



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

**“APLICACION DEL PROBLEMA DE LA
MOCHILA EN LA SELECCION DE PROYECTOS
DE INVERSION BAJO LIMITACIONES
DE CAPITAL”**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO-ELECTRICISTA
(AREA INDUSTRIAL)

P R E S E N T A :

SAMUEL DE JESUS HIDALGO ORELLANA



DIRECTOR: M.I. FEDERICO GONZALEZ SANTOYO

MEXICO, D. F.

JULIO DE 1993

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

INTRODUCCION

ANTECEDENTES

OBJETIVO

CAPITULO I

PAGINA

"LA INVESTIGACION DE OPERACIONES EN INGENIERIA".....	11
I.1 Introducción.....	12
I.2 Características de la Investigación de Operaciones.....	14
I.3 Conceptos Básicos de la Investigación de Operaciones.....	23
I.4 La Investigación de Operaciones y otras técnicas.....	27
I.5 Aplicación de la Investigación de Operaciones.....	31
I.5.1 Planeación.....	32
I.5.2 Producción.....	33
I.5.3 Mercados y Distribución.....	34
I.5.4 Inversiones y Finanzas.....	35
I.5.5 Aplicaciones Militares.....	36
I.5.6 Otras Aplicaciones.....	37

CAPITULO II

"CLASIFICACION DE LOS PROYECTOS DE INVERSION".....	38
II.1 Características Generales.....	39
II.2 Proyectos Mutuamente Excluyentes.....	42
II.3 Proyectos Complementarios.....	43
II.4 Proyectos Contingentes o de Prerrequisito.....	44

CAPITULO III

"LA SELECCION DE PROYECTOS BAJO LIMITACIONES DE CAPITAL".....45 (TECNICAS TRADICIONALES)	
III.1 La Investigación de Operaciones en el problema de Inversión.....46	
III.2 Concepto de Inversión.....48	
III.2.1 Definición.....49	
III.2.2 Objetivo.....49	
III.3 Componentes básicos de la Inversión.....51	
III.3.1 Decisión.....53	
III.3.2 Tiempo.....55	
III.3.3 Certidumbre.....56	
III.3.4 Riesgo e incertidumbre.....57	
III.4 Métodos de Evaluación Económica en proyectos de Inversión.....59	
III.4.1 Período de pago.....63	
III.4.1.1 Ejemplo de aplicación.....65	
III.4.2 Rendimiento de una Inversión.....68	
III.4.2.1 Ejemplo de aplicación.....70	
III.4.3 Valor anual equivalente.....72	
III.4.3.1 Ejemplo de aplicación.....76	
III.4.4 Valor Actual Neto.....77	
III.4.4.1 Ejemplo de aplicación.....80	
III.4.5 Índice de Utilidad o Productividad.....82	
III.4.5.1 Ejemplo de aplicación.....84	
III.4.6 Razón Beneficio-Costo.....86	
III.4.6.1 Ejemplo de aplicación.....87	
III.4.7 Tasa Interna de Rendimiento.....89	
III.4.7.1 Ejemplo de aplicación.....92	

CAPITULO IV

"TECNICAS DE OPTIMACION EN LA SELECCION DE PROYECTOS DE INVERSION" ..93

IV.1 El Algoritmo de Martelo y Toth y los problemas de mochila....	94
IV.1.1 Breve Historia de los problemas de Mochila.....	100
IV.1.2 ¿ Qué son los problemas de Mochila ?.....	102
IV.1.3 Terminología usada.....	105
IV.1.4 El Algoritmo de Martelo y Toth.....	106
IV.1.5 Ejemplo de Aplicación.....	113

CAPITULO V

"C O N C L U S I O N E S . "	120
V.1 Conclusiones y Recomendaciones.....	121
V.2 Apéndice.....	123
V.3 Bibliografía.....	124

I N T R O D U C C I O N

Desde el momento que el hombre construyó por primera vez un hacha de piedra, se vio involucrado con el problema de inversión. Para explicarlo de una manera sencilla, una inversión significa sacrificar una satisfacción inmediata a cambio de una satisfacción futura. De esta forma, cuando se tomó el trabajo de hacer con sus manos un arma que pudiese ser más efectiva, el hombre de las cavernas sacrificaba un consumo inmediato con la esperanza de que el hacha aumentara este nivel en una fecha posterior. Nuestro personaje comparó su consumo actual con el valor que le significaba el hacha; evaluó la cantidad y la oportunidad de su futuro consumo en la caza contra su consumo inmediato y al mismo tiempo evaluó el riesgo de que el hacha no fuese realmente efectiva como el lo esperaba. Aquí se observa de manera explícita, que el valor del hacha estaba en función de tres variables : los beneficios, el tiempo y el riesgo, elementos que estarán siempre involucrados en una inversión.

Desde entonces hasta la fecha, los integrantes de la sociedad estamos involucrados, en mayor o en menor grado, en el

problema de inversión. Así la familia que debe estudiar la posibilidad de reducir su consumo actual para comprar un televisor a color; el Estado que debe escoger entre contar con un mayor ejército o con mejores carreteras; las universidades que deben decidir entre aumentar su cuerpo de profesores o adquirir libros para la biblioteca; y la empresa que tiene que escoger entre dar un mayor dividendo a sus accionistas o construir una nueva planta, etc.

En cada una de las situaciones anteriores, observamos que el principal factor del problema de inversión es la toma de decisiones adecuada para la asignación de los principales recursos, de tal forma que obtenga el mayor beneficio a mediano o a largo plazo. Cuando un inversionista confronta una o pocas opciones de inversión seguras, rentables y con suficientes recursos disponibles, las decisiones son rápidas y confiables; sin embargo, este fenómeno no siempre ocurre y el inversionista debe considerar diversas opciones o posibilidades de inversión que le permitan escoger adecuadamente aquellas que se ajustan más a sus objetivos.

El proceso de selección de la(s) alternativa(s) que se escoja(n), debe ser tan racional como adecuada y por tal, el inversionista debe recurrir a métodos y técnicas bien elaboradas. En años recientes, la Investigación de Operaciones y el particular la programación matemática han surgido como herramientas poderosas para la toma de decisiones en el problema de inversión.

En este trabajo buscamos analizar el problema de inversión a través de diversos puntos de vista; particularmente al :

- a).- Señalar los fundamentos principales del problema de inversión relativos a la administración y usos de los recursos de una empresa en la evaluación y selección de los proyectos de inversión;
- b).- Aplicar modelos matemáticos y resolver un algoritmo particular tendiente a la formación de programas de inversión.

Para eso, el mismo se desarrolla como sigue :

En el capítulo 1, se da una descripción general de la Investigación de Operaciones, su desarrollo histórico, sus principales características, así como los elementos necesarios para realizarla, finalmente se enuncian algunas de las aplicaciones más importantes que se llevan a cabo con la Investigación de Operaciones.

En el capítulo 2 se realiza la clasificación de las inversiones con respecto al comportamiento de los flujos de efectivo.

El capítulo 3, se describen los componentes que pueden identificarse en cada problema de inversión, los métodos más importantes y de utilidad para evaluar alternativas de inversión.

Con la idea de mantener una continuidad en lo establecido en el capítulo tres, se presentan algunos ejemplos de aplicación

que permiten una mejor comprensión de los métodos tradicionales de evaluación de un proyecto de inversión.

En el capítulo 4, lo dedicamos a presentar y desarrollar un algoritmo de selección de inversiones, planteado por Martelo y Toht en 1987. Para resolver problemas tipo mochila.

Por último en capítulo 5, presentamos la conclusión de la investigación y anexamos los programas (en un diskete) codificados en lenguaje de programación Fortran de algunos problemas tipo mochila.

ANTECEDENTES

El tema refleja una innovación de Silvano Martelo y Paolo Toht. Investigadores de la universidad de Bologna, Italia. Quienes se han dedicado al estudio de importantes algoritmos para resolver un importante número de problemas en el campo de la programación lineal y entera, que se agrupan bajo el termino Knapsack (mochila). Los algoritmos desarrollados por Martelo y Toht en julio de 1989 permiten formular matemáticamente y resolver mediante el uso de la computadora diversos problemas industriales cotidianos.

En años anteriores los problemas tipo mochila han sido estudiados por diversos Investigadores entre los que podemos mencionar a: Bellman's (1950), Dantzing (1957), Gilmore y Gomory (1960), Kolesar (1967), Horowitz y Sahni (1973), Balas y Zemel (1980) y Martelo y Toht en (1973) y (1987), por mencionar algunos de los más importantes.

Los problemas tipo mochila son unos de los más intensamente estudiados, la razón por tal interés básico deriva de tres factores : puede ser visto como el más fácil problema de programación lineal, aparece como subproblema en muchos problemas complejos y puede representar muchas situaciones prácticas.

OBJETIVO

El objetivo de este trabajo, es de motivar a la creación de nuevos estudios relacionados con el concepto de inversión. En especial a la utilización de la Programación Matemática como recurso auxiliar del inversionista en el planteamiento y solución de la incertidumbre de invertir recursos de una manera óptima.

CAPITULO

I

**LA INVESTIGACION DE OPERACIONES
EN INGENIERIA**

I N T R O D U C C I O N

Los ejecutivos y administradores en las organizaciones actuales toman muchas decisiones diariamente. Algunas de ellas se basan en análisis y razonamientos sencillos, pero muchas otras dependen de una combinación de experiencia general, juicio, especulación e incertidumbre.

Más aún, siempre existe el riesgo de que una decisión tomada en determinado momento no sea tan buena como una que se tome posteriormente, y que esté basada en mejor información y un análisis más cuidadoso de la situación. Por otra parte, una decisión, aunque sea buena, puede dejar de ser conveniente cuando no se toma oportunamente.

Los problemas que se presentan actualmente y que exigen una solución son más complejos y de mayor alcance que en el pasado. Esto se debe, en gran parte, a la descentralización de los mercados industriales, diversificación de la industria y productos, avances en los sistemas de transporte, mayor competencia, y al progreso de la tecnología durante las dos últimas décadas. Por lo tanto, la administración debe ofrecer no solución a nuevos problemas, sino soluciones nuevas y más eficaces para aquellos problemas que se consideran de rutina y repetitivos .

La Investigación de Operaciones ha ayudado a las organizaciones a resolver problemas tan diversos como dirigir a vendedores adecuadamente hacia los compradores en el momento preciso, distribuir el presupuesto de publicidad de la manera más efectiva, establecer sistemas justos de comisión, mejorar las políticas de abastecimiento y control de inventarios, planear la producción a un costo mínimo, definir las relaciones de trabajo y capital necesario para una nueva operación, determinar la capacidad óptima de unidades productivas, establecer planes para el desarrollo urbano de las ciudades, implantar estrategias de precios en situaciones de gran competencia, y otros más.

La Investigación de Operaciones permite encontrar soluciones adecuadas a estos problemas, debido a que ayuda a identificar las partes críticas del sistema que requieren evaluación y análisis, y suministra una base sólida de carácter cuantitativo para orientar el juicio del ejecutivo. De esta manera, disminuye el esfuerzo y el tiempo de análisis de los ejecutivos, e intensifica el potencial de su actividad en la toma de decisiones más racionales. En este sentido, la Investigación de Operaciones contribuye a una mejor administración y planeación.

CARACTERISTICAS DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES

La Investigación de Operaciones tiene distintos significados para diferentes personas. Para algunos ejecutivos y científicos representa la aplicación de la estadística y sentido común a problemas de negocios. Para otros es un calificativo más general para actividades como la investigación de mercados, control de calidad o ingeniería industrial. Algunos negociantes lo consideran un artificio de producción y ventas otros, un asunto académico que interfiere con el mundo práctico. Sin embargo, la Investigación de Operaciones no es ninguna de estas cosas, como se verá a continuación.

No es sorprendente que haya tanta confusión en relación a este tema. La Investigación de Operaciones no es un concepto explícito y fácilmente identificable que se haya desarrollado específicamente para las necesidades de la industria. Lo creó durante la segunda guerra mundial, un grupo de científicos que fueron comisionados por el Gobierno Inglés para idear recomendaciones que mejoraran las estrategias militares. En aquel entonces, los ejecutivos militares ingleses fueron confrontados con la necesidad de dirigir una guerra

mediante un sistema del que se tenía muy poca experiencia real. Los ejércitos habían sufrido una evolución, debida a la industrialización y automatización, y por lo tanto se multiplicaron las divisiones de trabajo y administración. Fueron creadas muchas divisiones (inteligencia, administración, servicios de operaciones, cuerpo de señales, transportes, logística). El ejército había sufrido una revolución industrial; sin embargo, tenía una característica especial: la experiencia del ejecutivo militar no había sido continua; dos décadas habían pasado desde la primera guerra mundial; sin embargo, la tecnología de la guerra había seguido un avance ininterrumpido. En estas circunstancias los ejecutivos militares acudieron a los científicos, los cuales habían estado íntimamente ligados con el desarrollo tecnológico, en el cual apoyaron la operación del nuevo sistema. En el año de 1937, los ejecutivos militares de Inglaterra solicitaron de los científicos el radar, de reciente invención, para la localización de aviones enemigos. En 1939, su uso se había convertido en una actividad rutinaria. El objetivo inicial del estudio fue extender el campo de acción del radar para lograr incrementar el tiempo entre el primer aviso de alerta y el ataque por parte del enemigo. Después, los científicos se dieron cuenta de las ventajas que se obtendrían al disminuir el tiempo entre la primera llamada de alerta y el despliegue de la defensa. De ahí surgió la necesidad de estudiar el sistema de

comunicación que unía los centros de detección del enemigo con las defensas. La atención se fijó primero en el equipo físico y la red de comunicación, y más tarde en el personal y los ejecutivos involucrados.

Del análisis anterior se obtuvieron métodos que mejoraron las técnicas de los operadores y, en el proceso, también se descubrieron muchas limitaciones en la red que no había sido posible detectar.

A los científicos que colaboraban en diferentes aspectos del trabajo se les alentó a que se consideraran parte del alto comando.

