

25  
2 ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
" A R A G O N "

ANALISIS DE MECANICA DE LA  
FRACTURA BAJO FATIGA

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A I

TOMAS ORTIZ MASCOTE

DIRECTORES: M.I. CUITLAHUAC OSORNIO CORREA  
DR. JORGE C. TORRES GUZMAN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

México, D.F.

1993



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# CONTENIDO

	Página
RESUMEN	III
AGRADECIMIENTOS	IV
DEDICATORIA	V
CONTENIDO	VI
NOMENCLATURA Y ABREVIATURAS	X
INTRODUCCION	XV
<hr/>	
<b>CAPITULO 1. CONCEPTOS BASICOS</b>	<b>1</b>
1.1 INTRODUCCION	1
1.2 CRITERIOS DE FLUENCIA PARA MATERIALES DUCTILES BAJO ESFUERZO PLANO	4
1.2.1 Criterio de esfuerzo cortante máximo	4
1.2.2 Criterio de energía de distorsión máxima	6
1.3 CRITERIO DE FRACTURA PARA MATERIALES FRAGILES SOMETIDOS A ESFUERZO PLANO	10
1.3.1 Criterio de esfuerzo normal máximo	10
1.3.2 Criterio de la deformación normal máxima	12

	Página
1.4 COMPARACION DE LOS CRITERIOS	13
<b>CAPITULO 2. TEORIAS DE FATIGA</b>	<b>15</b>
2.1 INTRODUCCION	15
2.2 CARACTERISTICAS DE LAS FALLAS POR FATIGA	16
2.3 EL DIAGRAMA $\sigma$ -N	18
2.4 FACTORES QUE AFECTAN LA RESISTENCIA A LA FATIGA	20
2.5 PREDICCIÓN DE VIDA DE FATIGA	27
2.6 ESFUERZOS FLUCTUANTES	29
2.7 TEORIAS DE FALLA POR FATIGA	31
2.8 FATIGA BAJO ESFUERZOS COMBINADOS	33
2.9 DAÑO ACUMULATIVO POR FATIGA	35
<b>CAPITULO 3. MECANICA DE LA FRACTURA LINEAL ELASTICA</b>	<b>40</b>
3.1 INTRODUCCIÓN	40
3.2 TIPOS DE FRACTURA	41
3.3 MODOS DE FRACTURA	42
3.4 CONCEPTO MOLECULAR DE LA FRACTURA	43
3.5 CRITERIO DE GRIFFITH	45
3.6 MODIFICACION DEL CRITERIO DE GRIFFIT	48
3.7 CAMPOS DE ESFUERZOS EN PRESENCIA DE GRIETAS	48
3.7.1 Concentradores de esfuerzo	48

	Página
3.7.2 Concentración de esfuerzos debida a grietas	50
3.7.3 Campo de esfuerzos en el vértice de una grieta	51
3.8 FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS	53
3.8.1 Determinación de $Y$ y $K$	53
3.9 CORRECCION DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS POR PLASTICIDAD	57
3.10 $K$ COMO CRITERIO DE FALLA	59
3.10.1 Relaciones entre $K$ y $G$	60
3.10.2 Efecto del espesor en la tenacidad a la fractura	62
3.11 DAÑO PERMISIBLE	64
3.12 RESISTENCIA RESIDUAL Y TAMAÑO DE GRIETA CRÍTICO	65
3.13 LIMITE DE VALIDEZ DE MFLE	67
<b>CAPITULO 4. MECANICA DE LA FRACTURA LINEAL ELASTICA BAJO FATIGA</b>	68
4.1. INTRODUCCION	68
4.2 PROCESO DE FRACTURA	70
4.3 APLICACION DE LA MFLE A PROPAGACION DE GRIETAS POR FATIGA	73
4.4 CURVA CARACTERISTICA DE PROPAGACION DE GRIETAS POR FATIGA	76
4.5 FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS THRESHOLD	78
4.6 RELACIONES EXISTENTES EN EL CRECIMIENTO DE GRIETAS POR FATIGA	80
4.7 CORRECCION POR PLASTICIDAD BAJO CARGAS CICLICAS DEL RANGO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS	83

	Página
4.8 PREDICCIÓN DE VIDA DE PROPAGACIÓN DE GRIETAS POR FATIGA	84
4.9 PROPAGACIÓN DE GRIETAS POR FATIGA BAJO CARGAS DE AMPLITUD VARIABLE	86
4.9.1 Efecto de sobrecargas en la propagación de grietas	87
4.9.2 Análisis de fatiga bajo carga de amplitud variable	89
4.10 EFECTO DE LOS ESFUERZOS RESIDUALES EN LA PROPAGACIÓN DE GRIETAS POR FATIGA	91
4.11 METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE DAÑO PERMISIBLE	94
<b>CAPÍTULO 5. PROBLEMAS DE APLICACIÓN</b>	<b>98</b>
5.1 INTRODUCCIÓN	98
5.2. EJEMPLO 1. ANÁLISIS DE LA FALLA DE UN VASTAGO DE UNA CENTRAL GENERADORA DE ELECTRICIDAD	99
5.3 EJEMPLO 2. APLICACIÓN DEL CÓDIGO ASME Y MFLE BAJO FATIGA EN LA EVALUACIÓN ANALÍTICA DE UNA GRIETA CONTENIDA EN UNA TUBERÍA AUSTENÍTICA	113
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>122</b>
<b>APÉNDICE A. ANÁLISIS DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES</b>	<b>130</b>
<b>APÉNDICE B. VALORES PARA PREDICCIÓN DE VIDA A LA FATIGA</b>	<b>164</b>
<b>APÉNDICE C. VALORES DE TENACIDAD A LA FRACTURA Y CONSTANTES DE PARIS Y FORMAN</b>	<b>171</b>
<b>APÉNDICE D. TABLAS Y FIGURAS PARA EVALUACIÓN ANALÍTICA DE GRIETAS</b>	<b>173</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS</b>	<b>178</b>

---

## NOMENCLATURA Y ABREVIATURAS

<i>A</i>	Area
<i>A<sub>θ</sub></i>	Area de un plano inclinado
<i>a</i>	Longitud de grieta
<i>B</i>	Espesor
<i>b</i>	Anchor de la semielipse de la grieta
<i>C</i>	Constante de la ley de Paris
<i>C<sub>I</sub></i>	Centro de inercia
<i>c</i>	Exponente de ductilidad a la fatiga
<i>D</i>	Diámetro, distancia
<i>d</i>	Distancia
<i>E</i>	Módulo de elasticidad ( módulo de Young )
<i>F</i>	Exponente de resistencia a la fatiga
<i>G</i>	Módulo de rigidez, fuerza impulsora, indice de liberación de energía

$G_c$	Fuerza impulsora crítica de la grieta
$K_t$	Factor elástico de concentración de esfuerzos
$K$	Factor de intensidad de esfuerzos
$K_I, K_{II}, K_{III}$	Factor de intensidad de esfuerzos correspondiente a modo I, modo II y modo III de fractura, respectivamente
$K_c$	Factor de intensidad de esfuerzos crítico
$K_{Ic}$	Factor de intensidad de esfuerzos crítico en deformación plana
$K_s$	Factor de intensidad de esfuerzos de sobrecarga
$\Delta K$	Rango del factor de intensidad de esfuerzos
$\Delta K_{th}$	Rango del factor de intensidad de esfuerzos threshold
$k_f$	Factor de concentración de esfuerzos en fatiga
$k_s$	Constante de resorte
$L$	Longitud
$M$	Momento flexionante
$M_m$	Factor de corrección por esfuerzos de membrana
$M_b$	Factor de corrección por esfuerzos de flexion
$m$	Exponente de la ley de Paris
$N$	Duración de aplicación del esfuerzo $\sigma$
$n$	Número de ciclos de aplicación del esfuerzo $\sigma$
$O$	Origen de coordenadas

$P$	Fuerza concentrada, carga, fuerza axial
$q$	Sensibilidad a la ranura
$R$	Radio de esfuerzos
$RA$	Reducción de área del material
$r$	Radio, distancia
$r_0$	Radio exterior
$r_1$	Radio interior
$T$	Temperatura
$t$	Espesor
$U$	Energía de deformación elástica
$U_d$	Energía de distorsión
$U_{dy}$	Energía de distorsión de fluencia
$V$	Fuerza cortante
$x, y, z$	Coordenadas rectangulares
$W$	Energía necesaria para la creación de nuevas superficies de fractura, anchor de la pieza agrietada
$Y$	Factor de geometría
$\gamma$	Deformación de corte, tensión superficial
$\gamma_p$	Tensión superficial corregida por plasticidad
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	Deformación de corte en los planos $xy, yz, zx$ respectivamente

## Nomenclatura y Abreviaturas

---

$\delta$	Deformación total
$e$	Deformación normal unitaria
$e_y$	Deformación de fluencia
$e_U$	Deformación última
$e_x, e_y, e_z$	Deformaciones normales en las direcciones $x, y, z$
$\theta$	Angulo
$\nu$	Módulo de Poisson
$\rho$	Radio de curvatura en el extremo de una grieta
$\sigma$	Esfuerzo normal
$\sigma'$	Esfuerzo de Von Mises
$\sigma_A$	Amplitud de esfuerzo (esfuerzo variable)
$\sigma_a$	Esfuerzo de fatiga o resistencia a la fatiga
$\sigma'_0$	Límite de fatiga en flexión reversible
$\sigma_m$	Esfuerzo medio
$\sigma_{máx}$	Esfuerzo máximo
$\sigma_{mín}$	Esfuerzo mínimo
$\sigma_r$	Rango de esfuerzo
$\sigma_n$	Esfuerzo estacionario o estático
$\sigma_{U\tau}$	Esfuerzo último a la tensión (Resistencia última a la tensión)
$\sigma_y$	Esfuerzo de fluencia

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Esfuerzos normales en planos perpendiculares a los ejes $x, y, z$
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Esfuerzos principales
$\tau$	Esfuerzo cortante
$\tau_y$	Esfuerzo de fluencia a cortante
$\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}$	Esfuerzos cortantes en planos perpendiculares a los ejes $x, y, z$ y paralelos a los ejes $y, z, x$ , respectivamente
<b>ASME</b>	American Society of Mechanical Engineers
<b>FIE</b>	Factor de intensidad de esfuerzos
<b>F.S.</b>	Factor de seguridad
<b>GMAW</b>	Gas Metal-Arc Weld
<b>MFLE</b>	Mecánica de la Fractura Lineal Elástica
<b>NPC</b>	Nominal Pipe Circunference (circunferencia nominal de la tubería)
<b>NPS</b>	Nominal Pipe Size (tamaño nominal de la tubería)
<b>SAE</b>	Society of Automotive Engineers
<b>SI</b>	Sistema Internacional de Unidades

---

## INTRODUCCION

Uno de los principales problemas a los que siempre se ha enfrentado el diseñador y el analista, es la falla de componentes durante su vida de servicio. Esto ha originado que a través de los años se hayan derivado varias teorías o criterios de falla, las cuales combinan los esfuerzos actuantes y los comparan contra el posible modo de falla del componente o equipo en estudio.

Estas teorías suponen que el material es continuo y homogéneo, pero es claro que un material real no cumple con estas suposiciones sino que por el contrario contiene discontinuidades e imperfecciones debidas a la mala calidad en la fabricación y que sirven como intensificadores de esfuerzo. También es importante mencionar que tanto los esfuerzos como la resistencia en un componente pueden variar de un punto a otro. Diversos procesos metalmecánicos como forja, laminación o el conformado en frío, causan variaciones de punto a punto en un elemento mecánico.

Para tomar en cuenta todas estas singularidades en el material y las incertidumbres que pueden ocurrir tanto en la resistencia como en las cargas se hace uso del factor de seguridad. El uso de estos factores a menudo nos lleva a sobrediseñar el componente, es decir, sobrestimar las cargas que se le aplican lo

que trae como consecuencia que quede sobredimensionado con el consecuente aumento en su costo y peso ó subestimar las grietas y defectos existentes en el material lo cual puede ser de consecuencias lamentables ya que el componente estará expuesto a una falla catastrófica.

En estas condiciones se ve la necesidad de contar con criterios de diseño más eficientes y más seguros que nos permitan determinar las dimensiones mínimas necesarias que un elemento mecánico debe tener para soportar las cargas a las que estará sujeto y reducir los factores de seguridad a valores menos significativos, así como poder determinar de manera precisa en que momento un componente de máquina fallará con el fin de poder prevenir la falla.

La mecánica de la fractura lineal elástica, *MFLE*, es una técnica que por sus características cada día tiene más aplicación en la industria, especialmente en la considerada de alta tecnología o alta seguridad como la aeronáutica, la astronáutica, la nucleoelectrónica, etcétera. Esta técnica toma en cuenta que todos los materiales contienen defectos o imperfecciones y analiza el impacto que estos tendrán en la resistencia del material así como su comportamiento bajo cargas aplicadas.

En este trabajo se hace un estudio de la mecánica de la fractura lineal elástica y su aplicación en el diseño y análisis de elementos, además de un análisis de la aplicabilidad que tiene la *MFLE* en problemas que involucran fatiga.

El trabajo se divide en cinco capítulos. Primeramente, en el capítulo 1, se presentan los criterios de falla para el caso de componentes que están sujetos a carga estática.

---

## Introducción

---

En el capítulo 2 se presenta la teoría de fatiga clásica así como los criterios de falla para situaciones en las que se involucren cargas cíclicas o variables.

El capítulo 3 presenta la mecánica de la fractura lineal elástica. En este capítulo se dan los criterios de análisis y diseño de elementos de máquina que contienen grietas y que están sujetos a carga estática.

En el capítulo 4 se analiza la aplicabilidad que tiene la *MFLE* en fatiga. En este capítulo se dan las bases para la predicción de la vida de un componente sujeto a fatiga y se da una metodología para la determinación de los períodos de inspección de cuerpos que contienen grietas.

En el capítulo 5 se presentan dos problemas tipo de la aplicación que tiene la *MFLE* en el análisis y prevención de fallas de elementos que contienen grietas o defectos y que están sometidos a cargas de fatiga.

Además se presentan las conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros. Así mismo, se incluyen apéndices que contienen información relevante para el mejor entendimiento de los temas presentados en los capítulos principales. Finalmente, se dan las referencias las cuales se encuentran en orden alfabético.

Con este trabajo se pretende presentar, asimilar y comparar con las técnicas de ingeniería clásica, una técnica avanzada de análisis y diseño de componentes que empieza a tener aplicación en México y que, por sus características de seguridad y eficiencia, forma parte de códigos reguladores de países industrializados.

---

# CAPITULO 1

## CONCEPTOS BASICOS

### 1.1 INTRODUCCION

Cuando un elemento o componente estructural es sujeto a cargas, la respuesta de éste no depende solamente del tipo de material con el cual se fabricó sino también de las condiciones de carga. Para el caso de elementos estructurales las causas de falla se han agrupado en cuatro categorías, las cuales se describen a continuación [Moss, 1987],[Bednar, 1986]:

1. Material. Selección errónea del material o imperfecciones en el material.
2. Diseño. Datos incorrectos en el diseño; Métodos de diseño incorrectos o inapropiados.
3. Fabricación. Control de calidad pobre; Procesos de fabricación inapropiados, deficientes o incompletos.
4. Servicio. Operación inapropiada de personal inexperto; Mantenimiento deficiente o inapropiado; Transitorio o descontrol de condiciones de operación; Modificación de las condiciones de servicio del usuario.

Estas causas se manifiestan en fallas del equipo que pueden ser de varios tipos, los más comunes son:

- a) Deformación Elástica
- b) Fractura Frágil
- c) Deformación Plástica Excesiva
- d) Ruptura Bajo Esfuerzos (dependiente de tiempo o de ciclos)
- e) Inestabilidad Plástica
- f) Fatiga a Bajo Ciclo
- g) Corrosión Bajo Esfuerzos
- h) Corrosión-Fatiga.

Para evitar estos tipos de fallas, el analista debe tener claro las condiciones bajo las cuales el equipo va a operar. Esto significa tener, no solo el estado de esfuerzos (y consecuentemente de deformaciones) en todas las partes del equipo, sino también el tipo de servicio, la geometría, la rigidez, las propiedades del material y los métodos de fabricación.

En cuanto al estado de esfuerzos hay que tomar en cuenta que el material o equipo *siente* en cualquier punto el efecto combinado de los esfuerzos. Por lo que es el deber del analista combinar los esfuerzos debidos a las diferentes cargas para obtener el mayor (o peor) estado de esfuerzos posible con el cual utilizar una teoría de falla que tome los esfuerzos más importantes para el caso y compare los resultados con un nivel de esfuerzos aceptable para obtener un diseño o estado de operación seguro. En el Apéndice A se presenta la teoría básica necesaria para determinar el estado de esfuerzos y deformaciones en un componente.

De lo anterior se deduce que el conocimiento de los esfuerzos actuantes en un elemento o componente no tiene significado alguno a menos que sean comparados con alguna teoría de falla. Además de que la importancia de un esfuerzo determinado debe ser relacionada con la localización del esfuerzo en el componente y la capacidad del componente para resistir ese esfuerzo de acuerdo a su tipo característico de falla.

A través de los años se han derivado varias teorías o criterios de falla, las cuales combinan los esfuerzos actuantes y los comparan contra el posible modo de falla del componente o equipo en estudio. Estos criterios establecen que cuando se diseñan elementos mecánicos para resistir fallas, se debe cuidar que los esfuerzos internos no rebasen la resistencia del material. Si el material a emplear es dúctil, lo que más interesa es la resistencia de fluencia, ya que una deformación permanente sería considerada como falla. Existen otros materiales, los cuales no poseen punto de fluencia, así que debe utilizarse la resistencia última.

Los dos tipos de grupos y los criterios que aplican a ellos se presentan a continuación:

## 1.2 CRITERIOS DE FLUENCIA PARA MATERIALES DUCTILES BAJO ESFUERZO PLANO

### 1.2.1 Criterio de esfuerzo cortante máximo

Este criterio se basa en la observación de que la fluencia en materiales dúctiles se debe al deslizamiento que sufre el material a lo largo de superficies oblicuas y se debe primordialmente a esfuerzos cortantes. De acuerdo con este criterio, un componente estructural dado es seguro siempre y cuando el valor máximo del esfuerzo cortante ( $\tau_{máx}$ ) en dicho componente permanezca menor que el correspondiente valor del esfuerzo cortante en una probeta a tracción del mismo material cuando la probeta empieza a fluir.

Por otra parte, para esfuerzo plano, el valor máximo del esfuerzo cortante,  $\tau_{máx}$ , es igual a  $|\sigma_{máx}|/2$  si los esfuerzos principales son positivos o ambos negativos, y a  $|\sigma_{máx}-\sigma_{mín}|/2$  si el esfuerzo máximo es positivo y el esfuerzo mínimo es negativo. Por lo tanto, si los esfuerzos principales  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$  tienen el mismo signo, el criterio de esfuerzo cortante máximo da:

$$|\sigma_a| < \sigma_y \quad |\sigma_b| < \sigma_y \quad (1.1)$$

y si  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$  tienen signos opuestos, este criterio nos da:

$$|\sigma_a - \sigma_b| < \sigma_y \quad (1.2)$$

Las relaciones obtenidas han sido representadas gráficamente en la figura 1.1. Cualquier estado de esfuerzos dado estará representado en dicha figura por un punto de coordenadas  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$ , donde  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$  son los dos esfuerzos principales. Si este punto está contenido dentro del área mostrada en la figura, el componente estructural es seguro y si el punto está fuera de esta área, el componente fallará

---

como resultado de la fluencia del material. El hexágono asociado con la iniciación de la fluencia del material se conoce como *hexágono de Tresca* [Beer, 1979].

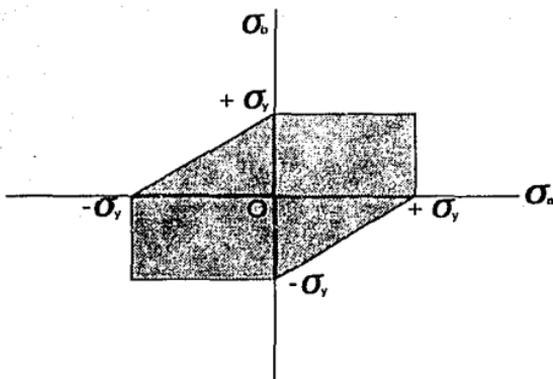


Figura 1.1. Hexágono de Tresca

Este criterio es aplicable a los recipientes a presión construidos de materiales frágiles y sujetos a fatiga. Este criterio es el que se utiliza como base para diseño de algunos códigos tales como el código ASME (American Society of Mechanical Engineers) en su sección III y sección VIII división 2 y 3 [Moss, 1987],[Smith, 1987]. Además, es el más usado para el diseño con materiales dúctiles por dos razones [Díaz, 1976] 1) es el más seguro, según los experimentos y 2) facilidad de aplicación.

### 1.2.2 Criterio de energía de distorsión máxima

Este criterio también se llama criterio de la energía de cortante o criterio de Von Mises Henky. Es el más conveniente para el caso de materiales dúctiles y se emplea sólo para definir el principio de fluencia.

Este criterio se originó a partir de la observación de que los materiales dúctiles, sometidos a esfuerzo hidrostático (de igual tensión o compresión), tenían resistencias de fluencia muy superiores a los valores obtenidos en un ensayo a tensión simple. Así, se postuló que la fluencia no era, de ninguna manera, un fenómeno de tensión o de compresión simples, sino que más bien estaba relacionada de algún modo con la distorsión (o deformación angular) del elemento esforzado. Ahora bien, uno de los criterios de falla para materiales frágiles afirma que la fluencia se inicia cuando la energía total de deformación almacenada en el elemento esforzado, llega a ser igual a la energía elástica que hay en un elemento contenido en una probeta de tensión en el punto de cedencia (ver sección 1.3.2). Este criterio denominado *criterio de la energía máxima de deformación*, fue el precursor del criterio de la energía de distorsión.

Según el criterio de Von Mises, la energía de distorsión es igual a la energía total de deformación menos la energía utilizada para producir únicamente un cambio de volumen.

En el caso de un cubo unitario el trabajo efectuado en una de las direcciones principales es:

$$u_n = \frac{\sigma_n \epsilon_n}{2} \quad (a)$$

donde  $n= 1,2$  o  $3$ . Por lo tanto, la energía total de deformación es:

$$u = u_1 + u_2 + u_3 = \left( \frac{1}{2E} \right) \left[ \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) \right] \quad (b)$$

si definimos el esfuerzo medio como:

$$\sigma_{mod} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (c)$$

y aplicamos ese esfuerzo a cada una de las direcciones principales de un cubo unitario (figura 1.2).

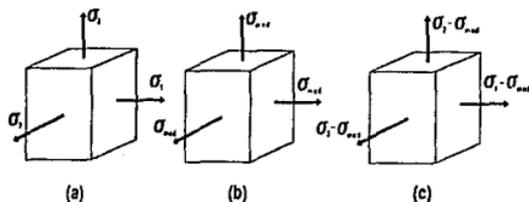


Figura 1.2.

los esfuerzos resultantes  $\sigma_1 - \sigma_{mod}$ ,  $\sigma_2 - \sigma_{mod}$  y  $\sigma_3 - \sigma_{mod}$  (figura 1.2c), producirán únicamente distorsión. Sustituyendo  $\sigma_{mod}$  en vez de  $\sigma_1, \sigma_2$  y  $\sigma_3$  en la ecuación (b) se obtiene la cantidad de energía de deformación que solo produce cambio de volumen:

$$u_v = \frac{1}{2E} \left[ 3\sigma_{mod}^2 - 2\nu (3) \sigma_{mod}^2 \right] = \frac{3\sigma_{mod}^2}{2E} (1 - 2\nu) \quad (d)$$

Ahora, si se hace la sustitución de  $\sigma_{mod}^2$  en la ecuación (d) y se simplifica queda:

$$u_v = \frac{1-2\nu}{6E} \left( \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_3\sigma_1 \right) \quad (e)$$

luego, para obtener la energía de distorsión se resta la ecuación (e) de la (b) y resulta:

$$u_d = u - u_v = \frac{1+\nu}{3E} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2} + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \quad (1.3)$$

Obsérvese que la energía de distorsión es nula cuando  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ . En el caso de un ensayo a tensión simple  $\sigma_1 = \sigma_y$  y  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ . Por lo tanto, la energía de distorsión es:

$$u_d = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_y^2 \quad (1.4)$$

Finalmente, el criterio se obtiene igualando (1.3) y (1.4) como sigue:

$$2\sigma_y^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \quad (1.5)$$

lo cual define la iniciación de la fluencia para un estado de esfuerzo triaxial. Si  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  ó  $\sigma_3$  es cero, el estado de esfuerzos es biaxial. Tomando  $\sigma_a$  como el mayor de los dos esfuerzos distintos de cero, y  $\sigma_b$ , como el menor. La ecuación anterior se reduce a:

$$\sigma_y^2 = \sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_b + \sigma_b^2 \quad (1.6)$$

esta ecuación se representa gráficamente por medio de la elipse de la figura 1.3 [Shigley, 1990].

El criterio de energía de distorsión máxima o criterio de Von Mises indica que el componente estructural es seguro siempre y cuando:

$$u_d < (u_d)_y \quad \text{ó} \quad \sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_b + \sigma_b^2 < \sigma_y^2$$

es decir, siempre y cuando los puntos de coordenadas  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$  estén contenidos dentro del área mostrada en la figura 1.3 [Beer, 1979].

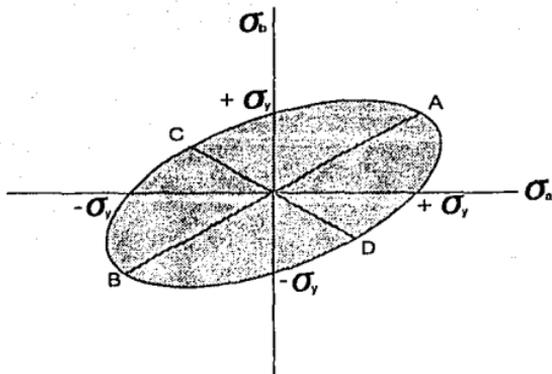


Figura 1.3. Criterio de Von Mises

Para estudios de análisis y diseño conviene definir el concepto de esfuerzo de Von Mises a partir de la ecuación (1.6), como:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_b + \sigma_b^2} \quad (1.7)$$

y para un estado de esfuerzo triaxial:

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$$

### 1.3 CRITERIO DE FRACTURA PARA MATERIALES FRAGILES SOMETIDOS A ESFUERZO PLANO

Los materiales frágiles se caracterizan por fallar súbitamente por ruptura, sin fluencia previa, cuando se someten a un ensayo de tracción. Cuando un elemento estructural o componente de máquina hecho de un material frágil es sometido a un ensayo de tracción uniaxial, el valor del esfuerzo normal que causa falla es igual a la resistencia final del material,  $\sigma_D$ , tal como se determina en un ensayo de tracción, puesto que tanto la probeta de prueba a tracción como el elemento o componente están sometidos al mismo estado de esfuerzos. Sin embargo cuando un elemento estructural o elemento de máquina esta en un estado de esfuerzos plano, se encuentra conveniente determinar primero los esfuerzos principales,  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$ , en cualquier punto dado y usar uno de los criterios indicados para predecir si el elemento, estructura o componente de máquina fallará [Beer, 1979].

#### 1.3.1 Criterio de esfuerzo normal máximo

De acuerdo con este criterio, un componente estructural dado falla cuando el esfuerzo normal máximo en dicho componente alcanza la resistencia final,  $\sigma_D$ , obtenida de un ensayo a tracción de una probeta del mismo material. Por lo tanto, el componente estructural estará seguro siempre y cuando los valores absolutos de los esfuerzos principales  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$  sean menores al esfuerzo último  $\sigma_D$ .

El criterio de esfuerzo normal máximo puede expresarse gráficamente como se muestra en la figura 1.4. Si el punto obtenido, graficando los valores  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$  de

los esfuerzos principales, esta contenido dentro del cuadrado mostrado en la figura, el componente estructural es seguro. Si esta fuera del área, el componente fallará [Beer, 1979].

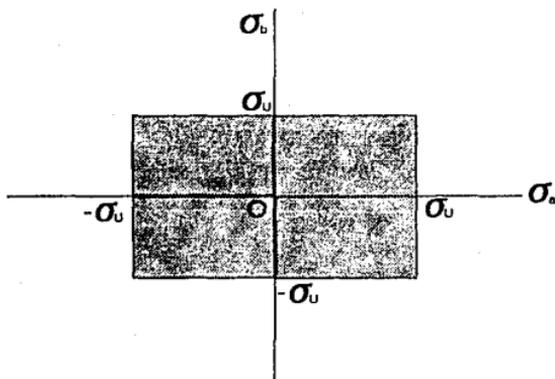


Figura 1.4. Criterio del esfuerzo normal máximo

El criterio de esfuerzo normal máximo es el que toma como base para diseño el código ASME sección III, en sus subsecciones NC y ND (clases 2 y 3) y, en la sección VIII, división 1, sección I para aplicación a tuberías [Moss, 1987],[Smith, 1987]. Además, es conocido como *criterio de Coulomb* y es el criterio más elemental de todos y el que menos se aproxima a las pruebas de laboratorio para ciertas combinaciones de esfuerzo. Por lo tanto, este criterio no es muy recomendable ya que da origen a resultados que quedan del lado inseguro [Shigley, 1990],[Díaz, 1976].

### 1.3.2 Criterio de la deformación normal máxima

De acuerdo con este criterio, también conocido como *criterio de Saint-Venant*, un componente estructural es seguro siempre y cuando el valor máximo de la deformación normal en dicho componente sea menor que el valor,  $e_U$ , de la deformación con la cual una probeta de prueba a tracción del mismo material fallará. La deformación es máxima a lo largo de uno de los ejes principales de esfuerzo, si la deformación es elástica y el material homogéneo e isotrópico. Por lo que, designando por  $e_a$  y  $e_b$  a los valores de la deformación normal a lo largo de los ejes principales en el plano de esfuerzo, escribimos:

$$|e_a| < e_U \quad |e_b| < e_U \quad (1.8)$$

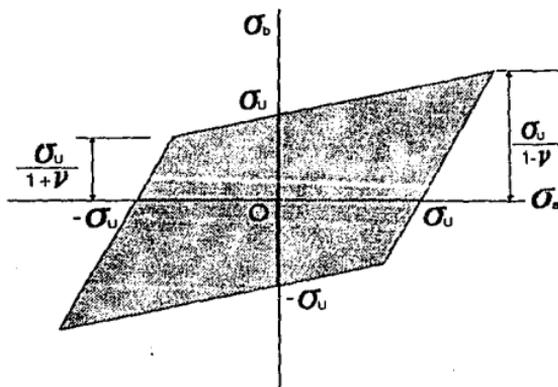


Figura 1.5. Criterio de Saint Venant

Usando la ley generalizada de Hooke expresamos estas relaciones en función de los esfuerzos principales  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$  y de la resistencia última del material,  $\sigma_U$ ,

encontrando que, de acuerdo con el criterio de la deformación normal máxima, el componente estructural es seguro siempre y cuando el punto obtenido graficando  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  este contenido dentro del área mostrada en la figura 1.5, donde  $\nu$  es la relación de Poisson para el material dado.

#### 1.4 COMPARACION DE LOS CRITERIOS

En la figura 1.6 se muestran las gráficas de los criterios de falla estudiados en las secciones anteriores.

Con base en pruebas hechas a diferentes materiales, se ha determinado que, para materiales frágiles, el criterio de Von Mises predice la falla con mayor exactitud en los cuatro cuadrantes. Al mismo tiempo se ha observado que el criterio de esfuerzo cortante máximo es el más seguro y los resultados obtenidos al aplicarlo serán más conservadores [Díaz, 1976],[Harvey, 1985].

El criterio del esfuerzo normal máximo solo dará resultados seguros cuando se use en el primer y tercer cuadrante, es decir, cuando los esfuerzos principales sean del mismo signo. Cuando se usa en el segundo y cuarto cuadrante, esfuerzos principales de signo diferente, los resultados no serán confiables. Algo similar se puede concluir de el criterio de la deformación unitaria máxima (St. Venant) [Díaz, 1976],[Smith, 1987].

Notese que para determinar si un componente estructural será seguro bajo una condición de carga dada, el estado de esfuerzos debe calcularse en todos los

puntos críticos del componente, es decir, en todos los puntos en donde podrían ocurrir concentraciones de esfuerzos [Beer, 1979].

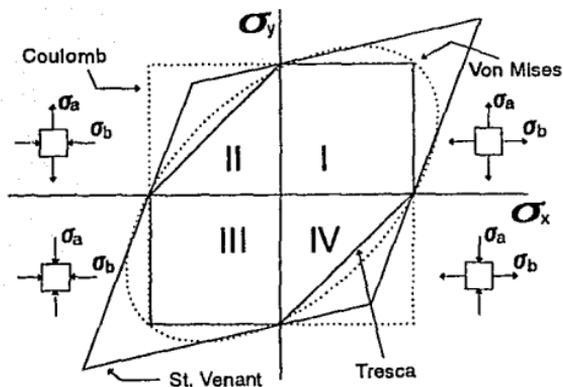


Figura 1.6. Comparación de los criterios de diseño para materiales

Debe tenerse especial cuidado cuando se han detectado grietas macroscópicas en un componente estructural. Mientras pueda suponerse que la probeta utilizada para determinar la resistencia última a tracción del material contiene el mismo tipo de imperfecciones (o sea, grietas o cavidades microscópicas) que el componente estructural investigado, se supondrá a este libre de cualquier grieta macroscópica detectable. Cuando se detecta una grieta en un componente estructural, es necesario determinar si la grieta se propagará bajo las condiciones de carga esperadas y causará falla en el componente o si permanecerá estable. Esto requiere de un análisis que involucra la energía asociada con el crecimiento de la grieta. Dicho análisis debe llevarse a cabo usando los métodos de mecánica de la fractura.

---

## CAPITULO 2

### TEORIAS DE FATIGA

#### 2.1 INTRODUCCION

Recordemos que si el esfuerzo máximo no excede el límite elástico del material, la probeta retorna a su condición inicial cuando se retira la carga. Ciertamente, podríamos concluir que un cierto modo de carga podría repetirse muchas veces, siempre que los esfuerzos permanecieran dentro del intervalo elástico. Sin embargo, después de un cuidadoso análisis de elementos que han fallado bajo la acción de esfuerzos repetidos o fluctuantes se ha observado que los esfuerzos máximos reales fueron inferiores a la resistencia última del material y, muchas veces, aún menores que la resistencia de fluencia. La característica más notable de estas fallas ha sido que los esfuerzos se repitieron muchas veces; éste fenómeno se conoce como fatiga. Una falla por fatiga es de naturaleza frágil aún para materiales normalmente dúctiles [Beer, 1979],[Shigley, 1990].

