



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

01161

4
20

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MODELO ANALÍTICO NO LINEAL PARA LA RESPUESTA DE PUENTES DE
CONCRETO ANTE SISMO

TESIS PRESENTADA EN
LA FACULTAD DE INGENIERÍA
COMO ASPIRANTE AL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA
(ESTRUCTURAS)

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

POR
ALEJANDRO MOTA ARTEAGA

CIUDAD UNIVERSITARIA, COYOACÁN, D. F., MÉXICO

17 de agosto de 1993

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	9
CAPÍTULO 1 MODELOS MATEMÁTICOS PARA PUENTES DE CONCRETO	13
1.1 Descripción del sistema estructural de los puentes	13
1.2 Idealización de la rigidez	14
1.2.1 Rigidez de las vigas	15
1.2.2 Rigidez de las columnas y de los estribos	16
1.2.3 Rigidez de la cimentación	16
1.3 Idealización de la masa	17
1.4 Idealización del amortiguamiento	18
1.4.1 Amortiguamiento o fricción de Coulomb	18
1.4.2 Amortiguamiento viscoso	19
1.4.3 Amortiguamiento estructural o histerético	19
1.5 Idealización de las juntas de dilatación	22
1.6 Modelos lineales y no lineales	24
1.6.1 Modelos lineales	25
1.6.2 Modelos no lineales	25
CAPÍTULO 2 ELEMENTOS ELASTOPLÁSTICOS EN FLEXIÓN	27
2.1 Consideraciones básicas	27
2.2 Resistencia última	29
2.3 Funciones de interacción generalizadas	31
2.4 Rigidez tangente para elementos viga columna elastoplásticos en flexión	34
2.5 Técnicas numéricas para evaluar la rigidez tangente	38

CAPÍTULO 3 JUNTAS DE DILATACIÓN CON COMPORTAMIENTO

NO LINEAL	41
3.1 Consideraciones básicas.....	41
3.2 Modelo de fricción	43
3.3 Matriz de rigidez de la junta de dilatación de fricción.....	47
3.4 Fuerzas de fricción de Coulomb en el modelo de fricción.....	52
3.5 Modelo histerético.....	53
3.6 Rigidez sin impacto para la junta de dilatación histerética.....	55
3.7 Rigidez de impacto para la junta de dilatación histerética	57
3.8 Rigidez por fricción de Coulomb para la junta de dilatación histerética.....	58

CAPÍTULO 4 MÉTODOS DE EVALUACIÓN

DE LA RESPUESTA ANTE SISMO	63
4.1 Ecuaciones básicas de la dinámica estructural	63
4.2 Evaluación paso a paso de las ecuaciones del movimiento.....	66
4.3 Medidas para evaluar la calidad de la solución numérica	70
4.4 Subdivisión del intervalo de tiempo.....	71
4.5 Procedimiento iterativo para el equilibrio.....	72
4.6 Procedimiento para la evaluación paso a paso de las ecuaciones del movimiento.....	74
4.6.1 Fase inicial por carga estática.....	74
4.6.2 Integración de las ecuaciones de movimiento en el tiempo	75

CAPÍTULO 5 NEABS, PROGRAMA PARA EL ANÁLISIS SÍSMICO NO LINEAL

DE PUENTES	77
5.1 Aspectos básicos	77
5.2 Problemas de traslado del programa entre diferentes computadoras	78

5.3 Estructura interna del programa	81
5.4 Resultados que se obtienen del programa	83
5.4.1 Desplazamientos estáticos	83
5.4.2 Fuerzas estáticas	84
5.4.3 Historias de las aceleraciones o aceleraciones máximas.....	84
5.4.4 Historia del desplazamiento o desplazamientos máximos	85
5.4.5 Historias de las fuerzas internas o fuerzas internas máximas.....	85
5.4.6 Historias o máximos de fuerzas y deformaciones inelásticas.....	86
CAPÍTULO 6 CASOS ESTUDIADOS DE PUENTES Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	87
6.1 Casos estudiados.....	87
6.2 Tipos de análisis efectuados para los casos seleccionados.....	96
6.3 Análisis modal.....	97
6.4 Análisis no lineal paso a paso	112
6.5 Resultados obtenidos de visualización	122
CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	129
7.1 Conclusiones.....	129
7.2 Recomendaciones	130
BIBLIOGRAFÍA	133

INTRODUCCIÓN

La acción de los sismos intensos es una de las causas más importantes de daño severo en las obras de ingeniería estructural. En México, los registros indican que este tipo de movimientos ocurren con la periodicidad suficiente como para considerar sus efectos al diseñar las estructuras. Por ello, los reglamentos de construcción existentes insisten en los aspectos de diseño sísmico para las obras de ingeniería estructural y proponen clasificarlas por su importancia. Esta clasificación se hace de acuerdo a las consecuencias que acarrea la pérdida de alguna estructura en particular, por ejemplo, después de un sismo intenso, un hospital debe ser capaz de permanecer en condiciones de servicio aún cuando un edificio de oficinas quede en un estado que impida su uso.

Los puentes se encuentran entre las estructuras que es necesario conservar después de sismos destructivos, puesto que es vital mantener el tráfico de vehículos de emergencia y de servicios cuando ha sucedido un temblor. Esto hace que sea fundamental evitar en lo posible el colapso de los puentes durante la acción de un sismo, conociendo con detalle su respuesta ante excitaciones dinámicas.

Resulta conveniente definir tres tipos de respuesta de los puentes ante excitaciones sísmicas de acuerdo a la amplitud: respuesta de baja amplitud, de amplitud moderada y de gran amplitud. Los tres tipos de respuesta se definen a continuación.

Cuando la respuesta de los puentes ante excitaciones sísmicas es de baja amplitud, los elementos estructurales no incursionan en el rango de comportamiento no lineal, por lo que es posible aplicar las hipótesis que adopta el análisis modal espectral. Para la mayoría de los puentes que se han proyectado en México, es una práctica común considerar que su comportamiento es elástico lineal.

Si la respuesta de los puentes ante excitaciones sísmicas es de amplitud moderada, algunos de sus miembros estructurales incursionan en el rango de comportamiento no lineal, por lo que las hipótesis de linealidad, tales como el principio de superposición, dejan de ser aplicables.

Si la respuesta que induce el sismo es de gran amplitud, se encuentra que los desplazamientos correspondientes son comparables a las dimensiones de los elementos estructurales, produciéndose así comportamiento no lineal de tipo geométrico. Este caso no es de interés práctico, puesto que tales niveles de desplazamiento no son admisibles en los puentes. Tómese como ejemplo la tolerancia para deflexiones que impone el reglamento AASHTO, en cual especifica que la relación máxima de las deflexiones al claro en las traveses de los puentes es $1/800$ [27].

Según lo expuesto, es de interés conocer el comportamiento de los puentes cuando la respuesta es de amplitud moderada, por lo que los modelos analíticos que se utilicen deben ser capaces de aceptar incursiones en el rango de comportamiento no lineal de los elementos estructurales.

Por todo lo anterior se considera necesario el desarrollo de este trabajo, cuyo objetivo es el estudio de modelos analíticos y procedimientos de análisis sísmico no lineal de estructuras para la evaluación de la respuesta de amplitud moderada, producida por sismos intensos, en puentes de concreto con múltiples claros relativamente largos.

Para los fines de esta tesis, por puente largo se entiende aquél cuya respuesta ante excitaciones sísmicas puede calcularse despreciando el efecto de la masa del suelo que se encuentra detrás de los estribos.

Para la evaluación de la respuesta sísmica, los criterios de falla generalmente aceptados en las estructuras están basados principalmente en el cálculo de ductilidades globales desarrolladas por ellas, lo cual no permite conocer con precisión el

comportamiento local de las secciones críticas. Estudios mas detallados permiten establecer modelos analíticos en los que es posible considerar la formación de mecanismos plásticos en la estructura al agotarse la capacidad de algunas secciones. Son de importancia fundamental las suposiciones que se hacen acerca del comportamiento de los elementos estructurales.

Con la finalidad de encontrar los procedimientos de análisis sísmico de puentes que cumplieran con los requisitos para la respuesta de amplitud moderada, se hizo una revisión de la literatura existente. Además, como es de importancia fundamental contar con una herramienta auxiliar de cómputo que haga más rápido y eficiente el trabajo, se procedió a evaluar las características de diversos programas de computadora para el análisis sísmico de puentes. Se encontró que J. Penzien [1, 2] y K. Kawashima [2] han efectuado investigaciones sobre la respuesta no lineal de puentes de concreto e implantado un programa de computadora de acuerdo a sus resultados, siendo tanto el programa como los resultados adecuados para los fines de esta tesis. Es así como los modelos que se utilizan para determinar el comportamiento de los puentes mencionados se basan principalmente en las propuestas que se encuentran en las referencias [1] y [2].

Con la finalidad de aplicar en forma eficaz los métodos de análisis descritos se revisó la literatura y seleccionó el programa de computadora NEABS (*Nonlinear Earthquake Analysis of Bridge Systems*) [1, 2, 4], el cual ha sido modificado y adaptado para los fines de este trabajo. El programa puede calcular la historia de la respuesta de puentes sometidos a excitaciones dinámicas. Esta excitación puede darse en forma de una fuerza fluctuante aplicada o en forma de historia de movimiento del terreno. La base del puente se supone rígida. Es posible considerar elementos lineales y no lineales. Para el análisis dinámico se recurre a un procedimiento paso a paso basado en el método de

Newmark [7], siendo factible seleccionar para la integración numérica de las ecuaciones del movimiento aceleración constante o lineal.

En un trabajo posterior a [1] y [2], realizado por Roy A. Imbsen y Joseph Penzien [3] se discute la importancia del fenómeno de absorción de energía que permiten dispositivos disipadores colocados en las juntas de dilatación. Este tipo de dispositivos influye para que la respuesta sísmica de los puentes de concreto ante sismo sea de menor amplitud. Por ello, en [3] se desarrolla el programa de computadora NEABS II, el cual toma en cuenta la existencia de dispositivos disipadores de energía en los puentes de concreto. En el capítulo asociado con la descripción del programa, se explica por qué se hizo uso del programa NEABS que no incluye este efecto y no con NEABS I.

Así, para el análisis de los modelos seleccionados se hace uso del programa de computadora NEABS (*Nonlinear Earthquake Analysis of Bridge Systems*) [4] desarrollado originalmente por Joseph Penzien, Wen-Shou Tseng, Kazuhiko Kawashima, Roy Imbsen, Richard Nutt y Wen David Liu de la Universidad de California, Berkeley y adaptado y modificado en la Universidad Nacional Autónoma de México como parte de esta tesis para el estudio de la respuesta sísmica no lineal de los puentes.

CAPÍTULO 1

MODELOS MATEMÁTICOS PARA PUENTES DE CONCRETO

1.1 Descripción del sistema estructural de los puentes

Las estructuras que se estudian en el presente trabajo consisten en puentes de varios claros largos, formados principalmente por una o más vigas de concreto reforzado o presforzado de sección maciza o hueca por donde circula el tráfico. Para los fines de esta tesis, por puente largo se entiende aquél cuya respuesta ante excitaciones sísmicas puede calcularse despreciando el efecto de la masa del suelo que se encuentra detrás de los estribos. La viga o vigas están apoyadas simplemente o empotradas en columnas de concreto entre los claros y en sus extremos descansan sobre estribos formados por muros diafragma. El soporte entre los claros puede ser de dos tipos: una sola columna o un arreglo de columnas de concreto, cuya orientación es transversal al eje o ejes de las vigas. Este tipo de estructuras es el más utilizado en puentes carreteros y en pasos a desnivel, por lo que su estudio es de suma importancia en la ingeniería estructural. En la figura 1 se muestra la elevación de un puente que tiene las características mencionadas.

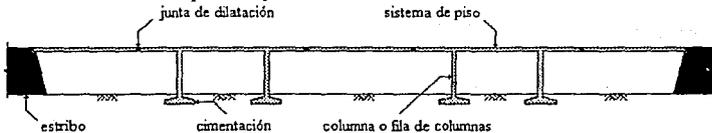


Figura 1. Elevación de un puente de concreto típico.

Evidentemente, el sistema descrito se comporta como un marco continuo tridimensional. Su respuesta ante excitaciones dinámicas producidas por acciones sísmicas está determinada por los modos de vibrar inferiores, de donde se deduce que es posible el

uso de un modelo matemático discreto para representar el sistema continuo con la finalidad de obtener un número de grados de libertad finito.

Las propiedades de la estructura, tales como la rigidez, masa y amortiguamiento deben ser modeladas cuidadosamente para que puedan representar lo mejor posible la respuesta real del puente; en particular, existen elementos estructurales que requieren de atención especial, tales como las juntas de dilatación, para los cuales es necesario desarrollar un modelo que tome en cuenta sus características específicas.

1.2 Idealización de la rigidez

Cuando la respuesta de la estructura es de baja amplitud, los elementos estructurales que la componen se modelan considerando que su comportamiento es elástico lineal. La rigidez total del sistema puede obtenerse entonces haciendo la suma ordenada (ensamble) de las rigideces de los miembros, como se muestra a continuación.

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^N \mathbf{k}_i \quad (1.1)$$

donde \mathbf{K} es la matriz de rigidez total para el puente, \mathbf{k}_i es la matriz de rigidez para el elemento estructural i , y N es el número de elementos que conforman al puente.

Esta idealización no siempre es aplicable porque un sismo intenso puede provocar respuestas de un puente en las que algunos de los miembros incursionen en el rango de comportamiento inelástico debido a ciclos de deformaciones importantes. Generalmente, en edificios se introduce un factor de comportamiento sísmico para considerar la incursión en el rango de comportamiento no lineal de los elementos estructurales; sin embargo, en estructuras tales como puentes no resulta conveniente extrapolar esta técnica, puesto que los estudios efectuados para determinar el comportamiento ante excitaciones sísmicas de los puentes no han dado resultados concluyentes al respecto. Además, como se ha

mencionado en la introducción de este trabajo, este tipo de estructuras son las que es necesario salvaguardar en mayor medida de los efectos de los sismos, por lo que se considera conveniente efectuar análisis del tipo no lineal para determinar su comportamiento. Así, se hace necesario contar con modelos que permitan considerar que los elementos estructurales admitan deformaciones inelásticas. Evidentemente, la rigidez de cada uno de estos miembros cambia con el tiempo, ya que es función tanto de las deformaciones ante cargas sostenidas como de las deformaciones ante cargas fluctuantes. Para tratar este problema, generalmente se acude a la técnica de considerar que la rigidez es constante en pequeños intervalos de tiempo. De esta forma, la matriz de rigidez total del sistema se puede expresar como se indica a continuación.

$$\mathbf{K}_t = \sum_{i=1}^N \mathbf{k}_i \quad (1.2)$$

donde \mathbf{K}_t es la matriz de rigidez total para el puente en el tiempo t , \mathbf{k}_i es la matriz de rigidez para el elemento estructural i en el tiempo t , y N es el número de elementos que conforman al puente.

Para efectos de este trabajo, las características de no linealidad que se introducen al comportamiento de los elementos se refieren únicamente a las propiedades del material que los compone, puesto que el comportamiento no lineal derivado de cambios importantes en la geometría de la estructura es debido a niveles de desplazamiento que no son admisibles en puentes, como lo especifica, por ejemplo, el reglamento AASHTO [27].

1.2.1 Rigidez de las vigas

Aunque la sección transversal de las vigas que forman el paso del puente puede tener distintas formas, tales como maciza, hueca, rectangular, celular, etcétera, el modelo utilizado es el de un miembro tipo viga, cuyo eje puede ser recto o curvo (en segmentos

de arco circular). Las propiedades de rigidez asociadas a este tipo de elementos estructurales son ampliamente conocidas.

Puesto que la viga o vigas que constituyen a un puente son en general mucho más rígidas y resistentes que las columnas y los estribos, es de esperarse que la respuesta de amplitud moderada que se observa durante la acción de sismos intensos se deba a las deformaciones que se presentan en las columnas, estribos y juntas de dilatación, y que la viga o vigas permanecerán en el rango de comportamiento elástico, por que es necesario emplear elementos no lineales para modelar las columnas, apoyos y juntas de dilatación.

1.2.2 Rigidez de las columnas y de los estribos

El desarrollo del modelo de las columnas para tomar en cuenta el hecho de que pueden experimentar deformaciones inelásticas requiere de una descripción más detallada que se hace más adelante.

En cuanto a los estribos para este tipo de puentes, generalmente se encuentra que están formados por muros diafragma, de manera que actúan como muros de cortante durante la acción sísmica. Se ha visto que las fallas del tipo de cortante en su mayoría son causa de daño severo en las estructuras, por lo que es recomendable evitarlas diseñándolos de manera que su comportamiento sea elástico, por lo que para fines del análisis de puentes en este trabajo, se considerará que su comportamiento es elástico.

1.2.3 Rigidez de la cimentación

El modelo considerado para la cimentación consiste en seis resortes, tres de tipo de traslación y tres de tipo de rotación. Estos resortes conectan la base de las columnas al suelo de cimentación infinitamente rígido, donde la excitación sísmica es conocida. Ya que es probable que las deformaciones existentes en el suelo de cimentación sean importantes,

es necesario considerar que los resortes sean al menos del tipo histerético bilineal para una mejor aproximación.

Un enfoque simple para tomar en cuenta la flexibilidad de la cimentación consiste en suponer que las columnas y los estribos se prolongan más allá del nivel del suelo, y prescribir el movimiento del terreno a esta profundidad. La longitud adicional que debe darse a ellos puede determinarse a partir de las expresiones para las rigideces que proporcionan algunos reglamentos, como las Normas Técnicas Complementarias para diseño por Sismo del D. F. [28]

1.3 Idealización de la masa

La masa de la estructura se encuentra distribuida continuamente en todo su volumen; sin embargo, se hace necesario suponer que la masa se encuentra concentrada en los nudos y que está asociada a los grados de libertad considerados, por conveniencia en el cálculo y porque se habló de considerar al puente formado por elementos discretos. Aquí cabe la siguiente observación: cuando se realiza un análisis de tipo inelástico sobre la estructura, la matriz de rigidez instantánea o tangente puede ser singular, siendo esta otra razón por la que es necesario contar con momentos de inercia de masa adecuados, con el fin de evitar que los desplazamientos tiendan a infinito. De los procedimientos de la dinámica estructural, se sabe que al sumar ordenadamente las masas asignadas a cada nudo se obtiene una matriz de masas diagonal como la siguiente

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^N \mathbf{m}_i \quad (1.3)$$

donde \mathbf{M} es la matriz de masas concentradas total para el puente, \mathbf{m}_i es la matriz de masas concentradas para el elemento estructural i , y N es el número de elementos que conforman al puente.

Además, se ha encontrado que al utilizar este tipo de matriz de masas concentradas, los resultados de un análisis dinámico son mejores que los que se obtienen al emplear, por ejemplo, una matriz de masas consistentes.

1.4 Idealización del amortiguamiento

La observación de las vibraciones en un sistema estructural ha puesto en evidencia que existen en él fuerzas de naturaleza disipadora. En general, a esta característica se le conoce como amortiguamiento y tiene diversos orígenes. Dentro de la ingeniería estructural, el amortiguamiento es una propiedad que no es susceptible de ser definida con la relativa facilidad con que lo son la rigidez y la masa. El fenómeno del amortiguamiento sigue siendo hoy día un tema de investigación intensa en un esfuerzo por encontrar mejores modelos que puedan representarlo.

Las principales fuerzas de amortiguamiento consideradas dentro del campo de la ingeniería estructural son las siguientes: amortiguamiento o fricción de Coulomb, amortiguamiento viscoso y amortiguamiento estructural o histerético. Para los modelos analíticos de puentes, en esta tesis se consideran estos tres tipos de amortiguamiento.

1.4.1 Amortiguamiento o fricción de Coulomb

El amortiguamiento o fricción de Coulomb se presenta cuando un cuerpo se desliza sobre una superficie rugosa. La fuerza disipadora depende de las presiones de contacto entre los cuerpos y del coeficiente de fricción de Coulomb, que es una medida de la capacidad de amortiguamiento de ambas superficies.

1.4.2 Amortiguamiento viscoso

El amortiguamiento viscoso se presenta en sistemas mecánicos en los que existe movimiento lento en presencia de líquidos y gases. Para este modelo, la fuerza de amortiguamiento es proporcional a la velocidad relativa entre el fluido y el cuerpo que se mueve a través de él.

1.4.3 Amortiguamiento estructural o histerético

El amortiguamiento estructural o histerético es debido a la fricción interna en el material que compone la estructura. Las fuerzas de amortiguamiento dependen principalmente de las deformaciones que experimenta el sistema estructural. Se le llama amortiguamiento histerético porque los efectos de disipación se deducen en forma experimental de la histéresis que se presenta en el diagrama de carga desplazamiento de un cuerpo sometido a una excitación armónica. Cuando el material que compone a la estructura es elástico lineal, las fuerzas de amortiguamiento se suponen proporcionales a las fuerzas elásticas y con sentido opuesto al de la velocidad.

La falta de más información respecto al amortiguamiento estructural y la alta complejidad en la que caen los modelos analíticos más simples en su consideración, han hecho que se recurra al amortiguamiento viscoso para representarlo. Las ecuaciones que definen el movimiento de un sistema estructural se simplifican de manera notable al introducir amortiguamiento viscoso en ellas, puesto que por definición el amortiguamiento viscoso depende de la velocidad. Al aplicar esta hipótesis, el tratamiento matemático para considerar los efectos de la masa, el amortiguamiento y la rigidez es análogo.

Con la finalidad de obtener expresiones similares a las de la rigidez y la masa en el caso del amortiguamiento, es necesario contar con el amortiguamiento viscoso de cada

elemento estructural y aplicar nuevamente la suma ordenada para obtener la siguiente ecuación.

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^N \mathbf{c}_i \quad (1.4)$$

donde \mathbf{C} es la matriz de amortiguamiento viscoso total para el puente, \mathbf{c}_i es la matriz de amortiguamiento viscoso para el elemento estructural i , y N es el número de elementos que conforman al puente.

La ecuación anterior no es directamente aplicable porque en la práctica se ha encontrado que es extremadamente difícil evaluar el amortiguamiento viscoso de cada miembro estructural. Entonces, es de uso común suponer que la estructura posee amortiguamiento de Rayleigh [10], en donde las fuerzas disipadoras dependen de la masa y la rigidez de los elementos, por lo que la matriz de amortiguamiento de cada elemento puede ser representada como

$$\mathbf{c}_i = \alpha_i \mathbf{m}_i + \beta_i \mathbf{k}_i \quad (1.5)$$

donde α_i y β_i son constantes de proporcionalidad para cada el elemento i .

Si la estructura está formada en su totalidad por el mismo material, es razonable suponer que las características de amortiguamiento son similares para cada miembro, por lo que α_i y β_i son independientes del elemento, obteniéndose

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (1.6)$$

En el caso de respuesta lineal, los parámetros α y β se pueden determinar una vez que se han asignado fracciones de amortiguamiento crítico a dos modos de vibración distintos, como se muestra a continuación.

Supóngase que una vez efectuado un análisis modal espectral para la estructura, se han determinado dos modos de vibración diferentes cuyas frecuencias circulares son ω_1 y

ω_2 , respectivamente. Para cada uno de estos modos, la fracción de amortiguamiento crítico que corresponde es ξ_1 y ξ_2 .

De los procedimientos normales del análisis modal, se sabe que una característica importante que debe tener la matriz de amortiguamiento C , es que permita el desacople de las ecuaciones del movimiento para analizar la respuesta de la estructura como la superposición de la de múltiples sistemas de un grado de libertad independientes; para ello, es necesario que cumpla con la siguiente condición

$$\Phi^T C \Phi = \begin{bmatrix} 2\omega_1 \xi_1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & 2\omega_i \xi_i & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 2\omega_n \xi_n \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

donde Φ es la matriz modal, de modos o de valores característicos; ω_i y ξ_i son la frecuencia circular y la fracción de amortiguamiento crítico asociados al modo de vibración i , respectivamente.

De acuerdo al análisis modal, la matriz de masas y la matriz de rigidez cumplen con lo siguiente

$$\Phi^T K \Phi = \Omega^2; \quad \Phi^T M \Phi = I \quad (1.8)$$

donde Ω es una matriz diagonal que contiene los valores ω_i , e I es la matriz identidad.

De la ecuación anterior y de la (1.6) se puede llegar a establecer que

$$\alpha + \beta \omega_i^2 = 2\omega_i \xi_i \quad (1.9)$$

Ya que se cuenta con dos valores distintos para la frecuencia circular y para la fracción del amortiguamiento crítico, se puede resolver el sistema de ecuaciones anterior y determinar así los valores de los parámetros α y β . Otra técnica que resulta conveniente utilizar es la de encontrar los valores de α y β por medio de mínimos cuadrados, con lo

que no se presenta el problema de seleccionar entre los valores correspondientes a dos modos de vibración, sino que se utilizan todos los valores de los modos de vibración encontrados en el análisis modal efectuado sobre la estructura.

Para respuesta no lineal, las propiedades de amortiguamiento viscoso son más difíciles de encontrar, ya que el estructural o histerético queda definido por la ecuación (1.6). Puede asumirse que el comportamiento de las propiedades amortiguadoras sigue un patrón similar al supuesto para el caso lineal, en el que una parte depende de la velocidad de las masas y otra de las razones de cambio de los desplazamientos, pudiéndose escribir

$$C = \alpha M + \beta K, \quad (1.10)$$

con el significado de las literales ya descrito, pero en el que necesariamente la fracción de amortiguamiento crítico es sensiblemente menor a la que se emplea en análisis elásticos equivalentes porque parte del amortiguamiento es considerada por el simple hecho de efectuar un análisis no lineal para la estructura.

