



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
" A R A G O N "

" CALIBRACION DE METODO PARA EL CALCULO
DE REDES EN TUBERIAS "

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A :

A N T O N I O V E N C E S M E J I A

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

SAN JUAN DE ARAGON, MEXICO

1993



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

1. INTRODUCCION.	1
1.1. GENERALIDADES.	1
1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.	3
1.3. ORGANIZACION DEL TRABAJO.	3
2. METODOS DE CALCULO DE REDES.	6
2.1. GENERALIDADES.	6
2.1.1. ANTECEDENTES.	6
2.2. METODO DE CROSS.	12
2.2.1. SECUENCIA DE CALCULO.	14
2.2.2. EJEMPLO	17
2.3. METODO DE CORNIS	24
2.3.1. SECUENCIA DE CALCULO.	26
2.3.2. EJEMPLO	28
3. PROCEDIMIENTO DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES.	31
3.1. GENERALIDADES.	31
3.1.2. ANTECEDENTES.	31
3.2. METODO DE SOBRRERELAJACION SUSECIVA.	33
3.2.1. EJEMPLO.	36
3.3. METODO DE NEWTON.	37
3.3.1. EJEMPLO.	40

4. METODO PROPUESTO.	2
4.1. DESCRIPCION DEL METODO.	42
4.2. SECUENCIA DE CALCULO.	46
4.2.1. EJEMPLO.	47
5. MEDICIONES EN LABORATORIO.	52
5.1. CARACTERISTICAS DE LA RED EXPERIMENTAL.	52
5.2. CONCEPTOS GENERALES.	53
5.3. PRUEBAS DE LABORATORIO PARA LA CALIBRACION DEL METODO.	68.
5.4. PRUEBA No. 1.	67
5.4.1. RESULTADOS DE LABORATORIO.	68.
5.4.2. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO PROPUESTO.	70
5.5. PRUEBA No. 2.	73
5.5.1. RESULTADOS DE LABORATORIO.	74
5.5.2. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO PROPUESTO.	76
5.6. PRUEBA No. 3.	78
5.6.1. RESULTADOS DE LABORATORIO.	80
5.6.2. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO PROPUESTO.	82
5.7. PRUEBA No. 4.	85
5.7.1. RESULTADOS DE LABORATORIO.	86
5.7.2. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO PROPUESTO.	88

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	91.
6.1. ASPECTOS GENERALES.	91
6.2. EL MODELO MATEMATICO.	92
6.3. RECOMENDACIONES.	92
BIBLIOGRAFIA.	93
APENDICE A.	94
APENDICE B.	96

1. INTRODUCCION

1.1. GENERALIDADES

Hoy en día a pesar de que se han realizado varias investigaciones con la finalidad de crear métodos para calcular el comportamiento estático y dinámico de los fluidos que circulan por un sistema de tubos interconectados entre si llamado redes de tuberías, aún es necesario investigar otros métodos que ayuden a resolver el comportamiento de los mismos de una manera más confiable y práctica.

Existen dos tipos de redes, las abiertas que están compuestas por tubos que se ramifican sin estar interconectados pudiendo descargar a un recipiente o libremente a la atmósfera y las redes cerradas en las cuales los conductos que la componen se cierran formando circuitos como es el caso de las redes de abastecimiento ó distribución de agua potable en las ciudades. Este tipo de sistemas estan formados por dispositivos de distribución y almacenamiento, los cuales deben de ser diseñados para poder aportar y transportar agua en cantidades suficientes, a una presión adecuada para satisfacer las necesidades domésticas, industriales y de protección contra incendio.

Los fluidos poseen diversas características ó propiedades que hay que considerar para conocer su comportamiento dentro de un sistema de tuberías, así como también, es necesario aplicar la mecánica de fluidos y algunos principios de la

termodinámica como la 1ª ley de la Conservación de la Energía, la cual está representada por la ecuación de Bernoulli

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \alpha \frac{V_1^2}{g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \alpha \frac{V_2^2}{2g} + \Sigma h_f$$

donde:

Z_1 ; Elevación en metros en cualquier punto del fluido.

P_1 ; Presión en kg/m^2

γ ; Peso específico del fluido en kg/m^3

g ; Aceleración de la gravedad en m/seg^2

h_f ; Pérdida de carga debido a la fricción en mts.

La cual representa la energía contenida en un volumen elemental de fluido, por lo tanto es una función de su elevación, velocidad y presión.

Además de la Ley de la Conservación de la Energía, se debe de considerar para el análisis de redes la ley de la Conservación de la Materia o principio de continuidad en cada punto donde se unan dos o más tuberías y que corresponde a la igualdad de los volúmenes que entran o salen de un punto con respecto al volumen almacenado o suministrado a la red.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El objetivo de este trabajo es aplicar varios métodos para el cálculo de redes, tales como el de Cross o el de Balance de Gastos, así como también emplear procedimientos para la solución de una gran cantidad de sistemas de ecuaciones que se generan durante el planteamiento de cada problema.

Se realizó la calibración de un método desarrollado en el Instituto de Ingeniería, U.N.A.M. apoyándose en mediciones realizadas en laboratorio. Con ello se pretende comprobar el funcionamiento hidráulico de la red, para lo cual se calculó el gasto que circula en el interior de la misma.

1.3. ORGANIZACION DEL TRABAJO

La primera parte de este trabajo (capítulos 2 y 3), esta enfocada a explicar el funcionamiento de dos de los métodos más conocidos para el cálculo de redes, se describen las ventajas y desventajas de la aplicación de cada uno de ellos y se plantea la solución de un mismo problema con ambos procedimientos.

Dentro de esta primera parte también se expone una alternativa para la solución de sistemas de ecuaciones lineales (Método de Sobrerelajación Suseciva) y otra para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales (Método de Newton), como

herramientas para resolver sistemas de ecuaciones que se forman en el planteamiento de cada uno de los métodos para la solución de redes.

En la segunda parte del trabajo, específicamente en el capítulo 4, se expone el método propuesto basado en el principio de Continuidad y la linealización del sistema de ecuaciones formado mediante el desarrollo de la serie de Taylor. En este capítulo también se resuelve el mismo problema planteado en los capítulos anteriores.

Con la finalidad de comprobar el funcionamiento de este método, en el capítulo 5 se muestran los datos obtenidos en cuatro pruebas realizadas en una pequeña red instalada en un laboratorio, trabajando bajo diferentes condiciones de carga y descarga a la atmósfera.

Las características de la red se mencionan en esta segunda parte y se muestran los resultados obtenidos en cada una de las pruebas.

Finalmente en el capítulo 6 se dan las conclusiones y recomendaciones.

En el primer apéndice se lista el programa empleado para la solución de sistemas de ecuaciones lineales con el método de "Gauss-Jordan" en lenguaje Basic, éste programa es parte integral del programa para la solución de redes con el método propuesto.

En el segundo apéndice se lista el programa donde se aplica el procedimiento y funciones matemáticas en que se basa el método. Cabe señalar, que este programa se encuentra también en lenguaje Basic, aplicable a una pequeña computadora personal CASIO FX-850P, por lo que existen algunas instrucciones propias de la máquina, pero que pueden ser adecuadas a computadoras de mayor capacidad.

2. METODOS DE CALCULO DE REDES

2.1. GENERALIDADES

En este capítulo se hace referencia a diferentes métodos para el cálculo de cargas y de gastos en las redes de tuberías para conducir líquidos, así como algunas observaciones sobre las ventajas y desventajas en la utilización de cada uno de ellos.

2.1.1. ANTECEDENTES

A continuación se da una breve explicación para la interpretación de la ecuación de la energía y de continuidad, las cuales se emplearán para la solución de redes.

Para la energía de los fluidos, la ley de la conservación de la energía se representa como

$$Z_j + \frac{P_j}{\gamma} + \alpha_j \frac{v_j^2}{2g} = Z_i + \frac{P_i}{\gamma} + \alpha_i \frac{v_i^2}{2g} + h_f \quad (2.1)$$

donde

- Z.- Elevación en metros en cualquier punto de un fluido en circulación encima de una línea horizontal de referencia arbitraria
- P.- Presión, en kg/m^2 .
- V.- Velocidad del fluido en, m/seg .
- γ .- Peso específico del fluido, en kg/m^3 .
- g.- Aceleración de la gravedad, en m/seg^2 .
- α .- Coeficiente de Coriolis.
- hf.- Pérdida de energía debido a la fricción en mts.

Para esquematizar el planteamiento de la misma se muestra la fig. 2.1

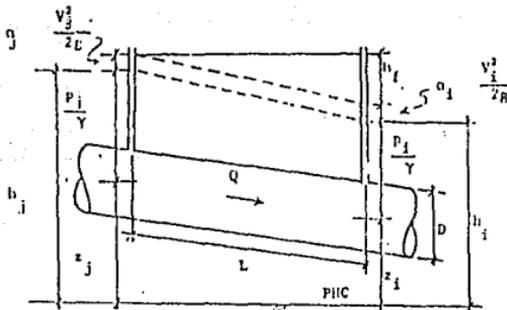


FIG. 2.1 Diagrama de energía para una conducción a presión
(Ref. 1)

Haciendo

$$h_j = Z_j + \frac{P_j}{\gamma} \quad (2.2)$$

$$h_i = Z_i + \frac{P_i}{\gamma} \quad (2.3)$$

Si se tiene una tubería con área de sección constante; por continuidad resulta que $v_j = v_i$ y además si los coeficientes $\alpha_j = \alpha_i = 1$, se puede decir que

$$h_i = h_j + h_f \quad (2.4)$$

La pérdida de energía que se presenta durante el escurrimiento de un fluido a través de una tubería depende de la velocidad, la densidad, y la viscosidad del fluido, así como también de la longitud del tubo por donde circula. (Ref.1)

La pérdida por fricción en cada tramo se puede calcular con la fórmula

$$h_f = f \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (2.5)$$

donde

- f.- Coeficiente de fricción de acuerdo con la rugosidad del material por donde circula el fluido
- l.- Longitud del tubo conductor del fluido en mts.
- D.- Diámetro del tubo en mts.
- v.- Velocidad del fluido en m/seg
- g.- Aceleración de la gravedad en m/seg²

y al sustituir la velocidad expresada por la ecuación

$$v_{ij} = \frac{4 Q_{ij}}{\pi D_{ij}^2}$$

resulta

$$h_f = \beta_{ij} Q_{ij}^N \quad (2.6)$$

donde

β_{ij} .-coeficiente constante del tramo ij. Por ejemplo, si se utiliza la ecuación de Darcy-Weisbach, este coeficiente queda

$$\beta_{ij} = \frac{8f_{ij} l_{ij}}{g \pi^2 D_{ij}^5}$$

Q_{ij} .- gasto que circula por el tramo ij.

N.- exponente que depende de la ecuación de fricción usada; para la de Darcy-Weisbach y Manning, $N = 2$ por lo que β_{ij} para la fórmula de Manning se obtendría de la siguiente forma

$$\beta_{ij} = 10.2936 \frac{f l}{d^{5.333}}$$

En cambio si se emplea la ecuación de Hazen-Williams, $N=1.851$ y β_{1j} , se calcularía como

$$\beta_{1j} = \frac{1_{1j}}{(0.279 C_{H_{1j}} D_{1j}^{2.63})^{1.851}}$$

Considerando las ecuaciones 2.4 y 2.6 para una tubería se tiene que

$$h_j - h_i = \beta |Q|^{N-1} Q \quad (2.7)$$

Cuando $Q > 0$, de esta ecuación se obtiene

$$Q = K (h_j - h_i)^{1/N} \quad (2.8)$$

y para $Q < 0$, de la ecuación 2.8 resulta

$$Q = K (h_i - h_j)^{1/N} \quad (2.9)$$

Considerando en las dos ecuaciones anteriores

$$K = \left[\frac{1}{\beta} \right]^{1/N} \quad (2.10)$$

En lo que se refiere a la ecuación de continuidad en cada uno de los nudos se debe satisfacer que

$$\sum_{j \in I} Q_{1j} + q_1 = 0 \quad (2.11)$$

Al expresar los gastos Q_1 a Q_6 en función de las cargas mediante las ecuaciones 2.8 o 2.9 según sea el caso y después de tomarlos en cuenta para las ecs 2.12 se llega a

$$\begin{aligned} K_1(h_1-h_2)^{1/N} - K_3(h_2-h_3)^{1/N} - K_4(h_2-h_4)^{1/N} &= -q_2 \\ K_4(h_2-h_4)^{1/N} + K_5(h_3-h_4)^{1/N} &= q_4 \end{aligned} \quad (2.13)$$

2.2 METODO DE CROSS

Es un método en el que se realizan los cálculos trabajando mediante subsistemas asociados a circuitos, para ello se emplean procedimientos de aproximaciones sucesivas para el balance de pérdidas de carga y corrección de gastos.

La solución para encontrar las cargas y los gastos se basa en dos tipos de ecuaciones; la de nudo y la de pérdida de energía, es decir, se empleará el principio de conservación de la energía para cada tubo y la ecuación de continuidad para cada nudo que conforma la red.

Considerando lo anterior para cada uno de los circuitos elementales que conforman la red y en los cuales si se parte de un nudo y se llega al mismo completando el recorrido de cada circuito, se tiene que

$$\sum_{i=1}^k h_{1j} = 0 \quad (2.14)$$

donde k representa el número de tramos que forman cada circuito y para que la ecuación anterior se cumpla es necesario que el sentido de el fluido sea siempre el mismo.

Para la solución por este método se estima una primera distribución de gastos, debiéndose cumplir la ecuación de nudo suponiendo que la dirección de este gasto sea en el mismo sentido; por ejemplo, se puede considerar positivo si el sentido de el flujo coincide con el sentido de las manecillas de un reloj y negativo en caso contrario.

Si ΔQ es la corrección para cada tramo perteneciente a un circuito elemental y considerando las pérdidas que se presentan en cada uno de esos tramos, así como también la convención de signos que se haya tomado; la ec. 2.14 queda para el circuito I de la fig. 2.2

$$h_{21} + h_{32} - h_{31} = 0$$

La cual al ser expresada con la fórmula de fricción, ec. 2.6 queda

$$\beta_{21} (Q_{21} + \Delta Q)^N + \beta_{32} (Q_{32} + \Delta Q)^N - \beta_{31} (Q_{31} - \Delta Q)^N = 0$$

Desarrollando la expresión anterior en forma de binomio y despreciando los términos de orden superior (Ref.1). Resulta

$$\Delta Q = - \frac{\beta_{21} Q_{21}^N + \beta_{32} Q_{32}^N - \beta_{31} Q_{31}^N}{N(\beta_{21} Q_{21}^{N-1} + \beta_{32} Q_{32}^{N-1} - \beta_{31} Q_{31}^{N-1})} \quad (2.15)$$

o bien en el caso general, se tiene

$$\Delta Q = - \frac{\sum_1^k [\beta_{1,j} Q^{N-1} |Q_{1,j}|]}{N \sum_1^k |\beta_{1,j} Q^{N-1}|} \quad (2.16)$$

2.2.1. SECUENCIA DE CALCULO

A continuación se explica el procedimiento para el cálculo de una red cerrada, empleando el Método de Cross para la obtención de gastos mediante el balance de pérdidas; considerando como datos la longitud, diámetro y rugosidad de todos los tubos, así como los gastos de ingreso y demanda de la red; la secuencia de pasos se explica conjuntamente con las columnas pertenecientes a una tabla auxiliar que se emplea cuando el cálculo es manual.

