

16
20



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Cinemática y Edades de las Estrellas en la Vecindad Solar

T E S I S

Que para obtener el Título de

F I S I C O

P r e s e n t a:

María Guadalupe Cordero Tercero

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN
TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

México, D. F.

1993



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CINEMATICA Y EDADES DE LAS ESTRELLAS
EN LA VECINDAD SOLAR.

1. INTRODUCCION.....	1
2. RELACION DE WIELEN.	
i) Antecedentes de la relación de Wielen.....	5
ii) Catálogo de Gliese (1969).	7
iii) Edades.....	9
1) Determinación de edad por grupos de B-V: diagrama H-R.....	9
2) Determinación de la edad por la intensidad en las líneas de emisión H y K del Ca II.....	11
a) Características y medición de la emisión de las líneas H y K del Ca II.....	13
— Emisión en las líneas H y K del Ca II.....	13
— Medición de la intensidad de las líneas de emisión del Ca II	16
b) Muestreo representativo en un cilindro perpendicular al plano galáctico.....	19
c) Determinación de la edad.....	24
iv) Dispersión de velocidades.....	29
v) Relación dispersión-edad.....	33
1) Posibles explicaciones al aumento de la dispersión con la edad.....	33
2) Difusión en el espacio de velocidades y relación de Wielen.....	36
vi) Comentarios a los datos de Wielen.....	40
3. RECALIBRACION DE LA RELACION DE WIELEN	
i) Recalibración de la dispersión de velocidades.....	58
1) Método estadístico para la eliminación de des- viacionistas.....	59

viacionistas.....	59
2) Dispersión de velocidades.....	72
ii) Recalibración de edades estelares.....	74
1) Redeterminación de la edad de grupos nucleares ..	74
2) Redeterminación de la edad en grupos H y K.....	79
iii) Recalibración de la relación dispersión-edad.....	87
1) Grupos nucleares (Gliese et al., 1991).....	87
2) Grupos en H y K (Gliese et al.,1991 - Catálogo de Wilson y Woolley.....	92
4. DISCUSION Y CONCLUSIONES.....	99
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	105

Capítulo 1

I N T R O D U C C I O N

Durante la primera mitad de este siglo, Kapteyn, Boss, Strömberg y Schwarzschild (Russell, 1938), entre otros, llevaron a cabo una serie de estudios que permitieron entender algunas peculiaridades observadas en los movimientos estelares hacia ciertas direcciones, tales como el movimiento preferencial de las estrellas y la asimetría respecto al ecuador celeste de ciertos movimientos estelares.

Al mismo tiempo, los avances realizados en el campo de la estructura y la evolución estelar, llevaron a la conclusión de que la edad promedio de las estrellas de secuencia principal crece conforme su temperatura disminuye, para estrellas más tempranas que tipo espectral G. Asimismo, se encontró que la posición de una estrella sobre el diagrama H-R, es un indicador de su estado

evolutivo: por ejemplo, una estrella de tipo espectral A sobre la secuencia principal, es más joven que una estrella A en la región de las enanas blancas.

Spitzer y Schwarzschild (1951) recopilaron datos sobre la variación de la velocidad promedio de las estrellas con su tipo espectral. Ellos encontraron que la velocidad promedio de un grupo crece conforme se consideran tipos espectrales cada vez más tardíos y regiones fuera de la secuencia principal. Como la edad de las estrellas aumenta con su temperatura efectiva (para estrellas más tempranas que G), llegaron a la conclusión de que la velocidad de las estrellas aumenta con la edad, Spitzer y Schwarzschild explicaron este fenómeno proponiendo que las estrellas sufren encuentros sucesivos con nubes de gas y polvo.

Wilson y Woolley (1970) investigaron la relación entre la intensidad de las líneas de emisión del Ca II y la edad. Para esto, midieron la intensidad de esas líneas en las estrellas de su muestra en una escala que va de +8 a -5. Clasificando sus estrellas en grupos de intensidad, llegaron a la conclusión de que entre más débil es la emisión en las líneas H y K más excéntricas e inclinadas son las órbitas de las estrellas. Como para entonces ya se sabía que las características cinemáticas de las estrellas se relacionan con su edad, ellos concluyen también, que la intensidad de las líneas de emisión del Ca II es un buen indicador

de la edad estelar.

Cuatro años después del trabajo de Wilson y Woolley, Mayor (1974) recopiló una muestra de 1010 estrellas de tipos espectrales A y F, con velocidades conocidas, a las cuales asignó una edad partiendo de isócronas teóricas. Tras clasificar sus estrellas en cinco grupos, él encuentra que la dispersión de velocidades de cada grupo crece con su edad.

En ese mismo año, Wielen (1974) publica un artículo en el que investiga una muestra de estrellas con características y edades en un intervalo mucho más amplio que las de Mayor. En esta investigación, Wielen encuentra que la dispersión de velocidades, σ , no sólo crece con la edad sino que σ^3 varía linealmente con la edad. Finalmente en 1977, Wielen (1977) amplía su trabajo anterior, y llega a la conclusión de que la mejor relación que ajusta a sus datos predice que σ^2 es proporcional a la edad.

El presente estudio tiene por objeto retomar el trabajo de Wielen (1974, 1977) y hacer una recalibración de su relación a partir de datos más recientes. La razón de tomar el trabajo de Wielen y no el de Mayor, radica en que cubre una gama mayor de características físicas y de edades y además porque Wielen encuentra y discute una forma cuantitativa de relacionar la dispersión con la edad.

En el capítulo 2 se hace una descripción del estudio cinemático realizado por Wielen: sus datos, sus métodos, etc. Hacia el final del capítulo se hacen algunos comentarios sobre varias incongruencias encontradas en los datos publicados por Wielen.

El capítulo 3 está dividido en tres partes: en la primera se expone la forma empleada para depurar estadísticamente los datos, así como la manera propuesta para calcular la dispersión de velocidades; en la segunda se pretende hacer una descripción de las fuentes y métodos utilizados para determinar la edad de los grupos estelares que sirven de base al presente estudio y en la tercera parte se muestran los resultados obtenidos después de recalibrar la relación de Wielen empleando dos conjuntos distintos de datos.

Finalmente, en el capítulo 4 se discuten los resultados de las calibraciones del capítulo anterior y se propone una "nueva" relación dispersión - edad.

A pesar de que se obtiene una recalibración convincente, es necesario esperar a que se den mejores determinaciones de la edad de las estrellas, y a que se llegue a un acuerdo sobre la edad del disco, para poder dar una mayor validez a los resultados obtenidos.

Capítulo 2

RELACION DE WIELEN

i) Antecedentes de la relación de Wielen.

El desarrollo de la cinemática y dinámica galácticas, por un lado, y el de los estudios sobre estructura estelar, por otro, fue revelando, poco a poco, la existencia de una relación muy estrecha entre las características cinemáticas de las estrellas del disco galáctico y su edad.

Spitzer y Schwarzschild (1951,1953) primero, y después Wilson y Woolley (1970) y Mayor (1974), realizaron una serie de trabajos tendientes a demostrar la dependencia entre la edad y las características cinemáticas de las estrellas obteniendo, en todos los casos, que la velocidad promedio de las estrellas, o bien su dispersión de velocidades, crece con la edad.

Con estos resultados en el aire, Wielen (1974) realizó un estudio sobre la relación entre la dispersión de velocidades y la edad. En él, Wielen no sólo redescubre que la dispersión aumenta con la edad, sino que propone una expresión cualitativa para esta dependencia. En 1977, Wielen analiza las causas posibles del aumento de la dispersión con la edad, y propone que, independientemente del mecanismo causante, los movimientos azarosos pueden modelarse como una difusión en el espacio de velocidades. Con esta hipótesis, él encuentra una relación cuantitativa entre la dispersión y la edad; a esta expresión es a la que se le va a llamar, en el contexto de este trabajo, "relación de Wielen" (Wielen, 1977).

Dado que en los últimos 15 años, la relación de Wielen ha sido la calibración más aceptada de la relación entre la dispersión de velocidades y la edad, se seleccionó el trabajo de Wielen como base para el desarrollo del presente estudio. En particular, la intención de este capítulo es la de hacer una revisión del trabajo de Wielen, poniendo especial interés en comentar algunos de sus métodos.

ii) Catálogo de Gliese (1969).

El estudio sobre cinemática estelar que ha venido realizando R. Wielen desde principios de la década de los 70 descansa, principalmente, en los datos proporcionados por el catálogo de estrellas cercanas publicado por W. Gliese en 1969.

Estadísticamente hablando, dicho catálogo está completo hasta 20 pc y hasta magnitud 7-8, es decir, contiene todas las estrellas dentro de una esfera de 20 pc cuya magnitud absoluta visual es más brillante que magnitud 7 u 8 (Wielen 1974). Si bien este catálogo tiene la virtud de ser el compendio más completo de estrellas cercanas, adolece en tres puntos: primero, faltan muchas de las estrellas débiles al sur de -30° debido a la falta de astrónomos y telescopios australes; segundo, por ser un catálogo cuya principal preocupación es detectar estrellas cercanas, está fuertemente sesgado en favor de estrellas con movimientos propios grandes, por lo que las estrellas con movimientos tangenciales pequeños están subrepresentadas; y tercero, está incompleto para $M_v \geq 8$, pues la densidad espacial de las estrellas débiles catalogadas, disminuye más rápidamente con la distancia en virtud de la dificultad para observarlas; este efecto se ve acentuado al considerar magnitudes absolutas cada vez más débiles.

Para su estudio, Wielen consideró solamente aquellas estrellas del catálogo de Gliese que tuvieran valores determinados para las velocidades U, V y W, distancias menores o iguales que 20 pc. y que fueran estrellas solas o componentes primarias de sistemas binarios y múltiples. Los valores de las velocidades están dados respecto a un sistema cuyos ejes U, V y W apuntan, respectivamente, hacia el centro galáctico, en la dirección de la rotación galáctica y hacia el polo norte galáctico. La composición del catálogo de Gliese, dada por Wielen (1974), se muestra en la tabla 2-1, donde se aprecia el cambio en el número de estrellas entre dos versiones consecutivas de este catálogo.

Tabla-2-1
Catálogo de estrellas cercanas de Gliese (Wielen, 1974)

Nombre	Edición 1969		1957
	Todas	$r \leq 20$ pc.	$r \leq 20$ pc.
ESTRELLAS	1890	1277	1095
SISTEMAS	1529	1036	916
SISTEMAS CON VELOCIDAD ESPACIAL CONOCIDA	1131	770	598

Según Jahreiss et. al. (1983), las velocidades del catálogo de Gliese están determinadas con un error típico de entre 3 y 4 Km/seg. por componente de la velocidad espacial.

iii) Edades.

Para alguien que emprende la tarea de estudiar las propiedades cinemáticas de las estrellas como función de su edad, el primer problema a enfrentar es el de determinar la edad de las estrellas de su muestra. Para resolver este problema, Wielen ideó dos formas de calcular la edad de sus grupos cinemáticos. Estas serán descritas en los párrafos siguientes.

1) Determinación de la edad por grupos de B-V sobre el diagrama H-R.

Un buen método para determinar la edad individual de una estrella consiste en comparar su posición en el diagrama color-magnitud con isócronas teóricas. Este método es confiable (tan confiable como los cálculos teóricos), pero requiere de determinaciones de la magnitud absoluta muy precisas ($\Delta M \leq \pm 0.2^m$) (Wielen, 1974). Desde el punto de vista estadístico, las estrellas en el catálogo de Gliese que cumplen con esta característica son pocas, razón por la cual Wielen decidió graficar todas las estrellas, con velocidades U, V y W conocidas, en un diagrama H-R y, en vez de determinar la edad individual para cada estrella, dividió las estrellas de secuencia principal (clases de

luminosidad V, V-IV y V-VI) en grupos de B-V según los intervalos de la tabla 2-2 (Jahreiss, et al., 1983). A cada grupo le asignó una edad igual a la mitad del tiempo que una estrella con B-V igual al punto medio del intervalo dado, pasa en la secuencia principal. En la tabla 2-2 se muestran también los nombres asignados a los grupos en B-V y algunas otras de sus características.

Tabla 2-2

Definición de los grupos en B-V en el diagrama H-R (Jahreiss, et al., 1983).

Grupo	B-V	Tipo espectral	M _v típico
6d	≤ 0.04	$\leq A1$	≤ 1.5
6c	0.05 - 0.19	A2 - A6	1 - 2.5
6b	0.20 - 0.34	A7 - F1	2 - 3.5
6a	0.35 - 0.49	F2 - F6	2 - 4.5
5	0.50 - 0.64	F7 - G3	3 - 5.5
4	0.65 - 0.79	G4 - G9	4 - 6.5
3	0.80 - 1.09	K0 - K4	5 - 8
2	1.10 - 1.39	K5 - K9	7 - 9
1	≥ 1.40	$\geq M0$	8 - 16
Gigantes viejas	≥ 0.65	$\geq G4$	0 - 4
Subenanas			6 - 13
Enanas blancas			10 - 14

En este punto, es necesario aclarar que el método descrito anteriormente es válido para estrellas cuyo tipo espectral es más temprano que G3V pero no para estrellas más tardías, ya que el tiempo de permanencia sobre la secuencia principal de este último tipo de estrellas es mayor que la edad de la Galaxia (10^{10} años, según Wielen) y, por lo tanto, su edad media es del orden de 5×10^9 años (ver tabla 2-4). En la primera columna de la tabla 2-4 se muestran las designaciones de los diferentes grupos, en la segunda, la edad asignada a cada uno de ellos, en las columnas 3 a 5 las dispersiones en las tres componentes de la velocidad y en la sexta columna la dispersión total (Wielen, 1977).

2) Determinación de la edad por la intensidad en las líneas de emisión H y K del Ca II.

Como se mencionó al final de la sección anterior, el método para determinar la edad de los grupos estelares a partir de su posición media en un diagrama color-magnitud no es válido para las estrellas tardías, razón por la cual, es necesario emplear otro método para determinar la edad de este tipo de estrellas.

A principios de la década de los 70 se sabía ampliamente que el comportamiento cinemático de las enanas M, con y sin líneas de

emisión, indicaba una diferencia en las edades de ambos grupos (Wielen, 1974).

En 1970, Wilson y Woolley seleccionaron 325 estrellas de tipos espectrales dK y dM y se dieron a la tarea de investigar la relación entre la intensidad de las líneas de emisión del Ca II y la edad. Ellos encontraron que, efectivamente, la intensidad en las líneas del calcio es un buen indicador de la edad de una estrella.

Viendo el trabajo de Wilson y Woolley, Wielen se dió cuenta de que entre las estrellas de estos autores había muchas de las estrellas K+M de McCormick del catálogo de Gliese (estrellas de tipos espectrales K y M, observadas y clasificadas espectralmente por McCormick y recopiladas por Gliese). Clasificó esas estrellas comunes (al catálogo de Gliese y a la muestra de Wilson y Woolley) en seis grupos y con los datos de velocidad e intensidad de ambas muestras obtuvo una calibración de la relación dispersión de velocidad-edad.

La forma en que Wilson y Woolley miden la intensidad de las líneas de emisión del Ca II, así como el ingenioso método empleado por Wielen para asignar una edad a las estrellas K y M del Gliese se describirá en las siguientes secciones.

- a) Características y medición de la intensidad de la emisión de las líneas H y K del Ca II.

— Emisión en las líneas H y K del Ca II.

Para entender un poco la relación entre la emisión del calcio una vez ionizado, Ca II, y la edad estelar, se va a hablar un poco sobre las características de esta emisión en la única estrella en que este fenómeno puede estudiarse con más detalle: el Sol.

Debido a su cercanía, el Sol es un magnífico "laboratorio" en el cual se pueden observar y cotejar los modelos que se tienen para las demás estrellas. En particular, en base a estudios de equilibrio hidrostático en el Sol, se ha llegado a la conclusión de que la corona y la cromósfera solares son mas bien estructuras dinámicas mantenidas por la zona de convección. Por las teorías de estructura estelar se sabe que dicha zona debería estar presente en estrellas cuya temperatura superficial es menor que la de las estrellas F tardías y que debe ser muy pequeña o nula en estrellas cuya temperatura superficial es mayor (Wilson, 1966).

Cuando se toma un espectro integrado de la luz solar con una dispersión de 2 o 3 Å/mm se obtiene un espectro en el cual se observan, entre muchísimos otros rasgos, dos líneas de emisión

débiles, en $\approx 3968 \text{ \AA}$ y 3934 \AA (Vaughan, et al., 1978), cada una en el centro de dos líneas de absorción profundas, atribuibles al calcio una vez ionizado y que reciben el nombre de líneas H y K, (ver figura 2-1). A las líneas en absorción, formadas en la fotosfera, se les conoce como H₁ y K₁, a las líneas en emisión H₂ y K₂ y a las depresiones centrales como H₃ y K₃. A partir de análisis espectroscópicos detallados, se ha llegado a la conclusión de que las débiles líneas en emisión observadas provienen de la cromósfera solar (Wilson, 1966).

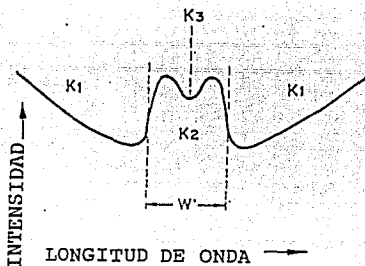


Fig. 2-1 Representación esquemática del perfil de intensidad de una típica línea K tal y como se vería en el espectro integrado del Sol o de otra estrella. La absorción profunda, K₁, es formada en la fotosfera; la emisión, K₂, es producida en la cromósfera.

Desde principios de siglo, las líneas en emisión H₂ y K₂ del Ca II se han venido detectando en los espectros de muchas

estrellas en las que se esperaría encontrar cromósferas, (con zonas de convección y tipos espectrales más tardíos que F5). Dado que estas líneas son débiles en el espectro del Sol y considerando que la luz proveniente de la corona y de la cromósfera solares representa apenas el 10^{-4} del flujo solar total, el hecho de que éstas se puedan observar en los espectros de otras estrellas implica que estas últimas pueden poseer cromósferas tan activas o más que las del Sol (Wilson, 1966).

El estudio de las líneas de emisión del Ca II, las ha mostrado como un instrumento realmente útil en la determinación de algunas características físicas de la estrella emisora. Entre las propiedades importantes determinadas por estas líneas se encuentran: a) están casi siempre presentes en las estrellas gigantes y supergigantes de tipos espectrales G, K y M; b) los logaritmos de los anchos de las líneas H₂ y K₂ son linealmente dependientes de la magnitud absoluta visual en un intervalo de 12 a 15 magnitudes (aquí, el ancho de las líneas es simplemente la diferencia entre las mediciones de las longitudes de onda de sus bordes en alguna unidad conveniente). La relación mencionada no parece depender ni de la intensidad de las líneas ni del tipo espectral; c) son útiles en la determinación de la masa de estrellas evolucionadas; d) a partir de un histograma de frecuencias de las intensidades de una muestra no sesgada cinemáticamente se podría tener una idea sobre la tasa de formación estelar de estrellas de baja masa; e) existe una

correlación entre la edad y la intensidad en H₂ y K₂ (en este punto es importante hacer notar que la actividad cromosférica de una estrella está relacionada con su rotación (Carrasco et al., 1980) , de tal manera que si una estrella pertenece a un sistema binario, es posible que -debido a un intercambio de masa entre las dos- una empiece a rotar más rápido, provocando un "resurgimiento" de su actividad cromosférica y haciendola aparecer más joven de lo que en realidad es).

Es en esta última característica en la que se va a poner especial atención para propósitos del presente trabajo. De aquí en adelante, las líneas H₂ y K₂ se van a referir simplemente como líneas H y K tal como se les había estado llamando en las secciones previas.

— Medición de la intensidad de las líneas de emisión del Ca II.

Con el propósito de establecer de forma clara la relación (intensidad de las líneas H y K) - (edad), Wilson tomó las estrellas dK y dM observadas por Vyssotsky y se propuso observar todas aquellas cuyas magnitudes aparentes estuvieran entre 8.4 y 9.8 (Wilson, 1964). La elección de la muestra anterior se hizo por dos razones: primera, porque las estrellas de Vyssotsky forman una

muestra sin sesgos cinemáticos (son estrellas detectadas con prisma objetivo) y, segunda, porque en el intervalo de magnitudes dado, la muestra es casi completa. Otra de las razones de la elección de esta muestra fué que, debido a que son estrellas de secuencia principal de tipo espectral tardío y su edad puede ser del orden de la edad de la Galaxia, ninguna ha evolucionado apreciablemente a partir de su posición inicial sobre el diagrama H-R, razón por la cual, debería incluir estrellas de todas las edades, desde las más jóvenes hasta aquellas formadas en los inicios de la Galaxia.

Antes de efectuar cualquier medición de la intensidad de las líneas H y K del Ca II de una muestra estelar con tipos espectrales distintos, es necesario hacer dos consideraciones; la primera es que la medición se tiene que hacer con respecto al espectro continuo adyacente a las líneas y que no todos los espectros tienen la misma intensidad del continuo en las cercanías de H y K; la segunda es que las estrellas involucradas abarcan un intervalo considerable de temperaturas superficiales, por lo que para dos estrellas de la misma edad pero diferente tipo espectral, la intensidad, relativa al continuo, de las líneas de la de tipo espectral más temprano, va a ser mas débil que la de tipo espectral tardío debido a que la intensidad del continuo de la primera es intrínsecamente más fuerte (Wilson et al. 1970).

