



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**ASPECTOS TECNICOS DE LA VALUACION  
DE RESERVAS DE VIDA INDIVIDUAL**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:**  
**A C T U A R I O**  
**P R E S E N T A:**  
**LUIS RAFAEL ALAMILLA ALDAZABA**

**DIRECTOR DE TESIS:**  
**ACT. JORGE OCHOA UGALDE**



**MEXICO, D. F.**

**1994**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco infinitamente a mis padres: **LUIS ALAMILLA MARTINEZ** e **IRMA ALDAZABA VELEZ** por mantenerme siempre en el camino de la superación y el reto constante, ya que gracias a ellos estoy logrando uno de los tantos éxitos que habremos de compartir.

A mis hermanos **JAINÉ, ALVARO** y **LAURA** por estar siempre unidos en los momentos difíciles de la vida y seguir luchando por mantener en alto nuestro espíritu.

A mis amigos y familiares que me alentaron siempre cuando mi ánimo empezaba a decaer.

Al Act. Jorge Ochoa Ugalde por destinar su tiempo a la revisión y dirección de este trabajo.

A mis sinodales: M. en C. Virginia Abrín Batule.  
M. en C. Elisa Viso Gurovich.  
M. en D. Alejandro Mina Valdez.  
Mat. Agustín Cano Garcés.

Al Grupo COPRA S.A. de C.V. por las facilidades y atenciones que me brindaron.

**ASPECTOS TECNICOS DE LA VALUACION  
DE RESERVAS DE VIDA INDIVIDUAL**

# I N D I C E

	pag.
Prólogo	1
Introducción	2
1.- Marco Legal.	4
2.- Primas.	12
2.1 Primas netas	13
2.2 Primas de tarifa	21
3.- Reservas.	25
3.1 Reserva matemática	27
- Reservas terminales retrospectivas	31
- Reservas terminales prospectivas	33
- Reservas modificadas	38
- Método Año Temporal Preliminar Completo	42
- Método de Zillmer	49
3.2 Valores garantizados	52
- Reserva de planes saldados	53
- Reserva de planes prorrogados	55
3.3 Reserva de beneficios adicionales	58
- Beneficios por incapacidad	58
- Beneficios por muerte accidental	61
3.4 Reserva de dividendos	63
4.- Auditorías actuariales	69
Anexo 1: Tabla de Mortalidad Experiencia Mexicana Ultima 82-89	76
Anexo 2: Tabla de Invalidez de Cueto.	80
Anexo 3: A.1.1. y A.1.2. del Cuaderno de Valuación de la CNSF.	82
Bibliografía.	95

## PROLOGO.

La rapidez con la que se mueve el mercado de dinero ha ocasionado que constantemente se estén buscando nuevos planes de seguros acordes con la economía existente y la constante búsqueda por mantener el poder adquisitivo del individuo. Dicha búsqueda ocasiona que la información generada sea muy dispersa y en algunas ocasiones difusa, razón por la cual se vuelve necesario compendiarla y dirigirla hacia la actividad específica que realizamos día con día para lograr nuestros objetivos y metas previamente establecidos.

El mercado asegurador está evolucionando constantemente y ocasiona que muchas de las actividades que intervienen en el proceso del seguro se realizan por experiencia, sin estar debidamente documentadas y comentadas, de manera que los nuevos elementos en las instituciones no cuentan con una base teórica de la cual partir y dependen de la habilidad de los más experimentados para recibir los conocimientos necesarios para realizar su labor, sabiendo que esto repercute en tiempo y dinero.

La valuación de reservas es una de esas actividades que cuenta con información básica de los elementos que la componen pero que carece de la información necesaria para comprender los demás procesos que se realizan alrededor de ella y que son igualmente importantes para las compañías de seguros que deben saber con toda precisión sus pasivos y las implicaciones que acarrea el no constituir una reserva correctamente, además de cumplir con la obligación que marcan las autoridades correspondientes. Este trabajo intenta compendiar toda la información que a mi juicio se requiere para comprender la valuación de reservas, enfocándonos muy particularmente hacia los tópicos estrictamente necesarios para su comprensión y los procesos que intervienen en ella, así como la interpretación de los resultados obtenidos y la explotación al máximo de la información accesible, por lo que se evitará extenderse mas allá de lo necesario en los temas que se pueden estudiar en los libros ya existentes.

## INTRODUCCION

El objeto de la valuación es conocer en un momento dado el pasivo de la compañía originado por las reservas de cada una de las pólizas de seguros que estén en vigor. Esto implica la necesidad de contar con un archivo que contenga los datos necesarios para identificar plenamente cada una de las pólizas vigentes. Este archivo debe actualizarse periódicamente en forma tal que al término de cada proceso de actualización refleje la situación real de la cartera de pólizas. Debe tenerse especial cuidado en que cada vez que se efectúe un proceso de actualización del archivo se produzca un reporte en donde se indiquen todos los movimientos que se efectuaron, tanto para fines estadísticos como para comprobación de movimientos (seguro practicado). De cualquier forma, el archivo debe estar debidamente clasificado para tener acceso al dato en el menor tiempo posible. La forma más adecuada es la clasificación por plan, número de póliza y tipo de moneda en orden progresivo.

La valuación de reservas es la suma de las reservas de todas las pólizas en vigor, sean éstas:

- Pólizas cuya última prima pagada cubre hasta la fecha de valuación.
- Pólizas cuya última prima vencida y no pagada no tiene más de 30 días a la fecha de valuación.
- Pólizas que se encuentran en:
  - Préstamo automático.
  - Seguro saldado.
  - Seguro prorrogado.

Teóricamente la reserva en la fecha de valuación debe ser la reserva exacta que corresponde a una póliza de seguro según el plazo transcurrido desde la emisión hasta la fecha de valuación. Este concepto supone que cada póliza en vigor tendría que considerarse en forma individual respecto a su fecha de emisión, lo cual complicaría enormemente la valuación de reservas. Para simplificar lo anterior, se utiliza generalmente el sistema de valuación de reservas medias. Mediante este sistema se supone que la fecha de emisión promedio de las pólizas es el 1<sup>ro.</sup> de Julio de cada año, por lo que la reserva al 31 de Diciembre para cada póliza, será la reserva del año  $t+1/2$  según el año de emisión.

La reserva para el año  $t+1/2$  se obtiene aproximadamente interpolando linealmente entre las reservas terminales para el año  $t$  y el año  $t+1$ , considerándose en la interpolación la prima

del año  $t+1$ . La suma de las reservas medias de las pólizas nos da una buena estimación de la reserva que debe existir en la fecha de valuación.

La reserva es función básicamente del plan, del año de emisión y de la edad del asegurado en la emisión. Por lo general se tienen calculados los factores de reservas medias por unidad de suma asegurada correspondientes a cada una de las combinaciones posibles de los parámetros mencionados. En carteras muy numerosas es conveniente agrupar los datos de todas aquellas pólizas expedidas bajo condiciones similares de año de emisión, plan y edad, antes de aplicar el factor de reserva media, aplicándose éste al total de suma asegurada del grupo constituido. En esta forma el problema de la valuación se reducirá a multiplicar el factor de reserva media registrado por cada póliza, según el año de valuación, por la suma asegurada, sumándose y clasificándose los datos de pólizas en la forma acostumbrada.

## 1.- MARCO LEGAL

Como sabemos, el mercado de los seguros está regulado por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, las cuales interpretan las leyes y emiten los reglamentos necesarios para su buen funcionamiento, sanidad y transparencia de los negocios, así como la salvaguarda de los intereses de los asegurados, además de regular la entrega de información para dar el seguimiento correspondiente y detectar algunas desviaciones en materia de reservas e inversiones que pudieran lesionar las economías de las compañías aseguradoras y por tanto la de sus asegurados.

De lo anterior se desprende que la reglamentación es estricta en todas las operaciones de las compañías de seguros, y por tal motivo se mencionan algunos de los artículos de la Ley General De Instituciones Y Sociedades Mutualistas de Seguros que afectan directamente a la obligación de las Compañías de Seguros a constituir entre otras, las Reservas Matemáticas y de Dividendos, las cuales se incluyen en este trabajo.

(Art. 10. y 20.) Todas las compañías de seguros quedan sujetas a las disposiciones de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, siendo la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) el órgano competente para interpretar, aplicar y resolver todo cuanto se refiere a las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, con apoyo de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF), del Banco de México o de algún otro organismo o dependencia en razón de la naturaleza de los casos que lo ameriten, además de procurar un desarrollo equilibrado del sistema asegurador, y una competencia sana entre las Instituciones de Seguros que lo integran.

(Art. 80.) Se consideran seguros para las operaciones de vida, los que tengan como base del contrato, riesgos que puedan afectar la persona del asegurado en su existencia. Se considerarán comprendidos dentro de estas operaciones los beneficios adicionales que, basados en la salud o en accidentes personales, se incluyan en pólizas regulares de seguros de vida.

(Art. 34) Las Instituciones de Seguros entre otras cosas podrán realizar las operaciones siguientes:

II Constituir e invertir las reservas previstas en la ley.

III Administrar las sumas que por concepto de dividendos o indemnizaciones les confien los asegurados o sus beneficiarios.

(Art. 35) La actividad de las Instituciones de Seguros entre otras cosas estará sujeta a lo siguiente:

XII El importe de los préstamos con garantía de las reservas matemáticas de primas, no excederá de la reserva terminal correspondiente.

(Art. 36) Las instituciones de seguros deberán realizar las operaciones de seguros y reaseguros, debiendo ajustarse al cumplimiento de lo dispuesto en las fracciones de este artículo en materia de coberturas; planes; tarifas de primas y extraprimas; los procedimientos para calcular las tablas de valores garantizados; las reservas por riesgos peligrosos o anormales y por cláusulas adicionales; el porcentaje de utilidad a repartir entre los asegurados; los recargos por costos de adquisición y administración; así como para determinar el dividendo y bonificaciones que corresponda a cada asegurado; las condiciones de colocación; documentos relacionados con la oferta, solitud y contratación de seguros o derivada de esta; contratos para ceder riesgos en reaseguro y bases para el cálculo de primas y reservas:

I Ser suficientes para garantizar el cumplimiento de las obligaciones que contraigan esas instituciones con los asegurados.

II Las estipulaciones que contengan los contratos en las diversas operaciones y ramos de seguros, así como el importe de las primas y extraprimas, su devolución y el pago de dividendos o bonificaciones en las pólizas en que se contrate ese beneficio, se aplicarán sin excepción a todos los riesgos de la misma clase.

III La seguridad de las operaciones.

IV La adecuada selección de riesgos en la contratación de seguros, así como para la cesión y aceptación de reaseguro.

Las instituciones de seguros deberán presentar ante la CNSF, para efectos de registro y vigilancia, los documentos y demás elementos a que se hace mención en el primer párrafo de este artículo, cuando menos treinta días hábiles antes de su utilización o puesta en operación. La citada Comisión dentro de los treinta días hábiles siguientes a la fecha de recepción de dichos documentos y elementos, podrá ordenar modificaciones o correcciones, cuando a su juicio no se cumpla con lo establecido en este artículo, prohibiendo su utilización hasta en tanto no se lleven a cabo las modificaciones o correcciones que ordene; de no

hacerlo así, se entenderá que no existe inconveniente para su utilización.

(Art. 46) Las instituciones de seguro deberán constituir las siguientes reservas técnicas:

- I Reservas de riesgos en curso.
- II Reservas para obligaciones pendientes de cumplir.
- III Reservas de previsión.
- IV Las demás previstas en esta ley.

(Art. 47) Las reservas de riesgos en curso que deberán constituir las instituciones por los seguros o reaseguros que practiquen serán:

I Para los seguros de vida en los cuales la prima sea constante y la probabilidad de siniestro creciente con el tiempo, la reserva matemática de primas correspondientes a las pólizas en vigor en el momento de la valuación, calculada de acuerdo con los métodos actuariales que mediante reglas de carácter general, autorice la SHCP.

En ningún caso la reserva matemática de primas será menor de la que resulte de aplicar el método llamado "Año Temporal Preliminar".

II Para los seguros de vida temporales a un año, la parte de la prima neta no devengada a la fecha de valuación, dentro del período de cada año en vigor.

V Para otros planes de seguros que tengan características especiales, los que establezcan beneficios adicionales, y los que se contraten con personas que tengan ocupación peligrosa o pobreza de salud al suscribir el contrato, las que determine la SHCP mediante reglas de carácter general.

Las tablas de mortalidad, invalidez y morbilidad, así como la tasa máxima de interés compuesto que, en su caso, deban usarse para calcular las reservas de riesgos en curso, serán las que determine la SHCP mediante reglas de carácter general.

(Art. 48) Cuando alguno o algunos de los valores que se garanticen en una póliza sean mayores que la reserva terminal respectiva, se ajustarán las reservas de acuerdo con los procedimientos actuariales que para tal efecto autorice la CNSF.

(Art. 49) Si durante dos años consecutivos, el interés medio neto percibido de las inversiones de una institución de seguros que deba constituir reserva matemática de primas, resulta ser inferior al tipo de interés usado para el cálculo de sus reservas, dicha institución, para efectos de la valuación de sus pólizas ajustará sus reservas de acuerdo con los procedimientos actuariales que para tal caso autorice la CNSF.

(Art. 50) Las reservas para obligaciones pendientes de cumplir serán:

I Por pólizas vencidas, por siniestros ocurridos, y por repartos periódicos de utilidades el importe total de las sumas que deba desembolsar la institución, al verificarse la eventualidad prevista en el contrato, debiendo estimarse conforme a las bases siguientes:

a) Para las operaciones de vida, las sumas aseguradas en las pólizas respectivas con los ajustes que procedan, de acuerdo con las condiciones del contrato. En obligaciones pagaderas a plazos, el valor presente de los pagos futuros, calculado al tipo de interés que fije la SHCP. Tratándose de rentas, el monto de las que estén vencidas y no se hayan cobrado.

II Por siniestros ocurridos y no reportados, las sumas que autorice anualmente la CNSF, considerando la experiencia de siniestralidad de la institución y las estimaciones que esta hubiere hecho de siniestros en los que tenga evidencias y razonables posibilidades de responsabilidad para la misma

(Art. 51) La reserva de previsión se constituirá con las cantidades que resulten de aplicar un porcentaje que no será superior al 3 % a las primas emitidas durante el año, deduciendo las cedidas por concepto de reaseguro, para las operaciones de vida; ni superior al 10 % a las primas correspondientes a las pólizas expedidas durante el año deduciendo las cedidas por concepto de reaseguro, las devoluciones y las cancelaciones, para las demás operaciones. La SHCP, determinará el porcentaje aplicable en los términos del presente artículo, mediante reglas de carácter general, tomando en cuenta el análisis estadístico de la siniestralidad registrada en años anteriores.

(Art. 57) El importe total de las reservas técnicas previstas en esta ley y el de la reserva para fluctuaciones de valores, con excepción del importe que representen los activos que la SHCP no considere computables para los efectos de este artículo, deberán mantenerse en los renglones de activo que dicha

Secretaría determine, mediante reglas de caracter general, de acuerdo con las siguientes bases:

I Hasta un 50 % de las reservas computables, en depósitos con interés en la institución u organismo del sector público que determine la SHCP.

II Hasta un 25 % de dichas reservas computables en los bienes, valores, créditos y otros renglones de activos que señale la SHCP. Este porcentaje podrá elevarse reduciendo, en su caso, el correspondiente a los depósitos que establece la fracción anterior. En todo caso la suma de dichos depósitos y los activos a que esta fracción se refiere, no podrán exceder del 75 % de las reservas computables de las instituciones.

III No menos de un 25 % de las reservas computables podrá mantenerse en bienes, valores, créditos y demás activos, sin más limitaciones que las establecidas por esta ley o por disposiciones de carácter general expedidas conforme a la misma.

(art. 73) Sin perjuicio de que en los supuestos y términos previstos en esta Ley se afecten la reserva para fluctuaciones de valores, la de previsión, la parte acumulada de la de riesgos catastróficos, la de siniestros ocurridos y no reportados y, en su caso las reservas técnicas especiales a que se refiere el artículo 52, cuando una institución de seguros presente déficit en las reservas de riesgos en curso o para obligaciones pendientes de cumplir, la CNSF podrá autorizar su reconstitución mediante aportaciones de los accionistas, aplicación de recursos patrimoniales o afectación de las reservas primeramente mencionadas.

La CNSF, podrá autorizar también que se proceda a modificar temporalmente las bases de valuación de la reserva matemática de primas a que se refiere la fracción I del artículo 47, tomando en cuenta la experiencia en mortalidad, el rendimiento de las inversiones y la posibilidad de que la institución pueda cumplir con los valores garantizados de sus pólizas.

La aprobación que, en su caso, otorgue la CNSF, quedará sujeta al cumplimiento del plan que se haya establecido para reponer las cantidades dispuestas de las reservas o para constituir la reserva matemática de primas conforme a las bases originales.

Mediante la expedición de las Reglas para la Inversión de las Reservas Técnicas de las Instituciones y Sociedades

Mutualistas de Seguros y de la Reserva Para Fluctuaciones de Valores de las Instituciones de Seguros se busca que el sector asegurador a través de los recursos que generan sus operaciones, participe de manera corresponsable y más activa en el desarrollo económico del país y contribuya a satisfacer los requerimientos financieros que nuestra economía demanda, ya que los recursos derivados de sus reservas técnicas son permanentes y, por consiguiente, susceptibles de canalizarse a inversiones de largo plazo.

Mediante las reglas mencionadas anteriormente se establece que las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros deberán invertir los recursos provenientes de sus reservas técnicas y de la reserva para fluctuaciones de valores, en términos que les permitan mantener condiciones adecuadas de seguridad, rentabilidad y liquidez apropiadas al destino previsto para cada tipo de recursos.

En estas condiciones se determina como base neta de inversión el resultado de la suma de las reservas técnicas y la reserva para fluctuaciones de valores, deduciendo los activos y conceptos no computables señalados en el artículo 58 de la Ley de la materia y distribuyéndola en inversión obligatoria y libre en las proporciones del 30 % y 70%, respectivamente.