- 1) División de la red en circuitos elementales (Cols.1 y 2)
Registro de los valores conocidos (Cols. 3 y 4) y cálculo de las constantes (Col. 5).
- 2) Primera estimación de gastos en todos los tramos (Col. 6).
El sentido de Q será positivo si se toma que sigue el sentido de la manecillas del reloj en el recorrido del circuito y negativo en caso contrario.
- 3) Multiplicación de los valores de β por los gastos correspondientes del primer circuito (Col.7) en valor absoluto.

- 4) Multiplicación de los productos $\beta|Q|$ de la Col. 7, por el gasto correspondiente del primer circuito, obteniéndose la pérdida h cuyo signo corresponde al atribuido al gasto Q , (Col.8)
- 5) Suma algebraica de $\Sigma h = \Sigma \beta_{1j} Q_{1j}^2$ en el primer circuito (Col.8)
- 6) Suma absoluta de los valores $\beta_1 Q_1$ en el primer circuito, (Col.7)
- 7) Se calcula la corrección con la ecuación:

$$\Delta Q = - \frac{\sum_{j=1}^k [\beta_{1j} |Q_{1j}| Q_{1j}^{N-1}]}{N \sum_{j=1}^k |\beta_{1j} Q_{1j}^{N-1}|}$$

Si se emplea la ecuación de Darcy-Weisbach, $N=2$. La ecuación anterior queda

$$\Delta Q = - \frac{\sum \beta_{1j} Q_{1j}^2}{2 \sum |\beta_{1j} Q_{1j}|}$$

- y se anota con su signo en todos los tramos de un mismo circuito (Col. 9)
- 8) En los tramos que pertenecen a dos circuitos se deben agregar las correcciones que resulten del siguiente circuito, con signo contrario (Col. 9).
 - 9) El cálculo en los siguientes circuitos se hace en la forma indicada en los pasos 3 a 8, hasta terminar la primera distribución en toda la red.

- 10) Se hace la suma de los gastos estimados, más las correcciones, y se realiza la segunda etapa en la misma forma.
- 11) El cálculo finaliza cuando las correcciones de Q alcancen el grado de aproximación deseado.

La convergencia de este método es rápida para redes pequeñas y depende de los valores iniciales supuestos; encontrando la solución en algunas ocasiones en la tercera iteración. Mientras que en redes grandes se suelen necesitar hasta cincuenta iteraciones implicando esto la necesidad de una computadora.

Con el fin de explicar la aplicación de este método, se presenta el siguiente problema con la solución del mismo.

FORJESON. En la tabla 2.1 se muestran los diferentes ajustes de los gastos que se experimentaron y la solución del problema.

TABLA 2.1

1 CIRCUITO	2 TRAMO	3 D (m)	4 L (m)	5 β seg/m ³	6 $Q \times 10^3$ m ³ /seg	7 $\beta Q \times 10^3$ seg/m ²	8 $\beta Q^2 \times 10^3$ m	9 $\Delta Q \times 10^3$ m ³ /seg
I	1-2	0.8	400	8.50	900.00	7.650	8.89	41.32
	2-3	0.4	500	80.7	550.00	44.39	24.41	41.3-277.8
	3-1	0.4	300	48.4	-900.00	43.58	-39.20	41.32

$$\Sigma = 95.60 \quad \Sigma = -7.90$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 41.32$$

II	2-4	0.8	300	8.37	550.00	3.500	1.93	277.48
	4-3	0.8	400	8.50	-850.00	7.230	-8.14	277.48
	3-2	0.4	500	80.7	-591.32	47.71	-28.22	277.48

$$\Sigma = 58.44 \quad \Sigma = -32.4$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 277.48$$

1 CIRCUITO	2 TRAMO	3 D (m)	4 L (m)	5 β seg/m ³	6 $Q \times 10^3$ m ³ /seg	7 $\beta Q \times 10^3$ seg/m ²	8 $\beta Q^2 \times 10^3$ m	9 $\Delta Q \times 10^3$ m ³ /seg
I	1-2	0.8	400	8.50	941.32	8.00	7.53	134.94
	2-3	0.4	500	80.7	313.86	25.32	7.95	135-15
	3-1	0.4	300	48.4	-858.68	41.56	-35.69	134.94

$$\Sigma = 74.88 \quad \Sigma = -20.21$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 134.94$$

II	2-4	0.8	300	8.37	827.48	5.27	4.38	158.25
	4-3	0.8	400	8.50	-572.54	4.87	-2.78	158.25
	3-2	0.4	500	80.7	-448.80	36.21	-16.25	158.25

$$\Sigma = 48.35 \quad \Sigma = -14.67$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 158.25$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
CIRCUITO	TRAMO	D	L	β	$Q \times 10^3$	$\beta Q \times 10^3$	$\beta Q^2 \times 10^6$	$\Delta Q \times 10^6$
I	1-2	0.6	400	8.50	1076.28	8.147	8.94	64.00
	2-3	0.4	500	80.7	290.55	23.44	6.81	64.0-70.31
	3-1	0.4	300	48.4	-723.06	34.99	-25.30	64.00

$$\Sigma = 67.57 \quad \Sigma = -8.85$$

$$\Delta Q = - \frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 64$$

II	2-4	0.6	300	8.37	958.71	6.27	6.18	70.31
	4-3	0.8	400	8.50	-414.29	3.52	-1.45	70.31
	3-2	0.4	500	80.7	-354.55	28.61	-10.18	70.31

$$\Sigma = 38.40 \quad \Sigma = -5.40$$

$$\Delta Q = - \frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 70.31$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
CIRCUITO	TRAMO	D	L	β	$Q \times 10^3$	$\beta Q \times 10^3$	$\beta Q^2 \times 10^6$	$\Delta Q \times 10^6$
I	1-2	0.6	400	8.50	1140.28	8.69	11.05	26.82
	2-3	0.4	500	80.7	284.24	22.93	6.51	20.82-29.9
	3-1	0.4	300	48.4	-564.06	31.84	-21.02	26.82

$$\Sigma = 64.51 \quad \Sigma = -3.46$$

$$\Delta Q = - \frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 26.82$$

II	2-4	0.6	300	8.37	1028.02	6.55	6.74	29.83
	4-3	0.8	400	8.50	-343.93	2.92	-1.00	29.83
	3-2	0.4	500	80.7	-311.06	25.10	-7.81	29.83

$$\Sigma = 38.97 \quad \Sigma = -2.07$$

$$\Delta Q = - \frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 29.83$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
CIRCUITO	TRAMO	D	L	β	$Q \times 10^3$	$\beta Q \times 10^3$	$\beta Q^2 \times 10^6$	$\Delta Q \times 10^6$
I	1-2	0.8	400	8.50	1187.08	9.92	11.57	10.99
	2-3	0.4	500	80.7	281.13	22.89	6.34	10.99-6.72
	3-1	0.4	300	48.4	-832.24	30.60	-19.35	10.99

$$\Sigma = 63.21 \quad \Sigma = -1.38$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 10.99$$

II	2-4	0.6	300	6.37	1058.95	6.75	7.14	6.72
	4-3	0.8	400	8.50	-314.00	2.67	-0.83	6.72
	3-2	0.4	500	80.7	-292.12	21.80	-5.89	6.72

$$\Sigma = 31.22 \quad \Sigma = 0.42$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 6.72$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
CIRCUITO	TRAMO	D	L	β	$Q \times 10^3$	$\beta Q \times 10^3$	$\beta Q^2 \times 10^6$	$\Delta Q \times 10^6$
I	1-2	0.6	400	8.50	1178.07	10.01	11.79	-2.41
	2-3	0.4	500	80.7	298.84	24.11	7.29	-2.41-13.5
	3-1	0.4	300	48.4	-821.25	30.08	-18.68	-2.41

$$\Sigma = 84.18 \quad \Sigma = 0.31$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = -2.41$$

II	2-4	0.6	300	6.37	1052.23	6.70	7.05	13.49
	4-3	0.6	400	8.50	-320.72	2.72	-0.87	13.49
	3-2	0.4	500	80.7	-298.43	23.92	-7.09	13.49

$$\Sigma = 33.34 \quad \Sigma = -0.9$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 13.49$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	8
CIRCUITO	TRAMO	D	L	β	$Q \times 10^3$	$\beta Q \times 10^3$	$\beta Q^2 \times 10^6$	$\Delta Q \times 10^8$	
I	1-2	0.6	400	8.50	1175.66	8.99	11.75	4.82	
	2-3	0.4	500	80.7	282.66	22.83	8.46	4.82-3.83	
	3-2	0.4	300	48.4	-623.66	30.18	-18.83	4.82	

$$\Sigma = 83.00 \quad \Sigma = -0.62$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 4.92$$

II	2-4	0.6	300	6.37	1065.72	6.78	7.23	3.83	
	4-3	0.6	400	8.50	-307.23	2.61	-0.80	3.83	
	3-2	0.4	500	80.7	-287.86	23.23	-6.68	3.83	

$$\Sigma = 32.62 \quad \Sigma = -0.25$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 3.83$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	8
CIRCUITO	TRAMO	D	L	β	$Q \times 10^3$	$\beta Q \times 10^3$	$\beta Q^2 \times 10^6$	$\Delta Q \times 10^8$	
I	1-2	0.6	400	8.50	1180.58	10.58	11.87	1.18	
	2-3	0.4	500	80.7	284.03	22.81	8.51	1.18-0.77	
	3-2	0.4	300	48.4	-618.74	29.85	-18.53	1.18	

$$\Sigma = 63.44 \quad \Sigma = -0.15$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = -1.18$$

II	2-4	0.6	300	6.37	1069.55	6.81	7.29	0.77	
	4-3	0.6	400	8.50	-303.40	2.59	-0.78	0.77	
	3-2	0.4	500	80.7	-285.21	23.02	-6.56	0.77	

$$\Sigma = 32.42 \quad \Sigma = -0.05$$

$$\Delta Q = -\frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 0.77$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
CIRCUITO	TRAMO	D	L	β	$Q \times 10^3$	$\beta Q \times 10^3$	$\beta Q^2 \times 10^6$	$\Delta Q \times 10^6$
I	1-2	0.6	400	8.50	1181.76	10.04	11.87	0.40
	2-3	0.4	500	80.7	284.44	22.95	8.53	0.40-0.15
	3-2	0.4	300	48.4	-617.58	29.89	-18.45	0.40

$$\Sigma = 62.88 \quad \Sigma = -0.05$$

$$\Delta Q = - \frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 0.40$$

II	2-4	0.6	300	8.37	1070.32	6.81	7.30	0.15
	4-3	0.6	400	8.50	-303.63	2.58	-0.78	0.15
	3-2	0.4	800	80.7	-284.84	22.95	-8.53	0.15

$$\Sigma = 32.34 \quad \Sigma = -0.01$$

$$\Delta Q = - \frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = -0.15$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
CIRCUITO	TRAMO	D	L	β	$Q \times 10^3$	$\beta Q \times 10^3$	$\beta Q^2 \times 10^6$	$\Delta Q \times 10^6$
I	1-2	0.6	400	8.50	1182.16	10.04	11.87	0.15
	2-3	0.4	500	80.7	284.88	22.97	8.54	0.15
	3-2	0.4	300	48.4	-617.16	29.87	-18.43	0.15

$$\Sigma = 62.88 \quad \Sigma = -0.02$$

$$\Delta Q = - \frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 0.15$$

II	2-4	0.6	300	8.37	1070.47	6.81	7.30	0.15
	4-3	0.6	400	8.50	-303.63	2.58	-0.78	0.15
	3-2	0.4	500	80.7	-284.84	22.96	-8.53	0.15

$$\Sigma = 32.38 \quad \Sigma = -0.01$$

$$\Delta Q = - \frac{\Sigma \beta Q^2}{2 \Sigma \beta |Q|} = 0.15$$

Al analizar los resultados obtenidos en la 10^a iteración, se puede observar que la corrección ΔQ en ambos circuitos es pequeña, por lo que se puede considerar que los gastos obtenidos en esta última iteración es confiable.

Finalmente los gastos quedan:

$$\begin{array}{ll} Q_1=1.18 & Q_4=1.07 \\ Q_2=0.617 & Q_5=0.305 \\ Q_3=0.285 & Q_6=2.300 \end{array}$$

Como comprobación de los resultados, se emplea la suma algebraica de los gastos en cada nudo, debiendo ser nula en cada uno de ellos.

Nudo 1

$$2.3-1.18-0.62-0.5=0$$

$$0=0$$

Nudo 2

$$1.18-1.07-0.29+0.2=0$$

$$0=0$$

Nudo 3

$$0.62-0.304+0.285-0.6=0$$

$$0=0$$

Nudo 4

$$1.07+0.30-1.40=0$$

$$0=0$$

2.3 METODO DE CORNIS

La teoría del método de Cornis se basa en el balance de gastos mediante la corrección de cargas, en el cual los datos conocidos son las cargas de presión en los nudos y se requiere obtener los gastos que llegan o salen, considerando con signo negativo los que entran y positivos los que salen, así como también se necesitan calcular las pérdidas en cada tramo de los circuitos y las cargas piezométricas en los mismos. Primero se suponen las pérdidas en los tramo h_{ij} y luego se calculan los ajustes consecutivos para corregir estos valores a partir de los gastos que entran o salen del nudo. Esto implica que deberá de cumplirse la ec. 2.6

Como se manejó anteriormente, la ecuación de pérdida de energía por fricción está representada por la ecuación $h_{ij} = \beta_{ij} Q_{ij}^N$ y la carga piezométrica en el nudo i por H_i , se tiene que

$$Q_{ij} = \left[\frac{h_{ij}}{\beta_{ij}} \right]^{1/N} = C_{ij} (H_j - H_i)^{1/N} \quad (2.17)$$

donde

$$C_{ij} = \frac{1}{(\beta_{ij})^{1/N}} \quad (2.18)$$

por lo que el sistema de ecuaciones queda de la siguiente forma

$$\sum_{j \in i} \left[\frac{h_{ij}}{\beta_{ij}} \right]^{1/N} + q_i = 0, \text{ para } i = 1, \dots, N$$

Como se requiere de una corrección de carga piezométrica ΔH_i , para la obtención de los gastos que circulan en cada tramo, la ecuación correspondiente a cada nudo sería

$$\sum_{j \in i} \left[\frac{h_{1j} + \Delta H_i}{\beta_{1j}} \right] + q_i = \sum_{j \in i} \left[\frac{h_{1j} + \Delta H_i}{h_{1j} / Q_{1j}} \right]^{1/n} + q_i$$

ya que

$$\beta_{1j} = \frac{h_{1j}}{Q_{1j}^n}$$

por lo que

$$\sum Q_{1j} \left[1 + \frac{\Delta H_i}{h_{1j}} \right]^{1/n} + q_i = 0$$

Desarrollando el radical como un binomio, sin considerar términos de orden superior, se obtiene (Ref. 1)

$$\sum_{j \in i} Q_{1j} \left[1 + \frac{1}{n} \frac{\Delta H_i}{h_{1j}} \right] + q_i = 0$$

Por lo tanto la corrección de carga de presión en cada nudo i es

$$\Delta H_i = -n \left[\frac{q_i + \sum Q_{1j}}{\sum (Q_{1j} / h_{1j})} \right] \quad (2.19)$$

La iteración se termina hasta que se satisface en cada nudo la ecuación de continuidad.

