

19
aje.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
A R A G O N**

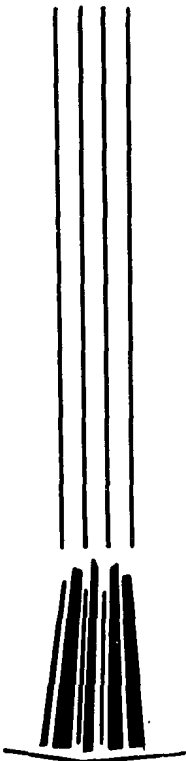
**COMPARACION DE METODOS
DE CALCULO
DE LA REFRACCION DEL OLEAJE**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A
JOSE EDUARDO GUERRERO MOLINA

MEXICO

1994

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ARAGÓN
DIRECCION

JOSE EDUARDO GUERRERO MOLINA
P R E S E N T E .

En contestación a su solicitud de fecha 30 de octubre del año en curso, relativa a la autorización que se le debe conceder para que el señor profesor, Ing. JOSE MIGUEL MONTOYA RODRIGUEZ pueda dirigirle el trabajo de Tesis denominado "COMPARACION DE METODOS DE CALCULO DE LA REFRACCION DEL OLEAJE", con fundamento en el punto 6 y -siguientes del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, -y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobada su solicitud.

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
San Juan de Aragón, Edo. de Méx., Noviembre 27 de 1992.
EL DIRECTOR.

[Firma manuscrita]
M. en C. CLAUDIO C. MERRIFIELD CASTRO
[Sello circular de la Escuela Nacional de Estudios Profesionales Aragón, Universidad Nacional Autónoma de México]

- c c p Lic. Alberto Ibarra Rosas, Jefe de la Unidad Académica.
- c c p Ing. José Pablo Mejorada Mota, Jefe de la Carrera de Ingeniería Civil.
- c c p Ing. Manuel Martínez Ortiz, Jefe del Departamento de Servicios - Escolares.
- c c p Ing. José Miguel Montoya Rodríguez, Asesor de Tesis.

CCMC'AIR'

[Firma manuscrita]

A MIS PADRES

JOSE SACRAMENTO GUERRERO E. Y TERESA MOLINA DE GUERRERO

Gracias por todo el apoyo y estímulo que siempre me han brindado, lo cual ha sido un factor muy importante por el término de mis estudios profesionales, lo cuál constituye la más grande herencia que yo pudiese recibir. A ellos dedico el presente trabajo.

A MI ESPOSA

MA. DE LA LUZ ESCALONA CHAVEZ

Agradezco infinitamente la ayuda y motivación brindada, factores importantes para la culminación del presente trabajo.

A MIS HERMANOS

Agradezco la ayuda que he recibido de cada uno de ellos, lo cuál ha contribuido a mejorar mi desempeño académico.

AL ING. JOSE MIGUEL MONTOYA

Gracias por la colaboración y aportaciones hechas al presente trabajo, ya que bajo su dirección pude realizar mi Tesis Profesional.

A MIS AMIGOS

Aprovecho esta oportunidad para expresar mi profundo agradecimiento a mis compañeros de la Subgerencia de Estudios Básicos e Investigación, Puertos Mexicanos que me ayudaron para la realización de este trabajo.

I N D I C E

CAPITULO I GENERALIDADES DEL OLAJE

1.1	Introducción	1
1.2	Definiciones	2
1.3	Clasificación de las Olas	5
1.3.1	Clasificación de las olas conforme a su altura	8
1.3.2	Clasificación de las olas conforme a su desplazamiento	9
1.3.3	Clasificación de las olas conforme a la profundidad relativa	9
1.3.4	Clasificación de las olas conforme al desplazamiento de las partículas de agua	10
1.4	Teorías del oleaje	11
1.4.1	Movimiento de las partículas	13
1.4.2	Perfiles del oleaje	14
1.4.3	Teoría lineal de pequeña amplitud	16
1.4.4	Fenómeno de rompiente de olas progresivas	23
1.4.4.1	Altura de la ola en la rompiente	27
1.4.4.2	Profundidad en la rompiente	27

CAPITULO II LEY DE SNELL Y SU RELACION EN LA INGENIERIA DE COSTAS

2.1	Fenómeno de la refracción de la luz	28
2.2	Ley de Snell en la refracción de la luz	29
2.3	Ley de Snell y su relación con la Ingeniería de costas	31
2.3.1	Ley de Snell	35
2.4	Métodos de cálculo de la refracción del oleaje	36
2.5	Cambio de altura de oleaje por el fenómeno de refracción	41

CAPITULO III PRESENTACION DE METODOS DE CALCULO

3.1	Generalidades	45
3.2	Construcción gráfica del diagrama de refracción por el Método de frentes de Ola	46
3.2.1	Procedimiento para la construcción de la regleta	47
3.2.2	Procedimiento constructivo de un plano de olas	49

INDICE

3.3	Construcción Gráfica de diagramas de refracción por el Método de Ortogonales o Rayos de ola	
3.3.1	Procedimiento para la construcción de rayos con en $\beta < 80^\circ$	55
3.3.2	Procedimiento para la construcción de rayos de ola con $\beta \geq 80^\circ$	57
3.4	Construcción de diagramas de refracción aplicando un Modelo Numérico	58
3.4.1	Ley de Snell	58
3.4.2	Ecuación fundamental del cálculo	59
3.4.3	Cálculo de variación del oleaje con respecto a la profundidad	63
3.4.4	Cálculo de la celeridad del oleaje con respecto a la profundidad	64
3.4.5	Cálculo de la profundidad promedio (h)	65
3.4.6	Procedimiento de calculo	66
3.4.7	Concepto General de los programas	69
CAPITULO IV APLICACION A UN CASO CONCRETO		
4.1	Generalidades	72
4.2	Aplicación del método de frentes de ola	75
4.2.1	Cálculo de la regleta	75
4.2.2	Aplicación del Método	76
4.2.3	Resultados	78
4.3	Aplicación del Método de Ortogonales	86
4.3.1	Cálculo de las celeridades del oleaje	86
4.3.2	Aplicación del Método	86
4.3.3	Resultados	86
4.4	Aplicación de un Modelo Numérico	96
4.4.1	Pruebas del Método	96
4.4.1.1	Discretización de la batimetría y características del oleaje	96
4.4.1.2	Aplicación del Modelo para el sitio de estudio	96

INDICE

CAPITULO V DISCUSION DE RESULTADOS

5.1 Coeficiente de refracción	122
5.2 Angulo de refracción	137

CAPITULO VI CONCLUSIONES

6. Conclusiones y recomendaciones	151
-----------------------------------	-----

APENDICE A.	153
-------------	-----

BIBLIOGRAFIA	165
--------------	-----

CAPITULO I

CAPITULO I.

GENERALIDADES DE LA TEORIA LINEAL DEL OLAJE

1.1 INTRODUCCION

La finalidad del presente capítulo, es describir las características y aspectos físicos del oleaje dando respuestas a las preguntas más comunes que se le presentan al diseñador, las cuales se mencionan a continuación. ¿Cuál es la ola de diseño en aguas profundas?, ¿cómo se modifica ésta antes de llegar a las estructuras que se requieren construir?, ¿qué efectos produce en las estructuras y cómo ellas pueden resistirlas?, ¿cómo se comporta el oleaje anual frente a las obras y qué corrientes produce?, etc.

Actualmente no se dispone de una solución matemática única que permita obtener las características principales del oleaje como son, la forma de la superficie libre, movimiento de sus partículas, distribución de presiones, etc., en función del período, altura de la ola y profundidad del agua.

Existen diversas teorías que permiten obtener respuestas adecuadas dentro de ciertos rangos acotados de aplicación, como son la teoría lineal, la teoría de Stokes y la cnoidal, por mencionar algunas.

A continuación se definen algunos términos que comúnmente se emplean en Hidráulica Marítima en cuanto a los elementos o propiedades de una ola, clasificación de las mismas, así como algunas de las diversas teorías para las diferentes zonas en las que se divide el océano; los cuales dan resultados satisfactorios en cuanto a la obtención de las características principales del oleaje; las cuales son necesarias para realizar un estudio de refracción de oleaje.

1.2 DEFINICIONES

Para definir la terminología que comúnmente se emplea en Hidráulica Marítima, considérese una ola senoidal monocromática como la indicada en la siguiente figura.

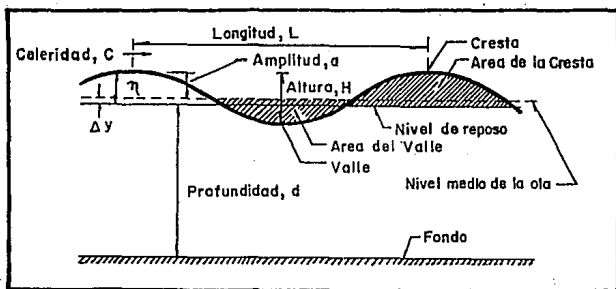


FIG. 1.1 ONDA SENOIDAL DEL OLEAJE MONOCROMATICO

De conformidad con la figura anterior se tienen las siguientes definiciones :

ONDA (OLA)

Ondulación de la superficie libre de un líquido.

CRESTA DE LA OLA

Es el punto donde el perfil de la ola tiene la mayor altura, también se define como la zona del perfil por arriba del nivel medio del agua.

VALLE DE LA OLA

Es el punto donde el perfil del oleaje tiene el nivel más bajo, o también se entiende como la zona del perfil debajo del nivel medio del agua.

ALTURA DE LA OLA (H)

Es la distancia vertical medida entre la cresta y el valle de la ola.

ALTURA DEL PERFIL (η)

Desnivel entre cualquier punto de la superficie de la ola y el nivel de reposo de la superficie libre del agua.

AMPLITUD DE LA OLA (a)

Es la distancia vertical entre la cresta y el nivel medio de la ola.

LONGITUD DE LA OLA (L)

Es la distancia horizontal entre dos crestas ó valles consecutivos.

PERIODO DE LA OLA (T)

Tiempo que transcurre para que pasen dos crestas ó dos valles por una misma sección.

FRECUENCIA DE LA OLA (f)

Es el recíproco del período.

CELERIDAD O VELOCIDAD DE PROPAGACION DE LA OLA (C)

Es la velocidad con que se desplaza la ola a través de la superficie del agua, y se define por la siguiente ecuación:

$$C = L / T$$

TREN DE OLAJE

Es un conjunto de olas cuyo período es constante, no así su altura.

AGUAS PROFUNDAS

Se presenta esta condición cuando la celeridad de la ola no se ve afectada por la profundidad y solo depende del período.

AGUAS INTERMEDIAS O DE TRANSICION

Es la condición que se presenta entre aguas profundas y someras, en este caso la celeridad depende del período de la ola y de la profundidad del agua.

AGUAS SOMERAS O POCO PROFUNDAS

Es la condición cuando la celeridad depende únicamente de la profundidad y por tanto es independiente del período de la ola.

ESBELTEZ DE LA OLA

Se define como la relación entre la altura y longitud de la ola. Esta relación tiene un valor máximo de $1/7$ para aguas profundas y de $1/10$ para aguas someras.

PROPAGACION

Es el término utilizado para describir el paso de una ola a través de la superficie del líquido.

NIVEL MEDIO DE LA OLA

Es el nivel que establece que el área de la cresta arriba de el sea igual al área del valle bajo ese mismo nivel. En la teoría de Airy (onda senoidal, amplitud pequeña) coincide con el nivel de reposo de la superficie libre del agua.

NIVEL ESTÁTICO O DE REPOSO

Es el nivel de la superficie del agua antes de que pase la ola, es decir es el nivel de la superficie sin olas, o sea la distancia entre este nivel y el medio de la ola, se designa como Δy .

1.3 CLASIFICACION DE LAS OLAS

Las olas son ondulaciones que se forman y mueven a lo largo de la superficie del mar, que son generadas al soplar el viento sobre la superficie del agua transmitiendo energía al mar donde se forman dichas olas.

En el océano se presenta una amplia gama de periodos en donde es importante distinguir en forma precisa los tipos de ola que pueden ser generadas y propagadas. A continuación se muestra la clasificación de los tipos de ola y los agentes que lo producen en función de dichas características.

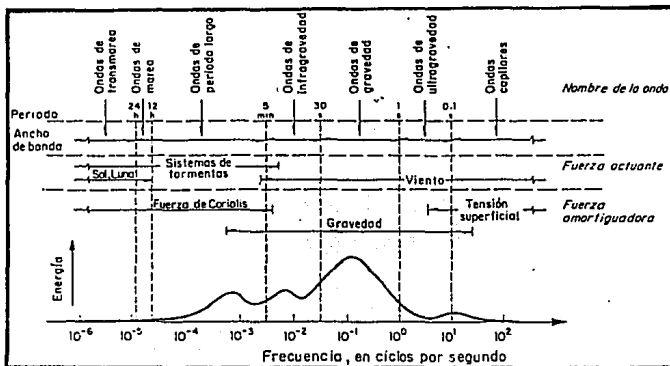


FIG. 1.2 CLASIFICACION DE LAS OLAS EN FUNCION DEL PERIODO

1) Olas capilares

Se presentan en forma de pequeñas ondulaciones sobre la superficie del agua, son producidos, por vientos cuya velocidad oscila entre 0.25 y 1.0 m/s, su período es menor de 0.1 seg. y su longitud no excede de 1.73 cm.

2) Olas de gravedad

Son olas controladas por fuerzas gravitacionales y su longitud de ola es menor de 1.73 cm.

2.1) Olas de ultragravedad

Son generadas por vientos cuya velocidad oscila entre 1.0 y 5.0 m/s.

2.2) Olas de gravedad propiamente dichas

Son generadas por el viento, con velocidades mayores a los 6.5 ó 7.0 m/s, su período varía entre 1 y 30 seg. Este tipo de olas son las que generalmente son observadas en la superficie del mar.

2.3) Olas de infragravedad

Son olas de gravedad cuyo período varía entre los 30 seg. y 5 min., causan oscilaciones notorias en la superficie del mar y son producidas por tormentas y huracanes.

3) Ondas de período largo

En este tipo de ola su longitud es mucho mayor que la profundidad, es decir que $(d/L) \ll 1$. Cuando esto ocurre, la curvatura de la superficie libre es muy pequeña y no se puede apreciar a simple vista.

Por otro lado, las componentes verticales del movimiento no afectan la distribución de la presión, la cual, en cualquier lugar es igual a la presión hidrostática.

En la naturaleza se distinguen dos tipos comunes de olas de período largo, el primero de ellos es generado por desplazamientos de tierra submarinos y reciben el nombre de TSUNAMIS; aunque en aguas profundas pueden tener una altura pequeña, al acercarse a

la costa y disminuir su celeridad en el frente de la ola, se llega a formar una ola de varios metros de altura. El segundo tipo de ola de período largo es conocido como MAREAS con períodos aproximados de 12 y 24 hrs., las cuales son generados principalmente por las fuerzas de atracción del sol y la luna.

4) Olas de transmarea

Este tipo de olas también son generadas por las fuerzas de atracción del sol y la luna, sobre la masa de agua de los océanos y presentan períodos mayores de 24 hrs.

Es importante distinguir en forma precisa los tipos de olas que pueden ser generadas y propagadas. Una manera de clasificarlas en forma general, puede ser por su período T, como se mencionó anteriormente, dicha clasificación de acuerdo con (KINSMAN 1965), se resume en la siguiente tabla 1.1.

CLASIFICACION DE ACUERDO AL PERIODO			
NOMBRE	PERIODO T	LONGITUD L	ALTURA H
CAPILARES	< 0.1 seg.	1 - 7 cm	1 - 2 mm
ULTRAGRAVEDAD	0. - 1 seg.	cm	pequeña
GRAVEDAD	1 - 20 seg.	metros a cientos de metros	cm a 15 m
INFRAGRAVEDAD	30 seg - 5 min	100 - 200 m	pequeña

TABLA 1.1

CLASIFICACION DE LAS OLAS CONFORME A SU PERIODO. (KINSMAN 1965).

1.3.1 Clasificación de las olas conforme a su altura

Las olas conforme a su altura se clasifican en:

- 1) Olas de amplitud pequeña (amplitud finita)
- 2) Olas de amplitud infinita.

Las primeras se caracterizan porque su altura es pequeña en comparación con su longitud. Dichas olas se estudian en la teoría del mismo nombre la cual también es llamada teoría lineal, y considera que los desplazamientos que sufre la superficie libre del agua son despreciables.

Por lo contrario, en la teoría de las olas de amplitud finita no se desprecian dichos desplazamientos, y por tanto dicha teoría se considera más precisa que la teoría lineal ó teoría de olas de amplitud pequeña.

Para diferenciar entre amplitud pequeña y amplitud finita, se ha propuesto utilizar el parámetro de URSELL, U_r , que está definido por la siguiente expresión:

$$U_r = \frac{(L)^2}{(d)^3} \eta_{\max} \quad (1.1)$$

Donde L es la longitud de la ola, d la profundidad y η_{\max} la amplitud o desplazamiento vertical máximo que sufre la superficie libre.

Si $(\frac{\eta_{\max}}{L})(\frac{L}{d})^3$ es menor que 1, es válido aplicar la teoría lineal para olas de amplitud pequeña.

En la teoría lineal $\eta_{\max} = \frac{H}{2}$, y por tanto:

$$U_r = \frac{H(L)^2}{2(d)^3}$$

donde H es la altura de la ola.

LONGUET-HIGGINS (1950), propuso que para aplicar la teoría lineal, el parámetro de URSELL debe cumplir con la siguiente relación:

$$U_r < \frac{16(\pi)^2}{3} = 52.6 \quad (1.2)$$

1.3.2 Clasificación de las olas conforme a su desplazamiento

Según el desplazamiento de la cresta, las olas pueden clasificarse en progresivas y estacionarias. Las primeras son aquellas en las cuales la cresta se desplaza horizontalmente y en las segundas la cresta tiene desplazamiento vertical aparente y nulo horizontalmente.

Una ola estacionaria se produce cuando se sobreponen dos olas progresivas idénticas que se desplazan en sentido contrario; por ejemplo debido a la reflexión pura de una ola progresiva.

1.3.3 Clasificación de las olas conforme a la profundidad relativa

Esta clasificación puede considerarse como una de las más importantes desde los puntos de vista teórico y práctico. Según la relación que haya entre la profundidad d y la longitud de ola L , las olas se pueden clasificar en:

- a) Olas de aguas profundas
- b) Olas de aguas intermedias
- c) Olas de aguas someras ó poco profundas

La clasificación anterior se define en la tabla 1.2 tomando en consideración los puntos de vista teórico y práctico; dicha clasificación se define en términos de la profundidad d y la longitud de la ola L .

TIPO DE OLA	VALORES TEORICOS	VALORES PRACTICOS
EN AGUAS PROFUNDAS	$d/L \geq 1$	$d/L \geq 0.5$
EN AGUAS INTERMEDIAS	$1 > d/L > 0.0005$	$0.5 > d/L > 0.05$
EN AGUAS SOMERAS	$d/L \leq 0.0005$	$d/L \leq 0.05$

TABLA 1.2 CLASIFICACION DE LAS OLAS CONFORME A LA PROFUNDIDAD EN QUE SE DESPLAZAN.

1.3.4 Clasificación de las olas conforme al desplazamiento de las partículas del agua

Conforme al desplazamiento de las partículas del agua, las olas se clasifican en:

- 1) Olas de transición
- 2) Olas de oscilación

Las primeras son aquellas en las cuales los desplazamientos de las partículas en cualquier instante se producen en la dirección del movimiento de la ola; dichos desplazamientos pueden ser casi iguales en toda la vertical.

Las segundas se caracterizan porque los desplazamientos de las partículas siguen trayectorias cerradas o casi cerradas, de tal forma que durante un tiempo su componente horizontal sigue la dirección del movimiento de la ola y en otro tiempo igual tiene sentido contrario. Por otra parte la componente horizontal de la velocidad de las partículas disminuye de la superficie hacia el fondo.

1.3.5 Clasificación de las olas conforme al tiempo de aplicación de la fuerza o acción perturbadora

Dependiendo del tiempo en que actúa la fuerza ó acción que genera una ola estas pueden ser libres o forzadas. Las olas libres son las que se generan por la aplicación instantánea de una fuerza, la cual cesa inmediatamente al dejar de actuar. La ola así generada es libre de desplazarse y su traslación no depende de la fuerza aplicada, sino de la profundidad en que se propaga o del período con que se genera.

Las olas forzadas son producidas por una fuerza que se aplica continuamente. Estas olas dependen de la fuerza actuante, con modificaciones impuestas por el liquido y la profundidad.

1.3.6 Otras clasificaciones

Las olas pueden ser de amplitud pequeña ó finita como se ha mencionado. Al tomar en cuenta el nombre de la teoría con que son estudiadas sus propiedades y características, las olas de amplitud finita se denominan olas trocoidales (ESTUDIADAS POR LA TEORIA TROCOIDAL O DE GERSTNER).

Las olas de gravedad en el mar se pueden dividir en olas en la zona de generación (SEA), que son las que se forman en el lugar donde sopla el viento y este les transmite energía y las olas en la zona de decaimiento (SWELL), que son aquellas que se han salido de la zona de generación y al trasladarse libremente no reciben energía del viento.

Las olas estacionarias formadas por oleaje de gravedad, se denominan también CLAPOTIS y las formadas por olas de período largo, SEICHES.

1.4 TEORIAS DEL OLEAJE

El oleaje se caracteriza por ser irregular y aleatorio, además de desarrollarse en tres dimensiones; por ello su descripción matemática presenta ciertas dificultades, sin embargo se han desarrollado varias teorías del oleaje para analizar matemáticamente el fenómeno, mismas que han ido evolucionando desde su aparición en la ciencia.

Hasta el presente no se dispone de una solución matemática única que permita definir todas las características del oleaje, como son, la forma de la superficie libre, movimiento de las partículas, distribución de presiones, etc., en función de su período y altura, y de la profundidad del agua. En cambio, se dispone de varias teorías ó soluciones parciales que son de gran utilidad y permiten obtener respuestas adecuadas dentro de rangos acotados de aplicación (ver tabla 1.3).

La teoría más clásica, desarrollada por (AIRY EN 1845) se denomina TEORIA DE PEQUEÑA AMPLITUD, siendo su importancia notable debido a que se ajusta bastante bien al comportamiento real de las olas cuando se encuentran en profundidades infinitas, además de fácil aplicación.

En (1802 GERSTNER) desarrollo la TEORIA TROCOIDAL que fue la primera en considerar olas de amplitud finitas; para describir el perfil de la ola, dejando mucho que desear en cuanto al movimiento orbital de las partículas del agua.

Por su parte (STOKES EN 1880) estableció una teoría, también de amplitud finita, la cual en sus aproximaciones de 3^{er} y 4^o orden describen adecuadamente el oleaje en mar profundo.

Todas las teorías mencionadas no presentan validez cuando se trata de profundidades reducidas, ya que no se considera la influencia del fondo del océano sobre el perfil de las olas.

La teoría de KORTEWEG O CNOIDAL merece especial mención en este sentido ya que es la que mejor define el funcionamiento ondulatorio en profundidades someras, aunque su principal obstáculo lo representa la dificultad práctica para su aplicación.

La teoría Cnoidal tiene su límite de aplicación cuando ocurre el rompimiento del oleaje, en cuyo caso la teoría de la ola solitaria ofrece una buena aproximación y su manejo es relativamente sencillo.

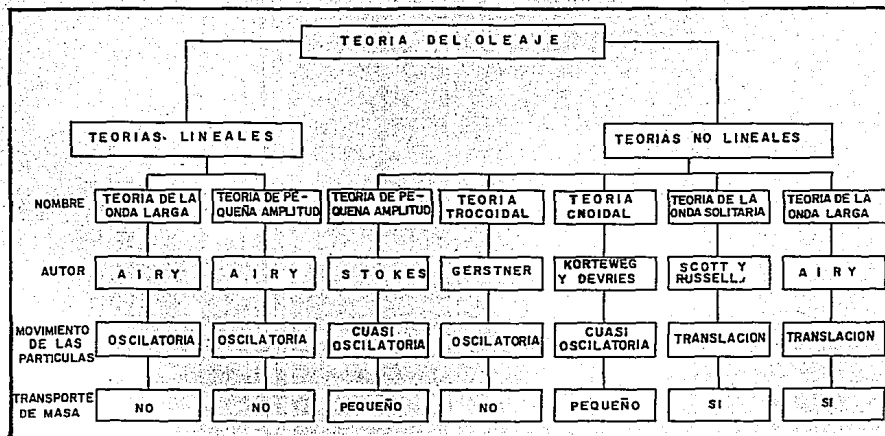


TABLA 1.3 CLASIFICACION DE LAS TEORIAS DE OLEAJE (HORIKAWA) (1)

1.4.1 Movimiento de las partículas

En función del movimiento de las partículas líquidas, las teorías del oleaje se pueden agrupar en tres grupos, (figura 1.3)

a) Oscilatorias

La partícula líquida describe órbitas cerradas (por ejemplo la teoría trocoidal).

b) Cuasi-Oscilatorias

Órbitas no cerradas con ligero movimiento neto en algún sentido o con pequeños desplazamientos de masa (por ejemplo la teoría Cnoidal)

c) Traslación

El movimiento orbital es una traslación con transporte de masa; fenómeno típico de una ola rompiente (por ejemplo la teoría de ola solitaria).

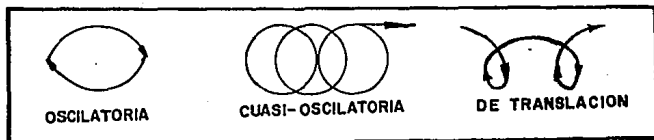


FIG.1.3 MOVIMIENTO DE LAS PARTICULAS LIQUIDAS (DEL MORAL) [1]

1.4.2 Perfiles del oleaje

Las teorías del oleaje también pueden caracterizarse en base a los perfiles que describe el oleaje en cada una de ellas, como se muestra en la siguiente figura.

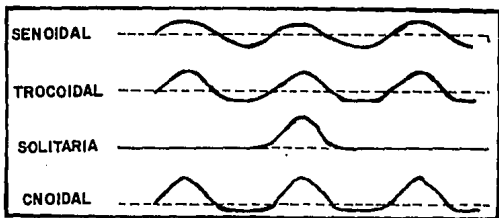


FIG.1.4 PERFILES DE DIVERSAS TEORIAS DE OLEAJE.

Actualmente podemos indicar que la teoría lineal, es la más utilizada y en ocasiones hay que recurrir a otras teorías como la Segunda Aproximación de Stokes, la Cnoidal ó la Ola Solitaria; es por eso que la figura 1.5 se muestra el alcance de cada una de ellas.

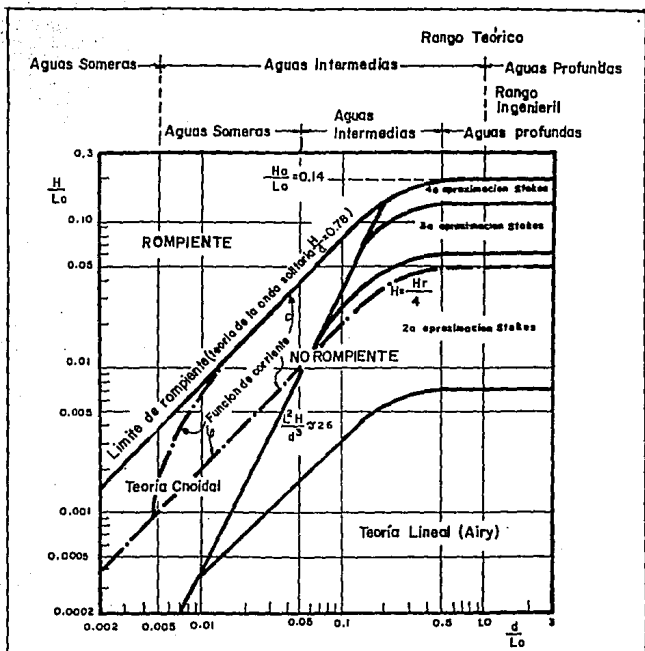


FIG.1.5 REGIONES DE APLICACION PARA LAS DIFERENTES TEORIAS DEL OLEAJE SEGUN LE MEHUATE (1976) [2]

1.4.3 Teoría lineal de pequeña amplitud

Actualmente para la solución de problemas de Ingeniería Portuaria y de Costas, la teoría lineal es la que mayor aplicación tiene en los casos prácticos comunes. Las hipótesis de partida de esta teoría son las siguientes:

- a) El fluido es homogéneo e incompresible; por lo tanto la densidad ρ es constante.
- b) Se desprecia la tensión superficial ($k=0$).
- c) Se desprecia el efecto de coriolis ($F_c=0$).
- d) La presión en la superficie libre es uniforme y constante ($P_0=cte$).
- e) El fluido es ideal; es decir se desprecia la viscosidad ($\nu = 0$).
- f) La ola considerada no está relacionada con ningún otro movimiento del agua.
- g) El fondo es horizontal, fijo e impermeable; la velocidad vertical en el fondo vale cero.
- h) La amplitud de la ola es pequeña en relación a la profundidad y su forma invariable en el tiempo y espacio.
- i) Las olas son bidimensionales (X,Z).

En las siguientes figuras 1.6, 1.7 y 1.8 se presentan las diversas variables utilizadas para describir las características de una ola de pequeña amplitud y en la tabla 1.4 se indican las fórmulas empleadas para su cálculo en base a la teoría de las olas del mismo nombre.

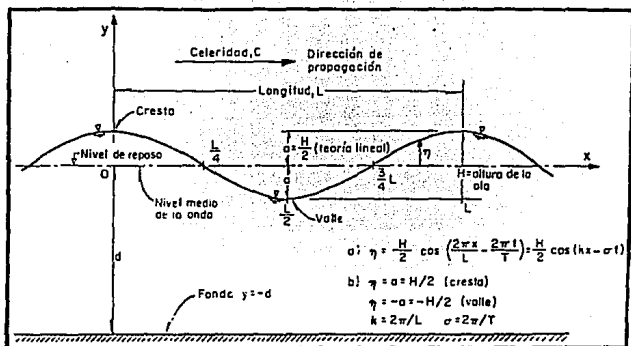


FIG. 1.6 OLA SENOIDAL PROGRESIVA [2].

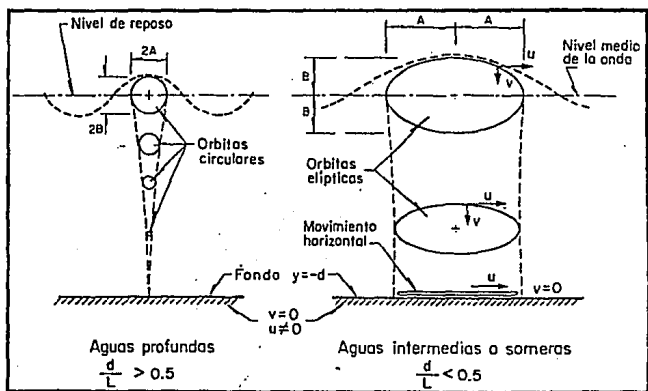


FIG. 1.7 DESPLAZAMIENTO DE LAS PARTICULAS DE AGUA; AGUAS PROFUNDAS INTERMEDIAS Y BAJAS [2].

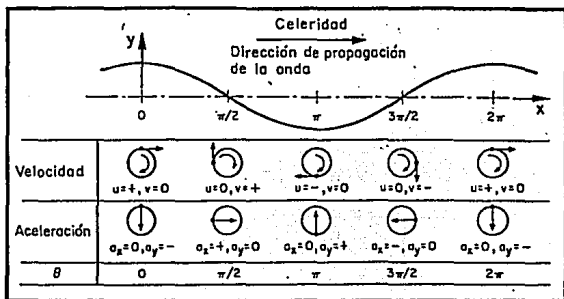


FIG. 1.8 VELOCIDADES Y ACELERACIONES LOCALES EN UN FLUIDO.

P.R	AGUAS BAJAS $\frac{d}{L_o} \left(\frac{1}{25} \right)$	AGUAS INTERMEDIAS $\frac{1}{25} \left(\frac{d}{L_o} \left(\frac{1}{2} \right) \right)$	AGUAS PROFUNDAS $\frac{d}{L_o} \left(\frac{1}{2} \right)$
1.	La misma que ----->	$y = \frac{H}{2} \text{Cos} 2\pi \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) = \frac{H}{2} \text{Cos } \theta$	La misma que <-----
2.	$C = \frac{L}{T} = \sqrt{gd}$	$C = \frac{L}{T} = \frac{gt}{2\pi} \text{Tg} h \left(\frac{2\pi d}{L} \right)$	$C = C_o = \frac{L}{T} = \frac{gt}{2\pi} = 1.56T$
3.	$L = CT = T\sqrt{gd}$	$L = \frac{gT^2}{2\pi} \text{Tg} h \left(\frac{2\pi d}{L} \right)$	$L = L_o = C_o T = \frac{gT^2}{2\pi} = 1.56T^2$
4.	$C_g = C = \sqrt{gd}$	$C_g = nC = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\frac{4\pi d}{L}}{\text{Sen} h \left(\frac{4\pi d}{L} \right)} \right] C$	$C_g = \frac{1}{2} C_o = \frac{gT}{4\pi}$

4.	$C_g = c = \sqrt{gd}$	$Cg = nC = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\frac{4\pi d}{L}}{\text{Sen } h\left(\frac{4\pi d}{L}\right)} \right] c$	$C_g = \frac{1}{2} C_o = \frac{gT}{4\pi}$
5. a) Hor b) Ver	$U = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{d}} \text{Cos } \theta$ $W = \frac{\pi H}{T} \left(1 + \frac{y}{d}\right) \text{Sen } \theta$	$U = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\text{Cos } h\left[\frac{2\pi(y+d)}{L}\right]}{\text{Cos } h\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \text{Cos } \theta$ $W = \frac{H}{2} \frac{gt}{L} \frac{\text{Sen } h\left[\frac{2\pi(y+d)}{L}\right]}{\text{Cos } h\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \text{Sen } \theta$	$U = \frac{\pi H}{T} e^{\frac{2\pi y}{L}} \text{Cos } \theta$ $W = \frac{\pi H}{T} e^{\frac{2\pi y}{L}} \text{Sen } \theta$
6. a) Hor b) Ver	$a_x = \frac{\pi \sqrt{g}}{T d} \text{Sen } \theta$ $a_y = -2H \left(\frac{\pi}{T}\right)^2 \left(1 + \frac{y}{d}\right) \text{Cos } \theta$	$a_x = \frac{g\pi H}{L} \frac{\text{Cos } h\left[\frac{2\pi(y+d)}{L}\right]}{\text{Cos } h\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \text{Sen } \theta$ $a_y = -\frac{g\pi H}{L} \frac{\text{Sen } h\left[\frac{2\pi(y+d)}{L}\right]}{\text{Cos } h\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \text{Cos } \theta$	$a_x = 2H \left(\frac{\pi}{T}\right)^2 e^{\frac{2\pi y}{L}} \text{Sen } \theta$ $a_y = -2H \left(\frac{\pi}{T}\right)^2 e^{\frac{2\pi y}{L}} \text{Cos } \theta$

7. a) Hor b) Ver	$\xi = -\frac{HT}{4\pi} \frac{\sqrt{g}}{d} \text{ Sen } \theta$ $\delta = \frac{H}{8} \left(1 + \frac{y}{d}\right) \text{ Cos } \theta$	$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\text{Cos h} \left[\frac{2\pi(y+d)}{L} \right]}{\text{Sen h} \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \text{ Sen } \theta$ $\delta = \frac{H}{8} \frac{\text{Sen h} \left[\frac{2\pi(y+d)}{L} \right]}{\text{Sen h} \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \text{ Cos } \theta$	$\xi = -\frac{H}{2} e^{\frac{2\pi y}{L}} \text{ Sen } \theta$ $\delta = \frac{H}{2} e^{\frac{2\pi y}{L}} \text{ Cos } \theta$
8.	$p = \frac{H\rho g}{2} \text{ Cos } \theta - y\rho g$	$p = \frac{H\rho g}{2} \frac{\text{Cos h} \left[\frac{2\pi(y+d)}{L} \right]}{\text{Cos h} \left(\frac{2\pi d}{L} \right)} \text{ Cos } \theta - y\rho g$	$p = \frac{H\rho g}{2} e^{\frac{2\pi y}{L}} \text{ Cos } \theta - y\rho g$
9.	La misma que ----->	$E = \frac{\rho g H^2}{8}$	La misma que <-----
10.	$P = EC_g = EC = \frac{\rho g H^2 L}{8T}$	$P = EnC = \frac{\rho g H^2 L}{8T} n = \frac{\rho g H^2}{8} Cg$	$P = \frac{1}{2} EC_o = \frac{\rho g H^2}{16} (1.56T)$

TABLA 1.4 FORMULAS DE LA OLA PROGRESIVA CONFORME A LA TEORIA LINEAL.