1.5 Idealización de las juntas de dilatación

Los puentes son obras de ingeniería en las que la mayor parte, si no es que la totalidad de sus elementos estructurales se encuentran directamente expuestos a la acción del clima. Por esta razón, durante el día el calor del sol hace que la temperatura de los miembros se eleve produciéndose expansión, mientras que en la noche se contraen por el frío nocturno. Los cambios constantes de temperatura propios del día y los ciclos asociados a las estaciones del año provocan aumento y disminución en las dimensiones de los elementos, que de no ser previstos, pueden introducir niveles de esfuerzo indeseables para su comportamiento estructural. Por ello, es usual contar con juntas de dilatación que evitan estos efectos al permitir el libre movimiento de los miembros cuando se expanden o contraen, y que transmiten efectivamente los elementos mecánicos.

Una junta de dilatación común por su uso en el tipo de puentes que se está estudiando se muestra en la figura 2.

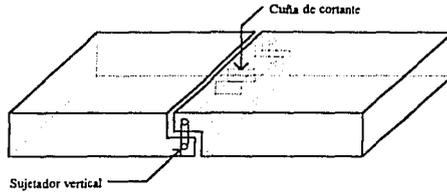


Figura 2. Junta de dilatación.

En la figura 3 se muestra la sección transversal de la junta en forma más detallada, donde se observan las barras usadas como tirantes para evitar la separación excesiva.

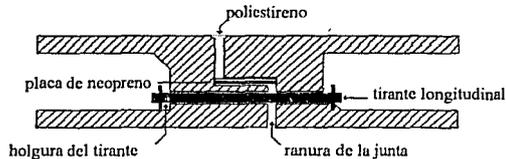


Figura 3. Sección longitudinal de la junta.

Se observa en las figuras anteriores que existen elementos de restricción para evitar desplazamientos no controlados en las siguientes tres direcciones ortogonales: longitudinalmente al eje del puente existen los tirantes, transversalmente está la cuña de cortante y verticalmente están los sujetadores. Todos estos elementos hacen que las características de desplazamiento de la junta sean las siguientes:

- El desplazamiento longitudinal de las vigas contiguas causa impacto entre ellas cuando la ranura se cierra lo suficiente; por otro lado, cuando las vigas se alejan, los tirantes longitudinales son sometidos a tensión. Los apoyos de neopreno, si los hay, también restringen este movimiento.
- El desplazamiento transversal queda impedido por las cuñas de cortante.

- El desplazamiento vertical queda impedido por los sujetadores verticales.
- La rotación alrededor del eje longitudinal queda impedida por los sujetadores verticales.
- La rotación alrededor del eje transversal está permitida.
- La rotación alrededor del eje vertical tiene un grado de restricción intermedio entre el fijo y libre, puesto que de acuerdo a la separación de las vigas, la fricción entre ellas y la acción de los tirantes, el desplazamiento puede estar más o menos impedido.

Para este último tipo de desplazamiento pueden existir dos casos extremos. El primero se da cuando la rotación alrededor del eje vertical se encuentra totalmente restringida, por lo que el puente presenta ante cargas laterales en su dirección transversal el efecto de arco y las acciones sísmicas son resistidas principalmente por los estribos. Este tipo de comportamiento es típico de las respuestas de amplitud pequeña. El otro caso se encuentra cuando la rotación puede darse libremente; entonces no existe el efecto de arco y las columnas son las únicas que pueden proporcionar rigidez ante las fuerzas sísmicas. Estos dos casos extremos son los que suelen usarse para análisis lineales.

1.6 Modelos lineales y no lineales

En el análisis dinámico existen principalmente dos tipos de modelos que se utilizan para estudiar el comportamiento de las estructuras. Por un lado están los modelos lineales, que suponen que las relaciones constitutivas entre esfuerzo y deformación del material que compone a los elementos estructurales son elásticas lineales. Así, es posible aplicar en este tipo de modelos el principio de superposición y por lo tanto, recurrir a las técnicas del análisis modal espectral para obtener la respuesta de un puente ante excitaciones sísmicas. Por otro lado están los modelos no lineales, en los que las relaciones constitutivas de los

materiales no son elásticas lineales, con lo que el tratamiento matemático del problema se complica, pero es posible obtener mejores representaciones de la respuesta de la estructura ante excitaciones sísmicas.

El uso de cualquiera de estos dos tipos de modelos implica que pueda disponerse de los elementos estructurales que cuenten con las características apropiadas.

Se resumen así los modelos que se utilizan para el análisis de puentes y los miembros estructurales que cada uno de ellos requiere.

1.6.1 Modelos lineales

- Vigas rectas elásticas lineales.
- Elementos en segmento de arco circular elásticos lineales.
- Elementos frontera tipo resorte lineal.
- Juntas de dilatación lineales.

1.6.2 Modelos no lineales

- Vigas rectas elásticas lineales.
- Elementos en segmento de arco circular elásticos lineales.
- Vigas columna con comportamiento elastoplástico en flexión
- Elementos frontera tipo resorte con comportamiento histerético bilineal.
- Juntas de dilatación no lineales.

Este trabajo se concentra en el análisis de puentes con comportamiento no lineal, porque de acuerdo a lo discutido, este tipo de modelos son los que permiten conocer con mejor aproximación el efecto de las acciones sísmicas sobre las estructuras en estudio. Por lo tanto, interesa saber si se dispone de las herramientas analíticas que permitan considerar a los elementos estructurales con las características requeridas para modelos no lineales.

Para las vigas rectas elásticas lineales existen numerosas publicaciones donde se pueden encontrar las propiedades que son necesarias para su uso en análisis estructural dinámico [15]. Los elementos en segmento de arco circular elásticos lineales presentan mayor dificultad en cuanto a la literatura disponible, pero aún así, la información necesaria puede ser recopilada [16]. Para elementos viga columna con comportamiento elastoplástico en flexión se requiere, para los fines de este trabajo, del desarrollo de un modelo que sea apropiado para los fines que se quieren alcanzar. Los resortes de tipo bilineal no presentan mayor inconveniente, puesto que se trata de un modelo ampliamente estudiado. Finalmente, las juntas de dilatación también requieren del desarrollo de un modelo para su consideración en el tipo análisis que se quiere efectuar en puentes.

Los siguientes capítulos tratan del establecimiento de los métodos analíticos para el estudio de vigas columna con comportamiento elastoplástico y juntas de dilatación.

CAPÍTULO 2

ELEMENTOS ELASTOPLÁSTICOS EN FLEXIÓN

2.1 Consideraciones básicas

Cuando un puente se encuentra sometido a excitaciones sísmicas intensas, pueden ocurrir en sus elementos deformaciones inelásticas. Para que esto pueda suceder es necesario que los miembros hayan sido diseñados con la ductilidad y capacidad de absorción de energía adecuadas. Las deformaciones que se mencionan se refieren únicamente a las que se presentan en flexión, puesto que ha sido ampliamente demostrado en la práctica que cuando se presentan deformaciones inelásticas por cortante, existen como consecuencia natural fallas frágiles; por ello es indispensable evitar al máximo este tipo de deformaciones diseñando y detallando adecuadamente los elementos estructurales.

El comportamiento inelástico del elemento de concreto que se presenta aquí se basa en la definición de seis fuerzas generalizadas y sus correspondientes deformaciones. Las fuerzas son: fuerza axial P , dos componentes de la fuerza transversal Q_x y Q_y , momento de torsión T y momentos de flexión M_x y M_y . En la figura 4 se muestra el sistema local de coordenadas para el miembro.

Las hipótesis básicas para el desarrollo del elemento elastoplástico en flexión se enumeran a continuación.

- Las relaciones entre las fuerzas generalizadas del miembro se apegan estrictamente al modelo elastoplástico perfecto; es decir, las fuerzas de fluencia corresponden a las resistencias últimas del elemento.

- Se supone que las resistencias al cortante (Q_y y Q_z) y torsión (T) del elemento son ilimitadas.

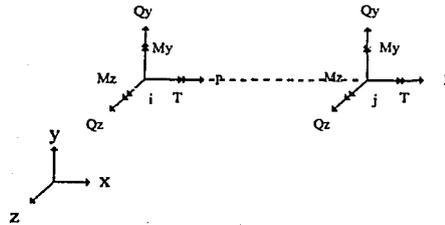


Figura 4. Sistema local de coordenadas.

- Las resistencias últimas en carga axial y momentos flexionantes se determinan a partir de la distribución de esfuerzos en la sección transversal en condiciones últimas y son independientes de los esfuerzos inducidos por las fuerzas cortantes (Q_y y Q_z) y el momento torsionante (T).
- La interacción entre la fuerza axial última (P_u) y los momentos flexionantes últimos (M_{yu} y M_{zu}) puede ser representada por una superficie generalizada de interacción tridimensional en el espacio definido por P , M_y y M_z .
- El comportamiento elastoplástico queda limitado a las secciones extremas de los elementos; las demás secciones se mantienen elásticas.

Las primeras cuatro hipótesis se refieren a lo que sucede en las secciones extremas. Deben introducirse suficientes elementos para asegurar que el comportamiento elastoplástico es modelado correctamente, puesto que se supone que sólo en los extremos de este tipo de elementos existe este tipo de comportamiento. El procedimiento para

obtener un modelo de elemento que cumpla con las hipótesis anteriormente mencionadas se describe a continuación.

- Determinar la resistencia de la sección en carga axial (P_u) y en momento flexionante (M_{yu} y M_{zu}).
- Definir la función generalizada de interacción, la cual controla la interacción entre P_u , M_{yu} y M_{zu} .
- La rigidez tangente se encuentra a partir de la fuerza que actúa en el elemento y los incrementos de los desplazamientos nodales durante la fluencia.

2.2 Resistencia última

Para calcular la resistencia última de las secciones de concreto, se recurre a las suposiciones siguientes [5]:

- Las secciones planas permanecen planas después de la flexión.
- La resistencia del concreto a la tensión puede despreciarse.
- La máxima deformación admisible en el concreto en compresión es 0.003.
- La distribución de esfuerzos en el concreto puede reemplazarse por un bloque rectangular de esfuerzos equivalente cuya intensidad es $0.85 f'_c$ y cuya profundidad es $\beta_1 c$, donde

$$\beta_1 = \begin{cases} 0.85, & f'_c \leq 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\ 0.85 - 0.05 \left(\frac{f'_c - 280}{70} \right), & f'_c > 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \end{cases}, \quad \beta_1 \geq 0.65 \quad (2.1)$$

En esta ecuación c es la profundidad del eje neutro.

- El acero de refuerzo tiene una curva esfuerzo deformación elastoplástica y es igual tanto en compresión como en tensión.

Con estas hipótesis, se pueden calcular todas las posibles combinaciones de las resistencias últimas P_u , M_{yu} y M_{zu} , obteniéndose así una superficie de interacción entre estas fuerzas generalizadas que puede ser representada en función de dos parámetros: la razón de carga axial p_u y el ángulo de excentricidad θ definidos como sigue

$$p_u = \frac{P_u}{P_0} \quad (2.2)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{M_{yu}}{M_{zu}}\right) \quad (2.3)$$

donde P_0 es la capacidad última de la sección en compresión pura.

Así, la superficie de interacción puede ser representada en los siguientes términos

$$\begin{aligned} P_u &= P_u(p_u, \theta); & P_0 &= P_u(-1, 0) \\ M_{yu} &= M_{yu}(p_u, \theta); & M_{y0} &= M_{yu}(0, 0) \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$M_{zu} = M_{zu}(p_u, \theta); \quad M_{z0} = M_{zu}\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

Para un valor constante de p_u , las ecuaciones anteriores definen la curva de interacción biaxial entre los momentos flexionantes M_{yu} y M_{zu} , y para un valor fijo de θ , especifican el diagrama de interacción entre la carga axial P_u y el momento último $M_u = \sqrt{M_{yu}^2 + M_{zu}^2}$ para un eje definido por el ángulo θ .

La forma de la superficie de interacción depende de la geometría de la sección transversal del elemento y de la cuantía de refuerzo que tenga. No resulta práctico considerar las funciones que definen la superficie de interacción tomando en cuenta todas estas variables, por lo que se proponen funciones de interacción generalizadas que dependen de un número de parámetros reducido.

2.3 Funciones de interacción generalizadas

Las funciones de interacción generalizadas que se encuentran con mayor frecuencia en la literatura corresponden a secciones de geometría rectangular, por lo que no son directamente aplicables al caso en estudio, puesto que las secciones transversales de las columnas de los puentes no siempre son de forma rectangular.

La superficie de interacción que se propone se apega al modelo propuesto por B. Bresler [6] para la flexión biaxial, el cual hace uso de un polinomio de tercer grado para representar la interacción entre la carga axial y los momentos flexionantes como se muestra en la figura 5.

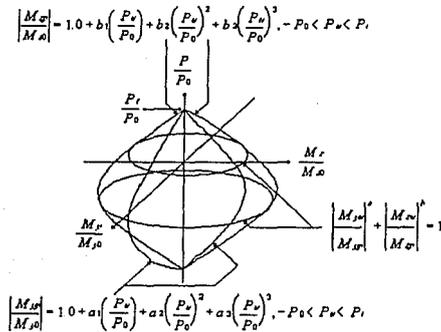


Figura 5. Superficie de interacción.

La curva de interacción de los momentos flexionantes para un valor constante de p_u se aproxima mediante la expresión

$$\left| \frac{M_{yu}}{M_{yp}} \right|^a + \left| \frac{M_{zu}}{M_{zp}} \right|^b = 1 \quad (2.5)$$

donde a y b son constantes que dependen de la forma de la sección transversal; M_{yp} y M_{zp} son los momentos últimos alrededor de los ejes y y z respectivamente para un valor constante de p_u y sin que exista momento en el eje ortogonal correspondiente. Los momentos M_{yp} y M_{zp} se calculan con las ecuaciones que se muestran a continuación.

$$\begin{aligned} \left| \frac{M_{yp}}{M_{y0}} \right| &= 1.0 + a_1 \left(\frac{P_u}{P_0} \right) + a_2 \left(\frac{P_u}{P_0} \right)^2 + a_3 \left(\frac{P_u}{P_0} \right)^3, -P_0 < P_u < P_t \\ \left| \frac{M_{zp}}{M_{z0}} \right| &= 1.0 + b_1 \left(\frac{P_u}{P_0} \right) + b_2 \left(\frac{P_u}{P_0} \right)^2 + b_3 \left(\frac{P_u}{P_0} \right)^3, -P_0 < P_u < P_t \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde P_t es la resistencia en tensión para la columna cuando no existe flexión y a_1, a_2, a_3, b_1, b_2 y b_3 son constantes. Sustituyendo las expresiones (2.6) en (2.5) se obtiene la representación normalizada de la superficie de interacción como sigue

$$\left| \frac{m_{yu}}{1 + a_1 P_u + a_2 P_u^2 + a_3 P_u^3} \right|^a + \left| \frac{m_{zu}}{1 + b_1 P_u + b_2 P_u^2 + b_3 P_u^3} \right|^b = 1 \quad (2.7)$$

o en forma reducida

$$f(p_u, m_{yu}, m_{zu}) = 1 \quad (2.8)$$

En las expresiones anteriores

$$P_u = \frac{P_u}{P_0}, m_{yu} = \frac{M_{yu}}{M_{y0}}, m_{zu} = \frac{M_{zu}}{M_{z0}}$$

La ecuación para la superficie de interacción involucra las siguientes once constantes: $P_0, M_{y0}, M_{z0}, a, a_1, a_2, a_3, b, b_1, b_2$ y b_3 . Los valores para las resistencias P_0, M_{y0} y M_{z0} pueden calcularse con los procedimientos usuales para estructuras de concreto

mencionados al inicio de esta sección [5]. Si la forma de la sección transversal de la columna es aproximadamente circular o elíptica, para a y b puede tomarse el valor 2. Si por el contrario, la sección tiene una geometría que se acerca a un rectángulo largo y estrecho, las curvas de interacción se aproximan a segmentos de recta y para a y b puede tomarse el valor 1. Las demás constantes se obtienen haciendo un ajuste de curvas de algunos puntos de los diagramas de interacción que correspondan al miembro, si es que estos diagramas existen o se encuentran disponibles. Si no es así, es necesario calcular algunos valores de las resistencias a carga axial y flexión combinadas haciendo uso de las hipótesis propuestas en [5] y que se mencionan al principio de esta sección, para posteriormente obtener mediante ajuste de curvas los valores de las constantes. En la figura 5 puede observarse la forma que toma la superficie de interacción una vez obtenida. En general, la superficie presenta curvatura suave en todos sus puntos excepto donde cruza al eje P .

El establecimiento de la función de interacción para las columnas permite hacer algunas afirmaciones acerca de los valores de sus parámetros; por ejemplo, si la función es menor que la unidad, la sección transversal se encuentra en estado elástico; si la función es igual a la unidad, la sección se encuentra en estado de fluencia; el caso de que la función sea mayor a la unidad no es compatible con el modelo propuesto. Si un diferencial de la función es igual a cero, los valores de la carga axial y los momentos pueden cambiar siempre y cuando el valor de la función sea menor o igual a la unidad. Si el diferencial de la función es menor que cero, la sección está en proceso de descarga; si el diferencial es mayor que cero, la sección está siendo cargada.

2.4 Rigidez tangente para elementos viga columna elastoplásticos en flexión

Una vez que se han determinado las funciones de interacción generalizadas es necesario establecer la rigidez tangente para el elemento; para ello, se calcula la matriz de rigidez tangente k_t^{EP} para el miembro elastoplástico. Esta matriz relaciona el incremento en la fuerza dS y el incremento en el desplazamiento de nudo dr para el elemento, a partir de la función de interacción generalizada y de la ley de fluencia del sólido elastoplástico correspondiente. Se tiene entonces que

$$dS = k_t^{EP} dr \quad (2.9)$$

donde

$$dS = \begin{Bmatrix} dS_i \\ dS_j \end{Bmatrix}, dr = \begin{Bmatrix} dr_i \\ dr_j \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

y dS_i , dS_j , dr_i , dr_j son los vectores de fuerza y desplazamiento del miembro que corresponden al nudo i o j .

Se supone que el comportamiento elastoplástico se encuentra concentrado en los extremos del elemento y que la deformación total puede dividirse en sus componentes elástica y plástica, por lo que el desplazamiento de nudo puede expresarse como

$$dr = dr^E + dr^P \quad (2.11)$$

donde

$$dr^E = \begin{Bmatrix} dr_i^E \\ dr_j^E \end{Bmatrix}, dr^P = \begin{Bmatrix} dr_i^P \\ dr_j^P \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

y donde a su vez dr_i^E y dr_j^E son los vectores de desplazamiento elástico en los nudos i y j , dr_i^P y dr_j^P son los desplazamientos plásticos concentrados en los extremos i y j . Las fuerzas del elemento están determinadas únicamente por los desplazamientos elásticos, es decir

$$S = k^E r^E \quad (2.13)$$

por lo que es posible afirmar que

$$d\mathbf{S} = \mathbf{k}^E d\mathbf{r}^E \quad (2.14)$$

donde \mathbf{k}^E es la matriz de rigidez elástica del elemento.

De acuerdo a la ley de fluencia para el sólido elastoplástico asociada [9], el incremento de la deformación plástica en una sección k está definido por la siguiente ecuación

$$d\mathbf{r}_k^P = \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{S}_k} \right] d\lambda_k \quad (2.15)$$

Esta expresión indica que el cambio en la deformación plástica no sólo depende del cambio de la función de fluencia (que a su vez depende de la carga axial y los momentos actuantes), puesto que de no ser así se tendría una deformación proporcional a las fuerzas, si no que interviene además $d\lambda_k$, un escalar positivo que depende del incremento de los esfuerzos, y que generalmente es función tanto de las variables de espacio como de tiempo y que se define a continuación.

Esta ecuación se aplica aún si la sección no está fluyendo, para ello se considera que $\partial f / \partial \mathbf{S}_k = 0$ y por lo tanto no existe deformación plástica.

En la expresión anterior, $d\lambda_k$ es una constante de proporcionalidad mayor que cero que se obtiene de la condición de fluencia, es decir

$$f(\mathbf{S}_k) = 1, d f = \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{S}_k} \right]^T d\mathbf{S}_k = 0 \quad (2.16)$$

Al expandir el subíndice k en las ecuaciones anteriores, la ley de fluencia queda como se indica a continuación

$$d\mathbf{r}^p = \begin{Bmatrix} d\mathbf{r}_i^p \\ d\mathbf{r}_j^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial S_i} & 0 \\ 0 & \frac{\partial f}{\partial S_j} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\lambda_i \\ d\lambda_j \end{Bmatrix} = \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right] d\lambda \quad (2.17)$$

por lo que la condición de fluencia pasa a ser

$$\mathbf{f} = \begin{Bmatrix} f(\mathbf{S}_i) \\ f(\mathbf{S}_j) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix},$$

$$df = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial S_i} & 0 \\ 0 & \frac{\partial f}{\partial S_j} \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} dS_i \\ dS_j \end{Bmatrix} = \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right] d\mathbf{S} = 0 \quad (2.18)$$

además, se sabe que

$$d\mathbf{S} = \mathbf{k}^E d\mathbf{r}^E = \mathbf{k}^E (d\mathbf{r} - d\mathbf{r}^p) \quad (2.19)$$

Al premultiplicar esta última expresión por $[\partial f/\partial S]^T$ y haciendo uso del resultado obtenido en (2.18) se llega a

$$\left[\frac{\partial f}{\partial S} \right]^T d\mathbf{S} = \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right]^T \mathbf{k}^E (d\mathbf{r} - d\mathbf{r}^p) = 0 \quad (2.20)$$

y haciendo referencia a (2.17) en la ecuación anterior se obtiene

$$\left[\frac{\partial f}{\partial S} \right]^T \mathbf{k}^E \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right] d\lambda = \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right]^T \mathbf{k}^E d\mathbf{r} \quad (2.21)$$

resolviendo para $d\lambda$ se encuentra

$$d\lambda = \left\{ \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right]^T \mathbf{k}^E \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right] \right\}^{-1} \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right]^T \mathbf{k}^E dr \quad (2.22)$$

aplicando la ecuación (2.17)

$$dr^p = \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right] \left\{ \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right]^T \mathbf{k}^E \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right] \right\}^{-1} \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right]^T \mathbf{k}^E dr \quad (2.23)$$

así, se puede obtener

$$dS = (\mathbf{k}^E - \mathbf{k}_i^Y) dr = \mathbf{k}_i^{EP} dr \quad (2.24)$$

donde

$$\mathbf{k}_i^Y = \mathbf{k}^E \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right] \left\{ \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right]^T \mathbf{k}^E \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right] \right\}^{-1} \left[\frac{\partial f}{\partial S} \right]^T \mathbf{k}^E \quad (2.25)$$

El significado físico de esta última matriz \mathbf{k}_i^Y es la pérdida de rigidez elástica en el elemento estructural debida a la fluencia, la matriz \mathbf{k}_i^{EP} representa la rigidez elástica reducida del miembro. Es interesante observar que esta matriz puede llegar a ser singular dependiendo del punto de la superficie de interacción en que se encuentre la columna.

La expresión analítica explícita para la matriz de rigidez reducida \mathbf{k}_i^{EP} resulta difícil de manipular, ya que involucra la inversión de una matriz, lo que da como resultado que los coeficientes que la forman sean expresiones sumamente complicadas; por ello, se recurre al manejo numérico de esta matriz y solamente se expresa aquí en función de las otras matrices encontradas hasta el momento como se indica a continuación:

$$\mathbf{k}_i^{EP} = \mathbf{k}^E - \mathbf{k}_i^Y \quad (2.26)$$

2.5 Técnicas numéricas para evaluar la rigidez tangente

Ya que la evaluación de la rigidez tangente se hace en forma numérica por medio de computadora, el procedimiento descrito en la sección anterior no puede ser aplicado en forma directa. Por ello, es necesario el desarrollo de técnicas numéricas apropiadas que permitan afrontar los problemas que surgen cuando el cálculo se realiza en forma discreta; por ejemplo, un punto que se encuentre dentro del volumen acotado por la superficie de interacción puede en cierto momento desplazarse fuera de él, circunstancia que no es admisible.

Con la finalidad de dar solución a lo anterior, sería necesario iterar en cada intervalo de tiempo. Para evitarlo, se sigue el procedimiento de cálculo aproximado que se presenta en lo que sigue. Ver figura 6.

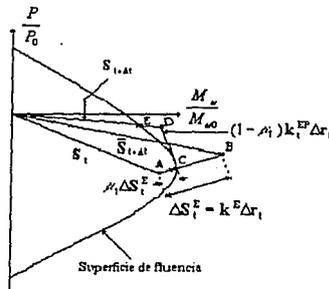


Figura 6. Puntos de interacción.

Considérese que al inicio de un intervalo de tiempo Δt el elemento estructural se encuentra en el estado definido por el punto A dentro de la superficie de interacción. De acuerdo a los métodos ya descritos se obtiene un incremento en el vector de desplazamiento Δr_t , lo que da como resultado un nuevo vector de fuerzas generalizadas definido como se indica.

$$\bar{S}_{t+\Delta t} = S_t + \Delta S_t^E = S_t + k^E \Delta r_t \quad (2.27)$$

Si el nuevo vector de fuerzas generalizadas no excede los límites de la frontera del volumen definido por la superficie de interacción, el cálculo puede continuar sin ningún inconveniente. Supóngase como en el caso de la figura 6, que el vector no cumple con este requisito, por lo que se obtiene la condición $f(\bar{\mathbf{S}}_{i+\Delta t}) > 1$ y como consecuencia, este vector debe desecharse. Es necesario encontrar un nuevo vector que cumpla con la condición que impone la función de interacción generalizada. Para ello, una solución consiste en definir un punto que se encuentre exactamente sobre la superficie de interacción, y que además se encuentre en el segmento de recta definido por los puntos A y B.

