

16
29^o



Universidad Nacional
Autónoma de México



Facultad de Estudios Superiores
CUAUTITLAN

V N A M

**“CAIDA DE PRESION PROVOCADA POR EL TRANSPORTE DE
YOGURT CON FRUTAS EN UNA TUBERIA CILINDRICA.
PREDICION MEDIANTE UN MODELO MATEMATICO”**

T E S I S
Que para obtener el titulo de
INGENIERO EN ALIMENTOS
p r e s e n t a
FRANCISCO JAVIER LOPEZ MARTINEZ

Asesora: Dra. Laura Patricia Martínez Padilla

Cuatitlán Izcalli, Edo. de Méx.

1993

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

	PAGINA
INDICE GENERAL	1
Indice de Figuras	4
Indice de Cuadros	5
Nomenclatura	7
Resumen	9
Introducción	10
Objetivo General	12
Objetivos Particulares	12
CAPITULO 1. ANTECEDENTES	
1.1 Flujo bifásico.	
1.1.1 Definición	14
1.1.2 Clasificación.	14
1.2 Flujo de suspensiones, sólido-líquido	
1.2.1 Definición	14
1.2.2 Clasificación	14
1.2.3 Modelos Reológicos.	16
1.2.4 Velocidad crítica o Velocidad de Sedimentación	24
1.2.5 Coeficiente de arrastre.	27
1.2.6 Predicción de la velocidad crítica y de la ΔP en ductos cilíndricos.	31
1.3 Simulación.	
1.3.1 Definición y clasificación de los sistemas.	39
1.3.2 Formas de estudiar un sistema.	39
1.3.3 Definición de simulación.	41
1.3.4 Clasificación de los modelos de simulación.	42
1.3.5 Pasos para realizar un estudio por simulación.	42
1.3.6 Definición de validación, verificación y credibilidad.	43
1.3.7 Principios de validación de los modelos de simulación.	47
1.3.8 Técnicas de verificación de los programas de computación.	48
1.3.9 Comprobación de las suposiciones empíricas de los modelos.	50
1.3.10 Determinación de la representatividad de los resultados de la simulación.	51
1.3.11 Ventajas y desventajas.	52

1.4 Aspecto básicos sobre el Yogurt con frutas.	55
1.4.1 Generalidades.	55
1.4.2 Diagrama de bloques.	57
1.4.3 Proceso de elaboración.	61
1.4.4 Gomas utilizadas para estabilizar yogurt.	63
CAPITULO 2. DESARROLLO METODOLOGICO.	63
2.1 DESARROLLO EXPERIMENTAL.	
2.1.1 Determinación de las Propiedades Reológicas de:	71
2.1.1.1 el yogurt con frutas.	
2.1.1.2 la base para yogurt y	
2.1.1.3 la mermelada de fruta.	
2.1.2 Determinación de propiedades físicas: densidad sólidos totales (S.T), sólidos solubles (°Brix) en:	75
2.1.2.1 el yogurt con frutas.	
2.1.2.2 la base para yogurt.	
2.1.2.3 la mermelada de fruta.	
2.1.3 Determinación del % de fruta y la distribución de tamaños en:	76
2.1.3.1 el yogurt con frutas.	
2.1.3.2 la mermelada de fruta.	
2.1.4 Selección del modelo reológico para la experimentación a nivel piloto.	78
2.1.5 Medición de la ΔP provocada por el flujo de fluidos bifásicos en ductos cilíndricos.	80
2.1 DESARROLLO TEORICO	
2.2.1 Planteamiento de ecuaciones.	85
CAPITULO 3. ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS.	
3.1 DESARROLLO EXPERIMENTAL.	
3.1.1 Propiedades reológicas.	
3.1.1.1 Calibración del Viscosímetro Rheomat de cilindros concéntricos	89
3.1.1.2 Curvas de flujo obtenidas para los diferentes fluidos.	90
3.1.1.3 Cuadro de Resultados.	95
3.1.1.4 Discusión de Resultados.	96
3.1.2 Propiedades físicas	
3.1.2.1 Resultados y discusión.	97
3.1.3 % de fruta y distribución de tamaños.	
3.1.3.1 Resultados y discusión.	98

3.1.4 Propiedades del modelo.	
3.1.4.1 Propiedades del modelo para mermelada	102
3.1.4.2 Propiedades del modelo para la base de yogurt	103
3.1.5 Efecto de la velocidad en la ΔP .	
3.1.5.1 Curva característica de operación de la bomba Sine	106
3.1.5.2 Curva característica de operación de la bomba de Diafragma	109
3.1.5.3 Efecto de la velocidad de flujo en la caída de presión	110
3.2 DESARROLLO TEORICO.	
3.2.1 Calculo de la velocidad mínima de flujo de una suspensión.	112
3.2.2 Comparación de las ΔP 's obtenidas con el programa de simulación y las medidas experimentalmente.	117
CONCLUSIONES	119
BIBLIOGRAFIA	121
ANEXO 1 MANUAL DE OPERACION DEL VISCOSIMETRO RHEOMAT 108	126
ANEXO 2 SISTEMA DE FLUJO A NIVEL PILOTO	133
ANEXO 3 DISTRIBUCION ESTADISTICA GAMA	137
ANEXO 4 METODO DE RUNGE-KUTTA DE 4to. ORDEN	140

INDICE DE FIGURAS

FIGURA	PAGINA
1.1 Diferentes tipos de flujo sólido-líquido	15
1.2 Comportamiento Reológico de los fluidos independientes del tiempo	17
1.3 Comportamiento Reológico de los fluidos dependientes del tiempo	19
1.4 Formación de un lecho de sólidos en el fondo de una tubería	24
1.5 Gráfica donde se muestra como se pueda calcular la velocidad crítica de flujo para cada régimen de flujo bifásico	24
1.6 Diferentes fenómenos de migración radial	25
1.7 Formación de collares durante el flujo de partículas en suspensión	26
2.1 Fuerzas que actúan sobre una partícula en suspensión, moviéndose en una tubería	86
3.1 Curva característica de flujo del yogurt con frutas	91
3.2 Curva de viscosidad vs tiempo de cizallamiento, para el yogurt con frutas	92
3.3 Curva característica de flujo del yogurt con frutas al equilibrio	92
3.4 Curva característica de flujo de la base de yogurt	93
3.5 Curva de viscosidad vs tiempo de cizallamiento, para la base de yogurt con frutas, a diferentes velocidades de deformación	93
3.6 Comportamiento del r de la dispersión CMC-Carragenina en función del tiempo de cizallamiento y $\dot{\gamma}$.	94
3.7 Curva característica de flujo de la base de yogurt con frutas, al equilibrio	94
3.8 Curva característica de flujo para el jarabe de frutas	95
3.9 Histograma de distribución de áreas de partícula en la mermelada	99
3.10 Histograma de distribución de áreas de partícula en el yogurt con frutas	99
3.11 Distribución gama para la mermelada	100
3.12 Distribución gama para el yogurt con frutas	101
3.13 Comportamiento del r de la base de yogurt, en función del tiempo de cizallamiento y de $\dot{\gamma}$.	102
3.14 Curva característica de la CMC a 20°C	104
3.15 Curva característica de flujo para el fluido modelo (CMC-Carragenina)	104
3.16 Curva característica de flujo para la CMC-Carragenina, al equilibrio	105
3.17 Variación del gasto en función de las rpm ω y del tipo de fluido bombeado.	107
3.18 Curva característica de la bomba Sine, cuando es bombeada CMC.	108
3.19 Curva característica de la bomba Sine, cuando es bombeada CMC-Fructogel.	108
3.20 Curva característica de la bomba de Diafragma.	109
3.21 Determinación gráfica de la velocidad mínima de flujo de una suspensión.	111

INDICE DE CUADROS

CUADRO	PAGINA
1.1 Cuadro Metodológico de la tesis	13
1.2 Fuerzas de interacción interparticular	21
1.3 Coeficientes de arrastre para diferentes cuerpos geométricos en dos dimensiones	29
1.4 Coeficientes de arrastre para diferentes cuerpos geométricos en tres dimensiones	30
1.5 Formas de estudiar un sistema	40
1.6 Pasos para realizar un estudio por simulación	44
1.7 Pasos de un estudio de simulación en los cuales debe realizarse la validación, verificación y credibilidad	47
1.8 Diagrama de bloques para la elaboración de yogurt con frutas	56
1.9 Clasificación de los diferentes tipos de gomas que pueden utilizarse para la elaboración de yogurt	62
2.1 Conectores para la descripción de metodología	64
2.2 Metodología para el cálculo de las Caídas de Presión	65
2.3 Metodología para la obtención de los parámetros reológicos	66
2.4 Metodología para la determinación de propiedades físicas	67
2.5 Metodología para la determinación del tamaño y concentración de partículas	68
2.6 Metodología para la selección del modelo	69
2.7 Metodología para la medición de la caída de presión en ductos cilíndricos	70
2.8 Características de los cilindros del Viscosímetro Rheomat modelo 108	72
2.9 Velocidades de rotación y rpm's que se manejan en el Viscosímetro Rheomat	73
3.1 Precisión y exactitud para el Viscosímetro Rheomat de cilindros concéntricos	89
3.2 Propiedades reológicas al equilibrio para los diferentes fluidos	95
3.3 Propiedades físicas de los diferentes fluidos a 20°C	97
3.4 Valores de concentración de partículas	98
3.5 Área de las partículas	98
3.6 Coeficiente de Skewness	99
3.7 Parámetros de la distribución gama	100
3.8 Comportamiento reológico de las dispersiones	101
3.9 Propiedades reológicas de la CMC	102
3.10 Parámetros reológicos de la mezcla CMC-Carragenina	105
3.11 Condiciones de operación de la bomba Sine con CMC	106
3.12 Condiciones de operación de la bomba Sine con CMC- Fructogel	107

3.13 Condiciones de operación de la bomba de Diafragma.	109
3.14 Caídas de presión obtenidas experimentalmente.	110
3.15 Propiedades del fluido, de las partículas y dimensiones de la línea de flujo.	115
3.16 Velocidades de flujo y viscosidad aparente de la CMC al 0.6%.	115
3.17 Resultados de velocidad promedio de las partículas.	116
3.18 Predicción de la caída de presión a partir de la V_m.	117

NOMENCLATURA

- a = radio de la partícula (m)
- B = constante del cilindro de medición.
- Bp = volumen de la partícula (m³)
- Cd = coeficiente de arrastre (adimensional)
- C.V. = coeficiente de variación
- D = diámetro de tubería (m)
- Fd = fuerza de arrastre (kgm/s)
- Ff = fuerza de flotación (kgm/s)
- Fm = fuerza de Magnus (kgm/s)
- Fs = fuerza de Saffman (kgm/s)
- g = fuerza de gravedad (m/s²)
- k = índice de consistencia (Pasⁿ)
- k* = índice de consistencia tixotrópico (Pasⁿ + p')
- L = longitud (m)
- M = torque
- N = rpm
- n = índice de comportamiento al flujo (adimensional)
- n* = índice de comportamiento al flujo tixotrópico (adimensional)
- P = presión (Pa)
- p' = índice de tixotropía (adimensional)
- Q = gasto (m³/s)
- r = coordenada de flujo
- Ri = radio del cilindro interno del viscosímetro Rheomat (m)
- S.T. = sólidos totales
- t = tiempo (seg)
- T = temperatura (°C)
- V = velocidad (m/s)
- x = media
- z = coordenada de flujo

GRIEGAS

α = parámetro de forma (distribución gama), fracción volumétrica de las partículas

β = parámetro de tamaño (distribución gama), fracción volumétrica del fluido

Δ = gradiente

δ = derivada parcial

ρ = densidad

$\dot{\gamma}$ = velocidad de deformación (s^{-1})

τ = esfuerzo cortante (Pa)

μ_{ap} = viscosidad aparente (Pas)

μ = media

σ = desviación estándar

ν = viscosidad cinemática (m^2/s), coeficiente de Skewness

Ω = velocidad angular (s^{-1})

ϕ = coordenada de flujo

τ_0 = esfuerzo cortante inicial (Pa)

SUBINDICES

f = fluido

m = de las fases

p = partícula

z, r, ϕ = dirección de flujo.

RESUMEN

En este trabajo se determinó la Velocidad Promedio de Flujo de una suspensión alimenticia, fluido bifásico, a partir de datos experimentales de Caída de Presión, con el fin de establecer un modelo matemático que permita predecir la Velocidad de Sedimentación y la Caída de Presión que provoca un fluido bifásico cuando fluye por un ducto cilíndrico.

Se realizó un desarrollo teórico para establecer las fuerzas que actúan sobre las partículas e intervienen en el cálculo de la caída de presión y en la velocidad de flujo de una suspensión en un ducto cilíndrico. Los resultados teóricos, se compararon con valores experimentales de Caída de Presión obtenidos a Nivel Piloto.

En el estudio a nivel piloto se utilizó una dispersión de polisacáridos que tiene un comportamiento reológico similar al yogurt con frutas. Se eligió el proceso de yogurt con frutas, ya que este producto es una suspensión de sólidos que son dañados fácilmente por el contacto con la tubería, si no son transportados a una velocidad de flujo adecuada.

Para seleccionar la dispersión utilizada para el estudio a nivel piloto, fue necesario determinar la densidad, los sólidos totales, S.T., el pH, los grados Brix del yogurt; así como el tamaño de las partículas y el comportamiento reológico de los fluidos que forman parte de la suspensión; yogurt y mermelada de fruta.

Como el yogurt presenta un comportamiento reológico dependiente del tiempo de cizallamiento, se determinó su grado de tixotropía mediante un método empírico. Para el estudio a Nivel Piloto se utilizaron geles de grenetina, en lugar de la fruta.

Finalmente se realizó la comparación de resultados para establecer las ecuaciones definitivas que permitieron predecir la velocidad de sedimentación de una suspensión y la caída de presión que ésta ocasiona al fluir en un ducto cilíndrico.

INTRODUCCION

Un fluido es un material que se deforma continuamente, es decir fluye, al ser sometido a un esfuerzo cizalla, no importa que tan pequeño sea éste. La deformación y el flujo de la materia son temas de estudio de la ciencia que se conoce como REOLOGIA. Las características reológicas de los materiales forman una gama continua de comportamientos que van desde el sólido perfectamente elástico de Hooke hasta el fluido puramente viscoso de Newton. Entre estos dos extremos ideales se encuentra el comportamiento reológico de los materiales reales, que incluyen a los sólidos no-Hookeanos, los fluidos no-Newtonianos y a las sustancias viscoelásticas (Van Wazer et al, 1963; Sherman, 1968; Midoux, 1985).

Dentro de los fluidos no-Newtonianos existen los pseudoplásticos o reofluidizantes, dilatantes o reoespesantes, plásticos de Bingham o viscoplásticos, que son fluidos independientes del tiempo, y los reopéticos y tixotrópicos, que son fluidos dependientes del tiempo (Rao y Ananteswaran; 1982). Dentro de los fluidos alimenticios existe una amplia gama de fluidos homogéneos y heterogéneos. En los fluidos heterogéneos se encuentran los fluidos multifásicos, los cuales puede presentar comportamiento reológico Newtoniano y no-Newtoniano (Lang y Rha, 1980).

Un fluido bifásico es un caso particular del flujo multifásico, en el cual las fases no son de igual composición química. Algunos sistemas biológicos tales como la sangre, el semen y una gran cantidad de fluidos alimenticios como la leche, los néctares, los concentrados y el yogurt, son sistemas multifásicos ya que contienen células, partículas o micelas en suspensión. Su comportamiento reológico puede describirse de igual manera por algunas ecuaciones que han sido utilizadas para analizar fluidos No-Newtonianos tales como: pinturas, tintas, pastas, etc. (Wallis, 1969). La clasificación de los fluidos bifásicos de acuerdo a las propiedades de los sólidos fué reportada por Zandi (1971) y complementada por Sastry y Zuritz (1987).

Se han realizado estudios sobre el flujo de fluidos bifásicos destinados a la determinación de la Caída de Presión (ΔP) empleando bombas de diferentes tamaños, y otros sobre la velocidad crítica de transporte para evitar la sedimentación de las partículas (Mih et al, 1971; Gandhi y Snoek, 1983). No obstante, uno de los problemas básicos de los estudios anteriores es que la mayoría de ellos se han realizado con fluidos Newtonianos con partículas suspendidas, en régimen turbulento y tales condiciones no son las adecuadas para el transporte de alimentos (Sastry y Zuritz, 1987), ya que éstos presentan una alta consistencia o viscosidad aparente que delimita el flujo a régimen laminar.

Se han realizado investigaciones en donde se involucran varios de los más importantes fenómenos que afectan la velocidad de las partículas durante el flujo en tuberías, como son: A) la migración radial (Einstein, 1906; Young, 1960; Goldsmith y Mason, 1962); B) las fuerzas de flotación que actúan sobre las partículas (Rubinow y Keller, 1961; Saffman, 1968); C) las interacciones entre las partículas que ocasionan la formación de collares, influyendo en su movimiento y en la ΔP debidas a la fricción (Segre y Silberberg, 1961); y D) la fuerza de arrastre que sufren las partículas, de donde se introduce en las ecuaciones el coeficiente de Arrastre C_d para determinada forma geométrica (Ishii y Zuber, 1979; Zuritz et al. 1987).

Sin embargo, la velocidad promedio del sistema bifásico no corresponde necesariamente a la velocidad de las partículas, por lo que, para poder evaluar la velocidad promedio normalizada de las partículas en un fluido Newtoniano y no-Newtoniano se tienen que resolver simultáneamente las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento para el fluido en 3 dimensiones, y las ecuaciones de cantidad de movimiento para las partículas en 3 direcciones. Debido a la complejidad de solución de las mismas y al no existir la solución analítica, se han empleado los métodos numéricos para resolver el sistema de ecuaciones, tales como: el método de Runge-Kutta de 4to orden (Dutta y Sastry, 1980), las aproximaciones Lagrangianas y Eulerianas (Durst et al, 1984) y más recientemente y gracias a las ventajas de utilizar las microcomputadoras se han desarrollado programas de simulación que resuelven las ecuaciones por diferencias finitas o elemento finito (Kung y Mohitpour, 1986; Law y Kelton, 1991).

La aceptación comercial de un alimento, depende de sus características organolépticas y apariencia. El yogurt es un producto alimenticio que se degrada fácilmente al ser transportado a través de una tubería, si no fluye a una velocidad adecuada. Como el yogurt es un sistema multifásico de comportamiento no-Newtoniano que contiene sólidos en suspensión, se utilizó como base para estudiar todos los fenómenos que afectan la velocidad de flujo e influyen en la caída de presión (ΔP) provocada por su transporte, para poder establecer un modelo matemático generalizado, con el cual se puedan predecir las velocidades mínimas de flujo, las velocidades de sedimentación y, al mismo tiempo, permita calcular la caída de presión provocada por el transporte de una suspensión en un ducto cilíndrico.

OBJETIVO GENERAL.

Conocer y estudiar todos los fenómenos que afectan la velocidad de flujo e influyen en la caída de presión, ΔP , provocada por el transporte del yogurt con frutas. Así mismo, establecer un modelo matemático generalizado, con el cual se puedan definir las velocidades mínimas de flujo y, al mismo tiempo, permita calcular la caída de presión provocada por el transporte de una suspensión en un ducto cilíndrico.

OBJETIVOS PARTICULARES

1) Determinar las propiedades reológicas, las propiedades físicas; densidad, ρ , sólidos totales, S.T., y sólidos solubles ($^{\circ}$ Brix), el porcentaje de fruta y el diámetro de partícula en la base para yogurt, en el yogurt con frutas y en la mermelada de fruta.

2) Deducir las expresiones matemáticas que permitan estructurar un programa de simulación, con el cual se pueda predecir la velocidad de flujo promedio, la velocidad de sedimentación y la caída de presión provocada por el flujo de suspensión en ductos cilíndricos.

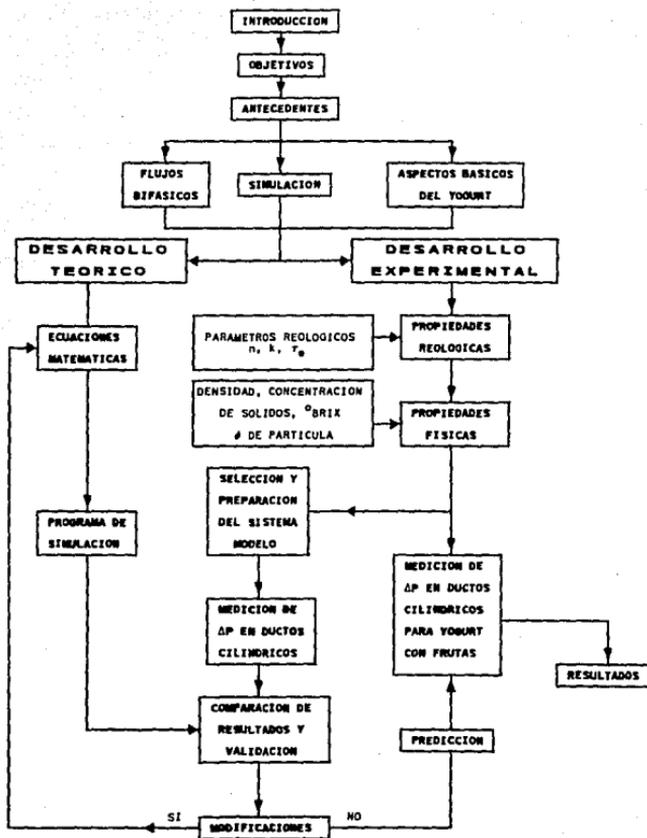
3) Diseñar e instalar un sistema de flujo de tuberías, para evaluar experimentalmente las caídas de presión, ΔP , provocadas por el flujo de sólidos en suspensión a diferentes gastos volumétricos.

4) Seleccionar y preparar un sistema modelo a utilizar para la experimentación a nivel piloto.

5) Medir experimentalmente las caídas de presión provocadas por el flujo de sólidos en suspensión en ductos cilíndricos en función del gasto volumétrico.

6) Comparar las caídas de presión calculadas teóricamente por el programa de simulación con las obtenidas experimentalmente.

En el Cuadro 1.1 se presenta de forma esquemática y general el desarrollo de la tesis. Se inició con un estudio bibliográfico sobre el flujo de suspensiones y las fuerzas que se involucran e influyen en el comportamiento reológico. Lo anterior permitió establecer las condiciones límite para resolver las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad, con lo cual se calculó la velocidad mínima de flujo. Además se midieron las caídas de presión a nivel piloto para comprobar dichos resultados y compararlos con los obtenidos teóricamente.



CUADRO 1.1 CUADRO METODOLOGICO DE LA TESIS

CAPITULO 1

ANTECEDENTES

1.1 FLUJO BIFÁSICO.

1.1.1 DEFINICION

El flujo bifásico es un caso particular del flujo multifásico, el cual consiste en el flujo simultáneo de dos fases, que no necesariamente son de la misma naturaleza química. Por ejemplo, el flujo de vapor-agua, aire-agua, sólidos en suspensión, etc. (Wallis, 1969).

1.1.2 CLASIFICACION

El flujo a dos fases (bifásico) se encuentra dividido en:

- 1) Flujo líquido-gas.
- 2) Flujo gas-sólido.
- 3) Flujo sólido-líquido.

Muy pocos sistemas biológicos son líquidos puros, fluidos monofásicos; la gran mayoría de ellos son multifásicos y contienen una amplia variedad de células, partículas o micelas en suspensión (Wallis, 1969). Por tal razón, el presente estudio se enfocará únicamente al flujo de suspensiones, sólido-líquido.

1.2 FLUJO DE SUSPENSIONES, SOLIDO-LIQUIDO.

1.2.1 DEFINICION.

Una suspensión es una dispersión uniforme de partículas sólidas en una fase líquida continua (Glickman, 1969).

1.2.2 CLASIFICACION.

El flujo sólido-líquido se clasifica en cinco categorías, según se esquematiza en la Figura 1.1 (Turian y Yuan, 1977; Sastry y Zuritz, 1987):

A) Flujo homogéneo, que se presenta cuando las partículas son finas y ligeras, o cuando la velocidad media de flujo de la suspensión es lo suficientemente alta para mantener a las partículas en una suspensión uniforme a lo largo de la sección transversal de la tubería.

B) Flujo heterogéneo, que ocurre cuando las partículas son de diversos tamaños, de gran densidad y el flujo es tal, que las dos fases, líquida y sólida, se comportan como entidades individuales y se presenta un gradiente de densidades durante el flujo de la suspensión.

C) Flujo intermedio, se dice que existe cuando se presentan condiciones para que coexistan, tanto el flujo homogéneo, como el heterogéneo.

D) Flujo de saltación, ocurre cuando las partículas forman un lecho en el fondo de la tubería y presentan saltos discontinuos durante el flujo a través de la tubería.

E) Flujo capsular. En este tipo de flujo, los sólidos son empacados dentro de cápsulas cilíndricas de diámetro ligeramente menor que el diámetro interno de la tubería, y son transportadas en serie.

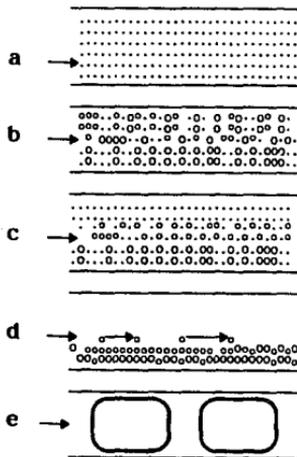


FIGURA 1.1 DIFERENTES TIPOS DE FLUJO SÓLIDO-LÍQUIDO.
 a) FLUJO HOMOGÉNEO, b) FLUJO HETEROGÉNEO, c) FLUJO INTERMEDIO
 d) FLUJO DE SALTACION Y e) FLUJO CAPSULAR

1.2.3 MODELOS REOLOGICOS.

La reología es la ciencia que estudia la deformación y el flujo de la materia. La materia se deforma continuamente o empieza a fluir, sólo cuando se ejerce una fuerza sobre ella. Esta fuerza puede ser aplicada deliberada o accidentalmente, o bien ser una fuerza que siempre este presente, como en el caso de la gravedad. Por lo tanto, la Reología está relacionada con fuerzas, deformaciones y tiempo, y además también con la temperatura y otros parámetros secundarios (Van Wazer, 1963; Skelland, 1967; Sherman, 1968; Midoux, 1985).

Una de las maneras más comunes para caracterizar a un líquido o fluido es evaluando su viscosidad, la cual es considerada como la resistencia al flujo de cada una de las capas del fluido en movimiento. Un material altamente viscoso presenta una gran resistencia interna y no es tan fácil de verter como uno de baja viscosidad.

Los fluidos pueden clasificarse en Newtonianos y no-Newtonianos, dependiendo del comportamiento de la viscosidad con el aumento de las fuerzas de cizalla (Rao y Ananteswaran, 1982).

En sistemas Newtonianos, el esfuerzo cortante (τ) es directamente proporcional a la velocidad de cizalla ($-dv/dy$). La viscosidad (μ) es constante y sólo se necesita esta propiedad para caracterizar el sistema.

$$\tau = \mu(-dv/dy) \quad (1.1)$$

Sin embargo, muchos de los fluidos alimenticios son sistemas no-Newtonianos y la viscosidad no es constante, ya que depende de la velocidad de cizalla y en ocasiones del tiempo de duración del cizallamiento, en este caso la viscosidad se denomina viscosidad aparente. Para definir adecuadamente un sistema no-Newtoniano, es necesario tener valores de la variación de la viscosidad aparente con el aumento de la velocidad de cizalla (Rao y Ananteswaran, 1982).

Existen varios factores que afectan la viscosidad aparente de los sistemas alimenticios no-Newtonianos, tales como (Glicksman, 1969):

- 1) La facilidad de almacenamiento de largas cadenas moleculares en solución;
- 2) la naturaleza y uniformidad del tamaño de partícula de los ingredientes en dispersión o suspensión;

- 3) la forma de empaquetamiento de las partículas en dispersión;
- 4) la cantidad de líquido dispersado y la amplitud de los espacios vacíos creados durante la dispersión.

El comportamiento no-Newtoniano se presenta principalmente en los siguientes sistemas:

- 1) dispersiones de materiales poliméricos de alto peso molecular,
- 2) suspensiones de sólidos en líquidos, en los cuales el comportamiento no-Newtoniano se incrementa con el aumento en la concentración de sólidos, especialmente si los sólidos tienden a hincharse, solvotarse o asociarse con la fase líquida.

En sistemas no-Newtonianos, las propiedades coloidales de las partículas que tienen gran significancia son: la forma, el tamaño, la flexibilidad, la facilidad de deformación, la solvatación con el medio continuo y, la presencia y magnitud de las cargas eléctricas.

Los fluidos no-Newtonianos se pueden clasificar en independientes o dependientes del tiempo de cizallamiento.

FLUIDOS INDEPENDIENTES DEL TIEMPO

Un fluido no-Newtoniano es independiente del tiempo de cizallamiento, si el esfuerzo de cizalla a cualquier velocidad de cizalla es constante con el tiempo, es decir, las propiedades del fluido dependen únicamente de la magnitud del esfuerzo cortante impuesto y no de la duración de la deformación. El tipo de comportamiento de fluidos independientes del tiempo se muestra en la Figura (1.2).