En poco tiempo la sección de investigación extendió su rango de actividades más allá del radar y sus usos, e intervenía en una amplia variedad de problemas. En el verano de 1941 se decidió crear grupos de Investigación de Operaciones en la Real Fuerza Aérea. La Armada y la Marina Británicas siguieron su ejemplo. Uno de los primeros problemas que se plantearon fue el estudio de la eficiencia de los aparatos de control de los cañones en el campo de batalla. Se formó un grupo de investigación compuesta por tres Fisiólogos, dos Físico-Matemáticos, un Astrofísico, un oficial de la armada y un Ingeniero de campo.

Este tipo de actividad científica fue denominada por los británicos "INVESTIGACION DE OPERACIONES", debido a que los primeros estudios fueron dedicados a operar el radar y estudiar sus posibles aplicaciones.

Después de la guerra, algunas compañías experimentaron con este tipo de investigación y encontraron su aplicabilidad a problemas de administración de negocios; desde entonces se ha logrado una base de acción dentro del campo industrial. Ha surgido mucha confusión al tratar de identificar el nombre de " Investigación de Operaciones" con técnicas especiales, o al hacer distinciones rígidas entre la Investigación de Operaciones y otras actividades al servicio del ejecutivo.

El primer punto en consideración es que la Investigación de Operaciones es exactamente lo que su nombre indica, una investigación en las operaciones. Sin embargo, representa un punto de vista particular en las operaciones y, más importante, un tipo particular de investigación. Las operaciones se consideran como un sistema. El objetivo del estudio no es analizar el equipo utilizado, ni la moral de los participantes, ni las propiedades físicas del producto; sino la combinación de todas esas características como un proceso económico. Esta idea básica, generalmente es aceptada en principio por muchos investigadores; sin embargo, rara vez se lleva a cabo en la práctica. La idea fundamental es que la actividad de una parte de una organización tiene efecto en las actividades de cualquier otra parte, o sea, todos los elementos de un sistema son interdependientes.

Una vez que se conoce el mecanismo básico, los secretos de este también se conocen y pueden ser utilizados para el mejoramiento del sistema. Para juzgar una decisión adoptada,

se deben identificar las principales interacciones entre partes del sistema y evaluar su influencia total en el desarrollo y eficiencia del conjunto de la organización, no simplemente en aquella parte del sistema que se alteró originalmente. Estas interrelaciones entre las operaciones se sujetan al análisis lógico y a la metodología que ha caracterizado el trabajo de investigación del Químico, el Físico, o el Biólogo; es lo que se conoce como "Método Científico".

Una vez que el científico ha comprendido el funcionamiento y las interrelaciones de todas las partes del sistema, procede a construir una analogía con la naturaleza real de dicho sistema. A esto se le llama el modelo del sistema. El científico sabe que su analogía nunca será perfecta; sin embargo, debe ser lo suficientemente exacta para satisfacer las necesidades que la originaron; para lograrlo, repetirá, cuantas veces sea necesario, el proceso de observación, inducción y refinamiento teórico. Además, aventaja a la experimentación de diferentes acciones sobre el sistema real que resulta demasiado costosa y lenta.

Por lo tanto, se debe formular un modelo experimental que permita predecir los efectos de una decisión en el sistema real. Esto se puede ilustrar con algunos modelos conocidos. Por ejemplo, la ingeniería aeronáutica realiza pruebas en un túnel de viento con un modelo de aeroplano para investigar las propiedades aerodinámicas del prototipo. Sin embargo, el

modelo no tiene ningún uso comercial práctico. Otro ejemplo es el modelo de la contabilidad. Esencialmente es una representación gráfica, en forma de cuentas y libros, del flujo de bienes y servicios en una organización. Provee medidas de la cantidad de producción, valores producidos y eficiencia lograda (aunque difícilmente es una representación de las operaciones reales).

El Método Científico, en su forma ideal, demanda una actitud mental especial, que es una cierta reverencia por los hechos. Gran parte de los ejecutivos están acostumbrados a usar datos para el control de sus operaciones. Sin embargo, se interesan principalmente por los resultados logrados y secundariamente por las causas; interpretan los hechos desde el punto de vista de los objetivos de la organización. Esta es una actitud muy diferente a la de buscar las relaciones que existen entre los datos que se presentan. Así, cuando un administrador observa los resultados de las ventas, los considera como un indicador de su éxito en la campaña de ventas o la utilidad que estas le reportan. Por contraste, cuando el investigador analiza esos mismos datos, busca en ellos una clave a las relaciones del comportamiento fundamental de los clientes. Tentativamente, mediante la inducción formula un mecanismo teórico, el cual utiliza para deducir qué fenómenos deben ocurrir y los compara con los

datos observados. La prueba del modelo es sencilla; ¿se comporta el mecanismo aproximadamente como la naturaleza o, en otras palabras, produce el modelo del sistema datos cuantitativos que se puedan utilizar para predecir cómo se comportarán los clientes en realidad?

A través de los años se han desarrollado técnicas experimentales y análisis matemáticos para utilizarlos como herramientas en el desarrollo de este tipo de actividades. La aplicación de esta posición científica y de las técnicas asociadas al estudio de las operaciones, ya sean de negocios, gubernamentales, o militares, es lo que se conoce con el nombre de "INVESTIGACION DE OPERACIONES".

A continuación se presentan algunos problemas en los que se ha aplicado este enfoque operacional.

Una compañía con gran número de productos terminados tenía problemas para mantener un nivel balanceado de inventarios. No obstante la atención cuidadosa y la continua modificación a los puntos de reorden, basados en la experiencia, el nivel de inventarios de muchos artículos era muy alto para las ventas, o inadecuado para satisfacer la demanda. El problema fue resuelto por un analista que primero reunió datos acerca de las diferentes variables, tales como volumen y frecuencia de las órdenes, duración de los tiempos de producción y entrega, etc. Después, elaboró un sistema simulado, el cual probó en condiciones de ventas extremas, cambiando continuamente las características del modelo hasta alcanzar

las condiciones necesarias, todo ello con lápiz y papel. De esta forma le fue posible modelar un sistema sin costos de instalación ni riesgos de posibles fallas.

Otro estudio similar fue llevado a cabo por un grupo académico para una compañía de aerolíneas en los Estados Unidos de Norteamérica. El problema era el entrenamiento de alrededor de mil azafatas que la compañía requería. Muchas de ellas dejaban su trabajo antes de los dos años de servicio, generalmente para casarse. Debido a la constante deserción, la compañía necesitaba reclutar y entrenar personal continuamente, para lo cual contaba con una escuela de capacitación. Podía dirigir tres grupos de clase de cincuenta muchachas cada uno, contratarlas y entrenarlas en un periodo de ocho semanas.

Los ejecutivos de la compañía deseaban saber cuando deberían iniciar nuevos cursos y cuántos grupos deberían tener. Al examinar, el problema se vio que era un análisis clásico de control de producción e inventarios. La "materia prima" eran las jóvenes que, mediante el entrenamiento, se convertirían en aeromozas (producto terminado). El sistema incluía gastos de almacenamiento (pago de salarios a las azafatas que no laboraban tiempo completo), costos por falta de producción (cuando había que cancelar vuelos por falta de aeromozas), y los gastos periódicos que representaban los cursos de capacitación.

El problema se resolvió mediante un análisis matemático, y se le indicó al administrador cómo controlar las operaciones para minimizar los costos totales. Los ahorros fueron sorprendentes.

CONCEPTOS BASICOS DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES

Son cuatro los conceptos de fundamental importancia para efectuar la Investigación de una Operación: Definición del problema, Construcción del modelo, Solución del modelo, Validación del modelo e Implantación de los resultados

La primera fase de estudio requiere una Definición del problema. Desde el punto de vista de la Investigación de Operaciones esto indica tres aspectos principales : (a) una descripción de la meta o el objetivo de estudio, (b) una identificación de las alternativas de decisión del sistema y (c) un reconocimiento de las limitaciones, restricciones y requisitos del sistema.

Una descripción del objetivo del estudio debe reflejar una representación aproximada del interés total del sistema. Una falla común en este aspecto es identificar algunas metas representando solamente una porción del sistema total.

Bajo tales condiciones, lo que se considera mejor para esta porción del sistema, puede realmente ser dañino para la operación entera. En forma semejante, un estudio que no tome en cuenta todas las alternativas y limitaciones de decisión del sistema es probable que proporcione una solución no aproximada.

La segunda fase de estudio corresponde a la construcción del modelo. Dependiendo de la definición del problema, el equipo de investigación de operaciones deberá decidir sobre el modelo más adecuado para representar el sistema.

Tal modelo deberá especificar expresiones cuantitativas para el objetivo y las restricciones del problema en función de sus variables de decisión. Si el modelo resultante se ajusta a uno de los modelos matemáticos comunes (por ejemplo programación lineal) puede obtenerse una solución conveniente mediante técnicas matemáticas. Si las relaciones matemáticas del modelo son demasiado complejas para permitir soluciones analíticas, puede ser más apropiado un modelo de simulación. Algunos casos pueden requerir el uso de una combinación de modelos matemáticos, heurísticos y de simulación. Esto, por supuesto, depende mucho de la naturaleza y complejidad del sistema de investigación.

La tercera fase de estudio corresponde a la solución del modelo. En modelos matemáticos esto se logra usando técnicas de optimización bien definidas y se dice que el modelo proporciona una solución "óptima". Si se usan los modelos de simulación o heurísticos el concepto de optimidad no está tan bien definido, y la solución en estos casos se emplea para obtener evaluaciones aproximadas de las medidas del sistema. Además de la solución (óptima) del modelo uno debe también asegurar, siempre que sea posible, información adicional

sobre el comportamiento de la solución debida a cambios en los parámetros del sistema. Usualmente esto se conoce como "análisis de sensibilidad". tal análisis es especialmente necesario cuando los parámetros del sistema no pueden estimarse aproximadamente. En este caso es importante estudiar el comportamiento de la solución óptima en los entornos de estas estimaciones.

La cuarta fase busca la validación del modelo. Un modelo es válido si, independiente de sus inexactitudes al representar el sistema, puede dar una predicción confiable del funcionamiento del sistema. Un método común para probar la validez de un modelo es comparar su funcionamiento con algunos datos pasados disponibles del sistema actual. El modelo será válido si bajo condiciones similares de entradas puede reproducir el funcionamiento pasado del sistema. El problema aquí es que no existe seguridad de que el funcionamiento futuro del sistema continuara duplicando su historia. También, ya que el modelo está basado en el examen cuidadoso de datos anteriores, esta comparación deberá siempre revelar resultados favorables. En algunos ejemplos este problema debe resolverse utilizando datos de corridas de ensayo del sistema.

Debe notarse que tal método de validación no es apropiado para sistemas que no existen, ya que no habrá datos disponibles para comparación. En algunos casos, si el sistema original se

investiga por un modelo matemático, puede ser factible construir un modelo de simulación del cual se obtienen los datos para llevar a cabo la comparación indicada.

La fase final del estudio trata sobre la implantación de los resultados probados del modelo. La tarea de aplicar estos resultados recae principalmente en los Investigadores de Operaciones. Esto básicamente implicaría la traducción de estos resultados en instrucciones de operación detallada, emitidas en una forma comprensible a los individuos que administran y operan el sistema después.

La interacción del equipo de investigación de operaciones y el personal de operación llegará a su máximo en esta fase. La comunicación entre los dos grupos puede mejorarse buscando la participación del personal de operación al desarrollar el plan de implantación. En efecto esta participación deberá hacerse a través de todas las fases del estudio. En esta forma ninguna consideración práctica, que de otra manera puede llevar al fracaso del sistema, se dejara de analizar. Mientras tanto, pueden verificarse las modificaciones o ajustes posibles en el sistema por el personal de operación para la factibilidad práctica. En otras palabras, es imperativo que la fase de implantación se ejecute mediante la cooperación del equipo de investigación de operaciones y de aquellos que serán responsables de la administración y operación del sistema.

LA INVESTIGACION DE OPERACIONES Y OTRAS TECNICAS

Antes de discutir las aplicaciones de la Investigación de Operaciones en diversas ramas, es conveniente aclarar cuáles son los puntos de unión y las diferencias con otras herramientas de la administración; así, existen algunas diferencias significativas que hacen posible que la investigación extienda y complemente la utilidad de otras técnicas.

La Investigación de operaciones se confunde frecuentemente con la Estadística Aplicada, especialmente cuando se trata de las técnicas específicas basadas en la teoría de la probabilidad que se ha desarrollado extensamente en los últimos años. El análisis estadístico se aplicó originalmente en Biología, y en Agricultura; sin embargo, su uso se ha extendido a áreas como el Control de Calidad, Mercadotecnia, contabilidad y otras actividades.

El Investigador de Operaciones utiliza los métodos estadísticos cuando son necesarios, pero no está restringido por ellos. La estadística se preocupa principalmente por las

relaciones entre los datos; la Investigación de Operaciones trata de entender la operación del sistema básico que esos datos representan. Como consecuencia de esto, los resultados muchas veces difieren significativamente.

A la Investigación de Operaciones algunas veces se le confunde también con la contabilidad. Existen varias diferencias básicas. El propósito fundamental e histórico de los métodos de contabilidad ha sido mantener un récord de las operaciones financieras de una Organización. El uso de la contabilidad como técnica de control ha sido de reciente creación; sin embargo, los sistemas usados en la información que se presenta están notablemente influidos por el método histórico de la contabilidad.

La contabilidad provee una de las principales fuentes para la Investigación de una Operación, pero los datos que aporta requieren de una interpretación adecuada y una organización antes de poderlos usar en forma eficiente y segura. Los empresarios muchas veces olvidan que los costos definidos por las reglas de la contabilidad tienen un propósito contable básico, y frecuentemente confunden la contabilidad con la información real y relevante para la organización. La Investigación de Operaciones, utilizando los mismos datos básicos, puede plantear otros sistemas de análisis para las necesidades particulares de cada estudio. Uno de los problemas más comunes consiste en deslindar de una manera apropiada y significativa los datos básicos partiendo de los

archivos de contabilidad de costos.

Los contadores han logrado dirigir la atención de los ejecutivos hacia las medidas de control; la Investigación de Operaciones ha mostrado habilidad para construir nuevos métodos para el desarrollo y aplicación de estos conceptos de control.

