



11  
2ej

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

---

FACULTAD DE CIENCIAS

MODELO ACTUARIAL PARA EL CALCULO  
DE LA PRIMA DE TARIFA DEL SEGURO  
OBLIGATORIO DE RESPONSABILIDAD  
CIVIL DEL AUTOMOVILISTA

T E S I S  
Que para obtener el Título de  
A C T U A R I O  
p r e s e n t a:

**RAFAEL CAMPOS TENORIO**

México, D. F.

1993

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# MODELO ACTUARIAL PARA EL CALCULO DE LA PRIMA DE TARIFA DEL SEGURO OBLIGATORIO DE RESPONSABILIDAD CIVIL DEL AUTOMOVILISTA

## INDICE

INTRODUCCION . . . . .	1
1. - ANTECEDENTES HISTORICOS DEL SEGURO . . . . .	7
2. - EL SEGURO OBLIGATORIO DE RESPONSABILIDAD CIVIL . . . . .	13
2.1 DEFINICION . . . . .	13
2.1.1 DEFINICION DE RESPONSABILIDAD CIVIL . . . . .	13
2.1.2 DEFINICION DE SEGURO . . . . .	15
2.1.3 DEFINICION DE SEGURO DE RESPONSABILIDAD CIVIL . . . . .	17
2.2 EL SEGURO OBLIGATORIO DE RESPONSABILIDAD CIVIL EN EUROPA Y NORTEAMERICA . . . . .	17
2.2.1 BELGICA . . . . .	17
2.2.2 FRANCIA . . . . .	19
2.2.3 REINO UNIDO . . . . .	23
2.2.4 PAISES BAJOS . . . . .	24
2.2.5 SUECIA . . . . .	25
2.2.6 SUIZA . . . . .	27
2.2.7 ALEMANIA . . . . .	28
2.2.8 LA COMUNIDAD ECONOMICA EUROPEA . . . . .	30
2.2.9 ESTADOS UNIDOS . . . . .	32
2.2.10 QUEBEC . . . . .	33
3. - EL SEGURO OBLIGATORIO DE RESPONSABILIDAD CIVIL DEL AUTOMOVILISTA EN MEXICO . . . . .	34
3.1 ANTECEDENTES . . . . .	34
3.2 SITUACION ACTUAL . . . . .	36

4.-	MODELO TEORICO PARA CALCULO . . . . .	39
4.1	DEFINICION DE VARIABLES . . . . .	39
4.2	CONSTRUCCION DEL MODELO . . . . .	40
4.2.1	MODELO DE CALCULO PARA LA PRIMA BASICA . . . . .	42
4.2.1.1	DETERMINACION DE $\phi_{(x)}$ . . . . .	43
4.2.1.2	DETERMINACION DE $\psi_{(x)}$ . . . . .	45
4.2.1.3	DETERMINACION DE LA PRIMA DE RIESGO . . . . .	48
4.2.1.4	DETERMINACION DE LA PRIMA BASICA DE TARIFA . . . . .	50
4.2.2	METODO PARA SELECCION DE VARIABLES . . . . .	51
4.3	CONSIDERACIONES ACERCA DE LA INCLUSION DE UN SISTEMA BONUS-MALUS . . . . .	54
5.-	APLICACION CON DATOS REALES . . . . .	56
5.1	ESTADISTICA UTILIZADA . . . . .	56
5.2	CALCULO DE LA PRIMA BASICA . . . . .	58
5.2.1	DETERMINACION DE LA FRECUENCIA . . . . .	58
5.2.2	DETERMINACION DEL COSTO MEDIO POR SINIESTRO . . . . .	59
5.2.3	DETERMINACION DE LA PRIMA DE RIESGO . . . . .	60
5.2.4	DETERMINACION DE LA PRIMA BASICA DE TARIFA . . . . .	61
5.2.5	DETERMINACION DE LAS VARIABLES RELEVANTES PARA DISTINGUIR NIVELES DE PRIMA . . . . .	62
6.-	CONCLUSIONES . . . . .	67
7.-	ANEXOS	
ANEXO I.-	FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL . . . . .	69
ANEXO II.-	FUNCION DE DISTRIBUCION DE POISSON . . . . .	71
ANEXO III.-	FUNCION DE DISTRIBUCION DE PARETO . . . . .	74
ANEXO IV.-	ANALISIS DE REGRESION . . . . .	77
ANEXO V.-	RESULTADOS DE LA REGRESION LINEAL MULTIPLE . . . . .	84
	BIBLIOGRAFIA . . . . .	89

## INTRODUCCION

La tendencia actual de la Economía Mundial muestra claramente un proceso de globalización en la economía de los países tanto a nivel de bloques regionales como a nivel mundial.

Dentro de este contexto, México no puede ser la excepción, pues esto significaría regresar a un aislamiento que en el pasado ha mostrado tener serias deficiencias y provocar atraso en el desarrollo general del país. Para evitarlo, se ha comenzado un proceso de integración de nuestra economía con respecto a las de otros países, proceso que debe darse en todos los aspectos de la vida económica, como fue propuesto en el Plan Nacional de Desarrollo 1989-1994, por el Presidente, Lic. Carlos Salinas de Gortari.

Dentro de este proceso de integración, se abarca a todos los sectores de la actividad económica y el sector asegurador no puede ser la excepción. Para lograr el fortalecimiento de la actividad aseguradora, durante el presente sexenio se fijaron como metas: "examinar cuidadosamente la reglamentación relativa a banca y crédito, instituciones de seguros ... para garantizar el sano y eficiente funcionamiento de los mercados y el control del sistema con la autonomía de gestión y la flexibilidad necesarias para su crecimiento y adecuación a las nuevas condiciones económicas y financieras", así como, "promover decididamente la actividad aseguradora".

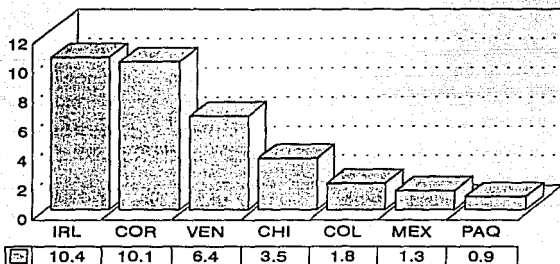
Debemos tomar en cuenta que el sector asegurador en México muestra señales de tener poco desarrollo al compararlo con otros países, por ejemplo, en México la participación de primas de seguros con respecto al PIB es del 1.3% mientras que en otros países de Latinoamérica se alcanzan niveles de 6.4%, como es el caso de Venezuela; y con respecto a países Europeos la diferencia es aún mayor, pues en ellos se alcanzan niveles del 10% como es el caso de Irlanda. En la Grafica 1 se muestra el nivel de participación de Primas en el PIB en el año de 1989 para algunos países.

---

<sup>1</sup>Salinas de Gortari, Carlos; PLAN NACIONAL DE DESARROLLO 1989-1994; Secretaría de Programación y Presupuesto, México 1989 pp.67 y 68

# GRAFICA 1

## PARTICIPACION DE PRIMAS EN EL PIB

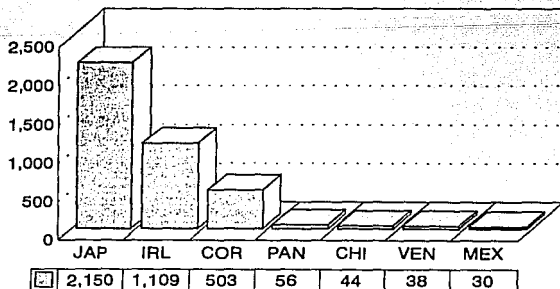


FUENTE: Sigma/Swiss No 2/91

01

# GRAFICA 2

## PRIMAS PER CAPITA



FUENTE: Sigma/Swiss No 2/91

02

Además, podemos observar que en México no existe una cultura del Seguro desarrollada como es el caso de otros países, ya que mientras en México se tienen niveles de Primas Per Capita de U.S.\$30.00, en Panamá es de U.S.\$56.00, en Gran Bretaña U.S.\$1336.00 y en Japón se alcanzan los U.S.\$2150.00. En la Grafica 2 se muestra el nivel de Primas Per Capita de algunos países para el año de 1989.

Podemos observar que México presenta niveles bajos en ambos casos al comparársele con otros países. Esto hace necesario que frente a un proceso de globalización de la economía deban buscarse instrumentos que permitan incrementar el mercado interno de seguros y por tanto su participación en el PIB así como promover una cultura del seguro que permita elevar el nivel de Primas Per Capita.

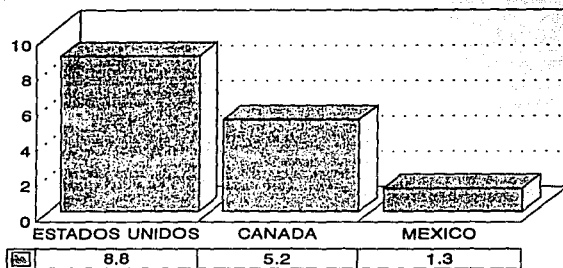
El esfuerzo más importante para impulsar la globalización de la economía mexicana esta representado por el Tratado de Libre Comercio con Estados Unidos y Canadá. Dentro del Tratado se prevé una apertura total para la industria del Seguro en un plazo de 6 años a partir de la fecha en que el Tratado entre en vigor, es decir, considerando que el Tratado debe entrar en vigor el 1 de Enero de 1994, para el primero de Enero de 2000, el mercado asegurador estará completamente abierto a la participación de empresas Estadounidenses y Canadienses en México. Esto nos muestra la gran importancia que tiene el impulsar a la industria aseguradora en México. Debemos tomar en cuenta además que el sector asegurador mexicano es especialmente débil al comparársele con Estados Unidos y Canadá, como puede observarse al comparar Participación de Primas en el PIB (Grafica 3) y Primas Per Capita (Grafica 4) en estos tres países.

Dentro de los esquemas de Seguros a nivel mundial tiene gran importancia el Seguro Obligatorio de Responsabilidad Civil del Automovilista, precisamente por su condición de obligatoriedad en gran cantidad de países, entre los que se cuentan Canadá y la mayoría de los estados de la Unión Americana.

El Seguro Obligatorio de Responsabilidad Civil del Automovilista cuenta con características propias que lo convierten en un caso especial dentro de los seguros de daños, como es el hecho de que representa el "prototipo" de los seguros masivos a nivel mundial.

# GRAFICA 3

## PARTICIPACION DE PRIMAS EN EL PIB

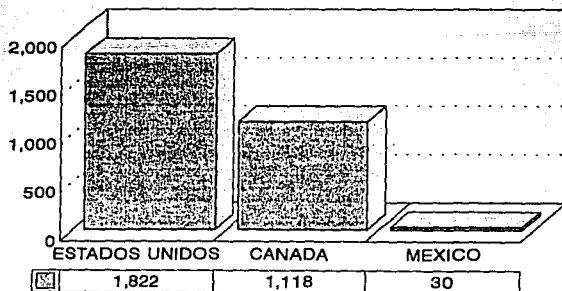


FUENTE: Sigma/Swiss Re 2/91

03

# GRAFICA 4

## PRIMAS PER CAPITA



FUENTE: Sigma/Swiss Re 2/91

04

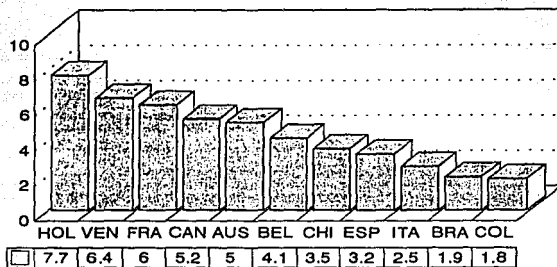


Además, este tipo de seguro representa una herramienta eficaz para apoyar la creación de una "Cultura del Seguro" y para impulsar el desarrollo del sector. Esto es notorio cuando observamos el nivel de Participación en el PIB (Grafica 5) y de Primas Per Capita (Grafica 6) que existen en países que cuentan con este tipo de Seguro.

El objetivo de la presente tesis es dar a conocer los antecedentes que existen de este tipo de seguro en México y presentar un modelo de tarificación para el Seguro Obligatorio de Responsabilidad Civil del Automovilista apropiado para México. Para lo anterior, se define primero a este seguro y subsecuentemente se presenta un análisis resumido de las principales características de este tipo de seguro en Europa y Norteamérica para poder de esta manera plantear la situación en México. Finalmente, se propone un modelo para el cálculo de la prima de tarifa de este tipo de seguro en México. Posteriormente se presentará un ejemplo práctico de la aplicación del modelo con los datos disponibles actualmente. Por último se presentan algunas conclusiones derivadas de este estudio.

## GRAFICA 5

### PARTICIPACION DE PRIMAS EN EL PIB

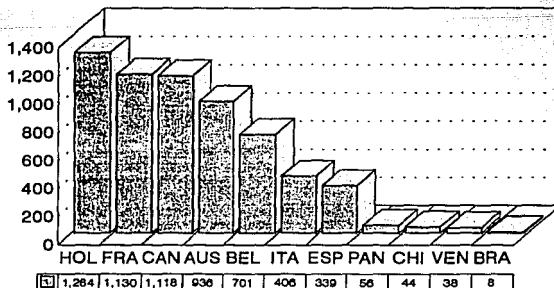


FUENTE: Sigma/Swiss Re 2/81

03

## GRAFICA 6

### PRIMAS PER CAPITA



FUENTE: Sigma/Swiss Re 2/81

04

## 1.-ANTECEDENTES HISTORICOS DEL SEGURO

Desde la antigüedad, el hombre ha creado mecanismos por medio de los cuales ha intentado protegerse de aquellos eventos probables que pudieran causarle un perjuicio. En estos mecanismos podemos encontrar los antecedentes más remotos del Seguro.

Como ejemplo de estos mecanismos podemos citar el "Contrato de Préstamo a la Gruesa", utilizado en la India en el siglo VI A.C. y en Babilonia, Grecia y Roma a partir del siglo IV A.C. En este tipo de contrato, un mercader recibía un préstamo para efectuar un viaje y comprar mercancía, si el cargamento se perdía en el mar, el mercader no tenía la obligación de pagar el préstamo, pero en cambio, si el cargamento llegaba a su destino sano y salvo, debía regresar la cantidad prestada más un elevado interés. El interés pagado puede interpretarse como un antecedente de la prima de seguro.

Asimismo en el puerto marítimo de Rodas, según las Leyes eran "obligaciones de los cargadores de contribuir a la indemnización de los graves daños causados en perjuicio común en caso de tempestad, o rescate de buque apresado por enemigos o piratas".<sup>1</sup>

En Roma existieron Sociedades Funerarias que a cambio de una cuota de ingreso más una aportación mensual, pagaban los gastos funerarios de los asociados al ocurrir el fallecimiento de alguno de ellos.

Aún cuando en la antigüedad encontramos los antecedentes ya citados, no podemos considerar que existiera la noción de "Seguro" propiamente dicha pues se basaban en principios de asistencia mutua y seguridad social más que en espíritu de lucro y de ganancia como lo es el seguro.

En el siglo XIII, se da un impulso definitivo al nacimiento del Seguro con una Decretal del Papa Gregorio IX del año 1230 prohibiendo expresamente el

---

<sup>1</sup> Minzoni Consorti, Antonio; CRÓNICA DE DOSCIENTOS AÑOS DEL SEGURO EN MEXICO, C.N.S.F., México, 1991

Contrato de Préstamo a la Gruesa. La búsqueda de una nueva forma de protección al comercio marítimo que no estuviera sujeta a la Decretal Papal dio origen al desarrollo de los primeros esquemas de Seguro propiamente dichos.

Como resultado de lo anterior, en Italia en el año de 1347, encontramos el primer documento escrito que puede considerarse como una póliza de Seguro. Durante este período se dan los primeros intentos por reglamentar la actividad aseguradora, lo cual nos indica que esta actividad debe haber cobrado gran importancia en aquella época. De todos estos intentos cabe destacar las Ordenanzas de Barcelona de 1435 que representan el primer código general para la actividad aseguradora y que permanecerían en vigor hasta 1536.

En el año de 1666, la ciudad de Londres sufrió un incendio que prácticamente arrasó con la ciudad. A raíz de este hecho, aparece el Seguro contra Incendio. En esta misma época y también en Londres, comienza la actividad de Lloyd's, en sus inicios una cafetería propiedad de Edward Lloyd en donde se reunían mercaderes, banqueros y suscriptores de riesgos.<sup>2</sup> A esta cafetería acudían las personas que deseaban obtener un seguro, especialmente los mercaderes que buscaban proteger su barco y mercancías.

Durante el siglo XVIII, se da un gran desarrollo de los seguros, fundándose gran cantidad de compañías en diferentes países, como ejemplos podemos citar a la Cámara General de Seguros de París, la Compañía Sun y la Real Sociedad de Cambios y Seguros del Reino Unido, la Philadelphia Contributionship y la Presbyterian Minister's Fund en Estados Unidos y la Compañía de Seguros Marítimos de Nueva España, que tendría una existencia efímera. En este siglo también se llevó a cabo la reorganización de Lloyd's, con lo cual dejó de ser un sitio de reunión para convertirse formalmente en una sociedad constituida por suscriptores de riesgos.

En el siglo XIX, el sector asegurador continúa con un crecimiento que obliga a los países a reglamentar la actividad de los aseguradores. En México, especialmente durante el Imperio de Maximiliano, se da un gran

---

<sup>2</sup> 'underwriters' en inglés.

impulso a la actividad aseguradora creándose las primeras aseguradoras que llegarían a tener presencia duradera en nuestro país.

Finalmente, en el siglo XX se ha visto un crecimiento que puede considerarse como explosivo del sector asegurador, por ejemplo podemos citar que en Estados Unidos el sector creció a un ritmo promedio del 8.2% anual desde 1910 hasta 1982. A nivel mundial, el sector ha crecido de manera similar con lo cual en la actualidad puede ser considerada como una actividad de gran importancia a nivel mundial. En México, el sector asegurador ha experimentado un rápido crecimiento, observándose un crecimiento de 235% en términos reales de 1970 a 1990. A pesar de esto no ha llegado a niveles como los que existen en otros países. Esto es especialmente notorio al comparar la participación del sector asegurador en el PIB del país.

