

35
2 Gen



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

MUESTREO ESTADISTICO EN
AUDITORIA PUBLICA

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
A C T U A R I O
P R E S E N T A :
LEOPOLDO LEMUS MELGAR



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN MEXICO, D. F.
FALLA DE ORIGEN
TESIS CON
NO SISL

1994



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CIUDAD UNIVERSITARIA



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS
División de Estudios
Profesionales
Exp. Núm. 55

M. EN C. VIRGINIA ABRIN BATULE
Jefe de la División de Estudios Profesionales
Universidad Nacional Autónoma de México.
P r e s e n t e .

Por medio de la presente, nos permitimos informar a Usted, que habiendo
revisado el trabajo de tesis que realizó el pasante _____
LEOPOLDO LEMUS MELGAR
con número de cuenta 8520456-0 con el título: _____
"MUESTREO ESTADISTICO EN AUDITORIA PUBLICA".

Consideramos que reúne los méritos necesarios para que pueda conti-
nuar el trámite de su Examen Profesional para obtener el título de -
ACTUARIO

GRADO NOMBRE Y APELLIDOS COMPLETOS

FIRMA

ACT. FRANCISCO SANCHEZ VILLARREAL

Director de Tesis

ACT. VICTOR MANUEL SOLIS MAJERA

ACT. ALBERTO DE LA ROSA ELIZALDE

ACT. HECTOR DE LA ROSA ELIZALDE

Suplente

ACT. DAVID JASSO ZARCO

Suplente

Ciudad Universitaria, D.F., a 15 de DICIEMBRE de 1993.

A EVE Y LIZ

LEOPOLDO

AGRADECIMIENTOS :

A mis padres

Que sin su ayuda no hubiera logrado llegar hasta el término de mi carrera.

A Eve

Por su amor, comprensión y por darme tiempo para desarrollar este trabajo en momentos que me correspondía dedicárselos a ella.

Al Prof. Fco. Sánchez V.

Por su mejor dirección en el desarrollo de esta tesis.

A Gerardo

Por su apoyo en tiempos difíciles

A mis hermanas

Que para ellas les sirva como un estímulo en su vida futura.

En general

A todas las personas que me apoyaron e intervinieron en la culminación de este trabajo

I N D I C E

INTRODUCCION.....	1
CAPITULO 1 CONCEPTOS GENERALES DE AUDITORIA.....	3
1.1 Generalidades.....	3
1.1.1 Concepto de Auditoria.....	3
1.1.2 Sujetos de Auditoria Pública.....	3
1.1.3 Clases y Tipos de Auditoria	4
1.2 Marco de la función de Auditoria Pública.....	5
1.2.1 Objetivos.....	5
1.2.2 Alcance de la Auditoria Pública.....	6
1.2.3 Ubicación de la Auditoria en el proceso administrativo.....	6
1.3 Metodología de la función de Auditoria Pública.....	6
1.3.1 Planeación General.....	7
1.3.1.1 Programa Anual de Control y Auditoria (P.A.C.A.).....	8
1.3.2 Etapas del trabajo de Auditoria.....	9
1.3.2.1 Planeación detallada de la Auditoria.....	9
1.3.2.1.1 Investigación previa.....	9
1.3.2.1.2 Exámen y evaluación de sistemas de control.....	9
1.3.2.1.3 Objetivos específicos de la auditoria.....	11
1.3.2.2 Actividades para la ejecución de la auditoria.....	11
1.3.2.2.1 Recopilación de datos.....	12
CAPITULO 2. ORIGEN DEL MUESTREO ESTADISTICO EN AUDITORIA....	14
2.1 Introducción.....	14
2.2 Generalidades.....	15
2.3 Población y muestra.....	16
2.4 Clasificación del Muestreo en auditoria.....	17
2.5 Muestreo Estadístico y normas generales de Auditoria.....	18
2.6 El Muestreo estadístico en Auditoria.....	19
2.7 Ventajas del uso del muestreo estadístico.....	20
2.8 Areas de aplicación.....	21
2.9 Condiciones para el uso del muestreo estadístico.....	22

CAPITULO 3. METODOS DE SELECCION DE MUESTRAS.....	23
3.1 Método de selección del muestreo aleatorio simple.....	23
3.1.1 Procedimiento para la selección de una muestra.....	23
3.1.2 Un método alternativo de selección.....	26
3.2 Muestreo sistemático como método de selección.....	28
CAPITULO 4. MUESTREO DE ATRIBUTOS O MUESTREO DE PROPORCIONES.....	31
4.1 Análisis del problema. Determinación del tamaño de la muestra.....	31
4.2 Procedimiento para su aplicación.....	34
4.3 Tamaño de la muestra para estimar una proporción... ..	38
4.4 Intervalos de confianza.....	38
4.5 Ejercicio sobre el método.....	39
4.6 Corridas del programa en hoja de cálculo.....	52
4.7 Gráficas de precisión y confianza.....	62
4.8 Program Muestreo. Programa en Pascal para Muestreo de Atributos.....	66
CAPITULO 5. MUESTREO DE SUSPENSION O CONTINUACION.....	75
5.1 Procedimiento sobre la prueba de hipótesis secuencial.....	75
5.2 Desarrollo de un caso práctico.....	79
5.3 Análisis Gráfico del método.....	83
CAPITULO 6. MUESTREO DE VARIABLES.....	87
6.1 Procedimiento para la aplicación del método.....	87
6.2 Tamaño de la muestra en términos de precisión.....	88
6.3 Tamaño de la muestra en términos del coeficiente de variación. ▲.....	90

6.4	Intervalos de confianza.....	91
6.5	Ejemplo.....	91
6.6	La corrección por población finita.....	94
6.7	Corridas del programa en hoja de calculo para el ejemplo.....	95
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....		109
BIBLIOGRAFIA.....		110

INTRODUCCION.

Sin lugar a dudas el Muestreo Estadístico tiene un sin número de aplicaciones dentro de las distintas áreas de las disciplinas sociales; en particular se utiliza con el fin de obtener una generalización de las características de un todo, estudiando sólo una parte de ello. Pero existen áreas donde ésta técnica no se ha aplicado con la exactitud que su importancia requiere. Por tal motivo y satisfaciendo la necesidad de una secretaría del estado, se creó el presente material, para la aplicación del muestreo estadístico en auditoría pública.

El muestreo estadístico en este sector se encuentra en inicio, debido a que los profesionistas que se desarrollan en estas áreas no poseen las bases matemáticas suficientes para desarrollarlo, o porque optan por guiarse por el "sexto sentido del auditor", para la detección de las características del objeto de estudio.

En los capítulos precedentes se presentan técnicas utilizadas con mayor regularidad en el Muestreo estadístico, con sus respectivas adecuaciones a la auditoría.

En el primer capítulo se muestra un esbozo general de los conceptos y procedimientos de auditoría, con el fin de ubicar el trabajo del muestreo en el proceso de auditoría pública.

El segundo capítulo presenta el origen del muestreo estadístico en auditoría pública, e introduce algunas definiciones elementales de Muestreo, como el de población y muestra. Se trata también de hacer énfasis sobre las ventajas del método en contraste con las pruebas selectivas que realizan con mucha frecuencia los Auditores Públicos en el desarrollo de su trabajo.

En el tercer capítulo se habla del Muestreo de proporciones o atributos, los procedimientos para utilizarlo en auditoría, y se presentan los métodos para estimar el tamaño de la muestra, los intervalos de confianza para la proporción estimada, desarrollándose un ejercicio que con mucha frecuencia se parecerá a algún problema real, comparándose el método utilizado por los auditores familiarizados con el muestreo, con el método estadístico. En este capítulo también se presenta un programa desarrollado en lenguaje pascal, para este plan de muestreo. Y se presenta un programa en una hoja de cálculo llamada Quattro Pro versión 3.01. El objetivo de presentar dos programas para un mismo problema es hacer ver que con el desarrollo de la tecnología computacional, se pueden resolver problemas sin entrar en muchas complicaciones y con la misma efectividad. El programa en Pascal es muy práctico, pero la hoja de cálculo Quattro Pro tiene muchas ventajas más y se realiza con un esfuerzo menor.

Se realiza también un análisis gráfico de tamaño de muestra precisión e intervalos de confianza.

El cuarto capítulo contiene el muestreo de suspensión o continuación, bajo el método de prueba de hipótesis secuencial. éste método es utilizado con mayor frecuencia en control de calidad para aceptar o rechazar un lote. Y se ocupa regularmente en pruebas de auditoría para detener un proceso o ampliar pruebas.

En el capítulo quinto se presenta una manera de estimar valores o variables numéricas por muestreo, presentándose procedimientos para su utilización, programas y análisis. Así se concluye el presente trabajo resumiendo y destacando los puntos de mayor relieve utilizados en auditoría, y la mejor manera de llevarlos al cabo.

CAPITULO 1. CONCEPTOS GENERALES DE AUDITORIA PUBLICA.

1.1 GENERALIDADES.

1.1.1 CONCEPTO DE AUDITORIA.

Muchos son los conceptos del término auditoría, sin embargo, atendiendo las características comunes de las definiciones, la auditoría puede conceptualizarse como la revisión y exámen sistemático de una actividad o serie de actividades que realiza personal independiente de la operación.

1.1.2 SUJETOS DE AUDITORIA PUBLICA.

La auditoría pública es aquella que realizan auditores a las dependencias ó entidades de la Administración Pública.

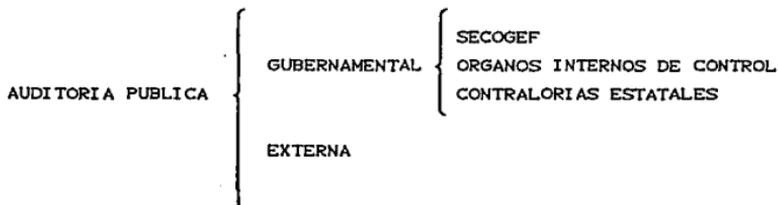
La definición de Auditoría Pública según la Secretaría General de la Federación es la siguiente :

"La Auditoría Pública es una función independiente de apoyo a la función ejecutiva, orientada a la verificación, exámen y evaluación de la organización, de la planeación, de los contróles internos, de la productividad tanto interna como externa y de la observancia de la legislación aplicable a las áreas y operaciones de las dependencias y entidades de la Administración Pública Federal, con el propósito de determinar el grado de economía, eficiencia y eficacia en el manejo de los recursos para el efectivo logro de las metas y objetivos".

Existen dos tipos de sujetos : los que efectúan dicha auditoría (sujetos activos) son la Secretaría de la Contraloría General de la Federación, los Organos Internos de Contról de las dependencias y entidades de la Administración Pública Federal ,las contralorías estatales en apoyo a la federación y los auditores independientes designados por la SEGOGEF.

Los sujetos en quienes recae o a quienes se les practica la función de auditoría (sujetos pasivos) son las propias dependencias y entidades de la Administración Pública Federal, Estatal y Municipal, en lo correspondiente a recursos federales.

Dentro del campo de actuación y aplicación de la auditoría pública se comprende :

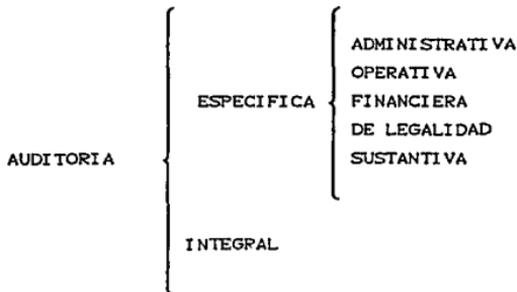


La auditoría gubernamental es aquella que efectúan los organismos antes mencionados en lo correspondiente a recursos federales.

1.1.3 CLASES Y TIPOS DE AUDITORIA.

"Auditoría" es el género, el cual puede tener diversos atributos específicos de acuerdo a los que tendrá ciertas características que harán a una distinta de otra. Los atributos específicos que darán a cada auditoría su singularidad, dentro de una Unidad de Control interno del gobierno esencialmente son : el objetivo que se persigue, el objeto sujeto a revisión, el alcance, el enfoque, la periodicidad, el usuario final, los procedimientos y las técnicas.

La auditoría puede clasificarse como sigue:



Por ejemplo las revisiones más comunes que realiza la Unidad de Contraloría Interna de la S.H.C.P. son las auditorías específicas o a Renglones Específicos, las cuales se refieren a revisiones determinadas, aisladas y limitadas, con alcances, enfoques y objetivos particulares. Estas Auditorías se realizan con mayor frecuencia debido a que el tiempo de realización es un periodo que varía de 15 a 30 días, de acuerdo al tiempo programado y a los resultados obtenidos en el examen y evaluación del control interno.

La Auditoría Integral u Operacional : es la evaluación del grado y forma del cumplimiento del objetivo social de la unidad auditada. Tienen como objetivo revisar totalmente, o en la medida de lo posible, las operaciones de una unidad administrativa.

Las auditorías Integrales son auditorías que se programan solamente en casos muy necesarios debido a que el tiempo de revisión es mucho mayor que el de las auditorías específicas, y por lo tanto el costo de la auditoría.

1.2 MARCO DE LA FUNCION DE AUDITORIA PUBLICA.

1.2.1 OBJETIVOS.

Los principales objetivos de la Auditoría Pública son:

a) Verificar, examinar y evaluar si:

- Los recursos financieros, humanos y materiales que solicitan las dependencias y entidades de la Administración Pública Federal son adquiridos en términos de ECONOMÍA en cantidad, calidad y costo.

b) Determinar los errores e irregularidades, sus causas y efectos, así como emitir conclusiones y recomendaciones que coadyuvan a la mejora de la operación para el adecuado cumplimiento de metas y objetivos.

c) Dar puntual seguimiento a la implementación de las recomendaciones preventivas y correctivas para determinar el grado en el que son atendidas.

1.2.2 ALCANCE DE LA AUDITORIA PUBLICA.

A la auditoría pública le compete verificar si las dependencias o entidades de la Administración Pública Federal están logrando los propósitos para los que se aprobaron los programas y se asignaron los presupuestos, basándose en factores tales como la disponibilidad y actualidad de la información y la facilidad e idoneidad con que se aplican determinadas técnicas analíticas y si tales objetivos o propósitos se alcanzan en forma económica, eficaz y eficiente .

1.2.3 UBICACION DE LA AUDITORIA EN EL PROCESO ADMINISTRATIVO.

La función de auditoría ocupa un lugar importante dentro del proceso administrativo.

Si se pretende encuadrarla en alguna de las cuatro etapas del proceso administrativo (planeación, organización, dirección y control), se ubicaría en la de control, ya que esta función es la encargada de revisar, analizar y evaluar todos los sistemas de control con que cuentan las dependencias y entidades de la Administración Pública Federal.

1.3 METODOLOGIA DE LA FUNCION DE AUDITORIA PUBLICA.

El auditor público requiere de una metodología para el desarrollo de su trabajo. Por metodología se entiende el proceso empleado para recopilar y analizar información llegando a conclusiones y recomendaciones al respecto. La metodología que se seleccione deberá proporcionar toda la evidencia necesaria para cumplir los objetivos de la auditoría.

La metodología del trabajo de Auditoría Pública consta de 4 etapas fundamentales :

- Planeación General
- Planeación detallada
- Ejecución
- Informe y seguimiento.

A continuación se tratará cada una de estas etapas con el propósito de identificar las actividades que en ellas se realizan.

1.3.1 PLANEACION GENERAL.

Con el propósito de asegurar la adecuada cobertura de los aspectos de mayor importancia de una Unidad de Contraloría Interna, y prever los recursos necesarios, se realizan programas de trabajo y planeaciones de recursos para informar a los niveles directivos o autoridades competentes con la debida anticipación y oportunidad de acuerdo a las normas o requerimientos establecidos en cada institución.

Convenientemente antes de llevar a cabo la planeación general, la Unidad de Contraloría Interna realiza un proceso de investigación previo de las unidades administrativas a auditar, con el fin de que permita :

- Identificar las áreas, operaciones, programas o recursos prioritarios
- Determinar las clases y tipos de auditoría aplicables
- El alcance general.

Deberán tomarse en cuenta los factores de importancia relativa, riesgo potencial y calidad de los controles; asimismo debe asegurarse la incorporación de los requerimientos específicos de los niveles directivos o autoridades competentes, para lo cual el programa debe ser oportunamente comentado y sancionado por los mismos.

En esta etapa de investigación se deberán considerar aspectos tales como:

- La reputación de la unidad administrativa y la de sus principales funcionarios.
- La efectividad de los canales de comunicación .
- La experiencia anterior en cuanto a la existencia de transacciones de naturaleza "delicada", errores e irregularidades o actos ilegales.

- La existencia de restricciones y requisitos reglamentarios.
- La naturaleza y complejidad de los controles internos.
- Las tendencias económicas.
- La efectividad de control del titular sobre el sector o las entidades controladas.
- Cambios en sistemas, personal u organización.
- Naturaleza y características de las áreas, operaciones, programas o recursos sujetos a revisión.
- Asignación presupuestal.
- Indicadores financieros y sustantivos (producción per cápita, efectividad en cada revisión, etc.)

1.3.1.1 PROGRAMACION ANUAL DE CONTROL Y AUDITORIA (P.A.C.A.)

La programación anual de control y auditoría se registra en unos formatos especiales los cuales son :

- Resumen del Programa anual de control y auditoría
- Programa anual de auditoría detallado.

El primero tiene como propósito presentar en forma calendarizada, las auditorías que se prevé practicar en el año; y el segundo está orientado a definir el contenido de esas auditorías, es decir, el alcance general de las revisiones a las áreas, operaciones, sistemas, recursos, programas y actividades y el periodo en que se efectuarán.

Esos formatos deberán ser remitidos a la SECOGEB dentro de los últimos 10 días hábiles del mes de noviembre del año anterior al que corresponde el programa.

1.3.2 ETAPAS DEL TRABAJO DE AUDITORIA.

Una vez que se cuenta con la Programación Anual de Control y Auditoría (P.A.C.A.), cada una de las intervenciones debe considerar tres etapas del trabajo sistemático.

- Planeación detallada
- Ejecución
- Informe y seguimiento.

1.3.2.1 PLANEACION DETALLADA DE LA AUDITORIA.

Los objetivos básicos de la planeación detallada son :

- Realizar un mejor trabajo.
- Ejercer un adecuado control sobre el grado de avance de la auditoría.
- Mejorar el aprovechamiento de los recursos (incluye el aprovechamiento de tiempos).

En la planeación detallada se deben considerar las siguientes actividades:

1.3.2.1.1 INVESTIGACION PREVIA.

Con el objeto de obtener los elementos necesarios para planear adecuadamente la auditoría, se deberá practicar una investigación previa respecto a la naturaleza y características de las áreas, operaciones, programas o recursos sujetos a revisión.

Dicha investigación contemplará las siguientes actividades :

- Marco jurídico aplicable
- Información relativa a las principales operaciones
- Antecedentes de auditorías practicadas
- Visita a las áreas o instalaciones.