2.3.1. SECUENCIA DE CALCULO

A continuación se explica el procedimiento de cálculo de una red cerrada para la obtención de gastos que llegan o salen del nudo y las pérdidas de carga en los tramos; se consideran como datos la longitud, diámetro y rugosidad de los tubos, así como también las cargas de presión en cada nudo. La secuencia de pasos se explica conjuntamente con las columnas de una tabla auxiliar, cuando el cálculo se realiza en forma manual.

- 1) Designación de los nudos y asignación de las direcciones de los gastos (Col. 1)
- 2) Determinación de los valores de β_{1j} (Col. 2)
- 3) Primera estimación de las pérdidas en los tramos (Col. 3)
pone signo negativo a la pérdida correspondiente a los gastos que llegan al nudo y positivo en caso contrario.
- 4) Divisiones de las diferencias en las cargas de presión h_{1j} , a través del adecuado valor de β_{1j} . De la raíz de los cocientes resulta el gasto $Q_{1j} = (h_{1j}/\beta_{1j})^{0.5}$, el signo pertenece al de h_{1j} (Col. 6)
- 5) Suma algebraica de los gastos Q en cada nudo (Col. 4)
- 6) Cálculo del cociente (Q_{1j}/h_{1j}) en cada nudo (Col. 5)
- 7) Suma de los cocientes (Q_{1j}/h_{1j}) en cada nudo (Col. 5)
- 8) Cálculo de la corrección ΔH_1 (con $N=2$) mediante la ecuación (2.19). Este valor se suma algebraicamente a todas las diferencias de carga de presión en el nudo (Col. 6)
- 9) A los tramos que pertenecen a varios nudos, además del ΔH_1 calculado en el nudo, se suman los correspondientes a los otros nudos con su signo original (Col. 7)

- 10) El cálculo del segundo nudo y de los siguientes se realiza en la misma forma como en los pasos 2 al 10; se continúa el cálculo con el primer nudo para la segunda corrección, hasta lograr que los gastos no cambien y la suma algebraica sea 0 (Ref. 1)

2.3.2. EJEMPLO

La red de la fig. 2.3 tiene la geometría que se indica, y en ella se aprecian las cargas piezométricas en cada nudo. Las constantes β se calculan, a partir de la fórmula de Darcy-Weisbach y considerando los datos

a)

Tubo	Longitud	Diámetro	f	β
1	400	0.6	0.02	8.50
2	300	0.4	0.02	48.40
3	500	0.6	0.02	80.66
4	300	0.6	0.02	6.37
5	400	0.6	0.02	8.50
6	200	0.6	0.02	4.25

Los valores de β se obtuvieron considerando la siguiente fórmula

$$\beta = 0.0826 \frac{f l}{d^5}$$

b) Carga conocida en los nudos

Nudo	1	2	3	4	5
Carga (m)	78.70	67.31	60.62	59.84	100.00

POZUEJON La tabla 2.2 se muestran los diferentes ajustes que experimentaron las cargas piezométricas y los gastos estimados.

TABLA 2.2
Nudo 1

Tramo	β	h	Q	Q/h	Δh	h	Q	Q/h	Δ/h
2-1	8.50	-11.39	-1.157	0.102	-0.32	-11.71+0.03	-1.172	0.100	-0.83
3-1	48.4	-18.08	-0.881	0.0337	0.32	-18.40+0.01	-0.816	0.034	-0.83
5-1	4.25	-21.13	2.230	0.105	-0.32	20.81	2.212	0.108	-0.83

Nudo 2

Tramo	β	h	Q	Q/h	Δh	h	Q	Q/h	Δ/h
1-2	8.50	-11.39+0.32	1.173	0.100	-0.03	11.74+0.01	-1.173	0.100	-0.03
3-2	80.7	-6.60	-0.287	0.043	-0.03	6.72+0.01	-0.289	0.042	-0.03
4-2	8.37	-7.47	-1.082	0.145	-0.03	-7.50+0.07	-1.079	0.172	-0.03

Nudo 3

Tramo	β	h	Q	Q/h	Δh	h	Q	Q/h	Δ/h
1-3	48.4	18.08+0.32	0.818	0.033	-0.01	18.39	0.818	0.035	0
2-3	80.7	6.68+0.03	0.287	0.043	-0.01	6.74	0.289	0.042	0
4-3	8.50	-0.78	-0.300	0.388	-0.01	-0.78+0.07	-0.300	0.385	0

Nudo 4

Tramo	β	h	Q	Q/h	Δh	h	Q	Q/h	Δ/h
2-4	8.37	7.470.03	1.078	0.145	0.07	7.43	1.078	0.145	0.07
3-4	8.50	0.78+0.01	0.300	0.388	0.07	0.78	0.300	0.385	0.07

Q1=1.17 Q2=0.616 Q3=0.289
Q4=1.08 Q5=0.30 Q6=2.33

En este caso las cargas iniciales en cada uno de los nudos, se obtuvieron mediante la ecuación $Q_{ij}=(h_{ij}/\beta_{ij})^{0.5}$ y considerando los valores aproximados a los gastos obtenidos en la 5ª iteración del ejemplo anterior, con la finalidad de reducir el número de iteraciones, asimismo los resultados obtenidos con este método, se puede apreciar que los valores son muy parecidos a los obtenidos mediante el método de Cross.

3. PROCEDIMIENTOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

3.1. GENERALIDADES

Para la solución de redes de tuberías funcionando a presión con régimen permanente, se requiere de un procedimiento para resolver un sistema de ecuaciones no lineales que se genera durante el planteamiento de el problema. Para escoger un procedimiento adecuado se necesita conocer las ventajas y desventajas de cada uno de estos métodos que se pueden proponer.

En este capítulo se describe la secuela de cálculo de cada método y la deducción de los mismos

3.1.2. ANTECEDENTES

Un sistema de m ecuaciones lineales con n incógnitas, se establece como:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}, b_1, \dots, b_m$ son constantes conocidas.

Para un sistema de ecuaciones lineales donde el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas, la solución del

sistema será el conjunto de valores $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ que satisfaga a todas las ecuaciones del sistema.

Un sistema de ecuaciones no lineales puede ser un conjunto de funciones donde una o más de las incógnitas que se encuentran afectadas por un exponente diferente de 1, o bien aparecen multiplicándose.

La forma general de un sistema de ecuaciones no lineales es

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde cada función f_i puede pensarse como una transformación de un vector $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)^t$ del espacio n -dimensional de R^n , en la recta real R

Alternativamente, el sistema puede representarse definiendo una función F , de R^n en R^n por

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = (f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, f_n(x_1, x_2, \dots, x_n))^t$$

Usando la notación vectorial para representar las variables x_1, x_2, \dots, x_n , el sistema (3.2) asume la forma (Ref. 5)

$$F(x) = 0$$

3.2 METODO DE SOBRELAJACION SUCESIVA(SOR)

Este método para resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante aproximaciones sucesivas, es una modificación del método de Gauss-Seidel, con el cual se puede reducir el número de iteraciones necesarias para resolver el problema. Por ello, se recomienda su uso en aquellos problemas en los que se requiere resolver un sistema de ecuaciones varias veces, sobre todo en aquellos donde la matriz de coeficientes contiene muchos elementos nulos.

Al reducir el número de iteraciones usando este método, la solución del sistema se obtiene con pocos pasos de cálculo, adicionalmente se puede tomar ventaja de los coeficientes nulos para utilizar poca capacidad de memoria de la computadora.

Empleando el método de Gauss-Seidel la ecuación que determina la iteración $k+1$ es

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} a_{ij} + r_{ij}^{(k)} \quad (3.3)$$

Siendo

$$r_i^{(k)} = \frac{\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k)} - \sum_{j=i}^n a_{ij} x_j + b_i}{a_{ij}} \quad (3.4)$$

(Ref. 5)

El método consiste en cambiar los valores iniciales de las incógnitas de manera que el vector residual $r_{i+1}^{(k)}$ sea despreciable. Esto se logra reduciendo una coordenada del vector residual a cero; sin embargo, no necesariamente es la manera más eficiente de reducir la norma del vector $r_{i+1}^{(k)}$, pues multiplicando el vector residual por una constante ω se puede obtener mejores resultados, quedando la ecuación (3.3) de la siguiente manera

$$x_i^{(k+1)} = x_i + \omega r_{ij}^{(k)} \quad (3.5)$$

Por cuestiones de convergencia, $0 \leq \omega \leq 2$, una forma de elegir ω es

$$\omega = \frac{2}{1 + (1-\rho)^{0.5}} \quad (3.6)$$

donde

$$\rho \cong \frac{\sum_{i=1}^N |r_i^{(k)}|}{\sum_{i=1}^N |r_i^{(k+1)}|} \quad (3.7)$$

Enseguida, se muestra el algoritmo para la solución de sistemas de ecuaciones mediante el método de SOR.

Para resolver $Ax = b$ dado el parámetro ω y la aproximación inicial $x^{(0)}$:

ENTRADA el número de ecuaciones e incógnitas n ; las componentes $a_i, j, 1 \leq i, j \leq n$, de la matriz A ; las componentes $b_i, 1 \leq i \leq n$ del término no homogéneo b ; las componentes $XO_i, 1 \leq i \leq n$ de

$X_0 = x^{(0)}$; el parámetro ω ; la tolerancia TOL; el número máximo de iteraciones N.

SALIDA la solución aproximada x_1, \dots, x_n o un mensaje de que el número máximo de iteraciones fue excedido.

Paso 1 Tomar $k = 1$.

Paso 2 Mientras que $(k \leq N)$ seguir pasos 3-6.

Paso 3 Para $i = 1, \dots, n$

$$\text{tomar } x_i = (1-\omega)X_{0i} + \frac{\omega(-\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} X_{0j} + b_i)}{a_{ii}}$$

Paso 4 Si $\|x - X_0\| < \text{TOL}$ entonces SALIDA (x_1, \dots, x_n) ;

(Procedimiento completado satisfactoriamente) Parar.

Paso 5 Tomar $k = k+1$

Paso 6 Para $i = 1, \dots, n$ tomar $X_{0i} = x_i$

Paso 7 SALIDA ('Número de iteraciones excedido');

(Procedimiento concluido sin éxito). Parar.

(Ref. 5)

3.2.1. EJEMPLO

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones empleando el método de (SOR).

El sistema lineal $Ax = b$ dado, por

$$\begin{aligned} 4x_1 + 3x_2 &= 24 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 &= 30 \\ -x_2 + 4x_3 &= -24 \end{aligned}$$

tiene solución $(3, 4, -5)$, se usará $x^{(0)} = (1, 1, 1)^t$ y $\omega = 1.25$ las ecuaciones con el método de SOR con $\omega = 1.25$ son

$$\begin{aligned} x_1 &= -0.25x_1^{(k-1)} - 0.9375x_2^{(k-1)} + 7.5 \\ x_2 &= -0.9375x_1^{(k)} - 0.25x_2^{(k-1)} + 0.3125x_3^{(k-1)} + 9.375 \\ x_3 &= 0.3125x_2^{(k)} - 0.25x_3^{(k-1)} - 7.5 \end{aligned}$$

empleando los valores iniciales establecidos anteriormente da la siguiente tabla de resultados

TABLA 3.1

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$x_1^{(k)}$	1	6.3125	2.6223	3.1333	2.9570	3.0037	2.9963	3.0000
$x_2^{(k)}$	1	3.5195	3.9585	4.0102	4.0074	4.0029	4.0009	4.0002
$x_3^{(k)}$	1	-6.6501	-4.6004	-5.0966	-5.0057	-4.9734	-4.9982	-5.0003

3.3. METODO DE NEWTON

Este método consiste en resolver un conjunto de funciones no lineales como el que se escribe enseguida.

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

En el cual se suponen valores iniciales x_1 de las incógnitas que forman así el siguiente vector

$$x_{11} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Mismo que es necesario corregir mediante un vector de correcciones x_{11} .

Para aplicar el método de Newton a ecuaciones simultáneas no lineales, se procede como sigue: Sea $\{x_0, y_0\}$ una aproximación a la solución de el sistema. Suponiendo que f_1 y f_2 son diferenciables, se desarrollan $f_1(x_1, x_2)$, $f_2(x_1, x_2)$ alrededor de $\{x_1, 0, x_2, 0\}$ y desarrollando la serie de Taylor, despreciando términos de orden superior e igualando el desarrollo a través de términos lineales a cero se obtiene el sistema

$$\begin{aligned} f_{x_1}(x_1 - x_1, 0) + f_{x_2}(x_2 - x_2, 0) &= -f_1 \\ f_{x_2}(x_1 - x_1, 0) + f_{x_1}(x_2 - x_2, 0) &= -f_2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Donde todas las funciones y derivadas de la ecuación (3.9) se calculan en $\{x_1, x_2\}$ y pensando en que la solución $\{x_1, x_2\}$ se encuentra más cerca de los valores que satisfagan el sistema de ecuaciones (3.8). Corrigiendo los valores iniciales de x_n mediante el Jacobiano de la función, en este caso expresado como $J(x)$ y con el vector de corrección de los valores x_n inicialmente supuestos, se forma el siguiente sistema

$$J(x)(x_n) = -f(x_n)$$

El cual al ser expresado en forma vectorial se obtiene

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Cuya solución permite obtener los valores de las incógnitas, para una segunda etapa de iteración: $x_{2i} = x_{1i} + x_{1i-1}$

Repitiéndose el procedimiento se obtiene: $x_{ni} = x_{n-1i} + x_{n-1i-1}$ hasta que los valores de f_j sean cero o menores que la aproximación deseada.

En la práctica, el método se realiza generalmente en dos pasos. Primero, se encuentra un vector x que satisfaga

$$J(x^{(k)})x = -F(x^{(k)})$$

Después de que se ha logrado esto, la nueva aproximación x_n se obtiene sumando a x_{n-1} el valor obtenido de x_{n-1} .

A continuación se muestra el algoritmo a seguir, para este procedimiento.

ENTRADA número n de ecuaciones e incógnitas; aproximación inicial $x=(x_1, \dots, x_n)^t$, tolerancia TOL; número máximo de iteraciones N .

SALIDA solución aproximada $x=(x_1, \dots, x_n)^t$ o mensaje de que el número de iteraciones fue excedido.

