



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería

MANUAL DE APOYO PARA EL DESARROLLO DE LAS
PRACTICAS DE LABORATORIO DE MATERIALES
DE EL AREA DE ESTRUCTURAS DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA.

T E S I S
Que para obtener el título de
INGENIERO CIVIL
p r e s e n t a
MAURICIO JESUS SUAREZ DIAZ



Director de Tesis:
ING. HECTOR J. GUZMAN OLGUIN

México, D. F.

1993

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

INTRODUCCION	4 6
------------------------	-----

I. MECANICA DE MATERIALES I

PRACTICA No.1 "CARGA AXIAL"

I.1.1	Objetivo	9
I.1.2	Material y Equipo	10
I.1.3	Consideraciones Teóricas	13
I.1.4	Explicación de la Carga Axial.	17
I.1.5	Desarrollo	21

PRACTICA No.2 " TORSION"

I.2.1	Objetivo	22
I.2.2	Material y Equipo.	23
I.2.3	Consideraciones Teóricas	28
I.2.4	Desarrollo	36

PRACTICA No.3 "FLEXION"

I.3.1	Objetivo	39
I.3.2	Material y Equipo.	40
I.3.3	Consideraciones Teóricas	45
I.3.4	Desarrollo	50

II MECANICA DE MATERIALES II

PRACTICA No.4 "CORTANTE EN VIGAS"

II.1.1	Objetivo	54
II.1.2	Material y Equipo.	55
II.1.3	Consideraciones Teóricas	60
II.1.4	Desarrollo	66

PRACTICA No.5 "COMPORTAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO"

II.2.1	Objetivo	69
II.2.2	Material y Equipo.	70
II.2.3	Consideraciones Teóricas	72
II.2.4	Desarrollo	85

PRACTICA No.6 "FLEXOCOMPRESION"

II.3.1	Objetivo	86
II.3.2	Material y Equipo.	87
II.3.3	Consideraciones Teóricas	89
II.3.4	Desarrollo	98

III MECANICA DE MATERIALES III

PRACTICA No.7 "PANDEO DE COLUMNAS"

III.1.1	Objetivo	103
III.1.2	Material y Equipo.	104
III.1.3	Consideraciones Teóricas	107
III.1.4	Desarrollo	112

PRACTICA No.8 "PANDEO LATERAL"

III.2.1	Objetivo	117
III.2.2	Material y Equipo.	118
III.2.3	Consideraciones Teóricas	119
III.2.4	Desarrollo	125

CONCLUSIONES	131
-------------------------------	------------

BIBLIOGRAFIA	133
-------------------------------	------------

I N T R O D U C C I O N

Los conocimientos para resolver cualquier problema de Ingeniería Civil, se pueden clasificar en cuatro grupos bastante bien definidos:

1. Puntos de partida. Ejemplos: Deformaciones y resistencia de un material, plasticidad de un suelo, viscosidad de un líquido, creep del concreto, fórmula de la escuadria, (de mucha trascendencia) las solicitaciones exteriores.
2. Análisis del problema planteado. Al hacerlo se considera que los puntos de partida son ciertos y se supone que hay un proceso lógico que liga los fenómenos físicos que quedan involucrados en todo el problema.
3. Conocimientos relativos a los problemas de construcción, equipos, procedimientos, programas de obras, costos, etc.
4. Los márgenes de seguridad o coeficientes de carga que conviene emplear establecidos por los resultados de la comparación de la solución analítica de problemas semejantes al que se estudia con realidades prácticas.

En los estudios profesionales se da una importancia que parece exagerada a los conocimientos que abarca el segundo grupo (a los de análisis) opacando la que tienen los otros tres grupos, en los cuales interviene en forma importante el laboratorio.

Probablemente los conocimientos del segundo grupo son los que exigen mayor preparación matemática y son los que implican, en general, una mayor habilidad del profesionista, lo que hace más atractivo para los estudiosos, ya que les proporciona la posibilidad de una posición destacada entre los demás, basada en estudio de libros teóricos y en ingenio, aunque no vengan acompañados de experiencia práctica.