Para medir cualquier cosa, lo primero que se necesita es un patrón de comparación (un estándar) y una unidad. Wilson y Woolley midieron la intensidad de las estrellas de su muestra, utilizando como estándares las estrellas del sistema binario 61 Cisne. Como estas estrellas tienen índices de color, R-I, distintos (lo que implica temperaturas diferentes) Wilson y Woolley dividieron las estrellas de su muestra en dos grupos, según su R-I, de tal forma que cada una de las estrellas estándar sirviera de patrón de comparación a cada uno de los grupos.

Una vez reducido el problema de la diferencia de temperatura, el problema de los continuos se resolvió sacando placas con diferentes tiempos de exposición de las estrellas estándar. De esta forma, para una estrella confinada en alguno de los grupos clasificados por R-I, se tenían varios espectros de la estrella estándar, de tal suerte que se podía encontrar alguno cuyo continuo fuera bastante parecido. Una vez elegido el espectro de comparación conveniente para cada estrella, la escala de medida era muy simple: la intensidad de las líneas para el espectro de comparación era cero. Si la emisión en las líneas del calcio de la estrella era ligeramente mayor que la del comparador, se le asignaba una intensidad de +1; si era un poco mayor, pero distinguible, +2, y así sucesivamente hasta +8; por el contrario, si la emisión era menor, entonces se la asignaba una intensidad de -1 y así sucesivamente hasta -5 (sin emisión).

b) Muestreo representativo en un cilindro perpendicular al plano galáctico.

Antes de describir con todo detalle la forma utilizada por Wielen para asignar una edad a sus muestras cinemáticas, agrupadas por su intensidad en H y K, es necesario hacer algunas consideraciones adicionales.

Como lo señaló Wielen en 1974, para propósitos de la elaboración de modelos dinámicos de la Galaxia o para la discusión sobre su estabilidad gravitacional es necesario tener una distribución de velocidades representativa de todas las estrellas cercanas. Por el momento, la preocupación no es si las estrellas del Gliese forman una muestra representativa o no (esto será discutido a su tiempo), sino el hecho de que, si suponemos que tenemos tal muestra, ésta no es realmente representativa de todas las estrellas en un volumen mayor dentro de un cilindro perpendicular al plano galáctico, debido a que la distribución de velocidades varía con la altura sobre el plano (ver tabla 2-3) y, en consecuencia, las estrellas jóvenes están sobrerrepresentadas en una muestra tomada solamente en el plano de la galaxia. La segunda columna de la tabla 2-3 da el número de estrellas McCormick del catálogo de Gliese cuyas velocidades en $|W|$ están en los intervalos mostrados en la primera columna, la tercera y cuarta columnas muestran la dispersión en U y en V, la quinta columna es

la diferencia entre la componente V del Sol y el movimiento promedio de las estrellas del grupo, finalmente, la última columna da la altura promedio sobre el plano que alcanzan las estrellas de cada grupo (Wielen, 1974).

Una muestra representativa para todas las estrellas en un cilindro perpendicular al plano galáctico, será una muestra en la que estén representadas todas las estrellas de cualquier velocidad o, equivalentemente, que estén igualmente representadas las estrellas de cualquier edad.

Tabla 2-3

Dispersión de velocidades de las estrellas K + M de McCormick agrupadas según $|W|$ (Wielen, 1974).

$ W $	N	σ_u	σ_v	V_0	Altura promedio $\langle z \rangle$ (pc)
		(Km s ⁻¹)			
0 - 5	86	31	19	+15	28
5 - 10	66	31	20	+17	55
10 - 20	91	37	21	+20	100
> 20	74	52	31	+25	300
Todas	317	39	23	+19	
Todas las estrellas pero pesadas por $ W $		48	29	+23	200

Las estrellas del catálogo de Gliese (Gliese, 1969), están dentro de una esfera de radio 20 pc. alrededor del Sol. Esto las sitúa en una región cercana al plano de la galaxia cuyas dimensiones son despreciables comparadas con el ancho del disco viejo ($\approx 1\ 000$ pc, Crowell, 1990). Por sus dimensiones y su cercanía al plano galáctico, en esta muestra abundan las estrellas de velocidades pequeñas cuya distancia máxima (por su órbita) a ambos lados del plano, no excede los 20 pc. Las estrellas de velocidades moderadas y altas tienen una órbita cuya máxima amplitud excede las dimensiones de la esfera de Gliese, de tal suerte que las estrellas con estas velocidades que encontramos en el catálogo de Gliese están ahí porque están "de paso". En otras palabras, dentro de un cilindro perpendicular al plano galáctico debe haber muchas más estrellas con velocidades moderadas y altas de las que se detectan dentro de una esfera de 20 pc. Por eso, las estrellas del catálogo de Gliese no representan igualmente bien las velocidades de todas las estrellas dentro de un cilindro perpendicular al plano galáctico.

El problema se resuelve si se suponen tres cosas: a) el periodo de oscilación de las estrellas en la dirección z , - el eje perpendicular al plano galáctico - es independiente de su amplitud; b) el movimiento en z está desacoplado del movimiento en el plano galáctico y, c) el sistema está bien mezclado, es decir, los movimientos de las estrellas son tales que conservan la forma

y el tamaño del sistema. Bajo estas condiciones, la probabilidad p de que una estrella con velocidad $|W|$ esté entre z y $z+\Delta z$ para z cerca del plano está dada por, (Oort, 1932):

$$p = 2T_c/T_z \quad (2-1)$$

donde T_c es el tiempo empleado por una estrella con velocidad $|W|$, en $z = 0$, en recorrer una distancia Δz y T_z es el periodo de oscilación de dicha estrella respecto al plano $z=0$. El número 2 se debe a que la estrella puede estar de dos "maneras": cruzando hacia "arriba" o cruzando hacia "abajo". En otras palabras porque W es positiva o porque W es negativa.

Por otro lado, debido a que el movimiento en z está desacoplado del movimiento en el plano, la velocidad en z no depende de las coordenadas X y Y , por tanto

$$|W| = \Delta z/T_c \quad (2-2)$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$p = 2\Delta z/|W|T_z \quad (2-3)$$

Como T_z es independiente de la amplitud (para amplitudes del orden de 200 pc (Wielen, 1974)) y, por tanto, de la velocidad $|W|$, y Δz puede fijarse

$$2\Delta z/T_z = \text{cte} = C \quad (2-4)$$

por lo tanto,

$$p = C/|W| \quad (2-5)$$

o bien

$$p \propto |W|^{-1}$$

Ahora bien, la probabilidad de hallar una estrella con velocidad $|W|$ en el plano es

$$p = n_w/N_w \quad (2-6)$$

donde n_w es el número observado de estrellas, dentro de una esfera de 20 pc., con velocidad $|W|$ en el plano y N_w es el número total esperado de estrellas en un cilindro perpendicular al plano, de altura ≈ 200 pc. y radio 20 pc., con velocidad $|W|$ en $z=0$. Entonces,

$$N_w = n_w/p \quad (2-7)$$

o, dicho de otra manera

$$N_w \propto n_w|W| \quad (2-8)$$

Como fué señalado por Wielen, el peso por $|W|$ es meramente un límite inferior pues T_z realmente aumenta ligeramente con $|W|$.

Para finalizar esta sección diremos que si bien es cierto que la consideración de un periodo de oscilación independiente de la amplitud es rigurosamente válida para alturas z menores que 200

pc. (límite del régimen lineal $k(z)$, (Oort, 1932)), también es cierto que la altura promedio $|z|$ es menor que 200 pc. para estrellas con velocidades $W < 20$ km/s (Wielen, 1974). En la muestra que discutimos la fracción de estrellas con $|z| > 200$ pc. es menor que 20%, por lo tanto la aproximación usada, implícita o explícitamente, en las ecuaciones 2-1 a 2-8 parece ser aceptable.

c) Determinación de la edad.

Debido al sesgo cinemático de las estrellas del Gliese, esta muestra no es representativa de todas las estrellas en la vecindad solar; sin embargo, el grupo de las estrellas K + M de McCormick del Gliese, cuyas intensidades en las líneas de emisión del Ca II han sido medidas por Wilson y Woolley, sí constituye una muestra representativa del entorno solar. Esto se debe a que estas estrellas han sido observadas directamente sobre placas tomadas con un prisma objetivo (Wielen, 1974). Cuando se toma una placa utilizando un prisma objetivo, la muestra observada no tiene que ver con las características cinemáticas de las estrellas, razón por la cual, la muestra proveniente de este tipo de placas no presenta efectos de selección cinemática.

En cuanto a los grupos 5 y 6a a 6d de la tabla 2-4 se

Tabla 2-4

Edades estelares y dispersiones de velocidad de las estrellas cercanas, estas últimas integradas sobre z . (Wielen, 1977).

Grupo		Edad < τ > 10^9 años	σ_U	σ_V	σ_W	σ_{3D}
			km s^{-1}			
Cefeidas clásicas		0.05	8	7	5	12
Estrellas	6d	0.21	14	8	3	16
cercanas	6c	0.47	20	7	4	21
en o cerca	6b	1.0	15	12	8	21
de la sec.	6a	2.3	31	20	11	39
principal	5	5.0	42	26	25	56
Enanas	HK +8/+3	0.3	20	10	6	23
K + M	HK +2	1.4	22	17	13	31
de	HK +1	3.0	30	16	15	37
McCormick	HK 0	5.2	40	21	21	50
	HK -1	7.2	40	34	34	63
	HK -2/-5	9.0	67	29	25	77
Todas las estrellas						
McCormick		5.0	48	29	25	62

refiere, si bien no pueden considerarse una muestra representativa de todas las estrellas cercanas, si lo es para las estrellas más tempranas que G3V inclusive. De la tabla 2-2 se tiene que las magnitudes absolutas de las estrellas de tipo espectral más

temprano que G3V es del orden de 5.5; por otro lado, como el catálogo de Gliese está completo hasta magnitud absoluta 7 (Wielen, 1974), esto significa que en los grupos de arriba están contenidas, estadísticamente, todas las estrellas más tempranas que G3V más cercanas que 20 pc. razón por la cual constituyen una muestra representativa de este tipo de estrellas.

Una vez discutido el asunto sobre la representatividad de las muestras que se van a emplear, se va a volver al problema de cómo determinar la edad para grupos cuyos tipos espectrales son más tardíos que G3V.

Para solucionar el problema, Wielen tomó la lista de estrellas con intensidades en las líneas H y K del Ca II determinadas por Wilson y Woolley, extrajo aquellas que pertenecían al catálogo de Gliese (1969), y las agrupó según sus intensidades tal como lo muestra la tabla 2-4. Si bien una estrella del primer grupo -intensidad entre +8 y +3- es más joven, en promedio, que, por ejemplo, una del tercer grupo (con intensidad +1), no es posible saber su edad absoluta. Para esto, Wielen supone una tasa de formación estelar constante a lo largo de los últimos 10^{10} años y obtiene, a partir de esta premisa, la edad promedio de las estrellas de cada grupo de intensidad.

Antes de aplicar la hipótesis anterior a sus grupos en H y K,

primero pesa el número de estrellas de cada grupo por el $\langle |W| \rangle$ del grupo para obtener el número total esperado de estrellas con cierta intensidad -o velocidad- dada en el plano (ver tabla 2-5 y sección anterior). Una vez hecho esto, calcula el número total de estrellas, $\Sigma N \langle |W| \rangle$, y el porcentaje que cada grupo representa de este total.

Tabla 2-5

Edades estimadas para las enanas K + M McCormick suponiendo una tasa de formación estelar constante (Wielen, 1974).

Intensidad en la emisión de HK del Ca II	N	$\langle W \rangle$ (Km s ⁻¹)	N $\langle W \rangle$	$\langle \tau \rangle$ (10 ⁹ años)
+8 a +3	23 = 12%	7	158 = 6%	0.3
+2	40 21%	11	420 16%	1.4
+1	36 18%	13	464 17%	3.0
0	41 21%	16	665 25%	5.2
-1	24 12%	17	399 15%	7.2
-2 a -5	31 16%	18	547 21%	9.0

La primera columna de la tabla 2-5 muestra los intervalos en intensidad que definen a los grupos, la segunda columna da el número de miembros por grupo así como el porcentaje que representa del total; la tercera columna el promedio del valor absoluto de W, los datos de la cuarta columna son los mismos que los de la segunda pero multiplicados por $|W|$; la última columna muestra la

edad asignada a cada grupo suponiendo una edad del disco de 10^{10} años (Wielen, 1974).

Ahora bien, si la razón de formación estelar es constante en 10^{10} años, entonces el total de estrellas debió formarse en este lapso de tiempo. Esto puede representarse por:

$$\frac{100 \% \text{ (estrellas)}}{10^{10} \text{ años}} = k = \text{constante} \quad (2-9)$$

donde k es la tasa de formación estelar. Por lo tanto, las estrellas más jóvenes de la tabla 2-5 (intensidades entre +8 y +3) debieron formarse en un tiempo, t , tal que

$$\frac{6 \%}{t} = k$$

o bien,

$$t = 6\% k^{-1} = 6 \times 10^8 \text{ años.}$$

por lo que la edad media del grupo - la mitad de este número - es de 0.3×10^9 años. De igual forma, el siguiente grupo de estrellas debió haberse formado durante un intervalo de tiempo dado por:

$$t = 16\% k^{-1} = 1.6 \times 10^9 \text{ años.}$$

Por ende su edad absoluta es la suma del tiempo que tuvo que transcurrir para que se formaran todas las estrellas del primer

grupo, 0.6×10^9 años, más la media del intervalo de tiempo en que ellas mismas se formaron, 0.8×10^9 años, es decir, su edad promedio es, según este método, 1.4×10^9 años. Las demás edades de la tabla 2-5 se obtuvieron de forma análoga.

iv) **Dispersión de velocidades.**

La dispersión de velocidades de alguna componente de la velocidad, v_i , está dada, por definición por

$$\sigma_{v_i}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N_T} (v_{ij} - \langle v_i \rangle)^2}{N_T} \quad (2-10)$$

donde v_{ij} es la componente i de la velocidad de la estrella j , N_T es el número total de estrellas, $i = 1, \dots, 3$ y $v_1 = U$, $v_2 = V$, $v_3 = W$ son las componentes de la velocidad espacial con respecto al Sol.

En principio, si se expresan las componentes de la velocidad espacial con respecto al Sistema Local de Reposo (SLR), se debería tener $\langle U \rangle = \langle V \rangle = \langle W \rangle = 0$ y la expresión anterior toma la forma:

$$\sigma_{v_1}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N_T} v_{1j}^2}{N_T} \quad (2-11)$$

Por otro lado, si se quiere tener una dispersión de velocidades representativa de todo el cilindro, es necesario pesar las velocidades por $|W|$.

De la sección (iii.2.b.) se sabe que el número total de estrellas con velocidad $|W|$ en $z = 0$ dentro de un cilindro perpendicular al plano está dado por

$$N_w = n_w |W| \quad (2-12)$$

Por tanto, si se tienen n_w estrellas observadas con velocidad $|W|$, entonces la dispersión de velocidades puede expresarse como:

$$\sigma_{v_1}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{N_k} n_{w_k} |W_k| v_{1k}^2}{\sum_{k=1}^{N_k} n_{w_k} |W_k|} \quad (2-13)$$

donde n_{w_k} es el número de estrellas con velocidad $|W_k|$ observada, y el denominador es el número total esperado de estrellas en un cilindro perpendicular al plano galáctico. Nótese que aquí el subíndice k "corre" desde 1 hasta N_k , donde N_k es el número de valores distintos de $|W_k|$ en la muestra; por ejemplo, si las

componentes $|W|$ de la velocidad en una muestra de 10 estrellas son : 1, 4, 6, 4, 10, 7, 7, 8, 7 y 7, entonces los distintos valores de $|W_k|$ son 1, 4, 6, 7, 8 y 10; de n_{wk} son, respectivamente 1, 2, 1, 4, 1 y 1 y N_k es 6.

Es fácil mostrar, mediante un sencillo desarrollo, que la expresión anterior puede reescribirse de la siguiente manera

$$\sigma_{v_1}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j| v_{1j}^2}{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j|} \quad (2-14)$$

donde, de nuevo, N_T es el número total de valores en la muestra. En esta forma, los valores de $|W_j|$ pueden repetirse. Escribiendo la ecuación anterior para cada componente de la velocidad espacial con respecto al SLR y considerando $\langle U \rangle = \langle V \rangle = \langle W \rangle = 0$ se tiene

$$\sigma_u^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j| u_j^2}{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j|} \quad (2-15)$$

$$\sigma_v^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j| v_j^2}{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j|} \quad (2-16)$$

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{2} \frac{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j| W_j^2}{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j|} \quad (2-17)$$

El factor 1/2 en la expresión para σ_w^2 proviene de considerar que W varía armónicamente según la ecuación $W = W_0 \cos \omega_z(t-t_0)$ y que, por tanto, $\sigma_w^2 = \langle W^2 \rangle = 1/2 \langle W_0^2 \rangle$, donde W_0 es la amplitud de la oscilación en la componente W. Nótese que, por nuestra ubicación en el plano galáctico, las estrellas en un catálogo como el de Gliese tienen velocidades $W=W_0$, esto es las estamos observando precisamente en su máxima velocidad W; por el contrario como las componentes U y V observadas no se encuentran necesariamente en su máximo (o mínimo) sino más bien distribuidas en todos los valores, las dispersiones σ_u y σ_v si son representativas de la muestra, no siendo necesaria la corrección por 1/2 que aparece en la ecuación 2-17. En lo que sigue, cuando se hable de "las estrellas" se estará refiriendo a todas las estrellas en un cilindro perpendicular al plano galáctico.

v) Relación dispersión-edad.

1) Explicaciones posibles al aumento de la dispersión de la velocidad con la edad.

Las figuras 2-2 y 2-3 muestran los ajustes hechos por Wielen a los datos de la tabla 2-4. En ellas se observa un aumento evidente en la dispersión de la velocidad de las estrellas con la edad. Este aumento ha tenido principalmente tres tipos de explicación: la primera sostiene que la velocidad con la cual nacen las estrellas no cambia con el tiempo, sino que las estrellas se crean con diferentes propiedades cinemáticas que conservan a lo largo del tiempo; la segunda se basa en una aceleración producida por el campo gravitacional global y la última en una aceleración producida por fluctuaciones locales del campo gravitacional (Wielen, 1977; Mihalas y Binney, 1981).

La primera explicación, si bien es probable, no reproduce satisfactoriamente los datos observados. Como se vió en secciones anteriores, la altura que alcanza una estrella sobre el plano depende de su velocidad en $z=0$; si la velocidad de las estrellas no cambia con la edad, esto querría decir que, por ejemplo, las estrellas de alta velocidad del disco han tenido tal velocidad desde su nacimiento y fueron formadas a una altura considerable

sobre el plano. En este marco, la hipótesis anterior requiere que el ancho de la capa de material a partir del cual se formaron las estrellas disminuya con el tiempo : la primera generación estelar se formó de nubes situadas a lo largo de todo el ancho de la capa de material originando estrellas de muy diferentes velocidades. Conforme iba disminuyendo el ancho de la capa, las estrellas formadas eran creadas de nubes cada vez menos altas y, por lo tanto, con velocidades menores que las estrellas de la generación anterior, ocasionando una disminución en la dispersión de la velocidad. Si se toma como válida la explicación anterior se esperaría que en el pasado la dispersión de velocidades decayera más rápidamente que para las estrellas jóvenes, ya que es lógico pensar que la formación estelar era más frecuente en los inicios de la galaxia a causa de la mayor cantidad de materia existente en el disco. Los resultados de la figura 2-2 no sostienen esta explicación.

Si se desecha la primera opción, entonces se podría pensar que el aumento observado en la dispersión de velocidad se debe a mecanismos de tipo gravitacional. En este caso, tal aumento dependería del periodo de tiempo durante el cual las fuerzas gravitacionales han actuado sobre las estrellas o, en otras palabras, dependería de su edad. De las explicaciones basadas en mecanismos de aceleración global, una de las más probables es la que se refiere al campo gravitacional de una onda de densidad.

Esta explicación también tiene defectos ya que Wielen y Schwerdtfeger han establecido que una onda de densidad de este tipo produciría un aumento en la dispersión de la velocidad sólo para estrellas mas jóvenes que 10^8 años. Para estrellas cuya edad es del orden de 10^9 años, la contribución de la onda de densidad a la dispersión permanece constante (Wielen, 1977). Wielen ha calculado que un mecanismo como el mencionado causaría una dispersión en la componente $U \leq 17 \text{ Km s}^{-1}$ razón por la cual no puede ser responsable de la dispersión $\sigma_U \geq 60 \text{ Km s}^{-1}$ de las estrellas viejas del disco.