Bajo este esquema se pretende promover a través de los diferentes instrumentos de inversión, afines al destino propio de tales recursos, el apoyo financiero que demandan los diversos sectores de la economía y, a la vez, propiciar para las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros una rentabilidad adecuada, que les permita el respaldo necesario para hacer frente a sus responsabilidades derivadas del ejercicio de su actividad.

Las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros deberán determinar su base neta de inversión con cifras al último día de marzo, junio, septiembre y diciembre de cada año. Las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros podrán solicitar a la CNSF en cualquier momento, la reducción de su base neta de inversión como resultado del abatimiento en la reserva para obligaciones pendientes de cumplir por siniestros y vencimientos.

A fin de que las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros mantengan el adecuado equilibrio en las inversiones de recursos a corto plazo y largo plazo, así como que éstos guarden la debida relación respecto a la naturaleza de los pasivos que los generaron, conforme a lo dispuesto por el art. 57, fracción

VII, inciso b) de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, el importe de la base neta de inversión de las reservas técnicas y el de la reserva para fluctuaciones de valores, correspondiente al régimen de inversión libre, a que se refieren las presentes reglas, deberá canalizarse a instrumentos denominados a corto plazo conforme a las siguientes proporciones:

- Para Obligaciones Pendientes de cumplir	100
- De Riesgo en Curso	50
- Para Fluctuaciones de Valores	50
- Matemática	50
- De Previsión	50
- Especial de Contingencias	50
- De Riesgos Catastróficos	50

Para los efectos de estas reglas se entiende como inversión a corto plazo la igual o menor a un año, en el concepto que para determinar el plazo deberá considerarse el número de días que deban transcurrir para que el instrumento de inversión alcance su redención o amortización.

Las reservas técnicas y demás pasivos que se originen con motivo de la contratación de seguros de vida denominados en moneda extranjera y pagaderos en moneda nacional, deberán invertirse en valores denominados en moneda extranjera que emita el Gobierno Federal al tipo de cambio libre o que estén registrados en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios que lleva la Comisión Nacional de Valores y cuyo pago se fije al tipo de cambio libre.

La reglamentación del incremento periódico de las reservas técnicas de las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros tienen por propósito que estas las mantengan actualizadas en proporción a las operaciones realizadas, de manera que durante todo el ejercicio cuenten con los recursos necesarios para garantizar sus responsabilidades y con vista a que su monto se incremente gradual y oportunamente conforme a la estimación del que deban alcanzar las propias reservas al 31 de diciembre de cada año.

A fin de cumplir con ese objetivo, se ha determinado que trimestralmente las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros deberán de calcular los incrementos de sus reservas técnicas, lo cual dará mayor eficacia a su inversión y refuerza el control de la solvencia de las aseguradoras, con objeto de mantenerlas en condiciones adecuadas de seguridad y liquidez ante las posibles desviaciones a que están sujetas.

La reserva matemática para los seguros de vida en los cuales la prima sea constante y la probabilidad de siniestro creciente con el tiempo, deberá incrementarse por periodos trimestrales, con base en procedimientos actuariales universalmente aceptados que contengan los mismos elementos de las notas técnicas registradas ante la CNSF.

Por lo que se refiere a la reserva para seguros de vida temporales a un año, se deberá calcular con base en la prima neta no devengada en el período correspondiente.

Tratándose de la reserva para los seguros de supervivencia con temporalidad menor o igual a un año, la reserva se constituirá con el total de las prima neta más los intereses devengados en el trimestre correspondiente, a la tasa de interés utilizada en la determinación de la prima.

Para efectos de control de los incrementos de la reserva matemática, las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros deberán formular trimestralmente la estimación del seguro practicado sobre bases actuariales registradas ante la CNSF. Dicha información deberán presentarla ante la propia Comisión dentro de los primeros veinte días siguientes al finalizar el trimestre que corresponda, salvo por lo que hace al último de ellos cuya información deberá entregarse a más tardar el 30 de enero de cada año, en el que el seguro practicado deberá formularse sobre bases reales.

La reserva para beneficios adicionales y extraprimas, se debe constituir trimestralmente en forma proporcional a la reserva anual del ejercicio; los incrementos y cancelaciones del ejercicio se determinarán con base en la experiencia de la Institución o Sociedad Mutualista de Seguros.

La reserva para dividendos sobre pólizas del seguro de vida inversión se constituirá trimestralmente, con base en la prima devengada en el período respectivo, teniendo en cuenta la mortalidad ocurrida y la proporción de gastos erogados.

Por lo que hace a la reserva para dividendos sobre las demás pólizas de seguro de vida, se estimará trimestralmente sobre bases actuariales registradas ante la CNSF, de acuerdo a la prima devengada en período respectivo, a la mortalidad ocurrida y a la proporción de gastos erogados.

## 2.- PRIMAS

La prima es la cantidad de dinero que la persona asegurada paga a la compañía de seguros por una póliza de seguro de vida. La prima puede consistir en un solo pago, pero habitualmente consiste en una prima anual pagadera ya sea de por vida o por un término limitado de años, dependiendo de la clase de póliza. Una póliza puede también pagarse en forma semestral, trimestral, mensual o anual según sean las necesidades del asegurado.

Los elementos que intervienen en el cálculo de las primas para una póliza de seguro de vida son: la tasa de mortalidad, la tasa de interés y la tasa de gastos. Los dos primeros elementos, la tasa de mortalidad y la tasa de interés determinan el importe de la prima neta. Si añadimos a la prima anterior las cantidades que se consideren necesarias para cubrir gastos y en el caso de las compañías por acciones la utilidad, obtenemos la prima de tarifa, que es la prima pagada por el asegurado. El importe total añadido a la prima neta es el recargo.

## 2.1 PRIMAS NETAS.

La prima neta es aquella que en conjunto será suficiente para pagar todas las reclamaciones, bajo la suposición de que las muertes tienen lugar exactamente de acuerdo con la tabla de mortalidad adoptada como base para el cálculo, y de que las primas netas serán invertidas de manera que rindan la tasa de interés que se supone en los cálculos. La prima neta contempla para el pago del producto de la póliza, como reclamaciones por muerte, por vencimiento como un dotal o en caso de rescate. No provee para los gastos de operación o para contingencias. Sin embargo, si como suele suceder, las suposiciones hechas acerca de las futuras tasas de mortalidad e interés son conservadoras, se producirán "utilidades", las cuales estarán disponibles para otros fines tales como gastos, contingencias y reembolsos o dividendos a los tenedores de pólizas. Teóricamente, sin embargo, la prima neta provee sólo para los beneficios contractuales de la póliza.

En el caso de que las pólizas sean con participación, la tabla de mortalidad y la tasa de interés usada para el cálculo de la prima neta se escogerán ambas sobre una base que permita algún margen. Se usará una tabla de mortalidad que muestre tasas más altas de mortalidad que las realmente esperadas, y una tasa de interés supuesta que sea menor que la tasa considerada como probable a ganarse. El importe del recargo para los gastos y las contingencias normalmente será conservador, esto no quiere decir que se está sobrecargando al asegurado, sino que se hace un ajuste anual por medio del pago de los dividendos, lo cual resulta en un "costo neto" que corresponde aproximadamente a la experiencia real de la compañía en relación con la mortalidad, el interés y los gastos.

En el caso de las pólizas sin participación, la prima a pagar es el costo real para el asegurado puesto que no hay reembolso o dividendos. Por lo tanto, debe calcularse sobre una base realista, esto es, con suposiciones en cuanto a la mortalidad, el interés y los gastos que reflejan con bastante aproximación la experiencia esperada en los tres aspectos. Algún margen de seguridad debe considerarse en las suposiciones usadas en el cálculo de las primas para las pólizas sin participación, pero la competencia evita el uso de márgenes excesivos. En todo plan de seguro de vida los beneficios, en caso de vida, fallecimiento o una combinación de ambos debe ser muy bien definidos, es decir, cuales son en cualquier momento las obligaciones de la compañía de seguros frente a los asegurados,

ya sea en caso de sobrevivencia o de fallecimiento, y del mismo modo para el asegurado.

Supongamos que una persona de 30 años se asegura en un plan temporal 10 años por 30,000 unidades. Este tipo de seguro prevee el pago de la suma asegurada al final del año en el cual fallezca el asegurado, siempre y cuando este ocurra dentro del período pactado (10 años). En caso de sobrevivencia del asegurado no se efectuará pago alguno.

Para calcular la prima que debe pagar, tenemos que combinar los elementos de mortalidad e interés compuesto, por el momento ignoramos los costos administrativos y los retiros.

En nuestro ejemplo emplearemos como bases técnicas la tabla de mortalidad Experiencia Mexicana 82-89 y la tasa de interés técnico del 6 % (ver anexo 1).

Para nuestro cálculo consideraremos que todo un grupo de personas de 30 años compra un seguro temporal a 10 años. Comenzamos con  $l_{30}$  personas, de los cuales  $d_{30}$  fallecen durante el primer año del seguro. Quedan  $l_{31}$  y así continuamos hasta el fin de los contratos.

Los costos de la compañía de seguros para los  $l_{30}$  contratos son los siguientes:

EDAD x	VIVOS $l_x$	MUERTOS $d_x$	SINIESTROS $30,000 \cdot d_x$	VALOR ACTUAL $30,000 \cdot d_x \cdot v^{x-29}$
30	9,784	19	570,000	537,735.85
31	9,765	20	600,000	533,997.86
32	9,745	21	630,000	528,960.15
33	9,724	22	660,000	522,781.82
34	9,702	23	690,000	515,608.14
35	9,679	24	720,000	507,571.59
36	9,655	26	780,000	518,744.55
37	9,629	27	810,000	508,204.02
38	9,602	29	870,000	514,951.66
39	9,573	30	900,000	502,555.30
40	9,543			
T O T A L E S			7,230,000	5,191,110.94

El valor actual de los beneficios futuros para una persona de 30 años está dado por:

$$\frac{30,000 ( v d_{30} + v^2 d_{31} + \dots + v^{10} d_{39} )}{1_{30}} = \frac{5,191,110.94}{9,784} = 530.57$$

$$PU = 530.57$$

Este es el monto que una persona de 30 años debe pagar a la compañía de seguros al inicio del contrato del seguro temporal 10 años con base en la tabla de mortalidad Experiencia Mexicana 82-89 y con la tasa de interés técnico del 6 %. Es decir, la prima neta única es igual a: 530.57 .

Ahora deducamos la prima neta anual (P) para este tipo de contrato de seguro.

Acabamos de descontar las responsabilidades que la compañía de seguros debe esperar por pago de siniestros. Es decir, obtuvimos el llamado "valor actual de los beneficios futuros". Descantamos ahora el ingreso de primas esperado por la compañía al mismo punto en el tiempo. Obtenemos de esta manera el "valor actual de las primas futuras". Lógicamente tenemos que igualar estos dos valores.

Para ilustrar esto, calcularemos la prima neta anual para nuestro seguro temporal.

EDAD	VIVOS	VALOR ACTUAL DE LAS PRIMAS
x	lx	P * $v^{x-30} l_x$
30	9,784	P * 9,784.00
31	9,765	P * 9,212.26
32	9,745	P * 8,673.02
33	9,724	P * 8,164.46
34	9,702	P * 7,684.89
35	9,679	P * 7,232.71
36	9,655	P * 6,806.39
37	9,629	P * 6,403.83
38	9,602	P * 6,024.41
39	9,573	P * 5,666.24
40	9,543	
<b>T O T A L</b>		<b>P * 75,652.21</b>

Igualando los valores de beneficios y primas futuras:

$$5,191,110.94 = P * 75,652.21$$

$$P = 68.62$$

A pesar de que el principio de equivalencia, es decir, "valor actual de los beneficios futuros = valor actual de las primas futuras", se puede aplicar de manera general para determinar las primas netas ofreciéndonos una relación simple para calcular primas, su aplicación en la práctica requiere de muchos cálculos, razón por la cual se definen los valores conmutados.

$$D_x = v^x * l_x$$

$$C_x = v^{x+1} * d_x$$

$$N_x = D_x + D_{x+1} + \dots + D_{w-1}$$

$$M_x = C_x + C_{x+1} + \dots + C_{w-1}$$

donde w es la última edad, es decir,  $l_w = 0$ .

- Prima neta única:

$$PU = 30,000 \frac{M_{30} - M_{40}}{D_{30}} = 30,000 \frac{1,867.966 - 1,567.514}{17,034.065}$$
$$= 529.15$$

- Prima neta anual:

$$P * \frac{N_{30} - N_{40}}{D_{30}} = 30,000 \frac{M_{30} - M_{40}}{D_{30}}$$

Despejando:

$$P = 30,000 * \frac{M_{30} - M_{40}}{N_{30} - N_{40}} = 30,000 \frac{1,867.966 - 1,567.514}{267,934.403 - 136,218.766}$$
$$= 68.43$$

Nota: la diferencia de estos resultados con los obtenidos anteriormente sin utilizar los valores conmutados se debe a que en las tablas los,  $l_x$  y  $dx$  se redondean para tener individuos completos.

En el caso de primas anuales pagaderas durante  $k$  años, obtenemos el valor actual de las primas siguientes

$$P * \ddot{a}_{x:k} = \text{VALOR ACTUAL DE LAS PRIMAS}$$

En el caso de primas pagaderas  $m$  veces al año, tenemos:

$$P * m \ddot{a}_{x:k}^{(m)} = \text{VALOR ACTUAL DE LA PRIMAS}$$

Recordemos que  $\ddot{a}_{x:k}^{(m)}$  es el valor actual de una renta temporal anticipada de  $1/m$  al inicio de cada período de un  $m$ -ésimo de año, durante un total de  $k$  años.

La suma asegurada de un seguro de vida entera se pagará al beneficiario al fallecimiento del asegurado. La prima neta única para este beneficio se representa por  $A_x$  y se obtiene de la siguiente manera:

$$l_x * A_x = Vd_x + V^2d_{x+1} + \dots + V^nd_{x+n-1} + \dots$$

$$A_x = \frac{Vd_x + V^2d_{x+1} + \dots + V^nd_{x+n-1} + \dots}{l_x}$$

multiplicando por  $\frac{v^x}{v^x}$

$$A_x = \frac{v^{x+1}d_x + v^{x+2}d_{x+1} + \dots}{v^x l_x}$$

$$A_x = \frac{C_x + C_{x+1} + \dots}{D_x} = \frac{M_x}{D_x}$$

La prima neta anual pagadera durante la vigencia del seguro está dada por:

$$P * \ddot{a}_x = A_x$$

$$P * \frac{N_x}{D_x} = \frac{M_x}{D_x}$$

$$P = \frac{M_x}{N_x}$$

La prima neta anual pagadera durante k años está dada por:

$$kP \overline{\ddot{a}}_{x:k} = A_x$$

$$kP * \frac{N_x - N_{x+k}}{D_x} = \frac{M_x}{D_x}$$

$$kP = \frac{M_x}{N_x - N_{x+k}}$$

La prima neta anual pagadera  $m$  veces al año está dada por:

$$P^{(m)} * m * \ddot{a}_x^{(m)} = A_x$$

$$P^{(m)} * m \left( \ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m} \right) = A_x$$

$$P^{(m)} * m \left( \frac{N_x}{D_x} - \frac{m-1}{2m} \right) = \frac{M_x}{D_x}$$

$$P^{(m)} = \frac{M_x}{m \left( D_x \left( \frac{N_x}{D_x} - \frac{m-1}{2m} \right) \right)}$$

$$P^{(m)} = \frac{M_x}{m \left( N_x - D_x \frac{m-1}{2m} \right)}$$

La prima neta anual pagadera  $m$  veces al año durante  $k$  años está dada por:

$${}_k P^{(m)} * m * \ddot{a}_{x:k}^{(m)} = A_x$$

$${}_k P^{(m)} * m * \left( \ddot{a}_{x:k} - \frac{m-1}{2m} \left( 1 - \frac{D_{x+k}}{D_x} \right) \right) = \frac{M_x}{D_x}$$

$${}_k P^{(m)} = \frac{M_x}{m \left( N_x - N_{x+k} - \frac{m-1}{2m} (D_x - D_{x+k}) \right)}$$

Si combinamos un seguro temporal n años con un seguro de capital diferido (dotal puro) de n años obtenemos el llamado seguro dotal mixto, es decir, este seguro prevee el pago del beneficio en los casos siguientes:

- a) Si el asegurado fallece dentro del período de n años (seguro temporal).
- b) Si el asegurado sobrevive el período de n años (seguro dotal).

La prima neta única se representa por  $A_{x:\overline{n}|}$

$$A_{x:\overline{n}|} = A'_{x:\overline{n}|} + {}_nE_x$$

$$A_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$A_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

La prima neta anual pagadera durante la vigencia del seguro está dada por:

$$P * \ddot{s}_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|}$$

$$P = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

## 2.2 PRIMAS DE TARIFA.

La prima comercial o de tarifa es el monto de dinero que el tenedor de la póliza paga a la compañía de seguros para el seguro. La prima de tarifa se puede considerar básicamente como la prima neta más un recargo para gastos, utilidades y eventualidades.

$$\begin{array}{l} \text{PRIMA} \\ \text{COMERCIAL} = \end{array} \begin{array}{l} \text{PRIMA} \\ \text{NETA} \end{array} + \text{GASTOS}$$

Estos son, en un contexto general, las principales componentes de la prima comercial.

