momento dado, el estado de la red está representado por un vector de la forma:

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n) = (+++----...+)$$

Este vector representa una red de n unidades de procesamiento (nodos), donde cada elemento i tiene el estado y_i . En esta notación, un + representa a un nodo con el valor de 1 y un - representa un nodo con el valor de 0. La fig. 11 muestra un diagrama de las unidades de procesamiento en una red de Hopfield con sus estados. El estado de la red puede cambiar en el tiempo, así como cambia el valor de las unidades individuales.

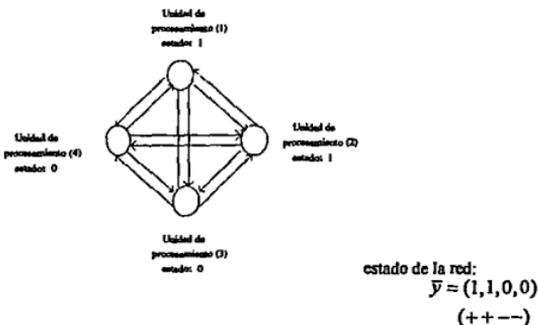


Fig. 11 Red de Hopfield binaria.

Las unidades de procesamiento de la red están completamente interconectadas; de hecho, las conexiones son "dirigidas" y cada par de unidades de procesamiento tiene una conexión en cada dirección como se puede ver en la figura anterior.

Cada interconexión tiene asociado un peso, que es un valor escalar, w_{ji} se utiliza para denotar el peso de la conexión entre la unidad j y la unidad i . En la red de Hopfield, los pesos w_{ji} y w_{ij} tienen el mismo valor, esto es:

$$w_{ji} = w_{ij}$$

El análisis matemático muestra que si esta igualdad es verdadera, entonces la red converge [Hopfield, 1982; Cohen y Grossberg, 1983] -ésto es, eventualmente tiende a un estado estable.

La fig. 12 muestra un método alternativo de dibujar las interconexiones [Hopfield y Tank, 1986]: las unidades de procesamiento aparecen en un renglón y las interconexiones forman una cuadrícula. Note que con n unidades se tienen $n(n-1)$ interconexiones. Cada peso de conexión se muestra como un punto de intersección en el arreglo. El tamaño del peso está definido por el tipo de círculo dibujado en la intersección. El peso del nodo i al nodo j se muestra bajo el nodo j , donde la línea bajo el nodo j intersecciona la línea que viene del nodo i .

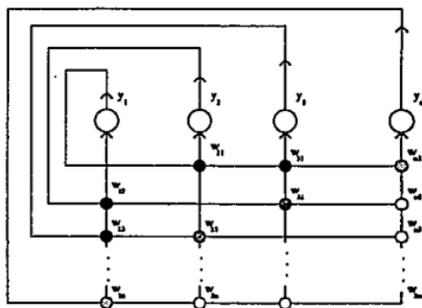


Fig. 12 Una red de Hopfield con los pesos mostrados como círculos.

El proceso de adaptación de pesos.

Inicialmente, a la red se le asigna un estado por cada unidad de procesamiento. A las unidades de la red se les aplica un proceso de adaptación de pesos (cambio de pesos) y solo se modifica una unidad a la vez. Este proceso afecta el estado de cada unidad, algunas veces lo cambia y otras lo deja igual. El proceso continúa hasta que ya no se realiza ningún cambio.

La unidad de procesamiento básica de una red de Hopfield binaria es la misma que la modelada por McCulloch y Pitts [McCulloch y Pitts, 1943] y, de igual forma, se realiza una suma ponderada de sus entradas. Cuando esta suma es calculada, la unidad de procesamiento evalúa si la suma es mayor o menor que 0. Si la suma es menor a 0, entonces la salida de la unidad es +1. Si la suma es mayor a 0, la salida será 0. Formalmente,

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{si } S_j \geq 0 \\ 0 & \text{si } S_j < 0 \end{cases} \quad (18)$$

Suponga que la unidad de procesamiento j se adapta como se muestra en la figura 13. La suma ponderada de sus entradas se calcula para el elemento j , de acuerdo con la ecuación (2) y después se aplica la regla (18). El resultado es que la unidad j tiene el valor de 0 (parte superior de la fig. 13).

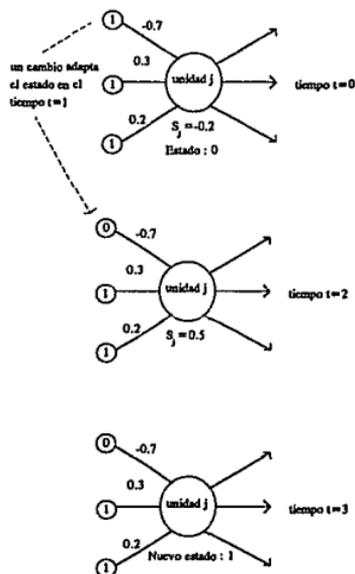


Fig. 13 Estado de la j -ésima unidad de procesamiento en cuatro tiempos ($t=0, 1, 2, 3$). Un cambio en el estado de la unidad de arriba a la izquierda resulta en un cambio en el estado para la unidad j .

En la mitad de la figura 13 se adapta otra unidad de procesamiento (arriba, a la izquierda) y cambia su estado de 1 a 0. Después, la unidad j se adapta (abajo en la figura

13). La suma ponderada de sus entradas ahora es 0.5, la cual es positiva y de aquí el cambio de estado de la unidad j hacia 1.

El valor previo de una unidad de procesamiento no se toma dentro de la aproximación cuando está siendo adaptado. La unidad puede o no cambiar con el proceso de adaptación.

Un modo de realizar el cambio de pesos es adaptar a las unidades en secuencia, entonces, se repite la secuencia hasta que se alcanza un estado estable. El mecanismo de adaptación de Hopfield no es simple, se selecciona la siguiente unidad a ser adaptada aleatoriamente, lo que permite que todas las unidades tengan la misma posibilidad de ser adaptadas. Eventualmente, la red alcanza un estado estable: todas las unidades permanecen con el mismo valor al aplicar el proceso de adaptación. El cambio de pesos aleatorio tiene ventajas tanto en implementación (cada unidad puede generar su siguiente tiempo de adaptabilidad) como en función (la adaptación secuencial puede restringir los estados de salida de la red en casos en los cuales son equiprobables diferentes estados estables). Normalmente se realizan muchos cambios a todas las unidades de procesamiento antes de que la red alcance un estado estable.

La adaptación aleatoria utilizada en la red de Hopfield muestra una diferencia importante con otros paradigmas. Muchos otros paradigmas de redes neuronales tienen una capa de unidades de procesamiento que se adaptan al mismo tiempo. En contraste, el cambio asincrónico de la red de Hopfield está más cercano a la realidad biológica -las neuronas biológicas adaptan sus propios estados debido a eventos que afectan a la neurona. Estos eventos no están sincronizados de una neurona a otra.

Convergencia.

Cada estado de la red de Hopfield tiene asociado un valor de "energía" que está definido como:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_j \sum_{i,j} w_{ij} y_j y_i \quad (19)$$

La ecuación está referida como "energía", pero en realidad no representa a la energía de un sistema físico. La función de energía de la ecuación (19) es una función objetivo que la red minimiza.

El cambio sucesivo de la red de Hopfield tiene la finalidad de minimizar la energía global del sistema y por tanto, llegar a un estado estable. Cuando la red se estabiliza, la energía de ese estado es mínima. Este mínimo puede ser local o global.

Es posible hacer que en cada tiempo se adapte solo una unidad, y la energía de la red puede permanecer igual o decrementarse.

Suponga que la unidad j es el siguiente elemento a adaptar. Entonces, la porción de E afectada por la unidad de procesamiento j está dada por:

$$E_j = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} w_{ji} y_i y_j \quad (20)$$

que puede ordenarse como:

$$E_j = -\frac{1}{2} y_j \sum_{i,j} w_{ji} y_i \quad (21)$$

Cuando se cambia el peso de la unidad j , si no se realiza un cambio en su estado, la energía E_j permanece igual. Si se realiza un cambio, entonces la diferencia en E_j es:

$$\Delta E_j = E_{j_{nuevo}} - E_{j_{viejo}} = -\frac{1}{2} \Delta y_j \sum w_{ji} y_i \quad (22)$$

donde

$$\Delta y_j = y_{j_{nuevo}} - y_{j_{viejo}}$$

Buscar un mínimo en la función de energía es análogo a buscar un mínimo en una superficie montañosa. La figura 14 muestra una versión bidimensional de esa superficie. El valor de la función de energía se refleja en la altura del gráfico.

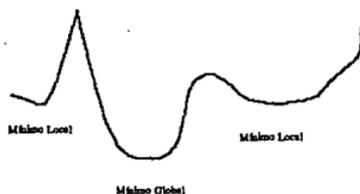


Fig. 14 Superficie de energía bidimensional.

Cada posición en la gráfica corresponde a un posible estado de la red, y la red tiende hacia una posición mínima. En la figura anterior, se muestran dos mínimos locales y un mínimo global; si el estado de la red cambia, entonces el cambio correspondiente se refleja en la coordenada x . Este cambio resulta en un movimiento cuesta abajo.

Red de Hopfield Continua.

En 1985, Hopfield extiende el diseño de la red binaria para permitir que las unidades de procesamiento puedan tomar rangos de valores continuos [Hopfield y Tank, 1985, 1986]. La actividad de la red con valores continuos corresponde directamente a la actividad de la red binaria, pero es capaz de hacer mucho más pues sus unidades no están limitadas a valores binarios (0/1) y su arquitectura es más compleja.

Esta red tiene la misma topología que la binaria. La ecuación de pesos simétricos también se mantiene garantizando la convergencia [Hopfield, 1984]. Una diferencia es el uso de la función sigmoide en lugar del umbral dado en la ecuación (18). La función sigmoide da valores continuos y su ecuación es:

$$f(x) = \frac{1}{(1 + e^{-x})}$$

El umbral opera como sigue: para valores de x por debajo del umbral (0), el valor de $f(x)$ es casi 0. Para valores de x suficientemente arriba del umbral (0), la función se va a 1. Para valores pequeños de x cercanos a cero, la función se incrementa rápidamente. La sigmoide puede ser trasladada a la derecha o a la izquierda para que el umbral esté en un valor diferente de 0. La sigmoide también puede ser trasladada o escalada verticalmente para aproximar los límites a otros valores diferentes de 0 y 1.

En la red de Hopfield continua, la arquitectura misma está diseñada para que los cambios en el tiempo sean descritos continuamente y no en forma discreta. Las unidades de procesamiento están gobernadas por la ecuación:

$$C_j \frac{dy_j}{dt} = \sum_i w_{ji} y_i - \frac{y_j}{R_j} + I_j \quad (23)$$

donde $C_j = a$ constante > 0 ,
 $R_j =$ a la unidad de control j que disminuye su resistencia ($R_j > 0$),
 $I_j =$ a la entrada externa a la unidad j , (bias)
 y_i es la salida de la unidad i después de que se aplicó la función sigmoide.

La ecuación de energía es:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j w_{ji} y_i y_j - \frac{y_j}{R_j} + I_j \quad (24)$$

donde I_j es el término "bias" de entrada. Para aplicaciones, w_{ji} e I_j se seleccionan apropiadamente de tal forma que E represente a la función mínima que resuelva el problema.

II.3.5 RED DE AUTO-ORGANIZACIÓN DE KOHONEN.

Estructura básica

El mapa de características de Kohonen es una red de dos capas [Kohonen, 1984]; la primera es la de entrada; la segunda está organizada como un arreglo bidimensional; todas las interconexiones van de la primera a la segunda capa y las dos capas están totalmente interconectadas así como cada unidad de entrada está conectada a todas las unidades de la capa competitiva. La figura 15 muestra la estructura de la red.

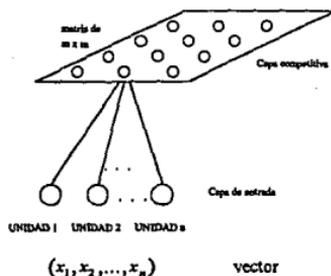


Fig. 15 Estructura básica de la red para el mapa de Kohonen.

Cuando se presenta un patrón de entrada, cada unidad en la primera capa toma el valor correspondiente de entrada del patrón. Las unidades de la segunda capa suman las entradas y compiten para encontrar una sola unidad ganadora.

Cada interconexión en la red tiene asociado un peso cuyo valor inicial es aleatorio. Comúnmente, los valores iniciales de los pesos se determinan al sumar un número aleatorio pequeño al valor promedio de los valores que llegan del patrón de entrada. Estos pesos se adaptan durante la etapa de entrenamiento.

Un patrón de entrada a la red se denota como:

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Las conexiones de la entrada hasta una unidad de la segunda capa se muestran en la figura 16.

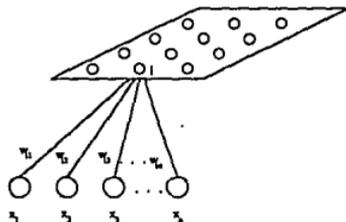


Fig. 16 Conexiones del vector de entrada a una sola unidad en la capa competitiva.

Los pesos están dados por:

$$W_i = \{w_{i1}, w_{i2}, w_{i3}, \dots, w_{in}\}$$

donde i identifica a la unidad en la capa competitiva. (Estos pesos van a la unidad i).

El primer paso en la operación de una red de Kohonen es calcular un valor que coincida para cada unidad en la capa competitiva. Este valor mide que tanto los pesos de cada unidad coinciden con los valores correspondientes del vector de entrada. El valor para la unidad i es:

$$\|X - W_i\| = \sqrt{\sum_j (x_j - w_{ij})^2} \quad (25)$$

que es la distancia entre los vectores X y W_i .

La unidad que mejor coincide (el valor más pequeño), gana la competencia. Se denotará a la unidad con el valor más pequeño como la unidad c , y se selecciona de tal forma que:

$$\|X - W_c\| = \min \{\|X - W_i\|\}$$

donde el mínimo es tomado sobre todas las unidades i en la capa competitiva. Si dos unidades tienen el mismo valor (en la ecuación 25), entonces por convención, la unidad con el índice i más pequeño es la elegida.

Después de identificar a la unidad ganadora, el siguiente paso es identificar su vecindad. La vecindad, ilustrada en la figura 17, está formada por las unidades de procesamiento más cercanas a la ganadora.

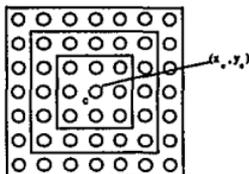


Fig. 17 Vecindad N_c , con centro en la unidad c . Se muestran tres diferentes vecindades: $d=1, 2, 3$.

El tamaño de la vecindad cambia, como se muestra con la diferencia de tamaño de los cuadrados de la figura anterior; la vecindad se denota por el conjunto de unidades N_c . Los pesos son adaptados para todas las neuronas que están en la vecindad de la unidad ganadora. La ecuación de cambio de pesos es:

$$\Delta w_{ij} = \begin{cases} \eta(x_j - w_{ij}) & \text{si la unidad } i \text{ está en la vecindad } N_c \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y

$$w_{ij}^{nuevo} = w_{ij}^{viejo} + \Delta w_{ij}$$

Esta ecuación ajusta los pesos de la unidad ganadora y de su vecindad, buscando que sean más parecidos al patrón de entrada. Note que se pueden especificar dos parámetros: el valor de η , que es la tasa de aprendizaje en la ecuación de ajuste de pesos y, el tamaño de la vecindad N_c .

La tasa de aprendizaje η , inicialmente se encuentra en un valor relativamente grande. Durante el proceso de aprendizaje, η se decrementa mediante muchas iteraciones; el valor inicial de η está denotado por η_0 y su valor típico inicial se encuentra entre 0.2 y 0.5. Una tasa aceptable de decremento de η se especifica como:

$$\eta_t = \eta_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right)$$

donde t es la iteración de entrenamiento actual y T es el número total de iteraciones que se van a realizar. Así, η comienza en el valor de η_0 y se decrementa hasta alcanzar el valor de 0. El decremento es lineal con respecto al número de iteraciones completadas.

Algo similar ocurre con el valor del tamaño de la vecindad, inicialmente tiene un valor relativamente grande el cual se reduce conforme crece el número de iteraciones. Para la figura anterior, considere la vecindad centrada alrededor de la unidad c , en la posición (a, b) . Sea d la distancia desde c hasta la arista de la vecindad; la vecindad es, entonces, todo (a, b) tal que:

$$c-d < a < c+d$$

y

$$c-d < b < c+d$$

Aquí se define una vecindad cuadrada sobre c . Algunas veces, esta vecindad se calcula fuera de la malla de unidades en la capa competitiva; en este caso, la vecindad actual se corta en la arista del arreglo.

Dado que el ancho de la vecindad se decrementa con las iteraciones, el valor de d también se decrementa. Inicialmente, d es igual a d_0 . Los valores típicos para d_0 se pueden seleccionar como la mitad o la tercera parte del ancho de la capa competitiva. El valor de d se decrementa de acuerdo a la ecuación:

$$d = \left[d_0 \left(1 - \frac{t}{T} \right) \right]$$

donde t es la iteración de entrenamiento actual y T es el número total de iteraciones de entrenamiento que se van a realizar [Kohonen, 1982a].

En resumen, las reglas básicas del mapa de características de Kohonen se pueden describir cualitativamente como sigue [Lippman, 1987]:

1. Se localiza la unidad en la capa competitiva cuyo peso sea más parecido al patrón de entrada.
2. Se incrementa el parecido en esta unidad y en sus vecinas al ajustar sus pesos.
3. Se decrementa gradualmente, tanto el tamaño de la vecindad y la cantidad de cambio de pesos como el progreso en las iteraciones de aprendizaje.

Mapeando diferentes dimensiones.

El uso más interesante de los mapas de Kohonen ocurre cuando se mapean patrones de una dimensión a otra. Este tipo de transformación es importante porque se puede utilizar para reducir la dimensionalidad de los datos. Más interesante aún son los contornos gráficos que algunas veces se producen en las redes entrenadas.

En los mapas de Kohonen, la dimensión del patrón de entrada es el número de entradas en el vector de entrada. La dimensión de la salida es el número de dimensiones del arreglo (una línea, un plano, un arreglo tridimensional, etc.,) de unidades competitivas.

Los mapas de Kohonen ilustran un fenómeno importante que ocurre en biología -el mapeo topográfico en una superficie bidimensional que representa eventos motores o sensoriales. En los sistemas biológicos, los mapas están plegados irregularmente a través de la superficie convolucionada de la corteza cerebral [Kandel y Schwartz, 1985]. Estos mapas se encuentran para el sistema visual y para el auditivo, para el control motor y para otros sistemas sensoriales. Se puede obtener un patrón de activación a través de los mapas sensores como respuesta a una entrada variante en el tiempo; la organización de los mapas biológicos es tal que se dedica más espacio a patrones que ocurren más frecuentemente.

Los mapas topográficos artificiales no son los mismos que su contraparte biológica. Las representaciones de entrada en biología son muy diferentes de los mapas de Kohonen y las neuronas biológicas se comunican vía pulsos que parece que contienen información que no tienen las conexiones neuronales artificiales. Los detalles del ajuste sináptico y la competencia interneuronal no son conocidos en la biología y pueden no ser los mismos que los mapas de auto-organización artificiales [Kohonen, 1982b]. Los mapas de Kohonen, sin embargo, dan un modelo para la organización adaptiva de mapas topológicos. En los sistemas biológicos y artificiales, los mapas topológicos muestran componentes útiles para un sistema de reconocimiento complejo de patrones.

II.3.6 RED DE BÚSQUEDA ASOCIATIVA

Introducción.

En la literatura han aparecido muchos reportes describiendo sistemas de memoria asociativa en los cuales la información está distribuida a través de grandes áreas de estructuras de memoria física [Amari, 1977a, b; Anderson et.al, 1977; Cooper, 1974; Kohonen, 1977; Nakano, 1972; Wigström, 1973; Willshaw et.al., 1969]. Las más simples están basadas en las propiedades de matrices de correlación, y todas muestran formas interesantes y sugestivas de direccionamiento de contenido, generalización y tolerancia de error.

Las memorias asociativas utilizan reglas que son conexionistas en carácter y en las que todavía no es necesario almacenar información en forma localizada. Sin embargo, como modelos de aprendizaje, solo muestran una forma muy simple de aprendizaje de lazo-abierto.

En esta sección se describe una estructura de memoria asociativa llamada Red de Búsqueda Asociativa o ASN [Barto et.al, 1981], que no es corregida por algún proceso externo (i.e. un maestro) y el patrón es asociado con un patrón dado llamado "llave". Por cada llave, la red busca al patrón que maximice una recompensa externa o señal de reforzamiento. El patrón que produce la máxima recompensa para cada llave nunca está disponible para el sistema. Opera generando un patrón de salida, recibiendo una evaluación de su ambiente en forma de un nivel escalar de recompensa, o reforzamiento, adaptando el contenido de su memoria y repitiendo este procedimiento. En este tipo de aprendizaje, cada llave provoca la recuperación de mejores selecciones para el patrón asociado con la llave. Lo que permanece almacenado en la memoria asociativa es resultado de la retroalimentación desde el ambiente.

