

6
2ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ALGUNAS APLICACIONES DE MODELOS ESTADISTICOS
Y ACTUARIALES EN ECOLOGIA

TESIS PROFESIONAL
PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIATURA EN ACTUARIA
P R E S E N T A :
SUSANA BARRERA OCAMPO

DIRECTOR DE TESIS: ACT. FRANCISCO SANCHEZ VILLAREAL

MEXICO, D. F.

1993

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ALGUNAS APLICACIONES DE MODELOS ESTADISTICOS
Y ACTUARIALES EN ECOLOGIA.

Introducción.....	III
1. Generalidades	
1.1 El Concepto de Ecología.....	2
1.2 Historia del Término Ecología.....	2
1.3 Ecología Cuantitativa.....	3
1.4 Individuos.....	4
1.5 Población.....	5
1.6 Comunidad.....	5
1.7 Ecosistema.....	5
2. Modelos de Crecimiento	
2.1 Tasa de Multiplicación Constante Crecimiento Discreto.....	8
2.2 Tasa de Multiplicación en Función del Tamaño de la Población.....	10
2.3 Tasa de Multiplicación Constante Creciente Continuo.....	14
2.4 Tasa de Duplicación en Función del Tamaño de la Población Curva Logística.....	17
3. Tablas de Mortalidad	
3.1 Generalidades.....	24
3.2 Elementos de la Tabla de Mortalidad.....	25
3.3 Tabla de Mortalidad para un Caso.....	26
3.4 Procedimientos de Calculo de Tablas de Mortalidad.....	29
3.5 Tablas de Mortalidad en Plantas.....	29
4. Modelos de Distribución Espacial	
4.1 Patrones de Distribución.....	33
4.2 Distribución de Poisson.....	35
4.3 Definición y Principales Resultados.....	35
4.4 Procedimiento para Ajuste de una Poisson.....	39
4.5 Distribución de Binomial Negativa.....	45
4.6 Definición y Principales Resultados.....	45
4.7 Estimación de Parámetros.....	47
4.8 Ajuste de una Binomial Negativa.....	49
Anexo 1.....	56

5. Diversidad de Especies

5.1 Generalidades.....	64
5.2 Indicador de Simpson.....	64
5.3 Índice de Fisher.....	68
5.4 Índice de Shannon-Wiener.....	71
5.5 Derivación del Índice de Shannon-Wiener (Anexo 2).....	79

6. Captura y Recaptura

6.1 Metodos de Captura y Recaptura.....	83
6.2 Captura y Recaptura.....	84
6.3 Método de Lincoln Peterson (1930).....	84
6.4 Métodos de Muestreo Indirecto.....	86
6.5 Muestreo con Recapturas Sucesivas.....	87

Conclusiones.....	91
--------------------------	-----------

Bibliografía.....	93
--------------------------	-----------

INTRODUCCION

La carrera de actuario en México ha evolucionado de manera muy diferente a otros países, no se ha circunscrito a las técnicas asociadas a los seguros, su ámbito profesional de especialidad se ha extendido a áreas como Estadística, Finanzas, Demografía, Investigación de Operaciones e Informática. La actuaria en nuestro país sin embargo, no pretende ser una profesión globalizadora del conocimiento universal, sino una actividad de concurso multidisciplinario que facilite una efectiva vinculación de otras actividades profesionales con las técnicas que constituyen la base de la formación del actuario.

La Estadística se caracteriza por el desarrollo de métodos de análisis de información que son aplicables a muchas disciplinas cuyo objeto de conocimiento se forma a través de la observación y la experimentación sistemáticas. La recolección de datos cuantitativos a partir de hechos y fenómenos naturales o controlados y la adopción de modelos matemáticos es una tendencia que adoptan con mayor frecuencia las ciencias sociales y biológicas en su búsqueda por alcanzar una mayor objetividad y validez científica en los resultados de sus investigaciones. Los modelos matemáticos permiten estudiar en forma objetiva y sistemática los aspectos más relevantes de fenómenos complejos, tanto para propósitos descriptivos, como predictivos de efectos que puedan darse por cambios en las condiciones en que los fenómenos tienen lugar.

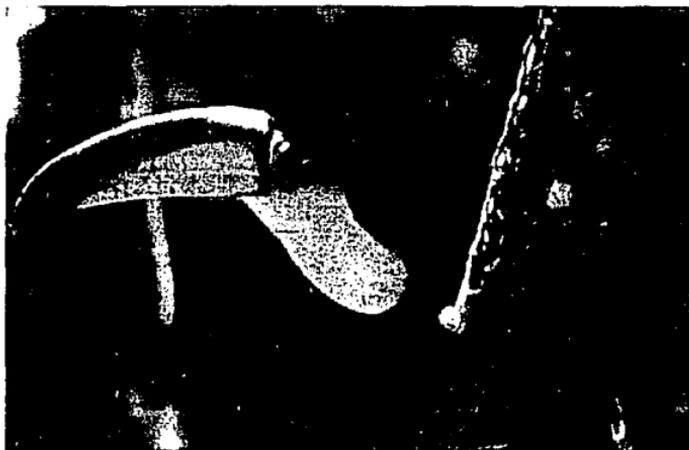
La Ecología, ciencia que ha despertado el mayor interés de la sociedad en nuestra década, se caracteriza por estudiar fenómenos multivariantes y complejos, ello justifica el gran auge que han tenido los métodos cuantitativos asociados a esta ciencia.

Una particular inquietud por conocer los métodos estadísticos y actuariales aplicables al terreno de la Ecología, dispersos en diferentes fuentes, extranjeras en su mayoría, motivó el desarrollo de esta tesis, cuyo objetivo es hacerlos más accesibles a ecólogos y actuarios.

En el primer capítulo se abordan aspectos conceptuales de la Ecología para establecer el marco de referencia de los temas a tratar. El segundo capítulo presenta algunos modelos de crecimiento poblacional, sus alcances y limitaciones. El tercer capítulo se dedica a comentar aspectos básicos en la construcción de tablas de mortalidad, aplicables a especies de animales y vegetales. El capítulo cuarto trata de los modelos estadísticos para caracterizar la distribución espacial de las especies. Los indicadores más importantes para medir la diversidad de especies en comunidades son discutidos en el capítulo cinco. Finalmente, en el capítulo seis se presentan los diseños de muestreo, estimadores, sus propiedades y aplicaciones más usuales en modelos captura y recaptura aplicables al estudio de la dinámica de poblaciones.

En algunos de los capítulos se incluyen anexos con derivaciones teóricas de resultados importantes para el entendimiento de las bases formales que sustentan los principales modelos estadísticos.

CAPITULO 1
GENERALIDADES



GENERALIDADES

1.1 EL CONCEPTO DE ECOLOGIA

El notable incremento de conocimientos científicos y tecnológicos que se ha dado en este siglo, sin precedente alguno en 4000 años de Historia, ha provocado el surgimiento de nuevas ciencias y el cambio de los objetos de estudio de las ya existentes.

Sin duda, la ciencia que en ha tenido el mayor impulso y difusión, en las últimas décadas, ha sido la Ecología. Hace solo quince años, la Ecología se identificaba como una rama más de la Biología, su estudio se limitaba a los especialistas y el resto de la humanidad tenía solamente una vaga idea de su cometido. Debido al evidente efecto de la actividad humana sobre el medio ambiente, sobretudo los efectos nocivos que se han revertido al mismo hombre, como consecuencia de la contaminación, las crisis de energéticos, la degradación de los recursos naturales y el crecimiento demográfico; el término Ecología se ha vuelto una palabra de uso corriente. Además de su original acepción científica, presenta toda una gama de posibilidades lingüísticas, como sustantivo, adjetivo y verbo; que van desde calificar una actitud de conciencia ética con el medio ambiente y con los demás organismos, hasta un partido político o una envoltura de alimentos. En medio de esta dinámica definir la Ecología en un esquema demasiado amplio puede conducir a múltiples ambigüedades.

La delimitación del ámbito de la Ecología es condición previa para determinar también los métodos y procedimientos de análisis que le son particulares, ya que al aceptar ilimitadamente la contribución de otras ciencias en un exceso de interdisciplinariedad, se tendrían que tomar en consideración como propios los métodos y procedimientos de la Física, la Química, la Demografía, la Economía y hasta la Astronomía.

1.2 HISTORIA DEL TERMINO ECOLOGIA

El término Ecología etimológicamente proviene del griego, "oikos", casa y "logos", tratado. Como en todas las ciencias sus antecedentes se pueden identificar en remotos autores y culturas. Tal es el caso de los trabajos de Teófrato, contemporáneo de Aristóteles, quien escribió sobre las interrelaciones de los organismos con el medio ambiente, a los trabajos de distribución geográfica de plantas de Humboldt, De Candolle, Engler, etc. El

término en sí, es relativamente moderno. Fue utilizado por primera vez por Henry Thoreau en 1858 quien, sin embargo, no la define concretamente. Años más tarde, el científico alemán Ernst Haeckel (1869), la definió como la ciencia que estudia las relaciones entre un organismo dado y su ambiente.

La Ecología evolucionó en su ámbito y se enriqueció con diversas aportaciones, entre las cuales cabe destacar las de Braun-Blanquet quienes estudiaron la estructura y distribución de comunidades de plantas; Adams, Dice y Elton (1958) estudiaron las interrelaciones entre animales y plantas; los estudios sobre dinámica de poblaciones de Lotka y Volterra (1925); los estudios de Liderman y la Teoría General de los Sistemas propuesta por Ludwig von Bertalanffy (1968), según la cual el todo representa más que la suma de sus partes. Andrewartha (1961) define a la Ecología como el estudio científico de la distribución y abundancia de los organismos. Odum (1963) a su vez la define como el estudio de la estructura y función de la naturaleza. Mas recientemente las aportaciones teóricas del biólogo James Lovelock (1969), autor de la hipótesis Gaia, nombre adoptado de la diosa tierra de los antiguos griegos, revolucionó la visión de la vida sobre la tierra argumentando que nuestro planeta es un organismo vivo, regulado por todas las plantas y animales que lo habitan a fin de mantener un clima y una composición atmosférica favorables para el equilibrio biológico.

La importancia presente de la Ecología se debe, como ya se mencionó, principalmente a la necesidad de estudiar los efectos nocivos en el ambiente que la actividad humana ha provocado contra sí misma. Sin embargo, no debemos caer en una concepción antropocéntrica de la Ecología, en el sentido de promover solamente aquello que es de beneficio inmediato sólo para el hombre. Es necesaria una revolución copernicana en la concepción de la Ecología que de manera objetiva evalúe causas y efectos en todos los organismos y el medio físico.

La Ecología, en una definición moderna y ecléctica se considerará a lo largo de esta tesis como una disciplina científica que sintetiza los conocimientos de la biología y de otras ciencias para entender la estructura, las condiciones de distribución, abundancia, equilibrio y relaciones sistémicas de intercambio de energía y materia entre los seres vivos, incluido el hombre, con el medio físico.

1.3 ECOLOGIA CUANTITATIVA.

El estudio de la Ecología se puede abordar según Charles J. Krebs desde tres puntos de vista: el matemático, el de laboratorio y el de campo, que desde luego se interrelacionan. La orientación de los capítulos siguientes hará énfasis en los aspectos estadísticos y matemáticos, campo característico de los Actuarios.

Con una orientación jerárquica, el mismo autor refiere que a los seres vivos se les puede estudiar en diferentes niveles de integración: nivel molecular, nivel de estructuras subcelulares, células, tejidos, órganos, sistemas orgánicos, organismos, poblaciones, comunidades, ecosistemas y biósfera.

Las herramientas de trabajo de la Ecología que le permiten medir cualitativa y cuantitativamente las relaciones entre los organismos individuales, las poblaciones, las comunidades y el medio físico incluyen modelos estáticos y dinámicos, esto es referidos o no a un marco temporal; descriptivos e inferenciales en el sentido de caracterizar el fenómeno observado o establecer generalizaciones a partir de las observaciones de casos particulares; por su nivel de abstracción concretos y simbólicos; determinísticos y estocásticos por la inclusión o exclusión de factores aleatorios.

Así la matemática hace un gran aporte de técnicas aplicables al desarrollo de modelos en Ecología. La gran variabilidad de factores bióticos y abióticos que inciden sobre los grupos de organismos hacen imposible identificar y medir todos con precisión, ello da origen a modelos simplificados cuyo margen de error puede ser de gran magnitud y es preciso valorar probabilísticamente esos errores para determinar los alcances y limitaciones de los modelos. Este terreno es propicio para la utilización de métodos y procedimientos estadísticos de aplicación genérica o de desarrollo específico, motivados por las características particulares de los objetos de estudio de la Ecología. Por tal razón en los capítulos siguientes se analizarán algunas de estas técnicas, con énfasis en los modelos de tipo estadístico. Así mismo, se establecerán sus bases formales, ejemplos de aplicación y procedimientos de solución.

1.4 INDIVIDUOS

Con la palabra individuo, literalmente del latín indivisible, expresión que sin embargo, a la luz de los conocimientos actuales, resulta muy discutible, se pretende designar en términos muy generales a la unidad biológica básica que integra funciones vitales de reproducción, crecimiento y relación con el medio en forma más o menos autónoma.

Modernos investigadores consideran que el inicio el estudio de la Ecología debe referirse a los individuos u organismos, con objeto de que el análisis de poblaciones y comunidades pueda realizarse en forma causal y no solamente descriptiva.

1.5 POBLACION

La población o conjunto de individuos de la misma especie ocupa un nicho funcional que está relacionado con su papel en el flujo de energía y materia.

El monto de energía existente y la que es fijada en un medio ambiente dado es limitada. Cuando una población rebasa los límites impuestos por el propio ambiente, el número de sujetos que la integran primero se estabiliza, posteriormente decrece y puede llegar a su extinción. La dinámica de las poblaciones tiene características de comportamiento con cierta regularidad estadística y en consecuencia es campo fértil para la aplicación de modelos estocásticos.

1.6 COMUNIDAD

Una comunidad hace referencia a un conjunto de especies diversas. El concepto de comunidad es de gran utilidad, porque de alguna forma simplifica los estudios, ya que los ecólogos interesados en un nivel particular de integración buscan sus mecanismos explicativos en niveles más bajos de integración y su significancia biológica en niveles más altos.

1.7 ECOSISTEMAS

La Ecología tradicional basa sus análisis en el concepto de Ecosistema, el cual se concibe como unidad funcional, consistente de organismos interactuantes y un medio físico. En torno a este concepto se plantean una serie de principios básicos que aunque no se pueden definir con precisión axiomática, es posible resumirlos en los siguientes términos:

- . El Ecosistema en resumen, es una unidad ecológica que contiene componentes bióticos y abióticos a través de los cuales se establecen intercambios de nutrientes y energía.
- . Para llevar a efecto esos intercambios de materia y energía, los ecosistemas deben poseer una serie de relaciones y estructuras entre el suelo, agua, nutrientes, productores, consumidores y desintegradores.

- . El monto total de energía que fluye a través de un sistema natural es proporcional al número de plantas o productores.
- . Con la transferencia de energía de un nivel a otro el número de organismos y la masa orgánica se ven limitados.
- . Los ecosistemas tienden a una maduración que se manifiesta por una mayor complejidad. Las etapas iniciales de un ecosistema se caracterizan por un exceso de energía potencial y un elevado flujo de energía.
- . En ecosistemas maduros la pérdida de energía es mayor y menor la acumulación de energía, pues ésta fluye por canales más diversos.

TASA DE MULTIPLICACION
EN FUNCION DE LA POBLACION
Ne = 100

t	B = -0.4		B = -1.9		B = -2.2		B = -2.73	
	Nt	Rt	Nt	Rt	Nt	Rt	Nt	Rt
0	10.0	1.40000	10.0	2.90000	10.0	3.20000	10.0	3.73000
1	13.6	1.36000	27.1	2.71000	29.8	2.98000	34.6	3.45700
2	18.3	1.34560	64.6	2.38510	75.8	2.54440	96.3	2.78624
3	24.3	1.32680	108.1	1.67191	116.2	1.53189	106.0	1.10046
4	31.6	1.30288	91.5	0.84674	74.9	0.64464	88.6	0.83630
5	40.3	1.27346	106.3	1.16142	116.3	1.55272	116.1	1.30999
6	49.9	1.23886	93.6	0.88078	74.7	0.64224	65.0	0.55981
7	59.9	1.20037	105.0	1.12151	116.3	1.55731	127.1	1.95531
8	69.5	1.16037	95.0	0.90541	74.6	0.64182	33.0	0.25993
9	78.0	1.12194	104.0	1.09408	116.3	1.55810	93.4	2.82802
10	84.9	1.08803	96.1	0.92418	74.6	0.64176	110.2	1.17919
11	90.0	1.06057	103.2	1.07399	116.3	1.55823	79.6	0.72211
12	93.6	1.04001	96.9	0.93888	74.6	0.64174	124.0	1.55797
13	96.0	1.02561	102.6	1.05874	116.3	1.55825	42.9	0.34604
14	97.5	1.01602	97.5	0.95058	74.6	0.64174	109.8	2.55901
15	98.5	1.00987	102.1	1.04692	116.3	1.55826	80.5	0.73343
16	99.1	1.00602	98.0	0.95998	74.6	0.64174	123.4	1.53222
17	99.4	1.00365	101.7	1.03762	116.3	1.55826	44.7	0.36251
18	99.7	1.00220	98.4	0.96755	74.6	0.64174	112.2	2.50924
19	99.8	1.00133	101.4	1.03025	116.3	1.55826	74.8	0.66682
20	99.9	1.00080	98.7	0.97369	74.6	0.64174	126.3	1.68742
21	99.9	1.00048	101.1	1.02437	116.3	1.55826	35.8	0.28331
22	100.0	1.00029	99.0	0.97866	74.6	0.64174	98.5	2.75352
23	100.0	1.00017	100.9	1.01966	116.3	1.55826	102.6	1.04124
24	100.0	1.00010	99.2	0.98269	74.6	0.64174	95.4	0.93035
25	100.0	1.00006	100.7	1.01588	116.3	1.55826	107.4	1.12534

12

Tabla 2.1

CAPITULO 2
MODELOS DE CRECIMIENTO



CAPITULO 2
MODELOS DE CRECIMIENTO

Una población que se encuentre en un medio ambiente favorable tendería a incrementar ilimitadamente su número, sin embargo, en la realidad esto no se da debido a la muerte natural de individuos seniles, presencia de depredadores, epidemias, disminución del espacio vital (nichos) y de los recursos alimenticios. La interacción permanente de una especie biológica con otras pertenecientes a su misma comunidad, da lugar al sostenimiento de un delicado equilibrio que garantiza la diversidad y permanencia de todas ellas.