Naturalmente el atractivo se manifiesta con mayor intensidad en los especialistas en estos temas. Entre estos especialistas están los profesores de las materias relacionadas con ellos, quienes al manejar herramientas de trabajo como son matemáticas superiores que no sabe manejar el resto de los profesionistas, pueden presentar sus ideas como verdades absolutas demasiado complicadas para todos los demás. Desde el punto de vista matemático, sus conclusiones son seguramente exactas. Pero el proceso se apoya en ideas clasificadas en el primer grupo que se toman como postulados, como valores fijos, cuando en realidad, en muchos casos son discutibles; por lo tanto las conclusiones a que se llegan, pueden no concordar con la observación de las realidades prácticas. Además, suponen reales algunos fenómenos físicos no muy bien comprobados. Por ejemplo: la rigidez de un elemento de concreto de una estructura.

Las ideas del segundo grupo (el de análisis) han opacado tanto a las de los otros que hay en estas últimas, algunas fundamentales que quedan muy poco claras en la imaginación y en la memoria de muchos profesionistas. Por ejemplo: que la resistencia del concreto a la compresión no es el resultado de la prueba de los cilindros sino que este resultado es en realidad un índice de la calidad del concreto (fundamental en todos los cálculos) pero que sólo representa a dicha resistencia en la prueba efectuada de acuerdo con la forma de proceder empleada. La resistencia a compresión obtenida con otras normas, por ejemplo, la llamada resistencia "cúbica" de los Ingleses, da resultados diferentes.

El Laboratorio de materiales debe ayudar a comprender toda esta situación a los estudiantes de Ingeniería, pero desde luego sus exhibiciones deben estar dirigidas primeramente a que conozcan los métodos que se emplean para obtener las propiedades fundamentales de los materiales de construcción, lo cual queda comprendido en los conocimientos del primer grupo. Al hacerlo se debe aclarar (hasta donde sea posible), las aplicaciones que tienen los resultados de las pruebas que se realizan y cuales son sus restricciones especialmente relacionándolos con un control de obra. La prueba de los cilindros de concreto pueden ejemplificar perfectamente el caso. Su resistencia (como ya se comentó) no es rigurosamente la resistencia a compresión del concreto que los compone y éste concreto puede tener diferencias importantes con el concreto colocado en la obra, debido a distintas causas (el intemperismo, el proceso de colado, el curado, etc.).

Como segundo punto importante el laboratorio debe auxiliar en los análisis (segundo grupo de conocimientos) haciendo ver como se relacionan entre sí algunos de los fenómenos físicos que están involucrados. Por ejemplo: la relación entre la deformación producida por una flexión con la rigidez del material y la fórmula de la escuadria.

Como último punto el laboratorio puede exhibir algunas pruebas de elementos en los que se deben haber previsto. El resultado siguiendo un proceso usual de cálculo, para compararlo con los resultados reales de las pruebas hacerlas en el laboratorio, haciendo los comentarios y observaciones pertinentes. Si es posible se debe hacer una comparación imaginaria con una proceso semejante en una obra.

Ing. Miguel Madinaveitia Jurgenson.

La cita anterior corresponde a la presentación hecha por el Ing. Miguel Madinaveitia Jurgenson, en la "Primera Reunión Nacional de Profesores de Ingeniería Estructural", realizada en Veracruz, Ver. en el año 1986. Presentación que por sí misma, determina la importancia de un laboratorio de control de calidad de materiales. La exposición de este trabajo representa la experiencia lograda por el Ing. Madinaveitia en su formación profesional, que cubre desde el campo práctico incluyendo la parte docente y de investigación, estas últimas actividades las desarrolló durante gran parte de su vida, en el Instituto de Ingeniería y en el Laboratorio de Materiales de la U.N.A.M.. El hecho de que todas las prácticas presentadas en este trabajo, hayan sido diseñadas por él, no representan una tarea casual, más aún constituyen el fruto de la disciplina ha que obliga el estudio de la Mecánica de los Materiales, es por este motivo, que la introducción que lleva mi trabajo corresponde a las ideas de quien implementó estas prácticas. Queda entonces esta introducción como un homenaje póstumo al Ing. Miguel Madinaveitia Jurgenson.