Este tipo de aprendizaje no debe confundirse con el comunmente llamado "aprendizaje no supervisado" o aprendizaje sin maestro". Estos nombres se refieren al problema de agrupar patrones de entrada de acuerdo a una medida de similaridad dada de tal forma que los miembros de cada grupo son muy similares a algún otro miembro de otro grupo; este tipo de aprendizaje es de lazo abierto: cualquier consecuencia de las acciones del sistema son irrelevantes. El tipo de aprendizaje mostrado por la ASN no debe ser confundido con el aprendizaje en el cual un error, más que un reforzamiento o recompensa, es devuelto por el ambiente. Se tienen diferencias importantes entre la señal de error y el aprendizaje con reforzamiento, pero una de las más importantes es que para un sistema de memoria asociativa, el error debería ser un *vector* con la componente de error de la respuesta del sistema. La señal de reforzamiento que regresa a la ASN es un *escalar* el cual es justamente la evaluación del ambiente de la respuesta del sistema. Se debe considerar el hecho de que la ASN sea hábil para aprender a producir vectores de salida óptimos basados en la retroalimentación ambiental escalar. Este tipo de aprendizaje

ha sido llamado "aprendizaje con crítico" [Widrow et.al., 1973]. Un crítico no necesita conocer cada respuesta óptima para dar un consejo.

La ASN combina dos tipos de aprendizaje; primero, se resuelve un problema de reconocimiento de patrones al aprender a responder a cada llave con el patrón de salida apropiado. Este es el problema resuelto por los sistemas de memoria asociativa descritos en la literatura. El método empleado es similar a los métodos de reconocimiento de patrones de aproximación estocástica [Duda y Hart, 1973]; al mismo tiempo, las ASN utilizan un tipo diferente de aprendizaje para encontrar el patrón de salida que es óptimo para cada llave. En realidad, se lleva a cabo una búsqueda utilizando un método de autómatas estocástico para maximizar la recompensa o función de reforzamiento. Los métodos de búsqueda de autómatas estocásticos fueron originados en el trabajo de Tseltin [Tseltin, 1973] y revisados por Narendra y Thathachar [Narendra y Thatachar, 1974]. Otros sistemas capaces de llevar a cabo este tipo de búsqueda no realizan la tarea de reconocimiento de patrones. Por ejemplo, el sistema ALOPEX [Harth y Tzanakou 1974], con el cual la ASN está muy relacionada, desarrolla una búsqueda pero no es sensible a diferentes patrones de entrada y, por tanto, no es una memoria asociativa. El aprendizaje que realiza la ASN resuelve el problema de búsqueda con la recompensa óptima y el reconocimiento de patrones en una forma simple y efectiva.

Los sistemas de aprendizaje capaces de resolver ambos tipos de problemas han sido discutidos en la teoría de sistemas adaptivos [Mendel y McLaren, 1970], estos sistemas no tienen tolerancia de error ni las capacidades de la memoria asociativa distribuida. La única teoría neuronal que contiene esta síntesis es la de Klopf [Klopf 1972, 1979, 1981], quien enfatiza el aprendizaje con reforzamiento de lazo cerrado y corrige puntos que han sido olvidados por los teóricos neuronales. Los resultados presentados aquí demuestran la significancia y novedad de la teoría de Klopf, y se discute la ASN con base en la teoría de Klopf.

El problema de la búsqueda asociativa.

La figura 18 muestra una ASN interactuando con un ambiente E; en el tiempo t, E da a la ASN un vector $X(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$, donde cada $x_i(t)$ es un número real positivo, junto con un valor real de la señal de reforzamiento $z(t)$, la ASN produce un patrón de salida $Y(t) = (y_1(t), \dots, y_m(t))$ donde cada $y_i(t) \in \{0,1\}$, que es recibido por E.

El problema de la ASN está diseñado, para que sea estable, como sigue. Cada vector $X(t)$ lleva información a la ASN sobre la condición o estado de su ambiente en el tiempo t, o visto de otro modo, lleva información sobre la sensibilidad del contexto o situación en la cual la ASN puede actuar.

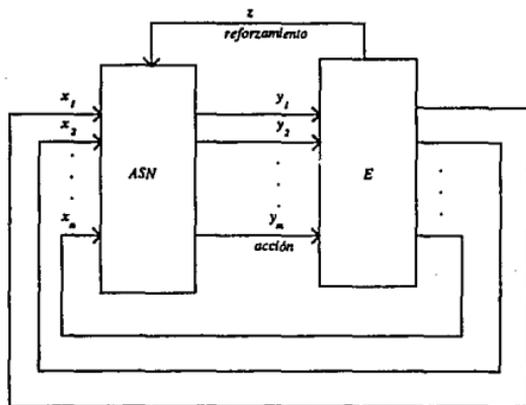


Fig. 18 Interacción de una ASN con un ambiente E. La ASN recibe las señales de contexto x_1, \dots, x_n y una recompensa o señal de reforzamiento z de E y transmite las acciones a E vía las señales de salida y_1, \dots, y_m .

A cada vector $X(t)$ se le llama *contexto* o *vector de situación*. Diferentes acciones, o patrones de salida, son apropiados en diferentes contextos. Como consecuencia de llevar a cabo una acción en un contexto particular, la ASN recibe de su ambiente, en forma de recompensa o señal de reforzamiento, una evaluación de la acción apropiada dependiendo del contexto. La tarea de la ASN es actuar en cada contexto de tal forma que maximice su ganancia. Se está utilizando el término de *contexto* meramente para referirse al ambiente en el cual se lleva a cabo la acción.

Formalmente, se asume que $X(t)$ pertenece a un conjunto finito $X = \{x_1, \dots, x_k\}$ de vectores de contexto y que cada $x_u \in X$ corresponde a una señal de reforzamiento Z_u . Asumiendo que E siempre evalúa un vector de salida en un solo paso, si $X(t) = X_u$, entonces $z(t+1) = Z_u(Y(t))$. Se dice que E provee una secuencia de entrenamiento sobre X si se implementa una secuencia infinita de funciones de reforzamiento y emite la secuencia correspondiente de vectores de contexto:

$$x_{u1}, x_{u2}, \dots, x_{u1}, \dots$$

tal que cada $x_{ui} \in X$ y cada elemento de X ocurre frecuentemente [Nilsson, 1965]. El problema de la búsqueda asociativa se resuelve si, después de algunas porciones finitas de una secuencia de entrenamiento, la ASN responde a cada $x_u \in X$ con el patrón de salida $Y_u = (y_1^u, \dots, y_m^u)$ el cual maximiza Z_u . La generalización de este problema se discute a continuación.

El elemento adaptivo básico.

Una ASN consta de un cierto número de elementos adaptivos idénticos cada uno, formando un componente de las acciones del sistema. Esto es útil para describir a un elemento sencillo que puede ser observado como el más simple ASN ($m=1$). La figura 19 muestra un elemento adaptivoo neurona de McCulloch y Pitts [McCulloch y Pitts, 1943] interactuando con un ambiente E. El elemento tiene n formas de contexto x_i , $i=1, \dots, n$, un camino de reforzamiento z y una salida y . Asociado con cada contexto x_i se tiene un peso con valor real w_i con valor $w_i(t)$ en el tiempo t . Tome $W(T)$ como el vector de pesos en el tiempo t , sea $s(t)$ la suma pesada en el tiempo t de las entradas de contexto. Esto es,

$$s(t) = \sum_{i=1}^n w_i(t)x_i(t) = W(t) \cdot X(t).$$

La salida $y(t)$ está determinada por $s(t)$ como sigue:

$$y(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } s(t) + \text{ruido}(t) > 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (30)$$

donde "ruido" es una variable aleatoria con distribución normal media cero. La suma s , por tanto, se inclina hacia la salida del elemento [Harth y Tzanakou, 1974]: si s es positivo, tiende a 1 y si s es negativo, tiende a 0.

Los pesos w_i , $i=1, \dots, n$ cambian de acuerdo al proceso iterativo en el tiempo. En cada paso de tiempo, los pesos se adaptan de acuerdo a la siguiente ecuación (para $i=1, \dots, n$):

$$w_i(t+1) = w_i(t) + c[z(t) - z(t-1)][y(t-1) - y(t-2)]x_i(t-1) \quad (31)$$

donde c es una constante que determina la tasa de aprendizaje. Existen otras reglas, pero ésta es la más sencilla. También, por simplicidad, la latencia de la respuesta para el elemento es cero; ésto es, no existe retraso entre la entrada y la salida. Esto no provoca dificultades porque no se consideran conexiones recurrentes en la red. En otras variantes, las entradas no necesariamente son positivas, la señal de salida no necesariamente es binaria, y el ruido no necesariamente está normalmente distribuido. Si el término de la derecha $x_i(t-1)$ se quita de la ecuación (31), la regla de aprendizaje resultante sería esencialmente la utilizada [Harth y Tzanakou, 1974] en el sistema ALOPEX.

Para una ASN que consta de un solo elemento adaptivo, la búsqueda de la acción óptima para cada vector de contexto no es muy difícil. Sin embargo, una propiedad del elemento adaptivo que es esencial para utilizarlo como componente en una ASN muy grande es, que pueda operar efectivamente en ambientes con características de respuesta

de reforzamiento aleatorias. Si para cada contexto, la salida del elemento adaptivo solo determina una probabilidad para el valor de reforzamiento, el elemento adaptivo debe ser capaz de incrementar su valor de recompensa esperado.

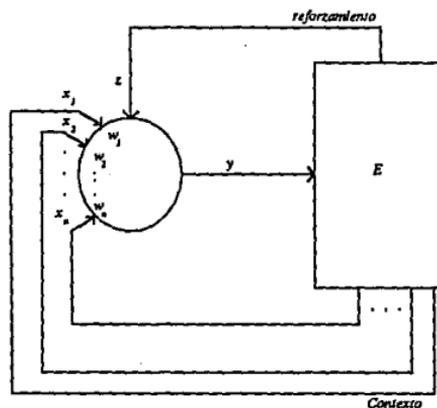


Fig. 19 La más simple ASN: Un solo elemento adaptivo interactuando con un ambiente E .

El problema de las Transiciones de Contexto.

De acuerdo con la ecuación 31, el elemento adaptivo utiliza el cambio en la señal de reforzamiento z como un factor determinante de cambio de pesos. Sin embargo, cuando el contexto cambia, esto es, cuando la función de reforzamiento implementada por E cambia, el cambio en el valor de z se debe tanto al cambio en la función de reforzamiento como a la acción del elemento adaptivo. La dificultad que ésto crea, se puede apreciar claramente al considerar el peor caso en el cual la función de reforzamiento cambia en todo tiempo. Consecuentemente, los valores de z en este caso, se obtienen de la evaluación de diferentes funciones más que de repetir la misma función, y de aquí que no proporcione un gradiente de información útil acerca de cualquier función de recompensa. Únicamente las funciones de reforzamiento implementadas por E varían suavemente en el tiempo, no se puede esperar que un elemento adaptivo opere de acuerdo a la ecuación 1 y 2 que sea capaz de resolver un problema de búsqueda asociativa.

En los ejemplos siguientes, se utilizan dos métodos para resolver el problema de las transiciones de contexto. Uno requiere de E para implementar cada función de reforzamiento y emite el vector de contexto correspondiente, para al menos dos pasos consecutivos y, cuando las transiciones ocurren, la constante de aprendizaje se pone en cero, tal que el cambio en el reforzamiento debido a la transición, no tiene efecto. Este

procedimiento requiere: conocimiento a priori sobre cuando van a ocurrir las transiciones o un mecanismo para detectar transiciones. Tales mecanismos pueden ser vistos en [Diddy, 1976; Grossberg, 1976]; ellos discuten este problema y proponen métodos plausibles neuronalmente. Por simplicidad, en alguno de los ejemplos siguientes, se pone c en cero "manualmente" cuando ocurre una transición. En otros ejemplos, sin embargo, se utiliza un método que no requiere que las transiciones sean conocidas o detectadas.

Suponga un elemento adaptivo que produce la acción $y(t-1)$ como respuesta a un vector de contexto $x(t-1)$. En lugar de comparar el reforzamiento resultante $z(t)$ con $z(t-1)$, que fue determinado por una función diferente de reforzamiento, se compara con la recompensa esperada para actuar en el contexto $x(t-1)$. Si se obtiene un valor más grande que el esperado, entonces la acción siguiente es hacer más suavemente que ocurra el contexto otra vez. De esta forma, el gradiente de cada función de reforzamiento se puede estimar de muestras que no ocurren consecutivamente en el tiempo.

En lugar de calcular los pesos de acuerdo a la ecuación 31, se utiliza la siguiente regla:

$$w_i(t+1) = w_i(t) + c[z(t) - p(t-1)][y(t-1) - y(t-2)]x_i(t-1) \quad (32)$$

que difiere de la ecuación 31 porque se sustituye $z(t-1)$ con $p(t-1)$ predicho por $z(t)$ dado $X(t-1)$.

Se utiliza otro tipo de elemento adaptivo para calcular $p(t-1)$ de $X(t-1)$. Este elemento es una variante del modelo de condicionamiento clásico. Aprende a anticipar la recompensa más que a minimizarla y a esto se le llama un predictor. El predictor tiene n líneas de contexto x_i para $i=1, \dots, n$, un reforzamiento z y una salida p . Asociada con cada contexto x_i se tiene un peso variable w_{p_i} . La salida en el tiempo t es:

$$p(t) = \sum_{i=1}^n w_{p_i}(t)w_i(t)$$

Los pesos cambian en el tiempo de acuerdo a la siguiente ecuación [Barto, 1981]; para $i=1, \dots, n$:

$$w_{p_i}(t+1) = w_{p_i}(t) + \eta[z(t) - p(t-1)]x_i(t-1) \quad (33)$$

donde η es una constante que determina la tasa de aprendizaje.

Esta regla es idéntica a la ecuación 32 pero con $y(t-1) - y(t-2)$ fijo en 1. Este elemento implementa un método de aproximación estocástica para encontrar los pesos (si tales pesos existen) tal que $p(t-1) = z(t)$ para todo t . En otras palabras, la salida del predictor anticipa un tiempo la recompensa proporcionada por el ambiente. Si una predicción lineal no es posible, la ecuación 33 encuentra la mejor predicción mínima cuadrática lineal si se permite decrementar a η en el tiempo. Ver [Duda y Hart, 1973; Kasyap et al, 1970] para una discusión de este método.

CAPÍTULO

III

**DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA
DE SAN PEDRO MÁRTIR**

III. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE SAN PEDRO MARTIR

III.1 TELESCOPIO

III.1.1 ESTRUCTURA FÍSICA

El telescopio más grande y de mayor complejidad en el observatorio de San Pedro Mártir es el de 2.1 m. Este telescopio usa tres secundarios intercambiables con relaciones focales 7.5, 13.5 y 30. El espejo primario está soportado por tres bolsas de aire que cubren prácticamente toda la base del espejo y soportan el 95% del peso cuando se encuentra apuntando al zenit; el 5% restante se distribuye en tres tornillos colocados practicamente en la orilla del espejo, que definen su orientación o alineación, de ahí su denominación de tornillos definidores. El soporte lateral del espejo es un anillo de neopreno relleno de mercurio que rodea al espejo y cuyo plano central pasa por el centro de masa del espejo. Cuando el telescopio se inclina, el peso del espejo se reparte según el coseno del ángulo cenital, entre las bolsas de aire y tornillos definidores en la dirección axial, y el mercurio en la dirección radial [Noble y Harris, 1991].

En cuanto a la estructura del sistema óptico, la configuración puede observarse en la figura 1; el espejo primario se encuentra fijo a la platina, y de ésta se sostienen varios tubos que soportan un anillo ("pupila") sobre el que está montada la base del espejo secundario; esta base se denomina *araña* debido a su forma; en la araña pueden colocarse los tres secundarios del sistema (F7.5, F13.5 y F30).

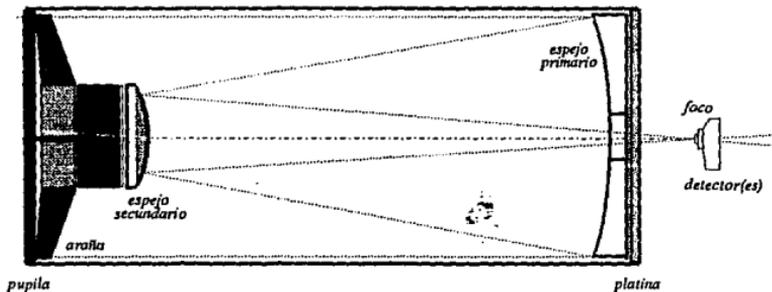


Fig. 1 Configuración actual del telescopio

III.1.2 CONFIGURACIÓN ÓPTICA (TIPO DE TELESCOPIO).

La óptica del telescopio de 2.1 m es una variante de la configuración Cassegrain. En este tipo de telescopios, como se mencionó en el capítulo II, se combina un espejo primario de perfil parabólico con un espejo secundario cuya superficie es un hiperboloide de revolución.

Puede mostrarse fácilmente que esta configuración refleja todos los haces paralelos al eje del espejo primario que incidan sobre éste hacia el foco del espejo secundario, para ser luego reflejados por éste hacia el foco global del sistema.

Sin embargo, esta combinación generaría una imagen muy bien formada *sólo sobre el foco del sistema global*, y cuya calidad disminuiría al alejarse de él. Para evitar esta degradación sistemática de la imagen, se utilizan *dos espejos hiperbólicos* que, si bien no concentran los haces luminosos sobre el foco global de una forma tan eficiente como la combinación parábola-hipérbola, sí permiten aumentar el campo visual del telescopio pues, aunque la imagen formada también se degrada al alejarse del eje óptico del sistema, no lo hace tan rápidamente.

La configuración particular empleada en el telescopio de 2.1 m se denomina óptica Ritchey-Chretien. En la siguiente sección se especifican las características ópticas correspondientes a cada espejo.

III.1.3 CARACTERÍSTICAS

El telescopio de 2 m emplea un sólo espejo primario (de 2.12 m de diámetro) que puede combinarse con tres secundarios para variar algunas propiedades ópticas del sistema completo (relación focal, amplitud de campo, etc.). A continuación se presentan algunas tablas que muestran las características de cada uno de los espejos y las del sistema completo para cada combinación [Noble y Harris, 1991].

a) Espejo primario:

D_f	Diámetro físico	2118 mm.
D_o	Diámetro óptico	2108 mm.
D_c	Diámetro agujero central	500 mm.
R_p	Radio de curvatura	9638 mm.
K_p	Constante de conicidad	-1.07731

De la constante de conicidad, puede verse que el perfil del espejo corresponde a una hipérbola cuya forma difiere ligeramente de la de una parábola (en cuyo caso su valor sería de -1 en lugar del mostrado).

Sistema F/7.5

Espejo secundario

d_f	Diámetro físico	673 mm.
d_o	Diámetro óptico	656 mm.
R_s	Radio de curvatura	3930 mm.
K_s	Constante de conicidad	-4.3281

Sistema F/13.5

Espejo secundario

d_f	Diámetro físico	406 mm.
d_o	Diámetro óptico	381 mm.
R_s	Radio de curvatura	2026 mm.
K_s	Constante de conicidad	-2.7219

Sistema F/30

Espejo secundario

d_f	Diámetro físico	195 mm.
d_o	Diámetro óptico	194.5 mm.
R_s	Radio de curvatura	981 mm.
K_s	Constante de conicidad	-2.3947

Sistema completo en el foco óptico:

F	Distancia focal efectiva	15824 mm.
F/D	Relación focal	7.5
L	Dist. platina-imagen:	
L_s	sin guiador excéntrico	491 mm.
L_c	con guiador excéntrico	270 mm

Sistema completo en el foco óptico:

F	Distancia focal efectiva	28844 mm.
F/D	Relación focal	13.7
L	Dist. platina-imagen:	
L_s	sin guiador excéntrico	531 mm.
L_c	con guiador excéntrico	310 mm

Sistema completo en el foco óptico:

F	Distancia focal efectiva	63460 mm.
F/D	Relación focal	30.2
L	Dist. platina-imagen:	
L_s	sin guiador excéntrico	1059 mm.
L_c	con guiador excéntrico	838 mm

Como se puede apreciar, el proceso de colimación depende de varios parámetros además de la posición relativa entre los espejos, de manera que un colimador automático debe ser capaz de modificar su comportamiento con base en el sistema montado al momento de alinear el telescopio.

III.2 COLIMACIÓN

III.2.1 NECESIDAD DE LA COLIMACIÓN

En un sistema óptico, la mejor imagen se obtiene cuando los ejes ópticos de sus elementos son colineales [Born y Wolf, 1965]. En los telescopios con dos espejos, como es el caso del de San Pedro Mártir, los ejes ópticos de ambos espejos* deben estar alineados.

Los telescopios ópticos están sujetos a agentes externos que pueden modificar su colimación, por lo que es necesario verificar periódicamente la posición relativa de sus componentes. Estos agentes externos son, entre otros:

- (1) flexiones variables en la estructura del yugo y del tubo, producidas por la fuerza de gravedad y dependientes de la posición del telescopio.
- (2) cambios de temperatura, que producen tanto flexiones como contracciones o dilataciones que alteran la posición relativa de los espejos.
- (3) sobre todo, el cambiar o sacar de sus monturas tanto espejos primarios como secundarios, ya sea porque el primario pueda combinarse con varios secundarios, o por la necesidad de reponer el aluminio de las superficies.