Para determinar primas comerciales adecuadas de un plan particular de seguro, la compañía debe analizar cuidadosamente además de sus gastos otros factores:

- requerimientos legales
- tasas de interés y mortalidad (bases técnicas para el cálculo de la prima comercial)

Nuestro objetivo no es desarrollar fórmulas complicadas para obtener primas comerciales teóricamente exactas, puesto que ello nos obligaría a considerar un sinfín de parámetros, el costo para su determinación no se justifica en la práctica. En todo caso, debemos estar en condiciones de obtener las fórmulas para las primas comerciales aplicando el principio de equivalencia en las diferentes situaciones.

$$\begin{array}{l} \text{VALOR ACTUAL} \\ \text{DE LAS PRIMAS} = \end{array} \begin{array}{l} \text{VALOR ACTUAL DE} \\ \text{LOS BENEFICIOS} \end{array}$$

o dicho de otro modo:

$$\begin{array}{l} \text{VALOR ACTUAL} \\ \text{DE LOS INGRESOS} \\ \text{DEL ASEGURADOR} = \end{array} \begin{array}{l} \text{VALOR ACTUAL} \\ \text{DE LOS EGRESOS} \\ \text{DEL ASEGURADOR} \end{array}$$

Para el cálculo de las primas comerciales se toman generalmente en consideración los siguientes gastos:

TIPO DE GASTO	APLICACION EN LA PRIMA COMO:
Adquisición	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Porcentaje de la prima para el primer año.</li> <li>- Monto por unidad de seguro para el primer año</li> <li>- Monto fijado por póliza para el primer año.</li> </ul>
Comisión de agentes	- Porcentaje de las primas para cada año póliza (se asume que todas las compensaciones son en función de las primas pagadas).
Administración (conservación)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Porcentaje de las primas para cada año póliza</li> <li>- Monto fijo por póliza para cada año (para pagos limitados este factor se reduce al final del período de pago de primas).</li> </ul>

Para ejemplificar esto, tenemos un seguro de vida entera por 10,000 unidades para una persona de 30 años. La prima neta se basa en la tabla de mortalidad Experiencia Mexicana 82-89 al 6% . Los gastos de la compañía de seguros para esta póliza son:

	PRIMER AÑO	RENOVACION
Comisión de agentes	50 % de prima	5 % de primas (2 <sup>o</sup> a 10 <sup>o</sup> . año)
Gastos administrativos	11% de suma asegurada	2.5 % de suma asegurada

Representamos la prima comercial con T (tarifa). Si usamos el principio de equivalencia "valor actual de los ingresos = valor actual de los egresos", obtenemos:

$$x = 30$$

$$S = 10,000$$

$$\begin{aligned}
T_x * \ddot{a}_x &= S * A_x && \text{beneficio del seguro} \\
&+ .5 * T_x && \text{comisión agentes 1er. año} \\
&+ .05 * T_x * a_{x:9} && \text{comisión agentes 2o.-10o año.} \\
&+ .011 * S && \text{gasto administrativo 1er. año} \\
&+ .0025 * S * a_x && \text{gasto administrativo renovaciones.}
\end{aligned}$$

despejando  $T_x$  en la ecuación tenemos:

$$T_x = \frac{A_x S + .011 S + .0025 S a_x}{\ddot{a}_x - .5 - .05 a_{x:9}}$$

donde:

$$\ddot{a}_x = 1 + a_x$$

$$a_{x:9} = \ddot{a}_{x:10} - 1$$

$$T_x = S * \frac{A_x + .011 + .0025 (\ddot{a}_x - 1)}{\ddot{a}_x - .5 - .05 (\ddot{a}_{x:10} - 1)}$$

$$T_x = S * \frac{A_x + .0085 + .0025 \ddot{a}_x}{\ddot{a}_x - .05 \ddot{a}_{x:10} - .45}$$

evaluando para  $x = 30$  tenemos:

$$A_x = \frac{M_{30}}{D_{30}} = \frac{1,867.966}{17,034.065} = 0.10966$$

$$\ddot{a}_{30} = \frac{N_{30}}{D_{30}} = \frac{267,934.403}{17,034.065} = 15.72933$$

$$\ddot{a}_{30:10} = \frac{N_{30} - N_{40}}{D_{30}} = \frac{267,934.403 - 136,218.766}{17,034.065} = 7.73248$$

$$T_{30} = 10,000 \frac{0.10966 + 0.0085 + (0.0025 * 15.72933)}{15.72933 - (0.05 * 7.73248) - 0.45}$$

$$= 10,000 \frac{0.15748}{14.89270} = 105.75$$

### 3.- RESERVAS.

En el plan de prima nivelada las primas netas son justamente suficientes , en conjunto y sobre la base de las tasas de mortalidad e interés supuestas, para pagar todas las reclamaciones por muerte según van venciendo. El total de las primas netas pagadas cada año son, al menos por un tiempo, mayores que el importe de las reclamaciones por muerte, creándose así un fondo con los pagos excedentes y con los intereses sobre los mismos. El fondo así formado de los pagos excedentes acumulados se llama técnicamente la reserva de la póliza o simplemente la reserva. Sin ella las primas futuras en el plan de prima nivelada serían insuficientes. El mantenimiento de este fondo es una parte necesaria del plan de prima nivelada.

Debe hacerse notar, particularmente, que la reserva se acumula con base en las tasas de mortalidad supuestas (o tabulares), y no sobre la base de la mortalidad realmente experimentada. Si, como será habitualmente el caso, las reclamaciones por muerte reales son más bajas que las supuestas y para las cuales se proveyó en la prima neta, la diferencia es una "ganancia de la mortalidad", la cual aumentará el fondo de superávit de la compañía hasta que se distribuya entre los asegurados o accionistas como dividendos.

Cuando un asegurado fallece, la reserva con respecto a su póliza se "libera" y viene a formar parte del importe a pagar. El "seguro" o "riesgo" real, está constantemente reduciéndose, y el costo del seguro cada año en el plan de prima neta nivelada es, por lo tanto, determinado no por la suma total asegurada sino por la cantidad neta en riesgo, es decir, la diferencia entre la suma total asegurada y la reserva. Este principio de un importe a riesgo que va reduciéndose, con el correspondiente "seguro" decreciente, es fundamental para el sistema de prima nivelada y es la razón por la cual resulta práctico el proporcionar un seguro para la vida entera sin aumentar el costo anual a una cantidad prohibitiva en las edades avanzadas.

La reserva puede ser explicada desde otro punto de vista. Cuando una póliza es emitida, el valor actual de todas las primas netas es igual al valor actual del beneficio prometido en la póliza, es decir, el pago de la suma asegurada a la muerte. En cualquier tiempo después de la fecha de emisión, el entonces valor actual del resto de las primas netas será menor que a la fecha de emisión, puesto que quedan menos primas a ser pagadas, mientras que el valor del seguro ha aumentado porque la edad de los asegurados ha aumentado y la fecha de pago se ha acelerado.

En cualquier tiempo después de la fecha de emisión de la póliza, la diferencia entre el valor aumentado del seguro y el valor disminuido de las primas netas futuras, debe ser suplida por los fondos en existencia; de otra manera, la compañía no podrá cubrir su obligación. La diferencia o fondos en existencia constituye la reserva.

### 3.1 RESERVA MATEMATICA

A manera de ejemplo crearemos una tabla de ingresos/egresos para un seguro dotal mixto a 5 años con 1,000 asegurados iniciales de edad 30, cada uno con una suma asegurada de 10,000 unidades y tomando como bases técnicas la tabla Experiencia Mexicana 82-89 al 6% .

Obtendremos el fondo que tendría la compañía al final de cada año por concepto de primas, intereses y pago de siniestros, obteniendo una columna de fondo per cápita al final de cada año:

$$P = \frac{M_{30} - M_{35} + D_{35}}{N_{30} - N_{35}} = \frac{1,867.966 - 1,715.397 + 12,592.759}{267,934.403 - 192,166.646}$$

$$= 0.168216$$

fin del año t	$l_{x+t}$	${}_tF$	${}_tF/l_{x+t} = {}_tV_x * 10,000$ fondos per cápita
0	1,000	0.00	0.00
1	998	1,763,686.66	1,767.11
2	996	3,628,874.71	3,643.32
3	994	5,601,306.90	5,635.67
4	992	7,687,236.67	7,751.84
5	989	9,893,195.05	10,000.00

Los fondos se obtuvieron de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} {}_0F &= 0 \\ {}_1F &= (10,000 * P * l_x + {}_0F) (1 + i) - 10,000 * d_x \\ {}_2F &= (10,000 * P * l_{x+1} + {}_1F) (1 + i) - 10,000 * d_{x+1} \\ {}_3F &= (10,000 * P * l_{x+2} + {}_2F) (1 + i) - 10,000 * d_{x+2} \\ {}_4F &= (10,000 * P * l_{x+3} + {}_3F) (1 + i) - 10,000 * d_{x+3} \\ {}_5F &= (10,000 * P * l_{x+4} + {}_4F) (1 + i) - 10,000 * d_{x+4} \end{aligned}$$

El fondo per cápita en cualquier tiempo t se obtiene dividiendo  ${}_tF$  entre  $l_{x+t}$ . Este fondo individual lo representamos por  $10,000 * {}_tV_x$  (  ${}_tV_x$  es el fondo individual por unidad de suma

asegurada) y lo llamamos RESERVA TERMINAL correspondiente al fin del año  $t$  del seguro.

El total de las reservas para todas las pólizas individuales en vigor en cualquier fecha representa la principal obligación de una compañía de seguros de vida.

Este es el significado esencial de las llamadas "RESERVAS".

Para preparar el camino para efectuar un completo análisis del concepto reserva es recomendable profundizar las investigaciones en nuestro ejemplo.

En primer lugar observemos que  ${}_tF = l_{x+t} * {}_tV_x * 10,000$ .

Por lo tanto obtenemos la fórmula recursiva:

$$\begin{aligned} l_{x+t+1} * S * {}_{t+1}V_x &= (S l_{x+t} P + {}_tF) (1+i) - S d_{x+t} \\ &= (S l_{x+t} P + l_{x+t} {}_tV_x S) (1+i) - S d_{x+t} \\ &= S ({}_tV_x + P) l_{x+t} (1+i) - S d_{x+t} \end{aligned}$$

entre  ${}_tV_x$  y  ${}_{t+1}V_x$  en donde  $S$  es la suma asegurada (en nuestro ejemplo  $S = 10,000$  y  $t = 0, 1, \dots, 5$ ).

Si dividimos ambas partes de la ecuación entre  $S$  y sumamos  $d_{x+t}$  obtenemos:

$$l_{x+t} * ({}_tV_x + P) (1 + i) = l_{x+t+1} * {}_{t+1}V_x + d_{x+t}$$

La fórmula significa que la reserva inicial del año  $t+1$  para un grupo de  $l_{x+t}$  personas más los respectivos intereses de un año alcanza justo para efectuar los pagos de 1 a cada uno de los  $d_{x+t}$  fallecidos durante el año y para poner la nueva reserva terminal de  ${}_{t+1}V_x$  para cada uno de los  $l_{x+t+1}$  sobrevivientes.

${}_tV_x$  es la RESERVA TERMINAL al final del año  $t$  del seguro;  ${}_{t-1}V_x + P$  es la RESERVA INICIAL; es decir, la reserva al inicio del año  $t$  justo después de haber sido abonada la prima del año.

La RESERVA MEDIA se define como el promedio de las reservas inicial y terminal de un determinado año.

Observemos la fórmula desde otro punto de vista. Para esto dividimos ambas partes entre  $l_{x+t}$ :

$$\begin{aligned}({}_tV_x + P) (1 + i) &= \frac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}} \quad {}_{t+1}V_x + \frac{d_{x+t}}{l_{x+t}} \\ &= P_{x+t} * {}_{t+1}V_x + q_{x+t} \\ &= (1 - q_{x+t}) {}_{t+1}V_x + q_{x+t}\end{aligned}$$

$$({}_tV_x + P) (1 + i) = {}_{t+1}V_x + q_{x+t} (1 - {}_{t+1}V_x)$$

Observamos que  $1 - {}_{t+1}V_x$  es la CANTIDAD NETA EN RIESGO por unidad asegurada en el año  $t+1$  del seguro.

Si despejamos P obtenemos la descomposición de la prima neta anual:

$$P = \underbrace{V * \frac{{}_{t+1}V_x - {}_tV_x}{l_{x+t}}}_{SP_t \text{ componente de ahorro}} + \underbrace{V * \frac{q_{x+t} (1 - {}_{t+1}V_x)}{l_{x+t}}}_{RP_t \text{ componente de riesgo}}$$

La separación de la prima neta anual en una parte de "ahorro" y en otra de "riesgo", se puede interpretar de la manera siguiente: las reservas  ${}_tV_x$  son la acumulación de las componentes de ahorro más los intereses compuestos correspondientes, las componentes de riesgo cubren los siniestros ocurridos, es decir:

$${}_tV_x = r SP_{t-1} + r^2 SP_{t-2} + \dots + r^t SP_0$$

$$\text{para } t = 0, 1, 2, \dots \quad y \quad r = (1 + i)$$

Para demostrar esto observamos que para  $t = 0$  vale la relación:

$$SP_0 = V \cdot {}_1V_x - {}_0V_x = V \cdot {}_1V_x$$

$$\text{y por consiguiente: } {}_1V_x = \frac{1}{V} SP_0 = r * SP_0$$

$$\text{para } t = 1 \text{ tenemos: } SP_1 = V \cdot {}_2V_x - {}_1V_x$$

$$\text{y por consiguiente: } {}_2V_x = r * SP_1 + r \cdot {}_1V_x = r SP_1 + r^2 SP_0 ,$$

etc.

Para ilustrarlo regresemos a nuestro seguro dotal mixto 5 años con suma asegurada 10,000 unidades y preparamos una nueva tabla descomponiendo la prima neta anual en las componentes de ahorro y de riesgo:

t	10,000 ${}_tV_x$	$SP_t$	$RP_t$	P
0	0.00	1,667.08	15.08	1,682.16
1	1,767.11	1,669.98	12.18	1,682.16
2	3,643.32	1,673.35	8.81	1,682.16
3	5,635.67	1,677.39	4.77	1,682.16
4	7,751.84	1,682.16	0	1,682.16
5	10,000.00			

Observamos que  $P = SP_t + RP_t$  salvo errores de redondeo.

Para verificar nuestro resultado calculamos la reserva terminal  ${}_5V_x$  :

$$\begin{aligned} {}_5V_x &= 10,000 \\ &= SP_0 * r^5 + SP_1 * r^4 + SP_2 * r^3 + SP_3 * r^2 + SP_4 * r \\ &= 2,230.93 + 2,108.31 + 1,992.99 + 1,884.72 + 1,783.09 \\ &= 10,000.00 \end{aligned}$$

**- RESERVAS TERMINALES RETROSPECTIVAS**

Hemos obtenido las reservas terminales calculadas de un año para el siguiente, aplicando la siguiente relación:

$$l_{x+t} (tV_x + P) (1+i) = l_{x+t+1} * {}_{t+1}V_x + d_{x+t}$$

Para calcular el valor  ${}_tV_x$  directamente, es decir, sin necesidad de calcular paso por paso todas las reservas anteriores hasta el año  $t-1$ , debemos modificar la fórmula de recursión para  ${}_tV_x$  como sigue:

$${}_{t+1}V_x = \frac{l_{x+t} (tV_x + P)}{V * l_{x+t+1}} - \frac{d_{x+t}}{l_{x+t+1}}$$

usando valores conmutados:

$${}_{t+1}V_x = \frac{D_{x+t}}{D_{x+t+1}} (tV_x + P) - \frac{C_{x+t}}{D_{x+t+1}}$$

Para  $t = 0$  :

$${}_1V_x = \frac{D_x}{D_{x+1}} (0 + P) - \frac{C_x}{D_{x+1}} = P \frac{D_x}{D_{x+1} D_{x+1}} - \frac{C_x}{D_{x+1}}$$

Para  $t = 1$  :

$$\begin{aligned} {}_2V_x &= \frac{D_{x+1}}{D_{x+2}} \left( P \frac{D_x}{D_{x+1}} - \frac{C_x}{D_{x+1}} + P \right) - \frac{C_{x+1}}{D_{x+2}} \\ &= P \frac{D_x + D_{x+1}}{D_{x+2}} - \frac{C_x + C_{x+1}}{D_{x+2}} \end{aligned}$$

etc.

$${}^tV_x = P \frac{D_x + D_{x+1} + \dots + D_{x+t-1}}{D_{x+t}} - \frac{C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+t-1}}{D_{x+t}}$$

$$= P \frac{N_x - N_{x+t}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+t}}{D_{x+t}}$$

$$= \left( P \frac{N_x - N_{x+t}}{D_x} - \frac{M_x - M_{x+t}}{D_x} \right) \frac{D_x}{D_{x+t}}$$

$${}^tV_x = \underbrace{\frac{D_x}{D_{x+t}} P \overline{a_{x:t}}}_{\text{valor acumulado de las primas al final de año } t} - \underbrace{\frac{D_x}{D_{x+t}} \overline{A_{x:t}}}_{\text{valor acumulado de los beneficios al final del año } t}$$

resumiendo este resultado tenemos:

RESERVA	=	VALOR ACUMULADO	VALOR ACUMULADO
TERMINAL		DE LAS PRIMAS	DE LOS BENEFICIOS
		NETAS RECIBIDAS	PAGADOS

De esta manera se pueden calcular las reservas mirando la experiencia pasada, las reservas así calculadas se llaman RESERVAS RETROSPECTIVAS y se representan por  ${}^tV_x^{RET}$ .