Nuestro objetivo en este capítulo es presentar diversos modelos matemáticos que pueden caracterizar el comportamiento de las variaciones en el tiempo del número de individuos de una población ante diversas suposiciones.

2.1. TASA DE MULTIPLICACION CONSTANTE CRECIMIENTO DISCRETO.

Considérese inicialmente una población con una sola estación de reproducción en el período de referencia.

Sea N_t el número de individuos al tiempo t , i la tasa neta de crecimiento anual (ya compensada por nacimientos, muertes y migraciones), expresada al tanto por uno y N_{t-1} el número de individuos al tiempo $t-1$. La población total al tiempo t se obtendría de la siguiente forma: Los individuos existentes al tiempo $t-1$, esto es N_{t-1} más la proporción de incremento sobre ese mismo número:

$$N_t = N_{t-1} + iN_{t-1}$$

que al factorizar se simplifica como sigue:

$$N_t = (1+i)N_{t-1}$$

Claramente el crecimiento de la población depende del factor $(1+i)$, el cual al actuar iteradamente en el tiempo tiene un efecto multiplicativo.

La hipótesis básica de este modelo es la presencia de una tasa de crecimiento constante.

$$N_1 = (1+i)N_0$$

$$N_2 = (1+i)N_1$$

$$N_k = (1+i)N_{k-1}$$

Si expresamos

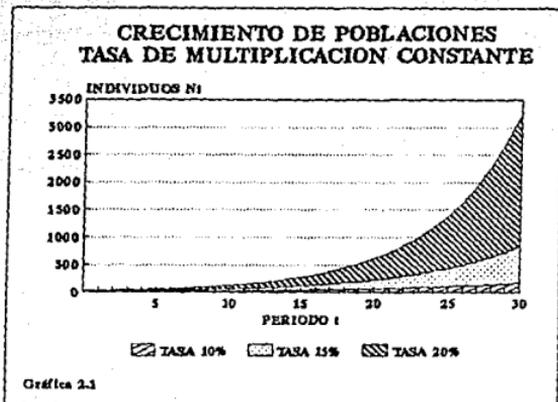
$$\begin{aligned} N_2 &= (1+i)N_1 \\ &= (1+i)(1+i)N_0 \\ &= (1+i)^2 N_0 \end{aligned}$$

Así al conocer la población inicial N_0 y el factor de multiplicidad $(1+i)$ se obtendrá la población total en cualquier momento k expresada por la fórmula:

$$N_k = (1+i)^k N_0$$

Esta expresión presenta una clara analogía con la fórmula de interés compuesto aplicada para obtener el monto de un capital invertido a una tasa de interés i .

En la gráfica 2.1 se aplica la fórmula para los diferentes valores de la tasa de crecimiento $i=0.10$, $i=0.15$ e $i=0.20$. En ella se hace evidente el crecimiento exponencial para $i=0.20$ ó 20%.



2.2. TASA DE MULTIPLICACION EN FUNCION DEL TAMAÑO DE LA POBLACION.

El modelo del inciso anterior no puede tener una aplicación muy extensiva pues en general las poblaciones no crecen a tasas constantes, sino que estas últimas, oscilan por diversos motivos. Cuando la densidad de población es elevada, las tasas de nacimiento tienden a decaer y las de mortalidad a aumentar por falta de alimentos y epidemias.

Inicialmente se supondrá una relación lineal entre la tasa de multiplicación y la densidad, de modo que a mayor tasa de densidad, menor tasa de multiplicación.

Supóngase que R_t es el factor neto de reproducción al tiempo t . Así de acuerdo al modelo anterior la población al momento $t+1$ está dada por:

$$N_{t+1} = R_t N_t$$

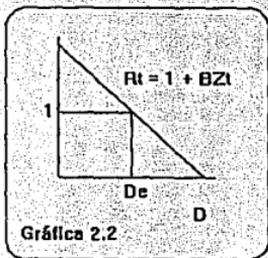
Supóngase además que N_t es la población al tiempo t y que existe un valor de población en equilibrio que se identificará por N_0 , así consideramos que Z_t es la proporción de desviación respecto del punto de equilibrio.

$$Z_t = (N_t - N_0) / N_0$$

En el punto de equilibrio $R=1$. El valor de R se alterará linealmente en función de Z_t .

$$R_t = 1 + BZ_t$$

donde B es la pendiente de la recta que asocia densidad y tasa neta de reproducción. Usualmente $B < 0$ (Gráfica 2.2).



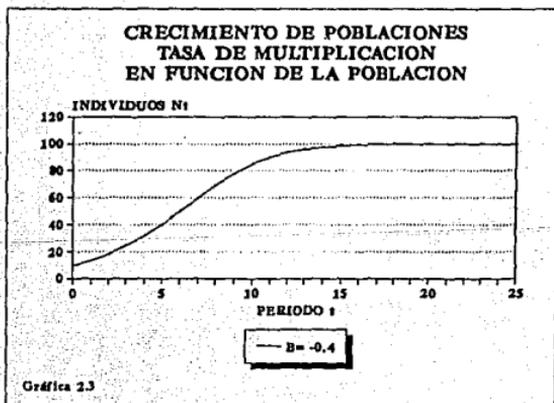
La ecuación básica se expresa en los siguientes términos:

$$N_{t+1} = (1 + BZ_t)N_t$$

Las propiedades de esta ecuación dependen de la población en la condición de equilibrio y de la pendiente B.

Para ejemplificar su comportamiento ante diversos valores de B, consideremos los siguientes valores parametrales:

$$\begin{aligned} N_0 &= 10 \\ N_e &= 100 \\ B &= -0.4 \end{aligned}$$

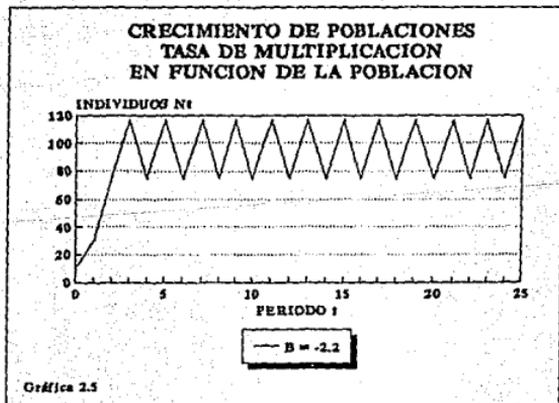
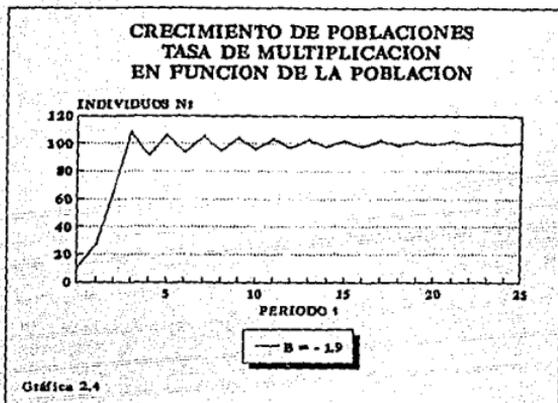


La función, de aspecto sigmoide, crece suavemente y presenta una clara desaceleración para $t=10$.

Alcanza un valor muy cercano a la asíntota ($N_e=100$) para $t=15$.

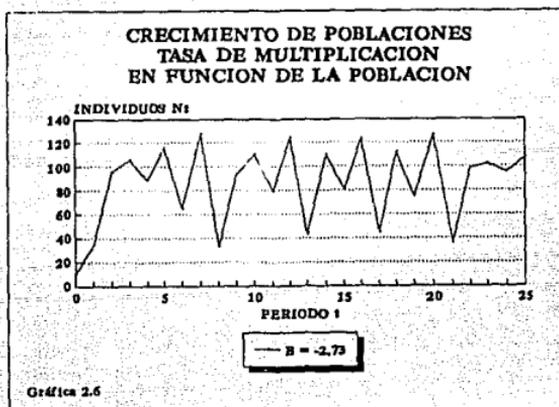
Finalmente para valores $t \geq 20$ la diferencia entre N_t y N_e es menor a un centésimo. (Ver tabla 2.1 y gráfica 2.3).

Para un valor $B = -1.9$ la función asciende hasta superar ligeramente la constante de equilibrio $N_0 = 100$ y se mantiene oscilando en torno a la constante, pero disminuye la amplitud de las oscilaciones conforme se incrementa t (Gráfica 2.4).



Con $B = -2.2$ se incrementa la amplitud de las oscilaciones y se pierde el aspecto de convergencia que se presentó en el caso anterior (Gráfica 2.5).

Finalmente el modelo se probó con $B = -2.73$. En este caso el comportamiento supuesto de la población se torna errático con grandes variaciones de la población que eventualmente pueden llevarla a la extinción (Gráfica 2.6).



2.3. TASA DE MULTIPLICACION CONSTANTE CRECIENTE CONTINUO.

En poblaciones cuyas generaciones sucesivas se traslapan y presentan una estación de reproducción prolongada o continua, el crecimiento se puede describir mejor mediante el empleo de ecuaciones diferenciales.

Supóngase que en un pequeño intervalo de tiempo dt un individuo tiene la probabilidad (bdt) de dar lugar al nacimiento de otro individuo. En el mismo intervalo tiene la probabilidad (ddt) de morir. Si ambas tasas se consideran instantáneas, la tasa instantánea de crecimiento neto per capita será:

$$r = b - d$$

y la forma en que la población crece está dada por la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{dNt}{dt} = rNt = (b - d)Nt$$

donde:

- Nt = Tamaño de la población
- t = tiempo
- r = tasa instantánea de crecimiento
- b = tasa instantánea de nacimiento
- d = tasa instantánea de muerte

La solución de la ecuación diferencial nos lleva a

$$N_t = N_0 e^{rt}$$

Así, si consideramos el cociente

$$\frac{N_t}{N_0} = 2$$

$$\therefore 2 = e^{rt}$$

Nos conduce a

$$\log_e(2) = rt$$

$$\therefore \frac{0.69315}{r} = t$$

Esta ecuación nos proporciona el tiempo de duplicación para una tasa instantánea r.

Por ejemplo, la población total de México en el censo de 1980 fue de 66.717 millones de habitantes. En 1990 el censo reportó 81.132 millones. Así la razón del aumento de población en el decenio fue

$$\frac{P_{90}}{P_{80}} = \frac{81.132}{66.717} = 1.216061$$

Al considerar $t = 10$ años entre ambos censos

$$\frac{P_{90}}{P_{80}} = e^{10r}$$

de donde

$$r = \frac{\log_e(P_{90}/P_{80})}{10}$$

$$r = \frac{\log_e(1.216061)}{10}$$

$$r = 0.019561$$

Así la tasa instantánea de crecimiento para México en el decenio 1980-90 fue 1.96 %

Ahora si se desea conocer el tiempo de duplicación de la población suponiendo la tasa r identificada, se procede de la siguiente forma:

De la expresión $2 = e^{rt}$

$$\text{Se tiene } \frac{0.69315}{r} = t$$

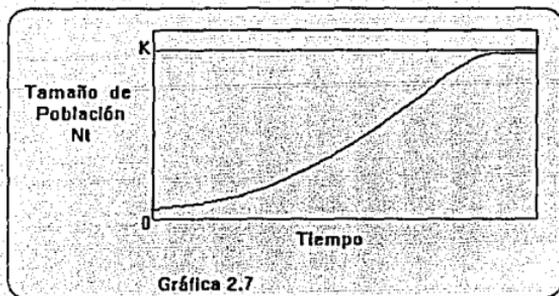
$$\therefore \frac{0.69315}{0.019561} = 35.43$$

El período de duplicación de la población en México de acuerdo a las tendencias de la década pasada es de 35.43 años.

2.4 TASA DE DUPLICACION EN FUNCION DEL TAMAÑO DE LA POBLACION. CURVA LOGISTICA.

El modelo de crecimiento geométrico no puede representar de manera continua el comportamiento de una población, ya que la limitación de espacio y de alimentos disminuye la tasa de crecimiento. Esta reducción de la tasa de crecimiento puede provocar que eventualmente la población cese de crecer una vez que se alcanza un punto de saturación del medio ambiente.

Esta situación puede ser descrita por un tipo de función sigmoide como la de la gráfica 2.7.



Como se observa en la gráfica la función crece inicialmente a una tasa baja y se eleva gradualmente. Al final, la tasa decrece en forma tal que la función es acotada por una asíntota k a la cual se acerca suavemente.

La función más simple para lograr el comportamiento sigmoide es mediante la introducción de un término que reduzca suavemente la tasa de crecimiento en la función estudiada en el inciso anterior. La relación de crecimiento geométrico o exponencial modificada quedaría como sigue:

$$\frac{dN_t}{dt} = rN_t \left(\frac{K - N_t}{K} \right)$$

donde

N_t = tamaño de la población al tiempo t
 t = tiempo
 r = tasa de crecimiento
 K = constante asintótica que limite el valor máximo de N
("capacidad de carga")

Debe observarse que el término $(K - N_t)/K$ con $K \geq N_t$ se anula cuando $N_t=K$ y la población interrumpe su crecimiento en ese punto.

La ecuación anterior representa la forma diferencial de la curva logística. Esta curva fue sugerida para caracterizar el comportamiento del crecimiento de poblaciones humanas por Verhulst en 1838.

La forma integral de la ecuación logística puede ser descrita como sigue:

$$N_t = \frac{K}{1 + e^{-a-rt}}$$

Donde a es una constante de integración que define la posición de la curva relativa al origen y e es la base de logaritmos naturales.

Para linealizar la función y así poder ajustar por mínimos cuadrados para estimar los parámetros a y r se procede inicialmente a despejar la parte exponencial

$$1 + e^{-a-rt} = \frac{K}{N_t}$$

$$e^{-a-rt} = \frac{K}{N_t} - 1$$

$$e^{-a-rt} = \frac{K-N_t}{N_t}$$

Si a continuación se toma logaritmo natural en ambos miembros, se obtiene

$$a - rt = \log \left(\frac{K-N_t}{N_t} \right)$$

Expresión que tiene analogía con $y = \alpha + \beta t$ como se presenta a continuación

$$\log \left(\frac{K - Nt}{Nt} \right) = a - rt$$

donde $y = \log((K - Nt)/Nt)$, $\alpha = a$ y $-r$ corresponde a la pendiente β . En este punto es fácil aplicar mínimos cuadrados para estimar a y r .

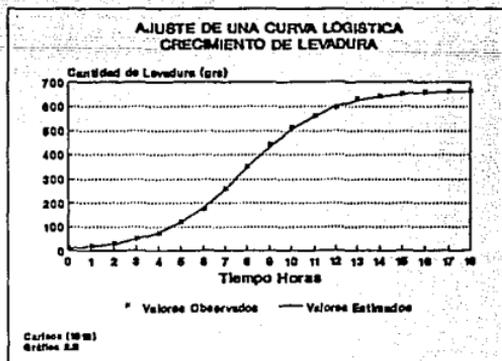
La curva logística presenta algunos atractivos desde el punto de vista matemático y en su interpretación biológica. Primero, su expresión es relativamente simple. En segundo término, se percibe bastante realista. Tercero, es relativamente simple pues la forma diferencial de la curva logística contiene solamente tres constantes r , a y K . Las constantes r y K se pueden interpretar biológicamente. La r como la tasa de crecimiento poblacional y K como el punto de saturación poblacional.

Como ejemplo de ajuste se tomarán los datos de un experimento de crecimiento de levadura (en gramos) realizada por Carlson (1913). A partir del análisis de los datos se estima la K de manera un tanto heurística en 665 y posteriormente se efectúan las transformaciones indicadas anteriormente para obtener estimaciones por mínimos cuadrados de los parámetros a y r . Con este procedimiento se tiene

$$a = 4.1635$$

$$r = 0.5306$$

El coeficiente de determinación R^2 para el modelo transformado fue calculado en 0.9996. Los cálculos se resumen en las tablas 2.2 y 2.3.