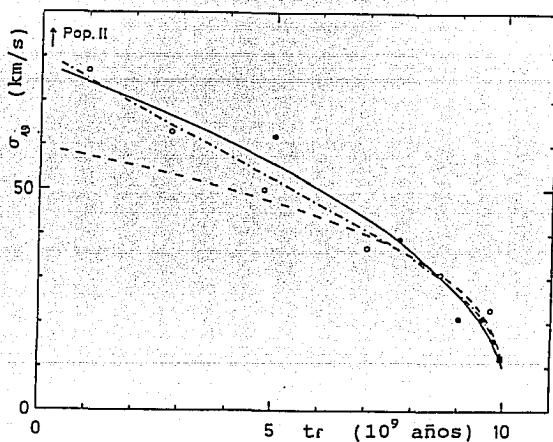


Fig. 2-2 Dispersión de la velocidad total como función del tiempo transcurrido desde la formación del disco. Símbolos: valores observados. Curvas: ajustes teóricos basados en diferentes coeficientes de difusión D . Curva continua: D constante; curva segmentada: D dependiente de la velocidad; curva punto-segmentada: D dependiente de la velocidad y el tiempo (Wielen, 1977).

La mejor explicación al aumento de la dispersión con la edad se atribuye a mecanismos de aceleración local. De entre los mecanismos de aceleración local, donde aceleración local significa una variación rápida del campo gravitacional con la posición y tal vez con el tiempo, se pueden mencionar los encuentros estelares con grandes concentraciones de materia interestelar, fluctuaciones rápidas en la densidad del medio interestelar, hoyos negros, etc. A pesar de que este tipo de explicación es el más convincente desde el punto de vista teórico, carece de una confirmación observacional directa.

2) Difusión en el espacio de velocidades y relación de Wielen.

Si bien el mecanismo que mejor describe el aumento de la dispersión de la velocidad con la edad es el de una aceleración local, el proceso específico que la origina no está bien definido. Wielen (1977) propuso que, sin entrar en detalles específicos de alguno de los mecanismos posibles, podía describir un mecanismo de aceleración local utilizando la teoría sobre la difusión en el espacio de velocidades (Spitzer, et al., 1953), si se considera una serie de perturbaciones azarosas e independientes de corta duración. Dicho modelo considera que cada uno de estos impulsos estocásticos cambia la velocidad v de una estrella en una cantidad

Δv_1 mas no su posición en ese tiempo. Además, este tratamiento matemático supone que la suma de los cambios en la velocidad durante un tiempo corto Δt es cero en promedio, es decir, $\langle \sum \Delta v_1 \rangle = 0$ y que el valor promedio de la suma de los cuadrados de las Δv_1 es proporcional a Δt :

$$\langle \sum (\Delta v_1)^2 \rangle = D_{v_1} \Delta t \quad (2-18)$$

donde D_{v_1} es un coeficiente de difusión que puede ser determinado empíricamente a partir del aumento observado en σ con la edad de acuerdo con

$$D_{v_1} \approx d(\sigma_v^2) / dt \quad (2-19)$$

Según Wielen, la velocidad de una estrella cambia, en general, por dos razones: por variaciones regulares a lo largo de la órbita y por perturbaciones irregulares. En este marco, el coeficiente de difusión D_{v_1} sería el coeficiente obtenido al considerar ambas perturbaciones. En principio, Wielen (1977) consideró sólo la última de estas variaciones y se dió a la tarea de encontrar un coeficiente de difusión aparente C_{v_1} para ella, donde $D_{v_1} = C_{v_1} +$ (coeficiente de difusión debido a las variaciones orbitales regulares). En ausencia de otras fuerzas distintas a las de perturbación, la velocidad espacial v está dada por

$$d(v^2) = C_v dt \quad (2-20)$$

con ecuaciones similares para las componentes U, V y W.

Ahora bien, el coeficiente de difusión puede ser de tres formas: constante, dependiente de la velocidad y dependiente de la velocidad y el tiempo. Haciendo ajustes a sus datos (ver tabla 2-4), y considerando cada una de las posibilidades para el coeficiente de difusión C_{A3} , Wielen llegó a la conclusión de que al considerar un coeficiente constante se obtiene un ajuste tan bueno como el realizado considerando a C_{A3} dependiente de la velocidad y el tiempo (Figura 2-3).

Para un coeficiente de difusión constante, la ecuación anterior conduce a

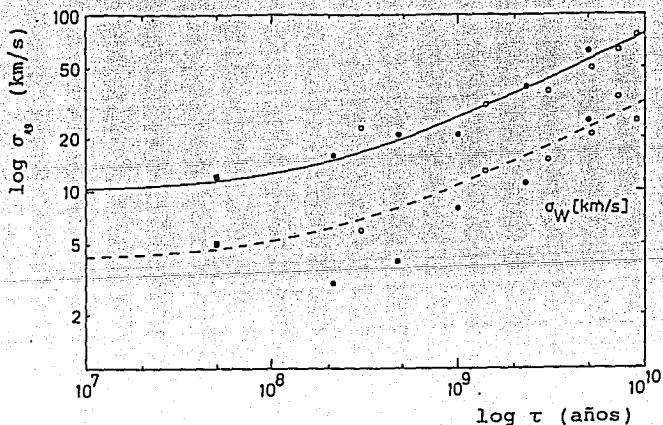


Fig. 2-3 Dispersión de velocidad total y dispersión en W como función de la edad. Las curvas son ajustes teóricos para un coeficiente de difusión constante (Wielen, 1977).

$$v^2 = v_0^2 + C_v \tau \quad (2-21)$$

o bien a:

$$\sigma_v = (\sigma_{v,0}^2 + C_v \tau)^{1/2} \quad (2-22)$$

donde σ_v y $\sigma_{v,0}$ son , respectivamente, la dispersión de velocidad actual y la dispersión de velocidad al momento "del nacimiento" de las estrellas.

Del ajuste hecho a sus datos, Wielen concluyó que $\sigma_{v,0} = 10$ Km s⁻¹, y $C_v = 6.0 \times 10^{-7} (\text{Km s}^{-1})^2 / \text{año}$. por lo que la relación dispersión de velocidad - edad, de aquí en adelante relación de Wielen, toma la forma

$$\sigma_v = (100 + 6.0 \times 10^{-7} \tau_a)^{1/2} \text{ km s}^{-1} \quad (2-23)$$

con τ_a en años; o bien

$$\sigma_v = (100 + 600 \tau)^{1/2} \text{ km s}^{-1} \quad (2-24)$$

con τ dado en unidades de 10^9 años.

vi) Comentarios a los datos de Wielen.

Al intentar calibrar la relación de Wielen con los datos de la versión 1991 del catálogo de Gliese y Jahreiss, se encontró que las dispersiones de velocidad obtenidas a partir de éstos diferían apreciablemente de las dispersiones dadas por Wielen. Para entender los motivos de esta incongruencia se repitió paso a paso el procedimiento seguido por Wielen, esto es, rehacer sus grupos en B-V y en H y K a partir de la versión 1969 del catálogo de estrellas cercanas (Gliese, 1969). Por ello, se extrajeron de este catálogo aquellas estrellas con valores conocidos para las componentes U, V y W, tales que tuvieran paralajes menores que 0.050, clases de luminosidad V, IV-V y V-VI, y se consideraron únicamente estrellas solas y las componentes más brillantes de sistemas binarios y múltiples. Se definieron así, cinco grupos en base a los intervalos de tipo espectral dados por Wielen (tabla 2-2).

El primer problema que saltó a la vista fué que el número de estrellas contenido en cada uno de los grupos así formados difería del número de estrellas mencionado por Wielen para el grupo correspondiente (ver tabla 2-6).

Tabla 2-6

Diferencias en el número de elementos de los grupos de Wielen y el número de elementos de los grupos "reconstruidos".

TIPO ESPECTRAL	NUMERO DE ELEMENTOS	
	WIELEN	ESTE TRABAJO
≤ A1	6	4
A2 - A6	14	13
A7 - F1	16	10
F2 - F6	47	36
F7 - G3	83	89

El segundo problema fué que las dispersiones de velocidad calculadas por Wielen diferían en más de lo esperado de las que se calcularon para cada uno de los grupos recién formados después de eliminar "desviacionistas" (este último concepto será explicado más ampliamente en el siguiente capítulo , pero la idea es que en una muestra heterogénea de estrellas del entorno solar se presentan algunas cuyas características cinemáticas son muy diferentes por razones (cosmogónicas, observacionales, físicas, etc.) ajenas al proceso que se está analizando aquí; a estas estrellas se les llamará "desviacionistas").

Ante tales discrepancias se realizó un esfuerzo por entender la forma en que Wielen obtuvo sus dispersiones. Para esto, se intentaron varias maneras de calcular σ . Los métodos empleados serán descritos a continuación en forma compacta y general, pues

algunos de ellos serán comentados con mayor detalle en el próximo capítulo:

a) *Método ortodoxo con desviacionistas.* Este método consiste en calcular la dispersión mediante la expresión "clásica" del segundo momento de la distribución de velocidades:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (v - \langle v \rangle)^2}{N-1} \quad (2-25)$$

donde N es el número de estrellas en el grupo, incluyendo las desviacionistas, y v alguna de las componentes de la velocidad espacial respecto al SLR.

b) *Método de Wielen con desviacionistas.* En este caso, las dispersiones de las componentes de la velocidad espacial se calcularon utilizando las ecuaciones 2-15 a 2-17 incluyendo desviacionistas y con las velocidades expresadas con respecto al SLR. Nótese que el hecho importante en estas ecuaciones es el el factor de peso ($|W|$).

c) *Método ortodoxo sin desviacionistas.* Este método es el mismo del inciso (a), sólo que esta vez las dispersiones se calcularon después de eliminar desviacionistas de cada uno de los grupos.

d) *Método de Wielen sin desviacionistas.* Lo mismo que en el inciso (b), pero sin considerar las desviacionistas.

e) *Método de Wielen sin desviacionistas, considerando cada*

uno de los promedios de las componentes de la velocidad espacial distinto de cero. Como se mencionó en secciones anteriores, Wielen calculó las dispersiones de las componentes de la velocidad espacial considerando que, por expresar las velocidades con respecto al SLR, los promedios de cada una de dichas componentes es igual a cero. Si en lugar de hacer la consideración anterior se toma en cuenta el promedio real de cada una de las componentes, la dispersión de velocidades se calcula utilizando las ecuaciones 2-15 a 2-17 con la salvedad de que el factor elevado al cuadrado no es simplemente el valor de la componente de la velocidad sino éste valor menos el promedio.

f) *Método de Wielen sin desviacionistas, utilizando los valores de las componentes de la velocidad espacial con respecto al Sol y considerando los promedios de cada una de estas componentes distintos de cero.* En este método se calcularon las dispersiones de las componentes de la velocidad para cada grupo de la misma forma que en el inciso anterior, pero en este caso las velocidades, U, V y W se expresan con respecto al Sol (excepto el factor de peso, $|W_j|$, que se sigue considerando con respecto al SLR).

g) *Método de Wielen sin desviacionistas, utilizando los valores de las componentes de la velocidad con respecto al Sol y considerando los promedios de cada una de estas componentes iguales a cero.* Aquí se vuelven a utilizar las ecuaciones 2-15 a 2-17 tomando en cuenta que el factor de peso está dado con

respecto al SLR.

h) *Método por percentiles.* Consiste en obtener un promedio de la σ obtenida a partir del 68-percentil y de la σ obtenida del 90-percentil para cada una de las componentes de la velocidad de todos los grupos, incluyendo desviacionistas (para más detalles, ver sección i(1) del siguiente capítulo).

La figura 2-4 muestra gráficamente la diferencia entre las dispersiones calculadas por medio de los cuatro primeros métodos y las que da Wielen, la figura 2-5 exhibe la diferencia entre estas últimas y los métodos del e al h. De estas dos gráficas se puede ver que ninguno de los ocho métodos empleados reproduce con exactitud las dispersiones calculadas por Wielen y que entre los métodos cuyas dispersiones resultantes más se les parecen, -el (a), el (b) y el (g)- no es posible distinguir cuál pudo haber utilizado Wielen.

El intento de reproducir los datos de Wielen también se hizo para los grupos en H y K. Estos se formaron de la intersección del catálogo de Wilson y Woolley (1970) con el catálogo de Gliese (1969), sin restricciones en la paralaje y clasificando las estrellas por su intensidad en las líneas de emisión del Ca II a la manera de Wielen. Sin embargo, tampoco en este caso se logró reproducir los resultados de Wielen. Las edades asignadas a estos grupos se calcularon aplicando el método descrito en la sección

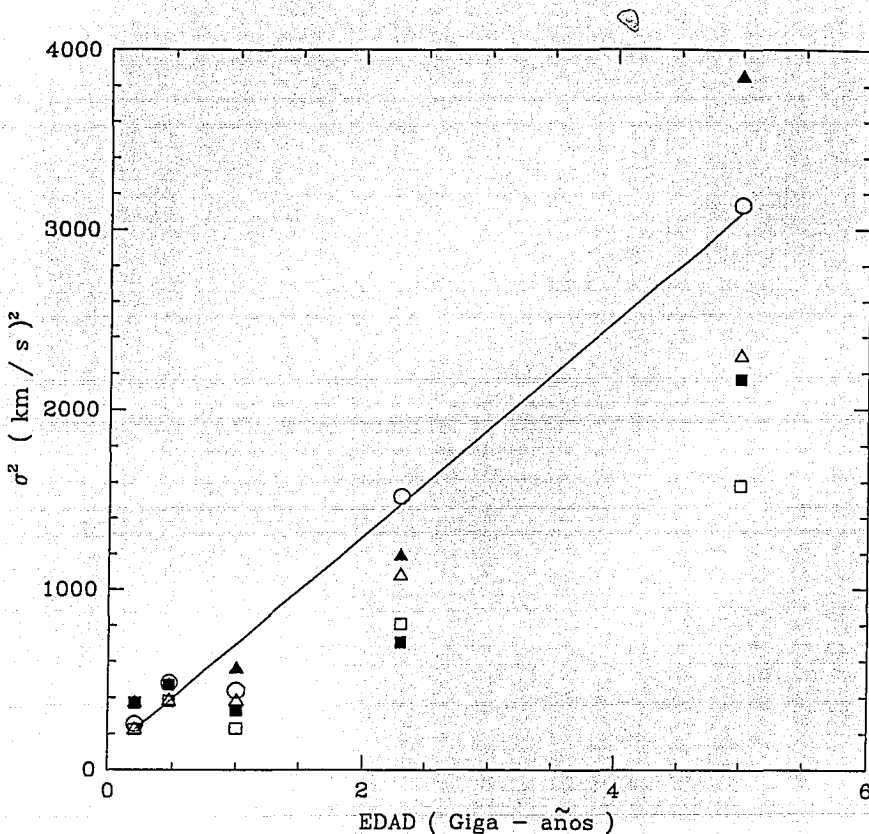


Fig. 2-4 Diagrama σ^2 - edad. En esta figura se muestran de manera comparativa las dispersiones calculadas por los distintos métodos descritos en el texto en algún inciso de la a a la d. (a) triángulos vacíos, (b) triángulos llenos; (c) cuadrados vacíos y (d) cuadrados llenos. Los círculos vacíos denotan los datos de Wielen (Wielen, 1977).

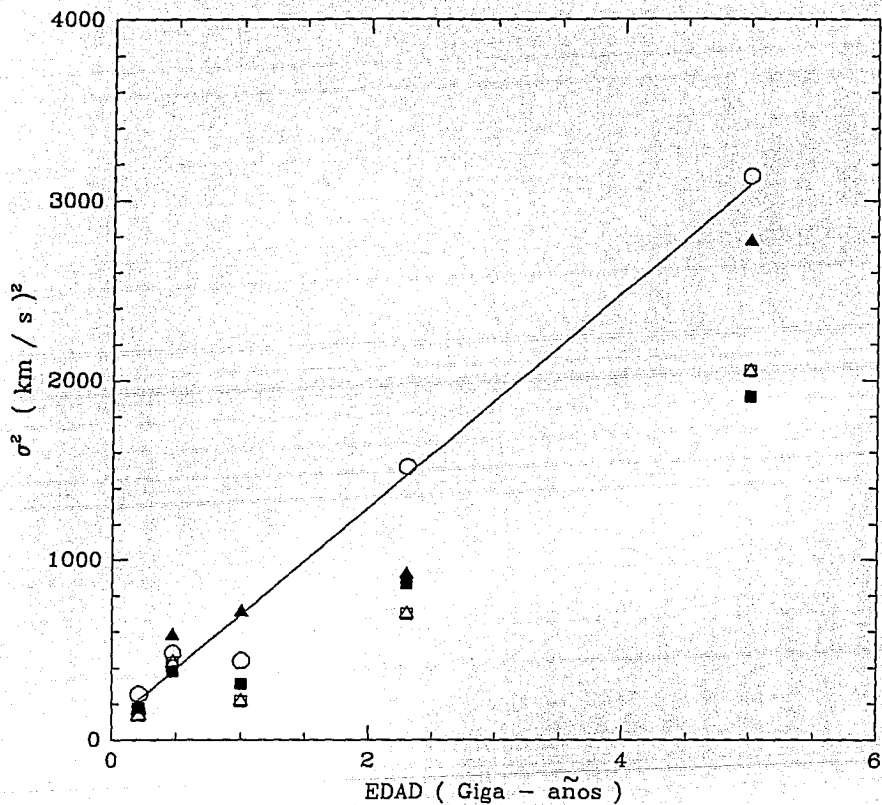


Fig. 2-5 σ^2 - edad. Esta figura muestra la comparación entre las dispersiones calculadas por Wielen para sus grupos en B-V, círculos vacíos, y las dispersiones obtenidas a partir de los últimos cuatro métodos descritos: (e) triángulos vacíos, (f) cuadrados vacíos; (g) triángulos llenos y (h) cuadrados llenos.

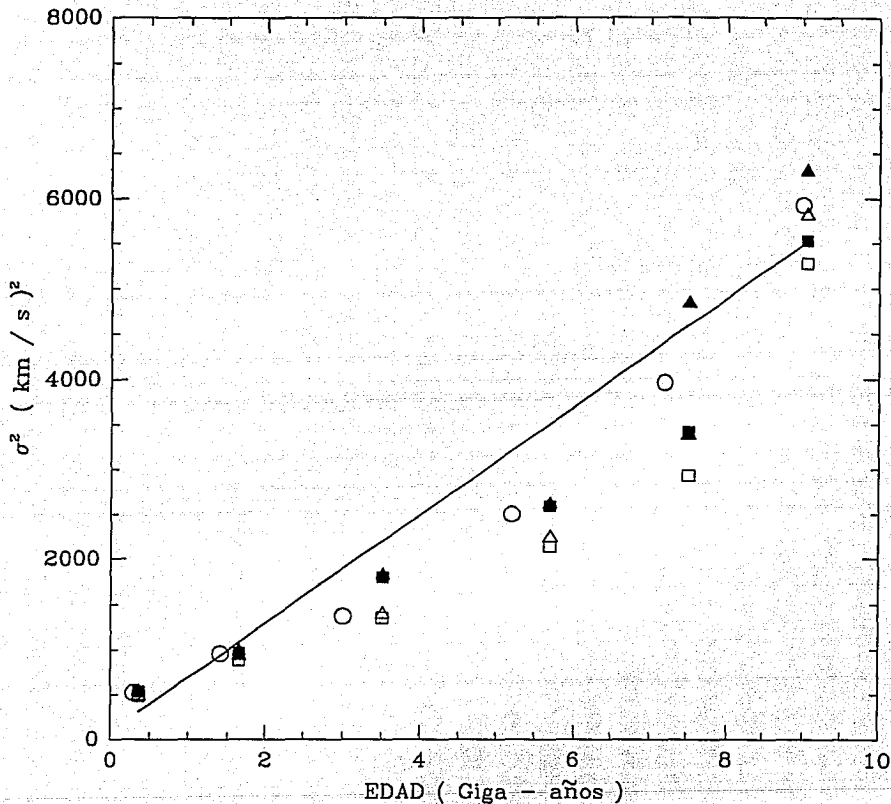


Fig. 2-6 Diagrama σ^2 - edad. Los símbolos siguen las mismas definiciones de la figura 2-4, sólo que esta vez las dispersiones calculadas corresponden a los grupos en H y K (los datos para los grupos en H y K de Wielen se obruvieron de Wielen, 1977).