**- RESERVAS TERMINALES PROSPECTIVAS**

Existe otro método para calcular las reservas. Si postulamos que:

VALOR ACUMU- LADO DE LAS PRIMAS NETAS RECIBIDAS (VPR)	+	VALOR ACTUAL DE LAS PRIMAS NETAS FUTURAS (VPF)	=	VALOR ACUMU- LADO DE LOS BENEFICIOS + PAGADOS (VBP)	+	VALOR ACTUAL DE LOS BENEFICIOS FUTUROS (VBF)
---	---	---	---	---	---	--

obtenemos

$$(VPR) - (VBP) = (VBF) - (VPF)$$

donde "(VPR) - (VBP)" se refieren al pasado y "(VBF) - (VPF)" se refieren al futuro, y por consiguiente se las llama RESERVAS PROSPECTIVAS y se representan por  ${}_tV_x^{PRO}$ .

$${}_tV_x^{RET.} = (VPR) - (VBP) = (VBF) - (VPF) = {}_tV_x^{PRO}$$

A título de ejercicio verificaremos la relación:

$${}_tV_x^{RET.} = {}_tV_x^{PRO} \quad \text{para nuestro seguro dotal mixto 5 años.}$$

Ya hemos calculado:

$${}_tV_x^{RET.} = \frac{D_x}{D_{x+t}} (P \ddot{a}_{x:t} - A_{x:t}) \quad 0 \leq t \leq 5$$

en donde

$$P = \frac{M_x - M_{x+5} + D_{x+5}}{N_x - N_{x+5}}$$

$${}_tV_x^{PRO.} = A_{x+t:5-t} - P \ddot{a}_{x+t:5-t}$$

valor actual de los beneficios futuros al final del año t

valor actual de las primas futuras al final del año t

$${}^tV_x^{\text{RET.}} = \frac{D_x}{D_{x+t}} \left( \frac{M_x - M_{x+5} + D_{x+5}}{N_x - N_{x+5}} * \frac{N_x - N_{x+t}}{D_x} - \frac{M_x - M_{x+t}}{D_x} \right)$$

$${}^tV_x^{\text{PRO.}} = \frac{M_{x+t} - M_{x+5} + D_{x+5}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+5} + D_{x+5}}{N_x - N_{x+5}} * \frac{N_{x+t} - N_{x+5}}{D_{x+t}}$$

$${}^tV_x^{\text{RET.}} - {}^tV_x^{\text{PRO.}} = \frac{1}{D_{x+t}} (P(N_x - N_{x+t} + N_{x+t} - N_{x+5}) - M_x + M_{x+t} - M_{x+t} + M_{x+5} - D_{x+5})$$

Quando el cálculo se realiza suponiendo que todas las pólizas tienen forma de pago anual y la valuación es el 31 de diciembre, la reserva debe corregirse en las pólizas con prima fraccionada, disminuyendo las primas fraccionadas que no completan la anualidad en la fecha de valuación (primas netas diferidas):

$${}_{t+1/2}V^{(m)} = {}_{t+1/2}V - F - \frac{P}{m}$$

donde:

- F = 1 para semestrales con emisión de julio a diciembre  
para trimestrales con emisión de abril a junio  
para mensuales con emisión de febrero
- F = 2 para trimestrales con emisión de julio a septiembre  
para mensuales con emisión de marzo
- F = 3 para trimestrales con emisión de octubre a diciembre  
para mensuales con emisión de abril
- F = 4, 5, ..., 11 para mensuales con emisión de mayo, junio,  
..., diciembre

RESERVA	RESERVA	PRIMAS NETAS
MATEMÁTICA =	TOTAL	- DIFERIDAS

El comportamiento de las reservas es el siguiente:

- Para cualquier póliza, la reserva terminal del año 0 es igual a cero.

- Para seguros temporales, la reserva terminal al final del seguro es igual a cero. Esto se debe a que la totalidad de las primas netas ha sido utilizada para pagar los siniestros (los fallecimientos). La compañía no garantiza beneficios adicionales después del vencimiento del seguro. La reserva terminal de un seguro temporal crece desde el inicio del seguro hasta llegar a un máximo, en una fecha cercana a la mitad de la duración pactada, para luego decrecer hasta llegar a cero al final del seguro. El monto de la reserva terminal no es nunca muy elevado en comparación con el monto del seguro.

- Para seguros mixtos la reserva terminal al final del seguro (en la fecha en que vence el capital diferido) es igual al valor que la compañía tiene que pagar en tal fecha. La reserva terminal de un seguro mixto crece desde cero al inicio del seguro hasta alcanzar el valor del capital diferido al vencimiento del período.

Algunas pólizas de seguro prevén un período de primas inferior a la duración del seguro, como por ejemplo el seguro de vida entera con pago de primas durante 20 años. Para estas pólizas, la reserva terminal crecerá más rápido durante el período de primas que en el período posterior.

Una de las principales responsabilidades de un Actuario es el fijar las bases técnicas para el cálculo de las reservas de su compañía. Una mala selección puede traer para la compañía muy graves consecuencias. En este sentido, resulta algunas veces de mucha ayuda el poder determinar por adelantado el comportamiento que tendrían las reservas si se modifican las suposiciones de mortalidad y/o interés. Sin embargo, a pesar de que el efecto de tales modificaciones sobre las primas netas puede ser fácilmente analizado, muchas veces resulta imposible cuantificar su efecto sobre las reservas. Nuestras consideraciones se dirigen sólo hacia los seguros con reservas crecientes (se excluyen los seguros temporales).

a) Interés. En caso de que las reservas sean crecientes y que la tabla de mortalidad sea la misma para todos los cálculos, obtenemos una regla general para el efecto que una modificación de la tasa de interés tendría sobre las reservas: un incremento de la tasa de interés produce un decrecimiento de las reservas.

La lógica de esta regla se puede reconocer observando la reserva de un seguro de vida entera; esta reserva se debe ir acumulando hasta llegar a la suma asegurada al final de la tabla de mortalidad. De esta manera es fácil comprender que cuanto mayor sea la tasa de interés, menor tendrá que ser el monto de la reserva para acumular la suma asegurada en el mismo período de tiempo.

Ejemplo: reservas terminales por millar para un seguro de vida entera sobre una persona de 25 años con base en la misma tabla de mortalidad pero con diferentes intereses técnicos:

FIN AÑO	RESERVAS TERMINALES		
	4%	5%	6%
5	41.11	32.92	26.45
10	90.32	74.00	60.81
20	213.55	182.90	156.94
30	363.47	323.87	288.80
40	525.86	485.00	447.32
50	674.66	639.29	605.49

La siguiente tabla nos da los porcentajes aproximados en que se reducen las reservas de nuestro ejemplo en función del respectivo aumento de la tasa de interés:

FIN AÑO	PORCENTAJE DE REDUCCION DE LA RESERVA TERMINAL	
	4% A 5%	4% A 6%
5	20 %	36 %
10	18 %	33 %
20	14 %	27 %
30	11 %	21 %
40	8 %	15 %
50	5 %	10 %

Observamos de esta tabla que los mayores porcentajes de decrecimiento en las reservas, debido a un aumento de la tasa de interés se obtienen en los primeros años del seguro. En la práctica se aplica con frecuencia a carteras de seguros de vida la regla siguiente: un incremento del 1% en la tasa de interés produce un decrecimiento del 10% en las reservas.

b) Mortalidad. El resultado en las reservas de una modificación de la tabla de mortalidad difícilmente se puede medir en crecimientos o decrecimientos absolutos. Esto se debe, sobre todo, a que una tabla de mortalidad puede mostrar tasa de mortalidad más alta para unas edades y más baja para otras frente a otra tabla de mortalidad. Por consiguiente, las reservas pueden decrecer para unos planes y edades y crecer para otros. Un estudio sobre el comportamiento de las reservas bajo distintas suposiciones de mortalidad parece indicar que no es el nivel de la mortalidad el que determina el monto de las reservas sino, más bien, la tasa de cambio de la mortalidad de año en año. Cuanto mayor sea el declive en la curva de mortalidad, mayor será la reserva. Se conoce, sin embargo, la regla siguiente: un crecimiento constante de la tasa de mortalidad produce un decrecimiento en las reservas, y un decrecimiento constante de la tasa de mortalidad produce un crecimiento en las reservas (siempre que las reservas sean crecientes con el tiempo).

## - RESERVAS MODIFICADAS

Anteriormente se discutió la necesidad de recargar las primas netas P para cubrir los gastos operativos de la compañía de seguros. De modo general llamaremos "recargo" a la diferencia entre la prima comercial T y la prima neta P; si representamos el recargo con la letra G (para gastos) tenemos:

$$T = P + G$$

El recargo G es un monto constante que se añade cada año a la prima neta. Sin embargo, sabemos de la práctica que los gastos de la compañía por póliza no son iguales a través de los años. En efecto, ellos son más pesados en el primer año de seguro.

El problema que le crea el gasto mayor de primer año a una compañía de seguros lo podemos ver con el ejemplo de una póliza de vida entera para un asegurado de 30 años. Las bases técnicas que utilizamos para los cálculos son la Tabla de Mortalidad Experiencia Mexicana Última 82-89 al 6%. Al hacer los cálculos correspondientes obtenemos:

P = 6.97 ‰	(prima neta)
T = 10.57 ‰	(prima de tarifa)
E = 16.29 ‰	(total gastos 1er. año)

( E = 50% T + 11% = comisión de agentes + gastos administ.)

Como es de nuestro conocimiento, necesitamos la totalidad de la prima neta P para cubrir el costo del seguro (beneficio de muerte) y para acumular las reservas necesarias. Es decir, no nos queda nada de la prima neta para ayudarnos a pagar los gastos operativos. Si vemos a la prima comercial, observamos que nuestro recargo anual es igual a  $G = T - P = 3.60 ‰$ , lo cual es netamente insuficiente para cubrir los gastos de primer año de 16.29 ‰ (nos falta 12.69 ‰). Si además la compañía debe acumular la reserva terminal del primer año, obtenemos la cuenta de ingresos y egresos siguiente (evaluación al principio del primer año):

prima de tarifa	10.57 %	= T
gastos 1er. año	- 16.29 %	= E
siniestros 1er. año	- 1.83 %	= $\frac{C_{30}}{D_{30}}$
reserva ${}_1V$ evaluada al inicio del 1er. año	- 5.20 %	= $V * {}_1V_{30}$
	- 13.95 %	

en donde  ${}_1V_{30} = A_{31} - P * \ddot{s}_{31} = 5.51 \%$

$$V = \frac{1}{(1+i)} = 0.94339$$

$$\frac{C_{30}}{D_{30}} = V * q_{30} ; q_{30} = 1.94 \%$$

De esta manera, la compañía deberá para cada una de estas pólizas poner de su dinero 12.75 % para "financiar el negocio". Esta claro que para compañías con pocos fondos, tales como compañías nuevas o con crecimiento muy rápido, la financiación en el seguro de vida ocupa un interés esencial. Por esta razón se idearon diferentes métodos para modificar las reservas, donde la reserva del primer año es muy pequeña o inexistente. Este proceder permite emplear una mayor parte de la prima del primer año para cubrir los gastos operativos.

En resumen, estos métodos toman en cuenta para el primer año una prima neta modificada inferior a la prima neta nivelada y, por consiguiente, requieren de primas netas modificadas de renovación superiores a la prima neta nivelada.

Los métodos que requieren el cambio o modificación de las primas netas y las reservas para liberar más dinero para cubrir los gastos del primer año son conocidos como métodos de modificación de reservas.

Las reservas modificadas se calculan empleando los procedimientos que ya conocemos, pero aplicando primas modificadas en lugar de las primas netas niveladas. En caso de que el período de pago de primas sea  $n$  años, llamaremos a la prima modificada de primer año  $\beta$  y a las renovaciones  $\beta$ . El período de modificación de primas puede ser igual al período de pago de primas  $n$  años o, en su defecto, puede ser limitado a  $k$  años ( $k \leq n$ ). Las primas netas modificadas deben tener un valor actual al inicio del seguro igual al valor actual de las primas netas niveladas correspondientes al período de modificación. Tenemos la ecuación:

$$P + \beta a_{x:k-1} = P \ddot{a}_{x:k}$$

Si sustituimos  $a_{x:k-1} = \ddot{a}_{x:k} - 1$  obtenemos:

$$P + \beta(\ddot{a}_{x:k} - 1) = P \ddot{a}_{x:k}$$

$$\beta = P + \frac{\beta - P}{\ddot{a}_{x:k}}$$

Que es una fórmula práctica, pues en muchas oportunidades los métodos de modificación se definen como diferencia entre la prima neta modificada de renovación  $\beta$  y la prima neta modificada del primer año  $P$ .

De la fórmula anterior tenemos:

$$\beta = P + \frac{\beta - P}{\ddot{a}_{x:k}}$$

donde:

$$a_{x:k-1} = \ddot{a}_{x:k} - 1$$

$$\ddot{a}_{x:k} = a_{x:k-1} + 1$$

sustituyendo:

$$\beta = P + \frac{\beta - P}{a_{x:k-1} + 1}$$

$$\beta = \frac{P a_{x:k-1} + P + \beta - P}{a_{x:k-1} + 1}$$

$$\beta (a_{x:k-1} + 1) - \beta = P a_{x:k-1} + P - P$$

$$\beta = \frac{P a_{x:k-1} + P - P}{a_{x:k-1}}$$

$$\beta = P + \frac{P - P}{a_{x:k-1}}$$

Esta fórmula nos permite una explicación interesante.

Debido a los elevados costos de primer año, prestamos la cantidad  $P - P$  de la prima neta para obtener una suma igual a  $P - P$  más el recargo  $G$  para cubrir los gastos de primer año. Este préstamo deberá ser amortizado en el período de un tiempo de modificación que nos queda con el pago de  $P$  más un adicional para la amortización. El monto adicional es igual a  $(P - P)/a_{x:k-1}$  pues el valor actual de una serie de pagos por tal cantidad es igual a  $P - P$ , el monto del préstamo.

## - METODO AÑO TEMPORAL PRELIMINAR COMPLETO

Una póliza en el método año temporal preliminar completo, se considera matemáticamente como la suma de un seguro temporal de un año más un seguro diferido en un año en el mismo plan de la póliza original, pero de duración reducida en un año. La póliza original debe tener una componente de seguro temporal (como los seguros vida entera, mixtos o temporales naturalmente). Para entender esto veamos un ejemplo:

Un seguro mixto 20 años sobre una persona de 25 años, se considera para la valuación de reservas modificadas en el método año temporal preliminar completo como la suma de un seguro temporal un año a edad 25 más un mixto 19 años a edad 26.

La prima modificada de primer año  $P$  en el método año temporal preliminar completo la llamamos  $P_F$ . Ella tiene que alcanzar justo para pagar los beneficios de muerte en el primer año. Las bases técnicas para su cálculo son las mismas como las empleadas para calcular  $P$  y las reservas terminales.

Para una póliza con suma asegurada 1 tenemos por consiguiente:

$$P_F = V q_x = \frac{C_x}{D_x}$$

$$\beta_P = P + \frac{P - P_F}{a_{x:\overline{n-1}|}}$$

Como se indicó antes, la prima modificada de primer año es igual al beneficio del primer año (costo del seguro del primer año). A continuación demostraremos que la prima modificada de renovación  $\beta$ , es igual a la prima neta para una póliza del mismo plan original pero contratada al final del primer año del seguro para una persona con un año más y por un período de un año menos. En nuestra demostración llamaremos al valor actual de los beneficios futuros de nuestra póliza  $B_x$ , donde  $x$  es la edad de entrada.

tenemos:

$$P = \frac{B_x}{\ddot{a}_{x:n}}$$

y queremos demostrar que:

$$\beta_F = \frac{B_x}{\ddot{a}_{x+1:n-1}}$$

desarrollando tenemos:

$$\beta_F = P + \frac{P - D_F}{a_{x:n-1}}$$

sustituyendo P y  $P_F$ :

$$\beta_F = \frac{B_x}{\ddot{a}_{x:n}} + \frac{\frac{B_x}{\ddot{a}_{x:n}} - \frac{C_x}{D_x}}{a_{x:n-1}}$$

$$\beta_F = \frac{B_x}{\ddot{a}_{x:n}} + \frac{\frac{B_x D_x - C_x \ddot{a}_{x:n}}{\ddot{a}_{x:n} D_x}}{a_{x:n-1}}$$

$$\beta_F = \frac{B_x D_x}{\ddot{a}_{x:n} D_x} + \frac{B_x D_x - C_x \ddot{a}_{x:n}}{a_{x:n-1} \ddot{a}_{x:n} D_x}$$

$$\beta_F = \frac{B_x D_x \overline{a_{x:n-1}} + B_x D_x - C_x \overline{ä_{x:n}}}{\overline{a_{x:n-1}} \overline{ä_{x:n}} D_x}$$

sustituyendo  $\overline{a_{x:n-1}} = \overline{ä_{x:n}} - 1$

$$\beta_F = \frac{B_x D_x (\overline{ä_{x:n}} - 1) + B_x D_x - C_x \overline{ä_{x:n}}}{\overline{a_{x:n-1}} \overline{ä_{x:n}} D_x}$$

$$\beta_F = \frac{B_x D_x \overline{ä_{x:n}} - C_x \overline{ä_{x:n}}}{\overline{a_{x:n-1}} \overline{ä_{x:n}} D_x}$$

sustituyendo  $D_x B_x = D_{x+1} B_{x+1} + C_x$

$$\beta_F = \frac{(D_{x+1} B_{x+1} + C_x) \overline{ä_{x:n}} - C_x \overline{ä_{x:n}}}{\overline{a_{x:n-1}} \overline{ä_{x:n}} D_x}$$

$$\beta_F = \frac{D_{x+1} B_{x+1} \overline{ä_{x:n}}}{\overline{a_{x:n-1}} \overline{ä_{x:n}} D_x}$$

$$\beta_F = \frac{D_{x+1} B_{x+1}}{\overline{a_{x:n-1}} D_x}$$

sustituyendo  $a_{x:n-1} = \ddot{a}_{x+1:n-1} \frac{D_{x+1}}{D_x}$

$$\beta_F = \frac{D_{x+1} B_{x+1}}{\ddot{a}_{x+1:n-1} \frac{D_{x+1}}{D_x} D_x}$$

$$\beta_F = \frac{B_{x+1}}{\ddot{a}_{x+1:n-1}}$$

En resumen tenemos para el método año temporal preliminar completo las fórmulas siguientes:

$$P_F = \frac{C_x}{D_x}$$

$$\beta_F = \frac{B_{x+1}}{\ddot{a}_{x+1:n-1}}$$

En primer lugar desarrollaremos las fórmulas generales para expresar las reservas modificadas, en un segundo paso aplicaremos los resultados al método año temporal preliminar completo.

Llamaremos  $B_{x+t}$  al valor actual de los beneficios futuros a la edad alcanzada  $x+t$  ( $x$  = edad de entrada). Para  $1 < t \leq k \leq n$ , tenemos:

$${}^{\text{mod}}_t V_x = B_{x+t} - P * \ddot{a}_{x+t:n-t} - (\beta - P) * \ddot{a}_{x+t:k-t}$$

donde  $n$  es el período de pago de primas y  $k$  el período de modificación de primas.

Nuestra ecuación también la podemos escribir para la reserva terminal:

$${}_tV_x = B_{x+t} - P * \ddot{a}_{x+t:n-t}$$

es decir, obtenemos:

$${}_tV_x^{\text{mod}} = {}_tV_x - (\beta - P) \ddot{a}_{x+t:k-t}$$

en donde  $P = \frac{B_x}{\ddot{a}_{x:n}}$

Notamos que la fórmula anterior no depende de un tipo particular de seguro, pues no hemos especificado en ningún momento el valor actual de los beneficios futuros.