Cuando se aluminizan o se limpian, es necesario desmontar los espejos de los telescopios, darles el mantenimiento requerido y montarlos nuevamente; al colocarlos en su celda o soporte, existe la posibilidad de que no queden en la posición previa al mantenimiento, por lo que es necesario verificar y, en su caso, corregir la colimación. Esta verificación también es necesaria en sistemas cuyo espejo primario se puede combinar con varios secundarios, como el telescopio de 2.1 m : al cambiar alguno de los secundarios es conveniente verificar su colimación, debido a que no quedará necesariamente en la misma posición que cuando se usó anteriormente y en la que estaba colimado.

Por otro lado, durante los periodos vacacionales, en los que el observatorio se cierra, y en los que es necesario, por lo tanto, suspender el suministro de energía eléctrica a los telescopios, las bombas de aire dejan de funcionar, y es importante asegurar que el espejo de 2.1 m. quede soportado por los tornillos de seguridad y no por los tornillos definidores o por las bolsas sin aire, pues estas piezas pueden dañarse. Para hacer ésto, antes de cortar el suministro de energía eléctrica a la bomba de aire, se deben avanzar los tornillos de seguridad hasta que topen con la base del espejo y apretarlos media vuelta más del tope. Cuando se reinicia la operación del telescopio, se procede a la inversa: primero se arranca la bomba de aire y cuando la presión se estabiliza, se bajan los tornillos de

* El eje óptico de un espejo cóncavo o convexo es una línea que pasa por el vértice y el ó los focos de la superficie.

seguridad hasta que no toquen el espejo. Naturalmente, cada vez que se lleva a cabo este proceso, es necesario verificar la colimación del sistema completo.

A continuación se presenta la rutina que es necesario seguir para la colimación del telescopio de 2.1 m.

III.2.2 PROCEDIMIENTO ACTUAL

Alineación del espejo primario.

La rutina que a continuación se describe se aplica sólo cuando se saca el espejo primario de su celda, ya sea para aluminizarlo o para lavarlo; no se deben mover los ajustes del primario en ninguna otra ocasión, pues al moverlos automáticamente se altera la colimación de los tres secundarios.

Una vez aluminizado el espejo, se procede a ajustar los tornillos definidores para que la base del espejo quede paralela a la celda, colocando solo tres de los cuatro tornillos que fijan a cada definidor, procurando que los agujeros sin tornillo sean los más cercanos al centro del espejo. Se coloca el espejo en la celda, se enciende la bomba de aire para las bolsas y se regresa el mercurio al anillo de neopreno.

Una vez colocada la celda en el telescopio y con un vernier se mide la distancia de la base del espejo a la montura de cada uno de los tornillos definidores a través de los agujeros de los tornillos que no se colocaron (ver figura 1). Esta distancia debe ser la misma para los tres definidores y lo más cercana a 32.00 ± 0.02 mm. Valores mayores de 32mm. podrían provocar que el espejo toque las uñas de seguridad en el agujero central y valores menores de 32 mm. podrían hacer que los tornillos definidores no toquen el espejo. Una vez igualadas las tres separaciones, se colocan los tornillos faltantes en las bases de los definidores y se ajustan las carátulas de los palpadores, al lado de los definidores, a ceros.

El último ajuste del primario es el de la cantidad de mercurio en el anillo de neopreno. Para hacer este ajuste es necesario inclinar el telescopio unos 20 grados con respecto al cenit en las direcciones norte-sur y este-oeste. Si el anillo tiene más mercurio del necesario, al inclinar el telescopio, el espejo se desplazará lateralmente hacia arriba; si el mercurio es menor al requerido, el espejo se desplaza lateralmente hacia abajo, provocando una descolimación del sistema óptico. El movimiento del espejo se detecta por dos medidores de carátula colocados en los lados noreste y noroeste de la celda. Es necesario quitar o poner mercurio en el anillo hasta que los palpadores detecten desplazamientos menores de 0.0002 de pulgada.

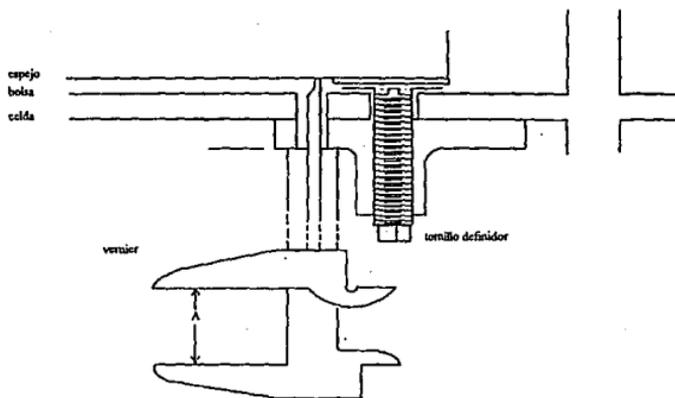


Fig. 1 Forma de medir el paralelismo de la base del espejo de 2m. con la placa de la celda.

Alineación de los espejos secundarios.

Para la colimación de los espejos secundarios, se emplea un colimador diseñado y construido por Noble (véase figura 2) que permite dirigir un haz de luz de láser del centro de la platina hacia el espejo secundario.

Como se mencionó en el capítulo III, el telescopio de 2.1 m usa tres secundarios diferentes con relaciones focales: 7.5, 13.5 y 30; y cada uno de estos secundarios es totalmente desmontable. Para poder intercambiar los secundarios sin mover el primario, cada secundario cuenta con dos tipos de ajustes: en inclinación y en desplazamiento lateral. Para colimar el sistema, se monta el colimador láser en la platina incluyendo el aditamento para ocular en la parte posterior, pues se requiere observar la sombra fuera de foco de una estrella brillante y la reflexión del haz de láser, en forma alternada. Los movimientos laterales centran la sombra del secundario en el disco brillante y los movimientos de inclinación sirven para reflejar el haz del láser sobre sí mismo; debido a que los dos tipos de ajuste no son independientes, es necesario alternarlos hasta que por aproximaciones sucesivas se llegue a la mejor colimación.

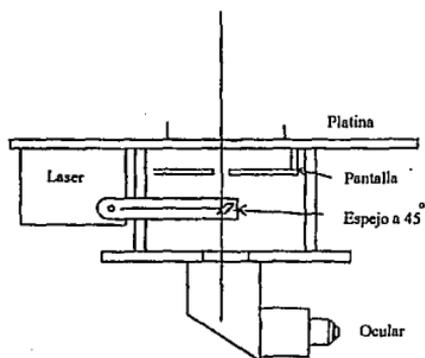


Fig. 2 Diagrama del colimador laser construido por Noble.

CAPÍTULO

IV

**SOLUCIÓN PROPUESTA
AL PROBLEMA
DE COLIMACIÓN**

IV. SOLUCIÓN PROPUESTA AL PROBLEMA DE COLIMACIÓN

IV.1 POSICIONADOR HEXÁPODO

Se planea sustituir la base fija (provista por la araña) por un sistema de actuadores (figura 1) que permita modificar la posición relativa de los espejos sin necesidad de suspender las actividades de observación durante un periodo prolongado (actualmente se emplean unas cuatro horas en el proceso de colimación, lapso durante el cual no puede utilizarse el equipo).

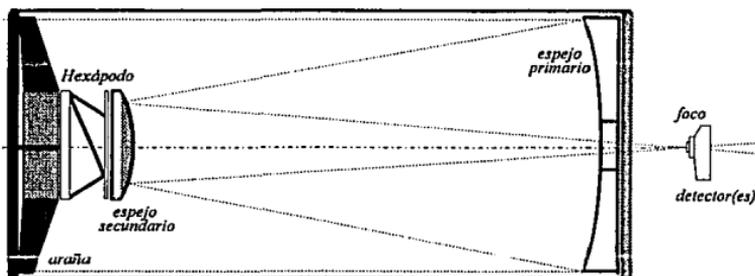
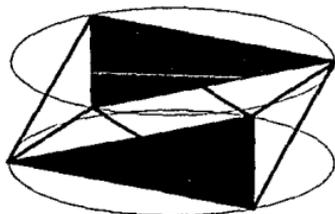


Fig. 1 Posición del hexápodo en el sistema

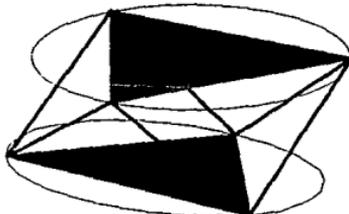
El robot hexápodo es un dispositivo particularmente adecuado para efectuar esta tarea; se trata de un sistema de seis actuadores mecánicos que, al variar sus longitudes, permiten modificar la posición relativa de dos anillos a los que están unidos en puntos fijos. El sistema cuenta por lo tanto con seis grados de libertad, y permite modificar tanto la posición como la inclinación relativa de los anillos [Schmidt-Kaler, 1988] (figura 2).

El sistema no sufre deformaciones relevantes por contracción ó dilatación térmica: una vez alcanzado el equilibrio, todos los actuadores llegan a un nivel semejante de contracción -ó elongación- y dada la simetría de la estructura, la inclinación resultante no es significativa.

Para montarlo en el telescopio, uno de los anillos se va a fijar a la placa central de la araña, y el otro al espejo secundario, de modo que se pueda modificar la posición relativa primario-secundario al variar las longitudes de los actuadores.



(a) En este caso, dado que todos los actuadores tienen la misma longitud, el plano inferior (triángulo oscuro) es paralelo al superior.



(b) Variando la longitud de los actuadores puede controlarse la posición y la orientación del plano inferior.

Fig. 2 Diagrama esquemático del Hexápodo. En el telescopio, el plano superior (triángulo claro) se fija a la estructura, mientras que el inferior sostiene al espejo secundario.

La automatización del proceso de colimación del telescopio de 2.1 metros del observatorio de San Pedro Mártir requiere básicamente de dos subsistemas: uno que permita determinar las *desviaciones posicionales* entre los espejos a partir de las imágenes obtenidas y otro capaz de definir un *conjunto de movimientos* para los actuadores que reduzcan esta desviación. Este último puede implementarse por medio de un sistema convencional de cálculo numérico a partir del modelo analítico del hexápodo; sin embargo, la primera tarea constituye un problema de asociación de patrones bidimensionales con vectores de, por lo menos, cinco componentes (tres traslacionales y dos angulares).

Dado que la definición analítica de este mapeo resulta en extremo complicada además de costosa en términos de tiempo de proceso, conviene emplear un sistema neuronal de reconocimiento y asociación para realizar la tarea luego de haber sido entrenado con las imágenes y las desviaciones correspondientes.

IV.2 SISTEMA AUTOMÁTICO DE COLIMACIÓN

Con base en lo anterior, proponemos el empleo de un sistema híbrido que utilice una *asociador neuronal* para la determinación de las desviaciones mecánicas necesarias

para corregir los defectos de la imagen obtenida del telescopio, y un sistema de *proceso numérico* para calcular, a partir de éstas desviaciones mecánicas, las longitudes correspondientes de los actuadores del hexápodo.

IV.2.1 ESTRUCTURA GLOBAL

La estructura del sistema propuesto se muestra en la figura 1, donde pueden observarse los bloques principales del sistema de colimación: el asociador neuronal, el sistema de preproceso de imágenes, los sistemas de mapeo entre *Desviaciones Mecánicas* (DM) y *Longitudes de los actuadores* (L) (en ambos sentidos), y el sistema electromecánico de control de posición.

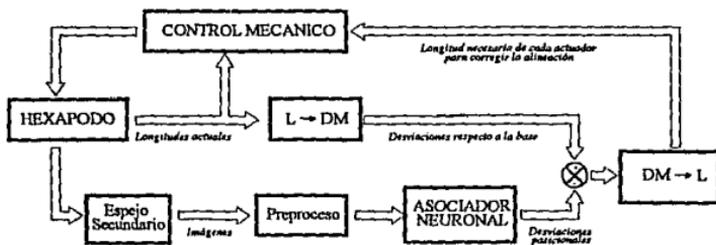


Fig. 1 Estructura del sistema automático de colimación para el telescopio de 2 m del observatorio de San Pedro Mártir, BCN.

El sistema toma como entrada las imágenes obtenidas antes y después del foco del telescopio para obtener, a partir de ellas, un patrón bidimensional que permita al asociador neuronal determinar las desviaciones mecánicas del espejo secundario (con respecto a la posición en que se obtiene la mejor calidad de imágenes). Una vez obtenidas estas *desviaciones posicionales*, se restan de las desviaciones existentes entre la base del hexápodo y el plano del espejo secundario para determinar las correcciones necesarias de la posición del secundario *con respecto a la base del hexápodo* y, a partir de ellas, se calcula la longitud correspondiente a cada actuador. Finalmente, estas longitudes individuales se envían al sistema de control mecánico del hexápodo (control de posición).

La posición del hexápodo define una configuración del telescopio que, colimado ó no, produce sobre un par de planos, situados antes y después del foco del sistema (al estilo de la llamada prueba de Roddier [Roddier, 1988], figura 2), imágenes cuyas características geométricas reflejan las traslaciones y rotaciones del espejo secundario con respecto al

primario. Son estas desviaciones mecánicas las que deben corregirse para lograr la colimación.

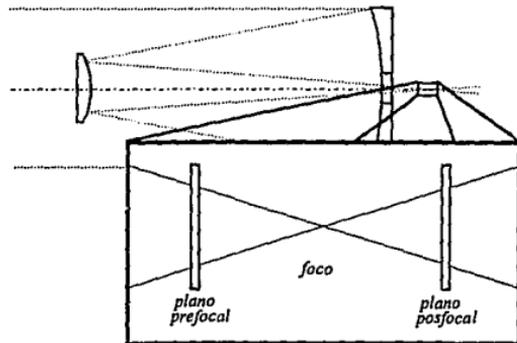


Fig. 2 Posición de los detectores pre y posfocal para la obtención de imágenes.

Se ha mostrado [Roddier, 1988] que si a partir de estas imágenes se obtiene la resta punto a punto de sus intensidades, el patrón (bidimensional) resultante conserva la información de ambas en lo que se refiere al frente de onda recibido (mas aún, tal patrón es equivalente, salvo por una constante, al laplaciano del mencionado frente de onda). Para los propósitos de este trabajo, la importancia de tal resultado está en el hecho de que basta un sólo patrón bidimensional para el entrenamiento (y posterior funcionamiento) del asociador.

Lo anterior muestra, pues, la conveniencia del bloque de preproceso de las imágenes obtenidas, que no es mas que un proceso numérico de resta punto a punto de los valores obtenidos en cada uno de los detectores de estado sólido (CCD) situados antes y después del foco del sistema. El hecho de que estén a ambos lados del foco, en el que se invierte el haz proveniente del secundario, hace necesario que, como lo hace Roddier, se haga la resta de la intensidad de cada punto del plano prefocal con su simétrico con respecto al eje óptico en el plano posfocal (ambos planos se suponen perpendiculares al eje óptico del primario, y situados de manera que éste pasa por el centro geométrico de ambos). Esto es, simplemente,

$$R(x, y) = I_1(x, y) - I_2(-x, -y) \quad (1)$$

donde I_1 e I_2 son los patrones de intensidad recibidos en los detectores pre y posfocal, respectivamente, y R es el patrón obtenido; las coordenadas están referidas al eje óptico (que pasa por el centro de ambos detectores).

Una vez obtenido el patrón R , debe obtenerse, a partir de él, el conjunto de desviaciones mecánicas del secundario. Sin embargo, el establecimiento analítico de una correspondencia entre R y la desviación posicional del espejo podría aplicarse sólo si se tuviera un modelo analítico de ambos espejos (primario y secundario), y en general no es éste el caso debido a que ambos pueden presentar defectos importantes que, además de ser difícilmente descriptibles, no siempre se tienen caracterizados (por ejemplo, se sabe que el telescopio de 2.1 m está astigmático, pero no hay una descripción formal del problema). Conviene entonces implementar esta correspondencia por medio de un asociador neuronal, cuyo entrenamiento se lleve a cabo de manera que las desviaciones se asocien con la mejor imagen posible (que no necesariamente será la ideal).

En este punto conviene enfatizar que las desviaciones mecánicas provistas por el asociador corresponden a la diferencia entre la posición real del espejo secundario y su posición esperada *con respecto al espejo primario* (ó equivalentemente, a su base, que es también la base del par de detectores). Antes de determinar la corrección necesaria en cada uno de los actuadores del hexápodo, es necesario calcular la desviación existente entre la *base del secundario* y el *espejo secundario mismo*, la cual está determinada por las longitudes actuales de los actuadores del hexápodo. Esto último es necesario debido a que las desviaciones del **espejo secundario con respecto al primario** están compuestas por las desviaciones de la **base del secundario con respecto al espejo primario**, más las desviaciones del **espejo secundario con respecto a su base**. Las primeras se deben a la deformación de la estructura del telescopio debida a factores térmicos y mecánicos; las últimas dependen sólo de la configuración del hexápodo y aparecen cada que se corrigen las primeras. En caso de que se modifique el hexápodo para corregir una desviación causada por deformaciones estructurales; debe contemplarse que, cuando el telescopio cambia de posición, éstas deformaciones cambian, dejando al hexápodo en una posición "residual" que produce desviaciones adicionales que también deben tomarse en cuenta para su siguiente corrección.

Lo anterior muestra la necesidad de contar con los mapeos (marcados en la figura como $L \leftrightarrow DM$ y $DM \leftrightarrow L$), que permiten obtener las **desviaciones mecánicas del espejo secundario con respecto a su base** a partir de las **longitudes de los actuadores del hexápodo**, y viceversa; a partir de las longitudes (que se obtienen de sensores de posición situados en los actuadores, deben obtenerse las desviaciones mecánicas actuales -residuales- del secundario ($L \leftrightarrow DM$), a las que deben restarse las desviaciones calculadas por el asociador neuronal para obtener la **posición deseada del secundario con respecto a su base**. Usando ahora el mapeo inverso ($DM \leftrightarrow L$), se calculan las longitudes necesarias para ajustar el hexápodo. Finalmente, los nuevos valores de longitud se alimentan al control mecánico para corregir la posición del espejo secundario.

Si bien el empleo de uno de los mapeos mencionados ($L \leftrightarrow DM$) podría evitarse reestableciendo las longitudes de los actuadores antes de obtener las imágenes formadas, no se empleó este esquema debido a que exige la reorientación momentánea del espejo secundario, de manera que impide continuar la observación, e impediría, por tanto, extender el sistema de control para actuar mientras ésta se lleve a cabo.

CAPÍTULO

V

**AMBIENTE DE
SIMULACIÓN**

V. AMBIENTE DE SIMULACIÓN

V.1 NECESIDAD DE LOS SIMULADORES

Dada la cantidad de información necesaria para la asociación patrones-desviaciones, es necesario el empleo de una gran cantidad de imágenes y juegos de parámetros de manera que, para el desarrollo de un prototipo, resulta poco práctica la asignación del tiempo de observación requerido. Por otro lado, para el entrenamiento de la red sería necesario contar ya con las desviaciones que produjeron cada imagen.

De lo anterior se desprende la importancia de contar con un sistema de simulación que permita variar los parámetros descriptivos del sistema óptico, así como generar las imágenes que de éste se obtendrían si el espejo secundario tuviera determinadas desviaciones con respecto a la posición correspondiente a la mejor calidad de imágenes.

En general, los simuladores deben ser capaces de :

- a) generar los patrones ópticos obtenidos en un telescopio de óptica Ritchey-Chrétien con diferentes desviaciones en la posición y orientación del espejo secundario;
- b) generar, dada la desviación del espejo secundario, el despliegue de movimientos de los actuadores del robot hexápodo que permita corregir la posición y orientación del espejo secundario, de manera que se disminuya, tanto como sea posible, la aberración de la imagen obtenida.

V.2 ESPECIFICACIONES FUNCIONALES

Más específicamente, el sistema de simulación debe permitir :

- (1) Definir la configuración general del sistema óptico con base en los parámetros descriptivos usuales (radio de curvatura y constante de conicidad). Esto con el propósito de que los simuladores puedan emplearse posteriormente para la colimación de telescopios similares.
- (2) Definir las desviaciones traslacionales y rotacionales del espejo secundario con respecto a la posición que tiene cuando el sistema está colimado (esto es, con respecto al espejo primario).

- (3) Generar, a partir de la configuración establecida y de las desviaciones definidas para el espejo secundario, las imágenes (patrones de intensidad) correspondientes a detectores de estado sólido (CCD) situados antes y después del foco del sistema, y obtener la resta de ambos patrones (de acuerdo con la fórmula 1 de la sección IV.2).
- (4) Calcular los movimientos necesarios de cada uno de los actuadores del hexápodo para nulificar la desviación dada.

Por otro lado, debe ser posible direccionar todas las salidas del sistema hacia archivos con un formato que pueda ser leído por un sistema de entrenamiento de redes neuronales artificiales.