1.3.2.1.2 EXAMEN Y EVALUACION DE LOS SISTEMAS DE CONTROL.

El auditor público deberá efectuar un adecuado examen del control interno operativo y contable establecido.

"El sistema de control comprende el plan de organización, métodos y procedimientos instituidos por la administración para asegurar que se cumplan sus metas y objetivos con criterios de economía, eficiencia, y eficacia; que los recursos se emplearán de conformidad con las leyes, reglamentos y políticas aplicables; que los recursos estarán protegidos y a salvo del desperdicio, pérdida o mal uso; y que se obtendrá y conservará información confiable, la cual habrá de revelarse razonablemente en los informes".

Durante la investigación previa el auditor identificará del área o áreas sujetas a revisión :

- Información General del área
- Riesgos y objetivos de control
- Instrumentos para obtener información
- Aplicación de los instrumentos
- Evaluación del ambiente de control.

Estos cinco puntos se analizarán para determinar si se confía o no en el sistema de control.

Se realiza una evaluación final, donde se aplican pruebas de cumplimiento, que tienen como finalidad probar si dicho sistema funciona en la práctica según lo planeado.

Finalmente se realiza un informe de resultados donde se plasman las recomendaciones derivadas de la evaluación anterior así como los objetivos de la auditoría y el alcance de la revisión, ampliándolo en los aspectos en donde sea débil el sistema y limitándolo en lo que sea confiable.

En esta etapa se plasma la información en papeles de trabajo los cuales pueden ser:

- Método descriptivo: Narración de las diversas características del control del área.
- Método de cuestionario :Obtención de información mediante una

serie de preguntas, previamente estructuradas, con el propósito de conocer los aspectos de mayor importancia del control o procedimiento revisado.

Este método es el que con mayor frecuencia se utiliza en la práctica.

- Método Gráfico : Plasma en un diagrama de flujo el procedimiento que se revisa.

1.3.2.1.3 OBJETIVOS ESPECIFICOS DE LA AUDITORIA.

Concluido el examen y evaluación del sistema de control el auditor cuenta con los elementos necesarios para trazar los objetivos específicos y alcance de la revisión.

Los objetivos son los fines hacia los que se van a dirigir las actividades de la auditoría, por lo que se deberán enunciar en forma explícita y concisa; así mismo, deberán ser alcanzables y susceptibles de cuantificación.

Los objetivos específicos deberán estar directamente vinculados a los objetivos generales manejados en el P.A.C.A. y no desviarse de lo programado para así llegar a definir actividades concretas a las que podrá asignar tiempo y responsables.

Finalizandose esta etapa se elabora el programa específico de revisión.

1.3.2.2 ACTIVIDADES PARA LA EJECUCION DE LA AUDITORIA.

El objetivo de esta fase es obtener evidencia, esto es, obtener suficientes elementos de juicio que permitan al auditor llegar a un grado razonable de convencimiento acerca de la realidad de los hechos y situaciones observados, la veracidad de la documentación revisada, la confiabilidad de los sistemas y registros examinados, para fundamentar sólidamente su opinión. Por ello, la validez de sus juicios depende de la calidad de la evidencia.

Como todo trabajo sistemático, la etapa de ejecución de la

auditoría debe tener una secuencia lógica que en términos generales es la siguiente :

- Recopilación de datos
- Registro de datos
- Análisis de datos
- Evaluación de resultados.

Es importante mencionar que el registro no atañe únicamente a los datos recopilados, sino que debe hacerse también con el producto del análisis y de la evaluación de los resultados.

1.3.2.2.1 RECOPIACION DE DATOS.

La recopilación de datos tiene como objetivo que el auditor obtenga la información necesaria para poder realizar la revisión.

En esta actividad, se deben cuidar los siguientes aspectos:

- Ser imparcial respecto a los datos que se están recabando, es decir, conservar la objetividad.
- Cumplir con el programa de trabajo, en virtud de que en este documento se enuncian las actividades y procedimientos necesarios para lograr los objetivos de la auditoría.
- Cuidar que la información recabada corresponda al objetivo de la auditoría, para que no se distraigan tiempo y recursos en actividades innecesarias.

Para la recopilación el auditor puede valerse del estudio documental, la observación directa ó entrevistas, entre otros.

Dado el volumen de las operaciones que se llevan a cabo en las dependencias del gobierno, el auditor se ve obligado al empleo del muestreo en sus revisiones; para ello se vale de pruebas selectivas y muestreo estadístico.

Al igual que el Muestreo, la prueba selectiva describe el proceso para la obtención de información acerca de un conjunto de una población, examinando solo una parte de la misma.

El Muestreo Estadístico, es aquel en que la determinación del tamaño y características de la muestra se efectúa por medio de métodos matemáticos basados en el cálculo de probabilidades.

Algunos de estos métodos aplicables en la auditoría son :

- De atributos o proporciones
- De variables
- De suspensión o continuación.

CAPITULO 2. ORIGEN DEL MUESTREO ESTADISTICO EN AUDITORIA.

2.1 INTRODUCCION.

La obtención de evidencia en auditoría ha tenido como finalidad que el auditor cuente con los elementos de juicio suficiente que le permitan fundamentar sólidamente su opinión.

En su origen la auditoría era un exámen detallado de las operaciones y registros contables de la unidad auditada. De hecho, constituía una revisión exhaustiva del proceso que servía de fundamentos para elaborar los estados financieros.

Los sistemas de control empleados en las organizaciones no eran consistentes, por lo que la auditoría estaba orientada a descubrir fraudes.

El hecho de que los ciclos de transacciones y operaciones en las unidades administrativas sean de caracter repetitivo y que los medios de control interno proporcionen, en mayor o menor grado, confianza sobre su registro, originó la evolución de la forma en que se realizaba la auditoría, esto es de la revisión exhaustiva, los auditores pasaron a la prueba selectiva. Mediante el uso de prueba selectiva, el auditor de alguna forma revisa sólo una parte de todas las operaciones que realiza una unidad administrativa, pero lo que se pretende es formar un criterio sobre aquellas operaciones que no se revisan o de aquellas que no se revisan en su totalidad. Esta idea fue la que originó la necesidad de emplear un método científico que pudiera presentar, con una confianza determinada, la evaluación de un conjunto de operaciones, revisando sólo una parte de esta.

La técnica apropiada para este tipo de problema es el muestreo estadístico, del cual trata el presente capítulo.

Los métodos de muestreo estadístico que se emplean en auditoría son algunos de los métodos clásicos de muestreo, como el muestreo aleatorio simple, muestreo de proporciones o atributos y otros. Además se emplean métodos utilizados en control de calidad, como muestreo de aceptación y de rechazo mediante el uso de prueba de hipótesis secuencial.

2.2 GENERALIDADES.

En el presente capítulo se tratan las ideas básicas del muestreo, junto con las ventajas que nos proporciona su uso en pruebas de auditoría.

La razón por la cual se toman muestras en lugar de estudiar la población total es la siguiente :

a) Por restricciones de tiempo, dinero y de personal principalmente.

Cabe hacer notar que en la Unidad de Contraloría interna de la S.H.C.P., es totalmente necesario el uso de muestreo estadístico, debido a que se tiene un programa P.A.C.A (Programa Anual de Control y Auditoría) de trabajo, el cual se debe cumplir durante el transcurso del año. Por presentar un ejemplo, el P.A.C.A contiene alrededor de 80 revisiones programadas para 1993. Si la Unidad de Contraloría interna tiene 10 equipos de auditores, y se cuenta con un presupuesto mensual para cubrir el programa durante el periodo de marzo a noviembre, el número de revisiones por mes sería restringido por el número de equipos (personal), y por el presupuesto mensual limitado. Además que el tiempo para cada revisión no puede ser mayor de 20 días hábiles.

Considerando el planteamiento anterior sería imposible realizar auditorías integrales, revisando en su totalidad las transacciones y operaciones de una unidad administrativa. Por lo que el uso de muestreo ayuda a seleccionar lo que se va a revisar y a formar un criterio sobre lo que no se revisa.

Por tal motivo la SE.CO.GE.F. (Secretaría de la Contraloría General de la Federación), que es la encargada de regular las actividades de las contralorías internas y otras unidades dedicadas al control, propuso como solución, el uso del muestreo estadístico en auditoría pública.

2.3 POBLACION Y MUESTRA.

En el trabajo estadístico es importante saber cuándo estamos tratando con una población completa de observaciones ó con una muestra de observaciones seleccionadas de una población específica.

Una población es una totalidad de valores posibles o atributos de una característica particular de un grupo especificado. Tal grupo especificado de objetos se llama Universo. Obviamente, un universo puede tener varias poblaciones asociadas con él.

Una muestra es cualquier subconjunto de una población. En la práctica el objeto del muestreo es formular una inferencia acerca de las características de una población sin tener que examinarla toda, lo cual se adecua perfectamente a la auditoría.

Las muestras pueden agruparse en dos grandes clases cuando se considera su método de selección: las que se seleccionan por criterio (pruebas selectivas o "muestreo" dirigido), y las que se seleccionan por medio de un mecanismo casual.

Las que se seleccionan por criterio van a depender del auditor en cuanto a experiencia e intuición y no van a servir para realizar inferencias en cuanto al resto de la población. Por el contrario, las muestras seleccionadas por medio de un mecanismo casual son llamadas muestras de probabilidad, si cada elemento de la población tiene una probabilidad conocida de ser seleccionada, entonces esta es conocida como una muestra aleatoria.

En muchas ocasiones el auditor tratará de obtener su muestra por criterio, por creer que el objetivo de la auditoría es detectar irregularidades en las actividades de una unidad administrativa, o simplemente por comodidad (por no tener que lidiar con números que le compliquen el trabajo). Por lo que se debe hacer valer que una buena muestra es aquella a partir de la cual se pueden hacer generalizaciones respecto a la población; mientras que una mala muestra (muestra selectiva) no permite tales generalizaciones.

Para generalizar de la muestra a la población, necesitamos estar capacitados para deducir a partir de cualquiera de las suposiciones respecto a la población, cuando la muestra observada está dentro del rango de variación del muestreo que puede ocurrir para dicha población, bajo el método dado del muestreo. Tales deducciones se pueden hacer si y sólo si se aplican las leyes de probabilidad matemática. Por tal motivo se deben seleccionar las muestras al azar para asegurar la aplicabilidad de estas leyes.

Cuando se va a realizar un muestreo se necesita saber varias cosas, entre estas el tamaño de la muestra adecuado y el procedimiento de selección de la misma. Además de seguir varios principios que siempre deben tomarse en cuenta, los cuales se presentan a continuación.

Los principios que debe seguir el auditor al usar muestreo son :

a) Basar sus opiniones sólo en las poblaciones en donde se extrajeron las muestras.

Las muestras deben ser representativas de la población.

b) Permitir que cada elemento de la población tenga una probabilidad de ser seleccionado, asegurándose de que ninguna configuración particular de la población modifique el carácter aleatorio de la muestra.

c) Evitar que inclinaciones personales influyan en la selección de los elementos de la muestra.

2.4 CLASIFICACION DEL MUESTREO EN AUDITORIA.

Dentro del muestreo en auditoria existen dos grupos, que representan cada uno de ellos, corrientes de aplicación que se pueden llevar a la práctica, atendiendo al propio criterio, juicio y discernimiento del auditor y a los resultados que espera de su trabajo. Estos dos grupos son :

El muestreo estadístico y el muestreo dirigido. Estos dos tipos de muestreo responden las siguientes preguntas: ..Cuanto hay que revisar?, ..Qué elementos deben ser seleccionados?, ..Qué significan los resultados obtenidos ?. El muestreo dirigido resuelve estas preguntas mediante el discernimiento del auditor, pero no puede generalizar o presentar un panorama sobre lo que no se revise de esa población. Mientras que los métodos de muestreo estadístico, por obedecer a los principios de probabilidad, pueden presentar con mucha eficacia una evaluación de los elementos de la población que no se revisan.

2.5 MUESTREO ESTADISTICO Y NORMAS GENERALES DE AUDITORIA .

La Secretaría de la Contraloría General de la Federación es el organismo encargado de regular y establecer los lineamientos a seguir las Contralorías internas de las Secretarías, para poder evaluar la gestión de las dependencias y unidades administrativas, en términos de economía, eficiencia y efectividad, siendo importante mencionar su relación con el muestreo.

Específicamente, en la norma segunda del boletín "B", en el apartado correspondiente a la actualización de conocimientos técnicos se menciona que : "El auditor público deberá mantener su competencia técnica, con la actualización en los adelantos en materia de normas, procedimientos y técnicas aplicables en auditoría interna y en las demás disciplinas afines a la función". Uno de los instrumentos con los que cuenta el auditor público para realizar el trabajo de auditoría es el empleo de métodos de muestreo estadístico, los cuales le brindan la oportunidad de reducir la cantidad de datos por revisar detalladamente para obtener la evidencia suficiente, competente, relevante y pertinente.

Así mismo en la norma séptima de las normas generales de auditoría pública, se establece : "El auditor público aplicará los procedimientos y las técnicas de auditoría con la oportunidad y alcance que juzgue necesarios, de acuerdo con los objetivos de la revisión, la amplitud del universo sujeto a examen y las circunstancias específicas del trabajo, a fin de reunir los

suficientes elementos de juicio. Por regla general, las pruebas se harán por MUESTREO ESTADÍSTICO, en número suficiente para respaldar el juicio del auditor y las conclusiones del informe. La comprobación absoluta puede resultar desproporcionadamente costosa en relación con el beneficio que se espera de la auditoría."

Cabe destacar que también señala que "No obstante, si en el curso de la revisión se advierten situaciones de las que se pueda inferir la comisión de irregularidades, las pruebas deberán ampliarse hasta conseguir la evidencia suficiente."

2.6 EL MUESTREO ESTADÍSTICO EN AUDITORIA.

El muestreo estadístico en auditoría es la aplicación de un procedimiento de auditoría a una muestra de una población por revisar, en donde se estiman las características y/o valores de la población (inferencia), a partir del diseño, selección y evaluación de la muestra por métodos matemáticos basados en el cálculo de probabilidades.

A diferencia del muestreo dirigido, cuando se tiene una muestra por el método estadístico, es posible afirmar con un determinado grado de confianza, que el resultado de la muestra no se aleja de las condiciones reales de la población (es decir de las condiciones que pueden determinarse mediante el examen completo de la población), más allá de cierto límite especificado (límite de confianza).

En los siguientes párrafos se presenta un resumen de las ventajas que presenta la utilización del muestreo estadístico en sustitución de las pruebas selectivas.

2.7 VENTAJAS DEL USO DEL MUESTREO ESTADISTICO.

Las principales ventajas al usar muestreo estadístico en sustitución del dirigido son las siguientes:

+ Implica un mayor conocimiento del área por examinar, ya que se requiere la cuantificación de situaciones existentes.

+ Proporciona bases de cuantificación objetivas para la determinación del tamaño de la muestra, su selección y evaluación.

+ Los resultados de la muestra pueden ser justificados objetivamente. Cuando la muestra es aleatoria no está sujeta a la acusación de que tiene sesgo. Con frecuencia rechaza la frecuente obsesión del auditor, en el sentido de que sólo ha visto las peores partidas y que por ello ha sesgado su muestra.

+ Proporciona un medio para conocer con anticipación el tamaño de la muestra necesario. Una vez que el auditor precisa el grado de riesgo que está dispuesto a aceptar, se ve libre el compromiso que supone determinar de un modo arbitrario los tamaños de muestra, ya que el propio método proporciona una justificación de la racionalidad del tamaño utilizado y, al mismo tiempo, del costo de la auditoría.

+ Suministra una estimación de la magnitud del riesgo de que la muestra pueda no representar las características de la población.

El muestreo sin medidas estadísticas no puede permitir calcular dicha magnitud.

+ Puede ser más exacto que el que se realiza examinando cada uno de los elementos de una población grande.

El examen de un gran número de datos puede requerir de un personal numeroso que trabaje durante largos periodos y el resultado puede presentar varias interpretaciones.

+ Disminuye el costo de la auditoría, debido a que requiere de muestras menores que las ocupadas por el muestreo dirigido, para poder emitir un juicio sobre toda la población.

2.8 AREAS DE APLICACION.

Es cierto que el muestreo estadístico no es aplicable en todas las áreas de una unidad administrativa cuando se está realizando una auditoría. Por tal motivo la persona encargada de aplicar los métodos de muestreo para la realización de pruebas, debe ser muy cuidadoso de observar las áreas en las que usará muestreo estadístico.

Los métodos de muestreo estadístico son más efectivos en aquellas áreas donde es valiosa la evaluación de cierto tipo de información en términos matemáticos.

De manera general, el muestreo estadístico puede ser aplicable en los siguientes casos :

+ Análisis de los comprobantes que se deben examinar en las pruebas (pruebas de cumplimiento) de los procedimientos de nóminas, adquisiciones, etc.

+ Análisis de las cuentas por cobrar o créditos fiscales.

+ Análisis de dictámenes recibidos para la determinación de impuestos no enterados al fisco.

+ Análisis de expedientes de auditorías fiscales en las pruebas a lineamientos legales y vicios de procedimientos.

Estos son algunos casos en los que se pueden aplicar los métodos de muestreo estadístico, pero no son los únicos.

2.4 CONDICIONES PARA EL USO DEL MUESTREO ESTADISTICO.

Para poder llegar a una conclusión válida y eficaz, o dicho de otro modo, para garantizar los buenos resultados a los que lleguemos con el muestreo estadístico, debemos cumplir estas tres condiciones:

- a) Masividad
- b) Homogeneidad
- c) Aleatoriedad

a) **MASIVIDAD.** Se refiere a que la población que examinemos con muestreo debe ser masiva, con un gran número de elementos, para poder tomar tamaños de muestra convenientes de ser analizados.

b) **HOMOGENEIDAD.** Cuando se realiza una inferencia acerca de alguna característica de una población tomando una muestra de ella, se debe tratar de asegurar de que la población es relativamente homogénea. Se entiende por homogénea, que por lo menos hasta donde se sabe, un elemento de la población es similar a cualquier otro.

Cuando las poblaciones no son homogéneas será necesario estratificar, seleccionando en partes homogéneas entre sí para ser probado aisladamente.

La mayoría de las poblaciones de contabilidad, como son los inventarios o las deudas, tienen la característica de que unas pocas cuentas representan una gran proporción del valor total y que muchas cuentas son de valor muy pequeño. Aquí el auditor puede obtener ahorros substanciales en la eficiencia del muestreo si se separa los elementos de valor elevado de los elementos de poco valor.

c) **ALEATOREIDAD.** Que la muestra sea seleccionada al azar, es decir, que cada elemento de la población tenga la misma probabilidad de ser seleccionado en cada extracción.

CAPITULO 3. METODOS DE SELECCION DE MUESTRAS.

3.1 METODO DE SELECCION DEL MUESTREO ALEATORIO SIMPLE.

La técnica más aceptada en la selección aleatoria de los elementos que conforman la muestra, es la técnica de selección por números aleatorios. Aunque es una técnica simple e introductoria en el muestreo estadístico, es aceptable en pruebas de auditoría.