En cuanto al seguro de automóviles, específicamente, encontramos el primer antecedente en el Seguro de Responsabilidad Civil por el uso de Carretas que fue creado en Francia a fines del siglo pasado. Posteriormente, con la introducción y proliferación de los vehículos automotores, este seguro se convertiría en seguro de Responsabilidad Civil del Automovilista. En este siglo, muchos países convierten a este seguro en obligatorio, siendo los primeros Finlandia en 1925, Noruega en 1926 y Dinamarca en 1927. A partir de entonces, este seguro ha ido extendiéndose hasta el momento actual en que todos los países europeos y muchos países de otros continentes lo han adoptado.

En los últimos años, se ha desarrollado paralelamente a la industria del Seguro una actividad comúnmente llamada "Administración de Riesgos". Esta actividad es definida por ITSEMAP como "la función empresarial cuyo objetivo es la conservación de los activos y del poder de generación de beneficios mediante la minimización a largo plazo del efecto financiero de las pérdidas accidentales".<sup>3</sup> Para cumplir con esto, los administradores de riesgos utilizan un método que comienza con la Identificación del riesgo para posteriormente Clasificarlo y Evaluarlo, una vez logrado esto, deben tomar decisiones que conduzcan a la Reducción del riesgo, a su Retención y/o su Transferencia a terceros. Aún cuando la definición anterior está

---

<sup>3</sup> Gerencia de Riesgos, Número 25, 1er. Trimestre 1989; ITSEMAP, España, 1989

enfocada a empresas, esta técnica no se circunscribe únicamente a ellas sino que puede ser aplicada por particulares obteniéndose en algunos casos resultados muy satisfactorios.

Como ejemplo, aplicaremos esta técnica al caso específico de un automovilista:

- a) **Identificación del Riesgo.** Todo automovilista está expuesto a sufrir diversos percances por el hecho mismo de conducir un automóvil. Dentro de estos percances podemos incluir, entre otros, la colisión, el vuelco, el atropellamiento de un peatón. Estos conllevan un efecto doble, por un lado, los daños a la propiedad personal y por otro, los que se puedan causar a terceros como consecuencia del percance. En el caso de la presente tesis, nos abocaremos a los daños causados a terceros a consecuencia del percance o siniestro, es decir, para nuestros propósitos hemos identificado al riesgo como la posibilidad de causar un daño a una tercera persona como consecuencia de un accidente automovilístico.
- b) **Clasificación del Riesgo.** Existen diversas clasificaciones para los riesgos. En nuestro caso diremos que por su *Afectación*, el riesgo que nos interesa es un *Riesgo Patrimonial*, pues sus consecuencias son económicas, principalmente. Además, por su *Causa* puede ser considerado como un *Riesgo Puro*, y dentro de este tipo de riesgos es considerado un *Riesgo Derivado de la Ley*, debido a que en la ley se establece la obligación de responder por los daños causados a terceros.
- c) **Evaluación del Riesgo.** Los daños que se causen al tercero pueden ser de muy diversa magnitud. Puede darse el caso de una colisión sin mayores consecuencias o hasta una colisión múltiple en la que se dañen varios automóviles diferentes, resulten personas lesionadas o muertas y hasta daños a la nación. Los daños causados a los otros automóviles pueden en algunos casos ocasionar hasta la imposibilidad práctica de repararlos satisfactoriamente. Si además hubo personas lesionadas, el monto de los daños causados puede verse aumentado con pago de médicos, medicamentos, hospitalización, enfermeras y si desafortunadamente, la persona falleciera con pagos

de indemnizaciones a los deudos. En resumen, aunque el monto de los daños pueda considerarse como pequeño en promedio, siempre cabe la posibilidad de causar daños por un valor muy elevado.

- d) Decisiones para reducir el Riesgo. Las medidas que se pueden tomar para reducir el riesgo están relacionadas con solo dos conceptos: Prevención y Precaución. En estos dos conceptos se engloban desde el dar un mantenimiento adecuado al vehículo para evitar fallas que pudieran repercutir en siniestros, hasta manejar respetando el reglamento de tránsito en todos sus aspectos, así como evitar manejar en condiciones de cansancio extremo, en estado de ebriedad o bajo la influencia de otras sustancias tóxicas. Estas medidas, aunque ayudan a disminuir el riesgo y también contribuyen a disminuir el posible impacto económico de los daños causados en un accidente, de ninguna manera son una panacea que elimine completamente el riesgo de causar daños a un tercero.
- e) Decisión de Retención o Transferencia del Riesgo. Una persona que conduzca un automóvil debe estar consciente del riesgo que corre de causar daños a un tercero y debe tomar en cuenta el posible monto de los daños que pueda causar. No todos los automovilistas son personas cuya solvencia económica pueda considerarse 'a toda prueba', es decir, debe tomarse en cuenta que siempre están expuestos a sufrir un percance cuyas consecuencias sean mayores a su capacidad económica y que pongan en peligro su patrimonio. Así pues, un automovilista puede decidir retener una porción del riesgo que corre, pero difícilmente puede retener en su totalidad la responsabilidad por los daños causados en caso de un siniestro. Como consecuencia de lo anterior, todo automovilista debe considerar la opción de transferir el riesgo, por lo menos en la proporción en que pudiera ser mayor a su capacidad económica.

Como conclusión, la teoría de la Administración de Riesgos, al completar su análisis nos recomendaría tomar la decisión de Transferir el riesgo o al menos una porción de él. La manera más usual de transferir el riesgo es la adquisición de una póliza de seguro que cubra el riesgo de causar daños a un tercero.

De lo anterior podemos observar que la Administración de Riesgos constituye una actividad complementaria a los seguros cuyo objetivo final es minimizar el impacto económico de las pérdidas accidentales buscando los esquemas de protección más económicos.



## 2.- EL SEGURO OBLIGATORIO DE RESPONSABILIDAD CIVIL

### 2.1 DEFINICION

Siendo el seguro de Responsabilidad Civil un concepto complejo, se definirá en primer término lo que es la Responsabilidad Civil, posteriormente se definirá el Seguro en general para finalmente dar paso a la definición del Seguro de Responsabilidad Civil.

#### 2.1.1 DEFINICION DE RESPONSABILIDAD CIVIL

El vocablo responsabilidad proviene de la voz latina *spondeo* o *respondere* que significan responder, hacerse responsable de alguna cosa. De acuerdo con el Diccionario Jurídico de J. Escriche, responsabilidad es "La obligación de reparar y satisfacer por sí o por otro, cualquier pérdida o daño que se hubiere causado a un tercero a consecuencia de delito, de una culpa o de otra causa legal."<sup>1</sup>

Dentro de este contexto, la Responsabilidad Civil es definida como "La obligación que tiene una persona de indemnizar a otra, por los daños y perjuicios que se le causaron".<sup>2</sup> Así pues podemos considerar que la Responsabilidad Civil existe en todos aquellos casos en que una persona tenga que reparar un perjuicio por un daño que haya causado a un tercero. Es importante aclarar que se supone un daño de carácter privado, es decir, el tercero afectado debe ser un particular y no debe existir una trascendencia del daño a la sociedad, pues de ocurrir esto último se trataría de un caso de Responsabilidad Penal que debe ser tratado en forma diferente.

---

<sup>1</sup>J. Escriche citado por Ramirez Ramirez, Benjamin: LA RESPONSABILIDAD CIVIL DEL AUTOMOVILISTA EN MEXICO Y EL SEGURO OBLIGATORIO; Facultad de Derecho, U.N.A.M., 1963.

<sup>2</sup>Colln y Capitant citados por Ramirez Ramirez, Benjamin: LA RESPONSABILIDAD CIVIL DEL AUTOMOVILISTA EN MEXICO Y EL SEGURO OBLIGATORIO; Facultad de Derecho, U.N.A.M., 1963.

La obligación de reparar un daño puede surgir de dos fuentes distintas, por lo cual se distingue una Responsabilidad Contractual y una Responsabilidad Extracontractual.

Se considera Responsabilidad Contractual cuando existe un deudor y un acreedor, es decir, una obligación preexistente (contrato previo) entre las partes, la falta de cumplimiento de esa obligación dará lugar a la Responsabilidad.

Por otra parte, la Responsabilidad Extracontractual existirá cuando una persona cause un daño a otra respecto de la cual no estaba ligada por ningún vínculo anterior. Es decir no existe un contrato previo pero al momento en que se causa un daño nace la obligación de repararlo.

En el caso específico de un accidente automovilístico, pueden causarse daños y perjuicios tanto en los bienes como en las personas de los participantes en el accidente que dan lugar a responsabilidades de carácter civil, penal o de ambas. En nuestro caso nos abocaremos a aquellos casos que dan lugar a responsabilidad civil.

En estos casos podemos darnos cuenta de que en realidad se originó una Responsabilidad Civil Extracontractual por los daños causados. Esta responsabilidad se limitará a la restitución del daño o, en su caso, a la indemnización de los perjuicios. De acuerdo con el Código Civil mexicano, "La reparación del daño debe consistir a elección del ofendido en el restablecimiento de la situación anterior, cuando ello sea posible, o en el pago de daños y perjuicios".<sup>3</sup>

En resumen, al ocurrir un accidente de tránsito se origina una Responsabilidad Civil por parte del conductor del vehículo culpable del accidente, quien deberá restituir el daño o indemnizar los perjuicios creados.

---

<sup>3</sup> CODIGO CIVIL PARA EL DISTRITO FEDERAL EN MATERIA COMUN Y PARA TODA LA REPUBLICA EN MATERIA FEDERAL; Artículo 1915

### 2.1.2 DEFINICION DE SEGURO

Con objeto de poder definir al seguro se revisarán algunas definiciones dadas por diversas personas e instituciones para finalmente poder concretizar una que sirva de base para el presente trabajo.

De acuerdo con la Ley del Contrato del Seguro, éste se define como:

"Por el contrato de seguro la empresa aseguradora, se obliga mediante una prima a resarcir un daño o a pagar una suma de dinero al verificarse la eventualidad prevista en el contrato".

Robert Riegel define al seguro "como una combinación de individuos que aceptan pagar pequeñas contribuciones para remunerar a quienes sufran pérdidas que pueden ser previstas y calculadas."<sup>4</sup>

De acuerdo con Newton L. Bowers, "Un sistema de seguro es un mecanismo para reducir el impacto financiero adverso de eventos aleatorios que evitan el cumplimiento de expectativas razonables."<sup>5</sup>

Encontramos también otras definiciones de Seguro como son:

"Contrato por el cual una persona, natural o jurídica, se obliga a resarcir pérdidas o daños que ocurran en las cosas que corren un riesgo."<sup>6</sup>

"El seguro puede definirse como la institución económico-social, fundamentada en el principio de solidaridad, que se propone diluir entre los elementos constitutivos de un grupo el valor económico de los daños experimentados por algunos de ellos a causa de un suceso fortuito a cuyas consecuencias estaban todos igualmente expuestos y contra los cuales se protegen de esta manera."<sup>7</sup>

---

<sup>4</sup> Riegel, Robert; SEGUROS GENERALES, PRINCIPIOS Y PRACTICA  
Cia. Editorial Continental, S.A. México, 1965

<sup>5</sup> Bowers, Newton L., Gerber, Hans U., et al.; ACTUARIAL MATHEMATICS  
The Society of Actuaries, E.E.U.U. 1985, pp. 1

<sup>6</sup> ENCICLOPEDIA UNIVERSAL ILUSTRADA EUROPEO-AMERICANA; Tomo LIV, pp. 1531  
Madrid 1974

<sup>7</sup> ENCICLOPEDIA HISPANICA; Vol 13 pp.160; México 1990.

"El seguro es el instrumento que se ha desarrollado para manejar los riesgos. Su función primaria es sustituir certeza por incertidumbre respecto al costo económico de eventos desastrosos."<sup>8</sup>

En las definiciones anteriores encontramos los elementos esenciales para definir el seguro, éstos son:

- a) El Riesgo. Es un evento aleatorio cuya ocurrencia provocaría pérdidas económicas que pueden ser medidas objetivamente. A la realización del evento se le llama Sinistro.
- b) Asegurado. Es una persona, física o moral, expuesta a la ocurrencia de un siniestro. De ocurrir dicho siniestro, sufría una afectación en su patrimonio.
- c) Asegurador. Es una persona física o moral que acepta cubrir las pérdidas económicas sufridas por el asegurado debido a la ocurrencia del siniestro, a cambio de una cantidad llamada Prima que el asegurado paga por adelantado.
- d) Bien Asegurado. Es un bien propiedad del asegurado que sería afectado por la ocurrencia del siniestro. En términos generales, el riesgo se cubre en relación a un bien.

En base a las definiciones expuestas y buscando considerar todos los elementos mencionados, la definición de Seguro que utilizaremos es la siguiente:

"Seguro es el contrato por medio del cual una persona física o moral (asegurador) acepta restituir a otra persona (asegurado) el monto de los daños económicos causados por la ocurrencia de un evento incierto (riesgo) a la cual está sujeta la segunda persona a cambio del pago por adelantado de una cantidad de dinero (prima)."

---

<sup>8</sup> THE NEW ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA, Vol. 21 pp.678; Londres, 1985

### 2.1.3 DEFINICION DE SEGURO DE RESPONSABILIDAD CIVIL

El seguro de Responsabilidad Civil, será aquel contrato de Seguro en el cual el Asegurador acepta cubrir las indemnizaciones a que se vea obligado el Asegurado como consecuencia de un daño que éste último haya causado a un tercero ya sea en sus bienes o en su persona.

Este tipo de Seguro tiene como objetivo proteger el patrimonio del Asegurado del riesgo que implica la posibilidad de causar un daño a un tercero por la ocurrencia de un accidente.

Debido a que la Responsabilidad Civil puede surgir como consecuencia de muchos y muy diversos motivos, para efectos del presente trabajo, nos ocuparemos del Seguro de Responsabilidad Civil del Automovilista, el cual limita sus efectos a aquellos daños que cause el asegurado como consecuencia de la conducción de un automóvil, es decir, aquellos daños causados a consecuencia de un accidente de tránsito.

### 2.2 EL SEGURO OBLIGATORIO DE RESPONSABILIDAD CIVIL EN EUROPA Y NORTEAMERICA

El seguro de Responsabilidad Civil Obligatorio es utilizado en la mayoría de los países considerados como desarrollados. A continuación se presentan las principales características con las que opera este tipo de seguro en algunos de dichos países, principalmente en Europa y Norteamérica.

#### 2.2.1 BELGICA

En Bélgica, se utiliza una tarifa máxima oficial que clasifica a los automóviles en dos categorías:

- 1) Los que entraron en circulación después del 1ero. de Julio de 1971
- 2) Los que entraron en circulación antes de esa fecha.

La tarifa aplicable al primer grupo es conocida como "Tarifa Acorde a Potencia" y considera los siguientes factores:

- a) Potencia del vehículo
- b) Sistema Bonus-Malus
- c) Uso del Vehículo.

Para el segundo grupo se utiliza una tarifa conocida como "Tarifa Acorde a Capacidad Cúbica" que considera los siguientes factores:

- a) Capacidad Cúbica del Vehículo
- b) Sistema Bonus-Malus
- c) Uso del Vehículo
- d) Vehículos deportivos

La tarifa contempla una prima básica a la cual se le agrega una cantidad por cada Caballo de Fuerza que exceda los 70 o por cada centímetro cúbico de capacidad que exceda los 2,000 cc. según sea el caso de la tarifa aplicable.

A la cantidad resultante se le aplica un recargo o descuento según el sistema Bonus-Malus. El sistema utilizado en Bélgica contempla 18 clases y la tabla de descuento o recargo en prima de acuerdo al nivel se muestra en el cuadro 1. Los asegurados que no presentan reclamación durante el año son premiados con una disminución de una clase en el sistema, mientras aquellos que presentan reclamaciones son castigados con un aumento de dos clases por la primera reclamación y tres clases por cualquier reclamación subsecuente.

Los asegurados que utilizan su vehículo solo con fines privados ingresan en el nivel 6 del sistema Bonus-Malus, mientras aquellos que utilizan su vehículo con fines "profesionales" ingresan en el nivel 10.

Adicionalmente, en el caso de la Tarifa Acorde a Capacidad Cúbica, a los vehículos deportivos se les aplica un recargo de 40% sobre la prima básica para vehículos de uso profesional.

Las compañías de Seguros deben respetar esta Tarifa como límite máximo y no pueden utilizar una tarifa que sea menor al 90% de la oficial.

CUADRO 1

SISTEMA BONUS-MALUS UTILIZADO EN BEGICA	
CLASE	NIVEL DE PRIMA
18	200
17	160
16	140
15	130
14	120
13	115
12	110
11	105
10	100
9	100
8	95
7	90
6	85
5	80
4	75
3	70
2	65
1	60

### 2.2.2 FRANCIA

En Francia las aseguradoras tienen libertad de diseñar sus propios esquemas tarifarios siempre y cuando cumplan con los criterios impuestos por el Ministère de l'Economie, des Finances et du Budget. Los criterios principales a considerar para el cálculo de prima son:

- a) Características del vehículo

- b) Area Geográfica
- c) Uso del Vehículo
- d) Millaje Anual
- e) Sistema Bonus-Malus

En la práctica, la mayor parte de los aseguradores utilizan un esquema tarifario muy parecido al recomendado por el Groupement Technique Accidents que se describe a continuación:

- a) Los vehículos se clasifican en 15 grupos, numerados del 2 al 16, basándose principalmente en la potencia del vehículo.
- b) Los asegurados son clasificados en 5 áreas geográficas numeradas del 2 al 6 de acuerdo a su lugar principal de residencia.
- c) En base a los dos criterios anteriores, se determina una puntuación básica, utilizando el cuadro 2.1.

CUADRO 2.1

TABLA DE PUNTOS BASICOS UTILIZADA EN FRANCIA					
GRUPO VEHICULO	AREA				
	2	3	4	5	6
2 - 4	16	20	21	24	26
5 - 6	20	22	23	26	28
7	23	24	25	27	29
8	25	26	28	29	31
9	26	28	30	32	34
10	28	30	32	34	36
11	31	32	34	37	39
12	33	35	37	39	41
13	35	37	39	42	44
14 - 16	37	39	41	44	46



d) Se aplica una reducción de puntos de acuerdo a la ocupación del asegurado según se muestra en el cuadro 2.2.

e) Se aumentan los puntos de acuerdo a la edad y sexo del asegurado, así como al tiempo transcurrido desde que obtuvo la licencia; de acuerdo a lo mostrado en el cuadro 2.3. Estos incrementos en puntos se reducen a la mitad después de un año sin reclamación y desaparecen en caso de dos años consecutivos sin presentar reclamación. Además, a todo conductor con menos de dos años de haber obtenido su licencia, conductor novato, se le aplica un deducible de 2,000 francos en caso de siniestro. Esta última condición puede evitarse si se aumentan seis puntos adicionales.