V.3 ESTRUCTURA GENERAL DEL SISTEMA

La figura 1 muestra el esquema general del ambiente de simulación, que está compuesto por cuatro subsistemas, cada uno independiente del resto:

- (1) **El manejador de la interfaz gráfica para el usuario.** Este módulo está formado por un conjunto de rutinas generales para el manejo de ventanas gráficas, botones, interacción con el usuario por medio del ratón, procedimientos de captura numérica, validación de entradas, etc. De hecho, una vez definidos los objetos gráficos que forman la interfaz, se les pueden asociar procedimientos de despliegue de resultados (a las ventanas) y ejecución de procesos (a los botones), de manera que basta definir tales procesos y la interfaz se encarga del control de flujo.
- (2) **Las rutinas de simulación**, que están divididas en dos bloques:
 - (a) el sistema de trazo de rayos y acumulación en el arreglo de detectores, y
 - (b) los mapeos entre las desviaciones mecánicas del anillo inferior del hexápodo y las longitudes de los actuadores
- (3) **Las rutinas de presentación de resultados**, que incluyen las de despliegue del arreglo bidimensional obtenido de la resta de las imágenes, las de despliegue del haz incidente sobre la retina del telescopio y el CCD, y las que muestran una proyección isométrica (tridimensional) de diferentes vistas del hexápodo.
- (4) **Los procedimientos de manejo de archivos** (para almacenar y recuperar los patrones obtenidos).

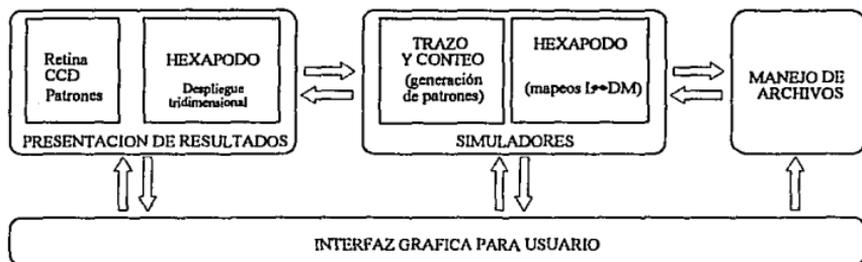


Fig. 1. Estructura general del ambiente de simulación desarrollado para la generación de los patrones para el entrenamiento del asociador neuronal.

V.4 INTERFAZ GRÁFICA

V.4.1 INTERACCIÓN CON EL USUARIO

Las rutinas de interfaz están destinadas a proveer un ambiente gráfico de interacción con el usuario a través de botones, cajas y ventanas móviles y redimensionables. El esquema se basa en entidades independientes que, además de la información relativa a su configuración actual, incluyen referencias a los procedimientos relacionados con sus funciones específicas.

Las ventanas son puertos de despliegue a los que se asocian rutinas de presentación de resultados y cuyo tamaño y posición pueden modificarse usando el ratón. Para su representación y almacenamiento, se ocupan cuarenta y dos bytes para almacenar la información relativa a: font empleado, juego de colores, tipo de marco, ancho del contorno, posición del nombre de la ventana, posición ocupada en la pantalla, nombre, identificador, identificador de su *ventana padre*, un apuntador hacia el procedimiento asociado de dibujo interno, y una serie de banderas que indican si es móvil, si es redimensionable, si incluye botones de maximización o minimización, etc.

Los botones son entidades gráficas que permiten al usuario "disparar" los procesos que tienen asociados, dándole así cierto control sobre el flujo del programa. La definición de cada botón incluye, además de la información correspondiente a sus características gráficas (texto, imagen asociada, font, colores, marco, etc.), el procedimiento que debe ejecutarse en caso de que se active el botón.

Cada ventana puede, a su vez, contener ventanas y botones, cuyas coordenadas se refieren a las de aquella (que se denomina su *ventana padre*); esto permite la definición de

una jerarquía, tanto de visualización como de flujo de control, que queda establecida desde la definición de las entidades gráficas.

El módulo completo de interacción está diseñado de manera que baste programar sólo las rutinas de proceso necesarias para resolver la tarea específica de que se trate, y asociarlas con las entidades gráficas, pues el flujo del programa queda definido por la estructura del árbol formado por éstas.

V.4.2 PRESENTACIÓN DE RESULTADOS Y VISUALIZACIÓN TRIDIMENSIONAL

Despliegue de Imágenes

Una vez terminado el proceso de trazo y conteo (que se describe en la siguiente sección) es necesario mostrar el patrón generado por la configuración establecida del telescopio (determinada por medio de los parámetros mecánicos de desviación, ó usando las longitudes de los actuadores).

El patrón generado consiste en un arreglo bidimensional de intensidades luminosas. Estas intensidades se representan internamente con un número entero que corresponde a la cantidad de haces recibidos en cada elemento del detector. Para mostrar la imagen obtenida, se hace corresponder cada uno de estos números con un tono de gris.

Dado que el controlador de gráficas empleado (VGA de 640x480) puede manejar sólo hasta 16 colores concurrentes, se emplearon 14 tonos de gris para representar las imágenes (los dos colores restantes se usan para la presentación de mensajes, recuadros, etc.). Para hacer esto, se normalizan los valores correspondientes a cada uno de los detectores individuales, esto es, se dividen todos los valores entre el valor máximo obtenido en el CCD, de manera que se obtiene una matriz con elementos reales entre cero y uno, y se multiplica posteriormente por 14.

Visualización del Hexápodo

Para mostrar la configuración alcanzada por el hexápodo, se emplea una representación vectorial de cada uno de los seis puntos de unión entre los actuadores y los anillos (que definen completamente el estado del sistema), y se utilizan matrices de transformación para obtener vistas (en proyección isométrica) desde diferentes posiciones de observación.

V.5 SIMULADORES

V.5.1 SISTEMA DE TRAZO Y CONTEO

La generación de los patrones ópticos está a cargo de un sistema de trazo de rayos que calcula la posición en la que un haz incidente a través de la pupila del telescopio alcanza cada uno de los detectores, situados antes y después del foco del sistema. Dado que se requiere el patrón de *intensidades* luminosas, es necesario obtener una medida aproximada de la densidad con la que se alcanza cada punto de los detectores, que es proporcional al número de haces recibidos por unidad de área al barrer la pupila con haces igualmente espaciados.

De lo anterior se desprende la necesidad de cada uno de los simuladores que constituyen este módulo:

- (1) El de **bombardeo**, que permite barrer la retina de dos formas distintas:
 - (a) una *rápida*, en la que se envían hacia el espejo primario relativamente pocos haces, que definen varios círculos concéntricos y algunos de sus radios y que permiten ver, a *grosso modo*, la figura formada sobre el CCD (y si ésta cae o no dentro de los detectores), así como las deformaciones ocurridas a una imagen conocida (de las que pueden intuirse fácilmente las intensidades relativas de cada región de la imagen formada). Para este tipo de barrido, el usuario puede definir el número de círculos concéntricos a emplear, el número de divisiones angulares para el dibujo de cada uno de ellos, el número de radios a trazar y el número de puntos a emplear para el rastreo de cada radio;
 - (b) una *exhaustiva*, que recorre la superficie de la pupila con haces igualmente espaciados entre sí (y paralelos al eje óptico del espejo primario) en un arreglo rectangular. Este es el tipo de bombardeo que debe usarse para la generación de los patrones que se usarán para el entrenamiento de la red, pues el patrón de intensidades corresponde al número promedio de haces incidentes en cada detector individual. El sistema permite variar, en este caso, la distancia horizontal y la distancia vertical entre cada par de rayos (mediante el número de haces en la dirección vertical y el de la dirección horizontal). Conviene aquí mencionar que, aunque puede definirse cualquier número (positivo) de haces de barrido, es necesario que sea lo suficientemente grande como para que el promedio de haces recibidos por cada detector sea mucho mayor que 1; ésto se debe a que cada patrón se obtiene normalizando ese promedio, y su precisión depende entonces de la cantidad de haces empleados; por otro lado, el efecto de la diferencia entre la geometría de la red de barrido (rectangular) y la del sistema óptico (cilíndrica), junto con el asociado a la discretización

introducida por la configuración del CCD, también se reducen al promediar cuando se escoge un barrido lo suficientemente cerrado.

(2) El de trazo de rayos, que calcula la trayectoria del haz incidente luego de su reflexión sobre los espejos primario y secundario, y determina en qué punto alcanzará cada plano de detectores. El procedimiento es estándar y consiste básicamente en calcular, primero, el punto de intersección del haz incidente con el espejo primario (a partir de la dirección -conocida- del primero, y de la ecuación que describe la superficie del segundo), así como la normal al espejo en el punto de incidencia; con ésta y el vector de dirección del haz, se obtiene la dirección del haz reflejado, que junto con el punto de incidencia, definen completamente el haz reflejado. Este haz reflejado por el espejo primario se convierte ahora en el haz incidente sobre el secundario; se repite el proceso para obtener el haz reflejado por el secundario y, por último, se obtiene la intersección de éste sobre cada uno de los planos de detección.

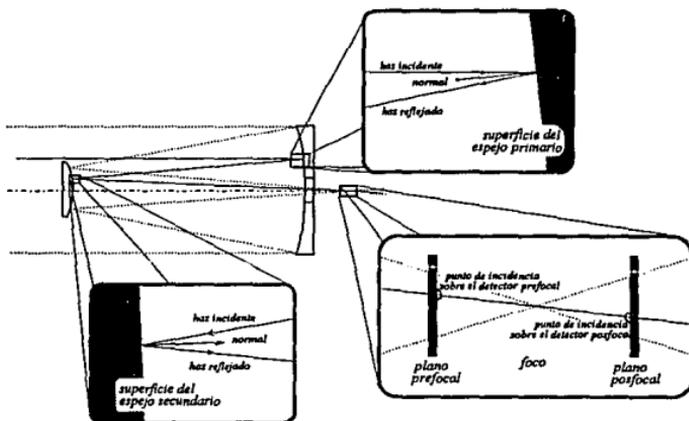


Fig. 1. Cálculo de la trayectoria de los haces incidentes sobre el telescopio

Para simplificar los cálculos anteriores, se emplean dos sistemas cartesianos de coordenadas: uno con origen en el centro del círculo definido por el borde de la superficie óptica del espejo primario, con el eje z coincidente con su eje óptico (apuntando hacia el espejo secundario), y con x y y paralelos a los ejes de simetría del detector; y el segundo con origen en el vértice del espejo secundario, con z definida de la misma forma que para el primer caso, pero con x sobre el eje de rotación del espejo secundario y el producto vectorial de ambos ($\hat{z} \times \hat{x}$) (no se toma en cuenta la rotación del secundario sobre su eje óptico, pues no altera las imágenes).

Las desviaciones mecánicas del espejo secundario (con respecto a su posición esperada) se definen con cinco parámetros: tres para la desviación traslacional (Δx , Δy , y Δz) y dos para la angular (θ , ϕ). Los primeros corresponden a las diferencias de posición en direcciones paralelas a los ejes definidos para el sistema del primario. En cuanto a las desviaciones angulares, se emplean sólo dos ángulos debido a la simetría del espejo secundario con respecto a su eje óptico (la definición detallada de ambos se da en la siguiente sección).

(3) Finalmente, el de conteo, que, a partir de las posiciones obtenidas por el módulo anterior, determina sobre qué celdas debe sumarse y restarse la contribución del haz (debe sumarse en el pixel correspondiente al alcanzado en el plano prefofocal, y restarse en el correspondiente al del posfofocal).

V.5.2 MAPEOS ENTRE LOS PARÁMETROS MECÁNICOS DE DESVIACIÓN Y LAS LONGITUDES DE LOS ACTUADORES

V.5.2.1 Nomenclatura.

Cada uno de los anillos del hexápodo (que llamaremos en adelante *superior* e *inferior* de acuerdo con la posición que ocuparán en el telescopio) se une, en cada uno de tres puntos equidistantes, con dos actuadores que se unen a su vez con el otro anillo. Esto puede observarse en la figura 2.

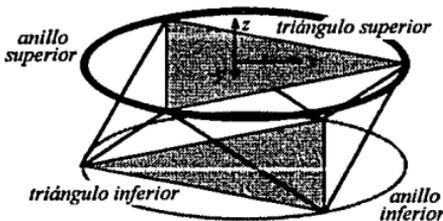


Fig. 2 Esquema del hexápodo.

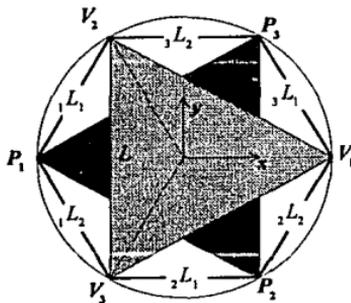
Esto define entonces dos triángulos equiláteros inscritos uno en cada anillo, con base en cuyos vértices pueden llevarse a cabo los cálculos.

Se eligió un sistema de coordenadas con origen en el centroide geométrico del triángulo superior (y por tanto también del anillo superior), con x dirigido hacia uno de sus

vértices, z perpendicular al plano definido por los vértices del triángulo (superior) y orientado hacia arriba (véase figura 2), y perpendicular a ambos (y formando con ellos un sistema dextrógiro).

Para la definición analítica de los mapeos necesarios para la operación del controlador, se emplea la simbología siguiente :

V_1, V_2, V_3	vértices del triángulo superior,
P_1, P_2, P_3	vértices del triángulo inferior,
L	distancia entre cada par de uniones del anillo superior (o, equivalentemente, como la longitud del lado del triángulo superior).
d	distancia entre cada par de uniones del anillo inferior (o bien, como el lado del triángulo inferior).
${}_iL_j$	($i=1,2,3; j=1,2$) longitud del j -ésimo actuador que une los extremos del i -ésimo lado del triángulo superior con algún vértice del inferior (el i -ésimo lado de cada triángulo es el lado opuesto a su i -ésimo vértice).



$$L = \|V_i - V_j\| \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$d = \|P_i - P_j\| \quad i, j = 1, 2, 3$$

Fig. 3 Vista superior del hexapodo en su configuración inicial (todos los actuadores con la misma longitud), en la que las proyecciones en el plano XY de los vértices de ambos triángulos caen sobre circunferencias centrada en el origen (que son la proyección de ambos anillos). En este caso, ambas circunferencias coinciden debido a que los anillos superior e inferior tienen el mismo radio.

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$
 θ, ϕ

desviaciones traslacionales del centroide del triángulo inferior.

parámetros de desviación angular: dado que no es necesario tomar en cuenta la posible rotación α del triángulo inferior con respecto a su centroide (que, junto con el del espejo secundario, debe estar sobre el eje óptico de éste), basta definir:

- 1) el ángulo θ que forma el eje de rotación del triángulo inferior con el eje x , y
- 2) el ángulo ϕ de rotación del plano definido por el triángulo inferior con respecto al plano XY (girando el primero sobre el eje mencionado en (1))

V.5.2.2 Obtención de las longitudes a partir de las desviaciones mecánicas

Dado un conjunto de desviaciones mecánicas del espejo secundario (y por lo tanto, del anillo inferior del hexápodo), el cálculo de la longitud de cada uno de los actuadores se reduce a la definición de la distancia entre pares de vértices de los triángulos superior e inferior:

$$\begin{aligned} {}_1L_1 &= \|P_1 - V_2\| & {}_2L_1 &= \|P_2 - V_3\| & {}_3L_1 &= \|P_3 - V_1\| \\ {}_1L_2 &= \|P_1 - V_3\| & {}_2L_2 &= \|P_2 - V_1\| & {}_3L_2 &= \|P_3 - V_2\| \end{aligned}$$

De manera que, conociendo los valores de las desviaciones mencionadas, pueden determinarse las coordenadas de los vértices del triángulo inferior (los del superior son fijos y conocidos, pues el sistema de referencia se definió con base en ellos) y con ellas las L_j .

Sin embargo, para la implementación del simulador no es necesario explicitar la dependencia funcional entre las L_j y las desviaciones mecánicas debido a que entre las rutinas de visualización tridimensional se incluyen funciones de rotación y traslación de ejes y objetos utilizando matrices de transformación, de manera que basta aplicar las desviaciones dadas a los vértices del triángulo inferior, para obtener después las distancias entre los puntos obtenidos.

Esto equivale a multiplicar las coordenadas de P_1 , P_2 y P_3 por la matriz

$$D = R_y(\theta)R_x(\phi)R_z(-\theta)R_x(\alpha) \quad (1)$$

donde $R_x(\alpha)$ es la matriz de rotación correspondiente a un ángulo α sobre el eje e .

V.5.2.3 Obtención de las desviaciones mecánicas a partir de las longitudes

En contraste con la transformación anterior, en este caso se empleó un método de aproximación numérica definido a partir de un análisis geométrico del hexápodo. Al fijar, por ejemplo, las longitudes de los actuadores que se unen en P_1 (esto es, los que parten de los extremos del lado 1 del triángulo superior y llegan al vértice P_1 del inferior), éste puede moverse en un círculo de radio λ_1 y centro en C_1 (ambos parámetros dependen sólo de las longitudes de los dos actuadores mencionados) de modo que P_1 queda definido

salvo por el ángulo t_1 formado por el vector P_1-C_1 y el plano definido por el triángulo superior. Lo mismo sucede con los otros dos pares de actuadores. La restricción adicional necesaria para determinar las posiciones de cada uno de los P_i es el hecho de que la distancia entre cada par de ellos debe ser igual a d .

Por otro lado, si se fija el valor de uno de estos ángulos, digamos t_1 , el punto correspondiente (P_1) queda determinado, y con él pueden obtenerse dos puntos, uno en cada una de las circunferencias restantes (las centradas en C_2 y C_3) cuya distancia a P_1 sea d^* . Hecho esto, falta determinar si la distancia entre los puntos calculados es también d , en cuyo caso los tres puntos constituyen una solución del problema (la obtención de las desviaciones mecánicas del triángulo inferior a partir de las coordenadas de sus vértices es inmediata). En caso contrario, la diferencia entre el valor obtenido y el esperado (d) indica la dirección en la que debe modificarse el valor de la estimación de t_1 , pues, como puede verse en la figura 4, al mover P_1 en la zona mostrada (y que será la región de operación del hexápodo), la distancia entre los puntos obtenidos sobre las otras dos circunferencias aumenta ó disminuye de acuerdo con la dirección de P_1 . Esto permite definir un método de aproximaciones sucesivas para encontrar el valor correcto de t_1 a partir de una estimación inicial. A continuación se describen los detalles del procedimiento empleado.

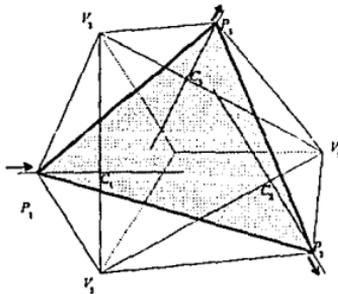


Fig. 4 Vista superior del hexápodo mostrando la proyección de las tres circunferencias que contienen a P_1 , P_2 y P_3 (segmentos centrados en C_1 , C_2 y C_3). Cuando P_1 se mueve sobre su circunferencia en dirección de P_2 y P_3 , éstos se alejan (pues deben seguir sobre sus respectivas circunferencias a una distancia d de P_1), de manera que la distancia entre ellos aumenta. Similarmente, ésta disminuye al mover P_1 en la dirección contraria.

Para obtener la transformación, es necesario definir algunos parámetros más.

Sean

k_1, k_2, k_3 vectores unitarios dirigidos del centroide del triángulo superior (origen de coordenadas) a cada uno de sus vértices.

* Esto equivale a obtener la intersección de una esfera (la centrada en P_1 de radio d) con un par de circunferencias (centradas en C_2 y C_3 con radios l_1 y l_2 respectivamente). Esto determina cuatro puntos, pero dos de ellos pueden desecharse por su lejanía a los puntos buscados que, se sabe, deben quedar por debajo del plano XY.

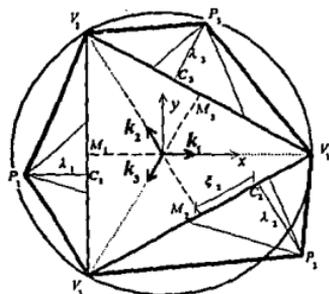


Fig. 5 Definición de los parámetros adicionales en el hexápodo.

$$k_i = (\cos[\frac{2\pi}{3}(i-1)], \sin[\frac{2\pi}{3}(i-1)], 0) \quad (2)$$

- M_1, M_2, M_3 los puntos medios de cada uno de los lados del triángulo superior.
- C_1, C_2, C_3 las proyecciones perpendiculares de los vértices del triángulo inferior sobre el lado correspondiente del triángulo superior. C_1 , por ejemplo, es el punto de la recta definida por el lado 1 del triángulo superior tal que el vector $C_1 - P_1$ es perpendicular al lado 1. Esto equivale a decir que cada C_i es el centro de la circunferencia sobre la que debe estar P_i .
- ξ_1, ξ_2, ξ_3 las distancias (dirigidas) de M_1 a C_1 , de M_2 a C_2 , y de M_3 a C_3 , respectivamente.
- $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ las distancias de C_1 a P_1 , de C_2 a P_2 , y de C_3 a P_3 , respectivamente (o bien, los radios de las circunferencias que los contienen).