Para encontrar el punto C que está sobre la superficie de interacción se define un factor de escala μ_1 , tal que $0 \leq \mu_1 \leq 1$ y que además cumpla con $f(\mathbf{S}_i + \mu_1 \Delta \mathbf{S}_i^E) = 1$. Este factor indica que en realidad, el incremento en la fuerza generalizada debido al comportamiento elástico es sólo una fracción del calculado, puesto que el elemento alcanzará antes el estado de fluencia. Esto significa que al modificarse el vector de fuerzas generalizadas en esta primera fase, solamente ha participado una parte del desplazamiento, que es $\mu_1 \Delta \mathbf{r}_i$. Una vez definido el factor es posible calcular la matriz de rigidez tangente para el punto C.

El incremento en el vector de fuerzas generalizadas por comportamiento inelástico está representado en la figura por el segmento de recta CD; este incremento se calcula con la fracción de desplazamiento restante, es decir $(1 - \mu_1) \Delta \mathbf{r}_i$. Se puede determinar entonces un nuevo vector de fuerzas generalizadas, representado por el punto D, que se evalúa de la siguiente forma

$$\bar{\mathbf{S}}_{i+\Delta t} = \mathbf{S}_i + \mu_1 \Delta \mathbf{S}_i^E + (1 - \mu_1) \mathbf{k}_i^{EP} \Delta \mathbf{r}_i \quad (2.28)$$

En el caso general, el punto D también se encuentra fuera de la superficie de interacción, por lo que se introduce un segundo factor de escala μ_2 para la definición del

punto E que se ubica sobre la superficie de interacción. El vector de fuerzas generalizadas final se obtiene de

$$\mathbf{S}_{t+\Delta t} = \mu_2 \bar{\bar{\mathbf{S}}}_{t+\Delta t}, 0 \leq \mu_2 \leq 1 \quad (2.29)$$

donde μ_2 debe ser tal que $f(\mu_2 \bar{\bar{\mathbf{S}}}_{t+\Delta t}) = 1$.

Finalmente, cuando termina el intervalo de tiempo, se calcula una nueva matriz de rigidez tangente haciendo uso del nuevo vector de fuerzas de fluencia $\mathbf{S}_{t+\Delta t}$, es decir, el que va del origen al punto E. Esta rigidez tangente se usa como la matriz de rigidez del elemento durante el siguiente intervalo de tiempo.

CAPÍTULO 3

JUNTAS DE DILATACIÓN CON COMPORTAMIENTO NO LINEAL

3.1 Consideraciones básicas

Con la finalidad de contar con un modelo de puente que pueda representar mejor la respuesta de los reales, se introduce un nuevo elemento para simular el comportamiento de las juntas de dilatación, cuya influencia en la respuesta sísmica de la estructura es determinante.

Tseng y Penzien [1] han desarrollado un modelo analítico para la junta de dilatación que considera el efecto de los tirantes longitudinales, los sujetadores verticales, la cuña de cortante y adicionalmente, incorporaron a este modelo la capacidad de aceptar fricción de Coulomb, al ser esta fuerza de amortiguamiento una causa de importantes efectos de atenuación en la amplitud de la respuesta sísmica de los puentes.

Posteriormente, Kawashima y Penzien [2] reportaron la necesidad de modificar este modelo para representar mejor el comportamiento de la junta. Básicamente, el efecto de los tirantes, sujetadores y cuña se cambia para tomar en cuenta el impacto que producen las colisiones en la junta durante la acción sísmica y la fricción de Coulomb se sustituye con un modelo histerético bilineal.

En un trabajo posterior realizado por Roy A. Imbsen y Joseph Penzien [3] se discute la importancia del fenómeno de absorción de energía que permiten dispositivos disipadores colocados en las juntas de dilatación. Este tipo de dispositivos influye para que la respuesta sísmica de los puentes de concreto ante sismo sea de menor amplitud. Por ello, en [3] se desarrolla un modelo analítico alterno de junta de dilatación, el cual toma en

cuenta la existencia de dispositivos disipadores de energía en los puentes de concreto. El uso de estos mecanismos se ha dado principalmente en países como Japón y Nueva Zelanda; Imbsen y Penzien admiten que en Estados Unidos su uso aún es escaso. Desafortunadamente, en México no se tiene noticia sobre la utilización de disipadores de energía en las juntas de dilatación de puentes de concreto.

Un tipo de junta utilizado comúnmente en México es el de las juntas de neopreno. Este tipo de junta se puede considerar sin ninguna dificultad, puesto que puede ser modelado con los elementos frontera lineales o histeréticos bilineales, de acuerdo a los requerimientos del análisis. Basta con conocer el módulo de elasticidad al cortante del material que forma las placas de neopreno, las dimensiones y su fuerza de fluencia para incluir su efecto en el análisis [19]. Por ejemplo, supóngase que se tiene una placa de neopreno de espesor e , ancho b y largo h , cuyo módulo de elasticidad al cortante es G ; entonces, la rigidez lateral K de la placa de neopreno está dada por la siguiente expresión:

$$K = \frac{Gb^3h}{e} \quad (3.1)$$

El modelo de junta de dilatación que se usa en el análisis sísmico de los puentes para los fines de este trabajo, es el propuesto por Kawashima y Penzien [2]; no obstante, puesto que en esencia resulta ser una derivación del sugerido por Tseng y Penzien [1], resulta de fundamental interés el previo estudio de este último.

Se presenta entonces el modelo de junta de dilatación propuesto por Tseng y Penzien [1], que en lo sucesivo, se denominará modelo de fricción, para posteriormente estudiar a partir de él, el que proponen Kawashima y Penzien [2], al que se llamará modelo histerético.

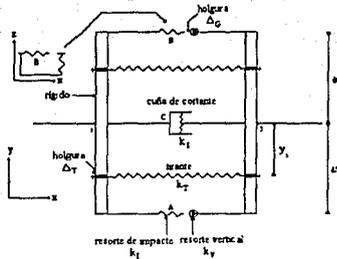


Figura 7. Modelo analítico para junta de dilatación.

3.2 Modelo de fricción

En el desarrollo de este elemento se recurre a la serie de suposiciones que se mencionan a continuación (ver figura 7):

- Los extremos de las losas adyacentes a la junta de dilatación se consideran infinitamente rígidos.
- La junta sólo puede entrar en contacto en los puntos A y B situados en los extremos del modelo y separados entre sí por la distancia d en dirección transversal.
- Cuando se produce el contacto entre los puntos A y B, entran en juego sendos resortes longitudinales cuya rigidez, para simular mejor el fenómeno de impacto, debe ser tan grande como lo permita la representación interna de los números en la computadora, y el tamaño del intervalo de tiempo seleccionado para efectuar el análisis. Para que los resortes se toquen es necesario que se cierre la pequeña holgura Δ_G que existe entre ellos.
- El modelo acepta fricción de Coulomb en los puntos A y B, la cual es producida por el deslizamiento relativo en la dirección longitudinal de ambas partes de la junta.
- Cuando se presenta el deslizamiento, las fuerzas inducidas por la fricción de Coulomb son directamente proporcionales a las fuerzas verticales de contacto (que

resultan normales a las de fricción) y actúan en sentido contrario al del deslizamiento.

- Pueden existir en la junta un total de N_T tirantes longitudinales cuya rigidez en tensión para cada una de ellos es k_T y en compresión es nula. La localización de cada tirante queda definida por la distancia transversal y_i ($i = 1, 2, \dots, N_T$) medida a partir del eje longitudinal de la junta.
- Los tirantes longitudinales se comportan en forma elastoplástica en tensión y su fuerza de fluencia es S_T .
- El movimiento en sentido transversal de la junta está restringido por un resorte que simula el efecto de la cuña de cortante. Este resorte está localizado en el punto C y su rigidez es k_s .
- En los puntos de contacto A y B existen resortes verticales de rigidez k_v que actúan como sujetadores verticales.
- Con el fin de permitir mayor flexibilidad en el uso del modelo, el eje transversal de la junta no necesariamente debe ser paralelo al eje transversal del sistema de piso; es decir, la junta puede ser esviada.

Para la junta de dilatación, resulta conveniente definir dos sistemas de coordenadas, uno asociado a los nudos i y j y otro asociado a los desplazamiento propios de la junta, tal como se muestra en la figura 8, de donde se pueden escribir las siguientes expresiones

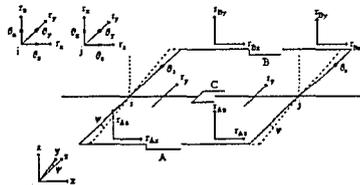


Figura 8. Sistema de coordenadas de los nudos y la junta.

$$\bar{\mathbf{r}} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{r}}_i \\ \bar{\mathbf{r}}_j \end{Bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{r}}_k = \begin{Bmatrix} r_{Ax} \\ r_y \\ r_{Az} \\ r_{Bx} \\ \theta_s \\ r_{Bz} \end{Bmatrix}_k, \quad k = i, j \quad (3.2)$$

donde θ_s es la rotación de la junta alrededor del eje s , que puede estar esviado respecto al eje transversal del sistema de piso del puente. Las coordenadas de la junta se pueden definir en función de las coordenadas de los nudos. Las coordenadas asociadas a los nudos son las siguientes:

$$\mathbf{r} = \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_i \\ \mathbf{r}_j \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{r}_k = \begin{Bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix}_k, \quad k = i, j \quad (3.3)$$

La relación entre ambos sistemas de coordenadas se obtiene haciendo uso de la transformación lineal

$$\bar{\mathbf{r}} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{r}}_i \\ \bar{\mathbf{r}}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{a} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_i \\ \mathbf{r}_j \end{Bmatrix} = \mathbf{A}\mathbf{r} \quad (3.4)$$

donde la matriz de transformación está definida como

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{d}{2} & \frac{d}{2} \tan \psi & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{d}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\cos \psi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{d}{2} & -\frac{d}{2} \tan \psi & 0 \end{bmatrix}$$

El vector de fuerzas generalizadas referido a las coordenadas de la junta es el siguiente

$$\bar{\mathbf{S}} = \begin{Bmatrix} \bar{S}_i \\ \bar{S}_j \end{Bmatrix}, \quad \bar{S}_k = \begin{Bmatrix} S_{Ax} \\ S_y \\ S_{Ax} \\ S_{Bx} \\ M_x \\ S_{Bz} \end{Bmatrix}_k, \quad k = i, j \quad (3.5)$$

mientras que el vector de fuerzas generalizadas referido a las coordenadas de nudo es

$$\mathbf{S} = \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_i \\ \mathbf{S}_j \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{S}_k = \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}_k, \quad k = i, j \quad (3.6)$$

de donde se puede concluir que existe la relación

$$\mathbf{S} = \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_i \\ \mathbf{S}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{a}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_i \\ \bar{\mathbf{S}}_j \end{Bmatrix} = \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{S}} \quad (3.7)$$

3.3 Matriz de rigidez de la junta de dilatación de fricción

El modelo de junta de dilatación propuesto tiene una matriz de rigidez que es constante en cada intervalo de tiempo. No obstante, de un intervalo de tiempo a otro, esta matriz puede cambiar. Para el análisis paso a paso, se supone que los cambios en la rigidez se encuentran localizados al final de cada intervalo de tiempo, por lo que el vector de incremento en las fuerzas generalizadas de la junta puede escribirse en función del vector de incremento de desplazamientos generalizados de la junta, introduciendo la matriz de rigidez que es constante dentro de cada intervalo de tiempo:

$$\Delta \bar{\mathbf{S}} = \bar{\mathbf{k}}_i^{EJ} \Delta \bar{\mathbf{r}} \quad (3.8)$$

donde $\bar{\mathbf{k}}_i^{EJ}$ es función de $\bar{\mathbf{r}}$ en el tiempo t .

Conviene definir los elementos de la matriz $\bar{\mathbf{k}}_i^{EJ}$ en función de los desplazamientos relativos de la junta definidos como se indica

$$\bar{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} u_{Ax} \\ u_y \\ u_{Ax} \\ u_{Bx} \\ u_s \\ u_{Bz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_{Ax} \\ r_y \\ r_{Ax} \\ r_{Bx} \\ \theta_s \\ r_{Bz} \end{Bmatrix}_j - \begin{Bmatrix} r_{Ax} \\ r_y \\ r_{Ax} \\ r_{Bx} \\ \theta_s \\ r_{Bz} \end{Bmatrix}_i = \bar{\mathbf{r}}_j - \bar{\mathbf{r}}_i \quad (3.9)$$

y las fuerzas quedan representadas por

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{Bmatrix} F_{Ax} \\ F_y \\ F_{Ax} \\ F_{Bx} \\ F_s \\ F_{Bz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S_{Ax} \\ S_y \\ S_{Ax} \\ S_{Bx} \\ M_s \\ S_{Bz} \end{Bmatrix}_j = \bar{\mathbf{S}}_j = -\bar{\mathbf{S}}_i \quad (3.10)$$

De lo anterior, se puede concluir que existe una matriz de rigidez que relaciona los incrementos de fuerza $\Delta \bar{\mathbf{F}}$ con los incrementos de desplazamiento $\Delta \bar{\mathbf{u}}$ como se indica

$$\Delta \bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{k}} \Delta \bar{\mathbf{u}} \quad (3.11)$$

Puede considerarse que la rigidez que proporciona la matriz $\bar{\mathbf{k}}$ está compuesta de dos partes como se muestra a continuación

$$\bar{\mathbf{k}} = \bar{\mathbf{k}}_1 + \bar{\mathbf{k}}_2 \quad (3.12)$$

donde

$$\bar{\mathbf{k}}_1 = \begin{bmatrix} k_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_V & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_V \end{bmatrix}$$

$$k_A = \begin{cases} \text{si } (u_{Ax} < -\Delta_G \text{ y } \dot{u}_{Ax} \leq 0), & 0 \\ \text{si } (u_{Ax} < -\Delta_G \text{ y } \dot{u}_{Ax} > 0) \text{ o } (u_{Ax} \geq -\Delta_G), & k_i \end{cases} \quad (3.13)$$

$$k_B = \begin{cases} \text{si } (u_{Bx} < -\Delta_G \text{ y } \dot{u}_{Bx} \leq 0), & 0 \\ \text{si } (u_{Bx} < -\Delta_G \text{ y } \dot{u}_{Bx} > 0) \text{ o } (u_{Bx} \geq -\Delta_G), & k_i \end{cases}$$

k_S es la rigidez de resorte de la cuña de cortante y k_V es la rigidez del resorte que simula el efecto del sujetador vertical.

Se muestra en seguida la ecuación del incremento de la fuerza de los tirantes longitudinales durante un intervalo de tiempo

$$\Delta F_{T_i} = k_{T_i} \Delta u_{T_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N_T \quad (3.14)$$

donde ΔF_{T_i} es el incremento de la fuerza F_{T_i} del tirante y Δu_{T_i} es el incremento de la deformación u_{T_i} del tirante en cada intervalo de tiempo. k_{T_i} es la rigidez instantánea que el tirante tiene en el tiempo t , que se obtiene al hacer

$$k_{T_i} = \begin{cases} \text{si } (u_{T_i} \leq \Delta_T + u_{T_i}^P), & 0 \\ \text{si } (\Delta_T + u_{T_i}^P < u_{T_i} \leq \Delta_T + u_{T_i}^P + u_{T_i}^E), & k_T \\ \text{si } (u_{T_i} > \Delta_T + u_{T_i}^P + u_{T_i}^E), & 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

donde $u_{T_i}^P \geq 0$ es la deformación plástica del tirante i , $u_{T_i}^E = S_T/k_T$ es la deformación elástica de los tirantes.

La deformación u_{Ti} se puede determinar a partir de las deformaciones longitudinales de la junta, puesto que los extremos de la misma se consideran infinitamente rígidos

$$u_{Ti} = \left[\frac{1}{2} + \frac{2y_i}{d} \quad \frac{1}{2} - \frac{2y_i}{d} \right] \begin{Bmatrix} u_{Ax} \\ u_{Bx} \end{Bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, N_T \quad (3.16)$$

Ya que es necesario que exista equilibrio entre las fuerzas longitudinales de la junta y las fuerzas en los tirantes, se tiene

$$\begin{Bmatrix} F_{Ax} \\ F_{Bx} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{N_T} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{2y_i}{d} \\ \frac{1}{2} - \frac{2y_i}{d} \end{Bmatrix} F_{Ti} \quad (3.17)$$

al combinar las ecuaciones se encuentra que

$$\begin{Bmatrix} F_{Ax} \\ F_{Bx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{AA} & k_{AB} \\ k_{AB} & k_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{Ax} \\ u_{Bx} \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

donde

$$\begin{aligned} k_{AA} &= \sum_{i=1}^{N_T} k_{Ti} \left(\frac{1}{2} - \frac{2y_i}{d} \right)^2 \\ k_{AB} &= \sum_{i=1}^{N_T} k_{Ti} \left(\frac{1}{2} + \frac{2y_i}{d} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{2y_i}{d} \right) \\ k_{BB} &= \sum_{i=1}^{N_T} k_{Ti} \left(\frac{1}{2} + \frac{2y_i}{d} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

para finalmente expresar la matriz $\bar{\mathbf{k}}_2$ de la siguiente manera

$$\bar{\mathbf{k}}_2 = \begin{bmatrix} k_{AA} & 0 & 0 & k_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{AB} & 0 & 0 & k_{BB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

por lo que $\bar{\mathbf{k}}_i^{EJ}$ queda

$$\bar{\mathbf{k}}_i^{EJ} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{k}} & -\bar{\mathbf{k}} \\ -\bar{\mathbf{k}} & \bar{\mathbf{k}} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Esta matriz está en función de las coordenadas de la junta; para que la rigidez de la junta pueda sumarse ordenadamente (ensamble) a las rigideces de los otros elementos, es necesario transformarla a las coordenadas de nudo. Al hacerlo puede escribirse lo siguiente

$$\Delta \mathbf{S} = \mathbf{k}_i^{EJ} \Delta \mathbf{r}, \quad \mathbf{k}_i^{EJ} = \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{k}}_i^{EJ} \mathbf{A} \quad (3.22)$$

\mathbf{k}_i^{EJ} es la matriz de rigidez de la junta que se usa cuando se realiza la suma ordenada de las matrices de rigidez de todos los elementos.

Por referencia y para mostrar la complejidad de las expresiones que se obtienen en el desarrollo de estas matrices, se presenta a continuación la expresión analítica explícita para la matriz \mathbf{k}_i^{EJ} , lo que justifica que se omitan en el texto todos los desarrollos explícitos de estas expresiones y se utilicen únicamente las formas numéricas, más prácticas para las computadoras:

$$\begin{bmatrix}
 b_A + 2a_{AA} + 2b_{AB} + b_B + b_{BB} & 0 & 0 & 0 & \frac{d}{2}(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB}) & -b_A - b_{AA} - 2b_{AB} - b_B - b_{BB} & 0 & 0 & 0 & \frac{d}{2}(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB}) \\
 0 & 2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d^2}{4}(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB}) & -d(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB}) & 0 & 0 & \frac{d^2}{4}(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB}) \\
 -b_A - b_{AA} - 2b_{AB} - b_B - b_{BB} & 0 & 0 & 0 & -\frac{d}{2}(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB}) & b_A + b_{AA} + 2b_{AB} + b_B + b_{BB} & 0 & 0 & -\frac{d}{2}(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB}) \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2k & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2k & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2k \\
 \frac{d(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB})}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{d^2}{4}(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB}) & -d(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB}) & 0 & 0 & \frac{d^2}{4}(b_A + b_{AA} + b_B + b_{BB})
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 u_A \\
 v_A \\
 u_B \\
 v_B \\
 u_T \\
 v_T \\
 u_{T1} \\
 v_{T1} \\
 u_{T2} \\
 v_{T2}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

Durante el análisis, al final de cada intervalo de tiempo, es necesario verificar que se cumplan las condiciones estipuladas en (3.13), y de acuerdo a ellas, formular la rigidez apropiada para la junta. Los valores más grandes que puedan alcanzar u_{Ax} y u_{Bx} indican la separación máxima de la junta. Así mismo, el valor más grande de los u_{T1}^P indica la ductilidad máxima que alcanzan los tirantes.

3.4 Fuerzas de fricción de Coulomb en el modelo de fricción

En los puntos A y B de la junta pueden existir fuerzas verticales, las cuales, cuando tienden a comprimir un lado de la junta con el otro producen fuerzas de fricción en la dirección longitudinal, que pueden definirse en los siguientes términos

$$\begin{aligned}
 C_{Ax} &= \nu(H(0) - 1)F_{Ax}(2H(0) - 1)\dot{u}_{Ax} \\
 C_{Bx} &= \nu(H(0) - 1)F_{Bx}(2H(0) - 1)\dot{u}_{Bx}
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

donde ν es el coeficiente de fricción de Coulomb asociado y $H(x)$ es la función de Heaviside o función escalón. Para calcular el incremento de las fuerzas de fricción en un intervalo de tiempo se recurre a la hipótesis de que las velocidades y las fuerzas verticales que aparecen en la ecuación anterior no cambian de signo durante el intervalo de tiempo, por lo que

$$\begin{aligned}\Delta C_{Ax} &= \nu(H(0) - 1)\Delta F_{Ax} (2H(0) - 1)\dot{u}_{Ax} \\ \Delta C_{Bx} &= \nu(H(0) - 1)\Delta F_{Bx} (2H(0) - 1)\dot{u}_{Bx}\end{aligned}\quad (3.24)$$

El vector incremento de fuerzas de fricción durante un intervalo de tiempo, referido las coordenadas de la junta, es

$$\Delta \bar{\mathbf{P}}^c = \begin{Bmatrix} \Delta \bar{\mathbf{P}}_i^c \\ \Delta \bar{\mathbf{P}}_j^c \end{Bmatrix}, \quad \Delta \bar{\mathbf{F}}_i^c = \begin{Bmatrix} \Delta C_{Ax} \\ 0 \\ 0 \\ \Delta C_{Bx} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \Delta \bar{\mathbf{F}}_j^c = \begin{Bmatrix} -\Delta C_{Ax} \\ 0 \\ 0 \\ -\Delta C_{Bx} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}\quad (3.25)$$

Para transformar este vector al sistema de coordenadas de nudo es necesario hacer

$$\Delta \mathbf{P}^c = \mathbf{A}^T \Delta \bar{\mathbf{P}}^c \quad (3.26)$$

La transformación de las fuerzas de fricción de Coulomb de coordenadas de la junta a coordenadas de nudo es necesaria para hacer la suma ordenada (ensamble) y obtener el vector global de incremento de fuerzas de fricción $\Delta \mathbf{R}^c$, el cual a su vez se añade a los vectores de incremento de las acciones externas.

3.5 Modelo hysterético

El modelo hysterético de la junta de dilatación se deriva del modelo de fricción presentado en las secciones anteriores. Kawashima y Penzien [2] han encontrado que para obtener una mejor representación de la respuesta sísmica de amplitud moderada de los puentes, el modelo propuesto con anterioridad por Tseng y Penzien [1] debe ser modificado. En particular, se ha determinado que es necesario introducir el efecto del

impacto causado por las colisiones de la junta durante la acción sísmica, y que la naturaleza disipadora de las fuerzas de fricción de Coulomb se representa mejor con un modelo histerético bilineal que con la misma fricción. La matriz de rigidez final para el modelo histerético de la junta de dilatación cuenta ahora con tres componentes en lugar de las dos que se tienen para el modelo de fricción como se expuso en la ecuación (3.12).

Las hipótesis básicas para el modelo histerético de la junta de dilatación son las siguientes (ver figura 7):

- Los extremos de las losas adyacentes a la junta de dilatación se consideran infinitamente rígidos.
- La junta sólo puede entrar en contacto en los puntos A y B situados en los extremos del modelo y separados entre sí por la distancia d en dirección transversal.
- Cuando se produce el contacto entre los puntos A y B, entran en juego sendos resortes longitudinales cuyas características de rigidez son las necesarias para representar una colisión elástica. Para que ocurra el impacto es necesario que se cierre la pequeña holgura Δ_G que existe en estos puntos.
- La junta acepta fricción de Coulomb en los puntos A y B. El efecto disipador de esta fuerza se representa con un modelo histerético bilineal.
- Pueden existir en la junta un total de N_T tirantes longitudinales cuya rigidez en tensión para cada uno de ellos es k_T y en compresión es nula. La ubicación de cada tirante queda definida por la distancia transversal y_i ($i = 1, 2, \dots, N_T$) medida a partir del eje longitudinal de la junta.
- Los tirantes longitudinales se comportan en forma elastoplástica en tensión y su fuerza de fluencia es S_T .
- El movimiento en sentido transversal de la junta está restringido por un resorte que simula el efecto de la cuña de cortante, localizado en el punto C y cuya rigidez es k_s .

- En los puntos de contacto A y B existen resortes verticales de rigidez k_v que actúan como sujetadores verticales.
- Con el fin de permitir una mayor flexibilidad en el uso del modelo, el eje transversal de la junta no necesariamente debe ser paralelo al eje transversal del sistema de piso; es decir, la junta puede ser esviada.

La definición de la matriz $\bar{\mathbf{k}}_r^{EJ}$ que se hizo para el modelo de fricción sigue siendo válida para el modelo histerético, por lo que se tiene

$$\bar{\mathbf{k}}_r^{EJ} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{k}} & -\bar{\mathbf{k}} \\ -\bar{\mathbf{k}} & \bar{\mathbf{k}} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

También puede considerarse que la rigidez que proporciona la matriz $\bar{\mathbf{k}}$ está compuesta de dos partes

$$\bar{\mathbf{k}} = \bar{\mathbf{k}}_1 + \bar{\mathbf{k}}_2 \quad (3.28)$$

no obstante, el significado de las componentes del segundo miembro de esta ecuación es distinto, como se ve en las siguientes secciones.