P.R : Profundidad relativa

- 1 : Perfil de la ola
- 2 : Celeridad de la ola
- 3 : Longitud de la ola
- 4 : Velocidad de grupo
- 5 : Velocidad de las partículas de agua
- 6 : Aceleración de las partículas de agua
- 7 : Desplazamiento de las partículas de agua
- 8 : Presión subsuperficial
- 9 : Energía de la ola (por unidad de área)
- 10 : Potencia de la ola (por unidad de área)

a) $L = 1.56 T^2$ en el sistema métrico.

b) Velocidad de grupo (definición).- Es la velocidad con la cual se desplaza un grupo de olas o tren de olas, la cual en general es diferente de la velocidad con que se desplaza una ola individualmente; siendo su magnitud normalmente inferior.

La velocidad de grupo es importante, debido a que es con ella con la que se desplaza la energía del oleaje.

1.4.4 Fenómeno de rompiente de las olas progresivas

Una ola progresiva se propaga de aguas profundas hacia la costa, en una profundidad $d < (0.5L)$ empieza a ser modificada por la presencia del fondo y pasa a ser, una ola en aguas profundas a una en aguas intermedias; posteriormente al alcanzar una profundidad $ded \leq (0.05L)$, llega a ser una ola en aguas someras.

En su recorrido, la ola puede hacerse inestable y romper, dependiendo de sus características iniciales en aguas profundas y de la rapidez del cambio que sufre, el que depende del fondo en la dirección del avance de la ola.

La forma de romper ó rompiente de la ola se ha clasificado en tres tipos diferentes: continua (SPILLING), rodante (PLUNGING) y Ondulante (SURGING), las cuales dependen de la pendiente de la playa y de la esbeltez de la ola, como se muestra en la siguiente figura.

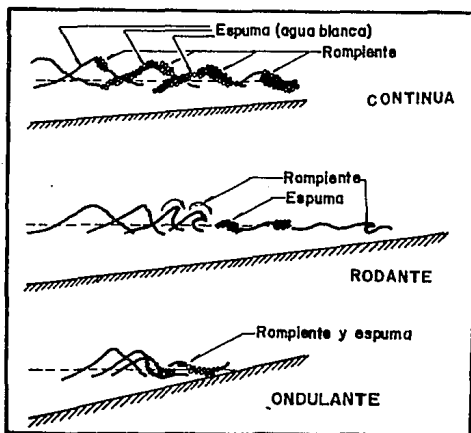


FIG. 1.9 CLASIFICACION DEL OLAJE ROMPIENTE [2]

La rompiente continua se caracteriza por romper muy suavemente, porque en un amplio recorrido, la ola deja tras de ella la superficie llena de espuma. No existe una clara línea de rompiente.

La rompiente rodante, se distingue por tener una zona rompiente perfectamente definida, que es donde el agua de la cresta se adelanta a la ola y cae frente a ella, produciendo mucha espuma y turbulencia, disipando gran cantidad de energía en espacios relativamente cortos. De esa rompiente sigue otra ola con altura media menor, que posteriormente puede volver a romper más cerca de la costa.

La rompiente ondulante es la que ocurre casi en la línea de la playa. La ola se aproxima hasta la línea de la costa en donde rompe y disipa su energía en forma de un frente con espuma que sube sobre la playa. La zona de rompiente queda perfectamente definida, casi en la línea de la costa.

Mediante la figura 1.10, es posible estimar el tipo de rompiente conociendo la esbeltez de la ola en aguas profundas y de la pendiente del fondo.

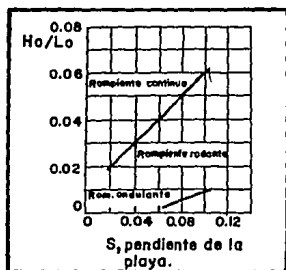


FIG. 1.10 DETERMINACION DEL TIPO DE OLEAJE ROMPIENTE, UTILIZANDO LA PENDIENTE DE LA PLAYA (HORIKAWA, 1978) [2].

1.4.4.1 Altura de la ola en la rompiente

En el diseño de estructuras, como rompeolas, escolleras, muros, etc., es necesario conocer si estarán sujetas a la acción del oleaje rompiente o lejos de esta situación; de ahí el interés de lo que se describe a continuación.

La distancia vertical entre la altura de la cresta de la ola en la rompiente y en el valle inmediato delante de ella es lo que se conoce como la altura de ola rompiente, como se muestra en la siguiente figura.

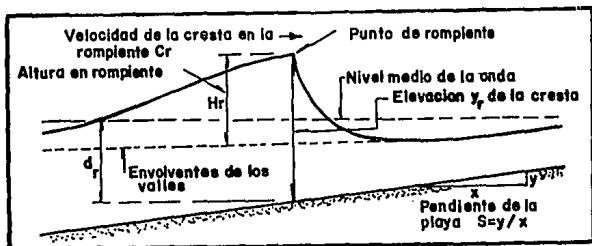


FIG. 1.11 TERMINOS UTILIZADOS PARA DEFINIR A LA OLA ROMPIENTE SEGUN IVERSEN (1952) [2].

El límite superior ó altura de ola rompiente en aguas profundas es una función de la longitud de ola, y en la zona de aguas someras (o reducidas) y aguas intermedias (o de transición) es función de la profundidad del fondo y de la longitud de la ola.

La pendiente o esbeltez de la ola es la relación de su altura y su longitud. MICHELL (1893) encontró que la máxima relación de esbeltez en aguas profundas está expresada como:

$$\frac{H_o}{L_o} = 0.143 ; \text{ por tanto} \quad 1.3$$

$$(H_o)_{\max} = 0.142 L_o$$

Para obtener la altura de la ola rompiente, H_r , en aguas someras se recomienda utilizar las curvas propuestas por GODA figura 1.12.

donde:

$$\frac{H_r}{H'_0} = f\left(\frac{H'_0}{L_0}, S\right) \quad (1.5)$$

donde: $H'_0 = \left(\frac{b_0}{B}\right)^{\frac{1}{3}} H_0$

S : Pendiente de la playa

H_r : Altura de ola rompiente en aguas someras

b_0 : Separación de la ortogonal en aguas profundas

b : Separación de la ortogonal en la rompiente

H_0 : Altura de la ola en aguas profundas

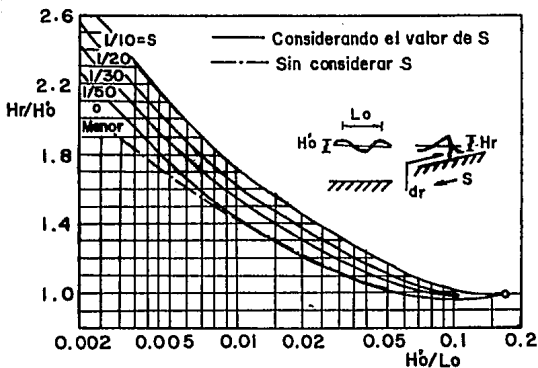


FIG. 1.12 ALTURA DE LA OLA ROMPIENTE, SEGUN GODA (1970) [2]

1.4.4.2 Profundidad en la rompiente

Para el diseño de Estructuras Marítimas se requiere conocer la profundidad a la cual los olas llegan a romper. Para ello se pueden utilizar las curvas de la figura 1.13, propuestas por GODA, y en las que se relaciona.

$$\frac{d_r}{H'_0} = f\left(\frac{H'_0}{L_0}, S\right)$$

donde:

d_r : Es la profundidad en la rompiente; las otras variables ya fueron definidas.

Conocido el valor de, d_r , se deberá comparar con la profundidad d , a la cual está desplantada la estructura, si $d > d_r$ la estructura estará sujeta a oleaje no rompiente.

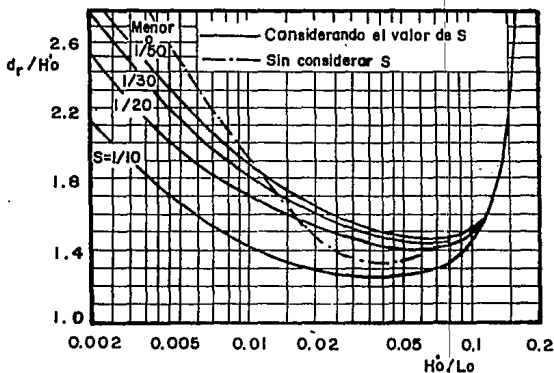


FIG. 1.13 PROFUNDIDAD EN LA ROMPIENTE, SEGUN GODA (1970) [2]

CAPITULO II

CAPITULO II

LEY DE SNELL Y SU RELACION EN LA INGENIERIA DE COSTAS

2.1 FENOMENO DE LA REFRACCION DE LA LUZ

Si se coloca un objeto en el agua contenida en un recipiente de vidrio figura 2.1 al observarlo con cierta inclinación con respecto al plano normal a la superficie líquida; el cuerpo se verá elevado como se muestra en la misma figura.

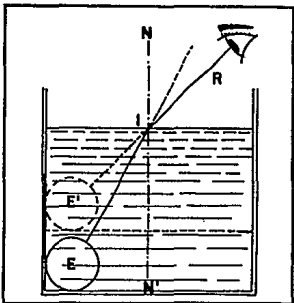


FIG. 2.1

Los rayos que parten del objeto ó esfera E, al llegar a la superficie de separación entre el agua y el aire, se desvían ó refractan alejándose de la normal NI; el rayo RI refractado llega al ojo dando la impresión de que la esfera se encuentra en E'; este fenómeno descrito lleva el nombre de REFRACCION.

El experimento muestra que cuando un rayo luminoso incide con cierta inclinación, la superficie de separación de dos medios transparentes de distinta refrangibilidad, el rayo penetra al segundo medio, con una desviación que se le denomina refracción. Si el medio en que penetra el rayo es más refringente, como en el ejemplo que hemos supuesto, el rayo se refracta en el punto de incidencia, acercándose a la normal y si es menos refringente, el rayo se aleja.

2.2 LEY DE SNELL EN LA REFRACCION DE LA LUZ

En la figura 2.2 se ilustra el fenómeno que se produce cuando el rayo RI procedente del medio A penetra al medio B, el rayo se refracta en el punto de incidencia I dando lugar al IR'; como el medio B es más refringente, el rayo se acerca a la normal NN'.

El plano LIN en el espacio en donde se muestran los rayos y la normal es el plano de incidencia. El ángulo "i" formado por el rayo incidente y la normal NN' es el ángulo de incidencia; el formado con la misma normal y el rayo refractado es el ángulo de refracción "r".

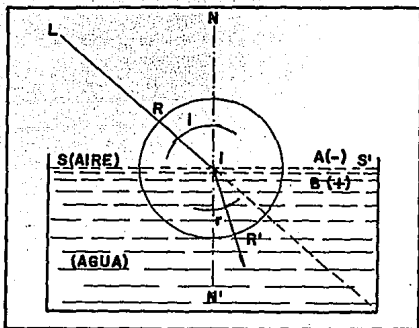


FIG. 2.2 FENOMENO DE REFRACCION

De lo anterior podemos deducir las siguientes leyes de la refracción.

El rayo incidente, el rayo refractado y la normal a la superficie en el punto de incidencia están en el mismo plano.

La relación que existe entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una cantidad constante, para los mismos medios y la misma luz.

Esta relación constante se le conoce como LEY DE SNELL O INDICE DE REFRACCION, la cual se expresa como sigue:

$$\text{Indice de Refracción} = \frac{\text{Seno del ángulo de Incidencia } (i)}{\text{Seno del ángulo de Refracción } (r)}$$

Dicho índice de refracción está íntimamente relacionada con las velocidades de propagación de la luz en los dos medios que atraviesa.

Se ha logrado medir la velocidad que tiene la luz en el vacío y en el agua, habiéndose encontrado que dentro del agua la luz encuentra cierta obstrucción para propagarse y lo hace entonces con una velocidad menor que en el vacío. La velocidad de propagación en el aire es casi igual a la velocidad en el vacío.

El hecho de que la refracción de la luz está relacionado con su velocidad de propagación se puede asimilar al ejemplo ilustrado en la figura 2.3 en el cual se ha representado una fila de soldados AB que avanzan en un medio en el que lleva una velocidad considerable. La línea MN representa la línea de separación entre el terreno en que van marchando los soldados y otro en el que encuentra dificultad su marcha. Fácilmente se comprende que al ir penetrando al segundo terreno cambia la dirección en que avanzan los soldados, según lo indican las flechas de la figura.

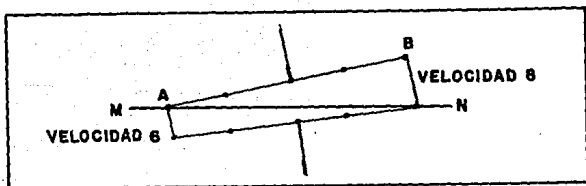


FIG. 2.3 VELOCIDAD DE PROPAGACION

2.3 LEY DE SNELL Y SU RELACION CON LA INGENIERIA DE COSTAS

Muchos fenómenos ópticos conocidos implican el comportamiento de una onda que incide en la superficie que separa dos medios ópticos. Cuando la superficie de separación es suave, es decir, cuando sus irregularidades son pequeñas comparadas con la longitud de la onda, la onda suele ser en parte reflejada y en parte transmitida al segundo medio, como se ilustra en la figura 2.4 (a).

Los segmentos de las ondas planas (Figura 2.4) se representan por un pincel de rayos que forman haces de luz figura 2.4 (b); para simplificar la explicación de los diversos ángulos, suele considerarse solo un rayo de cada (haz), como en la figura 2.4 (c)

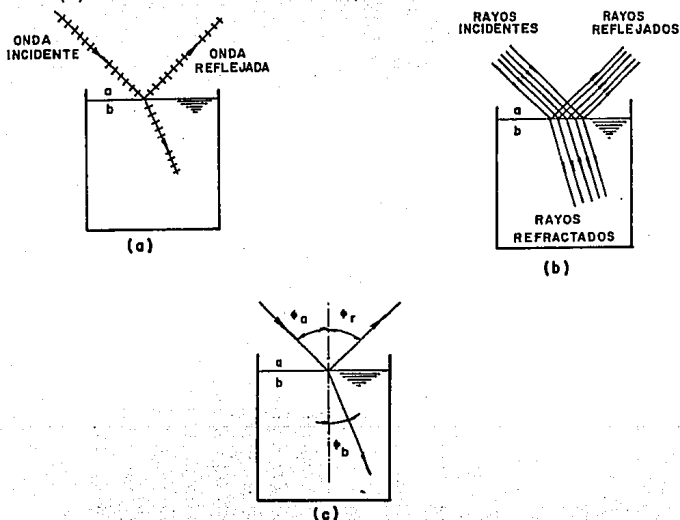


FIG. 2.4 (a) Una onda plana es en parte reflejada y en parte refractada en la superficie de separación de dos medios. (b). Las ondas de (a) están representadas por rayos (c) por sencillez solo ilustra un rayo incidente, reflejado y refractado.

Las direcciones de los haces de luz incidente, reflejado y refractado se expresan en función de los ángulos que forman con la normal superficie en el punto de incidencia. Para ello es suficiente indicar un rayo, como en la figura 2.4 (c).

Estudios experimentales de los haces incidente, reflejado y refractado conducen a los siguientes resultados:

- 1.- Haciendo semejanza en el inciso anterior, los rayos incidentes, reflejados y refractado y la normal a la superficie, se encuentran en el mismo plano del diagrama, y la superficie de separación es perpendicular a este plano, los planos reflejado y refractado están en el plano del diagrama.
- 2.- El ángulo de reflexión ϕ_r , es igual al ángulo de incidencia ϕ_i , para cualquier par de medios.
- 3.- Para la luz monocromática y un par de medios dados "a" y "b", situados en los lados opuestos de la superficie de separación, la razón del ángulo ϕ_a (entre el rayo y el medio "a" y la normal) y el seno del ángulo ϕ_b (entre el rayo del medio "b" y la normal) es una constante.

Por lo tanto:

$$\frac{\text{Sen } \phi_a}{\text{Sen } \phi_b} = \text{constante} \quad (2.1)$$

Este resultado experimental, junto con el hecho de que los rayos incidente y refractado y la normal a la superficie estén en el mismo plano, se le conoce como LEY DE REFRACCION O LEY DE SNELL.

En la refracción del oleaje el decremento de la celeridad de la onda con la disminución de la profundidad del agua puede ser considerada en una analogía al decremento de la velocidad de la luz con el incremento del índice de refracción del medio de transmisión.

Usando esta analogía O'BRIEN (1942) sugirió el uso de la ley de Snell de la óptica geométrica para resolver el problema de la refracción del oleaje por cambio de profundidad.

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tan h \left[\frac{2\pi d}{L} \right]} \quad (2.2)$$

La ecuación 2.2 muestra que la celeridad de la onda depende de la profundidad del agua en la cuál se propaga.

Si la celeridad de la onda decrece con la profundidad, la longitud de la onda debe decrecer proporcionalmente. La variación de la celeridad de la onda ocurre a lo largo de la cresta en movimientos en un ángulo por debajo del contorno del agua, porque esa parte de la onda en aguas profundas se desplaza más rápidamente que en la zona de aguas someras.

Esta variación causa en la cresta de la onda una curvatura que tiende a alinearse con la batimetría. Este efecto de curvatura o refracción, depende de la relación de la profundidad del agua con la longitud de la onda.

En la práctica, la refracción del oleaje es importante por varias razones, entre las que se pueden mencionar las siguientes:

- 1.- Mediante la refracción del oleaje es posible determinar las alturas de las olas de un sitio o zona en particular, usando para tal efecto las condiciones de dicho oleaje en la zona de aguas profundas, (esto es: altura, período y dirección). La refracción por lo tanto tiene una influencia significativa en la distribución de la energía del oleaje a lo largo de la costa.
- 2.- El cambio de dirección del oleaje origina convergencia o divergencia en su energía y materialmente afecta a la fuerza ejercida por la onda sobre las estructuras.
- 3.- La refracción contribuye a la alteración o cambio de la batimetría por los efectos de erosión y depósitos de sedimentos en la playa.
- 4.- Una descripción general de la batimetría de un área cercana a la costa puede ser a veces obtenida por medio de un análisis de fotografía aérea de los patrones de refracción del oleaje.

En adición a las variaciones causadas por la refracción del oleaje en la batimetría, las ondas pueden ser refractadas por corrientes o por algún otro fenómeno.

La refracción por una corriente ocurre cuando las ondas intersectan la corriente con un ángulo dado.

El grado en el cuál la corriente refracta al oleaje incidente depende del ángulo inicial entre las crestas de la onda de la dirección del flujo y fuerza de la corriente, y de las características del oleaje incidente.

En al menos estas dos situaciones, la refracción del oleaje por corrientes puede ser de importancia práctica.

En accesos de marea, la corriente de marea puede ser contraria al oleaje incidente y consecuentemente la altura y la incidencia de la onda.

2.3.1 LEY DE SNELL

Consideramos el caso en que el oleaje incide con un ángulo β_1 a la línea límite entre h_1 y h_2 de profundidad, como se muestra en la figura 2.5.

Cuando la línea de dirección de oleaje 2 llega al punto B sobre la línea límite, la línea 1 está en el punto A, por eso el frente de oleaje se expresa por la línea AB. En la profundidad h_2 , la celeridad del oleaje es más lenta en la profundidad $h_1 < h_2$.

Por lo tanto, mientras que el oleaje marcha de A a A' sobre la línea 1, él oleaje marcha sólo de B a B' sobre la línea 2, es por esto que el frente del oleaje se expresa por la línea A'B'; o sea que el oleaje está refractado por la línea límite entre h_1 y h_2 de profundidad.

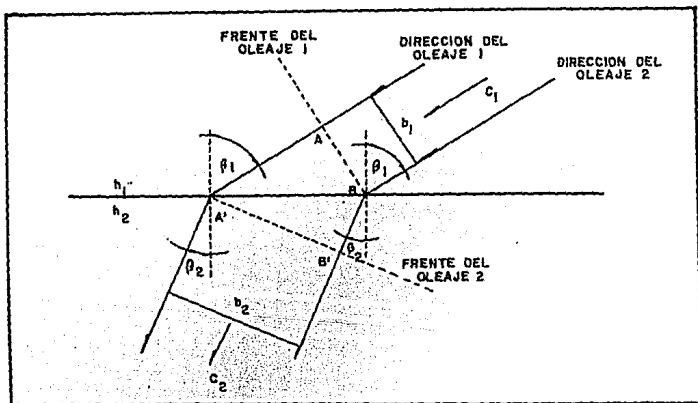


FIG. 2.5 PRINCIPIO DE REFRACCION DE OLAJE

El ángulo de refracción β_1 , está dado por la ley de Snell como sigue:

$$\frac{\text{Sen } \beta_2}{\text{Sen } \beta_1} = \frac{C_2}{C_1} \quad (2.3)$$

Para el caso en que las líneas batimétricas son rectas y paralelas, tal y como se muestra en la figura 2.8, el ángulo de refracción estará dado utilizando la ecuación 2.4 desde aguas profundas, por la siguiente expresión.

$$\frac{\text{Sen } \beta'}{\text{Sen } \beta_0} \frac{\text{Sen } \beta''}{\text{Sen } \beta'} \frac{\text{Sen } \beta'''}{\text{Sen } \beta''} \frac{\text{Sen } \beta}{\text{Sen } \beta'''} = \frac{C'}{C_0} \frac{C''}{C'} \frac{C'''}{C''} \frac{C}{C'''} \quad (2.4)$$

por lo tanto :

$$\frac{\text{Sen } \beta}{\text{Sen } \beta_0} = \frac{C}{C_0} \quad , \quad \text{Sen } \beta = \frac{C}{C_0} \text{Sen } \beta_0$$

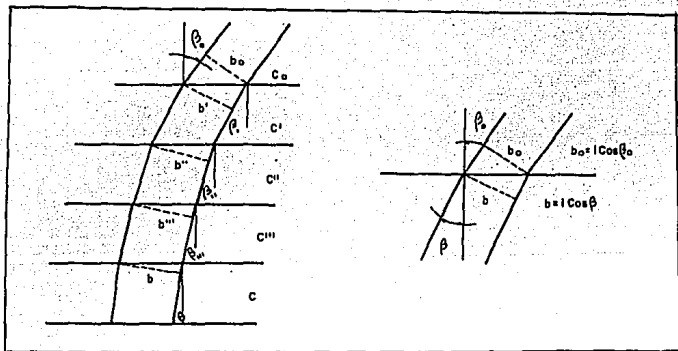


FIG. 2.6 REFRACCION CUANDO LAS LINEAS BATIMETRICAS SON RECTAS Y PARALELAS

Por otra parte, el coeficiente de refracción esta dado por; la relación:

$$K_r = \frac{b_o}{b}$$

donde:

$$\begin{aligned} K_r &= \left(\frac{b_o}{b}\right)^{1/2} = \left(\frac{\cos \beta_o}{\cos \beta}\right)^{1/2} = \left(\frac{1 - \text{Sen}^2 \beta_o}{1 - \text{Sen}^2 \beta}\right)^{1/4} \\ &= \left(\frac{1 - \text{Sen}^2 \beta}{1 - \text{Sen}^2 \beta_o}\right)^{-1/4} = \left(\frac{1 - \text{Sen}^2 \beta_o + \text{Sen} \beta_o - \text{Sen}^2 \beta}{1 - \text{Sen}^2 \beta_o}\right)^{-1/4} \\ &= \left[1 + \frac{1}{1 - \text{Sen}^2 \beta_o} (\text{Sen} \beta_o^2 - \text{Sen}^2 \beta)\right]^{-1/4} \\ &= \left[1 + \frac{\text{Sen}^2 \beta_o - \text{Sen}^2 \beta}{\cos \beta_o^2}\right]^{-1/4} \\ &= \left[1 + \frac{\text{Sen}^2 \beta_o - \text{Sen}^2 \beta}{\text{Sen}^2 \beta_o} \frac{\text{Sen}^2 \beta_o}{\cos^2 \beta_o}\right]^{-1/4} \\ &= \left[1 + \left(1 - \frac{\text{Sen}^2 \beta}{\text{Sen}^2 \beta_o}\right) \frac{\text{Sen}^2 \beta_o}{\cos^2 \beta_o}\right]^{-1/4} \\ &= \left[1 + \left(1 - \left(\frac{C}{C_o}\right)^2\right) \text{Tan}^2 \beta_o\right]^{-1/4} \end{aligned}$$

(2.5)

Donde:

- β_o : Es el ángulo en aguas profundas
- b_o : Es la distancia entre las ortogonales en aguas profundas
- b : Es la distancia entre las ortogonales en aguas reducidas.

Ahora tomando como base la figura 2.7 cuando $\beta_2 \geq 90^\circ$, el oleaje no puede entrar en la profundidad h_2 , es decir, el oleaje se refleja perfectamente en el límite h_1 y h_2 de profundidad. El ángulo de incidencia límite del oleaje que se refleja perfectamente se calcula como sigue:

De la ecuación 2.3 tenemos:

$$\frac{\text{Sen } \beta_2}{\text{Sen } \beta_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

Si $\beta_2 = 90^\circ$, es decir cuando $\text{Sen } \beta_2 = 1$, tendremos:

$$\text{Sen } \beta_1 = \frac{C_1}{C_2}$$

$$\therefore \beta_1 = \text{Sen}^{-1} \left(\frac{C_1}{C_2} \right) \quad (2.6)$$

En la ecuación anterior, el valor de C_1/C_2 no puede ser mayor de 1, porque el valor de la función Seno no puede ser mayor que 1. Entonces, en general, la reflexión perfecta ocurre cuando C_2 es mayor que C_1 , es decir cuando los oleajes entran en una zona más profunda.

El ángulo β_1 de la ecuación 2.6 se llama el ángulo crítico de reflexión.

2.4 METODOS DE CALCULO DE LA REFRACCION DEL OLEAJE

Actualmente existen dos técnicas básicas para el análisis de la refracción de oleaje a saber:

- a) La gráfica
- b) La numérica

Las suposiciones de partida en las que se desarrollan ambas técnicas son:

- 1.- La energía de la onda entre los rayos u ortogonales permanece constante (las ortogonales serán líneas dibujadas perpendicularmente a los frentes del oleaje, y extendidas en la dirección del avance de la ola), ver Fig. 2.7
- 2.- La dirección de avance de la ola es perpendicular a la cresta de la ola, en la dirección de las ortogonales.
- 3.- La celeridad de una onda dado el período en un lugar en particular, depende solamente de la profundidad del sitio.
- 4.- Los cambios en la batimetría deben ser graduales.
- 5.- Las olas serán de cresta larga, período constante, amplitud pequeña y monocromática.
- 6.- Los efectos de las corrientes, viento y reflexión de playas, no son considerados.

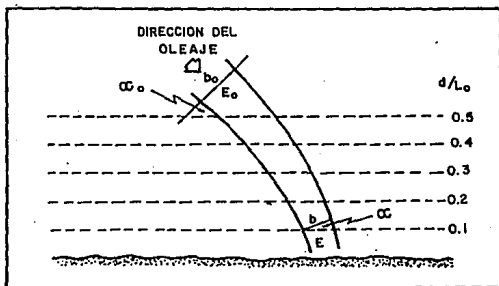


FIG. 2.7 ENERGIA DE LA ONDA ENTRE RAYOS

Por lo tanto podemos concluir que cuando la ola se encuentra en aguas profundas, todos los puntos de la cresta del frente de olas se desplazan a una misma velocidad; tal y como se muestra en el avance de A a B de la figura 2.8; una vez que es rebasado dicho límite, hacia aguas más someras, la velocidad disminuye en relación a la profundidad, por lo que para un mismo intervalo, el avance sería de B a C, es decir a una velocidad C_d ($C_d < C_o$).

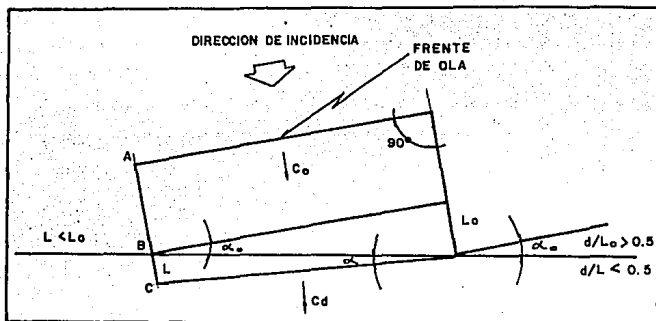


FIG. 2.8 AVANCE DEL OLEAJE DE AGUAS PROFUNDAS A AGUAS REDUCIDAS

2.5 CAMBIO DE ALTURA DE OLEAJE POR EL FENOMENO DE REFRACCION

Así como los rayos se curvan al pasar de un medio a otro, el oleaje es distorsionado por cambios en la profundidad en aguas someras. Esta distorsión en los frentes de ola se llama refracción, como se explicó anteriormente.

En los estudios de la refracción de oleaje, se supone que cuando una ola avanza hacia la costa no existe dispersión lateral de energía a lo largo de su frente, es decir la energía transmitida permanece constante entre dos líneas ortogonales (trazadas perpendicularmente al frente de olas). La potencia o flujo de energía del oleaje transmitido hacia adelante entre dos ortogonales adyacentes, en aguas profundas, se expresa por la ecuación 2.7

$$P_o = \frac{1}{2} b_o E_o C_g = C_g b_o E_o \quad (2.7)$$

Donde:

P_o : Potencia o flujo de energía (aguas profundas)

b : Separación entre dos ortogonales

E : Energía del oleaje

C_g : Celeridad de grupo

El subíndice "o" se refiere a la condición de aguas profundas.

Este mismo flujo de energía transmitida hacia adelante entre dos ortogonales, pero en aguas someras está expresado por la ecuación 2.8

Aceptando que la energía se conserva entre dos ortogonales, al igualarse las ecuaciones 1 y 2 y sustituyendo los valores de:

$$E = \frac{\gamma H^2}{g} \quad \text{y} \quad C = \frac{L}{T}$$

Se obtiene que:

$$\frac{H}{H_0} = \left[\frac{L_0}{2nL} \frac{b_0}{L_0} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{L_0}{2nL} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{b_0}{b} \right]^{\frac{1}{2}} = K_r K_r \quad (2.8)$$

donde:

K_r : Coeficiente de propagación

K_r : Coeficiente de refracción

La ecuación 2.8 permite valuar la altura de oleaje tanto en aguas intermedias como en las someras a partir de las características del oleaje en aguas profundas, siempre y cuando se puedan determinar las separaciones entre ortogonales adyacentes. El valor de "n" esta definido por:

$$n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\frac{4\pi d}{L}}{\text{Senh}\left(\frac{4\pi d}{L}\right)} \right] \quad (2.9)$$

Como puede observarse en la ecuación 2.8 son dos los efectos que produce el cambio de profundidad en el oleaje.

Si los frentes del oleaje son paralelos a las líneas batimétricas se cumple $b_0/b = 1$, y por lo tanto solo se produce el segundo efecto cuantificado por el coeficiente denotado por " K_r ", toma en cuenta la disminución de la ola producida por la disminución de la profundidad y es el cambio de altura, ya que debe conservarse el flujo de energía a lo largo de áreas de ancho unitario y altura igual a la profundidad.

El segundo efecto se produce cuando los frentes de ola forman un ángulo con las líneas batimétricas, debido a lo cual las ortogonales dejan de ser paralelas y es cuantificado por el coeficiente de refracción denotado por " K_r ", este segundo efecto generalmente se produce del primero.

En la Fig. 2.9 se representa un diagrama esquemático de la refracción del oleaje.