La Investigación de mercado, por su parte, también colecta y analiza información en problemas de mercado. Sin embargo, muchas veces se conforma con medir el mercado mediante cuestionarios y entrevistas para conseguir datos básicos que la administración puede usar a su arbitrio.

En contraste, la Investigación de Operaciones, al ser aplicada a los problemas de mercado, trata de lograr una mejor comprensión de la operación del mercado.

Quizá el factor más significativo entre la Investigación de Operaciones y otras técnicas reside en el tipo de gente que las practica. Los analistas de operaciones son científicos, no expertos. Su valor no reside en un cúmulo de sabiduría, experiencia práctica en los negocios, o un alto conocimiento en una rama específica, sino más bien en su actitud y metodología de plantear un problema.

Sin embargo, es importante señalar que no sustituye a otras técnicas administrativas, ni compete con ellas, aunque algunas veces se ha demostrado su utilidad aun en aquellas áreas donde otro tipo de actividades están muy desarrolladas. Una contribución de la Investigación de Operaciones es

integrar la información, es decir, usar la opinión de los expertos, o los datos básicos que provienen de otros estudios, en un análisis sistemático y organizado. El analista necesita de los consejos y servicios de los expertos en otras ramas para poder lograr una solución efectiva y un planteamiento satisfactorio a los problemas.

APLICACION DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES

La Investigación de operaciones ha sido aplicada virtualmente en todo tipo de organizaciones tanto industriales como gubernamentales. Se ha usado extensamente en la planeación de Inversiones, industria del petróleo, del papel, química, en el procesamiento de metales, hule y derivados, transporte y distribución de mercancías, minería e industrias fabriles. Estas técnicas han tenido éxito como ayuda a los ejecutivos en la solución de problemas de muy diversas áreas. A continuación se detallan las más importantes.

1.5.1

PLANEACION

- 1.- Control y Predicción del Crecimiento**
- 2.- Planeación de Inversiones para extensiones de planta**
- 3.- Decisión óptima entre diferentes proyectos de inversión**
- 4.- Planeación Económica de servicios de equipo**
- 5.- Planeación de ciudades**
- 6.- Optimización del desecho**
- 7.- Optimización del transporte de basura**
- 8.- Planeación de Universidades**
- 9.- Planeación de las redes de tuberías**
- 10.- Decisiones financieras en condiciones inflacionarias**
- 11.- Localización óptima de plantas y almacenes**
- 12.- Estrategias de sustitución de importaciones**
- 13.- Protección de aduanas**

I.5.2

P R O D U C C I O N

- 1.- Control de la producción
- 2.- Compras, abastecimiento y materiales
- 3.- Materias primas e inventarios de productos en proceso
- 4.- Decisiones de compra
- 5.- Distribución de Recursos Humanos
- 6.- Utilización de materiales y equipo
- 7.- Mantenimiento y remplazo de equipo
- 8.- Situaciones críticas y de demanda

I.5.3

MERCADOS Y DISTRIBUCION

- 1.- Transporte**
- 2.- Servicios al consumidor**
- 3.- Evaluacion de estrategias de publicidad**
- 4.- Mezcla de productos**
- 3.- Predicción de la demanda en relación con el precio**
- 4.- Distribución del esfuerzo de ventas**

INVERSIONES Y FINANZAS

- 1.- Planeación de Plantas
- 2.- Selección de equipos de proceso
- 3.- Adquisición y diversificación
- 4.- Presupuestos
- 5.- Predicción Financiera
- 6.- La Banca
 - a) Empleo de fondo y Restricciones de liquidez
 - b) Optimización de portafolios de inversión
 - c) Sistema de evaluación de créditos
 - d) Medición de riesgo en consumidores
 - e) Evaluación de bonos y acciones
 - f) Comportamiento adquisitivo de los inversionistas
 - g) Simulación de depósitos
 - h) Análisis de riesgo de capital de inversiones

I.5.5

APLICACIONES MILITARES

- 1.- Localización de unidades de defensa**
- 2.- Selección de blancos**
- 3.- Distribución de fuerzas navales**
- 4.- Optimización de satélites**
- 5.- Sistemas de información para la guerra**
- 6.- Planeación de sistemas de suministro naval**

1.5.6

OTRAS APLICACIONES

- 1.- Descongestionamiento de tránsito de ciudades
- 2.- Planeación de flotillas aéreas
- 3.- Predicción de necesidades educacionales
- 4.- Filación de precios y licitaciones de concurso
- 5.- Optimización de vuelos espaciales
- 6.- Inventario de los bancos de sangre
- 7.- Predicción de trabajo policiaco

CAPITULO

II

**CLASIFICACION DE LOS PROYECTOS DE
INVERSION**

CARACTERISTICAS GENERALES

El proceso de clasificación de las alternativas de inversión involucra grandes gastos a quienes efectúan tal operación, pues distintas clases de inversiones plantean diferentes problemas, tienen importancias relativas para la empresa y requerirán personas diferentes para su evaluación de su importancia. Entre las características que pueden encontrarse al efectuar una clasificación entre diversos proyectos de inversión, se hallan los siguientes :

1.- Las clases de recursos escasos empleados para la inversión

Por ejemplo, si la inversión requiere o no cantidades importantes de efectivo, de superficie, de tiempo del personal más importante (y el personal puede clasificarse también : ventas, producción, investigación, administración de alto nivel, departamento legal, etc)

2.- La cantidad requerida de los recursos

Ciertas empresas pueden clasificar sus inversiones de acuerdo a los desembolsos efectuados, por ejemplo aquellas menores de 1,000 U.M., otras entre 1,000 y 5,000 U.M. y otras por arriba de las 5,000 U.M.

3.- La forma en que se ven afectados los beneficios de la inversión por otras inversiones posibles

Algunas inversiones son independientes, otras pueden mejorar si se realizan inversiones complementarias, como también, algunas serán en vano que se realicen si se aceptan otras inversiones competitivas.

4.- La actividad funcional con que se relacionen más de cerca las inversiones

Puede darse el caso que una compañía petrolera clasifique sus inversiones de acuerdo a las siguientes actividades : exploración, producción, transporte, refinación, distribución, etc.

5.- Aquellas que están relacionadas con los cambios tecnológicos

En muchas ocasiones, la obsolescencia es la causa más importante que motiva una inversión de este tipo.

Cuando ello se da, resultan inversiones de reemplazo con ahorros de costos. Un ejemplo sería el reemplazar la flota de camiones por el grado de obsolescencia en que se encuentran.

6.- El grado de necesidad de una inversión

Algunas inversiones son necesarias, ya que pueden detener todo un sistema si no se realizan; otras inversiones deben detenerse porque pueden estar llevando a la empresa en otra dirección.

Podría seguirse enumerando una gran diversidad de formas de como una organización, ya sea pública o privada, clasifica sus inversiones. Sin

embargo, aquel criterio que se seleccione debe estar justificado y adecuado a los objetivos establecidos por la administración en un determinado momento.

PROYECTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

En el sentido extremo, se dice que dos propuestas de inversión son mutuamente excluyentes, si la aceptación de una impide la aceptación de la otra. O bien, si los beneficios potenciales de la primera inversión desaparecerán por completo si se acepta la segunda inversión, o que sea técnicamente imposibilita la realización de la primera cuando sea aceptada la segunda. Un ejemplo sería aquél en el que una línea aérea está considerando el futuro de su flota y tiene la posibilidad de elegir entre un avión 747 más ligero, pero que tiene mayor capacidad de asiento y un super jet que tiene una menor capacidad de pasajeros, pero una velocidad mayor.

PROYECTOS COMPLEMENTARIOS

Si la realizacion de la primera inversion aumentara los beneficios esperados o disminuira los costos de ejecucion de la segunda sin cambiar los beneficios, entonces se habla de que la primera propuesta de inversion es complemento de la segunda. Por ejemplo, si se desea construir una planta que produzca celulosa y otra donde se produzca papel entonces ambos proyectos son complementarios puesto que uno esta ligado al otro.

II.4

PROYECTOS CONTINGENTES O DE PRERREQUISITO

Si la aceptación de un proyecto depende de la aceptación anterior de otro proyecto, entonces se dice que la aceptación del primero es prerequisite a la aceptación del último. También, si una segunda inversión es imposible (tecnológicamente) o no producirá ningún beneficio si no se acepta la primera inversión, se habla también de que los proyectos son contingentes. Puede darse el caso de que la construcción de una refinería de petróleo en un punto dado, dependa de la promesa anterior de la construcción de una instalación portuaria.

CAPITULO

III

**SELECCION DE PROYECTOS BAJO
LIMITACIONES DE CAPITAL**

III.1

LA INVESTIGACION DE OPERACIONES EN EL PROBLEMA DE INVERSION

La participación de la Investigación de operaciones en el problema de inversión ha estado enfocada primordialmente en el modelado de este problema. Los primeros intentos serios que se conocen de modelos provienen de 1959, cuando A. Charnes, W. Cooper y M. H. Miller utilizaron la programación lineal aplicada a la determinación del costo de oportunidad, racionamiento de capital de una empresa. en esta misma línea de trabajo, podemos mencionar la gran contribución de H. Martin Weingartner en 1963, al proponer y resolver dos modelos para la solución del problema. El primer modelo es de Programación Lineal y el otro de Programación Entera. El trabajo de Weingartner se origina del famoso problema de Lorie-Savage de 1955, cuando ambos proponen el Valor Presente neto (VPN) de las alternativas de inversión, como un método adecuado para la evaluación y selección de inversiones en contraposición al uso de la Tasa Interna de Retorno (TIR) propuesta por Joel Dean.

Mientras que el trabajo de Weingartner y de otros considera condiciones de certidumbre, es importante señalar la propuesta de Frederick S. Hiller en 1963, cuando estableció el problema de inversión bajo condiciones de incertidumbre.

Este trabajo se destaca en el hecho de que proporciona formulas para calcular el valor esperado y la variancia del valor presente neto de

una inversión y como estas cantidades ayudan al inversionista a optimizar decisiones de opción de riesgo.

En nuestros días, han proliferado una cantidad de modelos, tendientes a resolver el problema de inversión. En la mayoría de los casos son modificaciones a los anteriores ya que los nuevos avances teóricos de la programación matemática y la revolución en el computador, han permitido que situaciones cambiantes en el mundo sean modeladas. La gran variedad de información en el tema de inversiones, dificulta comprender la naturaleza del problema de inversión (definición, elementos que lo componen, métodos de evaluación, etc.) así como sus métodos de solución.

Por otro lado, en las técnicas de solución para resolver los modelos varían de acuerdo al problema. tenemos el Método Simplex para modelos propuestos en programación lineal; el Algoritmo Aditivo de Balas, el de Lawler y Bell y otros para los de Programación Entera 0-1 como es el caso del problema de la mochila y su aplicación dentro del computador (Algoritmo de Martelo y Toth).

Con respecto a aquéllos que toman forma cuadrática en la función objetivo y/o en las restricciones, podemos mencionar a los multiplicadores de Lagrange, la condición necesaria y suficiente de Kunh-Tucker, el Algoritmo de la matriz Inversa de Beale, etc.

La gran popularidad de la Investigación de Operaciones en el aspecto de la modelación de situaciones problemáticas del mundo real, nos permite señalar un principal estudio relacionado a este problema, el trabajo de Martelo y Toth referente al problema de la Evaluación de Alternativas de Inversión con relación al racionamiento del capital.

III.2

CONCEPTO DE INVERSION

El problema de Inversión de una empresa estará ubicado en la idea de la búsqueda de aquellas alternativas de Inversión nuevas y más rentables, de tal manera que se acepte o se rechacen en función de la capacidad de asignación de fondos de dicha empresa. La búsqueda de estas alternativas puede estar enfocada principalmente en la necesidad que tenga la empresa en un determinado momento. Ejemplos de estas alternativas podrían ser : decisión de reemplazar equipo o piezas de una unidad productora, expansión o contracción de una planta, la renta o compra de equipo de cómputo, la continuación o término de cualquiera de las alternativas mencionadas.

III.2.1

DEFINICION

Definiremos el concepto de inversión, como la dedicación de los principales recursos de una empresa, con la esperanza de obtener beneficios durante un periodo razonablemente largo en el futuro (dos o mas periodos). De esta definición surgen conceptos como aquéllos en que la dedicación de los recursos como los beneficios no necesariamente pueden ser medidos en unidades monetarias, tal es el caso de inversiones de capital en investigación, desarrollo y exploraciones, publicidad, etc., las cuales también producen beneficios en periodos considerablemente largos.

III.2.2

OBJETIVO

El objetivo principal de una inversión de capital es procurar la maximización de la riqueza de la empresa. Este concepto de la maximización para una entidad, promotora de un proceso de inversión, puede fundamentarse en los siguientes factores como se ilustra en la fig. # 1.1

**MAXIMIZACION
DE LA
RIQUEZA**

RENDIMIENTOS
REALIZABLES

PERSPECTIVAS
A LARGO
PLAZO

ORGANIZACION
DE LOS
RENDIMIENTOS

RIESGOS

REPARTO DE
UTILIDADES

FIG. 1.1.

RAZONES EN QUE PUEDE BASARSE UN PROCESO DE INVERSION

III.3

COMPONENTES BASICOS DE LA INVERSION

En todo problema de inversión, pueden identificarse diversos elementos o componentes que participan en mayor o menor grado en la selección de las alternativas. Consideramos que los elementos básicos que están presentes en un problema de inversión son: la decisión, el tiempo, la certeza, el riesgo o incertidumbre, la teoría de la utilidad, la tasa de interés o costo de capital, los flujos de efectivo y la cantidad de capital disponible. La figura # 1.2 muestra de una manera gráfica a estos elementos.

A continuación describiremos, de manera breve, algunos componentes básicos del problema de inversión.