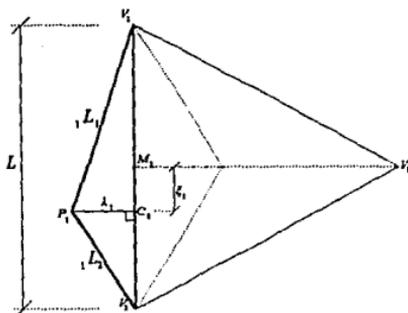


Fig. 6 Relaciones entre los parámetros λ_i , L_i y ξ_i

Dado que, por construcción, C_1 divide al triángulo $V_2P_1V_3$ en dos triángulos rectángulos $V_2P_1C_1$ y $C_1P_1V_3$, se tiene

$$({}_iL_i)^2 - (\lambda_i)^2 = \left(\frac{L}{2} + \xi_i\right)^2$$

$$({}_iL_i)^2 - (\lambda_i)^2 = \left(\frac{L}{2} - \xi_i\right)^2$$

de donde

$$\xi_1 = \frac{(L_1)^2 - (L_2)^2}{2L} \quad \text{y} \quad \lambda_1 = +\sqrt{\frac{(L_1)^2 + (L_2)^2}{2L} - \frac{L^2}{4} - (\xi_1)^2}$$

Similarmemente,

$$\xi_i = \frac{(L_1)^2 - (L_2)^2}{2L} \quad \text{y} \quad \lambda_i = +\sqrt{\frac{(L_1)^2 + (L_2)^2}{2L} - \frac{L^2}{4} - (\xi_i)^2} \quad (i=1,2,3) \quad (3)$$

Por otro lado, dado que se conocen las coordenadas de los puntos medios M_i y de los vértices V_i

$$V_i = \frac{1}{3} k_i, \quad M_i = -\frac{1}{3} k_i, \quad i=1,2,3, \quad (4)$$

las circunferencias que contienen a los vértices del triángulo inferior son

$$P_i = C_i + \lambda_i (k_i \cos t_i + k_i \operatorname{sen} t_i), \quad i=1,2,3, \quad (5)$$

donde k es el vector $(0,0,1)$, y el centro C_i de cada circunferencia está dado por

$$C_i = M_i + \xi_i (k_i \times k) \quad i=1,2,3. \quad (6)$$

Ahora bien, al fijar P_i (usando para ello una estimación del ángulo t_i), los puntos restantes quedan determinados por las circunferencias (5) y por la esfera con centro en P_i y radio d .

En el plano Π_j definido por k_j y k , con origen en C_j (véase figura 7), la circunferencia (5) correspondiente a P_j (y que lo contiene) queda descrita como

$$u^2 + v^2 = \lambda_j^2 \quad (7)$$

y, dado que P_j debe estar a una distancia d de P_i , debe satisfacer también la ecuación de la esfera

$$\|P_j - P_i\| = d \quad (8)$$

(P_i fijo) cuya intersección con el plano Π_j , es una circunferencia.

u_j y v_j determinan el valor del ángulo t_j ,

$$t_j = \arctan \frac{v_j}{u_j}$$

y con él se obtienen las coordenadas de P_j en el sistema XYZ usando 5.

Una vez obtenidas las estimaciones para P_1 , P_2 y P_3 , la distancia entre los vértices P_j se compara con la distancia d esperada para determinar en qué dirección debe modificarse la estimación del ángulo t_j (figura 4). La magnitud de la modificación se determina siguiendo el método de bisección. Estas modificaciones continúan hasta que su magnitud es menor que un valor de tolerancia definido como 1×10^{-9} rad.

Como estimación inicial de t_j , se emplea el valor correspondiente a la configuración en la que todos los actuadores del hexápodo tienen la misma longitud

$$t_j^0 = \frac{3\pi}{2} - \arcsen \left(\frac{L}{\sqrt{12L_0^2 - 3L^2}} \right)$$

donde L_0 es la longitud de los actuadores, y L es la del lado del triángulo superior (la deducción de este valor se incluye en el apéndice I).

Finalmente, una vez obtenidos los valores t_1 , t_2 , t_3 que satisfacen este criterio, y los correspondientes vértices del triángulo inferior, los parámetros mecánicos de desviación (Δx , Δy , Δz , θ , ϕ) pueden obtenerse a partir de

$$C_0 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 P_i \quad \text{el centro del anillo inferior, y}$$

$$n = \frac{(P_2 - P_1) \times (P_2 - P_1)}{\|(P_2 - P_1) \times (P_2 - P_1)\|} \quad \text{el vector normal al plano definido por el anillo inferior, (dirigido hacia el anillo superior).}$$

como sigue

$$\begin{aligned} \phi &= \arccos(n \cdot k) \\ \theta &= \arctan \left(\frac{n_y}{n_x} \right) - \frac{\pi}{2} \\ (\Delta x, \Delta y, \Delta z) &= C_s - C_0 = \left(0, 0, -\sqrt{L_0^2 - \frac{1}{3}L^2} \right) - C_0 \end{aligned}$$

donde

$$C_e = \left(0, 0, \sqrt{L_0^2 - \frac{1}{3}L^2}\right)$$

define las coordenadas esperadas del centro del anillo inferior (i.e., su posición cuando todos los actuadores tienen una longitud L_0).

Una vez implementados ambos mapeos, se verificó su funcionamiento aplicando ambos consecutivamente a un juego de parámetros (desviaciones mecánicas ó longitudes de los actuadores); dado que los mapeos son inversos uno del otro, esto debía dejar inalterados los parámetros originales.

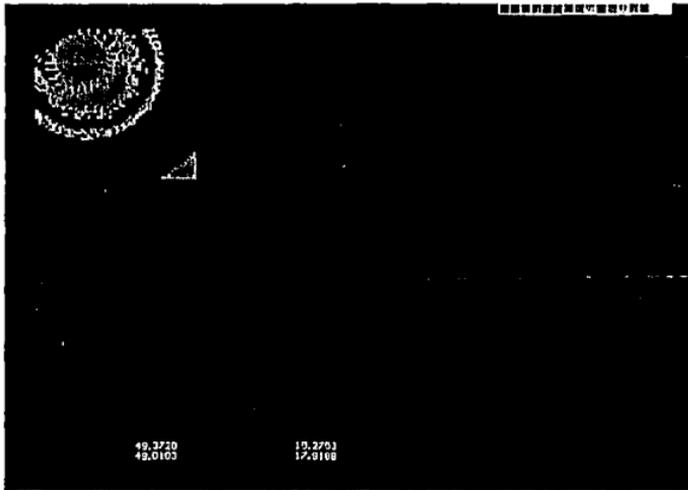
V.6 SISTEMA DE PREPROCESO DE IMÁGENES

Para llevar a cabo la asociación entre imágenes y parámetros de desviación mecánica a través de una red neuronal, es necesario definir los patrones de entrada y de salida que deben emplearse como conjunto de entrenamiento de la red.

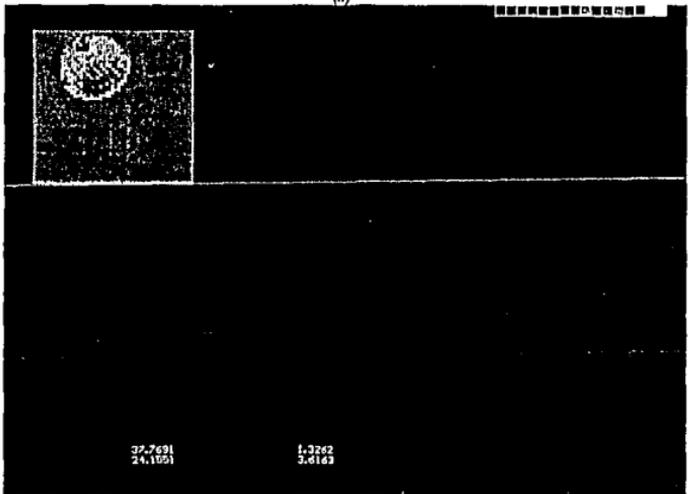
En el caso de las imágenes obtenidas (como se ha descrito, de la resta entre las imágenes pre y posfocal), resulta muy impráctico emplear como entrada a la red imágenes completas, pues es necesario usar tantos nodos de entrada como pixels tenga cada imagen. Como, por otro lado, la calidad de estas imágenes depende de su resolución, resulta que, para construir una red capaz de llevar a cabo el mapeo deseado con alguna precisión, es necesario que ésta contenga una gran cantidad de procesadores. Por ejemplo, si se deseara emplear imágenes con una resolución de 100 por 100, serían necesarios 10 mil procesadores sólo en la capa de entrada, más los que se utilizaran en la capa oculta y los cinco de la de salida.

Para la exploración preliminar del comportamiento de la red (que se presenta al final del capítulo VI) se escogieron, como parámetros de entrada, las dos componentes del centroide del patrón de intensidades (imagen original) y las dos componentes de un vector asociado con uno de sus ejes de simetría.

Además de reducir el tamaño de la red, la elección de un juego de parámetros continuos -que se calculan a partir del patrón de intensidades-, hace a la red independiente de la resolución del CCD empleado: sin importar el número de pixeles que componen a la imagen original, siempre es posible calcular los cuatro parámetros descritos, de modo que la resolución de los patrones de entrada (y con ella la precisión de la red) puede aumentarse tanto como sea necesario sin por ello impactar las dimensiones de la red.



(a)



(b)

Fig. 1 Pantallas del sistema de preproceso

V.7 RESULTADOS

La figura 1 muestra la pantalla de presentación del sistema. En ella puede observarse el manejo de entidades gráficas, zonas de interacción, botones y ventanas. Como se mencionó en el capítulo anterior, las rutinas de interacción permiten definir fácilmente la interfaz a emplear; ésto comprende la posición de cada ventana en la pantalla, el número y lugar de los botones contenidos en ella, los procesos asociados con cada botón (que deben ejecutarse al ser presionado), y los procesos de dibujo interno de cada ventana.

La figura 2 muestra la pantalla principal del sistema. En la parte superior, debajo del nombre de la ventana, puede observarse una barra horizontal de botones que constituyen el *menú principal*:

Archivos Al activar el botón de *archivos*, el programa despliega una ventana desde la que es posible almacenar y recuperar las imágenes generadas por el simulador.

Hexápodo Maximiza la ventana correspondiente a la configuración, vistas y parámetros del Hexápodo, que se encuentra cerrada al arrancar el sistema.

Proceso Una vez elegido el juego de parámetros con los que se quiere llevar a cabo la simulación, este botón permite iniciarla.

Salida

Acerca... Muestra la ventana de presentación del sistema.

Las ventanas contenidas en la pantalla principal del sistema estas divididas en dos grupos:

- I. *Las de definición de parámetros*, en las que se muestran los parámetros actuales de simulación para el sistema óptico:

PARAMETROS NOMINALES DE LOS ESPEJOS

- ϕ_{Op} : diámetro óptico ,
- ϕ_{AC} : diámetro del agujero central (espejo primario únicamente)
- R_c : radio de curvatura en el vértice
- cc : constante de conicidad

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

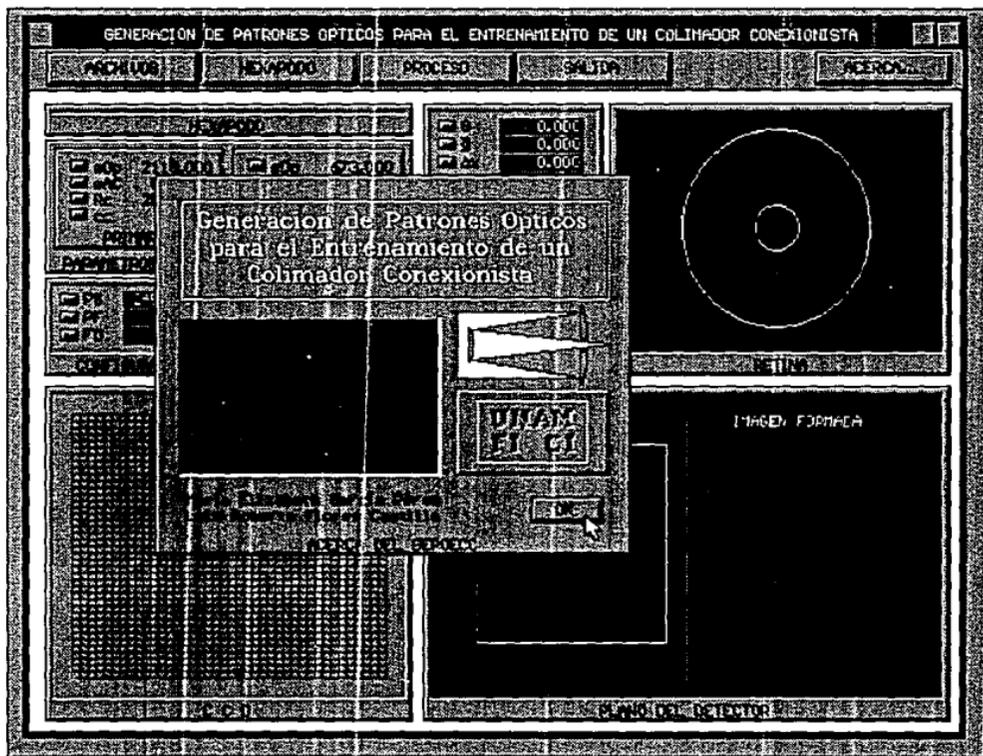


Fig. 1 Pantalla de presentación del sistema

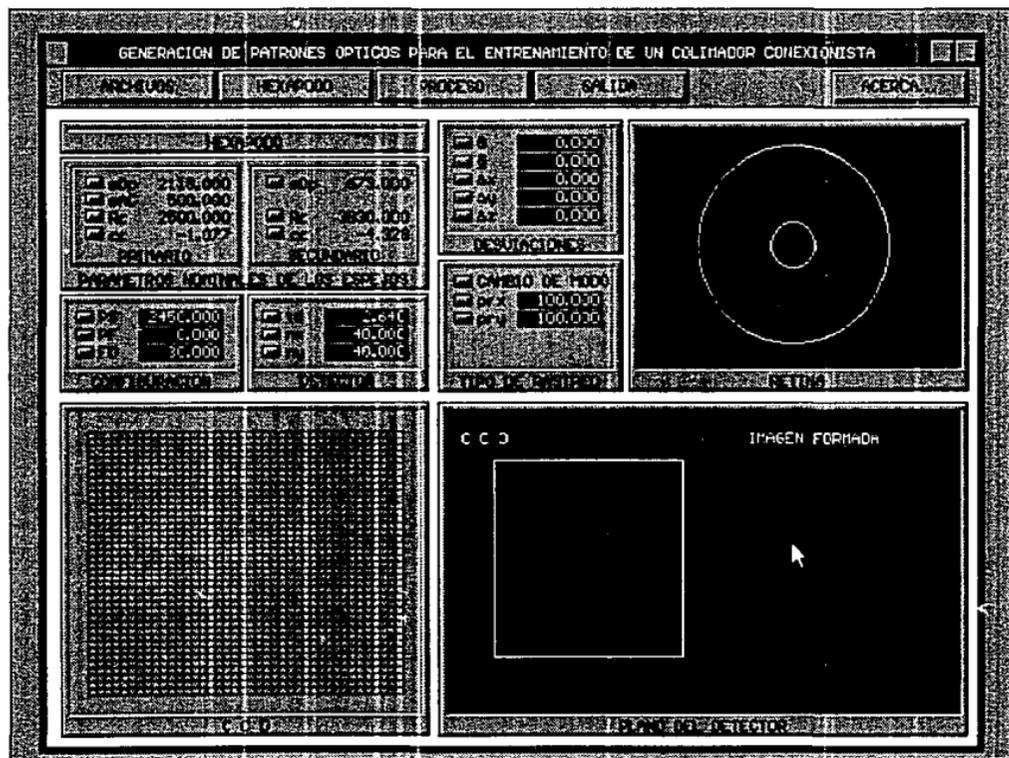


Fig. 2 Pantalla principal

CONFIGURACION

- PS : distancia del vértice del espejo primario al vértice del secundario
 FD : distancia del foco global del sistema a cada uno de los planos de detección.

DETECTOR

- td : tamaño del detector (en milímetros)
 nx : resolución horizontal del detector (pixels)
 ny : resolución vertical del detector (pixels)

DESVIACIONES

- θ : Inclinación del eje de rotación (ángulo azimutal)
 ϕ : Rotación sobre el vértice del secundario (ángulo polar)
 Δx : Desviación lateral
 Δy : Desviación lateral
 Δz : Desviación sobre el eje óptico.

Los tres últimos parámetros (Δx , Δy , y Δz) definen la traslación del *centroide geométrico* del anillo inferior del hexápodo con respecto a su posición inicial (la que ocupa cuando todos los actuadores tienen la misma longitud).

TIPO DE RASTREO

CAMBIO DE MODO : permite conmutar entre el modo de barrido rápido (bombardeo radial de la pupila) y el de recorrido exhaustivo. De acuerdo con el tipo de barrido, los botones de la ventana son:

para el modo de bombardeo exhaustivo:

- prx : puntos de rastreo horizontal
 pry : puntos de rastreo vertical.

ó bien, para rastreo rápido :

- nc : número de círculos concéntricos
 ppc : número de puntos de rastreo por cada círculo
 nr : número de líneas radiales de rastreo
 ppr : número de puntos de rastreo por cada radio

II. *Las de despliegue gráfico*, en las que se observa el estado de la simulación y la imagen formada sobre el CCD.

RETINA. Muestra el estado del bombardeo sobre la "retina" del telescopio. El círculo exterior corresponde al perímetro del espejo primario y el interior representa el agujero central. El bombardeo procede enviando rayos paralelos al eje óptico del espejo primario, cuya posición de incidencia se muestra en esta ventana.

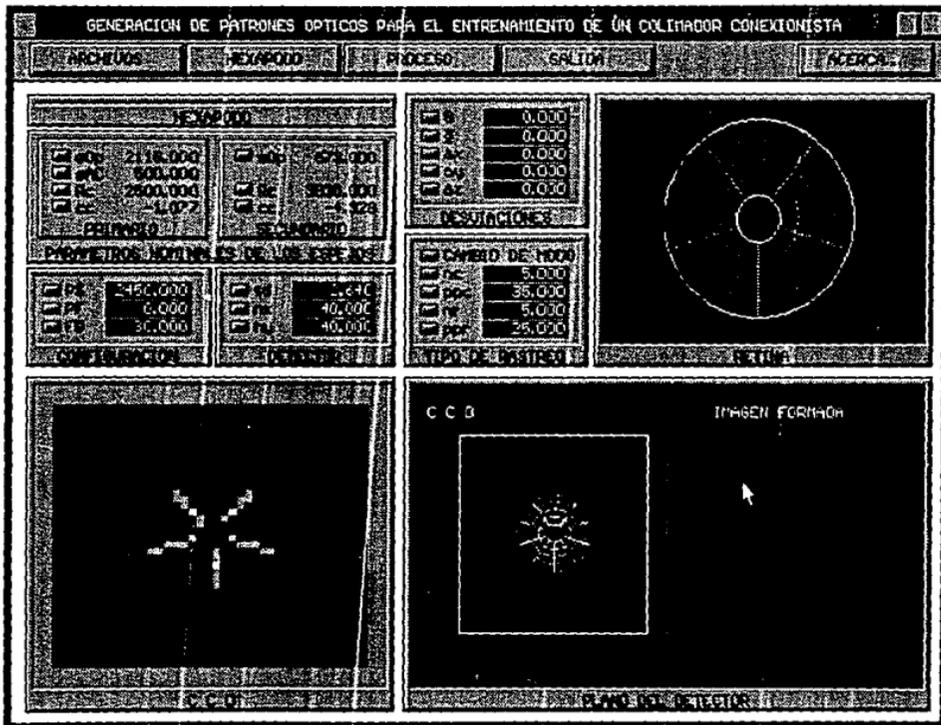
PLANO DEL DETECTOR. En ella se observa el lugar de incidencia de cada rayo sobre el detector; esto es, el lugar que alcanza después de haber sido reflejado por ambos espejos.

CCD. Este cuadro muestra, usando niveles de gris, el patrón obtenido al restar las imágenes generadas en los detectores pre y posfocal.

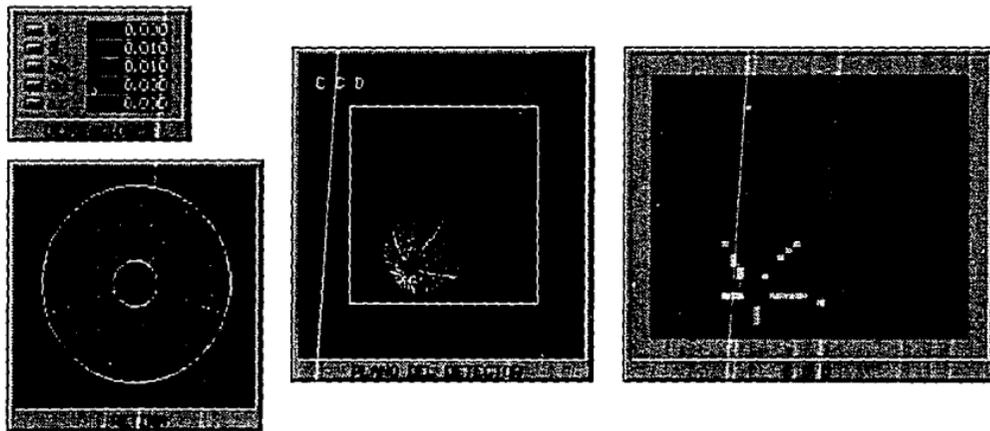
En cuanto a la generación de las imágenes correspondientes al telescopio, la figura 3 muestra la utilidad del *modo de barrido rápido* (radial). El uso de este modo de proceso permite determinar fácilmente si es o no necesario llevar a cabo la simulación completa de una imagen particular. Por ejemplo, en la imagen 3a se observa el patrón generado por el sistema óptico cuando no hay desviaciones mecánicas. En este caso, la suma de las imágenes pre y posfocal se cancela, de manera que no se obtiene un patrón sobre el CCD; sin embargo, el hecho de que el barrido rápido se haga usando sólo algunos rayos no permite tal cancelación pues, como se mencionó en la sección anterior, ésta es resultado de *promediar* las intensidades obtenidas en cada punto del detector; y, en el caso del barrido rápido, el número de rayos por detector individual no es suficiente para producir este efecto. Esto permite observar la posición y área ocupadas por la imagen en el CCD y determinar, con base en ellas, posibles modificaciones de las desviaciones empleadas ó de los parámetros del sistema óptico.