- 1) Tomar $n=1$
- 2) Mientras que $(n \leq N)$ seguir pasos 3-7
- 3) Calcular $F(x)$ y $J(x)$, donde $J(x)_i, j = (\partial f_i / \partial x_j)$ para $1 \leq i, j \leq n$.
- 4) Resolver el sistema lineal $J(x)x = -F(x)$
- 5) Tomar $x = x_n + x_{n+1}$
- 6) Si $x < TOL$ entonces SALIDA (x); (Procedimiento completado satisfactoriamente) PARAR
- 7) Tomar $n=n+1$
- 8) SALIDA ('Número máximo de iteraciones excedido'); PARAR

(Ref. 5)

3.3.1 EJEMPLO

Encontrar una solución al sistema de ecuaciones no lineales usando el método de Newton. Iterando hasta que $x^{(1)} - x^{(1-1)} < 10^{-3}$

$$\begin{aligned}x_1^2 - 10x_1 + x_2^2 + 8 &= 0 \\x_1x_2^2 + x_1 - 10x_2 + 8 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} &= 2x_1 - 10 & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} &= 2x_2 \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} &= x_2^2 + 1 & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} &= 2x_1x_2 - 10\end{aligned}$$

Considerando $x_1=0$ y $x_2=0$ obtenemos el siguiente sistema lineal

$$\begin{bmatrix} -10 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -8 \end{bmatrix} \quad \text{donde } \begin{aligned}x_1 &= 0.8 \\ x_2 &= 0.88\end{aligned}$$

$$x_1 = 0 + 0.8 = 0.8$$

$$x_2 = 0 + 0.88 = 0.88$$

tomando los nuevos valores de x_1 y x_2 se obtiene el siguiente sistema y se procede nuevamente a calcular x_1 y x_2

$$\begin{bmatrix} -8.4 & 1.76 \\ 1.7744 & -8.592 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.4144 \\ -0.6195 \end{bmatrix} \begin{aligned}x_1 &= 0.1917 \\ x_2 &= -0.1117\end{aligned}$$

y así sucesivamente hasta obtener la tolerancia deseada, obteniéndose la siguiente tabla de resultados

TABLE 3.2

k	x1	x2	$x^{(k)} - x^{(k-1)}$
0	0	0	0
1	0.8	0.88	0.88
2	0.99178	0.991702	0.11917
3	0.99997	1.000000	0.00821
4	0.99999	1.000000	0.000023

4. METODO PROPUESTO

4.1. DESCRIPCCION DEL METODO

Cuando las redes son grandes; con más de 20 nudos, resulta difícil encontrar una primera solución lo suficientemente buena para asegurar la rápida convergencia del método de Cross o el de Cornis. Para este caso se plantea el siguiente método el cual consiste en aplicar el principio de continuidad en todos los nudos y resolver un sistema linealizado para las cargas en cada nudo. La solución se encuentra iterativamente.

La linealización se obtiene mediante el desarrollo de la serie de Taylor y despreciando términos de orden superior, de la función del gasto $f(Q)$ hasta la primera derivada, es decir;

$$(Q+\Delta Q)=f(Q)+f'(Q)\Delta Q \quad (4.1)$$

donde

$$f(Q)=CQ^m = h_2-h_1 \quad (4.2)$$

si la derivada de $f(Q)$ respecto a Q es

$$f'(Q)=mCQ^{m-1} \quad (4.3)$$

y considerando que

$$Q=Q^{(K)} \quad (4.4)$$

$$\Delta Q=Q^{(K-1)}-Q^{(K)} \quad (4.5)$$

y también

$$r(Q)=r(Q^{(K)})=C(Q^{(K)})^m \quad (4.6)$$

$$r'(Q)=r'(Q^{(K)})=mC(Q^{(K)})^{m-1} \quad (4.7)$$

Al tomar en cuenta las ecs. 4.4 a 4.6 en la ec. 4.7 se tiene

$$f(Q^{(k+1)})=C(Q^{(k)})^m+mC(Q^{(k)})^{m-1}(Q^{(k+1)}-Q^{(k)}) \quad (4.8)$$

Pudiéndose expresar el gasto de la siguiente manera

$$Q^{(K+1)}=\frac{f(Q^{(K+1)})}{mC(Q^{(K)})^{m-1}+\frac{m-1}{m}Q^{(K)}} \quad (4.9)$$

$$Q^{(K+1)}=\frac{h_s^{(K+1)}-h_i^{(K+1)}}{mC(Q^{(K)})^{m-1}+\frac{m-1}{m}Q^{(K)}} \quad (4.10)$$

donde

K: índice de la iteración

h_s : carga piezométrica en el nudo s

h_i : carga piezométrica en el nudo i

C: constante del tramo s-1

si se considera
$$\alpha^{(K)}=\frac{1}{mC|Q^{(K)}|^{m-1}} \quad (4.11)$$

y aplicando la ecuación de continuidad para la figura No. 4.1 se forma el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}
 -Q_1 - Q_2 + Q_6 &= q_1 \\
 Q_1 - Q_3 - Q_4 &= -q_2 \\
 Q_2 + Q_3 - Q_5 &= q_3 \\
 Q_5 + Q_4 &= q_4
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

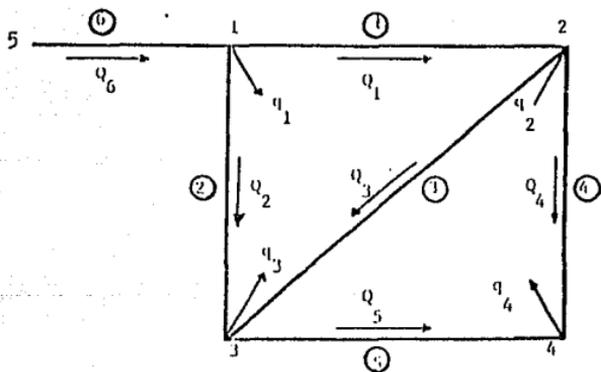


FIG. 4.1

y sustituyendo la ec 4.11 en el sistema de ecuaciones 4.12

$$\begin{aligned}
 (-\alpha_1^k - \alpha_2^k - \alpha_3^k)h_1^{k+1} + \alpha_1^k h_2^{k+1} + \alpha_2^k h_3^{k+1} &= q_1 - \alpha_0^k h_5 + (Q_1^k + Q_2^k - q_0) \frac{m-1}{m} \\
 \alpha_1^k h_1^{k+1} + (-\alpha_1^k - \alpha_2^k - \alpha_4^k)h_2^{k+1} + \alpha_3^k h_3^{k+1} + \alpha_4^k h_4^{k+1} &= -q_2 + (-Q_1^k + Q_3^k + Q_4^k) \frac{m-1}{m} \\
 \alpha_2^k h_1^{k+1} + \alpha_3^k h_2^{k+1} + (-\alpha_2^k - \alpha_3^k - \alpha_5^k)h_3^{k+1} + \alpha_5^k h_4^{k+1} &= q_3 + (-Q_2^k - Q_3^k + Q_5^k) \frac{m-1}{m} \\
 \alpha_4^k h_2^{k+1} + (-\alpha_4^k - \alpha_5^k)h_4^{k+1} + \alpha_5^k h_3^{k+1} &= q_4 + (-Q_4^k - Q_5^k) \frac{m-1}{m} \quad (4.13)
 \end{aligned}$$

En las ecuaciones anteriores se aprecia que, al no considerar al superíndice k, el término entre paréntesis del miembro derecho es precisamente $-q_n$. Esto es, $Q_1^k + Q_2^k - Q_0^k$ es igual a $-q_1$. Al tomar en cuenta esto, el sistema de ecuaciones 13 se puede escribir como

$$\begin{aligned}
 (-\alpha_1^k - \alpha_2^k - \alpha_3^k)h_1^{k+1} + \alpha_1^k h_2^{k+1} + \alpha_2^k h_3^{k+1} &= \frac{q_1}{m} - \alpha_0^k h_5 \\
 \alpha_1^k h_1^{k+1} + (-\alpha_1^k - \alpha_2^k - \alpha_4^k)h_2^{k+1} + \alpha_3^k h_3^{k+1} + \alpha_4^k h_4^{k+1} &= -\frac{q_2}{m} \\
 \alpha_2^k h_1^{k+1} + \alpha_3^k h_2^{k+1} + (-\alpha_2^k - \alpha_3^k - \alpha_5^k)h_3^{k+1} + \alpha_5^k h_4^{k+1} &= \frac{q_3}{m} \\
 \alpha_4^k h_2^{k+1} + (-\alpha_4^k - \alpha_5^k)h_4^{k+1} + \alpha_5^k h_3^{k+1} &= \frac{q_4}{m} \quad (4.14)
 \end{aligned}$$

donde

$\{\alpha^k\}$ matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones
 $\{h^{k+1}\}$ vector de incógnitas
 $\{q/m, ah\}$ vector columna de términos independientes

4.2. SECUENCIA DE CALCULO.

A continuación se explica el procedimiento para el cálculo de una red cerrada, empleando el método con base en un sistema de ecuaciones linealizadas.

- 1) Se supone la primera distribución de gastos, Q^k , debiéndose cumplir la ecuación de continuidad (4.12)
- 2) Se obtiene la matriz de coeficientes del sistema linealizado, sustituyendo la ec (4.12) en la ec. 4.10 para cada nudo.
- 3) Resolviendo el sistema, se obtiene el vector columna

$$X = \{h_1^{k+1}, h_2^{k+1}, \dots, h_m^{k+1}\}^T,$$

siendo m el número de nudos de carga variable de la red.

La nueva aproximación de los gastos en los tubos se obtiene con la ec. 4.10

- 4) El procedimiento termina cuando la mayor diferencia de gastos aproximados, $|Q_i^{k+1} - Q_i^k|$, es menor que una tolerancia establecida, por ejemplo, de uno por ciento del gasto proporcionado a la red. (Ref. 6)

4.2.1. EJEMPLO

La red de la fig. 4.2 tiene la geometría mostrada, en ella se indican los gastos que entran y salen en cada nudo y considerando los siguientes datos.

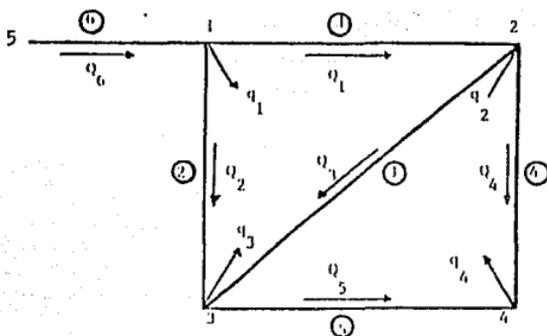


Fig. 4.2 GEOMETRIA DE LA RED

a) Tubo	Longitud (m)	Diámetro (m)	f	C
1	400	0.6	0.02	8.50
2	300	0.4	0.02	8.40
3	500	0.6	0.02	0.66
4	300	0.6	0.02	6.37
5	400	0.6	0.02	8.50
6	200	0.6	0.02	4.25

b) Gastos que entran y salen de la red.

Nudo	1	2	3	4	5
Gasto(m ³ /seg)	0.5	-0.2	0.6	1.4	0

c) Carga conocida en el nudo 5 de 100 m y Q=0.383 y considerando

$$C = 0.0826 \frac{f L}{d^5}$$

1^o Con la ec. 4.11 se obtiene el valor de α^k correspondiente a cada iteración.

2^o Aplicando la ecuación de continuidad se llega al sistema de ecuaciones 4.14 y sustituyendo los valores de α_1 se obtiene la matriz para la primera iteración, en la tabla 4.1 se muestran los valores de α_1 calculados para cada iteración.

α^1	α^2	α^3	α^4	α^5	α^6	α^7
0.154	0.067	0.059	0.055	0.052	0.051	0.050
0.027	0.025	0.019	0.018	0.017	0.017	0.017
0.016	0.025	0.024	0.022	0.022	0.021	0.022
0.205	0.088	0.081	0.074	0.073	0.073	0.072
0.154	0.350	0.224	0.207	0.197	0.184	0.187
0.307	0.088	0.065	0.057	0.054	0.053	0.052

TABLA 4.1 VALORES DE α_1

1^a

$$\begin{aligned} -0.488h_1 + 0.154h_2 + 0.027h_3 &= -30.45 \\ 0.154h_1 - 0.375h_2 + 0.016h_3 + 0.205h_4 &= -0.1 \\ 0.027h_1 + 0.016h_2 - 0.197h_3 + 0.154h_4 &= 0.30 \\ 0.205h_2 + 0.154h_3 - 0.359h_4 &= 0.70 \end{aligned}$$

Obteniendose los siguientes valores de h_i

$$h_1=96.25 \quad h_2=91.83 \quad h_3=88.15 \quad h_4=88.30$$

Con los cuales se procede a calcular los gastos en cada tramo con la ec. 4.5

$$Q_1=0.168 \quad Q_2=0.410 \quad Q_3=0.250 \quad Q_4=0.915 \quad Q_5=0.168 \quad Q_6=1.343$$

2^a

$$\begin{aligned} -0.180h_1 + 0.067h_2 + 0.025h_3 &= -8.55 \\ 0.067h_1 - 0.178h_2 + 0.025h_3 + 0.086h_4 &= -0.1 \\ 0.025h_1 + 0.025h_2 - 0.400h_3 + 0.350h_4 &= 0.30 \\ 0.086h_2 + 0.350h_3 - 0.436h_4 &= 0.70 \end{aligned}$$

$$h_1=86.93 \quad h_2=78.64 \quad h_3=73.14 \quad h_4=72.63$$

$$Q_1=0.991 \quad Q_2=0.550 \quad Q_3=0.263 \quad Q_4=0.974 \quad Q_5=0.263 \quad Q_6=1.822$$

3^a

$$\begin{aligned} -0.143h_1 + 0.059h_2 + 0.019h_3 &= -6.25 \\ 0.059h_1 - 0.164h_2 + 0.024h_3 + 0.081h_4 &= -0.1 \\ 0.019h_1 + 0.024h_2 - 0.267h_3 + 0.224h_4 &= 0.30 \\ 0.081h_2 + 0.224h_3 - 0.305h_4 &= 0.70 \end{aligned}$$

$$h_1=82.31 \quad h_2=72.50 \quad h_3=66.17 \quad h_4=65.49$$

$$Q_1=1.074 \quad Q_2=0.582 \quad Q_3=0.283 \quad Q_4=1.055 \quad Q_5=0.254 \quad Q_6=2.061$$

4^a

$$\begin{aligned} & -0.130h_1+0.055h_2+0.018h_3=-5.45 \\ & 0.055h_1-0.151h_2+0.022h_3+0.074h_4=-0.1 \\ & 0.018h_1+0.022h_2-0.247h_3+0.207h_4=0.30 \\ & 0.074h_2+0.207h_3-0.281h_4=0.70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_1 &= 79.83 & h_2 &= 69.12 & h_3 &= 62.53 & h_4 &= 61.77 \\ Q_1 &= 1.126 & Q_2 &= 0.602 & Q_3 &= 0.283 & Q_4 &= 1.061 & Q_5 &= 0.299 & Q_6 &= 2.180 \end{aligned}$$

5^a

$$\begin{aligned} & -0.123h_1+0.052h_2+0.017h_3=-5.15 \\ & 0.052h_1-0.147h_2+0.022h_3+0.073h_4=-0.1 \\ & 0.017h_1+0.022h_2-0.236h_3+0.197h_4=0.30 \\ & 0.073h_2+0.197h_3-0.270h_4=0.70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_1 &= 78.70 & h_2 &= 67.31 & h_3 &= 60.62 & h_4 &= 59.84 \\ Q_1 &= 1.155 & Q_2 &= 0.608 & Q_3 &= 0.290 & Q_4 &= 1.081 & Q_5 &= 0.303 & Q_6 &= 2.24 \end{aligned}$$

6^a

$$\begin{aligned} & -0.121h_1+0.051h_2+0.017h_3=-5.050 \\ & 0.051h_1-0.145h_2+0.021h_3+0.073h_4=-0.1 \\ & 0.017h_1+0.021h_2-0.235h_3+0.197h_4=0.30 \\ & 0.073h_2+0.197h_3-0.270h_4=0.70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_1 &= 78.30 & h_2 &= 66.75 & h_3 &= 60.01 & h_4 &= 59.25 \\ Q_1 &= 1.167 & Q_2 &= 0.615 & Q_3 &= 0.287 & Q_4 &= 1.088 & Q_5 &= 0.299 & Q_6 &= 2.27 \end{aligned}$$

7^a

$$-0.119h_1 + 0.050h_2 + 0.017h_3 = -4.95$$

$$0.050h_1 - 0.144h_2 + 0.022h_3 + 0.072h_4 = -0.1$$

$$0.017h_1 + 0.022h_2 - 0.236h_3 + 0.197h_4 = 0.30$$

$$0.072h_2 + 0.197h_3 - 0.269h_4 = 0.70$$

$$h_1 = 78.88 \quad h_2 = 66.15 \quad h_3 = 60.01 \quad h_4 = 59.46$$

$$Q_1 = 1.17 \quad Q_2 = 0.621 \quad Q_3 = 0.291 \quad Q_4 = 1.09 \quad Q_5 = 0.31 \quad Q_6 = 2.30$$

Comparando estos resultados con los obtenidos con los dos métodos anteriores, se puede apreciar que son muy semejantes, pudiéndose de esta manera confirmar el funcionamiento del método propuesto.