Cuando se somete un elemento estructural sin grietas o defectos similares, a esfuerzos repetidos de magnitud suficientemente grande durante un número de ciclos considerable, se forma una grieta en la superficie del elemento y ésta se propaga, después de un número dado de ciclos de esfuerzo, hasta que el material falla. Alrededor de un 85 a un 90% de las fallas en elementos estructurales son causadas por fatiga [Shin-Ichi, 1992]. Es por esta razón que en la Sección III División 2 del código ASME se reconoce a la fatiga como un posible modo de falla y se dan las especificaciones necesarias para prevenirla [Langer, 1972]. En este capítulo se describen algunos criterios para predicción de vida de fatiga de componentes.

## **2.2 CARACTERISTICAS DE LAS FALLAS POR FATIGA**

Un examen de probetas de ejes, resortes y otros componentes que han fallado por fatiga, demuestra que la falla se inicia en una grieta microscópica o en una imperfección similar y esta es tan diminuta que no puede percibirse a simple vista y es bastante difícil localizarla con rayos X. La grieta se origina en un punto de discontinuidad en el material, tal como un cambio en la sección transversal, un chavetero (o cuñero), o un orificio. Hay otros puntos menos obvios donde es probable que se inicien fallas por fatiga, como las marcas de inspección o de otra clase, grietas internas o irregularidades causadas por el maquinado [Beer, 1979],[Shigley, 1990],[Shin-Ichi, 1992].

Una vez que la grieta se forma, el efecto de concentración del esfuerzo se hace mayor y, a cada ciclo de carga, la grieta aumenta ligeramente. Durante los ciclos sucesivos, la grieta se propaga a través del material. Debe notarse que, como la

---

grieta aumenta, el área esforzada disminuye en tamaño y el esfuerzo aumenta en magnitud hasta que, finalmente, el área útil ( parte no dañada) es insuficiente para soportar la carga máxima y entonces ocurre una falla repentina de tipo frágil. En consecuencia, las fallas por fatiga se caracterizan por dos áreas distintas. La primera se debe al crecimiento progresivo de la grieta, en tanto que la segunda se origina en la ruptura repentina [Beer, 1979],[Shigley, 1990],[Díaz, 1976].

Debido a que la falla por fatiga puede iniciarse en cualquier grieta o imperfección, la condición superficial de una probeta tiene efecto importante sobre el valor del límite de resistencia a la fatiga obtenido al probarla. Para probetas bien terminadas y pulidas, tal límite es más alto que para probetas laminadas o forjadas o para componentes atacados por la corrosión. En aplicaciones en o cerca del mar o en sitios donde se espera corrosión puede preverse una reducción hasta del 50% en el límite de resistencia a la fatiga [Beer, 1979],[Shin-Ichi, 1992].

Cuando una pieza de maquinaria falla por carga estática, viene acompañada de gran deformación debido a que el material ha excedido su punto de cedencia y la pieza puede reemplazarse antes de que ocurra una fractura completa. Las fallas por fatiga ocurren sin previo aviso y por lo tanto son sumamente peligrosas.

Tres factores básicos son necesarios para que se produzca falla por fatiga.

- Un esfuerzo de tensión suficientemente alto.
- Una amplitud grande en la onda de fluctuación del esfuerzo aplicado.
- Un número suficientemente grande de ciclos de aplicación de cargas.

### 2.3 EL DIAGRAMA $\sigma$ - $N$

Se ha visto que la variación de esfuerzos produce efectos más dañinos a una pieza que la aplicación de una carga estática. Por lo tanto, el criterio para diseño tiene que ser modificado y el esfuerzo de cedencia o el esfuerzo último no deben ser tomados como base para el cálculo. En vez de ello se debe tomar el valor de esfuerzo límite de fatiga [Shigley, 1990],[Díaz, 1976].

*El esfuerzo límite de fatiga esta definido como el máximo esfuerzo completamente reversible que un material altamente pulido puede resistir un número infinito de veces sin fallar [Díaz, 1976],[Smith, 1987].*

Debe entenderse este límite como el valor de esfuerzo al cual una grieta puede nuclearse pero no propagarse y no como el esfuerzo al cual no ocurrirá la nucleación de la grieta. Esto es, no se puede asegurar que con la aplicación de un esfuerzo cercano al límite de fatiga no se formara la grieta pero si se puede tener la certeza de que si ésta se forma no se propagará [Shin-ichi, 1992]

Para determinar la resistencia de materiales bajo la acción de cargas de fatiga, las probetas se someten a cargas repetidas o variables de magnitudes especificadas y se cuentan los ciclos o alteraciones de esfuerzo que soporta el material hasta la falla o ruptura [Shigley, 1990]. Esta operación se realiza para diferentes valores de esfuerzo.

Al graficar los puntos resultantes de las pruebas anteriores resulta un diagrama conocido como *diagrama de Wohler* [Timoshenko, 1976] que tiene la forma como el mostrado en la figura 2.1. Las ordenadas del diagrama  $\sigma$ - $N$  son las

resistencias a la fatiga  $\sigma_e$ . Al expresar este tipo de resistencia también debe indicarse el número de ciclos  $N$  al que corresponde.

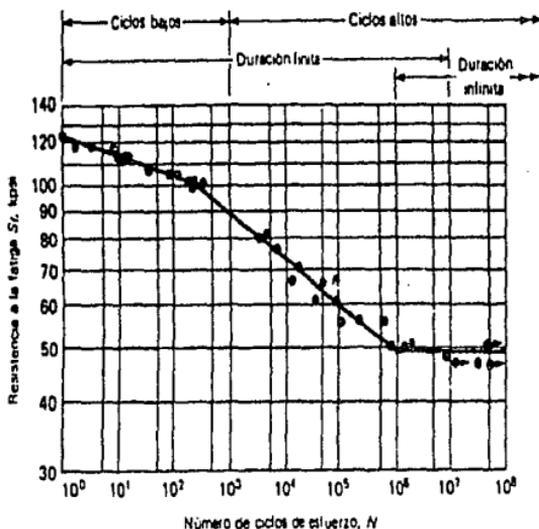


Figura 2.1. Diagrama de Wohler

En la figura 2.1 se muestra una curva  $\sigma-N$ , curva de Wohler, típica para aceros. Observamos que si el esfuerzo máximo es alto se requieren pocos ciclos de carga para producir ruptura. Cuando la magnitud del esfuerzo máximo se reduce, el número de ciclos necesarios para producir ruptura aumenta hasta alcanzar un esfuerzo llamado límite de resistencia o de fatiga. El límite de fatiga es el esfuerzo para el cual no ocurre fatiga aunque se aplique un número muy elevado de ciclos de carga. Para acero de bajo contenido de carbón, tal como el acero

estructural, el límite de resistencia a la fatiga es prácticamente la mitad de su resistencia final [Beer, 1979],[Shigley, 1990],[Smith, 1987].

A la falla por fatiga desde  $N= 0.5$  hasta  $N= 10\ 000$  ciclos generalmente se le clasifica como fatiga de ciclo bajo, como se indica en la figura 2.1. En esta figura también se distingue entre una región de duración finita y una región de duración infinita. En recipientes a presión, el número de ciclos de esfuerzo aplicados durante la vida útil del recipiente, raras veces excede a  $10^6$  y es frecuentemente solo de algunos miles [Shigley, 1990],[Smith, 1987],[Langer, 1972].

Existe una gran cantidad de datos publicados acerca de resultados obtenidos mediante pruebas con la máquina de viga rotatoria y ensayos a tensión simple [Boressi, 1985],[Shigley, 1990],[Peckner, 1977],[Linch, 1975],[ASTM, 1961].

## **2.4 FACTORES QUE AFECTAN LA RESISTENCIA A LA FATIGA**

Es claro que una pieza de maquinaria trabajará bajo condiciones muy diferentes que una muestra de laboratorio. El proceso de fabricación real también puede ser diferente al correspondiente a un espécimen de prueba. Todo esto modificará la resistencia real del material de la pieza. El uso de ciertas constantes que representen el efecto separado de los diferentes factores es una manera adecuada de tomar en cuenta las diferencias que existen entre una pieza de máquina y una probeta de laboratorio. Así pues se tiene:

$$\sigma_s = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \sigma'_s \quad (2.1)$$

donde

$\sigma_c$	Límite de fatiga corregido
$\sigma_b$	Límite de fatiga en flexión reversible
$k_s$	Factor de superficie
$k_D$	Factor de tamaño
$k_c$	Factor de confiabilidad
$k_d$	Factor de temperatura
$k_e$	Factor de modificación para concentración de esfuerzos (no es lo mismo que $k_f$ )
$k_v$	Otros factores

### **Factor de superficie**

En general, una superficie altamente pulida da una larga vida a la pieza. Obviamente, la mayor parte de los elementos de máquina no tienen esta calidad de acabado. En la figura 2.2 se muestran los factores de modificación  $k_s$  para diferentes acabados y para distintos valores de resistencia a la tensión. Los valores que se indican fueron determinados en ensayos de aceros forjados y son válidos para aceros fundidos y hierros colados de los mejores grados.

### **Efecto de tamaño**

Los límites de fatiga de elementos de máquina que tienen un tamaño mayor o diferente sección transversal al de la probeta utilizada en la prueba de viga rotatoria raras veces se acercan a los valores obtenidos en las pruebas de laboratorio. Este efecto, debido a las dimensiones, la forma y el método de carga, se denomina efecto de tamaño [SAE, 1968].

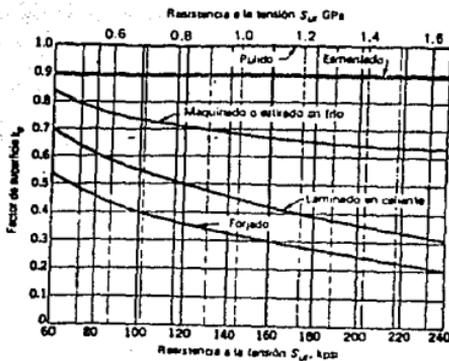


Figura 2.2. Factores de modificación por acabado superficial para el acero

Koguel ha propuesto una teoría basada en que toda falla esta relacionada con la probabilidad de la interacción de un esfuerzo intenso con un desperfecto crítico en un cierto volumen. Cuando el volumen del material sujeto a una alta intensidad de esfuerzo es grande, existe una gran probabilidad de falla. Los resultados de la teoría de Koguel se obtienen de la siguiente relación:

$$k_b = \begin{cases} 0.869 d^{-0.097} & 0.3 \text{ pulg.} < d \leq 10 \text{ pulg.} \\ 1 & d \leq 0.3 \text{ pulg. o bien } d \leq 8 \text{ mm} \\ 1.189 d^{-0.097} & 8 \text{ mm} < d < 250 \text{ mm} \end{cases} \quad (2.2)$$

La relación anterior se usa para el caso de barras redondas de diámetro  $d$ , sometidas a flexión y torsión. Para carga axial simple o con inversión se ha demostrado que no existe un efecto de tamaño [Shigley, 1990].

### Efecto estadístico

La mayor parte de las gráficas encontradas en la literatura reportan los valores medios de la resistencia a la fatiga. Pero ¿cómo podemos asegurar que el material seleccionado se comportará igual que el valor medio?. Para tomar en cuenta esta incertidumbre es necesario considerar un factor de confiabilidad  $k_c$ . El valor de  $k_c$  puede ser obtenido mediante la siguiente ecuación [Shigley, 1990],[Díaz, 1976]:

$$k_c = 1 - 0.08 z_r \quad (2.3)$$

La ecuación anterior sirve para determinar  $k_c$  correspondiente a una desviación estándar de 8% del límite de fatiga. El valor de  $z_r$  para una amplia gama de confiabilidades, se obtiene de la tabla 2.1.

### Efecto de temperatura

Los valores reportados en manuales son tomados a temperatura ambiente. Pero es sabido que la temperatura cambia todas las propiedades mecánicas de un material. Por lo cual, si se desea tomar en cuenta el efecto de la temperatura es necesario utilizar un factor de corrección. Pruebas realizadas a materiales tales como el acero inoxidable, el acero al cromo molibdeno acero al níquel mostraron en todos los casos un incremento en el límite de fatiga cuando la temperatura ambiente disminuía [Shigley, 1990],[Timoshenko, 1976]. La siguiente relación se utiliza para calcular el factor de temperatura para aceros forjados.

$$k_d = \frac{620}{460 + T} \quad (2.4)$$

La ecuación (2.4) solo aplica cuando  $T > 160$  °F; en caso contrario se debe de utilizar un factor de temperatura  $k_d = 1$  [Shigley, 1977].

Tabla 2.1. Valores de  $z_r$  para distintas confiabilidades

Confiabilidad	$z_r$
0.50	0
0.90	1.288
0.95	1.645
0.99	2.326
0.999	3.091
0.999 9	3.719
0.999 99	4.265
0.999 999	4.753
0.999 999 9	5.199
0.999 999 99	5.612
0.999 999 999	5.997

### Concentración de esfuerzos

Un gran número de elementos mecánicos tienen agujeros, ranuras, muescas o otras discontinuidades que alteran la distribución del esfuerzo. Se ha dicho que una falla por fatiga comienza en una zona de concentración de esfuerzos ya que usualmente la grieta comienza en una discontinuidad. Pero no todos los materiales son igualmente sensibles a la existencia de discontinuidades cuando están sometidos a fatiga y, por lo tanto, no se tienen que usar los valores totales de los factores de concentración de esfuerzo teóricos, ver Apéndice A. Por tal motivo, es conveniente modificar al factor de concentración de esfuerzos ( $K_t$ ) por

un valor reducido de este. El factor resultante se define por la ecuación siguiente:

$$k_f = \frac{\text{límite de fatiga de probetas sin discontinuidades}}{\text{límite de fatiga de probetas con discontinuidades}} \quad (2.5)$$

Este factor se denomina *factor de concentración de esfuerzo en el caso de fatiga*, aunque también se utiliza para materiales frágiles bajo cargas estáticas. El factor  $k_f$  se puede determinar mediante la siguiente ecuación:

$$k_f = 1 + q (K_t - 1) \quad (2.6)$$

donde  $q$  es la sensibilidad del material a la ranura. Cuando las piezas se someten a flexión o a cargas axiales invertidas alternativamente,  $q$  se puede determinar haciendo uso de la figura 2.3 [Shigley, 1990],[Timoshenko, 1976],[Harvey, 1985].

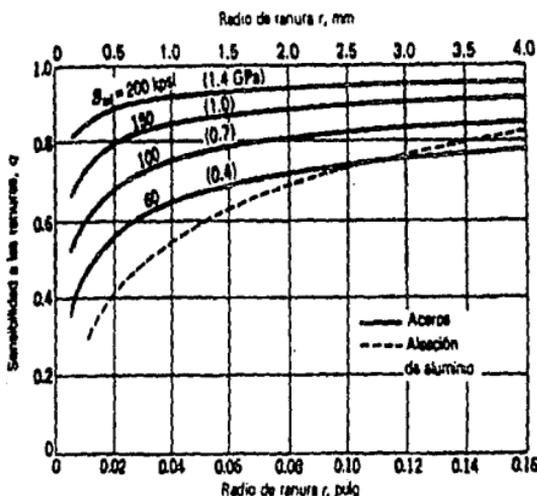


Figura 2.3. Diagrama de sensibilidad a la ranura para aceros y aleaciones de aluminio forjado.

Sucede algunas veces que se tienen dos discontinuidades, actuando en un mismo punto, cada una con un factor de concentración de esfuerzo distinto. Cuando se presenta esta situación es necesario determinar cada factor de reducción de resistencia a la fatiga y después multiplicarlos entre sí para obtener el factor equivalente.

Finalmente, para obtener el *factor de modificación por concentración de esfuerzos*  $k_o$ , se obtiene el inverso de  $k_f$ .

### **Otros efectos**

**Corrosión:** La corrosión causa una disminución paulatina en la resistencia a la fatiga, ya sea, debida a cambios en el material o a reducción paulatina del área de carga efectiva. Es decir, después de cierto tiempo una pieza fallará cuando sea sometida a esfuerzos repetidos en una atmósfera corrosiva. La fatiga bajo corrosión corresponde a un estado dinámico en el que puede no alcanzarse un estado de equilibrio (límite de fatiga) [Shigley, 1990],[Díaz, 1976].

Para suprimir los efectos corrosivos se deben de utilizar materiales inatacables por este efecto, realizar una modificación de la composición superficial del material mediante fosfatación, nitruración o cementación o la aplicación de un revestimiento protector.

**Tratamientos térmicos:** El tratamiento térmico puede tener dos efectos. Puede aliviar esfuerzos residuales y, en algunos casos, puede cambiar la estructura metalúrgica. El primero es en general benéfico, si elimina esfuerzos residuales de tensión.

---

**Esfuerzos residuales:** Los esfuerzos residuales pueden servir para mejorar el límite de resistencia a la fatiga o bien para afectarlo negativamente. Si el esfuerzo residual existente en la superficie de la pieza es de compresión (como los ocasionados por trabajo en frío o martillado) se aumenta la resistencia a la fatiga [SAE, 1968].

## 2.5 PREDICCIÓN DE VIDA DE FATIGA

La mayoría de las veces, no todas las propiedades mecánicas de un material están disponibles cuando se necesitan y no siempre es posible determinarlas en pruebas de laboratorio ya que son costosas y se necesita de bastante tiempo para poder obtener resultados confiables. Por lo tanto, es necesario estimarlas en base a otras propiedades, las cuales son más fáciles de encontrar. La siguiente ecuación se usa para predecir la vida de fatiga de un material, sometido a fatiga de ciclo bajo, conociendo su resistencia última a la tensión y el valor de la reducción en el área [Harvey, 1985],[Langer, 1972].

$$\sigma = \frac{E}{4\sqrt{N}} \ln \frac{100}{100 - RA} + 0.1 \sigma_u RA \quad (2.7)$$

Por otro lado tenemos que:

$$\sigma_o = 0.1 \sigma_u RA \quad (2.8)$$

donde  $\sigma_o$  es la resistencia a la fatiga y  $RA$  es la reducción de área del material. Por lo tanto, sustituyendo (2.8) en (2.7) se tiene:

$$\sigma = \frac{E}{4\sqrt{N}} \ln \frac{100}{100 - RA} + \sigma_o \quad (2.9)$$

---

Las ecuaciones (2.7) y (2.9) permiten determinar las curvas  $\sigma$ - $N$  para la predicción de vida de fatiga mediante el conocimiento de las propiedades de los materiales. Estas ecuaciones tienen muy buena aproximación para bajo ciclo [Harvey, 1985],[Langer, 1972].

Otra técnica para determinar la vida a la fatiga de un material fue publicada por la Society of Automotive Engineers, SAE, en 1968 [SAE, 1968]. Esta técnica es conocida como *relación de Masson Coffin* y en ella se relaciona a la vida de fatiga con la deformación total como sigue:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\sigma_F'}{E} (2N)^F + e_F' (2N)^c \quad (2.10)$$

donde:

- $e_F'$  Es la deformación real correspondiente a la ruptura en una inversión de esfuerzo y es conocida como *coeficiente de ductilidad a la fatiga*.
- $\sigma_F'$  Es el esfuerzo real correspondiente a la ruptura en un ciclo de esfuerzo. Este esfuerzo es conocido como *coeficiente de resistencia a la fatiga*.
- $c$  Es el *exponente de ductilidad a la fatiga*
- $F$  Es el *exponente de resistencia a la fatiga*.

Existen una gran cantidad de valores de estos coeficientes para diferentes materiales, publicados en la actualidad [Shigley, 1990],[SAE, 1968],[EMCR, 1992]. En el Apéndice B se dan algunos valores de dichos coeficientes y exponentes.

## 2.6 ESFUERZOS FLUCTUANTES

En muchos casos se necesita determinar la resistencia de piezas que pueden fallar por fatiga, sometidas a estado de esfuerzos fluctuantes. La figura 2.4 ilustra algunas de las diversas relaciones esfuerzo-tiempo que se pueden presentar [Shigley, 1990]. Las componentes de esfuerzo que se consideran, algunas de las cuales se indican en la figura 2.4 son:

$\sigma_{m\acute{a}x}$  = Esfuerzo máximo

$\sigma_{m\acute{i}n}$  = Esfuerzo mínimo

$\sigma_a$  = Esfuerzo variable

$\sigma_m$  = Esfuerzo medio

$\sigma_r$  = Rango de esfuerzo

$\sigma_s$  = Esfuerzo estacionario o estático

El esfuerzo estático existe debido a una carga o precarga fija aplicada a la pieza. En la figura 2.4 se aprecia claramente que existen tres tipos básicos de fluctuación de esfuerzo.

- 1) Desde un máximo positivo hasta un máximo negativo de la misma magnitud. A esta situación se le denomina *esfuerzo alterno o completamente reversible*.
- 2) *Esfuerzos pulsantes de cero a máximo*. En este caso el esfuerzo medio es numéricamente igual al esfuerzo variable y ambos son iguales a la mitad del esfuerzo máximo.

- 3) El caso más general de esfuerzo se presenta cuando el esfuerzo máximo tiene diferente valor al mínimo, así como también los valores medios y variables son diferentes.

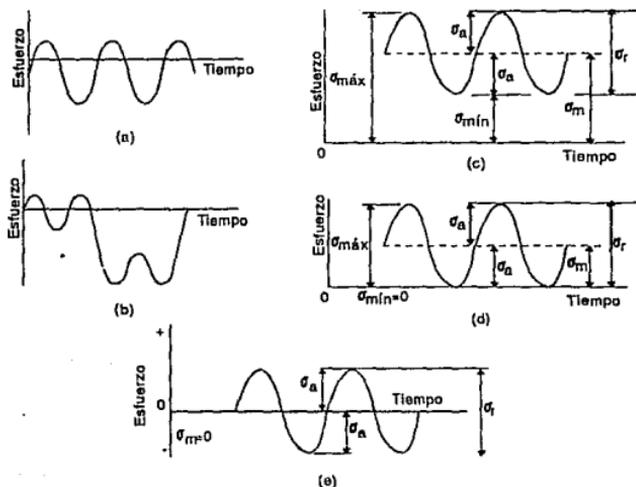


Figura 2.4. Relaciones esfuerzo tiempo: a) y b) esfuerzo fluctuante no senoidal; c) esfuerzo fluctuante senoidal; d) esfuerzo repetido; e) esfuerzo alternante senoidal con inversión completa.

Puede considerarse que fluctuaciones cíclicas de esfuerzo como las mostradas en la figura 2.4 están compuestas de dos partes, un valor medio o estable y uno variable. En otras palabras, puede suponerse que la pieza es llevada hasta a un valor medio de esfuerzo (componente estática) y en ese punto el esfuerzo se hace variar por encima y por debajo de ese valor (componente alterna) [Shigley,

1990],[Díaz, 1976]. En la figura 2.4 se puede observar que:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{máx} + \sigma_{mín}}{2} \quad (2.11)$$

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{máx} - \sigma_{mín}}{2} \quad (2.12)$$

aunque las componentes de esfuerzo se han definido con base en una forma senoidal de variación del esfuerzo en el tiempo, la forma exacta de la curva no tiene particular significación [Shigley, 1990].

## 2.7 TEORIAS DE FALLA POR FATIGA

Una vez definidas las diversas componentes de esfuerzo relacionadas con el trabajo de un elemento sometido a esfuerzo fluctuante se analizan, a continuación, varios métodos para determinar el efecto del esfuerzo medio sobre la resistencia a la fatiga.

Existen diversas teorías que permiten predecir adecuadamente la falla de elementos sometidos a cargas de fatiga. Una de las teorías más utilizadas es la *relación parabólica de Gerber* [Shigley, 1990],[Díaz, 1976], que se expresa en una u otra de las siguientes formas:

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_e} + \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}} \right)^2 = 1 \quad (2.13)$$

$$\sigma_s = \sigma_e \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}} \right)^2 \right] \quad (2.14)$$

donde  $\sigma_e$  es la resistencia a la fatiga del elemento.

---

Otra teoría es conocida como *ecuación cuadrática o elíptica* [Shigley, 1990] y se expresa de la siguiente forma:

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_o}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}}\right)^2 = 1 \quad (2.15)$$

$$\sigma_a = \sigma_o \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}}\right)^2\right]^{1/2} \quad (2.16)$$

Kececioglu, Chester y Dodge [Shigley, 1990] han propuesto las siguientes ecuaciones para predecir la falla de un elemento sometido a fatiga.

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_o}\right)^n + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}}\right)^2 = 1 \quad (2.17)$$

$$\sigma_a = \sigma_o \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}}\right)^2\right]^{1/n} \quad (2.18)$$

es necesario efectuar pruebas de cada material para evaluar el exponente  $n$ .

Otra teoría, es la expuesta por Bagci [Shigley, 1990]. Esta teoría considera que la falla también puede ser debida a la fluencia del material. Por tal motivo, Bagci, estableció las siguientes ecuaciones:

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_o}\right) + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_y}\right)^4 = 1 \quad (2.19)$$

$$\sigma_a = \sigma_o \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_y}\right)^4\right] \quad (2.20)$$

Las cuatro teorías no lineales anteriores se representan en la figura 2.5 junto con la de Soderberg y con línea de Goodman modificada.

Para completar el conjunto de teorías se presentan a continuación las relaciones de Goodman modificadas y se agregan las relaciones de Soderberg. La ecuación de Goodman modificada es:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}} = 1 \quad (2.21)$$

$$\sigma_a = \sigma_e \left[ 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}} \right] \quad (2.22)$$

finalmente, el criterio de Soderberg esta dado como sigue:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_y} = 1 \quad (2.23)$$

$$\sigma_a = \sigma_e \left[ 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_y} \right] \quad (2.24)$$

## 2.8 FATIGA BAJO ESFUERZOS COMBINADOS

El problema es aún más complicado cuando se considera que los esfuerzos normales  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ , así como el esfuerzo cortante  $\tau_{xy}$  en el estado de esfuerzos plano, pueden tener una componente media y alternante. En este capítulo se expondrá un método para utilizar la teoría de la energía de distorsión, aplicada a la fatiga, para resolver este problema [Shigley, 1990],[Timoshenko, 1976].

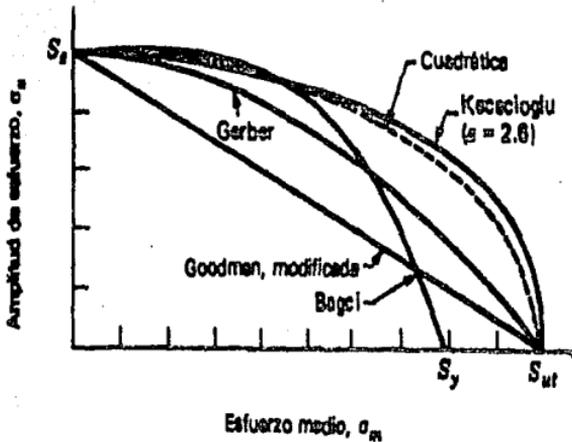


Figura 2.5. Teorías de fatiga

### Teoría básica

Para aplicar la teoría se determinan dos elementos de esfuerzo: uno para los esfuerzos medios y otro para los alternantes. A continuación se define el esfuerzo de Von Mises, medio y alternante, como sigue:

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_{xm} - \sigma_{xm}\sigma_{ym} + \sigma_{ym} + 3\tau_{xy/m}} \quad (2.25)$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{xa} - \sigma_{xa}\sigma_{ya} + \sigma_{ya} + 3\tau_{xy/a}}$$

En el caso de esfuerzo uniaxial las ecuaciones (2.24), se reducen a:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_{xm}^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (2.26)$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_{xa}^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

Es evidente de las ecuaciones (2.25) y (2.26) que se tiene ahora un medio para cambiar cualquier conjunto de esfuerzos de corte, normales y por flexión, que pueden tener componentes media y alternante. Los dos componentes de esfuerzo de Von Mises pueden ser aplicados entonces en el diseño o análisis, exactamente como se aplicó al estado de esfuerzos simple en las secciones anteriores [Shigley, 1990],[Timoshenko, 1976].

## 2.9 DAÑO ACUMULATIVO POR FATIGA

La noción de daño presenta dos aspectos, uno físico y el otro descriptivo, muy importantes desde el punto de vista del empleo de los materiales en los componentes.

El aspecto físico corresponde a las variaciones en las propiedades físicas cuando se presenta la fatiga, alteraciones que reflejan las modificaciones en la microestructura debidas a los esforzamientos periódicos.

El aspecto descriptivo de la noción de daño consiste en la representación cuantitativa del límite de fatiga de los materiales sometidos a historias de esfuerzos variadas. En efecto, mientras que los ensayos de laboratorio son los más

frecuentemente efectuados bajo esfuerzos cíclicos de amplitud constante, una pieza en servicio estará sometida a ciclos de amplitud variable y es importante conocer como evolucionará su resistencia a la fatiga en función de los daños sucesivos que sufrirá [EMCR, 1992].

En lugar de un esfuerzo simple con inversión en  $n$  ciclos, supóngase que una pieza se somete a  $\sigma_1$  en  $n_1$  ciclos, a  $\sigma_2$  en  $n_2$  ciclos, etcétera. En estas condiciones el problema es estimar la duración o vida a la fatiga de una pieza sometida a estos esfuerzos con inversión, o estimar el factor de seguridad si ha de tener duración infinita.

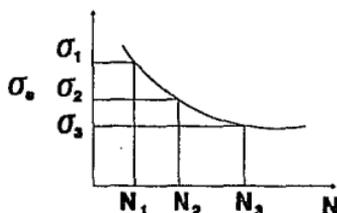


Figura 2.6. Daño acumulativo

La teoría que actualmente tiene mayor empleo para explicar el daño acumulativo por fatiga es la teoría de la suma de *relación-ciclo de Palmgren-Miner*, llamada también *regla de Miner* (ver figura 2.6). Matemáticamente esta teoría se expresa como:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (2.28)$$

donde  $n$  es el número de ciclos de esfuerzo  $\sigma$  aplicados a la probeta, y  $N$ , la duración correspondiente a  $\sigma$ . La constante  $D$  se determina por experimento y

generalmente se obtiene en el intervalo  $0.7 \leq D \leq 2.2$ . Se recomienda utilizar  $D=1$  y entonces la ecuación (2.26) se puede escribir como sigue [Shigley, 1990],[Smith, 1987],[Langer, 1972]:

$$\sum \frac{n}{N} = 1 \quad (2.27)$$

donde el valor de  $N$  es determinado de las curvas  $\sigma-N$  del material. Si la suma de los índices  $n/N$  es menor que la unidad la estructura es segura [Harvey, 1985].

La regla de Miner se utiliza para determinar cuantos ciclos  $n_2$  de esfuerzo  $\sigma_2 = \sigma_*$  se pueden aplicar a un elemento de material dañado por la aplicación de un esfuerzo  $\sigma_1$  en  $n_1$  ciclos y para determinar el diagrama  $\log \sigma - \log N$  del material dañado [Shigley, 1990],[Harvey, 1985],[Smith, 1987]. El procedimiento para la determinación de este diagrama es el siguiente:

- Determinar los ciclos restantes de vida con carga después de la aplicación de un esfuerzo,  $\sigma_1$ , durante  $n_1$  ciclos como sigue:

$$N_1 - n_1 = \text{ciclos de carga restantes}$$

- Localizar el punto  $(N_1 - n_1, \sigma_1)$  en la gráfica  $\sigma-N$  del material dado.
- Calcular el número de ciclos de esfuerzo que se pueden aplicar al material dañado antes de que falle, mediante la siguiente ecuación:

$$n_2 = \left( 1 - \frac{n_1}{N_1} \right) N_2$$

- Una vez determinado  $n_2$ , se localiza el punto  $(n_2, \sigma_*)$ . En este caso  $\sigma_*$  es la resistencia a la fatiga del material virgen (no dañado).
- De acuerdo con la regla de Miner, la recta que pasa por  $(N_1 - n_1, \sigma_1)$  y  $(n_2, \sigma_*)$  es el diagrama  $\log \sigma - \log N$  del material dañado (ver figura 2.7).

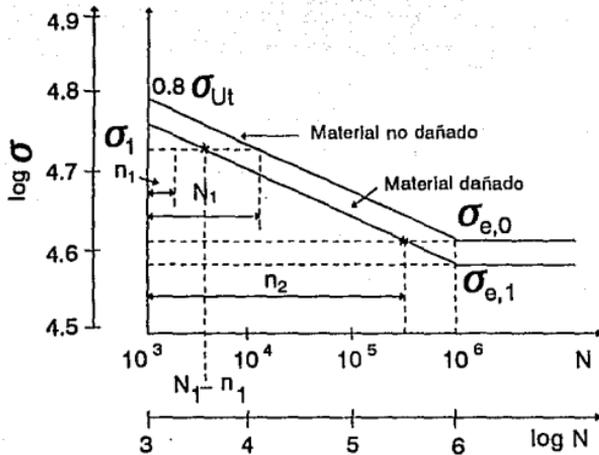


Figura 2.7. Predicción de el límite de fatiga de un material que ha sido sobreforzado.

Aunque la regla de Miner es la más utilizada no concuerda en dos aspectos con la experimentación. En primer lugar, esta teoría establece que la resistencia estática,  $\sigma_{st}$ , ha sido alterada o disminuida debido a la aplicación de  $\sigma_1$  (ver figura 2.7). Los experimentos no verifican esta predicción [Shigley, 1990],[EMCR, 1992].

En segundo lugar, la regla de Miner no toma en cuenta el orden en que se aplican los esfuerzos y, en consecuencia, omite cualquier esfuerzo menor que  $\sigma'_{e,0}$ ; Pero se puede demostrar que un esfuerzo  $\sigma_3$ , en el intervalo  $\sigma'_{e,1} < \sigma_3 < \sigma'_{e,0}$  causaría perjuicio si se aplicara después de que el límite de resistencia a la fatiga hubiera sido alterado por la aplicación de  $\sigma_1$  [Shigley, 1990].

El método de Manson [Shigley, 1990],[EMCR, 1992] elimina ambas deficiencias observadas en el de Miner. Este método consiste en hacer que todas las líneas  $\log \sigma - \log N$ , o sea, las que corresponden al material dañado y al no dañado, converjan al mismo punto  $0.8\sigma_{Uc}$  a  $10^3$  ciclos. Además las líneas deben ser trazadas en el mismo orden histórico en que ocurren los esfuerzos para así poder determinar cuando causan perjuicio y cuando no.

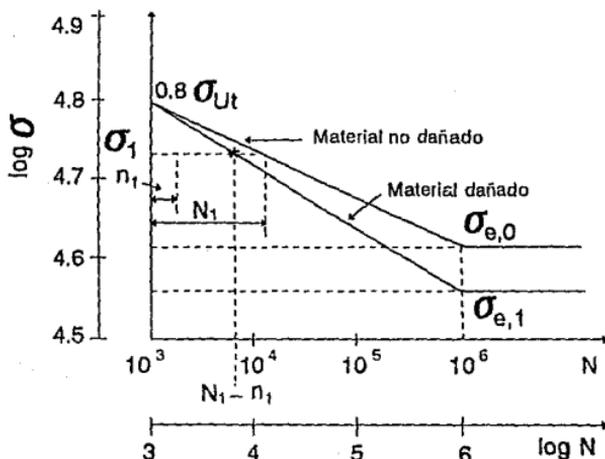


Figura 2.9. Método de Manson para la determinación del límite de resistencia a la fatiga de un material que ha sido sobreesforzado.