P R A C T I C A N O . 1

"C A R G A A X I A L"

(Mecánica de Materiales I)

I 1.1. O B J E T I V O:

El alumno será capaz al concluir esta práctica de reconocer y definir el concepto de **carga axial**, además estará preparado para entender e interpretar el concepto de **esfuerzo** y su obtención. Por otra parte deberá establecer la diferencia entre los conceptos de **desplazamiento** y **deformación**.

I.1.2 MATERIAL Y EQUIPO

Para la realización de esta práctica se requiere de lo siguiente:

Material:

- * Cilindro de concreto normalizado ASTM-c-31
 $\varnothing = 15 \text{ cm}$ $L = 30 \text{ cm}$

- * Probeta de acero normalizada ASTM A7 a A15
 $\varnothing = 1.27 \text{ cm}$ $L = 17 \text{ cm}$

Equipo:

- * Prensa universal (equipo SATEC)

- * Deformimetro Digital de uña



FOTO 1. Equipo SATEC con capacidad de 200 ton. utilizado para pruebas en laboratorio de materiales.

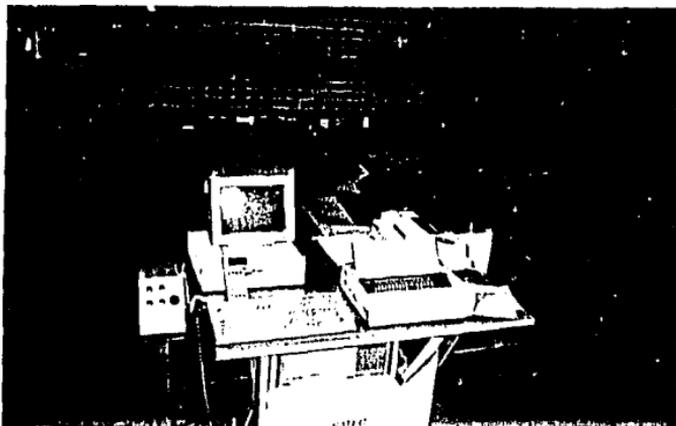


FOTO 2. Equipo de computo que controla a la prensa universal con programas específicos para este tipo de pruebas.



FOTO 3. Deformimetro digital de uña utilizado para obtener deformaciones en la probeta de acero.

I.1.3 CONSIDERACIONES TEORICAS
 "ESFUERZO NORMAL"

En muchas situaciones prácticas si la dirección del plano imaginario que corta a un miembro, se selecciona adecuadamente los esfuerzos que actúan en la sección de corte serán particularmente significativos y de fácil determinación. Un caso importante de esta naturaleza se presenta en una barra recta cargada axialmente a tensión, pasando por el plano de corte perpendicularmente a su eje. El esfuerzo de tensión que actúa en la sección transversal, así determinada, es el máximo, ya que cualquier otra sección que no sea perpendicular al eje de la barra tendrá una superficie mayor para resistir la fuerza aplicada. El esfuerzo máximo es el de mayor significado, pues es el que tiende a producir la falla del material.