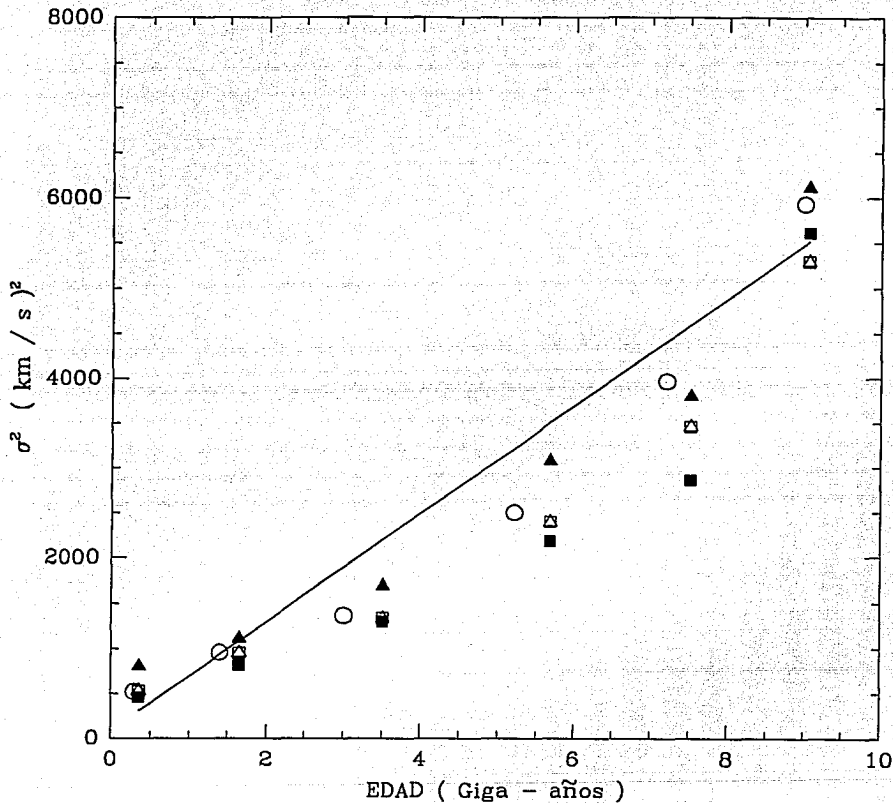


Fig. 2-7 Diagrama σ^2 - edad. Esta figura muestra las dispersiones obtenidas para los grupos en H y K, resultado del cruce de los catálogos de Gliese (1969) y de Wilson y Woolley (1970), a partir de los últimos cuatro métodos descritos en el texto. Los símbolos siguen la misma notación de la figura 2-5. Los círculos vacíos muestran los datos de Wielen para sus grupos en H y K.

iii.2.c. a los nuevos grupos después de haberles eliminado desviacionistas. Las diferencias entre el número de elementos de cada grupo obtenidos por Wielen y los obtenidos en este trabajo se pueden apreciar en la tabla 2-7.

Tabla 2-7

Diferencias entre el número de elementos de los grupos en H y K de Wielen y el número de elementos contenidos en los grupos correspondientes, obtenidos del cruce de los catálogos de Gliese y el de Wilson y Woolley.

INTERVALO EN H y K	NUMERO DE ELEMENTOS	
	WIELEN	ESTE TRABAJO
+8 / +3	23	25
+2	40	40
+1	36	37
0	41	44
-1	24	22
-2 / -5	31	31

Las figuras 2-6 y 2-7 muestran los valores calculados para las dispersiones de velocidad utilizando los métodos mencionados en los incisos (a) a (h).

Por otro lado, en la sección anterior se vió que Wielen (1977) menciona que si se considera el coeficiente de difusión como constante, entonces la dispersión de velocidad es de la forma

$$\sigma_v = (\sigma_{v,0}^2 + C_d \tau)^{1/2}$$

donde $\sigma_{v,0}$ es la dispersión de velocidad para $\tau=0$, τ la edad, y C_d el coeficiente de difusión. Tomando sus datos (ver tabla 2-4), él encuentra que la expresión analítica que mejor los ajusta está dada por:

$$\sigma_v^2 = 100 + (600) \tau \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (2-24)$$

Sin embargo, si se toman directamente sus datos y se hace un ajuste lineal por mínimos cuadrados el resultado es, (ver figura 2-8):

$$\sigma_v^2 = 51.0 + (585.9) \tau \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (2-26)$$

con τ en unidades de 10^9 años. Como se aprecia claramente, los ajustes al mismo conjunto de datos no concuerdan rigurosamente, como sería de esperar. Para tratar de saber qué fué lo que realmente hizo Wielen para ajustar sus datos, se realizó una serie de regresiones lineales tomando subconjuntos de los datos de la tabla 2-4. El subconjunto de datos formado por los grupos en color-magnitud (figura 2-9) dió por resultado un ajuste cuya expresión matemática está dada por:

$$\sigma_v^2 = 56.2 + (614.0) \tau \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (2-27)$$

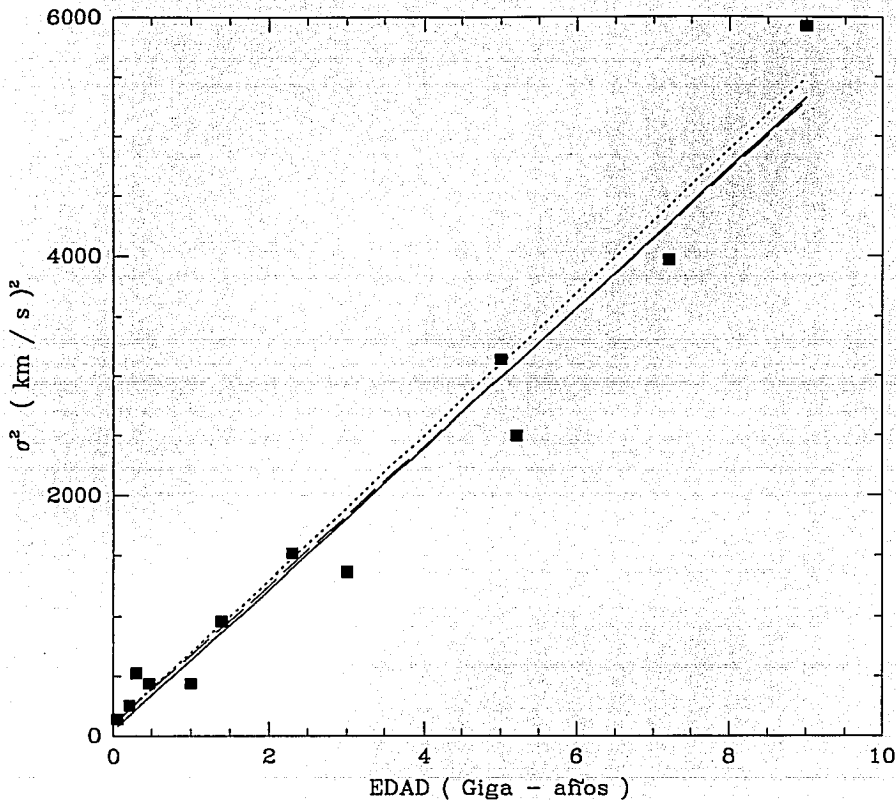


Fig. 2-8 La gráfica de arriba muestra un diagrama σ^2 - edad, de los datos de Wielen (tabla 2-4). La recta sólida representa el mejor ajuste lineal realizado a este conjunto de datos, la recta punteada muestra la relación de Wielen y la recta de pequeños segmentos representa el ajuste hecho a los datos de Wielen pero forzado a pasar por el punto (0,100).

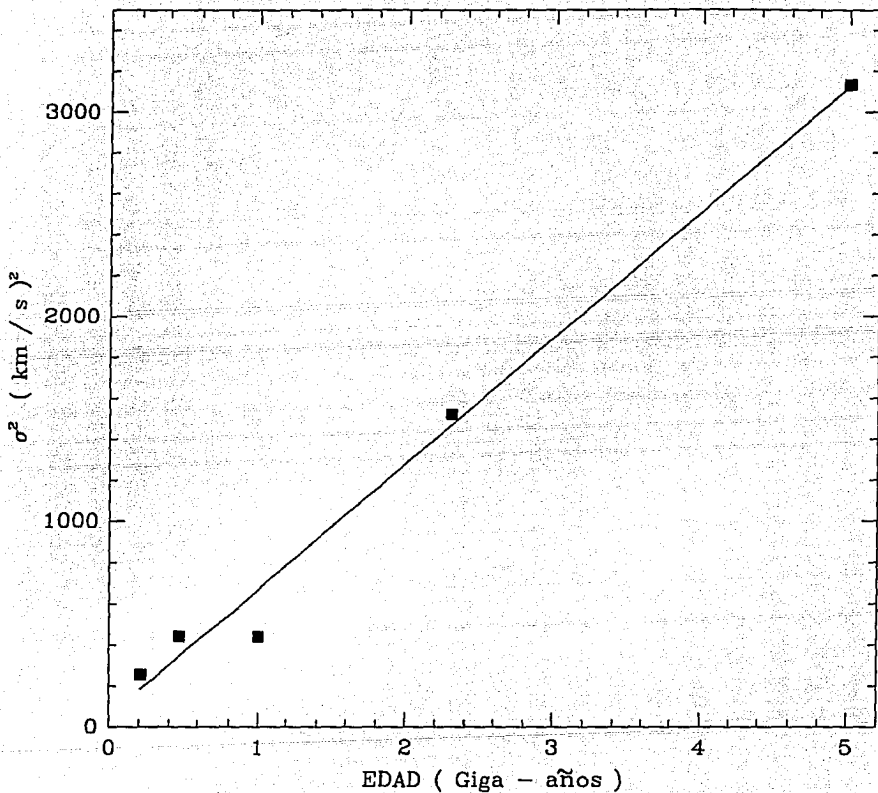


Fig. 2-9 σ^2 vs. edad. Los cuadrados representan los valores de las dispersiones de la velocidad espacial de los grupos 5 y 6a a 6b de la tabla 2-4. La recta es el mejor ajuste lineal a estos datos.

Del ajuste hecho exclusivamente a los grupos en H y K se obtuvo:

$$\sigma_v^2 = -47.8 + (595.5) \tau \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (2-28)$$

aunque de pasada, y como dato curioso, es necesario notar que el mejor ajuste a este conjunto de datos parece ser un ajuste lineal a σ vs. edad más bien que el ajuste σ^2 vs. edad (figuras 2-10 y 2-11), ya que el coeficiente de correlación y los errores cuadráticos son mejores para el primero.

El otro conjunto de datos al que se le aplicó un ajuste por mínimos cuadrados fué al conjunto formado por las dispersiones de los cinco grupos en B-V más las de los dos últimos puntos de los grupos en H y K. Esta elección se hizo porque los datos para los grupos nucleares son más confiables para la parte de la gráfica correspondiente a edades pequeñas mientras que la porción correspondiente a edades grandes está dominada principalmente por los dos últimos puntos de los grupos en H y K. El ajuste realizado a estos datos (figura 2-12) dió la expresión para la dispersión:

$$\sigma_v^2 = 31.1 + (614.6) \tau \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (2-29)$$

Si al ajuste anterior se le obliga a pasar por el punto (0,100), por el cual debe pasar la recta según Wielen, se tiene:

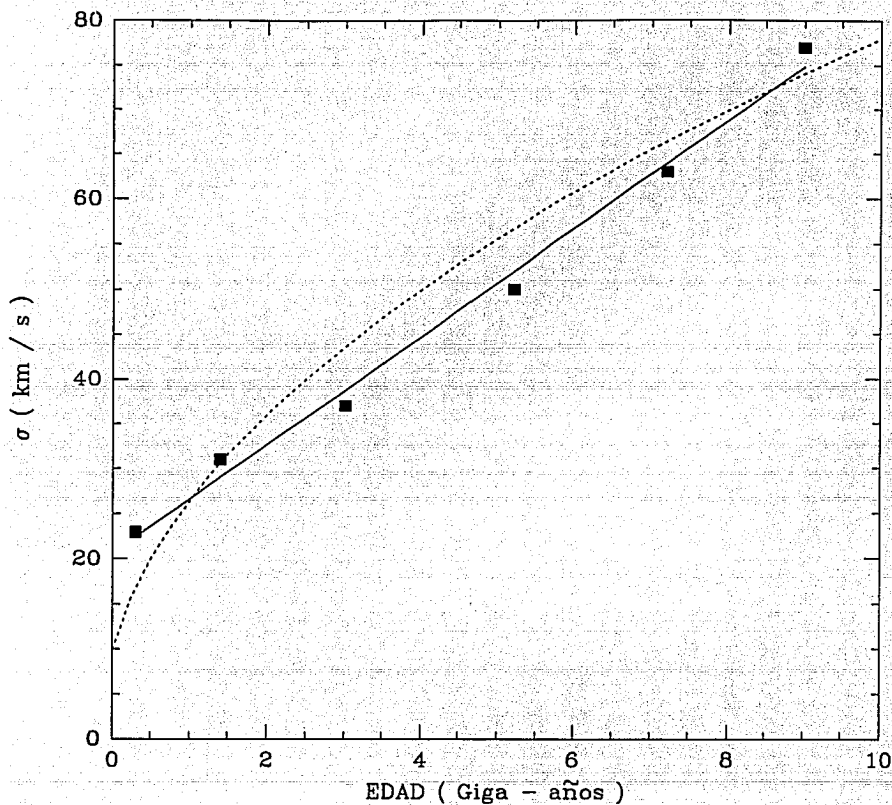


Fig. 2-10 Relación σ - edad para los grupos en H y K. Los cuadrados representan los datos obtenidos por Wielen para sus grupos en H y K, la recta sólida es el mejor ajuste lineal efectuado con estos datos, mientras que la recta punteada es la representación de la relación de Wielen.

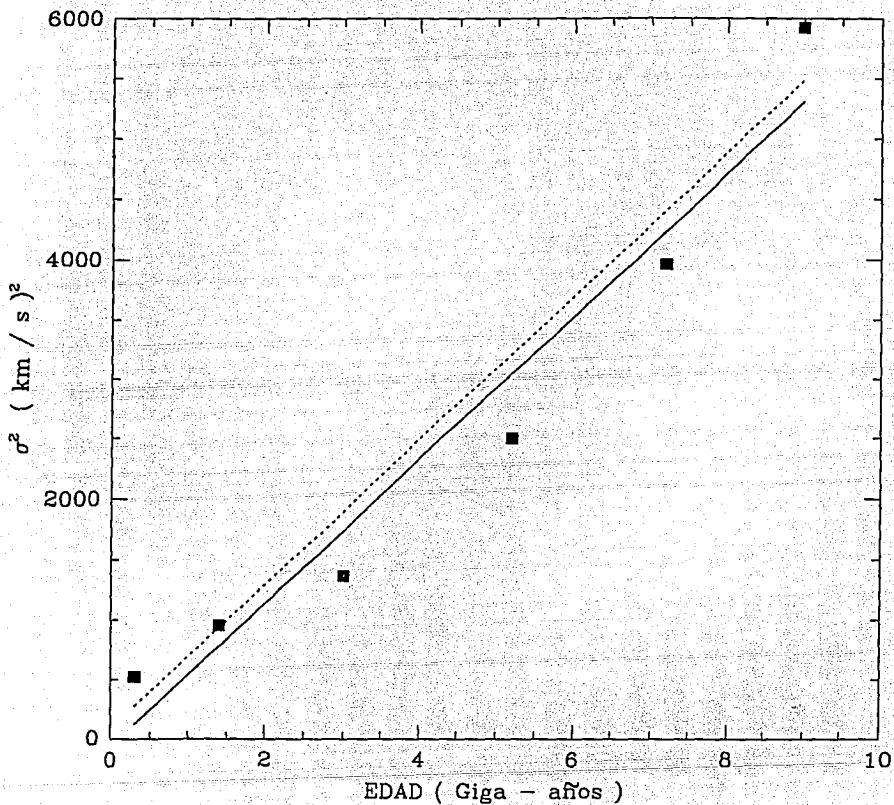


Fig. 2-11 Los cuadrados representan los datos de Wielen para sus grupos en H y K. De nueva cuenta, la línea sólida es el mejor ajuste lineal a sus datos y la recta punteada es la representación de la relación de Wielen.

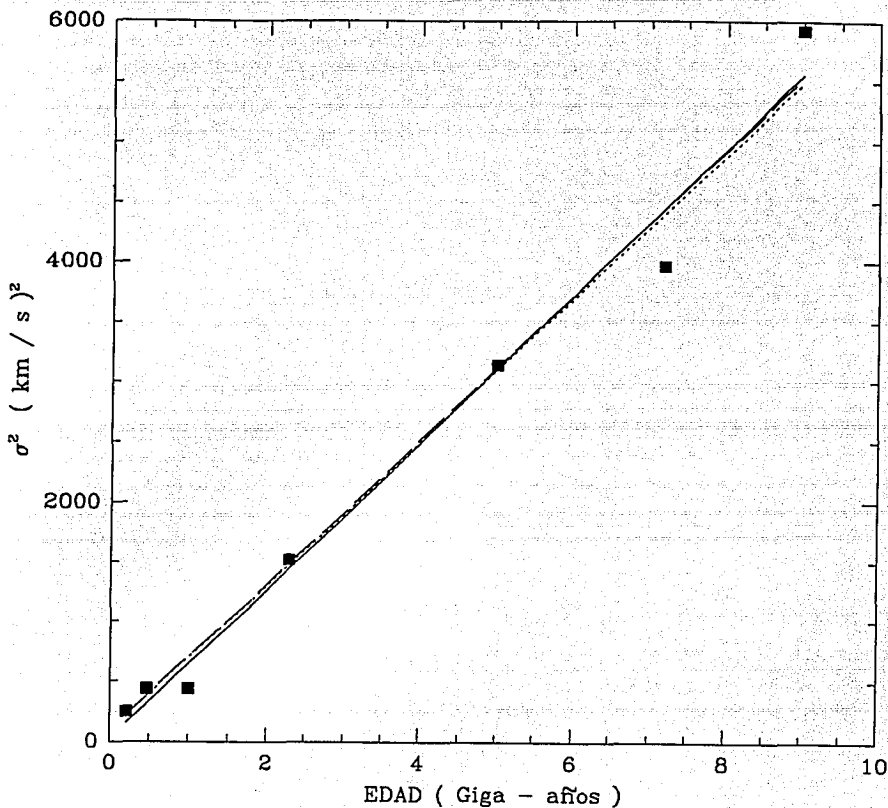


Fig. 2-12 Los cinco primeros cuadrados son los datos correspondientes a los grupos nucleares de Wielen, mientras que los dos últimos corresponden sus dos últimos grupos en H y K. La recta sólida es la representación del mejor ajuste lineal a estos 7 puntos, la recta punteada es la representación de la relación de Wielen y la recta de segmentos pequeños es el ajuste a los datos pero restringido a pasar por el punto (0,100).

$$\sigma_v^2 = 100.0 + (604.0) \tau \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (2-30)$$

Obligando a pasar por el punto (0,100) al ajuste hecho con todos los datos de σ y τ de la tabla 2-4, figura 2-8, se obtiene:

$$\sigma_v^2 = 100.0 + (577.4) \tau \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (2-31)$$

Resumiendo lo tratado en este apartado se puede decir que la reconstrucción ya no sólo de los valores de la dispersión y de los mismos grupos de Wielen, sino aún de los ajustes obtenidos por él a partir de sus propios datos, es difícil de lograr rigurosamente. Esto podría deberse a que Wielen haya tomado datos de otras fuentes, no muy transparentes para sus lectores, a cómo formó sus grupos, a cómo calculó sus dispersiones, o a que realmente no hizo un ajuste numérico riguroso a sus valores (tabla 2-4) sino que manejó sus datos (y esto es meramente especulativo) de una forma parecida a la que se usó para obtener el ajuste de la ecuación 2-30. En conclusión, los datos y los métodos de Wielen siguen siendo un misterio.

CAPITULO 3

RECALIBRACION DE LA RELACION DE WIELEN.

i) Recalibración de la dispersión de velocidades.

Para recalibrar una relación, es necesario contar con mejores datos que los utilizados en la calibración original y/o con métodos para analizarlos. El presente capítulo tiene por objeto describir las fuentes de información y los métodos utilizados en nuestra recalibración de la relación de Wielen.

El primer paso fué seleccionar dos muestras estelares de la manera que se describirá en las secciones ii y iii de este capítulo y dividir las en grupos de acuerdo con su espectro o con su intensidad en las líneas de emisión del Ca II, tal como hizo Wielen.

A continuación, se determinaron la dispersión de velocidades y la edad promedio de cada grupo. Los procedimientos empleados se describirán en las siguientes secciones.

1) Método estadístico para la eliminación de desviacionistas.

Por definición, la dispersión de velocidades de un conjunto de estrellas está dada por $\sigma_v^2 = \Sigma (v_i - \langle v \rangle)^2 / N - 1$, donde v_i es la velocidad de la i -ésima estrella y N es el número total de estrellas en la muestra. Sin embargo puede (y suele) ocurrir que en la muestra existan estrellas cuyas velocidades "difieran mucho" de las del resto del grupo. A estas estrellas se les llamó "desviacionistas", estas desviaciones pueden deberse a errores en la determinación de sus paralejes, movimientos propios, velocidades radiales, etc. pero lo importante es que su presencia puede distorsionar apreciablemente la dispersión de velocidades del grupo porque su diferencia con $\langle v \rangle$ aparece elevada al cuadrado en la fórmula ortodoxa de la dispersión (ec. anterior). Para evitar esta "contaminación", se desarrolló un método estadístico para identificar y eliminar a las estrellas desviacionistas de cada grupo.