CUADRO 2.2

ESCALA DE REDUCCIONES SEGUN OCUPACION DEL ASEGURADO		
CATEGORIA	OCUPACION	REDUCCION EN PUNTOS
1	VEHICULO PROPIEDAD DE EMPRESA COMERCIANTE CON MAS DE 5 EMPLEADOS EMPLEADO USANDO EL VEHICULO PARA TRABAJO OTRAS OCUPACIONES NO MENCIONADAS EN EL CUADRO	0
2	PERSONA DESEMPLEADA ESTUDIANTE	4
3	COMERCIANTE CON 5 O MENOS EMPLEADOS EMPLEADO	5
4	SERVIDOR PUBLICO, EXCEPTO MAESTRO	9
5	ARTESANO	7
6	MAESTRO (AUN RETIRADO)	12
7	GRANJERO (GRANJA FAMILIAR) Y SUS EMPLEADOS	13
8	OTROS GRANJEROS	7
9	RETIRADO DE CATEGORIAS 1,3,5 U 8	9

f) Se incrementan tres puntos para vehículos con menos de dos años de uso y se reducen dos puntos para los vehículos con más de seis años de uso.

CUADRO 2.3

INCREMENTOS DE PUNTOS POR EDAD, SEXO Y TIEMPO DE LICENCIA				
TIEMPO DESDE QUE SE OBTUVO LICENCIA	EDAD DEL ASEGURADO			
	MENOS DE 25 AÑOS		MAS DE 25 AÑOS	
	VARON	MUJER	VARON	MUJER
MENOS DE UN AÑO	16	14	14	10
UNO A DOS AÑOS	14	10	10	6
DOS A TRES AÑOS	8	4	4	0

- g) Si el asegurado limita su seguro a que el vehículo solo sea manejado por él mismo o por su cónyuge, se le concede una reducción de dos puntos siempre y cuando ninguno de los dos sea conductor novato. En caso de ocurrir un siniestro cuando el conductor no sea el asegurado o su cónyuge, se aplica un deducible de 2,000 francos que es acumulable al deducible para conductores novatos.
- h) El puntaje total se obtiene de sumar a los puntos básicos, obtenidos en el inciso c), los ajustes descritos en los incisos d) a g). Finalmente se determina el valor de la prima en base a los puntos obtenidos, utilizando una escala exponencial que implica la duplicación de la prima por cada incremento de 12 puntos.
- 1) El sistema Bonus-Malus utilizado en Francia es considerado como el más estricto, pues concede descuentos de 5% por cada año sin reclamación, pero aplica recargos de 25% por cada reclamación, aunque concede que el recargo sea de 12.5% en casos de responsabilidad compartida. El nivel máximo al que se puede llegar es de 350% y el mínimo es de 50%. Un asegurado en un nivel alto de prima puede regresar al nivel de 100% si no presenta reclamaciones durante dos años consecutivos. Además de estas reglas, se aplican los siguientes recargos por circunstancias especiales:
- 150% por manejar en estado de ebriedad
  - 50% por ofensa al conducir que implique suspensión de la licencia por un periodo de entre 2 y 6 meses

- 100% por una suspensión de más de 6 meses
- 200% por una cancelación de la licencia o por varias suspensiones de más de dos meses durante el mismo período
- 100% en el caso de un siniestro de 'golpea y huye'
- 100% en caso de no declaración de una reclamación o de cualquiera de las circunstancias mencionadas anteriormente
- 50% en caso de 3 o más accidentes reportados en el mismo período

### 2.2.3 REINO UNIDO

El organismo de gobierno encargado de la supervisión de las compañías de seguros es el Department of Trade and Industry y se encarga básicamente de supervisar la solvencia de las compañías dejándolas en libertad de decidir su estructura tarifaria y la cobertura otorgada. Aunque cada compañía tiene libertad de definir su propio esquema tarifario, un esquema típico considera los siguientes factores:

- a) Características del vehículo. De acuerdo a sus características se agrupa a los vehículos en siete u ocho grupos, además se mantiene una diferenciación según los años de uso del vehículo.
- b) Edad del asegurado. Se aplican diferentes niveles de primas de acuerdo a la edad del asegurado. Además, se aplican recargos si el vehículo puede ser conducido por una persona diferente al asegurado que sea menor de 25 años. Se pueden conceder descuentos si se limita la conducción del vehículo al asegurado o al asegurado y su cónyuge.
- c) Uso y Localización del vehículo. Se diferencian primas de acuerdo al uso del vehículo, siendo más cara la prima para vehículos propiedad de compañías o utilizados para fines comerciales. También se toma en cuenta el domicilio del asegurado para determinar un recargo o descuento en la prima.

- d) Descuento por No Reclamación. Se utilizan esquemas tipo Bonus-Malus en los cuales cada compañía decide el monto de los descuentos o incrementos así como las reglas de transición de un nivel a otro.

#### 2.2.4 PAISES BAJOS

El esquema utilizado toma en consideración los siguientes factores:

- a) Peso del vehículo. La prima básica se calcula como el 109% del peso del vehículo menos 100 guilders.
- b) Area Geográfica. Se aplican recargos y/o descuentos de acuerdo con el area geográfica donde resida el asegurado.
- c) Sistema Bonus-Malus. Se aplica un sistema Bonus-Malus consistente en 14 clases, como se ilustra en el cuadro 3.1.

CUADRO 3.1

SISTEMA BONUS-MALUS DE LOS PAISES BAJOS					
CLASE	NIVEL DE PRIMA	CLASE DESPUES DE UN AÑO (por Num.Rec.)			
		0	1	2	3
14	30	14	9	5	1
13	32.5	14	8	4	1
12	35	13	8	4	1
11	37.5	12	7	3	1
10	40	11	7	3	1
9	45	10	6	2	1
8	50	9	5	1	1
7	55	8	4	1	1
6	60	7	3	1	1
5	70	6	2	1	1
4	80	5	1	1	1
3	90	4	1	1	1
2	100	3	1	1	1
1	120	2	1	1	1

- d) Edad del conductor y distancia anual recorrida. Los nuevos asegurados ingresan con un nivel dentro del esquema Bonus-Malus que depende de su edad y de la distancia anual que recorran con el vehículo. El nivel de entrada se determina según el cuadro 3.2.

CUADRO 3.2

CLASE DE INGRESO SEGUN EDAD Y DISTANCIA RECORRIDA			
EDAD	DISTANCIA RECORRIDA (km.)		
	0 a 12,000	12,000 a 20,000	MAS DE 20,000
HASTA 23 AÑOS	2	2	2
24 Y 25 AÑOS	3	2	2
26 Y 27 AÑOS	4	3	2
MAS DE 28 AÑOS	5	4	2

#### 2.2.5 SUECIA

En Suecia todas las compañías están obligadas a utilizar una estructura tarifaria común. La prima neta de riesgo depende de cuatro criterios de clasificación y se obtiene de multiplicar una prima básica por un factor que depende de cada uno de los criterios de clasificación. Los criterios de clasificación utilizados son:

- a) Area Geográfica. Típicamente se divide al país en 7 áreas geográficas diferentes aún cuando las compañías tienen libertad para definir su propia división geográfica.
- b) Distancia anual recorrida. De acuerdo con la distancia anual recorrida, se aplica un factor a la prima básica. El asegurado debe declarar que distancia planea recorrer en el próximo año, si en algún momento excede la distancia declarada, debe informar a la compañía y pagar la extraprime correspondiente, en caso de recorrer menos distancia durante el año, tiene derecho a una devolución de prima al fin del período. Los factores utilizados se muestran en el cuadro 4.1.

- c) Sistema Bonus. Se utiliza un sistema de Bonus que otorga un descuento máximo de 75%. Este sistema consta de 7 clases y no incluye clases Malus. Por cada reclamación se disminuye dos clases en el sistema y por cada año sin reclamación se avanza una clase hasta llegar al nivel 6. El nivel 7 es considerado un nivel 'super bonus' y solo se puede alcanzar después de 6 años consecutivos sin reclamación. La tabla de este sistema se muestra en el cuadro 4.2.

CUADRO 4.1

CLASES POR DISTANCIA ANUAL RECORRIDA PARA SUECIA		
CLASE	DISTANCIA ANUAL (km)	FACTOR MULTIPLICATIVO
1	0 - 10,000	0.8
2	10,001 - 15,000	0.9
3	15,001 - 20,000	1.0
4	20,001 - 25,000	1.1
5	25,001 EN ADELANTE	1.2

CUADRO 4.2

SISTEMA DE BONUS SUECO	
CLASE	NIVEL DE PRIMA
1	100
2	80
3	70
4	60
5	50
6	40
7	25

- d) Marca tipo del vehículo. Se clasifica a los vehículos según sus características.

Cada compañía puede calcular su propia prima básica siempre y cuando respete los cuatro criterios mencionados anteriormente.

## 2.2.6 SUIZA

Por ley, todas las compañías deben aplicar la misma tarifa para el Seguro Obligatorio de Responsabilidad Civil. La tarifa es muy sencilla pues solo contempla un criterio a priori que es la capacidad cúbica del vehículo; sin embargo, esta simplicidad es compensada por un Sistema Bonus-Malus muy extenso el cual se ilustra en el cuadro 5.1. Suiza fué el primer país europeo en utilizar un Sistema Bonus-Malus. Se permite contratar el seguro en dos versiones diferentes, con cobertura limitada a 1 millón de francos suizos o con cobertura ilimitada. El monto inicial de prima a pagar se determina de acuerdo a la cobertura elegida y a la capacidad cúbica del vehículo. Los nuevos asegurados ingresan al sistema en el nivel 9. Por cada año sin reclamación se avanza a la clase inmediata inferior mientras que por cada reclamación se retrocede tres clases. Sin embargo, una vez pagada la reclamación, el asegurado tiene la opción de pagar el monto a la aseguradora con lo cual evita retroceder dentro de la escala. Los valores de las primas base se revisan cada año tomando en cuenta la estadística del mercado para el año anterior, el resultado de las compañías en el año anterior, el desarrollo esperado de los costos de reclamación para el año siguiente y el resultado global de pérdidas o ganancias del año anterior.

Una peculiaridad interesante del sistema suizo es el Control Global e Individual de las utilidades. En referencia al Control Global, si las utilidades a nivel mercado de las compañías suizas rebasan un 3% de las primas, el exceso se reserva y se utiliza para disminuir las primas de los años siguientes, si la utilidad es menor al 3%, la diferencia se utiliza como un recargo para las primas de los años siguientes.

En cuanto al Control Individual, si una compañía obtiene mejores resultados que el mercado global, el exceso se distribuye en una proporción de 75% para los asegurados bajo la forma de descuentos en prima y el restante 25% para la compañía.

CUADRO 5.1

SISTEMA BONUS-MALUS SUIZO	
CLASE	NIVEL DE PRIMA
21	270
20	250
19	230
18	215
17	200
16	185
15	170
14	155
13	140
12	130
11	120
10	110
9	100
8	90
7	80
6	75
5	70
4	65
3	60
2	55
1	50
0	45

### 2.2.7 ALEMANIA

En Alemania no existe una tarifa obligatoria; sin embargo, las compañías deben obtener autorización para sus tarifas, condiciones de contratación, estructura, cálculo y aplicación de cuotas, así como prerequisites para el reembolso de utilidades por suscripción e intereses. Dado lo anterior, se ha originado una estructura tarifaria uniforme aunque los costos varíen para cada compañía. Las variables utilizadas son:



- a) Potencia del vehículo. Se consideran 11 clases diferentes para los vehículos de acuerdo a la potencia del motor.
- b) Area Geográfica. Se subdivide a Alemania en 8 regiones.
- c) Ocupaciones especiales. Los granjeros y servidores públicos tienen derecho a descuentos especiales.
- d) Sistema Bonus-Malus. Se utiliza un Sistema Bonus-Malus de 18 clases ilustrado en el cuadro 6.1.

Los nuevos asegurados ingresan en el nivel 0 a menos que pruebe haber tenido licencia por 3 años, caso en el que ingresan en el nivel SF 1/2.

CUADRO 6.1

SISTEMA BONUS-MALUS ALEMAN						
CLASE	NIVEL DE PRIMA	CLASE DESPUES DE UN AÑO (por Num.Rec.)				
		0	1	2	3	4
SF 13	40	SF 13	SF 9	SF 4	SF 2	S 3
SF 12	40	SF 13	SF 8	SF 3	SF 1	S 3
SF 11	40	SF 12	SF 7	SF 3	SF 1	S 3
SF 10	40	SF 11	SF 6	SF 3	SF 1	S 3
SF 9	40	SF 10	SF 4	SF 2	SF 1	S 3
SF 8	45	SF 9	SF 3	SF 1	SF 1/2	S 3
SF 7	50	SF 8	SF 3	SF 1	SF 1/2	S 3
SF 6	55	SF 7	SF 3	SF 1	SF 1/2	S 3
SF 5	60	SF 6	SF 3	SF 1	SF 1/2	S 3
SF 4	65	SF 5	SF 2	SF 1	SF 1/2	S 3
SF 3	70	SF 4	SF 1	SF 1/2	S 1	S 3
SF 2	85	SF 3	SF 1	SF 1/2	S 1	S 3
SF 1	100	SF 2	SF 1/2	S 1	S 2	S 3
SF 1/2	125	SF 1	S 1	S 2	S 3	S 3
0	175	SF 1	S 1	S 2	S 3	S 3
S 1	175	SF 1	S 2	S 3	S 3	S 3
S 2	200	SF 1	S 3	S 3	S 3	S 3
S 3	200	SF 1	S 3	S 3	S 3	S 3

## 2.2.8 LA COMUNIDAD ECONOMICA EUROPEA

Aun cuando cada uno de los países europeos tiene reglamentación para las aseguradoras y esquemas de tarificación propios, el proceso de integración de la comunidad europea obliga a que se adopten acuerdos básicos para poder garantizar la libertad de las aseguradoras para operar en los diferentes países miembros.

Estos acuerdos son conocidos con el nombre de "Directivas" y a la fecha se han emitido tres que tienen consecuencias directas sobre la operación del Seguro de Responsabilidad Civil del Automovilista.

Los logros principales de las dos primeras directivas fueron:

- a) El seguro de responsabilidad civil debe ser obligatorio en todos los países miembros, tanto para daños a terceros en sus personas como en sus bienes.
- b) El seguro debe extender su protección a todos los países miembros.
- c) La cobertura provista debe ser la mínima garantizada en el país donde el accidente tuvo lugar.
- d) Niveles mínimos de cobertura comunes.
- e) Establecimiento de un fondo de garantía por cada estado miembro para compensar a las víctimas de accidentes causados por vehículos no identificados o por vehículos que no cuenten con un nivel de cobertura suficiente.
- f) No validez de cláusulas de exclusión que afecten a terceros heridos.
- g) Extensión del seguro obligatorio a familiares del conductor responsable para cubrir las heridas que puedan sufrir.

La fecha límite para la implementación de estas medidas fue el 31 de Diciembre de 1990, aunque se concedió un período de transición prolongada a Grecia, España y Portugal que terminó el 31 de Diciembre de 1992.

La tercera directiva complementa a las dos anteriores en lo siguiente:

- a) El seguro obligatorio por heridas personales se extiende a todos los ocupantes del vehículo excepto el conductor mismo.
- b) Las pólizas de responsabilidad civil deben cubrir todo el territorio de la Comunidad y estar basadas en una prima única que garantice la cobertura más alta entre la del país donde ocurre el accidente y la del país donde el vehículo circula normalmente.
- c) La compensación de las víctimas heridas por un vehículo no asegurado no estará condicionada a que se pruebe la incapacidad o falta de voluntad del responsable para pagar. Los fondos de garantía deberán pagar en tanto el conflicto es resuelto.
- d) Los estados miembros garantizan que la aseguradora de los vehículos involucrados en un accidente podrá ser identificada de inmediato.

Esta Directiva debió ser implementada en la legislación de los países a más tardar el 31 de Diciembre de 1992, aunque se concedió un período de transición hasta el 31 de Diciembre de 1995 para Irlanda, Grecia, España y Portugal.

Existen además Directivas de carácter más general que se refieren a todos los ramos del seguro de Daños. La más importante, que deberá entrar en vigor antes de 1994, prevé la concesión de Licencias Únicas para las aseguradoras que les permitirán operar en todos los países miembros de la comunidad.

Estas directivas en conjunto permitirán un mayor desarrollo del Seguro de Responsabilidad Civil Obligatorio en la Comunidad Económica Europea al mismo tiempo que impulsarán la competencia entre las aseguradoras.

## 2.2.9 ESTADOS UNIDOS

La situación en Estados Unidos difiere mucho de la existente en Europa. Aunque el Seguro de Responsabilidad Civil es obligatorio en la mayor parte de los estados, existen algunos en los cuales todavía no está reglamentado. Por otra parte, las compañías tienen libertad para determinar sus esquemas tarifarios. Un esquema tarifario típico considera las siguientes variables:

- a) Territorio. En cada estado se distinguen subdivisiones territoriales de acuerdo al domicilio del asegurado.
- b) Límites de Responsabilidad.
- c) Edad, Sexo y Estado civil del conductor. Estas variables causan grandes controversias llegando inclusive a ser prohibido utilizarlas en algunos estados como Hawaii, Carolina del Norte y Massachusetts.
- d) Uso del automóvil. Se distinguen los vehículos de acuerdo al uso para el que están destinados.
- e) Reglas de buen estudiante. Se reconocen tarifas más bajas para aquellos conductores nuevos que sean considerados buenos estudiantes durante su entrenamiento de manejo.
- f) Experiencia previa del conductor. Se consideran tanto los años de experiencia como el registro de los accidentes que ha tenido el conductor para clasificarlo dentro de distintos niveles de tarificación.
- h) Elegibilidad para la regla de coche múltiple. En este concepto se consideran algunos descuentos en el caso de que la misma persona asegure varios vehículos diferentes.