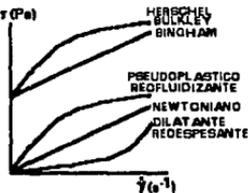


Figura 1.1 Comportamiento Reológico de Fluidos Independientes del Tiempo de Cizallamiento.

FLUIDOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO

Un fluido no-Newtoniano dependiente del tiempo, es aquel en el cual el esfuerzo de cizalla cambia con el tiempo de cizallamiento, en otras palabras, la viscosidad aparente depende de la magnitud de la deformación del líquido y del tiempo que dure la deformación. El comportamiento de fluidos dependientes del tiempo se muestra en la Figura (1.3). Estos fluidos se clasifican en dos grupos:

a) Tixotrópicos (Glicksman, 1969).- La tixotropía es definida como una transición reversible gel-sol-gel y es causado por la formación de una estructura definida dentro del material. La estructura del fluido después de una agitación forma un sol, el cual, al eliminar la agitación vuelve a formar un gel. Este fenómeno está basado en el rompimiento de las fuerzas que actúan entre las partículas del sistema, que después vuelven a reformarse.

La tixotropía se caracteriza por la disminución de la viscosidad aparente con respecto al tiempo a una velocidad de cizalla dada, la viscosidad aparente inicial solamente se restaura después de un período de recuperación.

Si se determina la curva de flujo en un solo experimento en el cual la velocidad de cizalla se incrementa uniformemente con el tiempo desde cero hasta un valor máximo y luego se disminuye inmediata y uniformemente hacia cero, se observa un efecto de histéresis, Figura 1.3.

b) Reopécticos.- En estos fluidos la viscosidad aparente se incrementa con el tiempo de cizallamiento, a una velocidad de cizalla dada, bajo condiciones isotérmicas. Se puede obtener también un efecto de histéresis en la misma forma que se hace con los materiales tixotrópicos. Frecuentemente se explica el comportamiento reopéctico en forma similar al dilatante, Figura 1.3.

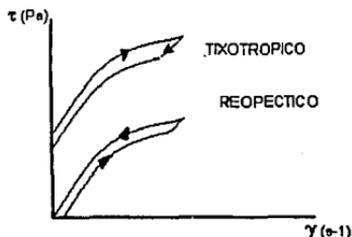


Figura 1.3 Comportamiento reológico de los fluidos dependientes del tiempo de cizallamiento.

Es conveniente hacer una clasificación entre los fluidos que exhiben un esfuerzo cortante inicial o punto de cedencia (τ_0) y los que no lo exhiben (figura 1.2).

Fluidos sin punto de cedencia (τ_0):

a) Pseudoplásticos (reofluidizantes).- En estos fluidos la viscosidad disminuye al incrementarse la velocidad de cizalla, debido a un rompimiento de la estructura interna del fluido. La disminución de la viscosidad ocurre como resultado del alineamiento molecular en el interior del fluido. Las mediciones de viscosidad aparente para éste tipo de fluidos son reproducibles y sólo dependen de la velocidad de cizalla y de la temperatura. Algunos ejemplos de fluidos pseudoplásticos son: los purés de frutas y hortalizas, yogurt para beber, pulpas de frutas, jugos concentrados, leche condensada azucarada, chocolates fluidos, etc.

b) Dilatantes (reoespesantes).- En estos tipos de fluidos la viscosidad aparente aumenta al incrementarse la velocidad de cizalla, debido a que el medio dispersante no es suficiente para cubrir todas las partículas. Se han encontrado muy pocos fluidos alimenticios que presenten este tipo de comportamiento.

Fluidos con punto de cedencia, τ_0 , (Glickman, 1969):

El comportamiento de estos fluidos se explica generalmente en términos de una estructura interna tridimensional que es capaz de impedir el movimiento para valores de esfuerzo cortante menores que el valor en el punto de cedencia (τ_0). Para esfuerzos cortantes mayores que el punto de cedencia, la estructura se colapsa completamente, permitiendo que ocurra el movimiento cortante. Se considera que la estructura interna se recupera internamente cuando el esfuerzo cortante (τ) se vuelve menor que τ_0 .

Como ejemplos de éstos, tenemos a los fluidos que obedecen el modelo de Herschel-Bulkley (H-B), que presenta un punto de cedencia y después del cual presenta un comportamiento similar al de un fluido pseudoplástico, es decir, que la relación entre el esfuerzo cortante y la velocidad de cizalla no es lineal, Figura 1.2. Algunos fluidos alimenticios que presentan éste comportamiento son: salsa catsup, salsas molidas mexicanas, mayonesas bajas en calorías, aderezos, yogurt y sopas tipo crema.

Otro modelo es el Plástico de Bingham que después del punto de cedencia presenta una relación lineal entre el esfuerzo cortante y la velocidad de cizalla, Figura 1.2, como en los fluidos Newtonianos.

El punto de cedencia (τ_0) es muy importante en dispersiones y suspensiones, ya que predomina e influye fuertemente sobre la viscosidad aparente a bajas velocidades de cizalla, y es el responsable directo de que muchos sistemas mantengan su forma tridimensional. Como el punto de cedencia es la fuerza por unidad de área necesaria para sobrepasar las fuerzas de interacción interparticular, se ve afectado por algunos parámetros estructurales, tales como:

1. Las fuerzas de interacción interparticular, que dependen de:

a) la naturaleza de las fuerzas,

b) la distancia entre las partículas, afectada por:

- 1) la concentración volumétrica,
- 2) el potencial interparticular total,
- 3) el tipo de empaquetamiento o acomodo de las partículas.

c) la relación área de contacto/volumen de las partículas, la cual esta en función de:

- 1) el tamaño,
- 2) la forma,
- 3) la rugosidad de las partículas.

2. Del número de interacciones por unidad de área, que depende de:

a) la concentración volumétrica de las partículas.

b) el tipo de acomodo de las partículas, que depende de:

- 1) la forma de las partículas,
- 2) la distribución de tamaños,
- 3) la densidad de empaquetamiento.

Las fuerzas de interacción interparticular son responsables del comportamiento no-Newtoniano de los sistemas biológicos. Las fuerzas interparticulares son el resultado de la suma de las diferentes fuerzas de atracción y de repulsión. En el Cuadro 1.2 se enlistan las características principales de las diferentes fuerzas. Las fuerzas de atracción fueron calculadas por primera vez por Hamaker (1937), dentro de estas fuerzas se encuentran: la fuerza de Van der Waals, los puentes de hidrógeno, las interacciones hidrofóbicas, los enlaces líquidos y los contraiones; dentro de las fuerzas de repulsión las más importantes son: las fuerzas electrostáticas y la hidratación esteérica (Zeichner y Schowalter, 1977).

Cuadro 1.2 Fuerzas de Interacción Interparticular (Turian y Yuan, 1977).

FUERZA	MECANISMO	ENERGÍA (kcal/mol)	DISTANCIA (amstrongs)
ATRACCION Van der Waals	Inducción de momentos dipolares en grupos eléctricamente apolares	2 a 3	3 a 5
Interacción	Asociación de moléculas no polares en una solución acuosa para eliminar agua y reducir la energía libre.	3 a 5	1 a 5
Puentes de Hidrógeno	Colocación de Hidrógeno entre átomos de Oxígeno o Nitrógeno.	5 a 8	2 a 3
Enlaces líquidos	Reducción de la energía libre, debido a disminución del área interfacial entre las dos fases.	3 a 10	2 a 5
Contraiónica	Colocación de Iones multivalentes entre 2 iones de carga opuesta.	aprox 30	2 a 3
REPULSION Electroestática	Aumento de la energía libre, como resultado de la doble capa formada por las cargas superficiales.	9 a 12	10 a 100
Hidratación Esteérica	Aumento de la energía libre, debido a la absorción de macromoléculas en la doble capa.	10 a 13	aprox 50

Una manera de calcular el esfuerzo cortante inicial (punto de cedencia, τ_0) para algunos sistemas bifásicos, tomando en cuenta las fuerzas de atracción y repulsión, es la propuesta por Zeichner y Schowalter (1977):

$$\tau_0 = F/(4r^{**})^2 \quad (1.2)$$

donde:

F = es la fuerza de una asociación interparticular.

r^{**} = es la distancia existente entre los centros geométricos de 2 partículas.

Uno de los principales factores que influyen en las propiedades reológicas de las suspensiones, y al mismo tiempo, en el tipo o régimen de flujo, es la concentración volumétrica de las partículas (ϕ) y debido a esto, se han desarrollado un sinnúmero de ecuaciones que predicen la viscosidad relativa de una suspensión (η_r). Algunos de los modelos desarrollados son:

El modelo de Einstein (Ecuación 1.3), que solo es válido a muy bajas concentraciones de partículas (Metzner, 1985):

$$\eta_r = 1 + 2.5\phi \quad (1.3)$$

donde:

$\eta_r = \mu / \mu_0$ = viscosidad de la suspensión/ viscosidad del líquido ó fase continua

ϕ = fracción volumétrica.

Debido a las limitaciones del modelo de Einstein, se han desarrollado una gran diversidad de modelos matemáticos para predecir la viscosidad relativa de las suspensiones, en los cuales se toman en cuenta algunas de las fuerzas de interacción interparticular. Tales modelos son:

La relación de series de la potencia o ecuaciones polinomiales:

$$\eta_r = 1 + a\phi + b\phi^2 + c\phi^3 + \dots \quad (1.4)$$

donde $a = 2.5$ y b, c , etc; se supone que representan las fuerzas de interacción.

Otras teorías han dado como resultado expresiones, tales como:

$$\eta_r = A \exp [B(\phi/\phi_{max}) / (C - (\phi/\phi_{max}))] \quad (1.5)$$

$$\eta_r = K [(\phi/\phi_{max}) / (1 - (\phi/\phi_{max}))] \quad (1.6)$$

$$\eta_r = 1 / (1 - (H_s\phi)^n) \quad (1.7)$$

$$\eta_r = 1 + a|\eta_1(\phi) \quad (1.8)$$

donde:

ϕ_{\max} es la concentración máxima teórica de empaquetamiento de las partículas (para esferas $\phi_{\max} = 0.57$).

H_s es un parámetro de hidratación superficial de las partículas.

I_{11} es un parámetro de interacción interparticular.

Mills y Snabre (1988) desarrollaron la ecuación (1.9), en la cual se incluye la concentración volumétrica de las partículas, que tiene la siguiente forma:

$$\tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} + (K_0 \gamma)^{1/2} [1 - \phi / (1 - \phi) \{ (A \tau^* / \tau)^{1/2} \}]^{1/2} \quad (1.9)$$

$$\tau_0 = A \tau^* [(\phi / \phi_{\max}) / (1 - (\phi / \phi_{\max}))]^2$$

$$K_0 = [\mu_0 (1 - \phi) / (1 - (\phi / \phi_{\max}))^2]$$

$$A = K1 d_0 / a$$

$$\tau^* = \nu / a$$

$K1$ = constante.

a = radio de las partículas.

d_0 = es la distancia media que existe entre el área de contacto entre las partículas.

ν = es la energía de adhesión por unidad de superficie.

Para poder emplear alguna ecuación se debe tener cuidado, ya que no todos los parámetros se pueden medir fácil e independientemente.

1.2.4 VELOCIDAD CRÍTICA (VELOCIDAD DE SEDIMENTACION)

Para el caso del flujo de sólidos en suspensión, es importante transportar la suspensión a una velocidad que evite la sedimentación de las partículas, dicha velocidad debe ser mayor a la velocidad crítica (V_c). La velocidad crítica, es la velocidad de flujo mínima a la cual se forma un lecho de sólidos en el fondo de la tubería (Figura 1.4). Existe un valor de velocidad crítica para cada una de las categorías de flujo sólido-líquido (Figura 1.5), el valor de la velocidad esta en función de las características y de las propiedades reológicas, tanto del medio como de las partículas (Oroskar y Turian, 1980).

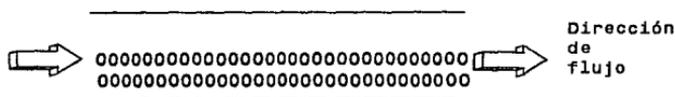


Figura 1.4 Formación de un lecho de sólidos en el fondo de la tubería

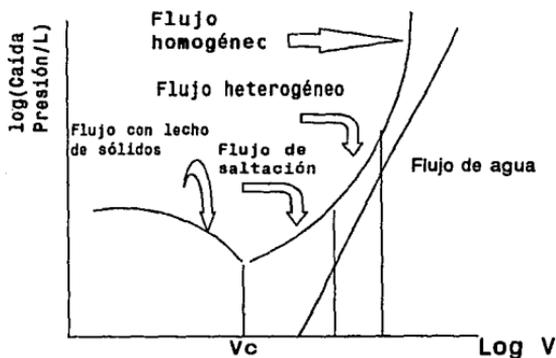


Figura 1.5 Gráfica en donde se muestra como se puede calcular la velocidad crítica de flujo para cada régimen de flujo bifásico.

Uno de los más importantes fenómenos que afectan la velocidad de flujo de las partículas en una tubería, es la migración radial de las partículas hacia las paredes y hacia el centro de la tubería (Figura 1.6). Se ha encontrado que a bajas velocidades promedio de flujo, las partículas de alta densidad se mueven más lentamente que el resto del fluido y se concentran cerca del fondo de la tubería. Sin embargo, conforme se incrementa la velocidad promedio, la velocidad de las partículas aumenta y se mueven mucho más rápido que el resto del fluido, provocando una migración hacia el centro de la tubería; este efecto es mayor conforme se incrementa la velocidad promedio de flujo (Toda et al, 1972).



FIGURA 1.6 DIFERENTES FENOMENOS DE MIGRACION RADIAL. a) ACUMULACION CERCA DEL CENTRO DE LA TUBERIA, PARA ESFERAS FLEXIBLES, b) ACUMULACION CERCA DE LAS PAREDES, c) FORMACION DE UN ANILLO, DEBIDO A LA MIGRACION HACIA LAS PAREDES Y HACIA EL CENTRO DE LA TUBERIA.

La explicación para este fenómeno de la migración radial incluye a las fuerzas de interacción interparticulares, el movimiento radial del fluido, debido a los efectos de entrada, etc. Una de las principales fuerzas que más influye en la velocidad de flujo, y por lo tanto, en el balance de fuerzas, es la fuerza de flotación o fuerza de Magnus, F_m . Para calcular esta fuerza se desarrolló la siguiente expresión (Rubinow y Keller, 1961):

$$F_m = \pi \rho_f a^3 \Omega (V_p - V_f) \quad (1.10)$$

donde:

- a = radio de la esfera
- $\tau = 3.1416$
- V_p = velocidad lineal de la partícula
- Ω = velocidad angular de la partícula

ρ_f = densidad del fluido

V_f = velocidad del fluido

Para que la fuerza de Magnus se manifieste en el sistema, debe existir un movimiento de rotación de la partícula. Para el caso de que no se presente la rotación de la partícula, se propone la siguiente ecuación (Saffman, 1968):

$$F_s = - 6.46 \mu (V_p - V_f) a^2 (\gamma/\nu)^{1/2} \quad (1.11)$$

donde:

μ = viscosidad del fluido

γ = magnitud del gradiente de velocidad de corte

ν = viscosidad cinemática

F_s = Fuerza de Saffman

Saffman (1968) demostró que a pequeños valores del Número de Reynolds, la velocidad rotacional es mucho mayor que la velocidad de corte, entonces, la fuerza de Magnus debida a la rotación de las partículas es menor en magnitud, que la debida al cizallamiento.

Como resultado de las fuerzas de flotación y cizalla y de las propiedades de las partículas, se ha encontrado que existe la formación de "collares" de partículas fluyendo de forma paralela al resto del fluido en la tubería (Figura 1.7), que afectan la velocidad de flujo del resto de las partículas. La presencia de estos grupos se incrementa con el aumento de la concentración y la diferencia en las dimensiones de las partículas (Segre y Silberberg, 1961).

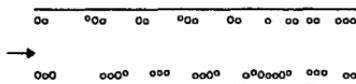


FIGURA 1.7 FORMACION DE COLLARES DURANTE EL FLUJO DE PARTICULAS EN SUSPENSION

(SEGRE, 1965)

Para poder predecir la velocidad de flujo mínima para evitar la sedimentación de las partículas, deben tomarse en cuenta, además de todas estas fuerzas, una muy importante: La fuerza de arrastre.

1.2.5 COEFICIENTE DE ARRASTRE.

La fuerza de arrastre afecta el movimiento de las partículas en un fluido viscoso, ya que es la fuerza ejercida por el fluido sobre las partículas a lo largo de la tubería. La existencia de un perfil de velocidades en el fluido ocasiona, que la predicción de la velocidad de las partículas en suspensión sea difícil, debido a que se presenta un movimiento radial de las partículas y el arrastre varía dependiendo de la ubicación de cada partícula. Sin embargo, la migración radial llega a ser constante y los efectos de la fuerza de arrastre se pueden globalizar en un valor llamado coeficiente de arrastre (Subramaniam y Zuritz, 1990).

La fuerza de arrastre (F_d) experimentada por una partícula en una tubería durante su transporte, tiene como valor el de la componente axial de la fuerza ejercida por el fluido en la partícula. Esta fuerza es el resultado total de los efectos de presión y del esfuerzo cortante, debido al gradiente de velocidad en la superficie de la partícula, se obtiene como la fuerza promedio en la superficie por integración en toda la superficie de la diferencial de fuerzas. El coeficiente de arrastre representa el valor de la fuerza de arrastre sobre la partícula, sin importar la ubicación radial de las partículas (Subramaniam y Zuritz, 1990).

Se han desarrollado un sin número de ecuaciones para predecir el coeficiente de arrastre (C_d), así como la función entre el coeficiente de arrastre y el número de Reynolds para fluidos de la Potencia, quedando de la siguiente forma (Ishii y Zuber, 1979):

$$C_d = 24 / [Re_p]^{1/n} \quad (1.13)$$

donde:

$$Re_p = (\rho V_f^2 \cdot n D_p^n) / k$$

k = índice de consistencia

n = índice de comportamiento al flujo

D_p = diámetro de la partícula

Existen otras relaciones desarrolladas por otros investigadores, como la desarrollada por Wallis (1974), cuya expresión tiene la siguiente forma:

$$C_d = (24/Re)(1 + 0.1Re^{0.75}) \quad (1.14)$$

Para está ecuación el valor de $C_d = 0.45$ para Re mayores a 1000. La ecuación que ha sido desarrollada más recientemente, es:

$$C_d = 101.35 / ((Re)^{0.84}) \quad (1.15)$$

se aplica para fluidos de la potencia con partículas esféricas suspendidas, con un intervalo de Re de 0.001 a 0.5, la velocidad utilizada en el Reynolds es la velocidad relativa (V_r), que es la relación entre la velocidad de las partículas y la velocidad del fluido (Subramaniam y Zuritz, 1990).

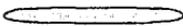
A continuación se presentan algunos cuadros, en donde se relaciona el coeficiente de arrastre y el régimen de flujo para formas geométricas en dos (Cuadro 1.3) y en tres dimensiones (Cuadro 1.4).

Cuadro 1.3 Coeficiente de arrastre para diferentes cuerpos geométricos en dos dimensiones.

Forma geométrica		Flujo Laminar	Turbulento
Cilindro circular		1.2	0.33
Cilindro elíptico			
2:1		0.6	0.20
4:1		0.35	0.10
8:1		0.28	0.10
Placa normal al flujo		2.0	
Cilindros cuadrados:			
		2.0	
		1.6	
Superficies semicirculares:			
Flujo con superficie convexa		1.2	
Flujo con superficie concava		2.3	
Medio cilindro		1.16	
Cilindros triangulares a 60°			
		1.4	
		2.2	

Fuente: Lindsey, 1938.

Cuadro 1.4 Coeficiente de arrastre para diferentes cuerpos geométricos en tres dimensiones.

Forma geométrica		Flujo Laminar	Turbulento
Esfera		0.47	0.10
Cuerpo elíptico con sección transversal circular			
2:1		0.27	0.06
4:1		0.20	0.06
8:1		0.25	0.13
Disco		1.17	
Cubos:			
		1.05	
		0.80	
Cono 60°		0.49	
Sólidos hemisféricos:			
Superficie cóncava al flujo		0.38	
Superficie plana al flujo		1.17	
Cavidad hemisférica:			
Convexa al flujo		0.38	
Cóncava al flujo		1.42	

Fuente:Baumeister, 1967.

1.2.6 PREDICCIÓN DE LA VELOCIDAD CRÍTICA Y DE LA ΔP EN DUCTOS CILINDRICOS.

Para predecir el valor de la velocidad crítica de flujo y la ΔP provocada por el transporte de sólidos en suspensión, se han realizado algunos estudios en este campo. A continuación se presentan los aspectos más relevantes de algunos de ellos que servirán como base para el tratamiento teórico de esta tesis.

1) PREDICIONES EULERIANAS Y LAGRANGIANAS PARA FLUJO EN DOS FASES (Durts et al, 1984).

En este estudio se resolvieron las ecuaciones de continuidad y transferencia de movimiento de la fase sólida y líquida para predecir la velocidad de las partículas suspendidas en un líquido con características reológicas Newtonianas. Para resolver el sistema de ecuaciones que se obtienen, se utilizaron dos métodos matemáticos: el enfoque Euleriano y el Lagrangiano.

ENFOQUE EULERIANO.

La base del enfoque Euleriano, es el tratamiento de la fase sólida como un medio continuo, es decir, se tienen dos fluidos en lugar de uno sólo, por lo que, debe definirse la concentración volumétrica de cada fase, denominada fracción libre, α, para establecer y resolver las ecuaciones de transporte correspondientes a cada fase. La resolución de las ecuaciones en un tiempo y punto específicos, fue desarrollada, ya que en un procedimiento numérico es difícil resolver las ecuaciones para cada punto en cualquier tiempo.

Las ecuaciones que a continuación se describen, son para el caso de flujo estable, en dos direcciones y en régimen laminar y/o turbulento. La ecuación de continuidad en coordenadas rectangulares puede escribirse como:

$$\frac{d\rho V_x}{dx} + \frac{d\rho V_y}{dy} = 0 \quad (1.16)$$

y las ecuaciones de movimiento para las componentes V_x y V_y de la velocidad de la fase líquida quedan como:

$$\frac{d\rho V_x^2}{dx} + \frac{d\rho V_x V_y}{dy} = -\frac{dP}{dx} + 2\frac{d}{dx} \left(\frac{\rho \nu^2}{dx} \right) + \frac{d\rho}{dy} \left(\frac{dV_x}{dx} + \frac{dV_y}{dy} \right) \quad (1.17)$$

$$\frac{d\rho V_x V_y}{dx} + \frac{d\rho V_y^2}{dy} = -\frac{dP}{dy} + 2\frac{d}{dy} \left(\frac{\rho \nu^2}{dy} \right) + \frac{d\rho}{dy} \left(\frac{dV_x}{dx} + \frac{dV_y}{dy} \right) + 2\rho \frac{dV_y}{dy} \quad (1.18)$$

La fracción libre de la fase sólida del fluido bifásico debe tomarse en cuenta al momento de plantear las ecuaciones de transporte para la fase líquida.

En las ecuaciones de continuidad y movimiento, existe una interacción entre ambas fases al momento de su transporte, debido a la diferencia de velocidades entre ambas fases. En este estudio se considera que no existe cambio de fases y que solamente existe la transferencia de movimiento entre ambas fases. Esta transferencia de movimiento ocasiona que se presenten términos adicionales, que tienen que incluirse en la ecuación de movimiento de la fase líquida.

Para este enfoque se calcula la fuerza de arrastre que existe entre las dos fases y se incorpora en las ecuaciones de movimiento de ambas fases con signo negativo, ya que afecta el desplazamiento de las partículas.

Generalmente, en el flujo a dos fases, las partículas tienen una densidad diferente a la del fluido. Por lo tanto, el término de gravedad debe ser incluido en la ecuación de movimiento de la fase continua. La presión que se incluye en las ecuaciones del fluido, es la presión estática. Como el término de gravedad es dependiente de la concentración de partículas, su magnitud cambia con la ubicación de las partículas en la tubería.

La fracción libre de las partículas, α , es el volumen ocupado por una de las fases con respecto al volumen de control. La ecuación de la fracción libre para la fase dispersa es:

$$\alpha = V_p / V \quad (1.19)$$

donde:

V_p = volumen ocupado por la fase sólida.

V = volumen de control.

Ecuaciones de continuidad

Como no existe intercambio de materia entre las dos fases, existen dos ecuaciones de continuidad independientes. Para la fase líquida es:

$$\frac{d(\alpha V)}{dx} + \frac{d(\alpha V)}{dy} = 0 \quad (1.20)$$

donde: $\beta = 1 - \alpha$. Para la fase sólida es:

$$\frac{d\rho\alpha V_s}{dx} + \frac{d\rho\alpha V_y}{dy} = 0 \quad (1.21)$$

Como las partículas tienen densidad constante, la ecuación de continuidad para la fase dispersa puede reescribirse como:

$$\frac{d\rho\alpha V_s}{dx} + \frac{d\rho\alpha V_y}{dy} = 0 \quad (1.22)$$

Ecuaciones de movimiento

En la ecuación de movimiento para la fase continua, se tiene que incluir la concentración volumétrica del fluido (β). Debe tomarse en cuenta el término de transferencia de movimiento, basado en la fuerza de arrastre entre las dos fases, correspondiente al último término de las siguientes ecuaciones.

La ecuación de movimiento del fluido en la dirección x es:

$$\frac{d\beta\rho V_x^2}{dx} + \frac{d\beta\rho V_y V_x}{dy} = -\beta \frac{dP}{dx} + 2\beta \frac{d}{dx} \left(\frac{\mu dV_x}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(\beta \mu \left[\frac{dV_x}{dy} + \frac{dV_y}{dx} \right] \right) - \beta \rho g + \frac{3}{4} \beta C_d \mu \alpha Re_p (V_s - V_x) \quad (1.23)$$

y en la dirección y es:

$$\frac{d\beta\rho V_x V_y}{dx} + \frac{d\beta\rho V_y^2}{dy} = -\beta \frac{dP}{dy} + 2\beta \frac{d}{dy} \left(\frac{\mu dV_y}{dy} \right) + \frac{d}{dx} \left(\beta \mu \left[\frac{dV_x}{dy} + \frac{dV_y}{dx} \right] \right) + \frac{3}{4} \beta C_d \mu \alpha Re_p (V_s - V_y) \quad (1.24)$$

El punto de partida para resolver la ecuación de movimiento de la fase dispersa es: la ley de Newton de movimiento para una partícula en un fluido, que para la dirección x es:

$$m_p \frac{dV_x}{dt} = \frac{1}{8} \pi \rho C_d d^2 |\Delta V| \Delta V \quad (1.25)$$

Cambiando la derivada total por la substancial y dividiendo por el volumen de partícula, la ecuación queda como:

$$\rho_p \left(V_{sp} \frac{dV_{sx}}{dx} + V_{sy} \frac{dV_{sx}}{dy} \right) = \frac{3}{4} C_d \mu \alpha |\Delta V| \Delta V \quad (1.26)$$

Introduciendo el Reynolds para la partícula y multiplicando por la fracción libre, la ecuación queda como:

$$\alpha \rho_p \left(V_{sp} \frac{dV_{sx}}{dx} + V_{sy} \frac{dV_{sx}}{dy} \right) = \frac{3}{4} C_d \mu \alpha C_d Re_p \Delta V \quad (1.27)$$

El uso de la ecuación de continuidad para la fase dispersa da como resultado, que la ecuación de movimiento para una suspensión de partículas fluyendo con una velocidad diferente a la del fluido (ΔV), queda como:

$$\alpha \rho_p \frac{dV_{sx}^2}{dx} + \alpha \rho_p \frac{dV_{sy} V_{sx}}{dy} = \frac{3}{4} C_d \mu \alpha C_d Re_p \Delta V \quad (1.28)$$

Para obtener ecuaciones consistente de movimiento para el flujo de una suspensión, hay que tomar en cuenta los siguientes aspectos:

1) La variación de presión, que pueda ocurrir en el flujo del fluido, actúa también en la fase dispersa.

2) La fuerza de gravedad en la partícula: como la gravedad está incluida en la ecuación de movimiento del fluido, la presión afecta la flotación de las partículas como resultado del acoplamiento de las dos fases.

3) El término de transferencia de movimiento tiene que ser simétrico con respecto a la concentración volumétrica de ambas fases, como si fueran dos medios continuos. Por esta razón, debe emplearse la fracción libre de las partículas.

4) En las segundas derivadas de las ecuaciones de movimiento de un fluido Newtoniano, se involucra el movimiento molecular del fluido, cuando es transportado en régimen laminar.