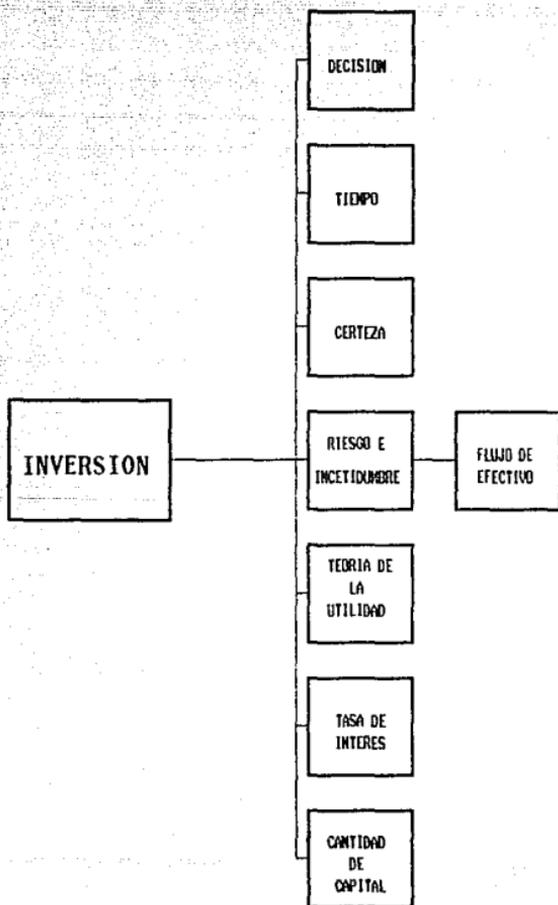


FIGURA 1.2

III.3.1

D E C I S I O N

Las decisiones en inversión son similares a las otras decisiones, por ejemplo : social, militar, personal, administrativa, etc. ; requieren de una selección de alternativas de curso de acción. Estas decisiones pueden ser tácticas o estratégicas. Una decisión táctica de inversión implica generalmente una cantidad de fondos relativamente pequeños y no constituye un gran alejamiento de lo que la empresa ha venido haciendo en el pasado. Por ejemplo, la consideración de una máquina-Herramienta por la compañía « es una decisión táctica, como lo es una decisión de compra o arrendamiento tomada por la compañía w.

Las decisiones estratégicas de inversión involucran grandes sumas de dinero y también pueden traducirse en un gran alejamiento de los que la compañía ha venido haciendo en el pasado.

La aceptación de una inversión estratégica implicará un cambio importante de los beneficios esperados por la compañía y de los riesgos a que estarán sujetos estos beneficios. Estos cambios tenderán a hacer que los accionistas y los acreedores revisen su evaluación de la compañía. Si por ejemplo, una corporación privada inicia el desarrollo de un transporte comercial supersónico (a un costo superior de 4,000 millones de dólares). Esta sería una decisión estratégica; ahora, si la compañía fracasa en el intento de desarrollo de dicho transporte, su

existencia misma estaría en peligro.

El éxito futuro de una empresa depende de las decisiones de inversión tomadas ahora. Los empresarios están generalmente conscientes de esto, como lo revela el requisito de que las decisiones de inversión importantes deben ser aprobadas por el principal ejecutivo de operación o la junta de directores. A pesar de este hecho, los procedimientos empleados para ayudar a la administración en la toma de decisiones de inversión son a menudo inadecuados y engañosos. Pocas empresas manufactureras firmarían un contrato a largo plazo para el abastecimiento de una materia prima importante sin investigar cuidadosamente las diversas fuentes de abasto y considerar las ventajas relativas de cada una de ellas en términos de precios, servicio y calidad.

III.3.2

T I E M P O

El concepto del tiempo en inversiones puede ser visto en dos dimensiones sobresalientes que son : el estático y el dinámico. Se habla del tiempo en el aspecto estático, cuando se desea tomar decisiones en un solo punto del tiempo, es decir proyectos de inversión que serán efectuados en un solo período. Un ejemplo de este caso sería el presupuesto de capital designado anualmente por muchas empresas para programas de inversión. Por otro lado, el caso dinámico se interesa por aquellas decisiones de inversión a través del tiempo, generalmente en periodos finitos. En tal situación se desea establecer aquel programa de inversión que establezca los flujos de efectivo, los gastos o costos de cada etapa o periodo . Un ejemplo típico sería aquél en la que una empresa manufacturera está considerando el reemplazo de una máquina vieja por una nueva, para hacer frente a la demanda y a los nuevos cambios tecnológicos. Su costo inicial es de \$ 60,000 y tiene una vida útil promedio de 10 años y el costo de operación anual esperado, incluyendo mantenimiento y preparación del personal es de \$ 2,000. Se espera que esta máquina genere beneficios anuales de \$ 15,000 a una tasa de rendimiento dada por la empresa de 12 % . La decisión en este caso es la de comprar o no dicha máquina en base a los datos proporcionados.

III.3.3

CERTIDUMBRE

Las decisiones de inversión bajo certidumbre comprenden aquellas situaciones en que todos los parámetros que afectarán o afectan a la decisión son conocidos de antemano. Un ejemplo claro de decisión bajo certidumbre fue el ejemplo que se presentó anteriormente de la empresa manufacturera que desea reemplazar a una máquina vieja, en la cual todos los datos necesarios se conocen previamente. Sin embargo, la experiencia en inversiones ha mostrado que son pocas las ocasiones en que las propuestas de inversión son conocidas realmente los parámetros que la envuelven. A pesar de ello, se han elaborado técnicas de decisión de inversiones bajo certidumbre, tales como los modelos de programación lineal, período de pago, etc., las cuales contribuyen a dar un mayor conocimiento de los proyectos de inversión.

III.3.4

RIESGO E INCERTIDUMBRE

Los conceptos de riesgo e incertidumbre son los que abarcan y comprenden la mayor parte de la literatura con respecto a inversiones, específicamente en la elaboración de los modelos matemáticos que permiten la selección óptima de las alternativas de inversión de tal forma que sea maximizada la riqueza de la empresa. Sin embargo, ambos conceptos son en cierta forma diferentes, ya que en la condición de riesgo un decisor conoce los posibles resultados de una decisión por medio de una distribución de probabilidad, mientras en la incertidumbre esto no es posible.

La clásica distinción en estos dos conceptos es la capacidad que tiene el decisor de establecer una distribución de probabilidad de ocurrencia a los posibles resultados que rodea a las alternativas de inversión. Otra observación que sobresale, principalmente en el concepto de riesgo, es el reconocimiento de los fundamentos de la teoría de la probabilidad.

Otra aceptación que se le da al concepto de riesgo es la cantidad de variabilidad o dispersión de la distribución de probabilidad de los estados que se consideran; mientras que a la incertidumbre se le asigna como el grado necesario de confianza para que la distribución de probabilidad sea correcta.

Es evidente que el riesgo siempre estará presente en casi todas las decisiones de inversión de capital, tanto es así, que pueden encontrarse diferentes categorías de riesgo, por ejemplo : riesgo comercial, riesgo de inversión, riesgo de portafolio, riesgo catastrófico y riesgo financiero.

Sin embargo, el punto importante es aquél que relaciona el flujo de efectivo o rendimiento esperado y su desviación estándar. Una vez que se determinen ambos valores, pueden ser usadas cualquiera de las técnicas mencionadas en la sección de certidumbre u otra particular.

Con respecto a la incertidumbre se observa que existe una variada selección de técnicas empleadas en situaciones de este tipo. Entre las más sobresalientes destacan : el criterio máximin, el criterio de riesgo minimax, entre otras.

III.4

MÉTODOS DE EVALUACION ECONOMICA EN PROYECTOS DE INVERSION

En la planeación de los gastos de capital en inversiones, una empresa o corporación se ve en la necesidad de establecer criterios básicos adecuados que le permitan la aceptación, rechazo o tal vez la posposición de uno o varios proyectos de inversión propuestos, de tal forma que la actividad propia redunde en beneficio a quien o quienes la ejecuten.

El objetivo principal de los métodos de evaluación de inversiones es principalmente, el de proporcionar un medio sistemático al inversionista de seleccionar o evaluar las inversiones propuestas y así tomar una decisión más adecuada.

El método seleccionado en un determinado momento, debe ser tal que pueda ser aplicado consistente y uniformemente sobre cada uno de los proyectos en estudio.

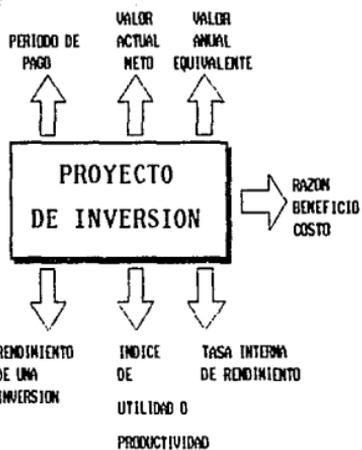
En este capítulo será tratada la Evaluación de proyectos exclusivamente desde el punto de vista económico debido a que es la parte fundamental que interesa al inversionista para poder destinar sus recursos hacia ciertas áreas.

La evaluación de proyectos entre otros conceptos proporciona los siguientes indicadores :

- Definición de beneficios y costos del proyecto, seleccionando diferentes normas y tipos de cálculo.
- Aplicación de instrumental numérico.
- Apreciación comparativa entre posibilidades del uso de los recursos sobre proyectos.

A continuación presentamos siete métodos alternativos en función de distintos criterios de inversión de mayor uso por los inversionistas a nivel general y que aparecen en la mayoría de la literatura de estos temas. Estos métodos son:

- 1.- Período de pago (Recuperación del Capital)
- 2.- Rendimiento de una inversión
- 3.- Valor Anual Equivalente
- 4.- Valor Actual neto (V.A.N.)
- 5.- Índice de Utilidad o Productividad
- 6.- Razón Beneficio - Costo (R.B.C.)
- 7.- Tasa Interna de Rendimiento (T.I.R.)



MÉTODOS DE EVALUACION ECONOMICA EN PROYECTOS DE INVERSION

Para poder evaluar un proyecto; se requiere la obtención del flujo de fondos del mismo.

Los flujos de fondos de toda empresa es reflejado de la siguiente forma :

$$\text{F.F.} = \text{IDI} + \text{D. y A.} - \text{Inv.} + \text{V. Resid.}$$

Donde :

IDI = Ingreso después de impuestos

F.F. = Flujo de Fondos (Período)

Inv. = Inversión del proyecto

V. Resid. = Valores Residuales que se tengan

D. = Valor actual del flujo de fondos a la tasa de actualización superior

A. = Tasa de actualización inferior

III.4.1

P E R I O D O D E P A G O

(Recuperación del Capital)

Este método consiste en determinar el período en que será recuperada la inversión, tomando como parámetros principales el costo total del proyecto (Inversión Total), respecto a los ingresos obtenidos anualmente durante el horizonte del mismo; cabe aclarar que para este caso los ingresos obtenidos anualmente; una de las deficiencias del método es que no toma en cuenta los ingresos después del período de recuperación.

El período de pago es también uno de los métodos más simples evidentemente uno de los más empleados en la medición del valor económico de una inversión y se define como el tiempo requerido para que el flujo de ingresos producido por una inversión sea igual al desembolso original. Se puede decir que el período de pago nos mide la liquidez de un proyecto y la recuperación de su capital, más su ganancia o utilidad.

Cuando los períodos de pago son utilizados, los proyectos pueden ser aceptados o rechazados, basándose en el número de años u otros períodos establecidos para recuperar los costos.

Por ejemplo, si una inversión requerirá un desembolso original de \$ 300 y se espera que produzca un flujo de efectivo de \$ 100 por año durante cinco años, el período de pago para esta inversión sería dividiendo los \$ 300 entre \$ 100, o sea 3 años. Si los flujos de efectivo esperados no son constantes período tras período. El período de pago debe determinarse

sumando las entradas esperadas en periodos sucesivos hasta que el total sea igual al desembolso original.

Otro uso del periodo de pago es la jerarquización de los proyectos de inversión. El periodo de pago más pequeño, adquiere la jerarquización más alta. Sin embargo, este procedimiento no es muy confiable en algunas circunstancias.

La forma de calcularlo es a través de la siguiente razón.

$$PR = (SPW, I\%, N) = C/A \dots\dots\dots(1)$$

Donde :

(SPW, I% , N) = Factor de una serie uniforme a valor presente

C = Inversión Total del proyecto

A = Ingreso Anual Uniforme

PR = Período de Pago (Recuperación del Capital)

Para el caso que no se tienen flujos de fondos uniformes los valores de todas las anualidades se transportan a Valor Presente y la suma de ellos es equivalente a A (Ingreso Anual Uniforme).

III.4.1.1**EJEMPLOS DE APLICACION****EJEMPLO 1**

Suponga que se tienen dos proyectos A y B. calcular los períodos de recuperación.

$$\begin{aligned} \text{A} & : & C & = 1000 \\ & & A & = 2000/\text{ARD} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B} & : & C & = 9000 \\ & & A & = 1500/\text{ARD} \end{aligned}$$

$$A = 1000/2000 = 5 \text{ AÑOS}$$

$$B = 9000/1500 = 6 \text{ AÑOS}$$

En este caso la opción de invertir es el proyecto que presente un período de recuperación más pequeño.

Un caso particular para calcular el período de pago es utilizando la ecuación representativa siguiente :

$$0 = F_0 + \sum_{t=1}^n F_t$$

Donde :

F_0 = Costo inicial de la inversión

F_t = Flujo de efectivo en el periodo t

EJEMPLO 2

CASO PARTICULAR

La tabla siguiente, presenta los flujos de efectivo de tres propuestas de inversión con periodos de pago de tres años. Un examen somero de las propuestas descritas en la tabla indica que el método de período de pago como medida de la deseabilidad de una inversión tiene algunos inconvenientes serios.

Ciertamente nadie pensaría que, en condiciones normales estas tres propuestas de inversión tuvieran igual merito economico, aunque tengan periodos de pago iguales.

Observe que el periodo de pago para cada una de las propuestas es de tres años, es decir, el punto en el tiempo en que los flujos de efectivo igualan a la inversion inicial. Señalados con (f) en la tabla siguiente.

FIN DE AÑO	PROPUESTA A	PROPUESTA B	PROPUESTA C
0	-\$ 1,000	-\$ 1,000	-\$ 700
1	500	200	- 300
2	300	300	500
3	200*	500*	500*
4	200	1000	500
5	200	2000	0
6	200	4000	0
SUMA DEL FLUJO DE EFECTIVO	600	7000	0

Se recupera la Inversión al final del tercer año. Los flujos de efectivo igualan a la Inversión inicial.