Para el primer año, la compañía calcula la reserva modificada utilizando la prima modificada del primer año  $\hat{A}$ , obteniendo:

$$D_{x+1} * {}_1V_x^{\text{mod}} = P D_x - C_x$$

En resumen hemos desarrollado las fórmulas generales para las reservas modificadas:

$$t = 1 \quad {}_1V_x^{\text{mod}} = P \frac{D_x}{D_{x+1}} - \frac{C_x}{D_{x+1}}$$

$$2 \leq t \leq k \leq n \quad {}_tV_x^{\text{mod}} = {}_tV_x - (\beta - P) \ddot{a}_{x+t:k-t}$$

$$t > k \quad {}_tV_x^{\text{mod}} = {}_tV_x$$

Para el método año temporal preliminar completo obtenemos:

$${}_1V_x^{\text{mod}} = B_F \frac{D_x}{D_{x+1}} - \frac{C_x}{D_{x+1}} = \frac{C_x}{D_x} * \frac{D_x}{D_{x+1}} - \frac{C_x}{D_{x+1}} = 0$$

con  $B_F = \frac{B_{x+1}}{\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}$  obtenemos:

$$\begin{aligned} {}_tV_x^{\text{mod}} &= B_{x+t} - P \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} - \beta \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} + P \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \\ &= B_{x+t} - \beta \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \\ &= B_{x+1+t-1} - \beta \ddot{a}_{x+1+t-1:\overline{n-1(t-1)}|} = {}_{t-1}V_{x+1} \end{aligned}$$

resumen:

$${}_1V_x^{\text{mod}} = 0$$

$${}_tV_x^{\text{mod}} = {}_{t-1}V_{x+1}$$

En nuestro ejemplo anterior (vida entera con edad de entrada 30 años), el método año temporal preliminar completo nos da el siguiente resultado:

prima comercial	10.57 ‰
gastos 1er. año	-16.29 ‰
siniestros 1er. año	- 1.83 ‰
reserva $iV^{\text{mod}}$ evaluada al inicio del 1er. año	0.00
	-----
	- 7.55 ‰

El financiamiento para cada una de estas pólizas se reduce a 7.55 ‰ (en lugar de 12.75 ‰).

Las primas modificadas son iguales a:

$$\beta_F = \frac{M_{31}}{N_{31}} = 7.32 \text{ ‰}$$

$$P_F = \frac{C_{30}}{D_{30}} = 5.12 \text{ ‰}$$

Recordamos que  $P = \frac{M_{30}}{N_{30}} = 6.97 \text{ ‰}$

## - METODO DE ZILLMER

Denominamos  $P_z$  y  $\beta_z$  a las primas modificadas según el método de Zillmer de primer año y renovación respectivamente.

Para este método la relación:  $P_z < P < \beta_z$  es válida, donde  $P$  es la prima neta del plan de seguro.

La diferencia:

$$\beta - P = Q$$

es conocida como CUOTA DE ZILLMER.

$$\beta = P + \frac{\beta - P}{\ddot{a}_{x:k}}$$

obtenemos:

$$\beta = P + \frac{Q}{\ddot{a}_{x:k}}$$

el método se caracteriza por las siguientes fórmulas:

$$P_z = \beta_z - Q$$

$$\beta_z = P + \frac{Q}{\ddot{a}_{x:n}}$$

De las fórmulas generales para las reservas modificadas obtenemos las reservas de Zillmer sustituyendo  $\hat{A}_Z$  y  $\hat{B}_Z$ :

$${}_1V_x^{\text{mod}} = P \frac{D_x}{D_{x+1}} - \frac{C_x}{D_{x+1}}$$

$${}_1V_x^Z = (\beta_Z - Q) \frac{D_x}{D_{x+1}} - \frac{C_x}{D_{x+1}}$$

$${}_tV_x^{\text{mod}} = {}_tV_x - (B - P) \overline{a_{x+t:k-1}}$$

$${}_tV_x^Z = {}_tV_x - \left( P + \frac{Q}{\ddot{a}_{x:n}} - P \right) \overline{a_{x+t:k-1}}$$

$${}_tV_x^Z = {}_tV_x - Q \frac{\overline{a_{x+t:k-1}}}{\ddot{a}_{x:n}}$$

Para un seguro mixto de  $n$  años de duración y con período de pago de primas de  $n$  años podemos demostrar que:

$${}_tV_x = 1 - \frac{\overline{a_{x+t:n-t}}}{\ddot{a}_{x:n}}$$

y por consiguiente, las reservas de Ziller son iguales a:

$${}_tV_x^Z = {}_tV_x - Q (1 - {}_tV_x)$$

Esta es una fórmula muy práctica para determinar las reservas de Zillmer de cualquier seguro mixto en función de las reservas terminales y de la cuota de Zillmer. Llamamos a  $Q(1-tV_x)$  el ajuste de Zillmer.

La diferencia entre las reservas de Zillmer  ${}^z_tV_x$  y las reservas terminales  $tV_x$  decrece con la duración del seguro. Al final del periodo de pago de primas ambas reservas son iguales.

La fórmula anterior también vale para pólizas de vida entera sin limitación de pago de primas:

$${}^z_tV_x = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x}$$

Aplicando las fórmulas a nuestro ejemplo (vida entera, edad de entrada 30 años).

La cuenta de ingresos y egresos aplicando reservas modificadas de Zillmer es la siguiente:

prima comercial	10.57 ‰
gastos 1er. año	- 16.29 ‰
sinistros 1er. año	- 1.83 ‰
reserva ${}^z_1V$ evaluada	
al inicio del 1er. año	- 3.32 ‰ (*)
	<hr/>
	- 10.87 ‰

(\*)  ${}^z_1V_{30} = {}_1V_{30} - Q(1 - {}_1V_{30})$  en donde

${}_1V_{30} = 5.51 ‰$  y la cuota de Zillmer

$Q = 2.20 ‰$

El financiamiento en este caso por póliza es igual a 10.87 ‰ (con una cuota de Zillmer del 2.20 ‰).

### 3.2 VALORES GARANTIZADOS

Las compañías de seguro de vida ofrecen valores garantizados a los tenedores de pólizas que desean discontinuar sus pólizas. Estos valores son, en cualquiera de sus formas, actuarialmente equivalentes al valor en efectivo de la póliza: monto de dinero que recibe el tenedor de la póliza al contado al interrumpir su póliza. Este valor en efectivo se conoce generalmente como el valor de rescate de la póliza. La determinación del valor de rescate es, en general, una labor complicada. En primera instancia tenemos la tentación de igualar el valor de rescate a la reserva terminal de la póliza. En la mayoría de los casos este modo de proceder no es apropiado. Por un lado, debido a la existencia de gastos iniciales que aún no han sido totalmente amortizados, por otro lado, debido a una posible antiselección en contra de la compañía de seguros. La influencia de esta antiselección es difícil de medir, aunque su existencia no se puede descartar: los asegurados incapacitados o que se sienten mal de salud tendrán más interés en continuar sus pólizas, mientras que los que se sienten completamente sanos tenderán más a interrumpir sus pólizas. Los asegurados que desean discontinuar sus pólizas deben recibir una parte razonable de sus reservas; sin embargo, este monto debe ser fijado de tal manera que los asegurados que no abandonen sus pólizas no queden en una situación financiera desfavorable.

Un asegurado que deja de pagar las primas puede optar, según lo que antecede, por las opciones siguientes:

- Descontinuar la póliza y cobrar el valor de rescate.
- Continuar con una póliza saldada por un valor reducido.
- Continuar con una póliza prorrogada por un tiempo reducido

## - RESERVA DE PLANES SALDADOS

Se denomina póliza saldada a una póliza liberada del pago de primas futuras por interrupción de su pago por parte del asegurado. Si bien una póliza a prima única tiene las mismas características que una póliza saldada, esta denominación se reserva en general sólo a pólizas para las cuales la suma asegurada ha sido reducida debido a solicitud del asegurado de suspender el pago de las primas (y a su deseo de no recibir el valor de rescate). El valor de reducción es igual a la suma asegurada de un nuevo seguro de la misma modalidad a la edad alcanzada por el asegurado y cuya prima única es el importe de la reserva matemática. Las bases técnicas para el cálculo del nuevo seguro son las definidas en la póliza.

Para entenderse mejor la forma de calcular el valor de reducción, observamos un seguro de vida entera contratado a la edad  $x$ , y que ha estado  $t$  años en vigor. El valor de reducción de la póliza saldada lo representamos por  ${}_tW_x$  y lo obtenemos igualando el valor presente de los beneficios futuros de la compañía multiplicado por un factor de reducción ( ${}_tW_x$ ) con el valor de rescate ( ${}_tV_x$ ) del seguro anterior como si fuera el valor presente de la prima neta única del nuevo seguro, es decir:

$$A_{x+t} {}_tW_x = {}_tV_x$$

$${}_tW_x = \frac{{}_tV_x}{A_{x+t}}$$

puede ser expresado como:

$$\begin{aligned} {}_tW_x &= \frac{A_{x+t} - P_x \ddot{a}_{x+t}}{A_{x+t}} \\ &= 1 - \frac{P_x \ddot{a}_{x+t}}{A_{x+t}} = 1 - \frac{P_x \ddot{a}_{x+t}}{P_{x+t} \ddot{a}_{x+t}} \end{aligned}$$

$${}_tW_x = 1 - \frac{P_x}{P_{x+t}}$$

La fórmula anterior puede ser deducida por un razonamiento lógico. Después de  $t$  años la prima neta anual para un seguro de 1 efectuada a la edad alcanzada es  $P_{x+t}$ . Una prima anual de  $P_x$  pagadera a esa edad es suficiente para proveer un seguro de sólo  $P_x/P_{x+t}$ . Como  $P_x$  es el monto de la prima pagada para una póliza que provee un seguro de 1, el monto de la reserva para el seguro saldado será el balance, es decir:

$$1 - \frac{P_x}{P_{x+t}}$$

- RESERVA DE PLANES PRORROGADOS

Se denomina póliza prorrogada cuando al momento de que el asegurado interrumpa el pago de primas, el valor de rescate se emplea para comprar un seguro temporal a prima única por la misma suma asegurada de la póliza original pero por una duración inferior a la restante de la póliza original. Esta duración "n" se determina de la fórmula:

$${}_tR_x = S * A_{x+t:n} \overline{}$$

En general es necesaria una interpolación para obtener el valor de n; S es la suma asegurada.

Para los seguros mixtos, cuando el valor de rescate es mayor que la prima única de un temporal con duración igual a la restante de la póliza original, se compra adicionalmente con la diferencia un capital diferido (dote).

Ejemplo.

Observemos un seguro mixto 20 años por 5,000 sobre una persona de 45 años. Los valores de rescate justo antes del pago de la cuarta y la undécima prima son iguales a  ${}_3R_x = 500$  y a  ${}_{10}R_x = 2,000$  respectivamente. Las estipulaciones sobre los valores garantizados prevén el pago del valor de rescate o, en su defecto, la adquisición de un seguro prorrogado; bases técnicas Experiencia Mexicana 82-89,  $i = 6\%$  y sin deducción para gastos. Cuales son las duraciones de los seguros prorrogados si el asegurado cesa el pago de primas a partir de la cuarta o undécima?.

a) Antes del pago de la cuarta prima es decir, sólo han sido pagadas 3 primas y la edad alcanzada  $x+t = 48$ . Definimos  $y=x+t+n$  igual a la edad en que termina el seguro prorrogado. Aplicando la fórmula anterior tenemos:

$${}_3R_{45} = 500 = 5,000 \frac{M_{48} - M_y}{D_{48}} = S A_{x+t:n} \overline{}$$

$$\frac{500}{5,000} D_{48} = M_{48} - M_y$$

$$M_y = M_{48} - \frac{1}{10} D_{48} = 764.7206$$

Interpolamos linealmente para obtener los días:

$$M_{65} = 753.225 < M_y < M_{64} = 789.333$$

$$\frac{M_{65} - M_{64}}{65 - 64} = \frac{M_y - M_{64}}{y - 64}$$

despejando y:

$$y = \frac{M_y - M_{64}}{M_{65} - M_{64}} + 64 = 64.6816$$

es decir:

$$y = 64 \text{ años} + 248 \text{ días}$$

$$n = y - 48 = 16 \text{ años y } 248 \text{ días.}$$

b) Han sido pagadas 10 primas,  $x+t = 55$ , y será mayor de 65 años, es decir, debemos limitar la duración del seguro prorrogado a la edad de 65 años del asegurado y adicionalmente calcular el seguro de capital diferido:

$$2,000 = 5,000 A_{55:\overline{10}|} + Y {}_{10}E_{55}$$

$$= 5,000 \frac{M_{55} - M_{65}}{D_{55}} + Y \frac{D_{65}}{D_{55}}$$

$$Y = \frac{2,000 D_{55} - 5,000 (M_{55} - M_{65})}{D_{65}} = 3,132.92$$

El seguro prorrogado tiene una duración de 10 años (hasta el vencimiento de la póliza original) y adicionalmente se adquiere un capital diferido (dote) por 3,132.92

### 3.3. RESERVA DE BENEFICIOS ADICIONALES

#### - BENEFICIOS POR INCAPACIDAD

La inclusión en las pólizas de vida de una cláusula para ciertos beneficios pagaderos en el caso de incapacidad total y permanente del asegurado, es uno de los desarrollos modernos más importantes del seguro de vida.

El origen de dichas cláusulas fue la idea de que debería de haber alguna protección contra la pérdida de la fuerza productiva por incapacidad, debido a la cual el asegurado podría ser incapaz de continuar el pago de las primas, y la cláusula de incapacidad estipulaba originalmente una exención del pago de las primas en el caso de incapacidad total y permanente del asegurado. Una cláusula de exención de pago de primas opera sólo si el asegurado se encuentra realmente incapacitado tanto total como permanentemente, no es costosa debido a -lo remoto de la contingencia que se asegura.

Dicha cláusula generalmente se admite que es apropiada en un contrato de seguro de vida. Es cierto que introduce en la póliza de vida el elemento de seguro contra una contingencia distinta a la de la muerte, pero sólo en el grado en que la ocurrencia de dicha contingencia afecte directamente a la continuación de la póliza de vida.

Prácticamente todas las compañías adoptaron la cláusula de exención de pago de primas. La mayoría, sin embargo, no se limitó a una cláusula de exención de primas, efectiva sólo en el caso de incapacidad total y permanente, sino que gradualmente desarrolló y amplió la cobertura. La ampliación de la cobertura consistió en el aumento del importe del seguro de incapacidad por la introducción de pagos de renta, primero anuales y más adelante mensuales, además de la exención de pago de primas y ampliación de la protección por medio de la adopción de una definición de "incapacidad total y permanente" que trajo dentro del alcance de la cobertura muchas incapacidades de carácter temporal. Estas ampliaciones aumentaron considerablemente el costo de los beneficios, requiriendo primas adicionales sustanciales, y dieron lugar a algunos problemas serios. La administración de este tipo de negocios es mucho más difícil y costosa que la administración de un negocio de seguro de vida simplemente.

Definimos la siguiente notación:

$\mathbb{f}_x$  : Prima del beneficio básico.

$\overset{aa}{\ddot{a}}_x$  : Valor presente de una anualidad mientras el asegurado está activo.

$\overset{i}{\ddot{a}}_x$  : Valor presente de una anualidad mientras el asegurado está invalido.

$\overset{i}{P}_{x+t}$  : Prima por invalidez con edad de contratación igual a la edad alcanzada.

$\overset{i}{P}_x$  : Prima por invalidez a edad de contratación.

Para el cálculo de la reserva por el beneficio de exención en el pago de primas por invalidez total y permanente dividimos el período del seguro en dos partes:

- **Vidas Activas:** cuando el asegurado está pagando sus primas normalmente y tiene el riesgo de invalidarse o fallecer.

$${}^a_tV_x = \mathbb{f}_x ( \overset{i}{P}_{x+t} - \overset{i}{P}_x ) \overset{aa}{\ddot{a}}_{x+t}$$

Esto es, reservamos el valor presente de las primas del beneficio básico por la diferencia entre las primas por invalidez en la edad de valuación menos la edad de contratación, mientras el asegurado está activo

- **Vidas Inactivas:** cuando el asegurado está exento del pago de primas y tiene el riesgo de fallecer.

$${}_tV_x^i = P_x^i \ddot{a}_{x+t}^i$$

Esto es, reservamos el valor presente de las primas del beneficio básico mientras el asegurado viva, ya que sigue cubierto el riesgo por fallecimiento.

Las tablas de mortalidad y morbilidad (tablas de decrementos múltiples) que se usan para los cálculos anteriores son diferentes a las tablas de mortalidad simples (ver anexo 2), ya que el seguro cubre dos riesgos y la mortalidad cuando se está invalido se comporta diferente.

## - BENEFICIOS POR MUERTE ACCIDENTAL

La forma usual de beneficio adicional por muerte accidental es un endoso o convenio suplementario, bajo los términos del cual se pagará el doble del importe del valor nominal del seguro si la muerte del asegurado es ocasionada por medios accidentales. Dicha cláusula se conoce comunmente como "doble indemnización". Sin embargo, puesto que una póliza de seguro de vida no es un contrato de "indemnización" (cubriendo sólo el importe real de la pérdida), la expresión "doble indemnización" no es correcta.

El atractivo de este beneficio radica en la gran cantidad adicional que viene a ser satisfecha por medio del pago de una pequeña prima adicional. Luce como si fuera una "buena apuesta" para muchos solicitantes. También es una manera poco costosa de aumentar sustancialmente el seguro efectivo, al menos por una causa justamente importante de la muerte, a bajo costo y, de esta manera, es de algún valor real para aquellos que necesitan más seguro del que pueden pagar. Sin embargo, si ha de elegirse una causa de muerte para el beneficio de doble indemnización, sería más lógico elegir una que probablemente involucrara una larga enfermedad y gastos fuertes, como lo es el cáncer. Cuando la muerte es causada por accidente, el caso no es así. De hecho, frecuentemente los daños son cobrados por una muerte accidental.