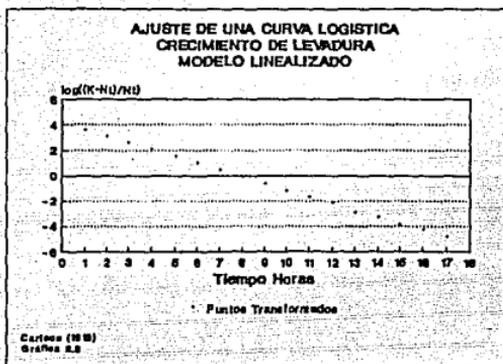
**AJUSTE DE UNA CURVA LOGISTICA
CRECIMIENTO DE LEVADURA (BIOMASA)**

Horas t	Unidades de levadura Nt	$\log((k-Nt)/Nt)$	Unidades Estimada $\hat{N}t$	$Nt - \hat{N}t$
0	9.6	4.2235	10.18	-0.5836
1	18.3	3.5650	17.13	1.1706
2	29.0	3.0879	28.61	0.3946
3	47.2	2.5718	47.21	-0.0098
4	71.1	2.1226	76.46	-5.3603
5	119.1	1.5225	120.30	-1.2047
6	174.6	1.0327	181.54	-6.9358
7	257.3	0.4603	259.11	-1.8068
8	350.7	-0.1096	346.10	4.6041
9	441.0	-0.6774	431.26	9.7403
10	513.3	-1.2190	504.24	9.0558
11	559.7	-1.6706	559.99	-0.2887
12	594.8	-2.1369	598.94	-4.1356
13	629.4	-2.6724	624.48	4.9172
14	640.8	-3.2764	640.55	0.2459
15	651.1	-3.8468	650.40	0.7003
16	655.9	-4.2777	656.33	-0.4337
17	659.6	-4.8052	659.87	-0.2749
18	661.8	-5.3318	661.98	-0.1758

Tabla 2.2

Ajuste por Mínimos Cuadrados	
Constante a	4.1635721015
Err Estd de Y Est	0.0610788378
R ²	0.9996050634
No. de Observaciones	19
Grados de Libertad	17
Tasa de Crecimiento -r	-0.5306746627
Err Estd de Coef.	0.002558311

Tabla 2.3



Krebs (1978) afirmó que una población sigue un patrón de crecimiento logístico se hacen implícitamente una serie de supuestos:

- 1) La población tiene una distribución de edad inicial estable. El modelo asume que una población empieza a crecer cuando la razón $(K-N)/K$ es cercana a 1.0 y se incrementa a una tasa aproximada rN .
- 2) La densidad se mide en unidades adecuadas. Por ejemplo en el caso de las moscas no basta contar la población adulta, sino además los individuos en estado larvario y huevos. Para evitar problemas es mejor medir la biomasa total en este caso (gramos).
- 3) La relación entre la densidad y la tasa de crecimiento es lineal. Esto se aprecia mejor al considerar a la logística en su forma diferencial

$$\frac{dNt}{dt} \frac{1}{Nt} = r - \frac{r}{k} Nt$$

Esta relación nos indica que el incremento poblacional por individuo es una función lineal de la densidad Nt/K .

- 4) La influencia de la disminución de la densidad sobre la tasa de crecimiento opera instantáneamente, sin retrasos en el tiempo. Sin embargo, es altamente improbable que en organismos con ciclos de vida complejos la tasa de incremento reaccione instantáneamente a cambios en la densidad.

En poblaciones naturales los supuestos del modelo logístico rara vez se podrán cumplir completamente. Los datos recolectados de campo podrán dar indicaciones de la medida en que los supuestos se consideren válidos. Debemos recordar que todo modelo es una idealización del comportamiento de la naturaleza.

CAPITULO 3
TABLAS DE MORTALIDAD



CAPITULO 3

TABLAS DE MORTALIDAD

3.1 GENERALIDADES.

En la dinámica de todas las poblaciones, el número de individuos de cierta especie en su habitat natural se ve limitado en su crecimiento por la mortalidad. Fenómeno que se encuentra asociado a la presencia de factores externos relacionados con el medio ambiente, como la falta de alimentos, clima adverso y depredadores. Además, existen factores internos asociados con las características genéticas de la especie. Toda especie tiene un ciclo vital durante el cual el sujeto nace, crece, se reproduce y muere.

La duración del ciclo presenta notables diferencias entre los individuos de diferentes especies. Así se puede referir la vida media de algunos microorganismos que puede durar sólo unas cuantas horas, la de insectos que se reduce a semanas, hasta la de una tortuga con casi 100 años, e incluso el hombre con 70 años de vida promedio.

Los decesos de individuos no se dan de manera lineal respecto de su edad, sino en períodos en los que proporcionalmente se incrementan, como en edades tempranas o cercanas a la vejez de la especie. En condiciones de equilibrio ambiental cada especie tiene oportunidad de sostener un número medio de individuos de diversas edades que garantizarán la permanencia de la especie y su interacción con otras especies. Factores extraños que incidan de manera notable en la mortalidad pueden dar lugar a la extinción de una especie y a la larga de otras especies en cuyo ciclo vital la primera juegue un papel importante.

La diversidad de especies en la naturaleza no es un valor estático, sino que cambia paulatinamente, cambio que se percibe a lo largo de muchos miles de años. Solamente con el estudio de restos fósiles se puede tener una idea de los paisajes dominantes en otras eras.

El hombre, especie biológica de una relativamente reciente aparición, ha provocado, sobre todo en los últimos 100 años, notables cambios del medio ambiente natural y ha acelerado la extinción de un gran número de especies vegetales y animales, con el consiguiente rompimiento del equilibrio natural de ecosistemas en toda la biósfera.

El comportamiento del fenómeno de la mortalidad en diferentes especies se ha estudiado y modelado a través de las llamadas tablas de mortalidad. La tabla de mortalidad es un dispositivo que asocia a cada intervalo de tiempo considerado desde el nacimiento la probabilidad de que un sujeto con edad dentro de un intervalo pueda morir por cualquier causa. En su construcción y análisis intervienen técnicas estadísticas demográficas y actuariales cuyas características básicas serán comentadas en este capítulo.

3.2 ELEMENTOS DE LA TABLA DE MORTALIDAD.

La tabla de mortalidad se integra por varias columnas identificadas de la siguiente manera:

- x Intervalo de edad
- l_x Número de organismos sobrevivientes al empezar el intervalo de edad x
- dx Número de muertes durante el intervalo de edad x a x+1
- qx Probabilidad que muera un sujeto en el intervalo x a x+1
- e_x La esperanza de vida de un organismos vivo al inicio del intervalo de edad x.

Las unidades de tiempo adoptadas en las tablas de mortalidad dependen de la especie en estudio. Para los humanos el intervalo puede ser de 1 a 5 años, para los venados de un año y para un ratón de campo un mes.

La tabla parte de dos columnas básicas, l_x y dx . Es posible, a partir de ellas, calcular las restantes mediante las siguientes fórmulas.

$$dx = l_x - l_{x+1}$$

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

$$q_x = 1 - p_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{dx}{l_x}$$

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

$${}_n q_x = 1 - {}_n p_x$$

$$e_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

La tabla de mortalidad fue introducida en los estudios de Ecología por Raymond Pearl en 1921. Por el año de 1928 Pearl y Deevey (1947) reconocieron tres tipos básicos de curvas de sobrevivencia aplicables a diferentes especies.

Tipo I

La tasa de mortalidad es baja al inicio de la vida y se incrementa notablemente en la vejez, como es el caso de los seres humanos en países desarrollados. En la gráfica 3.1 se observa una clara convexidad en las curvas tipo I.

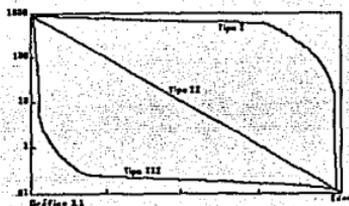
Tipo II

Si la tasa de mortalidad es constante en todas las edades el modelo que mejor representa este tipo de comportamiento es una recta de pendiente negativa. Como ejemplos de aproximación a este tipo de comportamiento se tienen algunas especies de pájaros, o bancos de semillas cultivadas.

Tipo III

La tasa de mortalidad es elevada en las edades tempranas y desciende en la edad adulta y la vejez. Geométricamente se representa por una curva convexa. Entre las especies con este tipo de comportamiento, se pueden mencionar muchos tipos de peces, invertebrados marinos y parásitos. Los cuales tienen una producción de millones de huevos, de los cuales pocos alcanzan la edad madura.

Desde luego estos son modelos conceptuales, realmente las curvas de sobrevivencia no se parecen necesariamente a éstas, pero nos sirven como modelos para compararlas con las curvas reales.



3.3 TABLA DE MORTALIDAD PARA UN CASO.

Como ejemplo se presenta una tabla de mortalidad para una cohorte de ciervos de un año de edad elaborada por Lowe (1969), quien censó la población de ciervos en la isla de Rhum en Escocia en 1957. Entre los años 1957 y 1966 registró edad, sexo y número de ciervos pertenecientes a la cohorte. Esta tabla estandarizada a un número inicial de 1000 individuos, publicada en 1969 se presenta en la siguiente página.

En la tabla 3.1 se puede observar que la esperanza de vida para los ciervos machos de un año de edad en la isla de Rum es de 4.76 años. La probabilidad de muerte se incrementa notablemente para valores de x iguales a 4 y 5

Ciervo Machos

X	l_x	dx	e_x	q_x
1	1000	84	4.76	0.0840
2	916	19	4.15	0.0207
3	897	0	3.23	0.0000
4	897	150	2.23	0.1672
5	747	321	1.58	0.4297
6	426	218	1.39	0.5117
7	208	58	1.32	0.2788
8	150	130	0.63	0.8667
9	20	20	0.50	1.0000

Tabla 3.1

En el caso de las hembras se observa que la esperanza de vida para ciervas de un año de edad en la isla de Rum es de 4.35 años. La probabilidad de muerte (q_x) es menor en los primeros dos años y se incrementa notablemente en el octavo año. Ver la Tabla 3.2

Ciervo Hembra

X	l_x	dx	e_x	q_x
1	1000	0	4.35	0.0000
2	1000	61	3.35	0.0610
3	939	185	2.53	0.1970
4	754	249	2.03	0.3302
5	505	200	1.78	0.3960
6	305	119	1.62	0.3902
7	186	54	1.34	0.2903
8	132	107	0.69	0.8106
9	25	25	0.50	1.0000

Tabla 3.2

DISTRIBUCION DE CIERVOS MACHOS Y HEMBRAS

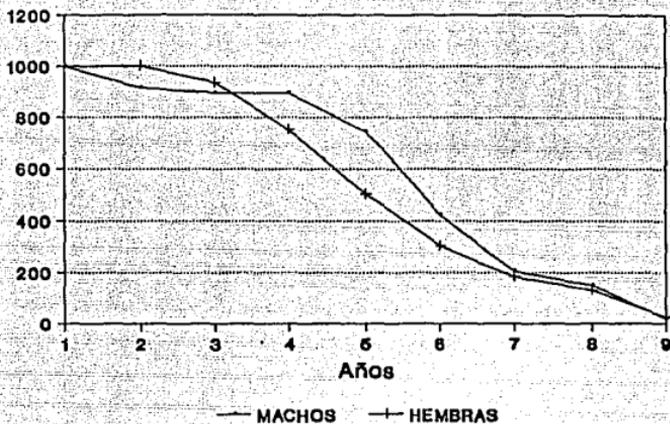


Gráfico 3.2

3.4 PROCEDIMIENTOS DE CALCULO DE TABLAS DE MORTALIDAD.

Básicamente se consideran dos tipos de procedimientos: los estáticos y los dinámicos.

Los procedimientos para el cálculo de tablas de mortalidad estáticas o estacionarias, consideran a un conjunto de sujetos de diferentes edades en un momento determinado y registran la mortalidad de un período, también se conocen como tablas de mortalidad transversales. En el caso de animales se toman muestras de individuos de diferentes edades y se devuelven a su medio natural, un período después (semana, mes año) se regresa a determinar el número de muertes para cada edad y así se construye la tabla. Este procedimiento tiene la ventaja de que se realiza en corto tiempo, pero supone que en el período seleccionado las tasas de mortalidad son típicas y constantes.

Las tablas de mortalidad dinámicas parten de una cohorte o generación de sujetos cuya mortalidad es registrada por n períodos o hasta la extinción de la cohorte, también se les conoce como tablas longitudinales de mortalidad). En el caso de animales hay que disponer de una cohorte de sujetos neonatos al inicio del estudio y registrarlos período a período. Su aplicación supone que las condiciones ambientales no presentan cambios notables durante todo el plazo de estudio.

Las tabla de vida para poblaciones no humanas son difíciles de obtener. Se puede partir de tres tipos de datos, estos son según Krebs:

- 1) La observación directa de la supervivencia (lx) de una cohorte de nacimientos al mismo tiempo, siguiéndolos en períodos fijos para toda su existencia. Tiene la ventaja de no requerir la hipótesis de una población estable en el tiempo.
- 2) La edad de las muertes observadas. Los datos de la edad de muerte de los sujetos de una población pueden ser usados para estimar la tabla de mortalidad. Se asume que la población es estable en el tiempo y que las tasas de natalidad y mortalidad de los grupos de edad permanecen constantes.
- 3) La estructura de la edad observada directamente. La información ecológica de la estructura por edades y sexos de una especie en un medio determinado puede ser utilizada. En particular este procedimiento es considerado en aves y peces.

3.5 TABLA DE MORTALIDAD EN PLANTAS.

La mortalidad que presentan las plantas no es igual a la mortalidad de los animales. La supervivencia de las plantas se puede expresar como el porcentaje de germinación de sus semillas, y la mortalidad y sobrevivencia de las plantas germinadas. Algunos estudios consideran el porcentaje de muertes de los árboles y arbustos causados por enfermedad, sequedad y plagas de insectos.

El enfoque más cercano a las tablas de vida para plantas, son las tablas de rendimiento desarrolladas en la industria de explotación forestal. Semejantes a las tablas de mortalidad, las de rendimiento consideran intervalos de clase referidos a la edad y número o frecuencia absoluta de árboles en cada clase. En columnas adicionales se registra el diámetro, área basal y volumen.

Las tablas de rendimiento indican la mortalidad de los árboles en términos de la reducción de su número. Pero en la misma medida que el número declina a través de la competencia, la biomasa y el área basal se incrementan. En estos términos la mortalidad no necesariamente refleja la declinación de una población, sino también puede evidenciar maduración de la población. También, tal como sucede en las tablas de mortalidad, en las tablas de rendimiento se observa notables diferencias en términos de las especies y medios ambientales.

En este tema no se profundizo debido a que existen varias tesis de Actuaría que cubren aspectos técnicos sobre la construcción de tablas de mortalidad.

Tabla de Rendimiento para Abeto Douglas

Edad Años	Arboles Por No. Hectárea	Promedio Diámetro Basal Centímetros	Área Basal M ²
20	1660.0	4.6	7.1
30	720.0	8.6	10.6
40	436.0	12.4	13.3
50	305.6	16.0	15.3
60	232.0	19.3	16.9
70	187.2	22.4	18.3
80	157.6	25.1	19.5
90	138.8	27.4	20.5
100	124.4	29.5	21.3
110	112.4	31.5	22.1
120	103.6	33.5	22.8
130	96.0	35.3	23.3
140	89.6	36.8	23.9
150	84.4	38.4	24.5
160	80.0	39.9	24.9

Fuente: McArdle et al., 1949.

Tabla 3.3

TABLA DE MORTALIDAD DE LA PLANTACION DE PINO BLANCO DEL ESTE
SIMULANDO DATOS PARA UNA GRAFICACION DE .4 HECTAREAS

X	lx	dxF	dx	1000qx	100rx
Intervalo de edad	No de arboles existentes de la muestra	Factor de Mortalidad	No. de arboles Muertos	% de dx de los lx	% de dx del no. inicial
0 - 1	1200	Plantación inadecuada	80	6.7	6.7
		Ratones	30	2.5	2.5
		Total	110	9.2	9.2
1 - 3	1090	Gorgojos	40	3.7	3.3
		Gorgojos del pino blanco	20	1.8	1.7
		No conocidas	20	1.8	1.7
		Total	80	7.3	6.7
3 - 20	1010	Gorgojos del pino blanco	400	39.6	33.3
		Hojas de Pino aphid	50	5.0	4.2
		Moho del pino blanco	50	5.0	4.2
		No conocidas	75	7.4	6.3
		Total	575	56.9	47.9
20 - 40	435	Gorgojos del pino blanco	40	9.2	3.3
		Plaga de escarabajos	35	8.0	2.9
		Moho del pino blanco	30	6.9	2.5
		Raiz podrida	20	4.6	1.7
		Supresión	25	5.7	2.1
		No conocidas	25	5.7	2.1
		Cortes parciales	60	13.8	5.0
		Total	235	54.0	19.6
40 - 80	200	Polilla	15	7.5	1.3
		Plaga de escarabajos	10	5.0	0.8
		Moho del pino blanco	10	5.0	0.8
		Arboles enanos	8	4.0	0.7
		Incendios	2	1.0	0.2
		Supresión	8	4.0	0.7
		No conocidas	4	2.0	0.3
		Cortes parciales	18	9.0	1.5
Total	75	37.5	6.3		
80	125	Total	1075	--	89.6

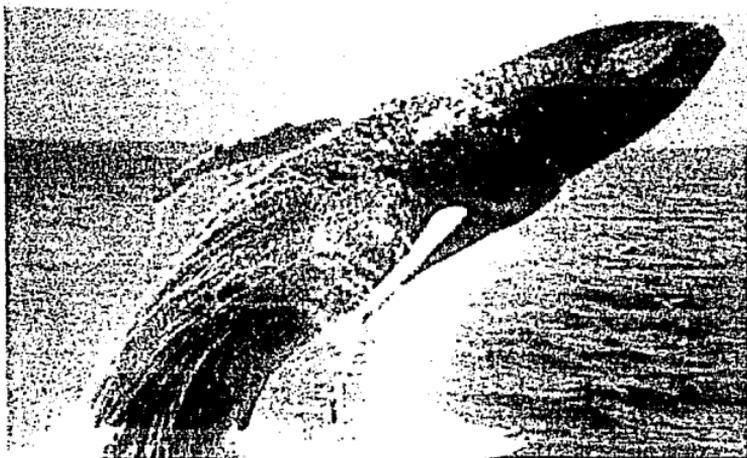
Fuente: W. E. Waters, 1969

Tabla 3.4

CAPITULO 4

MODELOS DE DISTRIBUCION ESPACIAL

1997 SCARLES



CAPITULO 4

MODELOS DE DISTRIBUCION ESPACIAL.