El punto  $(N_1 - n_1, \sigma_1)$  se obtiene de la misma forma que en el método de Miner. Después se traza una línea que pase por ese punto y por  $0.8\sigma_{Uc}$  hasta  $N=10^6$  ciclos y así se define el límite de resistencia a la fatiga  $\sigma_{e,1}$  del material dañado (ver figura 2.9).

---

## CAPITULO 3

### MECANICA DE LA FRACTURA LINEAL ELASTICA

#### 3.1 INTRODUCCIÓN

El uso de factores elásticos de concentración de esfuerzo indica el valor de la carga media que producirá fluencia o deformación plástica en un elemento. Estos factores también son útiles para efectuar el análisis de las cargas que actúan sobre una pieza las cuales causarán ruptura por fatiga. Los factores de concentración de esfuerzo están limitados a estructuras para las que se conocen las dimensiones con precisión, particularmente el radio de curvatura en regiones de alta concentración de esfuerzo.

Cuando en una parte existe una grieta, poro, inclusión o defecto cualquiera de radio pequeño desconocido, el valor del factor elástico de concentración de esfuerzos tenderá a infinito a medida que el radio en la raíz tienda a cero, lo cual hace inútil el factor de concentración de esfuerzo. Además, aún si se conociera el radio de curvatura en la extremidad de la grieta, los esfuerzos altamente

localizados conducirán a una región de deformación plástica local rodeada por una región de deformación elástica. En este caso los factores elásticos de concentración de esfuerzo ya no serán válidos, de modo que el estudio desde el punto de vista de concentración del esfuerzo no conduce a criterios útiles para el análisis cuando se presentan grietas muy agudas.

### **3.2 TIPOS DE FRACTURA**

Se puede definir la fractura como la culminación del proceso de deformación plástica. En general se manifiesta como la separación o fragmentación de un cuerpo sólido en dos o más partes bajo la acción de un estado de cargas.

Una *fractura frágil* es aquella en la cual la grieta se propaga con muy poca deformación plástica en su vértice y una *fractura dúctil* es aquella que progresa con una gran deformación plástica asociada al extremo de la grieta.

Otra forma de clasificar a las fracturas es por el proceso de fractura según que este se produzca rápida o lentamente. De este modo *la fractura rápida* se caracteriza por la propagación inestable de una grieta en una estructura o elemento mecánico. Es decir, una vez que la grieta comienza a crecer, el sistema de cargas es tal que produce una propagación acelerada de aquella. Este tipo de fractura puede o no ser precedida por una extensión lenta de la grieta. La característica de este tipo de grieta lenta es una propagación estable que requiere para su mantenimiento un incremento continuo de las cargas aplicadas [De Vedia, 1986].

### 3.3 MODOS DE FRACTURA

Las fallas de componentes y estructuras se deben, en su mayoría, a fractura ocasionada por la propagación de grietas. Se distinguen tres formas o modos diferentes de fractura debidos a la propagación de grietas contenidas en un cuerpo. La forma en la cual una grieta se propaga depende de las condiciones de aplicación de la carga y la propagación puede ser estable o inestable. La propagación inestable frecuentemente tiene consecuencias catastróficas y es algunas veces conocida como fractura frágil debido a que presenta muy poca deformación plástica en el vértice de la grieta. Bajo condiciones de fatiga, cargas cíclicas repetidas, el desarrollo de las grietas es inevitable y puede conducir a una fractura rápida. Por tal motivo, es necesario poder estimar la velocidad de crecimiento de la grieta para determinar la vida de trabajo útil de un componente dado [Shigley, 1990],[Anderson, 1991],[Fener, 1986],[ESDU, 1980].

La figura (3.1) muestra las tres formas posibles de la separación de las partes de una placa transversalmente agrietada en su borde. El modo I es conocido como modo de apertura y esta asociado con cargas axiales de tensión que tienden a separar los bordes de la grieta. Se usa el subíndice I para denotar a los parámetros relacionados con este modo de fractura. Por lo tanto, el factor de intensidad de esfuerzos para modo I de fractura se designa como  $K_I$  [Fener, 1986],[ESDU, 1980].

Los modos de fractura II y III son, fundamentalmente, de ruptura por cortante y tienden a deslizar una cara de la grieta con respecto a la otra. Los esfuerzos y las deformaciones en el II permanecen en el plano de la pieza mientras que el

---

modo III corresponde a un esfuerzo cortante fuera del plano. Un cuerpo agrietado puede estar sometido a cualquiera de los tres modos o a una combinación de estos [Shigley, 1990],[Fener, 1986].

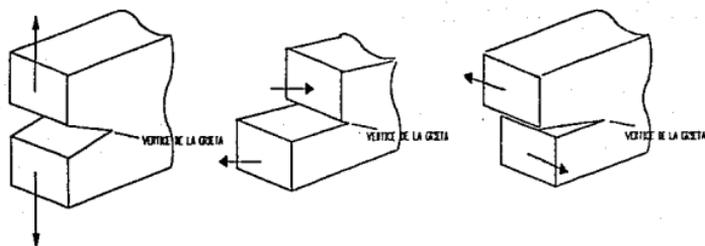


Figura 3.1. Modos de fractura.

El modo de apertura, modo I, es el modo de fractura más común y el más utilizado en el análisis de esfuerzos [Fener, 1986],[ESDU, 1980]. Se han realizado algunos análisis de esfuerzo y mediciones del factor crítico de intensidad de esfuerzos en relación con los modos II y III, pero todavía son de alcance limitado. Por lo tanto, en esta tesis utilizaremos, para nuestro análisis, el modo I de fractura ya que es el de mayor influencia sobre el estado de esfuerzos y alrededor del cual se ha creado la mayor parte de la teoría de mecánica de la fractura.

### 3.4 CONCEPTO MOLECULAR DE LA FRACTURA

Supongamos que la figura (3.2) representa un material perfectamente elástico sometido a un estado de tracción pura debido a la tensión  $\sigma$  y  $mn$  constituyen el plano de fractura. Si suponemos que no existen grietas en el sólido, la fractura debe producirse por ruptura de los enlaces que unen átomos opuestos con respecto

al plano de fractura  $mn$ . Por otra parte, si la fuerza es suficientemente pequeña los desplazamientos atómicos variarán linealmente con el valor de dicha fuerza.

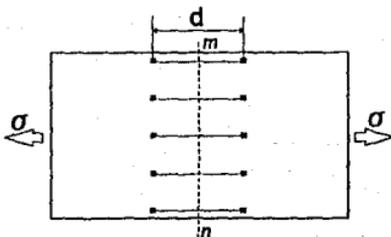


Figura 3.2.

Supongamos que  $x$  representa la variación en la distancia interatómica media ( $d$ ) que se produce como resultado del esfuerzo aplicado. La deformación específica puede entonces escribirse:

$$e = \frac{x}{d} \quad (3.1)$$

siendo para pequeñas deformaciones:

$$\sigma = E e = \frac{E x}{d} \quad (3.2)$$

donde  $\sigma$  es el esfuerzo de tensión normal al plano de fractura  $mn$ ,  $e$  la deformación específica,  $E$  el módulo de elasticidad del material y  $d$  la distancia interatómica en ausencia de la tensión aplicada [Anderson, 1991],[De Vedia, 1986].

El trabajo por unidad de área que se realiza para lograr la separación de las partes es [De Vedia, 1986]:

$$W = \frac{2\sigma_c^2 d}{E} \quad (3.3)$$

Suponiendo que toda esta energía de deformación se transforma en energía de las superficies de fractura en proceso, se tiene:

$$\frac{2\sigma_t^2 d}{E} = 2\gamma$$

es decir:

$$\sigma_t = \sqrt{\left(\frac{\gamma E}{d}\right)} \quad (3.4)$$

donde  $\gamma$  es la tensión superficial del material y  $\sigma_t$  es el esfuerzo necesario para crear nuevas superficies de fractura [De Vedia, 1986].

### 3.5 CRITERIO DE GRIFFITH

Es evidente que la presencia de grietas en un placa contribuye a disminuir la energía potencial elástica que contendría esta si no existiese tal grieta. Griffith propuso que para que la grieta se torne inestable y comience a propagarse, la disminución de energía elástica por relajación de tensiones durante el avance de la grieta debe ser igual o mayor que el aumento de energía superficial representado por la creación de las nuevas superficies de fractura [Anderson, 1991],[De Vedia, 1986],[Broek, 1984],[ESDU, 1980]. Matemáticamente este criterio, se puede expresar:

$$\frac{dU}{da} = \frac{dW}{da} \quad (3.5)$$

donde  $U$  es la energía de deformación elástica y  $W$  es la energía necesaria para la creación de nuevas superficies de fractura. Basándose en las ecuaciones que describen el campo de esfuerzo en el vértice de una grieta elíptica central pasante

contenida en una placa de espesor unitario desarrolladas por Inglis (figura 3.3), Griffith estableció una relación que determina la variación de la energía de deformación elástica con la longitud de la grieta del elemento. Esta relación se puede escribir como sigue:

$$dU = \frac{2\pi\sigma^2 a}{E}$$

donde  $E$  es el módulo de Young. Normalmente  $dU/da$  es reemplazado por:

$$G = \frac{\sigma^2 \pi a}{E} \quad (3.6)$$

La cual es conocida como "*índice de liberación de energía*".  $G$  es también conocida como fuerza impulsora de la grieta. La energía consumida en la propagación de la grieta es denotada por  $Z=dW/da$  la cual es llamada resistencia de la grieta. Puede considerarse que la energía necesaria para la formación de la grieta es la misma que para cada incremento  $da$ . Es decir,  $Z$  es una constante del material [Anderson, 1991],[Broek, 1984],[ESDU, 1980].

Como se observa en la ecuación (3.5)  $G$  debe ser mayor o mínimo igual a  $Z$  para que pueda ocurrir la propagación de la grieta. Si  $Z$  se considera constante entonces  $G$  debe de alcanzar un valor crítico para que la propagación pueda ocurrir. La ecuación que determina la propagación de la grieta será:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{EG_c}{\pi a}} \quad (3.7a)$$

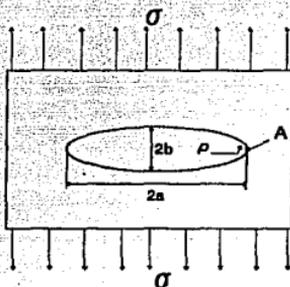


figura 3.3. Grieta elíptica contenida en una placa sometida a esfuerzo axial.

donde  $\sigma_c$  representa el valor del esfuerzo remoto para el cual la grieta de longitud  $2a$  se torna inestable. Por otro lado,  $G_c$  esta dado por la siguiente ecuación:

$$G_c = 2\gamma$$

sustituyendo esta última ecuación en (3.7a) se tiene:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}} \quad (3.7b)$$

Los metales al fracturarse muestran evidencia de una pequeña zona deformada plásticamente adyacente a la superficie de fractura. Esto indica que el criterio de Griffith, en su forma original, no es aplicable a la fractura de materiales metálicos.

### 3.6 MODIFICACION DEL CRITERIO DE GRIFFIT

Irwin modificó la expresión de Griffith introduciendo el término  $\gamma_p$  que corresponde al trabajo de deformación plástica realizado por unidad de superficie durante la extensión de la grieta. Queda entonces la ecuación (3.7b) corregida como:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E(\gamma + \gamma_p)}{a\pi}} \quad (3.8)$$

La ecuación (3.8) tiene validez solo si el esfuerzo crítico  $\sigma_c$  es pequeño comparado con el esfuerzo de ruptura del material ya que así se asegura que la deformación plástica queda localizada en una región adyacente al vértice de la grieta [Anderson, 1991],[De Vedia, 1986],[Broek, 1984].

### 3.7 CAMPOS DE ESFUERZOS EN PRESENCIA DE GRIETAS

#### 3.7.1 Concentradores de esfuerzo

La experiencia demuestra que la fractura rápida de componentes estructurales esta asociada a la presencia de concentradores de esfuerzo tales como grietas, entallas, muescas o cambios bruscos de sección.

Supongamos tener una placa conteniendo un agujero elíptico central pasante, y sujeta a un esfuerzo aplicado remoto uniforme  $\sigma$ . Podemos considerar al esfuerzo como transmitido de un extremo de la placa al otro por medio de líneas de fuerza, que en las zonas suficientemente alejadas del agujero estarán espaciadas

uniformemente. Las líneas más centrales estarán fuertemente distorsionadas por la presencia del agujero, por lo que tenderán a concentrarse en la vecindad del mismo (ver figura 3.4).

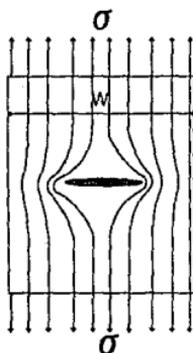


Figura 3.4.

La figura (3.5) nos muestra que la transmisión de esfuerzos alrededor de la grieta implica grandes cargas y deformaciones de enlace  $AB$ . El enlace  $CD$  soportará cargas y deformaciones menores, pero si consideramos una posición remota tal como la  $PQ$  las cargas y las deformaciones serán análogas a los extremos de la placa.

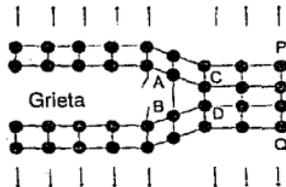


Figura 3.5

Por lo tanto, podemos concluir que la existencia de la grieta perturba el campo de esfuerzo unidireccional  $\sigma$  creando no sólo un elevado esfuerzo  $\sigma_x$ , sino también un esfuerzo de tracción  $\sigma_x$  [Anderson, 1991],[De Vedia, 1986].

### 3.7.2 Concentración de esfuerzos debida a grietas

La presencia de grietas en elementos estructurales y componentes de máquina ocasionan una disminución aparente en la resistencia de los materiales estimada teóricamente. Es decir, las ecuaciones básicas de mecánica de materiales no son aplicables cuando se presentan grietas en un material determinado.

Inglis fue el primero en realizar una estimación cuantitativa de el efecto que tiene la presencia de grietas en la concentración de esfuerzos [Anderson, 1991]. El analizó el caso de una placa infinita con un agujero central de longitud  $2a$  y una anchura  $2b$  sometida a un esfuerzo de tensión perpendicular a la longitud del agujero (ver figura 3.3). En estas condiciones, la presencia del agujero no tiene influencia en zonas alejadas a él. El esfuerzo máximo ocurrirá en el vértice del agujero y estará dado por la siguiente ecuación:

$$\sigma_A = \sigma \left( 1 + \frac{2a}{b} \right) \quad (3.9)$$

Cuando la longitud  $2a$  se incrementa y  $b$  disminuye el agujero elíptico toma la forma de una grieta aguda y es más conveniente expresar la ecuación (3.9) en términos de el radio de curvatura del vértice de la grieta  $\rho$  como sigue:

$$\sigma_A = \sigma \left( 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (3.10)$$

donde  $\rho = \frac{b^2}{a}$ . Cuando  $a \gg b$  la ecuación (3.10) da:

$$\sigma_{\lambda} = 2\sigma\sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (3.11)$$

De la ecuación (3.11) se podría deducir que cuando se tenga una grieta infinitamente aguda ( $\rho=0$ ) el esfuerzo en el vértice de esta será infinito y en consecuencia cualquier material que contenga esta grieta fallará con la aplicación de una carga, cualquiera que sea su magnitud. Sin embargo, Griffith (sección 3.5) desarrolló una teoría de fractura basada en la energía de deformación más que en esfuerzos locales, con la cual se evalúa el valor del esfuerzo crítico que conducirá a la falla cuando se presentan grietas muy agudas [Harvey, 1985],[Anderson, 1991].

### 3.7.3 Campo de esfuerzos en el vértice de una grieta

Para establecer las relaciones de esfuerzo en un cuerpo agrietado asumiremos que se trata de un material isotrópico lineal elástico. La figura (3.6) muestra los esfuerzos actuantes en un elemento cercano al vértice de una grieta en un material elástico. Las ecuaciones que determinan el campo de esfuerzos en el vértice de una grieta como la mostrada en la figura (3.6) son las siguientes [Harvey, 1985],[Anderson, 1991],[Fener, 1986],[ESDU, 1980],[Ewalds, 1986]:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \left( 1 + \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} \operatorname{sen}\frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \left( 1 - \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} \operatorname{sen}\frac{3\theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \left( \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

---

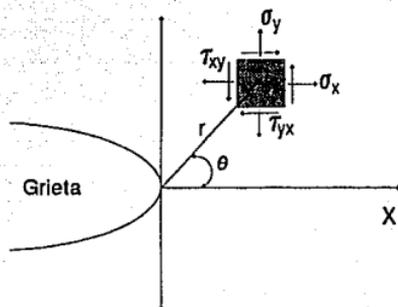


Figura 3.6. Esfuerzos en un elemento cercano a una grieta contenida en un material elástico.

En función de esfuerzos principales tenemos:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3.13)$$

sustituyendo (3.12) en (3.13) se tiene:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}\right)$$

y  $\sigma_3 = 0$  para condiciones de esfuerzo plano ó  $\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2)$  para deformación plana. Resulta entonces, para deformación plana que:

$$\sigma_3 = \frac{2\nu\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2}$$

### 3.8 FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS

Las ecuaciones (3.12) muestran que cuando  $r=0$  (vértice de la grieta) todos los esfuerzos tienden a infinito. Estos esfuerzos son función de la posición geométrica del elemento y de un factor  $\sigma\sqrt{\pi a}$  el cual es función de un esfuerzo remoto y de la longitud de la grieta. Entonces el factor  $\sigma\sqrt{\pi a}$  determina la magnitud del campo de esfuerzos en el vértice de la grieta. En mecánica de fractura se conoce este termino como *factor de intensidad de esfuerzos* y se denota por la letra  $K$  [Harvey, 1985],[Anderson, 1991],[De Vedia, 1986],[Ewalds, 1986]. Es decir, el factor de intensidad de esfuerzos esta dado por la siguiente ecuación:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.14)$$

La expresión anterior sirve para calcular el *factor de intensidad de esfuerzos* para el caso de una grieta central contenida en una placa infinita de espesor unitario. La expresión general de  $K$  para cualquier situación de carga y para cualquiera dimensiones del elemento, estructura o componente de máquina que contenga una grieta es la siguiente:

$$K = Y \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3.15)$$

donde  $\sigma$  es el esfuerzo remoto aplicado al elemento,  $Y$  es un factor de geometría y  $a$  es una dimensión característica de la grieta [Harvey, 1985],[Anderson, 1991],[Broek, 1984],[ESDU, 1980],[Ewalds, 1986].

#### 3.8.1 Determinación de $Y$ y $K$

Como se estableció en la sección anterior, el factor de intensidad de esfuerzos  $K$  depende de la longitud de la grieta, del esfuerzo aplicado  $\sigma$  y del termino  $Y$  que es un factor de geometría.  $Y$  depende de las condiciones de carga y de las

dimensiones del elemento, estructura ó componente de máquina que contenga la grieta.

Soluciones de  $Y$ , para una amplia variedad de geometrías y condiciones de carga se han publicado en un gran número de fuentes de mecánica de la fractura (ver referencias 2, 14, 25, 28, 43). A continuación se dan las fórmulas para determinar  $Y$  para algunas configuraciones más comunes [Ewalds, 1986].

$$Y_1 = \left[ 1.12 - 0.231 \left( \frac{a}{W} \right) + 10.55 \left( \frac{a}{W} \right)^2 - 21.72 \left( \frac{a}{W} \right)^3 + 30.39 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \right] \quad (3.16)$$

$$Y_2 = \frac{3 \frac{s}{W} \sqrt{\frac{a}{W}}}{2 \left( 1 + \frac{2a}{W} \left( 1 - \frac{a}{W} \right) \right)^{3/2}} \left[ 1.99 - \frac{a}{W} \left( 1 - \frac{a}{W} \right) \right] \left[ 2.15 - 3.93 \left( \frac{a}{W} \right) + 2.7 \left( \frac{a}{W} \right)^2 \right] \quad (3.17)$$

$$Y_3 = \left[ 1 + 0.025 \left( \frac{a}{W} \right) - 1.152 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 12.2 \left( \frac{a}{W} \right)^3 \right] \quad (3.18)$$

$$Y_4 = \frac{\left[ 1.122 - 0.561 \left( \frac{a}{W} \right) - 0.205 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 0.471 \left( \frac{a}{W} \right)^3 + 0.190 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \right]}{\sqrt{1 - \frac{a}{W}}} \quad (3.19)$$

$$Y_5 = \frac{\left[ 0.866 + 4.64 \left( \frac{a}{W} \right) - 13.32 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 14.72 \left( \frac{a}{W} \right)^3 - 5.60 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \right]}{\left( 1 - \frac{a}{W} \right)^{3/2}} \quad (3.20)$$

$$Y_6 = \sqrt{1 + 1.255 \left( \frac{a^2}{Rt} \right) - 0.0135 \left( \frac{a^4}{R^2 t^2} \right)} \quad (3.21)$$

El subíndice en Y indica el número de configuración de que se trata según la figura (3.7). Puede observarse en esta figura que W es una dimensión de la pieza de que se trata y que a es una dimensión característica de la grieta [Anderson, 1991].

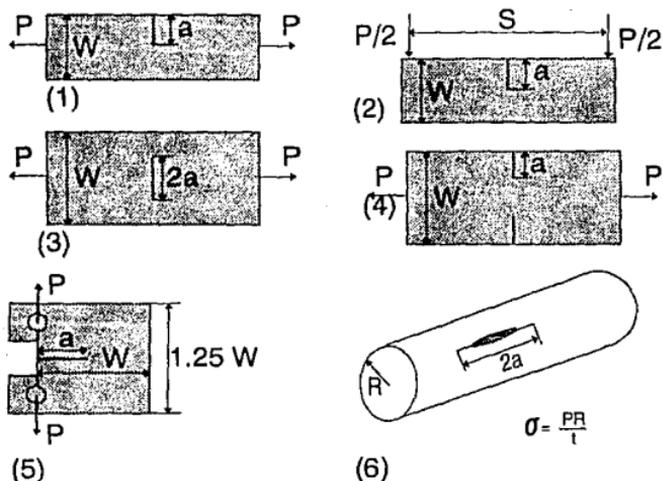


Figura 3.7. Geometrías más comunes

Además de ecuaciones como las anteriores se han publicado en manuales una gran cantidad de gráficas para distintas configuraciones geométricas y situaciones de carga que se pueden utilizar para determinar el valor de Y. Como un ejemplo, la figura (3.8) muestra dos gráficas para la determinación de Y para dos tipos de grietas radiales de profundidad a contenidas en un elemento tubular sometido a presión interna [Shigley, 1990].

Algunos autores llaman a  $Y$ , factor de intensidad de esfuerzos de referencia o base y lo designan como  $K_0$  [ESDU, 1980], como se observa en la figura 3.8.

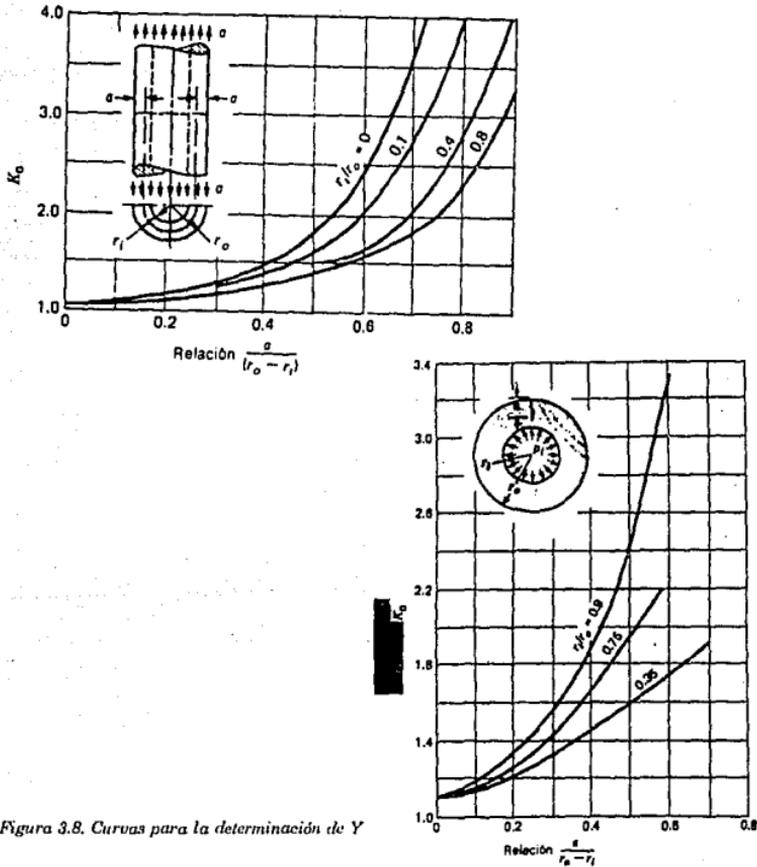


Figura 3.8. Curvas para la determinación de  $Y$

Una vez calculado  $Y$  sustituimos su valor en la ecuación (3.15) y obtenemos el valor de  $K$  para la configuración dada.

### 3.9 CORRECCION DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS POR PLASTICIDAD

El análisis efectuado para describir los campos de esfuerzos y deformaciones en el vértice de una grieta sometida a esfuerzo, se basa en el supuesto de que el comportamiento del material es lineal-elástico perfecto para cualquier valor de esfuerzos en el extremo de la grieta.

En realidad, los materiales no se comportan de esa manera, y es evidente que la singularidad del estado de esfuerzos que caracteriza el campo elástico en el vértice de la grieta debe conducir necesariamente a la formación de una zona plástica localizada en dicho vértice [Anderson, 1991],[De Vedia, 1986],[Broek, 1984],[ESDU, 1980],[Ewalds, 1986].

La existencia de una zona deformada plásticamente representa una limitación a la validez del análisis hasta aquí efectuado. Sin embargo, si la existencia de la zona plástica es pequeña comparada con las dimensiones del sistema (en este caso la longitud de grieta y el espesor del material), la formación de dicha zona puede ser considerada como una perturbación a la solución elástica y realizando la corrección por plasticidad correspondiente es posible llevar a cabo el análisis en términos de mecánica de la fractura lineal elástica, *MFLE*, [Anderson, 1991],[De Vedia, 1986],[ESDU, 1980].

Para evaluar la extensión de la zona plástica en el vértice de una grieta bajo carga consideraremos el caso de una grieta pasante en una placa infinita de espesor  $B$ , sometida a tensión, tal como lo muestra la figura (3.9).

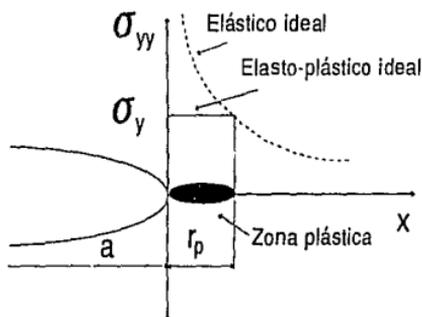


Figura 3.9.

El análisis consiste en suponer que la zona plástica en el vértice se extiende hasta un punto en el cual se cumple:

$$\sigma_{yy}|_{\theta=0} = \sigma_y$$

donde  $\sigma_y$  es el esfuerzo de fluencia del material. Ahora tomamos en cuenta la ecuación (3.12) para  $\theta=0$  y resulta:

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (3.22)$$

despejando  $r$  de esta ecuación tenemos:

$$r = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 = r_p \quad (3.23)$$

donde  $r_p$  es el tamaño de la zona plástica de modo que para que el análisis anterior sea válido, se debe de cumplir  $r_p < B, a$

Si se cumple esta condición, la presencia de la zona plástica en el vértice de la grieta puede ser tratada como una perturbación del campo elástico y su influencia puede tomarse en cuenta considerando en lugar de una semilongitud de grieta  $a$ , la semilongitud ficticia  $a^* = a + r_p$  [Anderson, 1991],[De Vedia, 1986],[Broek, 1984],[ESDU, 1980],[Ewalds, 1986].

De este modo, la expresión corregida del factor de intensidad de esfuerzos en una grieta central pasante contenida en una placa infinita de espesor unitario será:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi (a + r_p)} \quad (3.24)$$

Finalmente, la experiencia demuestra que para un estado de alta triaxialidad de esfuerzos, como el que se produce en una situación de deformación plana, el esfuerzo necesario para iniciar la fluencia es aproximadamente  $\sqrt{3} \sigma_y$  [Anderson, 1991],[De Vedia, 1986]. Teniendo esto en cuenta, para un estado de deformaciones plano, la ecuación (3.24) queda:

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \quad (3.25)$$

### 3.10 K COMO CRITERIO DE FALLA

Si asumimos que el material falla localmente con alguna condición de esfuerzos y deformaciones, entonces la propagación de la grieta debe de ocurrir a un valor de  $K$  crítico. Este valor,  $K_c$  es una medida de la tenacidad a la fractura del material y es independiente del tamaño y de la geometría del cuerpo agrietado.

Es importante, para observar la diferencia entre  $K$  y  $K_c$ , establecer que el factor de intensidad de esfuerzos  $K$  es simplemente un coeficiente que describe el estado

---

de esfuerzos en la vecindad de una grieta. Por otro lado,  $K_c$  es un valor particular de  $K$  que corresponde a la propagación de la grieta. Dado que el valor de  $K$  depende de la geometría y de las condiciones de carga éste será característico de alguna situación específica mientras que  $K_c$  es independiente de las condiciones de carga y se puede considerar como una propiedad del material [Anderson, 1991],[ESDU, 1980].

Dado que  $K_c$  es una propiedad del material puede ser usado para diseño de elementos estructurales de forma muy similar a como se utiliza la resistencia última o la de fluencia cuando se diseña por resistencia estática [Anderson, 1991].

### 3.10.1 Relaciones entre $K$ y $G$

Existen dos parámetros que describen el comportamiento de las grietas: el factor de intensidad de esfuerzos y el *índice de liberación de energía*. Este último parámetro cuantifica el cambio en la energía potencial que acompaña a un incremento en la extensión de la grieta; el primero caracteriza los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos cerca del vértice de la grieta. *El índice de liberación de energía* describe el comportamiento global mientras que  $K$  es un parámetro local [Anderson, 1991].

Para una grieta pasante en una placa infinita sujeta a un esfuerzo de tensión uniforme  $G$  y  $K$  están dados por las siguientes ecuaciones:

$$K = \sigma\sqrt{a\pi} \quad (3.26)$$

$$G = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (3.27)$$

---

Combinando estas dos ecuaciones se obtienen las relaciones entre  $K$  y  $G$  como sigue:

$$G = \frac{K^2}{E} \quad (3.28)$$

donde  $E$  es el módulo de Young, cuando se tienen condiciones de esfuerzo plano.

$$y \quad E = \frac{1}{1-\nu^2} \text{ para deformación plana.}$$

Además, el trabajo necesario por unidad de área para propagar la grieta suele designarse fuerza impulsora crítica y representarse con el símbolo  $G_c$ .

$$G_c = 2(\gamma + \gamma_p) \quad (3.29)$$

La ecuación (3.28) puede escribirse entonces:

$$K_c^2 = EG_c \quad (3.30)$$

donde  $K_c$ , como se vio en la sección anterior, es el valor crítico del factor de intensidad de esfuerzos que provoca la inestabilidad de la grieta. Este valor caracteriza la resistencia a la fractura del material y se le denomina *tenacidad a la fractura o fractotenacidad* [Anderson, 1991],[De Vedia, 1986].

*La tenacidad es la capacidad de un material de absorber energía por deformación plástica antes de fracturarse y usualmente se mide como el trabajo absorbido durante la propagación de una grieta a través de un miembro estructural.*

### 3.10.2 Efecto del espesor en la tenacidad a la fractura

El modo en el que una grieta se desarrollará depende de el espesor del material. Cuando se tenga un miembro delgado (o de poco espesor) sujeto a carga uniforme a través de éste se tendrá una condición de esfuerzo plano ya que el material no tendrá capacidad para oponer resistencia en la dirección del espesor. En estas condiciones la mayoría de los metales fallan por cortante en un plano a  $45^\circ$  [Shigley, 1990],[Harvey, 1985],[Ewalds, 1986].

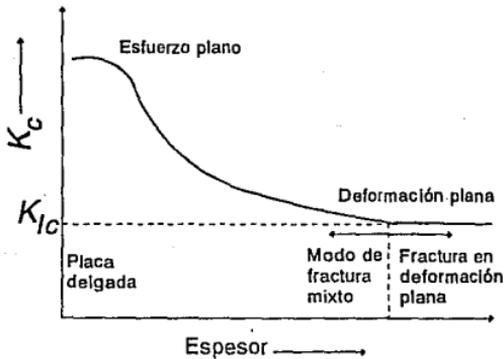


Figura 3.10. Efecto de espesor.

Por otro lado, si un miembro grueso es sujeto a carga uniforme a través de todo su espesor se presentará la condición de deformación plana debido a que no existe deformación en la dirección del espesor ya que éste opone resistencia a la deformación en dicha dirección y el flujo plástico asociado con esta condición es

menor al de esfuerzo plano. La fractura asociada a este tipo de situación tiene una apariencia plana [Shigley, 1990],[Harvey, 1985].

**TABLA 3.1**  
**Valores de tenacidad a la fractura en deformación plana[Sinclair, 1993]**  
**(MPa m<sup>1/2</sup>)**

Material	$K_{Ic}$ Promedio	Rango de $K_{Ic}$
Aceros		
4340-T1	50	27-70
4340-T2	60	21-93
4340-T3	60	29-90
4340-T4	84	42-116
Aleaciones de aluminio		
6061-T651	27	24-34
7075-T6	33	21-77
7079-T6	30	22-45
Aleaciones de titanio		
Ti-6Al-4V/P1	79	54-97
Ti-6Al-4V/P2	72	39-124
Ti-6Al-4V/P3	72	39-103
Ti-6Al-4V/P4	70	42-119
Ti-6Al-4V/P5	89	47-116

En teoría de elasticidad un estado de deformación plana ocurre cuando la deformación en el eje z es cero. Esta condición ocurre en el interior de una placa muy gruesa. Sin embargo, en una placa muy gruesa una condición de esfuerzo

plano ocurre en la superficie y una condición de deformación plana en el interior. Consecuentemente, la tenacidad del material,  $K_{Ic}$ , variará con el espesor de éste. La figura (3.10) muestra los efectos del espesor, en la tenacidad del material. En la figura se observa que, cuando el espesor es pequeño, se tiene un valor grande de tenacidad a la fractura y que a medida que aumentamos el espesor del material el valor de  $K_{Ic}$  disminuye hasta un punto conocido como *límite de tenacidad a la fractura* y denotado por  $K_{Ic}$ . El valor de  $K_{Ic}$  es el valor de tenacidad utilizado en el diseño en ingeniería ya que es el valor mínimo de tenacidad que puede tener un material [Shigley, 1990],[Harvey, 1985]. Valores de  $K_{Ic}$ , para un gran número de materiales, se han publicado en manuales y libros de mecánica de la fractura [MCIC-HB-01, 1972],[Sinclair, 1993]. En la tabla 3.1 se dan valores de  $K_{Ic}$  para algunos materiales. Valores de  $K_{Ic}$  para otro tipo de materiales se pueden encontrar en el Apéndice C.