## 2.2.10 QUEBEC

En Quebec, la compensación por daños a terceros en sus personas causados por un automóvil es cubierta por el "Regie de l'Assurance Automobile", independientemente de quien sea responsable. El funcionamiento del Regie se paga por medio de un impuesto a la gasolina y de un pago anual que debe hacerse al renovar el certificado de registro y la licencia de conducir.

Aun cuando los daños a personas son cubiertos por el Regie, los daños a propiedad son cubiertos por aseguradoras privadas, las cuales tienen completa libertad para establecer sus primas de tarifa. La mayor parte de las aseguradoras utilizan los siguientes criterios para definir sus primas:

- a) Area Geográfica. Se divide a Quebec en ocho areas diferenciando primas por cada zona.
- b) El Conductor. Se divide a los conductores en 14 clases de acuerdo a uso del vehículo, edad, sexo, estado civil y distancia anual recorrida.
- c) Categoría de Experiencia. Se subdivide a los asegurados en 5 categorías de acuerdo al número de años transcurridos desde la última reclamación.
- d) Grupo de Tarificación del Vehículo. Se subdivide en 11 grupos de acuerdo al valor del vehículo.

### 3.- EL SEGURO OBLIGATORIO DE RESPONSABILIDAD CIVIL DEL AUTOMOVILISTA EN MEXICO

La inexistencia en México de un Seguro Obligatorio de Responsabilidad Civil del Automovilista, provoca una serie de efectos que no son deseables para la sociedad en su conjunto. Un automovilista responsable de causar un daño a un tercero, puede no tener la solvencia económica necesaria para afrontar el pago de las indemnizaciones correspondientes. Frente a esta situación, dicho automovilista puede decidir huir del lugar del accidente, con lo cual la víctima del percance se enfrenta a una situación perjudicial para su patrimonio. Además, puede darse el caso de un lesionado que requiera atención médica y deba ser trasladado a instituciones del sector público.

Todos estos efectos podrían ser reducidos si el automovilista contara con un Seguro de Responsabilidad Civil. En primer lugar, no tendría razón para huir del lugar del accidente puesto que el seguro cubre los gastos de indemnización, esto le permitiría permanecer en el lugar e incluso colaborar si un lesionado requiriera de primeros auxilios. La existencia de un seguro que cubriera asimismo los gastos médicos, hospitalarios, etc. requeridos por un lesionado evitaría que el costo de atención de éste recayera en las instituciones públicas, con lo cual éstas podrían destinar los recursos a expandir su capacidad de atención en otras áreas de salud pública.

Veamos, cuales son algunas de las razones por las que en México no se ha implementado un seguro de este tipo.

#### 3.1 ANTECEDENTES

En México, hasta la fecha, se han realizado varios intentos para lograr el establecimiento de un Seguro de Responsabilidad Civil Obligatorio para los vehículos automotores que circulan en el país. Desafortunadamente, todos estos intentos han fracasado debido a diversas razones.

En el año de 1931, dentro del Código Penal del Distrito Federal, se estableció la facultad del Poder Ejecutivo para reglamentar un Seguro que garantizara la reparación de los daños causados por delitos imprudenciales. Esta facultad se encuentra contenida en el artículo 31 de dicho Código:

"Para los casos de reparación del daño causado con motivo de delitos de imprudencia, el Ejecutivo de la Unión reglamentaria, sin perjuicio de resolución que se dicte por la autoridad judicial, la forma en que, administrativamente, deba garantizarse mediante seguro especial dicha reparación".

Este artículo fue reglamentado en el año de 1934 disponiéndose que ningún vehículo podría circular en el Distrito Federal de no estar amparado por una póliza de seguro que garantizara la reparación de los daños causados a terceros por la imprudencia de los conductores. Se establecían además las indemnizaciones que deberían cubrirse según el daño causado. Dos meses después de la publicación de este reglamento, se publicó un Decreto por medio del cual la aplicación del mismo quedaba suspendida por haberse presentado diversas objeciones. El aplazamiento debería durar mientras el Ejecutivo estudiara las objeciones y formulara las modificaciones necesarias para resolverlas.

En el año de 1976, dentro del Reglamento de Tránsito del Distrito Federal se estableció nuevamente la obligación de contar con un Seguro de Responsabilidad Civil para poder circular en la entidad, sin embargo, la medida nunca fue implementada y en el año de 1989 fue abrogado y sustituido por un nuevo Reglamento emitido por la Asamblea de Representantes en el cual no se exige la existencia de dicho Seguro.

En el año de 1990, en el estado de Puebla, se exigió la contratación de un seguro que amparara daños a terceros para poder realizar el trámite de placas y utilizar la vía pública, disposición que solo fue cumplida por el 1.34% de los automóviles, provocando un problema de antiselección. Debido a esto y a presiones políticas, se suspendió la exigibilidad de dicho Seguro.

En febrero de 1992, el estado de Morelos estableció la obligación de contar con un seguro de responsabilidad civil para poder tramitar el pago de los

derechos de control vehicular y/o tenencia. Nuevamente debido a las inconformidades presentadas, se suspendió esta medida 15 días después de su inicio de vigencia.

### 3.2 SITUACION ACTUAL

En junio de 1992 la Presidencia Municipal de la Ciudad de Monterrey aprobó un Reglamento de Tránsito que contempla la obligación de contar con un Seguro de Responsabilidad Civil para obtener licencia de conducción de vehículos. Dicho seguro deberá amparar "al vehículo que se pretenda conducir".<sup>1</sup>

Debido a la manera en que se implementa la obligación de contratar el seguro, hasta el momento no pueden observarse resultados concluyentes acerca del éxito o fracaso de dicha medida, pues todo automovilista que no haya tenido necesidad de renovar su licencia tampoco ha debido acreditar la existencia de dicho seguro.

Por otra parte, la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, exigió a principios de 1993 la contratación de un Seguro de Responsabilidad Civil para todo vehículo de Servicio Público Federal que utilizara las carreteras del país. Esta medida no ha sido aplicada debido a dificultades que se han presentado para su implementación.

En términos generales, el Seguro Obligatorio de Responsabilidad Civil del Automovilista es inexistente en México. Las únicas dos medidas actualmente vigentes que se han tomado en este sentido no presentan grandes avances.

Desde un punto de vista legal, un seguro de este tipo no puede ser implementado a nivel nacional por un Decreto del Ejecutivo Federal pues se estaría violando la soberanía de los estados. Debido a esto, para poder implementarlo es necesario que en todos y cada uno de los estados se legisle al respecto, con la consecuente posibilidad de diferencias en los criterios.

---

<sup>1</sup>Presidencia Municipal de Monterrey; REGLAMENTO DE TRANSITO PARA LA CIUDAD DE MONTERREY; Municipio de Monterrey, N.L., México, 1992



La necesidad de contar con este tipo de seguro en México ha motivado la realización de diversos trabajos tanto por parte de las autoridades como de instituciones privadas.

En el primer caso encontramos un estudio realizado por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas en 1991 y publicado en Diciembre de ese año con el título "Estudio para el Establecimiento del Seguro Obligatorio de Vehículos Automotores en México", además de otro estudio realizado por Aseguradora Mexicana con el título "Seguro de Responsabilidad por el Uso de Vehículos de Motor" también de Diciembre de 1991.

En el sector privado, encontramos el "Proyecto para la Implantación del Seguro por el Uso de Vehículos automotores en México" presentado por la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros en Noviembre de 1990.

Así pues, podemos afirmar que existe una legítima inquietud tanto por parte de las autoridades como de las aseguradoras privadas por lograr el establecimiento de este tipo de seguro a nivel nacional.

Para las autoridades, el establecimiento de este tipo de Seguro representa una opción muy interesante para disminuir los gastos derivados de accidentes en los cuales el conductor responsable se da a la fuga o no puede cumplir con su responsabilidad. Contar con un seguro que ampare dicha responsabilidad permitirá disminuir los gastos de atención médica por parte de las clínicas y hospitales oficiales, así como la reparación de gastos derivados del accidente.

Para las aseguradoras, el establecimiento de este tipo de seguro representa el acceso a un segmento de mercado actualmente no explotado y que tiene un potencial de crecimiento muy alto, con su consiguiente incremento en primas captadas, dispersión de riesgos y eliminación de antiselección.

Los esquemas actuales de tarificación para la Cobertura de Responsabilidad Civil dentro del Seguro de Automóviles, no están diseñados para la existencia de un Seguro Obligatorio de este tipo y por lo tanto no contemplan muchas de las ventajas que se derivan de la obligatoriedad del mismo.

Finalmente, y uno de los puntos más importantes, está la falta de información estadística con que se enfrentan las aseguradoras para definir los costos de sus primas. Esta falta de información ocurre tanto a nivel de insuficiente volúmen como de insuficiente detalle de la misma.

Simultaneamente, o aun mejor previamente, al establecimiento de un Seguro Obligatorio, debe definirse e implementarse un Sistema de Información Estadística que proporcione información con nivel de detalle suficiente para lograr cálculos de primas confiables. El volumen de información se logrará en el momento en que por hacerse obligatorio el Seguro, se cuente con información de practicamente todos los vehiculos en circulación en el país.

Actualmente, se encuentra en proceso de implementación un Sistema Estadístico del Sector Asegurador, que a pesar de representar un gran avance en la obtención de estadísticas confiables, no contempla el nivel de detalle deseable para contar con elementos que permitan mejorar el esquema de tarificación.

## 4.- MODELO TEORICO PARA CALCULO

### 4.1 DEFINICION DE VARIABLES

En el capítulo 2 se comentaron los modelos de tarificación utilizados en algunos países que cuentan con un Seguro Obligatorio.

Pretender incluir todas las variables utilizadas en otros países como parte de un solo modelo para cálculo de primas presenta grandes problemas. Para poder considerar un subconjunto de las variables que nos permita elaborar un modelo adecuado consideremos lo siguiente:

- I.- Existencia de dependencia entre variables. Pueden haber variables que midan el mismo efecto de agravación de riesgo. De darse el caso, incluir a varias de ellas resulta en duplicar los recargos o descuentos debidos a la agravación de riesgo.
- II.- Algunas variables responden a necesidades particulares de un país específico y por lo tanto utilizarlas en otro país es poco conveniente.
- III.- Algunas variables presentan aspectos que las vuelven difíciles de medir y controlar, especialmente en un país como México, donde sus habitantes están acostumbrados a buscar formas de eludir a las medidas de control impuestas.
- IV.- Finalmente, algunas variables han sido severamente cuestionadas en los países donde se utilizan. Para utilizarlas debe evaluarse el beneficio que se obtendría a cambio de los posibles conflictos que se suscitarían.

Por lo anterior, debemos contar con criterios que nos permitan seleccionar las variables que tienen relevancia real en el cálculo de una prima de tarifa y que sean controlables.

Hacer estas consideraciones llevan a eliminar algunas de las variables. El conjunto de variables que se propone utilizar es el siguiente:

- a) Potencia del Vehículo
- b) Capacidad Cúbica del Vehículo
- c) Peso del Vehículo
- d) Uso del Vehículo
- e) Antigüedad del Vehículo
- f) Area Geográfica
- g) Límites de responsabilidad
- h) Edad del Conductor
- i) Sexo del Conductor
- j) Estado Civil del Conductor
- k) Distancia Recorrida

A pesar de los aspectos negativos que presentan, se incluyen las variables de Edad, Sexo y Estado Civil del Conductor, así como la Distancia recorrida por considerar que pueden ser importantes en el cálculo, aun cuando se recomienda efectuar un análisis a profundidad de ellas para determinar su permanencia dentro del esquema de cálculo.

Aunque el sistema Bonus-Malus es utilizado en prácticamente todos los países que cuentan con un seguro obligatorio, no lo incluiremos dentro del esquema tarifario por razones que se explican más adelante.

Hasta este momento no hemos eliminado la posibilidad de que exista dependencia entre las variables. A este respecto, como parte del modelo de cálculo se incluirá un método que permite seleccionar aquellas variables que influyen de manera importante para el cálculo de prima al mismo tiempo que elimina aquellas otras variables sin influencia importante.

#### 4.2 CONSTRUCCION DEL MODELO

En primer lugar definiremos algunos aspectos básicos que son utilizados para efectuar cálculos de primas de tarifa en cualquier ramo del seguro de daños.

**UNIDAD EXPUESTA.** - Se entiende por unidad expuesta a un sujeto o bien que puede ser afectado por un riesgo determinado y que está expuesto a la ocurrencia del siniestro durante un periodo anual. En caso de estar expuesto al riesgo durante un periodo menor a un año, se considera la parte proporcional del año durante la cual estuvo sujeto a riesgo.

**NUMERO DE SINIESTROS.** - Es la cantidad de veces diferentes que el riesgo tuvo lugar, i.e. es el número de ocasiones en que un siniestro tuvo lugar.

**MONTO DE SINIESTRO.** - Es la cantidad erogada por la compañía aseguradora a causa de la ocurrencia de un siniestro.

**FRECUENCIA.** - Es la relación existente entre el número de siniestros y el número total de unidades expuestas, se calcula mediante la relación:

$$F = \frac{n}{N} \quad (4.1)$$

donde:

F = Frecuencia

n = Número de Siniestros

N = Número total de unidades expuestas

**COSTO MEDIO.** - Es el valor promedio de los siniestros ocurridos. Se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$CM = \frac{M}{n} \quad (4.2)$$

donde:

CM = Costo Medio

M = Monto total de todos los siniestros ocurridos

n = Número de siniestros ocurridos

PRIMA DE RIESGO.- Es la cantidad mínima de prima que debe cobrar la compañía aseguradora para poder resarcir a los asegurados que presenten una reclamación por siniestro. Se calcula como:

$$PR = \frac{M}{N} = F \cdot CM \quad (4.3)$$

donde:

PR = Prima de riesgo

M = Monto Total de los siniestros ocurridos

N = Número total de unidades expuestas

F = Frecuencia

CM = Costo Medio

Las expresiones anteriores constituyen métodos determinísticos para calcular el valor de la prima de tarifa. No podemos hacer de lado la naturaleza aleatoria de la ocurrencia de un siniestro por lo cual debemos utilizar algún método para cálculo de la prima básica que reconozca esta naturaleza.

Inicialmente, definiremos un método de cálculo para la prima básica del seguro de responsabilidad civil y posteriormente mostraremos un método que permita discernir cuales de los criterios mencionados en la sección anterior son realmente importantes para diferenciar niveles de prima acordes a la agravación de riesgo que represente cada uno de ellos.

#### 4.2.1 MODELO DE CALCULO PARA LA PRIMA BASICA

Supongamos que contamos con una base de datos en la cual tenemos por cada vehículo asegurado durante un año completo dentro de un período previamente definido, la siguiente información:

$z_1$  = proporción de unidad expuesta durante el período.

Idealmente debe ser igual a uno.

$z_2$  = Número de siniestros reclamados durante el período.

$z_3$  = Monto total de las reclamaciones.

$z_4$  = Potencia del vehículo.

$z_5$  = Capacidad cubica del vehiculo.

$z_6$  = Peso del vehiculo.

$z_7 = \begin{cases} 1 & \text{si el vehiculo es utilizado con fines "profesionales".} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$

$z_8$  = Antigüedad del vehiculo.

$z_{91}$  a  $z_{9j}$  = variables dicotómicas (con valor de 0 o 1).

Caracterizan el área geográfica principal de circulación. El valor de  $j$  es determinado por el número de áreas geográficas distintas que se deseen considerar.

$z_{10}$  = Edad del conductor principal del vehiculo.

$z_{11} = \begin{cases} 1 & \text{si el conductor principal es varón.} \\ 0 & \text{si el conductor principal es mujer.} \end{cases}$

$z_{12} = \begin{cases} 1 & \text{si el conductor principal es soltero.} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$

$z_{13}$  = Distancia anual recorrida por el vehiculo.

Para establecer el modelo de cálculo debemos encontrar dos funciones de probabilidad, la primera de las cuales nos permitirá estimar la frecuencia de siniestros de un modo probabilístico, a la cual llamaremos  $\phi_{(x)}$ , y la segunda nos permitirá estimar el costo medio del siniestro, a la cual denominaremos  $\psi_{(y)}$ .

#### 4.2.1.1 DETERMINACION DE $\phi_{(x)}$

En primer lugar observemos lo siguiente acerca de la ocurrencia de siniestros :

- a) La ocurrencia de siniestros es un evento que puede tomar lugar en el tiempo de manera continua.
- b) La ocurrencia de un siniestro dentro de un lapso determinado no afecta a la ocurrencia de siniestros en otros lapsos diferentes.

Si suponemos que la ocurrencia de un siniestro es aleatoria, podemos observar que corresponde a un Proceso de Poisson de acuerdo con lo que se comenta en el Anexo II.

Considerando que cada vehículo asegurado representa una observación de una variable aleatoria con distribución de Poisson y que todos los vehículos tienen la misma probabilidad de sufrir un accidente, la información estadística de los siniestros ocurridos a todos los vehículos asegurados representa una muestra de variables aleatorias idénticamente distribuidas de Poisson.

Así pues, para un automóvil asegurado, la probabilidad de no ocurrencia de un siniestro es :

$$q = p(0; \lambda t) = p\left(0; \frac{n}{N}\right) = e^{-\frac{(n/N)(n/N)}{0!}}$$

$$q = e^{-\frac{(n/N)}{1}} \quad (4.6)$$

y por consiguiente la probabilidad de que sufra algún siniestro durante un período anual es de :

$$p = 1 - q = 1 - e^{-\frac{(n/N)}{1}} \quad (4.7)$$

La frecuencia de ocurrencia de siniestros será igual a el número esperado de siniestros que tendrá el asegurado es decir:

$$\hat{f} = E(k) = \lambda t \quad (4.8)$$

Si se cuenta con la información estadística de los automóviles asegurados durante un período organizada de acuerdo con la definición de archivo comentada en 4.2.1. podemos definir:

$$n = \sum_{i=1}^N z_i \quad (4.4)$$

Donde :

N = número de registros en el archivo = número de vehículos asegurados

n = número de siniestros ocurridos en el período

De acuerdo con la expresión (II.8) contenida en el Anexo II tenemos que para la distribución de siniestros podemos estimar la frecuencia con:

$$\bar{f} = \overline{\lambda t} = \frac{n}{N} \quad (4.5)$$



La cantidad anterior coincide con el estimador insesgado para la media de la distribución y por lo tanto, de acuerdo con (II.10) podemos asegurar que para un valor adecuado de  $\xi$  :

$$P\left[f \leq \bar{f} - \frac{y}{\sqrt{N}} \xi\right] = 1 - \delta$$

Si denominamos  $f' = \bar{f} - \frac{y}{\sqrt{N}} \xi$ , tenemos que  $f'$  es un límite superior de confianza  $1 - \delta$  para la frecuencia.