La idea básica fue suponer que las componentes U , V y W de

la velocidad de las estrellas de cada grupo, con respecto al Sistema Local de Reposo Circular (Delhaye, 1965), presentan una distribución gaussiana (más adelante se justificará esta hipótesis). Entonces, el 68% de las estrellas debe tener sus velocidades entre $\langle U \rangle$ y $\langle U \rangle \pm \sigma$, el 90% entre $\langle U \rangle$ y $\langle U \rangle \pm 1.645\sigma$ y el 99% entre $\langle U \rangle$ y $\langle U \rangle \pm 2.58\sigma$. En particular, la gran mayoría de nuestros grupos tienen menos de 60 estrellas, así que arriba de 2.58σ no debería haber ninguna. Por tanto, las estrellas más alejadas que 2.58σ del promedio se consideraron desviacionistas y se eliminaron. Cabe señalar que σ se determinó como el promedio de la σ que contiene el 68% de la muestra y la σ que contiene el 90%. A este método para determinar σ se le llamó el método "por percentiles".

Como se habrá notado, la hipótesis central del método es suponer que la distribución de cada una de las componentes de la velocidad peculiar es gaussiana. Los fundamentos para ello se expondrán a continuación.

Si se hacen histogramas, por tipos espectrales, de las componentes de velocidad de las estrellas del disco, se ve que sus velocidades se distribuyen de una forma casi gaussiana. (Mihalas et al. 1981). Este hecho se conoce desde 1905, cuando Kapteyn descubrió que el movimiento peculiar de las estrellas, el que tienen después de "restarles" el movimiento solar, no es totalmente desordenado, sino que muestra la existencia de dos direcciones preferenciales. Estudios posteriores realizados por

Boss, mostraron que la componente del movimiento de las estrellas de una región dada del cielo, en una dirección paralela a una cierta "línea preferencial", es mayor que la componente perpendicular a ella. Tras de determinar las direcciones preferenciales para diferentes regiones del cielo y graficarlas sobre la esfera celeste, se encontró que todas estas líneas se cruzan en dos puntos antipodales, cercanos a la línea determinada por el disco de la Galaxia; a estos puntos se les conoce como vértices (Russell et all., 1938).

En su tiempo, surgieron dos descripciones matemáticas que intentaron representar el comportamiento cinemático descrito. Una de estas descripciones fué la del elipsoide de velocidades propuesta por K. Schwarzschild en 1907 . La segunda hipótesis fué la de las "dos corrientes" de Kapteyn. (Russell et all., 1938).

De las descripciones anteriores, la más aceptada actualmente es la del elipsoide de velocidades (Mihalas, et al., 1981) y, esencialmente, propone que las componentes de la velocidad están distribuidas formando un elipsoide con dos de sus ejes confinados al plano galáctico, uno de los cuales apunta aproximadamente en la dirección del centro de la Galaxia, y el tercero en la dirección perpendicular al plano. El largo de los semiejes varía de una población estelar a otra.

La función de distribución del elipsoide de velocidades está

dada por la expresión:

$$n(U,V,W) dU dV dW = \frac{\nu}{[8\pi^3 \langle U^2 \rangle \langle V^2 \rangle \langle W^2 \rangle]^{1/2}} \times \exp \left[- \left(\frac{U^2}{2\langle U^2 \rangle} + \frac{V^2}{2\langle V^2 \rangle} + \frac{W^2}{2\langle W^2 \rangle} \right) \right] dU dV dW \quad (3-1)$$

donde $n(U,V,W)$ es el número de estrellas por unidad de volumen con velocidades entre U y $U + dU$, V y $V + dV$ y W y $W + dW$, y ν es la densidad espacial del grupo de estrellas considerado. Dicho de paso, la expresión del exponente es la que le da el nombre a esta distribución por la forma similar que tiene con la ecuación de un elipsoide.

La distribución anterior no es la más general, ya que supone a los ejes del elipsoide "apuntando" en la dirección de los ejes U , V y W . Una distribución elipsoidal general cuyos ejes se encuentren en direcciones arbitrarias está dada por

$$n(U,V,W) dU dV dW = \frac{\nu}{[8\pi^3 \langle U^2 \rangle \langle V^2 \rangle \langle W^2 \rangle]^{1/2}} \times \exp \left[- (\alpha U^2 + \beta V^2 + \gamma W^2 + \delta UV + \varepsilon VW + \zeta UW) \right] dU dV dW \quad (3-2)$$

donde los coeficientes α, \dots, ζ dependen de $\langle U^2 \rangle$, $\langle V^2 \rangle$, $\langle W^2 \rangle$ y de los cosenos directores de los ejes del elipsoide con respecto al

sistema de coordenadas en que se midieron las velocidades (Mihalas et al., 1981).

Un comportamiento parecido al anterior es el que presenta un gas ideal en equilibrio térmico a una temperatura T . En este caso las distribuciones de las componentes de la velocidad de las moléculas son:

$$f(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{mv_x^2}{2kT} \right) \quad (3-3a)$$

$$f(v_y) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{mv_y^2}{2kT} \right) \quad (3-3b)$$

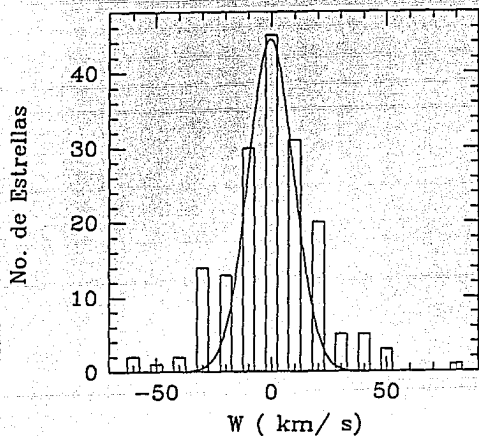
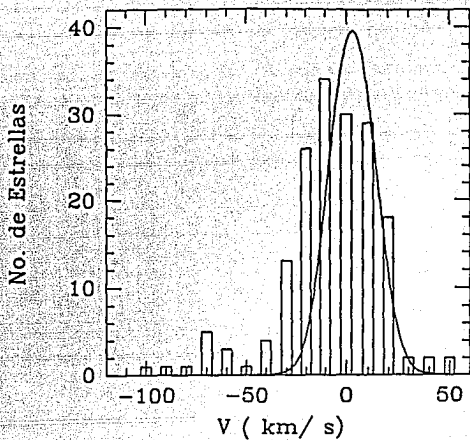
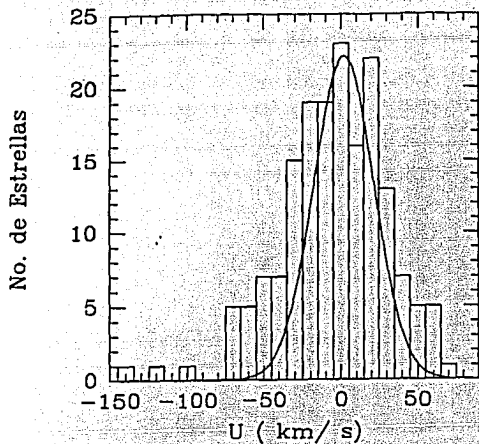
$$f(v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{mv_z^2}{2kT} \right) \quad (3-3c)$$

donde k es la constante de Boltzmann, m la masa de las moléculas y T la temperatura del gas.

Como lo señaló Maxwell -y como lo demostró Boltzmann- el estado de equilibrio isotérmico descrito por las ecuaciones anteriores se alcanza cuando el número de moléculas en un intervalo dado de velocidades permanece constante gracias a los choques entre ellas. Esto provoca que, en un momento dado, el número de moléculas que entran en la fracción del volumen del gas comprendido entre V y $V + dV$ sea igual al número de moléculas que salen de él. Tal estado de cosas es descrito con el nombre de estado estacionario (Kikoin et al., 1971).

De forma análoga a lo que pasa en un gas en equilibrio isotérmico, se podría pensar que la distribución elipsoidal de U , V y W es de forma gaussiana porque las estrellas constituyen un sistema en estado estacionario. En este caso, la dispersión de velocidad de las componentes hace el papel de la temperatura, aunque, a diferencia de las ecs. 3-3 en las cuales la temperatura, T , es la misma, en el caso de las distribuciones de velocidad $\sigma_u \neq \sigma_v \neq \sigma_w$. Por otro lado, mientras que para el gas en equilibrio isotérmico el estado estacionario es causado por las colisiones entre las moléculas, en el caso de un sistema estelar el causante de tal estado es el campo gravitacional de toda la masa del sistema (Russell et al., 1938).

En las figuras 3-1 a 3-4, se muestran los histogramas de las componentes de la velocidad peculiar de dos conjuntos de grupos estelares -del catálogo de Gliese- divididos en jóvenes y viejos. El primer conjunto está formado por estrellas del catálogo de Gliese y Jahreiss (1991) (en adelante GJ91) clasificadas según su tipo espectral y el segundo lo constituyen las estrellas comunes al catálogo anterior y a la lista de estrellas de Wilson y Woolley (1970), agrupadas según la intensidad de sus líneas H y K en emisión (la contrucción detallada de estas muestras estelares se verá en una sección posterior). Cada uno de los dos conjuntos se dividió en grupos jóvenes (grupos cuya edad es menor que 5 giga-años) y grupos viejos (aquellos con una edad que iguala o excede tal cantidad). Para dibujar cada gaussiana, se consideró

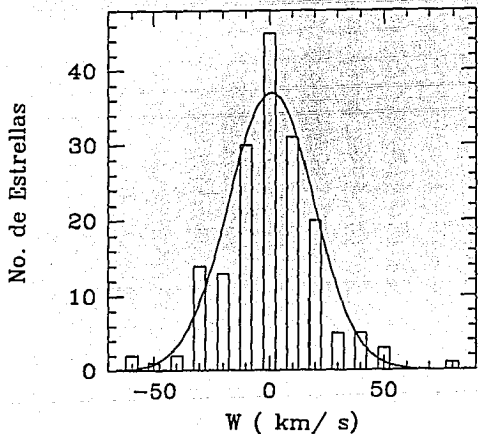
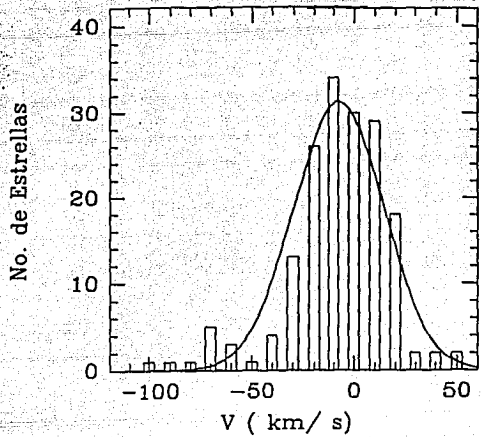
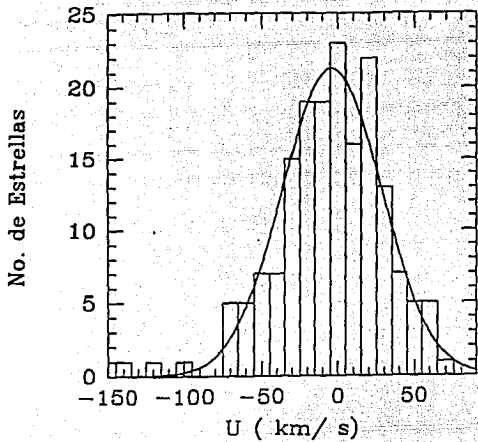


$$\sigma_U = 19.6 \text{ km s}^{-1}$$

$$\sigma_V = 11.0 \text{ km s}^{-1}$$

$$\sigma_W = 9.8 \text{ km s}^{-1}$$

Fig. 3-1 Histogramas de las componentes U, V y W de la velocidad peculiar de las estrellas "jóvenes" de los grupos clasificados por tipo espectral (edad del grupo < 5 giga-años). Los valores de la velocidad se obtuvieron de GJ91. Las dispersiones se calcularon por el método de percentiles a partir de todas las estrellas de la muestra, es decir, se calcularon antes de eliminar las desviacionistas.

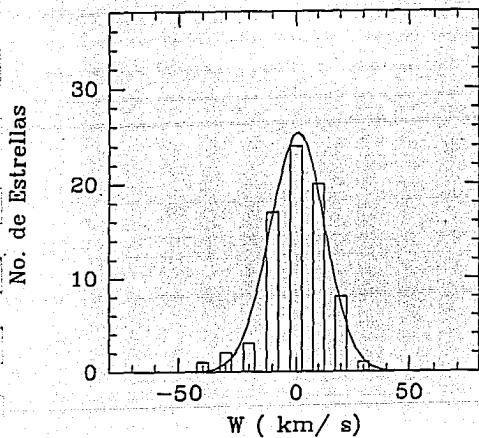
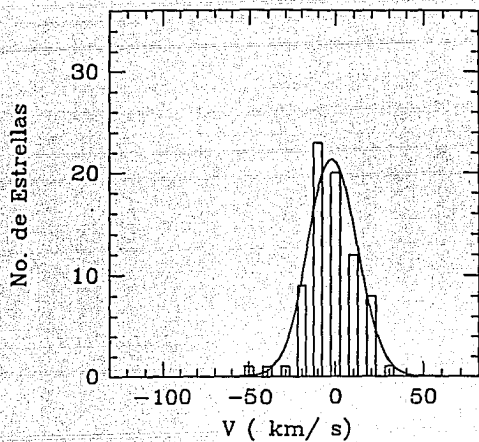
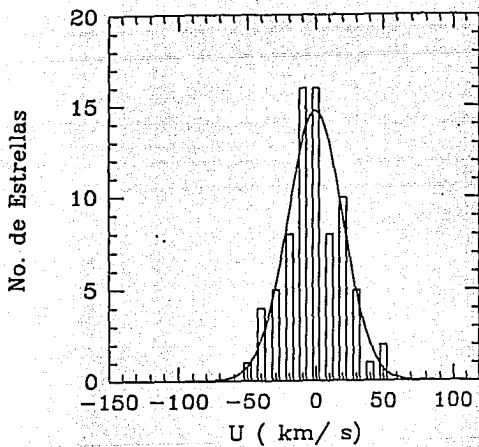


$$\sigma_U = 32.2 \text{ km s}^{-1}$$

$$\sigma_V = 21.9 \text{ km s}^{-1}$$

$$\sigma_W = 18.5 \text{ km s}^{-1}$$

Fig. 3-2 Histogramas de las componentes de la velocidad peculiar, U , V y W , de las estrellas "viejas" de los grupos clasificados por tipo espectral (edad ≥ 5 giga-años). Los valores de la velocidad se extrajeron de GJ91. Las dispersiones se calcularon utilizando todos los datos, incluidos desviacionistas, mediante el método de percentiles.

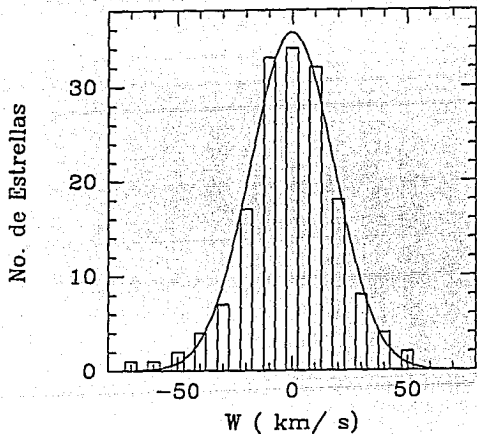
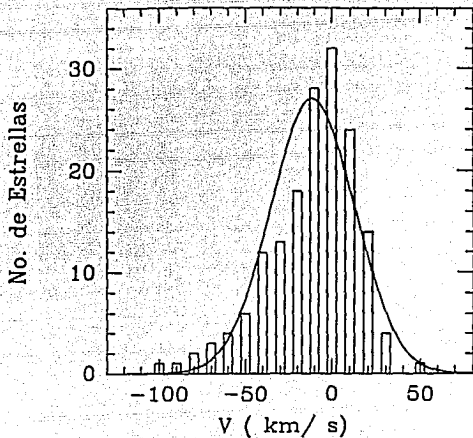
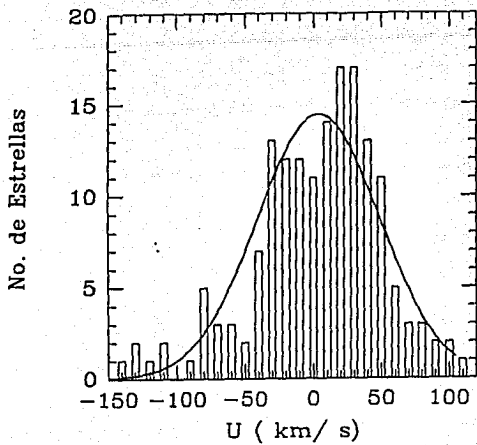


$$\sigma_U = 20.5 \text{ km s}^{-1}$$

$$\sigma_V = 14.2 \text{ km s}^{-1}$$

$$\sigma_W = 12.0 \text{ km s}^{-1}$$

Fig. 3-3 Histogramas de las componentes U, V y W de la velocidad peculiar de las estrellas "jóvenes" de los grupos en H y K (estrellas que pertenecen a grupos en H y K cuya edad es menor o igual a 5 giga-años). Los valores para la velocidad se extrajeron de GJ91. Las dispersiones se obtuvieron por el método de percentiles, incluyendo desviacionistas.



$$\sigma_U = 45.0 \text{ km s}^{-1}$$

$$\sigma_V = 24.0 \text{ km s}^{-1}$$

$$\sigma_W = 18.2 \text{ km s}^{-1}$$

Fig. 3-4 Histogramas de las componentes U, V y W de la velocidad peculiar de las estrellas "viejas" de los grupos en H y K (estrellas que pertenecen a grupos en H y K cuya edad asignada es mayor a 5 giga-años). Las dispersiones se calcularon por el método de percentiles considerando incluso las desviacionistas.

el promedio y la dispersión (obtenida a partir de la media del 68 y del 90 percentiles) de las estrellas de cada grupo -joven o viejo- incluyendo desviacionistas. En estas figuras se observa claramente que las velocidades de las estrellas "viejas" están más "dispersas" que las de las estrellas "jóvenes".

El mismo efecto puede verse también en los diagramas comparativos de las figuras 3-5 y 3-6 donde los diagramas de la izquierda muestran las velocidades U y V peculiares de las estrellas jóvenes y los de la derecha exhiben las velocidades U y V peculiares de las estrellas viejas de las muestras correspondientes. Las rectas ortogonales cruzan el plano por $U = \langle U \rangle$ y $V = \langle V \rangle$. Es claro, de la observación de las figuras, que la dispersión en ambas componentes de la velocidad crece de jóvenes a viejas y que esta característica es más notoria en la componente U, cuya dispersión para las estrellas viejas es aproximadamente el doble de la dispersión de las jóvenes.

Las figuras 3-1 a 3-6 fundamentan que se pueda considerar que los grupos estelares tienen una distribución gaussiana de velocidades, y que la dispersión cambia ostensiblemente con la edad. En estas figuras se muestra también la relación $\sigma_U > \sigma_V > \sigma_W$ que Wielen explica utilizando una teoría muy rebuscada (Wielen, 1977).

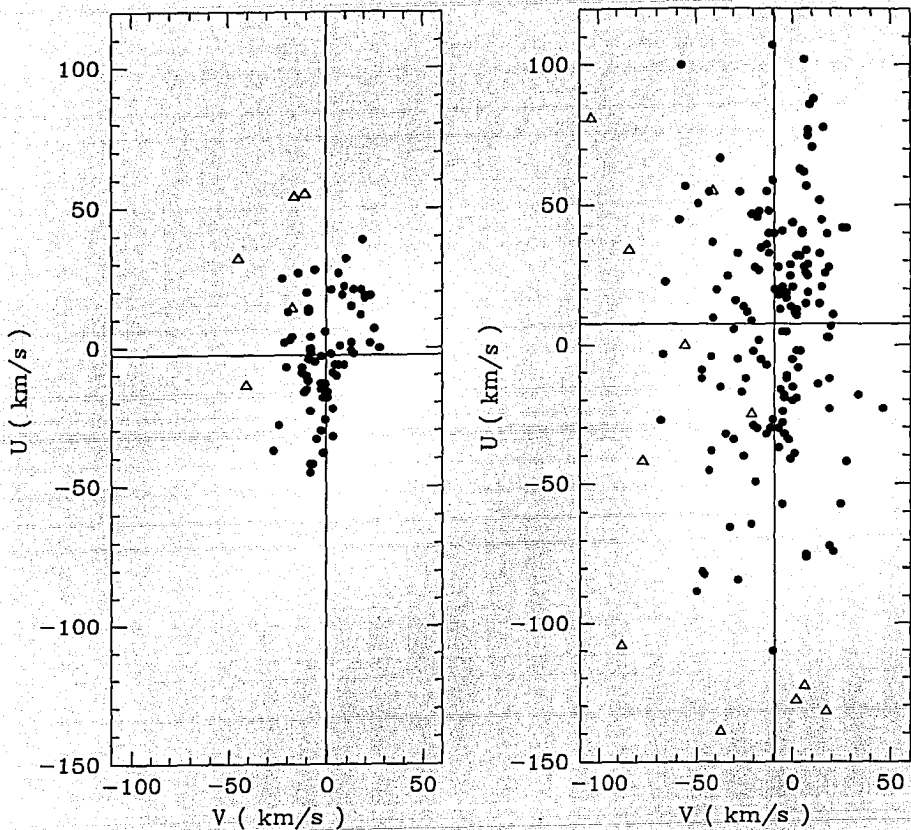


Fig. 3-5 Diagramas U-V de las estrellas jóvenes (izquierda) y viejas (derecha) de los grupos nucleares. Los triangulitos muestran las desviacionistas en alguna de las tres componentes de la velocidad peculiar.