Otra consideración es que a menudo existe mucha duda en cuanto a si la muerte reclamada como resultado de un accidente, lo fué así en efecto. En vista del pago grande adicional cuando puede establecerse la muerte accidental, muchas reclamaciones se harán bajo circunstancias dudosas, como lo demuestra ampliamente la experiencia. Esto conduce a litigios y gastos adicionales, lo cual generalmente es malo para ambos debido a la fricción con los beneficiarios y el efecto sobre las relaciones públicas de la compañía.

Aunque la necesidad o conveniencia del beneficio adicional por muerte accidental puede ponerse en duda, ha llegado a ser una característica popular establecida de la póliza moderna de vida y se incluye en una gran proporción de todas las pólizas emitidas.

La forma usual de la cláusula de muerte accidental estipula el pago del beneficio adicional en el caso de muerte por causas accidentales distintas a aquéllas que son específicamente excluidas. Aunque la muerte por causas accidentales puede parecer una contingencia bien definida, la experiencia ha demostrado que si ha de evitarse la responsabilidad bajo la cláusula de ciertos tipos de reclamación que no se intenta cubrir, los términos del

contrato deben establecerse en forma explícita. De hecho, en vista de las muchas sentencias extraordinarias que se han dictado en contra de las compañías, parece ser una cuestión importante el si es posible redactar el contrato de tal manera que se limite la cobertura efectivamente a lo que se intenta limitar.

Una definición típica de la muerte accidental para los fines de la doble indemnización es como sigue: "La muerte resultante de lesiones corporales sufridas exclusivamente por medio de causas externas, violentas y accidentales independientemente y con exclusión de cualquier otra causa".

La expresión "causas accidentales" es importante, su efecto es eliminar la responsabilidad cuando el resultado de lo sucedido podría ser considerado como accidental pero cuando la causa de ese resultado no fue accidental. Por ejemplo, si la muerte ocurre mientras el asegurado está siendo operado o se encuentra bajo anestesia, el resultado puede ser accidental, pero las causas no son accidentales. La intención al emitir dicha definición, no es la de evadir la responsabilidad en caso de reclamaciones legítimas, sino de limitar la cobertura a muertes que sean pura y enteramente accidentales.

Como se supone que la muerte accidental es un evento azaroso e independiente de la edad, se cobra una cantidad fija al millar sobre la suma asegurada.

### 3.4. RESERVA DE DIVIDENDOS

En el seguro de vida, los dividendos son las partes del superávit de la compañía, repartidas a los asegurados de pólizas con participación, generalmente en forma anual, bien sea en efectivo o de alguna otra manera como se explicará más adelante. La palabra dividendo es hasta cierto punto un nombre inapropiado, siendo dicha repartición más bien de la naturaleza de un reembolso de parte de la prima pagada, en vez de un rendimiento sobre el capital invertido, significado usual en otras transacciones comerciales.

En las operaciones de una compañía de seguros las distintas suposiciones comprendidas en el cálculo de las primas no se realizan en forma exacta. Debido al punto de vista conservador con relación al futuro, adoptado generalmente en el cálculo de las tarifas de primas para las pólizas con participación, las condiciones reales experimentadas demuestran casi siempre que son más favorables que las supuestas. Debido a la selección médica y a la tendencia general hacia tasas de mortalidad más bajas, los fallecimientos no tienen lugar a una tasa tan alta como la indicada en una tabla de mortalidad última basada en la experiencia pasada, por lo tanto, los fondos de superávit resultan del ahorro en la mortalidad. La tasa de interés realizada en las inversiones es generalmente mayor que la supuesta, y en dicho caso, los fondos de la compañía se aumentan todavía más por el interés excedente. Además los recargos puede que sean más que suficientes para sufragar los gastos y las contingencias, de manera que resulte un ahorro de recargo.

Las pérdidas, que disminuyen el superávit pueden por supuesto, suceder de vez en cuando, de cualesquiera de las fuentes antes mencionadas. Así, la mortalidad real puede exceder a la esperada como sucedió en algunas compañías durante la epidemia de influenza en 1918. La tasa de interés ganado puede ser menor que la supuesta, como fué el caso en muchas compañías a mediados de la década de los años cuarenta y los gastos pueden exceder a los recargos.

La cuestión de cuánto o qué parte del superávit debe distribuirse entre los contratantes de póliza como dividendos, es enteramente una cuestión de criterio en los negocios. El importe a distribuirse en cualquier año, como se ha indicado ya, no será necesariamente las ganancias reales del año anterior. Cuando las ganancias corrientes se reducen temporalmente y no son suficientes para mantener la escala corriente de dividendos, deben ser completadas por medio de extracciones de sobrantes

existentes. En la misma forma, cuando las ganancias se aumentan temporalmente y son más que suficientes para mantener la escala existente, parte de dichas ganancias pueden agregarse al sobrante. Cuando las fluctuaciones en las ganancias son pequeñas o surgen de alguna causa temporal, puede que sea deseable el mantener la escala de dividendos en vez de hacer pequeños y frecuentes cambios. Sin embargo, bajo condiciones anormales que den como resultado un aumento sustancial o una reducción en el superávit, o cuando exista una tendencia definitiva en las ganancias, tanto hacia arriba como hacia abajo, la experiencia y el criterio son necesarios para determinar qué cantidad del superávit debe dividirse entre los contratantes de pólizas y qué cantidad mantenerse en reserva contra las contingencias.

Para los fines actuales, se supondrá que el importe del superávit disponible para distribución entre los contratantes de pólizas o, como se le llama, el "superávit distribuible", ha sido determinado y se consideran ciertos principios con base en los cuales debe llevarse a cabo la distribución de este superávit a los contratantes de pólizas individuales.

La determinación de las participaciones de las pólizas individuales en el superávit a distribuir es una cuestión compleja, y la distribución, si es equitativa, no puede hacerse por medio de cualquier regla simple o arbitraria. Por ejemplo, no sería correcto distribuir el superávit en porción a las primas individuales pagadas, en porción a las sumas aseguradas o en porción a las reservas de las pólizas individuales.

Si el superávit se dividiera en proporción a las primas pagadas durante el año, tendría que acordarse un tratamiento especial para las pólizas totalmente pagadas y que han contribuido con una parte a las ganancias del superávit. En cuanto a las pólizas que están pagando sus primas, dicha regla significaría que una póliza cuya prima importa 100, recibiría el doble que una póliza sobre la cual la prima es de 50, esto podría ser bastante inequitativo. Por ejemplo, la primera podría ser una póliza total a 10 años de valor nominal pequeño y con un importe o cantidad neta en riesgo muy pequeña, y la segunda póliza una ordinaria de vida o póliza temporal de un valor nominal mucho mayor y con una gran cantidad neta en riesgo. Si una gran parte del superávit provino como suele ser el caso, de la experiencia de la mortalidad favorable, esta última póliza debería recibir más como dividiendo.

Además, si el superávit fuese a dividirse simplemente en proporción a la suma asegurada, una póliza que haya estado muchos años en vigor recibiría la misma participación en el superávit

que otra póliza de la misma cantidad tomada hace un año. Esto nuevamente resultaría en una distribución muy inequitativa si una parte considerable del superávit distribuible, ha provenído de las ganancias de intereses excedentes o utilidades de inversiones. Dichas utilidades deberían dividirse más aproximadamente en proporción a las reservas sobre las cuales es ganado el interés y que forman los fondos invertidos de la compañía. Una participación mayor pertenece, hablando generalmente, a aquellas pólizas que han estado en vigor por mucho tiempo y por las cuales la compañía está manteniendo sus reservas.

Tampoco sería correcto dividir el superávit simplemente en proporción a las reservas individuales de las pólizas. Este método daría una gran participación a una póliza totalmente pagada, especialmente si es sobre la vida de una edad avanzada, en comparación con la cantidad distribuida a una póliza emitida recientemente sujeta al pago de primas. Si el superávit ha sido ganado en parte de la experiencia de mortalidad favorable o de un excedente del recargo para los gastos, este método sería inequitativo puesto que la utilidad proveniente de la mortalidad es mayor a las edades más bajas y depende de la cantidad neta en riesgo la cual es elevada en una póliza emitida recientemente, en tanto que la utilidad proveniente del recargo no existe en el caso de una póliza saldada o totalmente pagada.

La conclusión a la que se llega después de estas consideraciones, es que el importe total del superávit distribuible debe dividirse en partes conforme a las fuentes de las que ha provenído y que la distribución deberá seguir algún plan bajo el cual el superávit que provenga de cada fuente se devuelva tan equitativamente como sea posible a aquellas que han contribuido al mismo. El sistema mutualista del seguro de vida comprende el pago de primas algo mayores de lo que se considera necesario, entendiéndose que el costo real será equitativamente ajustado por medio de los dividendos. Bajo condiciones prácticas no es posible reembolsar los pagos excedentes de los tenedores de pólizas individuales con completa equidad. En tales cuestiones como en otros aspectos, las pólizas no pueden ser consideradas individualmente, sino que se les debe tratar sobre la base de grupos o clases similares, y el sistema de calcular los reembolsos o dividendos debe ser uno que procure la equidad dentro de dichos grupos o clases de pólizas. Cualquier sistema equitativo de distribución de superávit debe tomar en cuenta sus fuentes principales hasta donde sea práctico y no debe simplificarse hasta el grado de causar injusticia a cualquier grupo de contratantes de pólizas.

Para comprender mejor la base general para la distribución del superávit explicaremos lo siguiente:

La reserva que se tiene de una póliza "que llega a convertirse en reclamación por muerte" en determinado año es, por supuesto, insuficiente en sí misma para pagar el valor nominal de la póliza. Por lo tanto, debe hacerse una contribución cada año por todos aquellos asegurados (incluyendo aquéllos que mueren durante el año), para reunir la diferencia entre el importe total pagadero bajo las reclamaciones por muerte y las reservas a mano de las pólizas que se convierten en reclamaciones por muerte. Estas reservas ya no se necesitarán más, cubrirán parcialmente las reclamaciones por muerte pagaderas en ese año y se identifican como "reservas liberadas por muerte".

La contribución que debe hacer cada uno de dichos asegurados para completar el importe total de las reclamaciones por muerte pagaderas en cualquier año, se conoce como el "costo del seguro".

Ahora bien, recordemos el proceso por medio del cual la cantidad de reserva o fondo en existencia al principio de un año póliza, cambia a la cantidad de la reserva o fondo en existencia, al fin del año en el caso de cualquier póliza y con respecto a cualquier año póliza.

La reserva al 1ro. de enero más la prima neta y el interés sobre ambos a la tasa supuesta menos el costo tabular del seguro es igual a la reserva al 31 de diciembre del mismo año.

Esta relación muestra el proceso de aumento normal en la reserva año con año. En dicha ecuación todos los factores comprendidos en ellas (prima neta, reserva, interés y mortalidad) están de acuerdo con la base de cálculo adoptada. El interés y las tasas de mortalidad son las tasas supuestas, no aquellas que realmente han sido experimentadas, en tanto que no se tomen en cuenta los gastos, los cuales se supone que son cubiertos exactamente por el recargo.

Sustituyendo la experiencia real del año póliza en cuestión por la experiencia supuesta, queda como sigue:

La reserva al 1ro. de enero más la prima bruta menos los gastos reales más el interés real ganado menos el costo real del seguro es igual al fondo en existencia al 31 de diciembre (reserva más ganancias del año).

Si comparamos las ecuaciones anteriores, la diferencia entre el fondo real en existencia al fin del año de la póliza (cuando

se mira como una transacción individual), menos el importe de la reserva requerida para la misma en ese momento, representa el importe del superávit (con exclusión de cualesquiera utilidades diversas, como las provenientes de caducidades o rescates), habiendo surgido dicho superávit de la experiencia real en comparación con la supuesta del año y en relación con los tres elementos fundamentales en el cálculo de la prima bruta.

Si no hubiera otras fuentes de utilidad o pérdida, el dividendo sería teóricamente la suma de las utilidades provenientes del recargo, del interés y de la mortalidad. La cantidad del dividendo a la que se llega en esta forma, dependerá del plan de seguro, de la edad de emisión y de la duración de la póliza. Este sistema es el plan de contribución de los tres factores.

Habiendo sido determinado el importe del superávit distribuible en conjunto, el siguiente paso es el de asignar las partes correspondientes a las pólizas individuales, en otras palabras, elaborar un programa completo de dividendos para todas las clases de pólizas, por cada edad de emisión y para cada duración.

Podría parecer que un procedimiento sencillo para obtener las participaciones de las pólizas individuales, en aquella parte del superávit total distribuible que ha resultado del exceso de recargos sobre los gastos, sería comparar el importe de dichas utilidades disponibles para distribución, con el importe total del recargo recibido de todas las pólizas que pagan primas, y de reintegrar a cada contratante de dichas pólizas la misma proporción del recargo contenido en su prima como la participación de dicha fuente.

Sin embargo, en la práctica es deseable el introducir un grado mayor de refinamiento al determinar los elementos del recargo y de la mortalidad. Debido a la comisión que se paga y a otros gastos del primer año, usualmente no se realiza ningún ahorro de recargo en el primer año.

Nuevamente, el método sugerido antes no sería justo porque la tasa de gasto no es la misma proporción del recargo para todos los planes y a todas las edades y duraciones. En vista de tales consideraciones, un método más lógico de distribuir los ahorros provenientes del recargo es el de imponer un cargo por gastos apropiado para cada póliza y deducir este cargo por gastos del recargo. Este es el método usual. El cargo por gastos es generalmente calculado parcialmente como un porcentaje de la prima y parcialmente como una constante por determinadas unidades

de seguro. Se usan muchos métodos diferentes de calcular los cargos por gastos y en casi todos los casos, la fórmula estipula una reducción en el cargo por gastos según la duración aumenta. Esto es así por el hecho de que las comisiones están previstas habitualmente sobre una base decreciente.

La distribución de la utilidad proveniente de la mortalidad debe tomar en cuenta la edad alcanzada, puesto que la diferencia entre la experiencia de mortalidad esperada y la supuesta depende de la edad alcanzada, siendo generalmente mayor a las edades alcanzadas más bajas que a las más altas, sin embargo, esto no es tan importante ahora como lo fue antes. Cuando se usa una tabla de mortalidad moderna para las primas y reservas, el porcentaje de ahorro por edad tenderá a ser más uniforme. Sin embargo, para la distribución de los ahorros de mortalidad, generalmente está indicada una escala de porcentajes sobre el costo de seguro tabular (esperado), en la cual dichos porcentajes que disminuyen con la edad alcanzada y reflejan la experiencia real de mortalidad de la compañía, edad por edad, en comparación con la tabla. Dicha escala será determinada para reproducir aproximadamente el importe total de la utilidad proveniente de la mortalidad disponible para distribución.

El sistema de los tres factores llevado a cabo de esta manera, es un método de distribución del superávit que, suponiendo que cada factor corresponda razonablemente a la experiencia real, rinde resultados suficientemente equitativos para todos los fines prácticos.

#### 4.- AUDITORIAS

Independientemente del método que se aplique para determinar la reserva de pólizas en la fecha de valuación, es necesario que el actuario establezca métodos de comprobación de los resultados obtenidos. El problema de la comprobación puede dividirse en dos partes, primero comprobar que tanto el total de pólizas que se valoraron como los datos que se tomaron en cuenta corresponden a la realidad y segundo que el cálculo efectuado es el correcto. A continuación analizaremos estos dos aspectos del problema.

##### - Comprobación del archivo de valuación.

Como se indicó anteriormente, cada vez que se actualice el archivo que servirá de base para la valuación, debe producirse un reporte de los movimientos efectuados. Si en cada reporte se indica tanto el número de pólizas como la suma asegurada que se da de alta y baja durante el proceso de actualización, se dispondrá en la fecha de valuación de los datos necesarios para comprobar tanto el número de pólizas valuadas como la suma asegurada correspondiente. Es conveniente clasificar los movimientos de altas y bajas de pólizas por causa de movimiento, año de emisión, plan y edad en la emisión, esto con el objeto de facilitar el trabajo que implica localizar, cuando sea el caso, diferencias entre el vigor que debería existir en la fecha de valuación y la cifra que resulte de tomar el vigor valuado en el ejercicio anterior, adicionándole y restándole las cantidades que muestran los reportes de movimientos.

Otro tipo de comprobación es verificar todos aquellos casos en que las compañías tienen que pagar dinero a los asegurados o a sus beneficiarios, por ejemplo, de los reportes de movimientos pueden determinarse todas las pólizas dadas de baja por vencimiento dotal; los registros contables indican: a) las cantidades efectivas pagadas como dotales, b) los dotales vencidos en el año y pendientes de pago al fin del ejercicio y c) los dotales pendientes de pago al principio del ejercicio; el resultado de a) + b) - c) debe coincidir con la cifra obtenida de los reportes de movimientos. Así mismo, puede verificarse que el total de pólizas y sumas dadas de baja por muerte en un año determinado corresponda con los registros contables, es decir, con el total de suma pagada efectivamente, más los siniestros pendientes de pago, menos los siniestros pendientes al fin del ejercicio anterior.

Los pagos por rescates se pueden controlar en la misma forma.

Si además del archivo que sirve de base para la valuación se dispone de otro archivo que sirva de base para la cobranza, la comparación de estos dos archivos es un eficiente sistema de comprobación.

- Comprobación del cálculo de reservas.

La forma más sencilla de comprobación del cálculo de reservas es la comparación de los resultados parciales con los correspondientes del ejercicio anterior. Para este efecto es conveniente agrupar las pólizas con características similares para que la comparación sea efectiva, por ejemplo pueden agruparse por año de emisión y clave de plan. Cuando el número de pólizas en un grupo así formado es muy pequeño, la simple comparación visual servirá para que el actuario juzgue si el incremento de reserva resultante para el grupo de pólizas en cuestión está de acuerdo al funcionamiento del plan. Cuando el número de pólizas es grande, la comparación puede hacerse en forma más precisa utilizando el siguiente método.