#### 4.2.1.2 DETERMINACION DE $\psi_{(y)}$

A partir de la base de datos mencionada se puede construir un cuadro que muestre el número total de los siniestros por rango de pérdida. Es decir, un cuadro que nos muestre la variable:

$y_i$  = Número de siniestros ocurridos con monto de pérdida dentro del rango  $i$   
 $i = 1..m$

En términos generales, podemos asegurar que si hacemos un histograma de  $y$ , dicha gráfica debe comportarse de manera parecida a lo que se presenta en la gráfica 7.

El comportamiento presentado en la gráfica se explica por el siguiente razonamiento:

- a) No pueden existir siniestros cuyo monto de pérdida sea igual a cero. Esta situación de hecho equivale a la no ocurrencia de siniestro.
- b) El número de siniestros ocurridos cuyo monto de pérdida sea muy alto debe ser pequeño.
- c) La mayor parte de los siniestros ocurridos debe haber ocasionado un monto de pérdida "cercano al promedio".

En el punto c), la expresión "cercano al promedio" debe ser analizada cuidadosamente para determinar que significa "cercano".

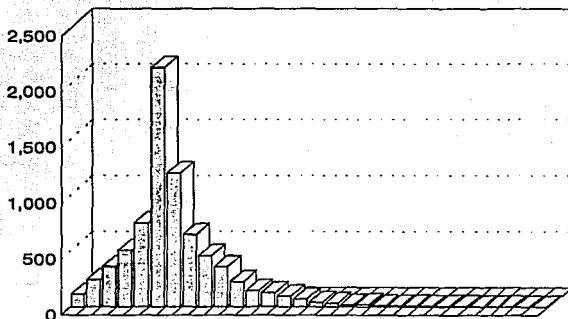
En la teoría de la probabilidad encontramos varias funciones de probabilidad que presentan comportamientos parecidos al presentado en la gráfica 7. Dentro de estas funciones encontramos la Distribución de Pareto que es una función ampliamente utilizada en otros países para estimar el comportamiento de los siniestros ocurridos en el seguro de automóviles.

De acuerdo con la información disponible debe encontrarse cuales son los valores de los parámetros adecuados para lograr un buen ajuste de la función con los los datos estadísticos. Un método para encontrar el valor de los parámetros se encuentra en el Anexo III utilizando las fórmulas III.8 y III.9.

Sea  $\psi(y; \theta, Y_0)$  la función de densidad de probabilidad elegida para representar los datos; y sea  $\psi(y; \theta)$  su correspondiente función de distribución. Sean  $\mu$  la media y  $\sigma^2$  la varianza de  $y$ .

## GRAFICA 7

### DISTRIBUCION DE SINIESTROS POR MONTO DE PERDIDA



En este caso,  $\psi(y; \theta)$  representa la probabilidad de que el monto de pérdida en un siniestro ocurrido sea menor o igual a la cantidad  $y$ ; y la cantidad

$$C = E(y) = \int_0^{\infty} y \psi(y; \theta) dy$$

representa el monto esperado de pérdida en los siniestros ocurridos o siniestro medio en el caso de que se paguen los siniestros sin tener un límite máximo de responsabilidad. Si el límite de responsabilidad de la compañía se limitara hasta un valor máximo  $M$ , el siniestro medio sería:

$$C(M) = \int_0^M y \psi(y; \theta) dy + M \int_M^{\infty} \psi(y; \theta) dy$$

La segunda integral representa la cantidad correspondiente a los siniestros que sobrepasan  $M$  y por los cuales se paga exactamente la cantidad  $M$ .

Consideremos el caso cuando no se fija un límite máximo de Responsabilidad. En este caso, el siniestro medio resulta ser el valor de la esperanza de la función y sabemos de la teoría estadística que:

$$C = E(y) \approx \hat{y} = \frac{\sum z_3}{\sum z_2}$$

Por el Teorema del Límite Central sabemos que para una muestra de tamaño 'N',  $\hat{y}$  se distribuye aproximadamente como una variable aleatoria Normal con media  $\mu_{\hat{y}} = \mu$  y varianza  $\sigma_{\hat{y}}^2 = \sigma^2/N$ , y  $\hat{y}^2$  se distribuye como una  $\chi^2$  con  $N - 1$  grados de libertad. Por lo tanto :

$$Y' = \frac{(\hat{y} - C) / (\sigma / \sqrt{N})}{\sqrt{\sum (y_i - \hat{y})^2 / (N - 1) \sigma^2}} = \frac{\hat{y} - C}{y / \sqrt{N}} \approx t_{(N-1)}$$

donde:

$$y = \sum (y_i - \hat{y})^2 / (N - 1)$$

$t_{(N-1)}$  = Distribución  $t$  con  $N-1$  grados de libertad.

Podemos encontrar un valor  $\gamma$  tal que:

$$\begin{aligned} P\{Y' \geq \gamma\} &= 1 - c \\ \rightarrow P\left\{\frac{\hat{\theta} - C}{\sigma / \sqrt{N}} \geq \gamma\right\} &= 1 - c \\ \rightarrow P\left\{C \leq \hat{\theta} - \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \gamma\right\} &= 1 - c \end{aligned}$$

Si denominamos  $C' = \hat{\theta} - \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \gamma$ , tenemos que  $C'$  es un límite superior de confianza  $1 - c$  para el costo medio.

#### 4.2.1.3 DETERMINACION DE LA PRIMA DE RIESGO

Hasta el momento contamos con estimadores para la frecuencia y el costo medio del siniestro, así como límite superior para ambos con nivel de confianza de  $1 - \delta$  y  $1 - c$  respectivamente.

El siguiente paso es determinar la Prima de Riesgo. En 4.3 encontramos una relación que nos permite calcular su valor de manera determinística. Antes de continuar veamos el siguiente teorema:

**Teorema 1.** Sean  $X$  e  $Y$  variables aleatorias con media  $\mu_x$  y  $\mu_y$  respectivamente y sea  $XY$  su multiplicación, entonces

$$E[XY] = \mu_x \mu_y + \text{Cov}(X, Y).$$

**Demostración:**

$$\begin{aligned} (X - \mu_x)(Y - \mu_y) &= XY - X\mu_y - Y\mu_x + \mu_x \mu_y \\ XY &= (X - \mu_x)(Y - \mu_y) + X\mu_y + Y\mu_x - 2\mu_x \mu_y + \mu_x \mu_y \\ XY &= \mu_x \mu_y + (X - \mu_x)\mu_y + (Y - \mu_y)\mu_x + (X - \mu_x)(Y - \mu_y) \end{aligned}$$

Calculando la esperanza tenemos:

$$\begin{aligned} E[XY] &= E[\mu_x \mu_y] + E[(X - \mu_x)\mu_y] + E[(Y - \mu_y)\mu_x] + E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] \\ &= \mu_x \mu_y + \mu_y E[X - \mu_x] + \mu_x E[Y - \mu_y] + \text{Cov}(X, Y) \end{aligned}$$

$$\therefore E[XY] = \mu_x \mu_y + \text{Cov}(X, Y).$$

Consideremos a la variable aleatoria  $\pi = \phi \cdot \psi$ . Si suponemos que existe independencia entre las variables  $\phi$  y  $\psi$ , de acuerdo con el teorema 1 tenemos que:

$$E[\pi] = E[\phi]E[\psi]$$

De acuerdo con lo comentado anteriormente,  $E[\phi]$  puede interpretarse como la frecuencia de siniestros y  $E[\psi]$  como el siniestro medio. En este caso, podemos interpretar a  $E[\pi]$  como la prima de riesgo. Análogamente a lo que se hizo anteriormente para la frecuencia y la prima de riesgo buscaremos construir un límite superior de confianza para la prima de riesgo. Para esto veamos primero el siguiente teorema:

**Teorema 2.** Sea  $F_{X,Y}(x,y)$  la función de distribución conjunta de X e Y y sean  $F_X(x)$  y  $F_Y(y)$  las distribuciones marginales de X e Y respectivamente. Entonces:

$$F_X(x) + F_Y(y) - 1 \leq F_{X,Y}(x,y)$$

**Demostración:**

Sabemos que para dos eventos cualesquiera A y B se cumple:

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B) \leq 1$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B)$$

Sean A y B los eventos

$$A = \{x \mid X \leq x\}$$

$$B = \{y \mid Y \leq y\}$$

$$\therefore P(A) = P[X \leq x]$$

$$P(B) = P[Y \leq y]$$

son las distribuciones marginales de X e Y, es decir,

$$P(A) = F_X(x)$$

$$P(B) = F_Y(y)$$

El evento  $A \cap B$  es

$$A \cap B = \{(x,y) \mid X \leq x, Y \leq y\}$$

$$\therefore P(A \cap B) = P[X \leq x, Y \leq y]$$

es la distribución conjunta de X e Y, por lo tanto,

$$P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow F_X(x) + F_Y(y) - 1 \leq F_{X,Y}(x,y)$$

Hemos definido  $f'$ ,  $c'$  y  $E(\pi)$  tales que:

$$P(f \leq f') = 1 - \delta$$

$$P(C \leq C') = 1 - c$$

$$E(\pi) = E(\phi)E(\psi) = f \cdot C$$

Utilizando el resultado del teorema 2 tenemos que

$$P(f \cdot C \leq f' \cdot C') \geq P(f \leq f') + P(C \leq C') - 1 = 1 - \delta + 1 - c - 1$$

$$\therefore P(\pi \leq f' \cdot C') \geq 1 - (\delta + c)$$

Si denotamos  $\pi' = f' \cdot C'$  tenemos que  $\pi'$  es un límite superior de confianza a un nivel de al menos  $1 - (\delta + c)$  para la prima de riesgo.

#### 4.2.1.4 DETERMINACION DE LA PRIMA BASICA DE TARIFA

Hasta el momento hemos determinado el valor de  $\pi'$ . Esta es la cantidad a cobrar que permitirá cubrir los gastos por la ocurrencia de siniestros con un nivel de confianza determinado, sin embargo, falta considerar algunos otros factores como son:

- a) Costo de adquisición del seguro. En este rubro se consideran toda cantidad que sea pagada al agente que realiza la venta de la póliza o que sea gastada en favor del agente; es decir, se incluyen comisiones, gastos por convenciones, apoyos, etc.
- b) Costo de administración de la compañía aseguradora. En este rubro se consideran todos los gastos realizados por la compañía a excepción de aquellos realizados en favor de los agentes, por ya estar incluidos en el rubro anterior, y del costo de la siniestralidad.
- c) Utilidad Esperada. En este rubro se considera cuál es la cantidad que la compañía espera ganar.

Estos tres tipos de costo normalmente se expresan como porcentaje de la Prima Neta y a su suma se le suele llamar  $\alpha$ . Finalmente, para determinar la Prima Básica que se debe cobrar por el seguro tenemos que:

$$P = \frac{\pi}{(1 - \alpha)}$$

Con lo cual queda determinado el valor de la prima de tarifa básica.

#### 4.2.2 METODO PARA SELECCION DE VARIABLES

Hasta el momento, se ha presentado la manera de determinar la prima básica. Como pudimos ver en el capítulo II, en la mayor parte de los países se suelen utilizar algunos elementos a priori para modificar la prima básica, de acuerdo con las características del vehículo o del conductor principal.

Es importante que las características utilizadas para efectuar estas modificaciones sean aquellas que realmente contribuyen a incrementar o reducir significativamente el nivel de riesgo representado por el vehículo y/o conductor. Además, debe evitarse el utilizar dos o más variables cuyos efectos sean consecuencia uno del otro, ya que esto redundaría en aplicar dos o más veces un mismo factor, siendo que solo deba aplicarse en una ocasión.

Para lograr lo anterior, debemos utilizar un método que nos permita distinguir simultáneamente la influencia de una variable con respecto a la modificación en el nivel de riesgo y el nivel de correlación que exista entre dos o más variables diferentes.

Los métodos que se presentan a continuación utilizan como herramienta principal el cálculo de una ecuación de regresión lineal múltiple para posteriormente utilizar la prueba F de Fisher-Snedecor para probar si el coeficiente  $B_1$  obtenido para la variable  $X_1$  es diferente de cero.

La prueba se plantea como :

$$\begin{aligned} H_0 &: B_1 = 0 \\ \text{vs. } H_1 &: B_1 \neq 0. \end{aligned}$$

Bajo la hipótesis nula,

$$F = \frac{R_{x_1}^2(Q) - R_{x_1}^2(Q/x_j)}{1 - R_{x_1}^2(Q)} (n - q - 1)$$

admite una distribución Fisher-Snedecor con 1 y  $n-q-1$  grados de libertad; donde Q es el conjunto de variables utilizadas en la regresión, q es el número de elementos de Q y  $R_{x_1}^2(Q)$  es el coeficiente de correlación múltiple

entre  $X_1$  y  $Q$ .<sup>1</sup>

El Método de Eliminación consiste eliminar una por una todas las variables hasta que solo haya variables significativas en la ecuación. El procedimiento es como sigue:

- 1) Se comienza con todas las variables.
- 2) Se calcula el valor observado de  $F$  para todas las variables en la regresión.
- 3) Se halla el menor valor de  $F$ .
- 4) Se aplica la prueba  $F$  a esa variable.
- 5) Si  $H_0$  es rechazada, todas las variables en la ecuación son significativas y la selección se ha terminado. Si  $H_0$  es aceptada, se elimina la variable y se vuelve a comenzar en el punto 2.

El Método de Selección Progresiva consiste en incluir las variables una a la vez en la ecuación de regresión hasta que no haya variables significativas no incluidas. El procedimiento es como sigue:

- 1) Se selecciona la variable más correlacionada a  $X_1$ ,

$$|r_{x_1 x_j}| = \max_j |r_{x_1 x_j}|$$

y se revisa si la dependencia es significativa, en caso de no serlo, se detiene el proceso y ninguna variable debe afectar el valor de la prima, es decir, no debe diferenciarse la prima que pagan diferentes vehículos.

- 2) Se calculan todos los coeficientes parciales de correlación:

$$r_{x_1 x_j, x_i} \quad i \neq j$$

- 3) Se escoge el máximo en valor absoluto

$$|r_{x_1 x_k, x_i}| = \max_k |r_{x_1 x_k, x_i}|$$

- 4) Se aplica la prueba  $F$  a  $X_k$ . Si  $H_0$  es aceptada, la selección ha sido terminada. Si  $H_0$  es rechazada se introduce  $X_k$  en la ecuación de regresión.

- 5) Se calculan los coeficientes de correlación de segundo orden

$$r_{x_1 x_j, x_i, x_k}$$

---

<sup>1</sup>En el Anexo V se presenta de manera reducida el modelo de Regresión Múltiple en el cuál están basados los resultados mencionados.



- 6) Se selecciona el mayor  $|r_{x_{1j}, x_{1k}}|$  y se aplica la prueba F a esta variable.
- 7) Se calcula de ser necesario las correlaciones de orden 3, 4, ... etc. hasta que  $H_0$  sea aceptada.

El Método Iterativo es una variación del Método de Selección Progresiva y consiste en que en cada paso de la selección, una vez que se haya introducido la variable, se calcule el valor F para todas las variables, se seleccione la variable con el menor valor absoluto observado y se le aplique la prueba F. Si la prueba es rechazada se continúa con el proceso, si es rechazada se elimina esa variable de la ecuación de regresión. Cuando es la variable que acaba de ser introducida indica que el proceso de selección se ha completado.

De estos métodos, se puede elegir el más conveniente de acuerdo a la cantidad de información y de recursos disponibles para efectuar los cálculos. Una vez completado el proceso, las variables incluidas en la ecuación de regresión son las que deben ser consideradas para definir aumentos o disminuciones respecto a la prima básica.

Se debe diferenciar los grupos de vehículos de acuerdo a las variables seleccionadas y calcular el valor de su prima para posteriormente definir si la diferenciación se aplicará en forma de recargo o descuento porcentual, por medio de una cantidad fija o en forma de tablas de primas diferentes, según el caso.

Por facilidad de uso, se recomienda utilizar factores de recargo o descuento en forma porcentual, los cuales deberían ser calculados como sigue:

Sea  $\Pi_1$  la prima básica calculada para todos los vehículos sin diferenciar grupos, y  $\pi_1$  la prima básica calculada para un grupo de vehículos. El valor  $r_1$  obtenido como

$$r_1 = \frac{\pi_1}{\Pi_1} - 1$$

es el factor de recargo o descuento, en caso de ser negativo, que debe ser aplicado a la prima básica. Puesto que se seleccionaron las variables de manera que no haya dos variables altamente correlacionadas, podemos considerar que son independientes entre sí y por lo tanto los recargos pueden acumularse en forma geométrica para obtener al final el valor total de la prima.

El siguiente capítulo presenta un ejemplo práctico de la aplicación de este método.

#### 4.3 CONSIDERACIONES ACERCA DE LA INCLUSION DE UN SISTEMA BONUS-MALUS

El uso del sistema Bonus-Malus está ampliamente difundido en países que cuentan con un seguro obligatorio de responsabilidad civil. Sin embargo, no en todos los casos se han obtenido los resultados esperados del uso de este sistema y en algunos casos la existencia del mismo ha provocado efectos indeseables respecto al propósito mismo del seguro obligatorio.

En Europa, donde más se ha estudiado esto, se ha detectado un comportamiento de parte de los asegurados denominado 'Hambre por Bonus'. Este fenómeno responde principalmente al deseo de los asegurados por no pagar primas más altas por su seguro.

Dado que por cada reclamación presentada en el transcurso de un año se desciende en la escala del sistema y por cada año sin reclamación se asciende en la misma escala, el presentar una reclamación no solo provoca el recargo por ascender dentro de la escala sino también la pérdida del descuento adicional que se hubiera obtenido. Adicionalmente, en los años posteriores se permanece en un nivel consistentemente más alto que aquél en que se estaría de no existir reclamación.