Finalmente, las ecuaciones de movimiento que se utilizan para la fase dispersa en la dirección y :

$$\frac{d\alpha\alpha_0 V_y}{dx} + \frac{d\alpha\alpha_0 V_y^2}{dy} = -\alpha \frac{dP}{dy} + 2\alpha \frac{d}{dy} \left(\frac{\mu dV_y}{dy} \right) + \frac{d}{dy} \left(\frac{\alpha\alpha_0}{\sigma^2} \left[\frac{dV_y}{dy} + \frac{dV_y}{dx} \right] \right) + \frac{3}{4d^2} \beta Cd \mu \alpha Re_p (V_y - V_{sp}) \quad (1.29)$$

en la dirección x son:

$$\frac{d\alpha\alpha_0 V_x^2}{dx} + \frac{d\alpha\alpha_0 V_x V_y}{dy} = -\alpha \frac{dP}{dx} + 2\alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{\mu dV_x}{dx} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha\alpha_0}{\sigma^2} \left[\frac{dV_x}{dy} + \frac{dV_x}{dx} \right] \right) + \frac{3}{4d^2} \beta Cd \mu \alpha Re_p (V_x - V_{sp}) \quad (1.30)$$

El coeficiente de arrastre en el término de transferencia de movimiento, está expresado por la relación (Ishii y Zuber, 1979):

$$Cd = (24/Rep) \{1 + 0.15 Rep^{0.687}\} \quad (1.31)$$

Además del término de arrastre, es posible introducir otras fuerzas adicionales que actúen sobre las partículas.

La solución de las ecuaciones de cantidad de movimiento de la fase continua, permite evaluar las velocidades en el fluido, así como la presión.

Las velocidades de las partículas se obtienen de la resolución de la ecuación de cantidad de movimiento para la partícula y su fracción libre se obtiene al resolver la ecuación de continuidad para las partículas.

ENFOQUE LAGRANGIANO

En el enfoque lagrangiano se analiza la fase líquida como un medio continuo y se predice la trayectoria de una sola partícula en ese medio como resultado de la acción de varias fuerzas sobre la misma. Cuando se conoce la ubicación de las partículas, las ecuaciones de continuidad y transferencia de movimiento de la fase sólida y de la fase líquida se pueden resolver fácilmente.

El volumen de las partículas no es considerado, de modo que la ecuación de continuidad del fluido no tiene que modificarse y los diferentes términos en las ecuaciones de transferencia de movimiento del fluido no se ven afectadas por la concentración volumétrica de las partículas.

Este enfoque utiliza a la ley de Newton de movimiento para calcular la velocidad de cada partícula dentro del fluido.

Procedimiento de solución

Las derivadas parciales de las ecuaciones de continuidad y transferencia de movimiento se pueden resolver utilizando diferencias finitas, que se deriva de la integración de las ecuaciones diferenciales sobre un volumen de control. Es necesario realizar la linealización de las ecuaciones no lineales, utilizando una derivada híbrida para obtener un plano de diferencias finitas implícitas.

Las ecuaciones de diferencias finitas se resuelven utilizando una matriz tridiagonal. Las velocidades y la ubicación de la fracción libre de las partículas se obtienen, después de un número específico de iteraciones que realiza el programa para resolver las ecuaciones correspondientes.

2) EVALUACION DE LA VELOCIDAD CRITICA DE FLUJO DE SUSPENSIONES EN TUBERIAS (Oroskar y Turian, 1980).

En este estudio se presentan algunas de las relaciones que permiten calcular la velocidad crítica de flujo, así como la caída de presión (ΔP) provocada por el transporte de sólidos en suspensión en una tubería. Su trabajo tiene como base correlaciones desarrolladas anteriormente, algunas de las cuales se presentarán a continuación.

Una de las correlaciones iniciales que permiten predecir la ΔP , fue la desarrollada por Durand (1953):

$$(i - i_w) / i_w C = K C d^{1/2m} [v^2 / g D (s-1)]^m \quad (1.32)$$

donde:

D = diámetro de la tubería.

C = concentración de sólidos.

s = densidad de los sólidos/ densidad del líquido.

g = gravedad.

v = velocidad media de la suspensión.

i = pérdidas por fricción ocasionadas por la suspensión.

i_w = pérdidas por fricción ocasionadas, únicamente por el líquido.

C_d = coeficiente de arrastre.

K y m = constantes.

En esta ecuación se incluyen las variables principales que afectan el flujo de suspensiones, pero no es muy adecuada para predecir la caída de presión, ya que la predicción de las pérdidas de presión, sólo se puede realizar cuando se tienen los valores de las constantes K y m. C_d es el coeficiente de arrastre para partículas sedimentadas de forma esférica con un diámetro (d), cuya velocidad (en el líquido) sea estable, y está dado por la siguiente ecuación:

$$C_d = 4gd (s-1) / 3V_x^2 \quad (1.33)$$

Zandi y Govatos (1967) propusieron las siguientes modificaciones a la ecuación anterior para predecir la caída de presión de una suspensión.

$$i - i_w / i_w C = 280 \psi^{1.93} \quad \text{para } v < 10 \quad (1.34)$$

$$(i - i_w) / i_w C = 6.3 \psi^{-0.354} \quad \text{para } v > 10 \quad (1.35)$$

donde :

$$\psi = v^2 C_d^{1/2} / g D (s-1) \quad (1.36)$$

Turian y Yuan (1977) desarrollaron las siguientes correlaciones, para determinar la caída de presión:

1) Flujo con lecho estacionario:

$$f - fw = 0.4636C \ 0.7389 f_w \ 0.7717 C_d^{-0.4054} [v^2 / Dg(s-1)]^{-1.098} \quad (1.37)$$

2) Flujo de saltación:

$$f - fw = 0.9857C \ 1.018 f_w \ 1.048 C_d^{-0.4213} [v^2 / Dg(s-1)]^{-1.354} \quad (1.38)$$

3) Flujo heterogéneo:

$$f - fw = 0.5513C \ 0.8887 f_w \ 1.2 C_d^{-0.1677} [v^2 / Dg(s-1)]^{-0.6938} \quad (1.39)$$

4) Flujo homogéneo:

$$f - fw = 0.8444C \ 0.5024 f_w \ 1.428 C_d^{-0.1518} [v^2 / Dg(s-1)]^{-0.3531} \quad (1.40)$$

donde:

f = es el factor de fricción para la suspensión.

fw = es el factor de fricción para el líquido.

Teniendo como base estas ecuaciones, se desarrolló una expresión para determinar la velocidad crítica de flujo de suspensiones que fluyen en una tubería. Para esto, se define primeramente lo que es la velocidad crítica.

VELOCIDAD CRITICA (VELOCIDAD DE SEDIMENTACION)

La velocidad crítica, es la velocidad de flujo mínima a la cual se forma un lecho de sólidos en el fondo de la tubería. Bajo ciertas condiciones, que incluyen un tamaño de partícula uniforme de forma esférica, y un ducto con paredes suaves, la dependencia de la velocidad crítica se puede expresar mediante la siguiente relación:

$$V_c = f(d, D, C, (\rho_s - \rho)g, \rho, \mu) \quad (1.41)$$

donde:

d = diámetro de la partícula

D = diámetro de la tubería

C = concentración de partículas

El términos $(\rho_s - \rho)g$ implican que la gravedad solamente se manifiesta a través de la fuerza de flotación de las partículas. Reescribiendo la ecuación 1.41 en forma adimensional, obtenemos :

$$V_c / [dg(s-1)]^{1/2} = f (d/D, D\rho (dg(s-1))^{1/2} / \mu, C) \quad (1.42)$$

La velocidad característica $[dg(s-1)]^{1/2}$ se utiliza para definir el número de Reynolds. En el estado estable, la fuerza de arrastre (F_d) de una esfera sedimentada en un líquido es igual al valor neto de las fuerzas de gravedad y de flotación, representadas en la siguiente ecuación:

$$F_d = \pi d^2 \rho v^2 C_d / 8 = \pi d^3 (\rho_s - \rho) / 6 \quad (1.43)$$

A partir de considerar un fluido Newtoniano, en régimen turbulento, fue posible desarrollar la siguiente ecuación (1.44), que permite predecir la velocidad crítica de flujo de una suspensión con partículas esféricas, la cual tiene la forma:

$$V_c / [dg(s-1)]^{1/2} = 1.85 C^{0.1538} (1-C)^{0.3564} (d/D)^{-0.378} Re^{0.09} \alpha^{0.3} \quad (1.44)$$

donde:

α = la fracción de remolinos con una velocidad mayor a la velocidad de los sólidos, que es muy cercano a la unidad ($\alpha > 0.95$).

1.3 SIMULACION.

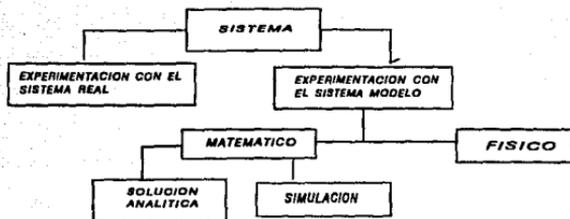
1.3.1 DEFINICION Y CLASIFICACION DE LOS SISTEMAS (Payne, 1988; Gordon, 1989; Law y Kelton, 1991).

Un sistema se define como una serie de entidades, gentes o máquinas, que actúan o interactúan juntas para la realización de algún fin lógico. En la práctica, el significado de sistema depende de los objetivos que se plantean en un estudio en particular. Las entidades recolectadas que componen un sistema para realizar un estudio son solamente un subconjunto del sistema global. Se tiene que definir el estado del sistema para que esas variables puedan describir el comportamiento del sistema en un tiempo específico, de acuerdo con el objetivo de estudio.

Los sistemas se pueden clasificar en dos tipos: discretos y continuos. Un sistema discreto es aquel, en el cual, el cambio en las variables de estado es dependiente del tiempo. Un sistema continuo es aquel, en el cual, el cambio en las variables de estado es continuo y constante con respecto al tiempo. Pocos sistemas en la práctica son totalmente discretos o continuos, pero en la mayoría predomina un tipo de cambio, lo cual permite que un sistema se pueda clasificar como continuo o discreto.

1.3.2 FORMAS DE ESTUDIAR UN SISTEMA.

En la mayoría de los sistemas, hay un momento en el cual se tiene la necesidad de estudiarlos para aprender algún nuevo conocimiento como resultado de la modificación de alguno de los componentes del sistema, o para predecir su desempeño bajo nuevas condiciones de operación. En el Cuadro 1.5 se muestran las diferentes formas en que se podría estudiar un sistema.



Cuadro 1.5 Formas de Estudiar un Sistema

Experimentación con el sistema real o con el sistema modelo. Si fuera posible y eficiente en costo alterar el sistema real físicamente, para realizar experimentos en él, bajo nuevas condiciones, se obtendrían resultados más rápidos. Sin embargo, es difícil hacer esto, ya que el experimento sería demasiado costoso y alteraría el sistema. En ocasiones el sistema ni siquiera existe, pero es necesario que se estudien diferentes configuraciones que puedan dar una solución al problema para posteriormente incorporarlas en el sistema real. Por estas razones, es necesario construir un modelo que represente al sistema, y estudiar en él las alternativas de modificación para posteriormente sustituirlas en el sistema real.

Experimentar con el modelo físico o con el modelo matemático. Para la mayoría de la gente, la palabra "modelo" evoca imágenes de carros a escala o en miniatura en túneles de viento. Estos son algunos ejemplos de modelos físicos, también llamados modelos icónicos, y no son los tipos de modelos que se necesitan para experimentar e investigar las condiciones operativas, ni para el análisis de los sistemas. Sin embargo, se han estado construyendo modelos físicos útiles para estudiar problemas de ingeniería o de sistemas de administración. La mayoría de los modelos construidos para estudiar un sistema, son modelos matemáticos que representan a un sistema en función de relaciones lógicas y cuantitativas, que son manejadas y modificadas para ver como reacciona el modelo, y de esta forma predecir cómo operaría el sistema real bajo las nuevas condiciones. Mediante un modelo matemático se pueden obtener las soluciones para un problema real. Pero no todos los problemas se resuelven con el mismo modelo matemático, sino que debe plantearse un modelo para cada problema.

Trabajar con la solución analítica o con la simulación. Una vez que se tenga un modelo matemático, se tiene que examinar cómo responde a las necesidades del sistema que supuestamente representa. Si el modelo es lo suficientemente simple, es posible que se pueda trabajar con los valores de las relaciones lógicas, para obtener una solución analítica exacta. Este método es generalmente superior que el método de simulación. Las soluciones analíticas son más exactas, proveen más información, y sus resultados son más fáciles de obtener que los de la simulación. La simulación no debe ser usada para reemplazar el análisis matemático. Por el contrario, el análisis matemático debe utilizarse para reemplazar la simulación tanto como sea posible.

La razón principal para utilizar la simulación, es que muchos modelos no pueden ser analizados adecuadamente por técnicas matemáticas (soluciones analíticas). Cuando las soluciones analíticas son extremadamente complejas y existen interacciones no lineales entre las variables, en este caso, el modelo tiene que ser estudiado por medio de la simulación.

1.3.3 DEFINICION DE SIMULACION.

La simulación es un método por el cual se diseña un modelo matemático para estudiar la dinámica de un sistema, y en el cual se realizan experimentos con el propósito de comprender el comportamiento del sistema o de evaluar diversas estrategias para la operación del sistema, dentro de los límites impuestos por un criterio o conjunto de criterios.

La simulación puede ser utilizada para estudiar casi cualquier problema, pero solamente bajo ciertas condiciones. Se requiere que se construya un modelo que represente el comportamiento del sistema en función de relaciones matemáticas y lógicas entre las variables. Este modelo tiene que representar adecuadamente los efectos principales que se relacionan con el problema que se estudia. Mientras que no se encuentre un modelo, no se puede utilizar la simulación.

Después de que se tenga el modelo del sistema para la computadora, se puede utilizar la simulación para investigar el desempeño del sistema. Los resultados de cada experimento de simulación son esenciales para determinar la validez del modelo. La ventaja de la simulación es que estos experimentos están completamente controlados.

Es un hecho que la mayoría de los problemas o situaciones que encontramos se pueden resolver mediante simulación, debido a la complejidad de los sistemas de interés y a la validez de los modelos.

1.3.4 CLASIFICACION DE LOS MODELOS DE SIMULACION.

Una vez que se tiene el modelo matemático para realizar un estudio por simulación, se tienen que buscar las herramientas adecuadas para realizarla. De acuerdo a las características de los modelos de simulación se puede clasificar en tres tipos :

LA SIMULACION DINAMICA O ESTATICA. Un modelo de simulación estático es una representación de un sistema en un tiempo específico; un modelo de simulación dinámica representa el desenvolvimiento de un sistema con respecto al tiempo.

LA SIMULACION DETERMINISTICA O LA ESTOCASTICA. Si un modelo de simulación no contiene componentes probabilísticos, es decir, aleatorios, éste es llamado determinístico. Un sistema de ecuaciones diferenciales complicado y analíticamente intratable, que describa una reacción química podría ser un modelo de este tipo. En el modelo determinístico, los resultados finales están en función del conjunto de valores y relaciones iniciales que son especificados en el modelo, aún cuando la computadora se podría tomar una gran cantidad de tiempo para evaluar estas relaciones. Muchos sistemas, sin embargo, tiene que ser modelados tomando en cuenta cuando menos algunos componentes aleatorios, lo que da como resultado un modelo de simulación estocástico. Los modelos de simulación estocásticos producen resultados aleatorios, por lo que, los resultados obtenidos son solamente un valor estimado de las verdaderas características del modelo. Esta es una de las principales desventajas de la simulación.

LA SIMULACION DISCRETA O CONTINUA. La definición de los modelos de simulación discreta y continua es análoga a la de los sistemas discretos y continuos. La decisión de utilizar un modelo discreto o continuo para un sistema en particular depende de los objetivos específicos del estudio.

1.3.5 DEFINICION DE VALIDACION, VERIFICACION Y CREDIBILIDAD DE LOS PROGRAMAS DE SIMULACION.

Uno de los problemas más difíciles que tiene que enfrentar un analista de simulación, es el de intentar determinar si un modelo de simulación es una representación exacta del sistema real que se estudia. Si un modelo no es "válido", entonces, cualquier conclusión derivada del modelo es incorrecta.

Para determinar si un modelo es una representación exacta del sistema real hay que verificar, validar y comprobar los datos del programa de simulación. La verificación comprueba que la información del sistema real, diagramas de flujo y suposiciones, estén adecuadamente definidas en el modelo de simulación. A pesar de que el concepto de verificación es simple, se convierte en una tarea ardua y difícil.

Con la validación se determina si un modelo de simulación es una representación exacta del sistema real. Para realizar la validación, los resultados obtenidos por el programa de simulación deben ser reproducibles, repetitivos y, además, similares a los obtenidos en el sistema real, bajo condiciones normales de operación. Una de las herramientas más importantes de la validación es el análisis estadístico de los resultados.

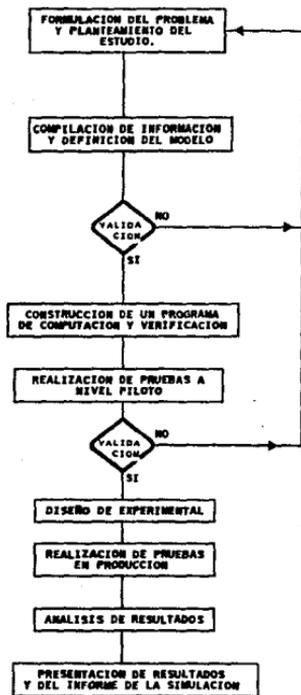
Cuando un modelo de simulación y sus resultados son aceptados como válidos por el cliente, y son utilizados como una base de apoyo para la toma de decisiones, se dice que el modelo tiene credibilidad.

Aunque la credibilidad no es muy discutida en la literatura, es probablemente tan importante como la validación de un modelo.

La importancia de la credibilidad de un modelo, es que es la razón más importante para emplear la animación. La animación es el modo más efectivo para que un analista pueda explicar la importancia del modelo y sus resultados al cliente.

1.3.6 PASOS PARA REALIZAR UN ESTUDIO POR SIMULACION

Ahora que hemos observado con detalle el trabajo de la simulación, debemos retroceder un poco y reconocer que la modelación en detalle y la codificación son partes necesarias para realizar, entender y diseñar un estudio por simulación, es importante considerar que la falta de recursos puede modificar el diseño experimental. En el Cuadro 1.6. se muestran los pasos que componen un estudio de simulación, así como las relaciones que existen entre ellos. No todos los estudios contienen necesariamente todos estos pasos en el orden planteado. Algunos estudios pueden contener más pasos que no se presentan en el diagrama.



CUADRO 1.6 PASOS PARA REALIZAR UN ESTUDIO POR SIMULACION.

En cada paso se cumple con un objetivo en específico. A continuación se explica la finalidad que tiene cada paso.

1. *Formulación del problema y planteamiento del estudio.* Cada estudio tiene que comenzar con una declaración adecuada de los objetivos generales y específicos y hacia donde están dirigidos; sin tales declaraciones se pueden presentar pequeñas confusiones. Deben delimitarse los diseños alternativos para el sistema, en los cuales se realicen los estudios, así como los criterios para evaluar la eficiencia de estas alternativas. El estudio global debe estar planificado en función de la cantidad de gente, el costo, y el tiempo requerido por cada aspecto del estudio.

2. *Compilación de información y definición de un modelo.* La información sobre el sistema de interés debe recopilarse y utilizarse para especificar los procedimientos operativos y las distribuciones de probabilidad para las variables aleatorias utilizadas en el modelo. La construcción de un modelo matemático y lógico de un sistema real para un objetivo dado es una ciencia. Aunque hay pocas reglas que propongan cómo se debe iniciar el proceso de modelación, un punto en el cual la mayoría de los autores concuerdan es que siempre es mejor comenzar con un modelo moderadamente detallado, que puede posteriormente sofisticarse si es necesario. Un modelo debe contener la información suficiente para capturar la esencia del sistema con el propósito de crear el modelo. No es necesario tener una correspondencia uno a uno entre los elementos del modelo y los elementos del sistema. Un modelo detallado excesivamente puede ser demasiado caro para programar y ejecutar.

3. *Validar.* Aunque se cree que la validación es algo que debería realizarse hasta que el estudio de simulación esté completo, hay varios puntos durante el estudio donde la validación es importante. Uno de esos puntos es cuando se realiza la construcción del modelo.

4. *Construcción de un programa de computación y verificación.* El diseñador del programa de simulación tiene que decidir si el programa para el modelo se realiza con un lenguaje general o uno de simulación. Un lenguaje general es muy conocido y está disponible en la computadora; puede llevar a ejecuciones más rápidas, ofreciendo muchos de los caracteres distintivos necesarios para programar un modelo, aunque un lenguaje de simulación puede reducir el tiempo de programación significativamente.

5. *Realizar pruebas a nivel piloto.* Las pruebas a nivel piloto con el modelo físico se realizan con el propósito de validar los resultados obtenidos por el programa de simulación.

6. *Validación.* Los resultados de las pruebas a nivel piloto se pueden utilizar para probar la sensibilidad del modelo a pequeños cambios en los valores de un parámetro importante. Si los resultados cambian, se debe obtener un estimador para el parámetro. Si existe un sistema similar al de interés, los resultados obtenidos de las pruebas a nivel piloto pueden compararse con los del sistema real. Si la comparación es buena, se legaliza el modelo modificándolo para que represente el sistema de interés; esperando que estas modificaciones no sean demasiado extensas.

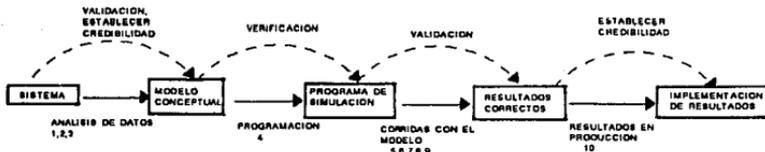
7. *El diseño experimental.* En este paso se tiene que decidir si existen diseños alternativos para el sistema a simular, que puedan simularse razonablemente. Frecuentemente no se puede tomar la decisión en este momento. En lugar de eso, se utilizan los resultados de la corrida de producción (paso 8), para seleccionar las técnicas que permitan decidir qué partes adicionales del sistema podrían simularse. Por cada diseño adicional a simular, se tienen que tomar en cuenta las condiciones iniciales de las pruebas de simulación, la duración del período, la duración de las pruebas de simulación y el número de pruebas de simulación (repeticiones) a realizar por cada alternativa. Cuando se diseña y se realiza una prueba en producción, es posible utilizar ciertas técnicas de reducción de varianza para dar resultados con mayor precisión estadística, sin ningún costo adicional.

8. *Realizar pruebas en producción.* Las pruebas en producción se realizan para obtener información sobre el desempeño de los diseños del sistema de interés.

9. *Análisis de la información obtenida.* Las técnicas estadísticas se utilizan para analizar la información obtenida de la prueba en producción. Un intervalo de confianza, que forma parte de una técnica estadística, sirve para realizar una medida sobre el desempeño de un diseño en particular o para decidir si el sistema simulado es mejor que alguna medida especificada de desempeño.

10. *Los resultados y el informe de la simulación.* Debido a que los modelos de simulación son utilizados para más de una aplicación, es importante decir cuáles fueron las suposiciones que se introdujeron en el modelo, así como en el programa de cómputo.

En el Cuadro (1.7) se muestra en qué pasos de un estudio de simulación debe emplearse la validación, verificación y credibilidad de un modelo de simulación.



CUADRO 1.7 Pasos de un estudio de simulación en los cuales debe realizarse la Validación, Verificación y Credibilidad.

Los rectángulos representan los pasos del estudio de simulación en los que se encuentra el modelo o el sistema de interés, las líneas gruesas corresponden a las acciones necesarias para pasar de un estado a otro, y las líneas punteadas muestran el lugar en donde se emplean los conceptos. El número debajo de cada flecha corresponde a los pasos en un estudio de simulación.

Para realizar la validación de un programa de simulación los resultados obtenidos deben ser contrastados con un análisis estadístico, que permita estimar los intervalos de confianza. En este análisis estadístico deben involucrarse el número de repeticiones y el tiempo de ejecución de cada una.

1.3.7 PRINCIPIOS DE VALIDACION DE LOS MODELOS DE SIMULACION

Un simulador tiene que determinar qué aspectos del sistema real necesitan ser incorporados en el modelo de simulación, y cuáles pueden ser ignorados. Por lo general, no es necesario tener una correspondencia uno a uno entre cada elemento del sistema, ya que muy rara vez se requiere.

A continuación se presentan algunos lineamientos generales que permiten determinar el nivel de detalle que debe tener un modelo de simulación para su posterior validación.

1) Definir cuidadosamente los temas de investigación, los intervalos de confianza para la evaluación de los resultados, la manera en que el modelo va a ser utilizado y las configuraciones alternativas del sistema al comienzo del estudio.

2) Los modelos no son universalmente válidos, sino que son diseñados para propósitos específicos. Si los temas de interés no se han especificado es imposible determinar qué tan detallado debe estar el modelo.

3) Ya que algunos modelos pueden estimar exactamente una medida de desempeño pero no otra, es importante especificar cuál es la medida de interés. El usuario del modelo, debe saber cuáles son los datos que requiere el modelo, para poder ejecutar rápidamente el programa.

4) La comprensión adecuada de las configuraciones del sistema a simular, evita una gran reestructuración del programa de simulación para futuros experimentos. Un modelo no puede emplearse para resolver problemas muy diferentes.

5) La gente más relacionada con los sistemas a simular deben aportar toda la información que tengan sobre todos y cada uno de los componentes del sistema, para proponer éstos en el modelo.

6) Emplear pruebas de bondad de ajuste, adecuados para el análisis de los resultados obtenidos.

7) El nivel de modelo debe ser consistente con el tipo de información que esté disponible. Por lo general, un modelo utilizado para diseñar un nuevo sistema industrial debe estar menos detallado, que uno que se utiliza para modificar un sistema ya existente.

8) Para un estudio de simulación, el tiempo y el dinero son factores muy importantes para determinar qué tan detallado debe estar el modelo. Si la cantidad de factores, aspectos de interés, son muchos, se utiliza un modelo de simulación analítico para identificar los factores más importantes antes de desarrollar un modelo de simulación.

9) Un estudio de simulación requiere de personal técnico calificado en estudios de simulación.

1.3.8 VERIFICACION DE LOS PROGRAMAS DE COMPUTACION PARA SIMULACION.

En esta sección se presentan ocho técnicas que son utilizadas para la verificación de un programa de computación para realizar un estudio de simulación

TECNICA 1. Para desarrollar un modelo de simulación, el programa de computación debe escribirse en subrutinas, para que al ejecutarlo no presente muchos errores, y en caso de que existan no sea muy difícil de ubicar. Primero debe definirse y escribirse el programa de simulación principal y algunas de las claves para las subrutinas de los programas secundarios necesarios para la ejecución del programa de simulación. Después deben incorporarse los programas secundarios sucesivamente, hasta tener el modelo completamente desarrollado.

Es mejor comenzar con un modelo moderadamente detallado, que se pueda complementar gradualmente de acuerdo a las necesidades del sistema, que iniciar inmediatamente con un modelo complejo, que puede resultar más detallado y más caro para trabajar.

TECNICA 2. Es aconsejable tener a más de una persona que verifique la calidad del programa de computación, cuando se desarrollan modelos de simulación, ya que uno solo puede no encontrar errores durante la estructuración del programa.

TECNICA 3. Realizar una prueba del programa de simulación modificando el orden de entrada de los parámetros y comprobando que los resultados obtenidos sean razonables en cada una de las pruebas, lo cual es útil para definir las pruebas estadísticas a utilizar para la validación del programa.

TECNICA 4. Una de las técnicas más poderosas que se pueden utilizar para verificar un programa de simulación es realizar un seguimiento de los resultados obtenidos por el programa.

En el seguimiento de los resultados se encuentran enlistadas las variables de estado del sistema simulado, los resultados de cada evento y de las pruebas estadísticas. Es adecuado realizar una impresión de los resultados obtenidos después de cada evento y compararlos con los cálculos manuales, con la finalidad de verificar si el programa está dando resultados congruentes.

Lamentablemente, puede ocurrir que durante la redacción del programa de simulación se omitan las palabras claves que permitan realizar el seguimiento del programa, o todavía peor, que por algún error durante la redacción del programa evite su ejecución. Cada uno de estos problemas ocasiona que el programa de simulación vuelva a ser revisado. Es preferible utilizar un detector de errores, que permita al analista detener la simulación en un punto seleccionado para examinar y cambiar los valores de ciertas variables. Los lenguajes de simulación más actuales tienen un detector de errores.

TECNICA 5. El modelo debe ser ejecutado lo más pronto posible, con suposiciones simples que permitan conocer sus características, que faciliten su cálculo y comparación con cálculos manuales.

TECNICA 6. La estructuración del modelo de simulación, debe permitir realizar una animación de los resultados de la simulación.

TECNICA 7. Registrar el valor de la media y de la varianza de los resultados para cada distribución probabilística de los datos iniciales para la simulación y para compararlos con los valores esperados. Con la comparación se espera que los resultados obtenidos indiquen que han sido generados correctamente por el programa.

TECNICA 8. Utilizar paquetes de simulación que permitan reducir el número de líneas de código. Teniendo cuidado al utilizarlos, ya que pueden contener errores, o declaraciones innecesarias.

1.3.9 COMPROBACION DE LAS SUPOSICIONES EMPIRICAS DEL MODELO.

El segundo paso de la validación tiene como objetivo comprobar cuantitativamente que las suposiciones realizadas durante las etapas iniciales del desarrollo del modelo, son correctas.

Unas de las herramientas más útiles durante el segundo paso de la validación es el análisis de sensibilidad. Esta puede ser utilizada para determinar si los resultados de la simulación, el valor de una distribución de probabilidades o el nivel de detalle para un subsistema están cambiando. Si los resultados cambian apreciablemente, es decir, son sensibles a algunas modificaciones, con algún aspecto del modelo, entonces ese aspecto tiene que ser modelado cuidadosamente.