3.6 Rigidez sin impacto para la junta de dilatación histerética

La primera componente de la matriz de rigidez de la junta de dilatación histerética se debe a la contribución elástica que no incluye el efecto del impacto, por lo que únicamente participan los coeficientes de rigidez de los tirantes longitudinales, los sujetadores verticales y la cuña de cortante, como se indica en la siguiente ecuación

$$\bar{\mathbf{k}}_1 = \begin{bmatrix} k_{AA} & 0 & 0 & k_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & k_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_v & 0 & 0 & 0 \\ k_{AB} & 0 & 0 & k_{BB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_v \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

donde k_s es la rigidez que corresponde al resorte que se utiliza para modelar la cuña de cortante; k_v es la rigidez de los resortes que modelan a los sujetadores verticales, los cuales encuentran en los puntos A y B de la junta y

$$\begin{aligned} k_{AA} &= \sum_{i=1}^{N_r} k_{Ti} \left(\frac{1}{2} - \frac{2y_i}{d} \right)^2 \\ k_{AB} &= \sum_{i=1}^{N_r} k_{Ti} \left(\frac{1}{2} + \frac{2y_i}{d} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{2y_i}{d} \right) \\ k_{BB} &= \sum_{i=1}^{N_r} k_{Ti} \left(\frac{1}{2} + \frac{2y_i}{d} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.30)$$

son los coeficientes de rigidez que corresponden a los tirantes longitudinales.

Obsérvese que la definición de la rigidez de los tirantes longitudinales no ha cambiado, como puede comprobarse al comparar esta última expresión con la ecuación (3.19).

3.7 Rigidez de impacto para la junta de dilatación histerética

Para el modelo de junta de dilatación propuesto, se supone que el impacto se produce en los puntos extremos A y B, puesto que solamente ahí existen los resortes de colisión que incluye el modelo. Las fuerzas de contacto que ocurren en estos puntos se representan como

$$\begin{aligned} P_{A1} &= k_I (1 - H(u_{Ax} + \Delta_G))(u_{Ax} + \Delta_G) \\ P_{B1} &= k_I (1 - H(u_{Bx} + \Delta_G))(u_{Bx} + \Delta_G) \end{aligned} \quad (3.31)$$

donde P_{A1} y P_{B1} son las fuerzas de contacto en los puntos A y B respectivamente; k_I es la rigidez de impacto para los resortes que toman en cuenta el efecto de la colisión; y $H(x)$ representa a la función de Heaviside o función escalón.

Se asume que $(u_{Ax} + \Delta_G)$ y $(u_{Bx} + \Delta_G)$ no cambian de signo durante el intervalo de tiempo Δt , por lo que el incremento en las fuerzas de contacto se puede expresar como

$$\begin{aligned} \Delta P_{A1} &= k_I (1 - H(u_{Ax} + \Delta_G)) \Delta u_{Ax} \\ \Delta P_{B1} &= k_I (1 - H(u_{Bx} + \Delta_G)) \Delta u_{Bx} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Se define el vector incremento de las fuerzas de contacto durante el intervalo de tiempo Δt , referido a las coordenadas de la junta de dilatación, como se indica

$$\Delta \bar{\mathbf{F}}^1 = \begin{Bmatrix} \Delta P_{A1} \\ 0 \\ 0 \\ \Delta P_{B1} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

Este vector también se puede expresar como

$$\Delta \bar{\mathbf{F}}^1 = \bar{\mathbf{k}}_2 \Delta \bar{\mathbf{u}} \quad (3.34)$$

donde

$$\bar{\mathbf{k}}_2 = \begin{bmatrix} k_j (1 - H(u_{Ax} + \Delta_G)) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_j (1 - H(u_{Bx} + \Delta_G)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

que es la segunda de las componente de la matriz de rigidez de la ecuación (3.28).

3.8 Rigidez por fricción de Coulomb para la junta de dilatación histerética

Al experimentar con los modelos analíticos para la respuesta de amplitud moderada de puentes, Kawashima y Penzien [2] encontraron que el efecto disipador de la fricción de Coulomb en las juntas de dilatación se representa mejor con un modelo histerético bilineal que con el propio modelo de fricción de Coulomb. Esto indica que el efecto disipador de esta fuerza amortiguadora no es solamente producto de la fricción, sino que existen otros efectos que no fueron considerados del todo en el modelo de fricción, y que al introducir el modelo histerético bilineal la representación del fenómeno mejora. Las fuerzas de fricción se pueden representar entonces como

$$\begin{aligned}
C_{Ax} &= \begin{cases} \text{si } u_{Ax} \leq u_{Ax}^S - u_{Ax}^E, & -\nu(H(0)-1)F_{Az} \\ \text{si } u_{Ax}^S - u_{Ax}^E \leq u_{Ax} \leq u_{Ax}^S + u_{Ax}^E, & k^C(H(F_{Az})-1)(u_{Ax} - u_{Ax}^S) \\ \text{si } u_{Ax} \geq u_{Ax}^S + u_{Ax}^E, & \nu(H(0)-1)F_{Az} \end{cases} \\
C_{Bx} &= \begin{cases} \text{si } u_{Bx} \leq u_{Bx}^S - u_{Bx}^E, & -\nu(H(0)-1)F_{Bz} \\ \text{si } u_{Bx}^S - u_{Bx}^E \leq u_{Bx} \leq u_{Bx}^S + u_{Bx}^E, & k^C(H(F_{Bz})-1)(u_{Bx} - u_{Bx}^S) \\ \text{si } u_{Bx} \geq u_{Bx}^S + u_{Bx}^E, & \nu(H(0)-1)F_{Bz} \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.36}$$

donde ν es el coeficiente de fricción de Coulomb, u_{Ax}^S y u_{Bx}^S son los desplazamientos por deslizamiento en los puntos A y B respectivamente y u_{Ax}^E y u_{Bx}^E son las deformaciones elásticas en los puntos A y B que se pueden expresar como

$$u_{Ax}^E = \frac{\nu|F_{Az}|}{k^C}, \quad u_{Bx}^E = \frac{\nu|F_{Bz}|}{k^C} \tag{3.37}$$

Se asume que durante el intervalo de tiempo Δt , las fuerzas de compresión verticales F_{Az} y F_{Bz} son constantes, y que las deformaciones $u_{Ax} - u_{Ax}^S \pm u_{Ax}^E$ y $u_{Bx} - u_{Bx}^S \pm u_{Bx}^E$ no cambian de signo. Al suponer lo anterior, el incremento en las fuerzas de fricción se puede expresar como

$$\begin{aligned}
\Delta C_{Ax} &= \begin{cases} \text{si } u_{Ax} \leq u_{Ax}^S - u_{Ax}^E, & 0 \\ \text{si } u_{Ax}^S - u_{Ax}^E \leq u_{Ax} \leq u_{Ax}^S + u_{Ax}^E, & k^C(H(F_{Az})-1)\Delta u_{Ax} \\ \text{si } u_{Ax} \geq u_{Ax}^S + u_{Ax}^E, & 0 \end{cases} \\
\Delta C_{Bx} &= \begin{cases} \text{si } u_{Bx} \leq u_{Bx}^S - u_{Bx}^E, & 0 \\ \text{si } u_{Bx}^S - u_{Bx}^E \leq u_{Bx} \leq u_{Bx}^S + u_{Bx}^E, & k^C(H(F_{Bz})-1)\Delta u_{Bx} \\ \text{si } u_{Bx} \geq u_{Bx}^S + u_{Bx}^E, & 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.38}$$

El vector incremento de la fuerza de fricción durante el intervalo de tiempo Δt , referido a las coordenadas de la junta, se puede escribir como se indica a continuación:

$$\Delta \bar{\mathbf{P}}^c = \begin{Bmatrix} \Delta \bar{\mathbf{P}}_I^c \\ \Delta \bar{\mathbf{P}}_J^c \end{Bmatrix}, \quad \Delta \bar{\mathbf{P}}_I^c = \begin{Bmatrix} -\Delta C_{Ax} \\ 0 \\ 0 \\ -\Delta C_{Bx} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \Delta \bar{\mathbf{P}}_J^c = \begin{Bmatrix} \Delta C_{Ax} \\ 0 \\ 0 \\ \Delta C_{Bx} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.39)$$

Este vector también se puede expresar como

$$\Delta \bar{\mathbf{P}}^c = \bar{\mathbf{k}}_t^c \Delta \bar{\mathbf{r}} \quad (3.40)$$

Usando las ecuaciones (3.9) y (3.10), que son válidas para ambos modelos de junta, se puede llegar a establecer que

$$\bar{\mathbf{k}}_t^c = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{k}}_3 & -\bar{\mathbf{k}}_3 \\ -\bar{\mathbf{k}}_3 & \bar{\mathbf{k}}_3 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

donde $\bar{\mathbf{k}}_3$ es una matriz de rigidez referida a las coordenadas de la junta, y que relaciona el incremento en la fuerza de fricción al incremento en el desplazamiento relativo de la junta durante un intervalo de tiempo Δt . Utilizando las expresiones (3.38) y (3.39), se tiene que

$$\bar{\mathbf{k}}_3 = \begin{bmatrix} k_A^c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_A^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

en donde

$$k_A^C = \begin{cases} \text{si } u_{Ax} \leq u_{Ax}^S - u_{Ax}^E, & 0 \\ \text{si } u_{Ax}^S - u_{Ax}^E \leq u_{Ax} \leq u_{Ax}^S + u_{Ax}^E, & k^C (H(F_{Ax}) - 1) \\ \text{si } u_{Ax} \geq u_{Ax}^S + u_{Ax}^E, & 0 \end{cases} \quad (3.43)$$

$$k_B^C = \begin{cases} \text{si } u_{Bx} \leq u_{Bx}^S - u_{Bx}^E, & 0 \\ \text{si } u_{Bx}^S - u_{Bx}^E \leq u_{Bx} \leq u_{Bx}^S + u_{Bx}^E, & k^C (H(F_{Bz}) - 1) \\ \text{si } u_{Bx} \geq u_{Bx}^S + u_{Bx}^E, & 0 \end{cases}$$

Para transformar esta matriz de rigidez de coordenadas de la junta a coordenadas de nudo se realiza la siguiente transformación lineal

$$\Delta P^C = k_i^C \Delta r_i, \quad k_i^C = A^T k_i^C A \quad (3.44)$$

Al obtener la matriz k_i^C , que está referida a coordenadas de nudo, y al sumarla con la que se define en la ecuación (3.27) se puede efectuar el ensamble dentro de la matriz de rigidez global del puente, considerándose así que en el modelo de la junta de dilatación, el efecto disipador de la fuerza de fricción de Coulomb se toma en cuenta introduciendo amortiguamiento histerético bilineal.

CAPÍTULO 4

MÉTODOS DE EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA ANTE SISMO

4.1 Ecuaciones básicas de la dinámica estructural

Con la finalidad de evaluar la respuesta ante sismo de los puentes se recurre a las ecuaciones de la dinámica estructural, en particular a la ecuación del movimiento de un sistema de n grados de libertad, que expresa el equilibrio dinámico del sistema utilizando el principio de D'Alembert, y que en forma abreviada es

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{u}(t) = \mathbf{R}(t) \quad (4.1)$$

donde \mathbf{M} es la matriz de masa, $\mathbf{C}(t)$ es la matriz de amortiguamiento viscoso que varía con el tiempo, $\mathbf{K}(t)$ es la matriz de rigidez que también es función del tiempo, $\mathbf{R}(t)$ es el vector de cargas dinámicas, $\ddot{\mathbf{u}}(t)$ es el vector de aceleración, $\dot{\mathbf{u}}(t)$ es el vector de velocidad y $\mathbf{u}(t)$ es el vector de desplazamiento, estos tres últimos referidos a un sistema de coordenadas fijo.

Cuando al sistema se aplican excitaciones en sus apoyos, es necesario no sólo considerar los desplazamientos correspondientes a los grados de libertad, sino que deben incluirse también los de los mismos apoyos, por lo que el vector de desplazamientos se aumenta para incorporar este efecto

$$\mathbf{u}^c(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{u}^b(t) \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

donde $\mathbf{u}^b(t)$ es el vector que contiene los valores prescritos de los n^b desplazamientos asociados a los apoyos. El vector $\mathbf{u}^c(t)$ se considera compuesto por una parte cuasiestática y por otra dinámica, pudiéndose escribir

$$\mathbf{u}^c(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{u}^b(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{u}_s^b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{u}^b \end{Bmatrix} = \mathbf{u}_s^c + \mathbf{u}^c \quad (4.3)$$

donde, por definición $\mathbf{u}^b = \mathbf{0}$ lo cual significa que el desplazamiento de los apoyos no es independiente del movimiento del terreno; es decir, el movimiento de los apoyos menos el movimiento del terreno necesariamente es igual a cero. Ahora se introducen modificaciones a las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez puesto que el tamaño del vector de desplazamientos ha aumentado.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{M}^b \\ [\mathbf{M}^b]^T & \mathbf{M}^{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}^b(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}(t) & \mathbf{C}^b(t) \\ [\mathbf{C}^b(t)]^T & \mathbf{C}^{bb}(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}^b(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}(t) & \mathbf{K}^b(t) \\ [\mathbf{K}^b(t)]^T & \mathbf{K}^{bb}(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{u}^b(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}(t) \\ \mathbf{R}^b(t) \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

por lo que las ecuaciones de movimiento asociadas a los n grados de libertad quedan representadas como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{M}^b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}^b(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}(t) & \mathbf{C}^b(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}^b(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}(t) & \mathbf{K}^b(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{u}^b(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}(t) \\ \mathbf{R}^b(t) \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

y haciendo uso del vector de desplazamiento completo y del hecho que $\mathbf{K}(t)\mathbf{u}_s + \mathbf{K}^b(t)\mathbf{u}_s^b = \mathbf{0}$ (por la definición del vector cuasiestático que se acaba de mencionar) se tiene

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(t)\mathbf{u} &= \\ \mathbf{R}(t) - \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{M}^b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}^b(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}(t) & \mathbf{C}^b(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}^b(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.6)$$

y

$$\mathbf{u}_s = -\mathbf{K}(t)^{-1} \mathbf{K}^b(t) \mathbf{u}_s^b = -\mathbf{B}(t) \mathbf{u}_s^b, \quad \mathbf{B}(t) = \mathbf{K}(t)^{-1} \mathbf{K}^b(t) \quad (4.7)$$

donde $\mathbf{B}(t)$ contiene los llamados coeficientes de influencia cuasiestáticos que son producidos por los n^b desplazamientos asociados a los apoyos. Para obtener ecuaciones de relativamente menor complejidad, se introducen una serie de hipótesis acerca del comportamiento del modelo; en la ecuación (4.6), los términos asociados al amortiguamiento viscoso se desprecian, puesto que esto no introduce error significativo. En el modelo se ha considerado que las masas se encuentran concentradas en los nudos, por lo tanto no existe acoplamiento y la matriz \mathbf{M}^b es nula. Así, la ecuación (4.6) queda

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(t)\mathbf{u} = \mathbf{R}(t) + \mathbf{M}\mathbf{B}(t)\ddot{\mathbf{u}}_g^b \quad (4.8)$$

donde $\ddot{\mathbf{u}}_g^b$ es el vector de desplazamientos prescritos en los apoyos. Existen dos casos de interés para este vector en el análisis de puentes; uno es cuando se tiene excitación de base rígida, es decir, el movimiento de los apoyos es el mismo en cada una de las direcciones ortogonales globales para la estructura. El otro sucede en puentes relativamente largos o en zonas con cambios topográficos o en el suelo local notables, en los que la excitación es diferente en cada apoyo. En puentes relativamente largos, el tiempo de recorrido de la excitación de un apoyo a otro puede influir significativamente en la respuesta del modelo. En sitios con cambios en la topografía o suelo, pueden presentarse fenómenos asociados a la naturaleza ondulatoria de la excitación, tales como reflexión, difracción u otros.

Para excitación de base rígida, el movimiento en todos los puntos de apoyo del puente es el mismo. La ecuación del movimiento puede representarse como

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(t)\mathbf{u} = \mathbf{R}(t) + \mathbf{M}\mathbf{B}^r\ddot{\mathbf{u}}_g^r(t) \quad (4.9)$$

donde $\ddot{\mathbf{u}}_g^r(t)$ es el vector de la excitación de base rígida que tiene tres componentes, cada una de ellas paralela a los ejes de coordenadas globales X , Y y Z . La matriz \mathbf{B}^r está compuesta por tres vectores columna, cada uno de ellos corresponde a uno de los ejes de coordenadas globales X , Y y Z y tienen n componentes que equivalen a la unidad si corresponden a un desplazamiento de apoyo o cero en cualquier otra circunstancia.

Para excitación múltiple en la base, el movimiento en cada uno de los puntos de apoyo del puente puede ser distinto. La ecuación del movimiento puede representarse como

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(t)\mathbf{u} = \mathbf{R}(t) + \mathbf{M}\mathbf{B}(t)\ddot{\mathbf{u}}_g^m(t) \quad (4.10)$$

donde $\ddot{\mathbf{u}}_g^m(t)$ es el vector de la excitación múltiple en la base que tiene n^b componentes, cada una de ellas describe el movimiento en la dirección correspondiente de desplazamiento.

Independientemente del caso, la ecuación del movimiento puede expresarse como sigue:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(t)\mathbf{u} = \mathbf{R}(t) + \mathbf{M}\mathbf{B}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (4.11)$$

donde, si se trata de excitación para base rígida, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(t)$ y $\ddot{\mathbf{u}}_g(t) = \ddot{\mathbf{u}}_g^b(t)$. Si se tiene excitación múltiple en la base entonces $\ddot{\mathbf{u}}_g(t) = \ddot{\mathbf{u}}_g^m(t)$.

Finalmente, la respuesta de la estructura puede encontrarse aplicando esta última ecuación, con lo que se obtiene la respuesta dinámica, y después añadiendo los resultados a los que se calculen de aplicar la expresión (4.7).

4.2 Evaluación paso a paso de las ecuaciones del movimiento

El modelo analítico que se utiliza para idealizar los puentes incluye características no lineales. Puesto que los procedimientos ordinarios de superposición que se aplican en el análisis modal espectral dejan de ser válidos para este tipo de modelos, se hace necesario recurrir a la solución paso a paso en el tiempo de las ecuaciones del movimiento. Se requiere entonces expresar a la ecuación (4.11) de manera incremental. Para ello se supone que durante un intervalo de tiempo Δt , la rigidez y el amortiguamiento (que se considera varían con el tiempo) son constantes, por lo que es posible escribir

$$\mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}(t)\Delta\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(t)\Delta\mathbf{u} = \Delta\mathbf{R}(t) + \mathbf{M}\mathbf{B}\Delta\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (4.12)$$

donde

$$\begin{aligned}
 \Delta \ddot{\mathbf{u}} &= \Delta \ddot{\mathbf{u}}(t) = \ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) - \ddot{\mathbf{u}}(t) \\
 \Delta \dot{\mathbf{u}} &= \Delta \dot{\mathbf{u}}(t) = \dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) - \dot{\mathbf{u}}(t) \\
 \Delta \mathbf{u} &= \Delta \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t + \Delta t) - \mathbf{u}(t) \\
 \Delta \mathbf{R}(t) &= \mathbf{R}(t + \Delta t) - \mathbf{R}(t) \\
 \Delta \ddot{\mathbf{u}}_g(t) &= \ddot{\mathbf{u}}_g(t + \Delta t) - \ddot{\mathbf{u}}_g(t)
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

El método adoptado para la integración numérica de las ecuaciones de movimiento en el tiempo es el propuesto por Newmark [7]. Las expresiones para el cálculo de la velocidad y el desplazamiento se presentan con una notación coherente a la que se ha empleado hasta este momento

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) &= \dot{\mathbf{u}}(t) + [(1 - \delta)\ddot{\mathbf{u}}(t) + \delta\ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)]\Delta t \\
 \mathbf{u}(t + \Delta t) &= \mathbf{u}(t) + \dot{\mathbf{u}}(t)\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \sigma \right) \ddot{\mathbf{u}}(t) + \sigma\ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) \right] \Delta t^2
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Los parámetros δ y σ tienen que ver con la precisión, rapidez de convergencia y estabilidad de este procedimiento numérico. Los valores $\delta=1/2$ y $\sigma=1/6$ representan el caso de considerar aceleración lineal dentro de cada intervalo de tiempo (lo cual brinda rapidez en la convergencia, pero a condición de que para intervalos de tiempo extremadamente grandes, el método puede ser inestable), los valores $\delta=1/2$ y $\sigma=1/4$ suponen que la aceleración se mantiene constante dentro del intervalo de tiempo (lo que asegura estabilidad incondicional, pero una rapidez de convergencia relativamente menor). Al aplicar (4.13) en estas últimas expresiones se obtiene

$$\begin{aligned}
 \Delta \ddot{\mathbf{u}}(t) &= C_1 \Delta \mathbf{u}(t) - C_2 \dot{\mathbf{u}}(t) - C_3 \ddot{\mathbf{u}}(t) \\
 \Delta \dot{\mathbf{u}}(t) &= C_4 \Delta \mathbf{u}(t) - C_5 \dot{\mathbf{u}}(t) - C_6 \ddot{\mathbf{u}}(t)
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

donde el significado de las constantes es

$$C_1 = \frac{1}{\sigma \Delta t^2}, \quad C_2 = \frac{1}{\sigma \Delta t}, \quad C_3 = \frac{1}{2\sigma}$$

$$C_4 = \frac{\delta}{\sigma \Delta t}, \quad C_5 = \frac{\delta}{\sigma}, \quad C_6 = \left(\frac{\delta}{2\sigma} - 1 \right) \Delta t$$

donde, para aceleración constante

$$C_1 = \frac{4}{\Delta t^2}, \quad C_2 = \frac{4}{\Delta t}, \quad C_3 = 2, \quad C_4 = \frac{2}{\Delta t}, \quad C_5 = 2, \quad C_6 = 0$$

y para aceleración lineal

$$C_1 = \frac{6}{\Delta t^2}, \quad C_2 = \frac{6}{\Delta t}, \quad C_3 = 3, \quad C_4 = \frac{3}{\Delta t}, \quad C_5 = 3, \quad C_6 = \frac{\Delta t}{2}$$

La ecuación (4.15) se introduce en la (4.12) y después de manipular algebraicamente a esta última es posible establecer que

$$[C_1 \mathbf{M} + C_4 \mathbf{C}(t) + \mathbf{K}(t)] \Delta \mathbf{u} = \Delta \overline{\overline{\mathbf{R}}}(t) \quad (4.16)$$

donde

$$\Delta \overline{\overline{\mathbf{R}}}(t) = \Delta \mathbf{R}(t) + \mathbf{M} \mathbf{B} \Delta \ddot{\mathbf{u}}_g(t) + [C_2 \mathbf{M} + C_5 \mathbf{C}(t) + \mathbf{K}(t)] \dot{\mathbf{u}}(t) + [C_3 \mathbf{M} + C_6 \mathbf{C}(t) + \mathbf{K}(t)] \ddot{\mathbf{u}}(t) \quad (4.17)$$

La ecuación (4.16) puede representarse de una forma más conveniente para fines del cálculo numérico al utilizar el amortiguamiento de Rayleigh definido en la ecuación (1.10), y al introducir seis constantes que involucran a los parámetros α y β de este amortiguamiento. La ecuación (1.10) se repite aquí como referencia

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (4.18)$$

Kawashima y Penzien [2] han determinado que el efecto de las fuerzas disipadoras se representa mejor si el amortiguamiento de Rayleigh es función de la rigidez que presenta el puente debida a las cargas sostenidas y a la masa de la estructura, por lo que la rigidez total se puede expresar como

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{K}^L + \mathbf{K}^N(t) \quad (4.19)$$

donde \mathbf{K}^L es la matriz de rigidez debida a las cargas sostenidas y $\mathbf{K}^N(t)$ es la matriz de rigidez que varía con el tiempo por causa de los elementos no lineales. Así, la expresión que define al amortiguamiento de Rayleigh queda en función de la matriz \mathbf{K}^L como sigue

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}^L \quad (4.20)$$

Las seis constantes que es conveniente definir son

$$\begin{aligned} C_7 &= C_1 + \alpha C_4, & C_8 &= \beta C_4, & C_9 &= C_2 + \alpha C_5 - \alpha \\ C_{10} &= 1 - C_3 - \alpha C_6, & C_{11} &= \beta(C_5 - 1), & C_{12} &= \beta C_6 \end{aligned}$$

algunas de ellas se utilizan en las siguientes secciones.