Al evaluar el costo de afrontar por sí mismo la indemnización debida por un accidente contra el aumento que representa en el pago del seguro muchos automovilistas prefieren lo primero antes que presentar la reclamación a la aseguradora. En otros casos, la manera de evitar una reclamación es huyendo del lugar del accidente para evitar ser identificado.

Esta última actitud contraviene completamente el propósito del seguro obligatorio pues se regresa a la situación de desprotección para las víctimas del accidente.

En un país como México, donde es práctica usual que los responsables de un accidente huyan para evitar la responsabilidad y donde no existe una cultura del seguro, la inclusión de un Sistema Bonus-Malus propiciaría la huida de los responsables con tal de no pagar primas de seguro más altas.

De existir este fenómeno, la implementación del seguro obligatorio resultaría en un fracaso al no cumplir con su cometido original.

Debido a esto, no se considera que la inclusión de un Sistema Bonus-Malus dentro del seguro obligatorio en México fuera adecuada y por lo tanto no se presentan esquemas de cálculo para el mismo.

## 5.- APLICACION CON DATOS REALES

En el presente capítulo se mostrará un ejemplo numérico de la aplicación del modelo presentado en el capítulo anterior. Para esto, en primer lugar se hará referencia a la información utilizada, posteriormente se presentará el cálculo de la prima básica y finalmente se realizarán los cálculos necesarios para distinguir las variables que deben ser consideradas como elementos a-priori para diferenciar el nivel de prima y se calculará el impacto que deban tener en la prima básica.

### 5.1 ESTADISTICA UTILIZADA

Para el ejemplo numérico se utilizó estadística correspondiente a 1991 de una aseguradora. La información corresponde a 372,895 automóviles que estuvieron asegurados en algún momento durante el año con dicha compañía; en total representan 159,492 unidades expuestas contadas de acuerdo a la definición presentada en el capítulo IV.

La información reporta datos de 9,240 siniestros ocurridos a los automóviles en cuestión que provocaron un total de N\$ 29'980,923.34 por pago de indemnizaciones.

Las variables obtenidas para cada uno de los vehículos son:

- $z_1$  = unidad expuesta durante el período
- $z_2$  = número de siniestros reclamados durante el período
- $z_3$  = monto total de las reclamaciones
- $z_4$  = potencia del vehículo
- $z_5$  = capacidad cúbica del vehículo
- $z_7$  = uso del vehículo
- $z_8$  = antigüedad del vehículo

Con respecto al conjunto de variables mencionadas en el capítulo anterior no se obtuvo información de ubicación geográfica, peso del vehículo, edad, sexo y estado civil del conductor y distancia anual recorrida por el vehículo.

Los cálculos se efectuaron sobre el conjunto reducido de variables para ejemplificar el procedimiento. De contarse con los datos completos, se realizarían básicamente los mismos cálculos cuidando tener la clasificación adecuada para los demás datos.

La información de número y montos de siniestros se presenta en el Cuadro 5.1 clasificada por rangos de pérdida.

CUADRO 5.1

NUMERO Y MONTO DE SINIESTROS POR RANGO DE PERDIDA

DESDE	HASTA	NUMERO	MONTO
0	100	117	8,281.41
101	200	245	37,539.05
201	300	361	92,772.80
301	400	345	122,241.94
401	500	408	182,774.41
501	600	471	262,864.23
601	700	368	240,779.71
701	800	373	279,842.85
801	900	383	327,262.28
901	1,000	277	263,732.58
1,001	2,000	2,145	3,053,287.49
2,001	3,000	1,198	2,953,177.39
3,001	4,000	648	2,259,370.40
4,001	5,000	458	2,044,983.22
5,001	6,000	359	1,982,363.23
6,001	7,000	227	1,480,758.76
7,001	8,000	147	1,100,391.93
8,001	9,000	128	1,095,590.92
9,001	10,000	98	933,309.72
10,001	15,000	250	3,072,725.13
15,001	20,000	71	1,226,332.29
20,001	25,000	43	959,089.51
25,001	30,000	32	884,892.13
30,001	35,000	18	581,792.53
35,001	40,000	22	812,192.33
40,001	45,000	11	469,169.81
45,001	50,000	7	331,699.08
50,001	60,000	8	434,289.85
60,001	70,000	5	316,543.06
70,001	80,000	3	215,249.68
80,001	90,000	4	341,569.52
90,001	100,000	3	266,045.00
100,001	150,000	5	618,498.74
150,001	200,000	1	185,750.00
201,000		1	543,760.36
TOTAL		9,240	29,980,923.34

## 5.2 CALCULO DE LA PRIMA BASICA

### 5.2.1. DETERMINACION DE LA FRECUENCIA

En el modelo se habla de la conveniencia de contar con información de vehículos que hayan estado asegurados durante un período completo. En este caso, la información proporcionada en general no abarca un período completo para cada vehículo por lo cual se debe efectuar una adecuación en el método.

El modelo para determinar la frecuencia se basa en aproximar la distribución del número de siniestros por medio de una variable aleatoria de Poisson con parámetros  $\lambda$  y  $t$ . Estas pueden interpretarse como:

$\lambda$  es la frecuencia de eventos que ocurren en cada período

$t$  es el número de períodos que se están considerando

En nuestro caso cada vehículo estuvo asegurado por un lapso diferente dentro del período estadístico considerado, y considerando que la porción de unidad expuesta representa el lapso que el vehículo estuvo asegurado dentro del período podemos concluir que no tenemos variables aleatorias idénticamente distribuidas de Poisson sino que tenemos un conjunto de variables aleatorias de Poisson con parámetro  $\lambda z_{11}$ .

Debemos determinar la distribución de  $\hat{X}$  para este caso. En primer lugar la variable  $Y = \sum x_i$  tiene por función generatriz de momentos a:

$$\begin{aligned} m_Y(r) &= E(e^{rY}) = E(e^{x_1 r + x_2 r + \dots + x_N r}) = E(e^{x_1 r} e^{x_2 r} \dots e^{x_N r}) \\ &= E(\pi e^{x_1 r}) = \pi m_{X_1}(r) = \pi e^{\lambda z_{11} (e^r - 1)} \\ \therefore m_Y(r) &= e^{\lambda \Sigma z_{11} (e^r - 1)} \end{aligned}$$

Es decir  $Y$  se distribuye como una variable aleatoria de Poisson con parámetro  $\lambda \Sigma z_{11}$ , por lo tanto:

$$E(Y) = \lambda \Sigma z_{11};$$

$$V(Y) = \lambda \Sigma z_{11};$$

y consecuentemente si definimos:

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum x_i}{\sum z_{11}};$$

tenemos:

$$E(\hat{\lambda}) = \lambda$$

$$V(\hat{\lambda}) = \frac{\lambda}{\sum z_{11}}$$

Y por lo tanto podemos estimar la frecuencia  $f$  con  $\hat{\lambda}$ .

Efectuando esta corrección encontramos que:

$$f = \frac{n}{N} = \frac{9,240}{159,492} = 0.0579 = 5.79\%.$$

Es decir tenemos una frecuencia inicial de 5.79%. Debemos encontrar el límite superior de confianza para la frecuencia. Este límite se calculará con una confianza del 97.5%. De acuerdo con las tablas de la distribución  $t$  el cuantil 0.975 de la distribución es 1.96. Además, aplicando el principio de estimación para grandes muestras, encontramos que

$$s = \sqrt{\frac{0.0579}{159,492}} = 0.0006$$

por lo que el límite superior de confianza al 97.5% para la frecuencia tiene un valor de :

$$f' = 0.0579 + 1.96 (0.0006) = 0.0591$$

El valor  $f'$  se utilizará como frecuencia para efectuar los cálculos de la prima básica.

## 5.2.2 DETERMINACION DEL COSTO MEDIO POR SINIESTRO

En los datos se observaron 9,240 siniestros que importaron un total de \$ 29'980,923.34. Esto da como resultado un siniestro medio de:

$$SM = \frac{29'980,923.34}{9,240} = 3,244.69$$

Para calcular el límite superior de confianza para el costo medio se necesita conocer el valor de  $s^2$ . Para encontrarlo recordemos que:

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

con un poco de álgebra podemos llegar a:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum x_i^2 - n \bar{x}^2 \right]$$

expresión con la cual encontramos que:

$$s^2 = 62'965,722.84$$

Por lo tanto el límite superior de confianza al 97.5% para el costo medio está dado por:

$$SM' = 3,244.69 + 1.96 \sqrt{\frac{62'965,722.84}{9,240}} = 3,244.69 + 1.96 (82.55)$$

$$SM' = 3,406.49$$

### 5.2.3. DETERMINACION DE LA PRIMA DE RIESGO

En los dos puntos anteriores se encontraron los límites superiores de confianza al 97.5% tanto para la frecuencia como para el costo medio. Aplicando el resultado obtenido en el punto 4.2.1.3 del capítulo anterior tenemos que:

$$P(\pi \leq f'SM') \geq 0.975 + 0.975 - 1$$

$$P(\pi \leq 0.0591 \times 3,406.49) \geq 0.95$$

$$P(\pi \leq 201.32) \geq 0.95$$

Es decir, el valor del límite superior de confianza al 95% para la prima de riesgo es de 201.32.

Considerando que la información se refiere al año de 1991, esta prima de riesgo debería ser actualizada de acuerdo a la inflación ocurrida de 1991 a



la fecha más un porcentaje proyectado para la inflación entre el momento de efectuarse el cálculo y el momento de entrada en vigor de la tarifa. En este caso, supondremos que la tarifa está proyectada para ser vigente del primero de enero al 31 de diciembre de 1994 por lo cual usaremos la estimación para la inflación de junio de 1991 a diciembre de 1993.

La inflación de junio de 1991 a julio de 1993 fue de 27.96 % y de acuerdo con las estimaciones dadas a conocer por Banco de México, la inflación de julio a diciembre de 1993 será de aproximadamente 4.06 %. Por lo tanto usaremos un factor de 33.15 % para actualizar la prima de riesgo con lo que nos queda:

$$\pi' = 201.32 \times 1.3315$$

$$\pi' = 268.06$$

#### 5.2.4. DETERMINACION DE LA PRIMA BASICA DE TARIFA

Para obtener la prima básica de tarifa usaremos los siguientes datos:

Gastos de Administración = 15%

Gastos de Adquisición = 10%

Utilidad Técnica = 5%

$$\therefore \alpha = 30\%$$

Los anteriores son valores utilizados de manera común dentro del mercado asegurador mexicano. Considerándolos obtenemos finalmente una prima básica de tarifa con un valor de:

$$P = \frac{\pi'}{1 - \alpha} = \frac{268.06}{1 - 0.30} = \frac{268.06}{0.70} = 382.94$$

Es decir la prima básica que se debe cobrar es de N\$ 382.94.

### 5.2.5 DETERMINACION DE LAS VARIABLES RELEVANTES PARA DISTINGUIR NIVELES DE PRIMA

Para determinar el conjunto de variables relevantes, en primer lugar se eliminaron de los cálculos todos aquellos registros para los cuales faltaba alguno de los valores. Esto eliminó información de 1,016 siniestros de los cuales no estaba identificada la póliza afectada y por lo tanto no se conocía la mayor parte de los datos adicionales.

Se efectuaron cálculos de regresión usando el método iterativo mencionado en el capítulo 4, y teniendo como variable dependiente tanto a  $z_2$  como a  $z_3$ . Los cálculos se efectuaron utilizando el programa SPSS/PC+ versión 4.0.

En la regresión teniendo como variable dependiente a  $z_2$  se obtiene el valor más alto para  $R^2$  por lo cual se utilizará el resultado para definir a las variables relevantes. El detalle del procedimiento de cálculo se encuentra en el Anexo V. Las variables significativas respecto al número de accidentes y que se deben utilizar para modificar el valor de la prima resultan ser:

- $z_1$  = unidades expuestas durante el período
- $z_8$  = antigüedad del vehículo
- $z_5$  = capacidad cúbica del vehículo
- $z_7$  = uso del vehículo

Respecto a  $z_1$ , este resultado era esperado y de hecho en la actualidad es un factor que se considera para determinar la prima en el momento de la contratación. La prima de un seguro se fija en base a la duración de la vigencia que tendrá, por lo tanto no se efectuarán más cálculos respecto a esta variable.

En cuanto a  $z_8$ , en el cuadro 5.2 se presentan los datos de frecuencia, costo medio y prima de riesgo para los vehículos desglosados por antigüedad del mismo.

Agrupando a los vehículos en tres grupos de acuerdo a su antigüedad, se obtienen los resultados mostrados en el cuadro 5.3.

CUADRO 5. 2

## PRIMA DE RIESGO POR ANTIGÜEDAD DEL VEHICULO

MODELO	UNIDADES EXPUESTAS	NUM	MONTO	FREC	COSTO MEDIO	PRIMA RIESGO
0	24,303.47	1,084	4,012,782.77	4.46%	3,701.83	165.11
1	35,283.70	1,699	6,188,647.41	4.82%	3,642.52	175.40
2	24,841.02	1,175	3,605,327.35	4.73%	3,068.36	145.14
3	18,048.80	901	2,962,465.51	4.99%	3,287.98	164.14
4	9,858.44	495	1,466,573.26	5.02%	2,962.77	148.76
5	6,353.99	348	923,280.41	5.48%	2,653.10	145.31
6	7,335.17	435	1,044,053.86	5.93%	2,400.12	142.34
7	7,152.19	425	1,085,417.85	5.94%	2,553.92	151.76
8	5,242.51	301	990,692.19	5.74%	3,291.34	188.97
9	3,768.36	195	603,450.98	5.17%	3,094.62	160.14
10	5,027.10	319	762,145.04	6.35%	2,389.17	151.61
11	4,754.36	333	926,886.05	7.00%	2,783.44	194.95
12	3,200.33	217	822,859.64	6.78%	3,791.98	257.12
13	2,180.49	138	338,795.02	6.33%	2,455.04	155.38
14	1,302.21	97	288,040.96	7.45%	2,969.49	221.19
15	497.27	44	117,260.22	8.85%	2,665.00	235.81
+ 15	342.92	18	84,390.77	5.25%	4,688.38	246.10
TOTAL	159,492.33	8,224	26,223,069.29	5.16%	3,188.60	164.42

CUADRO 5. 3

## PRIMA DE RIESGO POR ANTIGÜEDAD DEL VEHICULO (AGRUPADOS)

ANTIG.	UNIDADES EXPUESTAS	SINIESTROS		FREC	COSTO MEDIO	PRIMA RIESGO	%	PONDE- RACION
		NUM.	MONTO					
0 a 6	126,024.58	6,137	20,203,130.57	4.87%	3,292.02	160.31	98%	77.44%
7 a 12	29,144.86	1,790	5,191,451.75	6.14%	2,900.25	178.13	108%	19.74%
+ 13	4,322.89	297	828,486.97	6.87%	2,789.52	191.66	117%	3.17%
TOTAL	159,492.33	8,224	26,223,069.29	5.16%	3,188.60	164.42	100%	100.34%

Los resultados indican que para vehículos hasta de 6 años de antigüedad se debe conceder un descuento de 2%, de 7 a 12 años de antigüedad se debe aplicar un recargo de 8% y para vehículos con 13 o más años se debe aplicar un recargo de 17%.

Para garantizar que la prima a cobrar seguirá siendo suficiente a nivel global se debe ponderar la prima a cobrar en cada caso de acuerdo a las unidades expuestas para cada grupo. La columna 'Ponderación' del cuadro

5.3. muestra este procedimiento y la suma de esa columna indica que se alcanzó el nivel de suficiencia de prima.

El cuadro 5.4 muestra los resultados obtenidos al clasificar a los vehículos de acuerdo a su capacidad cúbica.

CUADRO 5.4

PRIMA DE RIESGO POR CAPACIDAD CUBICA DEL VEHICULO

CAPAC. CUBICA	UNIDADES EXPUESTAS	SINIESTROS		FREC.	COSTO MEDIO	PRIMA RIESGO
		NUMERO	MONTO			
1584	23,986.52	1,040	3,180,003.26	4.34%	3,057.70	132.57
1597	27,700.27	1,328	3,711,257.25	4.79%	2,794.62	133.98
1714	6,163.82	376	1,017,519.13	6.10%	2,706.17	165.08
1721	922.96	41	85,685.55	4.44%	2,089.89	92.84
1750	524.30	44	91,743.84	8.39%	2,085.09	174.98
1780	18,846.69	982	3,593,639.56	5.21%	3,659.51	190.68
1995	8,626.87	36	71,336.99	5.74%	1,981.58	113.80
2213	18,519.54	1,051	3,038,010.52	5.68%	2,890.59	164.04
2309	15,161.63	779	2,352,522.77	5.14%	3,019.93	155.16
2400	761.71	52	131,156.33	6.83%	2,522.24	172.19
2500	7,598.59	325	1,492,231.02	4.28%	4,591.48	196.38
2835	3,111.92	173	450,695.35	5.56%	2,605.18	144.83
2837	3,921.40	155	573,337.39	3.95%	3,698.95	146.21
3100	9,193.53	411	1,525,454.41	4.47%	3,711.57	165.93
3797	5,585.07	298	1,161,717.24	5.34%	3,898.38	208.00
4200	1,873.39	132	293,591.19	7.05%	2,224.18	156.72
4228	1,530.93	107	262,776.98	6.99%	2,455.86	171.65
5000	4,511.14	274	932,889.20	6.07%	3,404.71	206.80
5735	2,139.58	157	615,194.08	7.34%	3,918.43	287.53
5737	6,045.79	405	1,455,298.68	6.70%	3,593.33	240.71
5900	766.66	58	187,008.55	7.57%	3,224.29	243.92
<b>TOTAL</b>	<b>159,492.33</b>	<b>8,224</b>	<b>26,223,069.29</b>	<b>5.16%</b>	<b>3,188.60</b>	<b>164.42</b>

Nuevamente se agrupó a los vehículos, en esta ocasión en 4 grupos, obteniéndose los resultados mostrados en el cuadro 5.5. La columna 'Ponderación' muestra los cálculos efectuados para garantizar la suficiencia.

Los datos indican que se debe otorgar un descuento de 9% a los vehículos con menos de 2,000 cc. de capacidad; de 2,000 a 3,000 cc. no se debe aplicar recargos ni descuentos; de 3,000 a 5,000 cc. se debe recargar un 8% y para los vehículos con más de 5'000 cc. el recargo debe ser de 44%.