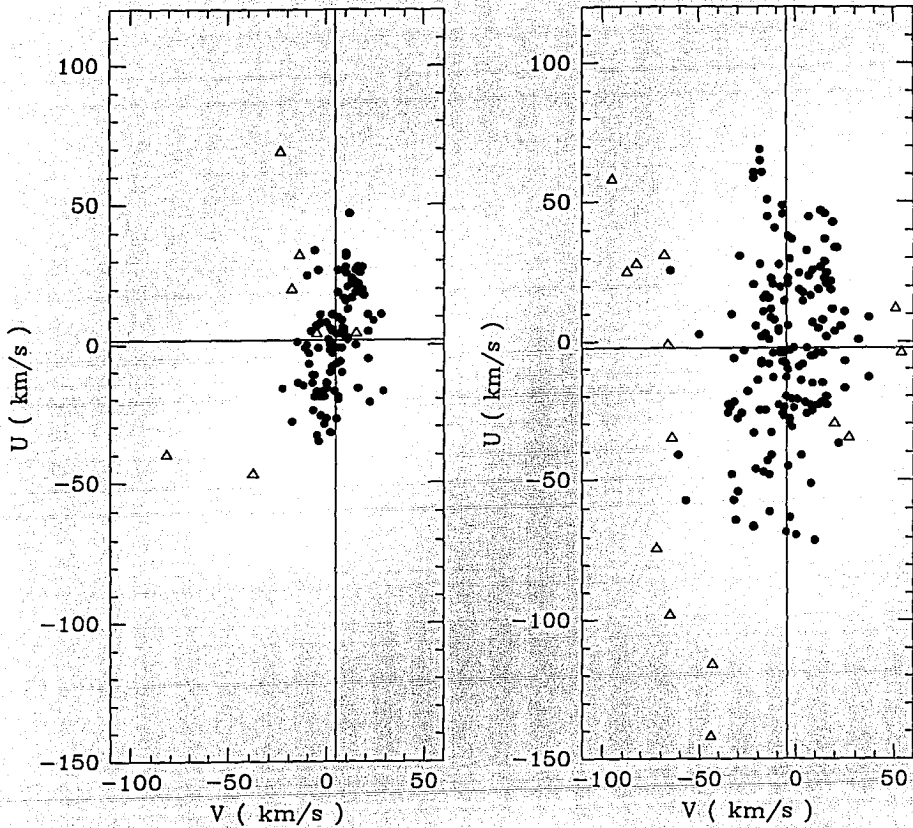


Fig. 3-6 Diagramas U-V de las estrellas jóvenes (izquierda) y viejas (derecha) de los grupos en H y K. Los triangulitos muestran las desviacionistas en alguna de las tres componentes de la velocidad peculiar.

Finalmente, es fácil ver, a través de una analogía, por qué si una muestra estelar tiene una distribución gaussiana de velocidades, una submuestra de ella también la tiene.

Si el aire de una habitación está en equilibrio termodinámico, entonces sus moléculas tienen una distribución de velocidades del tipo gaussiano descrito por las ecuaciones 3-3. Ahora bien, si sólo se fija la atención en un espacio de un metro cúbico cualquiera dentro de la habitación, también es de esperarse que las velocidades de las moléculas en ese volumen-más reducido- puedan ser descritas por las mismas ecuaciones, pues esa región se encuentra a la misma temperatura y presión que el resto del cuarto, ya que que, de no estar en equilibrio, se notarían condensaciones y rarificaciones del aire en diferentes partes debido a que el número de moléculas en diversos lugares no se conservaría. Análogamente, si un grupo grande de estrellas presenta una distribución gaussiana de velocidades, entonces cualquier partición del grupo va a seguir el mismo comportamiento.

2) Dispersión de velocidades.

Según se vió en el capítulo 2, Wielen usa en sus cálculos las componentes de la velocidad espacial de sus estrellas

respecto al SLR. Bajo esta premisa, y por definición, los promedios de las componentes de la velocidad espacial deberían ser iguales a cero y, por ello utiliza las ecuaciones 2-15 a 2-17 para calcular sus dispersiones de velocidad. Sin embargo, el promedio de cada uno de los grupos es, en la práctica, distinto de cero, de manera que, si se calcula la dispersión por medio de las ecuaciones 2-15 a 2-17, la dispersión obtenida es distinta a la dispersión "verdadera", calculada considerando las velocidades con respecto al Sol y los promedios distintos de cero.

Por medio de un ejercicio algebraico simple, se puede demostrar que la dispersión de velocidades de un grupo estelar no cambia cuando se expresan las velocidades en diferentes sistemas de referencia; ante esto, se llegó a la conclusión de que la mejor forma de obtener dispersiones de velocidad representativas dentro un cilindro perpendicular al plano galáctico, son las dispersiones calculadas "a la Wielen" (esto es, pesando por $|W|$) con la salvedad de considerar los promedios de las componentes de velocidad distintos de cero, es decir, utilizando las ecuaciones:

$$\sigma_U^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j| (U_j - \langle U \rangle)^2}{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j|} \quad (3-4a)$$

$$\sigma_v^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j| (V_j - \langle V \rangle)^2}{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j|} \quad (3-4b)$$

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{2} \frac{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j| (W_j - \langle W \rangle)^2}{\sum_{j=1}^{N_T} |W_j|} \quad (3-4c)$$

La dispersión total es la raíz cuadrada de la suma de estas tres cantidades, es decir: $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2$.

ii) Recalibración de edades estelares.

En los siguientes párrafos se va a hacer una descripción de los métodos empleados para determinar la edad de los diferentes conjuntos estelares y sus resultados.

1) Redeterminación de la edad en grupos nucleares.

Como se ha venido mencionando en secciones anteriores, para hacer la recalibración de la relación de Wielen se consideraron

dos conjuntos de estrellas subdivididos en grupos. En esta sección se va a hablar sobre el primero de ellos, el conjunto formado por los grupos "nucleares".

Para formar este tipo de grupos, se tomaron las estrellas de secuencia principal de la versión 1991 del catálogo de estrellas cercanas de Gliese y Jahreiss, y se dividieron en los mismos intervalos de tipo espectral definidos por Wielen (ver tabla 2-2). A estos grupos se les designó con el nombre de "nucleares" por brevedad y porque la edad que se les asignó está basada en estudios de interiores estelares.

Meynet, Mermilliod y Maeder (1990) calcularon un conjunto de isócronas teóricas usando los modelos sugeridos por Maeder y Meynet en los cuales se toma en cuenta el fenómeno de "overshooting" (las estrellas de secuencia principal de masas mayores a $1.5 M_{\odot}$ poseen núcleos convectivos que pueden "pasarse" más allá del radio aceptado comúnmente, esto provoca que el núcleo atrape material de la capa radiativa aumentando el hidrógeno en el núcleo y alargando la vida de la estrella, (Maeder, 1976), a esta extensión del núcleo convectivo se le llama "overshooting"). Para sus cálculos consideran abundancias por peso $(X, Y, Z) = 0.70, 0.28, 0.02$ y una distancia de overshooting $d_{\text{over}} = 0.25 H_p$, donde H_p es la escala de altura de la presión en el borde del núcleo convectivo clásico y d_{over} caracteriza la extensión del overshooting a partir del núcleo. Aunque estos

cálculos fueron hechos con el objeto de redeterminar la edad de varios cúmulos abiertos jóvenes y de edad intermedia, en el artículo aparece publicada una tabla, reproducida adelante como tabla 3-1, en la que se da el tiempo máximo que permanecen las estrellas en la secuencia principal como función de su tipo espectral.

En 1965, Keenan publicó una tabla en la que relaciona la magnitud absoluta de estrellas de secuencia principal con su tipo espectral. A partir de esta tabla se obtuvieron las magnitudes absolutas visuales asociadas con estrellas de tipos espectrales

Tabla 3-1

Límite superior del tiempo de estancia sobre la secuencia principal según el tipo espectral (Meynet, et al., 1990).

O4	1.4 10 ⁶	O9	5.0 10 ⁶	B3	35.1 10 ⁶	A0	616.3 10 ⁶
O5	1.6	B0	7.0	B4	53.1	A2	860.2
O5.5	2.0	B0.5	9.7	B5	76.1	A3	974.2
O6	2.4	B1	13.4	B6	107.5	A5	1411.7
O6.5	2.7	B1.5	17.8	B7	148.7	A7	1857.9
O7	3.0	B2	22.7	B8	207.9	F1	3352.9
O8	4.0	B2.5	28.3	B9	307.0	F4	5011.9

O9, B0, B1, B2, B3, B5, B7, B8, B9, A0, A2, A3, A5 y A7. Como los tipos espectrales F1 y F4 ya no aparecen en los datos de Keenan se les asignó una magnitud absoluta visual igual al promedio de

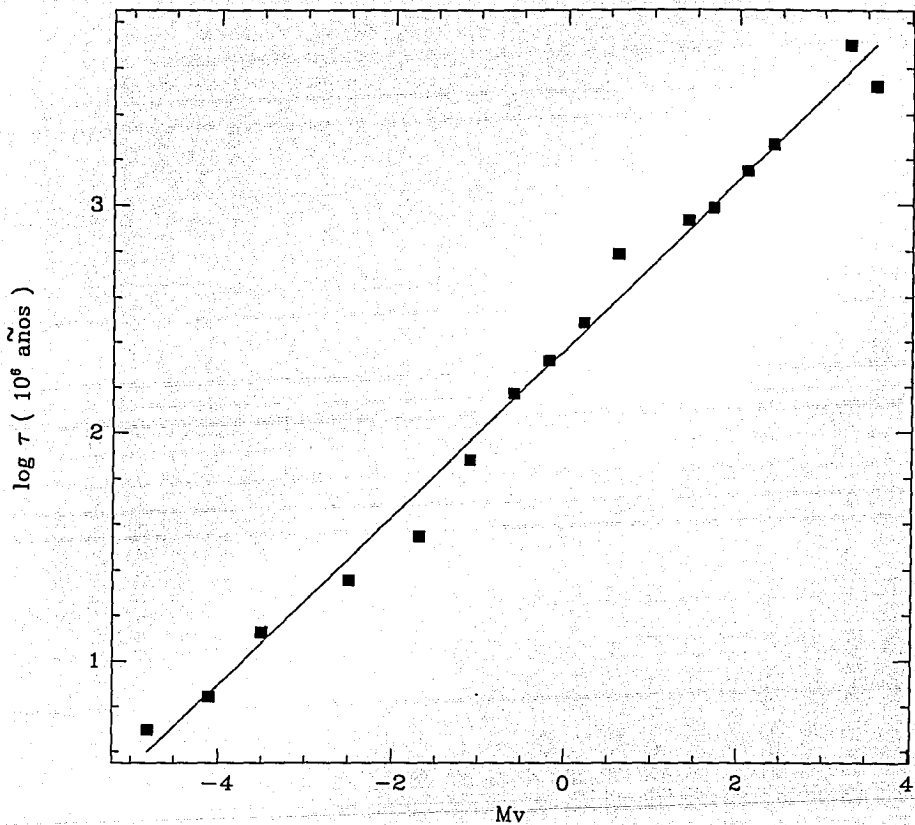


Fig. 3-7 Gráfica $\log(\text{edad})$ vs. Magnitud absoluta visual. La recta es el ajuste por mínimos cuadrados hecho a los datos.

las magnitudes absolutas de las estrellas de secuencia principal de estos tipos espectrales en el catálogo GJ91.

A partir de los resultados anteriores se obtuvo una relación edad-M_v. La figura 3-7 muestra los datos como puntos en una gráfica de log(edad) vs. magnitud absoluta visual. La recta es el ajuste, por mínimos cuadrados, y está dada por la ecuación:

$$\log(M_v) = 2.4 + (0.4) \tau_s \quad (3-5)$$

donde τ_s es el tiempo máximo que pasa una estrella en la secuencia principal.

Tabla 3-2.

Edades asociadas con cada grupo

Grupo	< M _v >	Edad 10 ⁹ años
≤ A1	1.78	0.536
A2 - A6	2.24	0.792
A7 - F1	3.10	1.645
F2 - F6	3.63	2.582
F7 - G3	4.52	5.501

Después de eliminar las desviacionistas de cada uno de los cinco grupos nucleares, se calculó el promedio de la magnitud absoluta visual de cada uno de ellos. Con este promedio, y

utilizando la ecuación anterior, se obtuvo el valor de τ_s para cada grupo. La edad, τ , adoptada para el grupo, fué la mitad de τ_s (bajo la suposición de que las estrellas han tenido una tasa de formación constante). La tabla 3-2 muestra los intervalos que definen los grupos en la columna 1 y los resultados obtenidos, M_v y edad, en las columnas 2 y 3.

2) Redeterminación de la edad en grupos H y K.

En la presente sección se exponen los resultados obtenidos para las edades del segundo conjunto: el de los grupos en H y K.

De las 321 estrellas cuyas intensidades en las líneas de emisión H y K del Ca II fueron determinadas por Wilson y Woolley (1970), 254 pertenecen al catálogo de estrellas cercanas de Gliese y Jahreiss (1991). De éstas, se eliminaron 15 estrellas: una por no tener velocidades U, V y W y catorce por ser estrellas secundarias de sistemas binarios cuya primaria ya se había considerado. Después de esta eliminación, se procedió a dividir las estrellas restantes en grupos de intensidad y posteriormente a eliminar las desviacionistas de cada grupo. Terminado lo anterior se volvieron a calcular las edades de cada grupo siguiendo exactamente el método usado por Wielen para calcular la edad de sus grupos de intensidad. Aquí, la diferencia con Wielen

consiste en que ahora se tienen más estrellas por grupo. Los resultados se encuentran resumidos en la tabla 3-3. La notación de las columnas es la misma que la de la tabla 2-5 con excepción de la segunda columna de la tabla 3-3 donde se da el número de estrellas por grupo después de haber eliminado desviacionistas.

Tabla 3-3
Edades estimadas para los grupos de intensidad

Intensidad en la emisión de HK del Ca II	N	$\langle W \rangle$ Km s^{-1}	$N \langle W \rangle$	$\langle \tau \rangle$ 10^9 años
+8 a +3	31	7.55	234 = 8.1 %	0.405
+2	44	11.73	516 17.9 %	1.705
+1	44	12.73	560 19.4 %	3.570
0	41	13.32	546 18.9 %	5.485
-1	31	15.29	474 16.4 %	7.250
-2 a -5	34	16.41	558 19.3 %	9.035

Es importante notar en este capítulo, que las edades calculadas a los grupos de intensidad dependen de la edad que se le asigne al disco galáctico. En particular, los números de la tabla 3-3 son el resultado de suponer una edad para el disco de 10^{10} años, pero si esa edad fuera α veces mayor, las edades de la tabla serían, también, α veces mayores. Sin embargo, en fechas recientes se ha venido manejando la idea, basada en modelos teóricos y datos observacionales, de que la edad del disco es

mayor a 10^{10} años (Vandenberg, 1990; Nissen, et al., 1991). En particular Isern, García-Berro, Hernanz y Mochkovitch (Isern, et al. 1989) estudiaron el proceso de enfriamiento de enanas blancas de 0.6 M_{\odot} compuestas de una mezcla homogénea de mitad oxígeno y mitad carbón, bajo diferentes condiciones de miscibilidad y cambios de fase. El resultado de uno de sus modelos asigna una edad de 22.71 giga-años a una enana blanca con $\log(L/L_{\odot}) = -4.50$.

Vandenberg (1990) grafica en un diagrama color-magnitud, varias isócronas de 16 giga-años calculadas considerando diversas

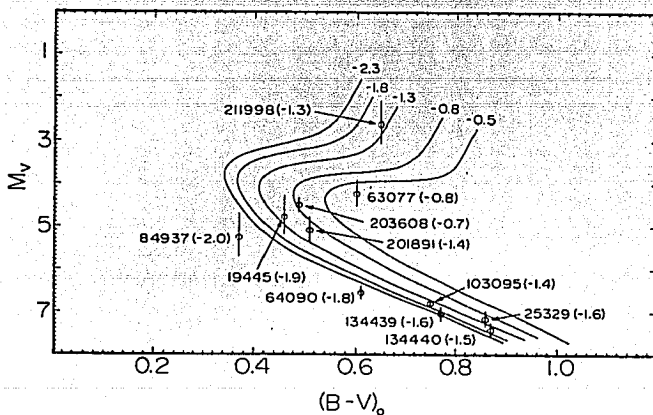


Fig. 3-8 Comparación sobre el plano C-M de isócronas de 16 giga-años de Vandenberg y Bell para $Y = 0.20$ y las metalicidades indicadas, con las propiedades de varias subenanas y subgigantes de población II de la vecindad solar. Las últimas son identificadas por sus números HD, los números entre paréntesis son las estimaciones más recientes de sus metalicidades (Vandenberg, 1990).

metallicidades (ver figura 3-8). Tales isócronas enmarcan una serie de estrellas, ocho de las cuales pertenecen a (GJ91) y cuyas distancias son menores que 30 pc (algunas estrellas en GJ91 tienen distancias un poco mayores a los 25 pc.). De entre ellas, Vanderberg llama la atención sobre HD 63077 =GJ 288, a la cual le asigna una edad de 18 a 20 Giga-años, o bien de 14 a 15 Giga-años si la magnitud absoluta visual de la estrella es en realidad menor.

Por otra parte, Nissen y Schuster (1991) utilizan las isócronas de Vandenberg (1985) para calcular la edad de una muestra de estrellas del disco con metallicidades en el intervalo -1.5 a 0.3, aproximadamente (ver figura 3-9). Ellos llegan a la conclusión de que la edad de las estrellas de alta velocidad del disco sigue una distribución relativamente plana de 4 a 15 giga-años, aunque, como puede observarse en la figura 3-9, existen estrellas con edades del orden de 20 giga-años.

Con el antecedente de que la edad del disco puede ser mayor que 10^{10} años, se volvieron a calcular las edades de los grupos en H y K, variando la edad del disco en un intervalo de 15 a 24 giga-años. Esta variación se hizo con la intención de encontrar una edad del disco para la cual la relación $\sigma_{\alpha}(\tau)$ derivada de los grupos en H y K fuera "compatible" con la $\sigma_{\alpha}(\tau)$ derivada de los grupos nucleares, es decir, una edad del disco para la cual los datos de los grupos en H y K se acoplaran a los datos de los

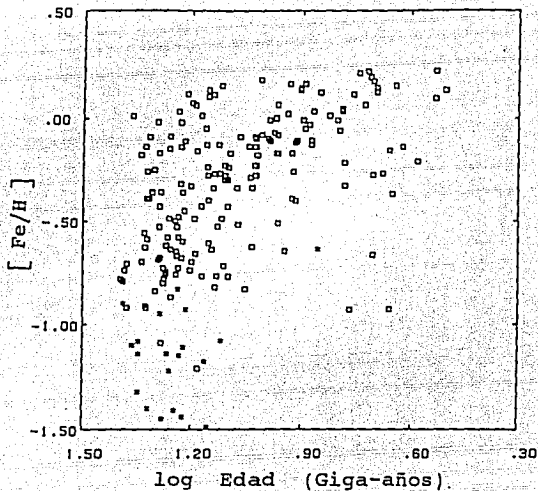


Fig. 3-9 Diagrama $[Fe/H]$ - \log (edad). Los asteriscos representan las estrellas del Halo, los cuadrados las estrellas de alta velocidad del disco. Nótese que en este diagrama existen estrellas con edades del orden de 20 giga-años (Nissen, et al., 1991).

grupos nucleares. Lo anterior obedece a dos razones: la primera, a que la edad de los grupos en H y K depende directamente de la edad del disco y, segunda, a que la edad de los grupos nucleares, que es independiente de la edad del disco, es más confiable ya que depende solamente de la física de los interiores estelares. Con esto, se estaría convirtiendo a los grupos nucleares en "calibradores" de la edad del disco.