Quando se ejecuta un análisis de sensibilidad, es importante utilizar el método de números aleatorios comunes, para controlar el comportamiento al azar de un factor durante la simulación. El efecto por la modificación en el factor puede confundirse con otros cambios que ocurran inadvertidamente.

Si uno está intentando determinar la sensibilidad de los resultados al final de la simulación con los cambios en dos o más factores de interés, entonces se puede utilizar un diseño experimental estadístico para cubrir este propósito. El efecto de cada uno de los factores se estiman formalmente y, si la cantidad de factores no es muy grande, se puede detectar las interacciones entre los factores.

1.3.10 DETERMINACION DE LA REPRESENTATIVIDAD DE LOS RESULTADOS DE LA SIMULACION.

La prueba más definitiva de validez para los modelos de simulación, es estableciendo si su información final se asemeja estrechamente con la información final que se obtenga en el sistema real. Si existe un sistema similar al propuesto, entonces, se desarrolla un modelo de simulación para el sistema existente y su información final es comparada con la del sistema elegido.

Si los dos conjuntos de información se comparan favorablemente, entonces el modelo del sistema existente es considerado válido, si no el modelo debe ser modificado para que represente al sistema propuesto de la mejor manera posible.

Algunos analistas podrían contrariar en la idea de construir primero un modelo de simulación de un sistema existente, ya que puede parecer que se desperdicia tiempo y dinero. Sin embargo, si un modelo no está validado, entonces cualquier resultado obtenido por éste es un valor dudoso. Las siguientes son algunas de las razones adicionales para apoyar que se construya un modelo del sistema existente:

1) El modelo de un sistema existente puede sugerir mejoras al sistema. Si con este esfuerzo la credibilidad del estudio aumenta, el modelo es exitoso.

2) Se han sugerido un gran número de pruebas estadísticas para la validación del modelo de simulación. Sin embargo, la comparación no es tan simple como podría parecer, no todos los procesos de salida de todo el sistema y las simulaciones son estacionarias y autocorrelacionadas. Así, las pruebas estadísticas clásicas basadas en observaciones independientes e idénticamente distribuidas, no son aplicables. Se cree que es más útil preguntar si existen o no diferencias significativas entre el sistema y el modelo, lo suficientemente grandes para afectar cualquier conclusión derivada del modelo.

3) Si al comparar los resultados de un sistema existente con los de un modelo de simulación y encontramos diferencias significativas, debe modificarse el programa y volver a iniciar la simulación. Si en la nueva salida los datos de la simulación se comparan favorablemente con los resultados del sistema, entonces el modelo puede ser considerado como válido. Si en lugar de eso, hay diferencias mayores entre los datos del sistema y los resultados del modelo, se tienen que hacer nuevamente cambios en el modelo y volver a iniciar la simulación; la información de salida se compara de nuevo con los resultados del sistema y esta vez sino existen diferencias, el modelo es válido. A este procedimiento, se le llama calibración de un modelo, que se basa en la modificación continua del modelo hasta que los dos conjuntos de datos concuerdan estrechamente. Para validar el modelo, se puede utilizar un conjunto completamente independiente de datos iniciales y finales del sistema.

La calibración del modelo puede realizarse con el segundo conjunto de datos y los resultados del modelo, que son comparados con el segundo conjunto de información del sistema.

1.3.11 VENTAJAS Y DESVENTAJAS.

Como se mencionó anteriormente, la simulación es un método ampliamente utilizado y popular para estudiar sistemas complejos. Algunas ventajas de la simulación son las siguientes:

1) Un sistema de la vida real complejo con elementos estocásticos, no puede ser descrito exactamente por un modelo analítico. En este caso el único tipo de investigación posible es la simulación.

2) La simulación le permite a uno estimar el desempeño de un sistema, proyectando algún conjunto de condiciones operativas.

3) Se proponen varios diseños alternativos para realizar un estudio por simulación, para encontrar el modelo que represente al sistema se comparan los resultados obtenidos de la simulación de los diferentes sistemas.

4) En una simulación se puede tener mejor control sobre las condiciones experimentales, que cuando se experimenta con el sistema real.

5) La simulación nos permite estudiar un sistema por mucho tiempo en la computadora dando como resultado que el tiempo de trabajo disminuya, además se realiza un estudio más detallado del sistema.

La simulación también tienen sus inconvenientes. Algunas de las desventajas son las siguientes:

1) Cada corrida de un procedimiento estocástico del modelo de simulación solamente estima algunas de las características verdaderas de los modelos para un conjunto particular de parámetros. Así, el modelo debe trabajarse independientemente porque probablemente se requiera un conjunto de parámetros diferentes para realizar el estudio. Por esta razón, los modelos de simulación son generalmente no tan buenos para la optimización comparados con los arreglos numéricos del sistema alternativo especificado por el diseñador. Por otra parte, un modelo analítico puede producir características más exactas sobre la factibilidad del modelo para una variedad de conjuntos de parámetros de entrada. Así, si un modelo analítico válido está disponible o puede desarrollarse fácilmente, es generalmente más preferible que un modelo de simulación.

2) Frecuentemente los modelos de simulación son caros y toma mucho tiempo desarrollarlos.

3) La gran cantidad de números producidos por un estudio de simulación crean una tendencia a colocar un mayor intervalo de confianza a los resultados del estudio. Si un modelo no representa de manera válida a un sistema bajo estudio; la simulación resultante, no importa cual impresionante aparezca, proporciona información poco útil acerca del sistema real.

Asumiendo que se haya tomado la decisión de utilizar la simulación como herramienta, se han encontrado que existen varias trampas para realizar un estudio de simulación, tales como:

1) La falta de tener un conjunto bien definido de objetivos en el comienzo del estudio de simulación.

2) El nivel impropio del detalle para el modelo

3) La falta para comunicarse con administradores de bases regulares durante el transcurso del estudio de simulación.

4) Tratar un estudio de simulación como si fuera principalmente un ejercicio complicado de programación en la computadora.

5) La falta de tener gente capacitada y entrenada en el área de investigación operativa y para operar el equipo de modelización, utilizando software de simulación comercial que puede contener errores o cuyas declaraciones complejas no puedan estar bien documentadas y no se pueda instrumentar los modelos lógicos deseados.

6) El uso indebido de la animación.

7) La falta para considerar correctamente las fuentes aleatorias en el sistema real.

8) Utilizar distribuciones arbitrarias (uniforme o normal) al iniciar la simulación.

9) Analizar los resultados de una corrida de simulación utilizando fórmulas estadísticas que suponen independencia.

10) Hacer una multiplicación única de un sistema particular para diseñar y tratar las estadísticas de salida como las respuestas verdaderas.

11) Comparar sistemas alternativos para diseñar sobre la base de los resultados obtenidos por cada diseño.

1.4 ASPECTOS BASICOS SOBRE EL YOGURT CON FRUTAS

1.4.1. GENERALIDADES.

El Yogurt es un producto obtenido de la fermentación de la leche con un cultivo lácteo. Su consumo ha aumentado en muchas ciudades al pasar los años. Hoy en día, se producen muchas variedades de yogurt. Existen tres tipos principales: natural, batido con frutas y para beber.

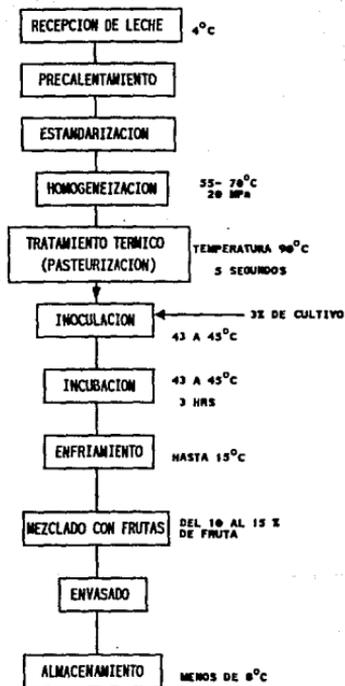
El yogurt tiene como características primordiales una cierta consistencia, acidez y aroma, que se obtienen por la adición a la leche de microorganismos lácticos acidificantes específicos (*Lactobacillus bulgaricus* y *Streptococcus thermophilus*). Las propiedades fermentativas y aromatizantes de las bacterias lácticas del yogurt, son las que confieren al producto final sus características organolépticas típicas.

El yogurt puede no ser del todo natural, ya que contiene diverso aditivos, frutas, nueces y aromas. La viscosidad y la textura del yogurt pueden variar considerablemente dependiendo de la calidad y composición de la leche.

La composición de la leche puede variar por causas naturales, como: la estación del año, el estado de lactancia de la vaca, y también de algunos factores externos, como son: la adición de algunos componentes a la leche, con la finalidad de mejorar la calidad del yogurt o para contrarrestar el efecto de un tratamiento térmico sobre alguno de los constituyentes de la leche.

Cada uno de los elementos que forman parte de la leche van a influir en las características del yogurt; por ejemplo, la leche con alto contenido de grasa produce un yogurt cremoso, de agradable palatabilidad. La lactosa, que es utilizada como fuente de energía por los microorganismos lácticos, condicionan la acidez del yogurt. Las proteínas van a determinar la firmeza del coágulo y la consistencia del yogurt.

A continuación se presenta el diagrama de bloques del proceso de elaboración del yogurt con frutas (Cuadro 1.8), así como la descripción de cada una de las operaciones involucradas.



CUADRO 1.8 DIAGRAMA DE BLOQUES PARA LA ELABORACION DEL YOGURT CON FRUTAS.

1.4.2 PROCESO DE ELABORACION DEL YOGURT CON FRUTAS.

El yogurt con frutas se fermenta en tanques y se enfría antes de envasarse. Las principales operaciones para la elaboración de este tipo de yogurt son:

- 1) El pretratamiento de la leche
- 2) Inoculación con el cultivo iniciador
- 3) Incubación
- 4) Enfriamiento
- 5) Adición de fruta
- 6) Envasado.

El yogurt debe tener una apariencia suave, brillante, fresca, sabor agrio y aromático. El valor del pH debe estar entre 4 y 4.5. La característica más importante del yogurt es el cuerpo, el cual debe ser consistente y viscoso. A continuación se dará una breve descripción del proceso de elaboración del yogurt con frutas.

TRATAMIENTO PREVIO DE LA LECHE

El tratamiento previo de la leche para elaborar el yogurt debe ser controlado, ya que la leche es muy importante para tener una buena la calidad en el yogurt. Los factores más importantes son:

- Estandarización de la leche.
- Desaeración.
- Homogeneización.
- Tratamiento térmico.
- Aditivos.

ESTANDARIZACION DE LA LECHE.

Se realiza para incrementar los sólidos no grasos (SNG), especialmente la caseína y las proteínas del suero lácteo. La finalidad es obtener un yogurt viscoso y estable. Generalmente, los SNG de la leche deben aumentarse del 1 al 3%. La leche se estandariza hasta un contenido de grasa que varía entre el 0.1 y 4.0%. Al disminuir el contenido de grasa es más factible que el yogurt coagule. Para compensar esto, los SNG en el yogurt elaborado con leche descremada se incrementan más que en el elaborado con una leche con alto contenido de grasa. Este aumento puede hacerse por uno de los siguientes métodos:

- 1) Evaporación.
- 2) Adición de leche en polvo.
- 3) Adición de leche concentrada por ultrafiltración (UF).

EVAPORACION.

La leche se calienta a 90°C y entra al evaporador en sentido tangencial. La leche es asperjada en forma de vapor por medio de una bomba de vacío. El vapor es condensado en un intercambiador de calor de placas y la leche caliente entra a la etapa de regeneración.

La leche concentrada se descarga del evaporador por medio de una bomba centrífuga. Normalmente, del 10 al 20 % de la leche es eliminada durante la evaporación. Para alcanzar este grado de evaporación, la leche se tiene que estar reciclando a través del evaporador.

La leche concentrada se homogeneiza a una presión de 20 MPa y una temperatura de 55 a 70°C. Posteriormente regresa al intercambiador de calor para que se le realice la pasteurización a una temperatura de 90°C, que se mantiene constante durante un tiempo de 5 segundos en el tubo de mantenimiento. La leche se enfría hasta la temperatura de incubación (43°C).

ADICION DE LECHE EN POLVO.

La leche es bombeada a un tanque de mezcla, y a través de un mezclador se añade la leche en polvo. La leche se recircula hasta que todo el polvo se mezcle bien y se disuelva completamente.

Dependiendo del tipo, cantidad de leche en polvo y la temperatura de mezclado, se recomienda un cierto tiempo de mezclado que permita a la mezcla una buena hidrolización. El azúcar se puede adicionar en la misma unidad de mezclado.

La leche normalizada se precalienta a 78°C en un intercambiador de calor de placas. La mezcla de leche en polvo con leche líquida aumenta el contenido de aire. Por esta razón, la leche precalentada es desaerada. Después de la homogeneización a una presión de 20 MPa, la leche se pasteuriza a 90°C por aproximadamente 5 segundos y posteriormente se enfría a la temperatura de incubación.

ADICION DE LECHE CONCENTRADA POR ULTRAFILTRACION (UF).

Una de las formas de incrementar la materia seca de la leche es mediante la adición de leche UF en lugar de leche en polvo, la adición de leche UF no elimina la etapa de pasteurización. La leche UF se adiciona directamente a los tanques de mezcla para la normalización de la leche.

DEAERACION.

La deaeración se realiza en productos lácteos fermentados, en los cuales el contenido de aire en la leche debe ser tan pequeño como sea posible. Es indiscutible que se incorpora aire durante el mezclado de la leche cuando se incrementan los SNG, en este caso, se recomienda realizar la deaeración de la leche.

La deaeración debe tener lugar en las primeras etapas del proceso de pasteurización. Las ventajas que se obtienen por la deaeración son:

- 1) se mejoran las condiciones de trabajo para el homogeneizador.
- 2) se tiene menor riesgo en la sección de pasteurización.
- 3) existe deodorización.
- 4) se imparte estabilidad y viscosidad al yogurt.

HOMOGENEIZACION.

El principal propósito de la homogeneización es dividir los glóbulos de grasa para lograr la separación de la crema. La homogeneización tiene un efecto positivo en la habilidad de la caseína para unir agua. Por otras razones se recomienda homogeneizar, no sólo la leche entera, sino también la leche descremada que se va a utilizar para productos fermentados. La presión de homogeneización recomendada es de 20 MPa a una temperatura de 55 a 70°C.

TRATAMIENTO TERMICO (PASTEURIZACIÓN).

El tratamiento térmico de la leche para el yogurt debe realizarse para:

- 1) mejorar las propiedades de la leche como medio, para las bacterias lácticas,
- 2) incrementar la viscosidad del yogurt,
- 3) obtener un producto más firme y estable.

La combinación de temperatura y tiempo más utilizada es la de 90°C y 5 segundos. Con este tratamiento térmico, las proteínas del suero lácteo se desnaturalizan dando al coágulo una mayor capacidad para unir agua. Debe notarse que un intenso tratamiento térmico, por ejemplo el UHT, tiene un efecto negativo en el coágulo comparado con el tratamiento de 90°C y 5 segundos.

La pasteurización de la leche para yogurt se realiza independientemente del método que se esté utilizando para incrementar el contenido de sólidos.

INCUBACIÓN

La leche pretratada es alimentada a uno de los tanques de incubación. La cantidad requerida de cultivo iniciador (del 2.5 al 3% con respecto a la cantidad de leche), es transportado por medio de una bomba positiva. Una vez que uno de los tanque de incubación se ha llenado, se da inicio al período de incubación que tiene una duración de tres horas. Cuando se alcanza el valor de pH (entre 4 y 4.5), la temperatura tiene que bajarse rápidamente hasta 15°C para retardar cualquier aumento en la acidez. El producto fermentado debe vaciarse en un periodo máximo de 30 minutos para que la calidad del producto sea uniforme.

El enfriamiento del yogurt se realiza en un intercambiador de calor de placas, posteriormente es alimentado a otro tanque antes de que sea bombeado hacia la envasadora. Se pueden adicionar diferentes tipos de frutas de manera continua al yogurt. La cantidad de fruta añadida varía del 10 al 15 %. La fruta y el yogurt son mezclados en la línea de producción, de manera continua por medio de un mezclador estático.

El coágulo que se forma durante la fermentación, es sensible al daño mecánico. Por esta razón, es de gran importancia que la planta esté bien diseñada.

Cuando se elabora yogurt batido con frutas, la caída de presión total entre el tanque de incubación y la envasadora debe ser tan baja como sea posible. Esto hace que la selección y dimensionamiento de tubos, válvulas, bombas, enfriadores, etc; sea muy importante. Además, de que la velocidad de flujo evite que exista sedimentación de la fruta, para que el yogurt no presente una separación en sus fases.

1.4.3 GOMAS EMPLEADAS PARA ESTABILIZAR YOGURT.

La adición de estabilizantes a la mezcla base para yogurt, tiene como finalidad, la de mejorar y mantener las características del yogurt, tales como: la textura, viscosidad, aspecto y cuerpo. El coágulo de yogurt es sometido a un tratamiento mecánico durante la elaboración, que implica:

- a) agitación en el tanque de fermentación al final del período de incubación o en el tanque de refrigeración;
- b) bombeo hacia un intercambiador de calor de placas;
- c) mezclado para incorporar la fruta o el aroma al coágulo, seguido del bombeo hacia la envasadora. Todo esto puede provocar una disminución en la viscosidad y/o una separación de suero; este tipo de defectos se pueden resolver mediante la adición de estabilizantes.

La acción que tienen los estabilizantes en el yogurt, son:

- 1) retener el agua libre y,
- 2) favorecer el aumento en la viscosidad.

En el Cuadro 1.9 se muestra la clasificación de las gomas que pueden ser adicionadas a la leche, con el objetivo de lograr una adecuada viscosidad en el yogurt. Estos estabilizantes se pueden añadir a la leche, ya sea solos o bien como mezclas.

La finalidad de mezclar varios estabilizantes es para lograr la función específica perseguida u obviar algunos problemas. La elección del estabilizante depende de diversos factores, como son:

- 1) las propiedades funcionales, efecto y/o modo de acción del estabilizante.
- 2) concentración óptima a utilizar (0.02 al 1%, dependiendo del estabilizante y de acuerdo con las disposiciones legales).
- 3) Los efectos tóxicos o inhibidores sobre el producto.
- 4) La solubilidad y el grado de disolución.
- 5) El efecto sobre la caseína.
- 6) Las condiciones de operación.
- 7) Sus características de solidificación.
- 8) Estándares higiénicos.

Cuadro 1.9 CLASIFICACION DE LOS DIFERENTES TIPOS DE GOMAS QUE PUEDEN UTILIZARSE PARA LA ELABORACION DE YOGURT (Glickman, 1969; Tamime y Robinson, 1991).

NATURALES	MODIFICADAS	SINTETICAS
VEGETALES	DERIVADOS DE CELULOSA	POLIMEROS
Exudados:	Carboximetilcelulosa	Derivados del polivinilo
Árbita	Metilcelulosa	Derivados del polietileno.
Tragacanto	Hidroxietilcelulosa	
Kerays	Hidropropilcelulosa	
Extractos:	Hidropropilmetilcelulosa	
Pectinas	Celulosa microcristalina	
Hefinas de semillas:	PRODUCTOS MICROBIANOS	
Agarobo	Dextranas	
Ouar	Xantanas	
DE ALGAS	OTROS	
Agar	Pectinas de bajo metilol	
Alginatos	Alginatos de propilenglicol	
Carrageninas	Almidones pregelatinizados	
Furcellaran	Almidones modificados	
ALMIDONES DE CEREALES	carboximetilados	
Trigo	con grupos hidroximetil	
Maiz	con grupos hidroxipropil	
ANIMALES		
Gelatinas		
Caseína		
OTRAS		
Proteína de soya		

Esta información sobre los estabilizantes utilizados para el yogurt, servirá como punto de partida para seleccionar la mezcla de gomas, que tengan un comportamiento reológico similar al yogurt y que será utilizado para medir las caídas de presión provocada por el flujo de una suspensión en una tubería cilíndrica.

La mezcla debe ser un buen agente suspensor, ya que debe mantener en suspensión los geles de gernetina, que simularán a los trozos de fruta que se encuentran en el yogurt. (Alfa Ival, 1991; Tamime y Robinson, 1991).

CAPITULO 2 DESARROLLO METODOLOGICO

CAPITULO II

Este capítulo se dividió en dos partes. En la primera se presenta la descripción de la parte experimental, en la cual se determinarán las propiedades físicas de los fluidos alimenticios, éstas fueron necesarias para la selección del fluido modelo, con el cual se realizó el trabajo en el sistema de flujo, y se utilizó para la validación del programa matemático.

En la segunda se desarrolla la parte teórica de la tesis, en donde se plantearon las ecuaciones que se utilizaron en el programa de simulación, el cual permite predecir las caídas de presión (ΔP) y la velocidad de sedimentación para el transporte de sólidos en suspensión (Cuadro 2.2).

En el desarrollo teórico se establecen las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad, que son necesarias para evaluar las velocidades de las partículas en un fluido no-Newtoniano (Cuadro 2.2). Para poder ejecutar el programa es necesario contar con los valores de algunas propiedades físicas del fluido y de las partículas, tales como los parámetros reológicos, densidad, concentración de partículas, por lo que es necesario establecer una parte experimental.

La evaluación de las propiedades reológicas de los fluidos se realizó utilizando un viscosímetro Rheomat de cilindros concéntricos, estas propiedades son necesarias para el cálculo de la ΔP provocada por el transporte de sólidos en suspensión en ductos cilíndricos (Cuadro 2.3).

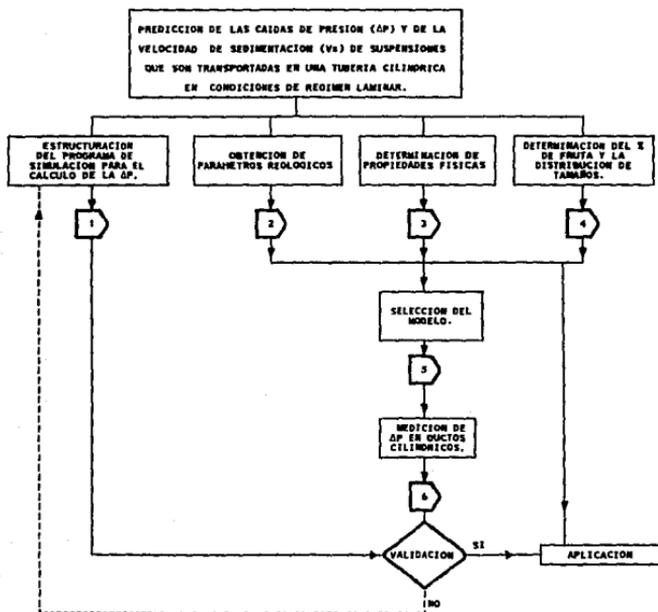
La determinación de densidad (ρ) se midió con un picnómetro, los sólidos totales (S.T.) por desecación y los sólidos solubles ($^{\circ}$ Brix) por medio del refractómetro, todos estos datos son necesarios para efectuar el cálculo de la ΔP (Cuadro 2.4).

La medición del tamaño de la partícula se realizó mediante una medición con una escala milimétrica y el porcentaje de fruta se obtuvo mediante el peso de fruta contenida en el yogurt, estos datos fueron necesarios para determinar el tipo de suspensión que va a ser transportada por la tubería, los métodos de determinación se muestran en el Cuadro 2.5.

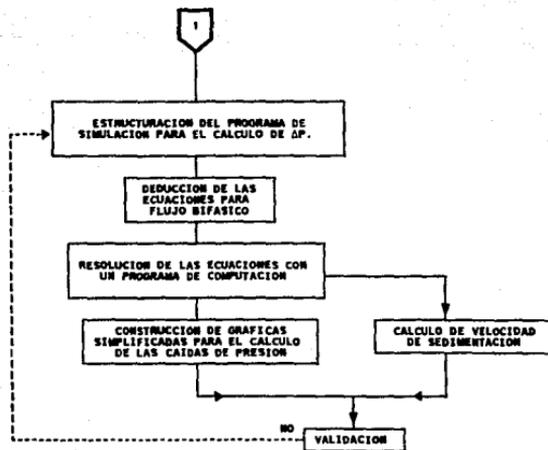
La selección del fluido modelo se describe en el Cuadro 2.6. El diseño experimental para la determinación de la ΔP en ductos cilíndricos en el sistema de flujo (Cuadro 2.7), la Caída de Presión fue necesaria para la validación del programa de simulación y para en caso de

ser necesario realizar ajustes en el mismo y pueda ser empleado para predecir las caídas de presión de otras suspensiones alimenticias.

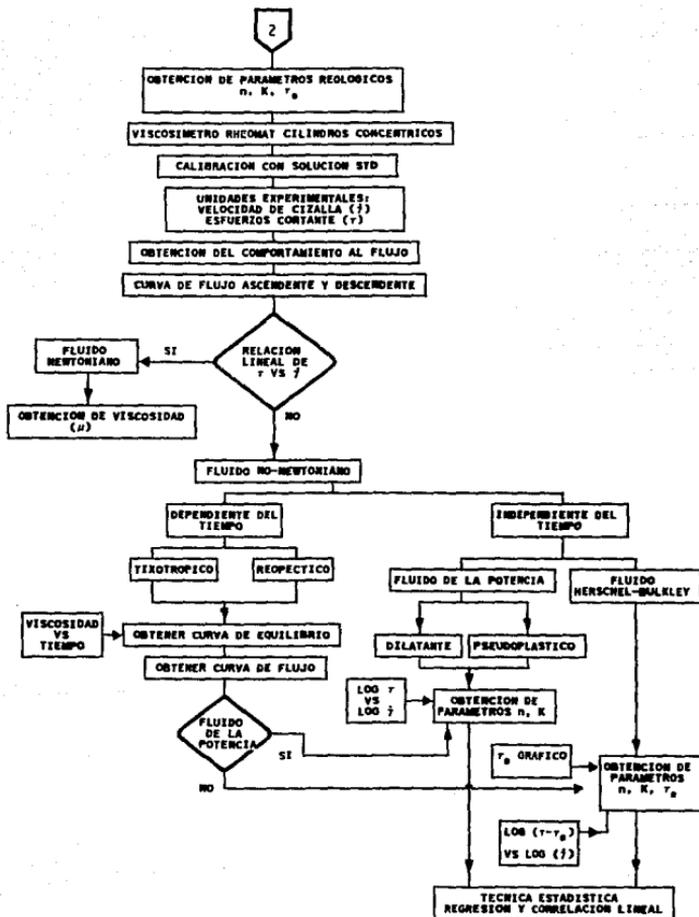
En el cuadro 2.1 se presenta el desarrollo metodológico para cada objetivo particular. Los conectores nos mandan al cuadro correspondiente, en los cuales se realiza la descripción metodológica de cada uno de los objetivos.



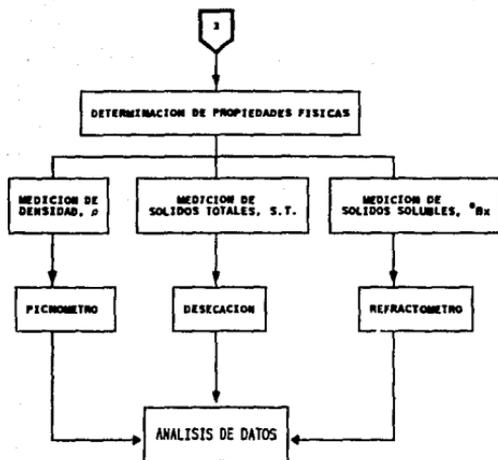
CUADRO 2.1 CONECTORES PARA LA DESCRIPCION DE METODOLOGIA.



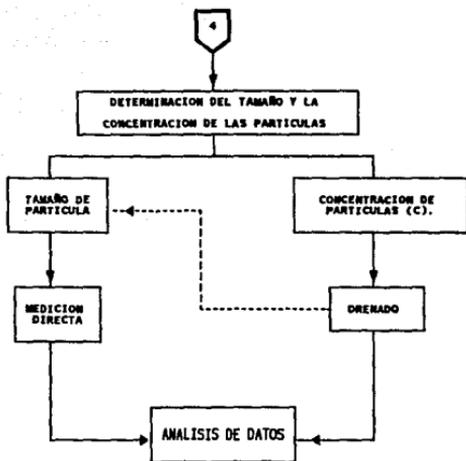
CUADRO 2.2 METODOLOGIA PARA EL CALCULO DE LAS CAIDAS DE PRESSION.



CUADRO 2.3 METODOLOGIA PARA LA OBTENCION DE PARAMETROS REOLOGICOS.