Después de manipular algebraicamente la ecuación (4.16) se obtiene

$$\overline{\mathbf{K}}(t) \Delta \mathbf{u}(t) = \Delta \overline{\mathbf{R}}(t) \quad (4.21)$$

donde

$$\overline{\mathbf{K}}(t) = C_7 \mathbf{M} + \mathbf{K}(t) + C_8 \mathbf{K}^L$$

y

$$\begin{aligned} \Delta \overline{\mathbf{R}}(t) &= \Delta \mathbf{R}(t) + \mathbf{M} \mathbf{B} \Delta \ddot{\mathbf{u}}_g(t) + [C_2 \mathbf{M} + C_3 \mathbf{C}(t) + \mathbf{K}(t)] \dot{\mathbf{u}}(t) + \\ & [C_3 \mathbf{M} + C_6 \mathbf{C}(t) + \mathbf{K}(t)] \ddot{\mathbf{u}}(t) \end{aligned}$$

definidos como la matriz de rigidez dinámica efectiva y el vector de carga efectiva respectivamente. Esta ecuación se resuelve para cada intervalo de tiempo. Para obtener el desplazamiento, la velocidad y la aceleración en el siguiente intervalo de tiempo, de la ecuación anterior y de la (4.15) se puede obtener

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) &= \ddot{\mathbf{u}}(t) + C_1 \Delta \mathbf{u}(t) - C_2 \dot{\mathbf{u}}(t) - C_3 \ddot{\mathbf{u}}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) &= \dot{\mathbf{u}}(t) + C_4 \Delta \mathbf{u}(t) - C_5 \dot{\mathbf{u}}(t) - C_6 \ddot{\mathbf{u}}(t) \\ \mathbf{u}(t + \Delta t) &= \mathbf{u}(t) + \Delta \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (4.22)$$

4.3 Medidas para evaluar la calidad de la solución numérica

La ecuación (4.15) es una forma aproximada de la ecuación del movimiento, por lo que es posible que puedan presentarse fenómenos de inestabilidad al calcular la solución numérica debido a la selección en el tamaño del intervalo de tiempo, a la elección de aceleración constante o lineal o a características propias de la estructura. Una medida útil para verificar si el procedimiento numérico está llegando a buen término es la fuerza de desequilibrio que existe en cada grado de libertad al final del intervalo de tiempo. Para ello, es necesario regresar a las ecuaciones fundamentales de la dinámica, pero esta vez partiendo del equilibrio dinámico de fuerzas, como se muestra a continuación

$$\mathbf{F}^I(t) + \mathbf{F}^D(t) + \mathbf{F}^S(t) = \mathbf{R}(t) \quad (4.23)$$

donde $\mathbf{F}^I(t)$ es la fuerza de inercia en el nudo, $\mathbf{F}^D(t)$ es la fuerza disipadora por amortiguamiento en el nudo, $\mathbf{F}^S(t)$ es la fuerza restauradora en el nudo y $\mathbf{R}(t)$ es el vector que representa la excitación externa. En forma incremental, esta ecuación se puede expresar como

$$\mathbf{F}^I(t) + \Delta\mathbf{F}^I(t) + \mathbf{F}^D(t) + \Delta\mathbf{F}^D(t) + \mathbf{F}^S(t) + \Delta\mathbf{F}^S(t) = \mathbf{R}(t + \Delta t) \quad (4.24)$$

donde $\Delta\mathbf{F}^I(t)$ es el incremento en la fuerza de inercia en el nudo, $\Delta\mathbf{F}^D(t)$ es el incremento en la fuerza disipadora por amortiguamiento en el nudo, $\Delta\mathbf{F}^S(t)$ es el incremento en la fuerza restauradora en el nudo; todo esto durante el intervalo de tiempo Δt . Estos incrementos en las fuerzas se pueden expresar como

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{F}^I(t) &= \mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{u}}(t) \\ \Delta\mathbf{F}^D(t) &= \mathbf{C}\Delta\dot{\mathbf{u}}(t) \\ \Delta\mathbf{F}^S(t) &= \mathbf{K}(t)\Delta\mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (4.25)$$

donde \mathbf{M} es la matriz de masas, \mathbf{C} es la matriz de amortiguamiento de Rayleigh y $\mathbf{K}(t)$ es la matriz de rigidez tangente. Sustituyendo la ecuación (4.25) en la (4.24), la ecuación del movimiento incremental se puede escribir como

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\Delta\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}(t)\Delta\mathbf{u}(t) = \\ \mathbf{R}(t + \Delta t) - \mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{u}}(t) - \mathbf{C}\Delta\dot{\mathbf{u}}(t) - \mathbf{F}^S(t) \end{aligned} \quad (4.26)$$

donde $\mathbf{F}^S(t)$, utilizando la ecuación (4.19), se define como

$$\mathbf{F}^S(t) = \mathbf{F}^{SL}(t) + \mathbf{F}^{SN}(t) = \mathbf{K}^L \mathbf{u}(t) + \sum_{j=1}^{NEL} \mathbf{f}_j^{SN}(t) \quad (4.27)$$

y donde a su vez $\mathbf{f}_j^{SN}(t)$ representa las fuerzas de restitución o restauradoras para el elemento j no lineal, y NEL es el número de elementos no lineales. Evidentemente, estas fuerzas varían con el tiempo.

La fuerza de desequilibrio $\delta\mathbf{R}(t+\Delta t)$ que interesa conocer está dada por el residuo que se obtiene de la ecuación de equilibrio (4.21). Para saber si la convergencia está siguiendo un curso satisfactorio, se puede comparar el cociente de las normas euclidianas de esta fuerza residual y la fuerzas externas contra una tolerancia, como se indica a continuación

$$\Delta_p = \frac{\|\delta\mathbf{R}(t + \Delta t)\|}{\|\mathbf{R}(t + \Delta t)\| + \|\mathbf{R}(t + \Delta t) - \delta\mathbf{R}(t + \Delta t)\|} \leq \Delta_{ps} \quad (4.28)$$

donde

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{R}(t + \Delta t) = \mathbf{R}(t + \Delta t) - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) - \\ \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) - \mathbf{K}^L \mathbf{u}(t + \Delta t) - \mathbf{F}^{NS}(t + \Delta t) \end{aligned} \quad (4.29)$$

y Δ_{ps} es la tolerancia deseada como máximo límite de error en la fuerza residual.

4.4 Subdivisión del intervalo de tiempo

Es razonable suponer que utilizando los métodos expuestos en las secciones anteriores, la cantidad de cálculos involucrados para determinar la respuesta sísmica de un puente puede ser lo suficientemente grande como para impedir que sean utilizados en las computadoras en las que es más probable que se tenga acceso, tales como computadoras

personales o estaciones de trabajo. Por ello surge la necesidad de contar con procedimientos más refinados que permitan en un principio seleccionar un intervalo de tiempo lo suficientemente grande para conseguir rapidez en el análisis, y en su caso, al detectar que para un intervalo de tiempo en particular la solución obtenida no cumple con los requisitos de calidad numérica, efectuar divisiones más pequeñas en el mismo.

Al detectar que el tamaño del intervalo de tiempo, seleccionado al inicio del programa, no cumple con los requisitos de convergencia señalados en la sección anterior para un paso de integración en particular, es necesario desechar los valores de desplazamiento, velocidad y aceleración obtenidos y recuperar los que corresponden al paso de integración anterior. Esto se puede hacer fácilmente introduciendo modificaciones a las ecuaciones (4.22) y utilizando lo expresado en (4.15) para obtener las expresiones que se presentan a continuación

$$\begin{aligned}
 \ddot{\mathbf{u}}(t) &= C_{14} \Delta \mathbf{u}(t) - C_{15} \dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) - C_{16} \ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) \\
 \dot{\mathbf{u}}(t) &= C_{17} \Delta \mathbf{u}(t) - C_{18} \dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) - C_{19} \ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) \\
 \mathbf{u}(t) &= \mathbf{u}(t + \Delta t) - \Delta \mathbf{u}(t)
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

en donde

$$\begin{aligned}
 C_{13} &= \frac{1}{\delta - \sigma - 1/2}, \quad C_{14} = \frac{C_{13}}{\Delta t^2}, \quad C_{15} = \frac{C_{13}}{\Delta t}, \quad C_{16} = C_{13}(\sigma - \delta) \\
 C_{17} &= \frac{C_{13}(\delta - 1)}{\Delta t}, \quad C_{18} = C_{13}(\sigma - 1/2), \quad C_{19} = C_{13}\left(\frac{\delta}{2} - \sigma\right)\Delta t
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

4.5 Procedimiento iterativo para el equilibrio

Para mejorar la calidad de la solución numérica al utilizar los métodos descritos en las secciones anteriores, resulta conveniente introducir un proceso iterativo de corrección del desplazamiento, velocidad y aceleración dentro de cada intervalo de tiempo, en

función de las fuerzas de desequilibrio, independientemente de que se haya efectuado subdivisión en el intervalo de tiempo o no.

La ecuación del movimiento para la iteración i durante el tiempo t puede escribirse como se indica

$$\mathbf{M}\delta\ddot{\mathbf{u}}^i(t) + \mathbf{C}\delta\dot{\mathbf{u}}^i(t) + \mathbf{K}^i(t)\delta\mathbf{u}^i(t) = \delta\mathbf{R}^i(t) \quad (4.32)$$

en donde

$$\begin{aligned} \delta\ddot{\mathbf{u}}^i(t) &= \ddot{\mathbf{u}}^{i+1}(t) - \ddot{\mathbf{u}}^i(t) \\ \delta\dot{\mathbf{u}}^i(t) &= \dot{\mathbf{u}}^{i+1}(t) - \dot{\mathbf{u}}^i(t) \\ \delta\mathbf{u}^i(t) &= \mathbf{u}^{i+1}(t) - \mathbf{u}^i(t) \end{aligned} \quad (4.33)$$

y

$$\delta\mathbf{R}^i(t) = \mathbf{R}(t) - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^i(t) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^i(t) - \mathbf{K}^L\mathbf{u}^i(t) - \mathbf{F}^{NSi}(t) \quad (4.34)$$

En las ecuaciones (4.33), es posible introducir

$$\begin{aligned} \delta\ddot{\mathbf{u}}^i(t) &= C_3\delta\mathbf{u}^i(t) \\ \delta\dot{\mathbf{u}}^i(t) &= C_4\delta\mathbf{u}^i(t) \end{aligned} \quad (4.35)$$

por lo que

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}^{i+1}(t) &= \ddot{\mathbf{u}}^i(t) + C_3\delta\mathbf{u}^i(t) \\ \dot{\mathbf{u}}^{i+1}(t) &= \dot{\mathbf{u}}^i(t) + C_4\delta\mathbf{u}^i(t) \\ \mathbf{u}^{i+1}(t) &= \mathbf{u}^i(t) - \delta\mathbf{u}^i(t) \end{aligned} \quad (4.36)$$

así, la ecuación de equilibrio (4.32) puede escribirse

$$\overline{\mathbf{K}}^i(t)\delta\mathbf{u}^i(t) = \delta\overline{\mathbf{R}}^i(t) \quad (4.37)$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{K}}^i(t) &= \mathbf{K}^i(t) + C_s \mathbf{M} + C_d \mathbf{K}^i \\ \delta \bar{\mathbf{R}}^i(t) &= \mathbf{R}(t) - \mathbf{M}[\ddot{\mathbf{u}}^i(t) + \alpha \dot{\mathbf{u}}^i(t)] - \\ &\quad \mathbf{K}^i[\mathbf{u}^i(t) + \beta \dot{\mathbf{u}}^i(t)] - \mathbf{F}^{\text{NSI}}(t) \end{aligned} \quad (4.38)$$

Para saber si la convergencia está siguiendo un curso satisfactorio, resulta conveniente adoptar un criterio semejante al que se propone en el cálculo de la fuerza residual como se indica a continuación

$$\Delta_p^i = \frac{\|\delta \mathbf{R}^i(t)\|}{\|\mathbf{R}(t)\| + \|\mathbf{R}(t) - \delta \mathbf{R}^i(t)\|} \leq \Delta_{ps}^i \quad (4.39)$$

donde Δ_{ps}^i es la tolerancia deseada como máximo límite de error en el procedimiento iterativo del equilibrio.

4.6 Procedimiento para la evaluación paso a paso de las ecuaciones del movimiento

Concluido el desarrollo teórico de la solución paso a paso de las ecuaciones del movimiento, se presenta a continuación el procedimiento que es necesario seguir para el análisis no lineal de acuerdo a las expresiones que se han formulado.

4.6.1 Fase inicial por carga estática

1. Calcular la matriz de rigidez inicial \mathbf{K} (por los procedimientos usuales para estructuras elásticas) y la matriz de masas concentradas \mathbf{M} .
2. Una vez calculadas las matrices anteriores, calcular las fuerzas y desplazamientos iniciales debidos a las cargas estáticas que actúan sobre el sistema.
3. Si es necesario, establecer la matriz de influencia cuasiestática \mathbf{B} .
4. Construir la información para el análisis dinámico, que en este caso consiste en los registros de la fuerza dinámica actuante $\mathbf{R}(t)$ o la historia de movimiento del terreno $\ddot{\mathbf{u}}_g(t)$.

5. Calcular las constantes definidas para la integración paso a paso, C_1, \dots, C_{19} .

4.6.2 Integración de las ecuaciones de movimiento en el tiempo

1. Determinar la matriz de rigidez tangente \mathbf{K}_t para la estructura.
2. Si es necesario, establecer la matriz de influencia cuasiestática actual $\mathbf{B}(t)$.
3. Reducir la matriz $\mathbf{B}(t)$ a forma triangular.
4. Calcular el vector incremento de cargas efectivas $\Delta \bar{\mathbf{R}}(t)$.
5. Calcular el vector incremento de desplazamientos efectivo $\Delta \bar{\mathbf{u}}(t)$.
6. Obtener las aceleraciones $\ddot{\mathbf{u}}(t)$, velocidades $\dot{\mathbf{u}}(t)$ y desplazamientos $\mathbf{u}(t)$.
7. Determinar las fuerzas de miembro, verificar las condiciones de no linealidad, calcular la nueva rigidez tangente, los vectores de deformaciones inelásticas y las fuerzas de desequilibrio para los elementos en los que sea necesario. Para esto se necesita calcular la fuerza residual. Si la fuerza residual cumple con el requisito establecido en la ecuación (4.28) se continúa con el paso 8. Si no, se recurre a la subdivisión del intervalo del tiempo. Después de esto se verifica si se requiere iteración para el equilibrio y se efectúa en caso necesario.

8. En el siguiente intervalo de tiempo, continuar con el paso 1 para obtener una nueva rigidez tangente global, o directamente ir al paso 4 para el cálculo del vector de cargas efectivas, según se requiera.

Para obtener el incremento de la aceleración, velocidad y desplazamiento, se aplican las ecuaciones (4.22) y (4.15); para obtener la aceleración, la velocidad y el desplazamiento en el siguiente intervalo de tiempo, se utilizan las ecuaciones (4.13).

Una vez que se ha determinado el desplazamiento $\mathbf{u}(t+\Delta t)$ en el siguiente intervalo de tiempo, se utiliza para establecer las fuerzas internas $\mathbf{S}(t+\Delta t)$ y la siguiente matriz de rigidez tangente $\mathbf{k}_t(t+\Delta t)$ para los elementos de la estructura cuyas características son no

lineales. La matriz de rigidez tangente total para el sistema $\mathbf{K}_t(t+\Delta t)$ se obtiene sumando ordenadamente las correspondientes a cada elemento (ensamble). Es importante notar que en el cálculo de las fuerzas internas de los miembros, es necesario incluir las fuerzas que se obtienen de las cargas estáticas, puesto que la rigidez tangente es función directa de las fuerzas totales que obran sobre el elemento.

CAPÍTULO 5

NEABS, PROGRAMA PARA EL ANÁLISIS SÍSMICO NO LINEAL DE PUENTES

5.1 Aspectos básicos

El análisis basado en los métodos descritos anteriormente para la solución del problema dinámico de los puentes, que utilice recursos razonables en cuanto a tiempo y costo, demanda el uso de computadora. Con esta finalidad, se revisó la literatura existente de programas de análisis sísmico de puentes proporcionada por el *Earthquake Engineering Research Center* y se seleccionó como herramienta auxiliar de cálculo el programa de computadora NEABS (*Nonlinear Earthquake Analysis of Bridge Systems*) [4]. Existen otros programas para análisis sísmico de puentes, tales como BSAP, para análisis lineal; SEISAB, para análisis de puentes con claros relativamente cortos (según la definición adoptada en este trabajo) en los que el efecto de los estribos es de importancia en la respuesta ante excitaciones sísmicas de los puentes; y BASSIN, programa para análisis lineal estático de puentes. El programa NEABS obtiene la respuesta de amplitud moderada de puentes ante excitaciones sísmicas de acuerdo a los expuesto en [1] y [2], por lo cual fue seleccionado, modificado y adaptado como herramienta de cálculo para los fines de este trabajo. El programa es capaz de calcular la respuesta de puentes de concreto sometidos a excitaciones dinámicas. La excitación se puede dar en forma de una fuerza dinámica aplicada o en forma de historia o historias en las tres direcciones ortogonales de movimiento del terreno. El programa considera que el movimiento del terreno es debido a base rígida, lo cual no permite el análisis fuera de fase para puentes en los que este efecto puede ser de importancia. El programa permite el uso de elementos estructurales con

comportamiento lineal o no lineal. Para la integración numérica de las ecuaciones del movimiento es posible seleccionar aceleración constante o lineal, puesto que la solución paso a paso está basada en el método de Newmark [7]. Cada una de estas opciones tiene consecuencias directas sobre la precisión, rapidez de convergencia y estabilidad de este procedimiento numérico. En el caso de considerar aceleración lineal se obtiene rapidez en la convergencia, pero a condición de que para intervalos de tiempo grandes, el algoritmo puede ser inestable. Si se supone que la aceleración se mantiene constante, se asegura a la estabilidad incondicional, pero a condición de obtener una rapidez de convergencia relativamente menor.

En un trabajo posterior a [1] y [2], realizado por Roy A. Imbsen y Joseph Penzien [3] se discute la importancia del fenómeno de absorción de energía que permiten dispositivos disipadores colocados en las juntas de dilatación. Este tipo de dispositivos influye para que la respuesta sísmica de los puentes de concreto ante sismo sea de menor amplitud. Por ello, en [3] se desarrolla el programa de computadora NEABS II, el cual toma en cuenta la existencia de dispositivos disipadores de energía en los puentes de concreto. El uso de estos mecanismos se ha dado principalmente en países como Japón y Nueva Zelanda; Imbsen y Penzien admiten que en Estados Unidos su uso aún es escaso. Desafortunadamente, en México no se tiene noticia sobre la utilización de disipadores de energía en las juntas de dilatación de puentes de concreto, como los que se utilizan en las carreteras y viaductos, por lo que se decidió trabajar con el programa NEABS que no incluye este efecto y no con NEABS II.

5.2 Problemas de traslado del programa entre diferentes computadoras

En un principio, el programa fue escrito en lenguaje FORTRAN IV para operar en máquinas antiguas del tipo CDC 6600 y CDC 7600, las cuales emplean palabras de 64

bits. El lenguaje FORTRAN IV permite definir dos tipos de precisión para las variables reales: precisión sencilla y precisión doble. Como la palabra de estas máquinas es de 64 bits, era suficiente la precisión sencilla para efectuar los cálculos dentro del programa, puesto que la representación interna de los números con 64 bits alcanza una precisión de aproximadamente 20 cifras significativas. Las computadoras que existen en la actualidad permiten el uso de lenguajes de programación modernos y mejor construidos para todo tipo de aplicaciones; no obstante, por facilidad y porque que existen en profusión compiladores de lenguaje FORTRAN 77 para aprovechar los programas de aquella época, se optó por hacer únicamente las modificaciones necesarias para transformar el código del programa que hacía uso de ciertas peculiaridades del compilador original. Otra modificación que se hizo necesario introducir fue el aumento de precisión en las variables usadas para los cálculos, pues pruebas preliminares demostraron que la precisión sencilla utilizada originalmente en el programa no fue suficiente en las computadoras en las que se probó. Esto se explica porque la palabra de la computadora original es de 64 bits y en general, la palabra utilizada por las máquinas actuales es de 32 bits, con lo que la precisión de los números es menor que en las computadoras CDC.

Una técnica ampliamente utilizada en los programas FORTRAN es la llamada memoria pseudodinámica. Básicamente, consiste en definir al principio del programa un arreglo que pueda contener en su totalidad a todos los demás arreglos y variables que se utilizarán en el código, e irlos acomodando dentro de este gran arreglo por medio de direcciones relativas. Aquí conviene introducir una definición; se entiende en lo que sigue por localidad de memoria a la unidad de almacenamiento básica que utiliza el modelo de computadora que se esté utilizando; por ejemplo, en una máquina de 32 bits, una localidad de memoria consiste en 32 bits o 4 bytes; en una de 64 bits, la localidad tiene un tamaño de 8 bytes. Supóngase que se requiere reservar n localidades de memoria y que de alguna

manera se sabe que esta memoria debe ser localizada a partir de la dirección x ; entonces, los elementos del arreglo desde x hasta $x + n - 1$ son los que se utilizarán en esta operación. Si posteriormente se requiere más memoria, esta se reservará a partir de la localidad $x + n$. Al cambiar el programa para operar en doble precisión, es inevitable el ajuste de estas direcciones para no crear conflictos de memoria.

Esta técnica de memoria pseudodinámica tiene serios inconvenientes desde el punto de vista de traslado de programas entre distintas computadoras. Las localidades de memoria de las que se ha hablado no representan entidades que manipulan directamente las máquinas al más bajo nivel, como los bytes, por ejemplo. En particular, el programa NEABS original supone que el tamaño en la memoria de las variables enteras y reales es el mismo, por lo que intercambia indistintamente unas y otras en las mismas localidades de memoria. La atribución de tamaños particulares a los objetos constituye una violación a los principios de portabilidad en ingeniería de software. Como ejemplo de ello considérese la siguiente situación: inicialmente, el programa reserva espacio para un entero y un real, posteriormente, este mismo espacio sirve al programa para alojar dos reales. Evidentemente, al efectuar esta última operación, el programa sobrepasa el espacio asignado inicialmente e invade áreas de memoria que pertenecen a otras variables o al código mismo del programa, presentándose así corrupción de memoria. Una consecuencia directa de esto se tradujo en la necesidad de modificar todas las direcciones relativas para tomar en cuenta el cambio de precisión en las variables reales y el hecho de que se intercambian variables reales con variables enteras. Durante la adaptación del programa se mantuvieron, hasta donde fue posible, los principios de portabilidad, con la finalidad de evitar al máximo nuevos problemas de traslado entre computadoras para el programa NEABS en lo futuro.

Para garantizar que las modificaciones no introdujeran efectos colaterales al programa, se ejecutó en diversos tipos de máquinas, desde computadoras personales (PC 386/486) pasando por diversas categorías de estaciones de trabajo (HP 9000s720, HP 9000s750, SGI 4D/35, SGI INDIGO²) hasta una supercomputadora (CRAY Y-MP4/432), todas ellas propiedad de la Universidad Nacional Autónoma de México. Se encontró que las suposiciones del código acerca de la localización de objetos en la memoria principal dificultaron la adaptación a tal extremo, al grado de requerir meses de trabajo, que paralelamente se inició la reconstrucción del programa en lenguaje C++, con la finalidad de tener control completo sobre el código y en adición contar con una herramienta de ingeniería de acuerdo a las tendencias modernas.

Empero, las modificaciones sobre el código en FORTRAN dieron resultados satisfactorios antes de concluir con el desarrollo en C++, y puesto que este trabajo versa principalmente sobre el estudio de los modelos analíticos de puentes, se decidió seguir trabajando con la versión FORTRAN adaptada del original. Una prueba que muestra la efectividad de mantener los principios de portabilidad es el hecho de que el programa ejecuta en máquinas de 32 bits como la PC 386/486 y las estaciones de trabajo, y también en la máquina de 64 bits a la que se tuvo acceso, la supercomputadora CRAY Y-MP4/432.

5.3 Estructura interna del programa

El programa NEABS está organizado internamente de manera que los procedimientos descritos en los capítulos anteriores se encuentran localizados en diferentes módulos. Una característica notable del programa NEABS es el cuidado con que fue desarrollado originalmente siguiendo los criterios recomendados por los principios

de la programación modular. En caso contrario, la adaptación del programa para los fines de esta tesis hubiera requerido mayor cantidad de trabajo.

Para conocer con mayor detalle el funcionamiento del programa NEABS, a continuación se describe en forma breve la secuencia más general de procedimientos que el programa realiza y el nombre de la rutina FORTRAN que corresponde [4].

1. A partir de la información de entrada, en la rutina SETUP se construye el sistema de ecuaciones elástico y estático que corresponde al puente.
2. En la rutina STATIC, se calcula la solución para el estado estático, que posteriormente sirve como punto de partida para el análisis dinámico paso a paso. Así mismo, si el caso lo requiere, se calculan los coeficientes de influencia cuasiestáticos para múltiples excitaciones en los apoyos.
3. Se da entrada a las acciones dinámicas externas, ya sea como una fuerza dinámica, o historias de movimiento del terreno. La rutina LOADS es la encargada de esta tarea, y también de calcular los vectores de carga dinámica apropiados a partir de esta información.
4. En la rutina INTGR, para cada intervalo de tiempo se construyen las ecuaciones de equilibrio dinámico, calculando en forma directa los incrementos de aceleración, velocidad y desplazamiento, de donde a su vez, se pueden conocer la aceleración, velocidad y desplazamiento del siguiente intervalo de tiempo. Es necesario además verificar las condiciones de no linealidad para los miembros que posean tales características y en su caso, establecer la matriz de rigidez tangente para el o los miembros que así lo requieran.
5. Finalmente, en la rutina OUTPUT, se manipulan y envían los resultados al medio de impresión o de almacenamiento secundario de acuerdo a las especificaciones de salida que se hayan indicado a la entrada.

Para modelar el comportamiento de los puentes, el programa NEABS cuenta con los siguientes tipos de elementos estructurales:

- Vigas rectas elásticas lineales.
- Elementos en segmento de arco circular elásticos lineales.
- Vigas columna con comportamiento elastoplástico en flexión
- Elementos frontera tipo resorte con comportamiento histerético bilineal.
- Juntas de dilatación no lineales.

Para información en detalle sobre la especificación de entrada del programa, referirse a [4].

5.4 Resultados que se obtienen del programa

El programa de computadora calcula la historia en el tiempo del movimiento de puentes de concreto sujetos a excitaciones dinámicas. La excitación dinámica puede ser una serie de fuerzas fluctuantes aplicadas a la estructura o historias de movimiento del terreno.

Al observar detenidamente el resultado de una ejecución del programa, pueden definirse claramente las siguientes secciones:

5.4.1 Desplazamientos estáticos

Los desplazamientos estáticos se obtienen a partir del estado inicial de cargas de la estructura. Es muy importante definir adecuadamente las cargas estáticas, puesto que se trata de una de las condiciones iniciales del sistema. Estos desplazamientos encuentran su aplicación en la verificación de las condiciones de servicio en las que opera el puente cuando se han incluido en el análisis las cargas vivas correspondientes al tráfico de vehículos y peatones.

5.4.2 Fuerzas estáticas

Las fuerzas estáticas se obtienen a partir de los desplazamientos estáticos. Dentro del programa se impone la restricción de que estas fuerzas no deben hacer incursionar al puente en el rango de comportamiento inelástico; esto resulta congruente porque no es deseable que bajo condiciones normales de operación se produzcan deformaciones plásticas en la estructura. Se obtienen las fuerzas para todos los elementos estructurales que se hayan definido en el modelo analítico, estos incluyen vigas elásticas, vigas columna elastoplásticas, juntas de dilatación y elementos frontera. Estos resultados y los anteriores encuentran su mayor aplicación en la verificación de las condiciones de servicio de los puentes.