Para obtener una expresión algebraica de este esfuerzo máximo, considérese el caso que se ilustra en la figura 1-1 (a). Si el peso de la barra se considera despreciable, se requieren dos fuerzas P iguales y opuestas, una en cada extremo, para mantener el equilibrio. Entonces puesto que el cuerpo en conjunto está en equilibrio, cualquier parte de él lo estará también. La parte de la barra a uno y otro lado de la sección b-b está en equilibrio. En la sección donde el área transversal de la barra es A, debe desarrollarse una fuerza equivalente a P, como se indica en la figura 1-1 (b) y (c). Por lo tanto, de acuerdo con la definición de esfuerzo, el esfuerzo normal, o el esfuerzo que actúa perpendicularmente a la sección es:

$$\tau = \frac{P}{A} \quad , \text{ o sea } \quad \frac{\text{fuerza}}{\text{área}} \quad - (1)$$

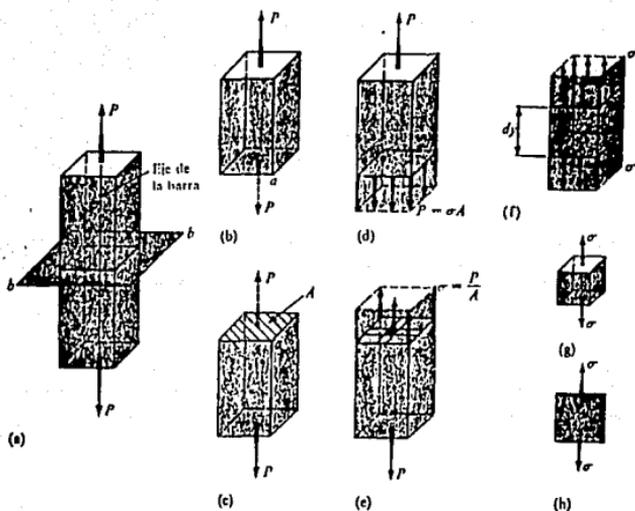


Fig. 1.1.

Este esfuerzo normal está uniformemente distribuido sobre el área transversal. La naturaleza de la cantidad calculada, por la ecuación 1 puede verse gráficamente en las figuras 1-1 (d) y (e). En general, la fuerza P es la resultante de un cierto número de fuerzas situadas a un lado u otro de la sección.

Si se hiciera un corte adicional paralelo al plano $b-b$ de la figura 1-1 (f) y después de varios cortes más tendría un cubo infinitesimal, como se indica en la figura 1-1 (g). La única clase de esfuerzos que aparecen en este caso son los esfuerzos normales sobre dos caras del cubo, tal estado de esfuerzo en un elemento se denomina esfuerzo uniaxial. En la práctica rara vez se emplean vistas isométricas de un cubo como en la figura 1-1 (g), más bien se utilizan diagramas simplificados como los de la figura 1-1 (h). No obstante, el lector no debe perder de vista al aspecto tridimensional del problema que se considera.

En una sección transversal determinada por un corte, el sistema de esfuerzos de tensión expresados por la ecuación 1 proporciona una equilibrante a la fuerza exteriormente aplicada. Cuando estos esfuerzos normales se multiplican por las áreas infinitesimales correspondientes y se suman luego sobre el área total de la sección, la suma será igual a la fuerza aplicada P . por lo tanto, el sistema de esfuerzos es estáticamente equivalente a la fuerza P , además, la resultante de esta suma debe actuar pasando por centro de la sección. Recíprocamente, para tener una distribución uniforme de esfuerzos en una barra, la fuerza axial aplicada debe actuar pasando por el eje centroidal de la sección. Recíprocamente para tener una distribución uniforme de esfuerzos en una barra, la fuerza axial aplicada debe actuar pasando por el centroide del área de la sección transversal que se investiga.