4.1 PATRONES DE DISTRIBUCION.

Las causas que provocan la ausencia o presencia de individuos de determinada especie en una región y los patrones de agrupamiento cuando ellos están presentes, constituyen uno de los problemas más importantes para la Ecología.

La distribución de una especie es un fenómeno debido a múltiples factores bióticos y abióticos los cuales se pueden agrupar en torno a la presencia de barreras naturales como montañas, ríos, lagos y océanos; otras especies como depredadores, parásitos competidores por el alimento, organismos causantes de enfermedades; factores físicos y químicos del ambiente natural como son la temperatura, la luz, estructura del suelo, disponibilidad de agua, oxígeno, salinidad, pH, nutrientes, etc; la intervención accidental o voluntaria del hombre.

En la historia de la Ecología se han registrado notables hechos de perturbación del ambiente natural motivados por la introducción de especies por parte del hombre en su proceso de colonización. Entre los más conocidos en la actualidad se pueden mencionar los desastres ecológicos provocados por la introducción de conejos en Australia y de abejas africanas en Brasil. La perturbación del habitat no sólo se ha dado por la introducción de especies no autóctonas, sino por la creación de áreas artificiales como campos de cultivo, carreteras, ciudades, embalses, explotaciones mineras y petroleras.

La supresión de especies depredadoras del ganado como felinos, lobos, aves rapaces, etc; la destrucción de sus habitats por sobre explotación de recursos naturales y desde luego la contaminación de la atmósfera, suelo y depósitos acuíferos son de tal magnitud que el mismo hombre realiza esfuerzos por evitar mayor destrucción, y favorecer la conservación y hasta la rehabilitación del ambiente natural.

El análisis de la distribución de una especie, permite al investigador tener conocimiento de la magnitud de una población. Los cambios en el patrón de distribución pueden revelar el efecto de factores estacionales o la disminución o intensificación de la competencia con otras especies.

El estudio estadístico de la distribución de una especie parte usualmente de la consideración de una población de N individuos en una región de superficie A o de volumen V y las coordenadas que sitúan a cada individuo dentro de la región.

Los patrones de dispersión pueden variar desde un comportamiento uniforme hasta grupos o conglomerados de individuos de mayor a menor número. Usualmente se define un cuadrante o unidad de superficie para tomar conteos de individuos en una muestra de cuadrantes. La densidad de una población está relacionada con el promedio de individuos por unidad

de superficie o volumen y la varianza asociada a ese promedio puede revelar el tipo de comportamiento. Este puede ser totalmente al azar, lo que significa que en cada posición de la región existe igual probabilidad de ser ocupada por un elemento, ello no implica regularidad u homogeneidad.

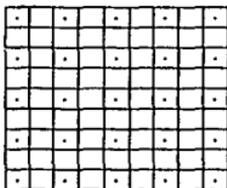
Para modelar los patrones de dispersión de especies vegetales o animales en una superficie o volumen se utilizan diversos modelos probabilísticos. El comportamiento al azar se ha probado en múltiples ocasiones y puede ser modelado exitosamente mediante una función de Poisson. Así mismo, el comportamiento de conglomerados o de contagio suele ser modelado adecuadamente mediante una función de probabilidad binomial negativa.

A continuación se muestran áreas reticuladas en cuadrantes que señalan los principales tipos de comportamiento. Es oportuno mencionar que en el trabajo práctico resulta de primordial importancia la selección del tamaño del cuadrante o cubo que se adoptan como unidad de superficie o volumen.

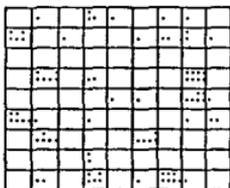
Los patrones de distribución uniforme o regular no son frecuentes en la naturaleza pero sí lo son en una población establecida de manera artificial por el hombre, como cultivos de huertos y pastizales. De manera natural el comportamiento uniforme se puede presentar en áreas saturadas por una especie.

La distribución de contagio o agregados de individuos se da en especies que desarrollan instintos de colaboración para defenderse de otras especies competidoras o depredadoras. Algunos depredadores, como los lobos actúan en manada para poder atacar presas de gran tamaño.

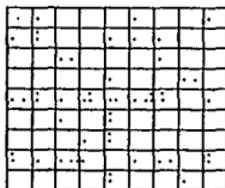
El patrón aleatorio es característico de individuos pertenecientes a especies cuyo desarrollo y sobrevivencia se pueden dar de manera independiente.



PATRON REGULAR



PATRON DE CONTAGIO



PATRON ALEATORIO

4.2 DISTRIBUCION DE POISSON.

La distribución totalmente al azar de individuos de una región se puede modelar mediante la distribución de Poisson. La derivación de esta distribución de probabilidad fue publicada en 1857 por el matemático francés Simeon Denis Poisson.¹ El, enfocó su desarrollo al considerarla como una distribución límite de la Binomial cuando el parámetro P (probabilidad) de esta última tiende a ser pequeño al mismo tiempo que el parámetro n (número de organismo) tiende a ser grande.

Posteriormente Bortkiewicz² en 1898 publicó una curiosa aplicación de está distribución, ya que la uso para modelar el comportamiento de las muertes de soldados prusianos, muertos por patadas de mulas.

Fue hasta este siglo, concretamente en el año de 1909 cuando W.G. Gosset³ (más conocido por "Student") usó la función de Poisson para representar la forma en que se dispersaban pequeñas partículas dejadas caer libremente en una superficie. Este enfoque es el que ha sido adoptado por la mayoría de los estudios ecológicos.

4.3 DEFINICION Y PRINCIPALES RESULTADOS.

Una variable aleatoria X se dice que tiene una distribución de Poisson con parámetro (λ) si

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad \begin{cases} \lambda > 0 \\ x = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

Es fácil verificar que $E(X) = \lambda$

En forma análoga se comprueba que $V(X) = \lambda$ y que $E[(X-\lambda)^3] = \lambda$ esto es, el valor esperado, la varianza y el tercer momento respecto a la media de una variable que se distribuye Poisson coinciden con el parámetro (λ).

¹ Poisson, Simeon Denis. 1857 Recherches sur la Probabilité des Jugement en Matière Criminelle et en Matière Civile, Précédées des Reles Generales du Calcul des Probabilités. Bachelier, Imprimeur Librairrer pour les Mathematiques, la Physique Paris 1857.

²Bortkiewicz, L. Von. 1898. Das Gesetz der Kleinen Zahlen, Leipzig Teubner.

³Student. 1907. On the error of counting with a haemacytometer, Biometrika, 5, 351-360.

Al ajustar una Poisson a un conjunto de datos empíricos se requiere una estimación de (λ) . El estimador de máxima verosimilitud de (λ) es \bar{x} .

Una vez estimado el valor del parámetro (λ) es muy fácil el cálculo de probabilidades o valores consecutivos de x mediante la siguiente función de recurrencia.

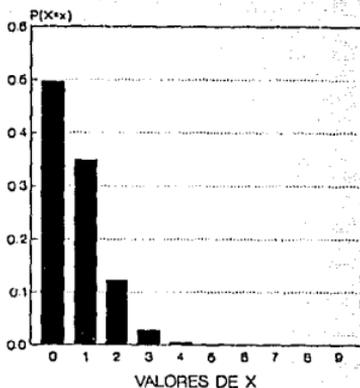
$$P(X=x) = \frac{\lambda}{x} P(X = x-1)$$

La Función Generatriz de Momentos de una función de distribución poisson es:

$$M_x(t) = e^{(e^t-1)\lambda}$$

La función de probabilidad de Poisson tiene un comportamiento muy asimétrico para valores de (λ) menores a 1. A medida que el valor de (λ) aumenta la función de probabilidad se vuelve mas simétrica y tiende a la normalidad. A continuación se presentan las gráficas (4.1, 4.2, 4.3, y 4.4) y las tablas de probabilidades calculadas para diversos valores de la variable aleatoria.

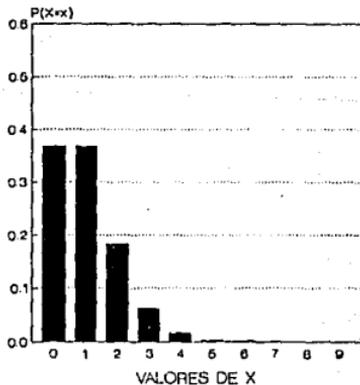
FUNCION DE PROBABILIDAD POISSON
LAMBDA 0.7



LAMBDA = 0.7

x	P(X=x)
0	0.496585
1	0.347609
2	0.121663
3	0.028388
4	0.004967
5	0.000695
6	0.000081
7	0.000008
8	0.000000
9	0.000000

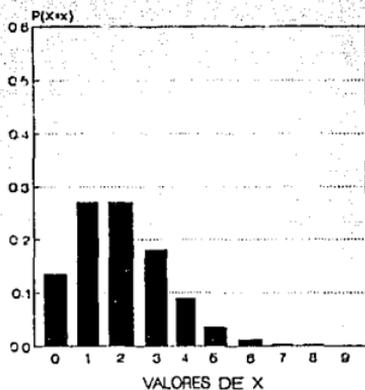
FUNCION DE PROBABILIDAD POISSON
LAMBDA 1.0



LAMBDA = 1.0

x	P(X=x)
0	0.367879
1	0.367879
2	0.183939
3	0.061313
4	0.015328
5	0.003065
6	0.000510
7	0.000072
8	0.000009
9	0.000001

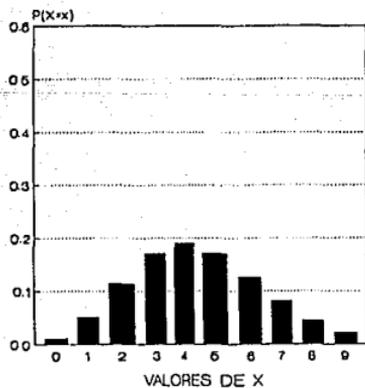
FUNCION DE PROBABILIDAD POISSON
LAMDA 2.0



LAMDA = 2.0

x	P(X=x)
0	0.135335
1	0.270670
2	0.270670
3	0.180447
4	0.090223
5	0.036089
6	0.012029
7	0.003437
8	0.000859
9	0.000190

FUNCION DE PROBABILIDAD POISSON
LAMDA 4.472

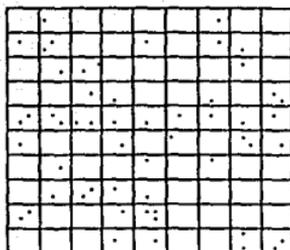


LAMDA = 4.472

x	P(X=x)
0	0.011424
1	0.051090
2	0.114237
3	0.170290
4	0.190384
5	0.170279
6	0.126915
7	0.081080
8	0.045324
9	0.022521

4.4 PROCEDIMIENTO PARA AJUSTE DE UNA POISSON.

Considere un grupo de individuos (plantas, bacterias, etc.) dispersos en un patrón al azar tal como se ilustra en la siguiente gráfica 4.5.



PATRON ALEATORIO

1. Procedemos a definir una unidad de área (cuadrante) y se divide la región mediante un reticulado (90 cuadros en este caso).
2. Se elabora una tabla (4.1) de frecuencias con el número de puntos (individuos) que se sitúan en cada cuadro.

Individuos	Frecuencia Cuadros
0	48
1	30
2	11
3	1

Tabla 4.1

3. A partir de la tabla de frecuencias se procede a calcular la media aritmética de individuos por cuadro (recordemos que el estimador de máxima verosimilitud de (λ) es \bar{x}) Tabla 4.2

Individuos x_i	Cuadros f_i	$f_i x_i$
0	48	0
1	30	30
2	11	22
3	1	3
Suma	90	55

Tabla 4.2

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{55}{90} = 0.61111$$

$$\hat{\lambda} = 0.61111$$

4. Se calculan las probabilidades asociadas a cada valor y el producto de esas probabilidades por el total de sujetos es igual al número de cuadros esperados asociados a cada valor. Tabla 4.3

x_i	f_i	$f_i x_i$	$P(X = x)$	$e_i = N$
0	48	0	0.542747	48.85
1	30	30	0.331679	29.85
2	11	22	0.101346	9.12
3	1	3	0.020645	1.86

Tabla 4.3

Si comparamos la columna de frecuencias observadas f_i con la columna de frecuencias esperadas e_i se nota inmediatamente que el ajuste es bastante bueno. Sin embargo, una apreciación subjetiva no debe ser tomada como base para valorar la bondad de un ajuste. Como siguiente paso se procede a probar la bondad de ajuste mediante la prueba Ji-cuadrada. Esta prueba procede a tomar como base las frecuencias esperadas y las frecuencias observadas para construir la siguiente estadística:

$$\chi^2 = \sum (e_i - f_i)^2 / e_i$$

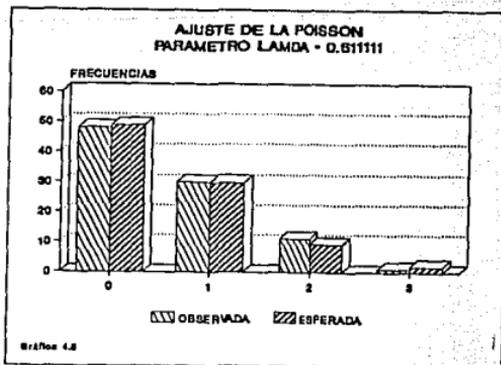
Esta estadística se distribuye como una Ji-cuadrada con $k-1$ grados de libertad, donde k es el número de valores diferentes asociados a la tabla de frecuencias (4 en este caso). Así procedemos a probar la hipótesis:

H_0 : La distribución empírica corresponde a una Poisson.

f_i	e_i	$((f_i - e_i)^2) / e_i$
48	48.85	0.014696
30	29.85	0.000743
11	9.12	0.387011
1	1.86	0.396225
Suma		0.798675

Tabla 4.4

El valor de tablas de Ji cuadrada con $\alpha = 5\%$ y 3 grados de libertad es de 7.81; por lo tanto la hipótesis nula (H_0) no se rechaza y podemos concluir que el ajuste es bueno.
Gráfica 4.6



Ejemplo 1

Un interesante ejemplo de cambio en el patrón de distribución es el de las migraciones estacionales de elefantes en la reserva de Kibale, Africa Central que fueron estudiadas por Wing y Buss⁴ y publicado además por R.L. Smith⁵.

Para el ejemplo de elefantes hemos verificado que en los mapas (b) y (d) se ajustan a una distribución de Poisson, ya que presentan una mayor dispersión y los mapas (a) y (c) tienden ajustarse a una Binomial Negativa debido a que se comportan como un patrón de contagio en dichos periodos.

El mapa (b) corresponde a la distribución de los elefantes durante la estación de lluvias (marzo-mayo). Las manadas se desplazan hacia el norte y sur con mayor dispersión.

En el mapa (d) en el segundo período de lluvias (septiembre-noviembre), los desplazamientos se observan hacia el oeste y una gran dispersión de norte a sur.



⁴WING, L. D., AND I. D. BUSS 1970 Elephants and forests, Wildlife Monographs No. 19, Wildlife Society, Washington, D.C.

⁵SMITH, R. L. 1972 The Ecology of Man: An Ecosystem Approach, Harper & Row, New York.

ELEFANTE B
AJUSTE DE UNA POISSON

x	P(X=x)	Frecuencia Esperada	Frecuencia Observada	xfx	Jl-cuadrada
0	0.03352885	2.9	3	0	0.004708
1	0.11384216	9.8	7	7	0.795315
2	0.19326692	16.6	19	38	0.340525
3	0.21873621	18.8	15	45	0.772201
4	0.18567143	16.0	20	80	1.018246
5	0.12608385	10.8	14	70	0.919036
6	0.07134978	6.1	5	30	0.210342
7	0.03460819	3.0	2	14	0.320253
8	0.01468836	1.3	1	8	0.054840
			86	292	4.435469

Media = 3.39534883

Mapa B

ELEFANTE D
AJUSTE DE UNA POISSON

x	P(X=x)	Frecuencia Esperada	Frecuencia Observada	xfx	Jl-cuadrada
0	0.045507	4.1	7	0	2.148509
1	0.140611	12.5	9	9	0.986964
2	0.217237	19.3	16	32	0.574958
3	0.223746	19.9	26	78	1.860382
4	0.172837	15.4	13	52	0.369025
5	0.106809	9.5	11	55	0.234778
6	0.055005	4.9	2	12	1.712533
7	0.024279	2.2	4	28	1.565192
8	0.009377	0.8	0	0	0.834622
9	0.003219	0.3	1	9	1.776419
			89	275	12.06338

Media 3.089887

Mapa D

4.5 DISTRIBUCION DE BINOMIAL NEGATIVA.

HISTORIA

Algunas formas especiales de la distribución binomial negativa fueron discutidas por Pascal⁶ y Fermat. Existe una derivación desarrollada por Montmort⁷ y publicada en 1714. "Student"⁸ en 1907, usó la distribución como una alternativa a la Poisson para describir conteos de hematocitos en placas para microscopio. Eggenberger y Pólya en 1923 obtuvieron la distribución como límite para el caso de un esquema de urna.

A la fecha se ha incrementado notablemente el número de aplicaciones y de técnicas estadísticas asociadas a esta distribución.