III.4.2

RENDIMIENTO DE UNA INVERSION

El método del rendimiento de una inversión consiste en comparar periódicamente, ya sea antes o después de los impuestos según la empresa lo establezca, los ingresos de una inversión con relación al valor establecido en los libros de la empresa. La idea fundamental del método es comparar el rendimiento esperado que debe ser recibido de un proyecto con respecto a un requisito establecido por la empresa. Existen varias técnicas de uso común para determinar el rendimiento de una inversión, pero una de las más simples es aquella que divide el ingreso medio de la inversión entre su costo inicial (incluyendo o no depreciación). Esta técnica es usada también para jerarquizar propuestas de inversión. Sin embargo, esto puede ser engañoso, pues considera iguales a propuestas de inversión que tengan flujos de efectivo iniciales bajos y altos posteriormente, con aquellas en sentido inverso.

Otra forma de obtener el rendimiento de una inversión es por medio de la razón de la empresa al valor en libros de sus activos. Esta también es usada para jerarquizar varias inversiones y cuando se emplea, el ingreso medio se calcula después de la depreciación. Al igual que en el anterior, este presenta dificultades al ser usada como instrumento de jerarquización sobre alternativas de inversión.

A continuación se presenta en forma breve, cuatro diferentes métodos de uso común, empleados para calcular el rendimiento de una inversión.

Metodos para calcular el rendimiento de una inversión

1.- Rendimiento anual de una inversión (RA)

$$RA = \frac{\text{Ingreso anual}}{\text{Inversión inicial}} \times 100 \%$$

2.- Rendimiento anual de una inversión promedio (RAP)

$$RAP = \frac{\text{Ingresos anual}}{\frac{\text{Inversión inicial}}{2}} \times 100 \%$$

3.- Rendimiento promedio de una inversión promedio (RP)

$$RP = \frac{\text{Ingreso total} - \text{Inversión inicial}}{\frac{\text{Inversión inicial}}{2} \times \text{años}} \times 100 \%$$

4.- Rendimiento promedio en libros de una inversión (RPL)

$$RPL = \frac{\text{Ingreso total} - \text{Inversión inicial}}{\text{Promedio considerado en la inversión}^{(i)}} \times 100 \%$$

En donde (i) significa la suma de los valores de los activos en cada año más la depreciación en línea recta sobre la vida de la inversión.

III.4.2.1**EJEMPLO DE APLICACION**

Una empresa x desea obtener el rendimiento de cada de los proyectos mostrados, para ser enviados al Consejo de Directores y tomar una decisión que les permita " echar" andar el proyecto seleccionado.

PROYECTO	INVERSION INICIAL (\$)	AÑO 1	AÑO 2	AÑO 3	AÑO 4
		(FLUJO DE EFECTIVO)			
A	500	50	150	300	500
B	600	50	120	300	450
C	550	50	130	350	500

Obteniendo el Rendimiento Anual de cada uno de los proyectos.

$$RA(A) = \frac{250}{500} \times 100 = 50 \%$$

$$RA(B) = \frac{230}{600} \times 100 = 38.33 \%$$

$$RA(C) = \frac{257.50}{550} \times 100 = 46.81 \%$$

Si también se calcula el Rendimiento Anual de una Inversión Promedio.

$$\text{RAP (A)} = \frac{250}{500} \times 100 = 100 \%$$
$$\frac{\quad}{2}$$

$$\text{RAP (B)} = \frac{230}{600} \times 100 = 76.66 \%$$
$$\frac{\quad}{2}$$

$$\text{RAP (C)} = \frac{257.50}{550} \times 100 = 93.66 \%$$
$$\frac{\quad}{2}$$

Por último si se obtiene el rendimiento de una inversión promedio.

$$\text{RP (A)} = \frac{100-500}{500} \times 100 = 50 \%$$
$$\frac{\quad}{2} \times 4$$

$$\text{RP (B)} = \frac{920-600}{600} \times 100 = 26.66 \%$$
$$\frac{\quad}{2} \times 4$$

$$\text{RP (C)} = \frac{1030-550}{550} \times 100 = 46.66 \%$$
$$\frac{\quad}{2} \times 4$$

En base a lo anterior se observa que de acuerdo a RA, RAP y RP la mejor alternativa es el proyecto A , ya que ofrece los mejores rendimientos.

III.4.3

VALOR ANUAL EQUIVALENTE

Con el método del Valor Anual Equivalente, todos los ingresos y gastos que ocurren dentro de un período son convertidos a una anualidad equivalente (uniforme). Cuando dicha anualidad es positiva, entonces, es recomendable que el proyecto sea aceptado. Este método es muy popular porque la mayoría de los ingresos y gastos que origina un proyecto son medidos en bases anuales. Esta característica hace el método más fácil de aplicar y de entender que los otros métodos mencionados.

Para comprender mejor la mecánica de este método, suponga que usted está interesado en comprar una computadora con la cual se podría proporcionar servicios de consultoría a la pequeña y mediana industria. Tales servicios podrían ser : nómina, movimiento de personal, facturación, distribución, inventarios, etc. También, asuma que investigaciones preliminares de la inversión requerida y del mercado, arrojan la siguiente información : la computadora ya instalada cuesta un millón de pesos y su valor de rescate después de 5 años de uso intensivo se considera despreciable, y el mercado para este negocio es tal que la utilidad proyectada en los próximos 5 años es de \$ 4,000,000/año.

Finalmente, suponga que usted ha pedido prestado un millón de pesos a una institución bancaria la cual le cobrará una tasa de interés anual de

20 % y le exige devolver el préstamo en 5 anualidades iguales.

Para esta información, el método del valor anual equivalente sugiere transformar todos los flujos que origina este proyecto (ver figura anexa) a una base anual. Por consiguiente, el valor anual neto sería la diferencia entre los ingresos anuales y la anualidad pagada al banco.

$$A = 400,000 - 1,000,000 (A/P, 20\%, 5)$$

$$A = 400,000 - 1,000,000 (0.33438)$$

$$A = \$ 65,620$$

Puesto que la anualidad equivalente es positiva, entonces, vale la pena emprender este proyecto de inversión.

Se recomienda utilizar como valor de i la TREMA (tasa de recuperación mínima atractiva), tiene la ventaja de ser establecida muy fácilmente, porque en ella se pueden considerar factores tales como :

- 1.- El riesgo que representa un determinado proyecto.
- 2.- La disponibilidad de dinero de la empresa.

En la práctica la TREMA es interpretada como el nivel de rendimiento sobre la inversión que el inversionista desea obtener en unidad de tiempo. A continuación se muestra la ecuación que se puede utilizar para determinar la anualidad equivalente de un proyecto de inversión.

$$A = s - [(p-f) (A/P, i\%, n) + F(i\%)]$$

Donde :

A = Anualidad Equivalente

p = Inversión inicial

St = Flujo de efectivo neto del año t

F = Valor de rescate

n = Número de años de vida del proyecto

i = Tasa de Recuperación Mínima Atractiva (TREMA)

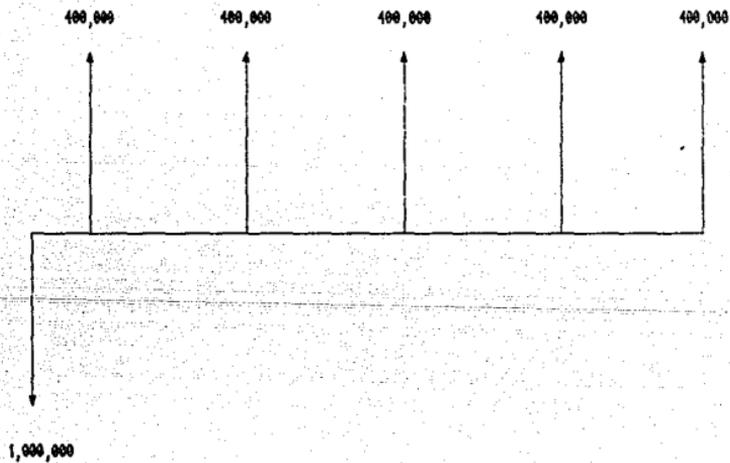
Los criterios de decisión cuando es aplicado este criterio son los siguientes :

VAE = 0 (INCERTIDUMBRE)

VAE > 0 (ACEPTAR PROYECTO)

VAE < 0 (RECHAZAR PROYECTO)

El estado $VAE = 0$, es el caso cuando los beneficios obtenidos por el proyecto traídos a valor presente son iguales a los niveles de inversión que se tienen en el proyecto; por lo que al decisor le presenta incertidumbre, pero se puede aceptar un proyecto solamente, cuando el giro es beneficio social. Para el caso $VAE < 0$ se rechaza el proyecto.



FLUJO DE EFECTIVO QUE RESULTA DE LA ADQUISICION DE UNA COMPUTADORA

III.4.3.1**EJEMPLO DE APLICACION**

Una compañía que utiliza una TREMA de 20 %, desea seleccionar la mejor de las alternativas mostradas en la tabla.

Si más de dos alternativas mutuamente excluyentes son comparadas por este método, el procedimiento para calcular el valor anual de cada alternativa y también el criterio para seleccionar la mejor son exactamente idénticos a los aplicados en el caso de dos alternativas.

	A	B	C
Inversión inicial	-\$ 50,000	-\$ 100,000	-\$ 200,000
Ingresos netos anuales	15,000	32,000	55,000
Valor de rescate	10,000	20,000	30,000
Vida	5 años	5 años	5 años

Donde los Ingresos netos anuales son igual al flujo de fondos.

El valor anual equivalente para cada alternativa sería :

$$A (A) = 15,000 - [40,000 (A/p, 20\%, 5) + 10,000 (.20)] = -\$ 375$$

$$A (B) = 32,000 - [80,000 (A/p, 20\%, 5) + 20,000 (.20)] = \$1,2505$$

$$A (C) = 50,000 - [120,000 (A/p, 20\%, 5) + 30,000 (.20)] = \$3,74$$

$$A (D) = 55,000 - [160,000 (A/p, 20\%, 5) + 40,000 (.20)] = -\$6,500$$

Por consiguiente, la alternativa C teniendo el mayor valor anual, se considera la mejor alternativa.

III.4.4

V A L O R A C T U A L N E T O (V.A.N.)

El método del valor presente es uno de los criterios económicos más ampliamente utilizados en la evaluación de proyectos de inversión.

Consiste en determinar la equivalencia en el tiempo cero de los flujos de efectivo futuros que genera un proyecto y comparar esta equivalencia con el desembolso inicial.

Cuando dicha equivalencia es mayor que el desembolso inicial, entonces, es recomendable que el proyecto sea aceptado.

Para comprender mejor la definición anterior a continuación se muestra la fórmula utilizada para evaluar el valor presente de los flujos generados por un proyecto de inversión :

$$VPN = S_0 + \sum_{t=1}^n \frac{S_t}{(1+i)^t}$$

Donde :

VPN = Valor Presente Neto

S₀ = Inversión inicial

S_t = Flujo de efectivo neto del período t

n = Número de periodos de vida del proyecto

i = Tasa de recuperación mínima atractiva (TREMA)

La fórmula anterior tiene una serie de características que la hacen apropiada para utilizarse como base de comparación capaz de resumir las diferencias más importantes que se derivan de las diferentes alternativas de inversión disponibles.

Primero, la fórmula anterior considera el valor del dinero a través del tiempo al seleccionar un valor adecuado de i .

Además de la característica anterior el método del valor presente tiene la ventaja de ser siempre único, independientemente del comportamiento que sigan los flujos de efectivo que genera el proyecto de inversión. Esta característica del método del valor presente la hacen ser preferida para utilizarse en situaciones en que el comportamiento irregular de los flujos de efectivo, origina el fenómeno de tasas múltiples de rendimiento.

Cuando se analizan alternativas mutuamente excluyentes, son las diferencias entre ellas lo que sería más relevante al tomador de decisiones. El valor presente del incremento en la inversión precisamente determina si se justifican esos incrementos de inversión que demandan las alternativas de mayor inversión.

Cuando se comparan dos alternativas mutuamente exclusivas mediante este enfoque, lo primero que se debe hacer es determinar los flujos de efectivo netos de la diferencia entre los flujos de efectivo de las dos alternativas analizadas.

Enseguida si el incremento de inversión se justifica. El incremento en la inversión se considera aceptable si su rendimiento excede la tasa de recuperación mínima atractiva, es decir, si el valor presente del

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

incremento en la inversión es mayor que cero, el incremento se considera deseable y la alternativa que requiere esta inversión adicional se considera como la más atractiva.

Los criterios de decisión del metodo son :

$VPN = 0$ (INCERTIDUMBRE)

$VPN > 0$ (SE ACEPTA PROYECTO)

$VPN < 0$ (SE RECHAZA PROYECTO)

III.4.4.1

EJEMPLO DE APLICACION

Cierta empresa desea seleccionar una de las alternativas mostradas en la tabla siguiente. También, suponga que esta empresa utiliza para evaluar sus proyectos de inversión una tasa de 25 %.

AÑO	ALTERNATIVA		
	A	B	C
0	-\$ 100,000	-\$ 180,000	-\$ 210,000
1-5	40,000	80,000	85,000

Obteniendo el valor presente de cada una de las alternativas :

$$VPN(A) = -100,000 + \sum_{J=1}^5 \frac{40,000}{(1+.25)^J} = \$ 7,571$$

$$VPN(B) = -180,000 + \sum_{J=1}^5 \frac{80,000}{(1+.25)^J} = \$35,142$$

$$VPN(C) = -210,000 + \sum_{J=1}^5 \frac{85,000}{(1+.25)^J} = \$18,600$$

El mayor VPN corresponde a la alternativa B, entonces se debe de seleccionar esta alternativa si se toma este criterio.