En particular, en este caso el modo de barrido rápido se empleó fundamentalmente para definir el *rango de interés* de cada uno de los parámetros de desviación mecánica, así como el número de *muestras a considerar* dentro de ese intervalo. Se obtuvieron los siguientes rangos:

Desviaciones traslacionales	
Desviación en x	-0.025 mm a 0.025 mm
Desviación en y	-0.025 mm a 0.025 mm
Desviación en z	-0.025 mm a 0.025 mm
Desviaciones Rotacionales	
Angulo Azimutal (ϕ)	irrestringido (de 0° a 360°)
Angulo Polar (θ)	-0.025° a 0.025°



(a) Imagen generada por la configuración inicial del telescopio (sin desviaciones) usando el modo de barrido rápido



(b) imagen de barrido rápido obtenida para desviaciones no nulas del espejo secundario

Fig. 3 Imágenes de barrido rápido

Por otro lado, para generar el catálogo de imágenes de entrenamiento del asociador neuronal, se hicieron pruebas adicionales para determinar el número de niveles a asignar para cada uno de los parámetros (esto es, el número de valores a tomar dentro de cada intervalo). Se decidió emplear cinco valores para cada parámetro, pues: (1) no hay grandes diferencias cualitativas entre la imagen correspondiente a un valor y la asociada con valores cercanos; (2) el uso de cinco valores permite obtener imágenes correspondientes a posiciones simétricas con respecto a la posición en que no hay deformaciones (desviación nula) (por ejemplo: $-2, -1, 0, 1, 2$); y (3) finalmente, dado que se debe explorar un espacio de cinco parámetros, el número de imágenes a generar crece muy rápidamente al aumentar el número de niveles de cada uno de ellos.

Con cinco niveles para cada parámetro de desviación, se obtiene un total de 5^3 (3125) combinaciones diferentes (a cada una de las cuales corresponde una imagen). Para la elaboración del catálogo se seleccionaron las combinaciones de parámetros de asociación mecánica que mantienen la imagen dentro del CCD. El CCD considerado para las simulaciones tiene 2.64 mm de lado y está formado por 625 detectores individuales en un arreglo de 25×25 .

Como era de esperarse, no se aprecian diferencias cualitativas importantes entre imágenes correspondientes a parámetros cercanos, y pueden observarse fácilmente similitudes entre el tipo de deformación sufrida por la imagen y el tipo de desviación que la produce. Es precisamente esta relación la que se intenta parametrizar con el asociador neuronal, de modo que será con base en ella que, en el siguiente capítulo, se definirá el tipo de arquitectura y entrenamiento de la red.

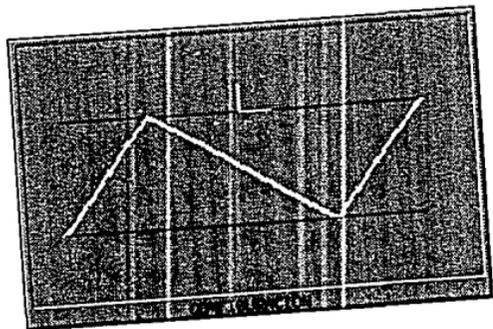
La figura 4 muestra la ventana correspondiente a la simulación del hexápodo. En la parte superior izquierda se despliegan los valores que definen la configuración:

ϕ_{CS} : diámetro del círculo superior ,
 ϕ_{CI} : diámetro del círculo inferior, y
 L_0 : longitud original de los actuadores.

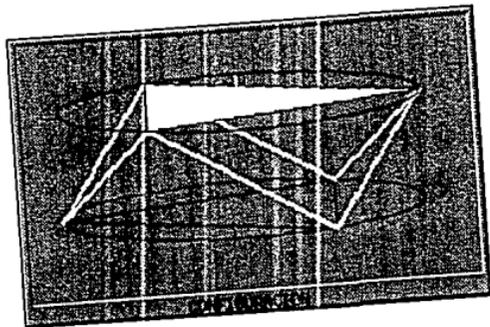
En el recuadro central izquierdo, *longitudes*, se muestra la longitud de cada uno de los actuadores; en la posición inicial, todos tienen el valor de L_0 , y pueden modificarse empleando los botones asociados con cada uno. El cuadro de central inferior muestra la nomenclatura usada para los actuadores; esto es, su posición con respecto a los ejes coordenados.

El cuadro inferior izquierdo, *desviaciones*, permite modificar los parámetros mecánicos de desviación; cada uno de ellos tiene dos botones asociados: uno para dar el *nuevo valor* del parámetro correspondiente, y otro para especificar un incremento (positivo ó negativo) que debe afectar al valor actual.

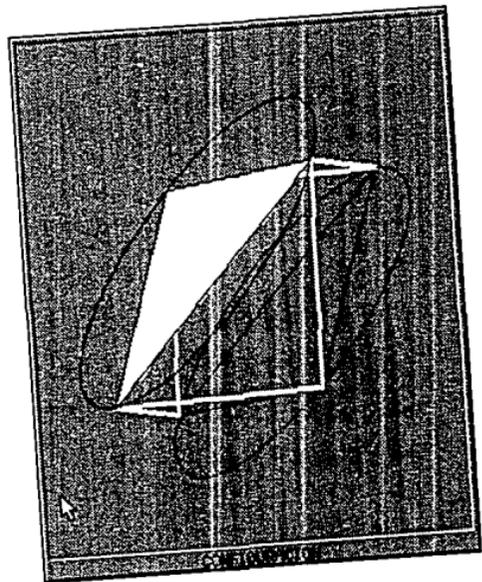
Al modificar los parámetros contenidos en uno de estos dos cuadros (*longitudes* y *desviaciones*) se actualizan de inmediato los valores correspondientes al otro; es decir, si



(a)



(b)



(c)

Fig. 5 Tres vistas del hexápodo sin deformación

se altera, por ejemplo, la longitud del actuador L11, el anillo inferior del hexápodo cambia de posición, y deben calcularse los nuevos valores de las desviaciones mecánicas. Esto se debe a que ambos conjuntos de parámetros juegan el papel de coordenadas en dos representaciones diferentes que, aunque describen al mismo cuerpo, guardan entre sí relaciones no lineales debidas a la no linealidad del sistema.

Los botones del cuadro medio superior de la ventana del hexápodo, *rotaciones*, permiten modificar la orientación de éste en la ventana de configuración, de manera que pueden examinarse diferentes vistas del sistema para obtener una idea clara del efecto producido al alterar algún parámetro. Estos botones están colocados alrededor de una representación del sistema de ejes coordenados en la que se muestra sobre qué eje actúan. Las figuras 5 a, b y c muestran tres vistas del hexápodo en la posición de inicio (sin deformaciones).

En las figuras 6 a 10 pueden observarse varias vistas de dos configuraciones del hexápodo en las que se ha modificado la longitud inicial de los actuadores (se muestran además, en ambos casos, las ventanas correspondientes a la definición de longitudes y desviaciones).

En la figura 7 se muestran tres vistas (superior, lateral y oblicua) de la configuración obtenida al rotar el espejo secundario del telescopio veinte grados con respecto a su posición de inicio. Aunque este tipo de deformación no afecta en nada la imagen generada en los planos de detección (debido a la simetría azimutal del espejo secundario), sus efectos sobre las longitudes de los actuadores deben considerarse al determinar los movimientos necesarios de éstos. En este caso, puede observarse que una rotación azimutal *pura* del anillo inferior del hexápodo (esto es, cuando no se presenta en combinación con otro tipo de deformación mecánica), genera una configuración en la que hay sólo dos valores para la longitud de los actuadores (en este caso, 8.412 y 5.591), que se van alternando alrededor del anillo.

La figura 8 muestra una configuración que se obtuvo, a diferencia de la anterior, modificando la longitud de los actuadores (en lugar de los parámetros de traslación y rotación). Se muestran las mismas tres vistas del hexápodo (superior, lateral y oblicua) luego de haber aumentado la longitud de dos actuadores opuestos, en este caso los valores L12 y L31. El efecto de este tipo de deformación es una traslación *pura* (la orientación del anillo inferior permanece sin cambio; la figura muestra que $\Delta\theta = -58.83^\circ$, sin embargo, debe recordarse que el valor de $\Delta\theta$ no define una deformación cuando $\Delta\phi$ es cero). Más aún, la traslación es, en el plano XY, paralela a la proyección de los actuadores cuyo valor se aumentó. Esto, sin embargo, resulta de poca utilidad para el control del sistema ya que, dada su no linealidad, la situación se presenta sólo en el caso descrito (en el que se parte de la posición inicial y se alteran *sólo dos actuadores opuestos*), de manera que no es posible componer este tipo de movimientos para obtener una traslación dada.

En la figura 9 pueden observarse las acciones necesarias de los actuadores para generar una rotación de diez grados sobre el eje x en el espejo secundario. Como en los

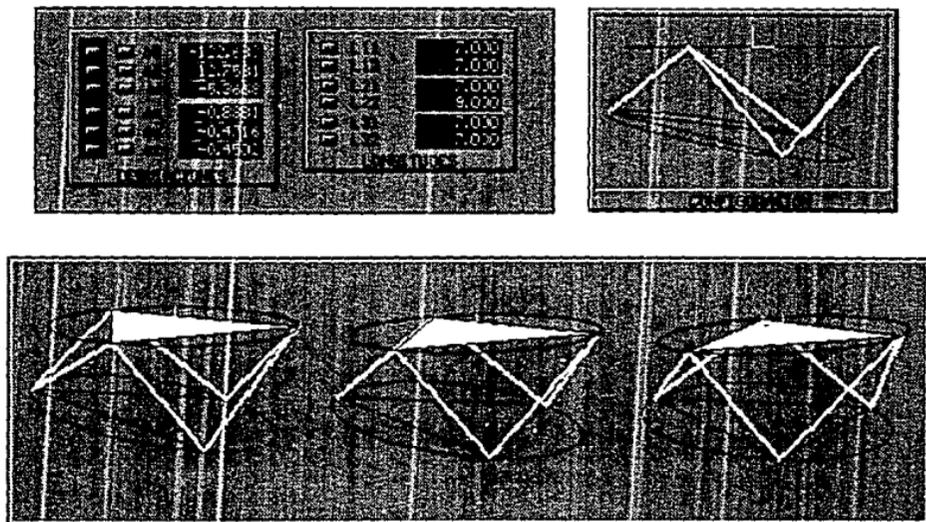


Fig. 6 Varias vistas del hexápodo con un actuador alterado.

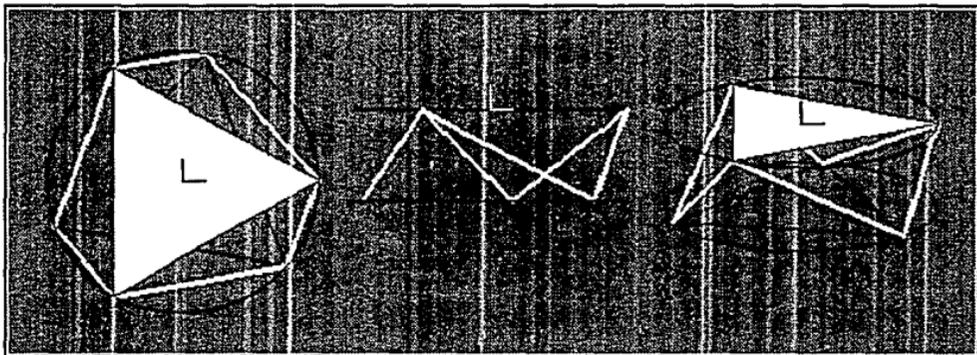
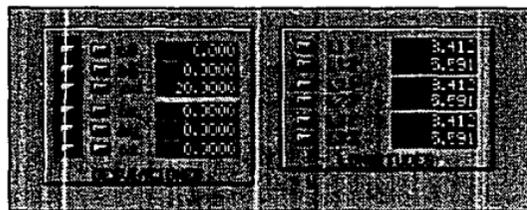


Fig. 7 Rotación azimutal del anillo inferior

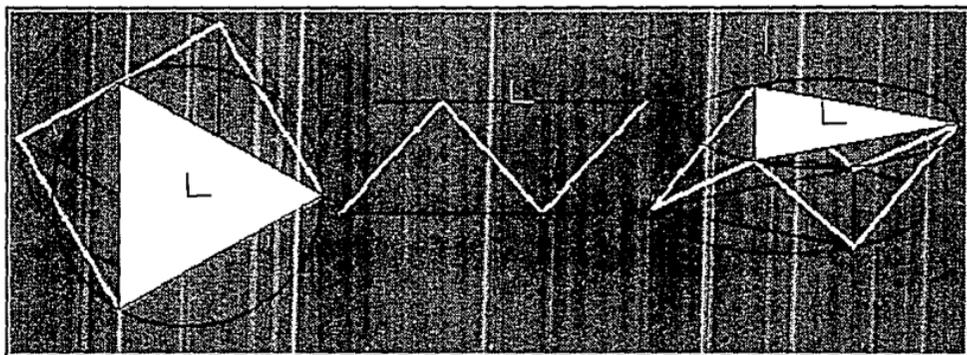
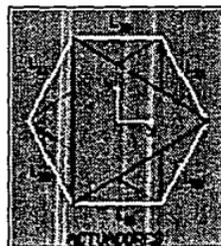
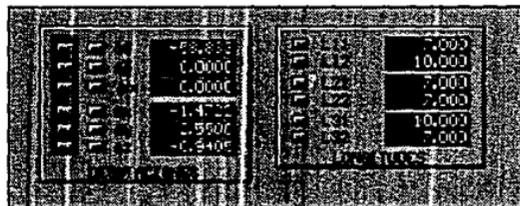


Fig. 8 Modificación de actuadores

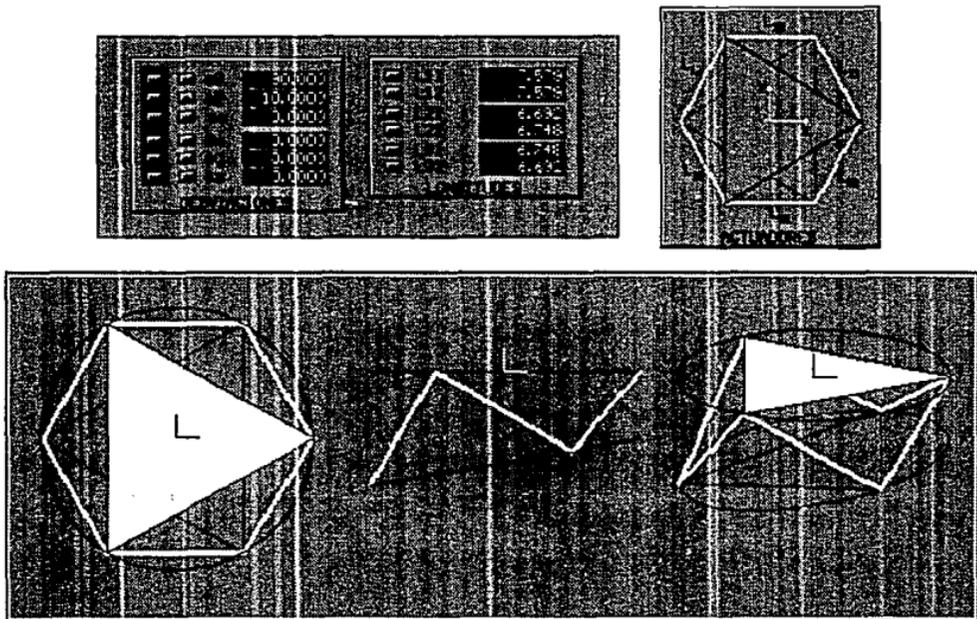


Fig. 9 Rotación polar de 10 grados

casos anteriores, las longitudes de los actuadores muestran un patrón fácil de comprender que, sin embargo, no es aplicable en general. En este caso, las longitudes definen tres pares de actuadores, cada par con actuadores de una misma longitud: dos con brazos contiguos ($L11$, $L12$ y $L31$, $L22$), y uno con los actuadores opuestos que separan a los dos pares anteriores ($L32$ y $L21$).

Finalmente, la figura 10 muestra un hexápodo en el que los anillos superior e inferior tienen diámetros distintos (esto se ve claramente en la primera vista del recuadro inferior).

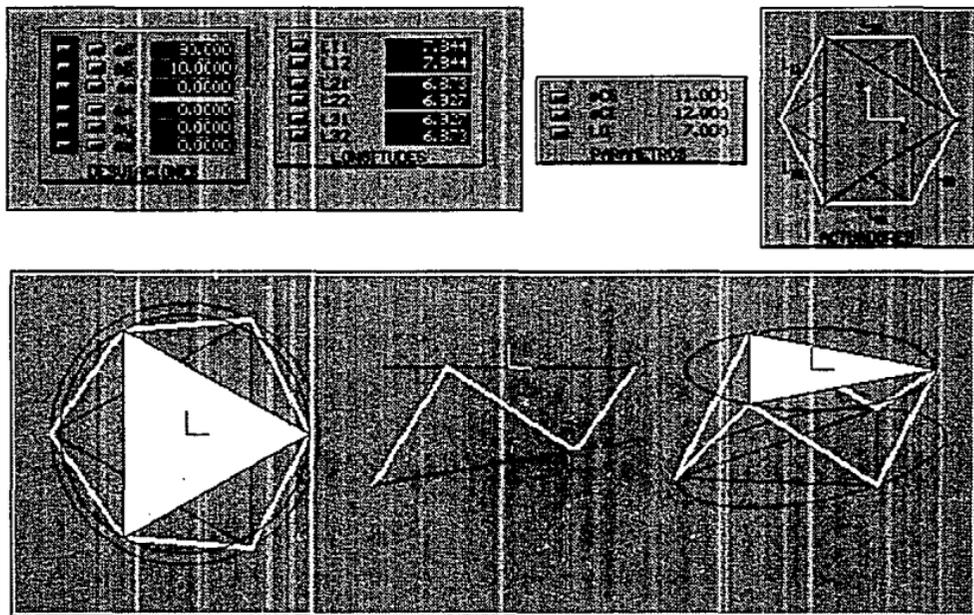


Fig. 10 Rotación polar en un hexápodo con anillos de diámetros diferentes.

CAPÍTULO

VI

**SELECCIÓN Y
ENTRENAMIENTO DEL
MODELO NEURONAL**

VI SELECCIÓN Y ENTRENAMIENTO DEL MODELO NEURONAL

Una vez implementado el generador de imágenes, se procedió a elaborar un catálogo que incluye los patrones de intensidad correspondientes a configuraciones dadas de los parámetros de desviación mecánica. De este catálogo, se escogieron cincuenta imágenes para entrenar al asociador neuronal, con las que se generaron los parámetros descriptivos (centroide, eje de simetría) correspondientes. Una vez definido el conjunto de patrones de entrenamiento (parejas entrada-salida), formados por los *parámetros descriptivos de la imagen* (entrada) y los *parámetros de desviación mecánica* que la formaron (salida), se creó con ellos una base de datos, que fue posteriormente alimentada al simulador comercial NeuroShell v. 4.1 para entrenar una red de retropropagación de tres capas (capa de entrada, capa escondida y capa de salida).

Si bien los requisitos mencionados pueden cubrirse empleando varios modelos de redes neuronales artificiales, el número de nodos en las capas de entrada y de salida (cuatro y cinco, respectivamente) y el tipo de mapeo necesario (no lineal, entre variables continuas) permitieron definir que el modelo neuronal empleado sería el de retropropagación.

VI.1 SELECCIÓN

VI.1.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS PATRONES DE ENTRENAMIENTO

Las parejas entrada-salida usadas para el entrenamiento constan, como ya se ha mencionado, de un vector de entrada de cuatro componentes (parámetros obtenidos tras el preproceso de cada imagen) y uno de salida con cinco componentes (parámetros de desviación mecánica: tres de desviación traslacional y dos rotacionales). Por otro lado, los componentes de ambos vectores toman valores reales, y basta que la asociación necesaria entre ambos conjuntos sea unidireccional.

Originalmente, el número de unidades empleadas en la capa escondida (intermedia) fue el sugerido por el sistema de simulación empleado (6); sin embargo, la red generada con esta cantidad de nodos escondidos mostró problemas importantes de convergencia; algo similar sucedió después con una red con 50 nodos ocultos. Entre otras pruebas, se disminuyó (a treinta) el número de nodos en la capa oculta, y ésto arrojó el resultado que se buscaba: la convergencia era mucho más rápida y el histograma de errores locales (i.e.,

las diferencias entre los valores obtenidos para cada uno de los patrones de entrada y los deseados) se trasladó hacia magnitudes pequeñas.