5.4.3 Historias de las aceleraciones o aceleraciones máximas

De acuerdo a lo que se especifique en la información de entrada para el programa, es posible obtener las historias completas de la aceleraciones para cada grado de libertad durante el periodo de tiempo que dura la excitación dinámica o las aceleraciones máximas. Para cada grado de libertad en particular, al contarse con la historia completa de la aceleración, ésta puede compararse con la correspondiente a la del registro sísmico aplicado. Esto permite observar cómo responde la estructura en algún punto ante el sismo. Cuando lo que se especifica como salida son únicamente las aceleraciones máximas, para cada grado de libertad del puente puede compararse su máximo ya sea con la aceleración máxima que corresponde al registro empleado como excitación o con la correspondiente aceleración espectral si se conoce el periodo fundamental de las estructura de un análisis elástico común. Esto resulta particularmente interesante, a la luz de recientes métodos propuestos para el cálculo de la respuesta sísmica de puentes, como el que se propone en

la última versión de las especificaciones europeas [11]. Para que esta comparación sea válida, es necesario determinar si la respuesta sísmica de la estructura está dada principalmente por un solo modo de vibración y cual es el grado de libertad que representa la respuesta de este modo.

5.4.4 Historia del desplazamiento o desplazamientos máximos

Al igual que para el caso de la aceleración, es posible obtener la historia de los desplazamientos o solamente los máximos, según se requiera. El resultado completo para cada grado de libertad encuentra su aplicación sobre todo en posibles futuros desarrollos sobre el tema de análisis no lineal de puentes. Se puede, por ejemplo, utilizar herramientas gráficas de cómputo para visualizar el comportamiento del puente durante el sismo, lo cual brinda a quien efectúa el análisis una excelente ayuda para interpretar los resultados. En particular, para fines de este trabajo se tuvo la oportunidad de emplear el sistema MPGS (*Multi Purpose Graphics System*) [23] para observar el comportamiento de un puente durante la excitación sísmica. Este proceso requirió para este caso el uso simultáneo de la super computadora Cray y de una estación de trabajo de capacidad gráfica especial como una Silicon Graphics; este punto se discutirá en detalle en los casos estudiados. Por otro lado, los desplazamientos máximos permiten verificar si el puente cumple con los requisitos especificados en los reglamentos, en particular si la ductilidad demandada no excede a la propia de los elementos estructurales.

5.4.5 Historias de las fuerzas internas o fuerzas internas máximas

Un tercer bloque de resultados que es posible obtener con el programa lo constituye la historia de las fuerzas internas en los miembros estructurales o sus correspondientes máximos. La obtención de las fuerzas internas permite determinar del análisis de los

elementos estructurales que alcanzan su resistencia, si el puente se encuentra bien diseñado o no.

5.4.6 Historias o máximos de fuerzas y deformaciones inelásticas

Ya que el programa tiene la capacidad de considerar elementos con comportamiento inelástico, existe una sección en los resultados que proporcionan las historias o los máximos de las deformaciones inelásticas alcanzadas y sus correspondientes fuerzas. Esta información permite determinar con facilidad si la ductilidad demandada por los elementos estructurales está por abajo de la demanda permitida por los reglamentos y por consiguiente emitir juicios sobre el diseño de la estructura.

En general, en la mayor parte de los análisis que se efectúan con el programa, interesa conocer únicamente los valores máximos de los resultados, con el fin de compararlos contra los parámetros de resistencia y ductilidad especificados para la estructura. Sólo en casos particulares es cuando se requiere contar con las historias completas de las aceleraciones, desplazamientos, fuerzas o deformaciones, por ejemplo, cuando existe la necesidad de construir gráficas en donde se muestre la evolución de alguna de estas variables a través del tiempo o para efectuar aplicaciones del tipo de visualización como las mencionadas anteriormente. A pesar de no ser una práctica establecida, las historias anteriores sirven para calcular otros índices de comportamiento (también conocidos como índices de daño), que permiten conocer la respuesta de la estructura ante excitaciones sísmicas de una manera más objetiva [33].

CAPÍTULO 6

CASOS ESTUDIADOS DE PUENTES Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

6.1 Casos estudiados

Con el propósito de validar los resultados del programa de análisis, se seleccionaron estructuras tipo para las que ya existen resultados de análisis no lineal. Como ejemplo de aplicación se seleccionaron tres puentes para su análisis, dos de ellos son puentes mexicanos, recientemente construidos, uno de los cuales no fue diseñado para cargas sísmicas. Se considera de importancia incluir este puente ya que en la práctica del diseño de puentes en México, los efectos sísmicos son ignorados con frecuencia principalmente debido a que no se cuenta con las herramientas necesarias para un análisis y diseño para incluirlos, y no se sabe si su comportamiento ante sismo es satisfactorio. El otro puente mexicano seleccionado si fue diseñado para sismo mediante un análisis modal espectral, y se trata de un puente de importancia, por ser, hasta la fecha de este trabajo, el más grande en su tipo en México [14]. El tercer caso seleccionado se trata de un pequeño puente de concreto que aparece como ejemplo de estudio ante excitaciones sísmicas en diversas publicaciones, entre otras [11] y [13].

Con este antecedente se seleccionó para el primer estudio un paso a desnivel (puente 5 de mayo) que de los datos existentes parece estar sobrediseñado y sobre el cual se efectuó un rediseño para compararlo con el original [12]. Para fines de este trabajo, sin embargo, se parte del primer diseño, puesto que es con el que se construyó el puente a la entrada de Toluca, México. Las características de este puente lo hacen apropiado para su estudio ante excitaciones sísmicas, ya que se trata de un diseño tipo utilizado en distintas

regiones del país. En la figura 10 se muestra la geometría y otros datos relevantes del puente.

Para el segundo estudio se seleccionó el puente Mezcala-Solidaridad (para efectos de este trabajo, en lo que sigue se le denomina sólo como puente Mezcala), puente atirantado de concreto, cuyas dimensiones lo colocan como el más grande en su tipo en México. Para esta clase de puentes, resulta de gran importancia el estudio no lineal de su respuesta ante excitaciones sísmicas, debido a la magnitud de la obra y a su ubicación en una zona de alto riesgo sísmico. El puente Mezcala se encuentra localizado cerca de la localidad de Mezcala, Guerrero, y se trata de una obra cuya finalidad es salvar el claro del cañón que forma el río Mezcala en ese punto. Forma parte de la nueva autopista que une a la Cd. de México, D. F. con Acapulco, Guerrero. La figura 11 muestra la geometría y otros datos relevantes de esta estructura.

El tercer puente seleccionado, se obtuvo de las especificaciones ATC para el diseño de puentes [13] y se estudia en este trabajo para establecer comparaciones entre los resultados obtenidos de otros análisis efectuados, tales como el de las normas europeas [11], en lo que sigue, a esta estructura se le denomina puente ATC. En particular, se encuentra que el puente ATC al analizarse de acuerdo con estas normas, desarrolla articulaciones plásticas en las pilas cuando la excitación sísmica es un registro artificial con aceleraciones máximas de $1g$ aproximadamente. En esta tesis, se investiga si con un registro diferente se alcanza fluencia. La figura 9 muestra la geometría y otros datos relevantes del puente ATC.

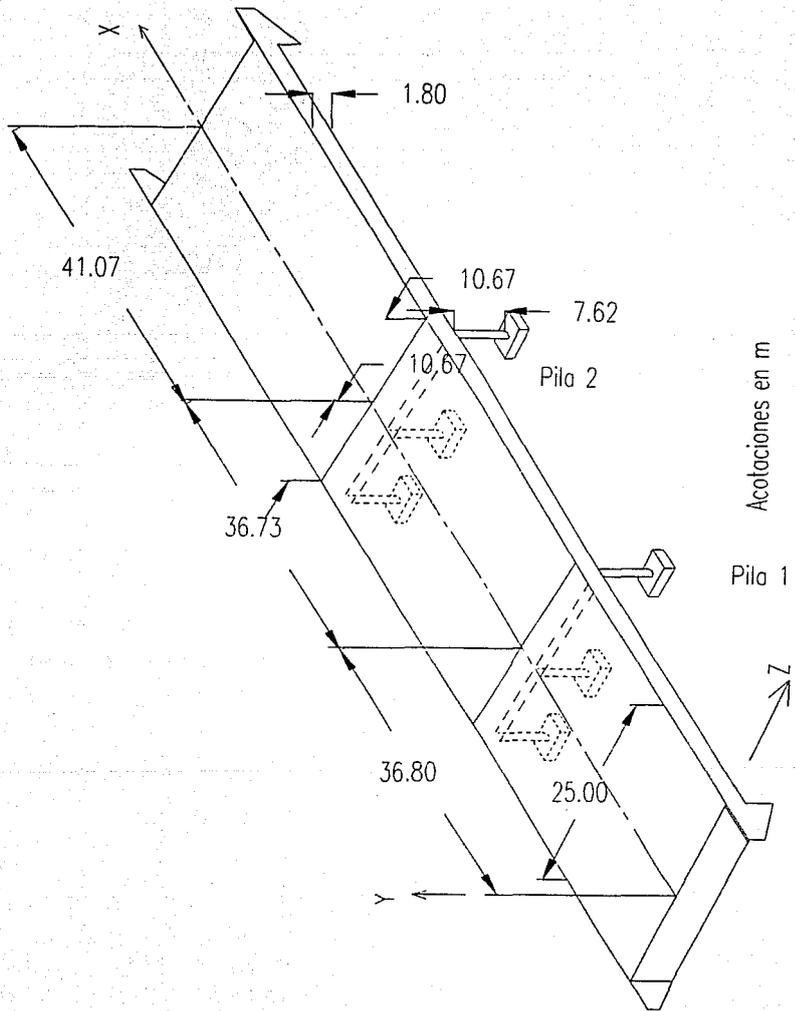


Figura 9. Puente ATC

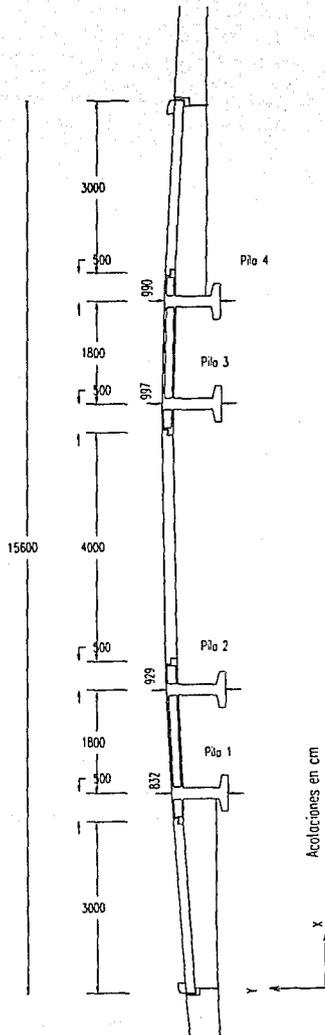


Figura 10. Puente 5 de mayo

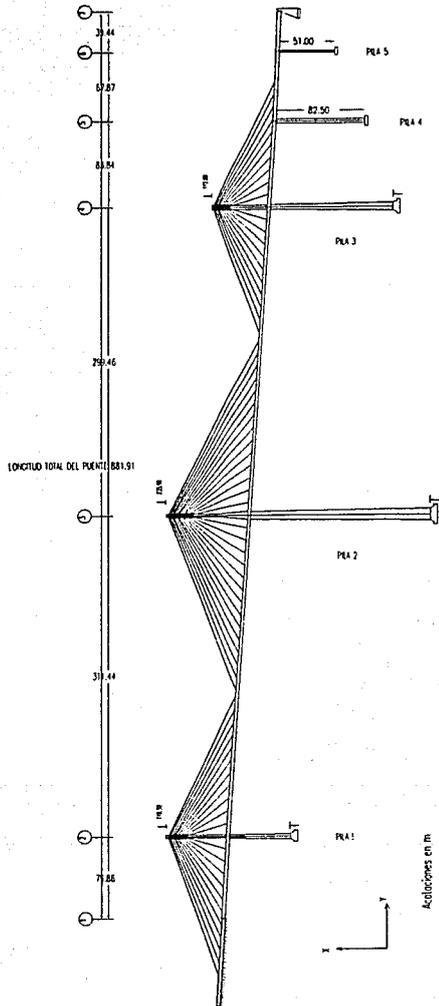


Figura 11. Puente Mezcala

Para comprender la relación entre la excitación sísmica a emplear y las características dinámicas de los puentes, es necesario determinar los periodos de vibración de análisis modales para cada uno de los puentes estudiados. Estos resultados se muestran posteriormente en las tablas correspondientes. Para los puentes 5 de mayo y ATC se obtiene que para que sean demandados significativamente por sismo, las excitaciones sísmicas empleadas deben tener un contenido de frecuencias adecuado puesto que estas estructuras responden principalmente en un rango de los periodos menores a 2 s.

Además, debido a que el riesgo sísmico en la localidad del puente 5 de mayo es bajo y que por otro lado, la relativa cercanía del puente Mezcala con las regiones donde se ubican los epicentros de los sismos más recientes, se selecciona para el análisis un registro sísmico de una localidad cercana a los epicentros, que para los tres puentes resulta ser el registro de Zacatula, Guerrero, del sismo de Michoacán del 19 de septiembre de 1985.

El registro de Zacatula tiene como característica que el mayor contenido de energía se encuentra en la región de periodos en la que estos puentes responden. De notarse también es que la componente vertical del registro tiene aceleraciones de importancia, como se observa en la siguiente tabla.

Componente	am _{ax} /g	am _{in} /g
Longitudinal	0.2765	-0.2694
Transversal	0.1643	-0.1855
Vertical	0.1449	-0.1477

Tabla 1. Aceleraciones extremas para registro Zacatula.

En las siguientes figuras se muestran las componentes longitudinal, transversal y vertical del registro y sus correspondientes espectros de respuesta elásticos.

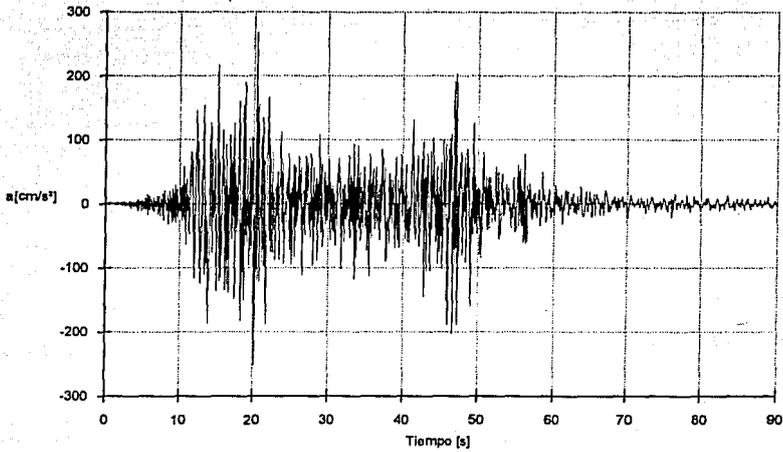


Figura 12. Componente longitudinal del registro Zacatula

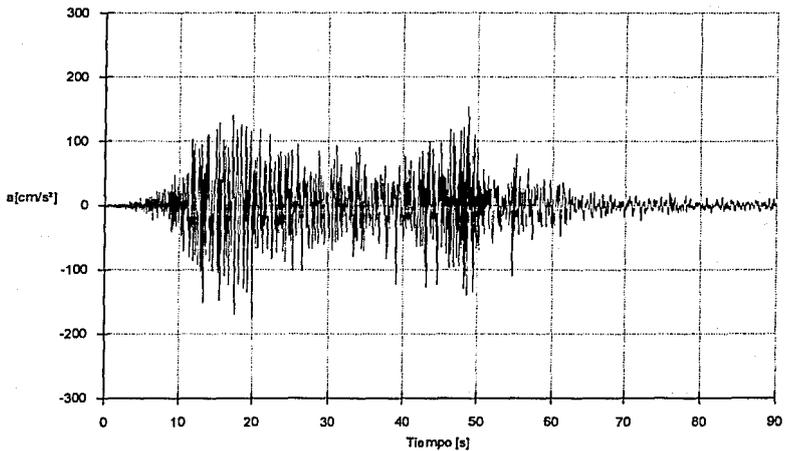


Figura 13. Componente transversal del registro Zacatula

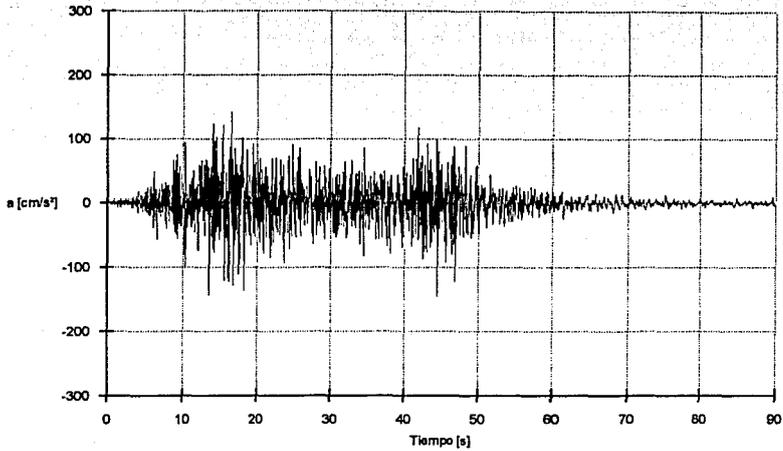


Figura 14. Componente vertical del registro Zacatula

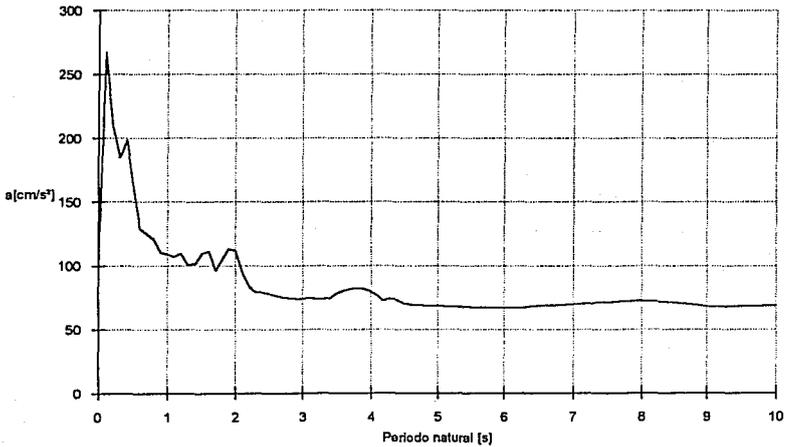


Figura 15. Espectro de respuesta longitudinal, amortiguamiento 5% del crítico

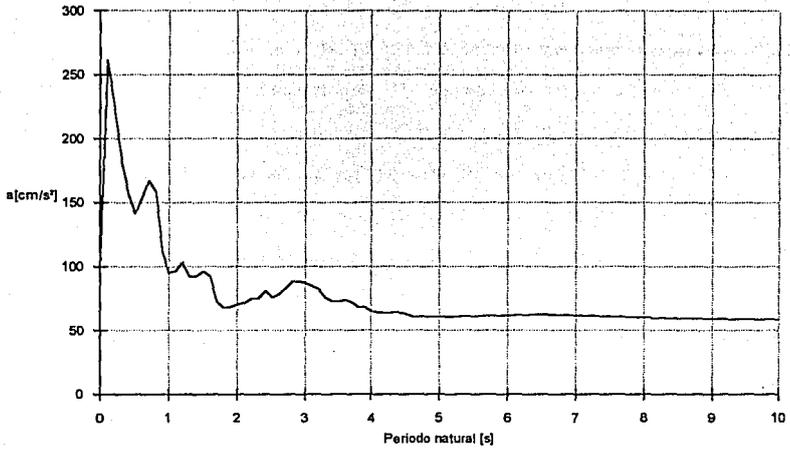


Figura 16. Espectro de respuesta transversal, amortiguamiento 5% del crítico

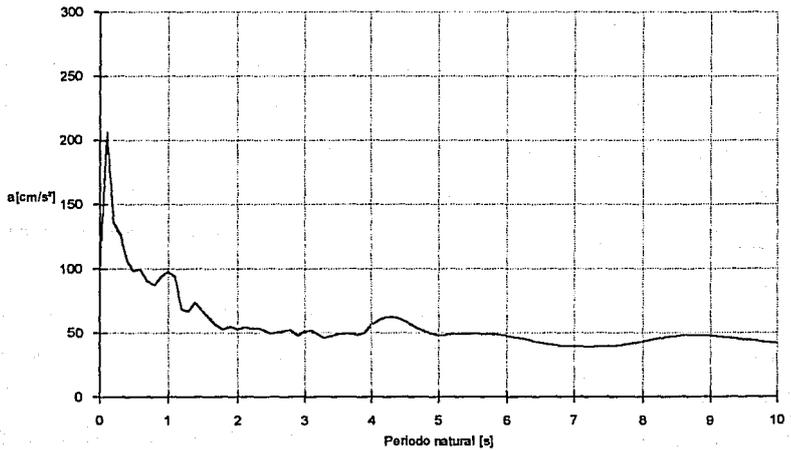


Figura 17. Espectro de respuesta vertical, amortiguamiento 5% del crítico

6.2 Tipos de análisis efectuados para los casos seleccionados

Para conocer con mayor detalle el comportamiento ante sismo de los puentes seleccionados, se realizan los siguientes tipos de análisis:

- **Análisis modal espectral.** Si se considera que la estructura responde en forma elástica es posible efectuar un análisis modal para conocer su comportamiento dinámico. En este análisis se utilizó el espectro de respuesta calculado del registro de Zacatula. De los resultados de este análisis modal resultó interesante visualizar los modos de vibrar de los puentes para compararlos con la vibración correspondiente que se obtiene al utilizar los resultados del análisis no lineal.

- **Análisis estático.** Para evaluar el comportamiento del puente cuando se encuentra sometido a cargas de servicio, se recurre a un análisis estático elástico, para revisar que en estas condiciones no se presenten incursiones en el rango de comportamiento inelástico, lo cual no es deseable.

- **Análisis no lineal paso a paso con una sola componente del sismo.** Este análisis requiere del uso del programa de análisis no lineal. Generalmente, cuando se recurre al análisis paso a paso en las estructuras, se incluye una sola de las componentes del registro del sismo. Aunque en edificios esto pueda tener validez para ciertos casos, se ve que para puentes es importante considerar al menos las dos componentes horizontales del sismo, ya que es práctica común despreciar el efecto de la componente vertical del registro, lo cual es válido sólo cuando se trabaja en sitios alejados del epicentro para los que es aceptable ignorar la componente vertical del registro. En particular, para lugares cerca del epicentro, debe utilizarse la componente vertical del registro.

- **Análisis paso a paso con tres componentes del sismo.** Este análisis también requiere del uso del programa de análisis no lineal, y ya que toma en cuenta las tres

componentes de la excitación sísmica, puede decirse que es el más completo que puede efectuarse con las herramientas disponibles en este trabajo.

6.3 Análisis modal

El análisis modal se realizó con la finalidad de obtener los primeros modos de vibración y determinar si la respuesta elástica de los puentes está dada únicamente por el modo fundamental como se supone en algunos métodos propuestos en los reglamentos de análisis y diseño sísmico de puentes [13]. Para esto se utilizó el programa SAP90 (*Structural Analysis Program*) [20]. La mayoría de los reglamentos admiten el uso de un método estático, haciendo hincapié en los alcances y limitaciones de este proceder, insisten en asegurarse que la respuesta del puente esté dada principalmente por el primer modo, lo que es difícil de determinar a menos que se realice un análisis modal previo. Ya que, es la práctica común considerar que la respuesta de los puentes de concreto está dada únicamente por el primer modo de vibración, en este trabajo se considera de interés determinar si intervienen los modos superiores. En las figuras siguientes se muestran los modelos de barras utilizados en la idealización de los puentes para su análisis modal.



Figura 18. Modelo de barras para puente ATC.

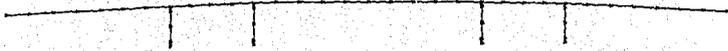


Figura 19. Modelo de barras para puente 5 de mayo.

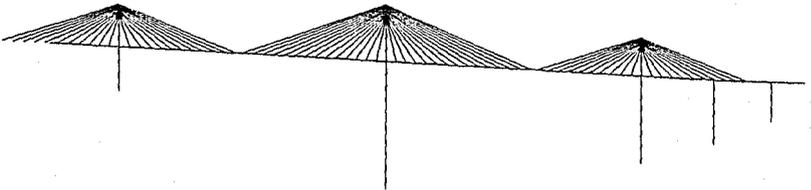


Figura 20. Modelo de barras para puente Mezcala.

A continuación se presentan algunos resultados de interés que se obtienen del análisis modal, como son los periodos correspondientes a cada uno de los modos de vibración considerados, la participación de la masa ante los efectos del espectro en cada una de las tres direcciones ortogonales y el acumulado de esta suma. En la tabla 2 se muestran los periodos naturales y la participación de la masa para los primeros 12 modos de vibración del puente ATC.