Ahora vamos a analizar las alternativas que son mutuamente excluyentes aplicando el criterio de la diferencia entre ellas.

$$VPN(A) = -100,000 + \sum_{J=1}^5 \frac{40,000}{(1+.25)^J} = \$ 7,571$$

La alternativa A es mejor que la alternativa "no hacer nada"

$$VPN(B-A) = -80,000 + \sum_{J=1}^5 \frac{40,000}{(1+.25)^J} = \$27,571$$

Como el valor presente del incremento de la inversión es positivo se compara con la alternativa C.

$$VPN(C-B) = -30,000 + \sum_{J=1}^5 \frac{5,000}{(1+.25)^J} = -\$16,553$$

Puesto que el valor presente es negativo, la alternativa B se transforma en la mejor alternativa.

Como todas las alternativas han sido consideradas, la mejor alternativa es la que maximiza el valor presente y proporciona un rendimiento mayor que TREMA.

Por consiguiente, la alternativa B es la selección óptima del conjunto de alternativas de la tabla. Como se puede observar, la decisión recomendada al aplicar este criterio coincide al utilizar solo el valor presente de cada una de las alternativas.

III.4.5

INDICE DE UTILIDAD O PRODUCTIVIDAD

Este método, también conocido como el índice del valor presente neto, es simplemente la razón del valor presente de los flujos de efectivo al valor presente de los gastos (inversión inicial), y mide la utilidad de un proyecto por U.M. invertida. Este índice queda expresado de la siguiente forma:

$$IP = \frac{\sum_{i=1}^n At}{A_0 (1 + i)^t}$$

Donde :

IP = Índice de utilidad o productividad

At = Flujo de efectivo de la alternativa de inversión

A₀ = Inversión inicial

Los criterios de decisión cuando se aplica este criterio son :

IP > 1 (SE ACEPTA EL PROYECTO)

IP < 1 (SE RECHAZA EL PROYECTO)

IP = 0 (INCERTIDUMBRE)

Si $IP \geq 1$, nos indica que el proyecto de inversión tiene una utilidad esperada mayor o igual a la tasa propuesta; en caso de que $IP < 1$ el proyecto tiene una utilidad menor a la tasa propuesta. Este índice también es usado como medida de jerarquización entre proyectos de inversión.

III.4.5.1**EJEMPLO DE APLICACION**

Tres propuestas de proyectos de inversión independientes, denominados A, B Y C, con una vida útil promedio de 7 años. Los desembolsos iniciales para estos tres proyectos es de 10,000, 12,000 y 3,000 Unidades Monetarias (U.M.) respectivamente. La compañía tiene como política rechazar cualquier inversión que no recupere los costos antes de cuatro años. (Utilizando un TREMA del 25 %)

TIEMPO	PROYECTO A	PROYECTO B	PROYECTO C
PRESENTE	-10,000	-12,000	-3,000
1	4,000	0	500
2	4,000	5,000	500
3	2,000	4,000	500
4	2,000	3,000	2,000
5	2,000	3,000	2,000
6	2,000	3,000	2,000
7	2,000	3,000	2,000
SUMA DEL FLUJO DE EFECTIVO	18,000	21,000	9,500

Obteniendo el Valor Presente de cada alternativa

$$VPN(A) = -10,000 + \sum_{j=1}^7 \frac{18,000}{(1+.25)^j} = 46,870$$

$$VPN(B) = -12,000 + \sum_{j=1}^7 \frac{21,000}{(1+.25)^j} = 54,370$$

$$VPN(C) = -3,000 + \sum_{j=1}^7 \frac{9,500}{(1+.25)^j} = 30,020$$

Una vez obtenido el VPN para cada una de las alternativas, podemos ahora encontrar el índice de utilidad para los proyectos A, B y C de la siguiente manera :

$$IP = \frac{\sum_{i=1}^n A_i t}{A_0 (1 + i)^t}$$

&p&/

De donde :

$$IP(A) = 56,880 / 10,000 = 5.69$$

$$IP(B) = 66,360 / 12,000 = 5.53$$

$$IP(C) = 9,480 / 3,000 = 3.16$$

En relación al VPN el proyecto A o B es preferible ocurre la misma situación al utilizar el índice de utilidad o productividad.

III.4.7

RAZON BENEFICIO-COSTO

Generalmente en trabajos públicos y análisis económico Gubernamental, el método dominante de análisis usado es la razón Beneficio-Costo.

Esto es una simple relación de beneficios dividido por los costos, tomando en cuenta el valor del dinero a través del tiempo.

La ecuación rerepresentativa es :

$$B/C = \frac{\text{Valor presente de los beneficios}}{\text{Valor presente de los costos}} = \frac{\sum_{t=1}^n FFt/(1+i)^t}{\sum_{t=1}^n Ct/(1+i)^t}$$

Para una tasa de interés dado, una razón B/C \geq 1 refleja un proyecto aceptable sin embargo si B/C $<$ 1 se rechaza el proyecto.

III.4.7.1**EJEMPLO DE APLICACION**

Considere cuatro alternativas mutuamente excluyentes.

ALTERNATIVA

	A	B	C	D
COSTOS INICIALES	400	100	200	500
BENEFICIOS ANUAL UNIFORME	100.9	27.7	46.2	125.2

Cada alternativa tiene cinco años de vida útil y un valor de salvamento basado sobre un 6 % de tasa de interes. ¿ Qué alternativa debe ser seleccionada ?

Solución :

1.- Calculando la razón B/C para las alternativas :

ALTERNATIVA

$$A \quad B/C = \frac{100.9 \text{ (P/A, 6\%, 5)}}{400} = 1.06$$

$$B \quad B/C = \frac{27.7 \text{ (P/A, 6\%, 5)}}{100} = 1.17$$

$$C \quad B/C = \frac{46.2 \text{ (P/A, 6\%, 5)}}{200} = 0.97$$

$$D \quad B/C = \frac{125.2 \text{ (P/A, 6\%, 5)}}{500} = 1.05$$

De acuerdo al criterio de decisión de la Razón Beneficio-Costo se selecciona la alternativa B.

III.4.8

TASA INTERNA DE RENDIMIENTO

En todos los criterios de decisión, se utiliza alguna clase de índice, medida de equivalencia, o base de comparación capaz de resumir las diferencias de importancia que existen entre las alternativas de inversión. Es importante distinguir entre criterios de decisión y una base de comparación. Esta última es un índice que contiene cierta clase de información sobre la serie de ingresos y gastos a que da lugar una oportunidad de inversión.

La tasa interna de rendimiento, como se le llama frecuentemente, es un índice de rentabilidad ampliamente aceptado. Esta definida como la tasa de interés que reduce a cero el valor presente, el valor futuro, o el valor anual equivalente de una serie de ingresos y egresos. Es decir, la tasa interna de rendimiento de una propuesta de inversión.

Actualmente es uno de los métodos más usados en la evaluación de proyectos en México, debido a la gran sencillez que presenta su cálculo, así como la exactitud que presenta el mismo para conocer la rentabilidad económica del proyecto, es obtenido a partir de conocer la inversión que implica la implementación del proyecto, así como los flujos de fondos del mismo.

En función de esto la tasa interna de retorno (TIR) se define como aquella tasa que iguala los valores actualizados del flujo de costos y beneficios.

Dicho de otra forma la tasa de interés que convierte a cero la diferencia de costos y beneficios actualizados, ésto es el VAN.

La TIR puede ser expresada en forma matemática por la siguiente ecuación :

$$TIR = \sum_{t=0}^n \frac{(Bt-Ct)}{(1+k)^t}$$

Donde :

Bt = F.F. (beneficio total en un período determinado)

Ct = Costo total del proyecto

El método de la tasa interna de retorno no necesita enfrentar el delicado problema de la selección de la tasa de interés para descontar la serie de costos y beneficios, ella viene a ser la tasa a la cual los valores de costos y beneficios actualizados son iguales.

PROCESO DE CALCULO

a) Se escoge arbitrariamente una tasa de interés y se descuenta a esa tasa la serie de costos y beneficios como en el método del valor neto actual.

Si el resultado de la sustracción de beneficios y costos actualizados es positivo y mayor que cero, ésto significa que la TIR es superior a esa tasa arbitrariamente seleccionada.

b) Se escoge una tasa superior a la primera y se repite la operación de

actualización. Si en esta nueva tasa la diferencia entre beneficios y costos actualizados fuera negativa, entonces la tasa interna de retorno buscada está entre la primera y la segunda tasa de interés utilizada.

c) El valor de la TIR se encuentra por interpolación, esta interpolación puede hacerse de la siguiente forma :

$$TIR = TA \text{ inf.} + [(TA \text{ sup.} - TA \text{ inf.}) \times [VATA \text{ inf.} / VATA \text{ inf.} - (VATA \text{ sup.})]$$

Donde :

TA inf. = Tasa de actualización inferior (%)

TA sup. = Tasa de actualización superior (%)

VATA inf. = Valor actual del flujo de fondos a la tasa de act. inf.

VATA sup. = Valor actual del flujo de fondos a la tasa de act. sup.

TA inf. = A

TA sup. = B

VATA inf. = C

VATA sup. = D

En función de esto :

$$TIR = A + (B-A) \times (C/C+D)$$

Los criterios de decisión para evaluar un proyecto mediante este procedimiento son :

TIR > TREMA (ACEPTAR PROYECTO)

TIR = TREMA (INCERTIDUMBRE)

TIR < TREMA (RECHAZAR PROYECTO)

III.4.8.1

EJEMPLO DE APLICACION

Ejemplo de aplicación de la TIR (Tasa Interna de Retorno) para el caso de un aserradero que presenta las siguientes características en sus flujos de fondos.

AÑO	FLUJO DE FONDOS	FACTOR 40 %	FLUJO DE FONDOS ACTUALIZADO	FACTOR 50 %	FLUJO DE FONDOS ACTUALIZADOS
0-1	(24,034,844)	0.71429	(17,167,848.7)	0.26667	(11,445,290.9)
1-2	15,419,325	0.51020	7,866,939.6	0.44440	3,496,382.6
2-3	19,891,965	0.36443	7,249,338.0	0.29630	2,147,946.0
3-4	18,335,277	0.26031	4,772,856.0	0.19753	942,782.0
4-5	18,820,397	0.18593	3,499,276.0	0.13169	450,819.0
5-6	17,389,677	0.13281	2,309,523.0	0.08779	202,753.0
6-7	18,761,143	0.09487	1,779,869.6	0.05853	104,175.0
7-8	18,759,983	0.06776	1,271,176.0	0.03902	49,601.0
8-9	18,666,299	0.48400	903,448.9	0.02601	23,498.7
9-10	18,640,033	0.03457	644,385.9	0.01734	11,173.6
10-11	18,555,276	0.02469	458,129.7	0.01155	5,295.9
11-12	9,980,713	0.01764	176,059.7	0.00771	1,058.0
			13,763,054.4		3,999,502.8

$$TIR = 40 + 13'763,045.46 / 13'763,045.46 - (3'999,5) \times (50-40)$$

$$TIR = 47.74 \%$$

$$\text{Factor} = 1/(1+i)^n$$

usado para traer flujos de efectivo a valor presente, dichos flujos fueron calculados con base a la ecuación del F.P. especificada anteriormente. Los cálculos pueden ser mas rápidos con una computadora.

CAPITULO

IV

**TECNICAS DE OPTIMACION EN LA
SELECCION DE PROYECTOS DE INVERSION**

IV.1

EL ALGORITMO DE MARTELO Y TOHT Y LOS PROBLEMA DE LA MOCHILA

Muchos problemas industriales se pueden formular como problemas de tipo mochila, por ejemplo problemas de carga fija, selección de proyectos, corte en inventarios, control de presupuestos, etc. La versión más popular del problema contiene sólo una restricción lineal, pero casi cualquier problema lineal entero y muchos otros problemas combinatorios se pueden reducir a él. El problema de la mochila se presenta también como un subproblema en varios algoritmos de programación lineal pura y entera.

Hay muchas versiones distintas del problema de la mochila, en nuestro caso consideraremos el problema de la mochila 0-1 que se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Maximizar} \quad \sum_{j=1}^n P_j X_j \quad \dots\dots\dots (A)$$

sujeto a

$$\sum_{j=1}^n W_j X_j \leq C \quad \dots\dots\dots (B)$$

$$X_j = 0 \text{ ó } 1$$

Donde P_j , W_j ($j = 1, \dots, n$) y C son números enteros. En otros terminos, suponga que se tiene que llenar una mochila con diferentes objetos con un beneficio P_j y peso W_j sin exceder un peso total dado C . El problema consiste en encontrar una asignación factible de objetos para que el valor total de los objetos en la mochila sea el máximo.

El problema de la mochila 0-1 es un caso especial del problema de la mochila acotado, que se define igual que el anterior y solo difiere en la restricción (B) ya que en este caso se tiene

$$0 \leq X_j \leq b_i, \text{ donde } X_j \text{ es entero, } i = 1, \dots, n \quad \dots\dots\dots (C)$$

En el problema de la mochila acotado, la mochila se puede llenar con a lo mas b_i objetos del tipo i . En el problema general de la mochila, que a veces se denomina no acotado, la restricción (C) se relaja a :

$$X_j \geq 0, X_j \text{ entero, } j = 1, \dots, n$$

Sin la pérdida de generalidad podemos suponer que los parámetros P_j , W_j y C en los problemas anteriores satisfacen las condiciones :

P_j y W_j son enteros positivos $j = 1, \dots, n$

$W_j \leq C$ $j = 1, \dots, n$

$\sum_{j=1}^n W_j > C$

Los problemas de la mochila 0-1, acotado y generalizado a veces se conocen como problemas unidimensionales, donde el uno se refiere al número de restricciones lineales del problema. Los mas populares son los de valor independiente (cuando $W_j = P_j$) y el problema de hacer cambios, este problema consiste en encontrar el menor número de monedas de tipos o valores especificados W_j que constituyen exactamente un cambio dado V . Suponemos que se dispone de cada tipo de moneda en una cantidad limitada. Formalmente el problema es :

Minimizar $\sum_{j=1}^n X_j$

sujeto a

$\sum_{j=1}^n X_j W_j = C$

$X_j \geq 0$, X_j entero $j = 1, \dots, n$

Observese que como la restricción en este problema es de igualdad no siempre existe solución, a menos que alguna de las monedas disponibles valga 1.