Para determinar los elementos que se van a examinar se utiliza una tabla de números aleatorios. En la aplicación de esta técnica se requiere :

- Contar con un cuadro de números aleatorios.
- Aplicar una metodología para la selección de números aleatorios.
- Documentar el proceso en papeles de trabajo.

Las tablas de números aleatorios son tablas de dígitos 0,1,2...9 donde cada dígito tiene la misma probabilidad de ser seleccionado en cada extracción.

La tabla que vamos a utilizar es la que se muestra en el anexo, la cual contiene números aleatorios ordenados en columnas de cinco cifras de 5 dígitos en sentido horizontal y 5 dígitos en sentido vertical. De tal forma que si tenemos (por ejemplo) un número de 6 dígitos o más puede formarse con sólo avanzar en la tabla en sentido horizontal o vertical, hasta abarcar el número de dígitos necesarios para completarlo (La mayoría de las tablas son similares o parecidas a la antes mencionada).

3.1.1 PROCEDIMIENTO PARA LA SELECCION DE UNA MUESTRA .

Los principales pasos para la selección aleatoria por éste método son los siguientes:

- 1) Enumerar los elementos de la población de 1 a N.

2) Seleccionar el punto de partida en las tablas de números aleatorios.

De tal manera que cada elemento de la tabla tenga la misma probabilidad de ser seleccionado y por consiguiente de ser el punto de partida.

Como la tabla que tenemos tiene 120 renglones y 50 columnas vamos a seleccionar aleatoriamente un número entre 1 y 120 que, va a corresponder al renglón y otro número entre 1 y 50, para la columna, de la siguiente manera :

a) Se abren las tablas de manera arbitraria y se arroja el lápiz en cualquier parte de la hoja seleccionada.

b) A partir del punto donde cayó el lápiz se van a tomar tres dígitos a la derecha para conformar un número de tres dígitos, que corresponderá al renglón.

c) Se repite el inciso a) y se realiza lo mismo para seleccionar la columna, pero tomando dos dígitos a la derecha del punto seleccionado.

d) Si el número seleccionado en el inciso b) es mayor que 120 o igual a 000, se recorre la tabla hacia abajo hasta encontrar un número entre 1 y 120.

e) Si el número seleccionado en el inciso c) es mayor que 50 o igual a 000, se recorre la tabla hacia abajo hasta encontrar un número entre 1 y 50.

La pareja de números resultantes corresponderá al punto de partida en las tablas.

Por ejemplo : se abren las tablas y casualmente resulta seleccionada la página dos, se lanza un lápiz y cae en la columna

31 renglón 68 (ver tablas anexas), tomamos tres números de izquierda a derecha y tenemos como resultado el número 551, como el número máximo de renglones en la tabla es de 120, se rechaza este número y se continúa buscando hacia abajo hasta encontrar un número entre 1 y 120, resultando seleccionado el número 115.

Para seleccionar la columna utilizamos el mismo método: la página seleccionada es la 3 y el punto seleccionado casualmente es el renglón 116 y la columna 24 a partir de la cual tomamos dos dígitos a la derecha resultando el número 05, como este número está entre 1 y 50 lo dejamos (VER TABLAS).

De lo anterior tenemos como resultado el punto (115,05) (renglón 115, columna 05) el cual va a ser el punto de partida para empezar a seleccionar los elementos de la muestra en sentido horizontal o vertical (en este ejemplo se seleccionan los elementos recorriendo la tabla hacia abajo).

3) Determinación de los elementos que conformarán la muestra.

Una vez contando con el tamaño de la muestra y el punto de partida en las tablas de números aleatorios, procedemos a determinar los elementos que conformarán la muestra.

Si el primer dígito de N es un número entre el 5 y el 9 el siguiente método de selección es el adecuado.

Supóngase que tenemos una población de tamaño $N = 612$ y queremos una muestra de tamaño $n = 12$, necesitamos tomar 3 columnas de la tabla para tener una amplitud de 3 dígitos, como ya tenemos el punto de partida, seleccionamos los elementos de la tabla que se encuentren entre 1 y 612 hasta conformar la muestra, es decir: a partir del renglón 115 columna 5 recorreremos la columna hacia abajo seleccionando los 12 primeros números distintos entre 001 y 612. Estos números son: 080, 360, 182, 465, 166, 125, 320, 284, 448, 430, 168, 140.

Como las columnas se terminaron y no alcanzamos a completar la muestra continuamos en las columnas posteriores (puesto que las columnas que estabamos ocupando eran la 05, 08 y 07), en este caso las columnas: 08,09,10 seleccionando desde el renglón número 1 en orden descendente. En selecciones repetidas es aconsejable cambiar el punto de partida de la tabla.

La desventaja de éste método es que los números de tres dígitos 000 y todos los del 813 al 999 no se usan, aunque al saltarse numeros no se pierde mucho tiempo.

4) Una vez habiendo seleccionado la muestra, el siguiente paso es ordenar los números que resultaron seleccionados para facilitar la localización de los elementos en la población.

3.1.2 UN METODO ALTERNATIVO DE SELECCION.

En la selección de los elementos anteriores, hacemos notar que la tasa de rechazo fué cercana al 40%, por lo que se presenta un método alternativo de selección, el cual reduce la tasa de rechazo y se presenta a continuación :

Cuando el primer dígito de N es menor que 5, algunas personas podrían preferir este método si n es pequeño y se cuenta con un cuadro de números aleatorios bastante extenso.

Con una población de $N = 107$ elementos y una muestra de tamaño $n = 10$ (por ejemplo), un segundo método con menos rechazos es el siguiente: En una serie de números de 3 dígitos se sustrae 200 de todos los números que hay entre 201 y 400, se sustraen 400 de todos los números entre 601 y 800, se sustraen 600 de todos los números entre 801 y 999 y desde luego 000 de todos los números entre 000 y 200.

De tal manera que todos los residuos mayores que 107 y los números 000 y 200 se rechazan.

Lo antes descrito queda resumido de la siguiente tabla:

si $x \in 201$ y 400	si $x \in 401$ y 600	si $x \in 601$ y 800
$201 - 200 = 001$	$401 - 400 = 001$	$601 - 800 = 001$
$202 - 200 = 002$	$402 - 400 = 002$	$602 - 800 = 002$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
$400 - 200 = 200$	$600 - 400 = 200$	$800 - 800 = 200$

y así sucesivamente para números entre 801 y 999 y para números entre 000 y 200, de tal forma que quedan números entre 001 y 200.

De aplicar el método de selección del punto de partida en la tabla obtenemos el siguiente para $N = 117$ y $n = 10$:

El punto de partida es el renglon 23 columna 41, entonces las columnas que ocuparemos serán la 41, 42 y 43, recorriendo las columnas de arriba hacia abajo, obteniendo los siguientes números: 010,005,119,695,693,413,538,051,792,801,433, 783,233, 875,886.

al número 695 le restamos 600 resultando 095.

al número 693 le restamos 600 resultando 093.

al número 413 le restamos 400 resultando 013.

al número 538 le restamos 400 resultando 138, como es mayor que 117 se rechaza.

al número 792 le restamos 600 resultando 192, se rechaza.

al número 801 le restamos 800 resultando 001.

al número 433 le restamos 400 resultando 033.

al número 783 le restamos 600 resultando 183, se rechaza.

al número 233 le restamos 200 resultando 033.

al número 875 le restamos 800 resultando 075.

al número 886 le restamos 800 resultando 086.

De lo cual obtenemos los siguientes números: 010, 005, 095, 083, 013, 051, 001, 033, 075, 086, la extracción requiere de 15 números de 3 dígitos para $n = 10$, en esta muestra la tasa de rechazo es de $(5/15) = 33.3\%$ que es menor a la probabilidad de rechazo $(93/200) = 46.5\%$ para éste método.

3.2 MUESTREO SISTEMÁTICO COMO METODO DE SELECCION.

Una alternativa al muestreo puramente aleatorio es el muestreo aleatorio sistemático. Bajo ciertas circunstancias este método puede gozar de una ventaja operacional sobre el muestreo puramente aleatorio.

Si la población no está enlistada en secuencia numérica, es mucho más fácil seleccionar una muestra aleatoria empleando éste método, y también mucho más rápida.

El muestreo sistemático permite seleccionar los elementos de la población que conforman la muestra, de tal manera que haya un intervalo uniforme entre cada uno de ellos; Es decir, de acuerdo con este método se selecciona cada k -ésimo elemento empezando con un punto de partida aleatorio.

Los requisitos básicos para el uso de la técnica de selección sistemática son:

a) Tener una población homogénea.

Es decir, que los grupos sean similares por sus características físicas o especiales o por los valores implícitos en cada uno.

b) Ausencia de sesgo en la colocación de los elementos de la población.

Evitar en la colocación de los elementos de la muestra algún

efecto que impida que el resultado (estadístico) sea representativo, ya que esto puede dar origen a inclinaciones subjetivas por parte del auditor que provoquen errores.

c) La condición de que no falte ninguno de los elementos de la población.

Todos los elementos de la población deben ser considerados al momento de llevar a cabo la selección sistemática de la muestra.

Como se dijo anteriormente, en este método se requiere que el primer elemento de la muestra sea escogido al azar, sin exceder del tamaño del intervalo y los restantes sean seleccionados utilizando un intervalo de muestreo.

La fórmula para calcular el intervalo de muestreo es :
 $k = N/n$ donde N es el tamaño de la población y n el tamaño de la muestra, y k es el intervalo.

Por ejemplo : Si el punto de partida al azar es el tercer elemento de la población y el intervalo de muestreo $k = 10$, entonces serían seleccionados los números 13, 23, 33 y así sucesivamente, hasta conformar la muestra.

En otro ejemplo: se van a seleccionar 300 elementos de una población de 30,000 . Dividiendo esta última cifra entre 300 se obtiene un intervalo de muestreo $k = 100$. Seguidamente, recurriendo al cuadro de números aleatorios (con la técnica para seleccionar el punto de partida) se elige un número aleatorio entre 1 y 100, por ejemplo el 91. Por lo tanto cada centésimo elemento se deberá seleccionar para examen a partir de ese número (91,191,291, etc).

El peligro en el empleo del muestreo sistemático es que cada k -ésimo elemento puede corresponder a una secuencia ya existente de la población, de manera que los elementos de la muestra se estén seleccionando siempre de una misma sección de la población, formada siguiendo un patrón recurrente. Por lo que antes de iniciar la selección sistemática de la muestra, se deben tener

presentes las recomendaciones citadas, y si la población no cumple con los requisitos, aplicar otro plan de muestreo. (por conglomerados)

Otro método proporciona un tamaño constante de muestra y una media de muestra insesgada. Considerese las N unidades dispuestas al rededor de un círculo, y sea k el entero más cercano a N/n . Seleccione un número al azar entre 1 y N y tómese cada k -ésima unidad a partir de ahí y siguiendo el círculo, hasta alcanzar las n unidades deseadas.

Por ejemplo : supongamos que se desea $n = 5$ con $N = 23$. Entonces $I = 23/5 = 4.6$ se redondea a 5 entonces $k = 5$. Si el número aleatorio entre 1 y 23 es 10, tomamos las unidades 10, 15, 11, 16,

Con este método es fácil verificar que cada elemento de la población tiene la misma probabilidad de ser seleccionado. Si se desean $n = 4$ unidades con $N = 23$, tomamos $k = 6$.

(1)
SEIS MILLARES DE DÍGITOS ALEATORIOS

	01 - 05	06 - 10	11 - 15	16 - 20	21 - 25	26 - 30	31 - 35	36 - 40	41 - 45	46 - 50
001	48055	44166	18095	44659	56120	41200	62858	94814	76824	88699
002	00177	55125	02446	46952	96480	13253	59000	33823	08815	52423
003	24847	05666	10868	81828	42800	39400	24645	35339	36004	32052
004	49280	50689	97011	06461	95047	73256	86478	99191	22869	87758
005	61588	17651	83436	61951	78976	97713	52162	99368	90128	58828
006	46479	09320	81766	71198	61554	42817	34265	01456	66977	14927
007	17156	66284	36259	70019	75511	54403	99541	61166	81866	00297
008	29453	93448	66730	22107	12307	19793	50310	70195	87429	76439
009	91343	94430	01573	38261	22765	46428	72679	54812	72503	87064
010	25155	90168	56725	70272	79782	95377	39689	92982	32021	82881
011	73790	54140	40079	84092	22732	46131	36093	72926	11028	23223
012	24430	81447	90017	18114	31704	47676	30520	32755	79113	94466
013	68199	87708	27734	96930	96450	15845	47706	21077	53588	22362
014	92964	74053	46011	34878	35631	47929	05608	99913	96504	46187
015	26658	66291	84574	01137	81279	95938	50394	81731	25053	48437
016	75194	35273	20015	58920	58486	08261	30646	74455	52215	21222
017	14231	14718	41420	50760	46053	39033	30123	07460	64667	37386
018	77328	31933	36408	34447	07531	38793	70639	56113	04016	17767
019	24983	94094	72732	53468	03159	63530	20517	42350	86385	74697
020	11717	13120	61329	27013	22772	12330	63451	44631	65517	61097
021	01288	88775	13199	44755	54619	92088	60480	31786	80064	33593
022	90881	55026	25869	83848	64477	00330	56789	61536	27792	71311
023	49553	90044	40786	58058	93228	83962	14185	42787	01096	59073
024	69611	93264	74575	05797	96994	38358	06252	13019	60539	77530
025	87992	54121	18639	30432	58129	32879	09872	48613	11947	83828
026	91251	47599	55554	20928	95321	46253	21015	04299	69559	24128
027	15927	55705	61183	65779	35991	03223	64379	51195	68324	90179
028	93410	90039	61293	89708	87456	61767	24118	41352	41369	35546
029	30456	28874	94746	16965	72621	85408	02769	91790	53858	58051
030	12602	63386	57394	71457	17363	90094	09827	57663	05134	37431
031	53282	63510	38800	63295	34390	85190	75725	52906	79241	30291
032	90526	17267	93303	35642	46074	19235	25004	94561	80192	66644
033	37051	76397	09178	19513	02871	90087	90143	51687	43304	62546
034	70520	37250	18747	53051	25758	46380	18470	03480	78366	87053
035	15369	20273	58244	35393	18439	97802	19442	85435	23320	24175
036	74962	88907	25551	44732	67366	97128	85880	42850	87561	46517
037	12532	00397	87567	00020	77913	15238	82399	89681	89681	16780
038	16817	38594	46699	44600	80250	41086	31263	06654	20085	30332
039	56622	55205	15033	70580	56475	61227	47679	54223	34761	07411
040	14624	18896	06516	38593	06753	08129	63922	61703	61470	45448
041	11823	14075	19275	70806	33746	00143	13042	09254	80884	55602
042	95772	48133	41597	22803	81454	32531	94654	56212	43218	74933
043	81208	90253	38477	67758	76280	15865	47059	86971	86855	22049
044	72709	52734	75235	64032	34216	95083	81612	45893	44308	97459
045	98793	68526	36851	08276	38590	74950	76511	81912	84886	30660
046	28426	34598	32335	42352	61173	22078	47548	07513	41341	13583
047	47849	25596	85975	76778	83041	42962	86225	59350	17114	82403

(2)
SEIS MILLARES DE DÍGITOS ALEATORIOS

	01 - 05	06 - 10	11 - 15	16 - 20	21 - 25	26 - 30	31 - 35	36 - 40	41 - 45	46 - 50
048	03027	11363	09023	75337	92412	76189	51242	69338	71739	95259
049	80319	41295	39567	83030	30413	77744	63655	93397	81615	13871
050	26448	82664	65002	11323	91799	97796	24477	47175	91511	97260
051	68206	48059	88226	80697	19403	45801	43216	99918	40968	28795
052	45315	28541	60917	78175	71263	20528	73641	67288	92586	04273
053	60950	78789	06259	43717	13905	64094	86982	60347	05440	64135
054	12165	99514	31423	88353	87874	51647	46173	37282	38375	52420
055	71658	45298	13058	02552	21401	73839	45474	57041	86861	62051
056	27615	95031	00955	74183	62114	18046	32234	06695	73763	58392
057	38591	65432	17917	54923	34071	79403	67913	34814	97562	98635
058	96298	00185	63157	03160	53459	57767	59107	82427	10973	56399
059	24278	83585	64413	94443	57690	48335	02313	85646	60535	16588
060	68968	98799	50301	70293	23510	83027	64447	03822	79337	76741
061	35866	62353	85157	04423	24904	39361	30708	92915	70653	17693
062	39988	49665	59542	76944	01183	96798	60532	82165	98816	43382
063	84818	81945	90029	41775	43292	21558	06300	86665	21332	04867
064	45095	85254	72325	71880	27660	05127	93771	63166	87769	15480
065	39379	37424	51062	58092	01564	36803	09186	70661	55625	91941
066	02644	12475	45307	94284	44635	75037	52737	22418	88814	93079
067	55528	90510	22072	90427	94060	77811	69710	06571	28314	41066
068	55323	56631	59657	13772	91642	37018	55105	46756	86404	43740
069	89033	81444	14591	71803	41996	84318	11550	92249	71656	11335
070	52207	36556	34357	53039	40652	65353	88656	32419	39587	28686
071	80594	55884	60462	76999	34288	58951	49906	81071	89032	26751
072	11821	84534	31359	99189	12422	82734	42658	37873	57269	07746
073	40863	80885	94919	28616	78228	20869	63632	11165	52393	65694
074	89377	73005	31257	93845	33076	71460	83088	08741	44761	23669
075	60946	31326	10642	38823	86259	72235	53016	78686	18731	56374
076	19201	74750	29070	78499	94732	25747	44483	38277	43236	22173
077	96807	92475	32008	46569	92633	97884	25666	59377	02623	02110
078	12366	08211	37004	85770	24537	92078	75396	82978	11780	07970
079	81908	64578	58314	79864	11965	13293	97186	97100	92817	75412
080	43563	98346	76548	04205	35906	10859	52687	12987	58630	02823
081	72368	39960	93710	77396	84989	94730	54306	74654	76746	79514
082	23731	59948	40631	19676	77852	36363	85667	84643	57809	83167
083	30440	71133	39001	94826	68993	12063	14123	92862	50417	96945
084	75028	78160	41283	12067	06679	68966	73787	71685	83324	29669
085	47374	28343	34741	91463	87195	01554	56974	53424	11752	15736
086	55879	64014	73221	35863	24338	18370	60754	25943	92795	43165
087	43237	75773	35248	39764	17610	84460	01445	05654	81798	73576
088	13111	44411	11476	24416	42076	48754	55474	50801	54396	04326
089	20161	45916	27667	19246	51259	25119	24007	43221	39207	97337
090	66772	52931	75878	87551	24784	49298	61777	09261	86735	21974
091	45117	80174	06263	63710	53225	47741	27997	04877	07506	40061
092	97644	56566	84493	56704	31463	74365	12255	33344	44435	41029
093	50487	34400	62276	94734	63716	65374	52471	60231	70987	97576
094	17611	61341	28234	16770	27665	66889	79665	36210	11225	57140

(3)
SEIS MILLARES DE DÍGITOS ALEATORIOS

	01 - 05	06 - 10	11 - 15	16 - 20	21 - 25	26 - 30	31 - 35	36 - 40	41 - 45	46 - 50
095	81352	89410	53833	15261	47852	31933	94903	21401	32008	30635
096	25948	07900	09462	42549	71424	83254	00017	34548	90355	05167
097	31467	02502	80332	20809	98439	82914	26880	82462	29040	22766
098	37672	03566	99054	94290	95799	73551	80273	65750	84350	96593
099	06373	05133	19307	34592	90608	95990	10221	94214	29661	07103
100	08221	84731	58746	13982	21794	12838	92600	00377	12401	88425
101	23921	13192	96988	52364	51564	52673	10013	99291	64503	82373
102	42017	67963	13388	49557	08339	06942	35657	32336	67978	26073
103	74585	68291	49462	13747	27305	30353	09951	40891	95817	23907
104	53854	85535	06700	51106	76787	00848	66021	32974	36362	84632
105	37316	90046	22517	67024	33774	74156	38769	86190	86303	33168
106	71707	99658	02223	94056	71944	47405	73069	62790	05512	72888
107	39060	09137	34076	82992	07277	04855	33279	91588	70875	73625
108	18995	76100	26143	30255	42407	37334	82215	52106	09116	05337
109	60739	12922	84362	69043	52645	83535	62240	30017	95921	82744
110	65011	78129	18526	11534	72344	17609	68222	49272	81173	65589
111	31142	37491	61008	56063	53469	93939	34803	19460	20098	47350
112	26698	73384	59518	54713	82422	03493	35971	28657	70908	49198
113	94148	88312	17796	46614	97397	87906	86315	85228	94455	52537
114	72020	23271	91918	69773	70035	66141	24400	30350	08880	38094
115	48350	80663	25607	42112	06386	87475	91398	75247	27003	18133
116	08183	69818	04785	47057	75055	45550	04105	65254	25683	14251
117	85229	34683	70971	77901	44475	17030	70155	96322	14294	96766
118	85611	62502	28131	78634	11316	41638	13962	06041	27265	10649
119	25939	52525	30248	07161	81671	67757	37919	08899	55156	30181
120	82144	65937	30108	67177	89823	68192	10947	90074	09443	17101

CAPITULO 4. MUESTREO DE ATRIBUTOS Ó MUESTREO DE PROPORCIONES.