Multiplicando las edades de la tabla 3-3 por el factor 1.5, se realizó un ajuste lineal a σ^2 vs. edad de estos datos más los

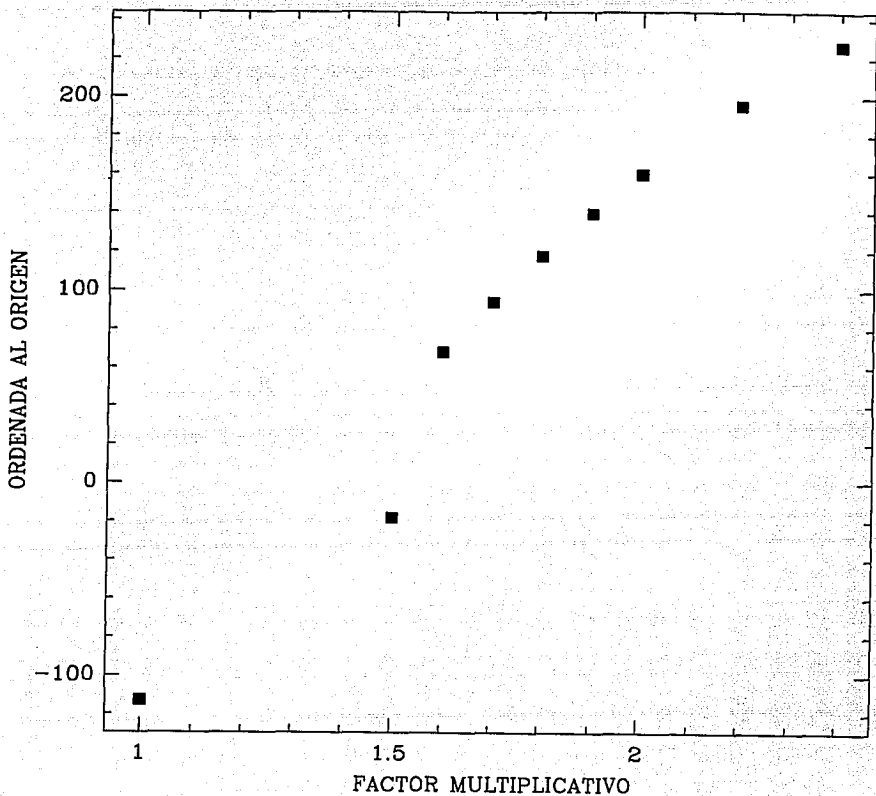


Fig. 3-10 En el eje y se encuentran graficadas las ordenadas al origen, resultado de los ajustes por mínimos cuadrados a σ^2 versus edad, correspondientes a diferentes factores multiplicativos (graficados en el eje x). Recuérdese que el factor multiplicativo sólo afecta a las edades de los grupos en H y K aunque los ajustes se realicen junto con los grupos nucleares.

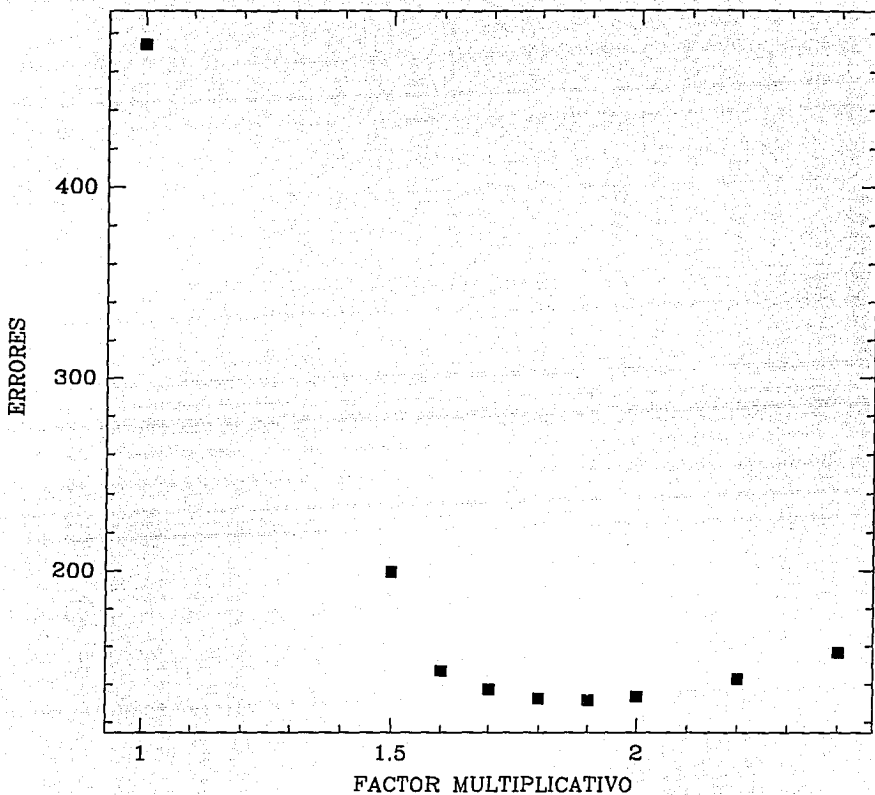


Fig. 3-11 En este diagrama se muestran los errores cuadráticos (multiplicados por el número de datos) obtenidos al ir cambiando el factor multiplicativo para la edad de los grupos en H y K. Nótese el mínimo en 1.9.

datos nucleares y se calculó la suma de los cuadrados de las diferencias de los valores observados menos los valores esperados (lo cual no es otra cosa que el error cuadrático medio por el número de datos). Los cálculos anteriores se repitieron multiplicando las edades de los grupos en H y K por los factores 1.6 a 2.0 (de 0.1 en 0.1), 2.2 y 2.4. Terminado el ejercicio anterior, se graficaron la ordenada al origen y los errores versus el factor multiplicativo correspondiente. De las figuras 3-10 y 3-11 se llegó a la conclusión de que el factor multiplicativo que mejor ajusta a los datos es 1.9; en otras palabras, si la edad del disco fuera de 19 giga-años, entonces los datos conjuntos de los grupos nucleares más los grupos en H y K se ajustarían muy bien. De hecho caerían sobre una recta cuya ordenada al origen da una dispersión de 11.8 km/s para $\tau=0$ y un error cuadrático mínimo. A pesar de que los datos se ajustan mejor si se considera la edad del disco en 19 giga-años, cuando se piensa en los errores involucrados en la determinación de la dispersión y la edad, no se puede menos que reconocer que la edad del disco podría fluctuar entre 16 y 22 giga-años.

iii) Recalibración de la relación dispersión - edad.

1) Grupos nucleares (Gliese et al., 1991)

En ésta y en la próxima sección se pretende "rehacer" el análisis realizado por Wielen, pero empleando las estrellas cercanas del catálogo de Gliese y Jahreiss (1991) y los métodos para la depuración de los grupos y el cálculo de las dispersiones descritos en secciones anteriores.

Como se mencionó en la sección ii(1) de este capítulo , se extrajeron de GJ91 todas aquellas estrellas con valores conocidos para U , V y W , de tipos espectrales más tempranos que G3 V, cuyas paralajes fueran mayores o iguales que 0".04. Esta elección se basa en un resultado no publicado (Poveda, et al., 1993) sobre la completez de las estrellas del catálogo de Gliese y Jahreiss (1991), donde se encontró que dicho catálogo está completo hasta 25 parsecs para estrellas más brillantes que magnitud absoluta visual 9. Este hecho garantiza la completez de la muestra extraída del Gliese, sobre todo si se toma en cuenta que la magnitud absoluta visual máxima de las estrellas de esta muestra es 7.5 .

La muestra así obtenida se depuró de forma que sólo quedaran estrellas de secuencia principal, que fueran estrellas solas, o bien, estrellas primarias de sistemas binarios o múltiples,

conservándose las estrellas secundarias sólo cuando la estrella primaria no tenía valores para las componentes de la velocidad. Cuando el tipo espectral de la estrella no era acompañado de su clase de luminosidad, la estrella era retenida si su magnitud absoluta visual correspondía con la que tendría una estrella de secuencia principal con un color B-V igual al suyo.

Después de la selección anterior se obtuvo un conjunto de estrellas que fué dividido en grupos de tipo espectral (ver tabla 2-2). A cada uno de los grupos obtenidos se les aplicó el criterio de eliminación de desviacionistas y, posteriormente, se les calcularon sus dispersiones de velocidad utilizando las ecs. 3-4 (ver tabla 3-4). La primera columna de la tabla 3-4 muestra la identificación del grupo, la segunda el número de estrellas por grupo después de eliminar desviacionistas, la tercera columna la edad adoptada y la cuarta y quinta columnas, σ y σ^2 ,

Tabla 3-4.

En la presente tabla se muestran las edades y las dispersiones calculadas a partir de los grupos nucleares.

Grupo	N	τ 10 ⁹ años	σ km/s	σ^2 (km/s) ²
6d	12	0.536	12.67	160.59
6c	22	0.792	19.38	375.68
6b	15	1.934	22.49	505.91
6a	53	2.763	25.04	627.25
5	158	5.501	44.29	1961.18

respectivamente.

Tomando los datos de la tabla 3-4, se realizó una serie de ajustes a σ , σ^2 y σ^3 vs. edad. El ajuste σ^3 versus edad no fué satisfactorio, y los ajustes σ vs. edad y σ^2 vs. edad fueron igualmente buenos (figuras 3-12 y 3-13), el primero con un coeficiente de correlación de 0.981 y un error cuadrático medio de 4.3 (Km/s)^2 y el segundo con 0.969 y 11.6 (Km/s)^2 , respectivamente. Las expresiones siguientes son el resultado de los ajustes a σ vs. edad y a σ^2 vs. edad, en ese orden:

$$\sigma = 11.4 + (5.8) \tau \text{ km s}^{-1} \quad (3-6)$$

$$\sigma^2 = -69.3 + (345.1) \tau \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (3-7)$$

donde τ es la edad en unidades de 10^9 .

Aunque desde el punto de vista formal ambos ajustes son igualmente aceptables, desde el punto de vista físico, el segundo ajuste no tiene sentido ya que no se pueden tener dispersiones negativas.

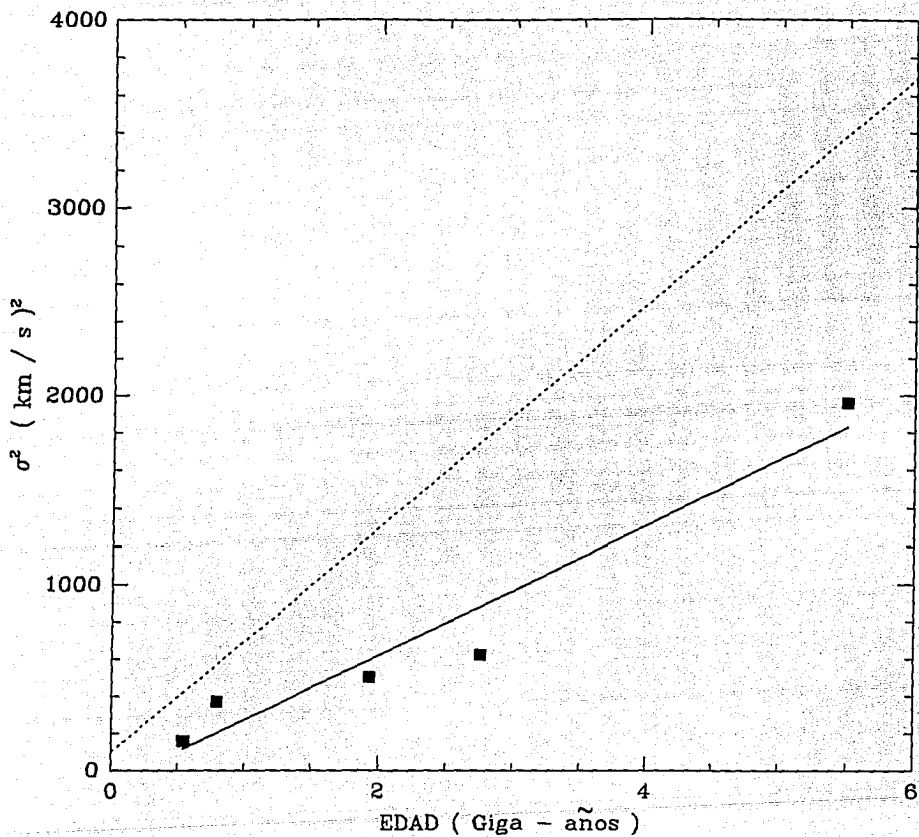


Fig. 3-13 σ^2 vs. edad. Los símbolos son los mismos de la figura 3-12

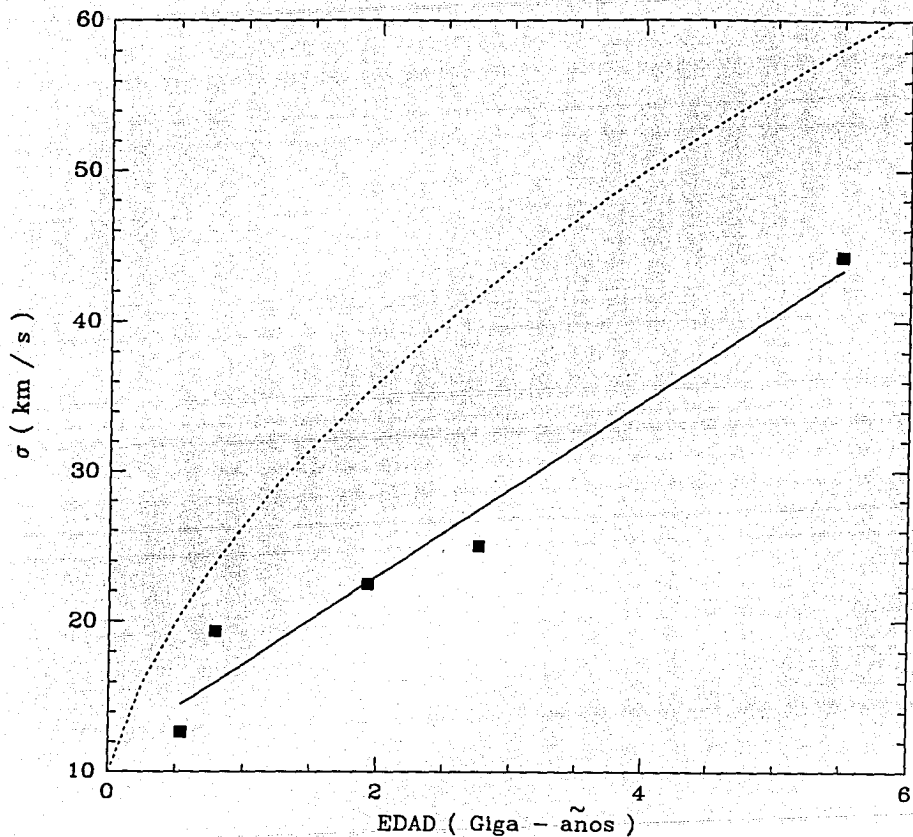


Fig. 3-12 σ vs. edad. Los cuadrados muestran los valores obtenidos a partir de los grupos nucleares extraídos de Gliese et al., 1991. La recta sólida es el ajuste lineal hecho a los datos, mientras que la curva punteada es la representación de la relación de Wielen.

2) Grupos H y K (Gliese et al. 1991 - catálogo de Wilson y Woolley)

La construcción y constitución de los "nuevos" grupos en H y K ya se explicó en secciones anteriores, así que aquí sólo se hará hincapié en la diferencia entre los datos de Wielen y los expuestos en este trabajo. Dicha diferencia radica, esencialmente, en el número de estrellas consideradas en ambos trabajos (195 en el de Wielen y 239 en éste), en las nuevas determinaciones de las componentes de velocidad y en que algunas estrellas del Gliese (1969) con intensidades en H y K ya no aparecen en la última versión de este catálogo (10 estrellas), presumiblemente debido a que una nueva determinación de la paralaje las situó más lejos que 25 pc (distancia límite de dicho catálogo). Las 44 estrellas "nuevas" que se están considerando son el resultado de tomar en cuenta las estrellas de las extensiones del Gliese (1969) incluidas en la versión del 91 y las estrellas que aparecen en esta última versión sin un número asignado e identificadas por las siglas "NN". Otra de las diferencias, ésta si de mucha importancia, es la de considerar la edad del disco como de 19 giga-años, lo que modifica radicalmente la edad asignada a cada grupo de intensidad.

La tabla 3-5 muestra los resultados de aplicar las ecs. 3-4 a los grupos en H y K después de eliminar desviacionistas. La explicación de las columnas es la misma de la tabla 3-4 solo que

en esta tabla se muestran los resultados para los grupos en H y K.

De los datos de la tabla 3-5 se obtuvieron ajustes a los datos de σ , σ^2 y σ^3 versus edad. En este caso se encuentra que el ajuste a σ vs edad es ligeramente mejor al ajuste a σ^2 vs. edad, (figuras 3-14 y 3-15). Sus coeficientes de correlación y sus errores cuadráticos medios son 0.997 y 1.3 (Km/s)², y 0.987 y 8.6(Km/s)², respectivamente. Las relaciones matemáticas que describen estas dependencias son (ver figuras 3-14 y 3-15):

$$\sigma = 22.9 + (5.0) \tau \text{ km s}^{-1} \quad (3-8)$$

$$\sigma^2 = 196.7 + (467.2) \tau \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (3-9)$$

Tabla 3-5

Edades y dispersiones de velocidad para los grupos en H y K. La edad se calculó suponiendo que la edad del disco es de 10 giga-años.

Intensidad en la emisión de HK del Ca II	N	τ 10 ⁹ años	σ km/s	σ^2 (km/s) ²
+8 a +3	31	0.405	24.26	588.59
+2	44	1.705	33.54	1125.19
+1	44	3.57	39.33	1546.72
0	41	5.485	50.49	2549.59
-1	31	7.25	58.77	3453.80
-2 a -5	34	9.035	68.86	4741.62

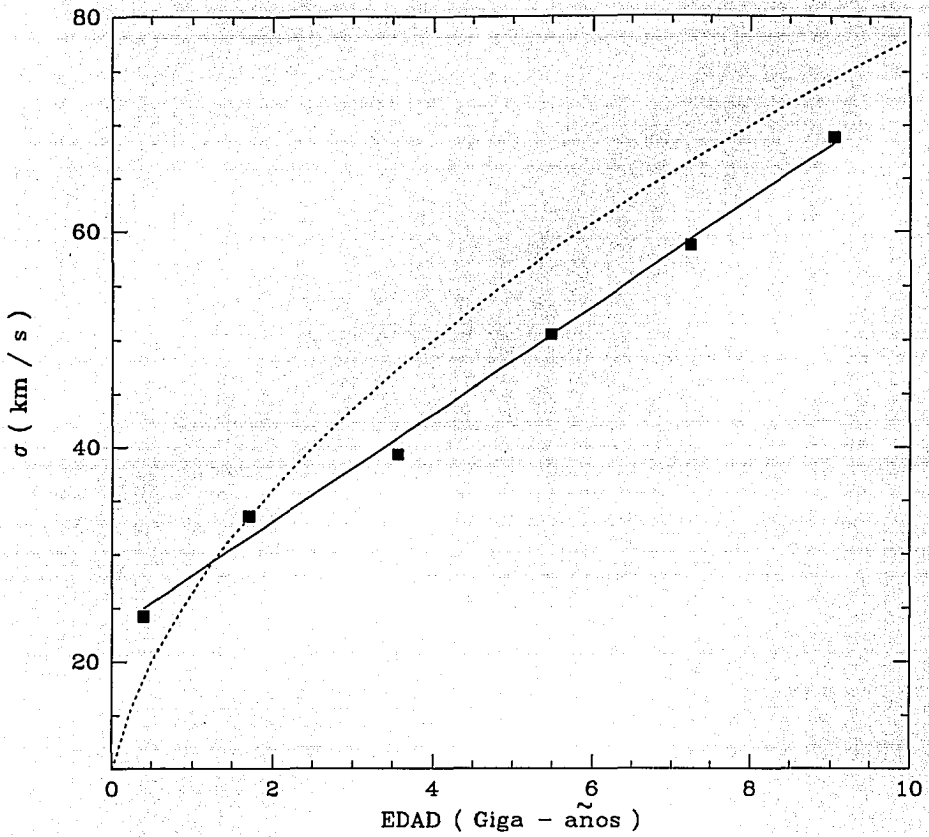


Fig. 3-14 σ vs. edad. Los cuadros muestran los valores obtenidos de los grupos en H y K extraídos del cruce del catálogo de Gliese et al. (1991) y la lista de estrellas de Wilson et al. 1970. La recta sólida es el mejor ajuste lineal a los datos. La curva punteada es la representación de la relación de Wielen.

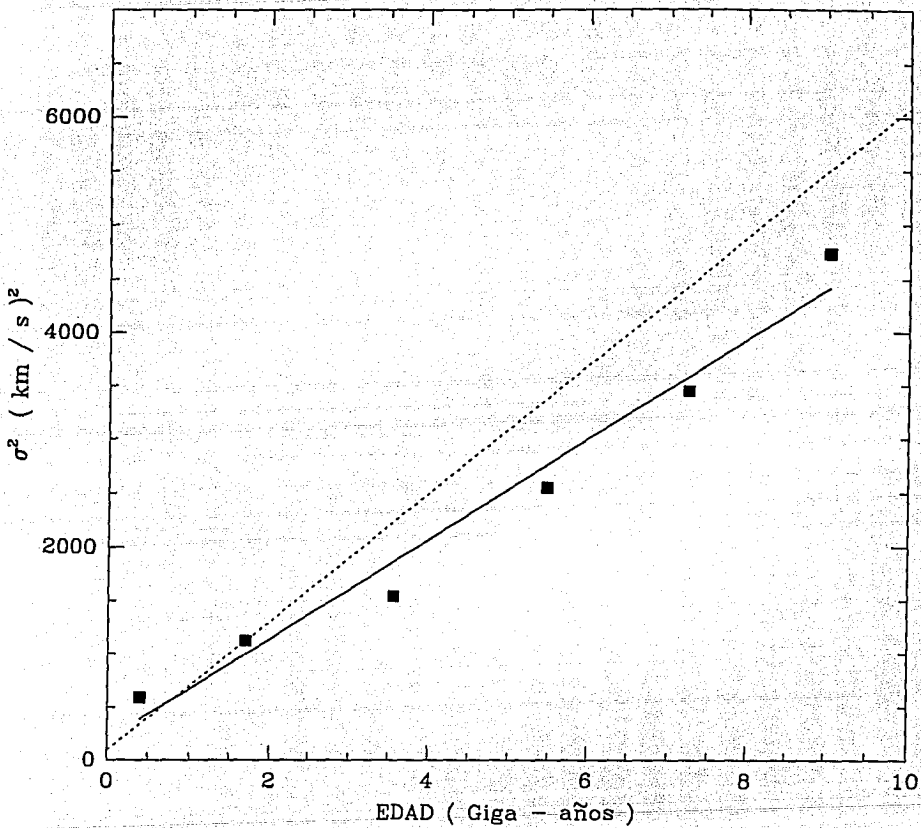


Fig. 3-15 σ^2 vs. edad. Los cuadrados muestran los datos obtenidos de los grupos en H y K. La recta sólida es el ajuste lineal a estos datos. La recta punteada es la relación de Wielen.