4.6 DEFINICION Y PRINCIPALES RESULTADOS.

Una variable aleatoria x se dice que tiene distribución Binomial Negativa con parámetros k y p si su función de probabilidad se expresa por:

$$P(X=x) = \binom{x+k-1}{x} p^k q^x \quad \left\{ \begin{array}{l} k = 1, 2, 3, \dots \\ 0 \leq p \leq 1 \\ x = 0, 1, 2, \dots \\ x \leq k \end{array} \right.$$

Donde se considera un experimento con las siguientes propiedades:

- 1) El resultado de cada ensayo puede clasificarse en una de las dos categorías: éxito o fracaso
- 2) La probabilidad p de un éxito es constante a lo largo de los experimentos y $q = 1-p$ la de fracaso
- 3) Los ensayos son independientes
- 4) Los ensayos se repiten hasta obtener un número k de éxitos
- 5) La variable aleatoria es el número de fracasos observados antes del k éximo éxito

Para reducir la fórmula de la función de probabilidades considerese primero que los éxitos y fracasos presentan el siguiente esquema:

⁶PASCAL, B. (1679) *Varia opera mathematica* D. Petri de Format (Tolossae)

⁷MONTMORT, P.R. (1714). *Essai d' analyse sur les jeux de hasards*, Paris.

⁸STUDENT (1907). On the error of counting with a haemacytometer, *Biometrika*, 5, 351-360.

$$\begin{array}{c}
 k-1 + x \\
 \overbrace{\text{E E } \dots \text{ E F F F } \dots \text{ F E}} \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\
 \begin{array}{ccc}
 k-1 & & x \\
 p^{k-1} & q^x & p = p^k q^x
 \end{array}
 \end{array}$$

Total de ensayos previos al k-ésimo éxito $k-1 + x$

Para obtener las permutaciones de los $k-1$ éxitos y los x fracasos previos al k-ésimo éxito, se aplica la fórmula:

$$\frac{(k-1+x)!}{x!(k-1)!} = \binom{k-1+x}{x}$$

Así para considerar todos los casos se tiene que aplicar la siguiente fórmula en el cálculo de probabilidades.

$$P(X=x) = \binom{x+k-1}{x} p^k q^x$$

Como es posible tener exactamente k éxitos iniciales el número de fracasos puede ser 0 a ∞ .

Cuando el parámetro k de la distribución no es entero, la distribución se identifica con el nombre de Pascal y la k se interpreta como el tiempo que hay que esperar para que ocurra el k-ésimo éxito. Si k no es entero la expresión de la función de probabilidad se define en términos de la función gama matemática de la siguiente forma:

$$P(X=x) = \frac{\Gamma(k+x)}{x! \Gamma(k)} p^k q^x \quad \begin{cases} x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 \leq p \leq 1 \\ k > 0 \end{cases}$$

La función Generatriz de Momentos de la distribución binomial negativa es:

$$m_x(t) = E(e^{tx}) = p^k (1-qe^t)^{-k}$$

4.7 ESTIMACION DE PARAMETROS.

Para la estimación de parámetros p y k recurrimos al método de momentos.

Los parámetros poblacionales se igualan a momentos muestrales

$$E(X) = \frac{kq}{p} \quad V(X) = \frac{kq}{p^2}$$
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Y se resuelven las ecuaciones planteadas

$$\bar{x} = \frac{\hat{k} \hat{q}}{\hat{p}} \dots 1 \quad S^2 = \frac{\hat{k} \hat{q}}{\hat{p}^2} \dots 2$$

De donde $\bar{x} = \hat{p} S^2$ y por lo tanto $\hat{p} = \frac{\bar{x}}{S^2}$

Este resultado nos impone la restricción de que $\bar{x} < S^2$ para que \hat{p} quede bien definida. Así en términos empíricos deberán verificarse esta desigualdad antes de considerar la posibilidad del ajuste.

Si se sustituye \hat{p} en 1

$$\bar{x} = \frac{\hat{k}(1 - \bar{x}/S^2)}{\bar{x}/S^2}$$

Y al despejar \hat{k} se obtiene

$$\hat{k} = \frac{\bar{x}^2}{S^2 - \bar{x}}$$

Por medio del método de máxima verosimilitud se estima p

$$f_x(x) = \binom{k+x-1}{x} p^k q^x$$

$$L(p) = \prod_{i=1}^n \binom{k+x_i-1}{x_i} p^k q^{x_i}$$

$$= p^{nk} q^{\sum_{i=1}^n x_i} \prod_{i=1}^n \binom{k+x_i-1}{x_i}$$

$$\log L(p) = nk \log p + \sum_{i=1}^n x_i \log(1-p) + \sum_{i=1}^n \log \binom{k+x_i-1}{x_i}$$

$$\frac{\partial \log L(p)}{\partial p} = \frac{nk}{p} - \frac{\sum x_i}{1-p} = 0$$

$$\frac{nk}{p} = \frac{\sum x_i}{1-p}$$

$$(1-p)(nk) = p \sum x_i$$

$$nk - nkp = p \sum x_i$$

$$nk = p(\sum x_i + nk)$$

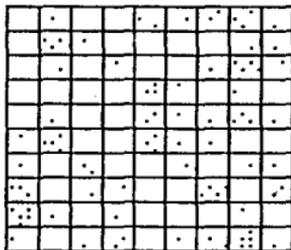
$$p = \frac{nk}{\sum x_i + nk}$$

$$p = \frac{k}{\bar{x} + k}$$

4.8 AJUSTE DE LA BINOMIAL NEGATIVA.

Procedimiento de ajuste

Partimos de una región donde los intervalos de interés (plantas o animales) se dispersan de acuerdo a un patrón de contagio. El área es segmentada mediante una retícula, tal como se ilustra en el cuadrante. gráfica 4.7.



PATRON DE CONTAGIO

A continuación se elabora una tabla (4.5) de frecuencias con el número de puntos (individuos) que se sitúan en los cuadros de la retícula.

X	f(x)
Sujetos	Frecuencias (Cuadros)
0	40
1	32
2	7
3	6
4	3
5	2
Suma	90

Tabla 4.5

A partir de la tabla anterior se construyen las columnas $xf(x)$ para calcular \bar{x} y $s^2 = \frac{\sum f(x)(x-\bar{x})^2}{n-1}$, Tabla 4.6.

Sujetos por cuadro

Sujetos X	Frecuencias f(x)	xf(x)	f(x)(x-xm) ²
0	40	0	36.52346
1	32	32	0.06321
2	7	14	7.63605
3	6	18	25.07852
4	3	12	27.80593
5	2	10	32.71506
Suma	90	86	129.82222

Tabla 4.6

$$\bar{x} = \frac{\sum xf(x)}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{86}{90}$$

$$= 0.95555$$

$$s^2 = \frac{\sum f(x)(x-\bar{x})^2}{n-1}$$

$$= \frac{129.8222}{89}$$

$$= 1.458676$$

A continuación se estiman P y K

$$\hat{p} = \frac{\bar{x}}{s^2}$$

$$= \frac{0.95555}{1.458676}$$

$$= 0.655083$$

$$\hat{k} = \frac{\bar{x}^2}{s^2 \bar{x}}$$

$$= \frac{(0.95555)^2}{1458676 - 0.95555}$$

$$= 1.8148054$$

Mediante la fórmula iterativa para el cálculo de probabilidades se obtienen probabilidades asociadas a cada valor de x y se multiplican por el número de celdas para obtener las frecuencias esperadas de celdas para obtener las frecuencias esperadas tabla 4.7:

Probabilidades	Valores Esperados
0.464096	41.77
0.290510	26.15
0.141026	12.69
0.061854	5.57
0.025680	2.31
0.010301	0.93

Tabla 4.7

Finalmente se contrastan las frecuencias esperadas y observadas mediante la prueba de Ji-cuadrada. Tabla 4.8.

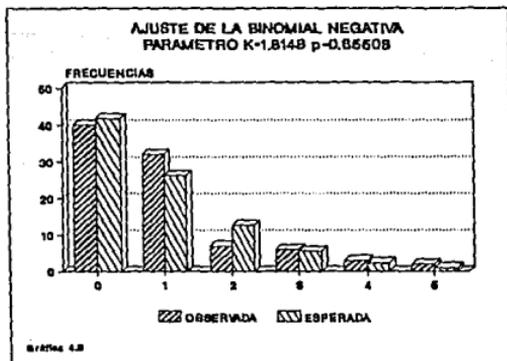
Frecuencias

Observadas O _i	Esperadas e _i
40	41.77
32	26.15
7	12.69
6	5.57
3	2.31
2	0.93

Tabla 4.8

$$\begin{aligned}
 \text{Ji cuadrada} &= \frac{\sum (o_i - e_i)^2}{e_i} \\
 &= 7.5217
 \end{aligned}$$

El valor de tablas para $\alpha = 0.05$ con 4 grados de libertad es 9.49 y por lo tanto la hipótesis de igualdad de frecuencias no se rechaza y el ajuste es considera bueno. Gráfica 4.8



Ejemplo 1.2

Continuamos con el ejemplo de elefantes en Africa Central. En los mapas (a) y (c) debido a que tienen un patrón de contagio, se ajustan a una Binomial Negativa.

En el mapa (a) se muestra la distribución de los elefantes durante los meses de (Diciembre-Febrero) que corresponden a la estación seca. Se observa una mayor concentración hacia la región central, ya que la región sur es casi desértica.

El mapa (c) muestra como la distribución cambia con desplazamientos hacia el norte con ligera concentración en la región central.

Es por ello que los mapas (a) y (c) tienen un comportamiento semejante y se puede ver que se adaptan a la Binomial Negativa como a continuación se observa:



(a)



(c)

ELEFANTE A
AJUSTE DE UNA BINOMIAL NEGATIVA

X	f(x)	f(x)x	f(x-xm) ²	P(X = x)	Frecuencia Esperada	Ji cuadrada
0	9	0	68.928610	0.12602312	10.8	0.375355
1	17	17	53.105462	0.20041610	17.2	0.003270
2	21	42	12.368307	0.20198551	17.4	0.627210
3	16	48	0.865333	0.16434961	14.1	0.217606
4	9	36	13.672796	0.11777130	10.1	0.141459
5	4	20	19.937263	0.07753378	6.7	1.779430
6	3	18	31.348296	0.04803294	4.1	0.426261
7	2	14	35.829097	0.02842458	2.4	0.098796
8	3	24	82.138994	0.01622957	1.4	0.857879
9	1	9	38.844781	0.00900400	0.8	0.050920
10	1	10	52.309897	0.00487877	0.4	0.336893
	86	238	409.348837	0.99464932		4.915084

xm	=	2.76
S ²	=	4.81
p [^]	=	0.57
q [^]	=	0.42
K [^]	=	3.73
P	=	0.57

Mapa A

ELEFANTE C
AJUSTE DE UNA BINOMIAL NEGATIVA

X	f(x)	f(x)x	f(x-xm) ²	P(X = x)	Frecuencia Esperada	Jl cuadrada
0	9	0	102.079667	0.06666201	5.8	1.138065
1	6	6	33.639318	0.14732576	12.8	7.746024
2	18	36	33.676576	0.18812151	16.4	0.148227
3	19	57	2.570485	0.18169987	15.8	0.536293
4	14	56	5.595191	0.14723911	12.8	0.101183
5	5	25	13.320122	0.10557474	9.2	3.502849
6	8	48	55.427137	0.06913249	6.0	0.492762
7	3	21	39.578280	0.04219747	3.7	0.150160
8	2	16	42.914256	0.02435044	2.1	0.007019
9	2	18	63.442991	0.01342048	1.2	0.346459
10	1	10	43.985863	0.00711826	0.6	0.144941
	87	293	436.229885	0.99284219		14.31398

xm	=	3.36
S ²	=	5.13
p [*]	=	0.65
q [*]	=	0.34
K [*]	=	6.42
P	=	0.65

Mapa C

ANEXO 1

RESULTADOS IMPORTANTES.

A continuación se incluyen las demostraciones de los principales resultados aplicados en la tesis.

Función de Poisson

Definición.

Una variable aleatoria x se dice que tiene una distribución de Poisson con parámetro λ si

$$P(X=x) = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!} \quad \begin{cases} \lambda > 0 \\ x = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

A continuación se verifica que es una función de probabilidad

$$\begin{aligned} \sum_x^{\infty} f_x(x) &= 1 \\ \sum_x^{\infty} f_x(x) &= \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!} \\ &= e^{-\lambda} e^{\lambda} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Teorema: Si x es una v.a. que se distribuye Poisson con parámetro λ , entonces la $E(X) = \lambda$.

$$\text{Por definición } E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$= \sum_{x=1}^{\infty} x \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$= \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{(x-1)!}$$

Sea $y = x - 1$

$$= \lambda \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!}$$

$$\text{Por el resultado anterior } \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!} = 1$$

$$\therefore = \lambda$$

Sea $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ una muestra aleatoria de una Poisson (λ) entonces el estimador de máxima verosimilitud para λ es \bar{x} .

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!}$$

Se define la función de probabilidad conjunta.

$$= \frac{\lambda^{\sum x_i} e^{-n\lambda}}{\prod x_i!}$$

Tomando logaritmo natural de la función de probabilidad conjunta

$$\log_e L(\lambda) = \sum_{i=1}^n x_i \log \lambda - n\lambda - \sum_{i=1}^n \log x_i!$$

Se deriva e iguala a cero

$$\frac{\partial \log_e L(\lambda)}{\partial \lambda} = \frac{\sum x_i}{\lambda} - n = 0$$

$$\therefore \hat{\lambda} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\hat{\lambda} = \bar{x}$$

Para calcular fácilmente probabilidades Poisson se recurre a la siguiente expresión de recurrencia:

$$P(X=x) = (\lambda/x)P(X=x-1)$$

cuya verificación es muy sencilla

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \frac{\lambda}{x} \frac{\lambda^{x-1} e^{-\lambda}}{(x-1)!} = \frac{\lambda}{x} P(X=x-1)$$

La función generatriz de momentos de una función de probabilidad Poisson $m_X(t)$ tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} m_X(t) &= E(e^{tX}) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{(e^t \lambda)^x}{x!} = e^{-\lambda} e^{e^t \lambda} \end{aligned}$$

$$m_X(t) = e^{(e^t - 1)\lambda}$$

A partir de la $m_X(t)$ es posible obtener los momentos respecto al origen. A continuación se obtiene $E(X)$.

A partir de $m_X(t)$ se deriva y evalúa para $t=0$ y así se obtiene $E(X) = \lambda$

$$\left. \frac{\partial e^{(e^t - 1)\lambda}}{\partial t} \right|_{t=0} = e^t \lambda e^{(e^t - 1)\lambda} \Big|_{t=0} = \lambda$$

Función de la Binomial Negativa

Definición.

Una variable aleatoria x se dice que tiene una distribución Binomial Negativa con parámetros k y p si su función de probabilidad se expresa por:

$$P(X=x) = \binom{x+k-1}{x} p^k q^x \begin{cases} k=1,2,3,\dots \\ 0 \leq p \leq 1 \\ x=0,1,2,\dots \end{cases}$$

Donde:

- El resultado de cada ensayo puede clasificarse en una de dos categorías: éxito o fracaso.
- La probabilidad de p es constante a lo largo de todo el experimento y $q = 1-p$ la de fracasos.
- Cada ensayo es independiente.
- Los ensayos se repiten hasta obtener un número k de éxitos.
- La variable aleatoria es el número de fracasos observados antes del k éximo éxito.

Para obtener las permutaciones de los $k-1$ éxitos y los x fracasos previos al k -ésimo éxito, se aplica la siguiente fórmula:

$$\frac{(k-1+x)!}{x!(k-1)!} = \binom{k-1+x}{x}$$

Se verifica que la función sea de probabilidad

$$\sum_x^{\infty} f_x(x) = 1$$

$$\sum_x^{\infty} f_x(x) = \sum_{x=0}^{\infty} \binom{k-1+x}{x} p^k q^x$$

$$\begin{aligned}
&= p^k \sum_{x=0}^{\infty} \binom{k-1+x}{x} q^x \\
&= p^k (1-q)^{-k} \quad \text{Por el teorema 2-5.1 } ^1 \\
&= p^k p^{-k} = 1
\end{aligned}$$

Para el cálculo de probabilidades de utiliza una fórmula iterativa, cuya expresión se obtiene a continuación.

Si se parte de la expresión para $P(X=x)$ se tiene:

$$\begin{aligned}
P(X=x) &= \binom{k-1+x}{x} p^k q^x \\
&= \frac{(k-1+x)!}{x!(k-1)!} p^k q^x \\
&= \frac{(k-1+x)(k-1+x-1)!}{x(x-1)!(k-1)!} p^k q^{x-1} q \\
&= \frac{q}{x} (k-1+x) p (x=x-1)
\end{aligned}$$

Esta fórmula de cálculo es válido para $k > 1$ entero o no.