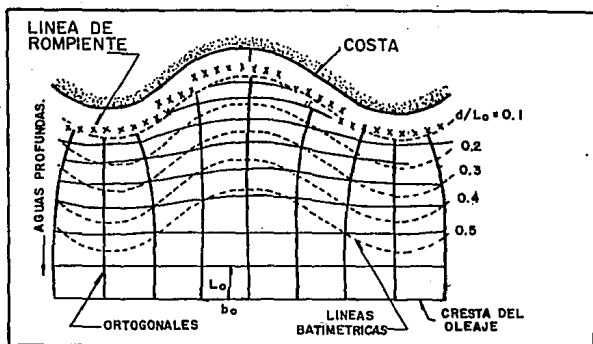
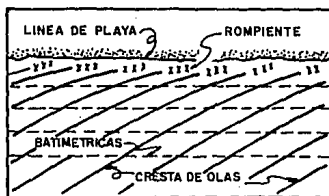


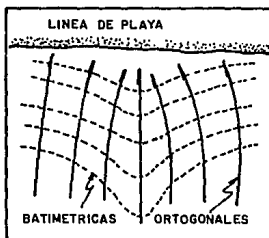
FIG. 2.9 DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DE LA REFRACCIÓN DEL OLAJE

En el efecto de refracción del oleaje las ortogonales pueden tender a converger; para este caso se tiene un incremento de energía por unidad de área y como consecuencia de ello un aumento de la altura de la ola, por el contrario para el caso en que se tiene una disminución de la energía por unidad de área tenderá a diverger y habrá un reducción del oleaje.

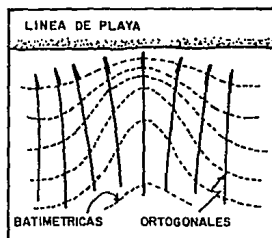
En la Fig. 2.10 se muestran algunos casos típicos de lo antes explicado.



REFRACCION EN UNA PLAYA RECTA CON BATIMETRIA PARALELA

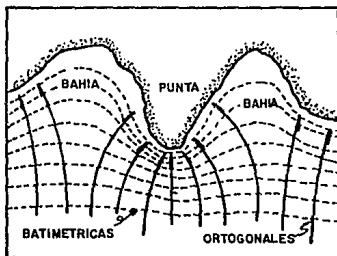


(a)



(b)

REFRACCION DEBIDA A UN PROMONTORIO SUBMARINO (a) Y CAÑON SUBMARINO (b)



REFRACCION A LO LARGO DE UNA COSTA IRREGULAR.

FIG. 2.10 CASOS TÍPICOS DE LA REFRACCION DEL OLEAJE

CAPITULO III

CAPITULO III

PRESENTACION DE METODOS DE CALCULO

3.1 GENERALIDADES

Para el diseño y construcción de Estructuras Marítimas es necesario conocer las alturas, períodos y direcciones del oleaje en la región costera.

Para determinar dichos parámetros, se requiere tomar en cuenta los efectos de refracción, los cuales comúnmente se estiman mediante la construcción de diagramas de refracción en forma gráfica y numérica, aunque también existen métodos aerofotogramétricos que son de uso poco común.

En este capítulo se presentan dos métodos gráficos y un método numérico. El primer método que se presenta es conocido como Método de Frentes de Ola, y consiste en obtener las posiciones sucesivas de las crestas conforme el oleaje se desplaza hacia la costa. Una vez determinadas las posiciones sucesivas de las crestas de una ola, se trazan líneas perpendiculares que unen una cresta con la otra. Estas líneas se conocen como ortogonales y los frentes de ola se les denomina **DIAGRAMAS DE REFRACCION.**

En el segundo método gráfico llamado Método de Ortogonales o de Rayos de Oleaje, las ortogonales son dibujadas directamente sobre el plano, en este método cada ortogonal se traza independientemente. En el Método Numérico la solución de dicho fenómeno permite obtener las ortogonales y los frentes de ola de los diagramas de refracción correspondientes.

3.2 CONSTRUCCION GRAFICA DEL DIAGRAMA DE REFRACCION POR EL METODO DE FRENTE DE OLA

Para la construcción de un diagrama de refracción siguiendo el método de frentes de ola, resulta necesario realizar previamente, la construcción de una regla la cual relaciona los avances de los frentes de las olas a distintas profundidades ligadas a través de la relación d/L_0 , como se muestra en la siguiente figura.

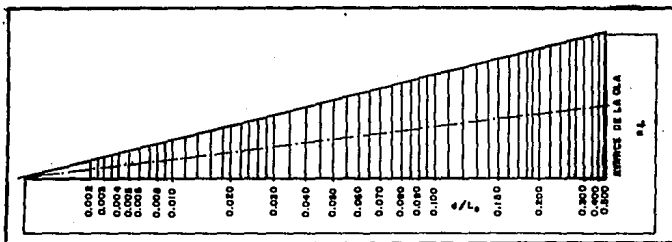


FIG. 3.1 REGLA PARA LA ELABORACION DE DIAGRAMAS DE REFRACCION

La construcción de los diagramas se inician con un frente de olas recto en una profundidad igual a la mitad de la longitud de ola en aguas profundas (límite de aguas profundas).

La construcción gráfica de un diagrama de refracción se ejecuta moviendo cada punto de la cresta en una dirección perpendicular a la misma. La figura 3.1 muestra una regla construida de tal forma que de el avance de la cresta con cualquier valor de d/L_0 en un plano de cualquier escala; este avance corresponde a nL , en donde n indica el número de longitudes de ola que se repiten entre cada frente dibujado y el cual depende de la escala del plano y de la complejidad de la batimetría; debe tomarse en cuenta que el avance nL no resulte ser muy grande o muy pequeño, pues en el primer caso la influencia del fondo es poco apreciable y en el segundo, se hace difícil el dibujo.

El valor de n se puede conocer con la siguiente relación:

$$n = 0.0163 \frac{S}{T^2}$$

Donde:

S : Escala del plano

T : Período de la ola (seg)

Ejemplo:

Si $T = 8$ seg. y $S = 2000$

$$L_o = 1.56 T^2 = 100m$$

$$n = 0.0163 \times 2000/64 = 0.5$$

$$n L_o = 0.5 \times 100 = 50m$$

$$n L_o = (\text{escala del plano}) = \frac{50}{2000} = 2.5 \text{ cm} = \text{avance para aguas profundas de la regleta.}$$

$$L_o = (\text{escala del plano}) = \frac{100}{2000} = 5 \text{ cm}$$

En la práctica común, el tamaño del cateto menor de la regleta (nL) es del orden de los 2.5 a 4 cm y el del cateto mayor de 15 a 20 cm, dimensiones tales que permitan manipularla fácilmente y ejecutar lecturas sin dificultad.

3.2.1 Procedimiento para la construcción de la regleta

La regleta se construye en material transparente como papel albanene o material plástico. El cateto mayor contiene toda la variación de la relación d/L_o , desde la zona de aguas bajas hasta el límite de aguas profundas, es decir, desde 0 hasta 0.5 lo cual es cierto para cualquier escala del plano. El valor de nL máximo corresponde para el límite de aguas profundas y entonces se denomina nL_o .

Para explicar la construcción de la regleta, se presenta el siguiente ejemplo: Supóngase que la escala del plano batimétrico a la que se va a trabajar es 1:2000 y que el período de la ola es de 6 seg.

- a) Se calcula $L_0 = 1.56 T^2 = 56.16 \text{ m}$
- b) Se calcula $n = 0.0163 \text{ S} / T^2 = 0.91 \approx 1$
- c) Se selecciona una longitud cualquiera para el cateto mayor; por ejemplo 15 cm.
- d) Se obtiene a la escala del plano el avance de la regla.

$$nL_0 = \frac{1 \times 56.16}{2000} = 2.8 \text{ cm} \approx 3 \text{ cm}$$

Para la colocación de los valores de d/L_0 , se prosigue como se indica a continuación:

Se tabulan diferentes valores de d/L_0 , desde 0.5 a 0 y se obtienen los correspondientes valores de $\tanh \frac{2\pi d}{L}$ los cuales se multiplicarán por la longitud del cateto mayor determinando así, la distancia a partir del origen a la que debe localizarse un determinado valor de d/L_0 , (ver figura 3.2 y tabla 3.1).

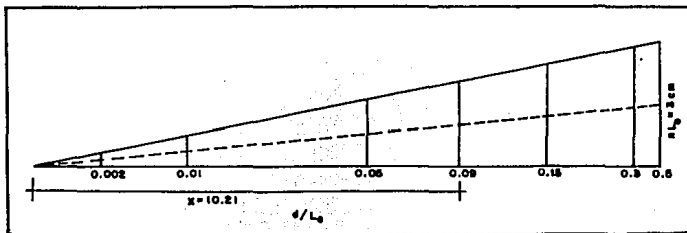


FIG. 3.2

d / L_0	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	l (cm)	x (cm)
0.5	0.9964	15	15.00
0.3	0.9611	15	14.42
0.15	0.8183	15	12.27
0.09	0.6808	15	10.21
0.05	0.5310	15	7.97
0.01	0.2480	15	3.72
0.002	0.1119	15	1.68

TABLA 3.1

(VER APENDICE A)

3.2.2 Procedimiento constructivo de un plano de olas.

Para la construcción de planos de olas (diagramas de refracción) con el método de la regla se procede como sigue:

A.- Información necesaria

- a) Batimetría del lugar
- b) Direcciones y períodos del oleaje en el lugar
- c) Regleta para trazar los diagramas de refracción

B.- Pasos a seguir:

- 1) Determinar el límite de aguas profundas $\frac{d}{L_0} = 0.5$
- 2) Determinar las relaciones d/L_0 para facilitar el trazo del diagrama y anotarla en cada batimetría.
- 3) Trazar el frente de ola en el límite de aguas profundas o detrás de éste en la dirección a estudiar, con el avance determinado en la regla hasta encontrar el límite de aguas profundas.

- 4) Dividir el frente de ola en el límite de aguas profundas en segmentos de tamaño b .
- 5) Colocar la regleta por el lado de los valores de d/L , haciéndolo coincidir tangencialmente con el último frente de ola.
- 6) Se hace coincidir a la batimétrica más cercana con su correspondiente valor de d/L , en la línea punteada de la regleta, determinando el avance correspondiente sobre la hipotenusa de la regleta.
- 7) Deslizar la regleta sobre el mismo frente de ola hasta interceptar nuevamente la misma batimétrica del punto anterior o una inmediata para determinar otro avance.
- 8) Se repite la operación las veces que sea necesario y mediante la unión de los puntos marcados, obtener el nuevo frente de ola.
- 9) A partir de las divisiones que tiene el frente en el límite de aguas profundas, se trazan ortogonales en esos puntos y se prolongan hasta la mitad de la distancia entre cada frente de ola.
- 10) Se coloca la regleta sobre el nuevo frente de ola procurando hacer coincidir el lado mayor de la regleta con el frente de ola, de no ser posible debido a que este nuevo frente tenga una configuración irregular, se coloca la regleta en el punto sobre el frente que se requiere dar el avance, tangencialmente a ese punto, alineando para ello el valor correspondiente en la escala de d/L , y el punto en cuestión, con el extremo de la ortogonal que se encuentra a la mitad de la distancia entre el frente anterior y éste, y repitiendo los pasos 6, 7 y 8 se obtiene el nuevo frente de ola.
- 11) Se unen con una línea recta el punto sobre el frente del cual se obtuvo el nuevo avance con el extremo de la ortogonal anterior y se prolonga hasta la mitad de la distancia entre este frente y el que se acaba de definir.
- 12) Se repite todo el proceso hasta encontrar la última batimétrica.

En algunas ocasiones se cuenta con la batimetría detallada de la zona de estudio, por lo cual es necesario conocer más exactamente el comportamiento del oleaje en esta zona por efecto de la refracción, para lo cual se traslada a la nueva escala del plano batimétrico de detalle el último frente de ola antes de entrar a la zona con batimetría de detalle; este frente, tiene definido un coeficiente de refracción K_r' .

Se procede a dividir el frente en segmentos de longitud b' y se repiten los pasos del 5 al 12 para obtener otros valores K_r'' del coeficiente de refracción en los canales de energía definidos en la zona con batimetría de detalle, por lo cual la altura de ola en un punto A de la zona en estudio estará dada por:

$$H_A = H_0 K_r K_r' K_r''$$

En la figura 3.3 se indica un diagrama de refracción resultante, con la metodología antes descrita.

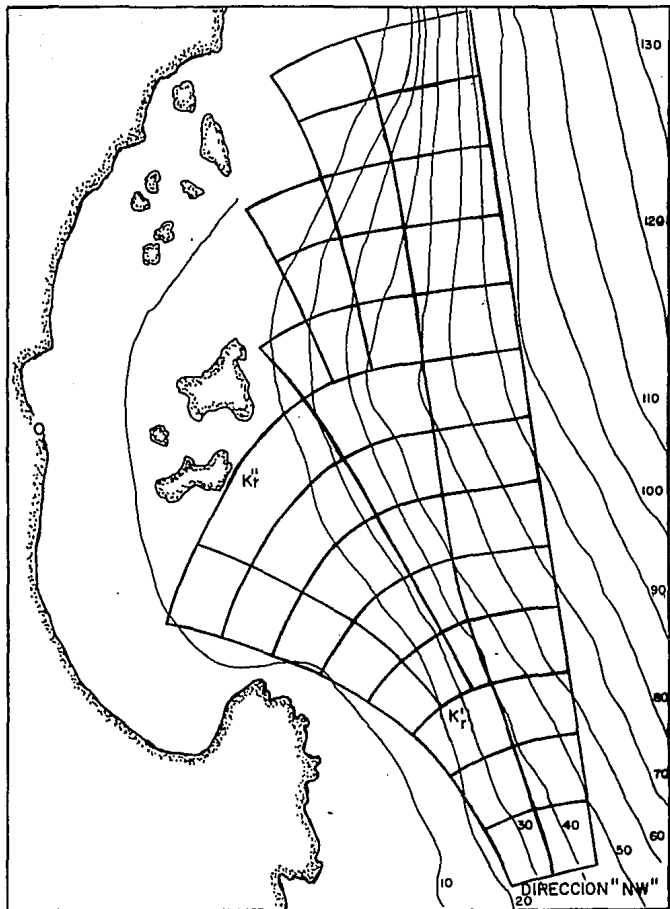


FIG. 3.3

3.3 CONSTRUCCION GRAFICA DE DIAGRAMAS DE REFRACCION POR EL METODO DE ORTOGONALES O RAYOS DE OLA.

Este método gráfico fue propuesto por ARTHUR, MUNK E ISAACS, requiriéndose para su aplicación lo siguiente:

- 1) Suavizar las líneas batimétricas ya que las pequeñas irregularidades no son de importancia en el fenómeno, y en cambio sí dificultan el trazo.
- 2) Dibujar en aguas profundas un frente de ola, con la dirección que se desea estudiar, escogiendo sobre él, los orígenes de todas las ortogonales por trazar.
- 3) Construir la siguiente tabla para facilitar el manejo de los datos.

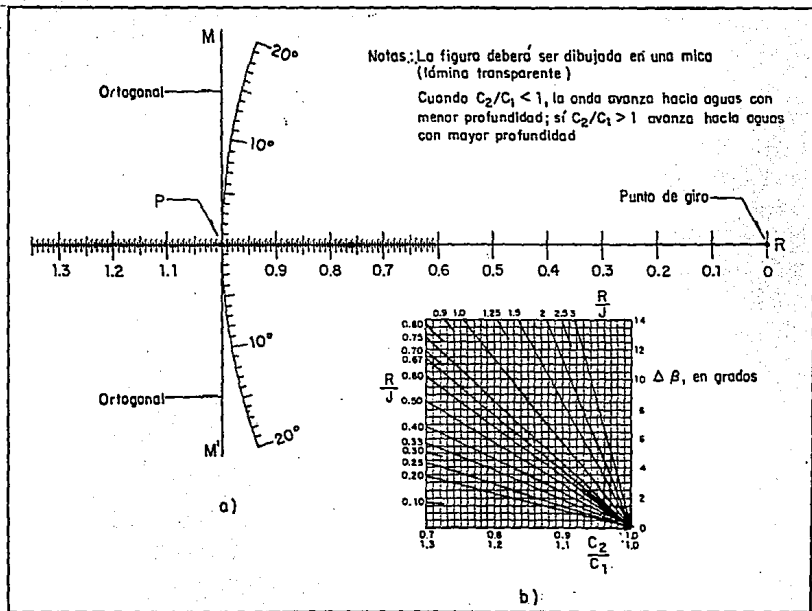
CARACTERISTICAS DEL OLEAJE EN AGUAS PROFUNDAS	
Profundidad, d_i	C_i / C_{i+1}
d_1	C_1 / C_2
d_2	C_2 / C_3
d_3	C_3 / C_4
.	.
.	.

TABLA 3.2 RELACION DE CELERIDADES DEL OLEAJE

- 4) Preparar una plantilla como la indicada en la figura 3.4

Para la construcción de los rayos de ola con este método, existen dos procedimientos dependiendo del valor del ángulo de incidencia, si este es menor de 80° o si este es igual o mayor de 80° .

FIG. 3.4 PLANTILLA PARA DIBUJAR LOS DIAGRAMAS DE REFRACCION



3.3.1 Procedimiento para la construcción de rayos con $\beta < 80^\circ$

Sea β la dirección del rayo frente al batimétrica d_i ; si se desea conocer la reorientación de dicho rayo en la batimétrica d_{i+1} como se muestra en la figura 3.5, se debe seguir el siguiente procedimiento:

- a) Se dibuja la profundidad media entre líneas batimétricas.
- b) Se extiende la ortogonal de la ola incidente, más allá del contorno de la profundidad media. El cruce con esa línea es el punto P' .
- c) En el punto del contorno ó profundidad media con la ortogonal de la ola incidente, P' se dibujo la tangente $S-T$.
- d) La plantilla (figura 3.4) para obtener en diagrama de refracción se coloca coincidiendo la ortogonal incidente con la línea $M-M'$ de la plantilla, y el punto ortogonal incidente, P de la misma sobre P' .
- e) Se gira la plantilla haciendo centro en R hasta que la tangente ST intersecte la recta PR en el valor C_i / C_{i+1} (por ejemplo 1.114 en la figura 3.5 corresponde a las líneas batimétricas d_i y d_{i+1}).
- f) La línea ortogonal marcada en la plantilla, $M-M'$, muestra la nueva dirección de la ortogonal pero su localización necesita una ligera corrección, desplazándola paralelamente a \overline{PB} de tal manera que $\overline{AP} = \overline{PB}$.
- g) El procedimiento mencionado se repite hasta llegar a la línea de la costa; la línea quebrada que se obtiene posteriormente se suaviza.

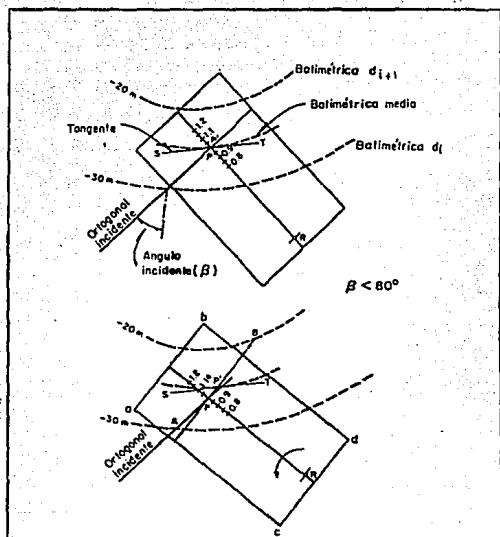


FIG. 3.5 USO DE LA PLANTILLA PARA DIBUJAR LOS DIAGRAMAS DE REFRACCION

3.3.2 Procedimiento para la construcción de rayos de ola con $\beta \geq 80^\circ$

Sea β la dirección del rayo frente a la batimétrica d_i ; si se desea conocer la reorientación del rayo de la ola para la batimétrica d_{i+1} , se debe seguir el siguiente procedimiento.

a) Como se muestra en la figura 3.6, el espacio comprendido entre líneas batimétricas adyacentes se discretiza formando una malla. El intervalo R se define batimétricamente y se recomienda que si es posible sea un múltiplo de J (donde éste es un valor medido al centro de la malla correspondiente).

b) Con la relación C_i / C_{i+1} , previamente calculada como en el procedimiento anterior y la relación R/J , el ángulo de deflexión de la ortogonal incidente ($\Delta\beta$) se obtiene en la figura 3.4b (por ejemplo para $C_i / C_{i+1} = 0.89$ y $R/J = 1$, se lee $\Delta\beta = 6^\circ$ para $R/J=2$, se lee $\Delta\beta = 11.5^\circ$).

c) La ortogonal incidente se prolonga al centro del elemento discretizado y la nueva ortogonal se dibuja tomando una deflexión $\Delta\beta$ (ver figura 3.6)

d) El proceso se continua; si $\beta < 80^\circ$ se utiliza el procedimiento indicado en el inciso 3.3.1. si $\beta \geq 80^\circ$; se utiliza el procedimiento arriba descrito, de esta manera, se obtiene una línea quebrada que posteriormente se suaviza.

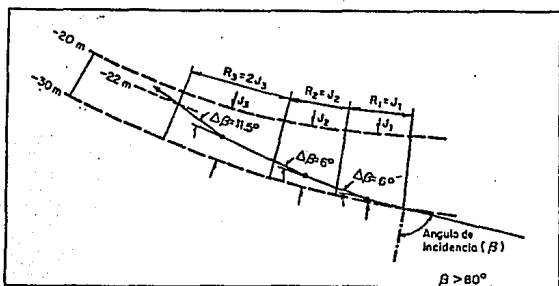


FIG. 3.6 DIAGRAMA DE REFRACCION EMPLEANDO EL METODO DE RAYOS.

3.4 CONSTRUCCION DE DIAGRAMAS DE REFRACCION APLICANDO UN MODELO NUMERICO.

El algoritmo se basa en el método de las ortogonales, el cuál supone que cuando el oleaje avanza hacia la playa, no existe dispersión lateral de energía a lo largo de las ortogonales adyacentes en un canal de energía determinado.

A continuación se analizan las ecuaciones fundamentales que intervienen en el cálculo de dicho fenómeno.

3.4.1 Ley de Snell

En la frontera, definida por dos profundidades d_1 y d_2 , la celeridad y la dirección del oleaje cambiarán de acuerdo a lo indicado en la figura 3.7.

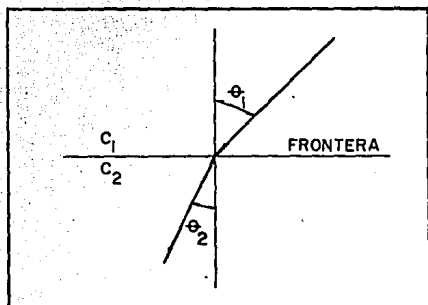


FIG. 3.7 LEY DE SNELL

La ley de Snell expresada en la ecuación 2.1 indica el cambio de dirección de aguas profundas a aguas bajas por el efecto de la profundidad, expresando dicho cambio como sigue:

$$\frac{\text{Sen } \theta_1}{c_1} = \frac{\text{Sen } \theta_2}{c_2} \quad (3.1)$$

3.4.2. Ecuación fundamental del cálculo

En la figura 3.8 se puede observar el fenómeno de la refracción, donde se ha supuesto que la celeridad del oleaje cambia de $C - \frac{\Delta C}{2}$ a $C + \frac{\Delta C}{2}$ en la frontera.

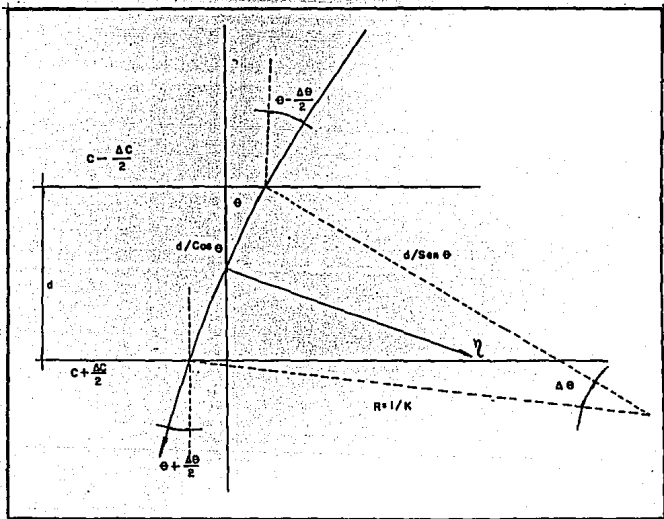


FIG. 3.8 REFRACCION EN LA ZONA DE CONTINUIDAD

Las variables definidas en la figura 3.8, tienen el siguiente significado:

θ : Es la Dirección, del oleaje

$\Delta\theta$: Es el cambio de dirección, dentro del ancho (d)

R : Radio de curva en la dirección de avance del oleaje

K : Tipo de curva definido por:

$$K = \frac{1}{R} \quad (3.2)$$

η : Es la longitud perpendicular al oleaje que corta el ancho (d)

d : Ancho en la zona donde cambia la profundidad

De la figura 3.8, se deducen las siguientes ecuaciones:

$$\cos \theta = \frac{d}{L_1} \quad , \quad L_1 = \frac{d}{\cos \theta} \quad (3.3)$$

$$\sen \theta = \frac{d}{L} \quad , \quad L = \frac{d}{\sen \theta} \quad (3.4)$$

$$\Delta c = c_2 - c_1 = \left(c + \frac{\Delta c}{2}\right) - \left(c - \frac{\Delta c}{2}\right) = c + \frac{\Delta c}{2} - c + \frac{\Delta c}{2} = \Delta c \quad (3.5)$$

$$\Delta \eta = \eta_2 - \eta_1 = (0) - \left(\frac{d}{\sen \theta}\right) = - \frac{d}{\sen \theta} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial \eta} = \frac{\Delta C}{\frac{d}{\text{Sen } \theta}} = - \frac{\Delta C \text{ Sen } \theta}{d} \quad (3.7)$$

Si el radio de la curva de la figura 3.8 se expresa por $\frac{d}{\text{Cos } \theta}$, el arco de dicha curva se puede expresar como sigue:

$$\frac{d}{\text{Cos } \theta} = R(\Delta \theta) = \frac{\Delta \theta}{K} \quad (3.8)$$

Aplicando la ecuación (3.1) a la variación de la dirección θ se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\text{Sen } \theta}{C} = \frac{\text{Sen}(\theta + \Delta \theta)}{C + \Delta C} \quad (3.9)$$

Desarrollando el numerador del segundo miembro de la ecuación 3.9 se obtiene:

$$\text{Sen}(\theta + \Delta \theta) = \text{Sen } \theta + \frac{d(\text{Sen } \theta)}{d\theta} \Delta \theta = \text{Sen } \theta + \text{Cos } \theta \Delta \theta$$

Sustituyendo lo anterior, en la ecuación 3.9 se obtiene:

$$\frac{\text{Sen } \theta}{C} = \frac{\text{Sen } \theta + \text{Cos } \theta \Delta \theta}{C + \Delta C}$$

Desarrollando el segundo miembro de la ecuación anterior, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\text{Sen } \theta + \Delta \theta \text{ Cos } \theta}{C + \Delta C} &= \frac{C \text{ Sen } \theta - \Delta C \text{ Sen } \theta + C \Delta \theta \text{ Cos } \theta}{C^2} \\ &= \frac{\text{Sen } \theta}{C} - \frac{\Delta C \text{ Sen } \theta}{C^2} + \frac{\Delta \theta \text{ Cos } \theta}{C} \end{aligned}$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación 3.9 se obtiene:

$$\frac{\text{Sen } \theta}{C} = \frac{\text{Sen } \theta}{C} - \frac{\Delta C \text{ Sen } \theta}{C^2} + \frac{\Delta \theta \text{ Cos } \theta}{C}$$

$$\frac{\Delta C \text{ Sen } \theta}{C^2} = \frac{\Delta \theta \text{ Cos } \theta}{C}$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación anterior, por C^2 se obtiene:

$$\Delta C \text{ Sen } \theta = \Delta \theta C \text{ Cos } \theta$$

Haciendo operaciones resulta:

$$\frac{\Delta C}{\Delta \theta} = \frac{C \text{ Cos } \theta}{\text{Sen } \theta}$$

quedando finalmente:

$$\frac{\Delta C}{\Delta \theta} = \frac{C}{\text{Tan } \theta} \quad (3.10)$$

Por otro lado, de la ecuación 3.8 al despejar d queda:

$$d = \frac{\Delta \theta}{k} \text{ Cos } \theta \quad (3.11)$$

Al sustituir la ecuación anterior en la ecuación 3.12 se obtiene:

$$\frac{\partial C}{\partial \eta} = - \frac{\Delta C \text{ Sen } \theta}{d} = - \frac{\Delta C \cdot \text{Sen } \theta}{\frac{\Delta \theta}{k} \text{ Cos } \theta} = - k \text{ Tan } \theta \frac{\Delta C}{\Delta \theta} \quad (3.12)$$

Al despejar C , de la ecuación 3.10 y sustituyendo en la ecuación anterior, resulta:

$$C = \tan \theta \frac{\Delta C}{\Delta \theta}$$

$$K = - \frac{1}{C} \frac{\partial C}{\partial \eta} \quad (3.13)$$

La ecuación anterior resulta ser la ECUACION FUNDAMENTAL PARA EL CALCULO DE LA REFRACCION DEL OLEAJE.

3.4.3. Cálculo de la variación del oleaje con respecto a la profundidad.

El cambio de la variación del oleaje en la profundidad total, se encuentra desarrollando el segundo miembro de la ecuación 3.13 como sigue:

$$\frac{\partial C}{\partial \eta} = \frac{\partial C}{\partial b} \frac{db}{d\eta} \quad (3.14)$$

Al desarrollar el segundo miembro de la ecuación anterior:

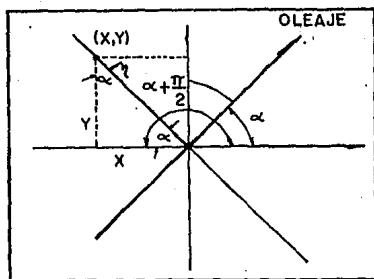


FIG. 3.9

Apoyándose en la figura 3.9 se obtiene lo siguiente:

$$Y = \eta \cos \alpha \quad X = -\eta \sin \alpha \quad (3.15)$$

Derivando las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$\frac{dy}{d\eta} = \cos \alpha \quad \frac{dx}{d\eta} = -\sin \alpha \quad (3.16)$$

Desarrollando la segunda parte del segundo miembro de la ecuación 3.14 se obtiene:

$$\frac{\partial b}{\partial \eta} = \frac{dh}{d\eta} = -\frac{\partial h}{\partial x} \sin \alpha + \frac{\partial h}{\partial y} \cos \alpha \quad (3.17)$$

3.4.4 Cálculo de la celeridad del oleaje con respecto a la profundidad.

La celeridad del oleaje progresivo se expresa con la siguiente ecuación:

$$C = \frac{gT}{2\pi} \operatorname{Tanh}\left(\frac{2\pi h}{CT}\right) \quad (3.18)$$

Al desarrollar la variación de ΔC se obtiene:

$$\begin{aligned} C + \Delta C &= \frac{gT}{2\pi} \operatorname{Tanh}\left[\frac{2\pi(h+\Delta h)}{(C+\Delta C)T}\right] \\ &= \frac{gT}{2\pi} \operatorname{Tanh}\left[\frac{2\pi h}{TC} + \frac{2\pi \Delta h}{TC} - \frac{2\pi h \Delta C}{TC^2}\right] \end{aligned}$$

Quedando finalmente la primera parte del segundo miembro de la ecuación 3.14.

$$\frac{\Delta C}{\Delta h} = \frac{dC}{dh} = \frac{\frac{g}{c} \left[1 - \operatorname{Tanh}^2\left(\frac{2\pi h}{TC}\right)\right]}{1 + \frac{gh}{c^2} \left[1 - \operatorname{Tanh}^2\left(\frac{2\pi h}{TC}\right)\right]} \quad (3.19)$$

3.4.5 Cálculo de la profundidad promedio (h).

Para el cálculo numérico de la profundidad, considérese el intervalo (DX) en la dirección (X) y el intervalo (D) en la dirección (Y), como se muestra en la siguiente figura.

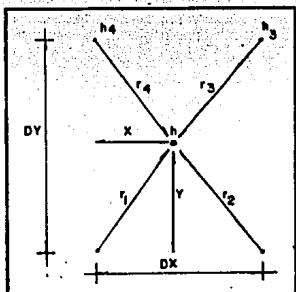


FIG. 3.10 CÁLCULO DE LA PROFUNDIDAD

Para el análisis se considera el promedio de las cuatro profundidades, con lo cual se pueden obtener las siguientes ecuaciones:

$$r_1 = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (3.20)$$

$$r_2 = \sqrt{(DX - X)^2 + Y^2} \quad (3.21)$$

$$r_3 = \sqrt{(DX - X)^2 + (DY - Y)^2} \quad (3.22)$$

$$r_4 = \sqrt{X^2 + (DY - Y)^2} \quad (3.23)$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \quad (3.24)$$

$$h = r_0 \left[\frac{h_1}{r_1} + \frac{h_2}{r_2} + \frac{h_3}{r_3} + \frac{h_4}{r_4} \right] \quad (3.25)$$

El valor de $\frac{\partial C}{\partial \eta}$ está dado como sigue:

$$\frac{\partial C}{\partial \eta} = \frac{\partial C}{\partial h} \left(- \frac{\partial h}{\partial X} \text{ Sen } \alpha + \frac{\partial h}{\partial Y} \text{ Cos } \alpha \right)$$

Donde:

$$\frac{\partial h}{\partial X} \text{ y } \frac{\partial h}{\partial Y}$$

en el punto h de la figura 3.10 están dados como sigue:

$$\frac{\partial h}{\partial X} = \frac{1}{DX DY} (Y (h_4 - h_3) + (DY - Y) (h_2 - h_1)) \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial h}{\partial Y} = \frac{1}{DX DY} (X (h_3 - h_2) + (DX - X) (h_4 - h_1)) \quad (3.27)$$

3.4.6. Procedimiento de cálculo

La figura 3.11 muestra el método de cálculo de la refracción, cuya solución se indica mediante el punto P(n+1), (X_{n+1}, Y_{n+1}), y el ángulo A(n+1), obtenidos con los datos anteriores del punto P(n); (X_n, Y_n) y el ángulo A(n).