### 3.11 DAÑO PERMISIBLE

Se conoce como *daño permisible* al tamaño de grieta subcrítico que puede permanecer en una estructura, elemento o componente de máquina sin que ocurra la falla o la propagación inestable de la grieta. La mecánica de la fractura lineal elástica, *MFLE*, proporciona relaciones matemáticas para establecer el límite permisible de tamaño de grieta antes de la propagación inestable de ésta.

Consideraremos una estructura con una grieta que se desarrolle con el tiempo, como es el caso de una grieta sometida a fatiga o a corrosión, como se muestra en la figura (3.11). Si la tenacidad a la fractura del material es conocida, la mecánica de fractura proporciona una relación para calcular el tamaño de grieta crítico

necesario para causar la falla en la estructura. Normalmente, el tamaño de grieta permisible se define como la división entre el tamaño de grieta crítico y un factor de seguridad. La estructura podría entonces permanecer en servicio hasta que la grieta haya alcanzado su tamaño permisible [Anderson, 1991],[Broek, 1984],[ESDU, 1980].

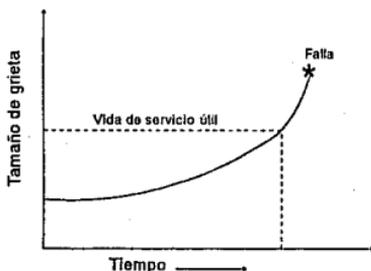


Figura 3.11. Tiempo de operación contra tamaño de grieta.

### 3.12 RESISTENCIA RESIDUAL Y TAMAÑO DE GRIETA CRÍTICO

En la sección anterior se estableció que la fractura ocurrirá cuando los esfuerzos y deformaciones alcancen un estado crítico descrito por la tenacidad a la fractura del material. Al esfuerzo de falla crítico se le llama *resistencia residual* y esta dado por la siguiente ecuación [Anderson, 1991],[ESDU, 1980]:

$$\sigma_c = \frac{K_{Yc}}{Y\sqrt{a\pi}} \quad \text{o} \quad \sigma_c = \frac{K_c}{Y\sqrt{a\pi}} \quad (3.31)$$

Al tamaño que tiene la grieta cuando el esfuerzo tiene su valor crítico se le conoce como *tamaño de grieta crítico* y esta dado por la siguiente ecuación:

$$2a = \frac{2}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{Y\sigma_c} \right)^2 \quad \text{ó} \quad 2a = \frac{2}{\pi} \left( \frac{K_c}{Y\sigma_c} \right)^2 \quad (3.32)$$

Las ecuaciones anteriores son muy difíciles de resolver debido a que, como se vio en la sección 3.7.1,  $Y$  es una función que depende de la longitud de la grieta y de la geometría del elemento. Sin embargo, si el valor de  $Y$  puede considerarse constante la ecuación anterior puede ser resuelta de forma satisfactoria [ESDU, 1980].

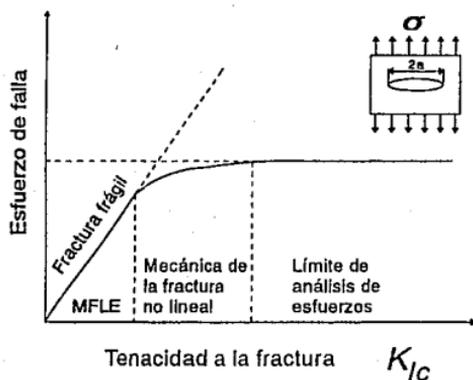


Figura 3.12. Efecto de la tenacidad a la fractura en el mecanismo de falla.

### 3.13 LIMITE DE VALIDEZ DE MFLE

Consideraremos una placa agrietada que es cargada hasta la falla. La figura (3.12) es un diagrama esfuerzo de falla contra tenacidad a la fractura ( $K_{Ic}$ ). En esta figura se observa que para materiales de baja tenacidad, el mecanismo que gobierna la falla es la fractura frágil y el esfuerzo crítico varía linealmente con  $K_{Ic}$ , como lo indica la ecuación (3.31). En el caso de materiales de alta tenacidad, la *MFLE* ya no es válida y el flujo plástico es el mecanismo que gobierna la falla. Es decir, si la tenacidad a la fractura es baja, la *MFLE* es aplicable al problema pero si la tenacidad es suficientemente alta el mecanismo de fractura deja de ser relevante para el problema debido a que el esfuerzo de falla es insensible a la tenacidad del material. En este caso, un análisis de carga simple es suficiente para predecir el esfuerzo de falla ya que el material fallará por fluencia y no por fractura frágil [Anderson, 1991].

---

## CAPITULO 4

### MECANICA DE LA FRACTURA LINEAL ELASTICA BAJO FATIGA

#### 4.1. INTRODUCCION

Si la determinación de la curva de Wohler (curva  $\sigma-N$ ) permite elaborar juicios cualitativos en cuanto a la selección de los materiales, su utilización es delicada cuando se desea predecir el tiempo de vida de un elemento estructural sometido a fatiga. Tal previsión requiere del conocimiento de las velocidades de propagación de una grieta en las condiciones de carga dadas [EMRC, 1992].

Cuando un elemento estructural que contiene una grieta es sometido a cargas cíclicas, es posible hacer crecer dicha grieta con valores de  $K_I$  aplicados inferiores a  $K_{Ic}$ . En este caso el crecimiento por ciclo es pequeño (del orden de  $0.1 \mu$ ), pero si el número de ciclos es suficientemente grande, el avance del frente de la grieta puede alcanzar valores significativos [De Vedia, 1986].

En situaciones en donde una pieza o elemento que contiene una grieta es sometido a cargas cíclicas de fatiga el proceso que conduce a la falla puede ser dividido en tres fases o etapas sucesivas: 1) *iniciación*, 2) *propagación estable* y 3) *propagación inestable* de grieta. La transición entre una fase y la siguiente es un proceso continuo y los límites entre una y otra no pueden ser definidos con precisión [De Vedia, 1986],[ESDU, 1980].

La mecánica de la fractura lineal elástica, *MFLE*, permite estudiar cualitativamente las fases de crecimiento de las grietas. Estos estudios, como se vio en el capítulo anterior, conducen a la introducción de parámetros característicos de la distribución local de los esfuerzos y de las deformaciones alrededor de una grieta. Con mecánica de la fractura se puede, entre otras cosas, calcular el tamaño crítico de grieta que conducirá a una fractura catastrófica bajo una carga dada.

Cuando el tamaño de grieta es del orden de la fase 1 (esta fase es conocida a menudo como *iniciación de la grieta*) y si esta fase ocupa la mayor parte de la vida del componente entonces, la estimación de la vida de éste puede ser obtenida usando las teorías de fatiga explicadas en el capítulo dos de esta tesis. Si, por el contrario, se prevé la existencia de grietas en un componente del orden de las fases 2 y 3 entonces, la primer fase podría ser ignorada y la vida del componente será mucho más corta que para un componente libre de defectos [ESDU, 1980]. Con esta condición el uso de mecánica de la fractura lineal elástica será apropiada para el análisis y se utilizará para los siguientes propósitos [ESDU, 1980],[Ewalds, 1986]:

---

- Estimación de la vida de componentes que contengan grietas o defectos.
- Estimación de la velocidad de crecimiento de grieta con vista a modificar las condiciones de carga o planear los períodos de inspección para detectar el tamaño de grieta permisible antes de que ocurra la falla.

La vida de un componente que contiene una grieta sometido a cargas cíclicas de fatiga esta entonces determinada por el número de ciclos necesarios para hacer crecer la grieta desde dimensiones iniciales hasta el valor crítico. En este capítulo se dan los conceptos fundamentales de *MFLE* para el análisis de propagación de grietas por fatiga.

## **4.2 PROCESO DE FRACTURA**

La ruptura se produce como consecuencia de la aparición de una grieta o proceso de corrosión y, a veces debido a la combinación de ambos. Las rupturas en las que se producen grietas parciales a través de la pared acompañadas de la fractura inmediata del elemento o en las que dicha fractura se origina sin ir precedida de una grieta detectable, son muy raras. Estas rupturas repentinas se consideran con verdadero respeto, ya que pueden dar lugar a accidentes y pérdidas de vidas humanas y, por otra parte, pueden resultar también extraordinariamente costosas.

Allí donde se presentan rupturas por agrietamiento pueden definirse tres fases; iniciación, propagación estable y propagación inestable de grietas.

### **Iniciación de la grieta**

La *iniciación* de una ruptura implica ciertas condiciones que conducen o son causa del agrietamiento inicial. Tales agrietamientos pueden ser de tamaño submicroscópico o incluso pueden ser perceptibles a simple vista. En la iniciación de una grieta hay que considerar tres condiciones [Thielsch, 1982]:

- a) La presencia de defectos estructurales y faltas de homogeneidad en los componentes originales debidos al proceso de fabricación, al acabado superficial, etcétera.
- b) La presencia de defectos metalúrgicos y falta de homogeneidad en los componentes originales debidos a esfuerzos residuales por tratamientos térmicos o mecánicos.
- c) Defectos introducidos en el período de servicio en la parte estructural y metalúrgica de los materiales tales como grietas, picaduras y rayaduras que se producen en lugares donde el material estaba originalmente en perfectas condiciones.

### **Propagación estable de la grieta**

Al período de extensión lenta de una grieta se le define como fase de *propagación estable de la grieta*. La amplitud de esta fase depende de factores tales como las propiedades mecánicas y metalúrgicas del material,

---

la naturaleza del defecto inicial, el tamaño y espesor del elemento, el grado de fatiga originado por los esfuerzos residuales, esfuerzos externos y, por las cargas. En los materiales intrínsecamente frágiles, la fase de propagación estable puede ser casi infinitamente pequeña; por el contrario, en un material dúctil, la grieta puede propagarse sobre el espesor del elemento en una longitud apreciable [Thielsch, 1982].

### **Propagación inestable de la grieta**

Esta fase constituye un *estado de propagación inestable*, después de la fase de propagación estable, en la que la grieta se extiende con mayor rapidez. Dicha propagación puede ser continua o intermitente. Puede ser extraordinariamente rápida, como ocurre frecuentemente en los materiales frágiles o lenta como ocurre, generalmente, en un material dúctil donde la propagación puede necesitar días, meses, años e incluso décadas para que se produzca la falla del elemento.

Mediante la determinación de los factores responsables de la iniciación y propagación de la grieta, puede procederse al estudio y corrección del proyecto, estudio y corrección de las especificaciones relativas a materiales tales como fabricación e inspección, con objeto de tomar las debidas precauciones para evitar tales rupturas o instalar los depósitos de seguridad necesarios para disminuir los peligros inherentes en caso de rupturas o explosiones peligrosas [Thielsch, 1982].

### 4.3 APLICACION DE LA MFLE A PROPAGACION DE GRIETAS POR FATIGA

En 1960 Paris demostró que la mecánica de fractura es una herramienta útil para analizar el crecimiento de grietas de elementos sometidos a cargas cíclicas de fatiga, ya que, bajo ciertas condiciones, el crecimiento de grietas por fatiga puede también ser caracterizado por el factor de intensidad de esfuerzos, *FIE*, denotado como *K* [Anderson, 1991],[ESDU, 1980].

Consideremos el crecimiento de una grieta en presencia de una intensidad de esfuerzos cíclica de amplitud constante (figura 4.1). Se forma una zona plástica en el vértice de la grieta y al ir creciendo o desarrollándose, la grieta va dejando una pequeña zona deformada plásticamente a su alrededor. Si esta zona plástica es lo suficientemente pequeña, como para considerar comportamiento elástico, las condiciones en el vértice de la grieta quedan definidas por *K* y la velocidad de crecimiento es caracterizada por  $K_{min}$  y  $K_{max}$  [Anderson, 1991],[Broek, 1984],[ESDU, 1980]. En estas condiciones el crecimiento de la grieta queda definido por una expresión de la forma siguiente:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad (4.1)$$

donde  $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ ,  $R = K_{min} / K_{max}$  y  $da/dN$  es el crecimiento de la grieta por ciclo.

En la sección 4.6 se presentan las relaciones más comunes para el crecimiento de grietas por fatiga. Para determinar la vida a la fatiga de un componente, la ecuación 4.1 puede ser integrada y el número de ciclos necesarios para propagar una grieta de una longitud inicial,  $a_i$  a una longitud predeterminada o final,  $a_f$ ,

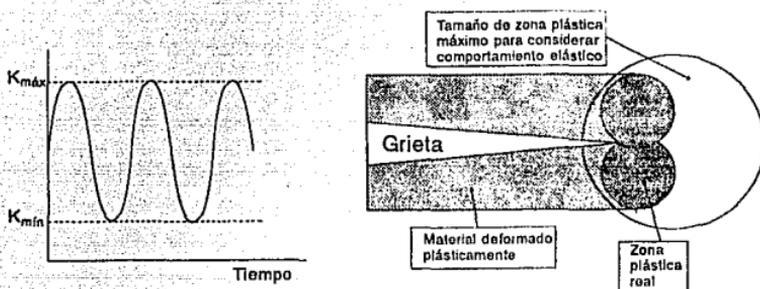


Figura 4.1 Zonas plásticas bajo carga de amplitud constante y condiciones de fluencia en pequeña escala

estará dado como sigue [Anderson, 1991],[Broek, 1984]:

$$N = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{f(\Delta K, R)} \quad (4.2)$$

Si  $K_{máx}$  o  $K_{mín}$  varían durante las cargas cíclicas, el desarrollo de la grieta en un ciclo dado podría depender de la secuencia y tipo de cargas aplicadas anteriormente y de los valores actuales de  $K_{mín}$  y  $K_{máx}$ . En estas condiciones, la expresión que describiría el fenómeno tendría la forma:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R, H) \quad (4.3)$$

Donde  $H$  es un índice de la historia de cargas, indicado por la deformación plástica existente en el elemento. De la expresión (4.3) se observa que dos elementos distintos que se sometían a las mismas condiciones de carga cíclica no tendrán el mismo desarrollo de grieta (no habrá similitud) a menos que ambos elementos hayan sido sometidos a la misma secuencia de cargas anteriores.

La sección 4.9 discute las razones por las que la fatiga depende de la historia de cargas [Anderson, 1991].

El análisis de crecimiento de grieta por fatiga se vuelve más complicado cuando se toma en cuenta la historia de cargas. Por lo tanto, las ecuaciones de la forma de la ecuación (4.1) deben aplicarse siempre que sea posible. Sin embargo, en situaciones de carga de amplitud variable estos análisis son sólo aproximaciones [Anderson, 1991].

En situaciones donde se presenta una zona plástica muy grande durante la fatiga de los materiales,  $K$  no caracteriza las condiciones en el vértice de la grieta. En estos casos, la mecánica de la fractura ha desarrollado técnicas como el método de la integral  $J$  que caen dentro de la *mecánica de la fractura elástico-plástica* y que quedan fuera del alcance de esta tesis.

Bajo cargas de amplitud constante, la velocidad de propagación de una grieta depende de la longitud de grieta y del rango de esfuerzos en fatiga cíclica dada por la ecuación [Broek, 1984],[ESDU, 1980]:

$$\sigma_r = \sigma_{máx} - \sigma_{mín} \quad (4.4)$$

La velocidad de propagación de grieta también depende del radio de esfuerzo dado por la siguiente ecuación [ESDU, 1980]:

$$R = \frac{\sigma_{mín}}{\sigma_{máx}} \quad (4.5)$$

El concepto del *factor de intensidad de esfuerzos* utilizado en *MFLE* se toma en cuenta en fatiga por medio de un rango del factor de intensidad de esfuerzos,  $\Delta K$ , definido como sigue:

$$\Delta K = (\sigma_{máx} - \sigma_{mín}) Y\sqrt{\pi a} \quad (4.6)$$

El efecto de esfuerzo medio es menos importante, en la velocidad de crecimiento de grieta, que el valor de  $\Delta K$ . Los datos experimentales de crecimiento de grieta son obtenidos de pruebas con probetas simples y son presentados en términos de las velocidades de propagación de grietas por fatiga ( $da/dN$ ), de  $\Delta K$  y de las variaciones en los valores de  $R$  [Anderson, 1991],[ESDU, 1980]. En casos donde el  $\sigma_{mfn}$  es de compresión, la grieta podría cerrarse durante los ciclos de fatiga y el análisis para tales condiciones se puede resolver de cualquiera de las dos formas siguientes:

- 1) Utilizar el rango completo del ciclo para calcular  $\Delta K$
- 2) Considerar únicamente la parte correspondiente a la tensión. Es decir, considerar  $\Delta K = K_{mfx}$  y  $K_{mfn} = 0$ .

#### 4.4 CURVA CARACTERISTICA DE PROPAGACION DE GRIETAS POR FATIGA

La figura (4.2) muestra la forma típica del comportamiento que los materiales presentan a la propagación de grietas [Anderson, 1991],[ESDU, 1980],[Ewalds, 1986],[Barsom, 1982],[EMRC, 1992]. Este comportamiento puede también ser descrito en términos generales, como se vio en la sección anterior, mediante la relación siguiente:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad (4.7)$$

En la actualidad se han publicado una gran variedad de gráficas como la mostrada en la figura (4.2) para una amplia gama de materiales utilizados en ingeniería [Ewalds, 1986],[Barsom, 1982],[Brussat, 1974],[Majudmar, 1974].

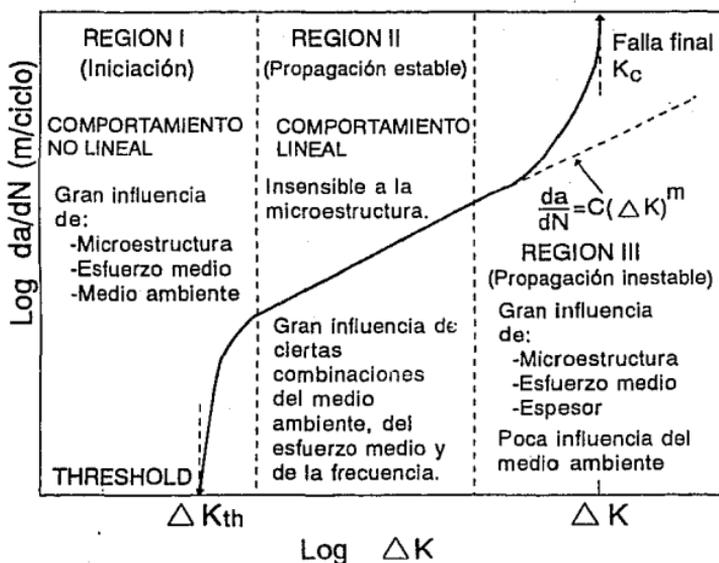


Figura 4.2. Curva de velocidad de crecimiento de grieta por fatiga típica de metales.

Las curvas de propagación de grietas por fatiga pueden ser divididas en tres regiones (ver figura 4.2). La región I que se refiere a una propagación de grieta ( $<10^{-8}$  m/c) y la curva se aproxima a un valor de  $\Delta K$  en el cual puede considerarse que no existe crecimiento de grieta. A éste valor se le conoce como *Thresholds* y es el valor límite del *factor de intensidad de esfuerzos en el caso de fatiga* [Anderson, 1991],[Broek, 1984],[ESDU, 1980],[Ewalds, 1986]. La región II se refiere a la propagación de macrogrietas ( $10^{-8}$  a  $10^{-6}$  m/c). Esta es la región en la

que se encuentra el material la mayor parte de su vida de servicio y se le conoce como *región de propagación estable de grieta*. En la región III se presenta una propagación rápida de la grieta (valores de crecimiento mayores a  $10^{-6}$  m/c). A la región III se le conoce como *región de propagación inestable de la grieta*. Es en ésta región en la que ocurre la falla del material.

Para propagación de grietas en la región II el valor de  $\Delta K$  es tal que la expresión (4.7) se puede representar como sigue:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \quad (4.8)$$

donde  $C$  y  $m$  son constantes del material en estudio y definen las características de las curvas de propagación de grieta. Para pequeños valores de  $da/dN$  y de  $\Delta K$  los valores de  $C$  y  $m$  permanecen aproximadamente constantes y la ecuación (4.8) puede ser aplicable a las regiones (I) y (III) [Anderson, 1991],[Broek, 1984],[ESDU, 1980],[Ewalds, 1986],[Fühning, 1984].

#### 4.5 FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS THRESHOLD

Las grietas o defectos similares existentes en componentes se pueden propagar bajo cargas de fatiga si el factor de intensidad de esfuerzos rebasa el factor de intensidad de esfuerzos mínimo crítico, conocido como *Threshold*, para el material dado.

*El threshold es el valor del rango del factor de intensidad de esfuerzos  $\Delta K$  por abajo del cual no existirá desarrollo de la grieta y se denota como  $\Delta K_{th}$*  [Anderson, 1991],[ESDU, 1980],[Ewalds, 1986],[Barsom, 1982],[EMRC, 1992].

Si  $\Delta K$  permanece siempre por debajo del valor del  $\Delta K_{th}$  del material entonces, la presencia de grietas o defectos similares en la estructura o elemento no es de importancia considerable y se puede obtener una vida de fatiga infinita. En casos donde los componentes están libres de grietas o contienen defectos del tamaño de las fases (1) y (2) y son sujetos a esfuerzos de diseño normales, la etapa de iniciación de la grieta ocupa muchos ciclos de carga. En este caso las etapas de iniciación y propagación estable de la grieta abarcarán toda la vida útil del componente [ESDU, 1980].

Se ha encontrado que el valor de  $\Delta K_{th}$  para un material es muy sensible a la variación del radio de esfuerzos  $R$ . Por ejemplo, el efecto de  $R$  es importante a bajas velocidades de propagación de la grieta, particularmente cuando se consideran aceros de baja o mediana resistencia en los cuales, en la región de propagación estable de grieta (región II), se observa una pequeña sensibilidad a los cambios en los valores de  $R$  [ESDU, 1980]. En aceros inoxidables el valor del threshold depende del radio de esfuerzos y del radio existente en el vértice de la grieta, el cual está relacionado con la fluctuación en el esfuerzo máximo aplicado y las propiedades a la tensión de los aceros. Harrison [Barsom, 1982] encontró que el threshold para un gran número de materiales está en el siguiente rango:

$$1.5 \cdot 10^{-4} \sqrt{plg} \leq \frac{\Delta K_{th}}{E} \leq 1.8 \cdot 10^{-4} \sqrt{plg}$$

donde  $E$  es el módulo de Young.

La figura 4.3 muestra la tendencia que presenta los valores del threshold para aceros inoxidables [Barsom, 1982]. Estimaciones conservadoras de  $\Delta K_{th}$  para aceros inoxidables sujetos a diferentes valores de  $R$  mayores a 0.1 se pueden calcular como sigue:

$$\Delta K_{th} = 6.4 (1 - 0.85R) \quad (4.9)$$

donde  $\Delta K_{th}$  esta en  $\text{kpsi}\sqrt{\text{pulg}}$ . El valor de  $\Delta K_{th}$  para  $R < 0.1$  es una constante igual a  $5.5 \text{kpsi}\sqrt{\text{pulg}}$  ( $6\text{MN}/\text{m}^{3/2}$ ). La ecuación anterior indica que el valor de  $\Delta K_{th}$  es una función del radio de esfuerzos y es independiente de la composición química y de las propiedades mecánicas del material [Barsom, 1982],[Fühning, 1984].

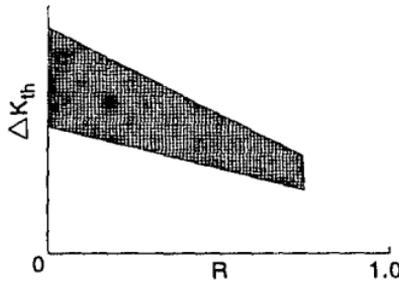


Figura 4.3. Variación de  $\Delta K_{th}$  con el radio de esfuerzos.

#### 4.6 RELACIONES EXISTENTES EN EL CRECIMIENTO DE GRIETAS POR FATIGA

La figura (4.2) es un esquema logarítmico de la velocidad de crecimiento de grietas  $da/dN$  contra el rango del factor de intensidad de esfuerzos  $\Delta K$  en el cual se ilustra el comportamiento típico del desarrollo de grietas en metales sometidos a fatiga. Este esquema contiene tres regiones distintas. Para valores intermedios de  $\Delta K$  la curva es lineal, pero tiende a desviarse para valores de  $\Delta K$  muy grandes o muy pequeños. La velocidad de crecimiento de grieta aumenta a medida que  $K_{m\acute{a}x}$  se aproxima al valor de tenacidad a la fractura del material,  $K_c$ , y tiende a

cero a medida que  $\Delta K$  se aproxima al valor del *threshold* [Anderson, 1991].

Paris y Erdogan fueron los primeros en descubrir una ley exponencial que describiera la velocidad de agrietamiento por fatiga en la región II (región lineal). Esta ley tiene la forma siguiente [Anderson, 1991],[Broek, 1984],[ESDU, 1980],[Ewalds, 1986],[EMRC, 1992],[Brussat, 1974],[Majudmar, 1974]:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (4.10)$$

La ecuación (4.10) es conocida como ley de Paris. En esta ecuación  $C$  y  $m$  son constantes del material y se pueden determinar experimentalmente. En la actualidad se han publicado valores de estas constantes para una variedad de materiales utilizados en ingeniería [Shin-Ichi, 1992],[Barsom, 1982],[Gamma, 1979],[EMRC, 1992],[Boressi, 1985]. En la ecuación (4.10) se puede observar que la velocidad de crecimiento de la grieta depende del rango de esfuerzos,  $\Delta K$ , y que el radio de esfuerzos no influye en la velocidad de crecimiento de la grieta.

Paris y Erdogan propusieron un exponente de cuatro, el cual correspondía a los resultados de sus experimentos [Anderson, 1991],[EMRC, 1992]. Sin embargo, estudios posteriores demostraron que el valor de  $m$  no es necesariamente cuatro sino que oscila entre 2 y 7 para distintos materiales. Para aceros inoxidables martensíticos  $C=0.66 \cdot 10^{-8}$  y  $m=2.25$  y para aceros inoxidables austeníticos  $C=3 \cdot 10^{-10}$  y  $m=3.25$  (tomando  $\Delta K$  en  $\text{kpsi}\sqrt{\text{p}I\text{g}}$  y  $da/dN$  en  $\text{plg/ciclo}$ ) [Barsom, 1982]. En el Apéndice C se da una tabla de valores de  $C$  y  $m$  para algunos materiales más comúnmente utilizados en ingeniería.

Otros autores han desarrollado ecuaciones (la mayoría empíricas) que modelan parte o toda la curva  $da/dN$ - $\Delta K$ . Forman propuso la siguiente relación para las regiones II y III [Anderson, 1991],[Broek, 1984],[ESDU, 1980],[EMRC, 1992]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K^m}{(1-R) K_{Ic} - \Delta K} \quad (4.11)$$

La ecuación anterior puede escribirse como sigue:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K^m}{\frac{K_{Ic}}{K_{max}} - 1} \quad (4.12)$$

Se observa que cuando  $K_{max}$  se aproxima a  $K_{Ic}$ , la velocidad de agrietamiento tiende a infinito. En la ecuación de Forman  $C$  y  $m$  son constantes que se pueden obtener experimentalmente y son diferentes a las constantes de la ley de Paris [Anderson, 1991],[Broek, 1984],[EMRC, 1992]. En el Apéndice C se muestran valores de estas constantes para algunos materiales.

Weertman [Anderson, 1991],[EMRC, 1992] propuso la siguiente relación semiempírica para las regiones II y III:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K^4}{K_{Ic}^2 - K_{max}^2} \quad (4.13)$$

Las ecuaciones de Forman y de Weertman son asintóticas para  $K_{max} = K_{Ic}$  pero ninguna predice el *threshold*. Klesnil y Lukas [Anderson, 1991] modificaron la ley de Paris para tomar en cuenta el *threshold* como sigue:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K^m - \Delta K_{th}^m) \quad (4.14)$$

Donahue [Anderson, 1991] sugirió una expresión similar a la anterior pero con el exponente  $m$  aplicado a la cantidad  $(\Delta K - \Delta K_{th})$ . En ambos casos el *threshold* es un parámetro que a menudo depende del radio  $R$  y que se debe obtener como se explicó en la sección 4.5.

Existen otras ecuaciones que describen toda la curva de crecimiento de grieta. Estas ecuaciones toman en cuenta tanto el threshold como el  $K_{Ic}$ . Por ejemplo, Priddle [Anderson, 1991] propuso la siguiente ecuación:

$$\frac{da}{dN} = C \left( \frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_{Ic} - K_{max}} \right)^m \quad (4.15)$$

Mc Evily [Anderson, 1991] desarrolló otra ecuación para describir toda la curva de crecimiento.

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K - \Delta K_{th})^2 \left( 1 + \frac{\Delta K}{K_{Ic} - K_{max}} \right) \quad (4.16)$$

Todas las ecuaciones (4.10) a (4.16) tienen la forma de la ecuación (4.1). Cada una de esas ecuaciones puede ser integrada para predecir la vida de fatiga para un material dado, la velocidad de crecimiento de la grieta depende solo de los parámetros de carga  $\Delta K$  y  $R$ . Todas las expresiones anteriores asumen una similitud elástica del desarrollo de la grieta y ninguna de esas ecuaciones toma en cuenta la historia de cargas y por lo tanto sólo son validas para cargas de amplitud constante ( $\Delta K$  constante).

#### 4.7 CORRECCION POR PLASTICIDAD BAJO CARGAS CICLICAS DEL RANGO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS

La corrección por plasticidad bajo cargas cíclicas es menos significativa que en el caso de cargas estáticas debido a que la zona plástica que es significativa es una en la cual el material sufre "flujo plástico reversible". Las ecuaciones (3.23) y (3.25) que sirven para determinar el valor de  $r_p$  bajo condiciones de carga estática son modificadas reemplazando  $K$  por  $\Delta K$  y el valor del esfuerzo de

fluencia  $\sigma_y$  por  $2\sigma_y$  [ESDU, 1980]. Por lo tanto, para condiciones de esfuerzo plano el tamaño de la zona plástica esta dado por:

$$r_p = \frac{1}{8\sigma} \left( \frac{\Delta K}{\sigma_y} \right)^2 \quad (4.17)$$

y para condiciones de deformación plana se tiene:

$$r_p = \frac{1}{24\pi} \left( \frac{\Delta K}{\sigma_{yp}} \right)^2 \quad (4.18)$$

El valor de  $r_p$  debe ser sumado a la longitud de grieta  $a$  para obtener el valor de grieta ficticia  $a^*$  y la ecuación (4.6) puede ser expresada como sigue:

$$\Delta K_p = (\sigma_{max} - \sigma_{min}) Y \sqrt{\pi (a + r_p)} \quad (4.19)$$

donde  $Y$  es el valor del factor de geometría [ESDU, 1980].

#### 4.8 PREDICCIÓN DE VIDA DE PROPAGACION DE GRIETAS POR FATIGA

Si asumimos que la estructura, componente o elemento de máquina contiene una grieta de longitud  $a_i$ , entonces la integración de las ecuaciones de la sección 4.6 para algunos valores de  $da/dN$  y  $\Delta K$  y la suma de esos valores de  $N$  nos podrían llevar a una estimación de la vida de desarrollo de la grieta por fatiga,  $\Sigma N$ . Entonces, la vida residual de un elemento que contiene una grieta estará dada por la siguiente ecuación [Broek, 1984]:

$$N_f - N_i = N = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{c(\Delta K)^m}$$

Por ejemplo, de la integración de la ley de Paris, ecuación (4.10), para el caso de una placa infinita ( $Y=1$ ) resulta [ESDU, 1980]:

$$[N]_{Ni}^{Nf} = \frac{1}{C[(\sigma_{max} - \sigma_{min})\sqrt{\pi}]^m} \left[ \frac{a^{1-\frac{m}{2}}}{1-\frac{m}{2}} \right]_{a_i}^{a_f} \quad (4.20)$$

y para cualquier configuración se tiene:

$$[N]_{Ni}^{Nf} = \frac{1}{CY_f^m(\Delta\sigma)^m} \left[ \frac{a^{1-\frac{m}{2}}}{1-\frac{m}{2}} \right]_{a_i}^{a_f} \quad (4.21)$$

Tomando  $z=(m/2)-1$  resulta:

$$[N]_{Ni}^{Nf} = \frac{1}{CY_f^m(\Delta\sigma)^m z} \left[ \frac{1}{a_i^z} - \frac{1}{a_f^z} \right] \quad (4.22)$$

donde  $m > 2$  y  $Y_i = Y + \pi^{m/2}$ . Para muchos metales  $m=4$ ,  $z=1$  y  $K_f = K_{Ic}$  ya que cuando se alcanza el valor de longitud de grieta necesario para que se produzca la fractura rápida ( $a_f$ ) entonces se puede tomar  $K_f = K_{Ic}$  por lo que:

$$[N]_{Ni}^{Nf} = \frac{1}{CY_f^2 K_{Ic} (\Delta\sigma)^2} \left[ \frac{K_{Ic}^2}{K_i^2} - 1 \right] \quad (4.23)$$

De la expresión anterior se puede observar que si la longitud de grieta inicial o el  $FIE K_i$  es muy pequeño, comparado con la longitud final  $a_f$  o con  $K_f$  (o  $K_{Ic}$ ), el período de crecimiento de grieta ocuparía gran parte de la vida del material y  $N_f$  no sería sensitiva a la tenacidad material,  $K_{Ic}$ . Para un valor de rango de esfuerzos y tipo de material dado la vida residual depende, en gran medida, del tamaño inicial del defecto  $a_i$  (o de  $K_i$ ). En la mayoría de los casos  $N$  sólo puede ser evaluada por métodos numéricos debido a que  $Y$  varía con la longitud de grieta.

#### 4.9 PROPAGACION DE GRIETAS POR FATIGA BAJO CARGAS DE AMPLITUD VARIABLE

Las condiciones de similitud en el vértice de la grieta que implican una relación única entre  $da/dN$ ,  $\Delta K$ , y  $R$  son válidas sólo para cargas de amplitud constante. Sin embargo, en estructuras reales, raras veces se presenta esta condición ya que éstas son sujetas a fluctuaciones de carga más complejas (ver figura 4.4). En estos casos, la velocidad de crecimiento de la grieta, en un momento dado, no solo depende de las condiciones de carga actuales sino también de las cargas a las que haya sido sometida la estructura durante su vida de servicio. La ecuación (4.3) es una representación de las condiciones pasadas y actuales [Anderson, 1991].