Puente ATC

Modo	Periodo	Participación de la masa en %					
	s	X	Y	Z	Suma X	Suma Y	Suma Z
1	3.2280	99.73	0.00	0.00	99.73	0.00	0.00
2	1.6116	0.08	11.91	0.00	99.80	11.92	0.00
3	1.2563	0.19	0.04	0.00	100.00	11.95	0.00
4	1.2379	0.00	0.00	93.09	100.00	11.95	93.09
5	0.8815	0.00	51.39	0.00	100.00	63.34	93.09
6	0.3209	0.00	0.00	0.01	100.00	63.34	93.09
7	0.2499	0.00	0.00	0.00	100.00	63.34	93.09
8	0.1878	0.00	12.48	0.00	100.00	75.82	93.09
9	0.1819	0.00	24.19	0.00	100.00	100.00	93.09
10	0.1439	0.00	0.00	6.48	100.00	100.00	99.57
11	0.1301	0.00	0.00	0.00	100.00	100.00	99.57
12	0.0923	0.00	0.00	0.00	100.00	100.00	99.57

Tabla 2. Periodos naturales de vibración y participación modal

Se observa que el periodo fundamental de la estructura es 3.23s, que corresponde a un modo de vibración longitudinal, por las características de apoyos deslizantes que se encuentran en los extremos del puente. Normalmente, el análisis de los puentes se hace considerando únicamente la componente transversal, para el cual se tiene una participación importante de la masa hasta el modo de vibración 4.

Puente 5 de mayo

Modo	Periodo	Participación de la masa en %					
	s	X	Y	Z	Suma X	Suma Y	Suma Z
1	0.5929	0.00	0.00	59.35	0.00	0.00	59.35
2	0.5062	0.01	20.59	0.00	0.01	20.59	59.35
3	0.4396	0.00	0.00	0.00	0.01	20.59	59.35
4	0.3351	0.02	4.70	0.00	0.04	25.29	59.35
5	0.3348	0.01	19.11	0.00	0.05	44.39	59.35
6	0.2521	0.00	0.00	24.63	0.05	44.39	83.98
7	0.2393	0.00	0.00	0.13	0.05	44.39	84.10
8	0.1886	67.83	0.01	0.00	67.87	44.40	84.10
9	0.1664	10.06	0.00	0.00	77.93	44.40	84.10
10	0.1350	1.36	0.14	0.00	79.29	44.54	84.10
11	0.1206	1.67	0.00	0.00	80.96	44.54	84.10
12	0.1063	0.04	0.15	0.00	81.00	44.69	84.10
13	0.0911	0.00	0.00	0.18	81.00	44.69	84.28
14	0.0893	0.27	0.00	0.00	81.27	44.69	84.28
15	0.0790	0.02	21.15	0.00	81.29	65.85	84.28
16	0.0723	0.01	0.05	0.00	81.30	65.90	84.28
17	0.0678	8.14	0.86	0.00	89.44	66.76	84.28
18	0.0648	0.06	16.73	0.00	89.50	83.48	84.28
19	0.0641	0.19	0.45	0.00	89.68	83.93	84.28
20	0.0501	0.00	0.00	0.00	89.68	83.93	84.28

Tabla 3. Periodos naturales de vibración y participación modal

Se observa que el periodo fundamental de la estructura es 0.59s, y que los periodos correspondientes a los modos superiores de vibración se encuentran en algunos casos cercanos unos a otros, como el 1 y 2, 4 y 5, 6 y 7, 8 y 9 y para los siguientes las diferencias son aún menores.

Es de esperarse que al analizar el puente 5 de mayo con un método modal espectral, se presente el efecto de acoplamiento de modos, que para incluirlo, es necesario conocer no sólo la participación de cada modo en la respuesta sino también la correlación entre ellos [8].

El análisis modal revela que para el puente 5 de mayo intervienen en la respuesta elástica varios modos de vibración, como se muestra en la tabla 3.

Puente Mezcala

Modo	Periodo	Participación de la masa en %					
	s	X	Y	Z	Suma X	Suma Y	Suma Z
1	7.0410	3.07	0.00	0.00	3.07	0.00	0.00
2	4.3845	0.00	0.00	31.86	3.07	0.00	31.86
3	3.3028	25.90	2.41	0.00	28.98	2.41	31.86
4	3.1264	7.44	2.96	0.00	36.42	5.36	31.86
5	2.7026	1.02	1.29	0.00	37.44	6.65	31.86
6	2.6687	0.00	0.00	4.13	37.44	6.65	35.99
7	2.4113	14.28	0.16	0.00	51.71	6.81	35.99
8	2.1384	0.00	0.00	12.71	51.71	6.81	48.70
9	2.1233	1.30	0.46	0.00	53.02	7.27	48.70
10	1.9490	0.00	0.00	0.27	53.02	7.27	48.97
11	1.6129	0.21	0.01	0.00	53.22	7.28	48.97
12	1.5428	0.00	0.00	4.63	53.22	7.28	53.60
13	1.5112	0.13	1.87	0.00	53.36	9.15	53.60
14	1.4547	7.89	0.50	0.00	61.24	9.65	53.60
15	1.2786	0.00	0.00	2.67	61.24	9.65	56.27
16	1.2027	2.11	0.08	0.00	63.35	9.72	56.27
17	1.1288	0.28	0.52	0.00	63.63	10.25	56.27
18	1.0834	5.20	0.00	0.00	68.83	10.25	56.27
19	1.0457	0.22	0.04	0.00	69.05	10.29	56.27
20	1.0366	0.00	0.00	0.10	69.05	10.29	56.37
21	0.8769	0.17	0.22	0.00	69.22	10.51	56.37
22	0.8458	0.00	0.00	2.73	69.22	10.51	59.10
23	0.8370	0.11	0.01	0.00	69.33	10.52	59.10
24	0.7824	0.02	2.75	0.00	69.36	13.27	59.10
25	0.7742	0.00	0.00	10.90	69.36	13.27	70.00
26	0.7350	0.63	1.15	0.00	69.98	14.42	70.00
27	0.7226	1.33	0.86	0.00	71.31	15.28	70.00
28	0.6965	0.00	0.00	0.58	71.31	15.28	70.58
29	0.6597	0.02	0.03	0.00	71.34	15.31	70.58
30	0.6182	0.28	0.01	0.00	71.62	15.32	70.58
31	0.6130	0.03	0.00	0.00	71.65	15.33	70.58
32	0.5925	1.72	0.00	0.00	73.36	15.33	70.58
33	0.5527	0.00	0.00	0.65	73.36	15.33	71.23
34	0.5219	0.62	0.08	0.00	73.98	15.41	71.23
35	0.5057	0.19	0.01	0.00	74.17	15.42	71.23

Tabla 4. Periodos naturales de vibración y participación modal

El comportamiento del puente Mezcala es más complejo que el de los anteriores, como se puede observar del resumen del análisis modal efectuado. Aún cuando se tiene información hasta el modo 35, las respuestas longitudinal y transversal que consideren la participación de estos modos no incluyen ni siquiera el 75% de los efectos del espectro. Siendo el puente Mezcala una estructura compleja, es de esperarse que en la respuesta elástica intervengan modos superiores de vibración, tal como puede apreciarse en la tabla 4.

Para identificar visualmente los modos con mayor participación en la respuesta elástica para cada una de las estructuras, se presentan a continuación las siguientes figuras, en donde se observa en proyección isométrica la forma de los modos de vibración.

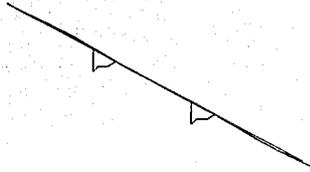


Figura 21. Puente ATC, modo 1

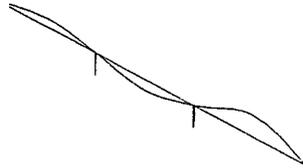


Figura 22. Puente ATC, modo 2

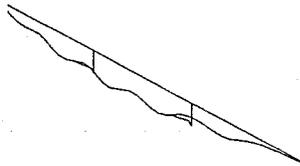


Figura 23. Puente ATC, modo 4

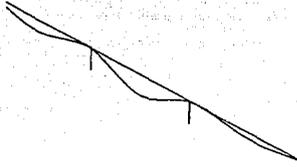


Figura 24. Puente ATC, modo 5

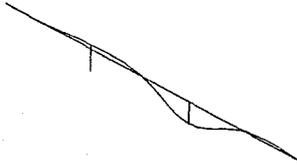


Figura 25. Puente ATC, modo 8

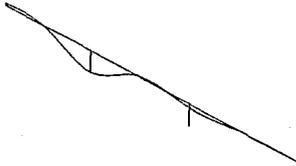


Figura 26. Puente ATC, modo 9

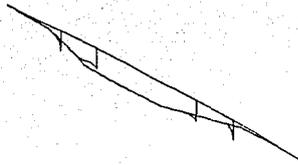


Figura 27. Puente 5 de mayo, modo 1

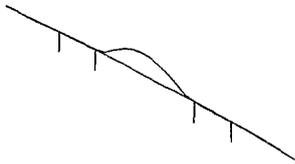


Figura 28. Puente 5 de mayo, modo 2

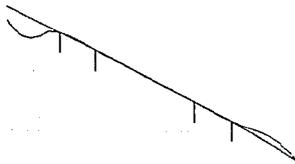


Figura 29. Puente 5 de mayo, modo 4

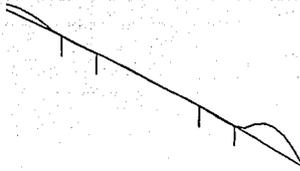


Figura 30. Puente 5 de mayo, modo 5

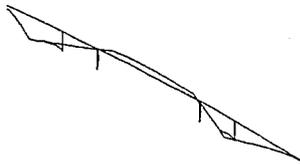


Figura 31. Puente 5 de mayo, modo 6

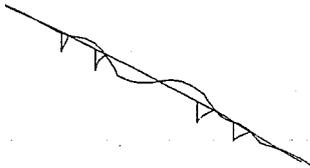


Figura 32. Puente 5 de mayo, modo 8

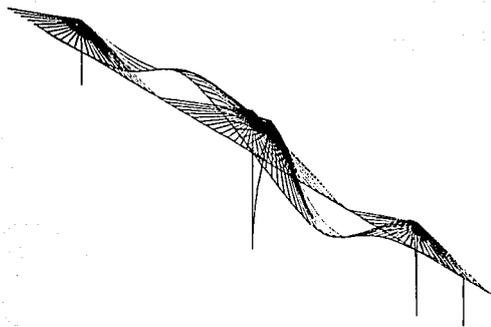


Figura 33. Puente Mezcala, modo 1

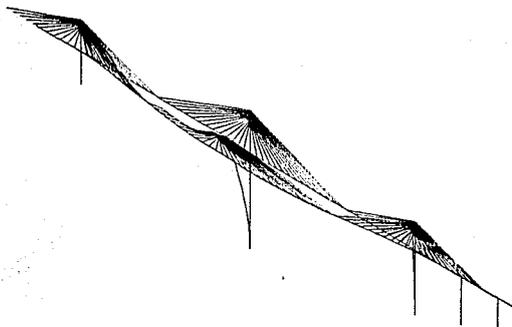


Figura 34. Puente Mezcala, modo 2

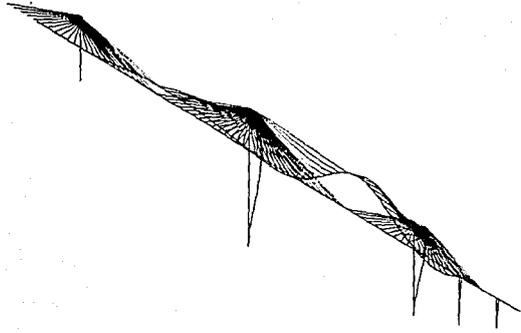


Figura 35. Puente Mezcala, modo 3

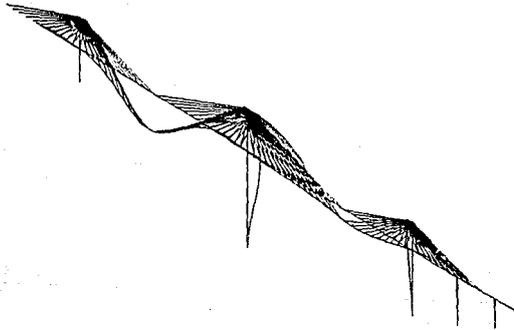


Figura 36. Puente Mezcala, modo 4

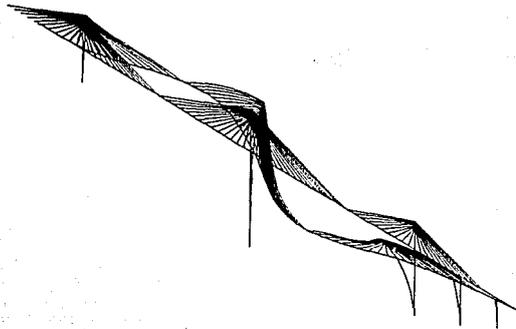


Figura 37. Puente Mezcala, modo 6

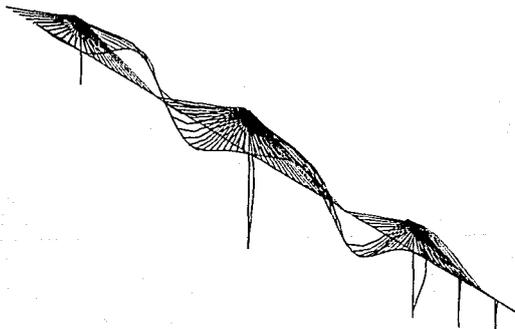


Figura 38. Puente Mezcala, modo 7

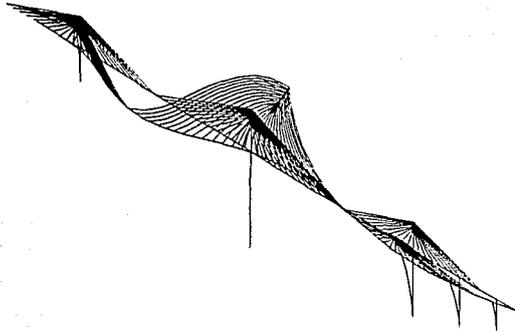


Figura 39. Puente Mezcala, modo 8

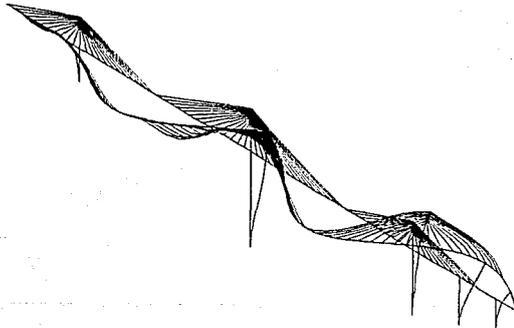


Figura 40. Puente Mezcala, modo 12

Al observar las figuras que muestran los modos de vibración de los puentes y compararlos con las tablas correspondientes de periodos y factores de participación modal, se pueden obtener conclusiones interesantes.

Para el puente ATC, como ya se ha mencionado anteriormente, debido a las características de apoyos deslizantes en sus extremos, se tiene que el primer modo de vibración es de tipo longitudinal y que el periodo de vibración es relativamente alto para un puente pequeño, de 3.23 s. Esto quiere decir que para el sismo seleccionado la coordenada espectral correspondiente es pequeña, por lo que se esperaría que su contribución no fuese significativa. Este aspecto, sin embargo, debe revisarse ya que su factor de participación es alto. Se puede apreciar que la contribución más importante para el movimiento transversal está dada por el modo 4 con una participación relevante del modo 10, por lo que es el cuarto modo, primero transversal, el que define la respuesta en esta dirección, como se supone en el análisis de un puente por medio del método estático.

Para el puente 5 de mayo se observa que el primer modo de vibración es el más importante para la respuesta elástica del puente en el sentido transversal; sin embargo, el 40% remanente de la participación transversal está dada por los modos superiores, en este caso, 25% en el modo 6 y lo que resta no se encuentra dentro de los primeros 20 modos de vibración. Este resultado, para este puente, contradice la hipótesis en la que se fundamenta el método estático; esto es, que la respuesta está dada principalmente por el primer modo transversal. En los sentidos longitudinal y vertical, se observa que el primer modo no contribuye. Generalmente, en los análisis de puentes sólo se considera el comportamiento en sentido transversal y se ignora la respuesta en las otras direcciones. Para el caso de los puentes en México, esta hipótesis es de aplicación limitada, pues como se ve más adelante, las características de las juntas de dilatación utilizadas hacen que sea

necesario considerar, además de la transversal, al menos la respuesta en el sentido longitudinal, la cual, como se aprecia en la tabla 3, está dada a partir del modo 2 en adelante para el puente analizado.

La respuesta elástica lineal del puente Mezcala, a excepción del primer modo, está dada por acoplamiento de modos, ya que se observa en la tabla 4 que los periodos de unos modos son muy cercanos a otros, independientemente de que se traten de modos de tipo longitudinal y transversal.

6.4 Análisis no lineal paso a paso

En los análisis no lineales de los puentes se emplea en un caso una sola componente del registro actuando en dirección transversal y en otro caso las tres componentes.

De antemano, no es posible saber cual de las dos componentes horizontales de la excitación sísmica tiene mayor efecto sobre la estructura, por lo que al realizar los análisis no lineales se hace necesario considerar una y otra componentes actuando en el sentido transversal del puente y verificar cuál de las dos le es más desfavorable para cada caso estudiado.

El registro del sismo de Zacatula tiene un total de 9008 puntos, por lo que resulta conveniente investigar si es posible considerar sólo la parte del registro que represente una fracción dada de la energía producida por el movimiento. Para ello, se utiliza el criterio derivado de la medida de la intensidad de Arias [31], especificando para el caso de los puentes seleccionados que se requiere conservar el 90% de la energía del registro original. En este estudio se consideró que el registro del sismo reducido debe ser tal que en las tres componentes ortogonales conserve cuando menos el 90% de la energía [32]. En el proceso de recorte de duración debe tenerse en cuenta que es necesario que todas las componentes incidan al mismo tiempo y que el número de puntos de todas ellas debe ser

igual. Considerando lo anterior es posible obtener una disminución en la duración del registro hasta del 50% aproximadamente.

Para el análisis paso a paso con una sola componente se observa que los desplazamientos en el sentido transversal de las estructuras con respecto a los obtenidos al efectuar el análisis considerando las tres componentes son comparables, obteniéndose diferencias que varían en algunos de los casos en un 15%. Las diferencias se explican por el efecto que tienen las componentes longitudinal y transversal sobre las estructuras. Por lo anterior, podría considerarse que el análisis con el uso de una sola de las componentes es satisfactorio. Sin embargo, la comparación de las fuerzas internas inducidas en los elementos presenta un panorama completamente distinto. Al investigar las diferencias obtenidas en los momentos flexionantes en los extremos de las columnas se encuentra que para este caso, el considerar una sola de las componentes del sismo produce acciones que representan el 57% de las acciones que induce el sismo con sus tres componentes. Se concluye entonces que para al análisis de puentes es necesario considerar al sismo con sus tres componentes. Tseng y Penzien [1] afirman que en ocasiones es posible despreciar el efecto de la componente vertical. Efectivamente, cuando el puente analizado se encuentra en un sitio relativamente lejano al epicentro del movimiento sísmico la magnitud de los movimientos verticales ha sido atenuada y su efecto puede no ser de importancia. Las características del puente y del suelo de cimentación, así como la distancia al epicentro, determinan en cada caso si el efecto de la componente vertical del sismo es de importancia o no. Por otro lado, cuando se cuenta con herramientas de cómputo como el programa NEABS, el incluir esta componente no representa mayor problema. Además, para el puente Mezcala se encuentra que al utilizar únicamente la componente transversal, su respuesta ocurre en el rango de comportamiento elástico, mientras que al considerar las

tres componentes en el análisis se encuentra que algunas de las pilas presentan comportamiento inelástico, como se describe más adelante.

Resulta de particular interés la comparación de los resultados que se obtienen al considerar para el análisis el registro completo o el registro reducido. Como ya se ha mencionado, en base al criterio de la intensidad de Arias [32] es posible lograr una reducción en el tamaño de los registros sísmicos para su uso en análisis de tipo inelástico paso a paso. Para el registro empleado en este trabajo se consideró adecuado mantener al menos el 90% de la energía original, ajustando cada componente para que el tiempo de inicio y el número de puntos sea el mismo. Con los registros completos y recortados se efectúan los análisis correspondientes y se encuentra que en los resultados del registro reducido aparecen acciones cuyos valores son hasta 40% superiores a los que se obtienen al considerar el registro completo. Esto es indicio de que el problema depende fuertemente de las condiciones iniciales, pues cabría esperar que al utilizar un registro con menor contenido de energía las acciones tendrían que ser menores. Este problema escapa de los alcances de este trabajo, por lo que se decide utilizar los registros completos, dejando la validación de registros recortados equivalentes para otro trabajo.

Al examinar cuidadosamente los resultados del análisis con las tres componentes del registro sísmico completo, se observa que no se producen incursiones en el rango de comportamiento no lineal de los elementos estructurales para los puentes 5 de mayo y ATC. Este resultado explica para el puente 5 de mayo porque aunque se obtiene un periodo fundamental para el puente tan pequeño como 0.6 s, lo cual debería ser indicio de respuesta sísmica importante por las características del registro de Zacatula, el puente en el sentido transversal se encuentra sobrediseñado, por lo que las fuerzas inducidas por la acción sísmica no lo hacen incursionar en el rango de comportamiento inelástico y la respuesta para esta estructura se mantiene dentro del rango de comportamiento elástico.

Los resultados del análisis para el puente 5 de mayo muestran que las juntas de dilatación utilizadas comúnmente en puentes de concreto tienen una severa desventaja respecto a las que se utilizan en otros países. En efecto, las juntas de dilatación de los puentes en México, por lo general, carecen de los tirantes longitudinales que impiden la separación excesiva de los elementos estructurales durante la acción sísmica. Debido a ello, la componente longitudinal del sismo puede inducir desplazamientos inadmisibles al puente, puesto que de darse, llevarían a la estructura al colapso. La fricción de Coulomb que se origina en las juntas de dilatación durante el sismo resulta insuficiente para impedir que los elementos que conforman al sistema de piso del puente se separen en forma excesiva. En los resultados de sus investigaciones, Tseng y Penzien [1] apuntan que un elemento de fundamental importancia para evitar el exceso de separación entre elementos contiguos de las juntas lo constituyen precisamente los tirantes longitudinales. En las juntas de dilatación de los puentes que se construyen en México es común el empleo de apoyos integrales de neopreno, que si bien no tienen la misma eficiencia que los tirantes longitudinales, si proporcionan restricción al desplazamiento longitudinal excesivo entre los elementos que conforman el puente por la rigidez al cortante que proporcionan, según se ha explicado en el capítulo 3.

Para el puente ATC se encuentra que no se presentan incursiones en el rango de comportamiento inelástico.

El análisis no lineal del puente Mezcala representa un caso particular por el cuidado y trabajo que se requiere para obtener la información necesaria para el programa de análisis no lineal. Para los elementos de concreto en los que se espera un comportamiento no lineal, es necesario conocer su superficie de interacción en flexión y compresión. Para los puentes ATC y 5 de mayo esto no representa mayor problema, puesto que las pilas son

de sección circular y sus diagramas de interacción aparecen en publicaciones de ayudas de diseño estructural [21].

En la figura 41 se observa una sección tipo de las pilas del puente Mezcala, tal y como se modelaron para el análisis no lineal.

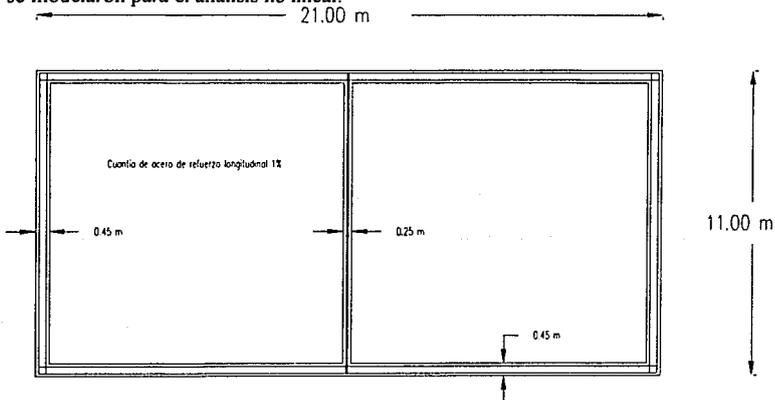


Figura 41. Sección tipo de pila para el puente Mezcala.

La sección es de tipo rectangular hueca, con un diafragma divisorio en la parte media. El acero de refuerzo longitudinal se encuentra distribuido aproximadamente en dos líneas paralelas que corren a lo largo de todo el perímetro de la sección y también por el diafragma intermedio. Según información obtenida de [14], la cuantía de refuerzo en todas las secciones puede considerarse como 1%. Existen secciones para las pilas más pequeñas que son de forma rectangular hueca, por lo que pueden considerarse como casos particulares del que se muestra aquí. Para el cálculo de los diagramas de interacción de este tipo de secciones se hizo uso de un programa que permite considerar secciones transversales arbitrarias [22]. Ya que la sección de las pilas es variable, se crearon

preprocesadores y posprocesadores para la generación de los diagramas de interacción de las secciones de las pilas. En las siguientes figuras, se muestran diferentes perspectivas de la superficie de interacción que corresponde a la sección de la figura 41. Las dimensiones y los valores sobre el eje de la carga axial se han exagerado 5 veces para apreciar mejor la forma que tienen las superficies de interacción.

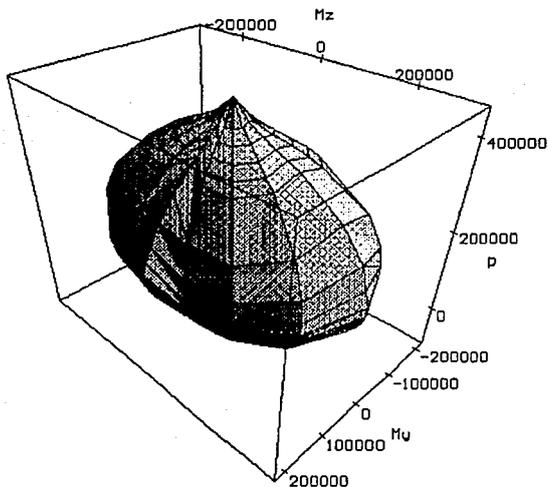


Figura 42. Superficie de interacción, F [kN] L [m].