5 MEDICIONES EN LABORATORIO

5.1. CARACTERISTICAS DE LA RED EXPERIMENTAL

La red en la que se realizaron las pruebas de laboratorio está conformada por dos circuitos cerrados unidos por uno de sus lados, formando así una red rectangular que consta de seis nudos y siete tubos, a la cual se le suministra agua por medio de una bomba eléctrica con una capacidad para proporcionar cargas de hasta 80 mts., esta a su vez se encuentra interconectada a un tanque hidroneumático cuya finalidad es la de generar una presión constante para eliminar las posibles fluctuaciones que pudiera presentar la bomba, para este caso el aire funciona únicamente como amortiguador y no aporta gasto alguno. Las descargas son libres a la atmósfera y son captadas por un canal perimetral a la red que recircula por gravedad el agua al tanque de almacenamiento del cual la bomba la succiona y se inicia nuevamente el proceso. El tanque cuenta con dos compartimientos divididos por un vertedor triangular en el que es posible conocer el gasto total que circula por la red.

Cada uno de los tubos que integra la red cuenta con un dispositivo de aforo, que consiste en una placa de orificio a base de placas de acero con un orificio, de cierto diámetro concéntrico a la tubería interfiriendo el paso libre del agua ocasionando que se generen diferencias de presión aguas arriba y aguas abajo de la placa, dicha presión es medida mediante

manómetros de mercurio en forma de "U" en donde las tomas de presión son conectadas aguas arriba y aguas abajo de cada una de las placas.

5.2. CONCEPTOS GENERALES

Para comprender el comportamiento de las pruebas realizadas en laboratorio, se da a continuación una explicación de cada uno de los conceptos básicos de la hidráulica que fueron aplicados para la obtención de los resultados en la red experimental.

PESO ESPECIFICO

El peso específico γ representa en este caso el peso del fluido por unidad de volumen cuyas dimensiones se expresan en $[F L^3]$, el valor estándar considerado para el agua es $\gamma = 1000 \text{ Kg/m}^3$.

PRESION MANOMETRICA

La Ley de Pascal permite calcular la distribución de presiones en el interior de un líquido en reposo, la presión depende de la altura de cada punto con respecto a un nivel de referencia elegido.

Considerando el cero con la superficie libre del líquido y otro con cualquiera de elevación Z (Fig. 5.1) resulta

$$\frac{P_a}{\gamma} + Z_0 = \frac{P}{\gamma} + Z$$

donde P_a es la presión atmosférica sobre la superficie del líquido.

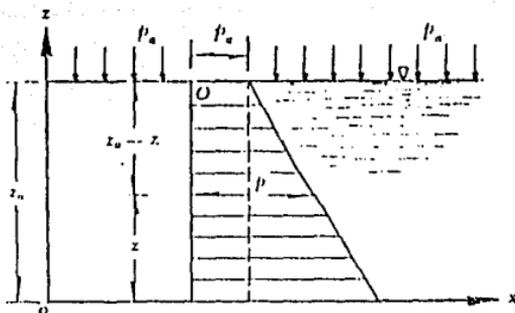


FIG. 5.1 (Ref. 1)

La forma más común de medir la presión hidrostática utilizando como valor de referencia el cero es la manométrica y las unidades para representarla son $[FL^2]$, esta presión puede ser obtenida por medio de manómetros diferenciales. El manómetro diferencial abierto consiste en un tubo en forma de "U" parcialmente lleno (generalmente de mercurio) en el cual

uno de sus extremos esta conectado a la pared del recipiente que contiene el fluido y el otro puede estar abierto a la atmósfera o bien puede estar conectado a otro punto de la pared del recipiente para conocer la diferencia de presiones entre dos puntos.

La ecuación que expresa la presión en función de la columna de líquido medido (H_g) y el peso específico del mismo (γ_{H_g}) es

$$P = \gamma_{\text{líquido}} h_{\text{líquido}}$$

Cuando el líquido empleado en el manómetro diferencial es mercurio resulta fácil transformar la columna de este fluido a columna de agua igualándose las presiones ejercidas por los dos líquidos de diferentes densidades mediante la siguiente expresión

Como el peso específico es igual a $\gamma = \rho g$

donde

ρ = densidad del líquido

g = aceleración de la gravedad

$P = \rho g h$

entonces

$$P = \gamma h$$

igualando presiones

$$\gamma_{H_2O} h_{H_2O} = \gamma_{Hg} h_{Hg}$$

de esta manera

$$\gamma_{H2O} = \frac{\gamma_{Hg} h_{Hg}}{\gamma_{H2O}}$$

Otra forma de obtener la presión que genera un fluido al circular dentro de un tubo, es mediante manómetros cerrados los cuales funcionan con un sistema mecánico de aguja y caratula graduada en la que se indican las presiones.

PLACAS DE ORIFICIO

Este mecanismo permite conocer el gasto que pasa a través de una tubería conociendo la diferencia de presiones y cargas generada por la colocación de estas placas.

Como se ha manejado ya en capítulos anteriores, la ecuación de continuidad nos dice que el gasto que circula por un conducto puede ser expresado mediante la siguiente fórmula

$$Q = A V \quad (5.1)$$

En este caso la velocidad media que se genera aguas abajo del orificio, debido a la contracción de la vena líquida con descarga libre, se obtiene con la ecuación de Torricelli.

$$V = (2g H)^{0.5}$$

Donde H es la carga sobre el centro de gravedad del orificio.

Para obtener valores reales de la velocidad calculada con la ec.(5.1), es necesario aplicar un coeficiente de velocidad c_v el cual es adimensional y siendo próximo a 1 de acuerdo a experimentos realizados, quedando la siguiente ecuación

$$V = c_v (2g H)^{0.5} \quad (5.2)$$

El área contraída que se presenta en la vena líquida se puede expresar como $A_c = C_c A$ donde C_c es un coeficiente de contracción y A es el área del orificio.

De tal manera que se puede considerar que el gasto que pasa através del orificio es

$$Q = A_c V$$

Por lo que sustituyendo en la ec (5.1) esta expresión queda

$$Q = C_v C_c A (2g H)^{0.5} \quad (5.3)$$

Considerando que la descarga del orificio es, ahogada se puede decir que H es la diferencia de carga Δh entre un punto aguas arriba y otro aguas abajo, quedando entonces

$$Q = C_c C_v A (2g \Delta h)^{0.5} \quad (5.4)$$

o bien, considerando $C_d = C_v C_c$

$$Q = C_d A (2g \Delta h)^{0.5} \quad (5.5)$$

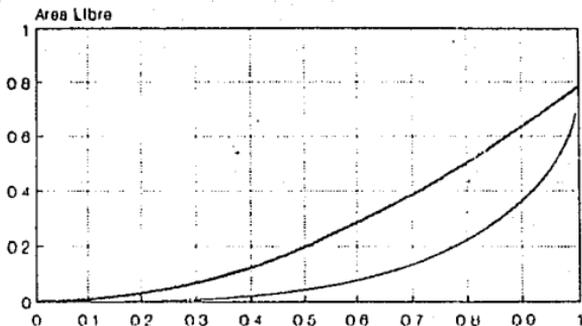
El coeficiente de descarga C_d experimentalmente se ha definido para orificios de aforo como

$$C_d = \frac{C}{(1-\beta^4)^{0.5}} \quad (5.6)$$

En donde empleando la ecuación de Stolz se tiene que

$$C = 0.5959 + 0.03113 \beta^{2.1} - 0.1840 \beta^8 + 0.0029 \beta^{2.5}$$

y β es la relación d/D de acuerdo a la siguiente figura



d.-diámetro del orificio
D.-diámetro de la tubería

FIG. 5.2 relación d/D (Ref.6)

VERTEDOR TRIANGULAR DE PARED DELGADA

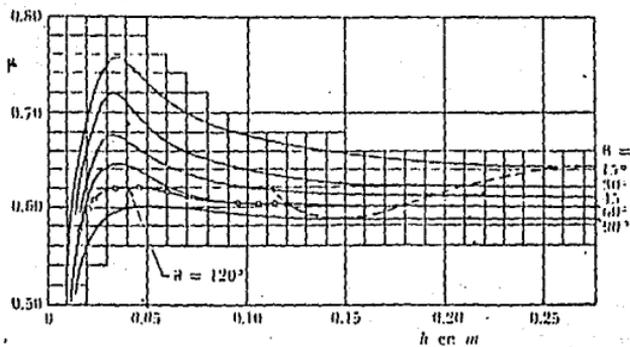
Dentro de los dispositivos de aforo con que cuenta la red experimental, se tiene un vertedor triangular de pared delgada localizado en el tanque de almacenamiento, el cual nos permite conocer el gasto de ingreso a la red ya que a este depósito se encuentra conectado un piezómetro con el cual se puede conocer la carga que pasa por encima de la cresta del vertedor, la fórmula para obtener el gasto con este dispositivo es

$$Q = C h^{5/2}$$

donde C es igual

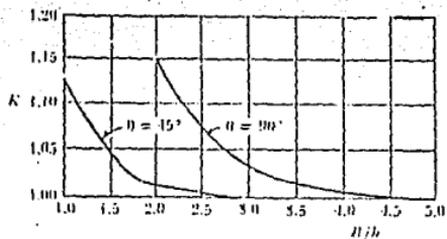
$$C = \frac{8}{15} (2g)^{0.5} \tan(\phi / 2) \mu K \quad (5.7)$$

En el caso de la red experimental el ángulo del vertedor es de 45° y la relación b/h es mayor de 2.5 por lo que de acuerdo a la figura 5.3 el valor de K es siempre 1.00, el valor de μ oscila entre 0.60 y 0.61 de acuerdo a la carga (h) sobre el vertedor, la cual es obtenida restando el valor registrado en un limnómetro conectado a un piezómetro aguas abajo del vertedor el de la tara del depósito de almacenamiento y entrando con este valor a la figura 5.4 se obtiene μ .



Coefficiente del gasto μ en vertedores triangulares

FIG. 5.3 (Ref. 1)



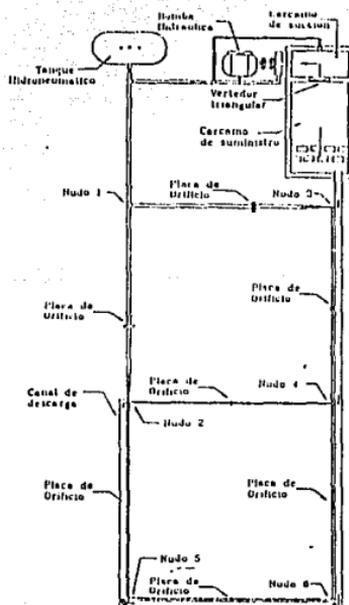
Valores de k en la fórmula de la Universidad Católica de Chile
para vertedores triangulares

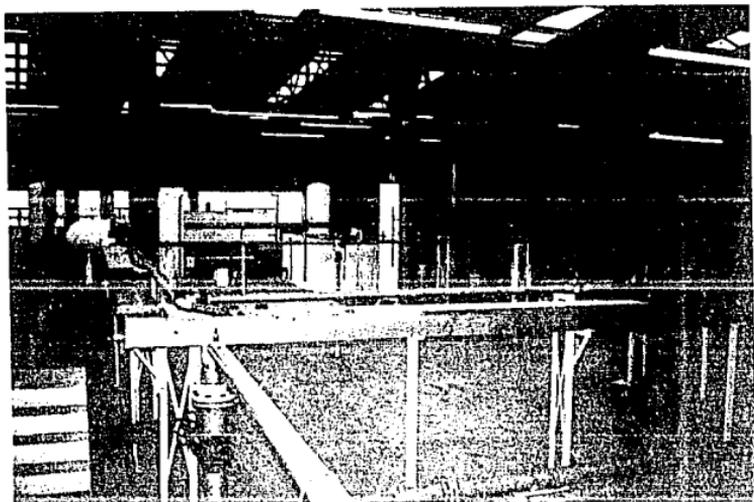
FIG. 5.4 (Ref. 1)

El gasto obtenido en el vertedor triangular se corroboró con el calculado por la suma de los gastos obtenidos en las tuberías, donde se bifurca el gasto de ingreso a la red. También empleando las placas de orificio como elementos de aforo se pudo conocer el gasto que circulaba por cada uno de los tubos, ayudando así a conocer los gastos de salida empleando el principio de continuidad en cada nudo de la red.