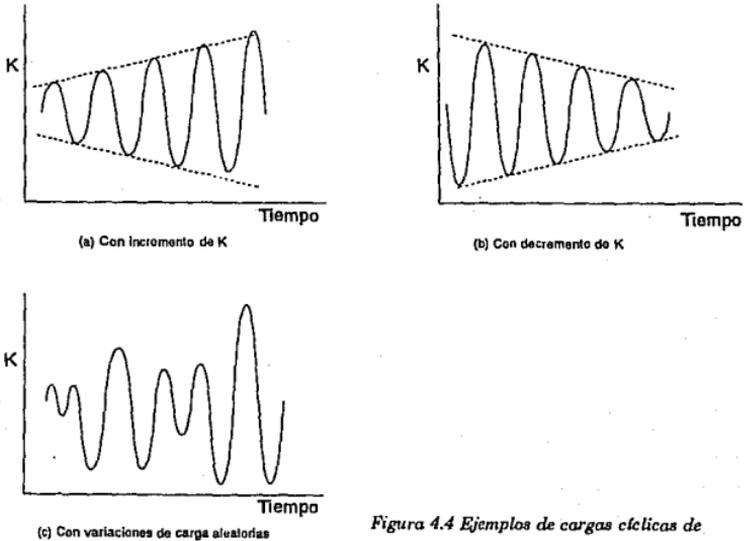


Figura 4.4 Ejemplos de cargas cíclicas de amplitud variable

#### 4.9.1 Efecto de sobrecargas en la propagación de grietas

Consideremos la historia de cargas de fatiga ilustradas en la figura (4.5). La carga de amplitud constante es interrumpida por una sobrecarga simple después de la cual, la amplitud  $K$ , retorna a su valor anterior. Antes de la sobrecarga, la zona plástica pudo haber alcanzado un estado estático, pero el ciclo de sobrecarga produce una zona plástica significativamente más grande. Cuando la carga regresa a su valor original de  $K_{mín}$  y  $K_{máx}$ , el esfuerzo residual que resulta de la sobrecarga tiene un efecto en el comportamiento a la fatiga subsecuente; la sobrecarga ocasiona un esfuerzo residual de compresión que retarda el desarrollo de la grieta [Anderson, 1991],[Broek, 1984].

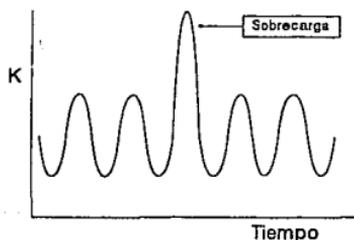


Figura 4.5 Sobrecarga simple durante carga cíclica de amplitud constante

La retardación seguida de la sobrecarga es un fenómeno muy complicado que, generalmente, es eludido en las descripciones matemáticas de crecimiento de grietas por fatiga. Hay un gran número de modelos empíricos y semiempíricos para retardación, los cuales contienen uno o más parámetros que deben obtenerse experimentalmente. Algunos modelos asumen que el cerramiento de la grieta es el responsable de la retardación, mientras que otros consideran responsable, a la zona plástica existente su vértice [Anderson, 1991],[Broek, 1984].

El modelo de Wheeler toma en cuenta el último criterio. Este modelo relaciona la velocidad de crecimiento de la grieta con el tamaño de la zona plástica en condiciones de carga normales y con el tamaño de la zona plástica ocasionada por la sobrecarga (ver figura 4.6) [Anderson, 1991],[Broek, 1984]. La zona plástica ocasionada por la sobrecarga esta expresada, según Wheeler, como sigue:

$$r_{y(s)} = \frac{1}{\beta\pi} \left( \frac{K_g}{\sigma_y} \right)^2 \quad (4.24)$$

donde  $K_g$  es el *FIE* a sobrecarga pico y  $\beta = 2$  para esfuerzo plano y  $\beta = 6$  para deformación plana. El tamaño de la zona plástica que corresponde al valor real de  $K_{m\Delta x}$  esta dado por [Anderson, 1991],[Broek, 1984]:

$$r_{p(s)} = \frac{1}{\beta\pi} \left( \frac{K_{m\Delta x}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (4.25)$$

Wheeler asumió que el efecto de retardación persiste mientras el tamaño de grieta no alcance el otro extremo de las zona plástica ocasionado por la sobrecarga (figura 4.6). Wheeler definió el efecto de retardación para una grieta que ha crecido una longitud  $da$  después de la sobrecarga, como sigue:

$$\phi_R = \left( \frac{da + r_{p(s)}}{r_{y(s)}} \right)^d$$

donde  $d$  es una constante que se puede obtener experimentalmente. Wheeler [Broek, 1984] encontró que para aceros  $d=1.43$  y que para aleaciones de titanio  $d=3.4$ . La velocidad de crecimiento de la grieta se ve reducida por el factor  $\phi_R$  como sigue [Anderson, 1991],[Broek, 1984]:

$$\left( \frac{da}{dN} \right)_R = \phi_R \frac{da}{dN}$$

donde la velocidad de crecimiento de la grieta  $da/dN$  se obtiene mediante alguna de las expresiones de la sección (4.6). Para calcular el número de ciclos necesarios para hacer crecer una grieta hasta que la zona plástica real,  $r_{p(a)}$ , alcance el límite de la zona plástica de sobrecarga,  $r_{p(s)}$ , se tiene:

$$N_R = \int_{a_0}^{a^*} \frac{da}{\Phi_R(r_{p(s)}, r_{p(a)}, da) f(\Delta K, R)}$$

donde  $a_0$  es el tamaño de grieta al aplicar la sobrecarga,  $f$  es la ley de crecimiento de grieta (ver sección 4.6) y  $a^* = a_0 + r_{p(s)} - r_{p(a)}$  [Anderson, 1991].

#### 4.9.2 Análisis de fatiga bajo carga de amplitud variable

La fatiga a amplitud variable puede involucrar ciclos de esfuerzo regulares o variaciones de amplitud de carga aleatorias. En situaciones, como las mostradas en la figura 4.4, donde los elementos están sometidos a cargas de amplitud variable, la condición de similitud no se cumple y el efecto de la historia de cargas sobre el comportamiento a la fatiga del elemento, se puede ser muy significativo.

Las leyes de crecimiento de grieta que consideran similitud suelen ser muy conservadoras cuando se aplican a cargas de amplitud variable ya que los efectos de retardación tienden a extender la vida de fatiga de una estructura. La manera más exacta de cuantificar la vida a la fatiga bajo cargas de amplitud variable es mediante una integración ciclo por ciclo de algún modelo de retardación como el de Wheeler. El modelo de Wheeler es utilizado para cargas de amplitud variable de la misma manera que para sobrecargas, solo que, en un problema de amplitud variable, el tamaño de la zona plástica de sobrecarga y la real deben ser evaluados

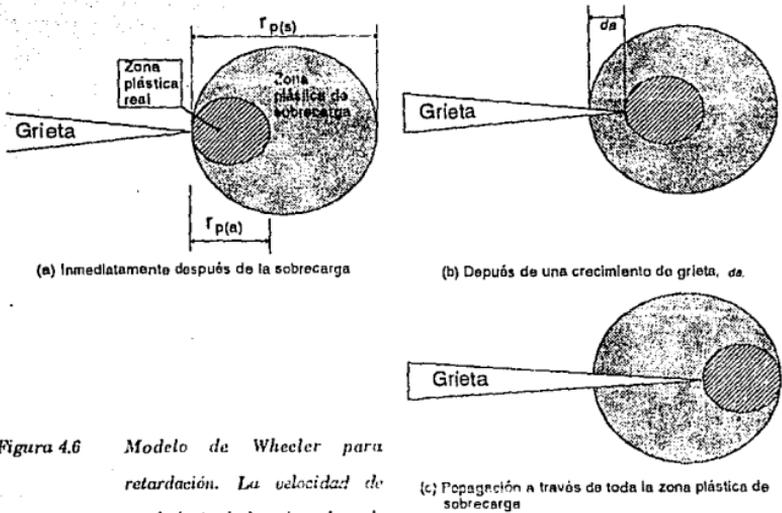


Figura 4.6 Modelo de Wheeler para retardación. La velocidad de crecimiento de la grieta depende del tamaño y de la posición de la zona plástica actual en relación con la zona plástica de sobrecarga.

evaluadas para cada ciclo. Esto implica que el modelo de Wheeler debe realizarse mediante métodos numéricos ya que se necesita de muchas iteraciones para el cálculo [Anderson, 1991].

#### 4.10 EFECTO DE LOS ESFUERZOS RESIDUALES EN LA PROPAGACION DE GRIETAS POR FATIGA

Se ha demostrado que la presencia de esfuerzos residuales en un componente da origen a variaciones en la propagación de grietas [Glinka, 1979],[Nelson, 1982], [Pakner, 1982]. Por lo tanto, el efecto de los esfuerzos residuales debe ser incluido en los cálculos de propagación de grietas por fatiga.

La propagación de grietas por fatiga como se vio en las secciones anteriores es analizada en términos de la *MFLE* por medio del *FIE*. Las expresiones más utilizadas en los estudios de propagación de grietas son la ley de Paris y la ecuación de Forman.

Para tomar en cuenta los esfuerzos residuales en la propagación de grietas por fatiga se utiliza el método de superposición y se asume que la propagación estará dada en términos del factor de intensidad de esfuerzos efectivo,  $K_{ef}$ , dado como la suma del factor de intensidad de esfuerzos aplicado,  $K_f$ , y el *FIE* debido a los esfuerzos residuales,  $K_r$ .

Tomando en cuenta lo anterior se deben calcular el *FIE* máximo efectivo,  $K_{máx,ef}$  y el *FIE* mínimo efectivo,  $K_{mín,ef}$ . Después se calculan el rango y el radio del *FIE* efectivos. Una vez hecho lo anterior podemos reemplazar estos valores en alguna de las expresiones dadas en la sección 4.6 y encontrar la propagación de la grieta por fatiga en presencia de esfuerzos residuales. Por ejemplo, reemplazando en la ecuación de Forman los valores efectivos respectivos tenemos:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K_{ef}^m}{(1 - R_{ef}) K_{rc} - \Delta K_{ef}}$$

---

Ecuaciones como la anterior son útiles para cargas de amplitud constante. Para cargas de amplitud variable utilizaremos el modelo de Wheeler (sección 4.9) modificado por esfuerzos residuales. Si retomamos la ecuación de Forman para cargas de amplitud variable tenemos:

$$\frac{da}{dN} = \Phi_r \frac{C \Delta K_{e_f}^m}{(1 - R_{e_f}) K_{Ic} - \Delta K_{e_f}}$$

Las figuras 4.7 y 4.8 muestran el efecto que tiene la presencia de esfuerzos residuales en la propagación de grietas bajo cargas de amplitud constante y variable respectivamente. Estas figuras presentan los resultados experimentales de propagación de grietas por fatiga de tres tipos de probetas: las probetas tipo U que se encuentran libres de esfuerzos residuales y las tipo P y L las cuales si los contienen.

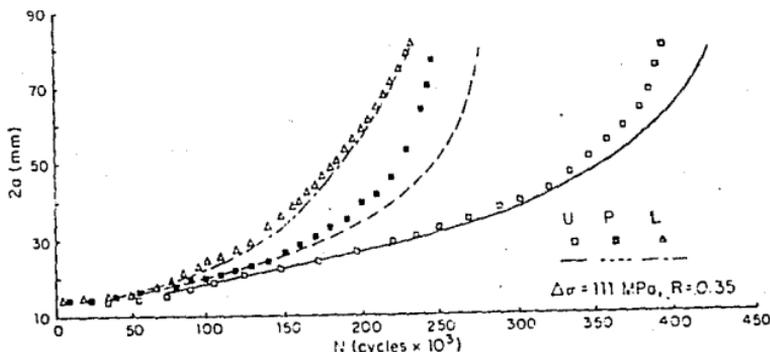


Figura 4.7. Efecto de esfuerzos residuales en la propagación de grietas bajo cargas de amplitud constante.

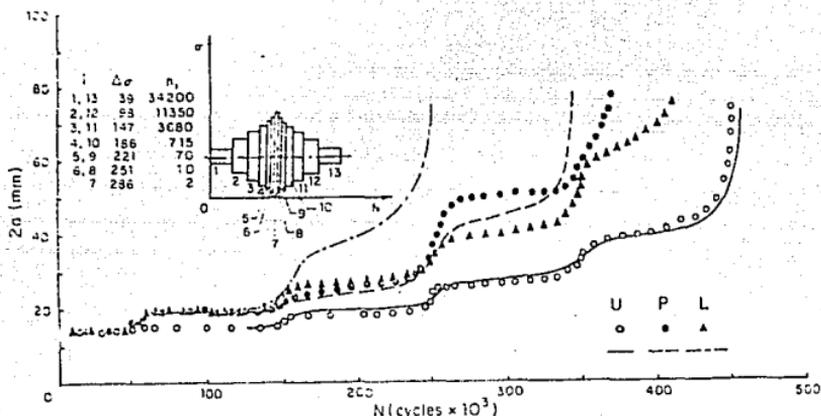


Figura 4.8. Efecto de esfuerzos residuales en la propagación de grietas bajo cargas de amplitud variable.

En las figuras anteriores, las líneas continuas y las punteadas representan la predicción teórica, según la MFLE, del comportamiento a la fatiga de las probetas utilizadas en los experimentos. Como puede observarse en estas figuras la vida a la fatiga para componentes con esfuerzos residuales es más corta. También se hace evidente que la inclusión del efecto de esfuerzos residuales en las expresiones de propagación de grietas da resultados más reales en la predicción de vida a la fatiga de elementos que contienen esfuerzos residuales.

#### 4.11 METODOLOGIA DE ANALISIS DE DAÑO PERMISIBLE

En las primeras secciones de este capítulo se describen los aspectos relacionados al crecimiento de grietas contenidas en elementos estructurales sometidos a cargas cíclicas de fatiga y se dan ecuaciones para el análisis del crecimiento de estas grietas. En esta sección se describe como se aplican los datos de fatiga y los modelos de desarrollo de grieta a estructuras o componentes de máquina como parte de una metodología para analizar el *daño permisible* [Anderson, 1991].

El termino *daño permisible* tiene una variedad de significados, pero normalmente se refiere a una metodología de análisis con la cual la mecánica de la fractura predice la vida remanente o residual de un elemento y determina los intervalos de inspección. Esta técnica es aplicable a estructuras que contienen grietas o que son susceptibles a agrietarse con el tiempo. Esta técnica sugiere que una grieta puede permanecer en una estructura siempre que sus dimensiones estén por debajo del tamaño crítico [Anderson, 1991].

Una de las principales tareas del *daño permisible* es la de establecer el tamaño crítico de grieta,  $a_c$ . En el capítulo anterior se describe el método a utilizar para determinar este tamaño de grieta crítico en el caso de carga estática y en las secciones anteriores de este capítulo se dan las bases para determinar el tiempo necesario para hacer crecer una grieta desde un tamaño inicial hasta un tamaño predeterminado o hasta un tamaño crítico [Anderson, 1991].

En la estimación o evaluación del tamaño de grieta permisible se debe de aplicar siempre un factor de seguridad. Este factor de seguridad depende del criterio y experiencia del diseñador, pero debe de ser escogido tomando en cuenta

las incertidumbres que existen en los parámetros utilizados en el análisis (esfuerzo, tenacidad, etc.). Otra especificación en la evaluación del tamaño de grieta permisible es la velocidad de crecimiento de grieta; se debe elegir una  $a_p$  tal que  $da/dt$  a este tamaño de grieta sea relativamente pequeña y que sea necesario un tiempo considerable para hacer crecer la grieta de  $a_p$  a  $a_c$  [Anderson, 1991].

La figura 4.9 muestra el procedimiento para determinar el primer intervalo de inspección de la estructura. La curva inferior define el comportamiento de la grieta de peores condiciones en la estructura y la curva de predicción de crecimiento de grieta asume un tamaño inicial de la grieta  $a_1$ . Este tamaño de grieta es el tamaño de grieta que puede ser detectable de manera confiable mediante métodos no destructivos y se escoge siempre mayor a  $a_0$  que es el tamaño de grieta existente en una estructura y que se debe a mala fabricación, al tipo de acabado superficial a imperfecciones en el material y a imperfecciones en la metalografía del material utilizado [Anderson, 1991],[Ewalds, 1986].

El tiempo necesario para hacer crecer la grieta de  $a_1$  a  $a_p$  (tamaño de grieta permisible) debe de ser calculado mediante los métodos de las secciones anteriores. El primer intervalo de inspección,  $I_1$ , debe de ser menor a este tiempo, procurando que en el siguiente intervalo de inspección el crecimiento de grieta rebase el valor de  $a_p$ . Si en el primer intervalo de inspección el tamaño de la grieta no es mayor a  $a_1$ , el segundo intervalo de inspección,  $I_2$ , debe de ser igual a  $I_1$ , como se muestra en la figura 4.9b. Supóngase que la próxima inspección revela una longitud de grieta  $a_1$  la cual es más grande que  $a_1$ . En este caso se debe realizar un análisis para determinar el tiempo necesario para hacer crecer

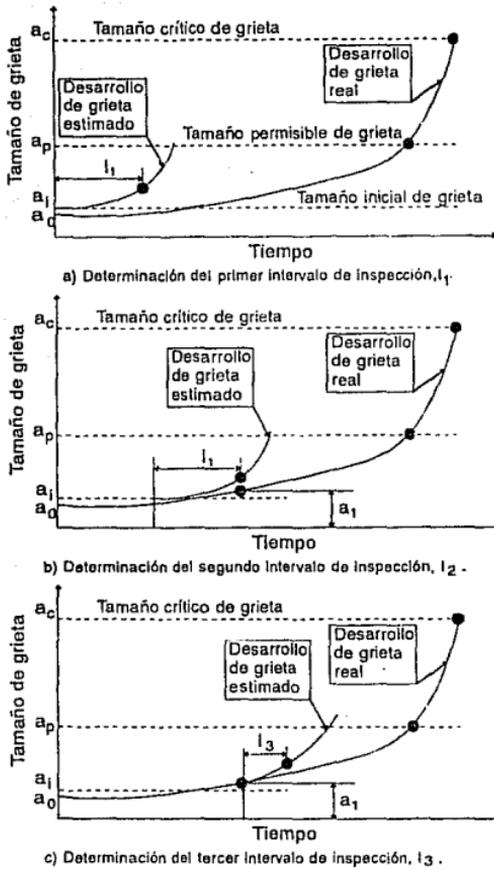


Figura 4.9. Esquema de análisis de daño permisible

la grieta desde  $a_1$  hasta  $a_p$ . El próximo intervalo de inspección,  $I_3$ , deberá ser más corto que el intervalo  $I_2$  como se observa en la figura 4.9c. Los intervalos de inspección, como se observa, deberán ser cada vez más cortos a medida que la estructura se acerca al final de la vida útil. La estructura debe ser reparada o puesta fuera de servicio cuando la grieta alcance su tamaño máximo permisible o cuando se requiera de inspecciones muy frecuentes para justificar su continuidad en operación.

La figura 4.9 ilustra un análisis de crecimiento de grieta conservador ya que si los efectos de retardación no son tomados en cuenta el análisis se vuelve más simple y tiende a sobrestimar las velocidades de crecimiento. Si se utiliza un análisis más detallado, una comparación entre el tamaño de grieta real y el predeterminado puede ser usada para mejorar el análisis realizado.

---

## CAPITULO 5

### PROBLEMAS DE APLICACION

#### 5.1 INTRODUCCION

En los capítulos anteriores de esta tesis se estudiaron las causas de las fallas de un componente así como los criterios utilizados para prevenirlas, ya sea que estas fallas se deban a fractura frágil, deformación plástica excesiva, fatiga o a propagación de grieta.

En este capítulo se presentan dos ejemplos de la aplicación que tiene la *Mecánica de la Fractura Lineal Elástica, MFLE*, en el estudio de fallas y prevención de ellas cuando la carga es cíclica o variable. Esta metodología cada día tiene más aplicación en la industria, especialmente en la considerada de alta tecnología o alta seguridad, aeronáutica, astronáutica, nucleoelectrónica, etcétera.

La intención de estos dos ejemplos es poner énfasis en el uso de técnicas avanzadas para el análisis de posibles fallas. En el ejemplo número 1 se presenta un análisis de mecánica de la fractura y fatiga realizado a un vástago de una válvula de una central generadora de electricidad. Este ejemplo fue publicado en el boletín del Instituto de Investigaciones Eléctricas de Septiembre-Octubre [Torres, G. J. y Ortiz, M. T. (1993)].

El ejemplo número 2 es el caso de la aplicación de mecánica de la fractura en la evaluación analítica de grietas para determinar la factibilidad de la continuidad en el servicio de un componente.

El estudio aquí presentado pretende demostrar la utilidad de las metodologías disponibles para el cálculo analítico de fatiga y mecánica de la fractura bajo fatiga.

## **5.2. EJEMPLO 1. ANALISIS DE LA FALLA DE UN VASTAGO DE VALVULA DE UNA CENTRAL GENERADORA DE ELECTRICIDAD**

En este ejemplo, se presenta un análisis de mecánica de la falla de un vástago de válvula. En este análisis se aplican los criterios utilizados en fatiga clásica, mecánica de la fractura para propagación de grietas por fatiga y se hace una comparación de estas técnicas [Torres G. J y Ortiz, M. T. (1993)].

En la figura 5.1 se muestra un esquema del sistema de la válvula para el cual se llevó a cabo el análisis.

## Análisis mecánico del vástago

Este ejemplo comprende varias partes, que son: I) Determinación del estado de esfuerzos del vástago; II) Análisis por resistencia estática; III) Análisis por resistencia a la fatiga y IV) Análisis por mecánica de la fractura (propagación de grieta bajo fatiga).

Las condiciones geométricas y características del material utilizadas en este estudio son las siguientes, [Linch, 1975], [Peckner, 1977], [Boressi, 1985]:

Características del vástago:

$D = 2.25$  plg (Diámetro externo mayor)

$d = 1.5$  plg (Diámetro externo menor)

$r = 0.5625$  plg (Radio del cambio de sección)

$m_1 = 20$  lbs (Peso del vástago)

$L = 40$  plg (Longitud total)

$l_{\text{eff}} = 9.5$  plg (Longitud efectiva a media carrera)

Características del pistón:

$D = 7.0$  plg (Diámetro externo)

$m_2 = 84$  lbs (Peso)

$l = 11.7$  plg (Longitud)

$h = 0.04$  plg (Holgura)

$C_g = 5.9$  plg (Centro de gravedad)

Características del material:

$\sigma_{UT} = 190$  kpsi;  $\sigma_y = 175$  kpsi;  $\sigma'_s = 90$  kpsi a  $10^7$  y  $20 \times 10^8$  ciclos

$E = 28.5 \times 10^3$  kpsi;  $K_{Ic} = 43.6$  Kpsi  $\sqrt{\text{plg}}$ ;  $RA = 54\%$

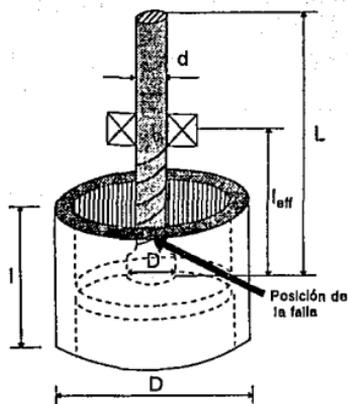


Figura 5.1. Esquema de la válvula.

### Estado de esfuerzos del vástago

Para determinar el estado de esfuerzos al que está sometido el vástago primero calculamos la deflexión máxima y posteriormente el esfuerzo máximo inducido.

**Deflexión del vástago:** Para encontrar la deflexión máxima debemos encontrar el ángulo de rotación máximo del pistón. Teniendo este valor y con el modo de falla supuesto encontramos la deformación máxima.

Con este fin, calculamos primero, usando trigonometría, la hipotenusa del triángulo formado por el radio del pistón y el punto del centro de gravedad ( $C_g$ ), figura 5.2, lo cual nos da  $H = 6.77 \text{ plg.}$

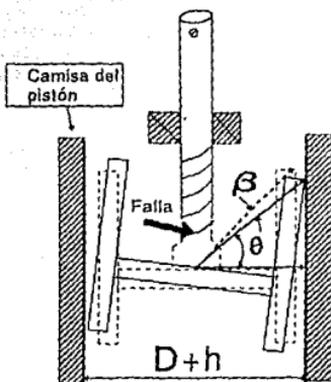


Figura 5.2. Tapón de la válvula girado

con este dato y conociendo la holgura (con la que calculamos el radio interno de la camisa, 3.52 plg), tenemos que el coseno inverso de la división del radio interno entre la H calculada nos da el ángulo final del cuerpo rotado.

$$\theta = \cos^{-1}(3.52/6.77) = 58.67^\circ$$

este ángulo  $\theta$  menos el ángulo de la posición original nos da el de rotación.

$$\beta = \cos^{-1}(3.5/6.77) - 58.65 = 0.19^\circ$$

Dada la posición en la que se localizó la falla y sus características se asume que el elemento falló por vibración y fué en el modo 5°. En estas circunstancias, la longitud relativa del punto de máxima deflexión será de 0.095 [Harris, 1976]. Por lo cual, la deflexión máxima se obtiene de la longitud efectiva multiplicada por la longitud relativa:

$$f = (9.5)(0.095)\tan 0.19 \quad f = 0.003 \text{ plg}$$

El punto de máxima deflexión se encontró utilizando un modelo con masa distribuida y sin masa concentrada en la punta (pistón), ya que para nuestro caso, la masa concentrada no influye de manera considerable puesto que, para el modo 5º, las distancias entre un punto de inflexión y otro son cortas (ver figura 5.3), además de que la masa concentrada tiene su centro de gravedad en el punto de inflexión y esta situada en un apoyo.

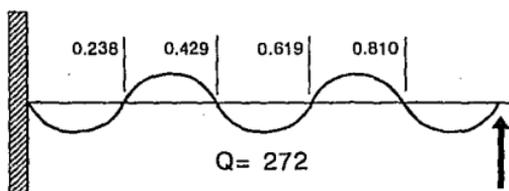


Figura 5.3. Modo 5º de vibración.

**Esfuerzo máximo inducido:** Del comportamiento del vástago como resorte, utilizamos la siguiente ecuación:

$$k_s = 3 A E / l_{ef}^3$$

$$A = 1.767 \text{ plg}^2 \quad k_s = (3)(1.767)(28.5 \times 10^6) / 9.5^3 = 176.2 \text{ kpsi}$$

Con este valor y la deflexión máxima obtenemos el momento flexionante aplicado.

$$M = l_{ef} k_s f = (9.5)(176.2 \text{ ksi})(0.003) = 5,022 \text{ lbs-plg}$$

Finalmente, se obtiene el valor del esfuerzo flexionante aplicado para el vástago cilíndrico:

$$C_1 = d/2 = 0.75 \text{ plg}; \quad \sigma_b = M C_1 / I \quad \sigma_b = 15.13 \text{ kpsi}$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = 0.249$$

### Análisis por resistencia estática

Con el esfuerzo aplicado al vástago y el esfuerzo de fluencia para el material podemos obtener el esfuerzo real aplicado, el área efectiva mínima y el factor de seguridad aplicado en el diseño para carga estática.

Considerando las concentraciones de esfuerzo existentes en el elemento obtenemos el esfuerzo real aplicado.

$$\sigma_x = (15.13 \text{ kpsi}) (K_{t1} K_{t2}) \quad (5.1)$$

Donde  $K_{t1}$  y  $K_{t2}$  son los factores de concentración de esfuerzo debidos al cambio de sección y al sello de vapor respectivamente. Para considerar el cambio de sección obtenemos  $K_{t1} = 1.35$  (figura A-26-9 [Shigley, 1990]). Por otro lado, la ranura tiene una profundidad de  $r = 0.2 \text{ cm}$  y de la figura A-26-13 [Shigley, 1990], se obtuvo  $K_{t2} = 2$ .

Sustituyendo valores en la ecuación (5.1) se obtiene el esfuerzo real aplicado.

$$\sigma_x = (15.13 \text{ kpsi}) (1.35 * 2) = 40.85 \text{ kpsi}$$

El factor de seguridad existente en el vástago es:

$$F.S. = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{175}{40.85} \text{ kpsi} = 4.3$$

Para calcular el área efectiva mínima que puede soportar la carga a la que está sometido el vástago tenemos:  $A_{ef} = \frac{A\sigma_f}{\sigma_y}$  (5.2) donde  $A_{ef}$  es el área efectiva y  $A$  es el área del elemento. Sustituyendo valores en (5.2) se tiene:

$$A_{ef} = \frac{40.85 * 1.767}{175} = 0.41 \text{ plg}^2$$

### Análisis por resistencia a la fatiga

La resistencia a la fatiga en flexión reversible para el material analizado se obtiene de tablas y con esta podemos calcular el límite de fatiga corregido mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_s = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \sigma'_s \quad (5.3)$$

De la figura 2.2 de esta tesis se obtuvo el factor de superficie para el acero 17-4PH con acabado superficial de esmerilado de  $k_a = 0.89$ .

Después mediante la fórmula  $k_b = 0.869 d^{-0.097}$ , se obtuvo  $k_b = 0.83$ .

El factor de confiabilidad se obtuvo haciendo uso de la ecuación  $k_c = 1 - 0.8 z_r$ . De la tabla 2.1, para una confiabilidad del 99.9%,  $z_r = 3.091$  por lo que  $k_c = 0.75$ .

Debido a que la temperatura de operación de la válvula no es considerable se toma el factor de temperatura  $k_d = 1$ .

Para determinar el factor de modificación por concentración de esfuerzos se usó la siguiente ecuación:  $k_f = 1 + Q(K_t - 1)$

En nuestro caso se deben obtener dos  $k_s$ ; uno debido al cambio de sección y otro como consecuencia de la muesca o ranuración del vástago (sello de vapor), ya que la distancia entre estos dos efectos de concentración de esfuerzos es pequeña. Se encontró que  $K_{c1}=1.35$  (cambio de sección) y  $K_{c2}=2$  (sello de vapor) y, de la figura 2.3, se determinó la sensibilidad a la ranura para el material, encontrándose  $q=0.95$ .

Sustituyendo estos últimos valores se tiene que  $k_r=1.3325$ . Por lo que su inverso será  $k_s=0.75$ .

Por otro lado, para considerar la ranura y sabiendo que  $q$  es la misma para los dos casos (la ranura y el cambio de sección) se obtiene  $k_r=1.95$  y  $k_s=0.51$ .

Por esfuerzos residuales se usa un factor del 15% y por corrosión del 10% por lo que  $k_g=0.75$ .

Sustituyendo los valores de los factores de modificación anteriores y el valor de resistencia a la fatiga en flexión reversible para el material dado, en la ecuación (5.3), se obtiene la resistencia a la fatiga corregida como sigue:

$$\sigma_a = 0.157 \quad \sigma'_a = 0.157 \times (90 \text{ kpsi}) \quad \sigma_a = 14.13 \text{ kpsi}$$

este último valor es el límite de resistencia a la fatiga para las condiciones geométricas y operativas dadas. Como puede observarse, el valor del esfuerzo inducido  $\sigma_b$  es mayor que el valor del límite de fatiga  $\sigma_a$  calculado aquí. De acuerdo al cálculo realizado, se puede asegurar que el vástago no tendrá vida infinita y fallará a un determinado número de ciclos.

Una vez que hemos determinado que el vástago fallará en un determinado número de ciclos podemos calcular la vida a la fatiga de éste. Si despejamos  $N$  de la ecuación 2.9 de esta tesis y sustituimos valores obtenemos el número de ciclos que el vástago soportará antes de fallar, como sigue:

$$N = \frac{28.5 \cdot 10^3 \ln\left(\frac{100}{100 - 54}\right)}{4(15.13 - 14.13)} \quad N = 5532 \text{ ciclos}$$

Esto quiere decir que el material fallará por fatiga a los 5532 ciclos de operación bajo las condiciones operativas dadas.

### Análisis por mecánica de la fractura

Según la *MFLE*, la fractura del vástago ocurrirá cuando los esfuerzos y deformaciones alcancen un estado crítico descrito por la tenacidad a la fractura del material [Anderson, 1991], [Ewalds, 1986]. En este caso, se tiene que para un acero del tipo 17-4PH el valor de tenacidad a la fractura es de  $K_{Ic} = 43.63 \text{ kpsi}\sqrt{\text{plg}}$ . El tamaño de grieta crítica se encuentra sustituyendo valores en la ecuación (3.32) como sigue:

$$a_c = \left( \frac{43.63 \text{ kpsi}}{(15.13)(1.12)\sqrt{\pi}} \right)^2 = 1.45 \text{ plg}$$

El diámetro del vástago es ligeramente mayor que el tamaño de grieta crítica y el área remanente de material al alcanzarse este tamaño de grieta crítica es más pequeña que el área efectiva mínima necesaria para soportar la carga estática. Por lo tanto, se puede deducir que la fractura ocurrirá cuando el área restante sea igual al área efectiva mínima y el elemento fallará por fatiga y no por propagación inestable de la grieta.

---

Se puede, también, calcular el número necesario de ciclos de carga para hacer que la grieta crezca hasta un tamaño tal, que el área de carga restante ya no sea capaz de soportar el esfuerzo aplicado y ocasione la falla del material. Para encontrar el número de ciclos a la falla se sigue el procedimiento siguiente.

Primero debemos asumir un tamaño de grieta inicial; se puede establecer, que por el tipo de material, acabado, fabricación y diseño de la pieza, el tamaño de grieta inicial será 0.4 plg. Después se debe fijar el incremento de grieta a ser analizado, se asumirá un incremento de grieta de 0.1 plg (2.5 cm).

Debido a la configuración y condiciones de carga y a que el modo de fractura es el modo I, se obtiene un factor de geometría  $Y=1.12$  [Ewalds, 1986], [Barsom, 1987]. El rango de esfuerzos es  $\Delta\sigma=30.26$  kpsi, ya que el elemento va a estar sujeto a tensión y a compresión totalmente reversibles. El rango de esfuerzos debe ser evaluado para cada incremento de  $a$  ya que va a aumentar al disminuir el área que soporta la carga. La expresión que nos da el valor del rango del factor de intensidad de esfuerzos,  $\Delta K_I$ , tiene la forma siguiente:

$$\Delta K_I = Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a_{prom}} \quad (5.4)$$

El tamaño de grieta promedio,  $a_{prom}$ , es el promedio entre el tamaño de grieta en un momento dado y el tamaño de grieta después de un incremento  $\Delta a$  y esta dada como sigue:

$$a_{prom} = \frac{a_0 + (a_0 + \Delta a)}{2} \quad (5.5)$$

donde  $a_0$  es el tamaño de grieta inicial para cada intervalo.

Sustituyendo valores en la ecuación (5.4), para el primer incremento de  $a$ , se tiene:

$$\Delta K_I = (1.12) (30.26 \text{ kpsi}) \sqrt{\pi a_{prom}}$$

Para el primer intervalo  $a_0 = 0.4$  plg por lo que sustituyendo en (5.5) nos da  $a_{prom} = 0.45$  plg. Sustituyendo este último valor en la ecuación anterior nos da  $\Delta K_I = 40.28 \text{ kpsi}\sqrt{\text{plg}}$ . Este es el  $\Delta K_I$  para el primer incremento de  $a$ .

Después, usando la ley de Paris para velocidad de crecimiento de grieta se tiene:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)^m \quad (5.6)$$

donde  $\Delta K_I$  esta dado en  $\text{kpsi}\sqrt{\text{plg}}$ .