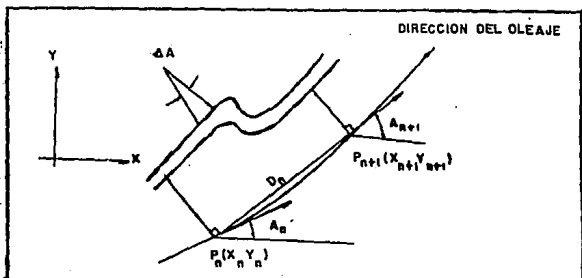


FIG. 3.11 METODO DE CALCULO

Las siguientes condiciones se obtienen de la figura anterior, para el cálculo de la refracción de oleaje.

$$\Delta A = (K_n + K_{n+1}) \frac{D_n}{2} \quad (3.28)$$

$$A_{n+1} = A_n + \Delta A \quad (3.29)$$

$$X_{n+1} = X_n + D_n \cos(A_n + \frac{\Delta A}{2}) \quad (3.30)$$

$$Y_{n+1} = Y_n + D_n \sin(A_n + \frac{\Delta A}{2}) \quad (3.31)$$

$$K_n = -\frac{1}{C_n} \left(\frac{\partial C}{\partial \eta} \right) \quad (3.32)$$

$$K_{n+1} = \frac{1}{C_{n+1}} \left(\frac{\partial C}{\partial \eta} \right)_{n+1} \quad (3.33)$$

$$D_n = \frac{\Delta t (C_n + C_{n+1})}{2} \quad (3.34)$$

Donde:

- D_n : Distancia entre dos puntos (n) y (n+1)
 C_n, C_{n+1} : Celeridad del oleaje en cada punto
 η : Dirección perpendicular a la dirección de propagación del oleaje
 K_n, K_{n+1} : Tipo de curva

El valor de C está dado por la ecuación de dispersión:

$$C = \frac{gT}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{C \cdot T}\right) \quad \text{ó} \quad C = \frac{L}{T} \quad (3.35)$$

El orden del cálculo en el que se utilizan las ecuaciones anteriores es el siguiente:

- 1.- Calcular C_n y K_n , con las ecuaciones (3.35) y (3.32)
- 2.- Suponer $K_{n+1} = K_n$ y $C_{n+1} = C_n$ y calcular D_n y ΔA con las ecuaciones (3.34) y (3.28)
- 3.- Calcular A_{n+1}, X_{n+1} y Y_{n+1} , con las ecuaciones (3.29), (3.30) y (3.31) respectivamente
- 4.- Calcular K_{n+1} y C_{n+1} , con las ecuaciones (3.33) y (3.35)
- 5.- Calcular D'_n y $\Delta A'$, con K_{n+1} y C_{n+1} del paso 4 con las ecuaciones (3.34) y (3.28)
- 6.- Calcular A'_{n+1}, X'_{n+1} y Y'_{n+1} , con las ecuaciones (3.29), (3.30) y (3.31) respectivamente
- 7.- Calcular K'_{n+1} y C'_{n+1} con las ecuaciones (3.33) y (3.35)

Estos cálculos se repiten del paso 5 al paso 7 hasta cumplir con la siguiente relación:

$$D'_n (K_{n+1} - K'_{n+1}) < 0.01 \text{ (radian)}$$

3.4.7 Concepto general de los programas

En base a lo expuesto anteriormente se estructuraron dos programas para computadora.

A.- Programa REFRA1

Define una malla la cual se alimentara con los datos discretizados de sus profundidades. Es recomendable orientar la malla al norte para facilitar el manejo de los ángulos de entrada.

Generalmente la cantidad de datos de la batimetría es muy grande para calcular la refracción del oleaje, por tal razón existen errores al teclear dichos datos en la captura y es necesario corregirlos.

El programa tiene también una subrutina para corregir dichos errores y no teclear de nuevo todo, guardando todos los datos en un archivo.

A.- Programa REFRA2

Una vez que se ha formado el archivo de datos de profundidades, se procede al cálculo de la refracción del oleaje, donde obtendremos el ángulo y dirección de dicho oleaje. Posteriormente se procede a la graficación de dichos datos obteniendo así los diagramas de refracción para cualquier período y dirección.

En base a lo expuesto anteriormente se presentan sus diagramas de flujo.

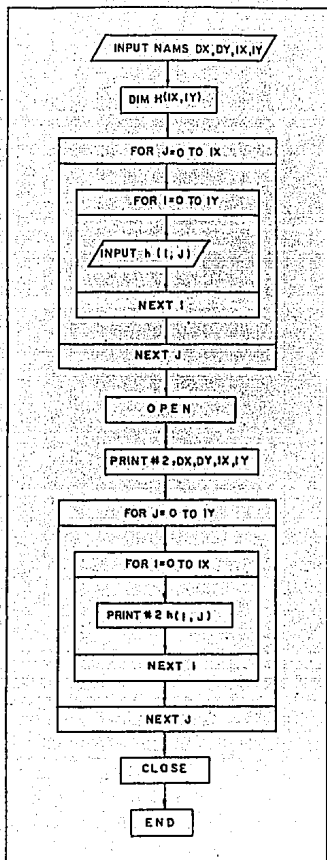


DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA REFRA1

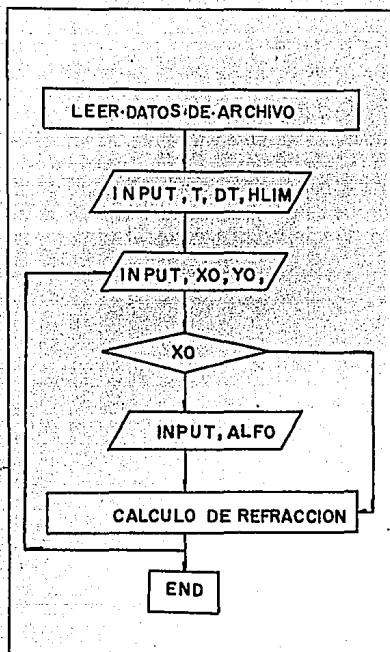


DIAGRAMA DE FLUJÓ DEL PROGRAMA REFRA2

CAPITULO IV

CAPITULO IV

4. APLICACION A UN CASO CONCRETO

4.1 GENERALIDADES

Para el análisis de los tres métodos propuestos en el capítulo anterior, se consideró una condición batimétrica de la costa aledaña a MELAQUE JALISCO, la cual se indica en la figura 4.1.

La ubicación de la zona de estudio se encuentra en la Costa del Pacífico al sur del estado de Jalisco, su posición geográfica esta definida entre las coordenadas 104° y 105° de longitud oeste y 19° y 20° de latitud norte.

En la figura 4.2 se muestra la localización de la zona de estudio antes mencionada.

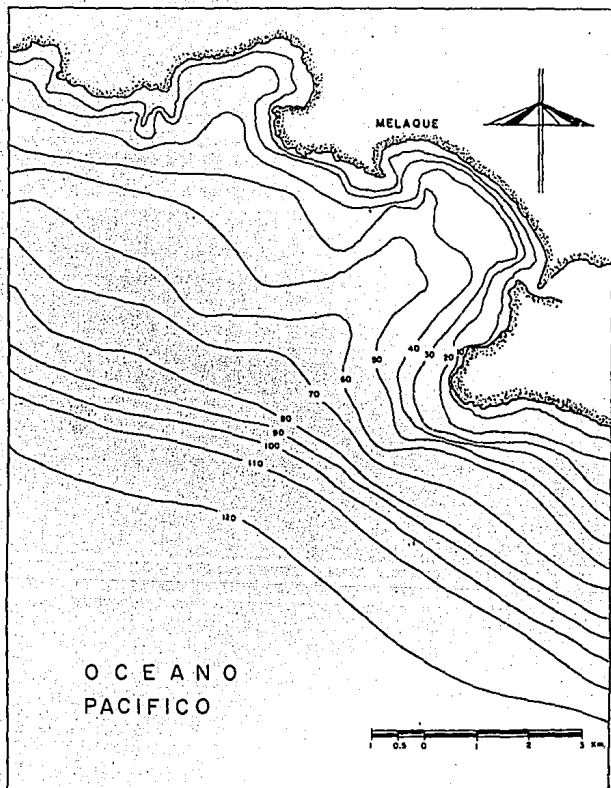


FIG. 4.1 BATIMETRIA DE LA ZONA DE ESTUDIO

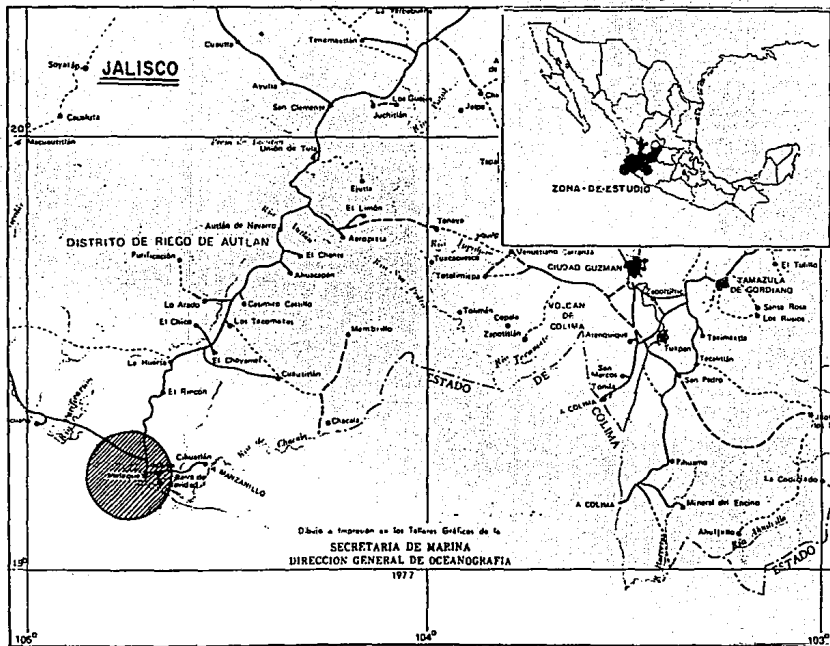


FIG. 4.2 LOCALIZACIÓN GEOGRÁFICA DE LA ZONA DE ESTUDIO

4.2 APLICACION DEL METODO DE FRENTES DE OLA

4.2.1 Cálculo de la regleta

Datos:

$$S = 50\ 000 \text{ (escala del plano)}$$

$$T = 10 \text{ seg.}$$

$$\text{Límite de aguas profundas } L_o / 2 = 1.56 (100) / 2 = 80 \text{ m}$$

A.- Calcular el valor de $n = 0.0163 \text{ s} / T^2$

$$n = 0.0163 (50\ 000 / 100) = 8.15$$

B.- Cálculo del tamaño del cateto menor:

$$n L_o = 8.15 (156) = 1271.4$$

$$n L_o = (\text{escala del plano}) = 1271.4 / 50\ 000 = 0.025 \text{ m} = 2.54 \text{ m}$$

C.- Construcción gráfica de la regleta

PROFUNDIDAD	d / L _o	Tanh 2πd / L	l (cm)	x (cm)
90	0.583	0.9987	15	14.98
80	0.512	0.9969	15	14.95
70	0.448	0.9931	15	14.90
60	0.384	0.9852	15	14.78
50	0.320	0.9690	15	14.53
40	0.256	0.9374	15	14.06
30	0.192	0.8791	15	13.19
20	0.128	0.7763	15	11.64
10	0.064	0.5914	15	8.87

TABLA 4.1

4.2.2 Aplicación del método

La figura 4.3 muestra la regleta anteriormente calculada, la cual será utilizada para la aplicación del método de los frentes de ola en la batimetría mostrada en la figura 4.1 .

Tomando como base dicha batimetría se tomaron las siguientes características del oleaje:

Dirección : SW

Período : 8 seg.

Al seguir la metodología indicada en el inciso 3.2.2, para la aplicación del método de los frentes de ola, el diagrama de refracción resultante se muestra en la figura 4.4

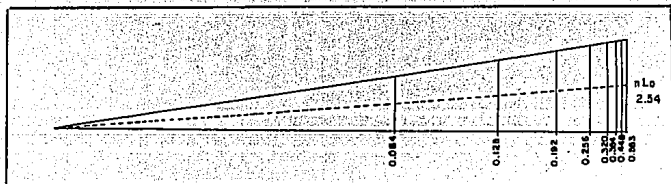


FIG. 4.3 REGLETA DE CALCULO

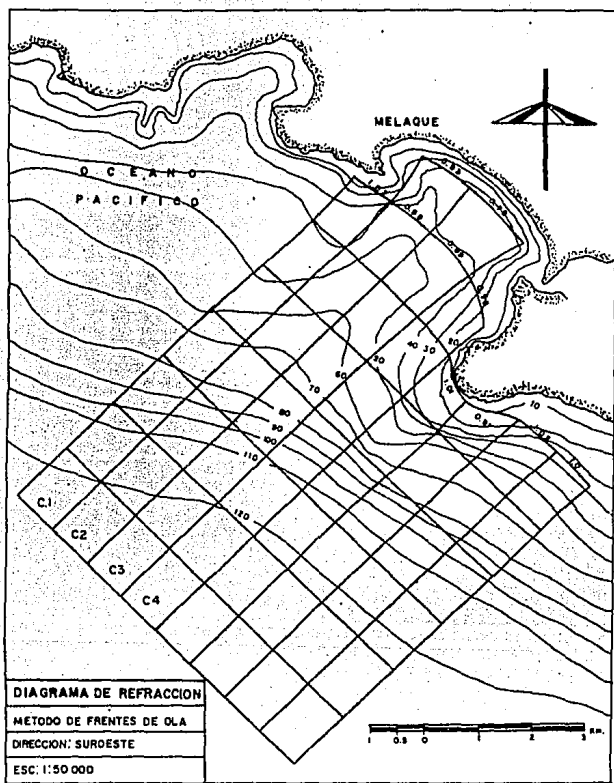


FIG. 4.4 DIAGRAMA DE REFRACCION OBTENIDO CON EL METODO DE FRENTES DE OLA ($T = 10$ SEG.)

4.2.3 Resultados

Los coeficientes y ángulos de refracción obtenidos en el diagrama mostrado en la figura 4.4 se graficaron para cada canal de energía, con respecto a la distancia desde el límite de aguas profundas hacia la costa, resultando las distribuciones de coeficientes de refracción indicados en las figuras 4.5, 4.6, 4.7 y 4.8, ángulos refractados indicados en las figuras 4.9, 4.10, 4.11 y 4.12.

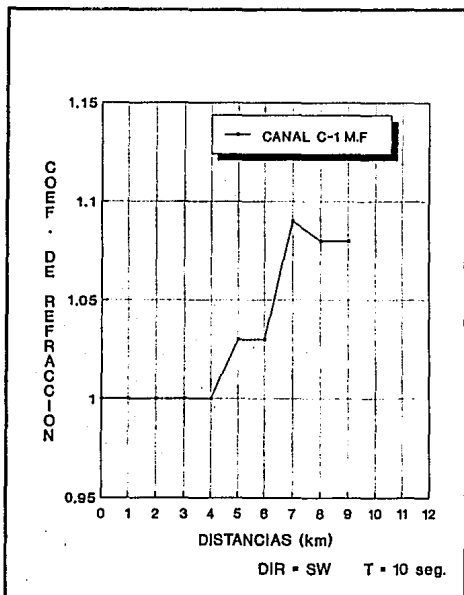


FIG. 4.5 CANAL DE ENERGIA (C1)

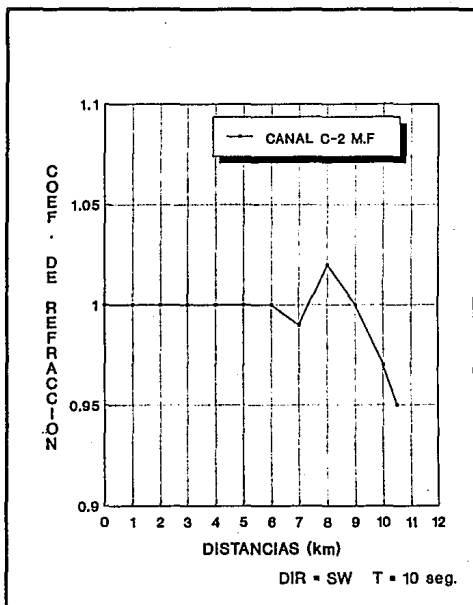


FIG. 4.6 CANAL DE ENERGIA (C2)

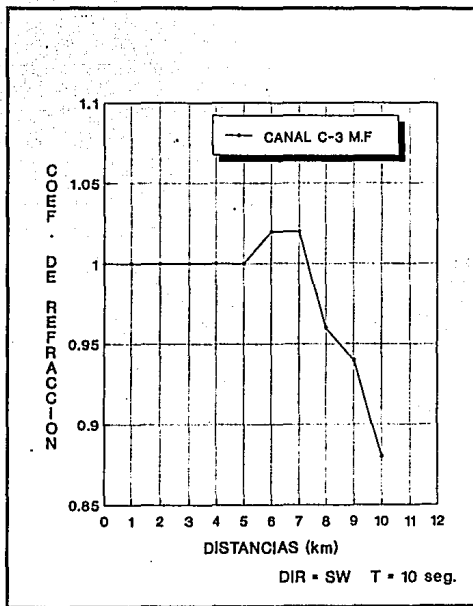


FIG. 4.7 CANAL DE ENERGIA (C3)

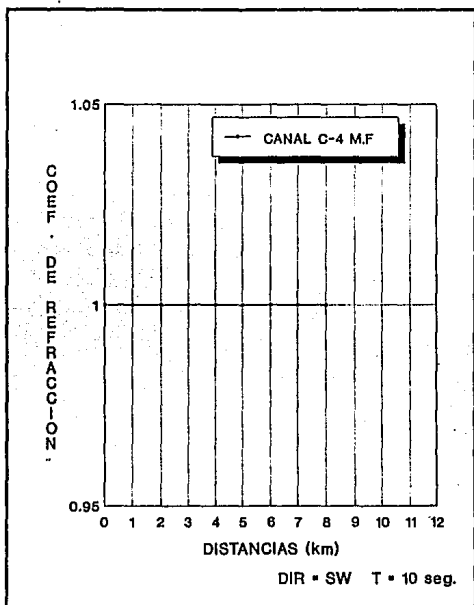


FIG. 4.8 CANAL DE ENERGIA (C4)

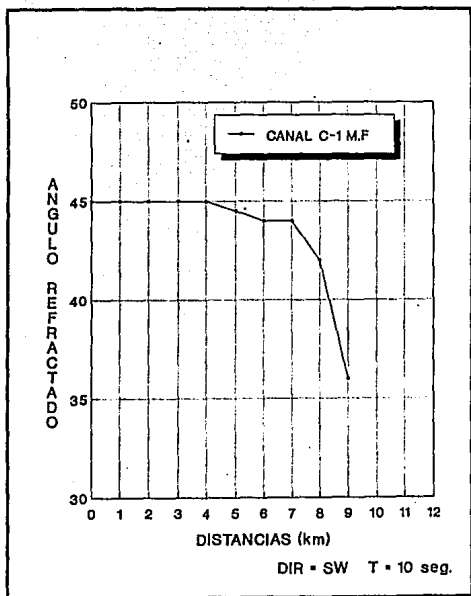


FIG. 4.9 CANAL DE ENERGIA (C1)

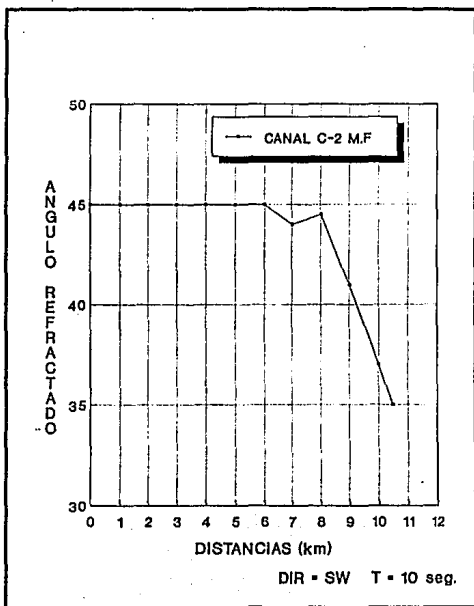


FIG. 4.10 CANAL DE ENERGIA (C2)

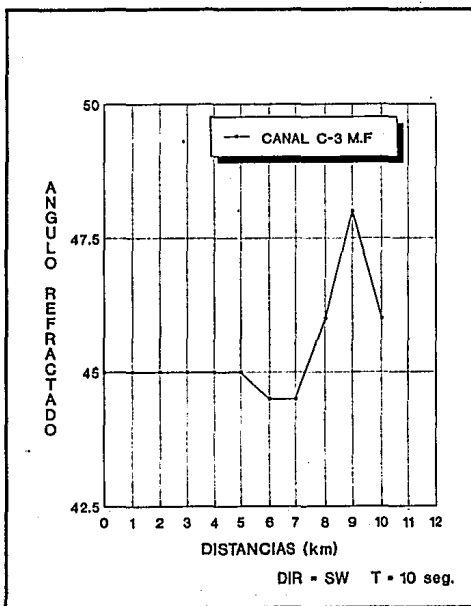


FIG. 4.11 CANAL DE ENERGIA (C3)

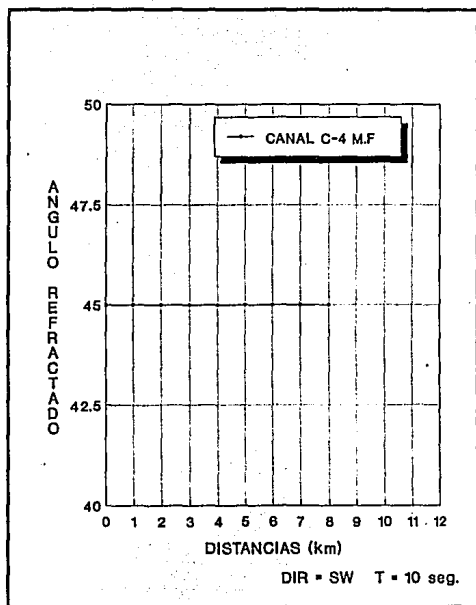


FIG. 4.12 CANAL DE ENERGIA (C4)

4.3 APLICACION DEL METODO DE ORTOGONALES

4.3.1 Cálculo de las celeridades del oleaje

Para facilitar el trazo del diagrama es necesario conocer las celeridades del oleaje desde el límite de aguas profundas hasta la costa, las celeridades del oleaje para la zona de estudio, se indican a continuación.

d	d / L ₀	d / L	L	C=L/T	C _i /C _{i+1}
80	0.512	0.1092	155.76	15.58	
70	0.448	0.1649	155.16	15.52	
60	0.384	0.2184	153.93	15.39	
50	0.320	0.2731	151.42	15.14	
40	0.256	0.3302	146.47	14.65	
30	0.192	0.3898	137.36	13.74	
20	0.128	0.4511	121.29	12.13	
10	0.064	0.5136	91.58	9.16	

TABLA 4.2

4.3.2 Aplicación del método

Una vez realizada la tabla y la plantilla, se procede a obtener el diagrama de refracción siguiendo el procedimiento mencionado en los incisos 3.3.1 y 3.3.2, hasta llegar a la línea de costa; la línea quebrada que se obtiene al aplicar el método, posteriormente se suaviza (figura 4.13).

4.3.3 Resultados

Los coeficientes y ángulos de refracción obtenidos en el diagrama mostrado en la figura 4.12 se graficaron para cada canal de energía, con respecto a la distancia desde el límite de aguas profundas hacia la costa, resultando las distribuciones de coeficientes de refracción indicados en las figuras 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 y los ángulos refractados indicados en las figuras 4.18, 4.19, 4.20 y 4.21.

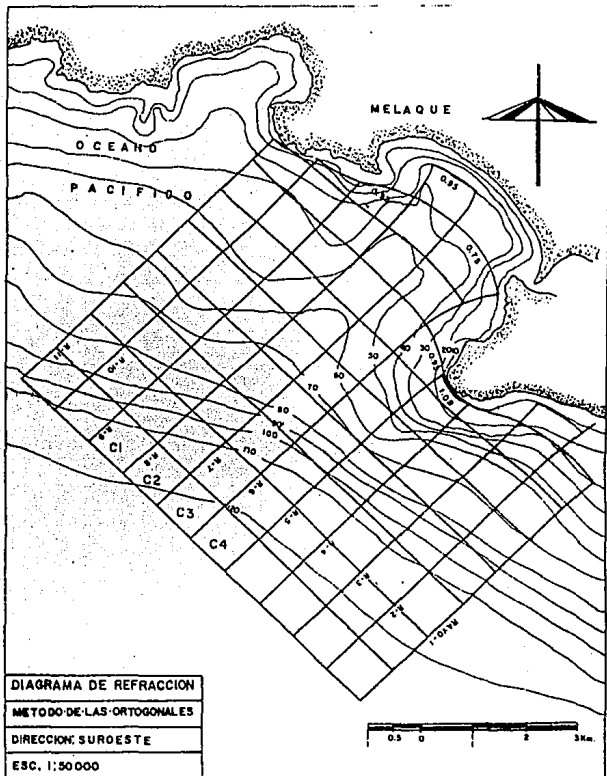


FIG. 4.13 DIAGRAMA DE REFRACCION OBTENIDO CON EL METODO DE ORTOGONALES (10 SEG.)

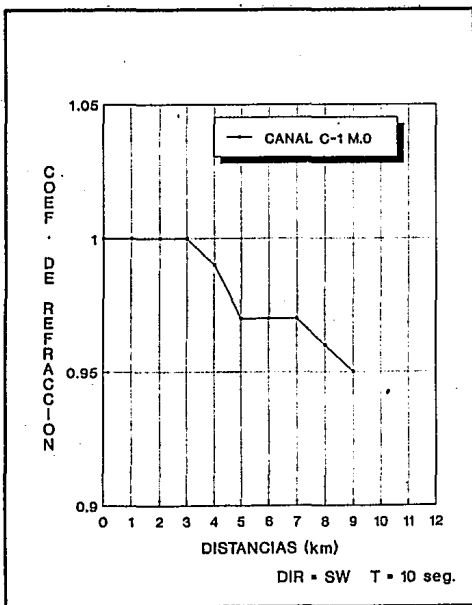


FIG. 4.14 CANAL DE ENERGIA (C1)

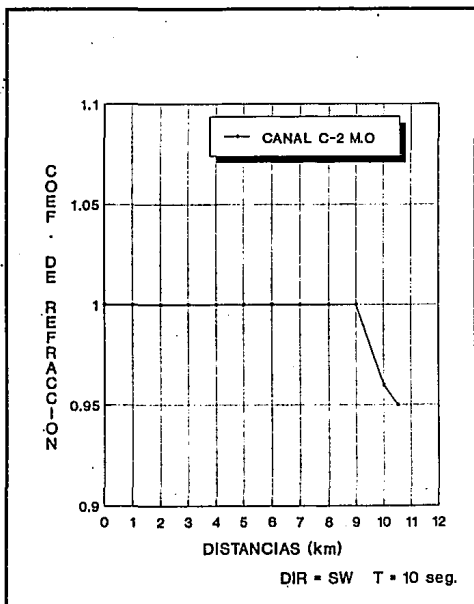


FIG. 4.15 CANAL DE ENERGIA (C2)

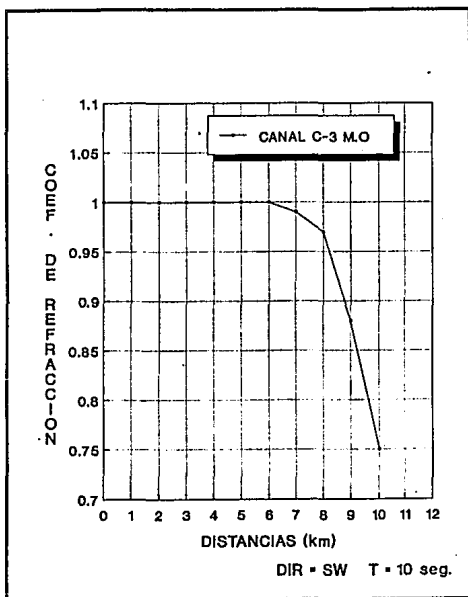


FIG. 4.16 CANAL DE ENERGIA (C3)

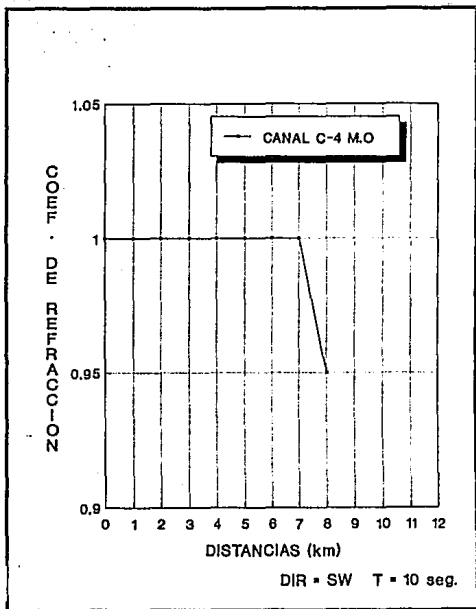


FIG. 4.17 CANAL DE ENERGIA (C4)

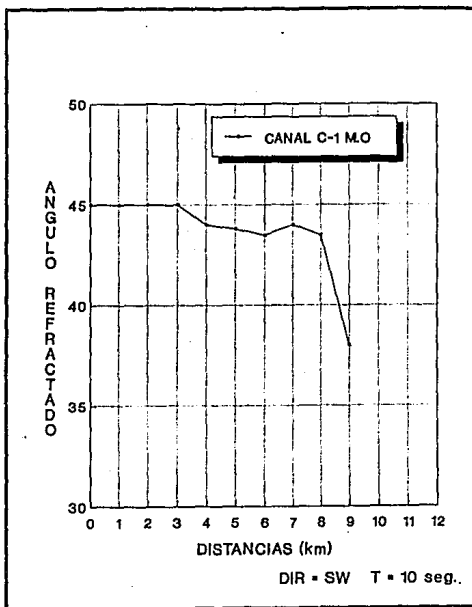


FIG. 4.18 CANAL DE ENERGIA (C1)

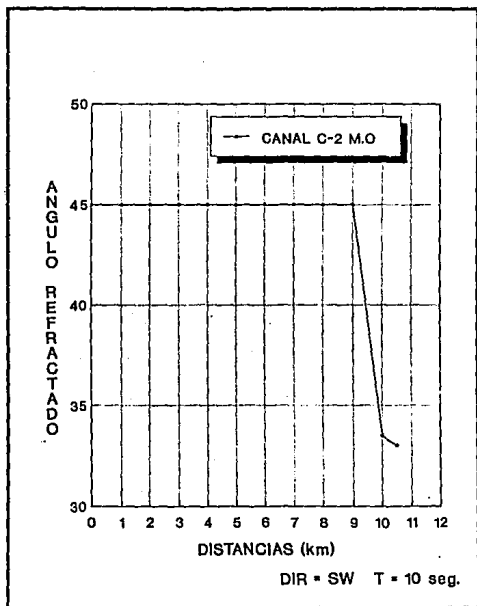


FIG. 4.19 CANAL DE ENERGIA (C2)

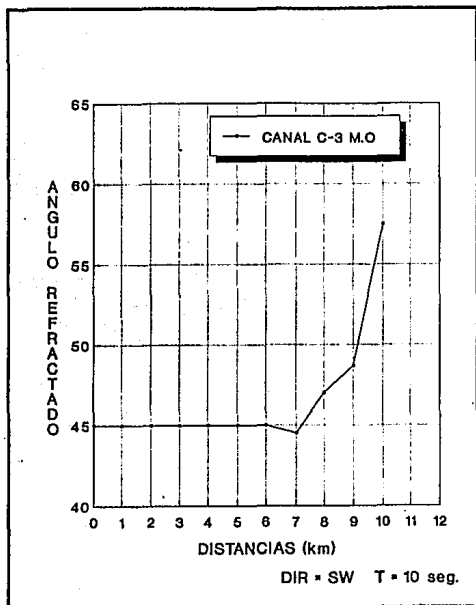


FIG. 4.20 CANAL DE ENERGIA (C3)

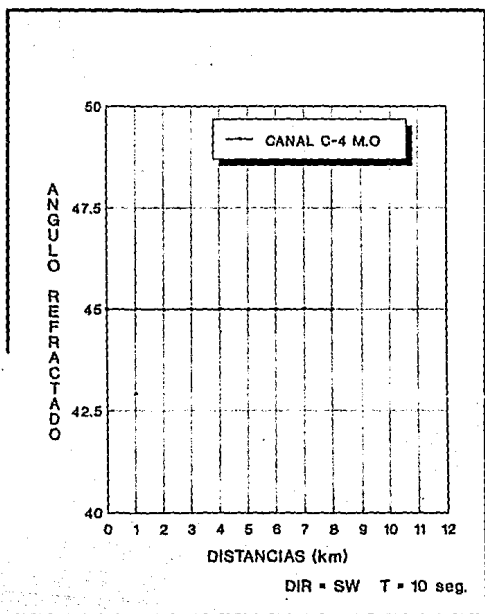


FIG. 4.21 CANAL DE ENERGIA (C4)

4.4 APLICACION DE UN MODELO NUMERICO

4.4.1 Pruebas del modelo

Para el análisis del funcionamiento del modelo, se realizaron varias corridas de prueba con diferentes intervalos de separación y una batimetría con contornos rectos y paralelos. (figuras 4.22 a 4.31).

4.4.1.1 Discretización de batimetría y características del oleaje.

La digitalización de las curvas batimétricas se realizó mediante secciones aproximadamente perpendiculares a la costa separadas entre si una distancia de 500 m., la información se introduce en el programa REFRA1 para generar un archivo de profundidades, información necesaria para el cálculo de la refracción del oleaje con el programa REFRA2. En la figura 4.32 se muestra la malla de profundidades para la condición batimétrica de aguas profundas.

Por lo que corresponde a las características del oleaje, en la tabla 4.3 se indica la información utilizada para las corridas de prueba.

DIRECCION DEL OLAJE	PERIODO (seg.)
SUROESTE	10
	16

TABLA 4.3

4.4.1.2 Aplicación del modelo para el sitio de estudio

Una vez obtenida toda la información, se procedió al cálculo de la refracción con el método numérico mencionado en el inciso 3.4.6, graficando y calculando los ángulos de refracción, quedando los siguientes resultados y las gráficas correspondientes (figuras 4.33 y 4.34).