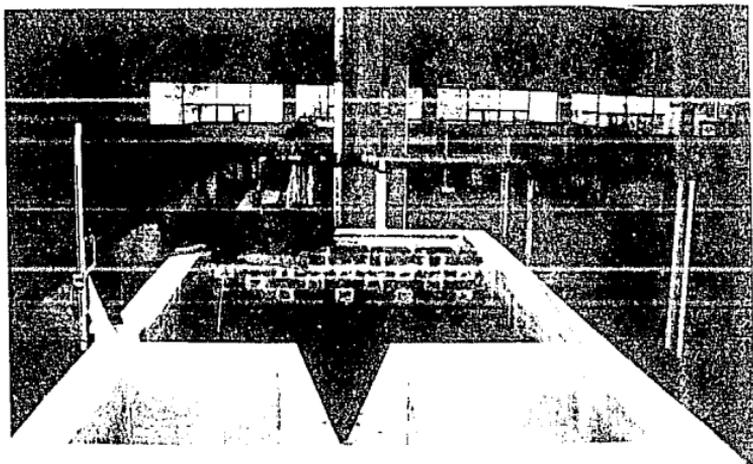
Para una mejor explicación de lo anteriormente expuesto se presenta un diagrama y fotografías en donde se puede observar como esta formada la red y los elementos que la componen

La instalación experimental

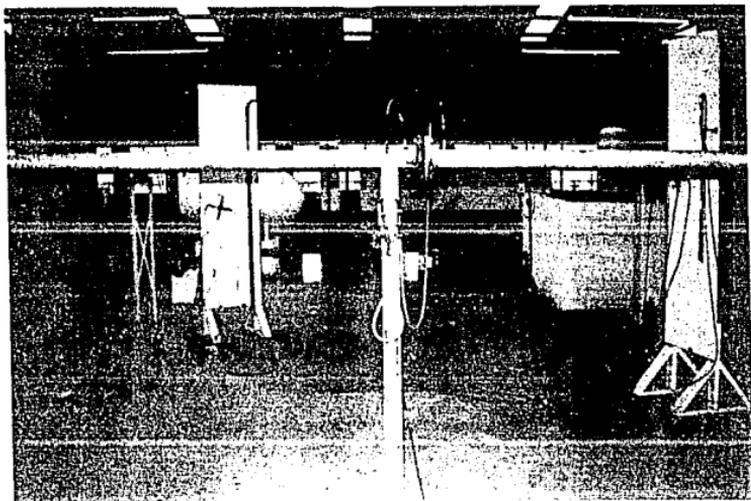




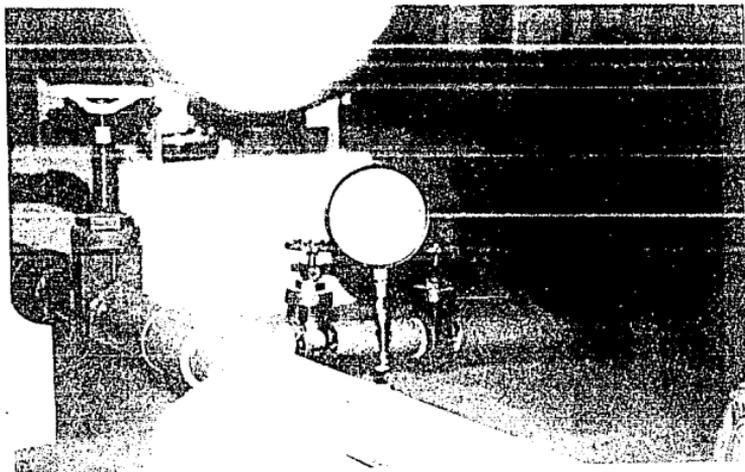
VISTA GENERAL DE LA INSTALACION EXPERIMENTAL



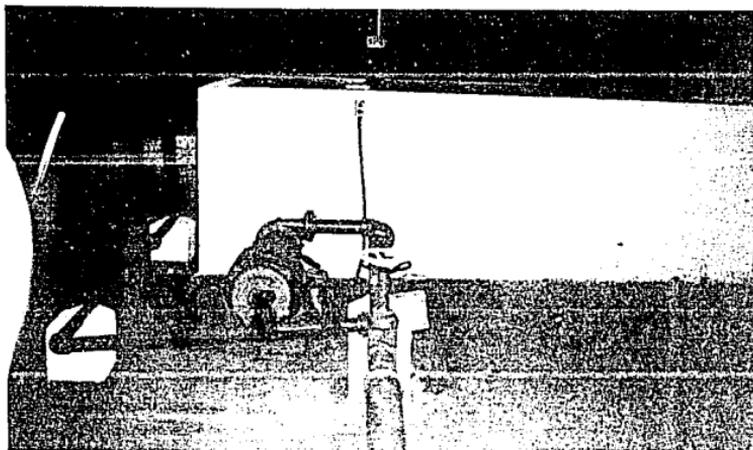
TANQUE DE ALMACENAMIENTO Y DE SUCCION DIVIDIDOS POR EL VERTEDOR TRIANGULAR



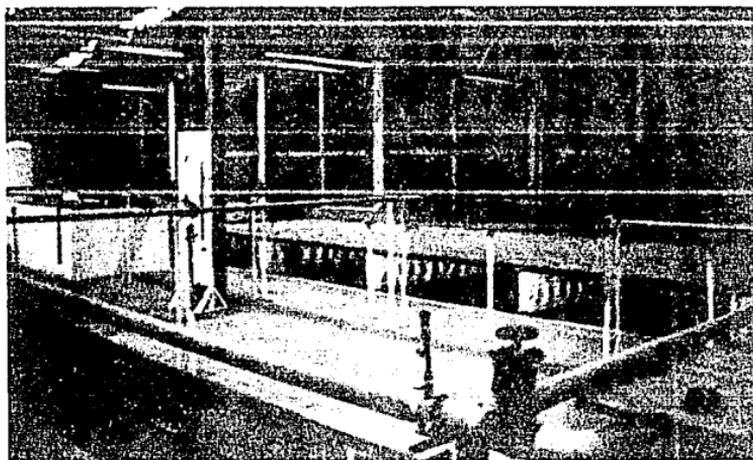
PLACA DE ORIFICIO BRIBADA EN TUBERIA DE 4 PULGADAS Y PIEZOMETRO CONECTADO AGUAS ARRIBA Y AGUAS ABAJO DE LA CONDUCCION



MANOMETRO DE CARATULA CONECTADO EN CADA UNO DE LOS NUDOS - DE LA RED



VISTA DE BOMBA QUE PROPORCIONA LA CARGA DE PRESTION A LA RED

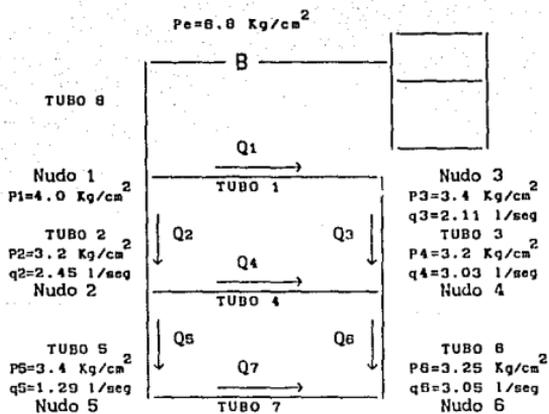


OTRA VISTA GENERAL DE LA RED EXPERIMENTAL

5.3 PRUEBAS DE LABORATORIO PARA LA CALIBRACION DEL METODO

A continuación se presentan las tablas con los datos y registros obtenidos en las cuatro pruebas realizadas en laboratorio, así como también, los resultados obtenidos con el método propuesto, cabe señalar que en cada una de estas pruebas se trabajó bajo condiciones distintas en lo que se refiere a gastos de ingreso a la red y descargas libres a la atmósfera, mismos que serán expuestos en cada una de las siguientes tablas.

5.4 EXPERIMENTO No 1



5.4.1 RESULTADOS DE LABORATORIO

Tubo	Diámetro (m)	Longitud (m)	Δh_{Hg} (cm)	Δh_{H_2O} (cm)	Q (l/seg)
1	0.1016	6.0	0.60	8.13	4.94
2	0.1016	6.0	1.20	16.26	6.99
3	0.0508	6.0	2.40	32.52	2.83
4	0.0508	6.0	1.00	13.55	1.83
5	0.0508	6.0	2.20	29.81	2.71
6	0.0508	6.0	0.80	10.84	1.63
7	0.0508	6.0	0.60	8.13	1.42
8	0.1016	6.0	----	---	* 11.93

* El gasto en el tubo 8 se obtiene de la suma de los gastos que circulan por los tubos 1 y 2

Nudo	1	2	3	4	5	6	E
Presión (kg/cm ²)	4.00	3.20	3.40	3.20	3.40	3.25	6.80

Datos obtenidos de pruebas de calibración

Coefficiente de descarga para tubo de 4" Cd = 0.8584843014

Coefficiente de descarga para tubo de 2" Cd = 0.9844160020

Area del orificio de 3" A = 45.60 cm²

Area del orificio de 1.5" A = 11.40 cm²

Notas: Las áreas de los orificios arriba escritos corresponden a las tuberías de 4" y 2" respectivamente.

El gasto en cada tubo se obtuvo empleando la siguiente fórmula

$$Q_{\text{Tubo}} = Cd A (2g \Delta h)^{0.5}$$

Cálculo del gasto en el vertedor

$$\mu = 0.61k = 1.00$$

$$\phi = 45^\circ$$

$$C = \frac{8}{15} (2g)^{0.5} \text{tang} (\phi/2) \mu k$$

$$C = 0.5969$$

$$Q_{\text{vertedor}} = C h^{5/2}$$

$$Q_{\text{vertedor}} = 11.9768 \text{ lt/seg}$$

5.4.1.2 RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO PROPUESTO

Tubo	Longitud (m)	Diámetro (m)	f	C
1	6.0	0.1016	0.026	1190.24
2	6.0	0.1016	0.026	1190.24
3	6.0	0.0508	0.028	41017.65
4	6.0	0.0508	0.028	41017.65
5	6.0	0.0508	0.028	41017.65
6	6.0	0.0508	0.028	41017.65
7	6.0	0.0508	0.028	41017.65
8	6.0	0.1016	0.026	1190.24

$$C = 0.0826 \frac{f L}{d^5}$$

Gastos que entran y salen de la red

Nudo	1	2	3	4	5	6	E
Gasto (q)	0	2.45	2.11	3.03	1.29	3.05	0

Carga conocida en el nudo E proporcionada por la bomba

H_{bomba} = 68 mts.

Coefficientes de pérdida debido a las placas de orificio

K₁ Para 4" = 0.080745

K₂ Para 2" = 0.174174

1ª Iteración

$$X_1=67.92 \quad X_2=67.88 \quad X_3=67.90 \quad X_4=67.38 \quad X_5=67.30 \quad X_6=67.014$$

$$Q_1=4.75 \quad Q_2=6.20 \quad Q_3=3.70 \quad Q_4=3.66 \quad Q_5=3.82 \quad Q_6=3.34 \quad Q_7=3.18 \quad Q_8=8.46$$

2ª Iteración

$$X_1=67.87 \quad X_2=67.82 \quad X_3=67.85 \quad X_4=67.45 \quad X_5=67.39 \quad X_6=67.20$$

$$Q_1=4.66 \quad Q_2=6.78 \quad Q_3=3.08 \quad Q_4=2.98 \quad Q_5=3.22 \quad Q_6=2.53 \quad Q_7=2.25 \quad Q_8=10.19$$

3ª Iteración

$$X_1=67.85 \quad X_2=67.79 \quad X_3=67.82 \quad X_4=67.49 \quad X_5=67.43 \quad X_6=67.30$$

$$Q_1=4.62 \quad Q_2=7.08 \quad Q_3=2.78 \quad Q_4=2.63 \quad Q_5=2.90 \quad Q_6=2.14 \quad Q_7=1.77 \quad Q_8=11.06$$

4ª Iteración

$$X_1=67.84 \quad X_2=67.77 \quad X_3=67.81 \quad X_4=67.51 \quad X_5=67.35 \quad X_6=67.20$$

$$Q_1=4.62 \quad Q_2=7.19 \quad Q_3=2.63 \quad Q_4=2.45 \quad Q_5=2.74 \quad Q_6=1.94 \quad Q_7=1.53 \quad Q_8=11.49$$

5ª Iteración

$$X_1=67.83 \quad X_2=67.76 \quad X_3=67.81 \quad X_4=67.53 \quad X_5=67.46 \quad X_6=67.38$$

$$Q_1=4.61 \quad Q_2=7.26 \quad Q_3=2.56 \quad Q_4=2.38 \quad Q_5=2.66 \quad Q_6=1.85 \quad Q_7=1.41 \quad Q_8=11.71$$

6ª Iteración

$$X_1=67.83 \quad X_2=67.76 \quad X_3=67.81 \quad X_4=67.53 \quad X_5=67.46 \quad X_6=67.39$$

$$Q_1=4.60 \quad Q_2=7.29 \quad Q_3=2.53 \quad Q_4=2.33 \quad Q_5=2.62 \quad Q_6=1.80 \quad Q_7=1.35 \quad Q_8=11.82$$

7ª Iteración

$$X_1=67.83 \quad X_2=67.76 \quad X_3=67.80 \quad X_4=67.53 \quad X_5=67.47 \quad X_6=67.39$$

$$Q_1=4.60 \quad Q_2=7.31 \quad Q_3=2.50 \quad Q_4=2.31 \quad Q_5=2.60 \quad Q_6=1.78 \quad Q_7=1.32 \quad Q_8=11.87$$

8ª Iteración

$$X_1=67.83 \quad X_2=67.76 \quad X_3=67.80 \quad X_4=67.53 \quad X_5=67.47 \quad X_6=67.39$$

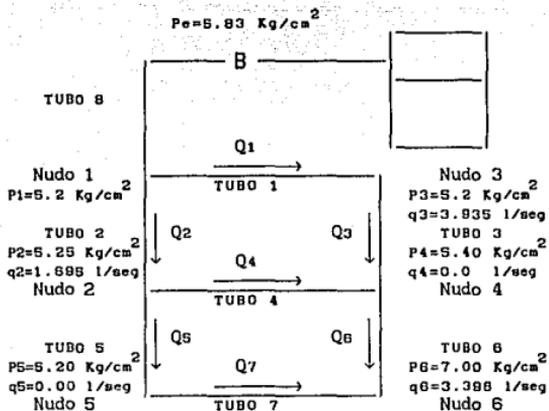
$$Q_1=4.60 \quad Q_2=7.32 \quad Q_3=2.50 \quad Q_4=2.30 \quad Q_5=2.59 \quad Q_6=1.76 \quad Q_7=1.30 \quad Q_8=11.90$$

9ª Iteración

$$X_1=67.83 \quad X_2=67.76 \quad X_3=67.80 \quad X_4=67.53 \quad X_5=67.47 \quad X_6=67.39$$

$$Q_1=4.60 \quad Q_2=7.32 \quad Q_3=2.50 \quad Q_4=2.29 \quad Q_5=2.58 \quad Q_6=1.76 \quad Q_7=1.30 \quad Q_8=11.93$$

5.5 EXPERIMENTO No 2



5.5.1 RESULTADOS DE LABORATORIO

Tubo	Diámetro (m)	Longitud (m)	Δh_{lig} (cm)	Δh_{H_2O} (cm)	Q (l/seg)
1	0.1016	6.0	0.50	6.78	4.51
2	0.1016	6.0	0.50	6.78	4.51
3	0.0508	6.0	0.10	1.34	0.58
4	0.0508	6.0	0.20	2.71	0.82
5	0.0508	6.0	1.20	16.26	2.00
6	0.0508	6.0	0.80	10.84	1.63
7	0.0508	6.0	1.20	16.26	2.00
8	0.1016	6.0	----	---	9.02

• El gasto en el tubo 8 se obtiene de la suma de los gastos que circulan por los tubos 1 y 2

Nudo	1	2	3	4	5	6	E
Presión (kg/cm ²)	5.20	5.25	5.20	5.40	5.20	7.00	5.83

Datos obtenidos de pruebas de calibración

Coefficiente de descarga para tubo de 4" Cd = 0.8584843014

Coefficiente de descarga para tubo de 2" Cd = 0.9844160020

Area del orificio de 3" A = 45.60 cm²

Area del orificio de 1.5" A = 11.40 cm²

Notas: Las áreas de los orificios arriba escritos corresponden a las tuberías de 4" y 2" respectivamente.