4.1 ANALISIS DEL PROBLEMA. DETERMINACION DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA.

Los principales pasos involucrados en la elección del tamaño de la muestra son los siguientes :

1) Debe existir algún enunciado acerca de lo que se espera de la muestra. Este puede darse en términos de límites de error deseados, o bien en términos de alguna decisión o acción que debe tomarse, una vez que se conocen los resultados de la muestra. La responsabilidad de éste enunciado es del auditor el cual está en condiciones de tomar alguna decisión.

2) Se debe encontrar una ecuación que relacione el tamaño de la muestra, denotada por "n", con la precisión deseada de la muestra. La ecuación variará según el contenido del enunciado de precisión y el tipo de muestra propuesto.

3) Esta ecuación tendrá como parámetros ciertas propiedades desconocidas de la población que deben estimar para obtener resultados específicos.

4) Con frecuencia se tiene que los datos estipulan para ciertas subdivisiones de la población y que los límites de error deseados se establecen para cada subdivisión. De ser así, se hace un cálculo separado para el tamaño de muestra en cada subdivisión y "n" se obtiene por adición.

5) Generalmente se mide más de un atributo o característica en un estudio por muestreo: en ocasiones el número de atributos es grande cuando se realiza muestreo por encuesta, pero en el caso de auditoría el número de atributos raramente excedera de 10 en una población.

Si se estipula un grado de precisión para cada atributo, los cálculos conducirán a una serie de valores conflictivos de n , uno para cada atributo. Por lo tanto se debe encontrar un método para reconciliar estos valores.

B) Finalmente, deberá apreciarse el valor elegido de n , para que sea consistente con los recursos de muestreo disponibles. En ocasiones es claro que n debe reducirse considerablemente y entonces es necesario tomar una decisión difícil, que es proceder con una muestra más pequeña, lo que reduce la precisión.

En los renglones anteriores se ha hablado de precisión, sin definir tal concepto en muestreo, por lo que se presenta la explicación matemática de tal definición :

Si suponemos que θ es el parámetro de interés (por ejemplo la media) y $\hat{\theta}$ es un estimador de θ (de acuerdo a los resultados obtenidos en la muestra), al especificar un límite para el error de estimación, deseamos que θ y $\hat{\theta}$ difieran en valor absoluto en una cantidad menor que "d".

En este contexto, definimos la precisión "d", como el límite para el error de estimación en cantidad absoluta o relativa.

Donde el error de estimación es la diferencia entre θ y $\hat{\theta}$.
Y la confianza es la probabilidad conocida de que el error de estimación sea menor que la precisión.

En auditoría se determina la precisión dependiendo de los recursos destinados para la revisión, como son : tiempo, dinero y personal, debido a que a mejor precisión (un intervalo más estrecho al rededor del parámetro estimado) implica analizar una muestra de mayor tamaño, y por consiguiente mayor trabajo.

Antes de seleccionar la muestra, es necesario decidir el tamaño que ésta debe tener. Hablando en general, el tamaño de la muestra queda determinado por el grado de precisión requerido, el valor de z (en tablas) correspondiente a la confianza requerida, el tamaño de la población y algún parámetro estadístico como

desviación estándar, coeficiente de variación u otro, dependiendo del plan de muestreo que se utilice.

En lo que se refiere al grado de precisión requerido deben considerarse dos aspectos fundamentales :

- 1.- La magnitud del error máximo permisible.
- 2.- El grado de confianza de que el error en la estimación no exceda del máximo error permisible.

Si en una unidad administrativa se desea estimar el ingreso medio mensual de los empleados, dentro de un margen de error de N\$20.00, el máximo error permisible es N\$20.00. Sin embargo, cualquiera que sea el tamaño de la muestra, existe la posibilidad de que el error en la estimación exceda los N\$20.00. Mientras mayor sea el tamaño de la muestra, menor será el riesgo de sobrepasar el error permisible, o en otras palabras, mayor será la confianza de que la estimación esté dentro del margen requerido.

Para resumir, el tamaño de la muestra debe aumentar si:

- 1.- El error permisible se hace menor,
- 2.- El grado de Confianza aumenta y
- 3.- La variabilidad de la población de la cual se obtiene la muestra aumenta.

4.2 PROCEDIMIENTO PARA SU APLICACION.

El muestreo de proporciones es el plan que se utiliza para estimar una proporción poblacional. En auditoria tal vez se desea saber el porcentaje de elementos que contienen algún atributo en especial. Por ejemplo en una lista de asistencia se desea saber el porcentaje de personas que no firman la entrada o tal vez el porcentaje de personas que firman y no asisten a trabajar, para anotar esto como una observación de auditoria, pero para esto necesitamos aplicar el método de muestreo conocido como muestreo de proporciones o de atributos.

Cuando queremos estimar alguna característica de una población, en porcentaje (el porcentaje de la población que contiene el atributo específico), dividimos la población en dos clases, los que poseen el atributo y los que no lo poseen.

La metodología recomendada durante el empleo de este plan es la siguiente :

1) Establecimiento de los objetivos específicos de auditoria.

De acuerdo a los fines específicos de la revisión se aplicará el método adecuado de muestreo estadístico . Si se identifica que algún(los) objetivo(s) se encamina(n) a determinar el porcentaje de error en un procedimiento por ejemplo : supóngase que el objetivo de la prueba de auditoria se orienta a determinar el porcentaje de solicitudes de pago existentes sin la firma de autorización correspondiente, el plan de muestreo de atributos es el conveniente a utilizar.

Por lo regular este plan de muestreo se orienta a encontrar errores en procedimientos, en porcentaje, por lo que la proporción de errores se denotará con p , considerándose como una tasa de error.

2) Definición de la población sujeta a examen.

En este punto se refiere a que se deben saber la totalidad de los elementos que conforman la población, por lo regular en pruebas de auditoria se toman el conjunto de elementos en un periodo determinado.

3) Determinación de los parámetros relacionados con el muestreo de atributos.

El auditor, con base en su juicio, capacidad técnica, criterio y conocimientos previos que tenga de la población sujeta a examen, debe definir estos parámetros como son : nivel de confianza, porcentaje de elementos con el atributo (esperado), denotado por p , y la precisión de \pm un porcentaje d .

4) Determinación del tamaño de la muestra.

Una vez que se han establecido los parámetros anteriormente señalados, el auditor procederá a obtener el tamaño de la muestra, el cual estará en función de estos parámetros mediante una fórmula que con posterioridad se desarrolla.

5) Selección de los elementos que conforman la muestra.

Cuando se tiene la cantidad de elementos que se tienen que tomar de la población, se procede a seleccionarlos bajo el método de selección adecuado, ya sea por el método de tablas de números aleatorios o por selección sistemática.

6) Documentar el proceso en papeles de trabajo.

De tal manera que otra persona ajena a la auditoría pueda reconstruir el método antes aplicado, sin dificultad.

7) Verificar o probar los elementos de la muestra.

Esto se refiere a que se debe verificar si los elementos de la población contienen o no el atributo.

8) Calcular el porcentaje p de elementos con el atributo en la muestra y el porcentaje de elementos que no poseen el atributo por diferencia $1 - p = q$.

9) Estimar los intervalos de confianza.

En este paso se calculan los intervalos de confianza para la proporción estimada y para los parámetros que se requieran.

Como los pasos del 1 al 3 son de fácil comprensión se entrará en detalle con respecto a la determinación del tamaño de la muestra, y de los intervalos de confianza, puesto que el método de selección quedó descrito con claridad en un capítulo anterior.

4.3 TAMAÑO DE LA MUESTRA PARA ESTIMAR UNA PROPORCION.

El tamaño de la muestra para el muestreo de proporciones se calcula mediante el uso de una fórmula que en ocasiones resulta difícil de comprender, por tal motivo se detalla la obtención de ella como a continuación se describe:

Denotamos con C el número de elementos que poseen el atributo, y con C' el número de elementos que no poseen el atributo en una población específica. Un atributo es una característica que puede poseer o no una población.

Convenimos un margen de error " d " de la proporción estimada \hat{p} . Es decir de que la proporción estimada no rebase a la proporción real en un porcentaje d determinado con una confianza establecida de los elementos de la clase C , existiendo un pequeño riesgo α , el cual estamos dispuestos a correr, de que el error real supere a d en un porcentaje.

En términos matemáticos queremos que :

$$P\{ |\hat{p} - P| \geq d \} = \alpha \quad \text{donde } P \text{ es la proporción real del atributo en la clase } C.$$

Suponiendo un muestreo aleatorio simple y que la proporción \hat{p} de elementos con el atributo en la muestra se toma con distribución normal.

NOTA :

$$\text{A partir del teorema : La } \text{Var}(\hat{\rho}) = E(\hat{\rho} - P)^2 = s^2 \frac{(N-n)}{n} = \frac{PQ}{n} \frac{(N-n)}{(N-1)}$$

$$\text{como } s = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^2}{N-1} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i^2) - N\bar{Y}^2}{N-1} = \frac{1}{N-1} (N\sum_{i=1}^N y_i^2 - N^2 \bar{Y}^2) = \frac{N}{N-1} PQ$$

$$\text{DONDE } Y = \sum_{i=1}^N y_i = A \quad ; \quad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} = \frac{A}{N}$$

$y_i = 1$ si el elemento contiene el atributo, ie pertenece a la clase C

$y_i = 0$ si el elemento no contiene el atributo, ie pertenece a la clase C' (C no pertenece a la clase C)

A = numero de elementos con el atributo

$\frac{A}{N}$ = proporción de elementos con el atributo en la población.
N

Entonces

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \sqrt{\frac{PQ}{n}}$$

Donde $[(N-n)/(N-1)]^{1/2}$ es el factor de corrección por población finita.

Por lo tanto, la fórmula que relaciona el tamaño de muestra n con el grado de precisión deseado es:

$$d = z \sigma_p$$

Donde z es la abscisa de la curva Normal que corta un area de α en las colas de la distribución.



Al resolver para n encontramos

$$n = \frac{\frac{z^2 PQ}{d^2}}{1 + \frac{1}{N} \left(\frac{z^2 PQ}{d^2} - 1 \right)}$$

4.4 INTERVALOS DE CONFIANZA.

El límite de confianza para la proporción poblacional cuando el tamaño de la muestra n es menor que 30 es :

$$\hat{p} \pm t_{1-\alpha/2, n-1} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \sqrt{pq/n}$$

con t tomada de la t-student con n-1 grados de libertad.

Cuando el tamaño de la muestra es mayor que 30 el intervalo de confianza para estimar la proporción poblacional es :

$$\hat{p} \pm Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \sqrt{pq/n} \quad \text{con Z Normal.}$$

Es decir la proporción estimada \hat{p} más menos una precisión d.

Con posterioridad se presenta una forma de agilizar el uso de la fórmula para calcular el tamaño de la muestra, los intervalos de confianza y la precisión mediante el uso de un programa de fácil utilización, debido a que el auditor en el trabajo cotidiano se encuentra con el problema de trabajar con una muestra de escaso tamaño sin saber con que precisión y nivel de confianza trabaja, así podrá tomar el tamaño de muestra que más se adecúe a sus posibilidades, y podrá realizar los cálculos correspondientes en cuestión de segundos y con la seguridad de que lo que está haciendo está bien.

4.5 EJERCICIOS SOBRE EL METODO.

Una unidad de contraloría interna, tiene como objetivo realizar una revisión al área de recursos financieros.

Entre los objetivos de la auditoría se encuentra el de verificar que las pólizas de egresos elaboradas en el año de 1993 cuenten con la documentación soporte que corresponda y con la autorización adecuada de acuerdo al manual de políticas y procedimientos.

Al realizar la investigación previa se identifica que durante 1993 se elaboraron 10,000 pólizas de egresos, las cuales deben incluir la firma de autorización del jefe del departamento de Contabilidad.

Con base en la experiencia, criterio profesional, y basándose en los resultados de las auditorías practicadas anteriormente al rubro revisado, considera que la tasa de error esperada (proporción de pólizas de egresos con la ausencia de firma de autorización o documentación soporte correspondiente) no deberá ser mayor al 2%, y se desea contar con una confianza del 95% de que los resultados de las pruebas que aplique se hallan dentro de un intervalo de precisión del 2% por encima o por debajo de la verdadera tasa de error. Sea $p = 2\%$ la proporción de pólizas de egresos con la ausencia de firma de autorización o documentación soporte correspondiente.

Ahora se va a aplicar la metodología empleada por los auditores para obtener el tamaño de la muestra y los intervalos de confianza. Para después resolver el ejercicio por las técnicas estadísticas.

Como primer paso para resolver este ejercicio, necesitamos saber el tamaño de la muestra, para lo cual se van a utilizar las tablas de la serie "A" (Correspondiente al muestreo de atributos, en el anexo).

Entonces :

$N = 10,000$

$p = 2\%$ (tasa de error esperado)

Nivel de Confianza = 95%

Precisión = $\pm 2\%$

Con los datos anteriores utilizamos el cuadro A.2 correspondiente al muestreo de atributos con una p no mayor al 2% y un Nivel de Confianza del 95%. En la primer columna de éste cuadro se presenta el tamaño de la población; buscamos el renglón de tamaño de población = 10,000 y el cruce con la precisión de $\pm 2\%$, hallando así un tamaño de muestra de $n = 184$ elementos.

Realizando lo anterior, se procede a seleccionar las pólizas de egresos que integran la muestra y aplicarles las pruebas de auditoría consistentes en verificar la existencia o no de los atributos antes mencionados. Obteniendo así los resultados que a continuación se describen :

1) 3 pólizas de egresos no tienen la firma de autorización del jefe de departamento de contabilidad.

2) 9 pólizas de egresos no cuentan con la documentación soporte correspondiente.

En total 12 elementos no cuentan con las requisiciones antes mencionadas, si \hat{p} es la proporción encontrada en la muestra entonces:

1) $\hat{p}_1 = (3/184) * 100 = 1.6\%$ (% de pólizas de egresos sin doc. soporte)

2) $\hat{p}_2 = (9/184) * 100 = 4.9\%$ (% de pólizas de egresos sin firma de autorización)

3) $\hat{p} = \hat{p}_1 + \hat{p}_2 = 1.6 + 4.9 = 6.5\%$

Esperábamos tener un porcentaje de error p a lo más del 2% con una precisión del $\pm 2\%$, es decir esperábamos tener un porcentaje de error entre el 0 y 4% para la suma de los atributos. Si redondeamos las tasas de error halladas tendríamos

2% y 5%, correspondientemente, es decir un 7% de error, como tenemos tablas del 2,3,5,10 y 15% vamos a utilizar la del 2% y del 5% entonces la estimación de la precisión para una tasa de error hallada del 7% sería la siguiente :

NOTA : Las tasas de error en procedimientos p_1 y p_2 se redondean al entero más próximo con el fin de poder utilizar las tablas con las que se cuenta, sin tener que interpolar, por tal motivo los resultados que se presentan por este método se desvían de los resultados reales y presentan una aproximación de los intervalos de confianza con los datos correspondientes. Este método es el que se utiliza en Auditoría Pública y está aprobado por la SE.CO.OE.F. y se muestra en contraste con las técnicas de muestreo estadístico presentadas posteriormente.

a) Para la $\hat{p}_1 = 2\%$ realizamos los siguientes pasos.

Utilizando el cuadro F.1 de las tablas, buscamos en la primer columna el tamaño de muestra de 184 y en el encabezado de las columnas el tamaño de población de 10,000, en el punto donde se cruzan encontramos el límite inferior y superior para la $\hat{p}_1 = 2\%$.

En este caso tenemos tamaño de muestra de 180 y de 200, por lo cual vamos a encontrar el 184 por una simple regla de tres para los límites de precisión.

Entonces

tenemos para $n=180$ y $N= 10,000$ Lim. inf= 0.7 , Lim. Sup. = 4.8
para $n=200$ y $N= 10,000$ L.I. = 0.7 , L.S.= 4.5

Como el límite inferior es igual para 180 y 200 entonces es igual para 184. Pero para el Límite Superior procedemos de la siguiente manera.

Sacamos la diferencia entre 4.8 y 4.5 = 0.3 ;
obtenemos la diferencia entre 180 y 200 = 20 y
obtenemos la diferencia entre 180 y 184 = 4
entonces aplicando una simple regla de tres decimos:

si $20 \Rightarrow 100\%$

$4 \Rightarrow x = 400/20 = 20\%$ multiplicamos este porcentaje por la diferencia del límite superior $= 20\% * 0.3 = 0.06$

Al límite superior para $n=180$ y $N=10,000$ le restamos el resultado anterior $L.S. = 4.8 - 0.06 = 4.74$

Por lo tanto los límites de precisión para la $\hat{p}_1 = 2\%$ son:

$L.I. = 0.7$ Y $L.S. = 4.74$

b) Para la $\hat{p}_2 = 5\%$ realizamos los siguientes pasos:

Utilizando el cuadro F.5 de las tablas, buscamos en la primer columna el tamaño de la muestra de 184 y en el encabezado de las columnas el tamaño de la población de 10,000, en el punto donde se cruzan encontramos el límite inferior y superior para una tasa de error del 5% .