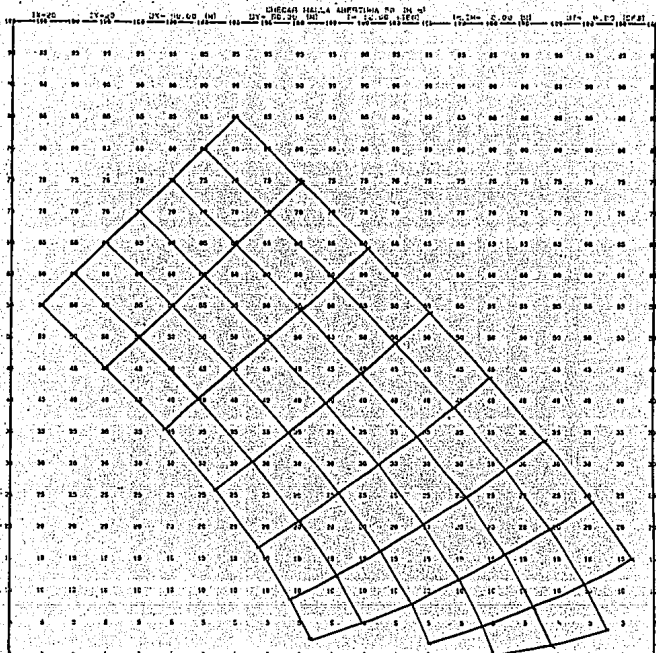


FIG. 4.22

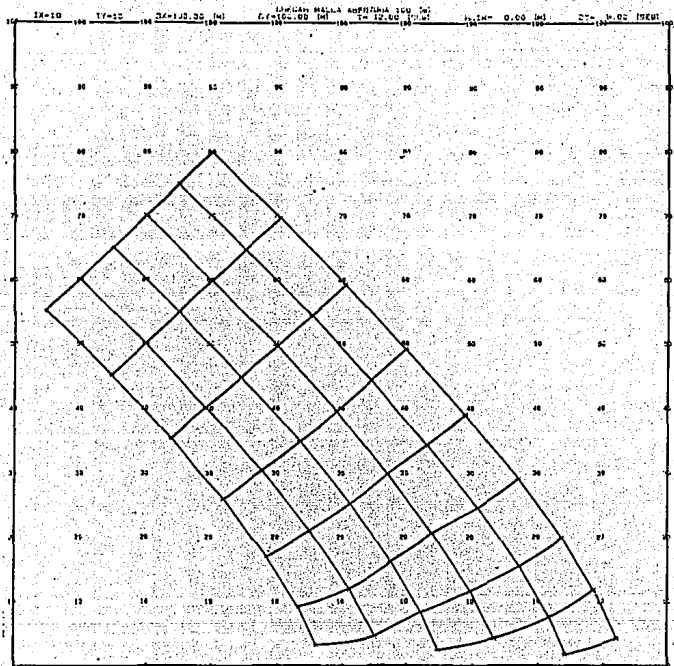


FIG. 4.23

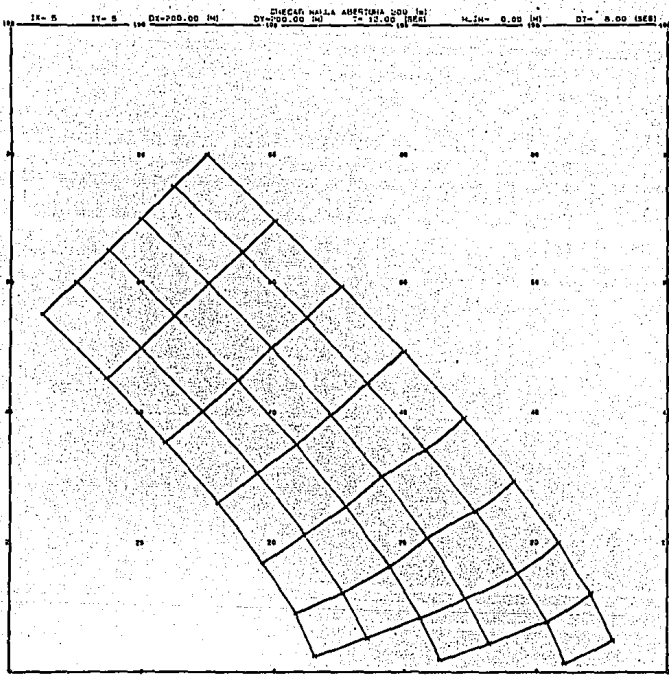


FIG. 4-24

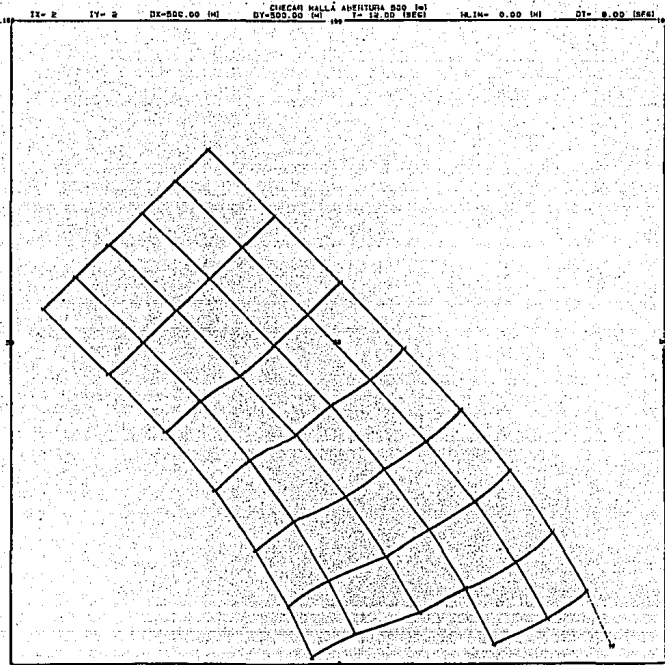


FIG. 4.25

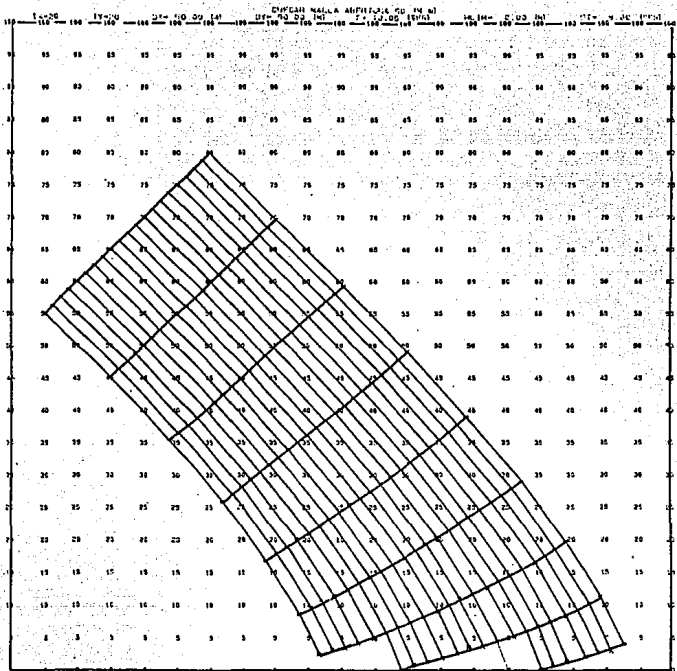


FIG. 4.26

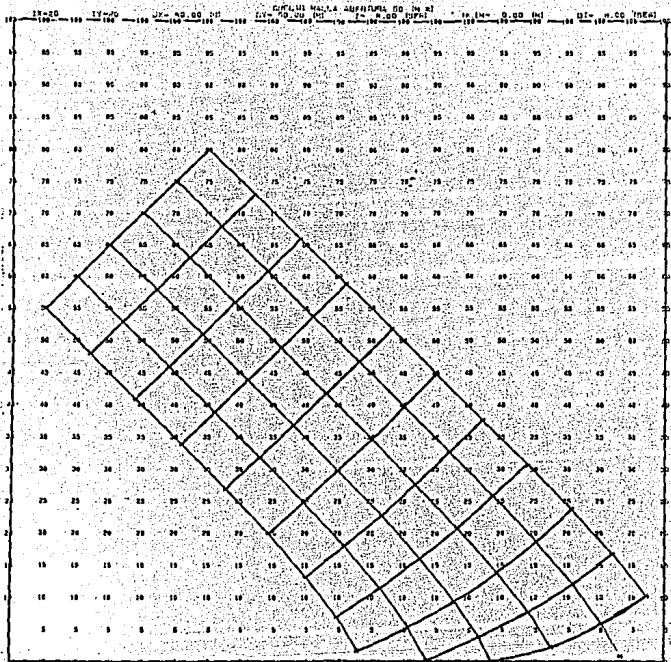


FIG. 4-27

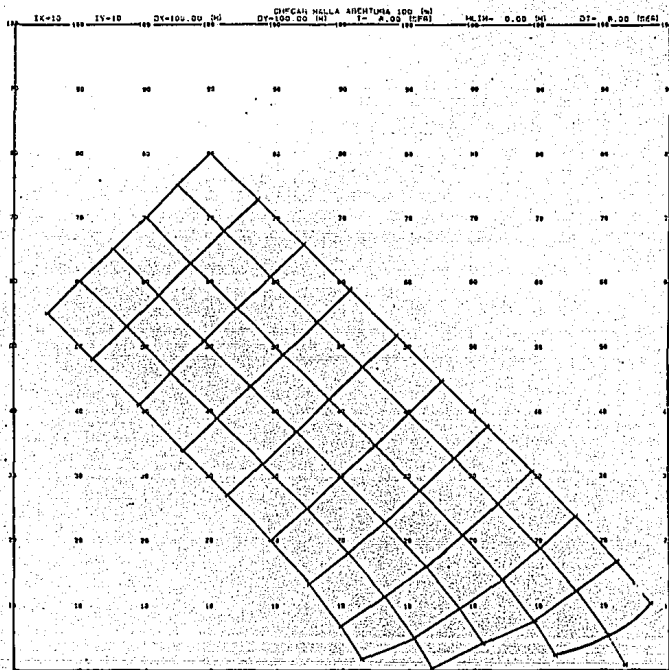


FIG. 4.2B

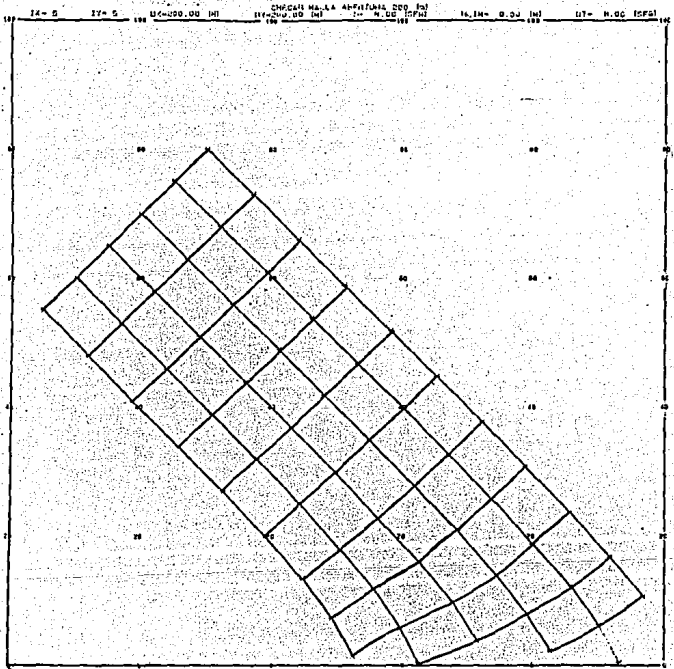


FIG. 4-29

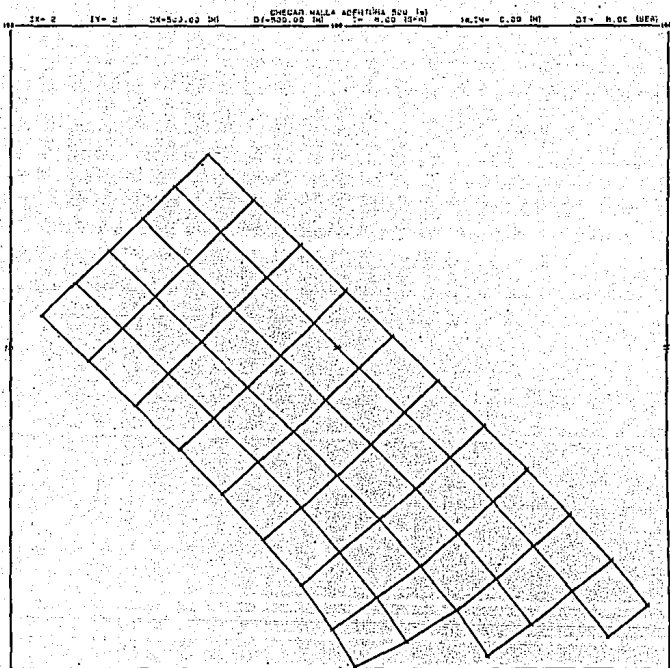


FIG. 4.30

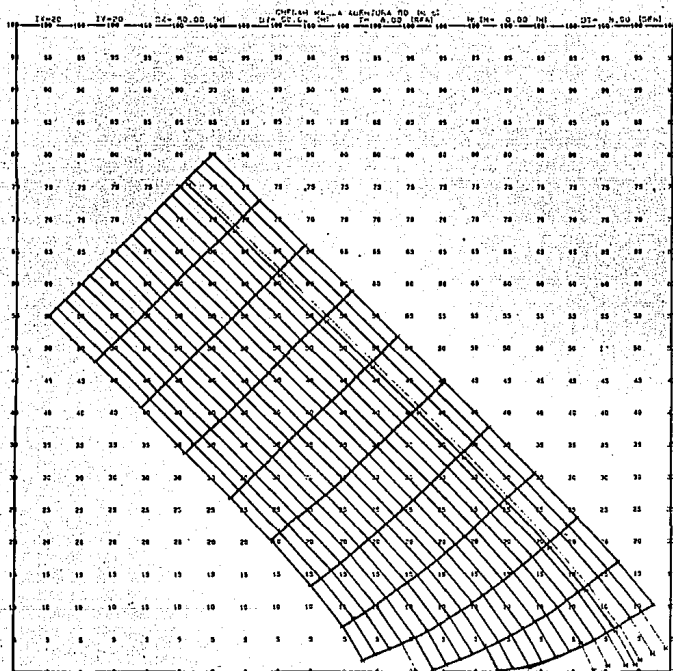


FIG. 4.31

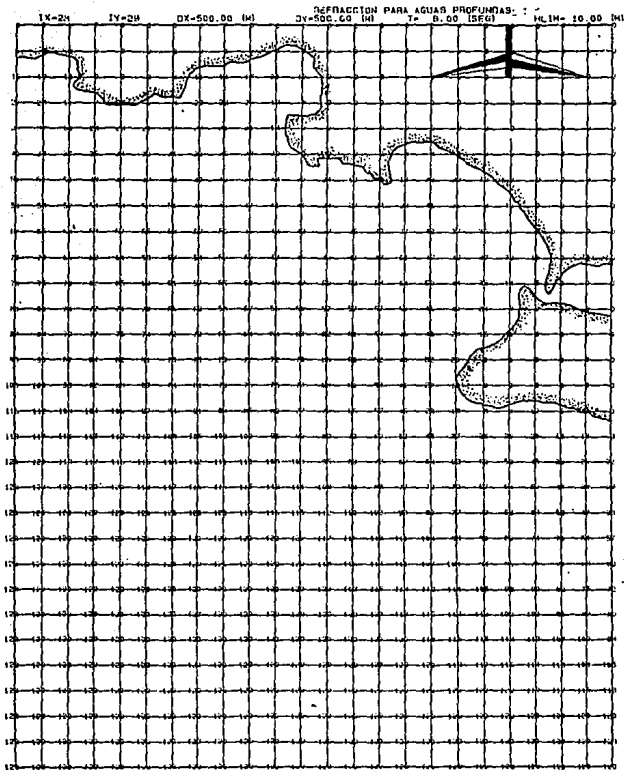
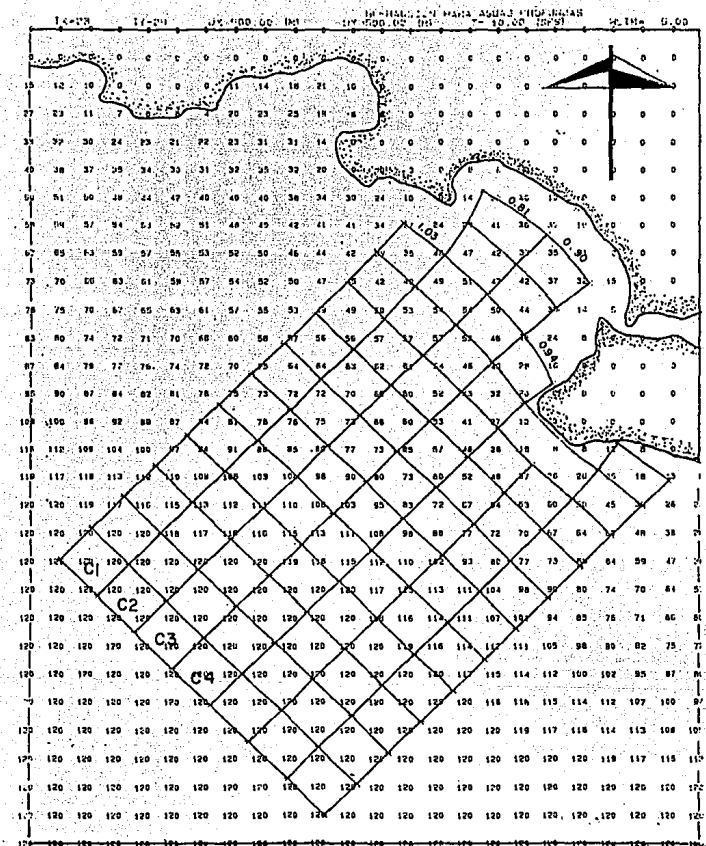


FIG. 4.32 MALLA DE PROFUNDIDADES DISCRETIZADA



RESULTADO DEL CALCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 10.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	500.000	5050.000	45.000
1	50.000	1051.207	5601.207	45.000
2	100.000	1602.408	6152.408	45.001
3	150.000	2153.548	6703.559	45.003
4	200.000	2704.479	7254.554	45.023
5	250.000	3254.599	7805.123	45.070
6	300.000	3803.162	8355.035	45.120
7	350.000	4346.864	8901.875	45.380
8	400.000	4886.446	9448.668	45.804
9	450.000	5415.579	9992.859	46.115
10	500.000	5934.499	10532.379	46.401
11	550.000	6410.083	11034.248	49.078

RESULTADO DEL CALCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 10.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	1150.000	4400.000	45.000
1	50.000	1701.207	4951.207	45.000
2	100.000	2252.414	5502.414	45.000
3	150.000	2803.596	6053.596	45.001
4	200.000	3354.685	6604.706	45.005
5	250.000	3905.495	7155.606	45.039
6	300.000	4455.053	7705.916	45.111
7	350.000	5001.300	8254.832	45.271
8	400.000	5542.166	8803.330	45.668
9	450.000	6073.729	9352.438	46.426
10	500.000	6588.925	9903.271	48.704
11	550.000	7082.007	10464.617	52.261
12	600.000	7501.252	11037.516	61.010
13	650.000	7747.458	11623.373	80.955

RESULTADO DEL CALCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 10.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	1800.000	3750.000	45.000
1	50.000	2351.207	4301.207	45.000
2	100.000	2902.413	4852.414	45.000
3	150.000	3453.620	5403.621	45.000
4	200.000	4004.792	5954.794	45.003
5	250.000	4555.856	6505.905	45.008
6	300.000	5106.467	7056.661	45.052
7	350.000	5655.026	7606.220	45.087
8	400.000	6201.677	8154.522	45.017
9	450.000	6746.257	8699.432	44.875
10	500.000	7289.391	9237.271	44.647
11	550.000	7832.070	9773.301	44.501
12	600.000	8364.627	10295.479	44.447
13	650.000	8889.697	10810.516	44.471
14	700.000	9393.160	11304.766	44.378

REFRACCION EN AGUAS PROFUNDAS
DIRECCION "SW", T = 10 SEG.

RESULTADO DEL CÁLCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 10.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	3100.000	2450.000	45.000
1	50.000	3651.207	3001.207	45.000
2	100.000	4202.413	3552.413	45.000
3	150.000	4753.620	4103.620	45.000
4	200.000	5304.827	4654.827	45.000
5	250.000	5856.013	5206.013	45.003
6	300.000	6407.067	5757.128	45.004
7	350.000	6957.580	6307.727	45.022
8	400.000	7504.436	6855.010	45.008
9	450.000	8031.737	7382.453	43.571
10	500.000	8495.957	7824.069	34.525
11	550.000	8997.481	8169.061	17.715

RESULTADO DEL CÁLCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 10.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	3750.000	1800.000	45.000
1	50.000	4301.207	2351.207	45.000
2	100.000	4852.414	2902.413	45.000
3	150.000	5403.621	3453.620	45.000
4	200.000	5954.828	4004.826	45.000
5	250.000	6506.014	4556.012	44.999
6	300.000	7057.143	5107.125	45.002
7	350.000	7606.255	5656.483	45.029
8	400.000	8148.351	6201.694	45.892
9	450.000	8628.925	6708.724	49.601

RESULTADO DEL CÁLCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 10.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	4400.000	1150.000	45.000
1	50.000	4951.207	1701.207	45.000
2	100.000	5502.414	2252.413	45.000
3	150.000	6053.621	2803.620	45.000
4	200.000	6604.828	3354.826	45.000
5	250.000	7156.021	3906.019	45.000
6	300.000	7707.148	4457.139	44.999
7	350.000	8257.096	5006.982	45.042
8	400.000	8803.701	5555.280	45.179
9	450.000	9337.180	6093.758	47.291
10	500.000	9779.025	6601.074	55.965
11	550.000	10117.262	7101.862	64.445

REFRACCION EN AGUAS PROFUNDAS
DIRECCION "SW" , T = 10 SEG.

RESULTADO DEL CALCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 16.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	2450.000	3100.000	45.000
1	50.000	3298.904	3948.904	45.000
2	100.000	4147.808	4797.808	45.000
3	150.000	4992.569	5642.088	45.185
4	200.000	5808.338	6468.717	45.899
5	250.000	6598.976	7284.557	46.777
6	300.000	7296.729	8026.977	45.498
7	350.000	7959.015	8700.881	38.910
8	400.000	8677.018	9280.445	31.549
9	450.000	9408.377	9729.490	19.869

RESULTADO DEL CALCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 16.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	3100.000	2450.000	45.000
1	50.000	3948.904	3298.904	45.000
2	100.000	4797.808	4147.808	45.000
3	150.000	5644.375	4994.374	45.123
4	200.000	6467.725	5824.692	45.633
5	250.000	7269.345	6644.209	46.285
6	300.000	7951.203	7357.362	44.218
7	350.000	8532.020	7922.542	34.519

RESULTADO DEL CALCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 16.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	3750.000	1800.000	45.000
1	50.000	4598.904	2648.904	45.000
2	100.000	5447.808	3497.808	45.000
3	150.000	6296.712	4346.712	45.000
4	200.000	7125.397	5173.707	45.467
5	250.000	7890.333	5963.991	46.966
6	300.000	8486.951	6620.494	52.790

RESULTADO DEL CALCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 16.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	4400.000	1150.000	45.000
1	50.000	5248.903	1998.904	45.000
2	100.000	6097.807	2847.807	45.000
3	150.000	6946.710	3696.711	45.000
4	200.000	7781.920	4531.054	46.222
5	250.000	8589.049	5373.365	48.486
6	300.000	9238.941	6119.653	55.921
7	350.000	9622.904	6773.656	73.538

REFRACCION EN AGUAS PROFUNDAS
DIRECCION "SW" , T = 16 SEG.

RESULTADO DEL CALCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 16.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	500.000	5050.000	45.000
1	50.000	1348.163	5898.163	45.045
2	100.000	2186.308	6738.941	45.879
3	150.000	3005.118	7583.258	47.383
4	200.000	3761.077	8404.297	48.054
5	250.000	4447.954	9175.734	48.882
6	300.000	5104.231	9927.551	49.897
7	350.000	5710.835	10647.834	50.095
8	400.000	6227.588	11258.992	50.077

RESULTADO DEL CALCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 16.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	1150.000	4400.000	45.000
1	50.000	1998.904	5248.903	45.000
2	100.000	2843.647	6093.646	45.200
3	150.000	3665.822	6927.223	46.617
4	200.000	4457.766	7765.190	48.867
5	250.000	5148.491	8565.770	50.585
6	300.000	5767.886	9353.438	53.783
7	350.000	6344.630	10140.961	57.222
8	400.000	6771.109	10860.428	61.521

RESULTADO DEL CALCULO DE LA REFRACCION				
PERIODO DEL OLEAJE (SEG) = 16.				
ISTEP	TIEMPO(SEG)	X(M)	Y(M)	ALFA(GRADO)
0	0.000	1800.000	3750.000	45.000
1	50.000	2648.904	4598.904	45.000
2	100.000	3496.174	5446.174	45.184
3	150.000	4329.687	6290.358	45.928
4	200.000	5148.278	7135.900	46.980
5	250.000	5897.774	7939.083	47.486
6	300.000	6613.869	8720.188	46.698
7	350.000	7303.668	9442.332	46.353
8	400.000	7967.681	10138.963	46.506
9	450.000	8612.742	10818.859	46.738
10	500.000	9080.266	11300.539	50.694

REFRACCION EN AGUAS PROFUNDAS
DIRECCION "SW" , T = 16 SEG.

4.4.2 Resultados

Los coeficientes y ángulos de refracción obtenidos en el diagrama mostrado en la figura 4.34 se graficaron para cada canal de energía, con respecto a la distancia (desde el límite de aguas profundas) hacia la costa, resultando las distribuciones de coeficientes de refracción indicados en las figuras 4.35, 4.36, 4.37, 4.38 y los ángulos refractados indicados en las figuras 4.39, 4.40, 4.41 y 4.42.

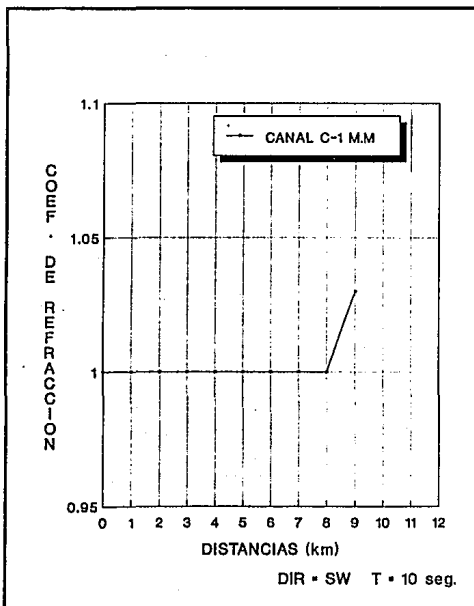


FIG. 4.35 CANAL DE ENERGIA (C1)

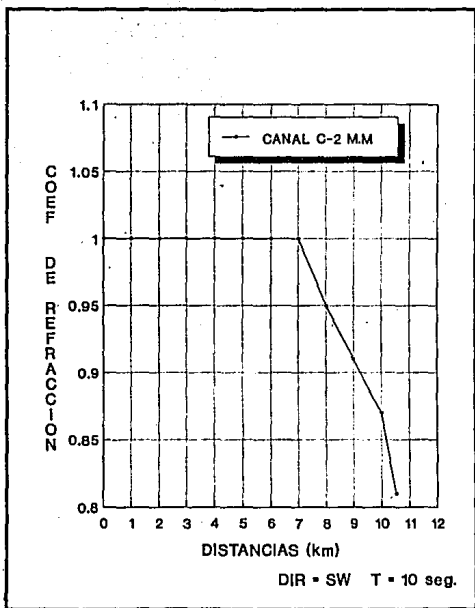


FIG. 4.36 CANAL DE ENERGIA (C2)

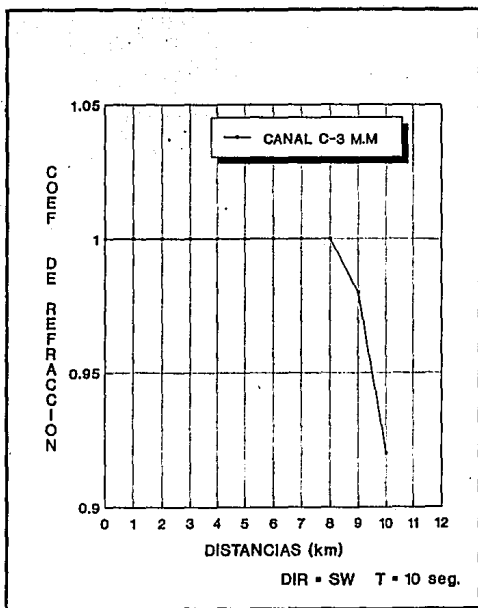


FIG. 4.37 CANAL DE ENERGIA (C3)

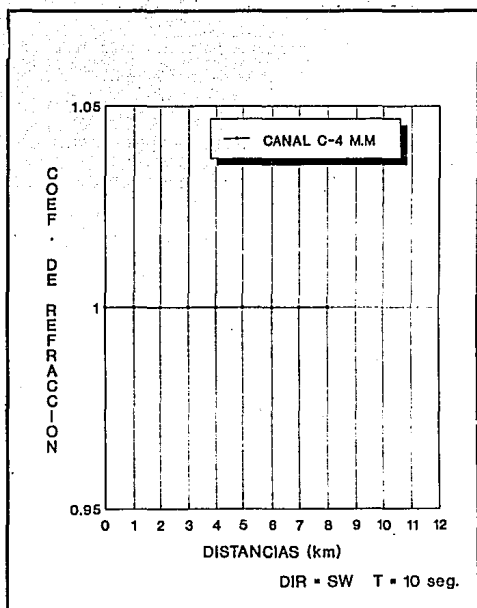


FIG. 4.38 CANAL DE ENERGIA (C4)

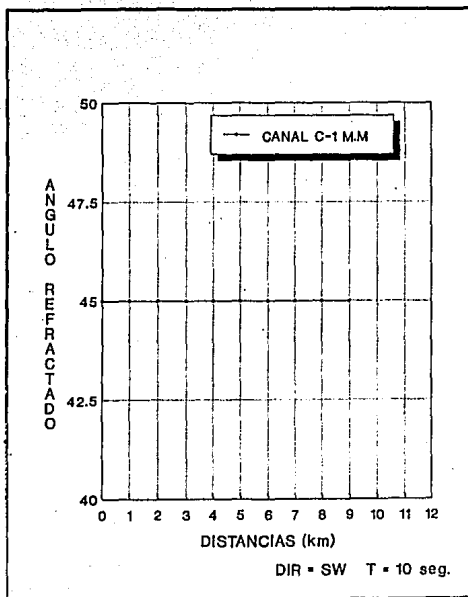


FIG. 4.39 CANAL DE ENERGIA (C1)

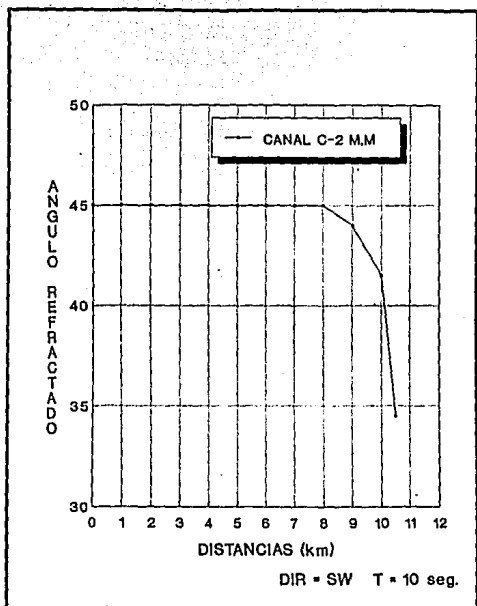


FIG. 4.40 CANAL DE ENERGIA (C2)

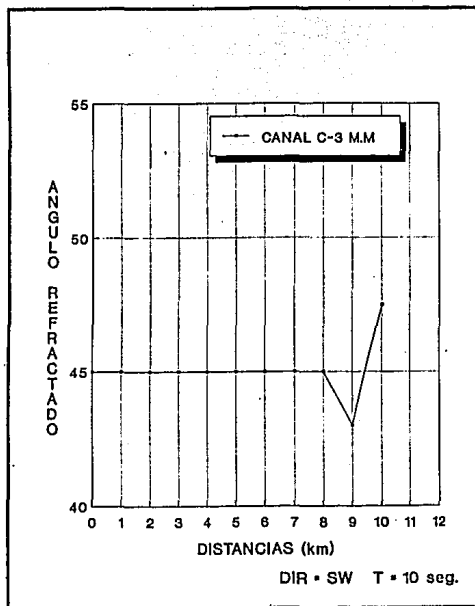


FIG. 4.41 CANAL DE ENERGIA (C3)

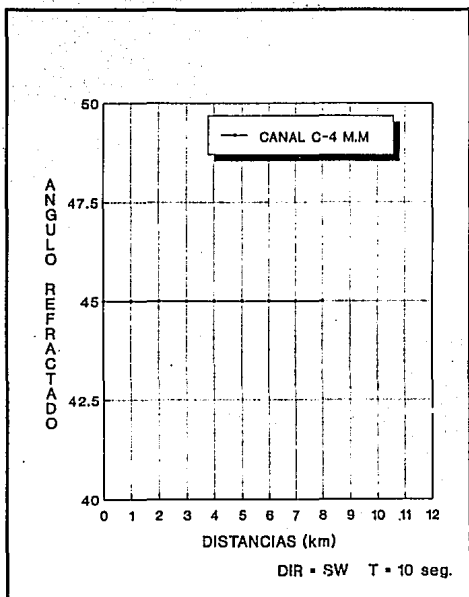


FIG. 4.42 CANAL DE ENERGIA (C4)

CAPITULO V

CAPITULO V

5. DISCUSION DE RESULTADOS

Con la finalidad de definir el mejor de los tres métodos en el cálculo de la refracción del oleaje aplicados en la Costa aledaña a Melaque Jalisco; en este capítulo se realiza la discusión de resultados obtenidos.

5.1 COEFICIENTES DE REFRACCION

De conformidad con las figuras 4.5, 4.14 y 4.35, en la figura 5.1, se muestra la relación de las distribuciones de coeficientes de refracción en el canal 1, de acuerdo con los resultados obtenidos con los tres métodos aplicados en el capítulo anterior. De la misma forma, en las figuras 5.2 a la 5.4 se indican las distribuciones de coeficientes de refracción para los canales de energía 2,3 y 4 respectivamente.