La función generatriz de momentos de una función de probabilidad binomial negativa $m_x(t)$ tiene la siguiente expresión:

$$m_x(t) = E(e^{tx}) = \sum_{x=0}^{\infty} \binom{k-1+x}{x} p^k q^x e^{tx}$$

(*) Ver el teorema 2-5.1 en B.Harris; "Theory of Probability". Chapter 2 Elementary Probability Theory Pag. 23.

$$(1+y)^a = \sum \binom{a}{n} y^n \quad -1 < y < 1.$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{x=0}^{\infty} \binom{k-1+x}{x} p^k (qe^t)^x \\
&= p^k \sum_{x=0}^{\infty} \binom{k-1+x}{x} (qe^t)^x \\
&= p^k (1-qe^t)^{-k}
\end{aligned}$$

A continuación se obtiene $E(X)$

$$\begin{aligned}
E(X) &= -\frac{\partial m_x(t)}{\partial t} \Big|_{t=0} \\
&= -\frac{\partial p^k (1-qe^t)^{-k}}{\partial t} \Big|_{t=0} \\
&= p^k k (1-qe^t)^{-(k+1)} qe^t \Big|_{t=0} \\
&= \frac{kq}{p}
\end{aligned}$$

De manera semejante se obtiene $E(X^2)$

$$\begin{aligned}
E(X^2) &= \frac{\partial^2 m_x(t)}{\partial t^2} \Big|_{t=0} \\
&= \frac{\partial^2 p^k (1-qe^t)^{-k}}{\partial t^2} \Big|_{t=0} \\
&= \frac{kq}{p} + \frac{q^2 k(k+1)}{p^2}
\end{aligned}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned}V(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \\&= \frac{kg}{p} + \frac{g^2 k(k+1)}{p^2} - \frac{k^2 g^2}{p^2} \\&= \frac{kg}{p^2}\end{aligned}$$

CAPITULO 5

DIVERSIDAD DE ESPECIES



CAPITULO 5

DIVERSIDAD DE ESPECIES

5.1 GENERALIDADES.

Los ecosistemas no poseen el mismo número de especies ni de individuos. La diversidad de las especies, así como la abundancia y la distribución de los individuos son determinadas por factores bióticos, abióticos. magnitud de las áreas disponibles o historia geológica de la zona. Entonces por lo anterior, al existir condiciones más benignas en latitudes, cercanas al ecuador, mayor diversidad en las regiones tropicales que en las regiones polares y más en los continentes que en las islas pequeñas y alejadas de las costas.

La diversidad de especies e individuos es un tema de estudio muy importante para la Ecología ya que la diversidad de especies en un habitat es un indicador de su nivel de organización, pues una amplia diversidad y riqueza de especies define mayores y más complejas redes tróficas a lo largo de las cuales pueden operar los mecanismos naturales de regulación poblacional.

La deforestación, la agricultura intensiva, la caza o captura desmedida y las modificaciones provocadas por grandes obras de ingeniería y áreas urbanas han provocado la extinción de un gran número de especies y muchas más están en riesgo de desaparecer. Entre ellas, tan sólo en lo que a México concierne se pueden mencionar el berrendo de Baja California, la foca de Guadalupe, el Jaguar, el monstruo de Gila, el conejo de los volcanes, tortugas, el lagarto, marsupial del Golfo de California, etc.

Para medir la diversidad los ecólogos han propuesto varios índices, los cuales difieren en cuanto a los supuestos que se hacen acerca de la abundancia relativa de especies en comunidades naturales. Para que un índice de diversidad tenga una aplicación práctica debe reflejar los cambios tanto en el número de especies como en los patrones de distribución de los individuos. Por ejemplo en una comunidad con 100 individuos, de los cuales 91 son de una especie y 9 son de otras 3 especies, cada una con tres individuos debe reflejar menor diversidad que una con 100 individuos, pero con 25 individuos en cada una de las 4 especies. Se considera deseable además, que el índice tenga un valor independiente del tamaño de muestra que se tomó para su cálculo.

5.2 INDICADOR DE SIMPSON.

Simpson publicó en 1949 en la revista "Nature" un índice que asocia el número de parejas de individuos que deben ser seleccionadas de una comunidad para obtener una pareja de individuos de la misma especie.

$$D = \frac{N(N-1)}{\sum_{i=1}^s n_i(n_i-1)}$$

Donde:

S Número de especies en la comunidad
 n_i Número de individuos en la especie i -ésima

N Número de individuos $N = \sum_{i=1}^s n_i$

La fórmula se deriva del número de combinaciones de n sujetos tomados 2 a la vez.

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$D = \frac{\binom{N}{2}}{\sum_{i=1}^s \binom{n_i}{2}} = \frac{N(N-1)/2}{\sum_{i=1}^s n_i(n_i-1)/2}$$

$$= \frac{N(N-1)}{\sum_{i=1}^s n_i(n_i-1)}$$

Supóngase por ejemplo, que se tienen 4 especies. Con los 100 individuos de 91, 3, 3 y 3 individuos en cada especie. El índice de Simpson alcanza al valor 1.206140, cuyos cálculos se resumen en la tabla 5.1.

Especie	Individuos n_i	$n_i(n_i-1)$
1	91	8190
2	3	6
3	3	6
4	3	6
Total	100	8208

Tabla 5.1

$$N(N - 1) = 100(100-1) = 9900$$

$$\text{Por lo tanto } D = \frac{9900}{8208} = 1.206140$$

Si se tienen los mismos 100 individuos en 4 especies con tamaño 50, 25, 15 y 10. Tabla 5.2

Especie	Individuos n_i	$n_i(n_i-1)$
1	50	2450
2	25	600
3	15	210
4	10	90
Total	100	3350

Tabla 5.2

$$D = \frac{9900}{3350} = 2.955223$$

Una población de 100 individuos con 4 especies alcanza una máxima diversidad si cada especie reúne a 25 individuos. En este caso el índice alcanza al valor máximo $D_{\max} = 4.125$. Tabla 5.3

Especie	Individuos n_i	$n_i(n_i-1)$
1	25	600
2	25	600
3	25	600
4	25	600
Total	100	2400

Tabla 5.3

$$D_{\max} = \frac{9900}{2400} = 4.125$$

Para calcular el valor máximo de D en un caso específico no hay necesidad de hacer una tabla, ya que es posible simplificar la fórmula para el caso ni constante.

$$D = \frac{N(N-1)}{\sum_{i=1}^s n_i(n_i-1)}$$

Suponemos $n_i = \frac{N}{s} \quad \forall i$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^s n_i(n_i-1) &= \sum_{i=1}^s \frac{N}{s} \left(\frac{N}{s} - 1 \right) = \frac{sN}{s} \left(\frac{N}{s} - 1 \right) \\ &= \frac{N(N-s)}{s} \end{aligned}$$

$$\text{Así } D_{\max} = \frac{N(N-1)}{N(N-s)/s} = \frac{s(N-1)}{N-s}$$

Con 4 especies y 100 individuos

$$D_{\max} = \frac{4(100-1)}{100-4} = 4.125$$

Si se calcula la razón de los índices obtenidos en los dos casos vistos respecto a la D_{\max} se obtiene.

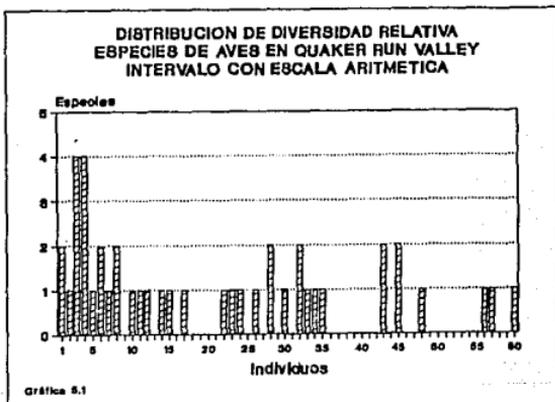
$$D_1 = \frac{1.206140}{4.125} = 0.292397$$

$$D_2 = \frac{2.955223}{4.125} = 0.716417$$

Podemos interpretar este resultado en el sentido de que en el primer caso se tiene un 29.2% de la D máxima y en el segundo un 71.6% de la D máxima para 4 especies y 100 individuos.

La serie logarítmica asociada al índice propuesto por Fisher indica que la mayoría de las especies tienen mínima abundancia. El número de especies representadas por un sólo individuo es siempre máxima, aunque este no es el caso de todas las comunidades naturales. Preston en 1948 sugirió expresar el eje x (No. de individuos) representado en una escala geométrica (logarítmica) más que en una escala aritmética.

Cuando esta conversión de escala se efectúa la distribución se presenta menos asimétrica. Consideremos como ejemplo un estudio de diversidad de especies de aves realizado en Quaker Run Valley, Nueva York. En la gráfica 5.1 se presenta la tabla de frecuencias en escala aritmética sin agrupamientos, en la gráfica 5.2 los mismos datos se han tabulado en intervalos cuya amplitud se incrementa en un factor de 2 y en la gráfica 5.3 se presentan los datos tabulados con intervalos cuya amplitud se incrementa por un factor de 3.



5.3 INDICE DE FISHER.

En 1943 Fisher, Corbet y Williams observaron que en cualquier comunidad existen pocas especies que se pueden considerar comunes y muchas más especies que se consideran raras. Los autores referidos realizaron un conteo y luego graficaron los datos de extensas muestras y concluyeron que los datos registrados se ajustaban mejor mediante series logarítmicas que puedan ser representadas como sigue:

$$\alpha x, \frac{\alpha x^2}{2}, \frac{\alpha x^3}{3}, \frac{\alpha x^4}{4} \dots$$

donde

αx = Número de especies capturadas representadas por un individuo

$\frac{\alpha x^2}{2}$ = Número de especies capturadas representadas por dos individuos

etc.

La suma de los términos es igual al total de especies capturadas.

La serie se ajusta mediante dos parámetros: el número de especies en la muestra y el número de individuos en la muestra, lo que da lugar a la relación

$$S = \alpha \log_e(1 + N/\alpha)$$

donde

S Número de especies en muestra
N Número de individuos en la muestra
 α Índice de diversidad

Un valor elevado de α representa mayor diversidad

Posteriormente Margalef en 1951 propuso una expresión más simple

$$\alpha = \frac{S - 1}{\log_e N}$$

DISTRIBUCION DE DIVERSIDAD RELATIVA
ESPECIES DE AVES EN QUAKER RUN VALLEY
INTERVALO DE PROGRESION GEOMETRICA X2

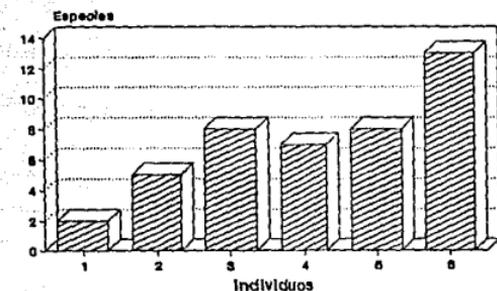


Gráfico 5.2

DISTRIBUCION DE DIVERSIDAD RELATIVA
ESPECIES DE AVES EN QUAKER RUN VALLEY
INTERVALOS EN PROGRESION GEOMETRICA X3

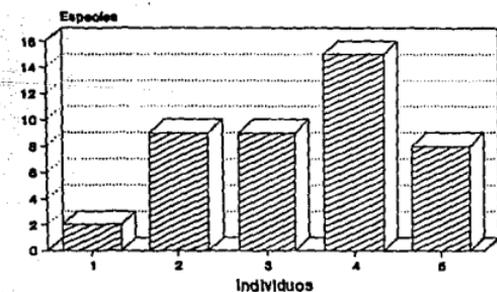


Gráfico 5.3

5.4 INDICE DE SHANNON - WIENER

Otro enfoque para el estudio de la diversidad de especies se refiere a la heterogeneidad de una comunidad. Entre las mas conocidas medidas de heterogeneidad se encuentra la aplicación del índice de Shannon-Wiener,¹ originalmente desarrollado en el marco de la Teoría de la Información, cuyo objetivo es la medición del monto de orden o de desorden contenido en un sistema. Para caracterizar el orden en una comunidad algunos autores (Margalef 1958) proponen cuatro tipos de información:

- 1) El número de especies.
- 2) El número de individuos de cada especie.
- 3) Los lugares ocupados usualmente por las especies.
- 4) Los lugares ocupados de cada especie.

El índice de Shannon-Wiener sugerido por Margalef tiene la ventaja de no requerir supuestos de log normalidad ni de desarrollos de series geométricas. Con este índice se pretende responder a la predicción correcta del número de individuos de cada especie que se espera coleccionar en una muestra.

Este problema tiene analogía con la medida de la incertidumbre en la predicción de la siguiente letra en un mensaje, situación prevista en la fórmula de Shannon-Wiener.

$$H = - \sum_{i=1}^s p_i \log_2 p_i$$

Donde

H Información contenida en una muestra o índice de diversidad en nuestro contexto.

S Número de especies

N Número de individuos $N = \sum_{i=1}^s n_i$

P_i Proporción de individuos de una misma especie respecto al total de individuos.

$$P_i = \frac{n_i}{N}$$

¹Esta función fue independientemente derivada por Shannon y Wiener, sin embargo, Shannon-Weaver la publicó por primera vez en 1949.

Si aplicamos el índice H a la situación hipotética descrita al inicio del capítulo. Dos especies con 91 individuos de una especie y 9 individuos de otras tres especies, respectivamente.

Como la fórmula requiere el cálculo de logaritmos de base 2 se empleará la siguiente relación en el cálculo. Tabla 5.4

$$\log_2 x = \frac{\log_e x}{\log_e 2} = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} 2}$$

Especie	Individuos ni	Pi	log2(Pi)	Pilog2(Pi)
1	91	0.91	-0.13606	-0.12382
2	3	0.03	-5.05889	-0.15177
3	3	0.03	-5.05889	-0.15177
4	3	0.03	-5.05889	-0.15177
Total	100	1.00		-0.57912

Tabla 5.4

Por tanto $H = 0.57912$

Si en segundo término se consideran 100 individuos, 50 de una especie, 25 de una segunda especie, 15 de una tercera y 10 de una cuarta especie se obtiene entonces: tabla 5.5

Especie	Individuos ni	Pi	log2(Pi)	Pilog2(Pi)
1	50	0.50	-1.00000	-0.50000
2	25	0.25	-2.00000	-0.50000
3	15	0.15	-2.73697	-0.41054
4	10	0.10	-3.32193	-0.33219
Total	100	1.00		-1.74274

Tabla 5.5

Con $H = 1.74274$, lo cual coincide con la expectativa de considerar en el segundo ejemplo mayor diversidad.

Si se consideraran las mismas 4 especies pero con 25 individuos cada una. Lo que daría una equidad máxima al índice se obtiene una $H = 2.00000$.
Tabla 5.6.

Especie	Individuos n_i	P_i	$\log_2(P_i)$	$P_i \log_2(P_i)$
1	25	0.25	-2.00000	-0.50000
2	25	0.25	-2.00000	-0.50000
3	25	0.25	-2.00000	-0.50000
4	25	0.25	-2.00000	-0.50000
Total	100	1.00		-2.00000

Tabla 5.6

Para obtener la H máxima asociada a una tabla de distribución de especies, no es necesario realizar el cálculo de una tabla con especies homogéneas en cuanto al número de individuos.

Se parte de la fórmula de Shannon-Wiener:

$$H = - \sum_{i=1}^s p_i \log_2 p_i$$

Donde $P_i = \frac{n_i}{N}$, si además $n_i = \frac{N}{s}$ para toda i , esto es, suponemos homogéneas se obtiene:

$$P_i = \frac{1}{s}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore H_{\max} &= - \sum \frac{1}{s} \log_2 \frac{1}{s} \\
 &= - \frac{s}{s} \log_2 \frac{1}{s} \\
 &= - (-\log s) \\
 H_{\max} &= \log s \quad \text{y} \quad \log_2 4 = 2 \\
 \text{Como } H_{\max} &= 2
 \end{aligned}$$

Así al tomar el cociente de la H obtenida entre la H(max) se obtiene una medida porcentual de la diversidad respecto del máximo posible para el número de especies dado.

$$\frac{H}{H_{\max}} = \frac{0.57911}{2} = 0.28955 \quad \text{ó} \quad 28.9\%$$

Y para el segundo caso:

$$\frac{H}{H_{\max}} = \frac{1.74273}{2} = 0.871365 \quad \text{ó} \quad 87.1\%$$

El Instituto de Ciencias del Mar y Limnología de la UNAM realizó en el mes de julio de 1981 el crucero OPLAC/P-Y en aguas de la Sonda de Campeche en el Golfo de México, a bordo del buque de prácticas "MARSEP-1" y efectuaron una serie de capturas en 13 estaciones. Las frecuencias de captura de las 75 especies marinas identificadas fueron publicadas en 1986.² En la tabla 5.7 se ilustra el cálculo de los índices de Simpson, Margalef y Shannon-Wiener. Los valores obtenidos para cada indicador son los siguientes:

²Yañez-Arancibia y P. Sánchez-Gil; "Los peces Demersales de la Plataforma Continental del Sur del Golfo de México". Pub. Esp. 9-1-230 (1986); Publicaciones Especiales del Instituto de Ciencias del Mar y Limnología, 1986.

$$\begin{aligned} \therefore H_{\max} &= - \sum \frac{1}{s} \log_2 \frac{1}{s} \\ &= - \frac{s}{s} \log_2 \frac{1}{s} \\ &= - (-\log s) \end{aligned}$$

$$H_{\max} = \log s \quad \text{y} \quad \log_2 4 = 2$$

Como $H_{\max} = 2$

Así al tomar el cociente de la H obtenida entre la H(max) se obtiene una medida porcentual de la diversidad respecto del máximo posible para el número de especies dado.

$$\frac{H}{H_{\max}} = \frac{0.57911}{2} = 0.28955 \quad \text{ó} \quad 28.9\%$$

Y para el segundo caso:

$$\frac{H}{H_{\max}} = \frac{1.74273}{2} = 0.871365 \quad \text{ó} \quad 87.1\%$$

El Instituto de Ciencias del Mar y Limnología de la UNAM realizó en el mes de julio de 1981 el crucero OPLAC/P-Y en aguas de la Sonda de Campeche en el Golfo de México, a bordo del buque de prácticas "MARSEP-1" y efectuaron una serie de capturas en 13 estaciones. Las frecuencias de captura de las 75 especies marinas identificadas fueron publicadas en 1986.² En la tabla 5.7 se ilustra el cálculo de los índices de Simpson, Margalef y Shannon-Wiener. Los valores obtenidos para cada indicador son los siguientes:

²Yañez-Arancibia y P.Sánchez-Gil; "Los peces Demersales de la Plataforma Continental del Sur del Golfo de México". Pub. Esp. 9-1-230 (1986); Publicaciones Especiales del Instituto de Ciencias del Mar y Limnología, 1986.