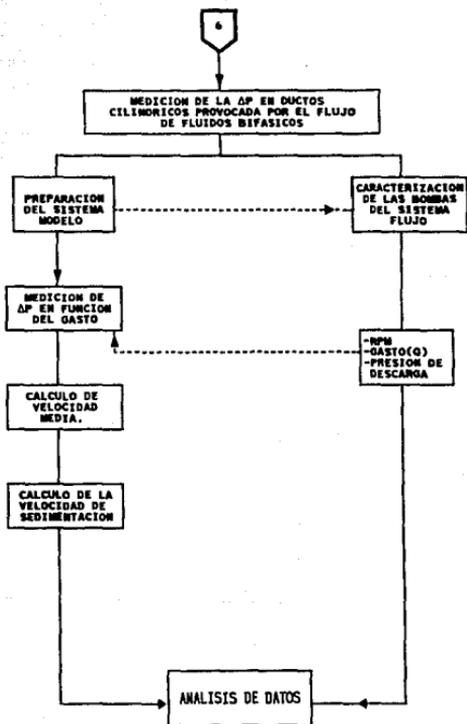
CUADRO 2.4 METODOLOGIA PARA LA DETERMINACION DE PROPIEDADES FISICAS



CUADRO 2.5 METODOLOGIA PARA LA DETERMINACION DEL TAMAÑO Y LA CONCENTRACION DE LAS PARTICULAS.



CUADRO 2.6 METODOLOGIA PARA LA SELECCION DEL MODELO



CUADRO 2.7 METODOLOGIA PARA LA MEDICION DE LA CAIDA DE PRESION EN DUCTOS CILINDRICOS.

2.1. DESARROLLO EXPERIMENTAL

2.1.1 DETERMINACION DE LAS PROPIEDADES REOLOGICAS

Para la selección de las bombas es necesario conocer la evaluar las propiedades reológicas del fluido en condiciones de velocidades de cizalla, similares a las que se presentan cuando se transporta en una tubería cilíndrica.

El Viscosímetro Brookfield RVT de agujas es ampliamente utilizado para medir la viscosidad aparente de un fluido, pero tiene el inconveniente de manejar un intervalo muy bajo de velocidades de cizalla (0 a 175 s^{-1}), que no son empleadas a nivel industrial, para resolver este problema se utiliza el viscosímetro Rheomat de cilindros concéntricos que permite medir la viscosidad aparente en un intervalo de velocidades de cizalla mayor (17.7 a 354.5 s^{-1}), que se encuentran dentro de las $\dot{\gamma}$'s utilizadas a nivel industrial en una tubería, de 6.4 a 118.3 s^{-1} para una tubería de 2In y un gasto de 1 a 20 gpm .

OBJETIVO

Determinar las propiedades y el comportamiento reológico de los diferentes fluidos que son transportados en una tubería cilíndrica, en los diferentes puntos del proceso de elaboración de yogurt con frutas.

ACTIVIDAD

- 1) Realizar la calibración del V. Rheomat de cilindros concéntricos con una solución estándar.
- 2) Obtener las curvas de flujo para cada uno de los fluidos.
- 3) Obtener el tipo de comportamiento y los parámetros reológicos de los fluidos (n , k , τ_0).

CARACTERISTICAS DEL EQUIPO

El viscosímetro Rheomat, es un viscosímetro de cilindros coaxiales compuestos de un móvil interno, que gira con una velocidad de rotación constante dentro de un recipiente externo fijo, que tiene las siguientes características:

Gama de velocidades de rotación de 0 a 1000 rpm .

Auto-cero.

Sensor de temperatura desde 0 a 80°C , con una precisión de $\pm 0.5^\circ\text{C}$.

Se tienen 3 cilindros internos de medición.

El producto a estudiar se encuentra entre el cilindro de medición y el recipiente externo, la velocidad de cizalla es constante.

Es reproductivo y repetitivo.

El esfuerzo cortante y velocidad de cizalla se calculan directamente, así como la viscosidad aparente expresada en pascal por segundo, la cual multiplicada por mil, da valores de centipoise o millipascal por segundo.

ECUACIONES

Para calcular la velocidad de cizalla ($\dot{\gamma}$) a partir de la velocidad de rotación, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\dot{\gamma} = B \cdot N$$

donde:

N = rpm del cilindro.

B = constante que depende del cilindro.

El esfuerzo cortante (τ) se puede calcular a partir de la siguiente ecuación:

$$\tau = M / 2\pi L R^2$$

donde:

M es el torque registrado en el aparato.

L es la longitud del cilindro interior.

R es el radio del cilindro interno.

No de Cilindro	R	Diámetro(mm)	Intervalo de Viscosidad(cP)
1	1.291	30	8 - 1500
2	.3545	24	40 - 6000
3	.1523	14	300 - 60000

Cuadro 2.8 Características de los Cilindros del Viscosímetro Rheomat Modelo 108.

A continuación se presentan los valores de las rpm que le corresponden a cada velocidad de rotación, independientemente del cuerpo o cilindro interno de medición.

Velocidad de rotación	r.p.m.
1	50
2	76.7
3	117.7
4	188.5
5	278.3
6	424.8
7	651.8
8	1000

Cuadro 2.9 Velocidades de rotación y rpm que se manejan en el V. Rheomat.
Tolerancia sobre las rpm \pm 3%.

Las dimensiones de cada uno de los cuerpos, así como el manual de operación del equipo se encuentran en el Anexo 1.

FLUIDO

Yogurt con frutas
Base para yogurt
Mermelada de fruta.

NIVEL DE VARIACION

Intervalo de velocidades de 0 a 1000 rpm

Parámetros constantes:

Temperatura de medición
Volumen de muestra
Cilindros de medición.

Unidades experimentales:

Esfuerzo cortante (τ)
Velocidad de cizalla ($\dot{\gamma}$)

Variable independiente = $\dot{\gamma}$

Variable dependiente = τ

TRATAMIENTO DE DATOS

1) Registrar los datos de τ en función de $\dot{\gamma}$. Para determinar si el fluido es dependiente o independiente del tiempo de cizallamiento, se deben registrar los valores del τ conforme se incrementa $\dot{\gamma}$ (de acuerdo con el aumento en la velocidad de rotación que va desde 50 hasta 1000 rpm), y disminuye $\dot{\gamma}$, todo esto sin apagar el equipo.

Graficar los datos de τ y $\dot{\gamma}$ de las curvas ascendente y descendente en coordenadas cartesianas. Si las dos curvas no coinciden, es decir, se forma un rizo de histéresis, se dice

Graficar los datos de τ y $\dot{\gamma}$ de las curvas ascendente y descendente en coordenadas cartesianas. Si las dos curvas no coinciden, es decir, se forma un rizo de histéresis, se dice que el fluido es dependiente del tiempo de cizallamiento, sino es así, si ambas curvas coinciden y se sobrepone, entonces el fluido es independiente del tiempo de cizallamiento.

Cuando el fluido presenta dependencia con el tiempo de cizallamiento, se someten a una $\dot{\gamma}$ constante, durante el tiempo que sea necesario hasta que la viscosidad aparente del fluido permanezca constante. Con los datos obtenidos graficar en coordenadas cartesianas la μ_{ap} en función del tiempo de cizallamiento a una $\dot{\gamma}$ constante.

Una vez que la viscosidad aparente permanezca constante, se procede a registrar los valores de τ en función de $\dot{\gamma}$, graficar estos datos en coordenadas cartesianas, con la finalidad de determinar gráficamente si existe un esfuerzo cortante inicial (τ_0). Esta gráfica debe realizarse tanto para los fluidos independientes, como para los fluidos dependientes del tiempo de cizallamiento, una vez que han alcanzado el equilibrio entre sus fuerzas.

Si el fluido presenta un τ_0 , graficar el $\log(\tau - \tau_0)$ vs $\log \dot{\gamma}$, de donde la pendiente es el índice de comportamiento al flujo (n) y el antilogaritmo de la ordenada al origen es el índice de consistencia (k). Si no existe un τ_0 , se grafica el $\log \tau$ vs $\log \dot{\gamma}$ y la pendiente es igual a n y el antilog de la ordenada es k .

TRATAMIENTO ESTADISTICO

Unidades experimentales:

Esfuerzo cortante τ

Velocidad de cizalla $\dot{\gamma}$

Variable de respuesta

Parámetros reológicos.

TECNICA ESTADISTICA

A los datos obtenidos se les calculará la media (\bar{x}), la desviación estandar (σ) y el coeficiente de variación (C.V.), para poder determinar cuales repeticiones se encuentran dentro de los intervalos de aceptación, y solo, utilizar aquellas que se encuentren dentro de éste, lo que dará una mayor credibilidad de los mismos.

2.1.2 DETERMINACION DE PROPIEDADES FISICAS

Las técnicas para determinar las propiedades físicas para fluidos lácteos y mermeladas son explicadas en la bibliografía (Egan y col, 1989).

OBJETIVO

Determinar las propiedades físicas de los diferentes fluidos que son transportados en una tubería cilíndrica, en los diferentes puntos del proceso de elaboración de yogurt con frutas.

ACTIVIDAD

- 1) Obtener los valores de densidad de los fluidos mediante el picnómetro.
- 2) Medir los °Brix de los diferentes fluidos con el refractómetro.
- 3) Obtener los valores del contenido de sólidos totales de cada uno de los fluidos mediante la desecación.

FLUIDOS

Yogurt con frutas
Base para yogurt
Mermelada de fruta.

TRATAMIENTO DE DATOS

Registrar los datos de peso y volumen para cada una de las diferentes muestras y tabularlas en un cuadro para el cálculo de la densidad.

Registrar los valores de los °Brix medidos en el refractómetro, al igual que el de los sólidos totales, para cada una de las muestras.

TECNICA ESTADISTICA

A los datos obtenidos se les calculará la media (\bar{x}), la desviación estandar (σ) y el coeficiente de variación (C.V.), para poder determinar cuales repeticiones se encuentran dentro de los intervalos de aceptación, y solo, utilizar aquellas que se encuentren dentro de ésta, lo que dará una mayor credibilidad de los mismos.

2.1.3 DETERMINACION DEL PORCENTAJE DE FRUTA Y DE LA DISTRIBUCION DE TAMAÑOS.

OBJETIVO

Determinar el % de fruta y la distribución de tamaños de la fruta de las mermeladas y del Yogurt con frutas.

ACTIVIDAD

- 1) Calcular el porcentaje de fruta contenida en los diferentes fluidos.
- 2) Medir el tamaño de partícula en los diferentes fluidos.
- 3) Obtener el tipo de distribución estadística que represente adecuadamente la distribución de tamaños de las partículas.

FLUIDOS

Yogurt con frutas
Mermelada de fruta.

TRATAMIENTO DE DATOS

Para determinar el porcentaje de fruta, se deben realizar los siguientes pasos:

- 1) Tomar muestras de 500 g; pesar la muestra para verificar el peso exacto de la misma.
- 2) Lavar la muestra con agua en un tamiz (malla 35) para eliminar el jarabe y quede únicamente la fruta.
- 3) Colocar la fruta lavada en un recipiente limpio (previamente pesado) para pesar la misma. Lavar y secar el recipiente.

Mediante la siguiente ecuación determinar el % de fruta:

$$\% \text{ de fruta} = (\text{g de fruta} / \text{g de muestra}) * 100$$

Para poder medir el tamaño de partícula, se deben realizar los siguientes pasos:

- 1) Tomar muestras de 500 g de muestra, lavarla con agua en un tamiz de malla 35 para eliminar el jarabe y quede únicamente la fruta.
- 2) Colocar la fruta lavada en un recipiente limpio, en el cual se realizará un cuarteo (división de la muestra en 4 partes) y se toma una parte para realizar la medición del tamaño de partícula.

3) Medir las dimensiones de la fruta con una regla y calcular el área de la partícula.

4) Construir histogramas de distribución de tamaño.

TECNICA ESTADISTICA

A los resultados del por ciento de fruta se les calculará la media (\bar{x}), la desviación estandar (σ) y el coeficiente de variación (C.V.), para poder determinar cuales repeticiones se encuentran dentro de los intervalos de aceptación, y sólo, utilizar aquellas que se encuentren dentro de éste, lo que dará una mayor credibilidad de los mismos.

Para el caso de la medición del tamaño de partícula, se calculó el valor del coeficiente de Skewness, para posteriormente seleccionar en base a este valor, el tipo de distribución estadística que represente adecuadamente la distribución de tamaños de partícula de cada fluido.

2.1.4. SELECCION DEL MODELO REOLOGICO PARA LA EXPERIMENTACION A NIVEL PILOTO.

Antes de realizar las mediciones de caída de presión con el yogurt y para validar el programa de simulación, es necesario trabajar con un sistema modelo con el cual se puedan realizar todas las modificaciones que sean necesarias al programa y este pueda emplearse para simular el transporte de suspensiones con características similares.

OBJETIVO

Seleccionar la dispersión de polisacáridos que presente el comportamiento y las características reológicas más parecidas a la base de yogurt.

ACTIVIDAD

- 1) Realizar la dispersión de los polisacáridos a las condiciones de temperatura y concentración establecidas.
- 2) Obtener las curvas de flujo para cada dispersión.
- 3) Obtener el tipo de comportamiento y los parámetros reológicos de cada dispersión.
- 4) Elegir en base a los resultados obtenidos, cual es la dispersión que tiene el comportamiento reológico más parecido a la base de yogurt.

FLUIDO

Dispersión de CMC - CARRAGENINA (GELAMIX).

Dispersión de CMC - CARRAGENINA (FRUCTOGEL).

Dispersión de AVICEL - CMC.

Dispersión de CMC

NIVEL DE VARIACION

Intervalo de concentración : 0.2 a 1.0%.

Parámetros constantes:

Temperatura de medición

Temperatura de dispersión

Unidades experimentales:

Concentración de los polisacáridos.

Esfuerzo cortante (τ)

Velocidad de cizalla ($\dot{\gamma}$)

Variable independiente = concentración y $\dot{\gamma}$.

Variable dependiente = τ

TRATAMIENTO DE DATOS

1) Se realiza el mismo tratamiento de datos, que fué detallado en el punto 2.1.1, y que se explicó en el Cuadro 2.3.

TRATAMIENTO ESTADISTICO

Unidades experimentales:

Concentración.

Esfuerzo cortante (τ)

Velocidad de cizalla ($\dot{\gamma}$)

Variable de respuesta

Parámetros reológicos.

TECNICA ESTADISTICA

A los datos obtenidos se les calculó la media (\bar{x}), la desviación estandar (σ) y el coeficiente de variación (C.V.), para poder determinar cuales repeticiones se encuentran dentro de los intervalos de aceptación, y sólo, utilizar aquellas que se encuentren dentro de éste.

2.1.5. MEDICIÓN DE LA ΔP PROVOCADA POR EL FLUJO DE FLUIDOS BIFÁSICOS EN DUCTOS CILÍNDRICOS.

Esta etapa es la más importante dentro de las experimentales, ya que es en esta en donde se realiza la medición de las caídas de presión (ΔP) provocadas por el flujo de suspensiones en una tubería. Los datos de esta etapa serán utilizados para validar los resultados del programa de simulación, el cual será utilizado para predecir la velocidad de sedimentación de partículas en suspensiones alimenticias y así se podrá establecer la velocidad mínima de flujo para el transporte de suspensiones en tuberías, sin que exista degradación de los sólidos.

Para poder realizar esta experimentación se cuenta con un sistema de flujo, en el cual se manejan condiciones de flujo volumétrico y presión de descarga, parecidas a las industriales, y por esto, los resultados obtenidos en el sistema flujo, serán totalmente comparables con los que se obtienen en una planta elaboradora de alimentos con sólidos en suspensión.

Las mezclas de polisacáridos propuestos para obtener el modelo de la base de Yogurt, fueron hechas en base a las Normas Oficiales Mexicanas, ya que estos polisacáridos son autorizados y forman parte de la formulación de una gran cantidad de productos comerciales.

OBJETIVO

Determinar la velocidad mínima de flujo para sólidos en suspensión a partir de los datos de ΔP obtenidos en una tubería cilíndrica.

ACTIVIDAD

- 1) Dispersar la mezcla de los polisacáridos.
- 2) Obtener las curvas características de operación de cada una de las bombas que se encuentran en el sistema de flujo.
- 3) Medir las caídas de presión en el sistema de flujo.
- 4) Obtener las curvas de ΔP vs velocidad de flujo.
- 5) Calcular la velocidad de sedimentación.
- 6) Validar el programa de simulación, mediante la comparación de los resultados obtenidos con el programa y los medidos experimentalmente.

CARACTERISTICAS DEL EQUIPO

Las características principales del sistema de flujo son las siguientes:

1) Se tienen 2 bombas de diferentes características de operación, una de las cuales se opera con aire (Bomba de Diafragma), en la cual se manejan gastos desde 5 a 70 gpm y presiones de aire de 20 a 110 psig. La otra bomba es de desplazamiento positivo sinusoidal (SINE), que tiene una hélice sinusoidal que permite el flujo de sólidos sin destruirlos, la cual maneja gastos desde 0 hasta 24 gpm, con una velocidad de rotación de 0 a 750 rpm.

2) Cada una de las bombas está conectada a un tanque de Acero Inoxidable con terminación cónica, que permite la descarga de todo el producto contenido en cada uno de ellos, evitando la acumulación de residuos y disminuyendo los posibles puntos de contaminación.

3) Las dimensiones de la red de flujo son: una tubería diámetro de 1 1/2 in, con una longitud de 9m, sobre la cual se encuentran los medidores de presión a 2.1m después de una reducción y antes del codo de la línea de retorno a los tanques (Anexo 2), esto con la finalidad de tener la longitud necesaria para que el valor de la presión en dichos puntos, sean las presiones provocada por el fluido en régimen laminar completamente establecido. La longitud entre los manómetros de Bourdon fué de 4.7m, con la cual se cumple con la relación L/D de 100 a 200, con lo que se asegura que el fluido se encuentra en régimen laminar.

4) Los manómetros de Bourdon permitieron realizar el registro de la presión que ocasionan cada uno de los fluidos al ser transportados por la tubería.

5) Para poder manejar diferentes gastos se tienen un variador de frecuencias, con el cual se controlan las velocidades de rotación de la bomba SINE, lo que permitir obtener diferentes gastos y velocidades de flujo dentro de la tubería.

Para variar el gasto en la bomba de diafragma, se tiene que incrementar la presión y el flujo de aire hacia los diafragmas, con lo que se logra el aumento de la presión de descarga y un mayor desplazamiento de líquido, mayor gasto. Toda la tubería y los accesorios son de Acero Inoxidable acabado sanitario.

FLUIDO

Dispersión de polisacáridos.

NIVEL DE VARIACION

Parámetros constantes:

- Temperatura de medición
- Concentración de polisacáridos.
- Concentración de sólidos.

Unidades experimentales:

- Flujo volumétrico (Q)
- Caída de presión (ΔP)

Variable independiente = Flujo volumétrico (Q)

Variable dependiente = Caída de presión (ΔP)

TRATAMIENTO DE DATOS

1) Una vez dispersada la mezcla de los polisacáridos, colocar el fluido en los tanques contenedores. Para verificar el intervalo de gastos que maneja cada bomba, se deben realizar las siguientes actividades:

A) BOMBA SINE.

Abir la válvula de mariposa, que se encuentra en la parte inferior del tanque, para permitir que el fluido llene la cavidad libre de la bomba, antes de ponerla a funcionar.

Accionar la bomba, mediante el variador de frecuencia para llenar toda la tubería.

Una vez que el fluido vuelva al tanque, se selecciona en el variador de frecuencia el porciento de velocidad al cual se desea trabajar la bomba.

Cuando la velocidad permanezca constante se procede a registrar los valores de tiempo de llenado de una probeta de 2000 ml, de la presión de descarga y a la medición de las revoluciones por minuto a las que se encuentra operando la bomba, mediante un tacómetro.

Con los datos se construirá la siguiente tabla.

% de velocidad	r.p.m.	Presión descarga	Tiempo

A partir de estos datos se construirá la curva de operación de la bomba, la cual nos permitirá conocer el gasto que se tiene para cada una de las frecuencias del variador.

B) BOMBA DE DIAFRAGMA.

Colocar el fluido en el tanque contenedor. Abrir la válvula de mariposa, que se encuentra en la parte inferior del tanque, para permitir que el fluido llene la cavidad libre de la bomba, antes de ponerla a funcionar.

Abrir la válvula de aguja de la línea de aire comprimido, que está conectada a la bomba, eliminar el agua y aceite que pueda contener mediante los filtros que se tienen en la misma línea de servicio, para evitar que se dañen los diafragmas de la bomba.

Controlar la presión del aire con la válvula reguladora de presión; cuando la presión del aire sea constante se registra la lectura de la presión de descarga de la bomba, así como el tiempo de llenado de la probeta. Con los datos se construya la siguiente tabla.

Presión de aire	Presión descarga	Tiempo

Una vez que se tienen las curvas características de cada una de las bombas, se procede a realizar la medición de la ΔP provocada por el transporte de una suspensión, en función del gasto volumétrico que desplaza cada bomba.

Para calcular el aumento en la ΔP provocada por la presencia de los sólidos, se realizaron pruebas en la red con la dispersión seleccionada sin sólidos, posteriormente se realizan las pruebas a la dispersión con sólidos, geles de grenetina. Se graficó la relación de ΔP con sólidos/ ΔP sin sólidos contra el gasto obtenido.

De acuerdo con las ecuaciones matemáticas obtenidas a partir de las deducciones de las ecuaciones de cantidad de movimiento, se calculó la velocidad de sedimentación a partir de resultados experimentales y se comparó con los obtenidos con el programa de simulación.

TRATAMIENTO ESTADISTICO

Unidades experimentales:

Flujo volumétrico (Q)

Caida de presión (ΔP)

Variable de respuesta:

Velocidad de sedimentación.

TECNICA ESTADISTICA

A los datos obtenidos se les calculó la media (\bar{x}), la desviación estandar (σ) y el coeficiente de variación (C.V.), para poder determinar cuales repeticiones se encontraban dentro de los intervalos de aceptación, y sólo, se utilizaron aquellas que se encontraban dentro de éste.

2.2 DESARROLLO TEORICO

2.2.1 PLANTEAMIENTO DE ECUACIONES

Para poder determinar la velocidad mínima de flujo para una suspensión, es necesario conocer la velocidad a la cual se desplazan las partículas en la tubería con respecto al fluido. El punto de partida para determinar teóricamente la velocidad de las partículas dentro de una tubería es la Segunda Ley de Newton de Movimiento, para un fluido Newtoniano y no-Newtoniano, en régimen laminar o turbulento (Bird et al, 1960), representada por:

$$\rho DV/Dt = -\nabla P - \nabla \tau + \rho g \quad (2.1)$$

Esta ecuación es utilizada para calcular la distribución de velocidades de un fluido en un medio continuo.

Para el caso del flujo de una suspensión en un ducto cilíndrico, deben considerarse otras fuerzas que actúan sobre las partículas, en diferentes formas dependiendo del régimen de flujo y de las características de las partículas en suspensión. Estas fuerzas son:

1) la fuerza de arrastre (F_d), es la responsable de que las partículas sufran un arrastre por el fluido a lo largo de la tubería, y puede ser representada por la siguiente expresión:

$$F_d = (1/2) C_d \rho_f \pi a^2 (V_p - V_f) |V_p - V_f| \quad (2.2)$$

donde:

C_d = coeficiente de arrastre.

ρ_f = densidad del fluido.

a = radio de la partícula.

V_p = velocidad media de la partícula.

V_f = velocidad media del fluido.

V_p = componente de la velocidad de la partícula.

V_f = componente de la velocidad del fluido.

2) la fuerza de flotación de las partículas (F_f), es la fuerza que surge como resultado de la presencia de la gravedad, y puede ser representada por:

$$F_f = (4/3) \pi a^3 (\rho_p - \rho_f) g \quad (2.3)$$

3) la fuerza de flotación de Saffman (F_s), es la fuerza que ocasiona la migración radial de las partículas, debido al desplazamiento de las partículas con respecto al fluido, que puede ser calculada por:

$$F_s = 6.46 \mu a^2 (\gamma/\nu)^{1/2} (V_p - V_f) \quad (2.4)$$

4) la fuerza de flotación Magnus (F_m), actúa de la misma forma que la fuerza de Saffman, para que se manifieste la migración radial, debe existir una rotación en las partículas, está fuerza se puede calcular por la siguiente expresión:

$$F_m = \pi \rho_f a^3 \Omega (V_p - V_f) \quad (2.5)$$

La magnitud de estas fuerzas se modifica dependiendo del régimen de flujo y de las propiedades de las partículas, así como de la concentración.

Realizando un balance de las fuerzas que afectan el movimiento de una partícula en una tubería (figura 2.1), se tiene que la Segunda Ley de Movimiento de Newton, para un sistema con sólidos en suspensión es:

$$\rho_p DV/Dt = F_d/B_p - F_f/B_p + F_s/B_p + F_m/B_p - \nabla P - \nabla \tau \quad (2.6)$$

donde:

B_p = volumen de la partícula ($4\pi a^3/3$)

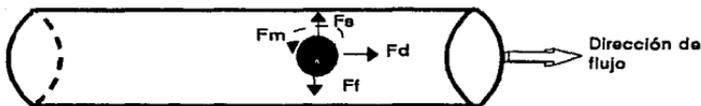


Figura 2.1 Fuerzas que actúan sobre una partícula en suspensión, moviéndose en una tubería.

Sustituyendo las ecuaciones 2.2 a 2.5 en la ecuación 2.6, se tiene la ecuación general de movimiento para partículas en suspensión (Dutta y Sastry, 1990), expresada por:

$$\rho_p \frac{DV}{Dt} = - \left(\frac{3}{8a} \right) C_d \rho_f (V_p - V_f) |V_p - V_f| + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega (V_p - V_f) - \frac{3}{4a\pi} 6.46 \mu \left(\frac{\gamma}{\nu} \right)^{1/2} (V_p - V_f) - (\rho_p - \rho_f) g - \nabla P - \nabla \tau \quad (2.7)$$

En esta tesis se pretende establecer la velocidad mínima de flujo de una suspensión alimenticia (yogurt con frutas), para lo cual, es necesario conocer las propiedades físicas y reológicas de la base de yogurt, la mermelada de frutas y del yogurt con frutas.

Para calcular la velocidad mínima de flujo de una suspensión en una tubería, se tiene que resolver la ecuación general de movimiento (ecuación 2.7) en los 3 ejes (r, ϕ y z), además de la ecuación de movimiento angular (ecuación 2.8), en las 3 direcciones:

$$I d\Omega/dt = \Sigma T \quad (2.8)$$

donde:

I = momento de inercia hidrodinámico (Mironer, 1979), el cual ocasiona que las partículas presenten un movimiento de rotación, como resultado de la fuerza ejercida por el fluido en movimiento sobre la superficie de la partícula.

T = torque aplicado sobre la partícula.

Desglosando la ecuación 2.7 en las 3 componentes de flujo, se tiene que la ecuación general de movimiento en la dirección r , queda como:

$$\rho_p \left(\frac{dV_{pr}}{dt} + V_{pr} \frac{dV_{pr}}{dr} + \left(\frac{V_{p\phi}}{r} \right) \frac{dV_{pr}}{d\phi} - \left(\frac{V_{pz}}{r} \right) + V_{pz} \frac{dV_{pr}}{dz} \right) = - \frac{3}{8a} C_d \rho_f (V_{pr} - V_n) |V_{pr} - V_n| + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_f (V_{pr} - V_n) - \frac{3}{4a\pi} 6.46 \mu \left(\frac{\dot{\gamma}}{\nu} \right)^{1/2} (V_{pr} - V_n) - (\rho_p - \rho_f) g_r - \frac{dP}{dr} - \left[\frac{d(r\pi)}{dr} + \frac{1}{r} \frac{dr}{d\phi} - \frac{r\phi}{r} + \frac{d\pi}{dz} \right] \quad (2.9)$$

En la dirección ϕ :

$$\rho_p \left(\frac{dV_{p\phi}}{dt} + V_{pr} \frac{dV_{p\phi}}{dr} + \left(\frac{V_{p\phi}}{r} \right) \frac{dV_{p\phi}}{d\phi} - \left(\frac{V_{pz}}{r} \right) + V_{pz} \frac{dV_{p\phi}}{dz} \right) = - \frac{3}{8a} C_d \rho_f (V_{p\phi} - V_n) |V_{p\phi} - V_n| + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_f (V_{p\phi} - V_n) - \frac{3}{4a\pi} 6.46 \mu \left(\frac{\dot{\gamma}}{\nu} \right)^{1/2} (V_{p\phi} - V_n) - (\rho_p - \rho_f) g_\phi - \frac{dP}{d\phi} - \left[\frac{d(r\pi)}{dr} + \frac{1}{r} \frac{dr}{d\phi} + \frac{d\pi}{dz} \right] \quad (2.10)$$

En la dirección z :

$$\rho_p \left(\frac{dV_{pz}}{dt} + V_{pr} \frac{dV_{pz}}{dr} + \left(\frac{V_{p\phi}}{r} \right) \frac{dV_{pz}}{d\phi} + V_{pz} \frac{dV_{pz}}{dz} \right) = - \frac{3}{8a} C_d \rho_f (V_{pz} - V_n) |V_{pz} - V_n| + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_f (V_{pz} - V_n) - \frac{3}{4a\pi} 6.46 \mu \left(\frac{\dot{\gamma}}{\nu} \right)^{1/2} (V_{pz} - V_n) - (\rho_p - \rho_f) g_z - \frac{dP}{dz} - \left[\frac{d(r\pi)}{dr} + \frac{1}{r} \frac{dr}{d\phi} + \frac{d\pi}{dz} \right] \quad (2.11)$$

La ecuación de movimiento angular en la dirección r , queda como:

$$d\Omega_x/dt = - (15\mu/\rho_p a^2) [\Omega_x - (1/2)\dot{\gamma}] \quad (2.12)$$

en la dirección ϕ :

$$d\Omega_\phi/dt = - (15\mu/\rho_p a^2) [\Omega_\phi - (1/2)\dot{\gamma}] \quad (2.13)$$

en la dirección z :

$$d\Omega_z/dt = - (15\mu/\rho_p a^2) [\Omega_z - (1/2)\dot{\gamma}] \quad (2.14)$$

Las ecuaciones 2.9 a 2.14 representan el movimiento de las partículas en suspensión y pueden resolverse por el método numérico de Runge-Kutta de 4to orden (Anexo 4).