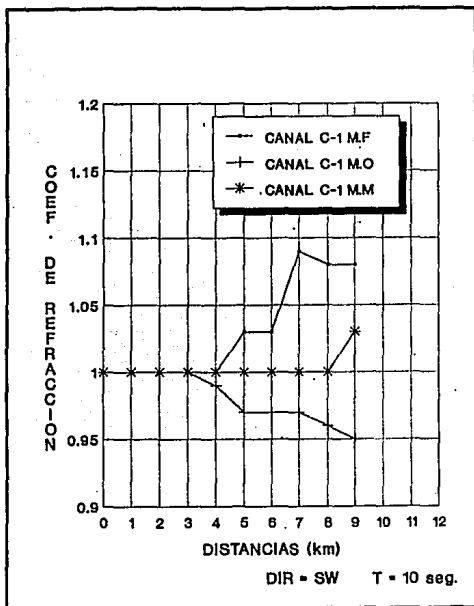


FIG. 5.1 RESULTADOS DE COEFICIENTES DE REFRACCION (CANAL 1)

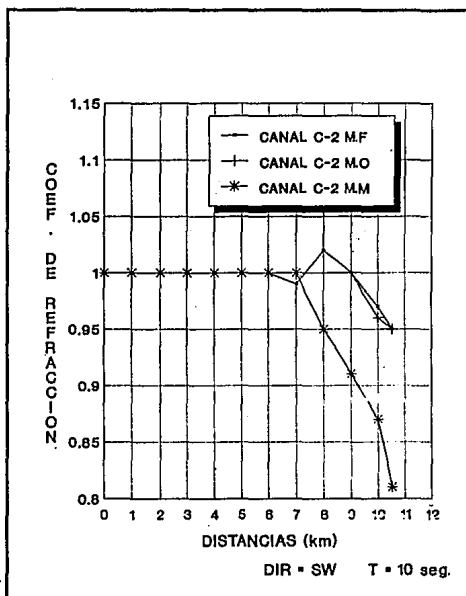


FIG. 5.2 RESULTADOS DE COEFICIENTES DE REFRACCION (CANAL 2)

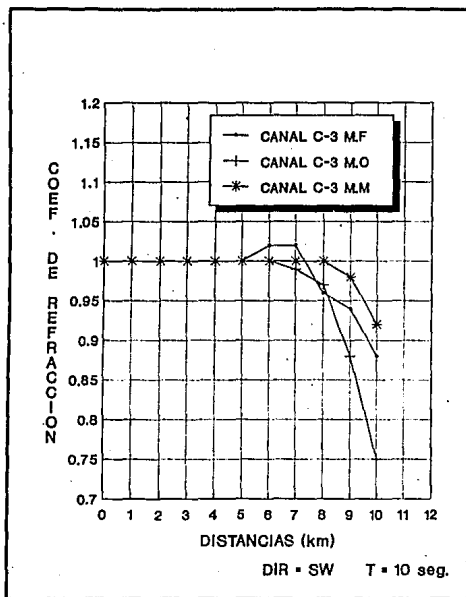


FIG. 5.3 RESULTADOS DE COEFICIENTES DE REFRACCION (CANAL 3)

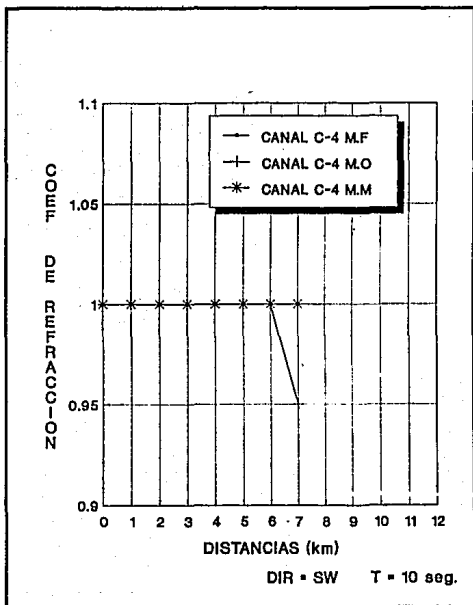


FIG. 5.4 RESULTADOS DE COEFICIENTES DE REFRACCION (CANAL 4)

Con la finalidad de establecer un criterio adecuado para definir el mejor de los tres métodos aplicados en el capítulo anterior, en este trabajo se utilizó un método estadístico consistente en la aplicación de los conceptos de desviación típica y coeficiente de variación como sigue:

En el cálculo de la desviación típica se consideró el promedio de la población correspondiente al conjunto de datos obtenidos mediante los tres métodos, aplicando para tal fin la siguiente ecuación :

$$S = \sqrt{(X - \bar{X})^2} \quad (5.1)$$

Donde:

- S: Desviación típica de los datos del canal de energía analizado.
- X: Valor individual del coeficiente de refracción del método considerado para el cálculo de la desviación típica.
- \bar{X} : Valor promedio de los coeficientes de refracción, considerando los resultados de los tres métodos como población.

Los resultados obtenidos al aplicar la ecuación 5.1, para cada uno de los métodos aplicados y para los canales de energía C-1, C-2, C-3 y C-4, se indica en las figuras 5.5 a la 5.8 respectivamente.

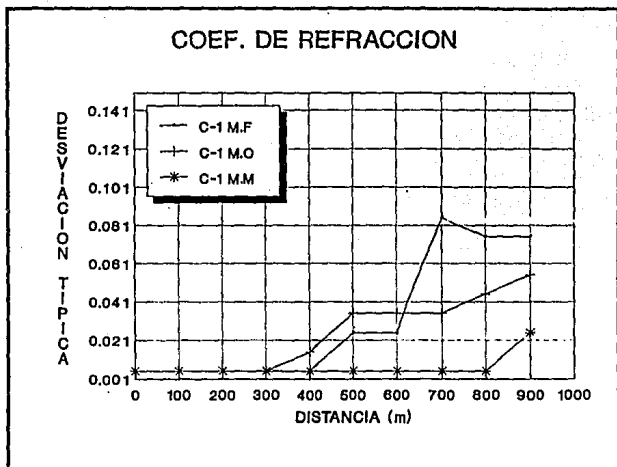


FIG. 5.5

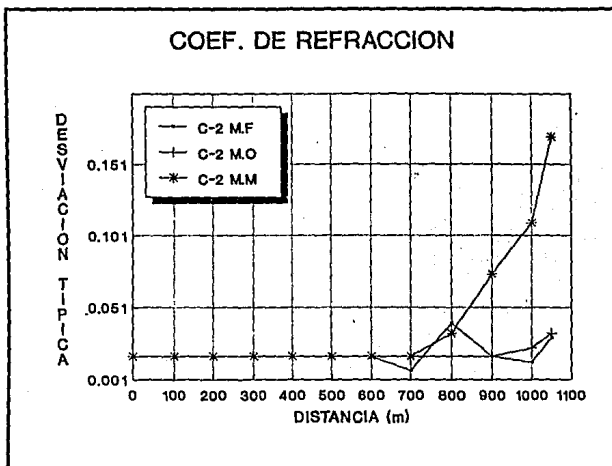


FIG. 5.6

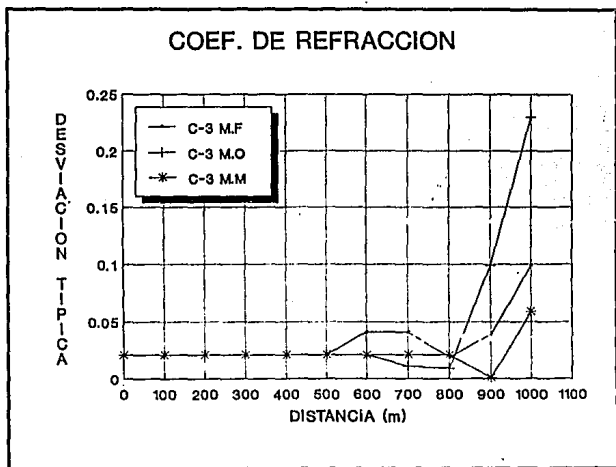


FIG. 5.7

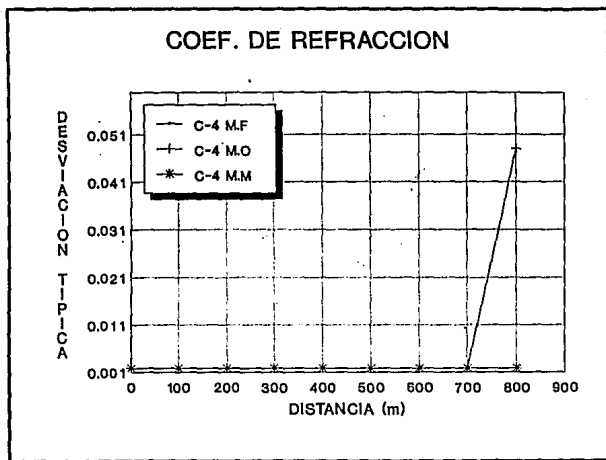


FIG. 5.8

En las figuras antes citadas se puede observar que en general el método que presenta la menor desviación típica corresponde al método matemático, teniéndose valores menores para los canales 1,3 y 4 a excepción del canal 2 el cual se desvía de los otros dos métodos en la distancia de 800 m a partir del límite de aguas profundas como se indica en la figura 5.6 .

La tendencia de los resultados de la desviación típica obtenidos mediante el método matemático, hace pensar que dicho método al presentar en general menores valores de la desviación típica, es el que se agrupa más a la tendencia promedio de los tres métodos aplicados.

En el cálculo del coeficiente de variación se consideró un promedio de la población correspondiente al conjunto de datos obtenidos mediante los tres métodos, aplicando para tal fin la siguiente ecuación:

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \quad (5.2)$$

Donde:

C.V: Coeficiente de variación (desviación relativa)

S: Desviación típica

\bar{X} : Valor promedio de los tres métodos

Los resultados obtenidos al aplicar la ecuación 5.2 para cada uno de los métodos aplicados y para cada uno de los canales de energía analizados anteriormente se indican las figuras 5.9 a 5.12.

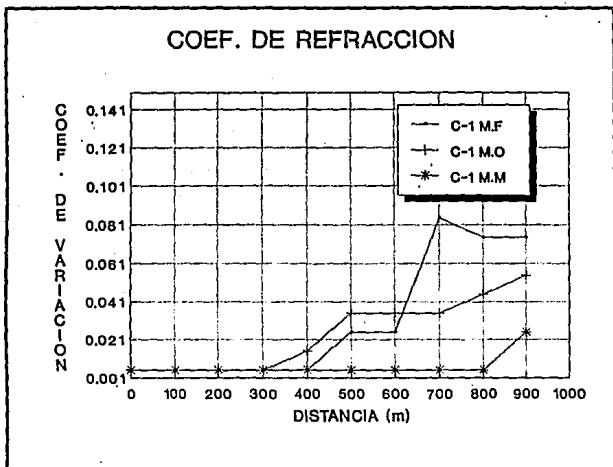


FIG. 5.9

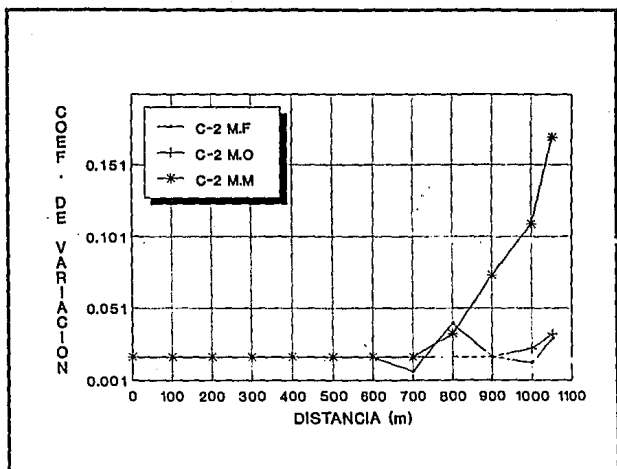


FIG. 5.10

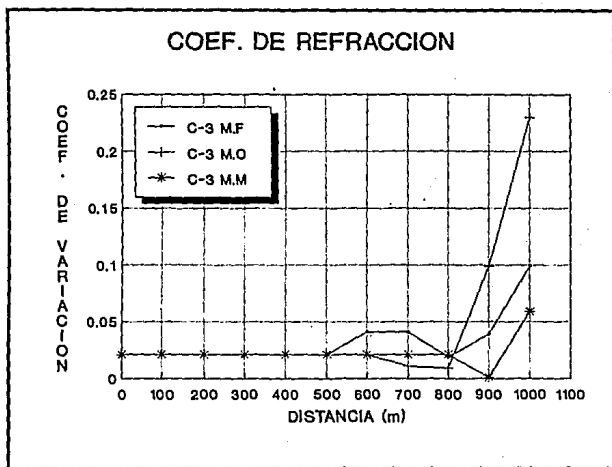


FIG. 5.11

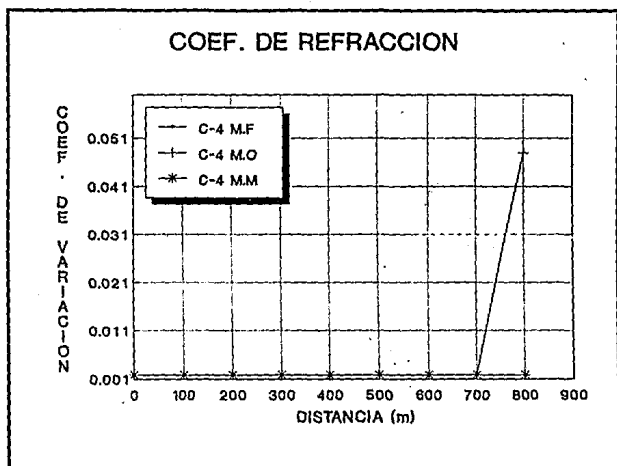


FIG. 5.12

En las figuras antes mencionadas se puede observar que el método que presenta valores menores de coeficiente de variación corresponden al método matemático en los canales 1,3 y 4, a excepción del canal 2 el cual se desvía en la distancia de 800 m de los otros dos métodos.

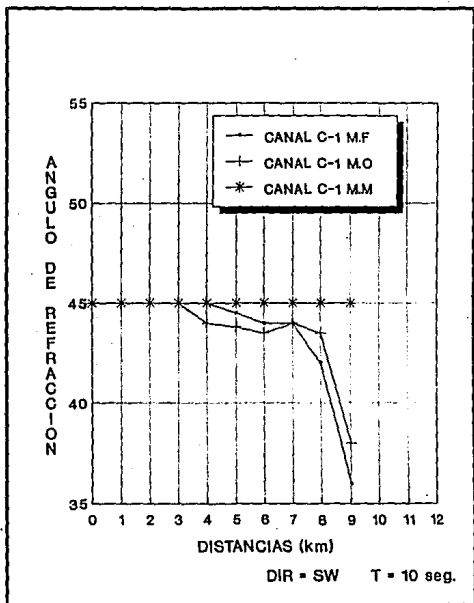
Así mismo, se observa que en los canales 2, 3 y 4 los métodos de frentes de ola y el matemático presentan resultados semejantes con pequeñas variaciones .

La tendencia de los resultados del coeficiente de variación obtenidos mediante los 3 métodos aplicados, es en general menor el método matemático corroborándose con esto la tendencia obtenida con la desviación típica anteriormente analizada.

5.2 ANGULO DE REFRACCION

De conformidad con las figuras 4.9, 4.18 y 4.38, en la figura 5.13 se muestra la distribución de los ángulos de refracción en el canal 1, de acuerdo con los resultados obtenidos con los tres métodos aplicados en el capítulo 4.

En las figuras 5.14 a 5.16 se indican las distribuciones de coeficientes de refracción para los canales de energía 2, 3 y 4 respectivamente.



5.13 RESULTADOS DE ANGULOS DE REFRACCION (CANAL 1)

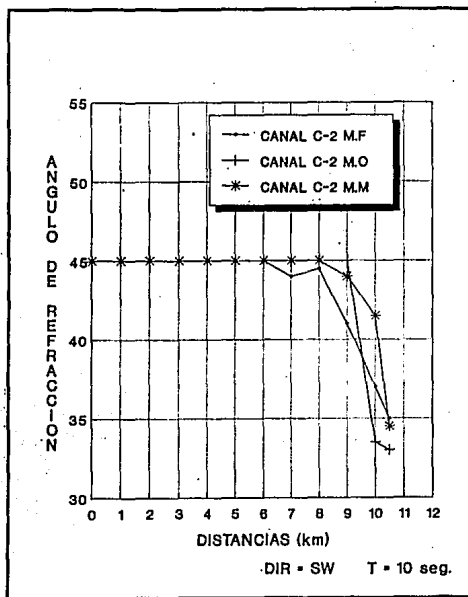


FIG. 5.14 RESULTADOS DE ANGULOS DE REFRACCION (CANAL 2)

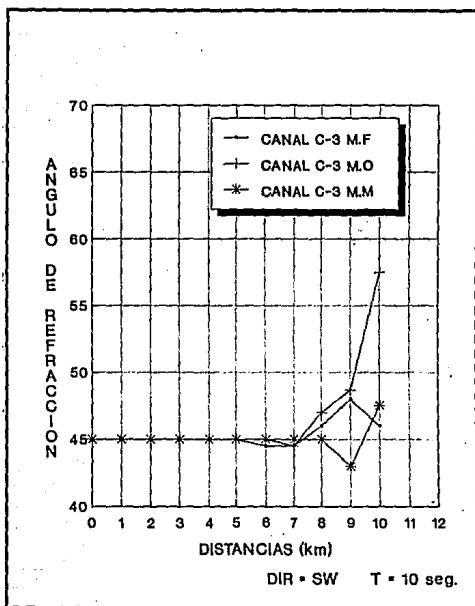


FIG. 5.15 RESULTADOS DE ANGULOS DE REFRACCION (CANAL 3)

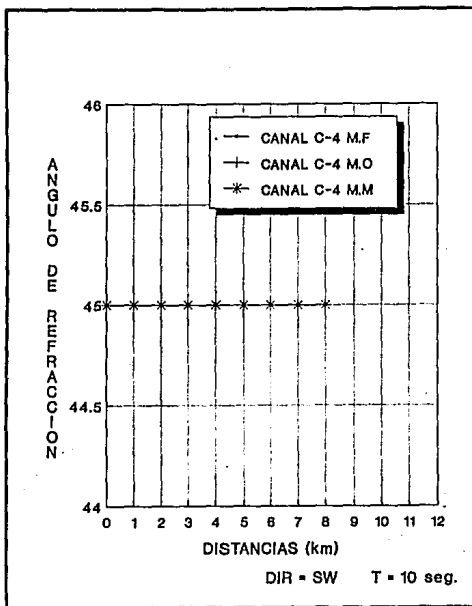


FIG. 5.16 RESULTADOS DE ANGULOS DE REFRACCION (CANAL 4)

Para definir el mejor de los tres métodos aplicados en el cálculo del ángulo del oleaje, se aplicó el mismo método estadístico utilizando el inciso anterior. De esta manera, en el cálculo de la desviación típica y el coeficiente de variación usamos las ecuaciones 5.1 y 5.2 del inciso anterior.

El resultado de utilizar la ecuación 5.1 para cada uno de los métodos aplicados y para los canales C-1, C-2, C-3 y C-4, se indican en las figuras 5.17 a 5.20 respectivamente.

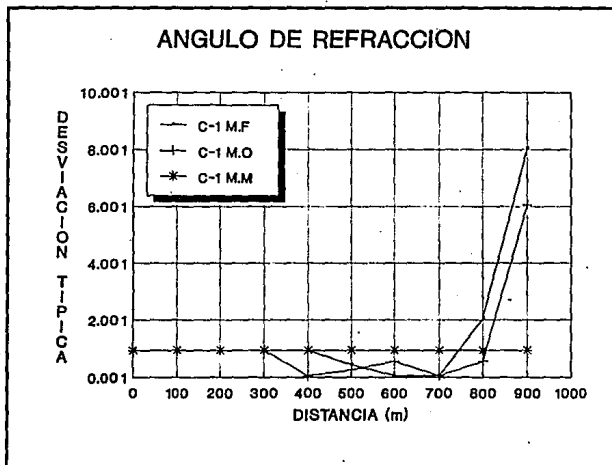


FIG. 5.17

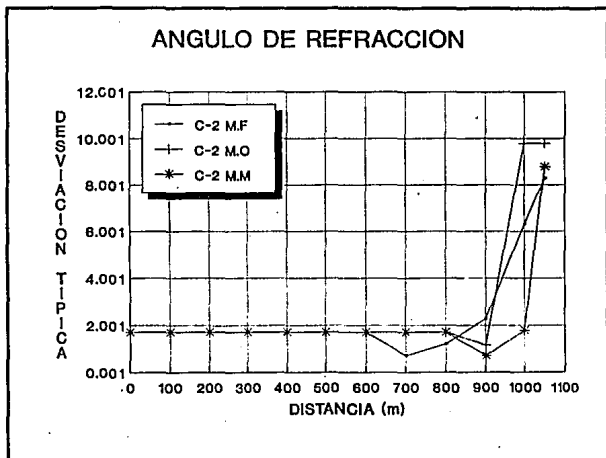


FIG. 5.18

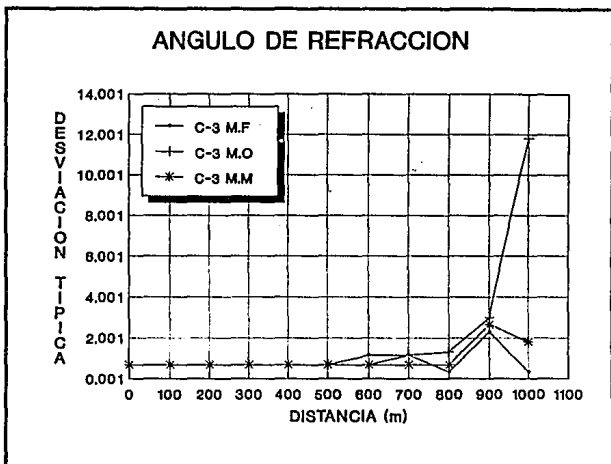


FIG. 5.19

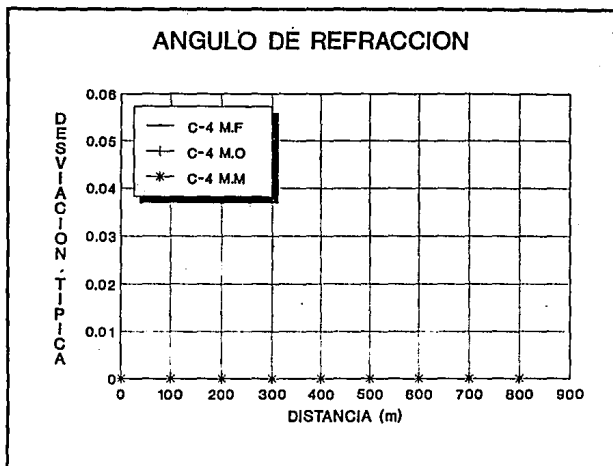


FIG. 5.20

En las figuras antes mencionadas se observa que para el canal 1, el método de frentes y el de ortogonales presentan resultados semejantes, en los canales 2 y 3, el método de frentes y el método matemático presentan resultados semejantes con pequeñas variaciones, mientras que para el canal 4 en ningún método se presenta valor de la desviación típica. Los resultados de la desviación típica para los ángulos de refracción hacen pensar que los métodos de frentes y el método matemático se agrupan a la tendencia promedio de los tres métodos aplicados.

En el cálculo del coeficiente de variación, los resultados obtenidos al aplicar la ecuación 5.2 para cada uno de los métodos aplicados y para cada uno de los canales de energía analizados se indican en las figuras 5.21 a 5.24.

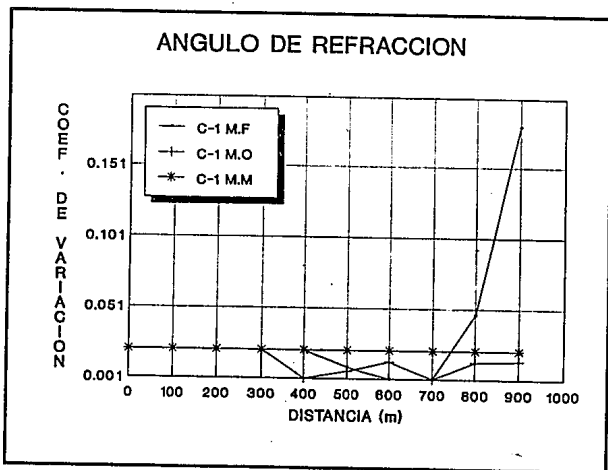


FIG. 5.21

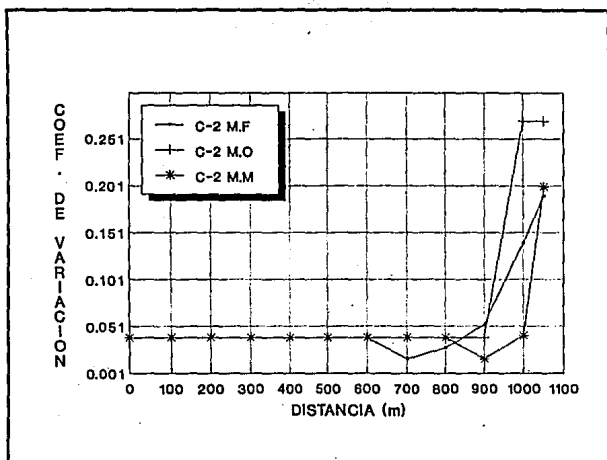


FIG. 5.22

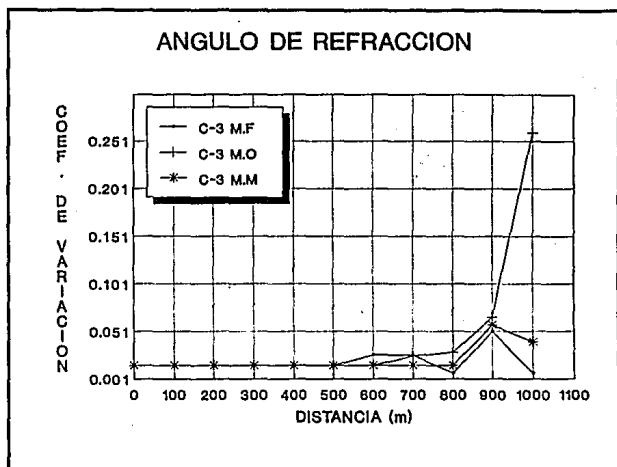


FIG. 5.23

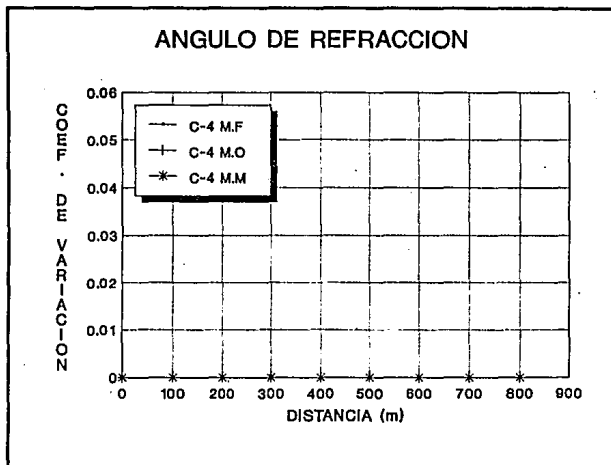


FIG. 5.24

En las figuras antes mencionadas, se puede observar que para el canal 1 los métodos matemáticos y de ortogonales presentan resultados semejantes con pequeñas variaciones, de igual forma para los canales 2 y 3 los resultados son muy semejantes también con pequeñas variaciones al utilizar los métodos matemático y el de frentes de ola. Finalmente, para el canal 4 tampoco existen valores de los coeficientes de variación en ningún método.

Por lo anterior la tendencia de los resultados indica que el coeficiente de variación obtenido mediante los tres métodos aplicados, en general es igual en el método matemático y en el método de frentes de ola, corroborándose lo anteriormente analizado en la desviación típica.

CAPITULO VI

CAPITULO VI

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De conformidad con lo desarrollado en el presente trabajo, a continuación se establecen las conclusiones y recomendaciones obtenidas:

- 1.- La aplicación de los métodos de frentes de ola y de las ortogonales en el cálculo de la refracción del oleaje, al ser fundamentalmente métodos gráficos, los resultados obtenidos dependen en mucho de la persona que realice la aplicación de dichos métodos.
- 2.- El criterio estadístico para definir el mejor de los tres métodos utilizados para el cálculo de la refracción en este trabajo, indicó que el método matemático fue el que menor desviación presentó respecto al promedio general de los datos obtenidos con los tres métodos utilizados.
- 3.- De conformidad con la conclusión anterior, se recomienda la utilización del método matemático para el cálculo de la refracción del oleaje.
- 4.- En la medida de lo posible, se recomienda la utilización de datos de oleaje medidos en el campo o en un modelo hidráulico, a fin de corroborar lo establecido en el punto anterior.
- 5.- Es importante señalar que la utilización en forma preferente del método matemático depende de la formulación matemática de este, debiéndose poner atención a las zonas cáusticas (zona de cruce de ortogonales) en las cuales no es fácil obtener el valor de los coeficientes de refracción.
- 6.- En los casos en los que aparezcan zonas cáusticas cuando se aplique el método matemático, se recomienda revisar la abertura de la malla, y realizar el cálculo con diferentes aberturas de esta; si las zonas cáusticas persisten, se recomienda realizar el cálculo de la refracción del oleaje con alguno de los otros métodos discutidos en este trabajo.

- 7.- Con el método matemático descrito, es posible obtener en un tiempo más razonable que con los otros dos métodos, resultados de coeficientes de refracción y direcciones del oleaje. Dada su sencillez de aplicación es posible analizar varias condiciones de oleaje requiriendo un tiempo pequeño de cálculo en la computadora.