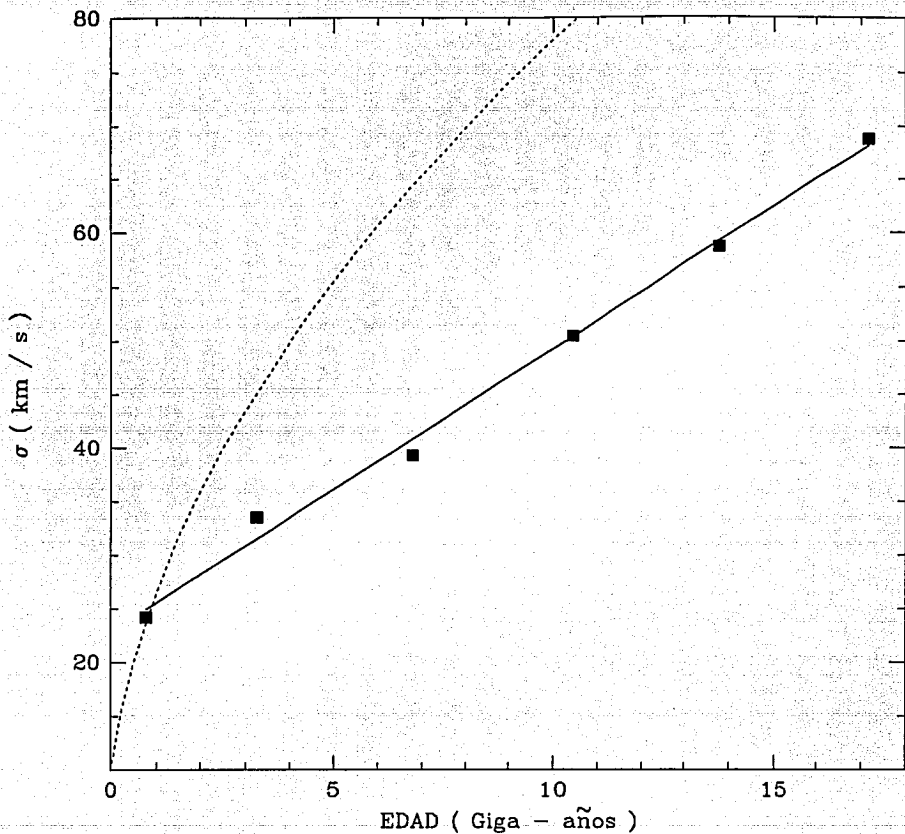


Fig. 3-16 σ vs. edad. Los símbolos son los mismos de la figura 3-14 excepto que esta vez la edad de cada grupo está multiplicada por 1.9, lo que significa que se está considerando que el disco tiene una edad de 19 giga-años.

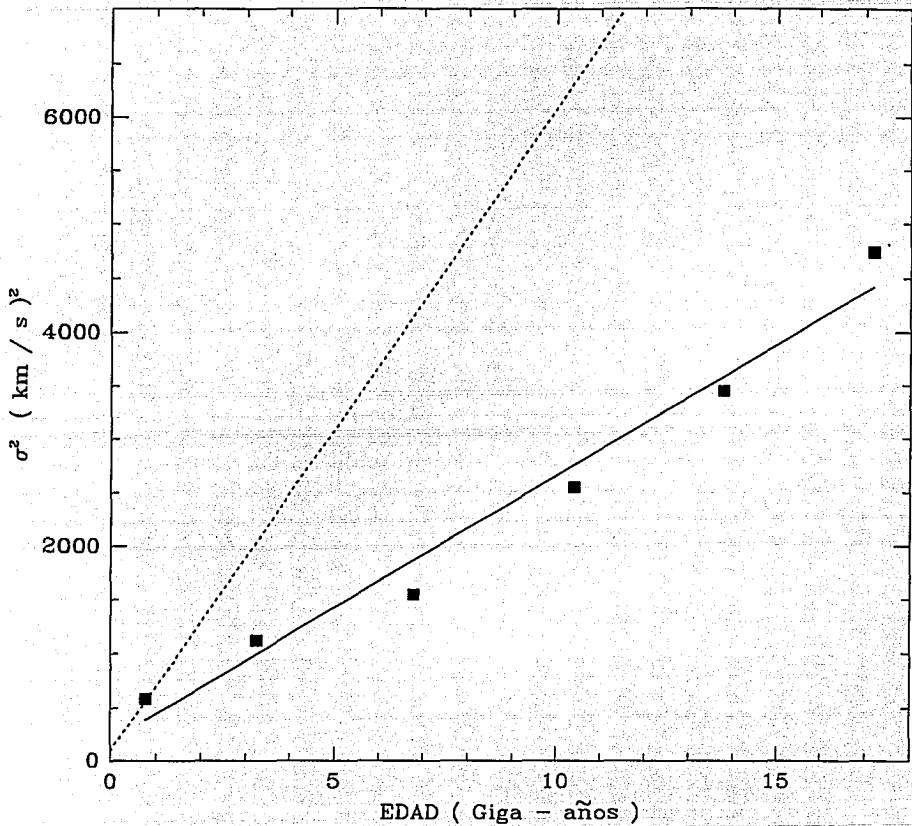


Fig. 3-17 σ^2 vs. edad. Los símbolos son los mismos de la figura 3-15 excepto que aquí la edad de cada grupo aparece multiplicada por 1.9

con τ en unidades de 10^9 años. En este caso, la ecuación 3-9 predice una dispersión de 14.0 Km/s para $\tau=0$.

Si se realizan los ajustes anteriores asignándole a cada grupo la edad que tendría si el disco tuviera 19 giga-años, se observa algo análogo a lo dicho en el párrafo anterior, es decir, que el ajuste a σ vs. edad parece ser ligeramente mejor que el ajuste a σ^2 vs. edad; los ajustes realizados a ambos conjuntos de datos dan (ver figuras 3-16 y 3-17):

$$\sigma = 22.9 + (2.6) \tau \text{ km s}^{-2} \quad (3-10)$$

$$\sigma^2 = 196.7 + (245.9) \tau \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (3-11)$$

con coeficientes de correlación de 0.997 y 0.987, y errores cuadráticos medios de 1.3 (Km/s)^2 y 8.6 (Km/s)^2 , respectivamente (figuras 3-16 y 3-17).

Capítulo 4

DISCUSION Y CONCLUSIONES.

En la figura 2-1 se muestran los valores de σ^2 y las edades de los dos conjuntos de datos considerados -grupos nucleares y grupos en H y K-; las rectas representan los ajustes lineales independientes a cada conjunto de datos (ecs. 3-7 y 3-9). Como se ve claramente de la figura, si se considera que la edad del disco es de 10 giga-años, entonces las edades asignadas a los grupos en H y K ocasionan que la relación σ^2 edad de éstos difiera de la relación correspondiente para los grupos nucleares.

Como se dijo en la última sección del capítulo 3, existe evidencia observacional y teórica para pensar que la edad del disco galáctico puede llegar a ser hasta de 20 giga-años. Esto llevó al ejercicio, ya descrito, de variar la edad de los grupos en H y K considerando distintas edades para el disco. Los

resultados mostraron, que si el disco tuviera una edad de 19 giga-años, entonces el ajuste lineal a todos los datos (los de los grupos nucleares más los de los grupos en H y K) tiene una ordenada al origen que predice una dispersión de 11.8 km/s para $\tau=0$ lo cual parece consistente con lo que se esperaría (ver por ejemplo, la dispersión encontrada por Wielen para las cefeidas, tabla 2-4); por otra parte el error cuadrático medio, como función del factor multiplicativo de la edad del disco (ver sección iii(2) del capítulo 2), resulta ser mínimo para un factor de 1.9 (19 giga-años), esto junto con el valor $\sigma(\tau=0) = 11.8$ km/s sugiere que la mejor estimación para la edad del disco es de 19 giga-años (ver figura 2-2).

La recta de la figura 2-2 es el ajuste lineal a σ^2 vs τ de todos los datos y está dada por:

$$\sigma^2 = 139.7 + 252.8 \tau \quad \text{km}^2 \text{ s}^{-2} \quad (4-1)$$

con τ en giga-años. Este ajuste tiene un coeficiente de correlación de 0.986 y un error cuadrático medio de 12 (km/s)².

Según se vió en el capítulo 2, independientemente del proceso físico causante del aumento de la dispersión de velocidad con la edad, la velocidad de una estrella crece de acuerdo con:

$$D_u(u, \tau) = d(u^2) / d\tau \quad (4-2)$$

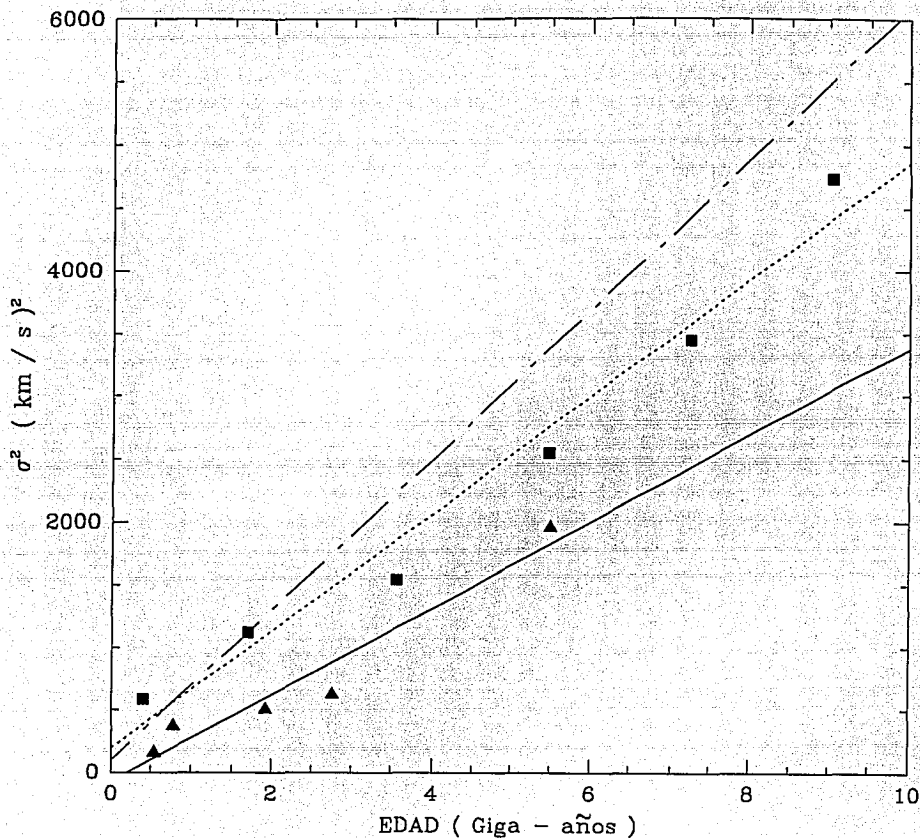


Fig. 4-1 Diagrama σ^2 vs. edad. Los triángulos muestran los datos de los grupos nucleares y los cuadrados los de los grupos en H y K. Por otro lado, la recta continua es el mejor ajuste lineal para el primer conjunto de datos, mientras que la recta punteada lo es para los grupos en H y K (ecs. 3-7 y 3-9). Finalmente, la recta de segmentos-rayas muestra la relación de Wielen.

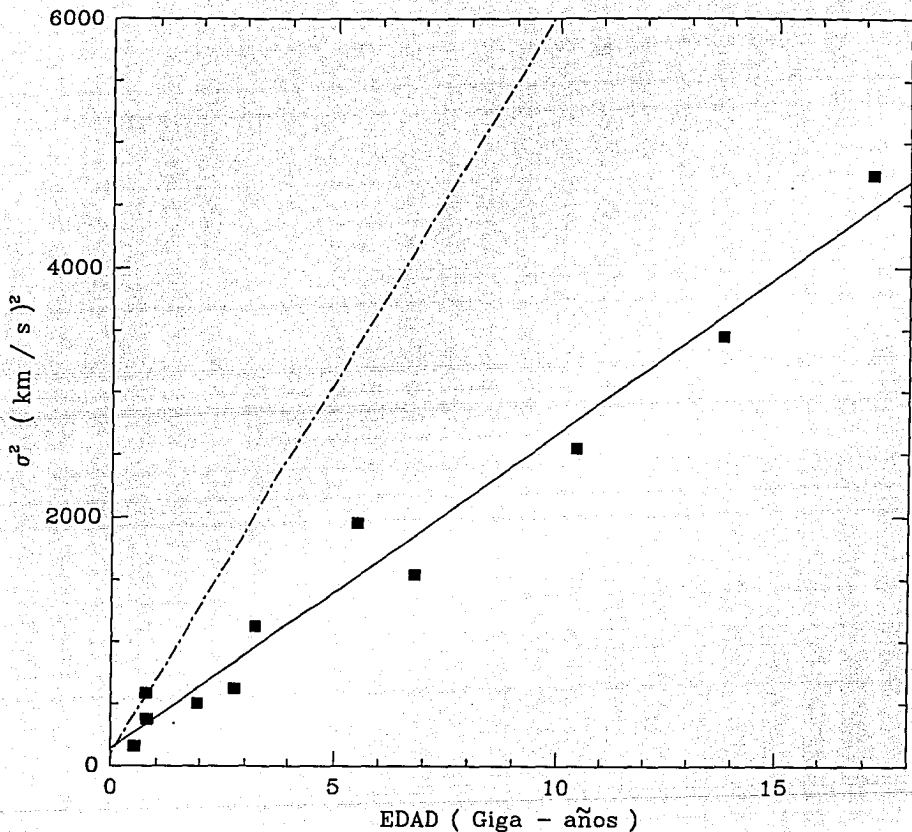


Fig. 4-2 Los cuadrados muestran los valores de σ^2 y edad de los grupos nucleares y de los grupos en H y K. La recta sólida muestra el mejor ajuste lineal a la unión de ambos conjuntos de puntos. La recta de puntos-rayas representa la relación de Wielen.

donde D_u es un coeficiente de difusión que puede depender de u y τ

Si D_0 es constante, se espera que exista una relación entre la dispersión y la edad de la forma:

$$\sigma^2 = \sigma^2(0) [1 + \beta \tau] \quad (4-3)$$

donde $\sigma^2(0)$ es la dispersión para $\tau=0$ y β es el inverso de un tiempo característico de intercambio de energía para los procesos de colisión (Mihalas, et al., 1981). Por otra parte, si se considera que el coeficiente de difusión es inversamente proporcional a la velocidad, es decir, si $D_u(u) = D_0/u$, entonces la relación entre la dispersión y la edad estaría dada por una expresión de la forma:

$$\sigma^3 = \sigma^3(0) [1 + \beta \tau] , \quad (4-4)$$

que es el resultado obtenido por Spitzer y Schwarzschild (Mihalas y Binney, 1981).

Por otro lado, si se hacen ajustes lineales a σ , σ^2 y σ^3 versus edad, de los datos de la figura 2-2, se encuentra que el mejor ajuste es el dado por σ^2 versus edad.

En este punto es importante detenerse a hacer algunos

comentarios. Para poder decir que una calibración es mejor que otra se necesitan dos cosas: la primera que exista algún indicador observacional que permita, sin lugar a dudas, decidir cuál calibración es mejor y segunda, los errores asociados a ambas. en el caso de la relación de Wielen, la primera no existe mientras que los errores asociados a las cantidades involucradas son sumamente difíciles de obtener sobre todo los errores en la determinación de la edad, Wielen mismo no asocia errores a sus valores en su trabajo fundamental de 1977.

No obstante lo anterior y dado que en general se siguieron los pasos de Wielen, y a que se cuentan con mejores paralajes, movimientos propios, más y mejores métodos para estimar la edad del disco, etc., es posible decir que la calibración a la relación de Wielen obtenida en este trabajo es mejor que su original de 1977.

En conclusión, de los datos de los grupos nucleares y en H y K, se puede decir que la relación que mejor describe el crecimiento de la dispersión de velocidades con la edad, es una relación cuadrática entre la dispersión y la edad, dada explícitamente por la ecuación 4-1. Es importante recalcar que, de ser esto cierto, la edad del disco galáctico sería de 1.9×10^{10} años, y la tasa de formación estelar, en el disco, habría sido constante desde su formación.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

- Burington, R. S. y May, D. C., 1970, *Handbook of Probability and Statistics with Tables*, 2a. ed. ,Mc Graw-Hill.
- Delhaye, J. 1965, en *Stars and stellar Systems*. Vol. 5, *Galactic Structure*. ed. A. Blaauw y M. Schmidt (Chicago: University of Chicajo Press), p 61.
- Carrasco, L., Franco, J. y Roth, M. 1980, *Astron. & Astrophys.*, 86, 217
- Croswell, K. 1990, *A Search for Distant Stars in the Milky Way Galaxy's Halo and Thick Disk*. Tesis, Universidad de Harvard.
- Gliese, W. 1969, *Catalogue of Nearby Stars, edition 1969*, Veröffentl. Astron. Rechen-Institut, Heidelberg, No 22.
- Gliese, W y Jahreiss, H. 1991, *Catalogue of Nearby Stars*, 3a. ed., en *Selected Astronomical Catalogs*, ADS.
- Isern, J., García-Berro, E., Hernanz, M. y Mochkovitch, R. 1989, en *White Dwarfs Proceedings*, ed. G. Werner (Springer-Verlag), p. 278.

- Jahreiss, H. y Wielen, R. 1983, en *The Nearby Stars and the stellar Luminosity Function*, ed. A. G. Davis Philip y A. R. Uggren (New York: Davis Press), p. 277.
- Keenan, P.C. 1965, en *Stars and stellar Systems. Vol. 3, Basic Astronomical Data*, ed. K. A.A. Strand, (Chicago: University of Chicago Press), p 78.
- Kikoin, A. K. y Kikoin, I. K. 1971, *Física Molecular*, 2a. ed., Ed. MIR.
- Maeder, A. 1976, *Astron. & Astrophys.*, 47, 389
- Mayor, M. 1974, *Astron. & Astrophys.*, 32, 321.
- Meynet, G, Mermilliod, J-C. y Maeder, A. 1990, en *Astrophysical Agesand dating methods*. ed. É. Vangioni-Flam, M. Cassé, J. Audouze y J. Tran Thanh Van. (Ed. Frontières) p. 91.
- Mihalas, D y Binney, J. 1981, *Galactic Astronomy*. 2a. ed., Ed. W. H. Freeman and Company.
- Nissen, P.E. y Schuster, W. J. 1991, *Astron. & Astrophys.*, 251, 457
- Oort, J. H. 1932, *B.A.N.*, VI, No. 238, 249.
- Pearson, E. S. y Hartley, H. O., *Biometrika Tables for Statisticians*, 3a. ed., 2a. reimpr., Ed. Bometrika Trust, Inglaterra, 1976. Vol 1.
- Poveda, A. y Allen, C. (En preparación).
- Poveda, A., Herrera, M.A. y Lavalley, C. (En preparación,1993).

Russell, H.N., Dugan, R.S. y Stewart, J.Q. *Astronomy*, ED. Ginn and Company, E.U.A., 1938, Vol. 2.

Spitzer, L. Jr. y Schwarzschild, M. 1951, *Ap. J.*, 114, 385.

_____ 1953, *Ap. J.*, 118, 106.

VandenBerg, D.A. 1990, en *Astrophysical Ages and dating methods*. ed. É. Vangioni : Flam, M., Cassé, J., Audouze y J. Tran Thanh Van. (Ed. Frontières) p. 241.

Vaughan, A. H., Preston, G. W. y Wilson, O. C. 1978, *PASP*, 90, 267.

Wielen, R. 1974, *Highlights in Astronomy*, 3, ed. G. Contopoulos, Reidel Publ. Co., Dordrecht, p. 395.

_____ 1977, *Astron. & Astrophys.*, 60, 263.

Wilson, O. C. y Woolley, R. 1970, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, 148, 463.

Wilson, O. C. 1964, *P. A. S. P.*, 76, 28.

_____ 1966, *Science*, 151, 1487.