Cuando el medio en el que se desarrolla la grieta es aire se tiene del código ASME que  $m = 3.3$  y:

$$C = C_0(S) \quad (5.7)$$

donde  $C_0$  esta dado por la siguiente ecuación:

$$C_0 = 10^{[-10.009 + 8.12 \cdot 10^{-4}T - 1.13 \cdot 10^{-4}T^2 + 1.02 \cdot 10^{-7}T^3]} \quad (5.8)$$

en la ecuación anterior  $T$  es la temperatura de diseño del material en °F,  $S$  es un parámetro que depende del radio de esfuerzos  $R$  y esta dado como sigue:

$$S = 1.0 \quad \text{para } R \leq 0$$

$$S = 1.0 + 1.8R \quad \text{para } 0 < R \leq 0.79$$

$$S = -43.35 + 57.97R \quad \text{para } 0.79 < R < 1.0$$

Ahora bien,  $R$  esta dado por la siguiente ecuación:

$$R = \frac{K_{min}}{K_{máx}} \quad (5.9)$$

si sustituimos  $T = 216^\circ\text{C} = 420.8^\circ\text{F}$  en (5.8) se tiene:

$$C_0 = 10^{[-10.009 + 8.12 \cdot 10^{-4}(420.8) - 1.13 \cdot 10^{-4}(420.8)^2 + 1.02 \cdot 10^{-7}(420.8)^3]}$$

$$C_0 = 1.61599 \cdot 10^{-10}$$

y considerando  $R = -1$ , caso para el que  $K_{min}$  y  $K_{máx}$  son iguales en magnitud y de signo contrario y si sustituimos los valores obtenidos para  $C_0$  y  $S$  en la ecuación (5.7) se tiene  $C = 1.62 \cdot 10^{-10} \cdot (1) = 1.62 \cdot 10^{-10}$ .

Sustituyendo los valores de  $C$ ,  $m$  y  $\Delta K_I$  en la ecuación (5.6) tenemos:

$$\frac{da}{dN} = (1.62 \cdot 10^{-10}) (\Delta K_I)^{3.3}$$

Reemplazando  $da/dN$  por  $\Delta a/\Delta N$  y resolviendo para  $\Delta N$  para cada incremento de  $a$  se tiene:

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{1.62 \cdot 10^{-10} [1.12 (\Delta \sigma) \sqrt{\pi a_{prom}}]^{3.3}}$$

Sustituyendo valores para el primer intervalo en esta expresión resulta:

$$\Delta N = \frac{0.1}{1.62 \cdot 10^{-10} [1.12 (30.26) \sqrt{\pi (0.45)}]^{3.3}} = 3115 \text{ ciclos}$$

La siguiente tabla da los valores obtenidos para cada incremento de grieta y la figura 5.4 muestra la curva de propagación de grieta para el vástago.

$a_0$ plg	$a_i$ plg	$a_{prom}$ plg	$\Delta K_I$ kpsi $\sqrt{\text{plg}}$	$\Delta N$ Ciclos	$\Sigma N$ Ciclos	A rest plg <sup>2</sup>
0.4	0.5	0.45	40.28	3115	3115	1.421
0.5	0.6	0.55	55.31	1094	4209	1.293
0.6	0.7	0.65	66.08	608	4817	1.1589
0.7	0.8	0.75	79.19	334	5152	1.0198
0.8	0.9	0.85	95.81	178	5331	0.8871
0.9	1	0.95	116.44	93	5425	0.7564
1	1.1	1.05	143.57	47	5472	0.633
1.1	1.2	1.15	179.54	22	5494	0.48
<b>1.2</b>	<b>1.3</b>	<b>1.25</b>	<b>246.85</b>	<b>7</b>	<b>5502</b>	<b>0.4168</b>
1.3	1.4	1.35	295.43	4	5506	0.21
1.4	1.5	1.45	607.69	0	5506	0

El antepenúltimo renglón de la tabla anterior representa el área efectiva mínima que puede soportar la carga estática aplicada. Además, este renglón contiene los valores de tamaño de grieta, número de ciclos y rango del factor de intensidad de esfuerzos existentes en el elemento cuando el material falla.

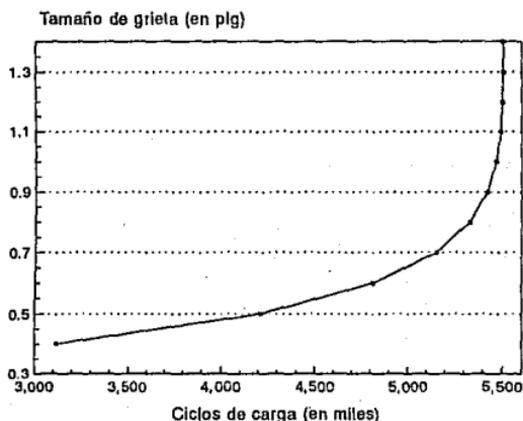


Figura 5.4. Curva de propagación de grieta.

Con el estudio realizado se puede establecer que, dadas las condiciones operativas y las características del material y del vástago, según el análisis de fatiga y el de mecánica de la fractura bajo fatiga, el vástago fallará a los 5500 ciclos, aproximadamente, sin propagación inestable de grieta, con fractura por carga estática elevada (normalmente, poca deformación plástica) y que el mecanismo de

falla fue fatiga. La falla se presentó cuando el tamaño de grieta existente en el componente (vástago) fue mayor que el tamaño de grieta límite, definido como aquel tamaño de grieta al cual el área restante del vástago es igual a el área efectiva necesaria para resistir las cargas aplicadas (soportar el esfuerzo actuante).

De acuerdo a los resultados anteriores, la recomendación sería hacer modificaciones en el diseño del vástago con el fin de reducir las concentraciones de esfuerzos debidas a los cambios de geometría y reducir los efectos de las cargas externas (excitación), así como utilizar un material con valores de tenacidad a la fractura y límite de fatiga más elevados, para eliminar el riesgo de una propagación inestable de grieta y asegurar, en el material, vida infinita a la fatiga.

La diferencia básica del estudio aquí presentado es que se puede llevar a cabo a priori, es decir se puede realizar como un estudio de prevención de falla y definitivamente como un soporte importante en el diseño de componentes.

### 5.3 EJEMPLO 2. APLICACION DEL CODIGO ASME Y MFLE BAJO FATIGA EN LA EVALUACION ANALITICA DE UNA GRIETA CONTENIDA EN UNA TUBERIA AUSTENITICA.

Este ejemplo es el caso de la aplicación de la mecánica de fractura lineal elástica y el código ASME en la evaluación analítica de una grieta contenida en un cordón de soldadura de una tubería austenítica, con el fin de determinar la factibilidad de su continuidad en servicio.

#### Consideraciones y datos iniciales

Las dimensiones y características de la grieta se describen a continuación.

Material SA-106 G.B. (CS)

Diámetro Nominal 16 plg.

Espesor Nominal 1.219 plg.

Temperatura de Diseño 216 C

Presión de Operación 1,300 psi

Esfuerzo Permisible  $S_m = 45,394$  psi

Esfuerzo mínimo a la cedencia especificado  $\sigma_{ys} = 35$  kpsi

La grieta se encuentra en un plano perpendicular al eje de la tubería (grieta circunferencial) y tiene las siguientes características:  $a = 0.130$  plg.,  $l = 0.328$  plg.

### Cargas locales actuantes

En este caso, de un estudio de flexibilidad de tuberías se obtuvo que el esfuerzo máximo total calculado es  $S_{mt} = 30,202$  psi. Para el cálculo de los esfuerzos de membrana ( $\sigma_m$ ), tenemos del código ASME sección III división 1 ecuación (9) la siguiente relación:

$$\sigma_m = B_1 \frac{PD_o}{2t} \quad (5.10)$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\sigma_m = B_1 \frac{(1300)(16)}{2(1.219)}$$

Del código ASME sección III división 1 subsubartículo NB-3683.2 para una unión entre un codo y un tramo recto se obtiene la constante  $B_1 = 1.0$ . Por lo que sustituyendo valores tendremos:

$$\sigma_m = 8,531.6 \text{ psi}$$

El esfuerzo flexionante está dado por la siguiente ecuación:

$$\sigma_b = S_{mt} - \sigma_m \quad (5.11)$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\sigma_b = 30,202 - 8,531.6 = 21,670.4 \text{ psi}$$

Siguiendo el procedimiento, la siguiente ecuación se utiliza con el espesor efectivo de la tubería (**el espesor restante del nominal menos la profundidad de la grieta**) para analizar que el defecto pase por esfuerzos aplicados.

$$B_1 \frac{PD_o}{2t} + B_2 \frac{D_o}{2T} M_1 \leq 1.5 S_m \quad (5.12)$$

De tal manera que necesitamos calcular el espesor efectivo, que obtenemos de:

$$t_r = t - a \quad \text{y} \quad t_r = 1.219 - 0.130 = 1.089 \text{ plg.}$$

sustituyendo valores en la ecuación (5.12), tenemos:

$$\frac{1,300 * 16}{2 * 1.089} + 21,670.4 \leq 1.5 * 45,394 \text{ psi}$$

lo que nos da:

$$31,220.5 \text{ psi} \leq 68,091 \text{ psi}$$

Siendo el permisible mayor que el aplicado se acepta el defecto, por esfuerzos, para seguir el procedimiento analítico.

## Análisis de la grieta

Para el caso de estudio, la grieta es única y definida por  $a = 0.130''$   $l = 0.328''$  siendo la grieta completamente definida como grieta circunferencial superficial y para el análisis de esfuerzos se consideró la grieta en su localización real. La ecuación que nos da el factor de intensidad de esfuerzos, *FIE*, en estas condiciones es la siguiente:

$$K_I = \sigma_m M_m \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{a}{Q}} + \sigma_b M_b \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{a}{Q}} \quad (5.13)$$

Para resolver la ecuación se debe obtener el valor del parámetro de forma de grieta de la Fig. A-3300-1 del código ASME<sup>1</sup>, para lo cual se tienen que sustituir las relaciones:

$$\frac{\sigma_m + \sigma_b}{\sigma_{ys}} ; \quad \frac{a}{l}$$

de donde encontramos por sustitución de valores:

$$\frac{8,531.6 + 21,670.4}{35,000} = 0.86 \quad ; \quad \frac{0.130}{0.328} = 0.396$$

Con los valores anteriores encontramos de la Figura A-3300-1 que  $Q = 1.86$ . También es necesario obtener el factor de corrección por esfuerzos de membrana, que para el ejemplo (grieta superficial) se obtiene de la Figura A-3300-3. Se requiere calcular la relación de la profundidad de la grieta con el espesor, que

<sup>1</sup> Todas las tablas y figuras que se citan en este ejemplo se encuentran en el Apéndice D de esta tesis.

obtenemos de:

$$\frac{a}{t} = \frac{0.130}{1.219} = 0.107$$

Con el valor anterior y el de la relación de geometría de la grieta obtenemos de la figura A-3300-3 el valor de  $M_m = 1.1$ .

El factor de corrección por esfuerzos de flexión, que para el ejemplo (grieta superficial) se obtiene de la Figura A-3300-5 y se encuentra usando los mismos datos anteriores es  $M_b = 0.9$ .

Con los datos anteriores podemos encontrar el factor de intensidad de esfuerzos ( $K_I$ ) de la ecuación (5.13), sustituyendo valores

$$K_I = 8,532 * 1.1 * \sqrt{3.1416} \sqrt{\frac{0.130}{1.86}} + 36,771 * 0.9 \sqrt{3.1416} \sqrt{\frac{0.130}{1.86}}$$

y:

$$K_I = 4,398 + 15,507 \text{ [psi}\sqrt{\text{pI}\bar{g}}\text{]}$$

por lo que tenemos:

$$K_I = 19,905 \text{ [psi}\sqrt{\text{pI}\bar{g}}\text{]} \quad (5.14)$$

Para el caso de estudio se considera únicamente crecimiento de grieta debido a fatiga ya que la tubería analizada no ha presentado efectos corrosivos. De esta forma tenemos que la ecuación a resolver es:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)^m \quad (5.15)$$

donde, como en el ejemplo anterior,  $\Delta K_I$  esta dado en  $\text{ksi}\sqrt{\text{pI}\bar{g}}$ .

Siguiendo el procedimiento descrito en el ejemplo anterior para la determinación de  $C_0$  y  $m$  y considerando que el medio en el que se desarrolla la grieta es aire se tiene:

$$C_0 = 1.61659 \cdot 10^{-10}$$

Si consideramos  $R = 0$ , caso para el que  $K_{min} = 0$ , se tendrá  $S=1$  y sabiendo que:

$$\Delta K_I = K_{max} - K_{min}$$

sustituyendo el valor dado en la ecuación (5.6) para  $K_I$  como  $K_{max}$  tenemos:

$$\Delta K_I = 19,905 - 0 \text{ [psi}\sqrt{\text{PIG}}\text{]}$$

de donde:

$$\Delta K_I = 19,905 \text{ psi}\sqrt{\text{PIG}}$$

sustituyendo los valores obtenidos para  $C_0$  y  $S$  en la ecuación (5.8) se tiene

$$C = (1.62 \cdot 10^{-10}) (1) = 1.62 \cdot 10^{-10}$$

sustituyendo los valores de  $C$ ,  $m$  y  $\Delta K_I$  en la ecuación (5.7) tenemos:

$$\frac{da}{dN} = (1.62 \cdot 10^{-10}) (19.9)^{3.3}$$

de donde se tiene que:

$$\frac{da}{dN} = 3.13 \cdot 10^{-6}$$

Ahora para analizar el radio de crecimiento de grieta por fatiga, consideramos que un mes sea un ciclo por lo que:

$$dN = 1 \tag{5.16}$$

de donde podemos obtener el crecimiento en un mes como:

$$da = 3.13 \cdot 10^{-6} \cdot dN$$

sustituyendo el valor de  $dN$  dado en la ecuación (5.16) se tiene:

$$da = 3.13 \cdot 10^{-6} (1)$$

el valor del crecimiento de grieta en un mes es:

$$da = 3.13 \cdot 10^{-6} \text{ plg}$$

### Evaluación de grietas y criterio de aceptación

En el código ASME se describen los parámetros para la evaluación de grietas circunferenciales haciendo uso de las tablas IWB-3641-1 y IWB-3641-2 además proporciona las fórmulas para la evaluación. La profundidad de grieta para condiciones normales y de emergencia están dadas en las tablas IWB-3641-3 y IWB-3641-4 respectivamente. En este caso el tipo de soldadura utilizado es GMAW por lo que las tablas que se van a utilizar son la IWB-3641-1 y la IWB-3641-2.

Para poder utilizar las tablas IWB-3641-1 y IWB-3641-2 tenemos que realizar primero los siguientes cálculos:

$$a_f = a + da \quad (5.17)$$

sustituyendo valores en la ecuación (5.17) tenemos:

$$a_f = 0.130 + 3.13 \cdot 10^{-6} [pIg] \qquad a_f = 0.1300031 [pIg]$$

expresando  $da$  en porcentaje se tiene:

$$\%da = \frac{3.13 \cdot 10^{-6}}{100} = 3.13 \cdot 10^{-8}$$

ya que, en porcentaje, el aumento de  $a$  es igual al de  $l$  se tiene:

$$l_f = l + (\%da) l$$

$$l_f = 0.328 + 3.13 \cdot 10^{-8} \cdot 0.328 = 0.328 [pIg]$$

Ahora bien, el radio de longitud de grieta,  $l_R$ , esta dado por la siguiente ecuación

$$l_R = \frac{l_f}{NPC} \qquad (5.18)$$

donde NPC es la circunferencia nominal de tubería y esta dada por la siguiente ecuación:

$$NPC = NPS \cdot \pi \qquad (5.19)$$

NPS es el tamaño nominal de la tubería y es igual a  $D_0$ . Por lo que sustituyendo valores en (5.19) se tiene:

$$NPC = 16 \cdot 3.1416 = 50.2656 [pIg]$$

sustituyendo este último valor y el de  $l_f$  en la ecuación (5.18) se tiene

$$l_R = \frac{0.328}{50.2656} = 6.525 \cdot 10^{-3} \qquad (5.20)$$

Por otra parte tenemos que:

$$\frac{\sigma_m + \sigma_b}{\sigma_{ys}} = \frac{8,531.6 + 21,670.4}{35,000} = 0.86$$

Con el valor anterior y el valor de  $I_R$  obtenido en la ecuación (5.20) se obtiene, de la tabla IWB-3641-1, el valor de la profundidad de grieta  $a_n$  para condiciones normales de operación como sigue:

$$a_n = 0.75 \text{ [plg]}$$

Para encontrar el valor de  $a_0$  se utiliza la tabla IWB-3641-2 y se entra con los mismos valores utilizados para el cálculo de  $a_n$ . De esta manera el valor de  $a_0$  será:

$$a_0 = 0.75 \text{ [plg]}$$

Los criterios de aceptación para la continuidad en el servicio de tuberías austeníticas que contienen grietas circunferenciales son las siguientes:

$$a_r < a_n \quad (5.21)$$

$$a_r < a_0 \quad (5.22)$$

sustituyendo los valores encontrados para  $a_r$  y  $a_n$  en la ecuaciones (5.21) se tiene

$$0.1300031 \text{ [plg]} < 0.75 \text{ [plg]}$$

Del mismo modo, sustituyendo los valores encontrados para  $a_r$  y  $a_0$  en la ecuación (5.22) se tendrá:

$$0.1300031 \text{ [plg]} < 0.75 \text{ [plg]}$$

Finalmente, ya que como se observa en las dos ecuaciones anteriores, se cumplen las dos condiciones indicadas se concluye que el elemento puede continuar en servicio.

---

## CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Existen dos clases de teorías de diseño y prevención de fallas de un componente. Una clase supone que el material es homogéneo e isotrópico y abarca a todas aquellas teorías de diseño por carga estática y carga de fatiga que son consideradas como teorías clásicas y que han sido las más utilizadas hasta la fecha.

La otra clase esta formada por una teoría nueva y que empieza a tener aplicación en la industria, la mecánica de la fractura lineal elástica, *MFLE*. Esta técnica toma en cuenta que todos los materiales, por su naturaleza misma, contienen defectos, discontinuidades y grietas que en un momento dado pueden alcanzar un tamaño tal, que sus consecuencias sean lamentables.

Las teorías clásicas aplican cuando se prevé o se tiene la seguridad de que el componente estará libre de cualquier defecto o que los defectos existentes no se propagaran durante la vida de servicio del elemento.

La *MFLE* debe aplicarse en situaciones donde exista la posibilidad de que los defectos preexistentes en el material, por su fabricación o los originados durante la vida de servicio del componente, puedan propagarse y se corra el riesgo de una falla catastrófica.

Para contrarrestar todas las deficiencias de los cálculos, de las estimaciones y de las consideraciones tomadas durante el diseño del elemento, las técnicas clásicas utilizan los factores de seguridad. El uso de estos factores a menudo nos lleva a diseñar componentes que quedan de lado inseguro o sobrediseñados.

La mecánica de la fractura reduce el uso de los factores de seguridad ya que en esta técnica se asume que, durante la operación del componente, se formará una grieta. Por lo que en el diseño se escoge un tamaño de grieta permisible tal, que sea fácil de detectar ya sea a simple vista o mediante métodos especiales como la aplicación de líquidos penetrantes. En estas circunstancias, se puede tener la seguridad de que el elemento no fallará antes de que una grieta, con las características supuestas, se presente en el componente y que cuando esta se presente se dispondrá de tiempo suficiente para sacar de operación el elemento estructural. Con estas consideraciones tomadas en el diseño se elimina el riesgo de una falla del equipo y se reduce el uso de los factores de seguridad.

Las teorías de fatiga clásica aceptan que la fatiga es un proceso en el que una grieta originada por la vida de servicio de una estructura se propaga hasta que el área útil del elemento ya no es suficiente para soportar el esfuerzo aplicado, pero no consideran que la falla se puede deber a fatiga por propagación inestable de grieta ni analizan las características de la propagación ni el tiempo que llevará a la grieta desarrollarse hasta que el área útil ya no sea suficiente.

Por otra parte, la teoría clásica de daño acumulativo únicamente determina la vida remanente del componente dada una historia de cargas, un esfuerzo y una frecuencia de operación, pero tampoco considera la existencia de grietas por la vida de servicio de un componente ni su comportamiento bajo cargas aplicadas.

La mecánica de la fractura lineal elástica si considera todas estas singularidades que se pueden presentar en un material y en un componente durante su operación. Por todo lo anterior se puede decir que si se desea hacer un diseño seguro y eficiente o si se quiere determinar la vida residual de un componente en operación de manera confiable el camino idóneo es usar mecánica de la fractura. No obstante, se debe tener cuidado en su aplicación ya que esta puede usarse para describir la falla estática de materiales de alta resistencia y baja tenacidad a la fractura y no debe de ser usada en casos donde se involucre deformación plástica excesiva o para describir falla estática de materiales de alta tenacidad y baja resistencia.

Para analizar la propagación de grietas bajo fatiga la *MFLE* hace uso del rango del factor de intensidad de esfuerzos. Existen distintas teorías basadas en mecánica de la fractura que sirven para analizar la propagación de grietas de elementos sometidos a cargas de fatiga pero cada una de estas aplica para alguna situación dada ya que estas expresiones modelan diferentes fases de la vida de propagación. Por ejemplo, la ley de Paris describe una línea recta y aplica en la región II de la curva de propagación que se refiere a la fase de propagación estable de grieta. Las ecuaciones de Forman y Weertman por su parte sirven para analizar componentes tanto en la región II como en la III de la curva pero no describe la etapa de iniciación de la grieta. La ecuación de Forman es muy utilizada en la industria aeronáutica y astronáutica.

---

Cuando se considera que la fase de iniciación de grieta -región I de la curva- es importante en el análisis se pueden utilizar la ecuación de Klesnil y Lucas o la ecuación de Donahue.

Existen ecuaciones que describen toda la curva de propagación de grieta como la de Priddle y la ecuación de Mc Evily y que se deben utilizar cuando se requiera de un estudio completo de la vida de propagación de grieta por fatiga en un componente.

Sea cual sea la expresión para propagación de grieta utilizada en el análisis, el uso de *MFLE* tiene una gran aplicabilidad a recipientes sujetos a presión interna, ya que elimina en muchos casos la incertidumbre en seguridad que deja latente el uso de ingeniería clásica. Es por esta razón que algunos códigos de diseño, como el *ASME*, recomiendan un estudio de esta naturaleza en tuberías y recipientes a presión. En resumen la *MFLE* se puede aplicar en cuatro condiciones:

- a) En el diseño de elementos y componentes estructurales. Es en este campo en el que tiene su mejor aplicación ya que es en la etapa de diseño en la que se pueden hacer las especificaciones de material y dimensiones de componente.
- b) Análisis en operación de las condiciones del material. Análisis de vida residual y determinación de los períodos de inspección del componente.
- c) Como base para fijar una normativa que se utiliza como criterio de aprobación por códigos u organismos reguladores.

- d) En el análisis de falla de un componente. En este campo se utiliza para determinar las causas de la falla y poder determinar los cambios que deben hacerse a un diseño. Para este caso se tiene que para incrementar la vida de propagación de grieta por fatiga en un componente se puede hacer lo siguiente: I) incrementar el tamaño crítico de grieta a la falla usando un material con un valor del factor de intensidad de esfuerzos crítico  $K_{Ic}$  más alto, II) disminuir el esfuerzo de diseño,  $\sigma_{max}$ , para incrementar el tamaño de grieta a la falla, III) reducir el rango del factor de intensidad de esfuerzos ( $\Delta K$ ) para disminuir la velocidad de crecimiento de la grieta, IV) mejorar la calidad de la fabricación de tal modo que el tamaño de grieta inicial se reduzca. Un decremento en el tamaño de grieta inicial tiene un efecto significativo en la vida a la fatiga del componente ya que las primeras fases de crecimiento de la grieta abarcan la mayor parte de la vida de un componente.

Lo anterior es característico, por ejemplo, en el área de la generación nucleoelectrónica. Es en esta área en la que se estuvo trabajando durante el desarrollo de esta tesis ya que sirvió como apoyo para dar asesoría a la Comisión Nacional de Seguridad Nuclear y Salvaguardias, CNSNS, que es el organismo regulador del país. Además de lo anterior, como resultado de este trabajo y junto con el Dr. Jorge Torres Guzmán se publicó un artículo nacional en la revista del Instituto de Investigaciones Eléctricas, *BOLETINIIE*, titulado "Aplicación de Mecánica de la Fractura y Fatiga en el Análisis de Falla de Componentes" [Torres, G.J y Ortiz, M.T, 1993] el cual muestra la utilidad de las metodologías disponibles para el cálculo analítico de fatiga y mecánica de la fractura bajo fatiga.

Como se puede notar en el primer ejemplo de esta tesis, los resultados obtenidos de vida de propagación de grieta y vida de fatiga, son similares. Esta observación permite concluir que la mecánica de la fractura es una técnica que se puede utilizar de manera confiable en el análisis de elementos que han fallado estando sometidos a cargas cíclicas de fatiga.

Otra conclusión que resulta de este ejemplo, es que los factores de seguridad son índices engañosos de la confiabilidad de un diseño ya que mientras bajo una teoría se tiene un factor de seguridad dado para otra el diseño puede ser inseguro. Es por esta razón que muchas veces un material falla a pesar de que bajo una teoría determinada el componente no debería fallar. En el ejemplo se tiene un factor de seguridad por carga estática de cuatro y aplicando fatiga y mecánica de la fractura bajo fatiga se ve que el material estaba destinado a fallar como consecuencia de una propagación de grieta que sin llegar a ser inestable alcanza dimensiones suficientes para que se produzca la falla repentina.

Con el segundo ejemplo se demuestra que la mecánica de la fractura es una técnica útil para el análisis de daño permisible y vida residual de elementos que contienen grietas y que se encuentran en operación sometidos a fatiga. En este ejemplo también se ve como la *MFLE* forma parte de códigos reguladores como el *ASME* y se muestra como con esta técnica se puede analizar el crecimiento de grietas en una soldadura mediante las propiedades del material base.

La teoría de propagación de grieta por fatiga utilizada en el código *ASME* y la más utilizada en los análisis en general es la ley de Paris. Esto se debe a que en las demás teorías no se ha profundizado lo suficiente y, si para encontrar las constantes de la ley de Paris para un material determinado es difícil para las

---

demás teorías prácticamente no se han publicado valores de las constantes involucradas.

A diferencia de las técnicas clásicas, una de las principales desventajas de la mecánica de la fractura lineal elástica es que, debido a que es una técnica que empieza a tener aplicación en la industria, no siempre se dispone de los valores de las propiedades del material necesarios para llevar a cabo un estudio de este tipo. Esto se debe a que no se han llevado a cabo, para todos los materiales de ingeniería, las pruebas de laboratorio necesarias para determinar las propiedades utilizadas por la MFLE.

Para la mejor aplicación de la mecánica de la fractura lineal elástica es recomendable la utilización de métodos numéricos en los cálculos ya que es una técnica que, para poder tomar en cuenta todas las variaciones que existen en el proceso de propagación de la grieta, requiere de muchas iteraciones.

Finalmente se puede decir que los objetivos de mecánica de la fractura son:

- 1) Establecer conciencia de los posibles modos de fractura. Existen tres modos en los que un material se puede fracturar: a) modo de apertura (debido a esfuerzo axial), b) modo por cortante en el plano y c) modo por cortante fuera del plano. El modo analizado en este trabajo es el modo de apertura ya que es para el que existe más información.
- 2) Prevenir fallas a través de un diseño adecuado, evaluando la importancia y relevancia de los defectos.
- 3) Especificar los materiales apropiados para una aplicación dada.

## RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

Como puede concluirse de este trabajo, una de las condiciones principales para que la *MFLE* pueda aplicar es que no se presente deformación plástica en el vértice de la grieta o que si se presenta se pueda realizar la corrección por plasticidad correspondiente y considerar comportamiento elástico puro. Sin embargo, hay situaciones en las que la deformación plástica existente es considerable. En estas circunstancias la teoría que aplica esta dada por la mecánica de la fractura elastoplástica.

Por lo tanto, para darle continuidad a este trabajo se recomienda que en lo futuro se estudie el problema de las singularidades que se presentan en el vértice y en la vecindad de una grieta cuando se tiene deformación plástica y se analice la aplicación de mecánica de la fractura elastoplástica a situaciones en las que se involucren cargas de fatiga.

---

## **APENDICE A**

### **ANALISIS DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES**

#### **A.1 INTRODUCCION**

El conocimiento de los esfuerzos y las deformaciones es utilizado por el ingeniero como ayuda para llevar a cabo las siguientes funciones.

- El análisis de estructuras y máquinas existentes o propuestas con el objeto de predecir su comportamiento bajo condiciones específicas de carga.
- El diseño de nuevas estructuras y máquinas que ejercerán una función específica con seguridad y economía.

En este Apéndice se dan los conceptos fundamentales, relativos a los esfuerzos y las determinaciones, para poder analizar un componente.

## A.2 ESFUERZO

A la fuerza por unidad de área, o intensidad de las fuerzas distribuidas sobre la sección, se le conoce como esfuerzo en dicha sección y se le denota por la letra griega  $\sigma$  (sigma). El esfuerzo en un elemento de sección transversal de área  $A$  sometido a una carga axial  $P$  (figura A.1) se obtiene dividiendo la magnitud  $P$  de la carga por el área  $A$  [Beer,1979]:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (A.1)$$

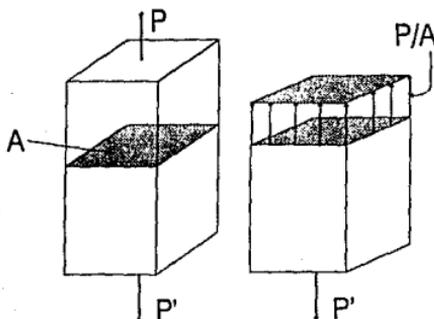


Figura A.1. Esfuerzo normal

Un signo positivo indica un signo de tracción (elemento en tracción) y un signo negativo indica un esfuerzo de compresión (elemento en compresión).

En el sistema métrico internacional, SI,  $P$  se expresa en Newtons (N) y  $A$  en metros cuadrados ( $m^2$ ), el esfuerzo queda en  $N/m^2$  o Pascal. En el sistema inglés el esfuerzo se expresa en libras por pulgada cuadrada [Beer,1979].

### A.2.1 Tipos de esfuerzo

#### Esfuerzo normal

Cuando la sección que se analiza para determinar la fuerza interna y el esfuerzo correspondiente es perpendicular al eje del elemento y la pieza esta sometida a carga axial se tiene que la fuerza interna es normal al plano de la sección y el esfuerzo correspondiente es un esfuerzo normal (ver figura A.1). Así la fórmula  $\sigma = P/A$  nos da el esfuerzo normal en un elemento bajo carga axial [Beer,1979].

#### Esfuerzo cortante

Se obtiene un tipo muy diferente de esfuerzo cuando se aplican fuerzas transversales  $P$  y  $P'$  al elemento cortado en  $C$ , de la figura A.2. Entre los puntos de aplicación de las dos fuerzas obtenemos el diagrama de porción  $AC$  que se muestra en la figura A.2b y concluimos que deben existir fuerzas internas en la sección y que su resultante debe ser igual a  $P$ . Estas fuerzas internas elementales se llaman fuerzas cortantes y la magnitud  $P$  de su resultante es el cortante de la sección. Dividiendo la fuerza cortante  $P$  por el área  $A$  de la sección obtenemos el esfuerzo cortante en la sección y, designando el esfuerzo cortante por la letra griega  $\tau$  (tau), escribimos:

$$\tau_{prom} = \frac{P}{A} \quad (A.2)$$

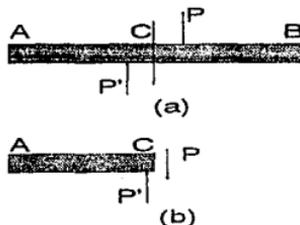


Figura A.2. Esfuerzo cortante.

Los esfuerzos cortantes se presentan normalmente en pernos y remaches utilizados para conectar varios miembros estructurales y componentes de máquinas [Beer, 1979].

### Esfuerzo en un plano oblicuo bajo carga axial

Las fuerzas axiales producen tanto esfuerzos normales como cortantes en planos que no son perpendiculares al eje del elemento (figura A.3). Análogamente, las fuerzas transversales ejercidas en un pasador o remache ocasionan tanto esfuerzos normales como cortantes en planos que no son perpendiculares al eje del pasador o remache.

Descomponiendo  $P$  en sus componentes  $F$  y  $V$ , normal y tangente a la sección respectivamente, tenemos:

$$F = P \cos\theta \quad V = P \operatorname{sen}\theta$$

la fuerza  $F$  representa la resultante de las fuerzas normales distribuidas sobre la sección y  $V$  la resultante de las fuerzas cortantes. Los valores correspondientes de los esfuerzos son:

$$\sigma = \frac{F}{A_\theta} \quad \tau = \frac{V}{A_\theta}$$

pero:

$$A_\theta = \frac{A_0}{\cos\theta}$$

de donde se tiene lo siguiente:

$$\sigma = \frac{P \cos\theta}{A_0 / \cos\theta} = \frac{P}{A_0} \cos^2\theta \quad (\text{A.3})$$

$$\tau = \frac{P}{A_0} \operatorname{sen}\theta \cos\theta \quad (\text{A.4})$$

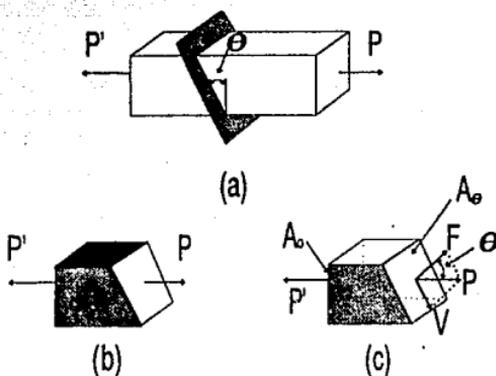


Figura A.3. Esfuerzo en un plano oblicuo bajo carga axial

Según las ecuaciones (A.3) y (A.4) se observa que el esfuerzo normal es máximo cuando  $\theta=0^\circ$  y el esfuerzo cortante es máximo cuando  $\theta=45^\circ$  [Beer,1979].

### Esfuerzos residuales

Los esfuerzos residuales son aquellos esfuerzos que permanecen en un cuerpo cuando todas las cargas son retiradas.

Si una barra es cargada hasta un punto menor al límite elástico, al retirar la carga la barra retorna a su condición original y, por lo tanto, dicha barra no contiene esfuerzos residuales. Sin embargo, cuando una barra es cargada hasta un punto más allá del de fluencia, al retirar la carga, la barra no recuperará su longitud original; quedará permanentemente deformada. Después de retirar la

carga, aquellas fibras de la viga que fueron esforzadas más allá del punto de fluencia tendrán una deformación permanente e impedirán que las fibras esforzadas elásticamente recuperen su longitud inicial ocasionando que estas fibras permanezcan esforzadas. En realidad, cuando diferentes partes de una estructura sufren diferentes deformaciones plásticas, los esfuerzos en las diversas partes de la estructura no retornan a cero después de retirar las cargas. A estos esfuerzos que permanecen en la estructura, barra, elemento o componente de máquina después de que ha sido retirada la carga se les conoce como esfuerzos residuales [Beer, 1979],[Tomoshenko, 1979],[Timoshenko, 1976],[Almen, 1986].