APENDICE A

d/L_0	d/L	$2wd/L$	$\tanh 2wd/L$	$\sinh 2wd/L$	$\cosh 2wd/L$	\sinh	\cosh	n	K_8
0	0	0	0	0	1	0	1	1	
.000100	.003900	.02506	.02506	.02507	1.0003	.05016	1.001	.9998	4.467
.000200	.007800	.01545	.01544	.01547	1.0006	.07097	1.003	.9996	3.757
.000300	.00912	.04343	.04340	.04344	1.0009	.08697	1.004	.9994	3.393
.000400	.007982	.05013	.05011	.05018	1.0013	1.005	1.005	.9992	3.160
.0005000	.008925	.05608	.05602	.05611	1.0016	1.124	1.006	.9990	2.989
.0006000	.009778	.06144	.06136	.06148	1.0019	1.232	1.008	.9988	2.856
.0007000	.01056	.06637	.06637	.06642	1.0022	1.331	1.009	.9985	2.749
.0008000	.01129	.07096	.07084	.07102	1.0023	1.424	1.010	.9983	2.659
.0009000	.01198	.07527	.07513	.07534	1.0028	1.511	1.011	.9981	2.582
.001000	.01263	.07935	.07918	.07943	1.0032	1.594	1.013	.9979	2.515
.001100	.01323	.08323	.08304	.08333	1.0035	1.672	1.014	.9977	2.456
.001200	.01384	.08694	.08672	.08705	1.0038	1.748	1.015	.9975	2.404
.001300	.01440	.09050	.09026	.09063	1.0041	1.820	1.016	.9973	2.357
.001400	.01493	.09393	.09365	.09407	1.0044	1.890	1.018	.9971	2.314
.001500	.01548	.09723	.09693	.09739	1.0047	1.957	1.019	.9969	2.273
.001600	.01598	.1004	1.001	1.006	1.0051	2.022	1.020	.9967	2.239
.001700	.01648	.1035	1.032	1.037	1.0054	2.086	1.022	.9965	2.205
.001800	.01696	.1066	1.062	1.068	1.0057	2.147	1.023	.9962	2.174
.001900	.01743	.1095	1.091	1.097	1.0060	2.207	1.024	.9960	2.143
.002000	.01788	1.123	1.119	1.125	1.0063	2.266	1.025	.9958	2.119
.002100	.01832	1.151	1.146	1.154	1.0066	2.323	1.027	.9956	2.094
.002200	.01876	1.178	1.173	1.181	1.0069	2.379	1.028	.9954	2.070
.002300	.01918	1.205	1.199	1.208	1.0073	2.433	1.029	.9952	2.047
.002400	.01959	1.231	1.225	1.234	1.0076	2.487	1.031	.9950	2.023
.002500	.02000	1.257	1.250	1.260	1.0079	2.540	1.032	.9948	2.003
.002600	.02040	1.282	1.275	1.285	1.0082	2.592	1.033	.9946	1.984
.002700	.02079	1.306	1.299	1.310	1.0086	2.642	1.034	.9944	1.967
.002800	.02117	1.330	1.323	1.334	1.0089	2.692	1.034	.9942	1.950
.002900	.02155	1.354	1.346	1.358	1.0092	2.741	1.037	.9939	1.933
.003000	.02192	1.377	1.369	1.382	1.0095	2.790	1.038	.9937	1.917
.003100	.02228	1.400	1.391	1.405	1.0098	2.837	1.040	.9935	1.902
.003200	.02264	1.423	1.413	1.427	1.0101	2.884	1.041	.9933	1.887
.003300	.02300	1.445	1.435	1.449	1.0104	2.930	1.042	.9931	1.873
.003400	.02335	1.467	1.456	1.472	1.0108	2.976	1.043	.9929	1.860
.003500	.02369	1.488	1.477	1.494	1.0111	3.021	1.045	.9927	1.847
.003600	.02403	1.510	1.498	1.515	1.0114	3.065	1.046	.9925	1.834
.003700	.02436	1.531	1.519	1.537	1.0117	3.109	1.047	.9923	1.823
.003800	.02469	1.551	1.539	1.558	1.0121	3.152	1.049	.9921	1.810
.003900	.02502	1.572	1.559	1.579	1.0124	3.196	1.050	.9919	1.799
.004000	.02534	1.592	1.579	1.599	1.0127	3.238	1.051	.9917	1.788
.004100	.02566	1.612	1.598	1.619	1.0130	3.280	1.052	.9915	1.777
.004200	.02597	1.632	1.617	1.639	1.0133	3.322	1.054	.9912	1.767
.004300	.02628	1.651	1.636	1.659	1.0137	3.362	1.055	.9910	1.754
.004400	.02659	1.671	1.655	1.678	1.0140	3.403	1.056	.9908	1.744
.004500	.02689	1.690	1.674	1.698	1.0143	3.444	1.058	.9906	1.737
.004600	.02719	1.708	1.692	1.717	1.0146	3.483	1.059	.9904	1.727
.004700	.02749	1.727	1.710	1.736	1.0149	3.523	1.060	.9902	1.718
.004800	.02778	1.745	1.728	1.754	1.0153	3.562	1.062	.9900	1.709
.004900	.02807	1.764	1.746	1.773	1.0156	3.601	1.063	.9898	1.701
.005000	.02836	1.782	1.764	1.791	1.0159	3.640	1.064	.9896	1.692
.005100	.02864	1.800	1.781	1.809	1.0162	3.678	1.066	.9894	1.684
.005200	.02893	1.818	1.798	1.827	1.0166	3.715	1.067	.9892	1.676
.005300	.02921	1.835	1.815	1.845	1.0169	3.753	1.068	.9889	1.669
.005400	.02948	1.852	1.832	1.863	1.0172	3.790	1.069	.9887	1.662
.005500	.02976	1.870	1.848	1.880	1.0175	3.827	1.071	.9885	1.654
.005600	.03003	1.887	1.865	1.898	1.0178	3.864	1.072	.9883	1.647
.005700	.03030	1.904	1.881	1.915	1.0182	3.900	1.073	.9881	1.640
.005800	.03057	1.921	1.897	1.932	1.0185	3.937	1.075	.9879	1.633
.005900	.03083	1.937	1.913	1.949	1.0188	3.972	1.076	.9877	1.626
.006000	.03110	1.954	1.929	1.967	1.0192	4.008	1.077	.9875	1.620
.006100	.03136	1.970	1.945	1.983	1.0195	4.044	1.077	.9873	1.614
.006200	.03162	1.987	1.961	2.000	1.0198	4.079	1.080	.9871	1.607

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L , SEGUN WIEGEL

d/L_0	d/L	$2wd/L$	$\tanh 2wd/L$	$\sinh 2wd/L$	$\cosh 2wd/L$	\sinh	\cosh	n	K_B
.004300	.01188	.2001	.1976	.2016	1.0201	.4114	1.081	.9849	1.601
.004400	.01213	.2019	.1992	.2033	1.0205	.4148	1.083	.9847	1.593
.004500	.01238	.2035	.2007	.2049	1.0208	.4183	1.084	.9845	1.589
.004600	.01264	.2051	.2022	.2065	1.0211	.4217	1.085	.9843	1.583
.004700	.01289	.2066	.2037	.2081	1.0214	.4251	1.087	.9840	1.578
.004800	.01313	.2082	.2052	.2097	1.0217	.4285	1.088	.9838	1.572
.004900	.01338	.2097	.2067	.2113	1.0221	.4319	1.089	.9836	1.567
.007000	.03362	.2113	.2082	.2128	1.0224	.4352	1.091	.9834	1.561
.007100	.03387	.2128	.2096	.2144	1.0227	.4386	1.092	.9832	1.556
.007200	.03411	.2143	.2111	.2160	1.0231	.4419	1.093	.9830	1.551
.007300	.03435	.2158	.2125	.2175	1.0234	.4452	1.095	.9828	1.546
.007400	.03459	.2173	.2139	.2190	1.0237	.4484	1.096	.9826	1.541
.007500	.03482	.2188	.2154	.2205	1.0240	.4517	1.097	.9824	1.536
.007600	.03506	.2203	.2168	.2221	1.0244	.4549	1.099	.9822	1.531
.007700	.03529	.2218	.2182	.2236	1.0247	.4582	1.100	.9820	1.526
.007800	.03552	.2232	.2196	.2251	1.0250	.4614	1.101	.9818	1.521
.007900	.03576	.2247	.2209	.2265	1.0253	.4646	1.103	.9816	1.517
.008000	.03599	.2261	.2223	.2280	1.0257	.4678	1.104	.9814	1.512
.008100	.03621	.2275	.2237	.2295	1.0260	.4709	1.105	.9812	1.508
.008200	.03644	.2290	.2250	.2310	1.0263	.4741	1.107	.9810	1.503
.008300	.03666	.2304	.2264	.2324	1.0266	.4772	1.108	.9807	1.499
.008400	.03689	.2318	.2277	.2338	1.0270	.4803	1.109	.9805	1.495
.008500	.03711	.2332	.2290	.2353	1.0273	.4834	1.111	.9803	1.491
.008600	.03733	.2346	.2303	.2367	1.0276	.4865	1.112	.9801	1.487
.008700	.03755	.2360	.2317	.2381	1.0280	.4896	1.113	.9800	1.482
.008800	.03777	.2373	.2330	.2396	1.0283	.4927	1.115	.9800	1.478
.008900	.03799	.2387	.2343	.2410	1.0286	.4957	1.116	.9800	1.474
.009000	.03821	.2401	.2356	.2424	1.0290	.4988	1.118	.9803	1.471
.009100	.03842	.2414	.2368	.2438	1.0293	.5018	1.119	.9801	1.467
.009200	.03864	.2428	.2381	.2452	1.0296	.5049	1.120	.9800	1.463
.009300	.03885	.2441	.2394	.2465	1.0299	.5079	1.122	.9800	1.459
.009400	.03906	.2455	.2407	.2479	1.0303	.5109	1.123	.9805	1.456
.009500	.03928	.2468	.2419	.2493	1.0306	.5138	1.124	.9803	1.452
.009600	.03949	.2481	.2431	.2507	1.0309	.5168	1.126	.9801	1.448
.009700	.03970	.2494	.2443	.2520	1.0313	.5198	1.127	.9799	1.445
.009800	.03990	.2507	.2456	.2534	1.0316	.5227	1.128	.9797	1.442
.009900	.04011	.2520	.2468	.2547	1.0319	.5257	1.130	.9794	1.438
.01000	.04032	.2533	.2480	.2560	1.0322	.5286	1.131	.9792	1.435
.01100	.04233	.2560	.2598	.2691	1.0356	.5374	1.145	.9772	1.403
.01200	.04426	.2781	.2711	.2817	1.0389	.5433	1.159	.9751	1.375
.01300	.04612	.2988	.2920	.2938	1.0423	.5473	1.173	.9731	1.350
.01400	.04791	.3010	.2924	.3034	1.0456	.5491	1.187	.9710	1.327
.01500	.04964	.3119	.3022	.3120	1.0490	.5451	1.201	.9690	1.307
.01600	.05132	.3223	.3117	.3211	1.0524	.5406	1.215	.9670	1.288
.01700	.05296	.3328	.3209	.3289	1.0559	.5358	1.230	.9649	1.271
.01800	.05455	.3428	.3298	.3493	1.0593	.5303	1.244	.9629	1.255
.01900	.05611	.3525	.3384	.3599	1.0628	.5250	1.259	.9609	1.240
.02000	.05765	.3621	.3470	.3701	1.0663	.5201	1.274	.9588	1.226
.02100	.05912	.3714	.3552	.3800	1.0698	.5151	1.289	.9568	1.213
.02200	.06057	.3806	.3632	.3898	1.0733	.5104	1.304	.9548	1.201
.02300	.06200	.3896	.3710	.3995	1.0768	.5063	1.319	.9528	1.189
.02400	.06340	.3984	.3784	.4090	1.0804	.5023	1.335	.9508	1.178
.02500	.06478	.4070	.3860	.4184	1.0840	.5009	1.350	.9488	1.168
.02600	.06613	.4153	.3932	.4276	1.0876	.5010	1.366	.9468	1.159
.02700	.06747	.4235	.4002	.4367	1.0912	.5020	1.381	.9448	1.150
.02800	.06878	.4322	.4071	.4457	1.0949	.5030	1.397	.9428	1.141
.02900	.07007	.4403	.4138	.4546	1.0985	.5038	1.413	.9408	1.133
.03000	.07135	.4483	.4205	.4634	1.1021	1.022	1.430	.9388	1.125
.03100	.07260	.4562	.4269	.4721	1.1059	1.044	1.446	.9369	1.118
.03200	.07383	.4640	.4333	.4808	1.1096	1.067	1.462	.9349	1.111
.03300	.07505	.4717	.4395	.4894	1.1133	1.090	1.479	.9329	1.104
.03400	.07626	.4794	.4457	.4980	1.1171	1.113	1.496	.9309	1.098

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L_0 SEGUN WIRGEL

d/L ₀	d/L	2wd/L	tanh 2wd/L	senh 2wd/L	cosh 2wd/L	senh	cosh	n	K _g
.0100	.07748	.4368	.4317	.9064	1.3209	1.313	1.313	.9289	1.092
.0300	.07867	.4943	.4777	.5147	1.1247	1.158	1.330	.9270	1.084
.0370	.07894	.5017	.4633	.5330	1.1283	1.180	1.347	.9250	1.080
.0400	.08100	.5090	.4691	.5312	1.1324	1.203	1.364	.9230	1.075
.0500	.08215	.5182	.4747	.5394	1.1362	1.228	1.382	.9211	1.069
.0600	.08329	.5233	.4802	.5475	1.1401	1.248	1.400	.9192	1.064
.0710	.08442	.5304	.4837	.5556	1.1440	1.271	1.417	.9172	1.059
.0830	.08553	.5374	.4911	.5637	1.1479	1.294	1.436	.9153	1.053
.0950	.08664	.5444	.4964	.5717	1.1518	1.317	1.454	.9133	1.050
.1000	.08774	.5513	.5015	.5796	1.1558	1.340	1.472	.9114	1.046
.1200	.08883	.5581	.5066	.5876	1.1599	1.363	1.491	.9095	1.043
.1400	.08991	.5649	.5116	.5954	1.1639	1.386	1.509	.9076	1.038
.1600	.09098	.5717	.5166	.6033	1.1679	1.409	1.528	.9057	1.034
.1800	.09205	.5784	.5213	.6111	1.1720	1.433	1.547	.9037	1.030
.2000	.09311	.5830	.5263	.6189	1.1760	1.456	1.566	.9018	1.026
.2500	.09416	.5916	.5310	.6267	1.1802	1.479	1.586	.8999	1.023
.3000	.09520	.5961	.5357	.6344	1.1843	1.503	1.605	.8980	1.019
.3500	.09623	.6046	.5403	.6421	1.1884	1.526	1.625	.8961	1.016
.4000	.09726	.6111	.5449	.6499	1.1926	1.550	1.645	.8943	1.013
.4500	.09829	.6176	.5494	.6575	1.1968	1.574	1.663	.8924	1.010
.5000	.09930	.6239	.5538	.6652	1.2011	1.598	1.683	.8905	1.007
.5500	.1003	.6303	.5582	.6729	1.2053	1.622	1.706	.8886	1.004
.6000	.1013	.6366	.5626	.6805	1.2096	1.646	1.726	.8867	1.001
.6500	.1023	.6428	.5668	.6880	1.2138	1.670	1.747	.8849	.9985
.7000	.1033	.6491	.5713	.6954	1.2181	1.695	1.768	.8830	.9958
.7500	.1043	.6553	.5757	.7033	1.2223	1.719	1.789	.8811	.9932
.8000	.1053	.6616	.5794	.7110	1.2270	1.744	1.811	.8792	.9907
.8500	.1063	.6678	.5834	.7187	1.2313	1.770	1.833	.8773	.9883
.9000	.1073	.6739	.5874	.7266	1.2355	1.793	1.855	.8755	.9860
.9500	.1082	.6799	.5914	.7333	1.2402	1.819	1.878	.8737	.9837
.0100	.1092	.6860	.5954	.7411	1.2447	1.845	1.899	.8719	.9815
.0600	.1101	.6920	.5993	.7486	1.2492	1.870	1.921	.8700	.9793
.0700	.1111	.6981	.6031	.7561	1.2537	1.896	1.944	.8682	.9772
.0800	.1120	.7037	.6069	.7633	1.2580	1.921	1.966	.8664	.9752
.0900	.1130	.7099	.6106	.7711	1.2628	1.948	1.989	.8646	.9732
.0700	.1139	.7157	.6144	.7785	1.2672	1.974	2.013	.8627	.9713
.0710	.1149	.7219	.6181	.7863	1.2721	2.000	2.036	.8609	.9694
.0720	.1158	.7277	.6217	.7937	1.2767	2.026	2.060	.8591	.9676
.0730	.1168	.7336	.6252	.8011	1.2813	2.053	2.084	.8572	.9658
.0740	.1177	.7393	.6289	.8088	1.2861	2.080	2.108	.8554	.9641
.0750	.1186	.7453	.6324	.8162	1.2908	2.107	2.132	.8537	.9624
.0760	.1195	.7511	.6359	.8237	1.2954	2.135	2.157	.8519	.9607
.0770	.1205	.7569	.6392	.8312	1.3004	2.162	2.182	.8501	.9591
.0780	.1214	.7625	.6427	.8386	1.3051	2.189	2.207	.8483	.9576
.0790	.1223	.7683	.6460	.8462	1.3100	2.217	2.232	.8465	.9562
.0800	.1232	.7741	.6493	.8538	1.3149	2.245	2.258	.8448	.9548
.0810	.1241	.7799	.6526	.8614	1.3198	2.274	2.284	.8430	.9534
.0820	.1251	.7854	.6558	.8687	1.3246	2.303	2.311	.8413	.9520
.0830	.1259	.7911	.6590	.8762	1.3295	2.331	2.337	.8395	.9506
.0840	.1268	.7967	.6622	.8837	1.3343	2.360	2.363	.8378	.9493
.0850	.1277	.8024	.6655	.8913	1.3392	2.389	2.390	.8360	.9481
.0860	.1286	.8080	.6688	.8989	1.3444	2.418	2.417	.8342	.9469
.0870	.1295	.8137	.6716	.9064	1.3497	2.448	2.444	.8325	.9457
.0880	.1304	.8193	.6747	.9141	1.3551	2.478	2.472	.8308	.9445
.0890	.1313	.8250	.6778	.9218	1.3606	2.508	2.500	.8290	.9433
.0900	.1322	.8306	.6808	.9295	1.3663	2.538	2.528	.8273	.9422
.0910	.1331	.8363	.6838	.9372	1.3720	2.568	2.556	.8255	.9411
.0920	.1340	.8420	.6868	.9450	1.3779	2.599	2.583	.8238	.9401
.0930	.1349	.8474	.6897	.9525	1.3830	2.630	2.614	.8221	.9391
.0940	.1357	.8528	.6925	.9600	1.3884	2.662	2.643	.8204	.9381
.0950	.1366	.8583	.6953	.9677	1.3941	2.693	2.673	.8187	.9371
.0960	.1375	.8639	.6982	.9755	1.3997	2.724	2.703	.8170	.9362
.0970	.1384	.8694	.7011	.9832	1.4052	2.757	2.731	.8153	.9353

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L₀ SEGUN WIEGEL

d/L ₀	d/L	2πd/L	tanh 2πd/L	senh 2πd/L	cosh 2πd/L	senh	cosh	n	K _B
.09900	.1392	.8749	.7019	.9908	1.4077	2.790	2.963	.8136	.9344
.09900	.1401	.8803	.7066	.9985	1.4131	2.812	2.994	.8120	.9335
.1000	.1410	.8858	.7093	1.706	1.4187	2.835	3.025	.8103	.9327
.1010	.1419	.8913	.7120	1.014	1.4242	2.858	3.057	.8086	.9319
.1020	.1427	.8967	.7147	1.022	1.4297	2.882	3.088	.8069	.9311
.1030	.1436	.9023	.7173	1.030	1.4354	2.906	3.121	.8052	.9304
.1040	.1445	.9076	.7200	1.037	1.4410	2.930	3.153	.8036	.9297
.1050	.1453	.9130	.7226	1.045	1.4465	2.924	3.185	.8019	.9290
.1060	.1462	.9184	.7252	1.053	1.4521	2.939	3.218	.8003	.9282
.1070	.1470	.9239	.7277	1.061	1.4576	2.954	3.251	.7986	.9276
.1080	.1479	.9293	.7303	1.069	1.4632	2.970	3.284	.7970	.9269
.1090	.1488	.9348	.7327	1.076	1.4687	2.986	3.317	.7954	.9263
.1100	.1496	.9400	.7352	1.083	1.4742	2.201	3.351	.7937	.9257
.1110	.1505	.9456	.7377	1.093	1.4814	2.237	3.388	.7920	.9251
.1120	.1513	.9508	.7402	1.101	1.4871	2.274	3.423	.7904	.9245
.1130	.1522	.9563	.7426	1.109	1.4932	2.312	3.459	.7888	.9239
.1140	.1530	.9616	.7450	1.117	1.4990	2.348	3.494	.7872	.9234
.1150	.1539	.9670	.7474	1.125	1.5051	2.385	3.530	.7856	.9228
.1160	.1547	.9720	.7497	1.133	1.5108	2.423	3.566	.7840	.9222
.1170	.1556	.9773	.7520	1.141	1.5171	2.462	3.603	.7824	.9218
.1180	.1564	.9827	.7543	1.149	1.5230	2.501	3.641	.7808	.9214
.1190	.1573	.9882	.7566	1.157	1.5293	2.540	3.678	.7792	.9209
.1200	.1581	.9936	.7589	1.165	1.5356	2.579	3.716	.7776	.9204
.1210	.1590	.9989	.7612	1.174	1.5418	2.620	3.755	.7760	.9200
.1220	.1598	1.004	.7634	1.182	1.5479	2.659	3.793	.7745	.9196
.1230	.1607	1.010	.7656	1.190	1.5546	2.699	3.832	.7729	.9192
.1240	.1615	1.015	.7678	1.198	1.5605	2.740	3.871	.7713	.9189
.1250	.1624	1.020	.7700	1.207	1.5674	2.782	3.912	.7698	.9184
.1260	.1632	1.025	.7721	1.215	1.5734	2.824	3.952	.7682	.9181
.1270	.1640	1.030	.7742	1.223	1.5795	2.865	3.992	.7667	.9178
.1280	.1649	1.036	.7763	1.231	1.5862	2.907	4.033	.7652	.9175
.1290	.1657	1.041	.7783	1.240	1.5927	2.950	4.074	.7637	.9172
.1300	.1665	1.046	.7804	1.248	1.5990	2.992	4.115	.7621	.9169
.1310	.1674	1.052	.7824	1.257	1.6060	3.036	4.158	.7606	.9166
.1320	.1682	1.057	.7844	1.265	1.6134	3.080	4.201	.7591	.9164
.1330	.1691	1.062	.7865	1.273	1.6211	3.125	4.245	.7575	.9161
.1340	.1699	1.068	.7885	1.282	1.6290	3.169	4.288	.7560	.9158
.1350	.1708	1.073	.7905	1.291	1.6371	3.213	4.334	.7545	.9156
.1360	.1716	1.078	.7925	1.300	1.6454	3.258	4.378	.7530	.9154
.1370	.1724	1.084	.7945	1.308	1.6541	3.303	4.423	.7515	.9152
.1380	.1733	1.089	.7964	1.317	1.6634	3.348	4.468	.7500	.9150
.1390	.1741	1.094	.7983	1.326	1.6730	3.393	4.514	.7485	.9148
.1400	.1749	1.099	.8002	1.334	1.6827	3.438	4.561	.7471	.9146
.1410	.1758	1.105	.8021	1.343	1.6927	3.483	4.607	.7456	.9144
.1420	.1766	1.110	.8039	1.352	1.7029	3.528	4.654	.7441	.9142
.1430	.1774	1.115	.8057	1.360	1.7134	3.573	4.663	.7426	.9141
.1440	.1783	1.120	.8076	1.369	1.7240	3.618	4.711	.7412	.9140
.1450	.1791	1.125	.8094	1.378	1.7348	3.663	4.800	.7397	.9139
.1460	.1800	1.131	.8112	1.388	1.7458	3.708	4.850	.7382	.9137
.1470	.1808	1.136	.8131	1.397	1.7569	3.753	4.901	.7368	.9136
.1480	.1816	1.141	.8149	1.405	1.7682	3.800	4.951	.7354	.9135
.1490	.1825	1.146	.8166	1.415	1.7797	3.847	5.001	.7339	.9134
.1500	.1833	1.152	.8183	1.424	1.7914	3.894	5.054	.7325	.9133
.1510	.1841	1.157	.8200	1.433	1.747	3.907	5.106	.7311	.9133
.1520	.1850	1.162	.8217	1.442	1.755	3.961	5.159	.7296	.9132
.1530	.1858	1.167	.8234	1.451	1.762	3.975	5.212	.7282	.9132
.1540	.1866	1.173	.8250	1.460	1.770	3.989	5.265	.7268	.9132
.1550	.1875	1.178	.8267	1.469	1.777	3.993	5.320	.7254	.9131
.1560	.1883	1.183	.8284	1.479	1.785	3.998	5.376	.7240	.9130
.1570	.1891	1.188	.8301	1.488	1.793	3.999	5.432	.7226	.9129
.1580	.1899	1.194	.8317	1.498	1.801	3.998	5.490	.7212	.9130
.1590	.1908	1.199	.8333	1.507	1.809	3.994	5.544	.7198	.9130

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L₀ SEGUN WIEGEL

d/L ₀	d/L	2wd/L	tonh 2wd/L	senh 2wd/L	cosh 2wd/L	senh	cosh	n	K _s
.1600	.1917	1.204	.8349	1.5117	1.8117	5.513	5.603	.7184	.9130
.1610	.1925	1.209	.8365	1.527	1.825	5.571	5.660	.7171	.9130
.1620	.1933	1.213	.8381	1.546	1.841	5.630	5.718	.7157	.9130
.1630	.1941	1.220	.8396	1.566	1.861	5.690	5.777	.7144	.9130
.1640	.1950	1.225	.8411	1.585	1.889	5.751	5.837	.7130	.9130
.1650	.1958	1.230	.8427	1.565	1.857	5.813	5.898	.7117	.9131
.1660	.1966	1.235	.8442	1.574	1.865	5.874	5.959	.7103	.9132
.1670	.1975	1.240	.8457	1.584	1.873	5.938	6.021	.7090	.9132
.1680	.1983	1.246	.8472	1.594	1.882	6.003	6.085	.7076	.9133
.1690	.1992	1.251	.8486	1.604	1.890	6.066	6.148	.7063	.9133
.1700	.2000	1.257	.8501	1.614	1.899	6.130	6.212	.7050	.9134
.1710	.2008	1.262	.8515	1.624	1.907	6.197	6.275	.7036	.9135
.1720	.2017	1.267	.8529	1.634	1.915	6.262	6.342	.7023	.9136
.1730	.2025	1.272	.8544	1.644	1.924	6.329	6.407	.7010	.9137
.1740	.2033	1.277	.8558	1.654	1.933	6.395	6.473	.6997	.9138
.1750	.2042	1.282	.8572	1.664	1.941	6.465	6.541	.6984	.9139
.1760	.2050	1.288	.8586	1.673	1.951	6.534	6.610	.6971	.9140
.1770	.2058	1.293	.8600	1.683	1.959	6.603	6.679	.6958	.9141
.1780	.2066	1.298	.8614	1.693	1.968	6.672	6.747	.6946	.9142
.1790	.2075	1.304	.8627	1.706	1.977	6.744	6.818	.6933	.9144
.1800	.2083	1.309	.8640	1.716	1.986	6.818	6.891	.6920	.9145
.1810	.2092	1.314	.8653	1.727	1.995	6.890	6.963	.6907	.9146
.1820	.2100	1.320	.8666	1.737	2.004	6.963	7.035	.6895	.9148
.1830	.2108	1.325	.8680	1.748	2.013	7.038	7.109	.6882	.9149
.1840	.2117	1.330	.8693	1.758	2.022	7.113	7.183	.6870	.9150
.1850	.2125	1.335	.8706	1.769	2.032	7.191	7.260	.6857	.9152
.1860	.2134	1.341	.8718	1.780	2.041	7.267	7.336	.6845	.9154
.1870	.2142	1.346	.8731	1.791	2.051	7.345	7.412	.6832	.9155
.1880	.2150	1.351	.8743	1.801	2.060	7.421	7.488	.6820	.9157
.1890	.2159	1.356	.8755	1.812	2.070	7.500	7.566	.6808	.9159
.1900	.2167	1.362	.8767	1.823	2.079	7.581	7.647	.6795	.9161
.1910	.2176	1.367	.8779	1.834	2.089	7.663	7.728	.6784	.9163
.1920	.2184	1.372	.8791	1.845	2.099	7.746	7.810	.6772	.9165
.1930	.2192	1.377	.8803	1.856	2.108	7.827	7.891	.6760	.9167
.1940	.2201	1.383	.8815	1.867	2.118	7.911	7.974	.6748	.9169
.1950	.2209	1.388	.8827	1.879	2.128	7.996	8.059	.6736	.9170
.1960	.2218	1.393	.8839	1.890	2.138	8.083	8.145	.6724	.9172
.1970	.2226	1.399	.8850	1.901	2.148	8.167	8.228	.6712	.9174
.1980	.2234	1.406	.8862	1.913	2.158	8.256	8.316	.6700	.9176
.1990	.2243	1.409	.8873	1.924	2.169	8.346	8.406	.6689	.9179
.2000	.2251	1.414	.8884	1.935	2.178	8.436	8.495	.6677	.9181
.2010	.2260	1.420	.8895	1.947	2.189	8.524	8.583	.6666	.9183
.2020	.2268	1.425	.8906	1.959	2.199	8.616	8.674	.6654	.9186
.2030	.2277	1.430	.8917	1.970	2.210	8.708	8.766	.6642	.9188
.2040	.2285	1.436	.8928	1.982	2.220	8.803	8.860	.6631	.9190
.2050	.2293	1.441	.8939	1.994	2.231	8.897	8.953	.6620	.9193
.2060	.2302	1.446	.8950	2.006	2.242	8.994	9.050	.6608	.9195
.2070	.2310	1.451	.8960	2.017	2.252	9.090	9.144	.6597	.9197
.2080	.2319	1.457	.8971	2.030	2.263	9.187	9.240	.6586	.9200
.2090	.2328	1.462	.8981	2.043	2.274	9.285	9.342	.6574	.9202
.2100	.2336	1.468	.8991	2.055	2.285	9.383	9.442	.6563	.9205
.2110	.2344	1.473	.9001	2.066	2.295	9.480	9.541	.6552	.9207
.2120	.2353	1.479	.9011	2.079	2.307	9.590	9.642	.6541	.9210
.2130	.2361	1.484	.9021	2.091	2.318	9.693	9.744	.6531	.9213
.2140	.2370	1.489	.9031	2.103	2.329	9.796	9.847	.6520	.9215
.2150	.2378	1.494	.9041	2.115	2.340	9.902	9.952	.6509	.9218
.2160	.2387	1.500	.9051	2.128	2.351	10.01	10.06	.6498	.9221
.2170	.2395	1.506	.9061	2.142	2.364	10.12	10.17	.6488	.9223
.2180	.2404	1.511	.9070	2.154	2.375	10.23	10.28	.6477	.9226
.2190	.2412	1.516	.9079	2.166	2.385	10.34	10.38	.6467	.9228
.2200	.2421	1.521	.9088	2.178	2.397	10.45	10.50	.6456	.9231
.2210	.2429	1.526	.9097	2.192	2.409	10.56	10.61	.6446	.9234
.2220	.2438	1.531	.9107	2.204	2.421	10.68	10.72	.6436	.9236

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L_0 SEGUN WIEGEL

d/L_0	d/L	$2wd/L$	fanh $2wd/L$	senh $2wd/L$	cosh $2wd/L$	senh	cosh	n	K_8
2230	2446	1.577	.9116	2.218	2.413	10.79	10.84	.6425	.9229
2240	2455	1.542	.9125	2.230	2.444	10.91	10.95	.6416	.9242
2250	2463	1.548	.9134	2.244	2.457	11.02	11.07	.6404	.9245
2260	2472	1.553	.9143	2.257	2.469	11.15	11.19	.6394	.9248
2270	2481	1.559	.9152	2.271	2.481	11.27	11.31	.6383	.9251
2280	2489	1.564	.9161	2.284	2.493	11.39	11.44	.6373	.9254
2290	2498	1.569	.9170	2.297	2.506	11.51	11.56	.6363	.9258
2300	2506	1.575	.9178	2.311	2.518	11.64	11.68	.6353	.9261
2310	2515	1.580	.9186	2.325	2.531	11.77	11.81	.6343	.9264
2320	2523	1.585	.9194	2.338	2.543	11.90	11.93	.6333	.9267
2330	2532	1.591	.9203	2.352	2.556	12.03	12.07	.6323	.9270
2340	2540	1.596	.9211	2.366	2.569	12.15	12.19	.6313	.9273
2350	2549	1.602	.9219	2.380	2.581	12.29	12.33	.6304	.9276
2360	2558	1.607	.9227	2.393	2.594	12.43	12.47	.6294	.9279
2370	2566	1.612	.9235	2.408	2.607	12.55	12.59	.6284	.9282
2380	2575	1.618	.9243	2.422	2.620	12.69	12.73	.6275	.9285
2390	2584	1.623	.9251	2.436	2.634	12.83	12.87	.6265	.9288
2400	2592	1.629	.9259	2.450	2.647	12.97	13.01	.6256	.9291
2410	2601	1.634	.9267	2.464	2.660	13.11	13.15	.6246	.9294
2420	2610	1.640	.9275	2.480	2.674	13.26	13.30	.6236	.9298
2430	2618	1.645	.9282	2.494	2.687	13.40	13.44	.6226	.9301
2440	2627	1.650	.9289	2.508	2.700	13.55	13.59	.6216	.9304
2450	2635	1.656	.9296	2.523	2.714	13.70	13.73	.6209	.9307
2460	2644	1.661	.9304	2.538	2.728	13.85	13.88	.6200	.9310
2470	2653	1.667	.9311	2.553	2.742	14.00	14.04	.6191	.9314
2480	2661	1.673	.9318	2.568	2.756	14.15	14.19	.6182	.9317
2490	2670	1.678	.9325	2.583	2.770	14.31	14.35	.6173	.9320
2500	2679	1.683	.9332	2.599	2.784	14.47	14.51	.6164	.9323
2510	2687	1.689	.9339	2.614	2.798	14.62	14.66	.6155	.9327
2520	2696	1.694	.9346	2.629	2.813	14.79	14.82	.6146	.9330
2530	2705	1.700	.9353	2.645	2.828	14.95	14.99	.6137	.9333
2540	2714	1.705	.9360	2.660	2.842	15.12	15.15	.6128	.9336
2550	2722	1.711	.9367	2.676	2.856	15.29	15.32	.6119	.9340
2560	2731	1.716	.9374	2.691	2.871	15.45	15.49	.6111	.9343
2570	2740	1.722	.9381	2.707	2.886	15.63	15.66	.6102	.9346
2580	2749	1.727	.9388	2.723	2.901	15.80	15.83	.6093	.9349
2590	2757	1.733	.9394	2.739	2.916	15.97	16.00	.6085	.9353
2600	2766	1.738	.9400	2.755	2.931	16.15	16.18	.6076	.9356
2610	2775	1.744	.9406	2.772	2.946	16.33	16.36	.6068	.9360
2620	2784	1.749	.9412	2.788	2.962	16.51	16.54	.6060	.9363
2630	2792	1.755	.9418	2.804	2.977	16.69	16.73	.6052	.9367
2640	2801	1.760	.9425	2.820	2.992	16.88	16.91	.6043	.9370
2650	2810	1.766	.9431	2.837	3.008	17.07	17.10	.6035	.9373
2660	2819	1.771	.9437	2.853	3.023	17.26	17.28	.6027	.9377
2670	2827	1.776	.9443	2.870	3.039	17.45	17.45	.6018	.9380
2680	2836	1.782	.9449	2.886	3.055	17.64	17.67	.6010	.9383
2690	2845	1.788	.9455	2.904	3.071	17.84	17.87	.6002	.9386
2700	2854	1.793	.9461	2.921	3.088	18.04	18.07	.5994	.9390
2710	2863	1.799	.9467	2.938	3.104	18.24	18.27	.5986	.9393
2720	2872	1.804	.9473	2.956	3.120	18.46	18.49	.5978	.9396
2730	2880	1.810	.9478	2.973	3.136	18.65	18.67	.5971	.9400
2740	2889	1.815	.9484	2.990	3.153	18.86	18.89	.5963	.9403
2750	2898	1.821	.9490	3.008	3.170	19.07	19.10	.5955	.9406
2760	2907	1.826	.9495	3.025	3.186	19.28	19.30	.5947	.9410
2770	2916	1.832	.9500	3.043	3.203	19.49	19.51	.5940	.9413
2780	2924	1.837	.9505	3.061	3.220	19.71	19.74	.5932	.9416
2790	2933	1.843	.9511	3.079	3.237	19.93	19.96	.5925	.9420
2800	2942	1.849	.9516	3.097	3.254	20.16	20.18	.5917	.9423
2810	2951	1.854	.9521	3.115	3.272	20.39	20.41	.5910	.9426
2820	2960	1.860	.9526	3.133	3.289	20.62	20.64	.5902	.9430
2830	2969	1.866	.9532	3.152	3.307	20.85	20.87	.5895	.9433
2840	2978	1.871	.9537	3.171	3.325	21.09	21.11	.5887	.9436