Como en el caso anterior, la tabla presenta tamaños de muestra de 180 y 200 por lo que se va a proceder como en el inciso anterior.

para $n = 180$ y $N = 10,000$ tenemos $L.I. = 2.7$ y $L.S. = 8.6$

$n = 200$ y $N = 10,000$ tenemos $L.I. = 2.8$ y $L.S. = 8.3$

como $200-180 = 20$ y $184-180 = 4$ $(4/20)100 = 20\%$

La diferencia de $L.I. = 2.8 - 2.7 = 0.1 \Rightarrow 0.1 * 0.20 = 0.02$

le sumamos al $L.I.$ de 180 la diferencia anterior, entonces

Para $n=184$

$L.I. = 2.7 + 0.02 = 2.72$

La diferencia de $L.S. = 8.6 - 8.3 = 0.3 * 0.20 = 0.06$

le restamos al L.S. de 160 la diferencia anterior, entonces
Para $n=184$

$$L.S. = 8.6 - 0.06 = 8.54$$

Por lo tanto los límites de precisión para una $\hat{p}_1 = 5\%$ y un tamaño de muestra de 184 son los siguientes:

$$L.I. = 2.72 \text{ y } L.S. = 8.54$$

En conclusión se tiene que los límites inferiores y superiores de precisión para una \hat{p} del 7% que es la suma de los límites de las $\hat{p}_1 = 2\%$ y $\hat{p}_2 = 5\%$ son :

$$\text{para } \hat{p}_1 = 2\%, n = 184 \text{ y } N = 10,000 \rightarrow L.I. = 0.7 \text{ y } L.S. = 4.74$$

$$\text{para } \hat{p}_2 = 5\%, n = 184 \text{ y } N = 10,000 \rightarrow L.I. = 2.72 \text{ y } L.S. = 8.54$$

ENTONCES

Los límites de precisión para:

$$\hat{p} = \hat{p}_1 + \hat{p}_2 = 7\%, n = 184 \text{ y } N = 10,000 \text{ son } L.I. = 3.42 \text{ y } L.S. = 13.28$$

Si multiplicamos estos límites de precisión por (10000), que es el total de la población inferimos con un 95 % de confianza que existen de 342 a 1328 pólizas de egresos que no cumplen con alguna de las requisiciones antes mencionadas (firma de autorización o documentación soporte) .De los cuales no tienen la firma de autorización de 70 a 474 con un nivel de confianza del 95%, y no cuentan con las requisiciones de la documentación soporte de 272 a 854 con un nivel de confianza del 95 %.

Como existe un porcentaje muy alto de error, es decir que en esta población las personas no realizaron su trabajo con el debido

cuidado y responsabilidad, y además se nota una falta de supervisión de sus jefes inmediatos, se puede proceder a realizar una nueva selección aleatoria (Campilar la muestra) con el fin de obtener la documentación que respalde esta observación.

SOLUCION POR EL METODO ESTADISTICO.

Considerando los datos anteriores y usando el método estadístico para el cálculo del tamaño de la muestra es el siguiente.

$$n = \frac{z^2 pq / d^2}{1 + 1/N \left(\frac{z^2 pq}{d^2} - 1 \right)} \quad \text{si hacemos } n_0 = z^2 pq / d^2$$

$$n = \frac{n_0}{1 + 1/N(n_0 - 1)} \quad \text{donde :}$$

d = porcentaje de precisión deseado $d = 2\% = 0.02$

z = es el valor correspondiente al nivel de confianza deseado.

z = 1.98 correspondiente a una confianza del 95%.

N = 10,000 tamaño de la población.

p = 0.02 tasa de error esperado.

q = 1 - p = 0.98

pq = (0.02 * 0.98) = 0.0196 para facilitar los cálculos, calculamos primero el valor de n_0 .

$$n_0 = \frac{(1.98)^2 * 0.0196}{(0.02)^2} \quad n_0 = 188.2384$$

$$n = \frac{188.2384}{1 + (188.2384 - 1)/10000} = 184.7786 \quad \text{por lo tanto}$$

n = 185 puesto que el tamaño de muestra que se toma es el mínimo que garantice las condiciones de precisión y de confianza.

n = 192 pólizas de egresos; al seleccionar y probar los elementos de la muestra obtenemos como resultados:

3 pólizas sin firmas de autorización

9 pólizas sin documentación soporte.

12 pólizas que poseen el atributo (pólizas con error)

$$\hat{p} = (12/185) * 100 = 6.49\%$$

$$\hat{P}_1 = (3/185) * 100 = 1.62\%$$

$$\hat{P}_2 = (9/185) * 100 = 4.87\%$$

Para estimar el intervalo de confianza para la proporción estimada utilizamos :

$$\hat{p} \pm Z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad \text{Como } \hat{p} = 0.0649; q = 1 - 0.0649 = 0.9351$$

si consideramos un nivel de confianza del 95%, buscamos en tablas de la Normal estandarizada y encontramos $Z = 1.96$

$$0.0649 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.0649(0.9351)}{185}} \sqrt{\frac{0.981598}{184}}$$

$$0.0649 \pm 1.96 (0.01811)(0.99075)$$

$$0.0649 \pm 0.03517 \quad \text{entonces}$$

$\hat{p} \in (2.972\%, 10\%)$ con un 95% de confianza es decir

$$P(0.029725 \leq P \leq 0.10) = 0.95$$

Existen de 298 a 1000 pólizas de egresos con el atributo en la población con una confianza del 95%.

Si comparamos el primer método (método por tablas) con el segundo, podemos decir que ambos métodos son aceptables ya que llegan casi a los mismos resultados en muchos de los casos, pero si somos más rígidos técnicamente debemos utilizar el segundo, debido a que se puede presentar una explicación más formal de los resultados obtenidos y una precisión más adecuada. Además de que el primer método proporciona una aproximación un tanto burda de los intervalos de confianza, puesto que al interpolar y redondear se pierde exactitud en los resultados.

El primer método se puede utilizar por personas que no tienen

muchos conocimientos de probabilidad y estadística y lo único que desean es obtener un resultado rápido y sin muchas complicaciones para poder continuar con el trabajo de auditoría. Aunque se complica un poco al realizar una gran cantidad de operaciones. Por tal motivo se presenta el programa que calcula con base en la probabilidad y estadística el tamaño de la muestra y los intervalos de confianza, para evitar complicaciones, retardos e inexactitud en los resultados.

EJERCICIO 2.

En una prueba de Auditoría practicada a una administración local de auditoría, el auditor público que revisa el Departamento de dictámenes, desea saber cuál es la proporción de Dictámenes recibidos en 1993 correspondientes al ejercicio fiscal de 1992, revisados por el personal de este departamento sin que se halla enviado al contribuyente la notificación de pago de los impuestos no esterados a la S.H.C.P.

De acuerdo con la planeación específica de la auditoría, se espera realizar unas ligeras pruebas de cumplimiento a este departamento, a menos que se hallen errores superiores a los comunmente encontrados en este rubro que son del 2% con una precisión del $\pm 2\%$ y se desea tener un nivel de confianza del 95%. Las pruebas que se planean realizar se van a llevar a cabo con el uso del plan de muestreo de suspensión o continuación.

En este tipo de muestreo los cuadros que se utilizan son los de la serie "B" de los anexos.

En el departamento de dictámenes se cuenta con un inventario de 1000 Dictámenes recibidos por el ejercicio fiscal de 1992.

De acuerdo con los datos anteriores el cuadro a utilizar es el B.5, el cual fué diseñado para una población de 1000 elementos.

El muestreo de suspensión determina el tamaño de la muestra en

base al criterio del auditor, por lo cual se determina tomar una muestra de 40 dictámenes extraídos de manera aleatoria y sin reemplazo.

En la prueba aplicada, se encontraron 2 dictámenes en los que no se les mandó notificación al contribuyente y si tienen impuestos no enterados.

Con el uso del cuadro B.5 buscamos en la primer columna el tamaño de la muestra $n=40$, y en la segunda columna el número de errores hallados = 2, encontramos entonces que con un 54.12% de confianza decimos que el porcentaje de error en la muestra es menor que 7% y con un 63.55% de confianza decimos que el porcentaje de error en la muestra es del 8%.

Como la confianza en los dos casos anteriores no es la deseada, se procede a ampliar las pruebas para llegar al nivel requerido. Se toman 30 dictámenes más y se realizan las pruebas correspondientes, encontrándose como resultado un dictamen más con error.

Consultamos nuevamente las tablas del cuadro B.5; buscamos ahora el tamaño de muestra de 70 elementos y el número de errores hallados de 3, notamos que con un nivel de confianza del 99.39% existe menos del 9% de error en la muestra, y con un nivel de confianza del 93.55% existe una proporción de error en la muestra del 10%. Según el plan es recomendable no ampliar la muestra más de dos veces aún cuando no se ha encontrado el nivel de confianza deseado. En nuestro caso ya tenemos un nivel de confianza aceptable del 93.50 de que la proporción de error en la muestra es menor que el 10%.

Ahora deseamos saber cuál es la proporción de error en la muestra y los límites de precisión para esta proporción al 95 % de confianza, para poder fundamentar bien esta observación. Para tal motivo nos vamos a apoyar del plan de muestreo por tablas.

El cuadro a utilizar para este plan es el A.2.

Buscamos en la primer columna el tamaño de la población de 1000 elementos y en el primer renglón el porcentaje de precisión de $\pm 2\%$ encontrando así un tamaño de muestra de 158 elementos.

Los elementos con error utilizados en el plan anterior se marcan para no perderlos de vista, ya que son evidencia de la observación y se regresan en el orden que se encontraban inicialmente en la población, al igual que los demás elementos.

Realizamos una nueva selección aleatoria con todos los dictámenes, y se les aplica la prueba de cumplimiento a los elementos seleccionados.

Los resultados que se obtienen son los siguientes:

1) Se encontraron 7 dictámenes revisados, sin que se halla hecho la notificación de invitación de pago al contribuyente, dado que tienen impuestos no enterados a la S.H.C.P.

Determinamos la proporción de error en la muestra = $7/158 = 0.0443$ igual a un 4.43% ;

Como este porcentaje se halla fuera del intervalo de $2 \pm 2\%$ de (0,4), realizamos el ajuste de la precisión.

Ahora se van a utilizar los cuadros de la serie "F".

Nos enfrentamos al problema de no contar con una tabla que trabaje con una tasa de error hallado del 4.43%, por lo cual debemos obtener los límites de la siguiente manera:

-buscamos los límites de precisión para una $\hat{p}_1 = 3\%$ en la tabla F.2 : L.I. = 1.2 ; L.S. = 6.4

-buscamos los límites de precisión para una $\hat{p}_2 = 5\%$ en la tabla F.3 : L.I. = 2.5 ; L.S. = 8.8

-obtenemos la diferencia de $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = 5\% - 3\% = 2\%$

-obtenemos la diferencia de la t.e. = 4.43% y la t.e. = 3% (la tasa menor) $4.43 - 3 = 1.43$

realizamos una regla de tres para las diferencias:

$$2 \quad \Rightarrow \quad 100$$

$$1.43 \quad \Rightarrow \quad x \quad x = 71.5\%$$

Ahora obtenemos la diferencia de los límites inferiores

$2.7 - 1.3 = 1.4$ y lo multiplicamos por x , obteniendo 0.9295

al menor de los límites inferiores le sumamos el resultado anterior y obtenemos L.I. = 2.1295 para t.e. = 4.43 %.

Con el mismo procedimiento calculamos el límite superior para t.e. = 4.43%

Obtenemos la diferencia del los límites superiores

$8.8 - 6.4 = 2.4$ y lo multiplicamos por x y obtenemos 1.716.

al menor de los límites superiores le sumamos el resultado anterior y obtenemos L.S. = 8.116 entonces :

Los límites de precisión para la t.e. = 4.43 son:

L.I. = 2.1295 y L.S. = 8.116.

La proporción de dictámenes con error están en el intervalo de (2.1295%, 8.116%) con un 95% de confianza. Es decir existen de 21 a 81 dictámenes con impuestos no enterados.

Podemos concluir que para nuestro ejemplo el método de muestreo de suspensión o continuación nos sirvió para cuantificar el porcentaje de error, sin darnos una precisión de donde se encontraba la verdadera proporción de errores en la población, por lo cual ocupamos el muestreo de atributos y llegamos a una conclusión optima.

Cabe hacer notar que el tamaño de la muestra en el muestreo de suspensión o continuación es de menor tamaño que el usado en el

muestreo de atributos y nos presenta una estimación del error en la población, para poder tomar una decisión de suspender o continuar la prueba.

En el caso que el error obtenido en la muestra, en el plan de suspensión o continuación fuera menor que el esperado, el proceso se suspendería y se daría por terminada la prueba de auditoría; en el ejemplo con la nueva muestra de atributos se obtiene más evidencia para respaldar la observación y se dá por concluido el proceso.

Considerando los datos anteriores y utilizando el muestreo de atributos o proporciones, vamos a probar que el método antes utilizado es una aproximación del método estadístico.

el tamaño de la muestra se obtiene de la fórmula :

$$n = \frac{z^2 (pq)/d^2}{1 + 1/N (z^2 pq/d^2 - 1)}$$

la notación es la misma del ejemplo de muestreo de atributos.

N= 1000
 p= 0.02 porcentaje de error esperado
 q= 0.98
 d= 0.02 precisión deseada
 z= 1.96

$$n_0 = z^2 pq / d^2 \quad n_0 = (1.96)^2 (0.02)(0.98) / (0.02)^2 = 188.23$$

$$n = \frac{188.23}{1 + 1/1000(188.23 - 1)} = 158.55 \text{ entonces}$$

$$n = 159$$

por lo tanto el tamaño de la muestra es de 159 dictámenes; realizando las pruebas correspondientes obtenemos 7 dictámenes con error entonces $7/184 = 0.0426829 = 4.268\%$ de error en la muestra, es decir $\hat{p} = 0.0426829$.

Para estimar el intervalo de confianza de la proporción de error \hat{p} utilizamos :

$$p \pm Z \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \approx \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

como $p = 0.04268$; $q = 0.95733$
 nivel de confianza = 95%

buscando en tablas $N(0,1)$ $Z = 1.96$

$$0.04268 \pm \sqrt{\frac{0.04268(0.95733)}{159}} \approx \sqrt{\frac{1000-159}{999}}$$

$$0.04268 \pm 0.016030 \approx 0.917319 \text{ entonces}$$

$$0.04268 \pm 0.0147082$$

Por lo tanto el intervalo de confianza al 95% para la proporción de error \hat{p} es $\hat{p} \pm (2.824\% , 5.7119\%)$ es decir

$$P [2.824 \leq P \leq 5.73882] = 0.95$$

Existen de 28 a 57 Dictámenes con error, con un nivel de confianza del 95% en la población de 1000 elementos.

De acuerdo con el resultado anterior notamos que los intervalos son parecidos en los dos métodos utilizados, pero el intervalo obtenido por el método de tablas es más ancho para la proporción de error estimada \hat{p} , en otros términos, la precisión que utiliza este método es más grande, y la precisión del método estadístico es mejor (numéricamente más pequeña).

Cabe destacar que las tablas se realizaron tomando como base los métodos estadísticos, y tienen como objetivo realizar una aproximación de intervalos de confianza, para poder ser utilizados por personas que no tienen mucho que ver con probabilidad y estadística.

Con la tecnología de esta década, el muestreo estadístico puede ser utilizado por los auditores con la ayuda de una PC y ya no tienen que lidiar con fórmulas y tablas. Además no tienen que tomar tamaños de muestras sin tener conocimiento de la precisión y confianza con la que se trabaja, porque en un pequeño programa de fácil utilización se resuelven estos pequeños problemas en cuestión de segundos.

31:

INGRESO DE DATOS
PARA OBTENER EL
INTERVALO DE CONFIANZA:

TAMANO DE LA POBLACION	NE	50
PROP. DE ERROR HALLADO EN LA MUESTRA	PE	0.02
PROPORCION DE ELEMENTOS SIN ERROR	SE	0.98
TAMANO DE LA MUESTRA	NE	48
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	Z 90

PULSE <F7>

INTERVALO DE CONFIANZA

90 %

LIMITE INFERIOR 0.0186

LIMITE SUPERIOR 0.0214

31

331:

MUESTRO DE PROPORCIONES			
INGRESO DE DATOS PARA OBTENER EL INTERVALO DE CONFIANZA:			
8:	TAMANO DE LA POBLACION	N=	50
9:	PROP. DE ERROR HALLADO EN LA MUESTRA	p=	0.02
10:	PROPORCION DE ELEMENTOS SIN ERROR	q=	0.98
11:	TAMANO DE LA MUESTRA	n=	48
12:	NIVEL DE CONFIANZA DESEADO	CONF	Z
13:	(%)	97	
PULSE <F7>...			
INTERVALO DE CONFIANZA			
97 %			
22:	LIMITE INFERIOR		0.0181
23:	LIMITE SUPERIOR		0.0219

53

INGRESO DE DATOS
PARA OBTENER EL
INTERVALO DE CONFIANZA:

TAMAZO DE LA POBLACI'N	N=	10000
PROP. DE ERROR HALLADO EN LA MUESTRA	p=	0.0426
PROPORCION DE ELEMENTOS SIN ERROR	q=	0.96
TAMAZO DE LA MUESTRA	n=	100
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	Z
		95

:PULSE <F7>...

INTERVALO DE CONFIANZA	
	95 %
LIMITE INFERIOR	0.0191
LIMITE SUPERIOR	0.0681

031:

1	INGRESO DE DATOS PARA CALCULO DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA :		
2	TAMAÑO DE LA POBLACION	N=	100
3	PROPORCION DE ERROR ESPERADO	p=	0.02
4	PROPORCION DE ELEMENTOS SIN ERROR	q=	0.98
5	PRECISION DESEADA	d=	0.02
6	NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	Z
7		95	
8	PULSE <F7>...		
9	TAMAÑO DE LA MUESTRA		
10	n=	66	

55

031:

		D	
INGRESO DE DATOS PARA CALCULO DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA :			
TAMAÑO DE LA POBLACION	N=	1000	
PROPORCION DE ERROR ESPERADO	p=	0.02	
PROPORCION DE ELEMENTOS SIN ERROR	q=	0.98	
PRECISION DESEADA	d=	0.02	
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	Z	
	95		

PULSE <F7>...