El gasto en cada tubo se obtuvo empleando la siguiente fórmula

$$Q_{\text{tubo}} = C_d A (2g \Delta h)^{0.5}$$

Cálculo del gasto en el vertedor

$$\mu = 0.61k = 1.00$$

$$\phi = 45^\circ$$

$$C = \frac{8}{15} (2g)^{0.5} \text{tang}(\phi/2) \mu k$$

$$C = 0.5969$$

$$h = 29.73 - 11.04 = 18.69$$

$$Q_{\text{vertedor}} = C h^{5/2}$$

$$Q_{\text{vertedor}} = 9.01 \text{ lt/seg}$$

5.5.1.2 RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO PROPUESTO

Tubo	Longitud (m)	Diámetro (m)	f	C
1	6.0	0.1016	0.026	1190.24
2	6.0	0.1016	0.026	1190.24
3	6.0	0.0508	0.028	41017.65
4	6.0	0.0508	0.028	41017.65
5	6.0	0.0508	0.028	41017.65
6	6.0	0.0508	0.028	41017.65
7	6.0	0.0508	0.028	41017.65
8	6.0	0.1016	0.026	1190.24

$$C = 0.0826 \frac{f L}{d^5}$$

Gastos que entran y salen de la red

Nudo	1	2	3	4	5	6	E
Gasto (q)	0	1.70	3.94	0	0	3.40	0

Carga conocida en el nudo E proporcionada por la bomba

H_{bomba} = 58.3 mts.

Coefficientes de pérdida debido a las placas de orificio

K₁ Para 4" = 0.080745

K₂ Para 2" = 0.174174

1ª Iteración

$$X_1=58.24 \quad X_2=58.22 \quad X_3=58.21 \quad X_4=58.00 \quad X_5=57.90 \quad X_6=57.58$$

$$Q_1=4.56 \quad Q_2=2.97 \quad Q_3=2.98 \quad Q_4=3.22 \quad Q_5=3.22 \quad Q_6=3.46 \quad Q_7=3.22 \quad Q_8=7.01$$

2ª Iteración

$$X_1=58.22 \quad X_2=58.20 \quad X_3=58.19 \quad X_4=58.07 \quad X_5=57.99 \quad X_6=57.78$$

$$Q_1=4.90 \quad Q_2=4.36 \quad Q_3=1.95 \quad Q_4=1.98 \quad Q_5=2.35 \quad Q_6=2.69 \quad Q_7=2.35 \quad Q_8=8.01$$

3ª Iteración

$$X_1=58.21 \quad X_2=58.19 \quad X_3=58.18 \quad X_4=58.10 \quad X_5=58.03 \quad X_6=57.88$$

$$Q_1=4.87 \quad Q_2=4.26 \quad Q_3=1.43 \quad Q_4=1.48 \quad Q_5=1.92 \quad Q_6=2.29 \quad Q_7=1.92 \quad Q_8=8.52$$

4ª Iteración

$$X_1=58.20 \quad X_2=58.18 \quad X_3=58.17 \quad X_4=58.12 \quad X_5=58.06 \quad X_6=57.93$$

$$Q_1=4.85 \quad Q_2=4.22 \quad Q_3=1.16 \quad Q_4=1.23 \quad Q_5=1.72 \quad Q_6=2.09 \quad Q_7=1.71 \quad Q_8=8.77$$

5ª Iteración

$$X_1=58.20 \quad X_2=58.18 \quad X_3=58.17 \quad X_4=58.13 \quad X_5=58.07 \quad X_6=57.95$$

$$Q_1=4.84 \quad Q_2=4.20 \quad Q_3=1.03 \quad Q_4=1.11 \quad Q_5=1.61 \quad Q_6=1.99 \quad Q_7=1.61 \quad Q_8=8.90$$

6ª Iteración

$$X_1=58.20 \quad X_2=58.18 \quad X_3=58.17 \quad X_4=58.13 \quad X_5=58.07 \quad X_6=57.97$$

$$Q_1=4.84 \quad Q_2=4.20 \quad Q_3=0.97 \quad Q_4=1.05 \quad Q_5=1.56 \quad Q_6=1.94 \quad Q_7=1.56 \quad Q_8=8.96$$

7ª Iteración

$$X_1=58.20 \quad X_2=58.18 \quad X_3=58.17 \quad X_4=58.13 \quad X_5=58.07 \quad X_6=57.97$$

$$Q_1=4.83 \quad Q_2=4.19 \quad Q_3=0.93 \quad Q_4=1.02 \quad Q_5=1.54 \quad Q_6=1.91 \quad Q_7=1.54 \quad Q_8=8.99$$

8ª Iteración

$$X_1=58.20 \quad X_2=58.18 \quad X_3=58.17 \quad X_4=58.13 \quad X_5=58.08 \quad X_6=57.98$$

$$Q_1=4.83 \quad Q_2=4.19 \quad Q_3=0.92 \quad Q_4=1.00 \quad Q_5=1.52 \quad Q_6=1.90 \quad Q_7=1.52 \quad Q_8=9.01$$

9ª Iteración

$$X_1=58.20 \quad X_2=58.18 \quad X_3=58.17 \quad X_4=58.13 \quad X_5=58.08 \quad X_6=57.98$$

$$Q_1=4.83 \quad Q_2=4.19 \quad Q_3=0.91 \quad Q_4=0.99 \quad Q_5=1.51 \quad Q_6=1.89 \quad Q_7=1.51 \quad Q_8=9.02$$

10ª Iteración

$$X_1=58.20 \quad X_2=58.18 \quad X_3=58.17 \quad X_4=58.13 \quad X_5=58.08 \quad X_6=57.98$$

$$Q_1=4.83 \quad Q_2=4.19 \quad Q_3=0.90 \quad Q_4=0.99 \quad Q_5=1.51 \quad Q_6=1.89 \quad Q_7=1.51 \quad Q_8=9.02$$

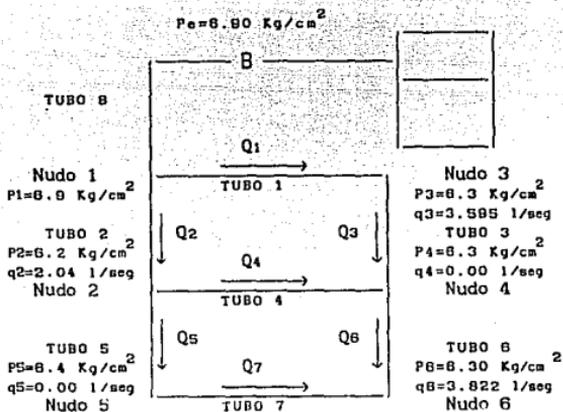
11ª Iteración

$$X_1=58.20 \quad X_2=58.18 \quad X_3=58.17 \quad X_4=58.13 \quad X_5=58.08 \quad X_6=57.98$$

$$Q_1=4.83 \quad Q_2=4.19 \quad Q_3=0.89 \quad Q_4=0.99 \quad Q_5=1.51 \quad Q_6=1.89 \quad Q_7=1.51 \quad Q_8=9.03$$

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

5.6 EXPERIMENTO No 3



5.6.1 RESULTADOS DE LABORATORIO

Tubo	Diámetro (m)	Longitud (m)	ΔhHg (cm)	ΔhH ₂ O (cm)	Q (l/seg)
1	0.1016	6.0	0.50	6.78	4.51
2	0.1016	6.0	0.60	8.13	4.94
3	0.0508	6.0	0.20	2.71	0.92
4	0.0508	6.0	0.10	1.34	0.82
5	0.0508	6.0	1.30	17.62	2.09
6	0.0508	6.0	0.90	12.20	1.74
7	0.0508	6.0	1.30	17.62	2.09
8	0.1016	6.0	----	---	• 9.46

* El gasto en el tubo 8 se obtiene de la suma de los gastos que circulan por los tubos 1 y 2

Nudo	1	2	3	4	5	6	E
Presión (kg/cm ²)	6.90	6.20	6.30	6.30	6.40	6.30	6.83

Datos obtenidos de pruebas de calibración

Coefficiente de descarga para tubo de 4" Cd = 0.8584843014

Coefficiente de descarga para tubo de 2" Cd = 0.9844160020

Area del orificio de 3" A = 45.60 cm²

Area del orificio de 1.5" A = 11.40 cm²

Notas: Las áreas de los orificios arriba escritos corresponden a las tuberías de 4" y 2" respectivamente.

El gasto en cada tubo se obtuvo empleando la siguiente fórmula

$$Q_{\text{tubo}} = C d A (2g \Delta h)^{0.5}$$

Cálculo del gasto en el vertedor

$$\mu = 0.61k = 1.00$$

$$\phi = 45^\circ$$

$$C = \frac{8}{15} (2g)^{0.5} \text{tang}(\phi/2) \mu k$$

$$C = 0.5969$$

$$h = 30.10 - 11.04 = 19.06 \text{ cm}$$

$$Q_{\text{vertedor}} = C h^{5/2}$$

$$Q_{\text{vertedor}} = 9.47 \text{ lt/seg}$$

5.6.1.2 RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO PROPUESTO

Tubo	Longitud (m)	Diámetro (m)	f	C
1	6.0	0.1016	0.026	1190.24
2	6.0	0.1016	0.026	1190.24
3	6.0	0.0508	0.028	41017.65
4	6.0	0.0508	0.028	41017.65
5	6.0	0.0508	0.028	41017.65
6	6.0	0.0508	0.028	41017.65
7	6.0	0.0508	0.028	41017.65
8	6.0	0.1016	0.026	1190.24

$$C = 0.0826 \frac{f L}{d^5}$$

Gastos que entran y salen de la red

Nudo	1	2	3	4	5	6	E
Gasto (q)	0	2.04	3.60	0	0	3.82	0

Carga conocida en el nudo E proporcionada por la bomba

H_{bomba} = 69.0 mts.

Coefficientes de pérdida debido a las placas de orificio

K₁ Para 4" = 0.080745

K₂ Para 2" = 0.174174

1ª Iteración

$$X_1=68.94 \quad X_2=68.91 \quad X_3=68.91 \quad X_4=68.67 \quad X_5=68.55 \quad X_6=68.20$$

$$Q_1=4.84 \quad Q_2=4.88 \quad Q_3=3.04 \quad Q_4=3.04 \quad Q_5=3.31 \quad Q_6=3.59 \quad Q_7=3.31 \quad Q_8=7.22$$

2ª Iteración

$$X_1=68.91 \quad X_2=68.88 \quad X_3=68.89 \quad X_4=68.74 \quad X_5=68.65 \quad X_6=68.41$$

$$Q_1=4.76 \quad Q_2=4.83 \quad Q_3=2.06 \quad Q_4=2.06 \quad Q_5=2.49 \quad Q_6=3.22 \quad Q_7=2.49 \quad Q_8=3.22$$

3ª Iteración

$$X_1=68.90 \quad X_2=68.87 \quad X_3=68.87 \quad X_4=68.78 \quad X_5=68.69 \quad X_6=68.51$$

$$Q_1=4.71 \quad Q_2=4.80 \quad Q_3=1.57 \quad Q_4=1.56 \quad Q_5=2.08 \quad Q_6=2.50 \quad Q_7=2.08 \quad Q_8=8.89$$

4ª Iteración

$$X_1=68.89 \quad X_2=68.87 \quad X_3=68.87 \quad X_4=68.79 \quad X_5=68.71 \quad X_6=68.56$$

$$Q_1=4.69 \quad Q_2=4.79 \quad Q_3=1.32 \quad Q_4=1.31 \quad Q_5=1.88 \quad Q_6=2.32 \quad Q_7=1.88 \quad Q_8=9.17$$

5ª Iteración

$$X_1=68.89 \quad X_2=68.86 \quad X_3=68.86 \quad X_4=68.80 \quad X_5=68.73 \quad X_6=68.59$$

$$Q_1=4.68 \quad Q_2=4.79 \quad Q_3=1.19 \quad Q_4=1.18 \quad Q_5=1.78 \quad Q_6=2.22 \quad Q_7=1.78 \quad Q_8=9.31$$

6ª Iteración

$$X_1=68.89 \quad X_2=68.86 \quad X_3=68.86 \quad X_4=68.81 \quad X_5=68.73 \quad X_6=68.60$$

$$Q_1=4.67 \quad Q_2=4.78 \quad Q_3=1.13 \quad Q_4=1.12 \quad Q_5=1.73 \quad Q_6=2.18 \quad Q_7=1.73 \quad Q_8=9.38$$

7ª Iteración

$X_1=68.89$ $X_2=68.86$ $X_3=68.86$ $X_4=68.81$ $X_5=68.73$ $X_6=68.61$

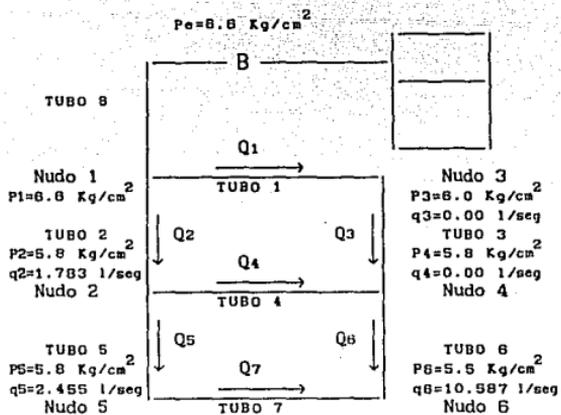
$Q_1=4.67$ $Q_2=4.78$ $Q_3=1.11$ $Q_4=1.09$ $Q_5=1.71$ $Q_6=2.15$ $Q_7=1.71$ $Q_8=9.42$

8ª Iteración

$X_1=68.89$ $X_2=68.86$ $X_3=68.86$ $X_4=68.81$ $X_5=68.74$ $X_6=68.61$

$Q_1=4.67$ $Q_2=4.78$ $Q_3=1.07$ $Q_4=1.06$ $Q_5=1.68$ $Q_6=2.13$ $Q_7=1.68$ $Q_8=9.45$

5.7 EXPERIMENTO No 4



5.7.1 RESULTADOS DE LABORATORIO

Tubo	Diámetro (m)	Longitud (m)	Δh_{Hg} (cm)	Δh_{H_2O} (cm)	Q (l/seg)
1	0.1016	6.0	0.60	8.13	4.94
2	0.1016	6.0	2.40	32.52	9.88
3	0.0508	6.0	6.60	39.43	4.94
4	0.0508	6.0	0.80	10.84	1.55
5	0.0508	6.0	12.80	173.44	6.55
6	0.0508	6.0	12.60	170.73	6.50
7	0.0508	6.0	5.00	67.75	4.09
8	0.1016	6.0	----	---	• 9.46

* El gasto en el tubo 8 se obtiene de la suma de los gastos que circulan por los tubos 1 y 2

Nudo	1	2	3	4	5	6	E
Presión (kg/cm ²)	6.60	5.80	6.00	5.80	5.80	5.50	6.60

Datos obtenidos de pruebas de calibración

Coefficiente de descarga para tubo de 4" $C_d = 0.8584843014$;

Coefficiente de descarga para tubo de 2" $C_d = 0.9844160020$

Area del orificio de 3" $A = 45.60 \text{ cm}^2$

Area del orificio de 1.5" $A = 11.40 \text{ cm}^2$

Notas: Las áreas de los orificios arriba escritos corresponden a las tuberías de 4" y 2" respectivamente.