#### *Origen de los esfuerzos residuales*

La existencia de esfuerzos residuales en elementos estructurales o componentes de máquina se debe a deformaciones plásticas. Si a un elemento estructural o componente de máquina se le somete a una carga mayor a la de fluencia se producirá deformación plástica. Por tal motivo, al retirar la carga, el elemento no regresará a su condición original, lo que ocasionará que el material quede permanentemente esforzado. Es decir, tal material, contendrá esfuerzos residuales.

Las deformaciones plásticas debidas a cambios de temperatura también pueden producir esfuerzos residuales. Además, los esfuerzos residuales ocurren como resultado del enfriamiento de los metales que han sido fundidos o laminados en caliente. En estos casos las capas externas se enfrían más rápidamente que el núcleo central y por consiguiente recuperan su rigidez ( $E$  vuelve a su valor normal) también más rápidamente. Cuando toda la pieza ha retornado a la temperatura ambiente, el núcleo central se ha contraído más que las capas

externas y, por consiguiente, se producen esfuerzos residuales de tracción en el núcleo y esfuerzos residuales de compresión en las capas externas.

#### *Determinación de los esfuerzos residuales*

Los esfuerzos residuales raras veces pueden ser calculados analíticamente ya que normalmente no se cuenta con datos en los cuales basarse para realizar los cálculos. Para determinar estos esfuerzos se debe proceder experimentalmente relajando el material (eliminando los esfuerzos residuales) y midiendo las deformaciones que sufre el elemento como consecuencia de la relajación. Otra forma de evaluar los esfuerzos residuales es mediante el método de rayos X.

En el método de relajación de esfuerzos se necesita extraer una muestra de material del elemento a analizar y por lo tanto se considera un método destructivo o semidestructivo. En este método, la extracción del material se puede realizar taladrando pequeños agujeros superficiales o retirando partes de material de la superficie. A este método se le conoce como "trepanación". Otra método para la relajación de esfuerzos es el de "dissección" que consiste en la remoción progresiva de películas de material por medio de maquinado.

Los métodos de relajación del material para la evaluación de esfuerzos residuales están basados en la consideración de que el elemento que contiene los esfuerzos residuales esta inicialmente en equilibrio; al remover partes de material del elemento ocurre un desequilibrio ya que mediante esta operación se retiran algunos esfuerzos residuales ocasionando con esto que el material se deforme hasta alcanzar nuevamente el equilibrio.

El método de difracción de rayos X es un método no destructivo y, debido a que las regiones analizadas son pequeñas, puede ser usado para analizar esfuerzos locales pero solo en algunos granos de la capa superficial. Este método tiene la desventaja de que en las mediciones tomadas se involucran tanto los esfuerzos residuales como los debidos a cargas externas. Tanto este método (rayos X) como los métodos mecánicos (disección y trepanación) consideran que los esfuerzos son elásticos.

### **Esfuerzo admisible y factor de seguridad**

Un elemento estructural o un componente de una máquina debe diseñarse de modo que su carga final sea considerablemente mayor que la carga que deberá cargar el elemento o componente en condiciones normales de utilización. Esta carga menor se denomina carga admisible o a veces carga de trabajo o de diseño y al esfuerzo que ocasiona este tipo de carga se le denomina esfuerzo admisible. Así, sólo una fracción de capacidad de carga del elemento es utilizada cuando se aplica la carga permitida. La porción restante de la capacidad de carga del elemento se tiene como reserva para asegurar un desempeño seguro. La razón de la carga final a la carga admisible se denomina factor de seguridad.

$$F.S. = \frac{\text{Carga límite}}{\text{Carga admisible}} \quad (A.5)$$

La selección del factor de seguridad más apropiado requiere un buen criterio de parte del ingeniero, con base en consideraciones tales como las siguientes [Beer,1979]:

- Variaciones que ocurren en las propiedades del material.
- El número de ciclos de carga esperados durante la vida de la estructura o máquina.

- El tipo de carga para el cual se planea el diseño.
- El tipo de falla que puede ocurrir.
- Deterioro que puede ocurrir en el futuro debido a un mantenimiento defectuoso o a causas naturales imprevistas.
- La importancia que tiene un elemento particular en la seguridad de la estructura en su totalidad.
- Imperfecciones en el material.
- Imperfecciones en las uniones del material al formar un componente estructural.

### **A.3 DEFORMACION**

Un aspecto importante del análisis y diseño de estructuras es el de las deformaciones causadas por las cargas aplicadas.

#### **Definición**

La deformación es la variación de la forma o de las dimensiones de un cuerpo que resulta de la acción de un esfuerzo sobre el mismo [Morley, 1945].

El alargamiento total de una barra que soporta un fuerza axial se representa por la letra griega  $\delta$  (delta) y el alargamiento por unidad de longitud llamado deformación unitaria o simplemente deformación se denota por la letra griega  $\epsilon$  (epsilon) y se determina por la ecuación [Tomoshenko, 1979]:

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad (\text{A.6})$$

donde  $L$  es la longitud total de la barra.

### A.2.1 Diagrama esfuerzo deformación

Representando gráficamente el esfuerzo  $\sigma = P/A$  contra la deformación  $e = \delta/L$  obtenemos una curva que es característica de las propiedades del material y que no depende de las dimensiones de la probeta utilizada. Esta curva es el diagrama esfuerzo deformación.

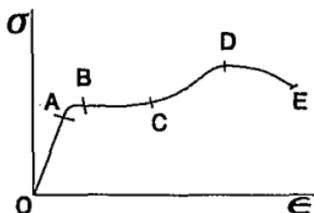


Figura A.4. Diagrama esfuerzo-deformación.

En la figura A.4 se muestra la forma típica del diagrama esfuerzo-deformación para aceros estructurales. En este diagrama las deformaciones axiales se toman en el eje horizontal y los esfuerzos correspondientes están representados por las ordenadas de la gráfica *OABCDE*. Desde *O* hasta *A* el esfuerzo y la deformación son directamente proporcionales y la gráfica es rectilínea. Más allá del punto *A* deja de existir la relación lineal entre esfuerzo y deformación; por tanto, el esfuerzo en *A* se llama límite de proporcionalidad o límite elástico. Al aumentar más la carga, la deformación crece más rápidamente que el esfuerzo, hasta que en el punto *B* empieza a producirse un alargamiento considerable sin ningún aumento apreciable en la fuerza. Este fenómeno se conoce como fluencia (o cedencia) del material, y el esfuerzo en el punto *B* se llama punto o esfuerzo de fluencia. En la región *BC* se dice que el material se vuelve plástico. En el punto

C el material empieza a sufrir endurecimiento por deformación y a presentar resistencia adicional al aumento de carga. Así pues, al haber más alargamiento, el esfuerzo aumenta y alcanza su valor máximo en el punto *D*, llamándose entonces esfuerzo último (esfuerzo máximo o resistencia final). Más allá de este punto el alargamiento adicional de la barra esta acompañado por una reducción en la carga, y la ruptura de la probeta se produce finalmente en el punto *E* del diagrama (esfuerzo de ruptura) [Tomoshenko, 1979].

### A.3.2 Comportamiento elástico y comportamiento plástico de un material

Se dice que un material se comporta elásticamente si las deformaciones causadas en una probeta por la aplicación de cierta carga desaparecen al remover esta. El máximo valor para el cual el material se comporta elásticamente es el llamado límite elástico.

Si se llega al límite de fluencia, cuando se retira la carga, el esfuerzo y la deformación decrecen linealmente a lo largo de una línea *CD* paralela a la parte recta *AB* de la curva de carga (figura A.5).

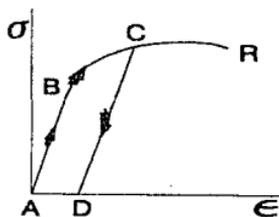


Figura A.5. Comportamiento elástico y plástico de un material.

El hecho de que no vuelva a cero después de retirar la carga indica que ha tenido lugar una deformación permanente o plástica [Beer,1979].

#### A.4 RELACIONES ENTRE ESFUERZO Y DEFORMACION; LEY DE HOOKE

La mayoría de las estructuras de ingeniería son diseñadas para sufrir pequeñas deformaciones, que involucren sólo la parte recta del diagrama esfuerzo-deformación correspondiente. Para esa porción inicial del diagrama el esfuerzo  $\sigma$  es directamente proporcional a la deformación  $e$ , y podemos escribir lo siguiente:

$$\sigma = E e \quad (\text{A.7})$$

A esta relación se le conoce como *Ley de Hooke*. El coeficiente  $E$  es el módulo de elasticidad del material en cuestión o también módulo de Young. Como  $e$  carece de dimensiones se concluye que el módulo  $E$  está expresado en las mismas unidades que  $\sigma$ , o sea, en Pascales en el SI y en  $\text{lb/plg}^2$  en el sistema inglés.

El máximo valor del esfuerzo para el cual puede utilizarse la ley de Hooke es el límite de proporcionalidad del material correspondiente [Beer,1979].

## A.5 ANALISIS DE ESFUERZO Y DEFORMACION

### A.5.1 Deformación de elementos sometidos a carga axial

Consideremos una varilla homogénea  $BC$  de longitud  $L$  y sección transversal uniforme de área  $A$ , sometida a una carga axial centrada  $P$  (figura A.6). Si el esfuerzo axial resultante  $\sigma = P/A$  no excede el límite de proporcionalidad del material, podemos aplicar la ley de Hooke y escribir:

$$\sigma = E e$$

de donde se sigue que:

$$e = \frac{\sigma}{E} = \frac{P}{AE}$$

Recordando que se definió a la deformación como  $e = \delta/L$ , tenemos:

$$\delta = e L$$

y, sustituyendo en esta última ecuación se obtiene la siguiente relación:

$$\delta = \frac{PL}{AE} \quad (\text{A.8})$$

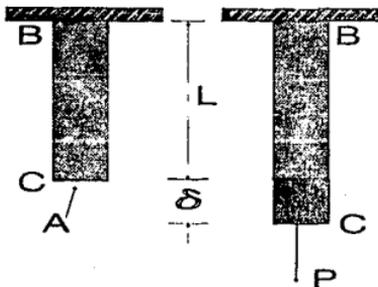


Figura 6. Varilla homogénea sometida a carga axial

La ecuación (A.8) puede usarse sólo si, la varilla es homogénea ( $E$  constante), tiene una sección transversal constante  $A$  y esta cargada en sus extremos [Beer,1979].

### Relación de Poisson

En todos los materiales de ingeniería, el alargamiento producido por una fuerza de tracción axial  $P$ , en la dirección de la fuerza, va acompañado por una contracción en toda dirección transversal. Hemos supuesto que el material considerado es homogéneo, es decir, hemos supuesto que sus propiedades mecánicas son independientes del punto considerado. Aceptaremos, además, que el material es isotrópico, es decir, que dichas propiedades son independientes de la dirección considerada. Con esta hipótesis, la deformación debe tener el mismo valor para cualquier dirección transversal  $e_y = e_z$ . En esta tesis nos referimos a la deformación unitaria simplemente como deformación. Se conoce este valor como deformación lateral y el valor absoluto de la relación entre la deformación lateral y la axial se conoce como relación de Poisson y se designa por la letra griega  $\nu$  (nu) [Beer,1979] tenemos:

$$\nu = \left\{ \frac{\text{deformación lateral}}{\text{deformación axial}} \right\} \quad (\text{A.9})$$

### A.5.2 Carga multiaxial; ley generalizada de Hooke

Consideraremos ahora elementos estructurales sometidos a cargas que actúan en las direcciones de los tres ejes coordenados y producen esfuerzos normales  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  todos diferentes de cero (figura A.7) esta condición es la que llamamos carga multiaxial.

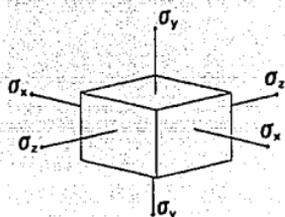


Figura A.7. Carga multiaxial

Consideraremos un elemento de material con la forma de un cubo (figura A.8a). Podemos suponer que la arista del cubo es igual a la unidad, porque siempre es posible seleccionar el lado del cubo como unidad de longitud; bajo la carga multiaxial considerada el elemento se deformará hasta constituir un paralelepípedo rectangular cuyos lados son:  $1+e_x$ ,  $1+e_y$ ,  $1+e_z$ , respectivamente, en donde  $e_x$ ,  $e_y$ ,  $e_z$  denotan los valores de la deformación normal en las direcciones de los tres ejes coordenados (figura A.8).

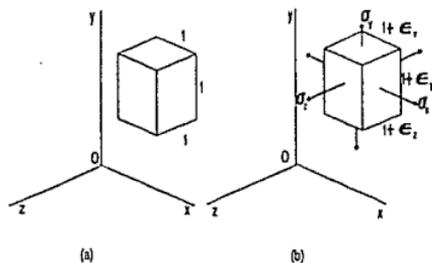


Figura 8. Ley generalizada de Hooke

Para expresar las componentes de la deformación  $e_x$ ,  $e_y$ ,  $e_z$  en función de las componentes del esfuerzo  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ , consideraremos separadamente el efecto de cada componente del esfuerzo y combinaremos los resultados obtenidos.

Consideraremos primero el efecto de la componente de esfuerzo  $\sigma_x$ . Esta componente de esfuerzo produce una deformación igual a  $\sigma_x/E$  en la dirección  $x$  y deformaciones iguales a  $\nu\sigma_x/E$  en cada una de las direcciones  $y$ ,  $z$ . Análogamente, las otras dos componentes de esfuerzo producirán deformaciones similares para cada una de las direcciones. Combinando los resultados obtenidos, concluimos que las componentes de la deformación correspondientes a una carga multiaxial son:

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} \\ e_y &= -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} \\ e_z &= -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \end{aligned} \tag{A.10}$$

Las relaciones anteriores representan la ley generalizada de Hooke para carga multiaxial. Como dijimos antes, los resultados obtenidos son válidos únicamente si los esfuerzos no exceden el límite de proporcionalidad y las deformaciones involucradas permanecen pequeñas [Beer, 1979].

### A.5.3 Deformación debida a esfuerzo cortante

Cuando dedujimos las relaciones entre esfuerzos normales y deformaciones normales para un material homogéneo e isotrópico, supusimos que no había esfuerzos cortantes involucrados. En la situación más general de esfuerzos presentada en la figura 9, los esfuerzos cortantes  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yx}$  y  $\tau_{xx}$  están presentes, lo mismo que sus correspondientes esfuerzos cortantes  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{xy}$  y  $\tau_{xx}$ . Estos esfuerzos no tienen efecto directo en las deformaciones normales y, mientras todas las deformaciones involucradas permanezcan pequeñas, no afectarán la deducción ni la validez de las relaciones (A.10). Las deformaciones de corte, sin embargo, tenderán a convertir el elemento cúbico en un paralelepípedo oblicuo.

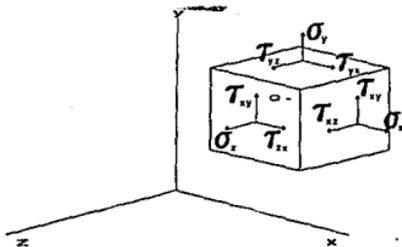


Figura A.9. Estado general de esfuerzo

Consideraremos primero un cubo de arista unitaria sometido únicamente a esfuerzos cortantes  $\tau_{xy}$  y  $\tau_{yx}$ , aplicados a las caras del elemento respectivamente perpendiculares a los ejes  $x$ ,  $y$ . El cubo adquirirá la forma de un romboide de lados unitarios (figura A.10). Dos de los ángulos formados por las cuatro caras bajo esfuerzos, se reducen de  $\pi/2$  a  $\pi/2 - \gamma_{xy}$ , mientras los otros dos se incrementan

de  $\pi/2$  a  $\pi/2 + \gamma_{xy}$ . El ángulo pequeño  $\gamma_{xy}$  (expresado en radianes) define las deformaciones de corte correspondientes a la dirección  $x$ ,  $y$ . Cuando la deformación involucra una reducción del ángulo formado por las dos caras orientadas respectivamente hacia los lados positivos de los ejes  $x$ ,  $y$  (como se muestra en la figura A.10), se dice que la deformación de corte  $\gamma_{xy}$  es positiva; de lo contrario, se dice que es negativa.

Para valores del esfuerzo cortante que no exceden el límite de proporcionalidad a cortante, para cualquier material homogéneo e isotrópico podemos escribir:

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} \quad (\text{A.11})$$

Esta relación se conoce como la ley de Hooke para esfuerzos y deformaciones cortantes y la constante  $G$  es el módulo de rigidez o el módulo de corte del material. Como la deformación  $\gamma_{xy}$  se definió como un ángulo en radianes, no tiene dimensiones y el módulo  $G$  queda expresado en las mismas unidades de  $\tau_{xy}$ , es decir, en Pascales o en  $\text{lb/plg}^2$  [Beer, 1979].

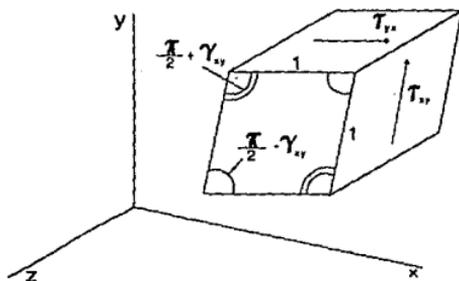


Figura A.10. Deformación por cortante

Definimos la deformación de corte  $\gamma_{yz}$  como el cambio en el ángulo formado por las caras sometidas a esfuerzos cortantes. La deformación de corte  $\gamma_{zx}$  se define análogamente considerando un elemento sometido a esfuerzos cortantes  $\tau_{zx}$  y  $\tau_{xz}$  (figura A.11). Para valores del esfuerzo que no sobrepasan el límite de proporcionalidad, podemos escribir las dos relaciones adicionales siguientes:

$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx}$$

Una vez que hemos analizado la deformación que se presenta bajo esfuerzos cortantes estamos en posición de establecer la ley generalizada de Hooke para un material homogéneo e isotrópico bajo las condiciones más generales de esfuerzo [Beer, 1979].

$$e_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$e_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \quad (A.12)$$

$$e_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad ; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad ; \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

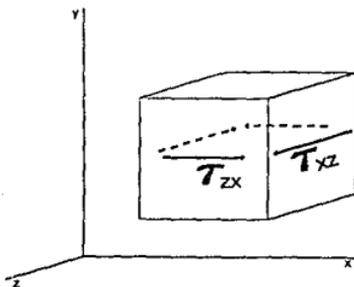


Figura A.11. Elemento sometido a esfuerzo cortante

### A.5.4 Direcciones y esfuerzos principales

En cualquier estado de esfuerzos en un punto un elemento se puede orientar de tal forma que los esfuerzos cortantes se conviertan en cero sobre todas las superficies. Las tres direcciones normales a las superficies del elemento así orientado se llaman direcciones principales [Shanley, 1974].

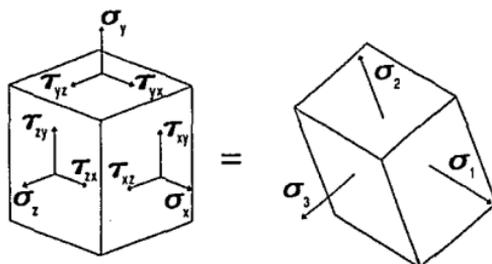


Figura 12. Transformación de los ejes a un sistema de ejes principales

Los tres esfuerzos normales ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ ), que actúan en tal elemento se llaman esfuerzos principales. La figura A.12 ilustra gráficamente la naturaleza de la transformación involucrada.

### A.5.5 Esfuerzo plano

La figura A.13 muestra un elemento en un estado plano de esfuerzo (dos lados opuestos están libres de esfuerzo). El esfuerzo plano se presenta en el análisis de recipientes a presión, vigas, ejes de máquinas, en una placa delgada sometida a

fuerzas que actuen en el plano medio de la placa o en las superficies libres de un elemento estructural o componente de máquina.

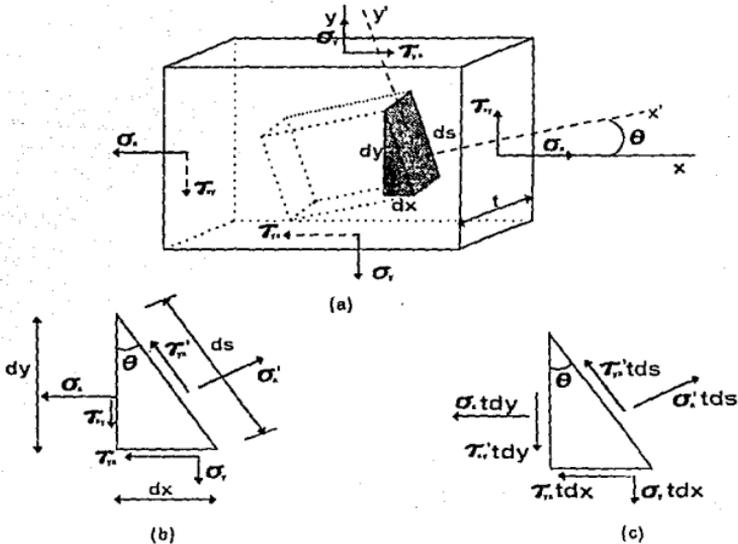


Figura A.13. Análisis de esfuerzo plano

El elemento cuadrado de la figura A.13 está sujeto a un estado plano de esfuerzo, en el cual  $\sigma_z = 0$ ,  $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$ . Otro elemento es aislado en forma tal que los ejes  $x'$  y  $y'$  sean girados un ángulo  $\theta$ , alrededor del eje  $z$ . Para encontrar los esfuerzos en la cara  $x'$  del elemento girado, se usa una porción triangular como se indica. La figura A.13b muestra los esfuerzos actuando sobre este elemento,

sus lados tienen las longitudes  $dx$ ,  $dy$  y  $ds$ . En la figura A.13c se observan las fuerzas.

Las ecuaciones de equilibrio se escribirán con respecto a los ejes  $x'$  y  $y'$ . Ver la figura A.13.

Para la dirección  $x'$  ( $\Sigma P_{x'}=0$ ) se tiene:

$$\sigma'_x tds - \sigma_x tdy \cos\theta - \sigma_y tdx \operatorname{sen}\theta - \tau_{xy} tdy \operatorname{sen}\theta - \tau_{yx} tdx \cos\theta = 0$$

dividiendo todo entre  $tds$ , y notando que  $dx/ds=\operatorname{sen}\theta$ ,  $dy/ds=\cos\theta$ , y  $\tau_{yx}=\tau_{xy}$  obtenemos la siguiente relación:

$$\sigma'_x = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \operatorname{sen}^2\theta + 2\tau_{xy} \operatorname{sen}\theta \cos\theta \quad (\text{A.13})$$

Para la dirección  $y'$  ( $\Sigma P_{y'}=0$ ), un procedimiento similar nos da:

$$\tau'_{xy} = (-\sigma_x + \sigma_y) \operatorname{sen}\theta \cos\theta + \tau_{xy} (\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta) \quad (\text{A.14})$$

Estas ecuaciones se pueden simplificar si usamos las siguientes identidades:

$$\cos^2\theta = \frac{\cos 2\theta + 1}{2}$$

$$\operatorname{sen}^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$2\operatorname{sen}\theta \cos\theta = \operatorname{sen} 2\theta$$

$$\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta = \cos 2\theta$$

entonces las ecuaciones (A.13) y (A.14) se convierten en:

$$\sigma'_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \operatorname{sen} 2\theta \quad (\text{A.15})$$

$$\tau'_{xy} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \operatorname{sen} 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (\text{A.16})$$

Para encontrar los esfuerzos en la cara  $y'$  se puede substituir  $\theta+\pi/2$  en lugar de  $\theta$  en las ecuaciones de arriba [Shanley, 1974].

### A.5.6 Ejes y esfuerzos principales (esfuerzo plano)

Por definición, cuando al elemento se le orienta en las direcciones principales, todos los esfuerzos cortantes en las superficies del elemento se cancelan. En el estado de esfuerzo plano, uno de los ejes principales es normal a la superficie de esfuerzo cero. Las otras dos direcciones principales, se pueden encontrar al hacer el esfuerzo cortante, dado en la ecuación A.16, igual a cero y resolver para  $\theta$  [Shanley, 1974]:

$$-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \operatorname{sen}2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta = 0$$

de la cual se tiene:

$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (\text{A.17})$$

dos ángulos que difieren por  $\pi$  radianes tienen el mismo valor de la tangente. Por tanto, la ecuación anterior, representa dos ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , que están separados  $90^\circ$ . Estos ángulos sitúan los otros dos ejes principales, los cuales están en el plano  $xy$ .

Los esfuerzos máximos y mínimos ocurren en las superficies que son normales a los ejes principales.

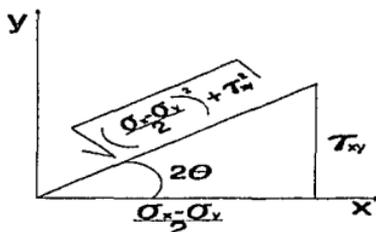


Figura A.14. Relaciones geométricas

Los valores de los esfuerzos principales, se encuentran al sustituir en la ecuación A.15 los valores de  $2\theta$  correspondientes a las direcciones de los ejes principales dados por la ecuación A.17. Como se muestra en la figura A.14.

Las relaciones siguientes se pueden obtener a partir de la ecuación A.17.

$$\operatorname{sen}2\theta = \pm \frac{\tau_{xy}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}$$

$$\operatorname{cos}2\theta = \pm \frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}$$

sustituyendo estas identidades en la ecuación A.15 obtenemos la respuesta deseada como sigue:

$$\sigma_{máx, mín} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (A.18)$$

cuando esta ecuación se calcula con signo positivo y negativo respectivamente, obtenemos los valores de los dos esfuerzos principales en un estado plano de esfuerzo.

El esfuerzo cortante máximo en cualquier plano cortado paralelamente al eje  $z$  (figura A.13) se encuentra al igualar a cero la derivada de la ecuación A.16. Esto da los valores de  $\theta$  para los que  $\tau_{xy}$  tiene valores extremos como sigue:

$$\tan 2\theta_s = - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

Por un procedimiento similar al que se usó para encontrar la ecuación A.18, los valores de  $\tau_{máx, mín}$  son:

$$\tau_{máx, mín} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (A.19)$$

Los planos de esfuerzo cortante máximo están localizados a  $45^\circ$  de los planos principales [Shanley, 1974].

### A.5.7 Deformación plana

Recordemos que en el plano  $xy$  pueden existir tres componentes de deformación: la deformación normal,  $e_x$ , en la dirección  $x$ , la deformación normal,  $e_y$ , en la dirección  $y$  y la deformación de corte  $\gamma_{xy}$ .

Un elemento de material sometido sólo a deformaciones  $e_x$ ,  $e_y$  y  $\gamma_{xy}$  se dice que está en estado de deformación plana. Tal elemento no tendrá deformación normal  $e_z$ , ni tampoco deformación de corte,  $\gamma_{xz}$  y  $\gamma_{yz}$ , en los planos  $xz$  y  $yz$ , respectivamente. Dicha situación ocurre en una placa sometida a cargas uniformemente distribuidas a lo largo de sus bordes e impedida de expandirse o contraerse lateralmente mediante soportes fijos, rígidos y lisos. También se encontraría en una barra de longitud infinita sometida en sus lados a cargas uniformemente distribuidas puesto que, por razones de simetría los elementos localizados en un plano transversal dado no se pueden mover fuera del plano. Se ve que el caso general de deformación plana está definido por las condiciones siguientes:

$$\begin{aligned} e_x \neq 0 \quad e_y \neq 0 \quad \gamma_{xy} \neq 0 \\ e_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \end{aligned}$$

No debe de entenderse de la analogía entre esfuerzo plano y deformación plana que en un caso específico se presenten estas dos condiciones. Por ejemplo, sabemos que un elemento en esfuerzo plano generalmente sufrirá una deformación en la dirección  $z$ , lo cual muestra que un estado de esfuerzo plano no producirá necesariamente un estado de deformación plana. Así mismo un elemento en deformación plana tendrá, por lo general, un esfuerzo  $\sigma_x$  que actúa sobre él para mantener la condición de que  $e_x=0$ ; por consiguiente se deduce que el esfuerzo plano y la deformación plana no ocurren en forma simultánea.

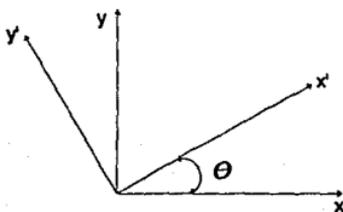


Figura A.15.

Para establecer las relaciones para la deformación plana comenzaremos definiendo los ejes de coordenadas como se muestran en la figura A.15. La deformación normal en la dirección del eje  $x'$  se designará por  $e'_{x'}$ , y la deformación de corte asociada a los ejes  $x'y'$  lo será por  $\gamma'_{x'y'}$ . Cuando  $\theta$  es igual a cero se tendrá que  $e'_{x'}=e_x$  y  $\gamma'_{x'y'}=\gamma_{xy}$ .

Un elemento rectangular con lados de longitud  $dx$  y  $dy$ , y con su diagonal en la dirección del eje  $x$  se muestra en la figura A.16. Como resultado de las deformaciones  $e_x$ ,  $e_y$  y  $\gamma_{xy}$ , tal elemento se alargará en la dirección  $x$  una

distancia  $e_x dx$  (figura A.16a), en la dirección y una distancia  $e_y dy$  (figura A.16b), y el ángulo recto  $xOy$  disminuirá en  $\gamma_{xy}$  (figura A.16c). Como se observa en la figura, los aumentos correspondientes en la longitud de la diagonal son  $e_x dx \cos \theta$ ,  $e_y dy \sin \theta$  y  $\gamma_{xy} dy \cos \theta$ . Por lo tanto, el aumento total de la longitud de la diagonal es la suma de estas tres cantidades, y la deformación correspondiente,  $e'_x$ , en la dirección  $x$  se halla dividiendo tal suma por la longitud  $ds$  de la diagonal. Observando que  $dy/ds = \sin \theta$  y  $dx/ds = \cos \theta$  se tiene:

$$e'_x = e_x \cos^2 \theta + e_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (\text{A.20})$$

La ecuación anterior puede utilizarse para obtener la deformación normal,  $e'_x$ , en la dirección de  $x'$  cuando se conocen  $e_x$ ,  $e_y$  y  $\gamma_{xy}$ . Si se desea la deformación normal en la dirección  $y'$  solo será necesario sustituir  $\theta$  por  $\theta + \pi/2$  en la ecuación anterior.

De la misma manera podemos obtener la ecuación para la deformación de corte de un elemento girado  $\theta^\circ$  como sigue:

$$\frac{1}{2} \gamma'_{xy} = -(e_x - e_y) \sin \theta \cos \theta + \frac{1}{2} \gamma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (\text{A.21})$$

Haciendo uso de las identidades trigonométricas apropiadas podemos simplificar las ecuaciones (A.20) y (A.21) y obtener:

$$e'_x = \frac{e_x + e_y}{2} + \frac{e_x - e_y}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \sin 2\theta \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{1}{2} \gamma'_{xy} = -\frac{e_x - e_y}{2} \sin 2\theta + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \cos 2\theta \quad (\text{A.23})$$

Las ecuaciones (A.22) y (A.23) nos dan las deformaciones normal y de corte en la dirección  $x'$  para un elemento que ha sido girado  $\theta^\circ$ .

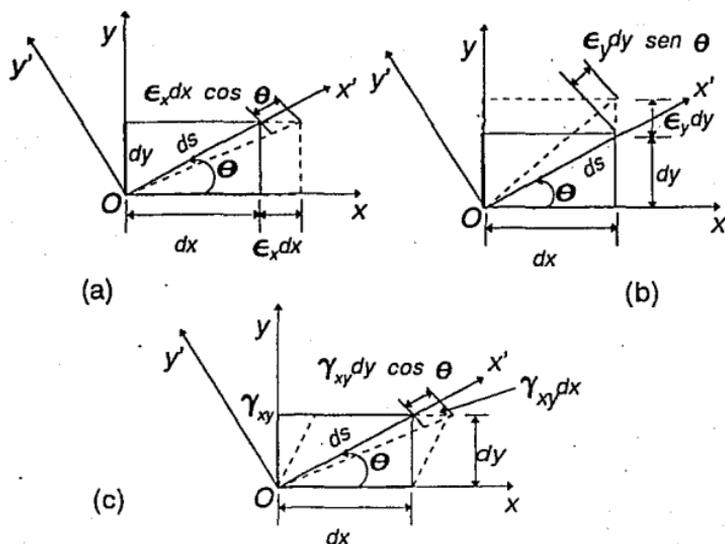


Figura A.16.

### A.5.8 Deformaciones principales (deformación plana)

Para el caso de deformación plana, se presentarán deformaciones principales en las direcciones calculadas mediante la siguiente ecuación:

$$\tan 2\theta_p = \frac{\gamma_{xy}}{\epsilon_x - \epsilon_y} \quad (\text{A.24})$$

Las deformaciones principales que se presentaran serán las calculadas por la siguiente ecuación:

$$e_{máx, mín} = \frac{e_x + e_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{e_x - e_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \quad (\text{A.25})$$

cuando la ecuación (A.25) se calcula con signo positivo y negativo respectivamente, obtenemos los valores de las dos deformaciones principales en un estado plano de deformación. En los planos principales las deformaciones de corte son cero.

La deformación de corte máxima ocurre en planos a  $45^\circ$  con los planos principales y esta dada por la ecuación:

$$\frac{1}{2} \gamma_{máx, mín} = \pm \sqrt{\left(\frac{e_x - e_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \quad (\text{A.26})$$

En los planos de deformación máxima de corte, las deformaciones normales son  $(e_x + e_y)/2$ .

### A.5.9 Concentración de esfuerzos

En el desarrollo de las relaciones de esfuerzo básicas, se supone que los elementos considerados (barras, vigas, ejes, etc.) no tienen cambios bruscos en la sección transversal y que no existen irregularidades en el elemento. Pero es un tanto difícil diseñar una máquina sin permitir algunos cambios en las secciones transversales de los elementos. Los ejes de máquina deben tener hombros o resaltos conformados en ellos para permitir que los cojinetes sean instalados adecuadamente y de este modo tener resistencia a cargas de empuje; así mismo

deben poseer ranuras para cuñas a fin de que puedan montarse las poleas y los engranes que se requieran. Otros elementos requieren agujeros, ranuras de lubricación y aberturas o muescas de diversas clases. En fin, son muchos los ejemplos que pueden darse de elementos cuya sección no es uniforme y es por eso necesario estudiar que sucede con la distribución de esfuerzos sobre una sección que se encuentra cercana a estos cambios bruscos de sección [Shigley, 1990], [Díaz, 1976].