TAMAÑO DE LA MUESTRA	
n=	159

95

INGRESO DE DATOS
 PARA CALCULO DEL
 TAMAÑO DE LA MUESTRA:

TAMAÑO DE LA POBLACION	N=	10000
PROPORCION DE ERROR ESPERADO	p=	0.02
PROPORCION DE ELEMENTOS SIN ERROR	q=	0.98
PRECISION DESEADA	d=	0.02
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF:	95

PULSE (F7)...

TAMAÑO DE LA MUESTRA	
n=	185

D31:

INGRESO DE DATOS PARA CALCULO DE LA PRECISION :		
TAMANO DE LA POBLACION	N=	500
PROPORCION DE ERROR ESPERADO	p=	0.050
PROPORCION DE ELEMENTOS SIN ERROR	q=	0.950
TAMANO DE LA MUESTRA REQUERIDO	n=	80
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	Z
	90	

PULSE <F7>...

PRECISION CALCULADA	
d= ±	0.0336

58

D31:

INGRESO DE DATOS PARA CALCULO DE LA PRECISION :		
TAMANO DE LA POBLACION	N=	500
PROPORCION DE ERROR ESPERADO	p=	0.050
PROPORCION DE ELEMENTOS SIN ERROR	q=	0.950
TAMANO DE LA MUESTRA REQUERIDO	n=	80
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	Z
	97	

PULSE <F7>...

PRECISION CALCULADA	
d= ±	0.0461

65

INGRESO DE DATOS
PARA CALCULO DE
LA PRECISION :

TAMAÑO DE LA POBLACION	N=	10000
PROPORCION DE ERROR ESPERADO	p=	0.02
PROPORCION DE ELEMENTOS SIN ERROR	q=	0.98
TAMAÑO DE LA MUESTRA REQUERIDO	n=	150
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	Z
	97	

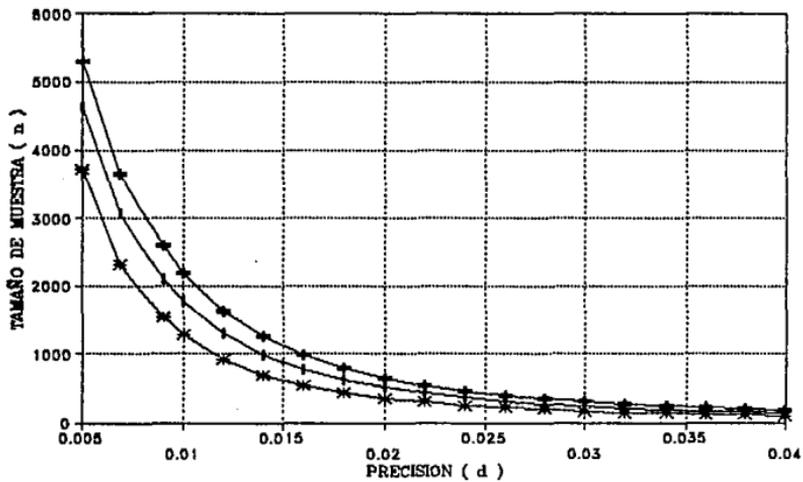
PULSE (F7)...

PRECISION CALCULADA	
d= +-	0.0253

TABLA DE TAMAÑO DE MUESTRA Y PRECISION
 CON UNA PROPORCION DADA (4, 6 Y 8%)

d (+/-)	P= 0.04	P= 0.06	P= 0.08
	n	n	n
0.005	3711	4643	5308
0.007	2314	3066	3859
0.009	1541	2111	2588
0.01	1286	1781	2204
0.012	929	1308	1841
0.014	700	995	1261
0.016	545	780	995
0.018	436	627	803
0.02	356	514	680
0.022	296	429	552
0.024	250	363	468
0.026	214	311	402
0.028	185	269	348
0.03	161	235	305
0.032	142	207	289
0.034	126	184	239
0.036	113	164	214
0.038	101	148	192
0.04	91	134	174

Tamaño de la Población = 10,000
 INTERVALO 95% CONF. = $P \pm d$

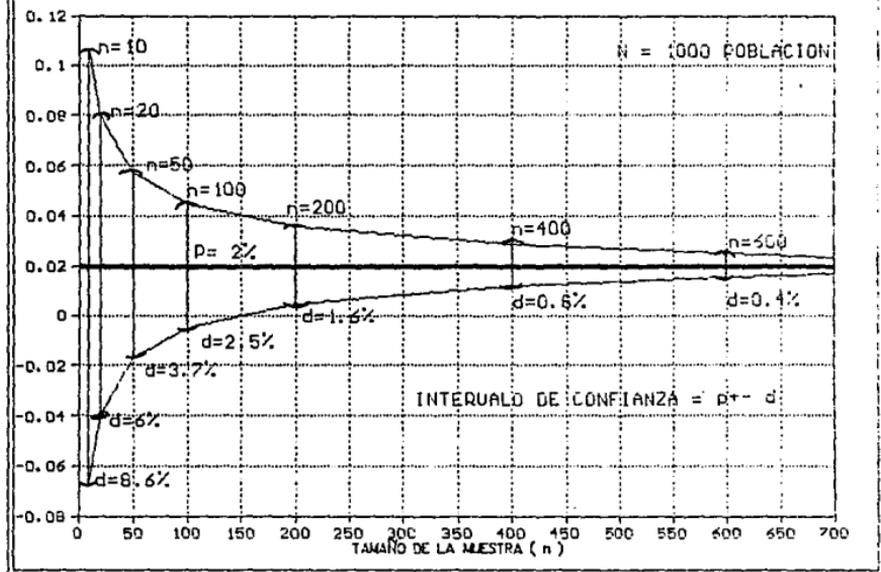


—*— $p=0.04 \pm d$ —+— $p=0.06 \pm d$ —♦— $p=0.08 \pm d$

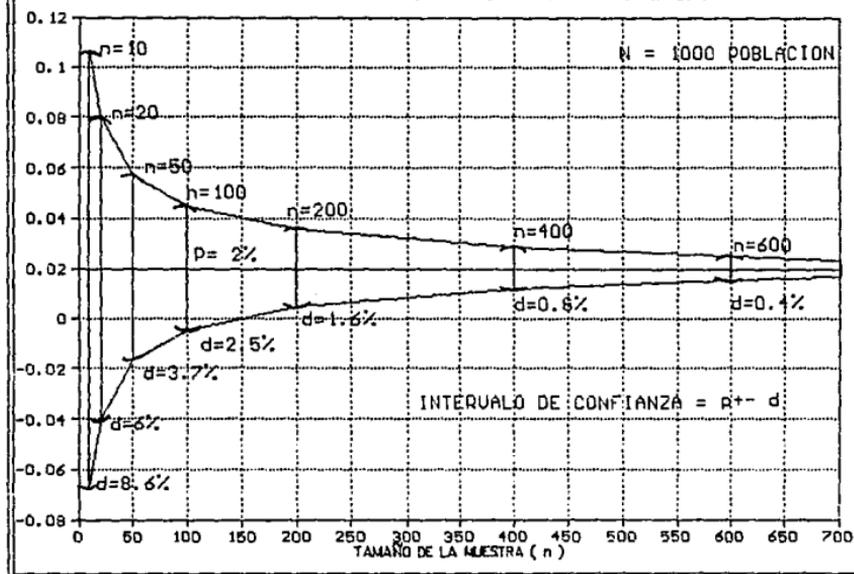
INTERVALOS DE CONFIANZA PARA $P = 0.02$
Y $N = 1000$ AL 95%

TAMANO DE MUESTRA	L.M. INF.	L.M. SUP.
10	-6.6%	10.6%
20	-4.0%	8.0%
50	-1.7%	5.7%
100	-0.5%	4.5%
200	0.4%	3.6%
400	1.2%	2.8%
600	1.6%	2.4%
700	1.7%	2.3%

INTERVALO DE CONFIANZA AL 95 % PARA p
 CONFORME AUMENTA EL TAMAÑO DE MUESTRA



INTERVALO DE CONFIANZA AL 95 % PARA p
 CONFORME AUMENTA EL TAMAÑO DE MUESTRA



```

PROGRAM MUESTREO(INPUT,OUTPUT);
uses
  crt;
VAR CONF,RESP : INTEGER;
    Li,Ls,u,Tn,N,P,Q,d,z,no : REAL;
    opo: CHAR;
PROCEDURE tamaño;
BEGIN
  Clrscr;
  writeln('T A M A Ñ O D E L A M U E S T R A ');
  Writeln;
  Writeln('Desea realizar una operacion ...? (S/N)');
  readln(opo);
  while (opo='S') OR (opo='s') do
  begin
    N:=0;
    P:=0;
    Q:=0;
    d:=0;
    CONF:=0;
    Tn:=0;
    no:=0;
    Writeln('Tamaño de la Poblaci"n : ');
    Readln(N);
    Writeln('Proporcion esperada de elementos con el atributo (X): ');
    Readln(P);
    Writeln('Precisi"n deseada (X): ');
    Readln(d);
    Writeln('Nivel de confianza deseada (80,85 o 87 %) : ');
    Readln(conf);
    Q:=1-P;
    if conf = 80 then
    Begin
      z:=1.64;
    end;
    if conf= 85 then
    Begin
      z:= 1.96;
    end;
    if conf= 87 then
    begin
      z:=2.25;
    end;
    no:=(z*z*P*Q)/(d*d);
    Tn:= no/(1+((no-1)/N));
    writeln(' El valor de no es : ',no:5:4);
    writeln;
    writeln(' El tamaño de la muestra, n= ',Tn:6:0);
    writeln;
    writeln(' Desea realizar otra operaci"n ...? (S/N)');
    readln(opo);
  end;
  resp:=0;
end;
PROCEDURE preciso;
Begin
  Clrscr;
  writeln(' C A L C U L O D E L A P R E C I S I O N ');

```

```

writeln(' Desea realizar una operacion...? (S/N)');
readln(opc);
WHILE (opc='s') OR (opc='S') DO
begin
    N:=0;
    P:=0;
    Q:=0;
    Tn:=0;
    d:=0;
    CONF:=0;
    Writeln(' Tamafo de la Poblaci"n : ');
    readln(N);
    Writeln(' Proporcion de elementos con el atributo en la muestra(X) : ');
    readln(P);
    Writeln(' Nivel de confianza deseada (90,95 o 97%) : ');
    Readln(conf);
    Writeln(' Tamafo de la muestra requerido : ');
    Readln(Tn);
    Q:=1-P;
    if conf= 90 then
    begin
        z:=1.64;
    end;
    if conf= 95 then
    begin
        z:=1.98;
    end;
    if conf= 97 then
    begin
        z:=2.25;
    end;
    u:= sqrt(((N-Tn)*P*Q)/((N-1)*Tn));
    d:=z*u;
    writeln('La precisi"n calculada es : ',d:5:4);
    writeln;
    writeln;
    writeln(' Desea realizar otra operacion...? (S/N)');
    readln(opc);
end;
resp:=0
END;
PROCEDURE Intervalo;
Begin
    Clrscr;
    Writeln(' INTERVALO DE CONFIANZA');
    Writeln(' Desea realizar una operaci"n...? (S/N)');
    Readln(opc);
    WHILE (opc='s') or (opc='S') DO
    begin
        N:=0;
        P:=0;
        Q:=0;
        Tn:=0;
        CONF:=0;
        d:=0;
        Writeln(' Tamafo de la Poblaci"n : ');
        readln(N);
        Writeln(' Proporcion de elementos con el atributo en la muestra (X) : ');
        readln(P);
        Writeln(' Nivel de Confianza deseado (90,95 o 97)% : ');

```



```

#####;
: MENU DE MUESTREO DE PROPORCIONES ;
: ;
: 1) TAMANO DE LA MUESTRA ;
: 2) CALCULO DE LA PRECISION ;
: 3) INTERVALO DE CONFIANZA ;
: 4) S A L I R ;
#####;

```

DIGITE EL NUMERO DE OPCION DESEADA ...1

TAMANO DE LA MUESTRA

Desea realizar una operacion ...? (S/N)
S
Tamaño de la Población :
10000
Proporción esperada de elementos con el atributo (%):
.05
Precisión deseada :
.015
Nivel de confianza deseada (90,95 o 97 %):
95
El valor de z es : 811.0044

El tamaño de la muestra, $n = 750$

Desea realizar otra operación ...? (S/N)
N

```

#####;
: MENU DE MUESTREO DE PROPORCIONES ;
: ;
: 1) TAMANO DE LA MUESTRA ;
: 2) CALCULO DE LA PRECISION ;
: 3) INTERVALO DE CONFIANZA ;
: 4) S A L I R ;
#####;

```

DIGITE EL NUMERO DE OPCION DESEADA ...2

CALCULO DE LA PRECISION

Desea realizar una operacion...? (S/N)

S

Tamaño de la Población :

10000

Proporcion esperada de elementos con el atributo (%):

.05

Nivel de confianza deseada (90,95 o 97%):

95

Tamaño de la muestra requerido :

500

La precision calculada es : 0.0186

Desea realizar otra operacion...? (S/N)

N

```
#####  
: MENU DE MUESTREO DE PROPORCIONES :  
:                                     :  
: 1) TAMAZO DE LA MUESTRA           :  
: 2) CALCULO DE LA PRECISION        :  
: 3) INTERVALO DE CONFIANZA        :  
: 4) S A L I R                       :  
#####
```

DIGITE EL NUMERO DE OPCION DESEADA ...J

INTERVALO DE CONFIANZA

Desea realizar una operacion...? (S/N)

S

Tamaño de la Población :

10000

Proporcion de elementos con el atributo en la muestra :

.0436

Nivel de Confianza deseado (90,95 o 97%):

95

Tamaño de la muestra :

500

El intervalo al 95% de conf. es : (0.026 , 0.061)

Desea realizar otra operacion...? (S/N)

N

```
#####  
: MENU DE MUESTREO DE PROPORCIONES :  
:  
: 1) TAMAZO DE LA MUESTRA :  
: 2) CALCULO DE LA PRECISION :  
: 3) INTERVALO DE CONFIANZA :  
: 4) S A L I R :  
#####
```

DIGITE EL NUMERO DE OPCION DESEADA ...4

CAPITULO 5. MUESTREO DE SUSPENSION O CONTINUACION.

Es el plan de muestreo que se utiliza para estimar, por medio de la realización de pruebas preliminares la frecuencia probable con la que ocurre un evento, y determinar si se continúan las pruebas o se detiene el proceso cuando se toma una decisión.

El muestreo de suspensión o continuación es una forma simplificada del muestreo de atributos.

Mediante este plan el auditor puede reducir o ampliar las pruebas originalmente planeadas, con base en muestras en promedio más pequeñas que las utilizadas en el muestreo de atributos.

Por tal motivo se utiliza la prueba de hipótesis secuencial. Las unidades de la población se dividen en dos partes: las insatisfactorias y las satisfactorias (correctas e incorrectas, existentes e inexistentes).

5.1 PROCEDIMIENTO SOBRE LA PRUEBA DE HIPOTESIS SECUENCIAL.

En los procedimientos de pruebas clásicos, se decide de antemano el tamaño de la muestra. Sin embargo dada la información necesaria, el tamaño de la muestra puede especificarse, se debe reconocer que implícitamente hay un "costo" a tal procedimiento. Es decir, existe una suposición implícita en el método del tamaño de la muestra predeterminado, y es que se tomará una muestra de dicho tamaño y las observaciones registradas para cada unidad de muestra, sin considerar si son necesarias todas las observaciones para alcanzar una decisión (En el caso de muestreo de aceptación).

En necesidad a lo antes descrito, y con el fin de lograr resultados con economía, eficiencia y eficacia, se buscó un procedimiento adecuado, para reducir el tamaño de muestra analizando solamente los elementos necesarios para alcanzar una decisión de aceptar o rechazar la hipótesis bajo prueba.

En las pruebas de auditoría se suspende el procedimiento si el porcentaje de error es menor a cierta cantidad aceptable, por lo regular el 3%, o si el porcentaje de error es mayor a otra cantidad tolerable por lo regular el 5%. Si el caso es el segundo se utilizan otros métodos para encontrar la evidencia suficiente para respaldar la observación.

El método de muestreo que nos ayuda a tomar nuestra decisión se conoce con el nombre de "Análisis de prueba secuencial".

La teoría de probabilidad para ésta técnica de muestreo en serie, la elaboró Abraham Wald durante la Segunda Guerra Mundial y se publicó en 1947 (Abraham Wald, *Sequential Analysis*, John Willey 1947).

Para el desarrollo teórico del muestreo en serie se necesita la proposición de una hipótesis que se conoce como prueba de relación de probabilidad en serie.

En forma similar, si la calidad es cercana o menor al porcentaje tolerable de unidades defectuosas en el lote, lo revelará el muestreo a través de la acumulación de varias unidades defectuosas (D).

El procedimiento de prueba de hipótesis secuencial es el siguiente :

Se seleccionan elementos aleatoriamente para conformar la muestra, una a la vez (es decir secuencialmente) y después de que cada observación es obtenida se hace una de las siguientes decisiones:

- 1) Acepte $H_0: \theta = \theta_0$ (esto es rechace $H_1: \theta = \theta_1$).
- 2) Rechace $H_0: \theta = \theta_0$ (esto es acepte $H_1: \theta = \theta_1$).
- 3) Obtenga una observación adicional.

Para determinar cual de esas decisiones es la apropiada, debemos determinar la región crítica para cada tamaño de muestra.

Con este fin debemos calcular la probabilidad P_{0m} , de que las m observaciones coleccionadas hasta el momento deberán ocurrir si la hipótesis H_0 fuera cierta, y la probabilidad P_{1m} de que estas observaciones ocurrieran si fuera cierta la hipótesis alternativa H_1 .

Si P_{0m} es demasiado grande comparada con P_{1m} aceptamos H_0 , si P_{1m} es demasiado grande comparada con P_{0m} , rechazamos H_0 . Si no hay mucha diferencia entre P_{0m} y P_{1m} hacemos otra observación.

En un sentido más formal, calculamos la razón:

$$V_m = P_{1m}/P_{0m}$$

Después dependiendo del valor de V_m , se toma una de las decisiones enlistadas anteriormente, procediendo de acuerdo con la siguiente regla.

- 1) Si $V_m \leq \beta/(1-\alpha)$, acepte H_0 (es decir rechace H_1)
- 2) Si $V_m \geq (1-\beta)/\alpha$, rechace H_0 (es decir acepte H_1)
- 3) Si $\beta/(1-\alpha) < V_m < (1-\beta)/\alpha$, obtenga una observación adicional.

Donde α = riesgo de rechazar H_0 , siendo verdadera

β = riesgo de aceptar H_0 , siendo falsa

Si a_m y r_m se usan para representar los valores de aceptación y rechazo respectivamente, la regla de decisión puede enunciarse de la siguiente forma:

1) Si el valor del parámetro estadístico de la prueba es menor que, o igual a r_n acepte H_0 (es decir rechace H_1).

2) Si el valor del parámetro estadístico de la prueba es mayor que, o igual a r_n rechace H_0 (es decir, acepte H_1).

3) Si el valor del parámetro estadístico de la prueba es mayor que r_n y menor que r_n , continúe muestreando.