CUADRO 5.5

## PRIMA DE RIESGO POR CAPACIDAD CUBICA (AGRUPADOS)

HASTA	UNIDADES EXPUESTAS	SINIESTROS		FREC.	COSTO MEDIO	PRIMA RIESGO	%	PONDE- RACION
		NUM.	MONTO					
2,000	78,771.43	3,847	11,751,185.58	4.88%	3,054.64	149.18	91%	44.94%
3,000	49,074.80	2,535	8,037,953.38	5.17%	3,170.79	163.79	100%	30.77%
5,000	18,182.91	948	3,243,539.82	5.21%	3,421.46	178.38	108%	12.31%
+5,000	13,463.18	894	3,190,390.51	6.64%	3,568.67	236.97	144%	12.16%
TOTAL	159,492.33	8,224	26,223,069.29	5.16%	3,188.60	164.42	100%	100.18%

Finalmente, sólo resta analizar por el uso del vehículo. Se utilizó la clasificación de 'Uso Particular' y 'Uso Profesional'. En 'Uso Profesional' se incluyeron Taxis, Ruleteros, Autos Escuela, Transporte Público, Empleados, Estudiantes, etc. Los datos se muestran en el cuadro 5.6.

CUADRO 5.6

## PRIMA DE RIESGO POR USO DE VEHICULO

USO	UNIDADES EXPUESTAS	SINIESTROS		FREC.	COSTO MEDIO	PRIMA RIESGO	%	PONDE- RACION
		NUM.	MONTO					
0	155,381.40	7,987	25,184,529.69	5.14%	3,153.19	162.08	99.00%	96.45%
1	4,110.94	237	1,038,539.60	5.77%	4,382.02	252.63	154.00%	3.97%
TOT	159,492.33	8,224	26,223,069.29	5.16%	3,188.60	164.42	100.00%	100.42%

Uso 0 es Servicio Particular  
Uso 1 es Servicio Profesional

Los vehículos de 'Uso Particular' tienen derecho a un descuento del 1%, mientras que los vehículos de 'Uso Profesional' deben tener un recargo de 54%.

En resumen, la tarifa debe ser:

Prima Básica NS 382.94

**Recargos (Descuentos) por Antigüedad del vehículo:**

Hasta 6 años	( 2.00%)
De 7 a 12 años	8.00%
De 13 años y +	17.00%

**Recargos (Descuentos) por Capacidad Cúbica del Vehículo**

Hasta 2,000 cc.	( 9.00%)
De 2,000 a 3,000 cc.	0.00%
De 3,000 a 5,000 cc.	8.00%
Mas de 5,000 cc.	44.00%

**Recargos (Descuentos) por Uso del Vehículo**

Uso Particular	( 1.00%)
Uso Profesional	54.00%

## 6.- CONCLUSIONES

El Seguro Obligatorio de Responsabilidad Civil del Automovilista es un instrumento que ha probado su eficacia en todos los países donde ha sido implementado.

Siendo México un país con una industria aseguradora poco desarrollada, su implantación representaría un estímulo al crecimiento del sector tanto de manera directa como indirecta. Directamente, por la gran cantidad de vehículos actualmente no asegurados que se asegurarían. Indirectamente porque provocaría un conocimiento de las ventajas de estar asegurado, lo cual fomentaría una cultura del seguro y consecuentemente un crecimiento en la venta de seguros en ramos diferentes al de automóviles.

La posibilidad de implantación de este seguro, sin embargo, depende más de la voluntad política que exista de implantarlo que de la existencia de estudios respecto a su conveniencia, los cuales como se mencionó anteriormente son numerosos.

Independientemente de la posibilidad de implementar este seguro, es evidente la falta de información estadística existente en el sector asegurador mexicano. Dentro de la tesis, esto fue notorio al efectuar los cálculos del ejemplo. Las aseguradoras no cuentan con todos los datos acerca de sus vehículos asegurados. En muchos casos incluso los datos previstos por las áreas técnicas como necesarios para elaborar estadísticas no son incluidos dentro de las bases de datos por descuido o negligencia de los agentes y/o las personas encargadas de las áreas de emisión de pólizas que no los consideran como necesarios a menos que representen un elemento determinante para la emisión de la póliza. Es decir, la mayor parte de los datos solicitados con fines estadísticos y que no repercuten en el cálculo de la prima del vehículo o no son obligatorios para expedir la póliza no son incluidos en muchos casos.

Así pues, las aseguradoras deben prepararse frente a la eventual implementación de este tipo de seguro preparando bases estadísticas confiables y completas que les permitan efectuar cálculos de primas de

tarifa que consideren las diferencias entre los diversos vehículos y sus conductores en lugar de cobrar una prima promedio idéntica para todos los asegurados sin reconocer las diferencias en niveles de riesgo representadas por las condiciones particulares de cada caso.

En esta tesis se presentó uno de los muchos métodos posibles para efectuar cálculos que consideren los factores adecuados para diferenciar niveles de prima según el caso particular de cada vehículo. No siendo el único método, espero que sirva para despertar la inquietud por buscar esquemas tarifarios acordes con la realidad de México y que contemplen el uso de diversos elementos en lugar de un cobro igual a todo vehículo que se asegure. Además espero sirva de ejemplo de la falta de información existente en el sector para propiciar el desarrollo de sistemas estadísticos más completos que los existentes en la actualidad.



## ANEXO I

### FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL

Una de las funciones de distribución más importantes en la estadística es la Función de Distribución Normal. Se dice que una variable aleatoria tiene distribución normal si su función de densidad es:

$$f_X(x) = f_X(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

donde los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  satisfacen:

$$-\infty < \mu < \infty, \quad \text{y} \quad \sigma > 0.$$

La esperanza y la varianza de una variable aleatoria normal  $X$  están dadas por:

$$E(X) = \mu, \quad \text{y}$$

$$V(X) = \sigma^2$$

Cuando  $\mu = 0$  y  $\sigma = 1$  se llama a  $X$  variable Normal Standard y sus funciones de densidad y de distribución se denotan por  $\phi_X$  y  $\Phi_X$  respectivamente.

Una de las propiedades interesantes de una variable aleatoria normal es que si  $Y$  se distribuye como una normal con parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ , entonces

$$X = \frac{Y - \mu}{\sigma}$$

se distribuye como una variable aleatoria normal standard. Gracias a esta propiedad, los valores de cualquier variable aleatoria normal pueden conocerse a partir de la variable aleatoria  $X$ .

Finalmente, la propiedad más importante de la variable aleatoria normal se establece como parte del Teorema del Límite Central que se presenta a continuación.

**Teorema 1.1. Teorema del Límite Central.** Si para todo número entero  $n > 0$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media  $\mu_x$  y varianza  $\sigma_x^2$ , entonces para cada  $Z$

$$F_{Z_n} \text{ converge a } \Phi(z) \text{ cuando } n \text{ tiende a } \infty,$$

donde

$$F_{Z_n} = \frac{(\bar{X}_n - \mu_x)}{\sigma_x / \sqrt{n}}$$

La importancia del teorema del Límite Central es que nos permite conocer la distribución de  $\bar{X}$  independientemente de la distribución original de las variables  $X_i$  siempre y cuando  $n$  sea lo suficientemente grande. Este teorema es muy utilizado pues  $\bar{X}$  es el estimador insesgado para la media de cualquier distribución.

Como resultado de esta propiedad, se puede construir el método de estimación por intervalos conocido como de *Grandes Muestras*. En este método se establece que la cantidad

$$\frac{T_n - \theta}{\sigma_n(\theta)}$$

puede ser tratada como una pivotal y por lo tanto el intervalo de confianza  $r$  para una gran muestra se determina a partir de las desigualdades

$$-z < \frac{T_n - \theta}{\sigma_n(\theta)} < z,$$

donde  $z = z_{(1+r)/2}$  está definida por  $\Phi(z_{(1+r)/2})$ .

Este método puede ser utilizado siempre y cuando la desigualdad permita despejar  $\theta$ .

## ANEXO II

### FUNCION DE DISTRIBUCION DE POISSON.

Se llama distribución de Poisson a un tipo especial de Distribución probabilística que se utiliza para explicar la ocurrencia de eventos bajo un esquema normalmente conocido como Proceso de Poisson.

Un proceso de Poisson cumple con las siguientes características:

- Los sucesos ocurren durante un período continuo de tiempo.
- Los sucesos ocurren en forma aleatoria.
- Los sucesos en cualquier intervalo de tiempo son independientes de los sucesos en otro intervalo de tiempo diferente.

La distribución de Poisson se expresa como :

$$p(x; \lambda t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} \quad (\text{II.1})$$

donde :

$p(x; \lambda t)$  = probabilidad de ocurrencia de exactamente  $x$  sucesos

$\lambda$  = densidad de sucesos en un intervalo de tiempo

$t$  = número de intervalos de tiempo a considerar

La esperanza y la varianza de una variable aleatoria con Distribución de Poisson están dadas por:

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum_{x=0}^{\infty} x p(x; \lambda t) = 0 p(0; \lambda t) + \sum_{x=1}^{\infty} x e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} \\ &= \sum_{x=1}^{\infty} x e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} = e^{-\lambda t} \lambda t \sum_{x=1}^{\infty} \frac{(\lambda t)^{x-1}}{(x-1)!} \\ &= e^{-\lambda t} \lambda t \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^r}{r!} = e^{-\lambda t} \lambda t e^{\lambda t} = \lambda t \end{aligned}$$

∴  $E(x) = \lambda t$  (II.2)

$$\begin{aligned}
V(x) &= \sum_{x=0}^{\infty} [x - E(x)]^2 p(x; \lambda t) = \sum_{x=0}^{\infty} [x - \lambda t]^2 e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} \\
&= \sum_{x=0}^{\infty} [x^2 - 2x\lambda t + (\lambda t)^2] e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} \\
&= \sum_{x=0}^{\infty} x^2 e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} - 2 \sum_{x=0}^{\infty} x \lambda t e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} + \sum_{x=0}^{\infty} (\lambda t)^2 e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} \\
&= \lambda t \sum_{x=0}^{\infty} x e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^{x-1}}{(x-1)!} - 2 \lambda t \sum_{x=0}^{\infty} x e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} + (\lambda t)^2 \sum_{x=0}^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} \\
&= \lambda t \sum_{r=0}^{\infty} (r+1) e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^r}{r!} - 2(\lambda t)^2 + (\lambda t)^2 \\
&= \lambda t \left[ \sum_{r=0}^{\infty} r e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^r}{r!} + \sum_{r=0}^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^r}{r!} \right] - (\lambda t)^2 \\
&= \lambda t [\lambda t + 1] - (\lambda t)^2 = (\lambda t)^2 + \lambda t - (\lambda t)^2 = \lambda t
\end{aligned}$$

$\therefore \underline{V(x) = \lambda t} \qquad (11.3)$

Por otra parte la función generatriz de Momentos para esta distribución es:

$$\begin{aligned}
m_x(r) &= E(e^{rx}) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{rx} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!} = e^{-\lambda t} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{(\lambda t e^r)^x}{x!} \\
&= e^{-\lambda t} e^{\lambda t e^r} = e^{\lambda t (e^r - 1)} \\
\therefore m_x(r) &= e^{\lambda t (e^r - 1)} \qquad (11.4)
\end{aligned}$$

Supongamos que se tienen N variables aleatorias independientes de Poisson idénticamente distribuidas. Designemos a  $Y = \Sigma x_i$ .

La función generatriz de momentos de la nueva variable aleatoria Y será:

$$\begin{aligned}
m_Y(r) &= E(e^{rY}) = E(e^{x_1 r + x_2 r + \dots + x_N r}) = E(e^{x_1 r} e^{x_2 r} \dots e^{x_N r}) \\
&= E(e^{x_1 r}) = \prod E(e^{x_i r}) = \prod m_{x_i}(r) = \prod e^{\lambda t (e^r - 1)} \\
\therefore m_Y(r) &= e^{N \lambda t (e^r - 1)} \qquad (11.5)
\end{aligned}$$

Lo cual nos indica que la nueva variable Y se distribuye como una Poisson con parámetro  $N\lambda t$ , y por lo tanto:

$$E(Y) = N\lambda t \qquad (11.6)$$

$$V(Y) = N\lambda t \qquad (11.7)$$

Finalmente, si definimos :

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{Y}{N}; \quad \text{y} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (x_i - \hat{\lambda})^2}{N-1}$$

Tenemos que:

$$E(\hat{\lambda}) = E\left(\frac{Y}{N}\right) = \frac{1}{N} E(Y) = \frac{1}{N} N\lambda t = \lambda t \quad (\text{II.8})$$

$$V(\hat{\lambda}) = V\left(\frac{Y}{N}\right) = \frac{1}{N^2} V(Y) = \frac{1}{N^2} N\lambda t = \frac{\lambda t}{N} \quad (\text{II.9})$$

Es decir,  $\hat{\lambda}$  es un estimador insesgado para el parámetro  $\lambda t$  de la distribución original de Poisson y su varianza es de un  $n$ -ésimo de la varianza de la distribución original.

Además por el Teorema del Límite Central sabemos que para  $N$  lo suficientemente grande  $\hat{\lambda}$  se distribuye como una normal con parámetros  $\mu = \lambda t$  y  $\sigma^2 = \lambda t/N$ , y  $\hat{\sigma}^2$  se distribuye como una  $\chi^2$  con  $N-1$  grados de libertad. Consecuentemente,

$$Y' = \frac{(\hat{\lambda} - \lambda t) / (\sigma / \sqrt{N})}{\sqrt{\sum (x_i - \hat{\lambda})^2 / (N-1) \sigma^2}} = \frac{\hat{\lambda} - \lambda t}{\hat{\sigma} / \sqrt{N}} \approx t_{(N-1)}$$

donde :

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\sum (x_i - \hat{\lambda})^2 / (N-1)}$$

$t_{(N-1)}$  = Distribución  $t$  con  $N-1$  grados de libertad.

Podemos encontrar un valor  $\xi$  tal que:

$$P\{Y' \geq \xi\} = 1 - \alpha$$

$$P\left\{\frac{\hat{\lambda} - \lambda t}{\hat{\sigma} / \sqrt{N}} \geq \xi\right\} = 1 - \alpha$$

$$P\left\{\hat{\lambda} - \lambda t \geq \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}} \xi\right\} = 1 - \alpha$$

$$P\left\{\lambda t \leq \hat{\lambda} - \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}} \xi\right\} = 1 - \alpha \quad (\text{II.10})$$

A partir de unas tablas de la función de Distribución  $t_{n-1}$  podemos encontrar el valor de  $\xi$ . Por lo tanto podemos asegurar que  $\lambda t$  es menor a  $\hat{\lambda} - \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}} \xi$  con una confianza de  $1 - \alpha$ .

## ANEXO III

### FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE PARETO

La Distribución de Pareto es utilizada para modelar problemas que incluyen la Distribución del ingreso cuando el ingreso excede una cierta cantidad  $X_0$  o, como en nuestro caso, para modelar el número de siniestros de cierto tipo ocurridos según el monto del mismo.

Se ha encontrado que la Distribución de Pareto proporciona un ajuste particularmente bueno cuando se aplica a modelar el número de siniestros ocurridos en el ramo de automóviles.

La función de Densidad de esta Distribución está dada por:

$$f_x(x; X_0, \theta) = \frac{\theta}{X_0} \left( \frac{X_0}{x} \right)^{\theta+1} \mathbb{1}_{(X_0, \infty)}(x) \quad (\text{III.1})$$

La función de Distribución está dada por:

$$F_x(x; X_0, \theta) = \int_{X_0}^x f_t(t; X_0, \theta) dt = 1 - \left( \frac{X_0}{x} \right)^{\theta} \quad (\text{III.2})$$

La esperanza y la varianza de esta distribución están dadas por:

$$\begin{aligned} E(x) &= \int_{X_0}^{\infty} x f_x(x; X_0, \theta) dx = \int_{X_0}^{\infty} x \frac{\theta}{X_0} \left( \frac{X_0}{x} \right)^{\theta+1} dx \\ &= \int_{X_0}^{\infty} \theta \left( \frac{X_0}{x} \right)^{\theta} dx = \theta X_0^{\theta} \int_{X_0}^{\infty} \left( \frac{1}{x} \right)^{\theta} dx \\ &= \theta X_0^{\theta} \left[ -\frac{x^{-\theta+1}}{\theta-1} \right]_{X_0}^{\infty} = \theta X_0^{\theta} \left[ \frac{X_0^{-\theta+1}}{\theta-1} \right] = \frac{\theta X_0}{\theta-1} \\ E(x) &= \frac{\theta X_0}{\theta-1}; \quad (\text{III.3}) \\ &\text{para } \theta > 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E(x^2) &= \int_{X_0}^{\infty} x^2 f_x(x; X_0, \theta) dx = \int_{X_0}^{\infty} x^2 \frac{\theta}{X_0} \left(\frac{X_0}{x}\right)^{\theta+1} dx \\
 &= \int_{X_0}^{\infty} \theta X_0 \left(\frac{X_0}{x}\right)^{\theta-1} dx = \theta X_0^{\theta} \int_{X_0}^{\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{\theta-1} dx \\
 &= \theta X_0^{\theta} \left[ \frac{-x^{-\theta+2}}{\theta-2} \right]_{X_0}^{\infty} = \theta X_0^{\theta} \left[ \frac{X_0^{-\theta+2}}{\theta-2} \right] = \frac{\theta X_0^2}{\theta-2} \\
 \therefore E(x^2) &= \frac{\theta X_0^2}{\theta-2}; \quad \text{(III.4)} \\
 &\text{para } \theta > 2
 \end{aligned}$$

y utilizando :

$$V(x) = E(x^2) - E(x)^2 ;$$

obtenemos:

$$\begin{aligned}
 V(x) &= \frac{\theta X_0^2}{\theta-2} - \left( \frac{\theta X_0}{\theta-1} \right)^2 ; \quad \text{(III.5)} \\
 &\text{para } \theta > 2.
 \end{aligned}$$

Si se tiene una muestra tamaño  $N$ , el valor de  $\theta$  y  $X_0$  se pueden estimar utilizando el Método de Momentos, de acuerdo con el cual se toma:

$$\hat{\theta} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N x_i} ; \quad \frac{N}{x^2} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N x_i^2} ;$$

Igualando con III.3 y III.4 tenemos:

$$\hat{\theta} = \frac{\theta X_0}{\theta-1} \quad \text{(III.6)}$$

$$\frac{N}{x^2} = \frac{\theta X_0^2}{\theta-2} \quad \text{(III.7)}$$

De III.6 podemos despejar  $X_0$  lo cual da como resultado:

$$X_0 = \frac{(\theta - 1) \hat{X}}{\theta} \quad (\text{III.8})$$

Sustituyendo III.8 en III.7 obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{\theta^2} &= \frac{\theta \left[ \frac{(\theta - 1) \hat{X}}{\theta} \right]^2}{\theta - 2} = \frac{(\theta - 1)^2 \hat{X}^2}{\theta(\theta - 2)} \\ \rightarrow \theta(\theta - 2) x^2 &= (\theta - 1)^2 \hat{X}^2 \\ \rightarrow \left[ x^2 - \hat{X}^2 \right] \theta^2 - 2 \left[ x^2 - \hat{X}^2 \right] \theta - \hat{X}^2 &= 0 \\ \rightarrow \theta &= 1 \pm \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - \hat{X}^2}} \quad (\text{III.9}) \end{aligned}$$

Con lo cual podemos estimar  $\theta$  y  $X_0$  a partir de III.8 y III.9.