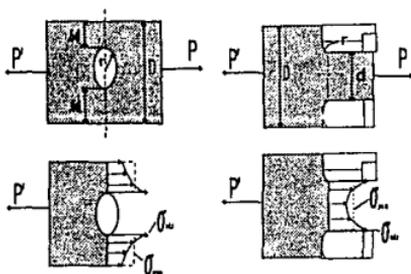


Figura A.17. Concentración de esfuerzos

Cuando un elemento estructural contiene una discontinuidad, tal como un agujero o un cambio súbito de sección, generalmente se presentan grandes esfuerzos cerca de la discontinuidad de manera que las ecuaciones de esfuerzo elementales ya no describen propiamente el estado de esfuerzo en la pieza o elemento y será necesario introducir factores que las modifiquen para obtener los valores reales de los esfuerzos. La figura A.17 muestra la distribución de esfuerzos en secciones críticas correspondientes a dos situaciones como las mencionadas. Esta distribución de esfuerzos es independiente del tamaño del

elemento y del material utilizado; dependen solamente de las razones de los parámetros geométricos involucrados, es decir, de la razón  $r/d$  en el caso del agujero circular y de las razones  $r/d$  y  $D/d$  en el caso de los filetes. Estas discontinuidades se denominan concentradores de esfuerzo y las regiones en las que se localizan se llaman áreas de concentración de esfuerzo [Beer,1979],[Shigley, 1990],[Díaz, 1976].

### **Factores de concentración de esfuerzo**

Para determinar el esfuerzo real que actúa en un punto cercano a una discontinuidad, se puede proceder tanto analítica como experimentalmente. Experimentalmente, ya sea usando galgas extensométricas de resistencia eléctrica, revestimientos frágiles (lacas), fotoelasticidad, o cualquier otro método de laboratorio. Para proceder analíticamente se puede hacer uso de la teoría de elasticidad [Díaz, 1976].

Al esfuerzo calculado con las ecuaciones básicas de esfuerzo le llamaremos "nominal" y al determinado mediante la teoría de elasticidad ó experimentalmente lo designaremos como "real". El factor de concentración de esfuerzos esta definido como la relación entre el esfuerzo real y el esfuerzo nominal. Designando con la letra  $K_t$  este factor escribimos [Beer,1979],[Díaz, 1976]:

$$K_t = \frac{\sigma_r}{\sigma_{nominal}} \quad (A.27)$$

Teniendo el esfuerzo nominal, y conociendo el factor de concentración de esfuerzos para la sección de una pieza es posible obtener mediante la ecuación

(A.27) el esfuerzo real que actúa en el punto analizado. Existen gráficas para la determinación de los factores ( $K$ ) para diferentes tipos de piezas sometidas a algún tipo de carga [Díaz, 1976].

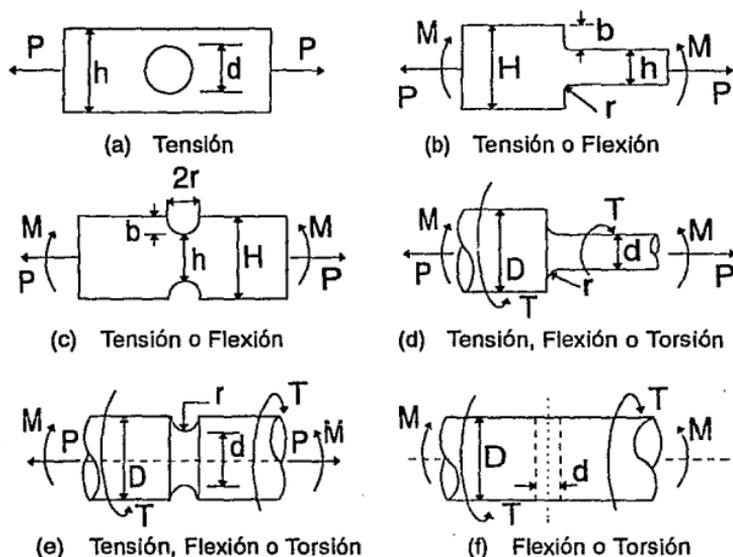


Figura A.18.

### Gráficas para la determinación de $K$

Se han publicado una gran variedad de gráficas para la determinación de los factores de concentración de esfuerzos [Paterson, 1953]. La figura A.18 muestra los elementos más usuales para los cuales se han construido gráficas y los tipos de carga que actúan sobre ellos. Por otra parte, en la figura A.19 se muestra una

gráfica para la obtención de  $K_t$  para el caso de una barra de sección circular sometida a flexión con estrechamiento y entalle. Los factores de concentración de esfuerzo dependen de las relaciones geométricas de los mismos, de tal manera que una misma gráfica sirve para situaciones de igual relación geométrica aunque su tamaño sea diferente.

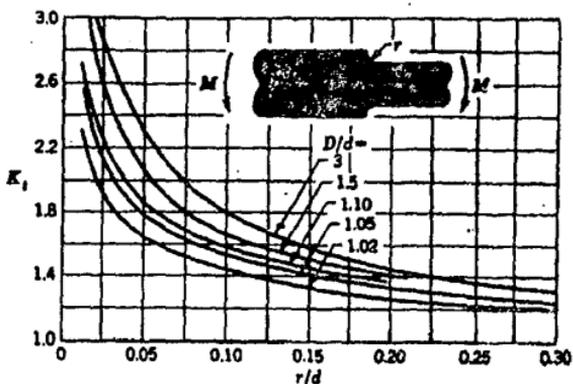


Figura 19. Diagrama de  $K_t$  para una barra de sección circular en flexión con cambio de sección transversal.

### Determinación de $K_t$ por el método analítico

Es posible analizar elementos de cierta configuración geométrica por medio de los métodos de la teoría de elasticidad, a fin de determinar los valores de los factores de concentración de esfuerzo [Timoshenko, 1976]. Como un ejemplo, la figura A.20 representa una placa de extensión infinita sometida a un esfuerzo uniforme de tensión  $\sigma$ .

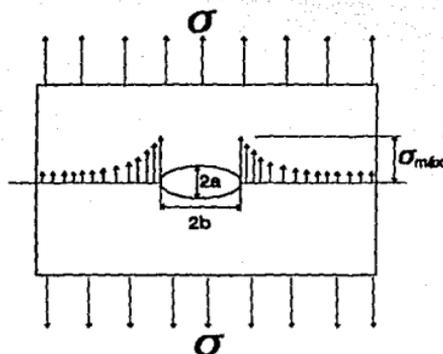


Figura A.20. Distribución de esfuerzos en la proximidad de un agujero elíptico contenido en una placa sometida a tensión.

Un pequeño agujero de forma elíptica presentará un esfuerzo en su borde de [Díaz, 1976],[Harvey, 1985],[Timoshenko, 1976]:

$$\sigma_{\max} = \sigma \left( 1 + \frac{2b}{a} \right) \quad (\text{A.28})$$

Sí  $a$  y  $b$  son iguales, la elipse se convierte en un círculo y la ecuación (A.28) se reduce a:

$$\sigma_{\max} = 3\sigma \quad (\text{A.29})$$

De tal modo que  $K_t = 3$ . En este ejemplo, obsérvese que la placa es infinita y el esfuerzo nominal  $\sigma$  es el esfuerzo de tensión en un punto alejado de la discontinuidad [Shigley, 1990].

---

## APENDICE B

### VALORES PARA PREDICCIÓN DE VIDA A LA FATIGA

#### B.1. INTRODUCCION

Para saber si un componente fallará por fatiga o si tendrá vida infinita, bajo determinadas condiciones de carga, es necesario determinar su vida a la fatiga. La curva de Wohler nos sirve para realizar estas evaluaciones, pero no siempre se dispone de esta curva cuando se desea. Por lo tanto, se hace necesario determinarla en base a algunas propiedades mecánicas con las cuales si se cuenta. La siguiente ecuación nos sirve para determinar la curva de Wohler (curva  $\sigma-N$ ) para cualquier material en base a su deformación total.

$$\frac{\Delta e}{2} = \frac{\sigma_f}{E} (2N)^F + e_f (2N)^c$$

donde:

- $e_f$  Es la deformación real correspondiente a la ruptura en una inversión de esfuerzo y es conocida como *coeficiente de ductilidad a la fatiga*.
- $\sigma_f$  Es el esfuerzo real correspondiente a la ruptura en un ciclo de esfuerzo. Este esfuerzo es conocido como *coeficiente de resistencia a la fatiga*.
- $c$  Es el *exponente de ductilidad a la fatiga*
- $F$  Es el *exponente de resistencia a la fatiga*.

En este Apéndice se presentan valores de estos coeficientes para una gran variedad de materiales. Los datos de esfuerzo real,  $\sigma_f$ , y módulo de Young están dados en megapascuales, MPa. Los valores presentados fueron tomados del *User's Manual for Fatigue and Fracture Analysis*, [EMCR, 1992].

**TABLA B.1 VALORES DE LOS COEFICIENTES PARA PREDICCIÓN DE VIDA A LA FATIGA**

MATERIAL	$e_f$	$c$	$\sigma_f$	$F$	$E$
MAN-TEN	0.26	-0.47	917.04	-0.095	206850
RQC-100	1.06	-0.750	1158.36	-0.075	206850
1005-HR	0.15	-0.43	579	-0.090	206850
1005-CD	0.30	-0.51	517.12	-0.059	206850
A2024-T3	0.22	-0.59	1100	-0.124	73000
A7075-T6	0.19	-0.52	1315	-0.126	73000
GM16-1U	0.136	-0.418	596	-0.115	206850
GM15-5U	0.059	-0.355	543.2	-0.103	206850
GM16-78A	4.373	-0.805	842.25	-0.072	206850
GM16-14U-E	0.092	-0.391	955.38	-0.165	206850
SA105	0.26	-0.47	865.23	-0.314	207039
SAE9500	0.22	-0.46	799	-0.09	206000
SAE950X	0.07	-0.36	611	-0.07	206000
SAE960X	0.46	-0.65	895	-0.09	206000
SAE980X	0.21	-0.51	1071	-0.09	202000
SAE980QT	1.05	-0.72	1672	-0.08	205000
SAE1005	0.28	-0.50	886	-0.14	207000
SAE1006	0.15	-0.40	629	-0.09	207000
SAQE1008	0.93	-0.59	1297	-0.18	209000
SAE1015	0.76	-0.59	976	-0.14	206000
SAE1018	0.19	-0.41	782	-0.11	200000

**TABLA B.1( Continuación)**

<b>MATERIAL</b>	$e_p$	$c$	$\sigma_p$	$F$	$E$
SAE1020A	0.44	-0.51	850	-0.12	186000
SAE1020H	0.29	-0.47	895	-0.11	203000
SAE1025	0.56	-0.51	961	-0.10	204000
SAE1030	0.17	-0.42	902	-0.12	206000
SAE1035	0.33	-0.47	906	-0.11	196000
SAE1035Q	0.20	-0.63	3690	-0.13	200000
SAE1045A	0.50	-0.52	960	-0.08	203000
SAE1045H	0.52	-0.54	1099	-0.11	216000
SAE1045Q	0.23	-0.56	2888	-0.09	202000
SAE1080A	0.51	-0.59	2364	-0.10	204000
SAE1080Q	1.00	-0.69	1787	-0.09	206000
SAE10B21	0.51	-0.51	767	-0.09	186000
SAEB21Q	1.42	-0.74	833	-0.05	200000
SAE10B22	2.11	-0.75	830	-0.04	203000
SAE10B30	1.50	-0.70	1287	-0.05	195000
SAE1522	0.07	-0.36	1253	-0.08	200000
SAE1541Q	0.68	-0.61	2980	-0.15	209000
SAE1561	0.53	-0.54	1278	-0.11	197000
SAE15B27	2.17	-0.82	909	-0.05	198000
SAE15B35	0.41	-0.78	4541	-0.13	204000
SAEA36	0.28	-0.45	780	-0.11	189000
SAEA36HZ	0.13	-0.43	838	-0.07	188000
SAE4130	1.51	-0.72	1273	-0.08	220000

TABLA B.1( Continuación)

MATERIAL	$e_p$	$c$	$\sigma_p$	$F$	$E$
SAE4142	0.65	-0.76	1820	-0.08	206000
SAE4340	0.53	-0.56	1232	-0.10	192000
SAE5160	9.56	-1.05	2063	-0.08	200000
SAE52100	0.16	-0.58	2647	-0.09	206000
SAE8630	0.20	-0.86	1049	-0.11	199000
SAE8640	0.60	-0.61	1487	-0.06	223000
SAE9262	0.83	-0.68	1178	-0.08	206000
SAE9262Q	0.82	-0.68	1477	-0.09	193000
SAE0030N	0.32	-0.57	675	-0.09	208000
SAE0030Q	0.14	-0.41	403	-0.10	196000
SAE080N	1.08	-0.67	822	-0.10	197000
SAE090	0.23	-0.52	1078	-0.10	206000
SCOMPACT	0.08	-0.55	882	-0.11	70000
SAE80-60	0.35	-0.65	842	-0.07	159000
A356-1	0.032	-0.53	469	-0.089	69000
A356-2	0.011	-0.44	384	-0.085	69000
A356-3	0.016	-0.59	351	-0.074	69000
RQC-FU	0.66	-0.69	1240	-0.07	207000
H1005	0.12	-0.4	640	-0.099	20700

**TABLA B.2 VALORES DE LOS COEFICIENTES PARA PREDICION DE VIDA A LA FATIGA EN ACEROS**

MATERIAL	$e_f$	$c$	$\sigma_f$	$F$	$E$
1005HRL	0.1	-0.39	641.42	-0.109	200013.79
1005HRT	0.15	-0.43	579.35	-0.09	206910.82
1005CRL	0.11	-0.41	537.96	-0.073	400027.59
1005CRT	0.30	-0.51	517.27	-0.059	448306.78
10005N	0.95	-0.64	827.64	-0.11	206910.82
1045-225	1.00	-0.66	1227.67	-0.095	200013.79
1045-390	0.45	-0.68	1586.32	-0.074	206910.82
1045-410	0.60	-0.70	1862.20	-0.073	200013.79
1045-450	0.35	-0.69	1793.23	-0.07	206910.82
1045-500	0.25	-0.68	2276.02	-0.08	206910.82
10B62	0.32	-0.56	1779.43	-0.067	193116.77
AISI4130	0.92	-0.63	1275.95	-0.083	220704.88
VAN-0	0.21	-0.53	1248.36	-0.08	194496.17
RQC100-L	0.60	-0.67	1013.86	-0.076	202772.61
RQC100-T	0.65	-0.67	910.41	-0.052	202772.61
4130-365	0.89	-0.69	1696.67	-0.081	200013.79
4142-380	0.45	-0.75	1827.71	-0.08	206910.82
4142-450	0.40	-0.73	2000.14	-0.08	206910.82
4142-475	0.09	-0.61	2172.56	-0.081	206910.82
4142-560	0.07	-0.76	2655.36	-0.089	206910.82
4142-400	0.50	-0.75	1896.68	-0.09	200013.79

TABLA B.1( Continuación)

MATERIAL	$e_p$	$c$	$\sigma_p$	$F$	$E$
AISI4340	0.45	-0.54	1200.08	-0.095	193116.77
AISI52100	0.18	-0.56	2586.39	-0.09	206910.82
9262Q280	0.41	-0.60	1220.77	-0.073	193116.79
9262Q410	0.38	-0.65	1855.30	-0.057	200013.79
H-11	0.08	-0.74	3172.63	-0.077	206910.82
AISI304	1.02	-0.77	2413.96	-0.15	186219.74
304-327	0.89	-0.69	2276.10	-0.12	172425.68
AISI310	0.60	-0.57	1655.29	-0.15	193116.77
AM350	0.33	-0.84	2800.20	-0.14	193116.77
18NI-200	0.30	-0.62	1655.29	-0.065	186219.74
350-496Q	0.098	-0.42	2689.84	-0.102	179322.71
18NI-250	0.80	-0.79	2138.08	-0.071	186219.74
18NI-300	0.60	-0.75	2241.53	-0.07	179322.71

---

## APENDICE C

### VALORES DE TENACIDAD A LA FRACTURA Y CONSTANTES DE PARIS Y FORMAN

#### C.1. INTRODUCCION

Para aplicar la teoría de mecánica de la fractura en el diseño de elementos estructurales o componentes de máquina y en análisis de propagación de grieta con el fin de determinar la vida útil y la vida residual de un componente, es necesario conocer las propiedades mecánicas del material que se involucran en un estudio de este tipo. Estas propiedades son el módulo de elasticidad, tenacidad a la fractura y las constantes de Paris y de Forman.

En la actualidad se han publicado, en manuales y libros de mecánica de la fractura, valores de las constantes de Paris, de Forman y de tenacidad a la fractura, para una amplia gama de materiales. En este Apéndice se presenta una tabla con valores de estas propiedades para algunos materiales utilizados en ingeniería.

**VALORES DE LAS CONSTANTES DE PARIS Y FORMAN  
PARA PROPAGACION DE GRIETAS POR FATIGA**

	NOMBRE	PARIS		FORMAN		Kc MPa m <sup>3/2</sup>	$\sigma_y$ MPa
		C	m	C	m		
1	Manten	0.1575E-08	3.43	0.3392E-06	3.11	121.00	324.0
2	RQC100	0.2800E-08	3.25	0.5216E-06	3.08	154.00	827.0
3	SAE1020	0.6900E-08	3.00	0.5550E-06	3.11	104.00	630.0
4	D6AC	0.2200E-04	2.55	0.7798E-07	2.74	125.00	324.0
5	A2024-T3	0.2748E-08	3.39	0.6313E-05	3.00	91.30	560.0
6	A2219-T8	0.1014E-06	3.18	0.2917E-05	3.02	44.00	345.0
7	A7075-T6	0.2748E-08	3.39	0.1052E-04	3.00	74.80	560.0
8	A2024-T3E	0.1210E-08	3.62	0.5	0.40	91.30	560.0
9	A2219-T8E	0.1804E-07	4.05	0.68	0.91	70.85	345.0
10	TI-6AL-4V	0.2172E-11	6.49	0.73	0.82	102.00	830.0
11	A2024-T851	0.5370E-08	4.21	0.0	0.00	30.77	0.0
12	A-286	0.1389E-08	3.32	0.3392E-06	3.11	121.00	324.0
13	Martens	0.1353E-06	2.25	0.0	0.00	165.00	689.0

NOTA: Los datos de esta tabla fueron tomados del *User's Manual for Fatigue and Fracture Analysis*, [EMCR, 1992]

---

## **APENDICE D**

### **TABLAS Y FIGURAS PARA EVALUACIÓN ANALÍTICA DE GRIETAS**

#### **C.1. INTRODUCCION**

En este Apéndice se presentan las tablas y figuras del código ASME que se utilizan en el segundo ejemplo del capítulo 5 "evaluación analítica de grietas superficiales circunferenciales en tuberías austeníticas clase 1 división 1".

TABLE IWB-3641-1  
ALLOWABLE END-OF-EVALUATION PERIOD FLOW  
DEPTH<sup>1</sup> TO THICKNESS RATIO  
FOR CIRCUMFERENTIAL FLAWS — NORMAL OPERATING (INCLUDING UPSET AND TEST) CONDITIONS

$P_m + P_b$ $S_m$ (Note (2))	Ratio of Flaw Length, $l_f$ , to Pipe Circumference (Note (3))						0.5 or Greater
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4		
1.5	(4)	(4)	(4)	(4)	(4)	(4)	(4)
1.4	0.75	0.40	0.21	0.15	(4)	(4)	(4)
1.3	0.75	0.75	0.39	0.27	0.22	0.19	0.19
1.2	0.75	0.75	0.56	0.40	0.32	0.27	0.27
1.1	0.75	0.75	0.73	0.51	0.42	0.34	0.34
1.0	0.75	0.75	0.75	0.63	0.51	0.41	0.41
0.9	0.75	0.75	0.75	0.75	0.59	0.47	0.47
0.8	0.75	0.75	0.75	0.75	0.55	0.53	0.53
0.7	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
≤ 0.6	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.63

NOTES:

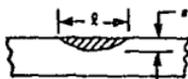
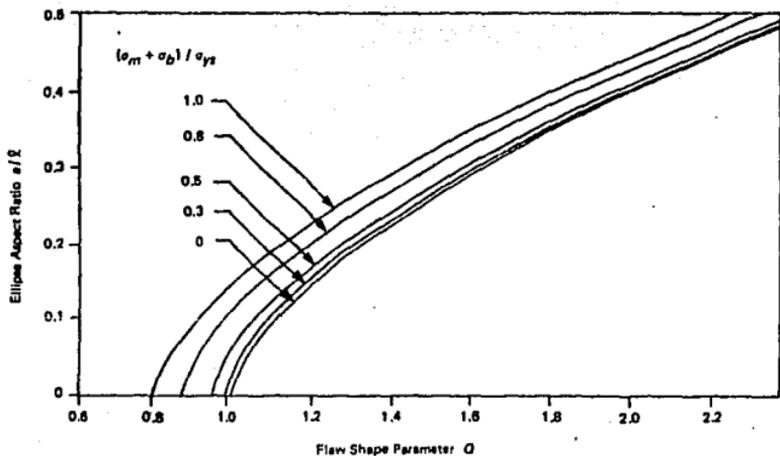
- Flaw depth =  $a_s$  for a surface flaw  
 $2a_s$  for a subsurface flaw  
 $t$  = nominal thickness  
Linear interpolation is permissible.
- $P_m$  = primary longitudinal membrane stress ( $P_m \leq 0.5 S_m$ )  
 $P_b$  = primary bending stress  
 $S_m$  = allowable design stress intensity (in accordance with Section III)
- Circumference based on nominal pipe diameter.
- IWB-3514.3 shall be used.

TABLE IWB-3641-2  
ALLOWABLE END-OF-EVALUATION PERIOD FLOW  
DEPTH<sup>1</sup> TO THICKNESS RATIO  
FOR CIRCUMFERENTIAL FLAWS —  
EMERGENCY AND FAULTED CONDITIONS

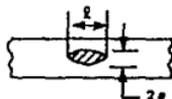
$P_m + P_b$ $S_m$ (Note (2))	Ratio of Flaw Length, $l_f$ , to Pipe Circumference (Note (3))							
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	1.0
3.0	(4)	(4)	(4)	(4)	(4)	(4)	(4)	(4)
2.8	0.75	0.46	0.24	0.17	0.13	(4)	(4)	(4)
2.6	0.75	0.75	0.39	0.27	0.22	0.19	0.17	0.17
2.4	0.75	0.75	0.54	0.38	0.30	0.26	0.24	0.24
2.2	0.75	0.75	0.68	0.48	0.38	0.33	0.30	0.29
2.0	0.75	0.75	0.75	0.58	0.46	0.40	0.35	0.35
1.8	0.75	0.75	0.75	0.67	0.54	0.47	0.41	0.40
1.6	0.75	0.75	0.75	0.75	0.62	0.53	0.46	0.46
1.4	0.75	0.75	0.75	0.75	0.69	0.60	0.51	0.51
≤ 1.2	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.66	0.56	0.59

NOTES:

- Flaw depth =  $a_s$  for a surface flaw  
 $2a_s$  for a subsurface flaw  
 $t$  = nominal thickness  
Linear interpolation is permissible.
- $P_m$  = primary longitudinal membrane stress ( $P_m \leq 1.0 S_y$ )  
 $P_b$  = primary bending stress. The sum ( $P_m + P_b$ ) shall not exceed  $2S_y$ , where  $S_y$  is the Section III specified minimum yield stress.  
 $S_m$  = allowable design stress intensity (in accordance with Section III)
- Circumference based on nominal pipe diameter.
- IWB-3514.3 shall be used.



(a) Surface Flaw



(b) Subsurface Flaw

$\sigma_{ys}$  = specified minimum yield strength  
 $l$  = major axis of ellipse circumscribing the flaw

FIG. A-3300-1 SHAPE FACTORS FOR FLAW MODEL

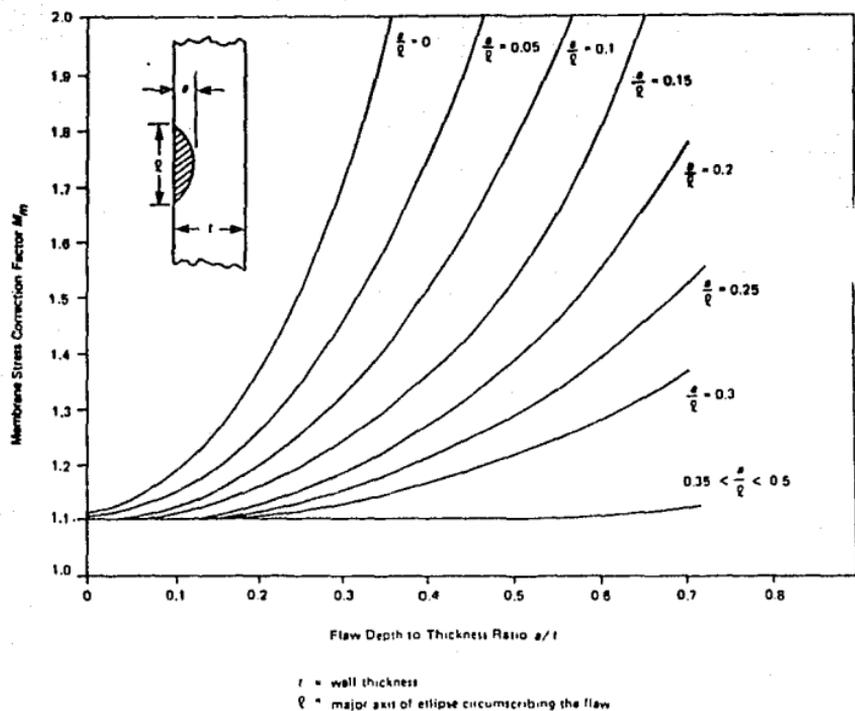
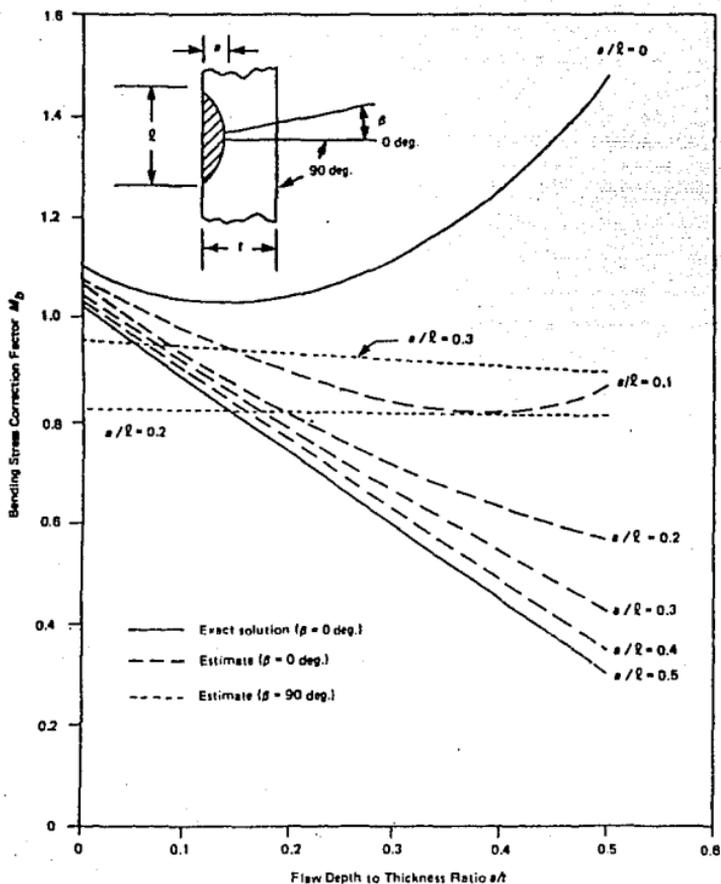


FIG. A-3300-3 MEMBRANE STRESS CORRECTION FACTOR FOR SURFACE FLAWS



$t$  = wall thickness  
 $R$  = major axis of ellipse circumscribing the flaw

FIG. A-3300-5 BENDING STRESS CORRECTION FACTOR FOR SURFACE FLAWS

---

## BIBLIOGRAFIA

- 1) Almen, J.(1986), *Residual Stresses and Fatigue Metals*, Mc Graw Hill, Estados Unidos.
- 2) Anderson, T. L. (1991), *Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications*, Department of Mechanical Engineering Texas, Texas.
- 3) ASME (1983), *ASME Boiler and Pressure Vessel Code an America National Standard*, ASME, New York.
- 4) ASTM (1961), *Properties and Selection of Metals*, Volumen 10: Metals Handbook, American Society for Metals, Estados Unidos.
- 5) Barsom, J. M. y Rolfe, S. T. (1987), *Fracture and Fatigue Control in Structures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs; Estados Unidos.
- 6) Bednar H. H. (1986), *Pressure Vessel Design Handbook*, Van Nostrand Reinhold, New York.

## Bibliografía

---

- 7) Beer F. P. y Jhonston E.R. (1979), *Mecánica de Materiales*, Mc Graw Hill, México.
- 8) Boressi, A. P. y Sidebottom, O. M. (1985), *Advanced Mechanics of materials*, Jhon Wiley & Sons, Estados Unidos.
- 9) Broek, D. (1984), *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, Martinus Nijhoff Publishers, Netherlands.
- 10) Brussat, T.R. (1974), *Rapid Calculation of Fatigue Crack Growth by Integration*, Fracture Toughness and Slow-Stable Cracking, ASTM STP 559, American Society for Testing and Materials, pp. 298-311.
- 11) De Vedia, L. A. (1986), *Mecánica de Fractura*, Comisión Nacional de Energía Atómica, Buenos Aires.
- 12) Díaz A. J. (1976), *Introducción al Diseño de Elementos de Máquinas*, ITESM, México.
- 13) EMRC, (1992), *User's Manual for Fatigue and Fracture Analysis*, Engineering Mechanics Research Corporation, Estados Unidos.
- 14) Ewalds, H. L. y Vanhill R. J. (1986), *Fracture Mechanics*, Edward Arnold, Estados Unidos.

- 15) ESDU 80036, (1980), *Use of Linear Elastic Fracture Mechanics In Estimating Fatigue Crack Growth Rates and Residual Strength of Components*, Inglaterra.
- 16) Fener, R. T. (1986), *Engineering Elasticity*, Ellis Horwood Limited, Inglaterra.
- 17) Fühning, H. y Seeger T. (1984), *Fatigue Crack Growth Under Variable Amplitude Loading*, Subcritical Crack Growth Due to Fatigue Stress Corrosion and Creep, L.H. Larson, Joint Research Centre, ISPRA Italy, pp. 109-133.
- 18) Gamma, A. E. y Snow, D. W. (1979), *Prediction of Fatigue Crack Growth Under Spectrum Loads*, Fracture Mechanics, ASTM STP 677, C. W. Smith, Ed., American Society for Testing and Materials, pp. 320-338.
- 19) Glinka, G. (1979), *Effect of Residual Stresses on Fatigue Crack Growth in Steel Weldments Under Constant and Variable Amplitude Loads*, Fracture Mechanics, ASTM STP 677, C. W. Smith, Ed., American Society For Testing and Materials, pp. 198-214.
- 20) Harris, M. C. and Crede, E. C. (1976), *Shock & Vibration Handbook*, McGraw Hill, Estados Unidos.
- 21) Harvey J. F. (1985), *Theory and Desing of Pressure Vessels*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1985.

*Bibliografía*

---

- 22) Langer, B. F. (1972), *Criteria of the ASME Boiler and Pressure Vessel Code for Desing by Analysis in Section III and VIII, División 2*, Volumen II: Pressure Vessels and Piping, Desing and Analysis, ASME, New York.
- 23) Linch, T. C. (1975), *Metals, Composites and Refractory Material*, Volumen II: Handbook of Materials Science, CRC Press, Estados Unidos.
- 24) Majudmar, S. y Morrow, J.D. (1974), *Correlation Between Fatigue Crack Propagation y Low Cicle Fatigue Propieties*, Fracture Toughness and Slow-Stable Cracking, ASTM STP 559, American Society for Testin and Materials, pp. 159-182.
- 25) MCIC-HB-01 (1972), *Damage Tolerant Desing Handbook*, Air Force Material Laboratory, Wriugh-Patterson Air Force Base, Estados Unidos.
- 26) Morley A. (1945), *Resistencia de Materiales*, Editora Nacional, México.
- 27) Moss D. R. (1987), *Pressure Vessel Design Manual*, Gulf Publishing Company, Estados Unidos.
- 28) Murakami, Y. (1987), *Stress Intensity Factors Handbook*, Pegamon Press, New York.
- 29) Nelson, D. V. (1982), *Effects of Residual Stress on Fatigue Crack Growth*, Residual Stress Effects in Fatigue, ASTM STP 776, American Society for Testing and materials, pp. 172-194.

- 30) Parker A. P. (1982), *Stress intensity Factors, Crack Profiles, and Fatigue Crack Growth Rates in Residual Stress Fields*, residual Stress Effects in Fatigue, ASTM STM 776, American Society for Testing and Materials, pp. 13-31.
- 31) Paterson R. E. (1953), *Stress Concentration Desing Factors*, John Wiley and Sons Inc., New York.
- 32) Peckner, D. and Bernstein, M.I. (1977), *Handbook of Stainless Steels*, McGraw-Hill Book Company, Estados Unidos.
- 33) SAE (1968), *Fatigue Desing Handbook*, Society of Automotive Engineers, Estados Unidos
- 34) Shanley F.R. (1974), *Mecánica de Materiales*, Mc Graw Hill, México.
- 35) Shigley J.E. (1977), *Mechanical Engineering Desing*, Mc Graw Hill, Estados Unidos.
- 36) Shigley J.E. y Mitchel L.D. (1990), *Diseño en Ingeniería Mecánica*, McGraw-Hill, México.
- 37) Shin-Ichi Nishida (1982), *Failure Analysis in Engeering Aplication*, Butterworth Heinemann, Tokyo.
- 38) Sinclair, G. (1993), *Structural Reliability Through Fracture Mechanics*, Mechanical Engineering, Vol. 115, No. 6, Estados Unidos 1993.

## Bibliografía

---

- 39) Smith, P. y Van Laan, T. (1987), *Piping and Pipe Support Systems*, Mc Graw Hill, Estados Unidos.
- 40) Thielsch, H. (1982), *Defectos y Roturas en Recipientes a Presión y Tuberías*, URMO S.A. de Ediciones, España.
- 41) Timoshenko, S.P. (1979), *Mecánica de Materiales*, UTEHA, México.
- 42) Timoshenko S. P. (1976), *Strength of Materials, Part II*, Robert E. Krieger Publishing Company Huntington, New York.
- 43) Toda, H., Paris, P.C. y Irwin, G. R. (1985), *The stress Analysis of Cracks Handbook*, Paris Productions, Inc., Estados Unidos.
- 44) Torres, G. J. y Ortiz, M. T. (1993), *Aplicación de Mecánica de la Fractura y Fatiga en el Análisis de Falla de Componentes*, BOLTINIE, Vol. 17 No. 5, Septiembre/Octubre.