Simpson	D = 14.9227
Máxima de Simpson	= 75.9129
Razón D/Dmax	= 0.1965
Margalef	= 8.4815
Shannon-Wiener	H = 4.4773
Máxima Shannon-Wiener Hmax	= 6.2288
Razón H/Hmax	= 0.7188

Como se puede observar las razones de los indicadores de Simpson y Shannon-Wiener respecto del valor máximo para la combinación de especies (75) e individuos (6154) muestran valores muy diferentes. En el caso del índice de Simpson la razón es de 0.1965 o 19.6% del máximo.

La razón correspondiente a Shannon-Wiener es de 0.7188 ó 71.8%. Ello crea desconcierto al interpretar un caso particular. Así consideramos cierta limitación de los indicadores para comprender intuitivamente sus valores, ya sea en forma absoluta o relativa.

BIODIVERSIDAD DE LOS PÉCES DE LA SONDA DE CAMPECHE, VERANO 1981

Parte A

Espece	Individuos ni	ni(ni-1)	n/N	(ni/N)Log2(ni/N)
1 Sphyrna tiburo	6	30	0.000974	-0.00975
2 Raja texana	8	56	0.001299	-0.01246
3 Narcine brasiliensis	1	0	0.000162	-0.00205
4 Aetobatus narinari	1	0	0.000162	-0.00205
5 Hoplunnis diomedianus	17	272	0.002762	-0.02348
6 Harengula jaguana	256	65280	0.041598	-0.19083
7 Oplisthonema oglinum	25	600	0.004062	-0.03227
8 Sardinella aurita	1	0	0.000162	-0.00205
9 Cetongraulis edentulus	584	340472	0.094897	-0.32241
10 Anchoa lamprotaenia	15	210	0.002437	-0.02116
11 Anchoa mitchilli mitchilli	9	72	0.001462	-0.01377
12 Synodus foetens	229	52212	0.037211	-0.17668
13 Saurida brasiliensis	2	2	0.000324	-0.00377
14 Artus felis	95	8930	0.015437	-0.09289
15 Bagro marinus	15	210	0.002437	-0.02116
16 Porichthys porosissimum	34	1122	0.005524	-0.04144
17 Antennarius ocellatus	3	6	0.000487	-0.00538
18 Antennarius scaber	13	156	0.002112	-0.01877
19 Ogocephalus radicans	1	0	0.000162	-0.00205
20 Lepopidium brevibarbe	18	306	0.002924	-0.02482
21 Lepopidium marmoratum	9	72	0.001462	-0.01377
22 Scorpaena calcarata	6	30	0.000974	-0.00975
23 Prionotus ponciliatus/beani	417	173472	0.067760	-0.26314
24 Prionotus scitulus	2	2	0.000324	-0.00377
25 Prionotus opnyras	12	132	0.001949	-0.01755
26 Bollator militaris	28	756	0.004549	-0.03540
27 Dactyloperus vullans	3	6	0.000487	-0.00538
28 Centropomus undecimalis	11	110	0.001787	-0.01632
29 Diplectrum radiale	170	28730	0.027624	-0.14304
30 Diplectrum formosum	7	42	0.001137	-0.01112
31 Serranus atrobranchus	110	11990	0.017874	-0.10378
32 Centropristes ocyurus	1	0	0.000162	-0.00205
33 Priacanthus arenatus	4	12	0.000649	-0.00688
34 Trachurus lathami	2	2	0.000324	-0.00377
35 Selene setapinnis	237	55932	0.038511	-0.18095
36 Selene vomer	26	650	0.004224	-0.03332
37 Chloroscombrus chrysurus	442	194922	0.071823	-0.27289
38 Eucinostomus gula	140	19460	0.022749	-0.12417
39 Eucinostomus argenteus	41	1640	0.006662	-0.04817
40 Diapterus rhombeus	3	6	0.000487	-0.00538
41 Diapterus auratus	4	12	0.000649	-0.00688
42 Haemulon aureolineatum	1	0	0.000162	-0.00205
43 Calamus	1	0	0.000162	-0.00205
44 Lagodon rhomboides	8	56	0.001299	-0.01246
45 Stenotomus caprinus	191	36290	0.031036	-0.15549
46 Cynoscion nothus	797	634412	0.129509	-0.38191
47 Cynoscion arenarius	87	7482	0.014137	-0.08686
48 Mentidion americanus	21	420	0.003412	-0.02796
49 Mentidion saxatilis	20	380	0.003249	-0.02686

DIVERSIDAD DE LOS PECES DE LA SONDA DE CAMPECHE, VERANO 1981

Parte B

Especie	Individuos ni	n(ni-1)	ni/N	(ni/N)Log ₂ (ni/N)
50 Micropogon undulatus	30	870	0.004874	-0.03744
51 Steiliffer colonensis/ancaolatus	573	327756	0.093110	-0.31889
52 Equetus acuminatus	5	20	0.000812	-0.00834
53 Upeneus parvus	48	2256	0.007799	-0.05462
54 Chaetodipterus faber	4	12	0.000649	-0.00688
55 Sphyræna guachancho	6	30	0.000974	-0.00975
56 Polydactylus octonemus	104	10712	0.016899	-0.09949
57 Nicholsina usta	8	56	0.001299	-0.01246
58 Bollmannia boqueronensis	41	1640	0.006662	-0.04817
59 Trichurus lepturus	280	78120	0.045498	-0.20284
60 Peprilus paru	6	30	0.000974	-0.00975
61 peprilus triacanthus	19	342	0.003087	-0.02575
62 Syacium gunteri	687	471282	0.111634	-0.35312
63 Syacium papillosum	3	6	0.000487	-0.00536
64 Cyclopsella chittendeni	8	56	0.001299	-0.01246
65 Ancyropsella quadrocellata	17	272	0.002762	-0.02348
66 Citharichthys macrops	11	110	0.001787	-0.01632
67 Citharichthys spilopterus	71	4970	0.011537	-0.07427
68 Etropus crossotus	31	930	0.005037	-0.03845
69 Bolitrus ocellatus	1	0	0.000162	-0.00205
70 Gymnachirus nudus	16	240	0.002599	-0.02233
71 Symphurus plagiusa	24	552	0.003899	-0.03121
72 Ballistes crapulus	12	132	0.001849	-0.01755
73 Lagocephalus laevigatus	6	30	0.000974	-0.00975
74 Sphoeroides dorsalis	8	56	0.001299	-0.01246
75 Chilomycterus schoepfli	1	0	0.000162	-0.00205
Total de especies	8154	3E+06	1	-4.47731583

Fuente de Datos: A. Yañez-Arancibia y P. Sánchez-Gil

INDICADORES DE DIVERSIDAD	
Índice de Simpson	D = 14.922
Máxima de Simpson	D _{max} = 75.912
Razón	D/D _{max} = 0.1965
Índice de Margalef	= 8.4615
Índice de Shannon-Wiener	H = 4.4773
Máxima Shannon-Wiener	H _{max} = 6.2288
Razón	H/H _{max} = 0.7168

Gráfica 5.7

ANEXO 2.

5.5 DERIVACION DEL INDICE DE SHANNON-WIENER.

Una población de individuos de diferentes especies se pueden considerar como un espacio de biotipos de la forma $n_1, n_2, \dots, n_1, \dots, n_m$ donde n_i representa el total de individuos de la especie i , la m indica el total de especies. La población total queda definida por

$$N = \sum_{i=1}^m n_i \quad (1)$$

La probabilidad de obtener un individuo de la especie i en una selección al azar sería.

$$P_i = \frac{n_i}{N}; \quad \sum_{i=1}^m P_i = 1 \quad (2)$$

Si se consideran las permutaciones de N objetos teniendo n_i de cada clase e indistinguibles dentro de su clase están dadas por

$$\frac{N!}{n_1! n_2! \dots n_m!} = \frac{N!}{\prod_{i=1}^m n_i!} \quad (3)$$

Suponiendo que cada permutación es igualmente probable es posible aplicar la fórmula de mecánica estadística para entropía de Boltzmann.

$$H = k \log \left[\frac{N!}{\prod_{i=1}^m n_i!} \right] \quad (4)$$

donde k es una constante

$$= k \left[\log N! - \sum_{i=1}^m \log n_i! \right] \quad (5)$$

Suponiendo que si las n_i son suficientemente grandes es posible aplicar la aproximación de Stirling para logaritmos de factoriales. (Asociados a la función Γ).

$$\log \Gamma(x+1) = \log x! = x(\log x - 1) \quad (6)$$

Al aplicar (6) en (5) se obtiene:

$$H = k \left[N (\log N - 1) - \sum_{i=1}^n n_i (\log n_i - 1) \right]$$

$$= k \left[N \log N - N - \sum_{i=1}^n n_i \log n_i + \sum_{i=1}^n n_i \right]$$

$$= k \left[N \log N - \sum_{i=1}^n n_i \log n_i \right]$$

$$= -k \left[\sum_{i=1}^n n_i \log n_i - N \log N \right]$$

$$= -k \left[\sum_{i=1}^n n_i \log n_i - \sum_{i=1}^n n_i \log N \right]$$

$$= -k \left[\sum_{i=1}^n n_i (\log n_i - \log N) \right]$$

$$= -k \left[\sum_{i=1}^n n_i \log \frac{n_i}{N} \right]$$

Y la entropía media por individuo en la población es:

$$\bar{H} = -k \left[\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N} \log \frac{n_i}{N} \right]$$

$$\bar{H} = -k \left[\sum_{i=1}^n P_i \log P_i \right]$$

CAPITULO 6

CAPTURA Y RECAPTURA



CAPITULO 6

6.1 METODOS DE CAPTURA Y RECAPTURA.

En muchas poblaciones de animales es prácticamente imposible determinar el número de individuos por unidad de área o volumen y en consecuencia a partir de la diversidad, estimar el total de individuos en una región. La estimación de otros parámetros de la dinámica poblacional, como son los nacimientos, muertes y migraciones presentan dificultades análogas.

La forma como los ecólogos resuelven estas dificultades es mediante la captura de una muestra de individuos que son marcados y posteriormente liberados en el mismo habitat, para en una captura posterior, determinar las proporciones de individuos marcados y no marcados. Con estas proporciones es posible hacer inferencias a toda la población.

Desde hace buen tiempo se estudian técnicas alternativas de captura, marcaje y estimación de parámetros. Debido a que los datos proceden de muestras y hay que efectuar estimaciones, paralelamente se hace estudiando las propiedades estadísticas de los estimadores, cálculo de varianzas y tamaños de muestras. Entre los primeros estudios publicados en ese sentido se encuentra el que se refiere al índice de Lincoln y Peterson (1930), que permite estimar el total de la población con una característica dada. Para su cálculo se procede a tomar una muestra al azar de 100 individuos que posteriormente son liberados y una vez que se han dispersado se procede a tomar una segunda muestra de otros 100 individuos. Si en la segunda muestra el número de individuos marcados es de 20 sujetos se podrá considerar que la población total guarda proporción con los marcados y que sería entonces de aproximadamente 500 individuos.

Los tipos de marcas que se usan son diversos tipos de pinturas, bandas, anillos, mutilaciones, perforaciones, inyecciones e isótopos radiactivos.

Un principio básico de estos métodos es que el procedimiento de marca no afecta la longitud de los animales una vez que son liberados. Por ejemplo, en estudios de insectos cuya marca se hace por pintura hay que tener cuidado de que ni la pintura ni el solvente sean tóxicos para el insecto, o que la pintura no la hará presa más fácil de sus depredadores.

Hay varios supuestos inherentes a la aplicación de los métodos de captura recaptura, pero que pueden resumirse Lincoln (1930) en los siguientes:

6.2 CAPTURA Y RECAPTURA.

- a) Los animales marcados no son afectados por la marca.
- b) La marca no se pierde entre los momentos de muestreo.
- c) Los animales marcados se mezclan completamente con la población.
- d) La población se muestrea aleatoriamente respecto a su estado de marca.
- e) Individuos de diferentes edades y sexo son muestreados y están disponibles en forma homogénea independientemente de su posición en el habitat.
- f) Las muestra se toman a intervalos regulares de tiempo.
- g) La probabilidad de recapturar un individuo marcado es la misma que la de capturar individuos no marcados.
- h) La población es cerrada, esto es que no hay movimientos migratorios.
- i) No hay nacimientos y muertes en el período captura-recaptura o si los hay se hacen los ajustes necesarios.

Desde luego, en la práctica se presentan situaciones que no cumplan cabalmente los supuestos y provocan errores adicionales a los considerados en el diseño de muestreo. Por ejemplo, algunos autores han notado que hay diferencia en las probabilidades de captura de individuos de diferente sexo, por lo que se considera recomendable evaluar en forma separada machos y hembras.

También se ha verificado que parte de las poblaciones nunca son capturadas, o no son accesibles debido a particularidades de ciertos individuos o del habitat.

A continuación se presentan algunos diseños y estimadores alternativos.

6.3 Método de Lincoln Peterson (1930)

Conocido también como muestreo directo, el método supone igualdad de razones de la población total respecto del conjunto de sujetos marcados y de la muestra total en la recaptura respecto de los individuos marcados que son recapturados.

Sean

- N Población total
- m Individuos marcados en la primera muestra
- n Individuos capturados en la segunda muestra
- r Individuos con marca recapturados en la segunda muestra

Se supone la igualdad de razones

$$\frac{N}{m} = \frac{n}{r}$$

de donde

$$\hat{N} = \frac{nm}{r}$$

el signo $\hat{}$ se aplica a N en su calidad de estimador y no del parámetro poblacional N que es desconocido.

Bajo el supuesto de que ambas muestras son aproximadamente iguales ($m=n$) la varianza del estimador se puede calcular con la siguiente fórmula propuesta por Bailey en 1952.

$$V(\hat{N}) = \frac{m^2 n(n-r)}{r^2}$$

Así, bajo el supuesto de normalidad los límites de un intervalo de 95% de confianza para la estimación de N serían

$$Ll = N - 1.96 \sqrt{\frac{m^2 n(n-r)}{r^2}}$$

$$Ls = N + 1.96 \sqrt{\frac{m^2 n(n-r)}{r^2}}$$

El estimador \hat{N} no es insesgado, debido a que su esperanza matemática se aproxima a:

$$E(\hat{N}) \doteq N + \frac{N(N-m)}{nm}$$

Por lo tanto si las muestras m y n son suficientemente grandes el sesgo se aproxima a cero.

En caso de disponer de muestras pequeñas, Bailey (1951) propuso un estimador menos sesgado

$$\hat{N} = \frac{m(n+1)}{r+1}$$

cuya varianza aproximada está dada por

$$V(\hat{N}) = \frac{m^2(n+1)(n-r)}{(r+1)^2(r+2)}$$

6.4 Métodos de Muestreo Indirecto.

En los dos casos anteriores se determina el tamaño de muestra n , si ello es posible. Otra alternativa es determinar el número de animales a ser capturados con marca en la segunda muestra. La ventaja de este método es la de obtener un estimador insesgado para la población Bailey (1952).

$$\hat{N} = \frac{n(m+1)}{r} - 1$$

cuya varianza es:

$$V(\hat{N}) = \frac{(m-r+1)(m+1)n(n-r)}{r^2(r+1)}$$

En muestreo inverso también es posible utilizar el índice de Lincoln

$$\hat{N} = \frac{nm}{r}$$

Con la particularidad de que ahora r es fijado de antemano y n es aleatorio. Su varianza en esta modalidad se calcula mediante la expresión:

$$V(\hat{N}) = \frac{m^2 n(n-r)}{r^2(r+1)}$$

6.5 Muestreo con Recapturas Sucesivas.

Cuando en lugar de tomar una muestra posterior a la marca, se toman una serie de muestras sucesivas, es posible utilizar las razones parciales r_i/n_i para calcular el error estándar de la población estimada.

$$\hat{N} = \frac{m}{R_T}$$

Los modelos de captura-recaptura múltiple de tipo determinístico suponen que la tasa de sobrevivencia sobre un período adopta valores exactos. Realmente resulta más adecuado establecer que en la naturaleza cualquier animal tiene cierta probabilidad de sobrevivir en un período dado. Esta probabilidad solamente se puede expresar mediante un modelo estocástico. Los modelos estocásticos presentan diversas dificultades de cálculo, los primeros modelos fueron propuestos en la década de los 50s (Darroch 1958, 1959). Posteriormente Seber y Jolly (1965) propusieron modelos que consideran tanto las pérdidas en la población (muertes o emigraciones), como incrementos (nacimientos e inmigraciones). El modelo de Jolly incorpora ajustes en los casos de animales muertos accidentalmente después de la captura y antes del momento de liberación. Este caso es muy frecuente en estudios etnomológicos. Estas características del modelo de Jolly lo hacen apropiado para esquemas con tres o más recapturas y frecuentes incrementos o decrementos en la población. Hay que hacer notar que en el método de Jolly es relevante solamente en la última marca.

La ecuación básica para estimar la población del método de Jolly es:

$$\hat{N}_i = \frac{M_i n_i}{r_i}$$

\hat{N}_i estimación de la población en el día i

M_i estimación del número total de animales marcados al día i

r_i total de animales marcados recapturados el día i

n_i total de animales capturados del día i

Para ilustrar el procedimiento se toman datos del propio Jolly, publicados en 1965.

En la tabla 6.1 se registran los días de captura de última recaptura. Se suman las columnas y se obtiene el número de animales con capturas subsecuentes (R_i). Por ejemplo en el día 7 el total de animales con capturas subsecuentes son 108.