El total de reserva de un grupo de pólizas con el mismo plan y el mismo año de emisión se divide entre la suma asegurada correspondiente. Con el factor de reserva obtenido se determina la edad promedio de emisión del grupo considerado, esto se hace buscando en las tablas de factores de reservas medias a qué edad corresponde el factor obtenido en el grupo. La edad obtenida permanece constante (con una variación ligera) de un año a otro, suponiendo condiciones normales de conservación, por lo que repitiendo el cálculo para el mismo grupo en el año de valuación debe obtenerse la misma edad promedio.

Como ejemplo del método consideremos el plan dotal emitido por una compañía de seguros en el año 1981 y valuado los años 1986, 1987 y 1988.

AÑO DE VALUACION	TOTAL DE SUMA ASEGURADA	RESERVA TOTAL	RESERVA PROMEDIO	EDAD PROMEDIO
1986	30,535	2,680	67.77	38.5
1987	29,955	3,292	109.90	38.5
1988	27,288	3,719	136.29	39.0

Comparando las edades promedio se deduce que el plan ha sido bien valuado.

Para la comprobación global de las reservas es recomendable un método presentado por el actuario Erich Michalup en la VI Conferencia Hemisférica de Seguros. Este método está basado en el hecho de que la tasa promedio de mortalidad esperada de una cartera de pólizas no varía en forma significativa de un año a otro, es decir, que para verificar la reserva de un ejercicio se puede utilizar la tasa de mortalidad esperada del ejercicio anterior. El procedimiento sería el siguiente:

10.- Cálculo de la mortalidad esperada en un ejercicio determinado.

La mortalidad esperada  $Q$  puede determinarse con la siguiente fórmula, suponiendo que los movimientos ocurren en promedio a la mitad de cada ejercicio anual:

$$Q = \frac{(1+i)V_0 + (1+\frac{i}{2})D - V_1}{(1 + \frac{i}{2})}$$

donde:

$V_0$  = Reserva media al fin del ejercicio anterior.  
 $V_1$  = Reserva media al fin del ejercicio considerado.  
 $D$  = Total de prima neta en vigor, menos reservas liberadas durante el año más reservas constituidas.

Dividiendo la  $Q$  obtenida entre el capital en riesgo promedio del año  $R$  obtenemos la tasa promedio de mortalidad esperada  $q$

$$q = \frac{Q}{R}$$

$$\text{donde } R = S' - \frac{1}{2} (V_0 + V_1)$$

y  $S'$  es el promedio de sumas aseguradas al principio y fin del ejercicio.

20.- Comprobación de la reserva.

La reserva al final de un ejercicio  $V_1$  puede expresarse en la siguiente forma:

$$V_1 = V_0 (1+i) + D \left(1 + \frac{i}{2}\right) - R q \left(1 + \frac{i}{2}\right)$$

sustituyendo el valor de  $R$  y despejando  $V_1$  tenemos:

$$V_1 = \frac{V_0 \left[ (1+i) + \frac{q}{2} \left(1 + \frac{i}{2}\right) \right] + (D - S' q) \left(1 + \frac{i}{2}\right)}{1 - \frac{q}{2} \left(1 + \frac{i}{2}\right)}$$

Esta fórmula determina la reserva al fin de un ejercicio con base en:

- $V_0$  Reserva de valuación en el ejercicio anterior.
- $i$  Tasa de interés técnico.
- $D$  Primas netas ingresadas menos reservas liberadas más reservas constituidas en el ejercicio.
- $S'$  Suma asegurada promedio por fallecimiento en el ejercicio.

$q$  : Tasa promedio de mortalidad esperada en el ejercicio anterior.

La aplicación del método descrito da resultados prácticos aceptables cuando no varía en forma sustancial la composición de una cartera de un año a otro y cuando no se modifican las bases de valuación. Para comprobar el método se verificó la valuación de reservas de una compañía de seguros del año 1986 con los siguientes resultados:

Obtención de la  $\bar{q}$  para 1985:

$$\begin{aligned} S_{84} &= 1,586.08 & V_{84} &= 125.84 & D &= 29.59 \\ S_{85} &= 1,783.82 & V_{85} &= 142.26 & & \\ S' &= 1,684.95 & V' &= 134.05 & R &= 1,550.90 \end{aligned}$$

$$i = 6.00 \%$$

$$Q = \frac{(1.06)(125.84) + (1.03)(29.59) - 142.26}{1.03}$$

$$Q = 20.98$$

$$\bar{q} = \frac{20.98}{1,550.90} = 13.53 \%$$

Comprobación de la reserva para 1986:

$$V_{85} = 142.26 \quad D = 34.44 \quad \bar{q} = 13.53 \%$$

$$S' = 1,869.97 \quad i = 6.00 \%$$

$$\begin{aligned} V_{86} &= \frac{142.26 [1.06 + 0.00677 (1.03)] +}{1 - 0.00677 (1.03)} \\ &\quad + \frac{[34.44 - 1,869.97 (0.01353)] (1.03)}{\phantom{1 - 0.00677 (1.03)}} \end{aligned}$$

$$V_{86} = 162.34$$

La reserva obtenida en la valuación fue: 162.21. La diferencia es 0.08 % , por lo que la reserva queda comprobada con suficiente aproximación.

El cambio en la tabla de mortalidad a partir de determinado ejercicio trae como consecuencia que el método no se aplique en la forma anterior, sin embargo puede utilizarse con una pequeña variante. Se separan las reservas que se desean comprobar en dos partes: cartera nueva en donde se incluyen las reservas de los planes con nueva tabla de mortalidad y cartera antigua en donde se incluye la reserva de las demás pólizas en vigor. Para verificar la reserva de la cartera antigua se aplica la tasa de mortalidad que corresponde a una edad un año mayor que la edad correspondiente a la tasa obtenida para toda la cartera en el ejercicio anterior. La reserva para la cartera nueva se verifica directamente ya que por estar en el primer año, por lo general deberá ser igual a la mitad de la prima neta.

Al realizar una auditoría, generalmente se presenta un documento donde se detallan los trabajos realizados con el fin de informar a los directivos sobre los métodos de validación y criterios que se siguieron; se hacen las sugerencias pertinentes para mejorar la operación y se emite un DICTAMEN con los resultados finales que posteriormente se entregará a la CNSF, además de documentar todos los trabajos realizados en previsión de posibles requerimientos de revisión que pudieran presentar las autoridades.

Se hacen los requerimientos de información para llevar a cabo la auditoría como son los reportes de pólizas valuadas por edad y duración, pólizas valuadas por mes de emisión y forma de pago, etc.

Al verificar las pólizas en vigor utilizadas para realizar la valuación de reservas, se corren los procesos respectivos para obtener los reportes siguientes:

- Pólizas No Valuadas No Pagadas con derecho a préstamo.
- Pólizas Pagadas No Valuadas.
- Pólizas Valuadas No Pagadas sin derecho a préstamo.
- Pólizas Sólo en el archivo maestro.
- Pólizas No Valuadas en Período de Gracia.
- Pólizas con Fondo en Administración No Valuadas
- Pólizas con reserva positiva  
(estas dos últimas para planes flexibles).

Al tener estos reportes, se cuenta el número de pólizas y el impacto que producen en la Valuación.

Al validar el cálculo de la reserva se observan los planes más significativos (los de mayor peso de la cartera) y se verifican sus cálculos con respecto a las notas técnicas respectivas. Para los planes flexibles se compara también la tasa de interés aplicable a la reserva con la tasa de CETES, esto es para verificar que exista consistencia entre dichas tasas; se observa la evolución mensual de la reserva a nivel de cartera sumalizando los movimientos mensuales que afectan la reserva, tanto en el sistema como en las áreas responsables; se compara la Prima Pagada Total de los registros contables contra la proporcionada por el área operativa correspondiente, y en general, que las cifras claves chequen con las asentadas en los registros contables.

El DICTAMEN que se emite no es más que la declaración del auditor en la que expresa que ha examinado la valuación, que la revisión se llevó a cabo bajo los procedimientos que consideró necesarios para permitirles concluir que fue calculada de acuerdo a principios actuariales comunmente aceptados, que se determinó con apego a las disposiciones legales establecidas y que es apropiada para garantizar las obligaciones derivadas de la cartera.

El proceso que marca el fin de la valuación es el Estado Actuarial de Pérdidas y Ganancias en el cual se determina la utilidad o pérdida técnica de la compañía de seguros, siendo la CNSF la encargada de revisar la información generada. (ver anexo 3)

A N E X O 1

## **TABLA DE MORTALIDAD EXPERIENCIA MEXICANA ULTIMA 82-89 AL 6 %**

La tabla de mortalidad es la base para el cálculo de primas y reservas en el seguro de vida y representa un registro de la mortalidad observada durante un período de tiempo de una población en particular.

La Tabla de Mortalidad Experiencia Mexicana Ultima 82-89 se realizó teniendo como base estadística la experiencia de las compañías de seguros mexicanas durante el período 1982-1989 que se consideró con el volumen suficientemente homogéneo de datos para medir fielmente las probabilidades de muerte de la población.

La experiencia fué combinada de hombres y mujeres sin distinguir entre seguros con y sin examen médico y sin separar los riesgos subnormales lo cual representa un ligero margen de seguridad con la tabla.

Se trata de una Tabla de Mortalidad Ultima que excluye la mortalidad ocurrida durante los primeros cuatro años de vigencia del seguro.

Se revisaron los expuestos con respecto a la mortalidad eliminando la información que hacía variar notablemente dicha relación.

Se suavizó la curva de mortalidad agrupando en primer término los expuestos y las muertes ocurridas por intervalos de edades quinquenales, además de aplicar algunos procedimientos analíticos para obtener una curva suave y continua.

Se graduaron las tasas brutas así obtenidas aplicando el método de Makeham por las ventajas actuariales, quedando las llamadas tasas básicas.

Finalmente se dejaron márgenes de seguridad para garantizar que la tabla pueda utilizarse durante un período razonablemente largo previniendo las desviaciones que pudieran presentarse con el transcurso del tiempo. Para obtener dicho margen se aplicó un factor de recargo equivalente al utilizado en la "Tabla de Mortalidad Experiencia Mexicana" y se determinó también que la edad extrema fuera de 99 años, quedando como resultado unas "Tasas Modificadas", las cuales representan a la "Tabla de Mortalidad Mexicana 1982-1989.

**TABLA DE MORTALIDAD EXPERIENCIA MEXICANA ULTIMA 82-89 AL 6 %**

x	$l_x$	$d_x$	$q_x$	$D_x$	$N_x$	$C_x$	$M_x$
15	100,000	119	0.00119	41,726.506	694,164.725	46.844	2,434.163
16	99,881	121	0.00121	39,317.784	652,438.219	44.935	2,387.319
17	99,760	124	0.00124	37,047.314	613,120.434	43.443	2,342.384
18	99,636	127	0.00127	34,906.854	576,073.120	41.975	2,298.941
19	99,509	129	0.00130	32,889.019	541,166.266	40.222	2,256.966
20	99,380	133	0.00134	30,987.154	508,277.247	39.123	2,216.743
21	99,247	137	0.00138	29,194.041	477,290.094	38.018	2,177.621
22	99,110	141	0.00142	27,503.580	448,096.052	36.913	2,139.603
23	98,969	145	0.00147	25,909.813	420,592.522	35.811	2,102.689
24	98,824	150	0.00152	24,407.408	394,682.709	34.950	2,066.877
25	98,674	155	0.00157	22,990.907	370,275.301	34.071	2,031.928
26	98,519	162	0.00164	21,655.464	347,284.384	33.594	1,997.857
27	98,357	167	0.00170	20,396.090	325,628.930	32.670	1,964.263
28	98,190	174	0.00177	19,208.924	305,282.840	32.113	1,931.593
29	98,016	181	0.00185	18,089.513	286,023.916	31.514	1,899.480
30	97,835	190	0.00194	17,034.065	267,934.403	31.208	1,867.966
31	97,645	198	0.00203	16,038.664	250,900.338	30.682	1,836.758
32	97,447	209	0.00214	15,100.133	234,861.675	30.553	1,806.076
33	97,238	219	0.00225	14,214.856	219,761.541	30.203	1,775.523
34	97,019	230	0.00237	13,380.039	205,546.685	29.924	1,745.321
35	96,789	242	0.00250	12,592.759	192,166.646	29.703	1,715.397
36	96,547	256	0.00265	11,850.253	179,573.892	29.643	1,605.693
37	96,291	271	0.00281	11,149.841	167,723.639	29.604	1,656.050
38	96,020	286	0.00298	10,489.114	156,573.798	29.474	1,626.447
39	95,734	303	0.00317	9,865.917	146,084.683	29.458	1,596.973
40	95,431	323	0.00338	9,278.011	136,218.766	29.625	1,567.514
41	95,108	342	0.00360	8,723.215	126,940.756	29.592	1,537.889
42	94,766	364	0.00384	8,199.856	118,217.541	29.713	1,508.297
43	94,402	388	0.00411	7,706.000	110,017.685	29.880	1,470.584
44	94,014	414	0.00440	7,239.932	102,311.685	30.077	1,440.704
45	93,600	442	0.00472	6,800.047	95,071.754	30.294	1,418.627
46	93,158	472	0.00507	6,384.845	88,271.707	30.519	1,380.333
47	92,686	505	0.00545	5,992.920	81,886.862	30.804	1,357.814
48	92,181	540	0.00586	5,622.894	75,893.942	31.075	1,327.010
49	91,641	578	0.00631	5,273.542	70,271.048	31.379	1,295.936
50	91,063	619	0.00680	4,943.661	64,997.506	31.703	1,264.557
51	90,444	663	0.00733	4,632.129	60,053.845	32.089	1,232.855
52	89,781	710	0.00791	4,337.899	55,421.716	32.363	1,200.821
53	89,071	762	0.00855	4,059.995	51,083.817	32.767	1,168.458
54	88,309	816	0.00924	3,797.417	47,023.822	33.108	1,135.691
55	87,493	875	0.01000	3,549.365	43,226.406	33.487	1,102.588
56	86,618	937	0.01082	3,314.971	39,677.040	33.830	1,069.100
57	85,681	1,004	0.01172	3,093.501	36,362.070	34.197	1,035.270
58	84,677	1,075	0.01269	2,884.199	33,268.569	34.543	1,001.073

**TABLA DE MORTALIDAD**

**EXPERIENCIA MEXICANA ULTIMA 82-89 AL 6 %**

x	$l_x$	$d_x$	$q_x$	$D_x$	$N_x$	$C_x$	$M_x$
59	83,602	1,150	0.01376	2,686.400	30,384.370	34.861	966.527
60	82,452	1,230	0.01492	2,499.478	27,697.970	35.176	931.668
61	81,222	1,315	0.01619	2,322.022	25,198.492	35.478	896.492
62	79,907	1,404	0.01757	2,155.863	22,875.670	35.735	861.014
63	78,503	1,497	0.01907	1,998.098	20,719.808	35.946	825.279
64	77,006	1,594	0.02070	1,849.052	18,721.709	36.108	789.333
65	75,412	1,696	0.02249	1,708.281	16,872.657	36.244	753.225
66	73,716	1,801	0.02448	1,575.341	15,164.877	36.309	716.980
67	71,915	1,909	0.02654	1,449.861	13,589.035	36.308	680.671
68	70,006	2,019	0.02884	1,331.485	12,139.174	36.227	644.362
69	67,987	2,131	0.03134	1,219.891	10,807.688	36.072	608.135
70	65,856	2,243	0.03406	1,114.769	9,587.797	35.819	572.063
71	63,613	2,355	0.03702	1,015.850	8,473.028	35.479	536.244
72	61,258	2,465	0.04024	922.870	7,457.179	35.034	500.766
73	58,793	2,572	0.04375	835.598	6,534.309	34.486	465.732
74	56,221	2,673	0.04755	753.815	5,690.710	33.811	431.246
75	53,548	2,768	0.05169	677.335	4,944.896	33.031	397.435
76	50,780	2,853	0.05618	605.964	4,267.561	32.118	364.404
77	47,927	2,926	0.06105	539.546	3,661.597	31.075	332.286
78	45,001	2,985	0.06634	477.980	3,122.051	29.908	301.211
79	42,016	3,029	0.07208	420.970	2,644.120	28.631	271.303
80	38,987	3,052	0.07829	368.511	2,223.150	27.215	242.672
81	35,935	3,056	0.08503	320.487	1,854.639	25.708	215.457
82	32,879	3,035	0.09232	276.591	1,534.202	24.086	189.749
83	29,844	2,991	0.10021	236.848	1,257.611	22.394	165.663
84	26,853	2,920	0.10874	201.048	1,020.763	20.625	143.269
85	23,933	2,823	0.11796	169.043	819.715	18.811	122.645
86	21,110	2,700	0.12790	140.664	650.671	16.973	103.834
87	18,410	2,552	0.13862	115.729	510.007	15.134	86.861
88	15,858	2,381	0.15017	94.044	394.278	13.321	71.727
89	13,477	2,191	0.16259	75.400	300.234	11.564	58.406
90	11,286	1,986	0.17593	59.568	224.888	9.889	46.841
91	9,300	1,769	0.19025	46.307	165.266	8.310	36.953
92	7,531	1,548	0.20558	35.376	118.958	6.860	28.643
93	5,983	1,328	0.22198	26.514	83.582	5.552	21.783
94	4,655	1,115	0.23948	19.461	57.068	4.398	16.231
95	3,540	914	0.25813	13.962	37.607	3.401	11.833
96	2,626	730	0.27795	9.771	23.645	2.562	8.432
97	1,896	567	0.29898	6.655	13.874	1.878	5.870
98	1,329	427	0.32121	4.401	7.218	1.334	3.992
99	902	902	1.00000	2.818	2.818	2.658	2.658

**A N E X O 2**

**TABLA DE INVALIDEZ DE CUETO**

X	QX	X	QX
15	0.001000	58	0.016110
16	0.001000	59	0.018650
17	0.001000	60	0.021440
18	0.001000	61	0.024480
19	0.001000	62	0.027770
20	0.001000	63	0.035120
21	0.001000	64	0.039170
22	0.001000	65	0.030580
23	0.001000	66	0.032630
24	0.001000	67	0.034680
25	0.001000	68	0.036730
26	0.001000	69	0.038770
27	0.001000	70	0.040820
28	0.001000	71	0.042880
29	0.001000	72	0.044930
30	0.001010	73	0.046980
31	0.001020	74	0.049030
32	0.001030	75	0.051070
33	0.001050	76	0.053130
34	0.001070	77	0.055180
35	0.001090	78	0.057230
36	0.001110	79	0.059780
37	0.001140	80	0.061330
38	0.001170	81	0.063380
39	0.001210	82	0.065430
40	0.001260	83	0.067480
41	0.001320	84	0.069530
42	0.001390	85	0.071580
43	0.001460	86	0.073630
44	0.001560	87	0.075680
45	0.001810	88	0.077730
46	0.002140	89	0.079780
47	0.002530	90	0.081830
48	0.003000	91	0.083840
49	0.003570	92	0.085430
50	0.004240	93	0.087980
51	0.005040	94	0.090030
52	0.006000	95	0.092080
53	0.007140	96	0.094130
54	0.008470	97	0.096180
55	0.010020	98	0.098740
56	0.011800	99	0.100000
57	0.013830		

**A N E X O 3**

## ESTADO ACTUARIAL DE PERDIDAS Y GANANCIAS

El objetivo de dicho estado es el de saber las utilidades o pérdidas netas que tiene una compañía al término de cada período, siendo esto una actividad por demás importante, razón por lo cual la CNSF regula esta disposición con los Anexos A.1.1. y A.1.2. de la forma C.V. Cuaderno de Valuación que se entrega anualmente los cuales se detallan a continuación.