## ANEXO IV

### ANÁLISIS DE REGRESIÓN

El análisis de regresión es un procedimiento que permite determinar si existe relación entre dos o más variables diferentes. En el presente anexo se presentarán únicamente los resultados de este tipo de análisis que son utilizados en el capítulo IV para determinar cuales variables son relevantes en la determinación de la prima de riesgo. Cabe aclarar que estos resultados son generales y pueden ser utilizados en contextos diferentes.

En primer lugar debe determinarse cuál es la posible expresión matemática de la relación. En nuestro caso supondremos que ésta es una combinación lineal de las variables estudiadas, es decir nuestra función representa un hiperplano en un espacio  $k$ -dimensional y es de la forma:

$$y = \sum_{i=1}^k \beta_i X_{i1} + u \quad (\text{IV.1})$$

donde:

- 1)  $y$  es la variable dependiente
- 2)  $X_{i1}$ ,  $i = 1, \dots, k$  son las variables independientes o explicativas. En general se considera que las variables  $X_{i1}$  forman un conjunto linealmente independiente.
- 3)  $\beta_i$  son los coeficientes de las  $X_{i1}$  y muestran la importancia de la variable  $X_{i1}$  respecto a  $y$ .
- 4)  $u$  es un vector de perturbaciones incluido Debido a que en la realidad pueden darse múltiples factores imposibles de medir o de muy difícil cuantificación para su inclusión en el modelo. En términos generales se supone que  $u$  es un vector de variables aleatorias normales independientes con media 0 y varianza  $\sigma^2$ . Dicho de otra manera es una variable aleatoria normal multivariada con  $\mu = 0$  y  $\Sigma = \sigma^2 I$ .

Nos interesan tres cosas:

- 1) Estimar el valor de los coeficientes  $\beta$ .
- 2) Probar si la variable Y realmente es dependiente de  $X$ .
- 3) Conocer el grado de confianza con que la ecuación de regresión predice los valores de y.

En la presentación del método para resolver estos problemas se utilizará notación matricial con la finalidad de simplificar la notación hasta donde sea posible.

El problema expresado en forma matricial es

$$y = X'\beta + u \quad (IV.2)$$

donde:

$$y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} | & & | \\ X_1 & \dots & X_k \\ | & & | \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

Sea  $b_0$  un vector arbitrario de k elementos. Con él podemos definir un vector de residuales o de errores

$$e_0 = y - Xb_0 \quad (IV.3)$$

Deseamos encontrar el  $b_0$  que *minimice la suma de los errores cuadrados*  $e_0'e_0$ . Es decir deseamos minimizar

$$\begin{aligned} e_0'e_0 &= (y - Xb_0)'(y - Xb_0) \\ &= y'y - 2b_0'X'y + b_0'X'Xb_0 \end{aligned}$$

de donde

$$\frac{\delta(e_0'e_0)}{\delta b_0} = -2X'y + 2X'Xb_0 \quad (IV.4)$$

igualando a cero encontramos la solución  $b$  que nos da

$$(X'X)b = X'y \quad (IV.5)$$

Las ecuaciones anteriores son conocidas como *ecuaciones normales*. Dado que las variables  $X_i$  forman un conjunto linealmente independiente, la matriz  $X'X$  es no-singular y podemos encontrar:

$$b = (X'X)^{-1}X'y \quad (IV.6)$$

El vector de residuales se denota por  $e$  y es igual a

$$e = y - Xb. \quad (IV.7)$$

Despejando y de IV.7 y sustituyendo en IV.5 obtenemos:

$$(X'X)b = (X'X)b + X'e$$

es decir

$$X'e = 0$$

Para probar que efectivamente se ha encontrado un mínimo se deriva nuevamente respecto a  $b$ , y se obtiene

$$\frac{\delta^2(e'e)}{\delta b^2} = 2(X'X),$$

este indica que se obtendrá un mínimo siempre que  $(X'X)$  sea definida positiva. Para establecer esto sea  $d$  un vector no nulo y definamos:

$$c = Xd$$

$c$  es diferente de cero por la suposición de independencia lineal entre las  $X_i$  que asegura una matriz  $X$  de rango completo. Por lo tanto:

$$c'c = d'X'Xd > 0$$

y por lo tanto  $X'X$  es definida positiva.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Regresando a IV.6 y sustituyendo IV.2 obtenemos

$$b = \beta + (X'X)^{-1}X'u \quad (IV.8)$$

y calculando la esperanza obtenemos

$$E[b] = \beta$$

puesto que  $E[u] = 0$ . Es decir  $b$  es un estimador insesgado de  $\beta$ . Puede además demostrarse que  $b$  es el *mejor estimador lineal insesgado* de  $\beta$  pues tiene varianza mínima dentro de la clase de los estimadores insesgados.

El modelo puede establecerse también en *Forma de Desviaciones*, para esto se define la matriz

$$A = I - \frac{1}{n} 11'$$

donde  $1$  denota a un vector columna unitario de  $n$  elementos. La matriz  $A$  es simétrica idempotente.

Si  $y' = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ , entonces

$$\frac{1}{n} 1'y = \bar{y}$$

y

$$Ay = y - 1\bar{y}$$

Es decir, premultiplicar un vector  $y$  por la matriz  $A$  da como resultado un vector de las observaciones en forma de desviación. Dos casos especiales son:

$$A1 = 0$$

y

$$Ae = e$$

La primera debido a que si los elementos de un vector son idénticos la desviación respecto a la media es siempre cero. La segunda se debe a que el promedio de los residuales es cero.

Si separamos la matriz  $X$  en

$$X = [X_1 \ X_2]$$

donde  $X_1$  y  $X_2$  es la matriz de observaciones de las variables, tenemos

$$y = X_1 b_1 + X_2 b_2 + e$$

donde  $b = [b_1, b_2]$  es una partición conveniente de  $b$ . Premultiplicando por  $A$  da:

$$Ay = AX_1 b_1 + e$$

y a su vez premultiplicando por  $X_2'$  resulta en:

$$X_2' Ay = X_2' AX_1 b_1$$

Utilizando la idempotencia de  $A$  tenemos:

$$(AX_2)' (Ay) = (AX_2)' (AX_1) b_1$$

Que es el conjunto de ecuaciones normales expresado en forma de desviación. El coeficiente  $b_1$  que no está incluido en esta ecuación se calcula a multiplicando  $y = Xb + e$  por  $1'/n$  para obtener:

$$\bar{y} = [1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_k] \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}$$

y despejando

$$b_1 = \bar{y} - b_2 \bar{X}_2 - \dots - b_k \bar{X}_k$$

Si denotamos por TSS a la Suma de las Desviaciones Cuadradas tenemos

$$TSS = y' Ay$$

que se puede descomponer en la Suma de Cuadrados Explicada (ESS) y la Suma de Cuadrados Residual (RSS) que se expresan como:

$$y' Ay = b' X' A X b + e' e$$

(TSS)            (ESS)            (RSS)

Se define el coeficiente de correlación múltiple como:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{e' e}{y' Ay}$$

o equivalentemente

$$R^2 = \frac{b' X' Ay}{y' Ay}$$

$R^2$  es una medida de que tan cercana es la ecuación de regresión respecto a las observaciones. Mientras más cercano a 1 sea el valor de  $R^2$  mejor es el ajuste logrado.

Para finalizar esta parte, se presenta una manera de determinar si uno de los coeficientes  $b_i$  es significativamente diferente de cero y por lo tanto, la variable asociada  $X_i$  influye en el valor de  $y$ .

De IV.8 sabemos que

$$b = \beta + (X' X)^{-1} X' \mu$$

de lo cual se desprende que  $b$  es una normal multivariada. Es decir

$$b \sim N(\beta, \sigma^2 (X' X)^{-1})$$

Es decir

$$b_i \sim N(\beta_i, \sigma^2 a_{ii})$$

donde  $a_{11}$  denota el 1-ésimo elemento en la diagonal principal de  $(X'X)^{-1}$ .  
Por lo tanto

$$\frac{b_1 - \beta_1}{\sigma \sqrt{a_{11}}} \sim N(0, 1)$$

Sustituyendo  $\sigma$  por  $s$  donde

$$s^2 = \frac{e'e}{n-k}$$

es el estimador de la varianza y

$$E(s^2) = \sigma^2$$

obtenemos

$$\frac{b_1 - \beta_1}{s \sqrt{a_{11}}} \sim t(n-k)$$

Es decir tenemos una variable aleatoria  $t$  con  $n-k$  grados de libertad. Esta estadístico puede utilizarse para probar la significancia del valor  $\beta_1$ .

Proponiéndose la hipótesis

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

tenemos que

$$\frac{b_1}{s \sqrt{a_{11}}} \sim t(n-k)$$

y por lo tanto

$$F = \frac{b_1^2}{s^2 a_{11}} \sim F(1, n-k)$$

Donde la hipótesis debe rechazarse con un nivel de confianza  $\gamma$  si el valor de  $F$  es mayor que  $F_{(1+\gamma)/2}^2$  el cuantil  $(1+\gamma)/2$  de la distribución  $F(1, n-k)$ .

ANEXO V

RESULTADOS DE LA REGRESION LINEAL MULTIPLE

SPSS/PC+ The Statistical Package for IBM PC

8/14/93

REGRESSION /VARIABLES Z1 Z2 Z4 Z5 Z7 Z8 /DESCRIPTIVES  
/DEPENDENT Z2 /METHOD STEPWISE.

Listwise Deletion of Missing Data

	Mean	Std Dev	Label
Z1	.428	.303	
Z2	.022	.152	
Z4	98.791	37.797	
Z5	2397.758	1122.380	
Z7	.029	.168	
Z8	3.760	3.702	

N of Cases = 372895

Correlation:

	Z1	Z2	Z4	Z5	Z7	Z8
Z1	1.000	.100	.021	.020	-.028	-.044
Z2	.100	1.000	.012	.016	.000	.014
Z4	.021	.012	1.000	.809	-.161	.042
Z5	.020	.016	.809	1.000	-.101	.195
Z7	-.028	.000	-.161	-.101	1.000	-.109
Z8	-.044	.014	.042	.195	-.109	1.000



• • • • MULTIPLE REGRESSION • • • •

Equation Number 1 Dependent Variable.. Z2

Block Number 1. Method: Stepwise Criteria PIN .0500 POUT .1000

Variable(s) Entered on Step Number

1.. Z1

Multiple R .09961  
 R Square .00992  
 Adjusted R Square .00992  
 Standard Error .15129

Analysis of Variance

	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	1	85.53608	85.53608
Residual	372893	8535.08799	.02289

F = 3737.02123 Signif F = .0000

----- Variables in the Equation -----

Variable	B	SE B	Beta	T	Sig T
Z1	.050062	8.18935E-04	.099611	61.131	.0000
(Constant)	6.420693E-04	4.29034E-04		1.497	.1345

----- Variables not in the Equation -----

Variable	Beta In	Partial	Min Toler	T	Sig T
Z4	.009876	.009923	.999575	6.060	.0000
Z5	.013718	.013783	.999607	8.418	.0000
Z7	.002548	.002560	.999241	1.563	.1181
Z8	.018503	.018577	.998061	11.346	.0000

• • • • MULTIPLE REGRESSION • • • •

Equation Number 1 Dependent Variable.. Z2

Variable(s) Entered on Step Number

2.. Z8

Multiple R .10131  
 R Square .01026  
 Adjusted R Square .01026  
 Standard Error .15126

Analysis of Variance

	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	2	88.48165	44.24083
Residual	372892	8532.14242	.02288

F = 1933.51790 Signif F = .0000

----- Variables in the Equation -----

Variable	B	SE B	Beta	T	Sig T
Z1	.050472	8.19589E-04	.100425	61.582	.0000
Z8	7.598909E-04	6.69736E-05	.018503	11.346	.0000
(Constant)	-.002391	5.05421E-04		-4.730	.0000

----- Variables not in the Equation -----

Variable	Beta In	Partial	Min Toler	T	Sig T
Z4	.009093	.009130	.996196	5.575	.0000
Z5	.010495	.010342	.959668	6.316	.0000
Z7	.004652	.004646	.985829	2.837	.0046

• • • • MULTIPLE REGRESSION • • • •

Equation Number 1    Dependent Variable.. Z2

Variable(s) Entered on Step Number  
3.. Z5

Multiple R            .10183  
R Square             .01037  
Adjusted R Square    .01036  
Standard Error        .15126

Analysis of Variance

	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	3	89.39429	29.79810
Residual	372891	8531.22978	.02288

F = 1302.44318            Signif F = .0000

----- Variables in the Equation -----

Variable	B	SE B	Beta	T	Sig T
Z1	.050322	8.19891E-04	.100127	61.376	.0000
Z8	6.752879E-04	6.82967E-05	.016443	9.888	.0000
Z5	1.421740E-06	2.25105E-07	.010495	6.316	.0000
(Constant)	-.005417	6.96466E-04		-7.778	.0000

----- Variables not in the Equation -----

Variable	Beta In	Partial	Min Toler	T	Sig T
Z4	.002044	.001184	.320095	.723	.4696
Z7	.005525	.005500	.951318	3.358	.0008

• • • • MULTIPLE REGRESSION • • • •

Equation Number 1 Dependent Variable.. Z2

Variable(s) Entered on Step Number  
4.. Z7

Multiple R .10198  
R Square .01040  
Adjusted R Square .01039  
Standard Error 15125

Analysis of Variance

	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	4	89.65234	22.41308
Residual	372890	8530.97174	.02288

F = 979.67915      Signif F = .0000

----- Variables in the Equation -----

Variable	B	SE B	Beta	T	Sig T
Z1	.050405	8.20257E-04	.100293	61.451	.0000
Z8	6.967757E-04	6.85948E-05	.016966	10.158	.0000
Z5	1.483044E-06	2.25841E-07	.010948	6.567	.0000
Z7	.005002	.001489	.005525	3.358	.0008
(Constant)	-.005826	7.07017E-04		-8.240	.0000

----- Variables not in the Equation -----

Variable	Beta In	Partial	Min Toler	T	Sig T
Z4	.003628	.002076	.317913	1.268	.2049

• • • • MULTIPLE REGRESSION • • • •

Equation Number 1 Dependent Variable.. Z2

End Block Number 1 PIN = .050 Limits reached.

## BIBLIOGRAFIA

- 1) Ramirez Ramirez, Benjamin; *La Responsabilidad Civil Del Automovilista En México y El Seguro Obligatorio*  
Tesis, Facultad de Derecho U.N.A.M. 1963
- 2) Lemaire Jean; *Automobile Insurance, Actuarial Models*  
Kluwer-Nijhoff Publishing, E.E.U.U. 1985
- 3) Munich Re; *Private Car Insurances in EC Countries and in Austria and Switzerland*  
Münchener Rückversicherungs-Gesellschaft, Alemania 1992
- 4) Marbacher, J. ; Nebel, R.; *Motor Insurance in the EC: New Framework Established*  
sigma. Swiss Reinsurance Company, Suiza 1991
- 5) Olivas, Alicia; *La Legislación y el Seguro de Automoviles en la CEE*  
Actualidad Aseguradora, Febrero 1992, pp. 29 a 35; Ed. SEDE, España 1992
- 6) *Auto Insurance*  
Consumer Reports, Agosto 1992, pp. 489 a 500. E.E.U.U. 1992
- 7) Presidencia Municipal, Monterrey, N.L.; *Reglamento de Tránsito*  
Periodico Oficial, 8 de Julio de 1992
- 8) Goodell Brown, Robert; *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*  
Prentice Hall International, Inc. E.E.U.U. 1963
- 9) Molinaro Luigi; *Lecciones de Técnica Actuarial de los Seguros Contra los Danos*  
U.N.A.M. 1976
- 10) Bowers, Newton L., et al.; *Actuarial Mathematics*  
The Society of Actuaries, E.E.U.U. 1986
- 11) México, Secretaría de Programación y Presupuesto; *Plan Nacional de Desarrollo 1989-1994*  
Secretaría de Programación y Presupuesto, México 1989
- 12) Casanueva Reguart, Cristina; *Estudio Comparativo del Sector Asegurador Mexicano a Nivel Internacional*  
Actualidad en Seguros y Fianzas No. 5  
Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, México 1992
- 13) Diversos articulos; *El Mercado de Valores* números 16, 19, 20, 21 y 22  
Nacional Financiera, México 1992
- 14) *Veinte Años del Sector Asegurador en México, 1970- 1990*  
Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, México 1992

15) Mood, Alexander; et al.; *Introduction to The Theory of Statistics*  
Mc. Graw Hill, E.E.U.U. 1988

16) Johnston, J; *Econometric Methods*  
Mc Graw Hill, E.E.U.U., 1984

17) Yamane, Taro; *Estadística*  
Ed. Harla, México, 1979

18) Feller, William; *Introducción a la Teoría de las Probabilidades y sus Aplicaciones, Vol. I*  
Ed. Limusa, México, 1983

19) Sosa G, Luis; et al. *Proyecto para la Instalación en México del Seguro Obligatorio por el Uso de Vehículos Automotores*  
AMIS, México, 1989