Para resolver las ecuaciones anteriores fue necesario determinar el tipo de comportamiento reológico que presentaba el fluido de la suspensión, por la modificación que existe en el perfil de velocidades de un fluido no-Newtoniano, con respecto a un fluido Newtoniano. Por lo que fue necesario conocer las propiedades físicas y la concentración de las partículas en suspensión de los fluidos en estudio.

CAPITULO 3 ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

3.1.1 PROPIEDADES REOLOGICAS

3.1.1.1 CALIBRACION DEL VISCOSIMETRO RHEOMAT DE CILINDROS CONCENTRICOS.

Antes de realizar las mediciones del esfuerzo cortante para los diferentes fluidos con el viscosímetro Rheomat, este fue calibrado con una solución de viscosidad constante (1200 cp) a una temperatura de 20°C. Los resultados de la experimentación se muestran en el Cuadro 3.1.

Temperatura (°C)	μ teórica	μ exp	σ	Precisión	Exactitud
20	1200	1160	5.3	± 5.3	3.33%

Cuadro 3.1 Precisión y Exactitud para el Viscosímetro Rheomat de Cilindros Concéntricos.

De acuerdo con el análisis de los resultados experimentales y comparando con el valor reportado de la viscosidad de la solución, se tiene una exactitud mayor del 3.33% (40 cp) y una precisión de 5.3 cp.

3.1.1.2 CURVAS DE FLUJO OBTENIDAS PARA LOS DIFERENTES FLUIDOS

Para obtener las curvas reológicas de flujo se realizó la metodología propuesta en el Cuadro 2.3.

YOGURT CON FRUTAS

En la Figura 3.1 se muestra la curva característica de flujo del yogurt con frutas, en donde se observa que la curva ascendente y descendente no coinciden, presentando un bucle de histéresis característico de un fluido dependiente del tiempo de cizallamiento. En la Figura 3.2 se presenta la tendencia de la viscosidad aparente del yogurt con frutas cuando es sometido a deformación a una velocidad de cizallamiento constante (98.16 s^{-1}), se observa el momento en el cual el fluido alcanza su viscosidad mínima y deja de existir la dependencia con el tiempo de cizallamiento. En la Figura 3.3 se grafican los valores de τ y $\dot{\gamma}$ cuando ya no existe dependencia con el tiempo de cizallamiento. El yogurt con frutas presentó un comportamiento lineal entre el esfuerzo cortante (τ) y la velocidad de cizalla ($\dot{\gamma}$), que no parte del origen, por lo que presenta un esfuerzo cortante inicial (τ_0), lo cual indica que el yogurt con frutas presenta un comportamiento reológico al equilibrio del tipo Plástico de Bingham.

BASE DE YOGURT

La determinación de las propiedades reológicas de la base de yogurt es muy importante, ya que éste sufre una destrucción de la estructura debido al daño mecánico. En la Figura 3.4 se puede observar que al someter a la base a un ciclo de cizallamiento, se presenta un bucle de histéresis, lo cual indica que se trata de un fluido dependiente del tiempo de cizallamiento. En la Figura 3.5 se observa como disminuye la viscosidad aparente (μ_{ap}) de la base al ser sometida a diferentes velocidades de cizalla, en función del tiempo de cizallamiento. El grado de tixotropía es una manera de comparar el comportamiento reológico dependiente del tiempo de cizallamiento de diferentes fluidos y se puede determinar a partir de la ecuación 3.1, propuesta por Martínez y Hardy (1989).

$$\tau = k \cdot \dot{\gamma}^{n'} \cdot t^{p'} \quad (3.1)$$

donde:

k = índice de consistencia tixotrópico ($\text{Pas}^{n'+p'}$)

n' = índice de comportamiento al flujo tixotrópico

p' = índice de tixotropía

t = tiempo de cizallamiento (s)

Para calcular los valores de las constantes de la ecuación anterior, se realiza una regresión lineal múltiple con los logaritmos del esfuerzo cortante, la velocidad y el tiempo de cizallamiento. La base de yogurt se sometió a deformación a diferentes velocidades de cizalla (41.7, 64, 98.2, 150, 231 y 354.5 s⁻¹) durante 25 minutos a 20°C (Figura 3.6). La ecuación que representa el grado de tixotropía para la base de yogurt, es:

$$\tau = 5.239 \dot{\gamma}^{0.41} t^{-0.11} \quad r = 0.998 \quad (3.2)$$

Finalmente, en la Figura 3.7 se presenta el reograma obtenido para la base de yogurt a 20°C cuando ya no existe dependencia con el tiempo de cizallamiento, en la cual se observa que existe un esfuerzo cortante inicial (τ_0) y no hay una relación directa entre el esfuerzo cortante (τ) y la velocidad de cizalla ($\dot{\gamma}$). El comportamiento reológico al equilibrio del fluido puede ser representado por el modelo Herschel Bulkley.

MERMELADA DE FRUTA

Para este fluido sólo se presenta la curva característica de flujo (Figura 3.8), debido a que presentó un comportamiento reológico independiente del tiempo de cizallamiento. Cabe señalar que la curva obtenida es únicamente del jarabe de fruta, ya que la fruta en trozos por su movimiento y tamaño, impiden realizar una medición correcta del esfuerzo cortante.

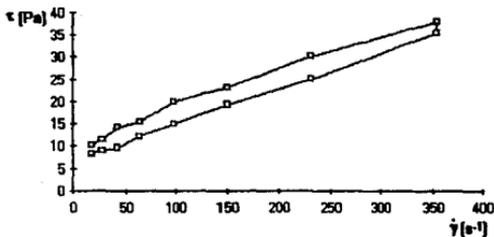


Figura 3.1 Curva Característica de Flujo del Yogurt con Frutas.

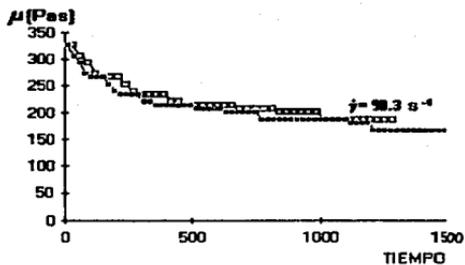


Figura 3.2 Curva de Viscosidad vs Tiempo de Cizallamiento, para el Yogurt con frutas.

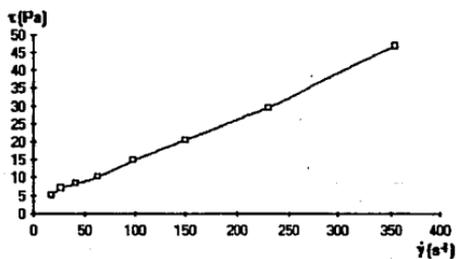


Figura 3.3 Curva Característica de Flujo del Yogurt con Frutas al Equilibrio.

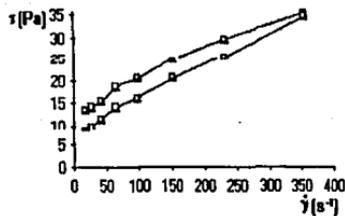


Figura 3.4 Curva Característica de Flujo de la Base de Yogurt a 20°C.

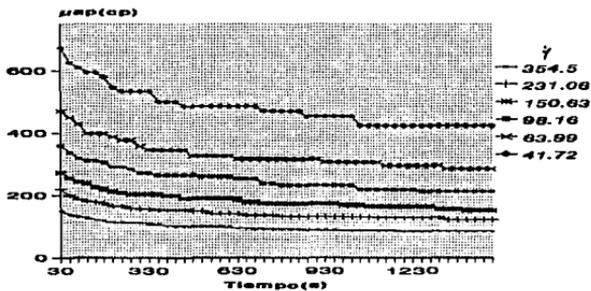


Figura 3.5 Curva de Viscosidad Aparente vs Tiempo de Cizallamiento, para la Base de Yogurt a Diferentes Velocidades de Cizalla.

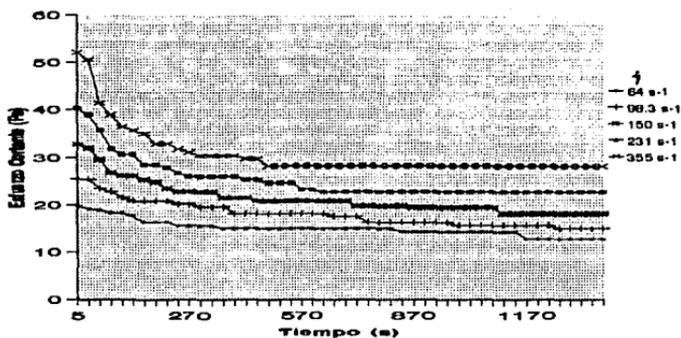


Figura 3.6 Comportamiento del Esfuerzo Cortante de la Base de Yogurt, en función del Tiempo y de la Velocidad de Cizalla.

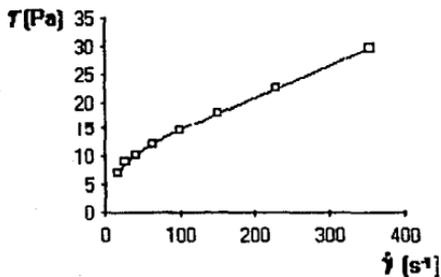


Figura 3.7 Curva Característica de Flujo de la Base de Yogurt al Equilibrio.

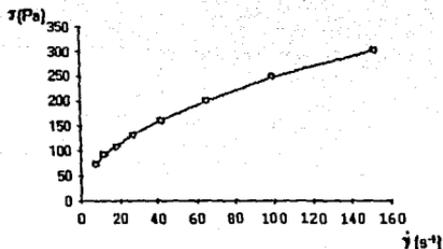


Figura 3.8 Curva Característica de Fluxo para el jarabe de Fruta.

3.1.1.3 CUADRO DE RESULTADOS

En el Cuadro 3.2 se muestran los resultados de los parámetros reológicos obtenidos para los fluidos antes mencionados, sólo se presentan los valores obtenidos de la curva promedio de las repeticiones, para lo cual se realizó un análisis de varianza a las constantes reológicas obtenidas por la regresión lineal simple a cada una de las muestras analizadas, con un nivel de significancia del 95%.

Fluido	Yogurt con frutas	Base de Yogurt	Jarabe de Frutas
De la Potencia			
n	0.715	0.458	0.402
k [Pas ⁿ]	0.606	0.806	36.99
r	0.991	0.996	0.999
Herschel Bulkley			
n	1	0.698	
k [Pas ⁿ]	0.121	0.769	
τ_0 [Pa]	2.848	2.8	
r	0.998	0.997	
Bingham			
τ_0 [Pa]	2.06	7.52	
μ_{pl}	0.121	0.064	
r	0.998	0.994	

Cuadro 3.2 Propiedades Reológicas (n, k, τ_0) al Equilibrio para los Diferentes Fluidos, Determinadas en el Viscosímetro Rheomat de Cilindros Concéntricos, a 20°C.

3.1.1.4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Tanto el yogurt con frutas, como la base de yogurt presentaron un comportamiento dependiente del tiempo de cizallamiento, cosa que no ocurre con el jarabe de frutas.

Como puede observarse en el Cuadro 3.2, las correlaciones obtenidas cuando se utilizan los modelos reológicos de Herschel Bulkley y de Bingham son mayores, tanto para el yogurt con frutas, como para la base de yogurt, que la correlación obtenida cuando se utilizó el modelo de la Potencia, Ostwald de Waele, por lo que ambos fluidos presentan un esfuerzo cortante inicial (τ_0). El yogurt con frutas presenta un comportamiento reológico del tipo Plástico de Bingham ($\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}$), ya que el valor de $n=1$, por lo tanto, k es igual a la viscosidad plástica (μ_p). Esto puede atribuirse a la presencia de los sólidos de fruta que contribuyen de alguna forma en las fuerzas de interacción interparticular y modifican el comportamiento y la estabilidad del sistema.

La base de yogurt presenta al equilibrio un índice de comportamiento al flujo (n) menor de 1, lo cual indica que se trata de un fluido pseudoplástico con esfuerzo cortante inicial (τ_0), lo que da como resultado un fluido del tipo Herschel Bulkley.

Se tuvieron problemas al tratar de medir el esfuerzo cortante en la mermelada de fruta en el viscosímetro, ya que la presencia de las partículas de fruta impedían realizar una lectura adecuada de los valores del esfuerzo cortante, por lo que la caracterización reológica única y exclusivamente del jarabe en donde se encuentra en suspensión los trozos de fruta, dando como resultado un fluido pseudoplástico del tipo de la Ley de la Potencia.

3.1.2 PROPIEDADES FISICAS

3.1.2.1 RESULTADOS

Los resultados de densidad, sólidos solubles (°Brix) y sólidos totales obtenidos para cada uno de los fluidos se muestran en el Cuadro 3.3.

FLUIDO	DENSIDAD (g/cm ³)			°BRIX			SOLIDOS TOTALES		
	x	s	CV	x	s	CV	x	s	CV
BASE DE YOGURT	1061	5.35	0.5	14.2	0.03	0.21	20.62	0.46	2.23
YOGURT CON FRUTAS	1032	0.45	0.04	22.3	0.01	0.05	24.43	0.43	1.78
MERMELADA DE FRUTAS	1360	68.59	4.38	54	0.77	1.42	75.3	1.2	1.58

Cuadro 3.3 Propiedades Físicas de los Diferentes Fluidos a 20°C.

El fluido que presentó una mayor variación en cuanto al valor de densidad es la mermelada de fruta, esto se debe principalmente a que se utilizan diferentes mermeladas y existen diferencias en formulación entre una marca comercial y otra, pero esta variación es mínima y no afecta en la calidad final del producto, ya que el resto de los parámetros son controlados adecuadamente y quedan dentro del rango de aceptación industrial.

3.1.3 TAMAÑO Y CONCENTRACION DE PARTICULAS

A continuación se presentan los resultados de concentración y tamaño de partículas, así como el tipo de distribución estadística que mejor representa el comportamiento de la distribución áreas de las partículas de fruta en cada uno de los fluidos.

3.1.3.1 RESULTADOS

En el Cuadro 3.4 se presenta el valor promedio, la desviación estándar y el coeficiente de variación (C.V.), calculados para determinar la concentración de partículas que se tienen en la mermelada de fruta y en el yogurt con frutas.

Fluido	\bar{x} (%)	σ	C.V.
Mermelada de fruta	22.80	0.77	3.38
Yogurt con Frutas	3.42	0.34	5.91

Cuadro 3.4 Valores de Concentración de las Partículas.

En el Cuadro 3.5 se presentan los resultados del área de partícula de fruta obtenidos para cada uno de los fluidos.

Fluido	\bar{x} (mm ²)	σ	C.V.
Mermelada de fruta	71.9	49	68.15
Yogurt con Frutas	68.0	44.8	66.00

Cuadro 3.5 Area de las Partículas de Fruta en mm²

Como se puede observar en las Figuras 3.9 y 3.10 la distribución de tamaños no es homogénea hacia ambos lados de la curva con respecto al valor promedio; por lo que la distribución de áreas de la partícula no puede representarse por una distribución del tipo normal. El C.V. que se muestra en el Cuadro 3.5 sólo es aplicable para el caso de una distribución normal.

Para determinar el tipo de distribución estadística que represente adecuadamente la variación en los valores del área de las partículas, es necesario calcular el valor del coeficiente de Skewness (Anexo 3).

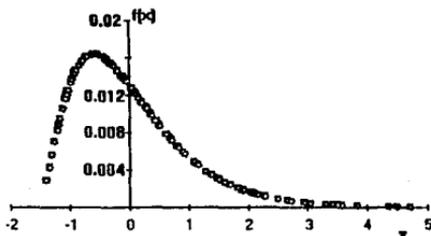


Figura 3.9 Histograma de Distribución de Área de Partícula en la Mermelada.

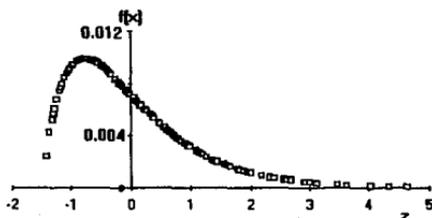


Figura 3.10 Histograma de Distribución de Área de Partícula en el Yogurt con Frutas.

Los valores del coeficiente de Skewness para la distribución de áreas de partícula evaluados para cada uno de los fluidos se muestran en el Cuadro 3.6.

Fluido	Skewness (σ)
Mermelada de fruta	1.667
Yogurt con frutas	0.786

Cuadro 3.6 Valores de Skewness para cada uno de los Fluidos.

De acuerdo con el valor del coeficiente de Skewness el tipo de distribución que mejor representa la variación en los valores del área de las partículas es la distribución del tipo Exponencial (anexo 3), específicamente la distribución GAMA (ya que los dos parámetros que se necesitan para describir el comportamiento de la distribución de áreas fueron diferentes de cero).

En el Cuadro 3.7 se muestran los valores calculados para los parámetros de forma y tamaño de la distribución gama para cada uno de los fluidos.

Fluido	Forma (α)	Tamaño (β)	No Muestras
Mermelada de fruta	2.605	26.12	530
Yogurt con frutas	1.928	37.33	530

Cuadro 3.7 Valores de los Parámetros de la Distribución Gama.

Ya calculados los valores de los parámetros de la distribución gama se procede a graficar los datos, para observar el comportamiento real de la distribución de áreas de partículas que se presenta en cada uno de los fluidos.

Como se puede observar de las Figuras 3.11 y 3.12, la distribución de áreas de las partículas para la mermelada de frutas es más homogénea que para el yogurt, esto es debido a la degradación que sufren las partículas durante el bombeo.

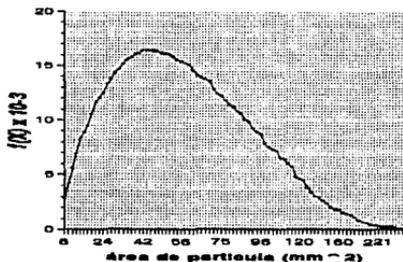


Figura 3.11 Distribución Gama para la Mermelada de Fruta.

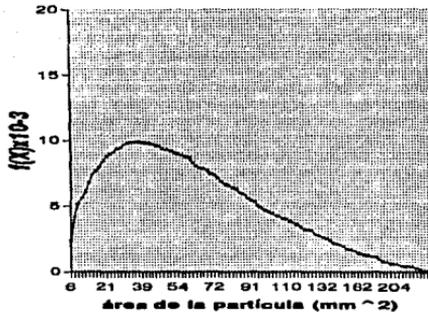


Figura 3.12 Distribución Gama para el Yogurt con frutas.

3.1.4 PROPIEDADES REOLOGICAS DEL MODELO

Con todos los resultados obtenidos anteriormente se eligieron los fluidos modelos que presentaron el comportamiento y los parámetros reológicos tanto de la base de yogurt, como de la mermelada con frutas, más parecidos, ya que estos son los fluidos que son bombeados y mezclados en línea para formar el yogurt con frutas. El jarabe de frutas es un fluido independiente del tiempo de cizallamiento, por lo tanto el fluido modelo a ser utilizado para la experimentación a nivel piloto, debe presentar características reológicas similares a éste.

Las dispersiones de hidrocoloides utilizados se caracterizaron en el viscosímetro Rheomat de cilindros concéntricos modelo 108 a una temperatura de $20 \pm 1^\circ\text{C}$. En el Cuadro 3.8 se presenta el tipo de comportamiento reológico obtenido para cada dispersión.

Fluido	Comportamiento Reológico
Base de yogurt	Tixotrópico
CMC-Fructogel	Tixotrópico
CMC-AVICEL	Ind. del tiempo
CMC	Ind. del tiempo
AVICEL	Ind. del tiempo

Cuadro 3.8 Comportamiento Reológico de las Dispersión de Hidrocoloides.

3.1.4.1 PROPIEDADES REOLOGICAS DEL MODELO PARA MERMELADA DE FRUTAS.

Como puede observarse en el Cuadro 3.8, las dispersiones de CMC y Avicel presentan un comportamiento reológico independiente del tiempo, al igual que el jarabe de frutas. El Avicel es un derivado de la CMC, de menor viscosidad y más utilizado para estabilizar espumas y emulsiones. Por esta razón, sólo se presentarán los resultados obtenidos con la CMC (HP5HS) al 0.6%.

La Carboximetilcelulosa (CMC, HP5HS) se dispersó a 45°C, durante 25 minutos. Una vez que se terminó de dispersar la CMC, se refrigeró el producto a 10°C durante un día antes de realizar las caracterizaciones reológicas o cualquier otro experimento.

3.1.4.1.1 RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En la Figura 3.13 se muestra el comportamiento reológico de la CMC, en la cual se observa que no existe una relación lineal entre el esfuerzo cortante y la velocidad de cizallamiento, los parámetros reológicos obtenidos para la dispersión de CMC se muestran en el Cuadro 3.9.

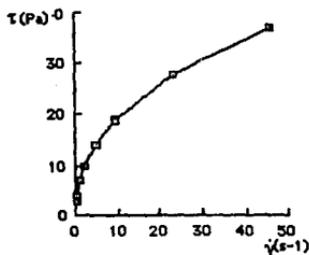


Figura 3.13 Curva de Flujo Característica de una Dispersión de CMC al 0.6%, a 20°C.

Fluido	n	k (Pas ^{n})	t
CMC(HP5HS)	0.482	6.278	0.998

Cuadro 3.9 Propiedades Reológicas de la Dispersión de CMC al 0.6% y a 20°C.

La CMC tiene un comportamiento reológico igual al jarabe de frutas (fluido de la Potencia), por lo que es el modelo físico que será utilizado para la experimentación a nivel piloto.

3.1.4.2 PROPIEDADES REOLOGICAS DEL MODELO PARA BASE DE YOGURT.

La dispersión de CMC al 0.8% y Fructogel (mezcla de las fracciones α_1 y λ de Carragenina) al 0.8%, fue la única que presentó un comportamiento reológico dependiente del tiempo de cizallamiento (cuadro 3.8) y sin separación de fases, por lo que fue seleccionada como modelo para la experimentación a nivel piloto. A continuación se describe la forma y las condiciones de dispersión de los hidrocoloides:

1) Dispersar la carragenina a una temperatura de entre 45 y 50 °C, durante 10 minutos, después de los cuales se incorporará la CMC y se continúa dispersando durante 20 minutos más. Esto es debido, a que el Fructogel para dispersarse adecuadamente debe realizarse en un medio caliente y para dispersar la CMC es necesario no exceder una temperatura mayor de 55°C, de lo contrario se produce un daño irreversible en la estructura del hidrocoloide afectando su propiedad de hidrocoloide protector y de agente suspensor, con lo cual se obtendría un producto con baja viscosidad (Glicksman, 1969).

2) Una vez que se terminó de dispersar la mezcla de los hidrocoloides, se procede a refrigerar el producto a 10°C durante un día antes de realizar las mediciones de viscosidad o de cualquier experimento.

3.1.4.2.1 RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En la Figura 3.14 se observa que la mezcla es un fluido dependiente del tiempo y la velocidad de cizallamiento y, por lo tanto, presenta un comportamiento similar a la base de yogurt. Se calculó su grado de tixotropía (p') a partir de los datos de la Figura 3.15, obteniéndose la siguiente ecuación:

$$\tau = 1.92 \dot{\gamma}^{0.44} t^{0.07} \quad r = 0.987 \quad (3.3)$$

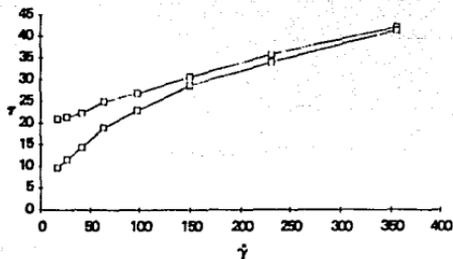


Figura 3.14 Curva Característica de Flujo para el Fluido Modelo (CMC-Carragenina).

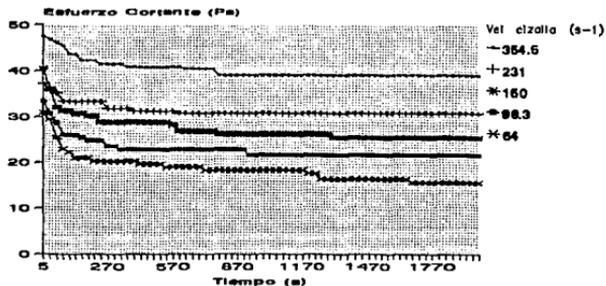


Figura 3.15 Comportamiento del Esfuerzo Cortante del Modelo de CMC-Carragenina, en función del Tiempo y de la Velocidad de Cizallamiento.

Tomando en cuenta el grado de tixotropía de la dispersión de los hidrocoloides, se concluye que la mezcla presenta un grado de tixotropía 35% menor que la base de yogurt, y un valor en la viscosidad aparente inicial a los 10s es menor al 10%. Por lo que esta mezcla se puede utilizar como modelo de la base de yogurt.

En la Figura 3.16 se presenta la curva del comportamiento reológico de la mezcla de hidrocoloides al equilibrio, de la cual se obtuvieron los parámetros reológicos que se muestran en el Cuadro 3.10.

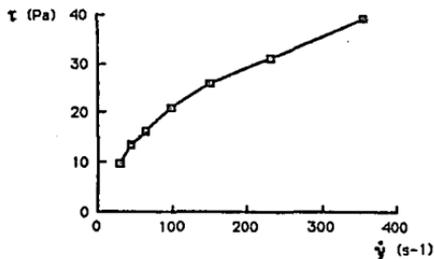


Figura 3.16 Curva Característica de Flujo para el Modelo de CMC-Carragenina.

Fluido	n	k (Pa·s ⁿ)	ρ (kg/m ³)	r	T (°C)	Comportamiento
CMC-FRUC TOGEL	0.528	1.8	1001.2	0.997	20	Tixotrópico

Cuadro 3.10 Parámetros Reológicos de la Mezcla de CMC-Carragenina al Equilibrio.

Una vez seleccionados los modelos físicos para representar el comportamiento reológico de la base de yogurt y el jarabe de fruta, se procede a realizar la experimentación a nivel piloto en el sistema de flujo previamente diseñado e instalado (anexo 2).

3.1.5 EFECTO DE LA VELOCIDAD EN LA CAIDA DE PRESION (ΔP).

Antes de determinar el efecto de la velocidad en la caída de presión y de especificar la velocidad mínima de flujo para una suspensión, es importante realizar la caracterización de los dos sistemas de bombeo, que están en el sistema de flujo a nivel piloto.

3.1.5.1 CURVA CARACTERISTICA DE OPERACION DE LA BOMBA SINE

3.1.5.1.1 RESULTADOS

Como se describe en el Cuadro 2.7, es necesario conocer las condiciones de operación de cada una de las bombas que se encuentran en el sistema de flujo (anexo 2).

Como primer paso se determinó el gasto y las rpm's a las que opera la bomba Sine, en función del porcentaje de frecuencia que maneja el variador de la bomba. El gasto se midió como el volumen de líquido recolectado en un recipiente entre el tiempo de llenado de dicho recipiente. Las rpm's se midieron con un tacómetro, el cual registra los valores de rpm a las cuales gira la bomba de una manera más confiable.

En el Cuadro 3.11 se presentan los resultados obtenidos, cuando se bombea una dispersión de CMC al 0.6%. Así mismo, en el Cuadro 3.12 se muestran los datos obtenidos cuando se bombea una dispersión de CMC - Fructogel, al 0.6% y 0.8%, respectivamente.

Frecuencia (%)	rpm			Gasto (GPM)			Presión de descarga (kg/cm ²)		
	μ	σ	C.V.	μ	σ	C.V.	μ	σ	C.V.
60	184.4	2.5	1.4	1.488	0.417	2.8	0.9	0	0
70	213	2.9	1.4	1.91	0.091	4.73	0.93	0	0
80	245	3.7	1.5	2.802	0.087	3.12	0.95	0.05	5.2
90	275	5	1.7	3.371	0.166	4.82	1.0	0.039	3.9
100	302	2.2	0.7	3.812	0.242	6.89	1.15	0.03	2.9

Cuadro 3.11 Condiciones de operación de la bomba Sine con la dispersión de CMC a 20°C.

μ = valor promedio

σ = desviación estándar

C.V. = coeficiente de variación

Frecuencia (%)	rpm			Gasto (GPM)			Presión de descarga (kg/cm ²)		
	μ	σ	C.V.	μ	σ	C.V.	μ	σ	C.V.
60	184.4	2.5	1.4	0.18	0.011	6.13	0.7	0	0
70	213	2.9	1.4	0.48	0.955	11.3	0.8	0	0
80	245	3.7	1.5	1.05	0.13	12.4	1.17	0.079	8.8
90	275	5	1.7	1.75	0.084	3.7	1.2	0.037	3.2
100	302	2.2	0.7	2.4	0.161	8.7	1.33	0.033	2.5

Cuadro 3.12 Condiciones de operación de la bomba Sine con CMC - Fructogel a 20°C.