Cabe hacer la aclaración, que el tamaño de la muestra es una variable en un procedimiento secuencial, a diferencia de su papel como una constante (predeterminada) en los procedimientos clásicos de prueba. Entonces, además de examinar la potencia de un procedimiento secuencial de prueba estudiando su función C_0 (característica de la operación), es apropiado que su costo sea señalado considerando el tamaño promedio de la muestra requerida para hacer la decisión de aceptar o rechazar.

Este método nos proporciona un tamaño de muestra reducido en comparación con el muestreo múltiple, utilizado en control de calidad, hasta en un 50%, por lo que es el método que optimiza nuestros recursos disponibles en pruebas de auditoría, cuando queremos detectar irregularidades o verificar que los procedimientos se han llevado a cabo de acuerdo al control establecido.

RESUMEN.

En muestreo en serie es básicamente una aplicación de las nociones del camino al azar o "ruta del jugador". Un ejemplo de la rutina del jugador es el de dos personas que juegan una partida en la que hay cierta probabilidad de éxito en cada jugada. El juego termina cuando uno de los dos competidores se le acaba el dinero. El muestreo secuencial se puede considerar como una partida. La proporción de unidades defectuosas p , representa el resultado probable de una jugada. La analogía se completa, si se considera que al cruzar la línea de aceptación o rechazo es poner fuera de combate a uno de los dos jugadores.

Uno de los principales logros del muestreo secuencial es la minimización del número esperado de unidades a inspeccionar antes de tomar una decisión. Es recomendable, al usar este método en pruebas de auditoría, tomar una cantidad arbitraria de unidades aleatoriamente, analizandolas en el orden en que salieron hasta tomar una decisión, y regresar las restantes.

5.2 DESARROLLO DE UN CASO PRACTICO.

En la realización de una Auditoría practicada por la Unidad de la Contraloría Interna de una Secretaría del estado, a la unidad administrativa Federal "X", se determinó realizar un examen y evaluación de los sistemas de control, para determinar las áreas que se tienen que revisar y la profundidad de la revisión en cada área.

En el almacén se desea probar que las facturas de entrada y salida de mercancías tienen todas las requisiciones necesarias : firmas de autorización, sello de recibido, descripción del material y fecha de retiro o entrada. El objetivo de este procedimiento es comprobar que los manejos del material se llevan con claridad oportunidad y autenticidad.

Se cuenta con un total de 10,000 facturas, de las cuales 4,800son de entrada y 5,400son de salida de mercancías, y corresponden al periodo sujeto a revisión por la U.C.I.

Para poder aplicar nuestro plan de muestreo de suspensión o continuación necesitamos plantear las hipótesis bajo prueba, y hacer algunas suposiciones preliminares.

Consideremos que las 10000 facturas es la adición de dos poblaciones, la primera población PO_1 es el conjunto de facturas de entrada, entonces $PO_1= 4800$; la segunda población $PO_2=5400$ es el conjunto de facturas de salida. Donde cada una de las poblaciones se van a probar por separado.

Si una factura no contiene alguna requisición se considera incorrecta, en otro caso si la factura contiene todas las requisiciones se considera correcta.

Sea $\theta = \%$ de facturas incorrectas en la población POI. Si tomamos en cuenta que pueden existir pequeños errores humanos, el porcentaje de facturas incorrectas sería del 2%, esto es probar la hipótesis de $H_0: \theta = \theta_0 = 0.01$ VS. $H_1: \theta = \theta_1 = 0.05$, tomando como límite tolerable de facturas incorrectas de un 5%.

Sea $\alpha = 5\%$ el riesgo de rechazar H_0 siendo verdadera

$\beta = 10\%$ el riesgo de aceptar H_0 siendo falsa

$x =$ número de facturas incorrectas

Por la forma en que esta planteado en problema x tiene una distribución binomial, entonces :

$$P_{0m} = \binom{m}{x} \theta_0^x (1-\theta_0)^{m-x} \quad \text{Si } H_0 \text{ es cierta}$$

$$P_{1m} = \binom{m}{x} \theta_1^x (1-\theta_1)^{m-x} \quad \text{Si } H_0 \text{ es falsa}$$

$$P_{0m} = \binom{m}{x} 0.01^x (0.99)^{m-x}$$

$$P_{1m} = \binom{m}{x} 0.05^x (0.94)^{m-x} \quad \text{entonces}$$

L. LEMUS M.

$$V_m = P_{1m}/P_{0m} \rightarrow V_m = \left[\binom{m}{x} 0.05^x (0.94)^{m-x} \right] / \left[\binom{m}{x} 0.01^x (0.99)^{m-x} \right];$$

$V_m = 5 \binom{m}{x} (0.94949)^{m-x}$ de no contarse con una calculadora científica, esta expresión se puede valorar usando logaritmos.

Los valores críticos se obtienen de:

$$1) \quad 1 - \beta / \alpha \leq 5 \binom{m}{x} (0.94949)^{m-x} \rightarrow 1 - 0.10 / 0.05 \leq 5 \binom{m}{x} (0.94949)^{m-x}$$

$$\rightarrow 18 \leq 5 \binom{m}{x} (0.94949)^{m-x} \quad \text{Acepte } H_0$$

$$2) \quad 5 \binom{m}{x} (0.94949)^{m-x} \leq \beta / 1 - \alpha \rightarrow 5 \binom{m}{x} (0.94949)^{m-x} \leq 0.10 / 1 - 0.05$$

$$\rightarrow 5 \binom{m}{x} (0.94949)^{m-x} \leq 0.10526 \quad \text{Rechace } H_0$$

FALTA PAGINA

No. 81

Notese que la hipótesis H_0 se hubiera rechazado desde que $m = 14$, pero si en la selección de un nuevo elemento consecutivo hubieran salido más facturas correctas, el V_m hubiera disminuido porque la potencia aumenta y la base es un número entre cero y uno, y por consiguiente disminuye el valor de V_m ; en el ejemplo anterior únicamente se extrae un elemento adicional para asegurar el cumplimiento de nuestra hipótesis alternativa.

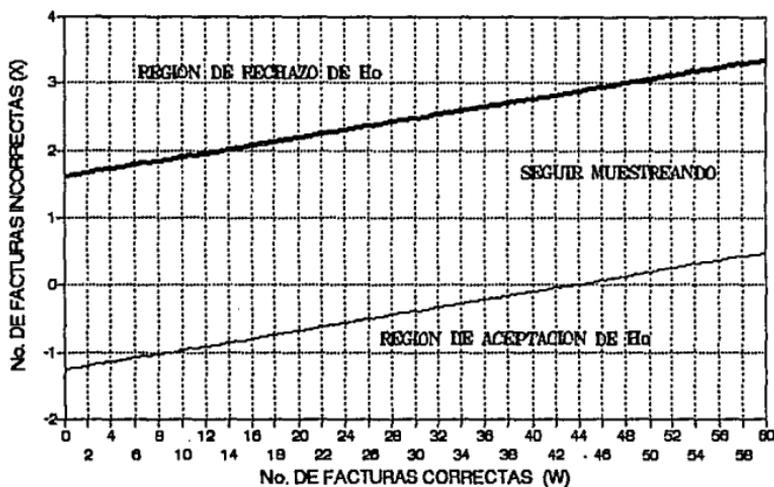
5.3 ANALISIS GRAFICO DEL METODO.

Cabe destacar también que el tamaño de muestra hubiera sido de $m=2$ en el caso de haber hallado todas las facturas incorrectas, y en ese momento se rechazaría la hipótesis H_0 . En el otro caso, si se hubieran encontrado todas las facturas correctas el tamaño de la muestra sería de $m= 44$ facturas, y se acepta la hipótesis H_0 .

En este caso el tamaño de la muestra $m=44$ es relativamente grande, puesto que la hipótesis que se desea probar es encontrar menos de 1% de las facturas correctas para la hipótesis nula.

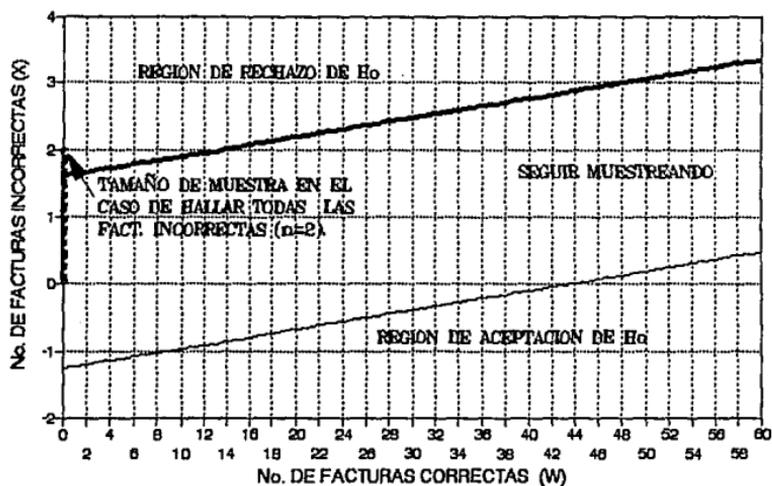
El análisis anterior se muestra en las gráficas siguientes.

COMPORTAMIENTO DE LA MUESTRA



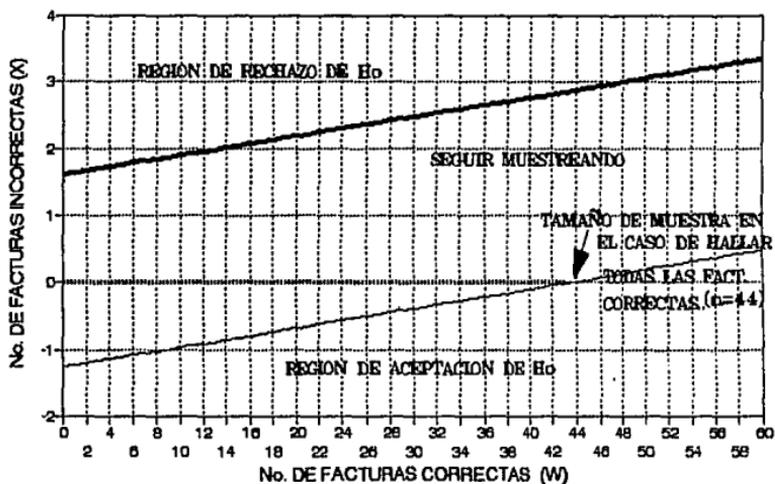
— LINEA DE ACEPTACION — LINEA DE RECHAZO

COMPORTAMIENTO DE LA MUESTRA



— LINEA DE ACEPTACION — LINEA DE RECHAZO

COMPORTAMIENTO DE LA MUESTRA



— LINEA DE ACEPTACION — LINEA DE RECHAZO

ANÁLISIS ESCUELA

INTERSECCIONES

W	X
-64.78	0
0	1.814
42.68	0
0	-1.267

PUNTO DE ACEPTACION Y DE RECHAZO

$$e_0 = 1.79x - 0.0618 \quad w = -3.2613$$

$$e_1 = 1.79x - 0.0618 \quad w = 2.98$$

w	h ₀	h ₁
0	-1.28	1.31
1	-1.23	1.34
2	-1.20	1.37
3	-1.17	1.70
4	-1.14	1.73
5	-1.11	1.76
6	-1.08	1.79
7	-1.04	1.82
8	-1.03	1.86
9	-1.00	1.87
10	-0.87	1.80
11	-0.84	1.83
12	-0.81	1.86
13	-0.88	1.89
14	-0.86	2.02
15	-0.83	2.05
16	-0.79	2.08
17	-0.77	2.11
18	-0.74	2.14
19	-0.71	2.18
20	-0.69	2.19
21	-0.66	2.22
22	-0.63	2.26
23	-0.63	2.29
24	-0.60	2.31
25	-0.53	2.34
26	-0.51	2.37
27	-0.48	2.40
28	-0.46	2.42
29	-0.42	2.46
30	-0.38	2.48
31	-0.38	2.51
32	-0.33	2.54
33	-0.30	2.57
34	-0.27	2.60
35	-0.24	2.63
36	-0.22	2.66
37	-0.18	2.69
38	-0.16	2.71
39	-0.13	2.74
40	-0.10	2.77
41	-0.07	2.80
42	-0.04	2.83
43	-0.01	2.86
44	0.02	2.89
45	0.04	2.92
46	0.07	2.95
47	0.10	2.97
48	0.13	3.00
49	0.16	3.03
50	0.19	3.06
51	0.22	3.09
52	0.26	3.12
53	0.29	3.15
54	0.30	3.18
55	0.33	3.21
56	0.36	3.24
57	0.38	3.26
58	0.42	3.29
59	0.46	3.32
60	0.48	3.35

CAPITULO 6. MUESTREO DE VARIABLES.

Es el plan de muestreo que se utiliza para estimar o probar valores, como pueden ser unidades monetarias, de producción o de inventarios.

El muestreo de variables puede ser empleado por el auditor en aquellos casos en que el objetivo de la revisión se oriente a :

- Comprobar que un importe establecido en registros contables es real; por ejemplo en los rubros de inventarios , cuentas por cobrar, o cuentas por pagar.
- Estimar el importe de rubros como los antes descritos.
- Comprobar que las cifras contenidas en registros operativos o de producción son reales.

El muestreo de estimación de variables es la forma más usual del muestreo estadístico.

6.1 PROCEDIMIENTO PARA APLICACION DEL METODO.

El procedimiento para el empleo del muestreo de estimación de variables es el siguiente :

1) El auditor después de la debida consideración de las circunstancias del caso, debe decidir un nivel de confianza adecuado .

2) El auditor debe determinar el número de unidades en la población y estimar la desviación estándar de la misma, mediante el uso de una muestra piloto.

3) Con los datos anteriores, se puede determinar el tamaño de la muestra mediante el uso de tablas o fórmulas.

4) Después de haber calculado una muestra de tamaño n , el auditor debe seleccionar sin reemplazo n unidades aleatorias de la población de tamaño N .

Puede tomar esta muestra empleando números obtenidos de las tablas de números aleatorios.

5) Una vez que se tomó la muestra aleatoria de n unidades, el auditor calcula la media de la muestra y estima los intervalos de confianza .

6) Si existe alguna diferencia significativa entre las conclusiones obtenidas como resultado de las pruebas de auditoría (apoyadas por el muestreo estadístico) y los reportes iniciales que presenta la unidad auditada, se debe hacer la observación correspondiente en el informe final de la auditoría.

Una vez que se cuentan con los datos de los pasos 1) y 2) procedemos a calcular el tamaño de la muestra, pero nos enfrentamos al hecho de que no contamos con la desviación estándar de la población, por lo que nos vamos a ver forzados a estimarla para poder continuar con nuestros análisis.

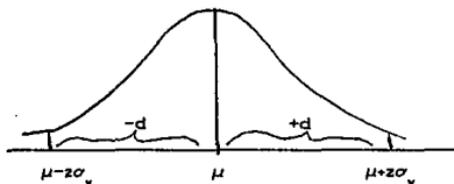
En la práctica hay cuatro caminos para estimar las desviaciones estándar de las poblaciones en determinaciones de tamaños de muestra :

- a) Al tomar la muestra en dos pasos, siendo el primer paso una muestra aleatoria simple de tamaño n_1 y calcular la desviación estándar S_1 y se obtiene el valor requerido de n .
- b) Por los resultados de una prueba piloto.
- c) Por muestreo previo de la misma población o de una semejante.
- d) Al conjeturarse respecto a la estructura de la población y ayudarse de algunos resultados matemáticos.

El primer método proporciona las estimaciones más confiables de S , aunque retarda un poco el proceso, no obstante en auditoría es el más recomendable.

6.2 TAMAÑO DE LA MUESTRA EN TERMINOS DE LA PRECISION.

La relación entre la media de la población μ y la distribución en el muestreo de la media \bar{x} se puede ver mejor mediante el bosquejo de la curva Normal como se muestra en la siguiente figura:



La curva Normal muestra el intervalo de confianza para la media μ . $\mu \pm z_x \sigma = \mu \pm d$; $d = z_x \sigma$ donde σ_x es el error estándar.

d = el error estándar, o la diferencia entre una media muestral \bar{x} y la media de la población μ . Es decir $d = \bar{x} - \mu$, esto también demuestra que el recorrido del intervalo de confianza es $2(d)$.

Como el error estándar de estimación $\sigma_x = s/\sqrt{n}$ la ecuación

de d queda como sigue:

$d = z (s / \sqrt{n})$ entonces $n = (z s / d)^2$
donde z es el valor de la abscisa en la curva normal, con el nivel de confianza requerido.

La formula para determinar el tamaño de la muestra para este tipo de muestreo está dada como sigue (para poblaciones finitas):

$n = s^2 Z^2 / d^2$ donde s es la desviación estándar de la población, d es el error muestral máximo permitido.

La fórmula para poblaciones finitas es :

$$n = \frac{s^2}{d^2/z^2 + s^2/N}$$

n = tamaño de la muestra

s = estimación de la desviación estándar de la población .

N = tamaño de la población.

Para estimar la desviación estándar de la población vamos a emplear el primer método de los antes descritos , para posteriormente calcular el tamaño de la muestra.

Si contamos con una calculadora científica o con una " PC " que tenga una hoja de cálculo, nuestro problema está resuelto puesto que lo único que tenemos que hacer es capturar los datos de la muestra.

Independientemente del tamaño de la población se tomará una muestra de tamaño arbitrario para estimar la desviación estándar de la población por ejemplo $n = 50$ elementos. A partir de los cuales se va a calcular la desviación estándar.

$$s = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$
 para estimaciones insesgadas

Supongamos que decidimos tomar una muestra inicial de $n = 49$ elementos, los cuales se presentan en el anexo. La desviación estándar calculada en la muestra es 82.10, y esperamos obtener un error muestral máximo de 15 (hablando de dolares) con una confianza del 95 % el tamaño de muestra estaría dado por :

$$n = \frac{(82.1)^2}{(15)^2 / (1.96)^2 + (82.1)^2 / 3500}$$

$n = 111.42$ redondeando $n = 112$ elementos a partir de los cuales vamos a realizar nuestros análisis.

NOTA: El tamaño de muestra que se toma es el tamaño mínimo de muestra que garantice los requerimientos de precisión y de confianza. Por ello, si el resultado del cálculo del tamaño de muestra es entero, se toma n como tal número, pero en el caso de no ser entero este número, se redondea al entero próximo posterior.

En el programa se toma la parte entera de $(n + 0.99)$, garantizando así que el tamaño de muestra sea entero y sea el adecuado.

6.3 TAMAÑO DE LA MUESTRA EN TERMINOS DEL COEFICIENTE DE VARIACION.

También podemos estimar el tamaño de la muestra para estimar la media poblacional, en el caso de querer que los resultados dependan del coeficiente de variación (C) .