Los problemas tipo mochila unidimensionales se pueden generalizar de muchas maneras, la generalización más natural es aquella en que los objetos que tenemos que guardar pueden ponerse en mochilas, cada una con capacidad C_j ($j = 1, 2, \dots, m+1$). Sea X_{ij} una variable 0-1 tal que $X_{ij} = 1$ si el i -ésimo objeto se asigna a la j -ésima mochila. El problema 0-1 multimochila, se expresa como :

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P_j X_{ij}$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^n W_j X_{ij} \leq C_j \quad j = 1, \dots, m$$

$$\sum X_{ij} \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$X_{ij} = 0 \text{ o } 1 \quad i = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, m$$

La primera restricción significa que en una restricción factible de objetos no se sobrecarga ninguna mochila y la segunda, que cada objeto puede asignarse a lo más a una mochila, pueden formularse de aquí las versiones acotada y no acotada de este problema.

Si antes de poner los objetos en una mochila se tienen que comprar, a un costo C_j para el j -ésimo objeto, y se tiene una cantidad limitada de dinero Q , se tiene entonces el problema de asignar objetos a la mochila que no pesen más de C y no cuesten más de Q , entonces el problema se convierte en

$$\text{Maximizar } \sum_{j=1}^n P_j X_j$$

sujeto a

$$\sum W_j X_j \leq C$$

$$\sum_{j=1}^n c_j X_j \leq Q$$

$$X_j = 0 \text{ o } 1 \quad j = 1, \dots, n$$

En general, se pueden introducir muchas restricciones al asignar objetos a una mochila, el problema se convierte entonces en un problema de la mochila multidimensional, donde evidentemente se pueden considerar los casos acotados y no acotado.

Los problemas de tipo mochila a menudo se refieren como problemas de carga, pero de hecho, el problema de carga estándar consiste en asignar objetos dados con volúmenes conocidos a cajas que tienen restricciones de capacidad, con el objeto de minimizar el número de cajas usadas. Sea K_j la capacidad de la j -ésima caja y W_i el volumen del i -ésimo objeto. El problema de carga se define como sigue :

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^m Y_j$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1$$

$$\sum_{j=1}^m W_j X_{ij} \leq K_j Y_j$$

$$Y_j, X_{ij} = 0 \text{ o } 1 \quad i = 1, \dots, n ; \quad j = 1, \dots, m$$

En un cargo factible, tenemos $X_{ij} = 1$ si el i -ésimo objeto se pone en la caja, y $Y_j = 1$ si se usa la j -ésima caja.

El problema de la mochila acotado o no acotado puede también representar el problema de cortar objetos unidimensionales (por ejemplo la longitud de un papel, vidrio y acero) en piezas pequeñas de valores y tamaños dados para maximizar el valor total de las piezas o minimizar el material que sobra.

Este pequeño panorama de las posibles generalizaciones y modificaciones del problema de la mochila 0-1 indica la variedad de problemas el mundo real que se pueden modelar por problemas que provienen de la familia de problemas de tipo mochila.

IV.1.1

BREVE HISTORIA DE LOS PROBLEMAS DE MOCHILA

El progreso de la teoría computacional compleja nos ha llevado en los últimos quince años, a una fascinante penetración dentro de la inherente dificultad para resolver problemas de optimización combinatoria.

Pero los recientes resultados en la solución de muy grandes problemas de programación lineal con especial estructura y cuarenta años de uso logrado de el algoritmo Simplex, indican la concreta posibilidad de resolver problemas exactos mediante el uso de algoritmos especiales.

Se presenta un algoritmo exacto y aproximado para un número de importantes problemas difíciles de resolver en el campo de la programación lineal, que se agrupan bajo el término KNAPSACK (mochila).

La selección de los problemas refleja una innovación de Martello y Toth en el campo, mediante una serie de investigaciones en los últimos 10 años.

En las últimas décadas una impresionante cantidad de investigaciones en problemas de mochila ha sido publicada en la literatura.

SALKIN Y DE KLUYVER (1975)

presentan un número de aplicaciones industriales y resultados en transformación de programación lineal entera a problemas de mochila (una aproximación que apareció muy prometedora en ese tiempo).

MARTELO Y TOTH (1979)

Consideran algoritmos exactos para el problemas de mochila y sus promedios ejecutables en la computadora; el estudio es extendido a los otros problemas lineales de mochila y aproximar algoritmos en Martelo y Toth (1987).

DUDZINSKI Y WALUKIEWICZ (1987)

Analizaron el método dual para resolver relaciones del tipo Lagrangiano y programación lineal.

En suma, casi todos los libros sobre programación entera contienen una sección sobre problemas de mochila. mención hecha por HU (1969), GARFINKEL Y NEMHAUSER (1972), SALKIN (1975), TAHA (1975), PAPADIMITROV Y STEIGLITZ (1982), SYSLO, DEO Y KOWALIK (1983), SCHRIJVER (1986), NEMHAUSER Y WOLSEY (1988).

IV.1.2

¿"QUE SON LOS PROBLEMAS DE MOCHILA" ?

Suponga que una persona tiene que llenar su mochila y seleccionar de entre varios objetos posibles, esos que le darán a él el máximo confort. Este problema de mochila puede ser matemáticamente formulado numerando los objetos de 1 a n e introduciendo un vector de variables binarias X_j ($j=1, \dots, n$) teniendo el siguiente significado.

$X_j =$ 1 si el objeto es seleccionado
0 otro caso

Luego si P_j es una medida del confort dado por el objeto j , W_j su medida y C la capacidad de la mochila, nuestro problema será seleccionar, de entre todos los vectores binarios X que satisfacen las condiciones.

$$\sum_{j=1}^n W_j X_j \leq C$$

Esta que maximiza la función objetivo.

$$\text{Max } Z = \sum P_j X_j$$

s. a.

$$\sum_{j=1}^n W_j X_j \leq C \quad X_j = (0,1)$$

Se puede estar más interesado en el siguiente problema de mochila para un situación mas real.

Suponga que se quiere invertir todo o una parte de un capital de C unidades monetarias y se están considerando n posibles inversiones.

Dejar P_j ser la ganancia que se espera de la inversión j y W_j la cantidad de unidades monetarias que se requieren. Es evidente que la solución óptima del problema de la mochila indicara la mejor posible selección de inversión.

En este punto se puede ser estimulado para resolver el problema. Una aproximación ingenua sería programar una computadora para que examine todos los posibles vectores binarios X , seleccionando los mejores de ellos que satisfacen la condición. Desafortunadamente el orden de probabilidades para obtener tales vectores es demasiado grande. Esta computadora hipotética capaz de examinar un billón de vectores por segundo requerirá más de 30 años para $n=60$, más de 60 años para $n=61$, 10 siglos para $n=65$, y así sucesivamente es decir, 2 elevado a la n potencia es el número de probabilidades que se necesitan para cumplir con la condición.

De cualquier forma, algoritmos especializados pueden, en la mayoría de los casos, solucionar un problema con $n=100,000$ en unos pocos segundos en una minicomputadora.

El problema considerado es representativo de una variedad de problemas tipo mochila en que un grupo de entidades son dados, cada uno teniendo un valor asociado y medido, y es deseado para seleccionar uno o mas subgrupos separados de modo que la suma de las

medidas en cada subgrupo no exceda (o iguale) un límite dado y la suma de los valores seleccionados es maximizada.

Problemas de Mochila han sido intensamente estudiados especialmente en la pasada década, atrayendo a teóricos y prácticos. El interés teórico se eleva de su simple estructura que, de una manera permite explotar de un número de propiedades combinatorias y, sobre lo otro, más problemas complejos de optimización, para ser solucionados mediante una serie de subproblemas tipo mochila. Desde el punto de vista práctico muchas situaciones industriales pueden modelarse por ejemplo :

Problemas de cargo fijo

Selección de Proyectos

Corte en Inventarios

Control de Presupuestos

Por mencionar las aplicaciones más clásicas.

IV.1.3

TERMINOLOGIA USADA

Los objetos considerados en el capítulo anterior van a ser llamados elementos y este número va a ser indicado por n .

El valor y medida asociada con el j iésimo elemento será llamado ganancia y peso respectivamente, y denotado por P_j y W_j ($j=1, \dots, n$).

El recipiente que tiene que ser llenado con un subconjunto de elementos, tal recipiente va a ser denotado por C (o peso total).

Siempre se asume que, como es usual en la literatura, que ganancias, peso y capacidad son números enteros positivos. Los resultados obtenidos, de cualquier forma, pueden ser fácilmente extendidos al caso de valores reales y, en la mayoría de casos, para valores no positivos.

El problema prototipo es :

Maximizar $\sum P_j X_j$

sujeto a $\sum W_j X_j \leq C$

$X_j = 0, 1 \quad j = 1, \dots, n$

Conocido como el problema de mochila 0-1.

IV.1.5

EL ALGORITMO DE MARTELO Y TOHT

El algoritmo de Martelo y Toht (1988) puede ser esquematizado de la siguiente manera.

PASO 1

Particionando N en J_1 , J_0 y C por medio de una modificación del Método de Balas-Zemel ordenando los términos en C .

PASO 2

Exactamente resuelva el problema central de ese modo obtiene una solución aproximada del problema de mochila y calcular el límite máximo, si su valor es igual a la solución aproximada entonces esto es claramente óptimo : PARE. SI NO

PASO 3

Reduzca el problema de mochila sin ninguna otra clasificación : si todas las variables X_j tal que $j \in J_1$ o $j \in J_0$ son fijos (respectivamente a 1 y a 0), tenemos entonces que C es el centro exacto, la solución aproximada del paso 2 es óptima : PARE. SI NO

PASO 4

Distribuya los elementos correspondientes a las variables no fijas por reducción y solución exacta del correspondiente problema.

PROPOSITO : Resolver el problema tipo mochila 0-1, usando ramificación y acotamiento.

DESCRIPCION

PASO 1 (Inicia)

Ordene los artículos en orden decreciente de p_i/w_i . Calcule $p = \sum_{j=1}^s p_j$

con $s =$ índice más grande que cumple.

$$w = \sum_{j=1}^s w_j \leq C$$

Si $w = C$, la solución óptima está dada por $P = p$, $(X_j = 1, j = 1, \dots, s)$ $(X_j = 0, j = s + 1, \dots, n)$ pare.

En otro caso, calcule $(M_i = \min [w_k < k \leq n], j = 1, \dots, n-1)$, $M_n = \alpha$.

Sea $U = UB_2$, $p = P = 0$, $(x_j = 0, j = 0, j = 1, \dots, n)$, $i = 1$, $s = n$.

Vaya al paso 4

Paso 2

(Tratar de incluir el i -ésimo artículo en la solución actual). Si

$w_i \leq C$, vaya al paso 3. En otro caso, si $P \geq P + [Cp_{i+1}/w_{i+1}]$, vaya

al paso 5; si no haga $i = i + 1$ y repita el paso 2.

Paso 3

(Construya una nueva solución actual). Calcule $p = p_i + \sum_{j=1}^s z_i p_j$, con

$s =$ índice más grande para el cual $w = w_i + \sum_{j=1}^s z_i w_j \leq C$ y $s \leq n$

(si $w_i + w_{i-1} > C$, sea $s = i-1$) existen dos posibilidades:

3.1

$w = C$ y $s < n$: si $P \geq p + p + [(C-w)ps+1/ws+1]$, vaya al paso 6, en otro caso, vaya al paso 4.

3.2

$w = C$ o $s = 1$: $P \geq p + p$ vaya al paso 6, en otro caso, haga

$P = p + p$, ($X_j = x_j$, $j = 1, \dots, i-1$), ($X_j = 1$, $j = 1, \dots, s$),

($X_j = 0$, $j = s+1, \dots, n$): si $P = U$, pare; si no vaya al paso 6

PASO 4

(Salvar la solución actual). Sea $C = C - w$, $p = p + p$, ($x_j = 1$,

$j=1, \dots, s$). Calcule $w_i = w$, $p_i = p$, $z_i = s+1$ ($w_j = w_{j-1} - w_{j-1}$, $p_j =$

p_{j-1} , $z_j = s+1$ para $j = s+1, \dots, s$); sea $s = s$. existen tres posibilidades.

4.1

$s < n-2$: sea $i = s+2$. Si $C < M_{i-1}$, vaya al paso 5, en otro caso vaya al paso 2.

4.2

$s = n-2$: Si $C \geq wn$, sea $C = C-wn$, $p = p+pn$, $kn = 1$. En cualquier caso haga $i = n-1$ y vaya al paso 5.

4.3

$s = n-1$: Sea $i = n$ y vaya al paso 5

Paso 5

(Salvar la solución actual). Si $P = p$, ($X_j = x_j$, $j = 1, \dots, n$) ; si $P = u$, pare. En otro caso ($P \geq p$ o $P = U$), si $kn = 1$, haga $C = C + wn$, $p = p - pn$, $kn = 0$; en cualquier caso vaya al paso 6.

Paso 6

Encuentre el mayor $k < i$ para el cual $kk = 0$. Si $R \geq Mk$, haga $i = k+1$ y vaya a 2. En otro caso, haga $i = k$, $h = k + 1$ y vaya al paso 7.

Paso 7

(Tratar de sustituir el h -ésimo artículo por el k -ésimo). Si $h > n$ ó $P \geq p + [Cph/wh]$, vaya al paso 6. En otro caso haga $D = wh-wk$; existen tres posibilidades :

7.1

$D = 0$: haga $h = h + 1$ y repita el paso 7.

7.2

$D > 0$: Si $D > R$ o $P \geq p + ph$, ($X_j = x_j$, $j = 1, \dots, k$), ($X_j = 0$, $j = k+1, \dots, n$, $j = h$). $X_h = 1$. Si $P = U$: si no, haga $R = R - D$, $k = h$, $h = h+1$ y repita el paso 7.

7.3

$D < 0$: Si $R-D < Mh$, haga $h = h+1$ y repita el paso 7. En otro caso, si $P \geq p+ph + [(R-D)ph/wh]$, vaya al paso 6; si no, haga $C = C-wh$, $p = p+ph$, $kh = 1$, $i = h+1$, $wh = wh$, $ph = ph$, $zh = h+1$, ($w_j = p_j = 0$, $z_j = j$ para $j = h+1, \dots, s$), $s = h$ y vaya al paso 2.