Cabe hacer mención que no se manejaron frecuencias menores del 60%, debido a que no existe un enfriamiento adecuado de la bomba a bajas rpm's, lo cual produce un sobrecalentamiento y un mayor desgaste de la misma.

En la Figura 3.17 se presenta la tendencia que sigue el gasto al variar las rpm's de operación de la bomba Sine, tanto para CMC, como para la mezcla CMC-Fructogel.

Gasto (GPM)

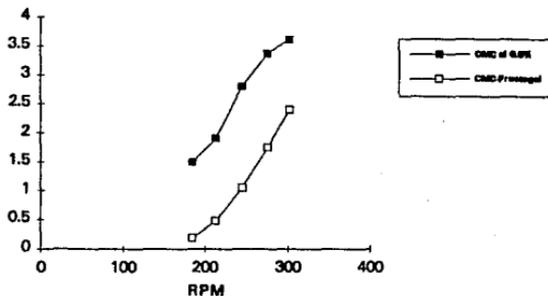


Figura 3.17 Variación del gasto en función de las rpm's y del tipo de fluido bombeado.

Presión de descarga (kg/cm²)

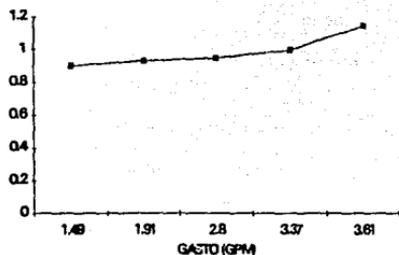


Figura 3.18 Curva característica de la bomba Sine, cuando es bombeada una dispersión de CMC.

Presión de descarga (kg/cm²)

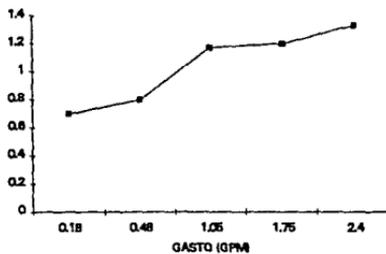


Figura 3.19 Curva característica de la bomba Sine, cuando es bombeada una dispersión de CMC- Fructogel

Como se puede observar en las Figuras 3.17 a 3.19, conforme se aumenta la viscosidad aparente del fluido bombeado, la presión de descarga aumenta y el flujo volumétrico desplazado disminuye.

3.1.5.2 CURVA CARACTERISTICA DE OPERACION DE LA BOMBA DE DIAFRAGMA

3.1.5.2.1 RESULTADOS

Las bombas de diafragma utilizan como medio propulsor aire comprimido, por lo que, para obtener la curva característica de este tipo de equipos, se requiere medir la presión del aire a la entrada de la bomba y el gasto desplazado.

Los resultados obtenidos para la bomba de diafragma con la dispersión de CMC-Fructogel, se muestran en el Cuadro 3.13. Sólo se caracterizó la bomba con esta dispersión, porque el fluido tiene una alta viscosidad aparente y, por lo tanto, la presión del aire requerida para desplazarlo es mayor a 1 kg/cm² (presión mínima de operación de la bomba).

Presión del aire (kg/cm ²)	Gasto (GPM)		
	μ	σ	C.V.
2	0.8474	0.027	3.22
2.5	2.439	0.227	9.32
3	6.998	0.45	6.49
4	7.751	0.934	12.05

Cuadro 3.13 Condiciones de operación de la bomba de Diafragma con CMC- Fructogel a 20°C.

En la Figura 3.20 se muestra la tendencia que sigue la curva característica de la bomba de diafragma, cuando se bombea un fluido de alta viscosidad.

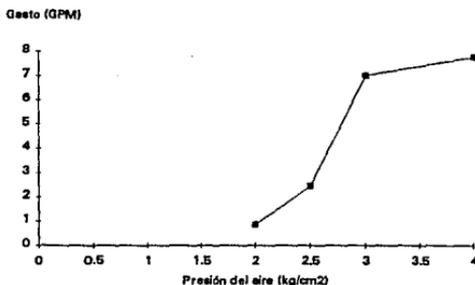


Figura 3.20 Curva característica de la bomba de Diafragma.

Como se indicaba anteriormente se requiere de una presión de por lo menos 1 kg/cm^2 , para que la bomba empiece a desplazar el líquido por la tubería, esto se confirma si se observa la tendencia de la figura anterior. Con la bomba de diafragma se obtienen velocidades de flujo mayores, pero existe una gran vibración en la tubería, ocasionada por el movimiento pulsante de la bomba, por lo que el registro de los valores de presión no son muy adecuados.

3.1.5.3 EFECTO DE LA VELOCIDAD DE FLUJO EN LA CAIDA DE PRESION.

Una vez que se conocen las condiciones a las cuales se pueden trabajar cada una de las bombas se procede a determinar experimentalmente la caída de presión provocada por el flujo de un fluido monofásico y uno bifásico, y así tratar de establecer la velocidad mínima de flujo de una suspensión.

3.1.5.3.1. RESULTADOS

En el Cuadro 3.14 presentan los resultados de la caída de presión obtenidos experimentalmente en el sistema de flujo (anexo 2) con la dispersión de CMC (fluido monofásico) y con la dispersión de CMC con 3% de sólidos (geles de grenetina).

V_f (m/s)	ΔP_f (Pa)	ΔP_s (Pa)	$\Delta P_s - \Delta P_f$ (Pa)
0.0516	26478.09	28439.43	1961.34
0.071	30480.77	32362.11	1961.34
0.0917	35304.12	37265.46	1961.34
0.1345	40484.35	41188.14	783.79
0.1619	43149.48	45110.82	1961.34
0.1734	45110.82	48052.83	2942.01

Cuadro 3.14 Caídas de presión (ΔP) obtenidas experimentalmente.

Para calcular la velocidad mínima de flujo de una suspensión se grafica la diferencia de las caídas de presión de los dos sistemas ($\Delta P_s - \Delta P_f$) en función de la velocidad de flujo del fluido monofásico, Figura 3.21. ΔP_s = caída de presión de la dispersión con sólidos, ΔP_f = caída de presión de la dispersión.

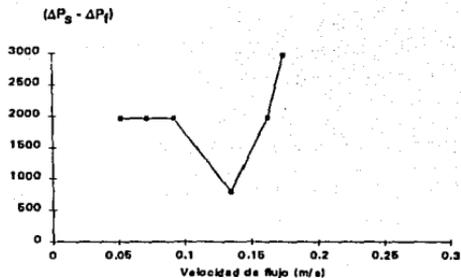


Figura 3.21 Determinación gráfica de la velocidad mínima de flujo de una suspensión.

De la Figura 3.21 se observa que a velocidades de flujo menores a 0.1 m/s las partículas se encuentran formando un lecho en el fondo de la tubería, por lo que el flujo de la suspensión se encuentra en el régimen de lecho con sólidos. Conforme se incrementa la velocidad de flujo se observa que existe una disminución en la diferencia de las caídas de presión y repentinamente vuelve a aumentar (se presenta un mínimo en la curva), lo cual indica el cambio de régimen de flujo para la suspensión y da como resultado la velocidad mínima de flujo para evitar la sedimentación de las partículas en suspensión. Para esta suspensión se tiene que la velocidad mínima de flujo es de aproximadamente 0.14 m/s.

3.2 DESARROLLO TEORICO

3.2.1 CALCULO DE LA VELOCIDAD MINIMA DE FLUJO DE UNA SUSPENSION.

Antes de determinar la velocidad mínima de flujo de una suspensión, es importante conocer como se desplazan las partículas en suspensión, fluyendo en una tubería.

Durante la experimentación realizada para caracterizar las bombas del sistema de flujo piloto, se observó que no existe una degradación en la estructura interna de los fluidos bombeados, debido a que se manejaron velocidades de deformación bajas (20 a 100 s⁻¹). Además se determinó que el efecto tixotrópico de la dispersión de CMC-Carragenina no influye en las caídas de presión, como resultado de haber trabajado a bajas velocidades de deformación.

Para calcular la velocidad de flujo de las partículas es necesario resolver la ecuación general de cantidad de movimiento para un sistema bifásico en las diferentes direcciones: en la dirección r , queda como:

$$\rho_p \left(\frac{dV_{pr}}{dt} + V_p \frac{dV_{pr}}{dr} + \left(\frac{V_{r\phi}}{r} \right) \frac{dV_{pr}}{d\phi} - \frac{V_{r\phi}^2}{r} + V_{zr} \frac{dV_{pr}}{dz} \right) = - \frac{3}{8a} C d \rho_f (V_{pr} - V_{fr}) [V_p - V_f] + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_r (V_{pr} - V_{fr}) - \frac{3\mu 6.46}{4\pi a} \left(\frac{\dot{\gamma}}{2} \right)^{1/2} (V_{pr} - V_{fr}) - (\rho_p - \rho_f) g_r - \frac{dP}{dr} - \left[\frac{1}{r} \frac{d(r\tau_{rr})}{dr} + \frac{1}{r} \frac{d\tau_{r\phi}}{d\phi} - \frac{\tau_{r\phi}}{r} + \frac{d\tau_{rz}}{dz} \right] \quad (3.3)$$

En la dirección ϕ :

$$\rho_p \left(\frac{dV_{p\phi}}{dt} + V_p \frac{dV_{p\phi}}{dr} + \left(\frac{V_{r\phi}}{r} \right) \frac{dV_{p\phi}}{d\phi} - \frac{V_{r\phi} V_{pr}}{r} + V_{z\phi} \frac{dV_{p\phi}}{dz} \right) = - \frac{3}{8a} C d \rho_f (V_{p\phi} - V_{f\phi}) [V_p - V_f] + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_\phi (V_{p\phi} - V_{f\phi}) - \frac{3\mu 6.46}{4\pi a} \left(\frac{\dot{\gamma}}{2} \right)^{1/2} (V_{p\phi} - V_{f\phi}) - (\rho_p - \rho_f) g_\phi - \frac{1}{r} \frac{dP}{d\phi} - \left[\frac{1}{r^2} \frac{d(r^2\tau_{r\phi})}{dr} + \frac{1}{r} \frac{d\tau_{\phi\phi}}{d\phi} + \frac{d\tau_{z\phi}}{dz} \right] \quad (3.4)$$

En la dirección z :

$$\rho_p \left(\frac{dV_{pz}}{dt} + V_p \frac{dV_{pz}}{dr} + \left(\frac{V_{r\phi}}{r} \right) \frac{dV_{pz}}{d\phi} + V_{zr} \frac{dV_{pz}}{dz} \right) = - \frac{3}{8a} C d \rho_f (V_{pz} - V_{fz}) [V_p - V_f] + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_z (V_{pz} - V_{fz}) - \frac{3\mu 6.46}{4\pi a} \left(\frac{\dot{\gamma}}{2} \right)^{1/2} (V_{pz} - V_{fz}) - (\rho_p - \rho_f) g_z - \frac{dP}{dz} - \left[\frac{1}{r} \frac{d(r\tau_{rz})}{dr} + \frac{1}{r} \frac{d\tau_{z\phi}}{d\phi} + \frac{d\tau_{zz}}{dz} - \frac{\tau_{z\phi}}{r} \right] \quad (3.5)$$

Aplicando las siguientes condiciones límite:

$$V_{fr} = V_{f\phi} = \tau_{r\phi} = \tau_{z\phi} = \tau_{rr} = \tau_{rz} = \tau_{\phi\phi} = g_z = g_\phi = 0 \\ dP/d\phi = dP/dr = 0$$

Simplificando las ecuaciones 3.1 a 3.3, tenemos para la dirección r :

$$\rho_p \left(\frac{dV_{pr}}{dt} + V_{pr} \frac{dV_{pr}}{dr} + \frac{V_{p\phi} dV_{pr}}{r d\phi} + \frac{V_{pz}^2}{r} + V_{pz} \frac{dV_{pz}}{dz} \right) = -\frac{3}{8a} C_d \rho_f V_{pr} [V_p - V_f] + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_r V_{pr} - \frac{3}{4a\pi} \rho_f 6.46 \left(\frac{Y}{r} \right)^{1/2} V_{pr} - (\rho_p - \rho_f) g_r \quad (3.6)$$

En la dirección ϕ :

$$\rho_p \left(\frac{dV_{p\phi}}{dt} + V_{p\phi} \frac{dV_{p\phi}}{dr} + \frac{V_{p\phi} dV_{p\phi}}{r d\phi} + \frac{V_{pr} dV_{p\phi}}{r} + V_{pz} \frac{dV_{p\phi}}{dz} \right) = -\frac{3}{8a} C_d \rho_f V_{p\phi} [V_p - V_f] + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_\phi V_{p\phi} - \frac{3}{4a\pi} \rho_f 6.46 \left(\frac{Y}{r} \right)^{1/2} V_{p\phi} \quad (3.7)$$

En la dirección z:

$$\rho_p \left(\frac{dV_{pz}}{dt} + V_{pz} \frac{dV_{pz}}{dr} + \frac{V_{p\phi} dV_{pz}}{r d\phi} + \frac{V_{pr} dV_{pz}}{r} + V_{pz} \frac{dV_{pz}}{dz} \right) = -\frac{3}{8a} C_d \rho_f [V_{pz} - V_{fz}] [V_p - V_f] + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_z [V_{pz} - V_{fz}] - \frac{3}{4a\pi} \rho_f 6.46 \left(\frac{Y}{r} \right)^{1/2} [V_{pz} - V_{fz}] - \frac{dP}{dz} \frac{d(r_{rz})}{r dr} \quad (3.8)$$

Para resolver estas ecuaciones es necesario conocer el perfil de velocidades del fluido, para lo cual, es necesario resolver la ecuación general de movimiento para un fluido incompresible, en estado estacionario fluyendo en una tubería, como las velocidades V_{ϕ} y V_r son iguales a cero, sólo se tiene que resolver la ecuación de movimiento para la dirección z, que queda como:

$$\rho V_{rz} dV_{rz}/dz = -dP/dz - (1/r) d(r r_{rz})/dr \quad (3.9)$$

La ecuación anterior se puede simplificar aplicando la ecuación de continuidad, que establece que:

$$dV_{rz}/dz = 0 \quad (3.10)$$

Sustituyendo la ecuación 3.10 en 3.9, tenemos que:

$$0 = -dP/dz - (1/r) d(r r_{rz})/dr \quad (3.11)$$

Como las dispersiones de CMC y la de CMC-Carragenina presentaron un comportamiento reológico del tipo de la Ley de la Potencia (Ostwald de Waele), el esfuerzo cortante es definido por:

$$\tau_{rz} = K [dV_{rz}/dr + d^2V_{rz}/dz^2]^n \quad (3.12)$$

Sustituyendo 3.12 en 3.11 y tomando en cuenta que $d^2V_{rz}/dz^2 = 0$, la ecuación de movimiento queda como:

$$0 = -dP/dz - (1/r) [drK (dV_{rz}/dr)^n]/dr \quad (3.13)$$

Integrando 2 veces con respecto a r , y utilizando las condiciones límite $V_{rz} = 0$ en $r = R$ y $dV_{rz}/dr = 0$ en $r = 0$, tenemos que el perfil de velocidades del fluido se puede calcular por la siguiente expresión (Skelland, 1967):

$$V_{rz} = (r/k)^{1/n} R^{(n/(n+1))} [1 - (r/R)^{(n+1)/n}] \quad (3.14)$$

Con esta ecuación se puede calcular el perfil de velocidades del fluido. Las velocidades del fluido en diferentes posiciones son necesarias para resolver el sistema de ecuaciones para calcular la velocidad de las partículas.

Como no se sabe si las partículas se desplazan en las 3 direcciones y en estado estacionario, el lado izquierdo de las ecuaciones se cambian por la derivada substancial, quedando de la siguiente forma, en la dirección r :

$$\rho_p \frac{DV_{pr}}{Dt} = -\frac{3}{8a} C_d \rho_f V_{pr} [V_p - V_f] - \frac{3}{4a\pi} \mu 6.46 \left(\frac{\dot{\gamma}}{\rho}\right)^{1/2} V_{pr} - (\rho_p - \rho_f) g_r + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_p r \omega_r \quad (3.15)$$

En la dirección ϕ :

$$\rho_p \frac{DV_{p\phi}}{Dt} = -\frac{3}{8a} C_d \rho_f V_{p\phi} [V_p - V_f] - \frac{3}{4a\pi} \mu 6.46 \left(\frac{\dot{\gamma}}{\rho}\right)^{1/2} V_{p\phi} + \frac{3}{4a} \rho_f \Omega_p r \omega_\phi \quad (3.16)$$

En la dirección z :

$$\rho_p \frac{DV_{pz}}{Dt} = -\frac{3}{8a} C_d \rho_f [V_{pz} - V_{fz}] [V_p - V_f] - \frac{3}{4a\pi} \mu 6.46 \left(\frac{\dot{\gamma}}{\rho}\right)^{1/2} (V_{pz} - V_{fz}) - \frac{dP}{L} - \frac{\gamma}{r} \quad (3.17)$$

Para resolver las ecuaciones anteriores se utiliza el método de Runge-Kutta de 4to orden.

	VALOR
Densidad del fluido	1025.8 kg/m ³
Densidad de la partícula	1353.47 kg/m ³
Diámetro de la partícula	0.011 m
Índice de consistencia (k)	10.24 Pas ⁿ
Índice de comportamiento al flujo	0.431
Coefficiente de arrastra (Cd)	1.06
Diámetro de la tubería	0.0409 m
Longitud de la línea	8.7 m

Cuadro 3.15 Propiedades del fluido, de las partículas y dimensiones de la línea de flujo.

Q (m ³ /s)	Vel (m/s)	$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)	μ (Pas)
6.781 e-5	0.0516	13.42	2.34342
9.367 e-5	0.071	18.47	1.94818
12.049 e-5	0.0917	23.85	1.69062
17.676 e-5	0.1345	34.98	1.35991
21.265 e-5	0.1619	42.11	1.22437
22.786 e-5	0.1734	45.10	1.17725

Cuadro 3.16 Velocidades de flujo y viscosidad aparente de la CMC al 0.6%.

Sustituyendo los valores de las diferentes propiedades físicas de la dispersión de CMC y las de las partículas (Cuadro 3.15), se obtienen las siguientes ecuaciones, en la dirección r :

$$DV_{pr}/Dt = -54.2484V_{pr} |V_p - V_r| + 103.33V_{pr} \dot{\gamma}_{pr} - 0.20717\mu(\dot{\gamma}/r)^{1/2}V_{pr} - 2.3764 \quad (3.18)$$

En la dirección ϕ :

$$DV_{p\phi}/Dt = -54.2484V_{p\phi} |V_p - V_r| + 103.33V_{p\phi} \dot{\gamma}_{p\phi} - 0.20717\mu(\dot{\gamma}/r)^{1/2}V_{p\phi} \quad (3.19)$$

En la dirección z :

$$DV_{pz}/Dt = -54.2484(V_{pz} - V_{rz}) |V_p - V_r| - 0.20717\mu(\dot{\gamma}/r)^{1/2}(V_{pz} - V_{rz}) - \Delta P_r/L\rho_p + \Delta\tau/\rho_p r \quad (3.20)$$

La ecuación de movimiento angular en la dirección r , queda como:

$$D\dot{\theta}_r/Dt = -366.37 (\dot{\theta}_r - (1/2)\dot{\gamma}) \quad (3.21)$$

en la dirección ϕ :

$$D\Omega_{\phi}/Dt = -366.37 [\Omega_{\phi} - (1/2)\dot{\gamma}] \quad (3.22)$$

en la dirección z :

$$D\Omega_z/Dt = -366.37 [\Omega_z - (1/2)\dot{\gamma}] \quad (3.23)$$

Para resolver el sistema de ecuaciones se aplican las siguientes condiciones frontera:

1) Todas las velocidades lineales y angulares de las partículas son iguales a cero en el tiempo igual a cero.

Los valores de velocidad calculados tomando en cuenta las cuatro fuerzas (F_d , F_m , F_s y F_f), dan como resultado velocidades de flujo para las partículas muy elevadas, lo cual no es congruente comparandola con la velocidad del fluido, por lo que se recalcula la velocidad de las partículas tomando en cuenta sólo la fuerza de arrastre (F_d) y la fuerza de flotación (F_f), resolviendo unicamente las ecuaciones para la partícula en las direcciones z y r , ya que en la dirección ϕ no existe desplazamiento de las partículas.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

V_f [m/s]	V_p [m/s]
0.0516	0.1572
0.071	0.1486
0.0917	0.1373
0.1345	0.1168
0.1619	0.1044
0.1734	0.0995

Cuadro 3.17 Resultados de velocidad promedio de las partículas

3.2.1.1 CONCLUSIONES

Como se puede observar los valores de la velocidad de las partículas disminuye conforme se incrementa la velocidad del fluido, ya que a velocidades de flujo menores de 0.1 m/s las partículas se encuentran sedimentadas en el fondo de la tubería, debido a la fuerza de flotación, sufriendo una mayor degradación por el contacto con las paredes de la tubería. Al incrementar la velocidad de flujo la fuerza de flotación (que ocasiona que las partículas se encuentren en el fondo de la tubería) empieza a ser igualada y superada, por la componente de la fuerza de arrastre en la dirección de r (que ocasiona un desplazamiento de las partículas hacia el centro de la tubería), dando como resultado una disminución de la velocidad promedio de las partículas. Conforme se incrementa la velocidad de flujo, el régimen de flujo de las partículas cambia del régimen con lecho de sólidos al régimen de saltación o heterogéneo.

3.2.2 COMPARACION DE LAS ΔP 's OBTENIDAS CON EL PROGRAMA DE SIMULACION Y LAS MEDIDAS EXPERIMENTALMENTE.

Una vez calculada la velocidad de las partículas se procede a predecir las caídas de presión que se tendrían al transportar un fluido con sólidos en suspensión, para predecir las caídas de presión se utiliza la velocidad promedio de ambas fases (V_m), que es la suma de las velocidades promedio de cada una de las fases multiplicadas cada una por su fracción volumétrica correspondiente ($V_m = \beta V_f + \alpha V_p$). Los resultados obtenidos se muestran en el Cuadro 3.18.

V_f (m/s)	V_p (m/s)	V_m (m/s)	ΔP_{teor} (Pa)	ΔP_{exp} (Pa)	% Diferencia
0.0516	0.1572	0.0545	27379.99	28439.43	3.57
0.071	0.1486	0.0733	31049.74	32362.11	3.13
0.0917	0.1373	0.0931	34414.29	37265.46	8.57
0.1345	0.1168	0.1339	40249.82	41188.14	2.44
0.1619	0.1044	0.1602	43484.16	45110.82	4.55
0.1734	0.0995	0.1712	44746.76	48852.83	6.52

Cuadro 3.18 Predicción de la caída de presión a partir de la V_m .

Como se puede observar en el Cuadro 3.18, el porcentaje de diferencia que existe entre los valores de la caída de presión experimentales y teóricos se encuentra por debajo del 10%, el cual se considera aceptable ya que los medidores de presión utilizados tienen una precisión de 0.02 kg/cm^2 y la diferencia que se tienen al pasar los valores de caída de presión a las mismas unidades es de 0.01 kg/cm^2 en promedio. Además se puede observar que la velocidad promedio de las fases disminuye conforme se incrementa la velocidad del fluido, esto se atribuye a que la componente de la fuerza de arrastre en la dirección en r aumenta, reduciendo el efecto de la fuerza de flotación (debida a la gravedad y a la diferencia de densidades).

Cuando la velocidad de flujo es mayor a 0.10 m/s la velocidad promedio de las fases es menor que la velocidad media del fluido, lo cual se debe a que la velocidad de las partículas va disminuyendo y su influencia es cada vez más pequeña en comparación con la del fluido.

Realizando una comparación de estos resultados con los experimentales, se tiene que:

1) Existe un cambio de régimen de flujo del sistema bifásico, cuando la velocidad de flujo se encuentra próximo a 0.13 m/s .

2) El sistema de ecuaciones utilizado para determinar la velocidad de las partículas, permite predecir la velocidad de sedimentación de las partículas tomando en cuenta las fuerzas de flotación y arrastre.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

El yogurt con frutas presentó un comportamiento reológico dependiente del tiempo de cizallamiento, y un comportamiento reológico al equilibrio del tipo Plástico de Bingham con una viscosidad plástica de 0.121 Pa y un τ_0 de 2.95 Pa (evaluados en el intervalo de 17 a 350 s^{-1}). La base de yogurt presentó un comportamiento reológico dependiente del tiempo de cizallamiento, con un grado de tixotropía de 0.11, lo cual indica que es un fluido con baja tixotropía, y presenta un comportamiento reológico al equilibrio del tipo Herschel Bulkley, con una $n = 0.59$, $k = 0.77 \text{ Pas}^n$ y un $\tau_0 = 2.9 \text{ Pa}$ (evaluados en el intervalo de 17 a 350 s^{-1}). Para caracterizar la mermelada de fruta fue necesario eliminar la fruta, ya que ésta impedían registrar las lecturas en el equipo, por lo que sólo se caracterizó el jarabe de fruta, el cual presentó un comportamiento independiente del tiempo de cizallamiento del tipo de la Ley de la Potencia (Ostwald de Waele) con una $n = 0.4$ y una $k = 36 \text{ Pas}^n$, evaluada en el mismo intervalo de velocidades de deformación empleada para los demás fluidos.

Se evaluaron las propiedades físicas de la base de yogurt, mermelada de fruta y del yogurt con frutas, y se comprobó que el producto tenía una calidad constante.

Para calcular el área promedio de las partículas fue necesario realizar un análisis estadístico. Se observó que la distribución de áreas de las partículas siguen un comportamiento no normal, y que puede ser descrito por la distribución Gama exponencial, donde la distribución para la fruta contenida en la mermelada presentó un curva más alta y menos dispersa, como resultado de la homogeneidad en la distribución de tamaños.

El modelo seleccionado para manejar en el sistema piloto presentó un comportamiento dependiente del tiempo de cizallamiento y un grado de tixotropía de 0.07, el cual es 35% menor que el que presenta la base para yogurt, pero puede ser utilizado ya que alcanza una viscosidad aparente mayor que el de la base para yogurt a las mismas velocidades de deformación.

La velocidad de sedimentación calculada teórica y experimentalmente resultó ser la misma, ya que el punto en el cual se inicia al cambio de régimen de flujo (del régimen de lecho al de saltación) en ambos casos coincide con el valor de 0.13 m/s. Para calcular la velocidad de sedimentación sólo se necesita resolver la ecuación de movimiento en las direcciones r y z , tomando en cuenta la fuerza de arrastre y flotación.

Se tiene un diferencia promedio del 4.8%, cuando se utilizan las ecuaciones para predecir la velocidad y la caída de presión comparadas con las experimentales, lo cual indica que se pueden utilizar éstas para el cálculo de la velocidad de un fluido bifásico.

RECOMENDACIONES

Para predecir la velocidad de las partículas a velocidades más altas, es necesario contar con resultados de caída de presión para el fluido, ya que son necesarias para la resolución de las ecuaciones.

Utilizar medidores de presión con un precisión mayor a 0.2 kg/cm^2 , para determinar adecuadamente la caída de presión, ya que a nivel experimental no se observó si existía una variación de las lecturas con respecto al tiempo, que hiciera modificar las ecuaciones tomando en cuenta el cambio de los parámetros reológicos con respecto al tiempo.

Ampiar los estudios a otras concentraciones y formas de partículas, ya que para este trabajo se utilizó una concentración constante de partículas, así como una sola forma geométrica, para tratar de obtener una relación única para predecir las velocidades de las partículas, cuando fluyen en una tubería. Así mismo, utilizar medios continuos con comportamientos reológicos diferentes para determinar su influencia en la velocidad de las partículas.

Realizar más experimentos en el sistema piloto con apoyo de sistemas ópticos, que permitan seguir el desplazamiento de las partículas a lo largo de la tubería y poder decir con mayor seguridad, cuales son las fuerzas que intervienen en el movimiento, además de que se puede establecer con mayor exactitud el momento en el cual el fluido pasa de un régimen de flujo a otro.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

Ackerman, N. L. and Tao Shen, H. (1979). Rheology Characteristics of Solid-liquid Mixtures. *AICHE J.* 45(2) 327-331.

Alfa-Laval. (1991). *Yogurt Manufacture*.

Basak, S. and Ramaswamy, H. S. (1991). Rheology of Stirred Yogurt. *J. Texture Studies* (22) 231-241.

Bird, R. B.; Stewart, W. E. and Lightfoot, E. N. (1982). *Fenómenos de Transporte*. Edit. Reverté, S.A. Barcelona, España.

Bischoff, K. B. and Himmelblau, D. M. (1968). *Process Analysis and Simulation Deterministic Systems*. Edit John Wiley and Sons Inc. N. York.

Bungay, P. M. and Brenner, H. (1973). Pressure Drop due to the Motion of Sphere Near the Wall Bounding a Poiseuille Flow. *J. Fluid Mech.* (60) 81-96.

Constantinides, A. (1988). *Applied Numerical Methods with Personal Computers*. Mc Graw Hill. Singapur.