El coeficiente de variación C es: $C = s/\bar{x}$, de tal manera que $C^2 = s^2/\bar{x}^2$ entonces:

C mide la proporción de la desviación estandar con respecto a la media, es decir, en que porcentaje de la media se encuentra la desviación estándar. Como

$s^2 = C^2 \bar{x}^2$ existe una estrecha relación entre la varianza y el coeficiente de variación con respecto a la media. Es por ello que es importante calcular el tamaño de la muestra a partir de un coeficiente de variación dado.

Para este método se supone una distribución Normal de la variable aleatoria X_i . Como en el caso anterior, tomamos una muestra arbitraria a partir de la cual se va a calcular la desviación estándar y se va a tomar como una estimación inicial de la desviación estándar de la población S .

Si s^2 es la varianza estimada a partir de la primera muestra n_1 , se toman unidades adicionales para que el tamaño de la muestra sea:

$$n = \frac{s_1^2}{C^2 \bar{x}_1^2} (1 + 8C + \frac{s_1^2}{n_1 \bar{x}_1^2} + \frac{2}{n_1})$$

La media \bar{x} de la muestra final está ligeramente sesgada, tomese

$$\bar{x} = \bar{x}_1 (1 - 2C)$$

Se supone para estos métodos de determinación del tamaño de la muestra que $n_1 < n$ el tamaño de la muestra final.

6.4. INTERVALOS DE CONFIANZA.

Generalmente se presupone que las estimaciones \bar{x} y \hat{X} se distribuyen en forma Normal al rededor del valor correspondiente de la población.

Si la suposición es verdadera, los límites de confianza superior e inferior para la media y total de la población son los siguientes:

$$\text{MEDIA: } \hat{\bar{x}} = \bar{x} \pm \frac{t_s}{\sqrt{n}} \sqrt{1-f}$$

$$\text{TOTAL: } \hat{X} = N\bar{y} \pm \frac{tNs}{\sqrt{n}} \sqrt{1-f}$$

donde $f = n / N$ es la fracción del muestreo
el símbolo t es el valor del desvío normal correspondiente a la probabilidad de confianza deseada. Los valores más comunmente usados son:

Prob. de confianza (%)	50	60	90	95	97	99
valor de t	0.67	1.28	1.84	1.96	2.17	2.58
Buscando en tablas ($1 - \alpha/2$)	0.75	0.90	0.95	0.975	0.985	0.995

Si el tamaño de la muestra es menor que 50, los puntos de porcentaje pueden ser tomados de una tabla t-student con $n-1$ grados de libertad, esto es $t_{1-\alpha/2, (n-1)}$, siendo estos los grados de libertad en la varianza estimada s^2 . La distribución t se ajusta exáctamente sólo si las observaciones x_i están normalmente distribuidas y N es infinito. Discrepancias moderadas de la normalidad no afectan grandemente. Para muestras pequeñas con distribuciones muy asimétricas se necesitan métodos específicos.

6.5. EJEMPLO : Supongase que la población que se examina es un inventario de empleados en diferentes unidades administrativas. La población se compone de 728 hojas en las cuales el número máximo de personas por hoja es de 42, aunque hay hojas que tienen un número menor. Se contó el número de personas por hoja en una muestra al azar de 50 hojas (muestra del 6.88 aprox.); de lo cual se arrojaron los siguientes resultados:

xi	42	41	38	32	29	27	23	19	18	15	14	11	10	9	7	6	5	4	3	TOT.
fi	23	4	1	1	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	3	2	1	1	50

Estimar el número total de personal en la población y los límites de confianza al 90%.

La unidad de muestreo es una hoja y las observaciones ,xi, son el número de firmas por hoja. Aproximadamente la mitad de las hojas tenían el número máximo de personal por hoja (42), los datos se presentan como una distribución de frecuencias. Se debe notar que la distribución original difiere bastante de la normal, encontrándose la mayor frecuencia en el extremo superior. No obstante hay una razón para creer, basados en la experiencia que las medias de muestras de 50 observaciones se distribuyen aprox. conforme a la normal.

Encontramos

$$n = \sum f_i = 50; \quad \bar{x} = \sum f_i x = 1471; \quad \sum f_i x^2 = 54497;$$

por lo tanto, la estimación del número total de firmas es :

$$\hat{Y} = N \bar{x} = \frac{(729)(1471)}{50} = 726 (20.42) = 21,358.92$$

$$f = n / N = .06887$$

la varianza de la muestra s^2 es

$$s^2 = \frac{1}{n-1} [\sum f_i (x_i - \bar{x})^2] = \frac{1}{n-1} [\sum f_i x_i^2 - \frac{(\sum f_i x_i)^2}{\sum f_i}]$$

$$= \frac{1}{49} [54497 - \frac{(1471)^2}{50}] = \frac{1}{49} [11220.18] = 229$$

entonces $s = 15.13$

utilizando lo siguiente: $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{1-f}$; $s_{\hat{X}} = \frac{Ns}{\sqrt{n}} \sqrt{1-f}$
 (para estimaciones ligeramente insesgadas)

los límites de confianza al 90 % son :

$$21359 \pm t_{Ns} \frac{\sqrt{1-f}}{\sqrt{n}} \Rightarrow 21359 \pm \frac{1.64 (726)(15.13)}{\sqrt{50}} \sqrt{1-0.0688/}$$

es decir $21,358.92 \pm 2458.4$

Lo anterior nos dá como resultado 18,901 y 23817 para los límites de confianza al 90 %. Una numeración completa demostró que había 21,045 personas en la población. Por lo cual se prueba que el método utilizado es el adecuado para problemas semejantes.

En la siguiente página se presenta la gráfica de frecuencias del ejemplo (ojiva o polígono de frecuencias). Y la función de densidad Normal con media y desviación estándar de la muestra.

6.6. LA CORRECCION POR POBLACION FINITA.

En una muestra aleatoria de tamaño n de una población infinita, se sabe que la varianza de la media es σ^2/n . Cuando se cuenta con una población finita, el único cambio en este resultado es la introducción del factor $(N - n) / N$. Los factores $(N - n) / N$ para la varianza y $[(N - n) / N]^{1/2}$ para el error estándar, se denominan correcciones por población finita. Siempre y cuando la fracción n / N sea pequeña, estos factores toman valores cercanos a la unidad y el tamaño de la población como tal no tiene un efecto directo en el error estándar de la media. Por ejemplo si s es la misma en dos poblaciones, una muestra de 500 en una población de 200,000 da una estimación de la media de la población casi tan preciso como una muestra de 500 en una población de 10,000. Las personas que no estén familiarizados con el uso del muestreo, con frecuencia encuentran este resultado muy difícil de creer, y desde luego es asombroso. Para ello es obvio que si la información se obtuvo únicamente con una pequeña fracción de la población, la media de la muestra no puede ser exacta. Es conveniente destacar que este punto de vista es erróneo.

En la práctica el coeficiente de corrección por población finita se puede ignorar siempre y cuando la fracción del muestreo no exeda un 5% y para muchos casos un 10 %.

El efecto de ignorar la corrección es sobre estimar el error estándar de estimación.

A continuación se presentan las salida del programa en hoja de cálculo, para éste plan de muestreo, simplificando cálculos con el empleo de las fórmulas antes presentadas.

Mediante el uso de éste programa se pueden realizar análisis, para obtener el tamaño de la muestra que más nos convenga, de acuerdo al nivel de confianza que deseamos obtener. Y de igual forma con los intervalos de confianza.

629:

MUESTREO DE VARIABLES

DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA

DATOS PARA CALCULO	
S=	12381
d=	1786
Z=	1.96
N=	5000
no=	184.61
n=	179

56

131:

A	B	C	D	E	F	G	H
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							
31							

MUESTRO DE VARIABLES

DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA
EN TERMINOS DE LA DESVIACION ESTANDAR

INGRESO DE DATOS :

DATOS PARA CALCULO	
S=	12381
d=	1786
Z=	1.96
N=	10000

TAMAÑO DE LA MUESTRA n

no=	184.61
n=	182

H31:

MUESTRO DE VARIABLES

DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA
EN TERMINOS DE LA DESVIACION ESTANDAR

INGRESO DE DATOS :

DATOS PARA CALCULO	
S=	12581
d=	1786
Z=	1.96
N=	5000

TAMANO DE LA MUESTRA n

no=	184.61
n=	179

31

MUESTRO DE VARIABLES

DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA

DATOS PARA CÁLCULO	
S=	12381
d=	1786
Z=	1.96
N=	5000
ns=	184.61
n=	179

EJEMPLO DEL CALCULO DE LA DESV. ESTANDAR CON UNA MUESTRA INICIAL $n_1=49$.

MONTO DE 49 FACTURAS EN DLLS.						
3638	3650	3609	3632	3687	3751	3789
3549	3653	3727	3661	3715	3481	3588
3764	3669	3635	3743	3686	3597	3610
3799	3698	3630	3779	3719	3793	3657
3637	3546	3528	3547	3715	3666	3708
3680	3701	3598	3846	3753	3606	3629
3663	3808	3630	3558	3518	3731	3617

MEDIA = 3665.136

DESV. ESTANDAR = 82,10

CÁLCULO DE LA MUESTRA CON LOS DATOS DEL EJEMPLO ANTERIOR Y CON UN COEFICIENTE DE VARIACIÓN DEL 7%

TAMAÑO DE LA MUESTRA DEPENDIENTE
DEL COEFICIENTE DE VARIACIÓN

INGRESO DE DATOS:		
MEDA	$\bar{y} =$	30.29844
STD	$s =$	12.15388
COEFICIENTE DE VARIACION	$C =$	7%
TAMAÑO DE LA MUESTRA PILOTO	$n_1 =$	50

TAMAÑO DE LA MUESTRA	
$n =$	70
ELEMENTOS ADICIONALES PARA COMPLETAR n	
$n - n_1 =$	20

G31:

MUESTRO DE VARIABLES		
TAMAÑO DE LA MUESTRA DEPENDIENTE DEL COEFICIENTE DE VARIACION		
INGRESO DE DATOS:		
MEDIA	$Y =$	30.29844
STD	$s =$	12.15388
COEFICIENTE DE VARIACION	$C =$	7%
TAMAÑO DE LA MUESTRA PILOTO	$n1$	50
TAMAÑO DE LA MUESTRA		
	$n =$	70
ELEMENTOS ADICIONALES PARA COMPLETAR n		
	$n - n1 =$	20

101

662:

INGRESO DE DATOS:		
MEDIA	Y=	30.29844
STD	s=	12.15388
COEFICIENTE DE VARIACION	C=	5%
TAMAÑO DE LA MUESTRA PILOTO	n1	50

TAMAÑO DE LA MUESTRA	
n=	134

ELEMENTOS ADICIONALES PARA COMPLETAR n	
n - n1 =	84

102

029:

MUESTREO DE VARIABLES
INGRESO DE DATOS
PARA OBTENER EL
INTERVALO DE CONFIANZA:

TAMANO DE LA POBLACION	N=	1000
MEDIA HALLADA EN LA MUESTRA	X	1125
DESVIACION ESTANDAR	S=	122.00
TAMANO DE LA MUESTRA	n=	48
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	90

PULSE <F7>...

INTERVALO DE CONFIANZA

	90 %	
PRECISION		27.52
LIMITE INFERIOR		1153
LIMITE SUPERIOR		1097

103

MUESTRO DE VARIABLES
 INGRESO DE DATOS
 PARA OBTENER EL
 INTERVALO DE CONFIANZA:

TAMANO DE LA POBLACION	N=	1000
MEDIA HALLADA EN LA MUESTRA	X	1125
DESVIACION ESTANDAR	s=	122.00
TAMANO DE LA MUESTRA	n=	48
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	95

PULSE <F7>...

INTERVALO DE CONFIANZA	
	95 %
PRECISION	32.89
LIMITE INFERIOR	1158
LIMITE SUPERIOR	1092

029:

MUESTREO DE VARIABLES		
INGRESO DE DATOS		
INTERVALOS DE CONFIANZA:		
TAMANO DE LA POBLACION	N=	726
MEDIA HALLADA EN LA MUESTRA	X	29.42
DESVIACION ESTANDAR	S=	15.13
TAMANO DE LA MUESTRA	n=	50
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	90

PULSE <F7>...

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA		
	90 %	
PRECISION		3.27
LIMITE INFERIOR		33
LIMITE SUPERIOR		26

INTERVALO DE CONFIANZA PARA EL TOTAL POBLACIONAL		
	90 %	
PRECISION		2458
TOTAL POBLACIONAL		21359
LIMITE INFERIOR		18811
LIMITE SUPERIOR		23907

105

029:

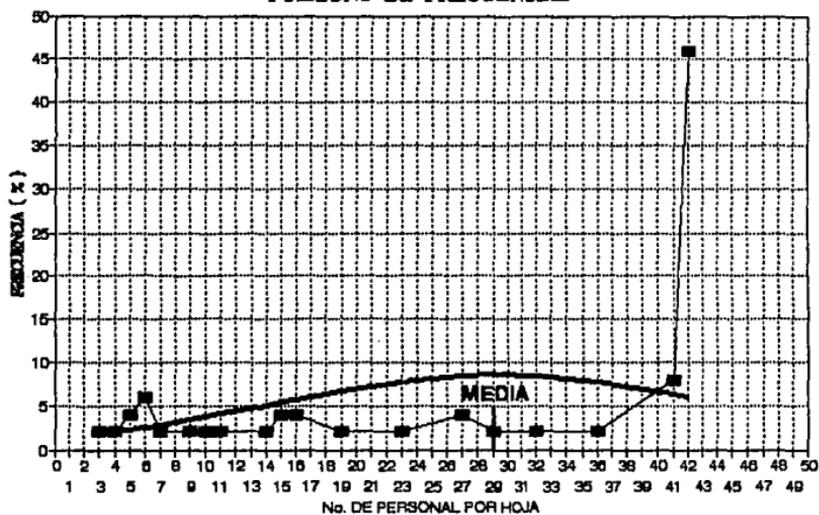
MUESTREO DE VARIABLES		
INGRESO DE DATOS		
INTERVALOS DE CONFIANZA:		
TAMANO DE LA POBLACION	N=	728
MEDIA HALLADA EN LA MUESTRA	X	29.42
DESVIACION ESTANDAR	s=	15.13
TAMANO DE LA MUESTRA	n=	50
NIVEL DE CONFIANZA DESEADO (%)	CONF	90

PULSE <F7>...

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA	
	90 %
PRECISION	3.27
LIMITE INFERIOR	33
LIMITE SUPERIOR	26
INTERVALO DE CONFIANZA PARA EL TOTAL POBLACIONAL	
	90 %
PRECISION	2458
TOTAL POBLACIONAL	21359
LIMITE INFERIOR	18811
LIMITE SUPERIOR	23907

29

POLIGONO DE FRECUENCIAS



■ REAL — NORMAL

EJERCICIO DE MUESTREO DE VARIABLES.

(Y) No. PERSONAL	FREC. f	f*yl	f*yl ²
3	1	3	9
4	1	4	16
5	2	10	50
6	3	18	108
7	1	7	49
9	1	9	81
10	1	10	100
11	1	11	121
14	1	14	196
15	2	30	450
16	2	32	512
19	1	19	361
23	1	23	529
27	2	54	1458
29	1	29	841
32	1	32	1024
36	1	36	1296
41	4	164	6724
42	23	966	40572
SUMA	50	1471	54497

PROMEDIO 29.42

N= 726 n= 50

FRAC-MU.(f) n/N = 0.069

s= 15.13219

k=	0.03 NORMAL	f(%)	(%) NORMAL	(X-M) ~ 2
	0.005742	2	1.87	698.02
	0.00643	2	2.10	646.18
	0.00717	4	2.34	1192.67
	0.007959	6	2.60	1645.49
	0.008797	2	2.87	502.66
	0.010607	2	3.46	416.98
	0.011571	2	3.77	377.14
	0.012568	2	4.10	339.30
	0.015686	2	5.12	237.78
	0.016742	4	5.46	415.87
	0.017792	4	5.80	360.19
	0.020799	2	6.78	108.58
	0.024095	2	7.86	41.22
	0.026029	4	8.49	11.71
	0.026354	2	8.59	0.18
	0.025983	2	8.47	6.66
	0.023986	2	7.82	43.30
	0.019672	8	6.42	536.39
	0.018661	46	6.09	3639.90
	0.306642	100	100	11220.18

s²= 228.9833

s= 15.13219

COMO SE MUESTRA EN LA SIGUIENTE FIGURA LA DISTRIBUCION DE LAS FRECUENCIAS ESTA LIGERAMENTE SESGADA HACIA EL EXTREMO SUPERIOR; PRESENTANDOSE LA DISTRIBUCION NORMAL CON MEDIA 29.42 Y DESV. EST. 15.13

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

A lo largo de esta exposición, se han estudiado diferentes técnicas de muestreo estadístico y sus aplicaciones en auditoría. Desde el método más simple utilizado en auditoría (método por tablas), hasta las técnicas utilizadas en control de calidad bajo prueba de hipótesis estadística. Desde el modelo matemático, hasta el relativamente sencillo manejo de un teclado de computadora; fórmulas, variables y números se estreñazan en un mar de información.

Este trabajo es un compendio de las principales técnicas de muestreo estadístico aplicables en auditoría, procurando simplificar al máximo su comprensión. Esto fue necesario debido a que el correcto uso de estas técnicas, implica un mayor conocimiento de la teoría estadística.

Aún cuando este estudio es interesante y de suma importancia, la implementación de estos métodos en auditoría, es una verdadera necesidad de los contadores. Para cumplir con esta necesidad y teniendo en mente la simplificación, se diseñó y desarrolló un programa de computadora. Su uso no implica conocimientos profundos ya que solamente se tienen que capturar algunos números necesarios para realizar los cálculos. Esto permite que sea operado por una gran variedad de personas, con un previo conocimiento básico del muestreo.

Es recomendable realizar análisis con los programas para obtener el tamaño de muestra adecuado, de acuerdo a la confianza requerida, jugando con los parámetros para realizar la prueba en el menor tiempo posible y con los mejores resultados.

La necesidad actual, no consiste en tener mejores métodos de muestreo estadístico, sino en la correcta aplicación de las técnicas existentes.

BIBLIOGRAFIA.

- William Cochran. Técnicas de Muestreo, Cecsca, 1988.
- Scheaffer, Mendenhall & Ott, Elementos de Muestreo, Grupo editorial Iberoamérica.
- T.W. Mc Rae, Muestreo Estadístico para Auditoría y control. Ed. Limusa, 1992.
- Erwin Kreyszing, Introducción a la Estadística Matemática (Principios y Métodos), Limusa, 1983.
- Abraham Wald, Sequential Analysis, John Willey, 1947.
- Donald H. Taylor & G. William Glezen, Auditoría, Limusa.
- Richard C. Vaughn, Contról de calidad, Limusa, 1987.
- Harold J. Larson, Introducción a la teoría de probabilidad e inferencia estadística, Limusa, 1988.
- Herbert Arkin, Handbook of Sampling for Auditing and Accounting.
- Carlos Mendoza, Publicación del Depto. de Matemáticas (Análisis secuencial), 1992.
- Bernard Ostle, Estadística Aplicada, Limusa, 1988.