### C.V. A.1.1 CALCULOS AUXILIARES

#### A) CALCULO DE LA RESERVA ESPERADA (SIN INCLUIR INTERES REQUERIDO)

1. Reservas medias al 31 de diciembre del año anterior.  
(reserva media del seguro básico en vigor, reserva de reaseguro tomado y extraprimas del seguro básico).
- Primas netas diferidas del año anterior.
- Reservas del año anterior en cías. reaseguradoras.
- + 2. Primas netas del año actual.  
(total de primas netas del seguro básico, excluyendo las de reaseguro cedido e incluyendo las que corresponden a reaseguro tomado, extraprimas y de dotales, cupones y dividendos aplicados a opciones especiales).
- = 3. Total.
  
4. Reservas medias al 31 de diciembre del año actual.  
(reserva media del seguro básico en vigor, reserva de reaseguro tomado y extraprimas del seguro básico).
- Primas netas diferidas del año actual.
- Reservas del año actual en cías reaseguradoras.
- + 5. Pólizas dotales vencidas durante el año  
(importe de seguros dotales y cupones cuyo vencimiento se registró durante el ejercicio).

- + 6. Reservas terminales en el aniversario de las pólizas liberadas por muerte.  
(reservas terminales en el aniversario de la póliza, liberadas por siniestros de pólizas en pago de primas, seguro saldado y seguro prorrogado).
- + 7. Reservas terminales de pólizas terminadas por causas diferentes a las de muerte, vencimiento y expiración.  
(reservas terminales de pólizas en pago de primas que se cancelan por pasar a seguro saldado y seguro prorrogado más: reservas terminales de: pólizas caducadas sin derecho a valores garantizados; pólizas canceladas por cambios; pólizas rescatadas en pago de primas, seguro saldado y seguro prorrogado (cesión por efectivo y agotamiento por préstamo); pólizas que se cancelan en seguro saldado y seguro prorrogado por pasar a pago de primas, menos: reservas terminales que se dan de alta en seguro prorrogado; altas en seguro saldado por conversiones, rehabilitaciones y cambios; pólizas de seguro saldado y seguro prorrogado que se dan de alta en pago de primas; pólizas que se dan de alta en pago de primas por rehabilitaciones, más: reservas terminales de pólizas que se cancelan en seguro saldado y prorrogado por pasar a pago de prima).
- = 8. Total
- 9. MORTALIDAD ESPERADA (SIN INCLUIR INTERES REQUERIDO)  
(deducir el concepto (8) al (3)).
- B) CALCULO DEL INTERES REQUERIDO PARA MANTENER LA RESERVA
- 10. Interés de medio año sobre la reserva media al 31 de diciembre anterior.  
(se calculan con la tasa ponderada que corresponda al 31 de diciembre del año anterior; esta tasa se aplica a la reserva media a esa fecha, previa deducción de la prima neta diferida y de la reserva en compañías reaseguradoras).
- + 11. Intereses de medio año sobre la reserva media al 31 de diciembre del año actual.  
(se calculan con la tasa ponderada que corresponda al

31 de diciembre del año actual; esta tasa se aplica a la reserva media a esa fecha, previa deducción de la prima neta diferida y de la reserva en compañías reaseguradoras).

- + 12. Intereses de medio año sobre mortalidad esperada (sin incluir interés requerido).  
(se calculan con el promedio aritmético de las tasas empleadas en los conceptos (10) y (11); la tasa obtenida se aplica al concepto (9) ).
- + 13. Intereses de medio sobre reservas liberadas por muerte.
- = 14. INTERES REQUERIDO.
- 15. MORTALIDAD ESPERADA.  
(sumar los conceptos (9) y (14) ).

C) INVALIDEZ (VIDAS ACTIVAS).

- 16. Reserva media al 31 de diciembre del año anterior.
- + 17. Primas netas del año actual.  
(monto de primas netas del seguro directo más las correspondientes al reaseguro tomado, previa deducción de las cedidas en reaseguro. Por prima neta se entiende la prima ingresada menos los porcentajes de administración y adquisición autorizados en la nota técnica correspondiente).
- 18. Reserva media al 31 de diciembre del año actual.
- 19. Monto de siniestros ocurridos en el año actual.  
(debe considerarse el valor presente de las primas futuras en caso de exención de pago de primas, el de las rentas en caso de que se conceda este beneficio y el importe de los siniestros pagados por invalidez (retención) ).
- = 20. UTILIDAD O PERDIDA POR INVALIDEZ.

D) INVALIDEZ (VIDAS INCAPACITADAS).

- 21. Reserva media al 31 de diciembre del año anterior.  
(valor presente de los beneficios futuros conforme al beneficio que se trate, adicionando el interés requerido, de acuerdo a la nota técnica aprobada).
- + 22. Monto de siniestros ocurridos en el año actual.  
(valor presente de las primas futuras en caso de exención de pago de primas y el valor presente de las rentas en caso de que se conceda este beneficio).
- = 23. Total.
- 24. Reserva media al 31 de diciembre del año actual.  
(valor presente de los beneficios futuros conforme al beneficio que se trate, adicionando el interés requerido, de acuerdo a la nota técnica aprobada).
- 25. Pagos vencidos durante el año actual.  
(monto de los pagos por concepto de primas o rentas cubiertas por el beneficio).
- = 26. UTILIDAD O PERDIDA POR INVALIDEZ.

E) BENEFICIOS POR MUERTE ACCIDENTAL Y PERDIDA DE MIEMBROS.

- 27. Reserva media al 31 de diciembre del año anterior.
- + 28. Primas netas del año actual.  
(monto de primas netas del seguro directo más las correspondientes a reaseguro tomado, previa deducción de las cedidas en reaseguro. Por prima neta se entiende la prima ingresada menos los porcentajes de administración y adquisición autorizados en la nota técnica correspondiente).
- 29. Total.
- 30. Reserva media al 31 de diciembre del año actual.
- 31. Monto de siniestros ocurridos en el año actual.  
(monto de los siniestros pagados en el ejercicio por muerte accidental y pérdida de miembros (retención) ).

- = 32. UTILIDAD O PERDIDA POR MUERTE ACCIDENTAL Y PERDIDA DE MIEMBROS.

**C.V. A.1.2. RESULTADOS DE LAS OPERACIONES POR SEGURO.**

**I. PRIMAS**

**A) SEGURO DIRECTO**

1. Primas de primer año ingresadas en el período.  
(primas de primer año de seguro básico, beneficios adicionales y extraprimas que corresponden al seguro directo. De estas, indicar el monto de las primas cedidas en reaseguro al país y extranjero).

Las de esta clase cedidas en reaseguro:

- Al país
- Al extranjero

- + 2. Primas de renovación ingresadas en el período.  
(primas de renovación de seguro básico, beneficios adicionales y extraprimas que corresponden al seguro directo. De estas, indicar el monto de las primas cedidas en reaseguro al país y extranjero).

Las de esta clase cedidas en reaseguro:

- Al país
- Al extranjero

- = 3. Primas retenidas durante el ejercicio del seguro directo.

4. Primas netas de retención:

- a) De primer año.  
(primas netas anuales iniciales de negocios emitidos durante el ejercicio, vigentes al 31 de diciembre menos:  
primas netas diferidas de negocios emitidos y pagados

en el año de operación, vigentes al 31 de diciembre.  
más:

primas netas iniciales de:

negocios dados de baja en el año por cancelación o siniestro, habiendo pagado dentro del ejercicio una prima o parte de ella, antes de su cancelación (cancelación de primer año),  
negocios emitidos en el ejercicio anterior y pagadas en el año de operación,  
negocios emitidos en el año anterior, con pagos fraccionados, que complementan la anualidad inicial en el año de operación (prima neta diferida de primer año,  
negocios emitidos en el ejercicio anterior en vigor al 31 de diciembre actual),  
negocios emitidos en ejercicios anteriores, con pagos fraccionados, que estaban cancelados al 31 de diciembre anterior y que se rehabilitaron en el ejercicio (parte de prima inicial que debió de ingresar en ejercicios anteriores);

diferencias de primas netas iniciales cobradas al llevarse a cabo cambios;

primas netas iniciales de:

extraprimas (subnormal y ocupación);  
beneficios por invalidez (rentas, pago de la suma asegurada por invalidez y exención de pago de primas);  
beneficio de doble indemnización,

menos:

primas netas iniciales de vida, extraprimas, invalidez y doble indemnización, cedidas en reaseguro).

- b) De renovación.

(primas netas anuales de renovación de pólizas en vigor al 31 de diciembre.

menos:

primas netas de pólizas a prima única que estén antes, primas netas diferidas de renovación con relación al ejercicio anterior, vigentes al 31 de diciembre.

más:

primas netas de renovación de:

pólizas dadas de baja por cualquier causa dentro del año de operación, pero que alcanzaron a pagar una prima o parte de ella antes de su cancelación,  
pólizas rehabilitadas en el ejercicio, vencidas antes del aniversario

diferencias de primas netas de renovación cobradas al

efectuarse cambios,  
primas netas de renovación de:  
extraprimas (subnormal y ocupación),  
beneficios por invalidez (rentas, pago de la suma  
asegurada y exención de pago de primas).  
beneficio de doble indemnización,  
menos:  
primas netas de renovación de vida, extraprimas,  
invalidez y doble indemnización, cedidas en reaseguro)

= 5. Recargo sobre primas.

B) REASEGURO TOMADO

6. Primas tomadas.

Del país

Del extranjero

7. Primas retrocedidas.

- Al país

- Al extranjero

= 8. Primas retenidas de reaseguro tomado.

C) PRIMAS EMITIDAS.

9. Primas emitidas en el ejercicio (retención).  
(sumar los conceptos (3) y (8) ).

II. GASTOS

A) GASTOS DE ADQUISICION

10. Comisiones a agentes por primas iniciales.  
(monto de comisiones a agentes por primas de primer  
año, previa deducción de las correspondientes a  
reaseguro cedido).

+ 11. Compensaciones a agentes por primas iniciales.

- + 12. Comisiones a agentes por primas de renovación.  
(monto de comisiones a agentes por primas de renovación, previa deducción de las correspondientes a reaseguro cedido).
- + 13. Compensaciones a agentes por primas de renovación.
- + 14. Otros gastos de adquisición.  
(erogaciones que se realicen por los siguientes conceptos: congresos, convenciones, seminarios, publicaciones, propagandas, incremento a la reserva para castigo de anticipo a agentes y honorarios por exámenes médicos).
- = 15. Total de gastos de adquisición.

B) GASTOS DE OPERACION.

- 16. Gastos de operación (sin derecho de póliza)
- + 17. Derecho de póliza.
- = 18. Total de gastos de operación.

C) TOTAL

- 19. Total de gastos.  
(sumar los conceptos (15) y (18) ).
- 20. UTILIDAD O PERDIDA DE GASTOS  
(deducir el concepto (19) al (5) ).

III. INTERESES.

- 21. Productos financieros netos.
- 22. Total de interés requerido para mantener reservas.  
(concepto (14) del Anexo A.1.1.).
- 23. Dividendos acreditados por excedente financiero.
- = 24. UTILIDAD O PERDIDA POR INTERES.

IV. MORTALIDAD

- 25. Mortalidad esperada  
(concepto (15) del Anexo A.1.1.).
- 26. Siniestros durante el año.  
(importe de siniestros y vencimientos de seguro directo pagados durante el año (sin incluir beneficios adicionales) ).
- 27. Siniestros pagados por reaseguro tomado:
  - + Del país
  - + Del extranjero
- 28. Siniestros recuperados por reaseguro cedido:  
(importe de siniestros recuperados de reaseguro cedido del seguro básico directo).
  - Al país
  - Al extranjero
- 29. Reservas terminales liberadas por muerte.  
(reservas terminales en el aniversario de la póliza, liberadas por siniestros y vencimientos de pólizas en pago de primas, seguro prorrogado y seguro saldado).
- = 30. Costo neto de siniestros.
- 31. UTILIDAD O PERDIDA EN MORTALIDAD.  
(deducir el concepto (30) al (25) ).

V. UTILIDAD EN CONTRATOS DE REASEGURO.

- 32. Participación de utilidades por reaseguro cedido:
  - Al país
  - Al extranjero
- 33. Comisiones por reaseguro cedido:
  - + Al país

- + Al extranjero
- 34. Participación de utilidades por reaseguro tomado:
  - Al país
  - Al extranjero
- 35. Comisiones por reaseguro tomado:
  - Al país
  - Al extranjero
- = 36. UTILIDAD O PERDIDA EN REASEGURO.

#### VI. RESCATES, CAMBIOS, REHABILITACIONES Y CADUCIDADES

- 37. Reserva de pólizas rescatadas en efectivo durante el año o a cuenta de las cuales se concedieron seguros prorrogados o seguros saldados.  
(reserva terminal de pólizas rescatadas durante el año, ya sea que hayan estado en pago de primas, seguro saldado o seguro prorrogado, más la reserva terminal de pólizas que se dieron de baja en pago de primas por convertirse a seguro saldado o seguro prorrogado).
- 38. Cantidades pagadas en efectivo o aplicadas a: adeudos, reservas iniciales para seguros prorrogados y/o seguros saldados bajo dichas pólizas.  
(importe de rescates: importe de préstamos rehabilitados, reservas iniciales, constituidas como primas únicas que se dieron de alta en seguro saldado y seguro prorrogado).
- = 39. Utilidad o pérdida por pólizas rescatadas en efectivo o a cuenta de las cuales se concedieron seguros prorrogados y/o seguros saldados bajo dichas pólizas.
- + 40. Utilidad o pérdida por cambios y rehabilitaciones durante el año.  
(está dada por: diferencia de reservas canceladas por cambios, más: reservas de pólizas que se dan de baja en seguro saldado y seguro prorrogado por pasar a pago de primas, reservas constituidas por pólizas

rehabilitadas, menos: reservas constituidas de pólizas que se dan de alta en pago de primas, cancelándose en seguro saldado o prorrogado).

- + 41. Utilidad obtenida por reservas liberadas de pólizas caducadas durante el año a las que no se concedieron valores garantizados.
- = 42. UTILIDAD O PERDIDA TOTAL POR RESCATES, CAMBIOS, REHABILITACIONES Y CADUCIDADES.

#### VII. DIVIDENDOS

- 43. Reserva para dividendos sobre pólizas al 31 de diciembre actual.
- 44. Reserva para dividendos sobre pólizas al 31 de diciembre anterior.
- 45. Dividendos pagados durante el ejercicio.

#### VIII. BENEFICIOS ADICIONALES POR INVALIDEZ Y ACCIDENTE.

- 46. UTILIDAD O PERDIDA POR LOS BENEFICIOS DE INVALIDEZ TOTAL Y PERMANENTE INCLUIDOS EN LAS POLIZAS DE VIDA.
  - a) VIDAS ACTIVAS  
(concepto (20) del Anexo A.1.1.)
  - b) VIDAS INCAPACITADAS  
(concepto (26) del Anexo A.1.1.)
- 47. UTILIDAD O PERDIDA POR BENEFICIOS DE MUERTE ACCIDENTAL Y PERDIDA DE MIEMBROS INCLUIDOS EN LAS POLIZAS DE VIDA.  
(concepto (32) del Anexo A.1.1.)

#### IX. VARIOS.

- 48. Incremento a la Reserva de Previsión.  
(aumentos de acuerdo con lo dispuesto por el artículo 51 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros).

- + 49. Primas pagadas por cobertura de exceso de pérdida.
- + 50. (utilidad o pérdida por saldos no considerados anteriormente, y que por su naturaleza influyen en la utilidad neta de la empresa).
- + 51. (utilidad o pérdida por saldos no considerados anteriormente, y que por su naturaleza influyen en la utilidad neta de la empresa).
- + 52. Impuesto sobre la renta.  
(impuesto a cargo de la institución calculado de acuerdo con el resultado fiscal del ejercicio).
- 53. UTILIDAD O PERDIDA POR VARIOS.
  
- 54. UTILIDAD O PERDIDA NETA DE LAS OPERACIONES DURANTE EL EJERCICIO.  
(suma de la utilidad o pérdida de cada apartado, menos reserva para dividendos sobre pólizas, más utilidad o pérdida por dividendos pagados; esta última se obtiene deduciendo el concepto (45) al (44)).

## B I B L I O G R A F I A

- Life Contingencies. C. Wallace Jordan
- El Seguro de Vida. Joseph B. Maclean.
- Ley General para Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros.
- Apuntes del curso impartido por el Act. Jorge Rendón.
- Apuntes sobre la valuación de reservas escrito el Act. Fernando Ocampo Compean.
- Apuntes del curso impartido por una compañía Reaseguradora sobre el seguro de vida.
- Resultados de auditorías hechas a algunas Instituciones de Seguros.
- Apuntes varios recopilados durante cuatro años trabajando en el área de actuaría en una compañía de seguros.
- Nota metodológica de la Dirección de Estudios Técnicos y Actuariales de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.