Davies, J. T. (1987). Calculation of Critical Velocities to Maintain Solids in Suspension in Horizontal Pipes. *Chem. Eng. Sci.* (42) 1667.

Duckman, C. B. and Chem E., M. I. (1972). Local and General Pipe Laminar to Turbulent Transition Problems for Viscous and Non-Newtonian Slurries in Pipelines. *Hydrotransport 2, The Second International Conference on the hydraulic Transport of solids in pipes*.

Durst, F.; Milojevic, D. and Schoung, B. (1984). Eulerian and Lagrangian Predictions of Particulate Two-phase Flows: a Numerical Study. *Appl. Math. Modelling* (8) 101-115.

Dutta, B. and Sastry, S. K. (1990a). Velocity Distributions of Food Particle Suspensions in Holding Tube Flow: Experimental and Modelling Studies on Average Particle Velocities. *J. Food Sci.* 55 (5) 1448-1453.

- Dutta, B. and Sastry, S. K. (1990b). Velocity Distributions of Food Particle Suspensions in Holding Tube Flow: Distribution Characteristics and Fastest-Particle Velocities. *J. Food Sci.* 55 (6) 1703-1710.
- Egan, H.; Kirk, R. S. and Sawyer, R. (1987). *Análisis Químico de Alimentos de Pearson*. CECSA, México, D.F.
- Einstein, A. (1906). Zur theorie der Brownschen Bewegung. *Ann. Phys. Leipzig* 19, 371-381.
- Fox, R.W. and Mc.Donald A.T. (1984). *Introducción a la Mecánica de Fluidos*. Interamericana, México.
- Gandhi, R. L. and Snoek, P. E. (1983). *Design Aspects of Slurry Pipelines*. Handbook of Fluid in Motion, (N.P. Chermisinoff and R. Gupta eds.) pp. 945-968, Ann Arbor Science.
- Geankoplis, C.J. (1982). *Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias*. C.E.C.S.A., México.
- Glicksman, M. (1969). *Gum Technology in the Food Industry*. Edit. Academic Press, Inc. E.U.A.
- Goldsmith, H. L. and Mason, S. G. (1982). The Flow of Suspensions Through Tubes. I. Single Spheres, Rods and Discs. *J. Colloid Sci.* 17, 448-476.
- Gordon, G. (1989). *Simulación de Sistemas*. Edit. Diana. México, D.F.
- Ishii, M. and Zuber, N. (1979). Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubbly, Droplet or Particulate Flows. *AIChE J.* 25(5) 843-854.
- Jacobs, D. C. (1990). Watch out Nonnormal Distributions. *Chem. Eng. Prog.* 86(11)19-27.
- Kung, P. and Mohitpour, M. (1986). Non-Newtonian Liquid Pipeline Hydraulics Design and Simulation Using Microcomputers. Ninth Annual Energy-Sources Technology Conference and Exhibition. New Orleans. ASME, New York, 73-78.
- Lang, E. R. and Rha, C. (1980). Analysis and Estimation of Yield Stress of Dispersions. Proceedings of the VIII International Congress of Rheology, Vol III. G. Astarita, G. Marrucci y L. Nicolais (edit). Plenum, New York. (3) 659-665.

- Law, A. M. and Kelton, W. D. (1991). *Simulation, Modeling and Analysis*. Edit. Mc Graw Hill, Singapur.
- Levinson, W. (1990). Understand the Basics of Statistical Process Control. *Chem. Eng. Prog.* 86 (11) 28-37.
- Liou, L. W. and Torrest, R. S. (1987). Suspension Transport and Deposition in Pipeline Flow of Non-Newtonian Polymer Solutions. *Colloidal and Interfacial Phenomena* (3) 207-224.
- Martínez P., L. P. (1988). Etude de la Thixotropie de Sauces Amylacees. Application a la Modélisation de leur Ecoulement en Regime non Stationnaire. Tesis P.D. Biotechnologies et Industries Alimentaires, I.N.P. Lorraine, France.
- Mendehall, W. and Scheaffer, R. L. and Wackerly, D. D. (1986). *Estadística Matemática con Aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamérica. México, D.F.
- Metzner, A. B. (1985). Rheology of Suspensions in Polymeric Liquids. *J. Rheology* 29: 739.
- Midoux, N. (1985). *Mécanique et Rhéologie des Fluides en Génie Chimique*. Technique Documentation-Lavoisier, Paris.
- Mih, W. C.; Chen, C. K. and Orsborn, J. F. (1971). *Bibliography. Solid-liquid Transport in Pipelines, Including Theoretical Analysis and Research Needs*. College of Engineering, Washington State University, Pullman, W.A.
- Mills, P. and Snabre, P. (1988). The Fractal Concept in the Rheology of Concentrated Suspensions. *Progress and Trends in Rheology II*. 105-108.
- Mironer, A. (1979). *Engineering Fluid Mechanics*. Edit. Mc Graw Hill. Tokio, Japon.
- Oroskar, A. R. and Turian, R. M. (1980). The Critical Velocity in Pipeline Flows of Slurries. *AIChE J.* 26(4) 550.
- Payne, J. A. (1988). *Introduction to Simulation: Programming Techniques and Methods of Analysis*. Mc Graw Hill. Singapur.

- Rao, M. A. and Anantheswaran, R. C. (1982). Rheology of Fluids in Food Processing. *Food Technol.* 36, 116-126.
- Rubinow, S.I. and Keller, J.B. (1961). The Transverse Force on a Spinning Sphere Moving in a Viscous Fluid. *J. Fluid Mech.* (11) 447-459.
- Sadler, L. Y. and Sim, K. G. (1991). Minimize Solid-liquid Mixture Viscosity by Optimizing Particle Size Distribution. *Chem. Eng. Prog.* 87 (3) 68-71.
- Saffman, P. G. (1965). The Lift on a Small Sphere in Slow Shear Flow. *J. Fluid Mech.* (22) 385-400.
- Saffman, P. G. (1968). Corrigendum to the paper "The Lift on a Small Sphere in Slow Shear Flow". *J. Fluid Mech.* (31) 824.
- Sastry, S. K. and Zuritz, C. A. (1987). A Review of Particle Behavior in Tube Flow: Applications to Aseptic Processing. *J. Food Proc. Eng.* 10, 27-52.
- Segré, G. and Silberberg, A. (1961). Radial Particle Displacements in Poiseuille Flow of Suspensions. *Nature* (189) 209-210.
- Skelland, A. H. P. (1967). *Non-Newtonian Flow and Heat Transfer*. John Wiley, New York.
- Sherman, P. (1968). *Rheology of Emulsions. In Emulsion Science*. Ed. P. Sherman. Academic Press. London.
- Slattery, J.C. and Bird, R.B. (1961). Non-Newtonian Flow Past a Sphere. *J. Chem. Eng. Sci.* (16) 231-241.
- Sokolnikoff, I. S. and Redheffer, R. M. (1966). *Mathematics of Physics and Modern Engineering*. McGraw Hill. E. U. A.
- Sommerville, D. R. (1991). Critical Transport Velocity in Two-phase, Horizontal pipe flow. *AICHE J.* 37 (2) 274-278.

Subramaniam, G. and Zuritz, C. A. (1990). A Study of Drag Forces on Solid Spherical Particles in Power Law Bounded Flow: Applications to Aseptic Processing. *J. Food Proc. Eng.* (12) 137-158.

Tamine, A. Y. and Robinson, R. K. (1991). *Yogurt: Ciencia y Tecnología*. Edit. Acribia. Zaragoza, España.

Toda, M.; Ishikawa, T.; Saito, S. and Maeda, S. (1973). On the Particle Velocities in Solid-liquid Two-phases Flow Through Straight Pipes and Beds. *J. Chem. Eng. Japan* (6) 140-146.

Turian, R. M. and Yuan, T. (1977). Flow of Slurries in Pipeline. *AIChE J.* 23(3) 232-243.

Van Wazer, J. R.; Lyons, J. W.; Kim, K. Y. and Colwell, R. E. (1983). *Viscosity and Flow Measurement. A Laboratory Handbook of Rheology*. Interscience Publishers, New York.

Wallis, G. B. (1969). *One-dimensional Two-phase Flow*. Edit. Mc Graw Hill. E. U. A.

Walpole, R. E. y Myers, R. H. (1992). *Probabilidad y Estadística*. Edit Mc Graw Hill. México, Edo de Méx.

Young, D. F. (1960). The Coring Phenomenon in the Flow Suspensions in Vertical Tubes. *ASME Paper No. 60-HYD-12*.

Zandi, I. (1971). Hydraulic Transport of Bulky Materials. *Advances in Solid-liquid Flow in Pipes and Its Application*. (I. Zandi, Ed.) pp 1-34, Pergamon Press, Ltd. Oxford, New York.

Zeichner, G. R. and Schowalter, W. R. (1977). Use of Trajectory Analysis to Study Stability of Colloidal Dispersions in Flow Fields. *AIChE J.* 23 (3) 243-254.

Zuñiga V., E. (1991). El Estudio y Aplicación de la ΔP Permisible como Criterio de Dimensionamiento Preliminar para Fluidos Alimenticios Newtonianos y No-Newtonianos en Régimen Laminar. Tesis L. I. A., FESC (UNAM).

Zuritz, C. A.; McCoy, S. and Sastry, S. K. (1987). Convective Heat Transfer Coefficient for non-Newtonian Flow past Food-shaped Particulates. Paper No. 87-6538, Am. Soc. Agric. Eng. St. Joseph, Michigan.

ANEXOS

ANEXO 1 MANUAL DE OPERACION DEL VISCOSIMETRO RHEOMAT 108.

I. INTRODUCCION

Las medidas de viscosidad efectuadas en el Viscosímetro Rheomat 108 son más satisfactorias por los siguientes criterios:

Es reproductivo y repetitivo.

El esfuerzo cortante y la velocidad de cizallamiento se calculan directamente, así como la viscosidad aparente expresada en Pascal por segundo (Pas), la cual multiplicada por mil da valores de centipoise o miliPascal por segundo ($cp = mPas$).

Manejo de una gama más amplia de velocidades de cizallamiento.

La obtención de índices pertinentes, comparables con cualquier instrumento, los cuales pueden ser correlacionados estadísticamente con la apreciación organoléptica del producto.

II PRINCIPIO

1) Es un viscosímetro de cilindros coaxiales compuestos de un móvil interno, que gira con una velocidad de rotación constante dentro de un recipiente externo fijo.

2) El producto a estudiar se encuentra entre el cilindro de medición y el recipiente externo, el gradiente de cizallamiento, es constante.

3) La relación del esfuerzo cortante (τ) entre el gradiente de cizallamiento o velocidad de cizalla ($\dot{\gamma}$) es la viscosidad ($\eta = \tau/\dot{\gamma}$), la cual se expresa en Pascal por segundo (Pas).

III APARATOS Y ACCESORIOS

Descripción del Viscosímetro Rheomat 108 (en la figura A1.1, se muestran cada una de las siguientes partes del equipo):

A) Cabeza de medición:

1) Tecla 1 (paro).

2) Tecla 1 (arranque).

3) Botón de ajuste a cero.

4) Ficha de salida análoga al cople.

5) Selector A para presentar en pantalla:

- Temperatura (T) en °C,
- Medición de Torque (M) en mNm,
- Viscosidad (η) en Pa^s,
- Esfuerzo de cizallamiento (τ) en Pa,
- Velocidad de cizallamiento ($\dot{\gamma}$) en s⁻¹.

6) Selector B, para elegir el número de cuerpo de medición,

7) Selector C, para la Velocidad de rotación,

8) Pantalla digital,

9) Sensor de Temperatura Pt 100,

10) Ficha de conexión del cargador,

11) Soporte manual

12) Fijación del soporte,

13) Fijación del tubo de medición,

14) Fijación del cuerpo de medición,

B) *Sistema de medición.*

15) Cuerpo de medición No. 1,2,3.,

16) Tubo de medición,

17) Control del nivel de líquido

C) *Soporte*

18) Base con tornillo de ajuste de nivel

19) Eje

20) Dispositivo de fijación con tornillo de bloqueo,

D) *Adaptador*

21) Indicador de control de funcionamiento,

22) Volteje de la corriente,

23) Conexión de corriente,

24) Conexión al viscosímetro,

E) *Accesorios*

Sistema de medición en acero inoxidable

Tubos de aluminio a vía única.

Fig. 1

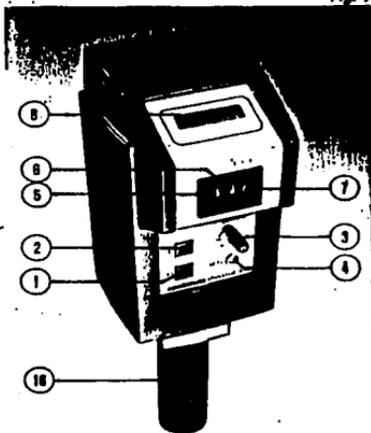


Fig.

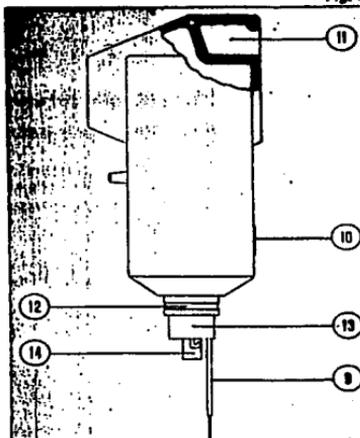


Fig. 3

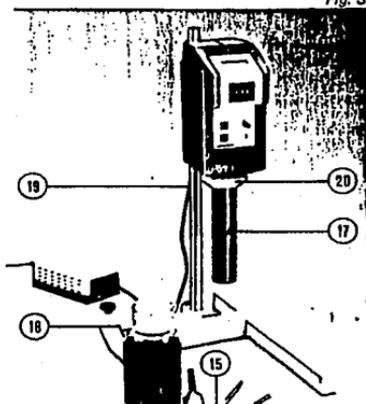
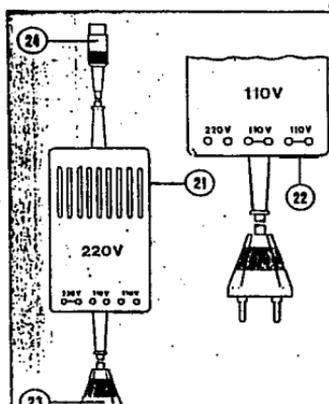


Fig.



IV MODO DE OPERACION

A) *Montaje de los cilindros:*

Conectar el aparato.

Escoger el cuerpo de medición y el recipiente exterior del Viscosímetro Rheomat, de acuerdo con el producto a analizar.

Fijar el cuerpo de medición, haciendo que coincida el vastago del eje del cilindro en la ranura.

Colocar el recipiente externo.

B) *Ajustar a cero:*

Seleccionar el "torque (M)" y la velocidad ($\dot{\gamma}$); poner en marcha el aparato, ajustar el torque a cero con el botón "0". Apagar el equipo.

C) *Evaluación de viscosidad*

Seleccionar la velocidad de rotación para el producto.

Seleccionar el parámetro de Temperatura (T), antes de realizar las mediciones de viscosidad.

Retirar el recipiente externo, para llenarlo posteriormente con el producto, hasta el nivel indicado.

Unir el recipiente externo al aparato.

Accionar la rotación, seleccionar el parámetro de viscosidad (η) y efectuar la lectura después del tiempo establecido.

V RECOMENDACIONES

Las medidas de viscosidad son dependientes de la temperatura, por lo que los productos deberán estabilizarse a la temperatura de medición deseada. La viscosidad disminuye cuando la temperatura aumenta.

La viscosidad de los fluidos no-Newtonianos dependen de igual manera de la velocidad y tiempo de cizallamiento, por lo que se debe utilizar siempre la misma velocidad y tiempo de medición para todas las evaluaciones.

La determinación de textura es destructiva, por lo que para toda repetición se necesita una nueva muestra.

Entre cada muestra el móvil y el recipiente externo, se deben de desmontar y lavar con agua fría y secar, después de lavados y secados los recipientes de medida, deberán llevarse a la temperatura de medición.

VI EXPRESION DE RESULTADOS

El resultado marcado en el viscosímetro Rheomat está en unidades de Pa*s, si se requiere expresarlo en miliPascal*seg o centipoises, éste debe multiplicarse por mil para obtener el valor expresado en las unidades deseadas.

VII ANALISIS DE RESULTADOS

De las muestras obtener la media y la desviación standard, así mismo calcular el coeficiente de variación.

$$C.V. = (X/\sigma) * 100 \quad (1)$$

DONDE:

X = media

C.V. = Coeficiente de variación

σ = Desviación standard

Referencia: "Manual de operación del Viscosímetro Rheomat 108, Contraves"

Datos obtenidos en el Viscosímetro Rheomat para cada uno de los fluidos, sólo se presentan los valores promedios para cada uno.

Yogurt con frutas		Base de Yogurt		Jarabe de Frutas	
$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)	τ (Pa)	$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)	τ (Pa)	$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)	τ (Pa)
17.7	5.14	17.7	7.08	7.62	81.4
27.2	7.08	27.2	9.00	11.681	96.67
41.7	8.36	41.7	10.29	17.93	114.84
64	10.29	64	12.23	27.49	136.37
98.3	14.81	98.3	14.81	42.17	161.97
150	20.57	150	18.02	64.71	192.39
231	29.6	231	22.45	99.27	228.51
354.5	46.9	354.5	29.69	152.3	271.41

CMC		CMC-CARRAGENINA	
$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)	τ (Pa)	$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)	τ (Pa)
27.2	9.65	0.23	2.96
41.7	13.51	0.46	4.04
64	16.39	1.15	7.01
98.3	20.94	2.3	9.97
150	26.1	4.6	14.01
231	31.19	9.2	18.87
354.5	39.0	23.01	27.76
		46.01	37.19

ANEXO 2. SISTEMA DE FLUJO A NIVEL PILOTO.

Las características principales del sistema de flujo (figura A2.1) son las siguientes:

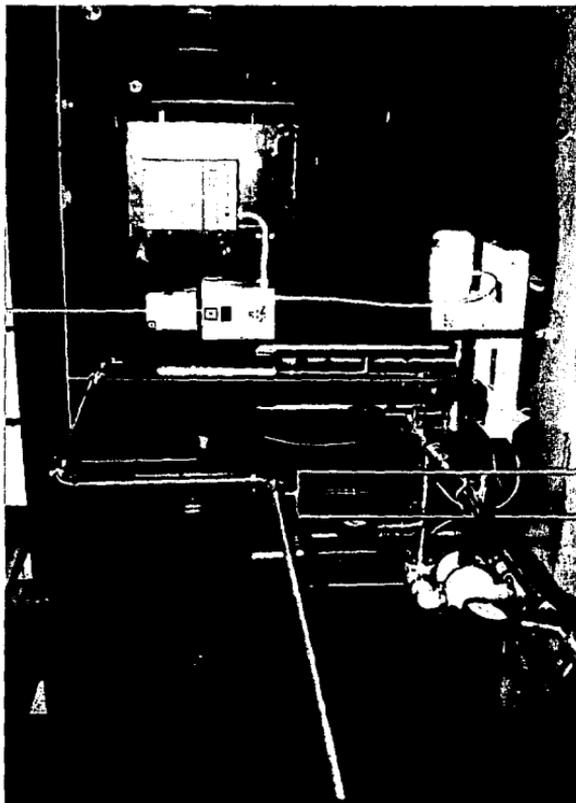
1) La tubería que se encuentra a la succión de las bombas es 2 in de diámetro nominal. Después de un mezclador estático, se tiene una reducción para una tubería de un diámetro de 1 1/2 in, la cual tiene una longitud de 9m, sobre la cual se encuentran los medidores de presión. Tanto la tubería, como los accesorios son de Acero Inoxidable 316.

2) Para la medición de la caída de presión ocasionada por el transporte de los fluidos, a través de la tubería se colocaron 4 manómetros de Bourdon con sello químico tipo clamp, uno se instaló a la descarga de cada una de las bombas (cada uno tiene un intervalo de medición que va de 0 a 4 kg/cm²), otro después del mezclador estático (con un intervalo de 0 a 4 kg/cm²) y el último (con un intervalo de 0 a 2 kg/cm²) al final de la línea de 1 1/2 in a 9m del otro manómetro y antes del codo, que conecta a la línea de retorno al tanque.

3) Se tienen 2 tanques de Acero Inoxidable 304 con terminación cónica, uno con una capacidad de 65 litros que se encuentra conectada a la succión de la bomba Sine, el otro tanque tiene una capacidad de 30 litros y está conectado a la succión de la bomba de Diafragma.

4) Se cuenta con 2 bombas de diferentes características de operación, una de Diafragma de Polipropileno (Wilden, modelo M4) y otra de desplazamiento positivo sinusoidal de Acero Inoxidable (SINE, modelo SPS 20). La bomba de Diafragma funciona con aire comprimido, para lo cual se instaló una línea de Cobre para suministrar el aire a la bomba. En esta línea se encuentran 2 filtros, uno para agua (Norgren modelo F12-400-M3TA, de 1/2 in) y otro para aceite (Norgren modelo F45-400-MOTA, de 1/2 in), la presión del aire se controló con una válvula reguladora de presión Norgren modelo R12-40C-RNLA de 1/2 in. Para obtener diferentes flujos volumétricos con la bomba de Diafragma, sólo basta con modificar la presión del aire que es suministrado para mover los diafragmas (parte motriz de la bomba). Para modificar el flujo volumétrico para el caso de la bomba Sine se utiliza un variador de frecuencia Lancer modelo GPD 402.

A continuación se realiza un breve descripción del funcionamiento de cada una de las bombas utilizadas en la etapa experimental.



BOMBA DE DIAFRAGMA

La bomba de Diafragma soporta una presión máxima de aire de 125 psig. Las principales características de esta bomba son:

1) La succión del fluido se realiza por la parte inferior de la bomba, como resultado del vacío originado por el movimiento del pistón sobre los diafragmas. El aire es controlado por una válvula, éste pasa por una cámara hacia un pistón, el cual se desliza hacia uno de los diafragmas, ejerciendo una fuerza que produce el desplazamiento del fluido fuera de la cavidad. Debido a este movimiento una de las cavidades siempre se encuentra vacía y permite que se levante la válvula de bola, para permitir la entrada del líquido a la misma. Cuando el fluido es desalojado de la cavidad, la válvula de aire cambia la alimentación de aire hacia la otra cavidad, para desalojar el líquido que se encuentra en él. El líquido es desalojado por la parte superior de la bomba.

2) El alimento sólo tiene contacto con los diafragmas (sistema impulsor) de la bomba.

3) Puede empezar a funcionar en seco (sin líquido en las cavidades).

4) La velocidad interna es muy baja, por lo que, puede bombear materiales muy viscosos y abrasivos.

BOMBA SINE DE DESPLAZAMIENTO POSITIVO

La bomba Sine es una bomba de desplazamiento positivo, que consta de un rotor de tipo sinusoidal de Acero Inoxidable. Combina las ventajas de las bombas de lobulos y cavidades, eliminando los problemas de las pulsaciones. El desplazamiento volumétrico es constante y se puede transportar alimentos con sólidos en suspensión.

El rotor de la bomba Sine es un impulsor sinusoidal con dos curvas sinusoidales, que crean cuatro cavidades de flujo simétricamente iguales. El rotor de la bomba se mueve dentro de una cámara, éste se mueve como resultado del movimiento de un perno guía colocado sobre un deslizador, dando como resultado el desplazamiento positivo del fluido desde la succión hasta la descarga. El cuerpo del deslizador evita que el fluido que se encuentra del lado de la descarga de la bomba regrese al lado de la succión de la bomba. Todas las partes del rotor se encuentran en contacto, ya sea con la cámara o con el cuerpo del deslizador, asegurando el desplazamiento completo del líquido. Las cavidades de la bomba nunca cambian

de tamaño, ni de volumen, eliminando la compresión dentro de la bomba y algún posible daño sobre las partículas. El área volumétrica en la succión siempre es la misma y se tiene una alimentación simultánea en ambos lados del rotor, no existen pulsaciones y el efecto de la viscosidad es despreciable.

ANEXO 3. DISTRIBUCION GAMA.

Por lo general, los resultados estadísticos que se obtienen después de evaluar alguna característica, tamaño, temperatura, peso, densidad, viscosidad, etc, de un producto, sigue un comportamiento Gaussiano, característico de la distribución Normal, con un valor promedio, μ , y una desviación estándar, σ , bien definidos. En una distribución Normal, la media es igual a la mediana y a la moda, y la mitad de la población es menor a la media y la otra mitad es mayor (Levinson, 1990).

Sin embargo, existen ocasiones en que la media, μ , no es igual a la mediana y no se tiene una distribución Normal. Para determinar si los datos de un producto siguen una distribución Normal o no, se calculó el valor del coeficiente de Skewness (r), a partir de la siguiente ecuación:

$$r = \Sigma (X_i - \mu)^3 / n \sigma^3$$

donde:

X_i = dato

μ = media

σ = desviación estándar

n = número de datos

El valor del coeficiente de Skewness se utiliza para medir la simetría de los datos con respecto a la media. Para el caso de una distribución Normal el valor del coeficiente de Skewness es igual a cero. Si el valor es diferente de cero, la distribución no es Normal. En el cuadro A3.1 se muestran los valores del coeficiente de Skewness que le corresponde a los diferentes tipos de distribuciones continuas.

DISTRIBUCION	SKEWNESS (r)
NORMAL	0
EXPONENCIAL	2
CHI CUADRADA	2.83
LOGNORMAL	6.18
HIPEREXPONENCIAL	6.43

Cuadro A3.1 Valores del coeficiente de Skewness para los diferentes tipos de distribuciones estadísticas para variables continuas.

Para el caso específico de esta tesis, se utilizó la distribución gama, por lo que sólo se explicará como se calculán los parámetros característicos para esta distribución.

PARAMETRIZACION DE LA DISTRIBUCION GAMA

Para poder dibujar la curva característica de cualquier tipo de distribución, es necesario calcular o conocer ciertos parámetros. Para el caso de la distribución normal es necesario conocer la media y la desviación estándar.

Para la distribución gama es necesario evaluar:

- 1) el parámetro de forma (α), con el cual se determina la forma básica de la curva de la distribución, y
- 2) el parámetro de escala (β), que determina la escala de medición de los valores en el rango de la distribución.

Un cambio en β comprime o amplía el rango de la distribución sin modificar su forma básica. Pero un cambio en α modifica las propiedades de la distribución. Para poder dibujar la curva de la función de densidad probabilística de la distribución gama, es necesario calcular los parámetros α y β .

α se puede calcular a partir de:

- 1) calcular el valor de T a partir de la siguiente relación: $T = (\ln \mu - \Sigma \ln Xi/n)^{-1}$
- 2) con el valor de T, buscar en el cuadro del apéndice 6A (Law y Kelton, 1991) el valor de α .
- 3) ya con el valor de α se calcula β , con la siguiente expresión: $\beta = \mu/\alpha$

Una vez que se tienen los valores de los parámetros α y β , se puede calcular la función densidad, con la expresión siguiente:

$$f(x) = \beta^{-\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} / \Gamma(\alpha)$$

donde:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma(\alpha) = \Gamma(z)$$

Una vez que se tiene la función de densidad graficar contra X_i , para obtener la curva característica de una distribución gama.

ANEXO 4. METODO DE RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN.

Las ecuaciones diferenciales ordinarias se clasifican en problemas con condiciones en la frontera y con condiciones iniciales. Muchos de los problemas con condiciones iniciales dependen del tiempo. Para resolver los problemas debe especificarse la condición inicial al tiempo inicial ($t=0$), de lo contrario no podrá resolver la ecuación diferencial. Existen diferentes métodos de integración numérica para resolver los problemas con condiciones iniciales, entre ellos se encuentra el método de Runge-Kutta de 4to orden.

En el método de Runge-Kutta de 4to orden, el orden de precisión aumenta al utilizar puntos intermedios en cada intervalo y tiene un error de hasta h^5 , menor que el desarrollo de Taylor. La forma general de la integración numérica de este método, para una sola ecuación diferencial ordinaria tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned}k_1 &= hf(y_n, t_n) \\k_2 &= hf(y_n + k_1/2, t_n + h/2) \\k_3 &= hf(y_n + k_2/2, t_n + h/2) \\k_4 &= hf(y_n + k_3, t_n + h) \\y_{n+1} &= y_n + (1/6) [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]\end{aligned}$$

En el caso de que el método se aplique para resolver más de una ecuación diferencial, la forma general de la integración, tiene la forma siguiente:

$$\begin{aligned}k_1 &= hf(y_n, z_n, t_n) \\m_1 &= hg(y_n, z_n, t_n) \\k_2 &= hf(y_n + k_1/2, z_n + m_1/2, t_n + h/2) \\m_2 &= hg(y_n + k_1/2, z_n + m_1/2, t_n + h/2) \\k_3 &= hf(y_n + k_2/2, z_n + m_2/2, t_n + h/2) \\m_3 &= hg(y_n + k_2/2, z_n + m_2/2, t_n + h/2) \\k_4 &= hf(y_n + k_3, z_n + m_3, t_n + h) \\m_4 &= hg(y_n + k_3, z_n + m_3, t_n + h) \\y_{n+1} &= y_n + (1/6) [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4] \\z_{n+1} &= z_n + (1/6) [m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4]\end{aligned}$$