El gasto en cada tubo se obtuvo empleando la siguiente fórmula

$$Q_{\text{tubo}} = Cd A (2g \Delta h)^{0.5}$$

Cálculo del gasto en el vertedor

$$\mu = 0.61k = 1.00$$

$$\phi = 45^\circ$$

$$C = \frac{8 (2g)^{0.5} \text{tang} (\phi/2) \mu k}{15}$$

$$C = 0.5969$$

$$h = 33.75 - 11.04 = 22.71 \text{ cm}$$

$$Q_{\text{vertedor}} = C h^{5/2}$$

$$Q_{\text{vertedor}} = 14.67 \text{ lt/seg}$$

5.7.1.2 RESULTADOS OBTENIDOS CON EL METODO PROPUESTO

Tubo	Longitud (m)	Diámetro (m)	f	C
1	6.0	0.1016	0.026	1190.24
2	6.0	0.1016	0.026	1190.24
3	6.0	0.0508	0.028	41017.65
4	6.0	0.0508	0.028	41017.65
5	6.0	0.0508	0.028	41017.65
6	6.0	0.0508	0.028	41017.65
7	6.0	0.0508	0.028	41017.65
8	6.0	0.1016	0.026	1190.24

$$C = 0.0826 \frac{f L}{d^5}$$

Gastos que entran y salen de la red

Nudo	1	2	3	4	5	6	E
Gasto (q)	0	1.78	0	0	2.46	10.59	0

Carga conocida en el nudo E proporcionada por la bomba

H_{bomba} = 66.0 mts.

Coefficientes de pérdida debido a las placas de orificio

K₁ Para 4" = 0.080745

K₂ Para 2" = 0.174174

1ª Iteración

$$X_1=65.91 \quad X_2=65.84 \quad X_3=65.88 \quad X_4=65.13 \quad X_5=64.48 \quad X_6=63.66$$

$$Q_1=4.25 \quad Q_2=8.15 \quad Q_3=4.25 \quad Q_4=4.13 \quad Q_5=5.62 \quad Q_6=5.89 \quad Q_7=4.40 \quad Q_8=9.91$$

2ª Iteración

$$X_1=65.82 \quad X_2=65.70 \quad X_3=65.80 \quad X_4=65.14 \quad X_5=64.16 \quad X_6=63.43$$

$$Q_1=3.91 \quad Q_2=9.70 \quad Q_3=3.91 \quad Q_4=3.64 \quad Q_5=5.97 \quad Q_6=6.30 \quad Q_7=4.13 \quad Q_8=12.26$$

3ª Iteración

$$X_1=65.78 \quad X_2=65.64 \quad X_3=65.76 \quad X_4=65.15 \quad X_5=64.00 \quad X_6=63.31$$

$$Q_1=3.75 \quad Q_2=10.46 \quad Q_3=3.75 \quad Q_4=3.37 \quad Q_5=6.14 \quad Q_6=6.51 \quad Q_7=3.99 \quad Q_8=13.59$$

4ª Iteración

$$X_1=65.76 \quad X_2=65.61 \quad X_3=65.74 \quad X_4=65.15 \quad X_5=63.92 \quad X_6=63.25$$

$$Q_1=3.68 \quad Q_2=10.84 \quad Q_3=3.68 \quad Q_4=3.24 \quad Q_5=6.23 \quad Q_6=6.61 \quad Q_7=3.93 \quad Q_8=14.21$$

5ª Iteración

$$X_1=65.74 \quad X_2=65.59 \quad X_3=65.73 \quad X_4=65.15 \quad X_5=63.88 \quad X_6=63.21$$

$$Q_1=3.64 \quad Q_2=11.03 \quad Q_3=3.64 \quad Q_4=3.18 \quad Q_5=6.27 \quad Q_6=6.66 \quad Q_7=3.89 \quad Q_8=14.51$$

6ª Iteración

$$X_1=65.74 \quad X_2=65.58 \quad X_3=65.72 \quad X_4=65.15 \quad X_5=63.86 \quad X_6=63.21$$

$$Q_1=3.62 \quad Q_2=11.12 \quad Q_3=3.62 \quad Q_4=3.14 \quad Q_5=6.29 \quad Q_6=6.69 \quad Q_7=3.88 \quad Q_8=14.67$$

7ª Iteración

$X_1=65.74$ $X_2=65.58$ $X_3=65.72$ $X_4=65.15$ $X_5=63.85$ $X_6=63.20$

$Q_1=3.61$ $Q_2=11.17$ $Q_3=3.61$ $Q_4=3.13$ $Q_5=6.30$ $Q_6=6.70$ $Q_7=3.87$ $Q_8=14.74$

8ª Iteración

$X_1=65.73$ $X_2=65.58$ $X_3=65.72$ $X_4=65.15$ $X_5=63.85$ $X_6=63.20$

$Q_1=3.60$ $Q_2=11.21$ $Q_3=3.60$ $Q_4=3.11$ $Q_5=6.31$ $Q_6=6.71$ $Q_7=3.86$ $Q_8=14.78$

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. ASPECTOS GENERALES

Las investigaciones realizadas a la fecha en el campo de la hidráulica han permitido establecer conceptos y expresiones matemáticas que permiten explicar el comportamiento de los fluidos en forma estática y dinámica, algunos de los resultados obtenidos en forma matemática no representan con exactitud los valores reales, por tal motivo es necesario realizar mayor número de investigaciones apoyadas en pruebas de laboratorio que permitan calibrar cada uno de los modelos matemáticos.

En el caso de esta tesis, se trabajó con datos aportados en pruebas de calibración, tales como pérdidas de carga generadas por fricción interna de los tubos por donde circula el agua y pérdidas en placas de orificio, estos datos forman parte de un trabajo de investigación realizado en el Instituto de Ingeniería U.N.A.M. en donde se ocupó la misma red experimental utilizada para esta investigación. Estos datos aplicados al modelo matemático propuesto para el cálculo de redes aportaron resultados satisfactorios, ya que comparándolos con los obtenidos en laboratorio se observa una desviación estándar $\sigma_{n-1} = 0.5898$ con un nivel de confiabilidad de 95% a pesar de que no fueron consideradas las pérdidas locales ocasionadas por tees, codos, válvulas y otros dispositivos que conforman la red. Es conveniente señalar que en el programa incluido en el apéndice 2, si es posible aplicar estos datos una vez que se encuentren debidamente calibrados.

6.1. EL MODELO MATEMATICO.

En lo referente a la solución de sistemas de ecuaciones se destaca el método de Sobrerrelajación Sucesiva debido a sus características de funcionamiento como arreglo vectorial, reduciéndose de esta manera el uso de memoria en computadora, haciéndolo recomendable para la solución de grandes redes, las cuales generan sistemas de ecuaciones que se linealizan por medio de la serie de Taylor siendo esto una de las principales ventajas que ofrece el método propuesto.

6.3. RECOMENDACIONES

Finalmente se recomienda la aplicación del método propuesto y tratar de incorporar todos los elementos que intervienen en una red real como son válvulas, bombas, etc. El método es relativamente simple de aplicar y proporciona al ingeniero una herramienta muy útil para llevar a cabo revisiones del funcionamiento hidráulico de redes de tuberías.

BIBLIOGRAFIA

- 1) AVILA SOTELO GILBERTO
HIDRAULICA GENERAL
ED. LIMUSA
- 2) MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES
COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD, MEXICO 1970
- 3) FEDERIK S. MERRITT
MANUAL DEL INGENIERO CIVIL
ED. MC. GRAW-HILL
- 4) S.D. CONTE Y CARL DE BOOR
ANALISIS MATEMATICO APLICADO A LA COMPUTACION
ED. MC. GRAW-HILL
- 5) RICHARED L. BURDEN Y J. DOUGLAS FAIRES
ANALISIS NUMERICO
ED. IBEROAMERICANA
- 6) RAFAEL CARMONA PAREDES
CALIBRACION DE METODO NUMERICO PARA LA SOLUCION DE
REDES DE ABASTECIMIENTO DE AGUA POTABLE (PRIMER
INFORM.), MEXICO 1991
INSTITUTO DE INGENIERIA U.N.A.M.
- 7) LUTHE OLIVERA SCHUTZ
METODOS NUMERICOS
ED. LIMUSA

APENDICE 1
Programa para resolver sistemas de
ecuaciones lineales

```

1  GO TO 55
5  ERASE A: DIM A(7,7)
10 PRINT "GAUSS-JORDAN"
20 INPUT "No. de ecuaciones",N
30 FOR I=1 TO N:PRINT "renglon";I;
40 FOR J=1 TO N+1:INPUT A(I,J):NEXT J
50 NEXT I
55 INPUT "DEFINIR SISTEMA [D]",RS:IF RS="D" THEN 5
60 FOR I=1 TO N
70 FOR P=1 TO N: IF A(P,I)≠0 THEN 100
80 NEXT P
90 BEEP:PRINT "No hay solucion unica";:END
100 IF P=I THEN 115
110 FOR J=1 TO N+1 : B=A(P,J)=A(I,J):A(I,J)=B:NEXT J
115 Z=A(I,I):IF Z=1 THEN 130
120 FRO J=1 TO N+1:A(I,J)=A(I,J)/Z:NEXT J
130 IF I=N THEN 180
140 FOR J=I+1 TO N
145 W=A(J,I): IF W=0 THEN 160
150 FOR K=1 TO N+1:A(J,K)=A(J,K)-W*A(I,K):NEXT K
160 NEXT J
180 NEXT I
190 FOR J=N TO 2 STEP-1
200 FIR I=J-1 TO 1 STEP-1
205 T=A(I,J):IF T=0 THEN 220
210 FOR K=1 TO N+1:A(I,K)=A(I,K)-A(J,K)*T:NEXT K
220 NEXT I
240 NEXT J
245 BEEP1:BEEP1
250 FOR X=1 TO N:PRINT "X";X;"=";A(X,N+1):NEXT X
260 RETURN

```

APENDICE 2

Programa para la solución de redes

```

5   PRINT "SOLUCION DE REDES":CLEAR:M=1
45  READ NTUB,NNUD:NNM1=NNUD+1
55  DIM q(nnud),h(NNUD),A(NNUD,NNM1),Q(NTUB),J(NTUB),K(NTUB),
    C(NTUB),ALFA(NTUB),B$(NNUD),D$(NNUD)
65  READ S$
70  INPUT "RUGOSIDAD f?",f
75  READ f
80  FOR i=1 TO NNUD
83  READ q(i)
84  E$=""
87  READ E$:IF E$="S" THEN 101
90  q(i)=q(i)*-i
101 READ h(i)
105 IF h(i)=0 THEN111
107 CONT=CONT+1 GOTO 121
111 READ B$(i)
112 IF B$(i)="" THEN 117
114 READ A0,A1,A2,H
115 QB=A0+A1*H+A2*H^2:DELTA=QB-(A1+2*A2*H)*H:BETA=A1+2*A2*H)
117 READ D$(i)
118 IF D$(i)="" THEN 121
120 READ Cd,AOR,HA:QL=Cd*AOR*SQR(2*9.81*HA):EPSI=QL/2:LAM=-EPSI
121 NEXT i
122 FOR i=1 TO NTUB
140 READ f,L,d,Q(i):KA
151 READ J(i),K(i)
180 C(i)=0.0826*f*L/d^5+0.088*KA/d^4
190 NEXT i
210 FOR i=1 TO NTUB:SUMQ=SUMQ+Q(i)^2:NEXT i
220 SOMQ=SQR SUMQ
260 FOR i=1 TO NTUB
270 ALFA (i)=1/2/C(i)/ABS(i)
280 J=J(i):k=k(i)
290 A(J,J)=A(J,J)-ALFA(i):A(K,K)=A(K,K)-ALFA(i):A(K,J)=A(J,K)

```

```

300 NEXT I
301 FOR I=1 TO NNUD: A(I, NNM1)=Q(I)/2: NEXT I
310 FOR I=1 TO NNUD
312 IF B$(I)=" " THEN 315
314 A(I, I)=A(I, I)+BETA/2: A(I, NNM1)=A(I, NNM1)-DELTA/2
315 IF D$(I)=" " THEN 320
316 A(I, I)=A(I, I)-LAM: A(I, NNM1)=A(I, NNM1)+EPSI
320 IF h(I)=0 THEN 360
330 FOR J=1 TO NNUD
335 IF J=1 THEN 370
340 IF A(J, I)=0 THEN 370
350 A(J, NNM1)=A(J, NNM1)-h(I)*A(J, I)
360 A(J, I)=0
370 NEXT J
380 NEXT I
385 FOR J=1 TO NNUD: A(J, NNM1-CONT)=A(J, NNM1): NEXT J
415 N=NNUD-CONT
420 COSUB # 0
460 FOR I=1 TO NNUD-CONT: h(I)=A(I, N+1): NEXT I
461 FOR I=1 TO NNUD-CONT: IF B$(I)="S" THEN HA=h(I)
462 IF D$(I)="S" THEN HA=h(I)
463 NEXT I
464 QB=A0+A1*H+A2*H^2
465 DELTA=QB-(A1+2*A2*H)*H: BETA=A1*2*A2+H
466 IF HA<0 THEN M=1
467 QL=M*Cd*AOR*SQR(2*9.81*ABS HA): EPSI=QL/2: LAM=-EPSI: M=1
468 FOR I=1 TO NTUB
470 Q(I)=ALFA(I)*(h(J(I))-h(K(I)))+Q(I)/2
480 SUM Q2=SUM Q2+Q(I)^2
490 PRINT "Q"; I; "="; Q(I); "m3/s"
500 NEXT I
502 IF QB=0 THEN 504
503 PRINT "Q bomba="; Qb; "m3/s"
504 IF QL=0 THEN 510

```

```

505 PRINT "Q FUGA=";QL;"m3/s"
510 SUM Q2=SQR SUMQ2
550 DIF=ABS((SUM Q2-SUMQ)/SUM Q2)
560 IF DIF<0.0001 THEN END
570 SUM Q=SUM Q2:ERASE A: DIM A(NNUD,NNM1)
580 GOTO 260
600 DATA

```

DATOS

NTUB, NNUD, S\$, f

Para cada nudo

q, E\$, h,

B\$, Si B\$="" → A0, A1, A2, H

D\$, Si D\$="" → Cd, AOR, HA

Para cada tubo

f, L, d, Q, KAC, J, K

Descripción

NTUB.- Número de tubos

NNUD.- Número de nudos

S\$.- "S" → diferentes rugosidades "N" → igual rugosidad

f.- Rugosidad del tubo

q.- Gasto que entra o sale del nudo

E\$.- "S" → gasto sale "" → gasto entra

h.- carga piezométrica 0 → desconocida

B\$.- "" → sin bomba, "S" → con bomba

a0, a1, a2.- coeficientes de la relación gasto-carga de la bomba

D\$.- "" → sin fuga, "S" → con fuga

C .- Coeficiente de descarga del orificio

AOR .- Area del orificio

L.- Longitud del tubo

d.- Diámetro del tubo

Q.- Gasto supuesto del tubo

KAC.- Coeficiente de pérdida de carga correspondiente al accesorio al inicio del tubo.