En el paso 1 se maneja la cota superior UB2 que es igual al máximo valor entre B1 y B2 donde :

$$B1 = \sum_{j=1}^s p_j + [(C-\sum w_j)ps+2/ws+2]$$

$$B2 = \sum_{j=1}^s p_j + [ps+1-(ws+1-(C-\sum w_j)ps/ws)]$$

El vector (M_j) , que también se definió en paso 1, nos permite saber cuándo, dado el valor actual de C , se puede introducir al menos un artículo en la solución, esto es cuando los pasos 2 y 3 se deben desarrollar. El propósito de los vectores $(p_i), (w_i), (z_i)$ es salvar partes de la solución actual que se pueden reutilizar; supongamos que se construye una solución actual introduciendo artículos del i -ésimo al s -ésimo, entonces cuando se trata de introducir artículos del i -ésimo ($i < j \leq s$), y si nada ha cambiado en la solución actual antes del i -ésimo artículo, es posible introducir en la nueva solución actual una sucesión de elementos del i -ésimo al s -ésimo. Un movimiento hacia adelante se realiza aquí en los pasos 2, 3 y 4. El paso 2 es solo preliminar al movimiento efectivo hacia adelante del paso 3, donde se construyen las nuevas soluciones actuales. En el paso 3.2, p no puede crecer más con el valor presente de i ; y si vale la pena se salva una nueva solución óptima, pero el vector (x_j) no se abandona, así que es inútil regresar a los valores (x_1, \dots, x_s) que se han evitado. En el paso 3.1 si la solución actual encontrada a través de movimientos subsiguientes hacia adelante mejora la solución actual, se continúa al paso 4, de otra forma se sigue al paso 6.

En el paso 6 el movimiento hacia atrás el k -ésimo artículo es seguido de un movimiento hacia adelante solo si R (el valor de C precedente al movimiento hacia atrás) es grande y permite introducir en la solución al menos uno de los artículos siguientes al k -ésimo. En otro caso, un procedimiento particular hacia adelante (paso 7) se

utiliza, basado en la siguiente consideración: la solución actual se podría mejorar sólo si el k -ésimo artículo se reemplaza por un artículo (digamos el h -ésimo) que tenga una ph mayor y una wh suficientemente menor que permita introducir al menos otros dos artículos, esto es, el h -ésimo y el $(h+r)$ -ésimo con wh y $wh+r$ menor que wk .

Así, el paso 7 considera los artículos siguientes desde el k -ésimo hasta el último que pueda ser útil. En algunos casos (7.1; 7.2 con $D > R$ ó $P \geq p + ph$; 7.3 con $R-D < Mh$) el artículo considerado se rechaza, ya que no se puede mejorar la solución o puesto que es muy larga. En el paso 7.3. con $D \leq R$ y $P < p+ph$, si los reemplazos mejoran la solución óptima actual, P y el vector (X_j) se abandonan y la búsqueda comienza otra vez desde la nueva situación. En el paso 7.3 con $R-D \geq Mh$, la solución actual se deja y se sigue una búsqueda hacia adelante normal.

La cota superior del paso 3.1 se ha calculado en la forma clásica de Dantzig, pero se puede calcular como la cota superior del problema, esto es, la prueba sería:

$$P \geq p + p + [(C-w)ps+2/ws+2], [ps+1-(ws+1-(C-w))ps/ws].$$

En este caso se puede probar que la nueva cota es mejor que la Dantzig, pero la anterior requiere menos operaciones, que se puede compensar con el gran número de movimientos hacia adelante y hacia atrás involucrados, por lo cual no se puede definir una estrategia absoluta, y solo estudios empíricos en los datos particulares pueden sugerir una selección entre ambas posibilidades.

IV.1.6

EJEMPLO DE APLICACION

Una pequeña empresa tiene que escoger una alternativa de cada uno de los proyectos de inversión.

El primer proyecto está relacionado con la construcción de partes de motores para ventiladores.

El segundo proyecto con el ensamblado de esas partes y el tercer proyecto con la compra a otra compañía de los motores.

Cada proyecto tiene una serie de alternativas.

PROYECTO	ALTERNATIVA	COSTO(\$)	EMPLEOS
I.- Construcción de partes del motor	1.- aumentar capacidad en planta propia	70	31
	2.- producir en planta propia	39	20
	3.- subcontratar	20	10
II.- Ensamblado de partes del motor	4.- aumentar capacidad de ensamblado planta propia	37	19
	5.- ensamblado en planta propia	7	4
	6.- subcontratar	5	3
III.- Compra total de partes	7.- comprar	10	6

La restricción de la compañía es que no hay capacidad económica para generar más de 50 empleos.

Utilizando el Algoritmo de Martelo y Toth indique que alternativa se debe seleccionar a fin de maximizar el retorno total de la inversión.

Solución

$$\text{MAX } Z = 70X_1 + 20 X_2 + 39X_3 + 37X_4 + 7X_5 + 5X_6 + 10X_7$$

SUJETO A

$$31X_1 + 10X_2 + 20X_3 + 19X_4 + 4X_5 + 3X_6 + 6X_7 \leq 50$$

Aplicando el algoritmo de Martelo y Toth

Sean $n = 7$, $C = 50$ donde

$$(p_i) = (70, 20, 39, 37, 7, 5, 10) \text{ y } (w_i) = (31, 10, 20, 19, 4, 3, 6)$$

PASO 1

INDICE	ALTERNATIVA	INVERSION	EMPLERO	RAZON
1	1	70	31	2.25
2	2	20	10	2.00
3	3	39	20	1.95
4	4	37	19	1.94
5	5	7	4	1.75
6	6	5	3	1.67
7	7	10	6	1.67

Calculando $p = \sum_{j=1}^s p_j$ donde s es el mayor índice para el cual

$$w = \sum_{j=1}^s w_j \leq C$$

$$s = 2 : p = 70 + 20 = 90, w = 41, 50 = C$$

$$(M_j) = \min (w_k | k \leq n_j = 1, \dots, n-1) = (3, 3, 3, 3, 3, \alpha)$$

$$U = UB2 = \max (B1, B2) = 90 + \max ([9 \times 37 / 19], [39 - 11 \times 20 / 10]) = 107$$

$$P = p = 0, (X_j) = (0, 0, 0, 0, 0, 0), i = 1, s = 7$$

PASO 4

$$C = C - w \quad 50 - 41 = 9, p = 0 + p = 0 + 90 = 90, x_1 = x_2 = 1;$$

$$w_i = 9, p_i = 90, z_i = 3 \quad (w_j) = (41, 10, 0, 0, 0, 0, 0)$$

$$(p_j) = (90, 20, 0, 0, 0, 0, 0), (z_j) = (3, 3, 3, 4, 5, 6, 7), s = 2,$$

$$n - 2 = 7 - 2 = 5 \text{ de 4.1 } i = s + 2 = 4. \text{ Si } 9 < M3 \text{ ir al paso 5}$$

¿ $50 < 3$? no. ir a 2

PASO 2

$$\text{¿ } w_4 \leq W ? 19 > 9 \text{ entonces } w_4 > 9, \text{ y } P < 90 + [9(7/4)] = 105 :$$

$$i = 4 + 1 = 5$$

PASO 2

¿ $w_5 \leq 9$? $4 > 9$ vaya al paso 3

PASO 3

Calcular $p = p_i + \sum p_j$ con $s = 6$, $p = 0 + 12 = 12$, $w = 0 + 7 = 7 < C$
implica 3.1 $P < 90 + 12 + [2(10/2)] = 105$

PASO 4

$C = 9 - 7 = 2$, $p = 90 + 12 = 102$, $w_5 = w_6 = 1$; $w_5 = w = 7$,
 $p_5 = 12$, $z_5 = 7$, $w_6 = 3$, $p_6 = 5$, $z_6 = 7$, $s = 6$, $s-1$ de 4.3 $i = 7$

PASO 5

Si $P < p$ entonces $P = p$, $90 < 102$ entonces $P = 102$,
 $(X_j) = (1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$; $P < U = 107$

PASO 6

$k < i x_k = 1$ $k = 6$, $R = C = 2$, $C = 2 + w_6 = 2 + 3 = 5$,
 $p = 102 - p_6 = 102 - 5 = 97$, $x_6 = 0$. $R < M_6$ entonces
 $i = k$ y $h = k + 1$ por lo cual, $i = 6$, $h = 7$.

PASO 7

¿ $h > n$? no, ¿ $P > p + [C \cdot ph/wh]$? $P = 97 + [5(10/6)] = 105$ por
lo tanto $D = wh - wk = 9 - 6 = 3 > 0$ ir al paso 7.2

PASO 7.2

¿ $D > R$? $3 > 2$ si, $P \geq p + ph$, $102 < 107$ pero $D > R$ entonces $h = h + 1$
por lo tanto $h = 8$

PASO 7

$$h > n$$

PASO 6

$$k = 5, R = 5, C = 5 + 4 = 9, p = 97 - 7 = 90, \kappa_5 = 0. R \geq M5: i = 6$$

PASO 2

$$w_6 < 9$$

PASO 3

$$s = 7, p = 5 + 10 = 15, w = 3 + 6 = 9 = C \text{ de 3.2 } P < 90 + 15 :$$

$$P = 105, (X_j) = (1, 1, 0, 0, 0, 1, 1) ; P < U.$$

PASO 6

$$k = 2, R = 9, W = 9 + 10 = 19, p = 90 - 20 = 70, \kappa_2 = 2.$$

$$R > M2 : i = 3$$

PASO 2

$$w_3 > 19 ; P < 70 + [19(37/19)] = 107 ; i = 4$$

PASO 2

$$w_4 = 19$$

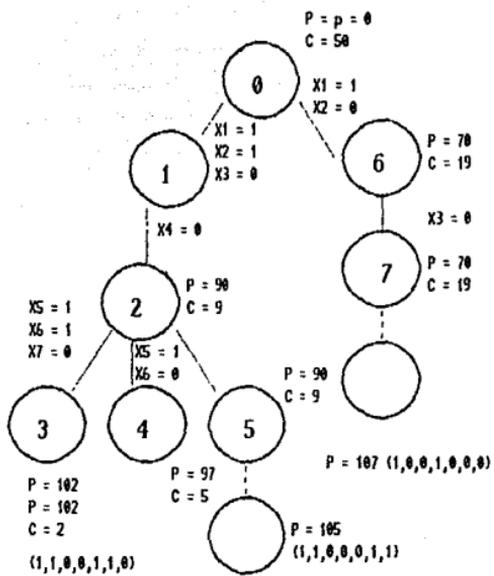
PASO 3

$$s = 4, p = 0 + 37 = 37, w = 0 + 19 = 19 = C \text{ de 3.2}$$

$$P < 70 + 37 : P = 107.$$

La figura anexa muestra el árbol de decisión para este ejemplo :

ARBOL DE DECISION



CAPITULO

V

C O N C L U S I O N E S

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el desarrollo de este trabajo, hemos observado que el problema de los inversionistas al asignar sus principales recursos, siempre estará orientado a obtener mayores y mejores beneficios de los que tiene en ese instante. Para lograr un uso adecuado (óptimo) de dichos recursos, el inversionista debe apoyarse de métodos y técnicas eficientes. Son variados los métodos y técnicas que están a su servicio y en particular, este trabajo nos ha llevado a conocer y desarrollar algunos de ellos. La Investigación de Operaciones por medio de la programación matemática, ha elaborado modelos tendientes a fortalecer la toma de decisiones en inversión y unos de los autores que han contribuido en este aspecto son Silvano Martelo y Paolo Toth.

El uso de modelos matemáticos en la solución de una problemática de inversiones, logra cuantificar un objetivo trazado por la empresa, es decir la maximización del beneficio económico (valor presente neto) del programa seleccionado. Sin embargo, es importante señalar, que el proceso de toma de decisiones no debe basarse totalmente en los resultados que se obtengan del modelo; es conocido que la decisión final se apoyará considerando otros elementos particulares a la empresa.

El algoritmo de Martelo y Toth, codificado en lenguaje Fortran, nos proporciona una técnica de solución para resolver nuestro modelo, este algoritmo contribuye a la solución de modelos con variables binarias (0-1).

Motivado por el tema y reafirmando nuestro interés, deseamos que este trabajo origine nuevos estudios sobre el modelado de problemas de inversión. El modelo que se utiliza aquí, considera condiciones de certidumbre en todos los valores.

A P E N D I C E

En esta sección se muestran las diferentes versiones del problema de mochila, codificados en lenguaje de programación Fortran. (se anexa disket de programas.)

- 1.- MT1 (Problema 0-1)
- 2.- MT1R (Problema 0-1 con parámetros reales)
- 3.- MTB2 (Problema acotado 0-1)
- 4.- MTC2 (Problema no acotado de mochila 0-1)
- 5.- MTCB (Problema de asignación 0-1)
- 6.- MTHG (Problema multimochila)

B I B L I O G R A F I A

1.- Análisis y Evaluación de Proyectos de Inversión

Coss Bu Raúl

2/a Edición, 1992. Limusa México.

2.- Los Proyectos en la Industrialización Forestal

González Santoyo Federico

Editorial Universitaria, UMSNH, 1985

3.- Economía del Proyecto en Ingeniería

Thuesen, 1975. Clasif. UNAM TA 183.3

4.- Engineer in Training

Review for the National Engineering

Donald G. Newman, PA D.

Eleventh Edition, 1990

5.- Ingeniería Económica

Blank And Tarquin

2/a Edición, 1993

Mc. Graw-Hill

6.- Knapsack Problems

Algorithms and Computer Implementations

Martelo And Toth

Son Wiley & Sons, 1990

7.- Qué es la Investigación de Operaciones ?

Ortega R. Armando

F-II-386

División de estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería. UNAM

8.- Técnicas de Ramificación y Acotamiento

Flores de la Mora Idalia

T-UNAM, 1990

División de estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería. UNAM

9.- Un modelo de Selección de Inversiones

Rios Rico Eloy

T-UNAM, 1989

División de estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería. UNAM