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L_0 SEGUN WEGEL

d/L_0	d/L	$2wd/L$	$\tanh \frac{2wd}{L}$	$\sinh \frac{2wd}{L}$	$\cosh \frac{2wd}{L}$	\sinh	\cosh	n	K_g
2850	2981	1.877	.9542	1.190	3.343	21.33	21.33	5180	9440
2860	2996	1.882	.9547	1.209	3.361	21.57	21.59	5173	9441
2870	3005	1.888	.9552	1.228	3.379	21.81	21.84	5166	9446
2880	3014	1.893	.9557	1.246	3.396	22.05	22.07	5159	9449
2890	3022	1.899	.9562	1.264	3.414	22.30	22.32	5152	9452
2900	3031	1.905	.9567	1.284	3.433	22.54	22.57	5145	9456
2910	3040	1.910	.9572	1.303	3.451	22.81	22.83	5138	9459
2920	3049	1.916	.9577	1.323	3.471	23.07	23.09	5131	9463
2930	3058	1.922	.9581	1.343	3.490	23.37	23.35	5124	9466
2940	3067	1.927	.9585	1.362	3.508	23.60	23.62	5117	9469
2950	3076	1.933	.9590	1.382	3.527	23.86	23.88	5110	9473
2960	3085	1.938	.9594	1.402	3.546	24.12	24.15	5104	9476
2970	3094	1.944	.9599	1.422	3.565	24.40	24.42	5097	9480
2980	3103	1.950	.9603	1.441	3.583	24.68	24.70	5090	9483
2990	3112	1.955	.9607	1.462	3.604	24.96	24.98	5084	9486
3000	3121	1.961	.9611	1.483	3.624	25.24	25.26	5077	9490
3010	3130	1.967	.9616	1.503	3.643	25.53	25.55	5071	9493
3020	3139	1.972	.9620	1.524	3.663	25.82	25.83	5064	9496
3030	3148	1.978	.9624	1.545	3.683	26.12	26.14	5058	9499
3040	3157	1.984	.9629	1.566	3.703	26.42	26.44	5051	9502
3050	3166	1.989	.9633	1.587	3.724	26.72	26.74	5045	9505
3060	3175	1.995	.9637	1.609	3.745	27.02	27.04	5039	9509
3070	3184	2.001	.9641	1.630	3.765	27.33	27.35	5032	9512
3080	3193	2.007	.9645	1.651	3.786	27.63	27.66	5026	9515
3090	3202	2.012	.9649	1.673	3.806	27.94	27.96	5020	9518
3100	3211	2.018	.9653	1.694	3.827	28.25	28.30	5014	9522
3110	3220	2.023	.9656	1.716	3.848	28.56	28.61	5008	9525
3120	3229	2.029	.9660	1.738	3.870	28.87	28.93	5001	9528
3130	3239	2.035	.9664	1.760	3.891	29.27	29.28	4995	9531
3140	3248	2.041	.9668	1.782	3.912	29.60	29.62	4989	9535
3150	3257	2.046	.9672	1.805	3.934	29.94	29.96	4983	9538
3160	3266	2.052	.9676	1.828	3.956	30.29	30.31	4977	9541
3170	3275	2.058	.9679	1.851	3.978	30.64	30.65	4972	9544
3180	3284	2.063	.9682	1.873	4.000	30.99	31.00	4966	9547
3190	3294	2.069	.9686	1.896	4.022	31.35	31.37	4960	9550
3200	3303	2.075	.9690	1.919	4.045	31.71	31.72	4955	9553
3210	3311	2.081	.9693	1.943	4.068	32.07	32.08	4949	9556
3220	3321	2.086	.9696	1.966	4.090	32.44	32.46	4943	9559
3230	3330	2.092	.9700	1.990	4.114	32.83	32.84	4937	9562
3240	3339	2.098	.9703	2.014	4.136	33.20	33.22	4932	9565
3250	3349	2.104	.9707	2.038	4.160	33.60	33.61	4927	9568
3260	3357	2.110	.9710	2.061	4.183	33.97	33.99	4921	9571
3270	3367	2.115	.9713	2.083	4.206	34.37	34.38	4916	9574
3280	3376	2.121	.9717	2.105	4.230	34.77	34.79	4910	9577
3290	3385	2.127	.9720	2.128	4.254	35.18	35.19	4905	9580
3300	3394	2.133	.9723	2.150	4.277	35.58	35.59	4900	9583
3310	3403	2.138	.9726	2.174	4.301	35.99	36.00	4894	9586
3320	3413	2.144	.9729	2.200	4.326	36.42	36.43	4889	9589
3330	3422	2.150	.9732	2.224	4.350	36.84	36.85	4884	9592
3340	3431	2.156	.9735	2.249	4.375	37.25	37.27	4878	9595
3350	3440	2.161	.9738	2.274	4.399	37.70	37.72	4873	9598
3360	3449	2.167	.9741	2.300	4.424	38.14	38.15	4868	9601
3370	3459	2.173	.9744	2.326	4.450	38.59	38.60	4863	9604
3380	3468	2.179	.9747	2.351	4.474	39.05	39.06	4858	9607
3390	3477	2.185	.9750	2.378	4.500	39.48	39.49	4853	9610
3400	3486	2.190	.9753	2.403	4.523	39.95	39.96	4848	9613
3410	3495	2.196	.9756	2.429	4.550	40.40	40.41	4843	9616
3420	3504	2.202	.9758	2.456	4.576	40.87	40.89	4838	9619
3430	3514	2.208	.9761	2.482	4.602	41.36	41.37	4833	9621
3440	3523	2.214	.9764	2.509	4.629	41.83	41.84	4828	9623
3450	3532	2.220	.9767	2.537	4.656	42.33	42.34	4824	9626
3460	3541	2.225	.9769	2.565	4.682	42.83	42.84	4819	9629
3470	3551	2.231	.9772	2.602	4.709	43.34	43.35	4815	9632

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L_0 , SEGUN WIEGEL

d/L_0	d/L	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	\sinh	\cosh	n	K_B
.3480	.3560	2.237	.9773	4.629	4.736	43.83	43.86	.5119	.9635
.3490	.3570	2.243	.9777	4.637	4.743	44.37	44.40	.5505	.9638
.3500	.3579	2.249	.9780	4.645	4.751	44.89	44.90	.5501	.9640
.3510	.3588	2.255	.9782	4.713	4.816	43.42	43.43	.5496	.9643
.3520	.3598	2.260	.9785	4.741	4.845	43.85	43.86	.5495	.9646
.3530	.3607	2.266	.9787	4.770	4.873	44.50	44.51	.5487	.9648
.3540	.3616	2.272	.9790	4.798	4.901	47.03	47.04	.5481	.9651
.3550	.3625	2.278	.9792	4.827	4.929	47.59	47.60	.5479	.9654
.3560	.3635	2.284	.9795	4.856	4.957	48.15	48.16	.5474	.9657
.3570	.3644	2.290	.9797	4.885	4.987	48.72	48.73	.5470	.9659
.3580	.3653	2.296	.9799	4.914	5.015	49.29	49.30	.5466	.9662
.3590	.3663	2.301	.9801	4.944	5.044	49.88	49.89	.5461	.9665
.3600	.3672	2.307	.9804	4.974	5.072	50.47	50.48	.5457	.9667
.3610	.3682	2.313	.9806	5.004	5.103	51.08	51.09	.5453	.9670
.3620	.3691	2.319	.9808	5.034	5.132	51.67	51.69	.5449	.9673
.3630	.3700	2.325	.9811	5.063	5.161	52.27	52.28	.5445	.9675
.3640	.3709	2.331	.9813	5.094	5.191	52.89	52.90	.5441	.9677
.3650	.3719	2.337	.9815	5.124	5.221	53.52	53.53	.5437	.9680
.3660	.3728	2.342	.9817	5.155	5.251	54.15	54.16	.5433	.9683
.3670	.3737	2.348	.9819	5.186	5.281	54.78	54.79	.5429	.9686
.3680	.3747	2.354	.9821	5.217	5.312	55.42	55.43	.5425	.9688
.3690	.3756	2.360	.9823	5.248	5.343	56.09	56.10	.5421	.9690
.3700	.3766	2.366	.9825	5.280	5.374	56.76	56.77	.5417	.9693
.3710	.3775	2.372	.9827	5.312	5.406	57.43	57.44	.5413	.9696
.3720	.3785	2.378	.9830	5.345	5.438	58.13	58.14	.5409	.9698
.3730	.3794	2.384	.9832	5.377	5.469	58.82	58.83	.5405	.9702
.3740	.3804	2.390	.9834	5.410	5.502	59.52	59.53	.5402	.9707
.3750	.3813	2.396	.9835	5.443	5.534	60.24	60.25	.5398	.9705
.3760	.3822	2.402	.9837	5.475	5.566	60.95	60.95	.5394	.9707
.3770	.3832	2.408	.9839	5.508	5.598	61.68	61.68	.5390	.9709
.3780	.3841	2.413	.9841	5.541	5.631	62.41	62.42	.5387	.9712
.3790	.3850	2.419	.9843	5.572	5.661	63.13	63.14	.5383	.9714
.3800	.3860	2.425	.9845	5.609	5.697	63.90	63.91	.5380	.9717
.3810	.3869	2.431	.9847	5.643	5.731	64.66	64.67	.5376	.9719
.3820	.3879	2.437	.9848	5.677	5.765	65.45	65.46	.5372	.9721
.3830	.3888	2.443	.9850	5.712	5.798	66.20	66.21	.5369	.9724
.3840	.3898	2.449	.9852	5.746	5.833	67.00	67.01	.5365	.9726
.3850	.3907	2.455	.9854	5.780	5.866	67.80	67.81	.5362	.9728
.3860	.3917	2.461	.9855	5.814	5.900	68.61	68.62	.5359	.9730
.3870	.3926	2.467	.9857	5.850	5.935	69.45	69.46	.5355	.9732
.3880	.3936	2.473	.9859	5.886	5.970	70.28	70.29	.5352	.9735
.3890	.3945	2.479	.9860	5.921	6.005	71.12	71.13	.5349	.9737
.3900	.3955	2.485	.9862	5.957	6.040	71.97	71.98	.5345	.9739
.3910	.3964	2.491	.9864	5.993	6.076	72.83	72.86	.5342	.9741
.3920	.3974	2.497	.9865	6.029	6.112	73.72	73.72	.5339	.9743
.3930	.3983	2.503	.9867	6.066	6.148	74.59	74.59	.5336	.9745
.3940	.3993	2.509	.9869	6.103	6.185	75.48	75.48	.5332	.9748
.3950	.4002	2.515	.9870	6.140	6.221	76.40	76.40	.5329	.9750
.3960	.4012	2.521	.9872	6.177	6.258	77.32	77.32	.5326	.9752
.3970	.4021	2.527	.9873	6.215	6.295	78.24	78.24	.5323	.9754
.3980	.4031	2.532	.9874	6.253	6.332	79.19	79.19	.5320	.9756
.3990	.4040	2.538	.9876	6.290	6.369	80.13	80.12	.5317	.9758
.4000	.4050	2.544	.9877	6.329	6.407	81.12	81.12	.5314	.9761
.4010	.4059	2.550	.9879	6.367	6.445	82.08	82.08	.5311	.9763
.4020	.4069	2.556	.9880	6.406	6.483	83.06	83.06	.5308	.9765
.4030	.4078	2.562	.9882	6.444	6.521	84.07	84.07	.5305	.9766
.4040	.4088	2.568	.9883	6.484	6.561	85.11	85.11	.5302	.9768
.4050	.4098	2.573	.9885	6.523	6.601	86.14	86.14	.5299	.9771
.4060	.4107	2.581	.9886	6.564	6.640	87.17	87.17	.5296	.9772
.4070	.4116	2.586	.9887	6.603	6.679	88.20	88.20	.5293	.9774
.4080	.4126	2.592	.9889	6.644	6.718	89.28	89.28	.5290	.9776
.4090	.4136	2.598	.9890	6.684	6.758	90.39	90.39	.5287	.9778

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L_0 , SEGUN WIEGEL

d/L ₀	d/L	2wd/L	tonh 2wd/L	senh 2wd/L	cosh 2wd/L	senh	cosh	n	K _g
.4100	.4145	2.604	.9991	6.725	6.799	91.44	91.44	-3283	.9790
.4110	.4155	2.610	.9992	6.766	6.839	92.53	92.53	-3282	.9782
.4120	.4164	2.616	.9994	6.806	6.879	93.67	93.67	-3279	.9784
.4130	.4174	2.623	.9995	6.849	6.921	94.83	94.83	-3277	.9786
.4140	.4183	2.629	.9996	6.890	6.963	95.96	95.96	-3274	.9788
.4190	.4193	2.633	.9998	6.932	7.004	97.13	97.13	-3271	.9790
.4160	.4203	2.641	.9999	6.974	7.046	98.30	98.30	-3269	.9792
.4170	.4212	2.647	.9999	7.018	7.088	99.52	99.52	-3266	.9794
.4180	.4222	2.653	.9999	7.060	7.130	100.7	100.7	-3263	.9795
.4190	.4231	2.659	.9999	7.102	7.173	101.9	101.9	-3261	.9797
.4200	.4241	2.665	.9999	7.144	7.215	103.1	103.1	-3258	.9798
.4210	.4251	2.671	.9999	7.190	7.259	104.4	104.4	-3256	.9800
.4220	.4260	2.677	.9999	7.234	7.303	105.7	105.7	-3253	.9802
.4230	.4270	2.683	.9999	7.279	7.349	107.0	107.0	-3251	.9804
.4240	.4280	2.689	.9998	7.323	7.392	108.3	108.3	-3248	.9806
.4250	.4289	2.695	.9999	7.371	7.438	109.7	109.7	-3246	.9808
.4260	.4298	2.701	.9999	7.417	7.479	110.9	110.9	-3244	.9810
.4270	.4308	2.707	.9999	7.457	7.524	112.2	112.2	-3241	.9811
.4280	.4318	2.713	.9999	7.503	7.570	113.6	113.6	-3239	.9812
.4290	.4328	2.719	.9999	7.550	7.614	115.0	115.0	-3237	.9814
.4300	.4337	2.725	.9999	7.595	7.661	116.4	116.4	-3234	.9816
.4310	.4347	2.731	.9999	7.642	7.707	117.8	117.8	-3232	.9818
.4320	.4356	2.737	.9999	7.688	7.753	119.2	119.2	-3230	.9819
.4330	.4366	2.743	.9999	7.735	7.800	120.7	120.7	-3227	.9821
.4340	.4376	2.749	.9998	7.783	7.847	122.2	122.2	-3225	.9823
.4350	.4385	2.755	.9999	7.831	7.893	123.7	123.7	-3223	.9824
.4360	.4395	2.762	.9999	7.880	7.943	125.2	125.2	-3221	.9826
.4370	.4405	2.768	.9999	7.922	7.991	126.7	126.7	-3219	.9828
.4380	.4414	2.774	.9999	7.975	8.035	128.3	128.3	-3216	.9829
.4390	.4424	2.780	.9999	8.026	8.088	129.9	129.9	-3214	.9830
.4400	.4434	2.786	.9999	8.075	8.136	131.4	131.4	-3212	.9832
.4410	.4443	2.792	.9999	8.124	8.183	133.0	133.0	-3210	.9833
.4420	.4453	2.798	.9999	8.175	8.236	134.7	134.7	-3208	.9835
.4430	.4463	2.804	.9999	8.228	8.285	136.3	136.3	-3206	.9836
.4440	.4472	2.810	.9998	8.274	8.334	137.9	137.9	-3204	.9838
.4450	.4482	2.816	.9999	8.326	8.387	139.6	139.6	-3202	.9839
.4460	.4492	2.822	.9999	8.379	8.438	141.4	141.4	-3200	.9841
.4470	.4501	2.828	.9999	8.427	8.486	143.1	143.1	-3198	.9843
.4480	.4511	2.834	.9999	8.481	8.540	144.8	144.8	-3196	.9844
.4490	.4521	2.840	.9999	8.532	8.590	146.6	146.6	-3194	.9846
.4500	.4531	2.847	.9999	8.585	8.643	148.4	148.4	-3192	.9847
.4510	.4540	2.853	.9999	8.638	8.693	150.2	150.2	-3190	.9848
.4520	.4550	2.859	.9999	8.693	8.750	152.1	152.1	-3188	.9849
.4530	.4560	2.865	.9999	8.747	8.804	154.0	154.0	-3186	.9851
.4540	.4569	2.871	.9999	8.797	8.854	155.9	155.9	-3184	.9853
.4550	.4579	2.877	.9999	8.853	8.910	157.7	157.7	-3182	.9853
.4560	.4589	2.883	.9999	8.910	8.965	159.7	159.7	-3181	.9855
.4570	.4599	2.890	.9999	8.965	9.021	161.7	161.7	-3179	.9857
.4580	.4608	2.896	.9999	9.016	9.072	163.6	163.6	-3177	.9858
.4590	.4618	2.902	.9999	9.074	9.129	165.6	165.6	-3175	.9859
.4600	.4628	2.908	.9999	9.132	9.184	167.7	167.7	-3173	.9860
.4610	.4637	2.914	.9999	9.183	9.238	169.7	169.7	-3172	.9862
.4620	.4647	2.920	.9999	9.242	9.294	171.8	171.8	-3170	.9863
.4630	.4657	2.926	.9999	9.301	9.354	173.9	173.9	-3168	.9864
.4640	.4666	2.932	.9999	9.353	9.406	176.0	176.0	-3167	.9865
.4650	.4676	2.938	.9999	9.413	9.466	178.2	178.2	-3165	.9867
.4660	.4686	2.944	.9999	9.472	9.523	180.4	180.4	-3163	.9868
.4670	.4695	2.951	.9999	9.533	9.583	182.6	182.6	-3162	.9869
.4680	.4705	2.957	.9999	9.584	9.638	184.8	184.8	-3160	.9871
.4690	.4715	2.963	.9999	9.647	9.699	187.2	187.2	-3158	.9872
.4700	.4725	2.969	.9999	9.709	9.760	189.5	189.5	-3157	.9873
.4710	.4735	2.975	.9999	9.770	9.821	191.8	191.8	-3155	.9874
.4720	.4744	2.981	.9999	9.826	9.877	194.2	194.2	-3154	.9875

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L. SEGUN WIEGEL

d/L_0	d/L	$2wd/L$	$\text{tanh } 2wd/L$	$\text{sech } 2wd/L$	$\text{cosh } 2wd/L$	sech	cosh	n	K_8
.4730	.4734	2.987	.9949	9.845	9.938	196.3	196.5	.3122	.9676
.4740	.4764	2.993	.9950	9.951	10.00	199.0	199.0	.3150	.9677
.4750	.4774	2.999	.9951	10.01	10.07	201.4	201.4	.3169	.9678
.4760	.4783	3.005	.9951	10.07	10.12	203.9	203.9	.3187	.9680
.4770	.4793	3.012	.9952	10.13	10.18	206.3	206.3	.3196	.9681
.4780	.4803	3.018	.9952	10.20	10.25	209.0	209.0	.3204	.9682
.4790	.4813	3.024	.9953	10.26	10.31	211.7	211.7	.3213	.9683
.4800	.4822	3.030	.9953	10.32	10.37	214.2	214.2	.3221	.9683
.4810	.4832	3.036	.9954	10.39	10.43	216.8	216.8	.3229	.9684
.4820	.4842	3.042	.9955	10.45	10.50	219.5	219.5	.3237	.9687
.4830	.4852	3.049	.9955	10.52	10.57	222.2	222.2	.3245	.9688
.4840	.4862	3.055	.9956	10.59	10.63	225.0	225.0	.3254	.9689
.4850	.4871	3.061	.9956	10.65	10.69	227.8	227.8	.3262	.9690
.4860	.4881	3.067	.9957	10.71	10.76	230.6	230.6	.3270	.9691
.4870	.4891	3.073	.9957	10.78	10.83	233.5	233.5	.3278	.9692
.4880	.4901	3.079	.9958	10.85	10.90	236.4	236.4	.3286	.9693
.4890	.4911	3.086	.9958	10.92	10.96	239.4	239.4	.3294	.9693
.4900	.4920	3.092	.9959	10.99	11.03	242.3	242.3	.3302	.9694
.4910	.4930	3.098	.9959	11.05	11.09	245.2	245.2	.3310	.9697
.4920	.4940	3.104	.9960	11.12	11.16	248.1	248.1	.3318	.9698
.4930	.4950	3.110	.9960	11.19	11.24	251.1	251.1	.3326	.9699
.4940	.4960	3.117	.9961	11.26	11.31	254.1	254.1	.3334	.9700
.4950	.4969	3.122	.9961	11.32	11.37	257.1	257.1	.3342	.9700
.4960	.4979	3.128	.9962	11.40	11.44	260.1	260.1	.3350	.9701
.4970	.4989	3.133	.9962	11.47	11.51	263.1	263.1	.3358	.9702
.4980	.4999	3.141	.9963	11.54	11.59	266.1	266.1	.3366	.9703
.4990	.5009	3.147	.9963	11.61	11.65	269.1	269.1	.3374	.9704
.5000	.5019	3.153	.9964	11.68	11.72	272.0	272.0	.3382	.9705
.5010	.5028	3.159	.9964	11.75	11.80	275.0	275.0	.3390	.9706
.5020	.5038	3.166	.9964	11.83	11.87	278.0	278.0	.3398	.9707
.5030	.5048	3.172	.9965	11.91	11.95	281.0	281.0	.3406	.9708
.5040	.5058	3.178	.9965	11.98	12.02	284.0	284.0	.3414	.9709
.5050	.5067	3.184	.9966	12.05	12.09	287.0	287.0	.3422	.9709
.5060	.5077	3.190	.9966	12.12	12.16	290.0	290.0	.3430	.9710
.5070	.5087	3.196	.9967	12.20	12.24	293.0	293.0	.3438	.9711
.5080	.5097	3.203	.9967	12.28	12.32	296.0	296.0	.3446	.9712
.5090	.5107	3.209	.9968	12.35	12.39	299.0	299.0	.3454	.9713
.5100	.5117	3.215	.9968	12.43	12.47	302.0	302.0	.3462	.9714
.5110	.5126	3.221	.9968	12.50	12.54	305.0	305.0	.3470	.9715
.5120	.5136	3.227	.9969	12.58	12.62	308.0	308.0	.3478	.9715
.5130	.5146	3.233	.9969	12.66	12.70	311.0	311.0	.3486	.9716
.5140	.5156	3.240	.9970	12.74	12.78	314.0	314.0	.3494	.9717
.5150	.5166	3.246	.9970	12.82	12.86	317.0	317.0	.3502	.9718
.5160	.5176	3.252	.9970	12.90	12.94	320.0	320.0	.3510	.9719
.5170	.5185	3.258	.9971	12.98	13.02	323.0	323.0	.3518	.9719
.5180	.5195	3.264	.9971	13.06	13.10	326.0	326.0	.3526	.9720
.5190	.5205	3.270	.9971	13.14	13.18	329.0	329.0	.3534	.9721
.5200	.5215	3.277	.9972	13.22	13.26	332.0	332.0	.3542	.9722
.5210	.5223	3.283	.9972	13.31	13.35	335.0	335.0	.3550	.9723
.5220	.5233	3.289	.9972	13.39	13.43	338.0	338.0	.3558	.9724
.5230	.5244	3.295	.9973	13.47	13.51	341.0	341.0	.3566	.9725
.5240	.5254	3.301	.9973	13.55	13.59	344.0	344.0	.3574	.9725
.5250	.5264	3.308	.9973	13.64	13.67	347.0	347.0	.3582	.9726
.5260	.5274	3.314	.9974	13.73	13.76	350.0	350.0	.3590	.9727
.5270	.5284	3.320	.9974	13.81	13.85	353.0	353.0	.3598	.9727
.5280	.5294	3.326	.9974	13.90	13.94	356.0	356.0	.3606	.9728
.5290	.5304	3.333	.9975	13.99	14.02	359.0	359.0	.3614	.9729
.5300	.5314	3.339	.9975	14.07	14.10	362.0	362.0	.3622	.9730
.5310	.5323	3.345	.9975	14.16	14.19	365.0	365.0	.3630	.9731
.5320	.5333	3.351	.9976	14.25	14.28	368.0	368.0	.3638	.9731
.5330	.5343	3.357	.9976	14.34	14.37	371.0	371.0	.3646	.9732
.5340	.5353	3.363	.9976	14.43	14.46	374.0	374.0	.3654	.9733
.5350	.5363	3.370	.9976	14.52	14.55	377.0	377.0	.3662	.9733

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L_0 , SEGUN WIEGEL

d/L ₀	d/L	2wd/L	1sinh 2wd/L	senh 2wd/L	cosh 2wd/L	senh	cosh	n	K _g
.3360	.3373	3.376	.9977	14.61	14.64	427.7	427.7	.5079	.9934
.3370	.3383	3.382	.9977	14.70	14.73	431.1	431.1	.5078	.9933
.3380	.3393	3.388	.9977	14.79	14.82	434.5	434.5	.5077	.9932
.3390	.3402	3.394	.9977	14.88	14.91	444.0	444.0	.5077	.9934
.3400	.3412	3.401	.9978	14.97	15.01	449.5	449.5	.5076	.9936
.3410	.3422	3.407	.9978	15.07	15.10	453.1	453.1	.5075	.9937
.3420	.3432	3.413	.9978	15.16	15.19	460.7	460.7	.5074	.9938
.3430	.3442	3.419	.9979	15.25	15.29	466.4	466.4	.5073	.9938
.3440	.3452	3.426	.9979	15.35	15.38	472.2	472.2	.5073	.9939
.3450	.3461	3.432	.9979	15.45	15.48	478.1	478.1	.5072	.9940
.3460	.3471	3.438	.9979	15.54	15.58	484.3	484.3	.5072	.9941
.3470	.3481	3.444	.9980	15.64	15.67	490.3	490.3	.5070	.9941
.3480	.3491	3.450	.9980	15.74	15.77	496.4	496.4	.5070	.9942
.3490	.3501	3.456	.9980	15.84	15.87	502.5	502.5	.5069	.9942
.3500	.3511	3.463	.9980	15.94	15.97	508.7	508.7	.5068	.9942
.3510	.3521	3.469	.9981	16.04	16.07	515.0	515.0	.5067	.9942
.3520	.3531	3.475	.9981	16.14	16.17	521.6	521.6	.5067	.9943
.3530	.3541	3.481	.9981	16.24	16.27	528.1	528.1	.5066	.9944
.3540	.3551	3.488	.9981	16.34	16.37	534.8	534.8	.5065	.9944
.3550	.3560	3.494	.9982	16.44	16.47	541.4	541.4	.5065	.9945
.3560	.3570	3.500	.9982	16.54	16.57	548.1	548.1	.5064	.9945
.3570	.3580	3.506	.9982	16.65	16.68	554.9	554.9	.5063	.9946
.3580	.3590	3.512	.9982	16.75	16.78	562.0	562.0	.5063	.9947
.3590	.3600	3.519	.9982	16.85	16.88	569.1	569.1	.5062	.9947
.3600	.3610	3.525	.9983	16.96	16.99	576.1	576.1	.5061	.9947
.3610	.3620	3.531	.9983	17.06	17.09	583.3	583.3	.5061	.9948
.3620	.3630	3.537	.9983	17.17	17.20	590.7	590.7	.5060	.9949
.3630	.3640	3.543	.9983	17.28	17.31	598.0	598.0	.5059	.9949
.3640	.3649	3.550	.9984	17.38	17.41	605.0	605.0	.5059	.9950
.3650	.3659	3.556	.9984	17.49	17.52	612.2	612.2	.5058	.9950
.3660	.3669	3.562	.9984	17.60	17.63	620.8	620.8	.5057	.9951
.3670	.3679	3.568	.9984	17.71	17.74	628.5	628.5	.5057	.9951
.3680	.3689	3.575	.9984	17.82	17.85	636.4	636.4	.5056	.9952
.3690	.3699	3.581	.9985	17.94	17.97	644.3	644.3	.5056	.9952
.3700	.3709	3.587	.9985	18.05	18.08	652.4	652.4	.5055	.9953
.3710	.3719	3.593	.9985	18.16	18.19	660.5	660.5	.5054	.9953
.3720	.3729	3.600	.9985	18.28	18.31	668.8	668.8	.5054	.9954
.3730	.3738	3.606	.9985	18.39	18.42	677.2	677.2	.5053	.9954
.3740	.3748	3.612	.9985	18.50	18.53	685.6	685.6	.5053	.9955
.3750	.3758	3.618	.9986	18.62	18.64	694.3	694.3	.5052	.9955
.3760	.3768	3.624	.9986	18.73	18.76	703.2	703.2	.5052	.9956
.3770	.3778	3.630	.9986	18.85	18.88	711.9	711.9	.5051	.9956
.3780	.3788	3.637	.9986	18.97	19.00	720.8	720.8	.5051	.9957
.3790	.3798	3.643	.9986	19.09	19.12	729.9	729.9	.5050	.9957
.3800	.3808	3.649	.9987	19.21	19.24	739.0	739.0	.5049	.9957
.3810	.3818	3.656	.9987	19.33	19.36	748.1	748.1	.5049	.9958
.3820	.3828	3.662	.9987	19.45	19.48	757.5	757.5	.5048	.9958
.3830	.3838	3.668	.9987	19.58	19.60	767.0	767.0	.5048	.9959
.3840	.3848	3.674	.9987	19.70	19.73	776.7	776.7	.5047	.9959
.3850	.3858	3.680	.9987	19.81	19.84	786.5	786.5	.5047	.9960
.3860	.3867	3.686	.9987	19.94	19.96	796.4	796.4	.5046	.9960
.3870	.3877	3.693	.9988	20.06	20.09	806.5	806.5	.5046	.9960
.3880	.3887	3.699	.9988	20.19	20.21	816.8	816.8	.5045	.9961
.3890	.3897	3.705	.9988	20.32	20.34	827.3	827.3	.5045	.9961
.3900	.3907	3.712	.9988	20.45	20.47	837.1	837.1	.5044	.9962
.3910	.3917	3.718	.9988	20.57	20.60	847.6	847.6	.5044	.9962
.3920	.3927	3.724	.9988	20.70	20.73	858.2	858.2	.5043	.9963
.3930	.3937	3.730	.9989	20.83	20.86	868.9	868.9	.5043	.9963
.3940	.3947	3.737	.9989	20.97	20.99	879.8	879.8	.5043	.9963
.3950	.3957	3.743	.9989	21.10	21.12	890.8	890.8	.5042	.9964
.3960	.3967	3.749	.9989	21.23	21.25	901.9	901.9	.5042	.9964
.3970	.3977	3.755	.9989	21.35	21.37	913.4	913.4	.5041	.9964
.3980	.3987	3.761	.9989	21.49	21.51	925.0	925.0	.5041	.9965

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L₀ SEGUN WIEGEL

d/L_0	d/L	$2wd/L$	$\tanh \frac{2wd}{L}$	$\sinh \frac{2wd}{L}$	$\cosh \frac{2wd}{L}$	senh	cosh	n	K_B
.3990	.3996	3.747	.9999	21.62	21.64	936.5	936.5	.5040	.9965
.6000	.6006	3.774	.9990	21.76	21.78	948.1	948.1	.5040	.9965
.8100	.8106	3.836	.9991	22.17	22.19	1,074	1,074	.5036	.9969
.8320	.8325	3.899	.9993	24.66	24.68	1,217	1,217	.5032	.9972
.8300	.8305	3.961	.9993	26.25	26.27	1,379	1,379	.5029	.9975
.8400	.8404	4.024	.9994	27.93	27.97	1,537	1,537	.5026	.9977
.8500	.8504	4.086	.9994	29.75	29.77	1,771	1,771	.5023	.9980
.8600	.8603	4.149	.9995	31.68	31.69	2,008	2,008	.5021	.9982
.8700	.8703	4.212	.9996	33.73	33.74	2,275	2,275	.5019	.9983
.8800	.8803	4.274	.9996	35.90	35.92	2,579	2,579	.5017	.9985
.8900	.8902	4.337	.9997	38.23	38.24	2,923	2,923	.5015	.9987
.7000	.7003	4.400	.9997	40.71	40.72	3,314	3,314	.5013	.9988
.7100	.7102	4.462	.9997	43.34	43.35	3,737	3,737	.5012	.9989
.7200	.7202	4.525	.9998	46.14	46.15	4,218	4,218	.5011	.9990
.7300	.7302	4.588	.9998	49.13	49.14	4,828	4,828	.5010	.9991
.7400	.7401	4.650	.9999	52.31	52.32	5,473	5,473	.5009	.9992
.7500	.7501	4.713	.9999	55.70	55.71	6,204	6,204	.5008	.9993
.7600	.7601	4.776	.9999	59.30	59.31	7,034	7,034	.5007	.9994
.7700	.7701	4.839	.9999	63.15	63.16	7,976	7,976	.5006	.9995
.7800	.7801	4.902	.9999	67.24	67.25	9,042	9,042	.5005	.9996
.7900	.7901	4.964	.9999	71.60	71.60	10,250	10,250	.5003	.9996
.8000	.8001	5.027	.9999	76.24	76.24	11,620	11,620	.5004	.9996
.8100	.8101	5.090	.9999	81.19	81.19	13,180	13,180	.5004	.9996
.8200	.8201	5.153	.9999	86.44	86.44	14,940	14,940	.5003	.9997
.8300	.8301	5.215	.9999	92.05	92.05	17,340	17,340	.5003	.9997
.8400	.8400	5.278	1.000	98.01	98.01	19,210	19,210	.5003	.9997
.8500	.8500	5.341	1.000	104.4	104.4	21,780	21,780	.5002	.9998
.8600	.8600	5.404	1.000	111.1	111.1	24,690	24,690	.5002	.9998
.8700	.8700	5.467	1.000	118.3	118.3	28,000	28,000	.5002	.9998
.8800	.8800	5.529	1.000	126.0	126.0	31,750	31,750	.5002	.9998
.8900	.8900	5.592	1.000	134.2	134.2	36,000	36,000	.5002	.9998
.9000	.9000	5.655	1.000	142.9	142.9	40,810	40,810	.5001	.9999
.9100	.9100	5.718	1.000	152.1	152.1	46,290	46,290	.5001	.9999
.9200	.9200	5.781	1.000	162.0	162.0	52,470	52,470	.5001	.9999
.9300	.9300	5.844	1.000	172.3	172.3	59,500	59,500	.5001	.9999
.9400	.9400	5.906	1.000	183.7	183.7	67,470	67,470	.5001	.9999
.9500	.9500	5.969	1.000	195.6	195.6	76,490	76,490	.5001	.9999
.9600	.9600	6.032	1.000	203.5	203.5	86,740	86,740	.5001	.9999
.9700	.9700	6.095	1.000	222.8	222.8	98,350	98,350	.5001	.9999
.9800	.9800	6.158	1.000	236.1	236.1	111,500	111,500	.5001	.9999
.9900	.9900	6.220	1.000	251.4	251.4	126,500	126,500	.5000	1.0000
1.000	1.000	6.283	1.000	267.7	267.7	143,400	143,400	.5000	1.0000

VALORES DE LAS FUNCIONES DE d/L_0 , SEGUN WIEGEL

BIBLIOGRAFIA

1. - MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES
VOL. A 2.13 HIDRAULICA MARITIMA
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ELECTRICAS, C.F.E.
MEXICO, 1983.

2. - INGENIERIA DE CONSTAS
ROBERTO BUSTAMANTE AHUMADA
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA I.P.N.

3. - CALCULO DE REFRACCION DE OLEAJE Y EXPERIMENTO NUMERICO
DE OLEAJE.
(PROGRAMACION DE REFRACCION DE OLEAJE)
50. CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA DE HIDRAULICA PORTUARIA
PUERTOS MEXICANOS.
MEXICO 1992.