VI.1.2 FUNCIÓN DE LA RED

La función de la red en la arquitectura global del sistema de colimación consiste en asociar las imágenes obtenidas con el CCD con los parámetros de desviación mecánica asociados con ellas. Aunque esto se ha mencionado previamente, es importante reiterar que las desviaciones mecánicas obtenidas con la red neuronal corresponden a las desviaciones *actuales* del espejo secundario con respecto a su posición ideal, que son independientes de las desviaciones presentes en el sistema debido a esfuerzos estructurales, deformaciones de origen térmico, etc. (es precisamente esta independencia la que hizo necesaria la definición de los mapeos entre desviaciones mecánicas y longitud de los actuadores del hexápodo). Las correcciones necesarias para eliminar la desviación del espejo secundario del telescopio deben añadirse a las ya presentes en el hexápodo para obtener la configuración que corrija la imagen obtenida.

VI.2 METODOLOGÍA DE ENTRENAMIENTO

El conjunto de patrones de entrenamiento para el modelo neuronal empleado se generó de acuerdo con el esquema mostrado en la figura 1. El conjunto de desviaciones mecánicas se alimenta al generador de imágenes (simulador del telescopio) para obtener la imagen correspondiente y, a partir de ella, el juego de parámetros descriptivos correspondientes. Estos, una vez obtenidos, constituyen el vector de entrada del patrón generado; por otro lado, el vector de salida correspondiente está compuesto por los cinco parámetros de desviación mecánica.

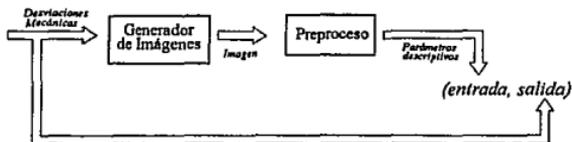


Fig. 1 Generación de los patrones de entrenamiento para el modelo neuronal.

Este proceso se repite para cada juego de parámetros (de desviación mecánica) que se quiera incluir en el conjunto de patrones de entrenamiento. Una vez generados estos patrones, y almacenados todos en una base de datos (dBase III+), se presentan repetidamente al modelo neuronal, a fin de modificar los pesos sinápticos para reducir los errores de la red. Esta última parte se llevó a cabo con el simulador *NeuroShell v. 4.1*, que, tomando la base de datos con el conjunto de patrones de entrenamiento, los presenta a la red -siguiendo una secuencia aleatoria o rotada, dependiendo de la selección hecha por el usuario- hasta que el valor de un indicador de errores cometidos por la red (función de error) es menor que algún valor de tolerancia.

VI.3 RESULTADOS OBTENIDOS

Las siguientes tablas muestran la salida de la red ya entrenada para algunos de los patrones de entrenamiento. Como puede verse, la diferencia porcentual promedio entre las salidas de la red y los parámetros que generaron cada imagen es de un 2%. Esto resulta muy significativo, pues la red fue entrenada con los patrones obtenidos a partir de imágenes construidas con una resolución de 25x25 puntos; resolución que, si bien es suficiente para que cada imagen conserve la información necesaria para la determinación aproximada de los parámetros que la generaron, también la degrada de manera importante.

El modelo neuronal que se entrenó (para llevar a cabo la asociación de patrones) fue una red estándar de retropropagación con tres capas. La función de activación de los procesadores es sigmoïdal y la actualización de pesos se hizo con un coeficiente inicial de aprendizaje de 0.6 y una tasa de inercia (*momentum rate*) de 0.9.

Las figuras 1, 2 y 3 muestran histogramas de los errores locales correspondientes a tres redes entrenadas con los patrones obtenidos. Debido a la forma escogida para la codificación de imágenes, y al número de parámetros de desviación mecánica a obtener, todas ellas tienen cuatro nodos en la capa de entrada y cinco en la de salida.

La primera de ellas fue entrenada usando 24 patrones, generados usando un barrido de 200x200 rayos (*px* y *py*; véase capítulo V) sobre un CCD de 25x25 puntos. La red tiene una capa intermedia de sólo seis neuronas (número sugerido por el simulador). En este caso, los patrones corresponden a configuraciones del telescopio en las que el espejo secundario ha sufrido traslaciones puras (hay cambios en los valores de *x*, *y* y *z*, pero no hay desviaciones angulares). Como puede verse, en este caso la red responde muy bien al entrenamiento, y clasifica correctamente todos los patrones presentados; esto es, todos los errores están por debajo de 0.0001, en las unidades correspondientes a cada nodo (o bien, a cada parámetro de desviación). Cabe mencionar que, en el sistema de unidades empleado para alimentar los parámetros a la red, los errores de posición producen efectos apreciables sólo hasta que su magnitud supera la unidad, de

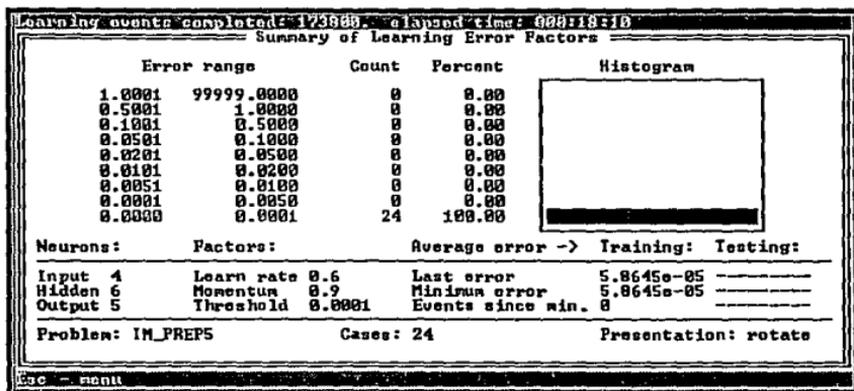


Fig. 1 Histograma de errores de la primera red

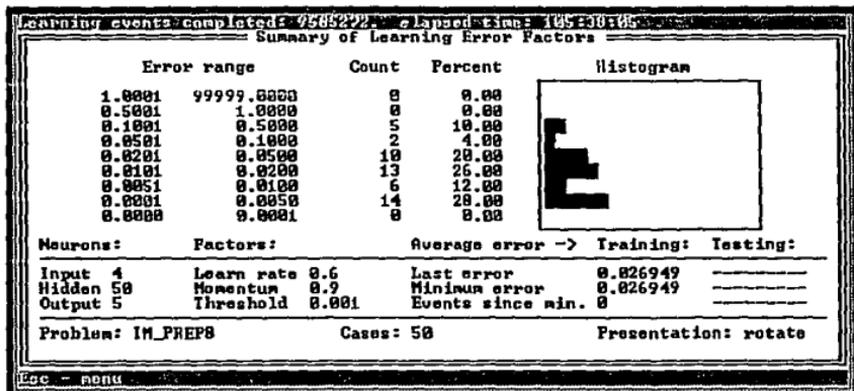


Fig. 2 Histograma de errores de la segunda red

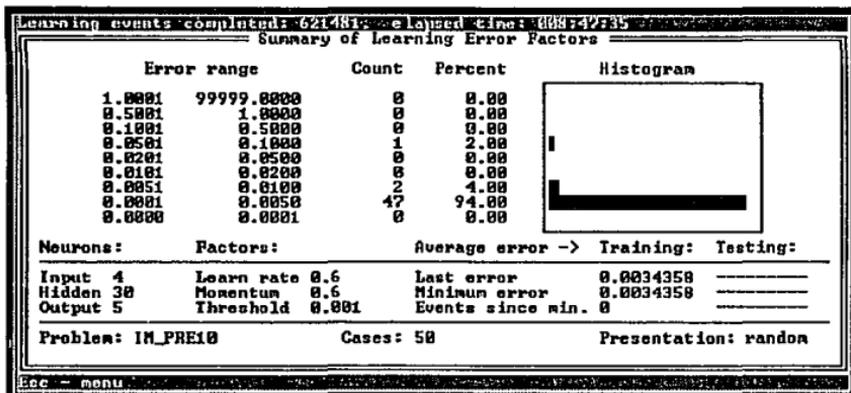


Fig. 3 Histograma de errores de la tercera red

manera que los errores cometidos por esta primera red (que sólo reconoce traslaciones puras) son perfectamente aceptables.

Sin embargo, al entrenar esta misma red empleando otro conjunto de imágenes, en el que se han empleado también configuraciones *rotadas* del espejo secundario, los resultados obtenidos fueron muy pobres.

Por otro lado, la capa intermedia de la red correspondiente a la figura 2 está formada por 50 neuronas. Esta red fue entrenada con los patrones correspondientes a 50 configuraciones del telescopio (que combinan traslaciones y rotaciones; los patrones empleados para el entrenamiento se muestran en la tabla 1), barridas con 250x250 haces sobre la superficie del espejo primario, y con un CCD de 25x25. Al iniciarse el entrenamiento de la red, el histograma se desplazó lentamente hacia la región de errores pequeños; sin embargo, luego de cierta cantidad de tiempo de entrenamiento, la magnitud media de los errores locales comenzó a oscilar. Si bien era posible detener el entrenamiento en un momento en que los errores fueran pequeños, la confiabilidad de la red obtenida de esa forma hubiese sido baja, pues difícilmente podría demostrarse que respondería correctamente ante casos no incluidos en el entrenamiento.

Finalmente, se entrenó una red similar con 30 nodos en la capa intermedia. También en este caso se emplearon los 50 patrones generados con 250x250 haces sobre un CCD de 25x25. Como puede verse en el histograma de la figura 3, el 94% de los errores obtenidos por esta red están en el rango de 0.0001 a 0.005. En este caso, además, no se obtuvo el efecto de "oscilación" mencionado para la red anterior, pese a que cuenta con un número considerablemente menor de nodos en la capa intermedia.

La tabla 1 muestra los patrones empleados para el entrenamiento de las dos últimas redes. Las columnas D1 a D4 corresponden a los parámetros obtenidos de la imagen generada cuando las desviaciones del espejo secundario son las indicadas por las columnas x , y , z , θ , y ϕ . Por otro lado, en la tabla 2 se muestran las salidas de la red para cada uno de los vectores de entrada del conjunto de entrenamiento. Como puede verse, los valores obtenidos por la red no se alejan en más del 10% de los valores esperados para cada combinación.

Tabla 1. Conjunto de entrenamiento.

Entradas				Salidas deseadas				
D1	D2	D3	D4	θ	ϕ	X	Y	Z
78.8981	78.8981	5.0726	5.0726	0	0	-24	-24	0
77.8446	64.2307	3.6136	1.3055	0	0	-24	-12	0
77.3570	50.9999	3.3930	0.3557	0	0	-24	0	0
77.8446	37.7961	3.6136	1.3262	0	0	-24	12	0
78.8981	23.1016	5.0726	5.0743	0	0	-24	24	0
64.2707	77.8446	1.3055	3.6136	0	0	-12	-24	0
63.7665	63.7665	3.7270	3.7270	0	0	-12	-12	0
63.2589	50.9989	4.8753	0.7435	0	0	-12	0	0
63.7665	38.2330	3.7270	3.7270	0	0	-12	12	0
64.2307	24.1551	1.3055	3.6163	0	0	-12	24	0
50.9999	77.3570	0.3557	3.3930	0	0	0	-24	0
50.9999	63.2589	0.7435	4.8753	0	0	0	-12	0
42.0000	42.0000	17.9028	17.9028	0	0	0	0	0
50.9988	38.7446	0.7458	4.8909	0	0	0	12	0
50.9999	24.6428	0.3557	3.3956	0	0	0	24	0
37.7691	77.8446	1.3262	3.6136	0	0	12	-24	0
38.2330	63.7665	3.7230	3.7263	0	0	12	-12	0
38.7446	50.9988	4.8909	0.7458	0	0	12	0	0
38.2330	38.2330	3.7230	3.7230	0	0	12	12	0
38.7691	24.1551	1.3262	3.6163	0	0	12	24	0
23.1016	78.8981	5.0743	5.0726	0	0	24	-24	0
24.1551	64.2307	3.6163	1.3055	0	0	24	-12	0
24.6428	50.9999	3.3956	0.3557	0	0	24	0	0
24.1551	37.7691	3.6163	1.3262	0	0	24	12	0
23.1016	23.1016	5.0743	5.0743	0	0	24	24	0

continúa...

...continuación de la tabla 1

Entradas				Salidas deseadas				
D1	D2	D3	D4	θ	ϕ	X	Y	Z
77.5153	33.2163	3.5056	3.7527	0	-12	-24	-12	0
77.5153	68.7835	3.6056	3.7506	0	12	-24	12	0
77.1490	83.9401	3.0230	5.3321	0	24	-24	24	0
62.9650	83.8788	53.7510	4.2147	0	24	-12	24	0
62.9647	18.1204	5.3763	4.2103	0	-24	-12	-24	0
63.3418	33.4773	4.5297	4.5568	0	-12	-12	-12	0
77.1489	18.0598	3.0240	5.3324	0	-24	-24	-24	0
63.3418	68.5207	4.5297	4.5686	0	12	-12	12	0
50.9962	67.4068	1.1346	7.8521	0	12	0	12	0
50.9986	18.5767	0.7982	6.2112	0	-24	0	-24	0
50.9962	34.5856	1.1346	7.8397	0	-12	0	-12	0
50.9987	83.4221	0.7827	6.2140	0	24	0	24	0
39.0330	83.8788	5.3671	4.2147	0	24	12	24	0
39.0330	18.1204	5.3684	4.2103	0	-24	12	-24	0
38.6562	33.4773	4.5188	4.5568	0	-12	12	-12	0
38.6562	68.5207	4.5188	4.5686	0	12	12	12	0
24.4845	68.7835	3.6076	3.7506	0	12	24	12	0
24.4845	33.2163	3.6076	3.7527	0	-12	24	-12	0
24.8509	18.0598	3.0203	5.3324	0	-24	24	-24	0
24.8508	83.9401	3.0194	5.3321	0	24	24	24	0
18.1855	32.8969	4.7462	2.6855	288	-24	-12	0	-12
49.3720	49.0103	15.2753	17.9188	144	12	0	0	6
49.8340	48.8812	14.0087	20.1764	288	0	12	24	6
50.9988	63.1891	1.0122	6.4474	144	0	0	-12	-12
50.9992	81.0381	0.6447	5.8035	0	12	0	0	0

Tabla 2. Casos clasificados

Caso clasificado	Entradas				Salidas de la red				
	D1	D2	D3	D4	θ	ϕ	X	Y	Z
1	23.1016	23.1016	5.0743	5.0743	0	-3.5243	23.1085	21.4449	-3.2195
2	24.1551	37.7691	3.6163	1.3262	7.2387	-1.1640	23.1345	14.1403	-2.1744
3	77.5153	33.2163	3.5056	3.7527	9.3507	-12.5845	-23.6835	-10.4826	-2.2460
4	24.6428	50.9999	3.3956	0.3557	4.2167	-1.6319	24.1884	1.1958	-2.1097
5	77.5153	68.7835	3.6056	3.7506	0	10.2201	-23.6684	10.8782	-2.6942
6	24.1551	64.2307	3.6163	1.3055	6.8692	-1.0145	24.2310	-11.3759	-2.9506
7	77.1490	83.9401	3.0230	5.3321	3.9951	23.6813	-23.8388	24.6415	-3.1863
8	23.1016	78.8981	5.0743	5.0726	12.5706	-0.0335	23.2124	-22.9605	-4.0158
9	62.9650	83.8788	53.7510	4.2147	6.2332	25	-12.3213	24.0809	-3.5757
10	38.7691	24.1551	1.3262	3.6163	8.8546	-1.2012	11.8571	24.0732	-1.6171
11	62.9647	18.1204	5.3763	4.2103	0	-24.8367	-12.3669	-25	-2.6521
12	38.2330	38.2330	3.7230	3.7230	0.6184	-0.6740	10.7909	11.1254	-2.1672
13	63.3418	33.4773	4.5297	4.5568	0.4285	-12.9062	-10.8176	-11.6192	-1.9984
14	38.7446	50.9988	4.8909	0.7458	1.1796	-1.6835	12.1009	0.3575	-2.2463
15	77.1489	18.0598	3.0240	5.3324	11.8890	-25	-23.6937	-25	-2.2183
16	38.2330	63.7665	3.7230	3.7263	23.4346	-0.2579	-10.9892	-11.7163	-4.2413
17	63.3418	68.5207	4.5297	4.5686	0	11.2211	-11.9342	12.1988	-2.7706
18	37.7691	77.8446	1.3262	3.6136	3.9120	-1.0059	12.0993	-23.2438	-3.2907
19	50.9962	67.4068	1.1346	7.8521	24.2904	10.6118	0.2783	13.0586	-4.6765
20	50.9999	24.6428	0.3557	3.3956	10.3228	-2.6570	0.4410	22.7500	-2.0582
21	50.9986	18.5767	0.7982	6.2112	5.1668	-25	-0.2974	-24.9569	-2.4356
22	50.9988	38.7446	0.7458	4.8909	9.3314	0.9010	-0.2269	13.7779	-2.4407
23	50.9962	34.5856	1.1346	7.8397	9.8157	-13.2165	1.1476	-10.9580	-2.6640
24	42.0000	42.0000	17.9028	17.9028	5.6764	0.6051	-0.2080	0.0315	-1.3675
25	50.9987	83.4221	0.7827	6.2140	7.4560	24.0937	-0.2752	25	-4.1361

continúa...

...continuación de la tabla 2

Caso clasificado	Entradas				Salidas de la red				
	D1	D2	D3	D4	θ	ϕ	X	Y	Z
26	50.9999	63.2589	0.7435	4.8753	47.3413	-1.5353	-0.0620	-12.5885	-5.3875
27	39.0330	83.8788	5.3671	4.2147	0	23.0825	10.5102	24.0248	-3.3709
28	50.9999	77.3570	0.3557	3.3930	0.7510	-1.6811	0.3233	-23.1094	-3.5940
29	39.0330	18.1204	5.3684	4.2103	0	-24.9005	11.2237	-24.9107	-2.3856
30	64.2307	24.1551	1.3055	3.6163	3.4672	-0.8317	-12.3184	22.6785	-1.9502
31	38.6562	33.4773	4.5188	4.5568	0.6993	-14.4314	10.7300	-11.6146	-2.7380
32	63.7665	38.2330	3.7270	3.7270	0	0.9242	-11.8972	10.6596	-1.3335
33	38.6562	68.5207	4.5188	4.5686	0	10.6966	10.3955	13.5052	-3.3187
34	63.2589	50.9989	4.8753	0.7435	1.6327	-1.0231	-12.9329	0.7548	-2.2162
35	24.4845	68.7835	3.6076	3.7506	0	10.1723	24.4643	10.1133	-2.2709
36	63.7665	63.7665	3.7270	3.7270	18.8647	0.6636	-12.5168	-12.2142	-3.8151
37	24.4845	33.2163	3.6076	3.7527	7.6989	-13.7236	23.8286	-10.4220	-2.5745
38	64.2707	77.8446	1.3055	3.6136	0	-1.4112	-12.7306	-24.6562	-3.1359
39	24.8509	18.0598	3.0203	5.3324	11.9874	-24.9471	24.6995	-25	-1.8516
40	78.8981	23.1016	5.0726	5.0743	4.7465	-2	-24.6140	21.4165	-2.2638
41	24.8508	83.9401	3.0194	5.3321	6.7380	24.1912	24.0036	25	-3.3164
42	77.8446	37.7961	3.6136	1.3262	0	0.5918	-24.6920	12.4666	-1.9045
43	18.1855	32.8969	4.7462	2.6855	297.2097	-24.1178	-12.3943	0.8248	-1.92
44	77.3570	50.9999	3.3930	0.3557	0	-0.9129	-24.0261	2.0973	-2.4051
45	49.3720	49.0103	15.2753	17.9188	168.5894	8.6279	0.9495	1.8577	1.7174
46	77.8446	64.2307	3.6136	1.3055	3.7552	-0.4717	-24.3512	-10.9521	-3.5791
47	49.8340	48.8812	14.0087	20.1764	293.4805	0.8566	11.9361	23.1054	5.8909
48	78.8981	78.8981	5.0726	5.0726	4.5440	0.9588	-24.7538	-23.4874	-2.6984
49	50.9988	63.1891	1.0122	6.4474	59.4890	-0.1267	-0.2411	-13.2528	-5.4911
50	50.9992	81.0381	0.6447	5.8035	7.9956	13.0245	0.0111	0.6229	-4.0434

CAPÍTULO

VII

CONCLUSIONES

VII CONCLUSIONES

El diseño de un sistema como el controlador descrito en este trabajo, junto con todas las herramientas de hardware y software necesarias para su preparación y funcionamiento (el simulador de la óptica del telescopio, el de la geometría del hexápodo, el hexápodo mismo, los controladores electromecánicos necesarios para su control, etc.), requiere de la interacción de varias disciplinas, tanto científicas como tecnológicas, que ha permitido definir lo que ya empieza a llamarse la *Sexta Generación* de computadoras [Arbib, 1987], en la que se combinan máquinas seriales (con gran capacidad de proceso numérico) con modelos conexionistas (que pueden, por otro lado, ser entrenados para efectuar mapeos no lineales que difícilmente podrían caracterizarse). En el caso de este controlador, el sistema conexionista se encarga del mapeo entre los parámetros descriptivos de la imagen y las desviaciones posicionales correspondientes, y el procesador serial se emplea para obtener, a partir de una imagen, los mencionados parámetros descriptivos, y para llevar a cabo el mapeo entre las desviaciones mecánicas (provisas por el sistema conexionista) y las longitudes de cada uno de los seis actuadores del hexápodo. También en el caso de la tarea ejecutada por el procesador serial puede observarse una división importante, derivada del tipo de proceso que se lleva a cabo: por un lado, la obtención de las longitudes de cada actuador a partir de las desviaciones mecánicas se hace por medio de un proceso directo de cálculo (simplemente sustituyendo en algunas fórmulas los valores correspondientes a cada parámetro), mientras que el mapeo inverso (en el que se obtienen las desviaciones mecánicas a partir de las longitudes) requirió el planteamiento de un método numérico de aproximaciones sucesivas definido con base en características geométricas del hexápodo.