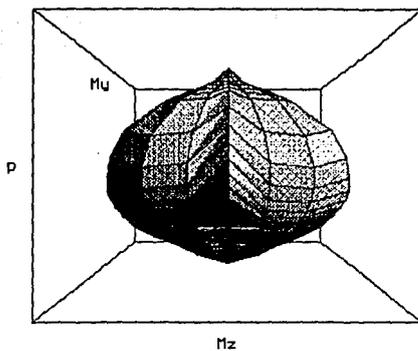


Figura 43. Superficie de interacción, vista M_y .

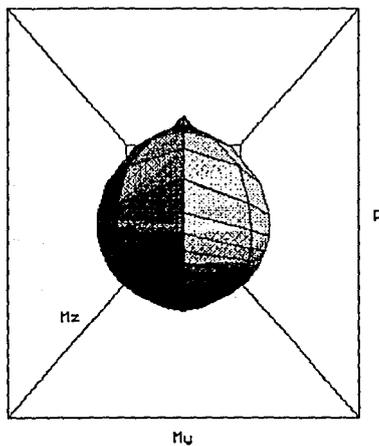


Figura 44. Superficie de interacción, vista M_z .

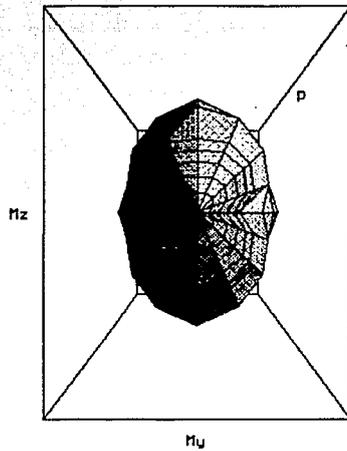


Figura 45. Superficie de interacción, vista P.

Ya que para el programa de análisis no lineal es necesario proporcionar las trazas que definen la superficie de interacción en forma de polinomios de tercer grado, por lo que se ha de encontrar una aproximación cúbica para las trazas verdaderas. En la siguiente figura se muestran dos opciones de ajuste de datos que se tienen para esta aproximación, los ejes de las ordenadas y de las abscisas representan, respectivamente, el momento y la carga axial normalizadas según se ha definido en el capítulo 2.

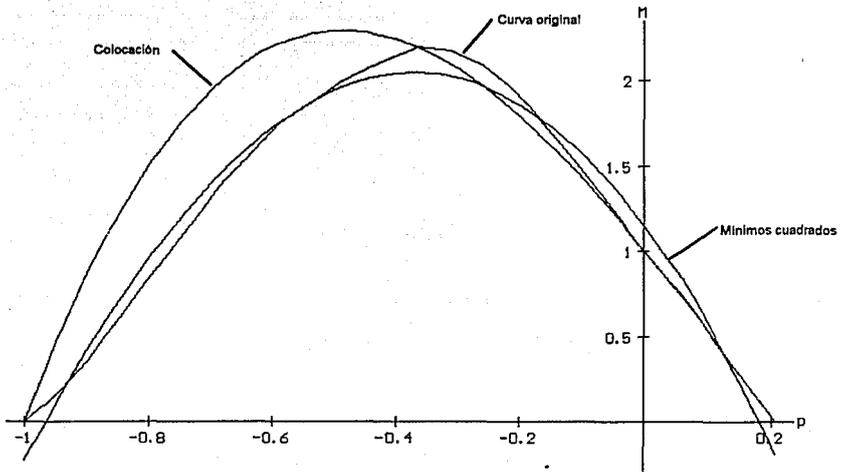


Figura 46. Aproximaciones cúbicas para curva de interacción.

Como se puede apreciar, resulta mejor utilizar una aproximación por mínimos cuadrados para las trazas de la superficie de interacción, y es precisamente la que se elige para el análisis del puente Mezcala.

Cuando se verifican los resultados del análisis no lineal del puente Mezcala se encuentra que si presenta incursión en el rango de comportamiento inelástico. De cualquier forma, para tener una idea de la diferencia de resultados que resultan al efectuar sobre las mismas estructuras análisis modales y paso a paso se presentan a continuación las siguientes tablas resumen, en las cuales se muestran en forma condensada las acciones

obtenidas para las pilas de los tres puentes analizados, por resultar de particular interés las diferencias que se presentan.

PILA	ALTURA DESDE BASE m	MODAL ESPECTRAL			PASO A PASO		
		P kN	M33 kN m	M22 kN m	P kN	M33 kN m	M22 kN m
1	7.62	11799	5529	558	13240	5285	1270
1	0.00	11799	6163	151	12840	5897	339
2	7.62	12867	5352	597	14450	4646	1360
2	0.00	12867	6308	163	14050	5631	372

Tabla 5. Resumen de resultados para puente ATC.

PILA	ALTURA DESDE BASE m	MODAL ESPECTRAL			PASO A PASO		
		P kN	M33 kN m	M22 kN m	P kN	M33 kN m	M22 kN m
1	9.29	5673	3386	7658	7320	19745	21264
1	8.29	5673	3094	6397	7411	18298	16840
1	4.65	5891	2388	1807	7741	13129	3821
1	1.00	6228	2659	3037	8071	11865	17350
1	0.00	6440	2893	4330	8164	11641	22130
2	9.75	7807	3614	9437	9251	20428	21356
2	8.75	7807	2291	8000	9341	12650	17329
2	4.88	8035	3242	2537	9709	18135	3720
2	1.00	8393	8653	3580	10087	49317	17706
2	0.00	8615	10057	5027	10190	57350	22385
3	9.77	7669	3588	10484	9423	19613	18777
3	8.77	7669	2283	8799	9515	12151	15117
3	4.89	7897	3189	2381	9890	17503	3834
3	1.00	8256	8542	4863	10275	47513	14618
3	0.00	8479	8927	6619	10377	55219	18451
4	9.16	5822	3306	7609	7809	18736	18573
4	8.16	5822	3029	6322	7901	17441	14760
4	4.58	6036	2391	2025	8241	13017	3705
4	1.00	6367	2668	3443	8580	12416	13802
4	0.00	6576	2897	4807	8675	12263	17839

Tabla 6. Resumen de resultados para puente 5 de mayo.

PILA	ALTURA DESDE BASE m	MODAL ESPECTRAL			PASO A PASO			DEFORM.	NO LINEALES	
		P kN	M33 kN m	M22 kN m	P kN	M33 kN m	M22 kN m	δ	033	022
1	28.00	155605	56439	198609	66270	280800	131100	0.005052	0.003033	0.000008
1	0.00	180132	252613	376560	91020	110100	245500	0.000000	0.000000	0.000000
2	100.00	275775	287741	746979	115500	521700	215300	0.000000	0.000000	0.000000
2	60.00	616225	285862	1194711	193500	699200	1750000	0.000000	0.000000	0.000000
2	20.00	956577	769628	1796095	382800	561100	1760000	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.00	979473	1079237	2172523	539600	999900	1363000	0.000000	0.000000	0.000000
3	66.47	170433	281910	256793	75950	255900	164400	0.000000	0.000000	0.000000
3	8.00	555199	650568	709885	129100	450900	385700	0.000000	0.000000	0.000000
3	0.00	563141	727605	776964	284600	726400	779500	0.000000	0.000000	0.000000
4	41.83	20475	25985	11735	8769	66630	6882	0.003801	0.001848	0.000031
4	9.50	48946	43657	29236	15380	81620	6857	0.000000	0.000000	0.000000
4	0.00	51851	53240	34572	31290	79770	115100	0.000000	0.000000	0.000000
5	0.00	33493	37290	27713	13640	48470	3606	0.000446	0.000322	0.000002

Tabla 7. Resumen de resultados para puente Mezcala.

6.5 Resultados obtenidos de visualización

En secciones anteriores se ha mencionado el hecho de que para evaluar los resultados de los análisis de los casos estudiados se tuvo la oportunidad de contar con acceso al sistema MPGS (*Multi Purpose Graphics System*) [23]. Este sistema ejecuta simultáneamente en una computadora CRAY y en una estación de trabajo Silicon Graphics, enlazadas mediante el protocolo TCP/IP. Con este sistema, es posible observar el movimiento de los puentes durante la acción del sismo por medio de animación. Ya que el registro de Zacatula cuenta con 9008 puntos, se tiene una configuración deformada del puente para cada uno de ellos, lo que da como resultado archivos de salida del programa NEABS excesivamente grandes (70 MB a 160 MB). No resulta práctico introducir aquí todas las configuraciones deformadas de cada uno de los puentes que se analizaron, por lo que el número de ellas que se mostrará es reducido, y se comentarán los resultados visuales obtenidos y algunas observaciones sobre el comportamiento de los puentes al estar vibrando durante la acción del registro de Zacatula. En todos los casos el factor de amplificación de los desplazamientos es 100.

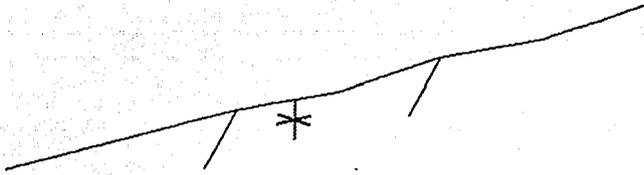


Figura 47. Configuración deformada puente ATC a 13s

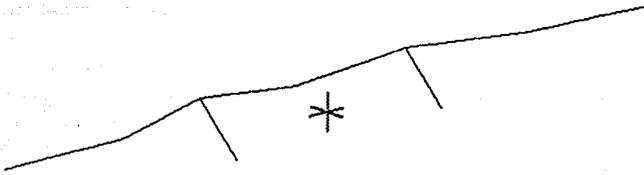


Figura 48. Configuración deformada puente ATC a 26.5s

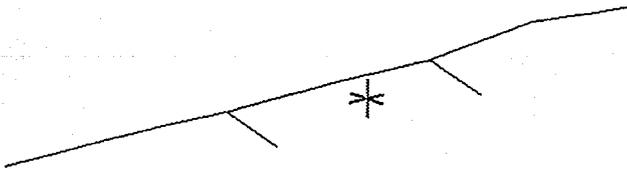


Figura 49. Configuración deformada puente ATC a 50s

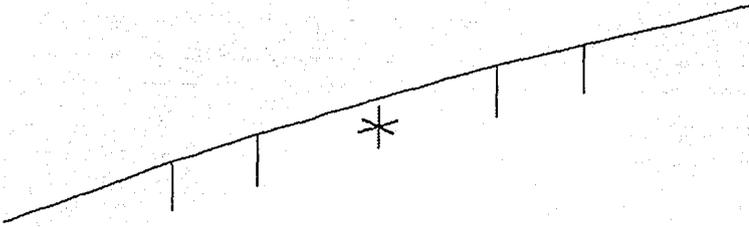


Figura 50. Configuración deformada puente 5 de mayo a 9s

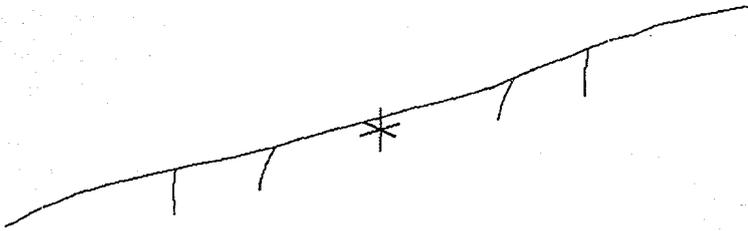


Figura 51. Configuración deformada puente 5 de mayo a 19.4s

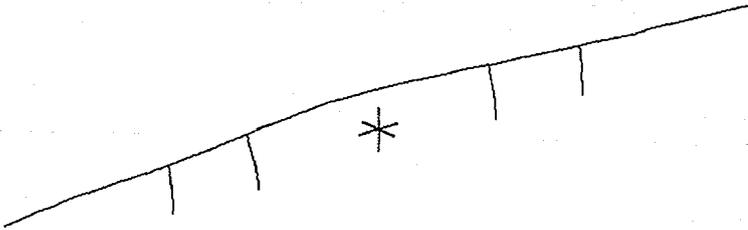


Figura 52. Configuración deformada puente 5 de mayo a 44.5s

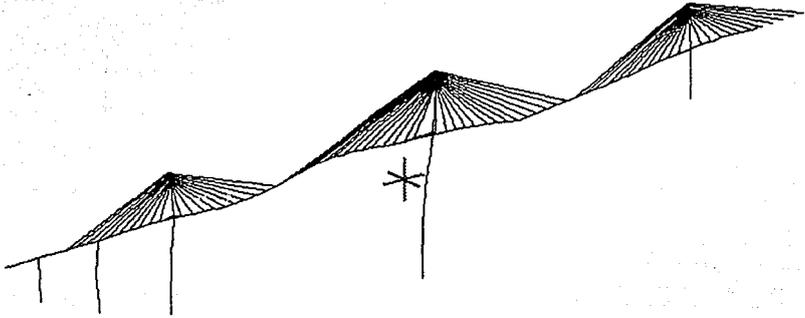


Figura 53. Configuración deformada puente Mezcala a 13.5s

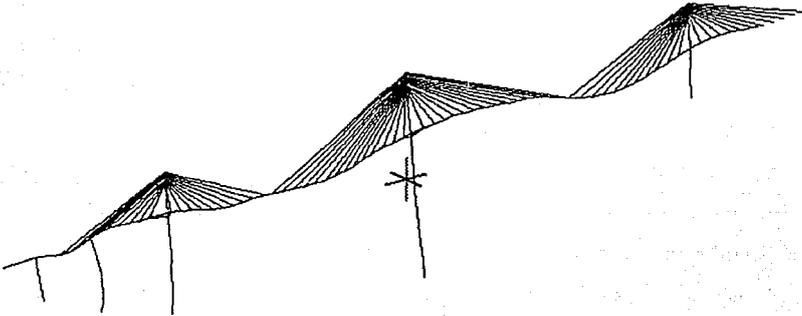


Figura 54. Configuración deformada puente Mezcala a 23.4s

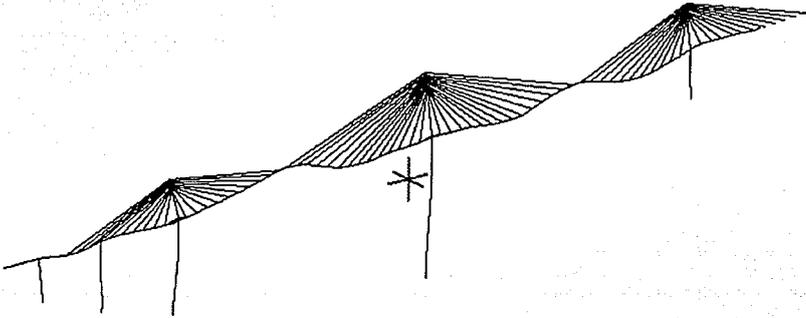


Figura 55. Configuración deformada puente Mezcala a 42.8s

En todas las configuraciones deformadas de los puentes mostradas anteriormente, se pueden apreciar las vibraciones transversal, longitudinal y vertical. En ellas se estudia con detalle las configuraciones que corresponden a la parte más intensa del sismo, ya que para tiempos fuera del intervalo de la fase intensa del registro de Zacatula, los desplazamientos inducidos son pequeños comparados con los de esta fase. De las configuraciones deformadas, se nota el hecho de que la respuesta de cada uno de los puentes no está definida únicamente por un solo modo de vibración, esto se debe a que existe acoplamiento entre varios modos de vibración. Además, se observan desplazamientos de importancia en las juntas de dilatación para el puente 5 de mayo, que en la animación se aprecia como cambios bruscos de dirección en la línea que representa la estructura. En realidad, no existe tal cambio brusco de dirección en la parte que corresponde a las vigas,

sino que como el sistema MPGS utiliza líneas rectas entre los puntos, el efecto final es el de una línea quebrada. Sin embargo, el punto central de esta línea quebrada corresponde a una de las juntas de dilatación, en donde si es posible tener este tipo de configuración, puesto que el puente carece de tirantes longitudinales que lo impidan.

Los resultados obtenidos de los análisis de los tres ejemplos de puentes presentados hasta ahora son preliminares, porque la información empleada para elaborar los modelos analíticos contiene hipótesis que se utilizaron a falta de algunos datos sobre las propiedades de secciones transversales de elementos estructurales, materiales, etc.; por ello, estos modelos carecen de la generalidad suficiente como para la obtención de conclusiones aplicables a otros casos.

Para el puente ATC es interesante observar que los resultados obtenidos del análisis modal espectral y el análisis paso a paso son similares, con diferencias en los momentos máximos en el sentido longitudinal del 12%.

Para el puente 5 de mayo, debido a que en el análisis no lineal paso a paso se ha considerado que las juntas de dilatación tienen comportamiento no lineal, se pueden apreciar diferencias significativas en las fuerzas internas. Esto puede ser indicio de que el comportamiento de las juntas influye determinadamente en la respuesta sísmica del puente. El estudio de este fenómeno está fuera de los alcances de esta tesis.

Para el caso del puente Mezcala, las diferencias de magnitud de las fuerzas internas entre ambos tipos de análisis es más notoria que en los puentes ATC y 5 de mayo. En este caso, la redistribución de las fuerzas internas en los elementos estructurales al presentarse incursiones en el rango de comportamiento inelástico juega un papel más importante. Por ello, se sugiere la realización de estudios adicionales que contemplen un mayor número de ejemplos con diferentes registros sísmicos para la obtención de conclusiones más generales.

Si sólo se consideran los resultados obtenidos en los ejemplos de aplicación presentados en este trabajo, parecería que la realización de un análisis modal espectral para puentes pequeños del tipo ATC es adecuada para representar su comportamiento ante sismo si no se presentan deformaciones inelásticas.

Para puentes de mayores dimensiones como el 5 de mayo y el Mezcala, el análisis modal espectral no parece representar adecuadamente el comportamiento de estas estructuras ante sismo, por lo que se debe tomar en cuenta aspectos adicionales en su estudio, tales como el comportamiento inelástico.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Conclusiones

A lo largo del desarrollo de este trabajo se ha visto, en primer lugar, la gran necesidad de conjuntar herramientas de alta tecnología por un lado, y la práctica cotidiana en el campo del análisis y diseño de puentes, por el otro. Se ha realizado un importante esfuerzo en la habilitación de una herramienta de análisis, que si bien es improbable que sea de uso diario en la práctica común por la complejidad analítica y por la cantidad de recursos de cómputo que requiere en su aplicación, se espera, sin embargo, sea de utilidad en la revisión de los puentes importantes y para la confirmación y/o elaboración de especificaciones de diseño sísmico de puentes. Como se menciona en capítulos anteriores, la revisión de los casos seleccionados sugiere que los elementos estructurales de los puentes de concreto se encuentran sobrediseñados y que las deficiencias que se tienen ocurren en las juntas de dilatación empleadas comúnmente. No es posible afirmar que se carece de las herramientas o de la tecnología adecuadas para el análisis de puentes. En este trabajo, se ha demostrado que incluso para puentes de menor envergadura como el ATC o el 5 de mayo, es posible la aplicación de criterios de análisis que permitan conocer el comportamiento de la estructura con mejor aproximación que con métodos tradicionales. La aplicación de estos métodos y herramienta de análisis ofrece a los diseñadores la posibilidad de alcanzar diseños óptimos con mayor facilidad y eficiencia, en los cuales la economía no se contraponga a la seguridad estructural.

En todos los análisis realizados en este trabajo, se utilizó un factor de sobrerresistencia de 1.0 (es decir, no se considera que los elementos estructurales tengan capacidad en exceso de la calculada por medio de las hipótesis de diseño). Esto obedece a que es difícil contar con información de este tipo para los elementos estructurales de

puentes, ya que no se puede estudiarlos en el laboratorio debido a sus dimensiones; y que por otro lado, la información recopilada en campo para un puente que presente daño por excitaciones sísmicas es limitada o por lo menos no accesible.

El efecto que producen las excitaciones fuera de fase en los puentes requiere de un conocimiento razonable de cómo es el registro sísmico en cada uno de los apoyos. Esto es particularmente difícil por dos razones. La primera de ellas es que no se cuenta con instrumentos de medición en cada uno de los apoyos de los puentes, por lo que no se tiene información de la naturaleza de los registros en cada apoyo de forma directa. La segunda es que, si esta primera facilidad no existe, se puede, en teoría, determinar en forma analítica el registro en cada apoyo, partiendo de un registro de un lugar cercano a donde se encuentra ubicado el puente de interés. Esto se ha logrado para topografías de forma simple, tales como valles de sección semicircular, rectangular o triangular, pero no, al menos, para la topografía en particular de los casos de puentes estudiados aquí. Al carecer de datos fidedignos sobre la naturaleza de la excitación sísmica que pudiera inducir movimientos fuera de fase en los puentes, se decidió que este estudio no se realizaría, por ser tardado en su desarrollo e implantación dentro de la herramienta de análisis no lineal, además de complicado en cuanto a su preparación y a la poca utilidad de los posibles resultados obtenidos en vista a que los datos no provendrían de situaciones reales.

7.2 Recomendaciones

De acuerdo a lo que se discute en las secciones anteriores, una de las recomendaciones más fuertes es la de implantar criterios más rigurosos en las especificaciones que regulan el diseño de las juntas de dilatación para que el comportamiento de los puentes de concreto ante sismo sea satisfactorio.

Se recomienda así mismo el uso del programa NEABS como herramienta de análisis en puentes de concreto tipo, puesto que es de práctica común el recurrir a estos diseños para adaptarlos a las condiciones de un puente particular.

BIBLIOGRAFÍA

[1] W. S. Tseng, J. Penzien, *Analytical investigations of the seismic response of long multiple span highway bridges*, reporte 73-12, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley, junio de 1973.

[2] K. Kawashima, J. Penzien, *Correlative investigations on theoretical and experimental behavior of a model bridge structure*, reporte 76-26, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley, julio de 1976.

[3] R. A. Imbsen, J. Penzien, *Evaluation of energy absorption characteristics of highway bridges under seismic conditions*, reporte 84-17, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley, septiembre de 1986.

[4] J. Penzien, R. A. Imbsen, W. D. Liu, *NEABS user instructions*, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley, 1981.

[5] A. H. Mattock, L. B. Kriz, E. Hognestad, *Rectangular concrete stress distribution in ultimate stress design*, Journal of American Concrete Institute, Vol. 32, No. 8, febrero de 1961.

[6] B. Bresler, *Design criteria for reinforced columns under axial load and biaxial bending*, Journal of American Concrete Institute, Vol. 32, No. 5, noviembre de 1960.

[7] J. Argyris, H. P. Mlejnek, *Dynamics of structures*, North-Holland, Amsterdam, 1991.

[8] R. W. Clough, J. Penzien, *Dynamics of structures*, Mc Graw-Hill, 1975.

[9] J. Chakrabarty, *Theory of plasticity*, McGraw Hill, Nueva York, 1988.

[10] K. J. Bathe, Edward L. Wilson, *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, Prentice-Hall, Nueva Jersey, 1976.

[11] *Eurocode no 8, structures in seismic regions, design, part 2, bridges*, Commission of the European Communities, diciembre de 1990.

[12] J. C. Trejo Tapia, *Proyecto estructural de un paso a desnivel para vehículos en el Estado de México*, Tesis de licenciatura en ingeniería civil, UNAM, 1993.

[13] *Seismic Design Guidelines for Highway Bridges*, Federal Highway Administration, Applied Technology Council, Department of Transportation, 1981.

[14] COMEC, *Proyecto estructural del puente Mezcala*, Secretaria de Comunicaciones y Transportes, 1991.

[15] F. W. Beaufait et al., *Computer Methods of Structural Analysis*, Prentice Hall, 1982.

[16] D. L. Morris, *Curved Beam Stiffness Coefficients*, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, mayo de 1968.

[17] J. Penzien, *Seismic Analysis of Multi-Span Reinforced Concrete Briges*, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley.

[18] J. Penzien, R. A. Imbsen, *Seismic Analysis of Bridges by a Single Mode Spectral Approach*, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley.

[19] J. E. Long, *Bearings in Structural Engineering*, Newnes-Butterworths, Londres, 1974.

[20] E. L. Wilson, A. Habibullah, *SAP90, Structural Analysis Program*, Computers & Structures Inc., 1992.

[21] *Comentarios, ayudas de diseño y ejemplos de las NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto*, D. D. F., Instituto de Ingeniería, UNAM, 1991.

[22] J. J. Pérez Gavilán, *SEC, programa para el cálculo de diagramas de interacción de secciones de concreto arbitrarias*, IOIS, 1989.

[23] *Multi Purpose Graphics System, Revision 4.1*, Cray Research Inc., 1991.

[24] *Fortran Extended Version 4, Reference Manual*, Control Data Corporation, 1979.

[25] *NDP Fortran Reference Manual*, MicroWay, Inc., 1990.

[26] *CF77 Compiling System, Volume 1: Fortran Reference Manual*, Cray Research Inc., 1990.

[27] *Standard Specifications for Highway Bridges*, The American Association of State Highway and Transportation Officials, 1977.

[28] *Normas complementarias para diseño por sismo*, Departamento del Distrito Federal, 1987.

[29] *1983 Ontario Highway Bridge Design Code*, Commentary, Ontario Ministry of Transportation and Communications, 1983.

[30] B. Stroustrup, *The C++ Programming Language*, Addison-Wesley, 1991.

[31] A. Arias, *A Measure of Earthquake Intensity, Seismic Design for Nuclear Power Plants*, Editor R. J. Hansen, MIT Press, 1970.

[32] J. D. Jaramillo Fernández, *Torsión sísmica de edificios*, Tesis de maestría en ingeniería (estructuras), UNAM, 1987.

[33] E. DiPasquale, A. S. Cakmak, *On the relation between local and global damage indices*, reporte NCEER-89-0034, National Center for Earthquake Engineering Research, Universidad Estatal de Nueva York, Buffalo, 1989.