En otra sección de la tabla se registra el total de animales capturados el día i que habían sido marcados el día j o antes. El número de animales marcados antes del tiempo i , los cuales no habían sido atrapados en la i -ésima muestra, pero sí lo habían sido de manera subsecuente (Z_i) se calculan sumando en la parte superior de la diagonal de la tabla excepto las partes en recuadro, estas representan el número de recapturas en el día (r_i).

Para estimar el número total de animales marcados en la población que tengan la posibilidad de caer en la muestra del día se determinan a partir de:

$$\hat{M}_i = \frac{\alpha_i Z_i}{R_i} + r_i$$

$$\text{Así } M_7 = (243)(110)/108 + 112 = 359.5$$

La proporción de animales marcados en la población en el momento de la captura en el día i se denominan α (ALFA) y se sitúa en el cuadro inferior a la tabla

$$\alpha_i = \frac{r_i}{n_i}$$

		Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11	Z12		
		14	57	71	89	121	110	132	121	107	88	60		
			1											
			1											
			3	1										
			0	4										
			2	6	3									
			4	1	5									
			7	6	7	6								
		5	6	4	3	6								
ni	ai	3	10	12	8	7	9							
		10	23	14	7	6	8							
54	54	1	37	23	22	19	11	11						
146	143	10	2	56	34	21	11	15						
169	164	3	34	3	53	56	31	19	21					
209	202	5	18	33	4	77	40	28	19					
220	214	2	8	13	30	5	112	59	31	30				
209	207	2	4	8	20	43	6	86	50	30				
250	243	1	6	5	10	34	56	7	110	47	42			
176	175	0	4	0	3	14	19	46	8	84	46			
172	169	0	2	4	2	11	12	28	51	9	77	60		
127	126	0	0	1	2	3	5	17	22	34	10	72		
123	120	1	2	3	1	0	4	8	12	16	30	11	95	
120	120	0	1	3	1	1	2	7	4	11	16	26	12	
142	-	0	1	0	2	3	3	2	10	9	12	18	35	13
Dia		ri												

Ri =	80	70	71	109	101	108	99	70	58	44	35
Mi =	35.03	170.54	258.00	227.73	324.99	359.5	319.33	402.13	316.45	317.00	277.71
Ai	0.068	0.219	0.268	0.241	0.368	0.448	0.489	0.640	0.661	0.626	0.600
Ni =	511.37	778.97	962.89	945.31	882.12	802.46	653.52	628.78	478.44	506.38	462.86
Fi =	1.015	0.867	0.564	0.836	0.790	0.651	0.985	0.686	0.884	0.771	-
Bi =	262.98	291.79	406.48	96.83	107.05	135.65	-13.82	49.00	84.14	74.54	-
EE(Pi) =	151.20	129.30	140.90	125.50	96.10	74.80	61.70	51.80	65.80	70.20	-

Por ejemplo $\alpha_7 = \frac{112}{250} = 0.4480$

En cada día es factible obtener una estimación de la población mediante la fórmula:

$$\hat{N}_i = \frac{\hat{M}_i}{\alpha_i}$$

La probabilidad de que un animal vivo en el momento de liberación de la i -ésima muestra sobreviva al tiempo de captura de la muestra $i+1$ se obtiene como:

$$F_i = \frac{\hat{M}_i + 1}{\hat{M}_i - r_i + a_i}$$

Esta tasa de sobrevivencia puede ser convertida a una tasa de pérdida (efecto combinado de muerte y emigración) por:

$$r = 1 - F_i$$

El número de animales que se agregan a la población por nacimiento o inmigración entre el período i y el $i+1$ está dado por:

$$\hat{B}_i = \hat{N}_{i+1} - F_i(N_i - n_i + a_i)$$

La varianza del estimador de la población se calcula mediante la siguiente expresión derivada por Jolly.

$$V(\hat{N}_i) = N_i(N_i - n_i) \left[\frac{M_i - r_i + a_i}{M_i} \frac{1}{R_i} - \frac{1}{a_i} + N_i - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{N_i^2(j)}{B_j} \right]$$

Mediante el uso de valores estimados y no parametrales, por sus desconocidos y calculando su raíz cuadrada, se obtiene el error estándar de la estimación de la población al tiempo i . (Ver tabla 6.1)

CONCLUSIONES

La realización de este trabajo tuvo como objetivo presentar algunos modelos y métodos estadísticos y actuariales aplicados al campo de la ecología para probar que la participación interdisciplinaria entre actuarios y ecólogos puede redundar en el impulso de la investigación científica en nuestro país y para entender mejor el medio ambiente en que vivimos.

El crecimiento de las poblaciones puede ser modelado ante diversos supuestos sin que se pueda concluir que modelo es mejor pues su selección está en función del tipo fenómeno que se estudia y de la información disponible.

Las Tablas de mortalidad, instrumento básico en el trabajo actuarial y demográfico, es aplicada por los ecólogos con gran éxito en el análisis de la dinámica de poblaciones de animales y vegetales.

Los estudios ecológicos, cuyo interés radica en conocer el número de organismos, su distribución en el espacio, movimientos demográficos como migraciones disponen de excelentes alternativas de modelaje en conocidos modelos probabilísticos.

Para la medición de la diversidad de especies en una comunidad se calculan índices que se apoyan en una amplia gama de técnicas que van desde la teoría combinatoria hasta la reciente teoría de la información y del concepto de entropía desarrollado para explicar el comportamiento cinético de la materia. Estos modelos constituye un claro ejemplo de como modelos desarrollados para fines muy diversos pueden ser aplicados en la medida que se tenga la habilidad de identificar paralelismos y analogías en los fenómenos naturales.

El muestreo probabilístico tiene un papel preponderante en la estimación del tamaño y estructura de las poblaciones mediante los métodos de captura-recaptura. El estudio de estimadores y sus propiedades en este campo de aplicación se torna en un interesante reto para los estadísticos y particularmente para los muestristas.

BIBLIOGRAFIA



BIBLIOGRAFIA

- Bailey, N. T. J. 1951. On estimating the size of mobile population from recapture data. *biometrika* 38, 293-306.
- 1952. Improvements in the interpretation of recapture data. *J. anim. Ecol.* 21, 120-7.
- Begon, Michael., Harper, John L. and Townsend. 1986. *Ecology: Individuals, Populations and Communities*. Blackwell Scientific Publications. 876 p.
- Bertalanfy, Ludwing Von. 1968. *Teoría General de los Sistemas*, George Braziler, New York. 311 p.
- Bolaños, Federico. 1990; *El impacto biológico. Problema Ambiental Contemporáneo*; Universidad Nacional Autonoma de México, Ciudad Universitaria, México. 476 p.
- Calson, T. 1913. Über Geschwindigkeit Und Grosse der Hefevermerung in Würze. *Biochem. Z.* 57:313-334.
- Cox, George W. 1978. *General Ecology*; Wm. C. Brown, Company Publishers, Dubuque; Iowa, San Diego U.S.A. 232 p.
- Darroch, J. N. 1958. The multiple-recapture census. I. Estimation of a closed population. *Biometrika* 45, 343-59.
- 1959. The multiple-recapture census II. Estimation when there is immigration or death. *Biometrika* 46, 336-51.
- Elton, Adams and Dice. (1958). *The Ecology of Invasion by Animals and Plants*. Methuen, London.
- Fisher, R. A., Corbet, A. S. and Williams. 1943. The relation between the number of species and the number of individuals in a random sample of an animal population. *J. Anim. Ecol.* 12: 42-58.
- Harris, Bernard. 1966. *Theory of Probability*, Addison-Wesley, United States of America. 294 p.
- Johnson, Norman L. and Kotz, Samuel. 1969; *Distributions in Statistics*, Houghton Mifflin Company, Boston, U.S.A.
- Jolly, G. M. 1965. Explicit estimates from capture-recapture data with both death and immigration-stochastic model. *Bioetrika* 52, 225-47.

- Jordan, C. Wallace. 1967; Life Contingencies, Society Actuaries' Textbook, Second Edition, Williamstown, Massachusetts. 390 p.
- Krebs, Charles J. 1978, Ecology the Experimental Analysis of Distribution and Abundance, Harper & Row, Second edition, New York, Hagerstown, San Francisco, London. 677 p.
- Lincoln, F. C. 1930. Calculating waterfowl abundance on te basis of banding returns. U.S.D.A. Circ. 118, 1 - 4.
- Lotka, A.J., and Volterra, V. (1925) Elements of Physical Biology. Wilkins, Baltimore.
- Lowe, V.P.W. 1969. Population dynamics of red deer (*Cervus elaphus* L) on Rhum, J. Animal Ecol; 38:425-457.
- Margalef, R. 1951. Diversidad de especies en las comunidades naturales. Publnes. Inst. Biol. apli., Barcelona 6, 59-72.
- 1958. Information theory in ecology. Gen. Syst. 3:36-71.
- McArdle, R.E.; W.H. Meyer; and D.Bruce 1949 The yield of Douglas-fir in the Pacific North-west, USDA Tech
- Nybakken, James W. Reading in Marine Ecology, Harper & Row, New York, United States of America. pp. 482-531.
- Patten, Bernard C. 1971; Systems Analysis and Simulation in Ecology; Academic Press, New York and London. 607 p.
- Pearl, R; and L.J.Roed.
- 1920. On the Rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation Proc.. Nat. Acad. Sci. U.S. 6:275-288.
- 1922. The Biology of Death Lippincott, Philadelphia.
- 1923. The Rate of Living. Knopf, New York.
- Preston, F. W. 1948. the commonness and rarity of species. Ecology 29, 254-83.
- Odum Eugene P., 1979, Ecologia: El Vínculo entre las Ciencias Naturales y las Ciencias Sociales; compañía Editorial Continental, S.A, México; C.E.C.S.A. 295 p.

- Saber, G. A. F., 1965. A note on the multiple-recapture census. *Biometrika* 52, 249.
- Shannon, C. E. y Weaver, W., 1949. *Mathematical Theory of Communications*, Univ. of Illinois Press, Urbana, III.
- Simpson, E. H. 1949. Measurement of diversity. *Nature* 163:688.
- Smith, Robert Leo. 1974, *Ecology and Field Biology*. Harper & Row, Second edition, New York U.S.A. 850 p.
- Southwood, T.R.E. 1966, *Ecological Methods with particular reference to the study of insect populations*; Chapman and Hall; Second edition, Great Britain. 391 p.
- Verhulst, P.F. 1838 Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. *Corresp. Math Phys.* 10: 113-121.
- Yañez-Arancibia, A. y Sánchez, Gil P. 1986; Los peces demersales de la plataforma Continental del Sur del Golfo de México. I. Caracterización ambiental, ecología, evaluación de las especies, poblaciones y comunidades; Instituto Ciencias del Mar y Limnología, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, México. 229 p.
- Waters, W. E. 1969. The life table approach to analysis of insect impact, *J. Forestry*, 67:300-304.

REVISTAS

ALASEI

Agencia Latinoamericana de Servicios Especiales de Información.

- Medio Ambiente "La destrucción de la Atmósfera" AL-TDS-115-86-12
- México Contaminación "Ahora la lluvia ácida" AL-TDS-53-86 06
- México Contaminación "Ahora los tóxicos anti-plagas" AL-TDS-67-86 7
Dr. Sánchez, Vicente.
- México Ecología "Huexoculco: una experiencia alternativa"
Investigadora. Paré, Luisa: AL-TDS-33-86 04.
- México Ecología "Urbanización y Medio Ambiente" AL-TDS-75-86 8
- América Latina-Medio Ambiente "Un bloque en la capa de ozono".
AL-TDS-83-86
9.

Camino Blanco

- Publicación Mensual de Ecoturismo y cultura en México. Año II. Núm. 1.
Nueva Epoca. mayo de 1993. 24 p.

Ciencias

- Soberón, Jorge Compilador. 1990. Ecología y Conservación en México.
Número Especial 4 julio 1990. Facultad de Ciencias. Centro de
Ecología. 112 p.

Ciencia y Desarrollo, CONACYT

- Báez, P. 1989. Lluvia Acida, una realidad. Antonio Báez P; vol. XV
Núm. 87 julio-agosto 1989. p. 41-47.
- Botello, Alfonso V. 1982. La Contaminación en el Mar. Núm. 43 marzo-
abril 1982. p. 91-100.
- Campbell, Federico. 1979. La Ecología como Dicipina en la
Investigación Científica. Núm. 27 julio-agosto 1979. p. 15-23.

- Casanova, Francisco; Páramo, Víctor Hugo y Gutiérrez, Antonio. 1986. Contaminación de automóviles en la Ciudad de México. Núm. 70 septiembre-octubre 1986. p 51-58.
- Castellanos, Aradit., y Rodríguez-Estrella, Ricardo. 1992. La situación del Zenzontle de Socorro Mimodes Graysoni. mayo-junio 1992. p. 64-75.
- Cervantes-Reza, Fernando A., y Martínez, Vázquez, Jesús. 1987. Ecología energética de mamíferos. Núm 72 enero-febrero 1987. p. 23-37.
- di Castri, Francesco. 1983. La Ecología Moderna: Génesis de una Ciencia del Hombre y de la Naturaleza. Núm. 52 septiembre-octubre 1983. p. 34-40.
- Dirzo, Rodolfo. 1991. Rescate y Restauración Ecológica de la Selva de los Tuxtlas. Vol XVII Núm. 97 marzo-abril 1991. p. 33-45.
- Falcón, Briseño, Yolanda. 1984. Contaminación por Partículas Atmosféricas en la Ciudad de México. Núm. 54 enero-febrero 1984. p. 101-104.
- Falcón, Briseño, Yolanda. 1989. Contaminación Atmosférica de Origen Fotoquímico. Vol. XV Núm. 88 septiembre-octubre 1989. p. 67-73.
- Garduño, Ochoa, Raúl. 1985. Muestreo Aplicado a la abundancia de recursos bióticos. Núm. 64 septiembre-octubre 1985. p. 57-68.
- Goldberg, Edward D. 1978. Contaminación del Mar: pasado, presente, futuro. Núm. 22 septiembre-octubre 1978. p. 24-34.
- Halfpter, Gonzálo., y Ezcurra, Ezequiel. 1983. Diseño de una Política Ecológica para el Valle de México. Vol. IX Núm. 53 noviembre-diciembre 1983. p. 89-96.
- Halfpter, Gonzálo. 1992. Diversidad Biológica y Cambio Global. mayo-junio 1992. p. 33-38.
- Jardel, Enrique., y Sánchez-Velásquez, Lázaro R. 1989. La sucesión forestal fundamento ecológico de la silvicultura. Vol. XIV Núm. 84 enero-febrero 1989. p. 33-43.
- López-Portillo, Jorge., Keyes, Michael R., González, Alberto., Cabrera, C. Edgar., y Sánchez, Odilón; 1990. Los Incendios de Quintana Roo: Catástrofe Ecológica o Evento Periódico?. Vol. XVI Núm. 91 marzo-abril 1990. p. 43-57.

- Ortuza, Ximena. 1978. Conceptos Fundamentales para el Conocimiento adecuado de la Zona Costera: Diagnósis Ecológica. Núm. 19 marzo-abril 1978. p. 78-85.
- Pérez, Zapata, Aura Judit. 1983. Contaminación de Plomo en Coatzacoalcos. Núm 52 septiembre-octubre 1983. p. 80-86.
- Rapoport, Eduardo H. 1979. Transporte y Comercio de Especies Invasoras; un nuevo concepto de contaminación. Núm. 27 Julio-Agosto 1979. p. 24-29.
- Segovia, Nuria., y Silvia Bulbullan, Silvia. 1986. La radioactividad en el habitat. Núm. 70 septiembre-octubre 1986. p. 41-48.
- Toledo, Victor Manuel. 1985. Las eco-comunidades: un diseño ecológico para el desarrollo rural de México. Victor Manuel Toledo; Núm. 62 mayo-junio 1985. p. 25-32.
- Toledo, Alejandro., Botello, Alfonso. V., Herzig, Mónica., Páez, Margarita., Bozada, Lorenzo., Contreras, Francisco., Cházaro, Miguel., y Baéz, Antonio. 1989. La Contaminación en la Región de Río Coatzacoalcos; Vol. XV Núm. 86 mayo-junio 1989. p. 27-46.
- Velasco, Levy, Alejandro. 1983. La Contaminación Atmosférica en la Ciudad de México. Núm. 52 septiembre-octubre 1983. p. 59-68.

Contactos. Ciencia y Cosmos.

- García Leopoldo., Scherer, Colín. 1991. "El Concepto de Entropía". Revista de Educación en ciencias básicas e ingeniería, Núm. 3. Nueva Epoca. mayo-agosto 1991. p. 77-91.

El Cotidiano

- Núm. 47 Ecología y Desarrollo UAM, Unidad Azcapotzalco. Mayo, 1992. Año 8. 88 p.

Financiero

- Ramírez, Chávez, Francisco. Septiembre 1990. México rumbo al cumplimiento de la ley de equilibrio Ecológico. p. 50-60.

GeoMundo

- Hernández, Marco A. 1993. Contaminación y Salud. Marco Año XVII Núm. 7 México. p. 100-107.

Integral

- Lovelock. Núm. 138. La Salud del Planeta Diagnosticada por James Lovelock, creador de la hipótesis Gaia.

Muy Interesante.

- Moreno, Emiliano. 1993. Las Plantas de Nunca Jamás. 40,000 Especies Vegetales condenadas a desaparecer. Año X. Núm. 6. 1993.
- Soberón. 1990. Entrevista a Jorge Soberón Mainero "Investiga la ecología de poblaciones" 1990. p. 35-37.
- Número Especial de Ecología "S.O.S Salvemos Nuestro Planeta. Número 3. 1992. 82 p.

Time International

- Vanishing Ozone the danger comes closer. february 17, 1992 Vol. 139 No. 7. 52 p.