Por otro lado, los resultados obtenidos en la exploración preliminar del comportamiento de una red neuronal como base del controlador muestran que:

- (1) Al validar la respuesta de los modelos basados en redes neuronales, debe tomarse en cuenta que un comportamiento inadecuado no se debe necesariamente a que la red sea insuficiente para llevar a cabo la tarea. La existencia de las "oscilaciones" mencionadas es una muestra de que, aún si la red es suficiente para llevar a cabo la tarea, su comportamiento puede no ser el esperado. En este caso, por ejemplo, la segunda red descrita (con 50 nodos en la capa intermedia) no se comporta adecuadamente, pese al hecho de que su capa intermedia es mayor que la de la tercera red (con sólo 30 nodos). Los problemas de convergencia de la primera no pueden deberse, entonces, a que tenga un número insuficiente de procesadores, pues una red menor es capaz de llevar a cabo la misma tarea (incluso a partir del mismo conjunto de entrenamiento). El problema puede estar relacionado con las condiciones iniciales del modelo; en este caso, es probable que los pesos iniciales de la red de 50 nodos, vistos como un vector en el espacio de fase

correspondiente, estuvieran en una región que lo llevara a un ciclo límite, o a las cercanías de un equilibrio estable, pero de convergencia lenta. Resulta entonces que para determinar que un modelo neuronal de ciertas dimensiones *no es capaz* de llevar a cabo una tarea, no basta observar su desempeño en una sesión de entrenamiento; es necesario hacer varias pruebas, en las que se haga partir a la red de diferentes condiciones iniciales (e incluso así, no se puede *asegurar* que la red sea insuficiente).

- (2) No obstante este tipo de problemas, este trabajo muestra que *un asociador conexionista puede hacerse cargo del mapeo* entre las imágenes -o alguna codificación de ellas, que en este caso está dada por los parámetros descriptivos (centroide y eje de simetría)- y las desviaciones mecánicas del espejo secundario. De hecho, el comportamiento desplegado por el modelo neuronal resultó mejor de lo que cabía esperar, pues para la exploración realizada se empleó un juego de *cuatro* parámetros descriptivos en un mapeo del que debían obtenerse *cinco* valores de desviación y, no obstante, la red fué capaz de reproducir aceptablemente el comportamiento del sistema (con los patrones empleados para el entrenamiento). Si bien el mapeo implementado por esta red aun no es lo suficientemente preciso como para usarse en el colimador, esta *demonstración de factibilidad*, objetivo principal de la tesis, justifica que se continúe trabajando sobre esta línea para la implementación del asociador neuronal para el colimador.
- (3) El mapeo efectuado por la red lleva vectores de dimensión cuatro a otros de dimensión cinco, de manera que sólo puede adaptarse adecuadamente a una hipersuperficie tetradimensional definida en el espacio imagen -pentadimensional-. En adelante, para la construcción y puesta a punto del colimador, la siguiente etapa del proyecto debe incluir la definición de *otro (u otros) parámetro(s) descriptivo(s)* que permitan aumentar la dimensión del dominio del mapeo, y observar el comportamiento de una red que tome como entrada los vectores así aumentados. Una vez refinado el modelo neuronal, únicamente será necesario comunicarlo con este grupo de simuladores, pues el sistema de simulación del hexápodo ya permite calcular la configuración del sistema a partir de las señales de control obtenidas por el asociador conexionista.

Finalmente, es importante hacer notar el posible uso del asociador descrito para la implementación de un sistema de óptica activa. La información contenida en los patrones de entrada empleados para entrenar al asociador no es sólo la suficiente para corregir la posición relativa de los espejos. Como se mencionó en el capítulo II, la resta de las imágenes (pre y posfocal) contiene información suficiente para reconstruir el frente de onda recibido, de manera que es posible, en principio, detectar las aberraciones de la imagen (independientemente de su causa) y corregirlas ya sea por medio de técnicas de proceso de imágenes, o mediante la modificación de la superficie del espejo primario.

CAPÍTULO

VIII

BIBLIOGRAFÍA

VIII. BIBLIOGRAFIA

- Amari, S. (1977a). A Mathematical Approach to Neural Systems. Systems Neuroscience. Metzler, J., ed. New York: Academic Press.
- Amari, S. (1977b). Neural Theory of Association and Concept-formation. Biol. Cybernetics 26, pp175-185
- Anderson, J. A.; Silverstein, J.W.; Ritz, S.A.; Jones, R. S. (1977). Distinctive Features, Categorical Perception, and Probability Learning: Some Applications of a Neural Model. Psychol. Rev. 85, pp 413-451.
- Anderson, J. A.; Mozer, M.C. (1981). Categorization and Selective Neurons. Parallel Models of Associative Memory. eds. G. E. Hinton and J. A. Anderson. Hillsdale: Erlbaum. pp 213-236.
- Anderson, J. A. (1968). A Memory Model Using Spatial Correlation Functions. Kybernetik 5. pp 113-119.
- Anderson, J. A. (1970). Two Models of Memory Organization. Mathematical Biosciences 8. pp 137-160.
- Arbib, Michael A. (1987). Brains, Machines and Mathematics. Springer Verlag.
- Barto, A. G.; Sutton, R. S.; Brouwer, P. S. (1981). Associative Search Network: A Reinforcement Learning Associative Memory. Biological Cybernetics. 40:201-211
- Baum, E. B., (1988). On the Capabilities of Multilayer Perceptrons. Journal of Complexity, 4:193,215.
- Beurle, R. L. (1956). Properties of a Mass of Cells Capable of Regenerating Pulses. Philosophical Transactions of the Royal Society of London B 240. pp 55-94.
- Bron, M.; Wolf, E. (1965). Principles of Optics. Pergamon, N.Y.
- Bryson, A. E.; Ho, Y. C. (1969). Applied Optimal Control. New York: Blaisdell.
- Caianiello, E.R. (1961). Outline of a Theory of Thought and Thinking Machines. Journal of Theoretical Biology 1. pp 204-235
- Carpenter, Gail A. (1989). Neural Networks Models for Pattern Recognition and Associative Memory. Neural Networks vol. 2 pp 243-257
- Cohen, M. A.; Grossberg, S. (1983). Absolute Stability of Global Pattern Formation and Parallel Memory Storage by Competitive Neural Networks. IEEE Trans. Syst. Man Cybern. SMC-13, 815-826.
- Cooper, L. N. (1974). A Possible Organization of Animal Memory and Learning. Proceedings of the Nobel Symposium on Collective Properties of Physical Systems. Lundquist, B.; Lundquist, S., eds. New York: Academic Press.
- Cragg, B. G.; Temperley, H. N. V. (1954). The Organizations of Neurons: A Cooperative Analogy. EEG and Clinical Neurophysiology vol. 6. pp 85-92.
- Cragg, B. G.; Temperley, H. N. V. (1955). Memory: The Analogy with Ferromagnetic Hysteresis. Brain 78,II. pp 304-316.

- Dayhoff, Judith E. (1990). *Neural Networks Architectures: An Introduction*. Van Nostrand Reinhold.
- Didday, R. L. (1976). A Model Visuomotor Mechanisms in the Frog Optic Tectum. *Math. Biosci.* 30. pp 169-180.
- Duda, R., Hart P. (1973). *Pattern Classification and Scene Analysis*. New York: Wiley Interscience.
- Grossberg, S. (1967). Nonlinear Difference-Differential Equations in Prediction and Learning Theory. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA* 58. pp 1329-1334.
- Grossberg, S. (1968a). Some Nonlinear Networks Capable of Learning a Spatial Pattern of Arbitrary Complexity. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA* 59. pp 368-372.
- Grossberg, S. (1968b). Some Physiological and Biochemical Consequences of Psychological Postulates. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA* 60. pp 758-765.
- Grossberg, S. (1969). Embedding Fields: A Theory of Learning with Physiological Implications. *Journal of Mathematical Psychology* 6. pp 209-239.
- Grossberg, S. (1972). Neural Expectation: Cerebellar and Retinal Analogs of Cells Fired by Learnable or Unlearned Pattern Classes. *Kybernetik* 10. pp 49-57
- Grossberg, S. (1976a). Adaptive Pattern Classification and Universal Recoding: I. Parallel Development and Coding of Neural Feature Detectors. *Biol. Cybernetics* 23. pp 121-134
- Grossberg, S. (1976b). Adaptive Pattern Classification and Universal Recoding: II. Feedback, Expectation, Olfaction, Illusions. *Biol. Cybernetics* 23. pp 187-202
- Grossberg, S. (1980). How Does the Brain Build a Cognitive Code? *Psychological Review*. vpl 87. pp 1-51
- Grossberg, S. (1987a). *The Adaptive Brain*, 2 vols. Amsterdam: Elsevier.
- Grossberg, S. (1987b). Competitive Learning: From Interactive Activation to Adaptive Resonance. *Cognitive Science* 11. pp 23-63.
- Harth, E.; Tzanakou E.: (1974). ALOPEX: A Stochastic Method for Determining Visual Receptive Fields. *Vision Res.* 14. pp 1475-1432.
- Hebb, D. O. (1949). *The Organization of Behavior*. New York: Wiley.
- Hertz, John; Krogh, Anders; Palmer, Richard G. (1991). *Introduction to the theory of Neural Computation*. Addison Wesley Publishing Company.
- Hinton, G. E.; Sejnowski, T. J. (1983). Optimal Perceptual Inference. *Proceedings of the IEEE Conference in Computer Vision and Pattern Recognition (Washington, 1983)*. New York: IEEE. pp 448-453.
- Hinton, G. E.; Sejnowski, T. J. (1986). *Learning and Relearning in Boltzmann Machines*. Parallel Distributed Processing, vol 1.
- Hopfield, J. & Tank, D. (1986). Computing with Neural Circuits: A model. *Science*. 233:625-633.
- Hopfield, J. & Tank, D. (1985). "Neural" Computation of Decisions in Optimization Problems. *Biological Cybernetics* 52:141-152.
- Hopfield, J. (1982). Neural Networks and Physical Systems with Emergent Computational Abilities. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. vol 79, 2554-2558.

- Hopfield, J. (1984). Neurons with Graded Response Have Collective Computational Properties Like Those of Two-State Neurons. *Proceedings of the National Academy of Science USA* 81, (May) 3088-3092.
- Kandel, E. R.; Schwartz, J. H. (1985). *Principles of Neural Science*. Elsevier, New York.
- Kasyap, R. L.; Blaydon, C. C.; Fu, K. S. (1970). Stochastic Approximation. In: *Adaptation, Learning and Pattern Recognition Systems: Theory and Applications*. Mendel J. M.; Fu, K. S., eds. New York: Academic Press pp 339-354.
- Khanna, Tarum. (1990). *Foundations of Neural Networks*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Klopf, A. H. (1972). *Brain Function and Adaptive Systems - A Heterostatic Theory*. Air Force Cambridge Research Laboratories Research Report AFCRL-72-0164, Bedford, MA.
- Klopf, A. H. (1979). Goal-seeking systems from goal-seeking components: Implications for AI. *The cognition and Brain Theory Newsletter* 3,2.
- Klopf, A. H. (1981). *The Hedonistic Neuron: A Theory of Memory, Learning and Intelligence*. Washington, D. C. Hemisphere Publishing Corp.
- Kohonen, T.; Barna, G.; Chrisley, R. (1988). *Statistical Pattern Recognition with Neural Networks: Benchmarking Studies*. IEEE International Conference on Neural Networks (San Diego, 1988), vol. I. New York: IEEE. pp 61-68.
- Kohonen, T.; Mäkisara, K; Saranäki (1984). Phonotopic Maps-Insightful Representation of Phonological Features for Speech Recognition. *Proceedings of the Seventh International Conference on Pattern Recognition (Montreal, 1984)*. New York: IEEE. pp 182-185.
- Kohonen, T. (1974). An Adaptive Associative Memory Principle. *IEEE Transactions on computers* C-23. pp 444-445.
- Kohonen, T. (1977). *Associative Memory: A System theoretic Approach*. Berlin: Springer.
- Kohonen, T. (1982a). Analysis of a Simple Self-Organizing Process. *Biological Cybernetics* 44. pp 135-140.
- Kohonen, T. (1982b). Self-Organized Formation of Topologically Correct Feature Maps. *Biological Cybernetics*, vol 43. pp 59-69.
- Kohonen, T. (1984). *Self-Organization and Associative Memory*. Springer Verlag, Berlin.
- Le Cun, Y. (1985). Une Procédure d'Apprentissage pour Réseau à Seuil Assymétrique. *Cognitive 85: A la Frontière de l'Intelligence Artificielle des Sciences de la Connaissance des Neurosciences (Paris 1985)* pp 599-604. Paris. CESTA.
- Lippman R.P. (1987). An Introduction to Computing with Neural Nets. *IEEE ASSP Magazine*, Vol. 4, 4-22.
- Little, W. A.; Shaw, G. L. (1975). A Statistical Theory of Short and Long Term Memory. *Behavioral Biology* 14. pp 115-133.
- Little, W. A.; Shaw, G. L. (1978). Analytic Study of the Memory Storage Capacity of a Neural Network. *Mathematical Biosciences* 39. pp 281-290.

- Little, W. A. (1974). The Existence of Persistent States in the Brain. *Mathematical Biosciences* 19. pp 101-120.
- Malacara, D. (1976). Computation of Zernike Polynomials in Optical Testing. *Boletín del Instituto de Tonantzinla*. Vol. 2, No. 2.
- Malacara, D. (1992). *Optical Shop Testing*. Wiley Interscience, 2nd Ed.
- Marr, D. (1969). A Theory of Cerebellar Cortex. *Journal of Physiology (London)* 202. pp 437-470.
- Marr, D. (1970). A Theory of Cerebellar Neocortex. *Proceedings of the Royal Society of London B* 176. pp 161-234.
- Marr, D. (1971). Simple Memory: A Theory for Archicortex. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London B* 262. pp 23-81.
- Marr, D. (1982). *Vision*. San Francisco: Freeman.
- McCarty, J.; Hayes, P.J. (1969). Some Philosophical problems from the standpoint of Artificial Intelligence. *Machine Intelligence 4*, B. Meltzer & D. Michie (Eds.) Edinburgh University Press, Edinburgh, 1969.
- McCulloch, W.S.; Pitts, W. (1943). A Logical Calculus of Ideas Immanent in Nervous Activity. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol 5. pp 115-133.
- Mendel, J. M.; McLaren, R. W. (1970). Reinforcement-learning control and Pattern Recognition Systems. In: *Adaptive, Learning and Pattern Recognition Systems: Theory and Applications*. Mendel J. M.; Fu, K. S., eds. New York: Academic Press pp 287-317.
- Minsky, M; Papert, S. (1972). *Perceptrons*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- Minsky, M. L. (1967). *Computation: Finite and Infinite Machines*. Englewood Cliffs. Prentice Hall.
- Minsky, M.L.; Papert, S. (1969). *Perceptrons: An Essay in Computational Geometry*, The MIT Press.
- Nakano, K. (1972). Associatron: A Model of Associative Memory. *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. SMC-2*, 3. pp 380-388.
- Narendra, K. S.; Thatachar, M. A. L. (1974). *Learning Automata: A Survey*. *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. SMC-4*, 4. pp 323-334.
- Nass, M. M.; Cooper, L. N. (1975). A Theory for Development of Feature Detecting Cells in Visual Cortex. *Biological Cybernetics* 19, pp 1-18.
- Nilsson, N. J. (1965). *Learning Machines*. New York: McGraw-Hill.
- Noback, Charles R., Demarest (1980). *Sistema Nervioso Humano. Fundamentos de Neurobiología*. Ed. McGraw-Hill. 1980.
- Noble, R.; Harris, O. (1991). *Colimación de los Telescopios de San Pedro Mártir*. Reporte técnico, San Pedro Mártir, Baja California Norte.
- Parker, D.B. (1985). *Learning Logic*. Technical Report TR-47, Center for Computational Research in Economics and Management Science. MIT, Cambridge, M.A.
- Peretto, P. (1984). Collective Properties of Neural Networks: A Statistical Physics Approach. *Biological Cybernetics* 50. pp 51-62.
- Rachevsky, N. (1938). *Mathematical Biophysics*. Chicago: University of Chicago Press.

- Roddir, C.; Roddir, F.; Stockton, A.; Pickles, A.; & Roddir, N. (1990). Testing of Telescope Optics: a New Approach, en *Advanced Technology Optical Telescopes IV*, Proc. SPIE, 1236, pp 756.
- Roddir, F.; Roddir, C.; Roddir, N. (1988). Curvature Sensing: a New Wavefront Sensing Method, en *Statistical Optics*, Proc. SPIE, 976, pp 203.
- Roddir, F. (1988). A New Concept in Adaptive Optics: Curvature Sensing and Compensation. *Applied Optics* 27, 1223-1225.
- Roddir, F. (1990). Wavefront Sensing and the Irradiance Transport Equation, *Applied Optics*, vol. 29, No 10.
- Roddir, N.; Roddir, F. (1989). Curvature Sensing and Compensation: a computer Simulation. *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.* 1114. pp 92-96.
- Rosenblatt, F. (1958). The perceptron: a probabilistic model for information organization and storage in the brain. *Psychological Review*. vol 65:6 pp 386-408.
- Rosenblatt, F. (1962). *Principles of Neurodynamics*, New York, Spartan Books.
- Rumelhart, D.; Hinton, G. & Williams, R. (1986a). Learning Representations by Back-Propagating Errors. *Nature* 323. pp 533-536.
- Rumelhart, D.; Hinton, G. & Williams, R. (1986b). Learning Internal Representations by Error Propagation, Chapter 8 in *Parallel Distributed Processing, Explorations in the Microstructure of Cognition*. vol. 1: Foundations. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Rumelhart, D. E.; McClelland, D. E. (1986). *Parallel Distributed Processing*. vols. 1, 2. Cambridge, Mass. MIT Press.
- Schmidt-Kaler, T. (1988). The Hexapod Telescope. A new way to very large telescopes. Technical report. Ruhr-Universität Bochum, Astronomisches Institut. Bochum, Alemania.
- Steinbuch, K. (1961). Die Lernmatrix. *Kybernetik* 1. pp 36-45.
- Taylor, W. K. (1956). Electrical Simulation of Some Nervous System Functional Activities. *Information Theory* (London, 1985). ed. C. Cherry. London: Butterworths. pp 314-328.
- Tsetlin, M. L. (1973). *Automaton Theory and Modeling of Biological Systems*. New York: Academic Press.
- Tzanakou, E.; Michalak, R.; Hart, E. The ALOPEX Process: Visual Receptive Fields by Response Feedback. En preparación.
- von der Malsburg, Ch. (1973). Self Organization of Orientation Sensitive Cells on the Striate Cortex. *Kybernetik* 14, pp 85-100.
- von Neumann, J. (1956). Probabilistic Logics and the Synthesis of Reliable Organisms from Unreliable Components. In *Automata Studies*. eds. C.E. Shannon and J. McCarthy. Princeton: Princeton University Press. pp 43-98
- Wang, J.Y.; Silva, D.E. (1980). Wavefront Interpretation with Zernike Polynomials. *Applied Optics*, vol. 19, No 9.
- Werbos, P. (1974). *Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences*. Ph. D. Thesis, Harvard University.

- Widrow, B.; Narendra, K. G.; Maitra, S. (1973). Punisch/Reward: Learning with a Critic in Adaptive Threshold Systems. *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.* SMC-3, 5. pp 455-465.
- Widrow, B.; Hoff, M. E. (1960). Adaptive Switching Circuits. In 960 IRE WESCON Convention Record, part 4. New York: IRE. pp 96-104.
- Widrow, B. (1962). Generalization and Information Storage in Networks of Adaline "Neurons". In *Self-Organizing Systems 1962*. eds. M. C. Yovits, G. T. Jacobi, and G. D. Goldstein, Washington: Spartan. pp 435-461.
- Wiener, N. (1948). *Cybernetics, or Control and Communication in the Animal and the Machine*. New York. Wiley.
- Wigström, H. (1973). A Neuron Model with Learning Capability and its Relation to Mechanisms of Association. *Kybernetik* 12. pp 204-215.
- Willshaw, D. J.; Buneman, O. P.; Longuet-Higgins; H. S. (1969). Non-holographic Associative Memory. *Nature* 222. pp 960-962.
- Wilson, H. R.; Cowan, J. D. (1973). A Mathematical Theory of the Functional Dynamics of Cortical and Thalamic Nervous Tissue. *Kybernetik* 13. pp 55-80.
- Winograd, S. and Cowan J. D. (1963). *Reliable Computation in the Presence of Noise*. Cambridge: MIT Press.