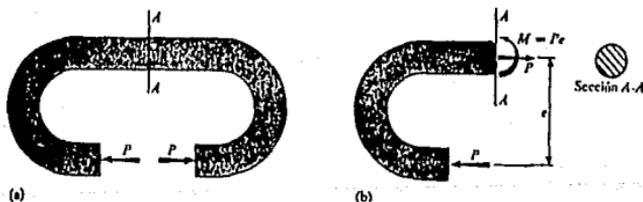
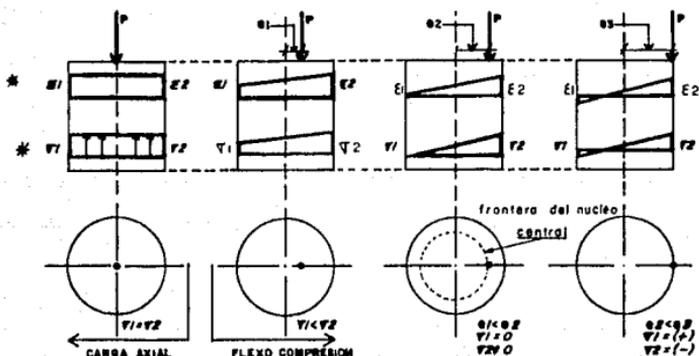


Fig. 1.2

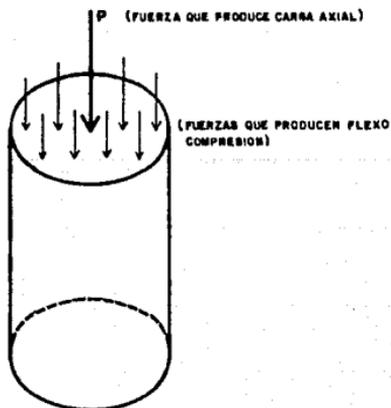
Por ejemplo en el elemento de máquina que se muestra en la figura 1-2 (a). Los esfuerzos no se pueden determinar sólo mediante la ecuación 1. En este caso, en un corte como el A-A, un sistema de fuerzas estáticamente equivalente desarrollado dentro del material debe consistir no sólo en la fuerza P , sino también en un momento flexionante M que mantenga en equilibrio la fuerza aplicada exteriormente; esto origina una distribución no uniforme de esfuerzos en el elemento, la cual se estudiará más adelante.

Un razonamiento similar se aplica a miembros a compresión. El esfuerzo normal máximo de comprensión se puede obtener de nuevo pasando una sección perpendicular al eje de un miembro y aplicando la ecuación 1 ; el esfuerzo que así se obtenga será de intensidad uniforme en tanto la resultante de las fuerzas aplicadas pase por el centroide del área transversal del corte. Sin embargo, se debe tener un cuidado adicional cuando se investigan miembros a compresión, pues pueden llegar a ser tan esbeltos que no se comporten en la forma esperada, por ejemplo, una regla de un metro sometida a una pequeña fuerza axial de compresión, tendrá tendencia a pandearse y romperse. La ecuación 1 es aplicable únicamente a miembros cargados axialmente a compresión que sean bastante gruesos, esto es, que tengan forma de miembros cortos, como se verá más adelante, un miembro cuya dimensión mínima sea aproximadamente un décimo de su longitud, por lo común se puede considerar miembro corto, por ejemplo, un trozo de madera de 5 cm por 10 cm puede tener 50 cm de largo y ser considerado todavía un miembro corto.

I 1.4 EXPLICACION DE CARGA AXIAL UTILIZANDO COMO RECURSO EL CONCEPTO DE FLEXOCOMPRESION



Como podemos observar en el ejemplo anterior el fenómeno de carga axial se puede considerar cierto únicamente si la fuerza P aplicada al espécimen coincide con su eje centroidal en cualquier otro caso no se considera carga axial sino un fenómeno de flexocompresión.



* De acuerdo con lo establecido por Hooke consideramos que:

$$\sigma \propto \epsilon$$

Una vez observando lo anterior, podemos definir a la carga axial como:

Carga Axial. Es el elemento mecánico que se presenta con las siguientes características.

- I. Del sistema de cargas aplicadas al elemento, la resultante deberá pasar exactamente sobre el eje centroidal.
- II. Para lograr una falla por carga axial es necesario que el elemento este definido como corto.
- III. Como resultado de los puntos anteriores, los esfuerzos es posible garantizarlos iguales en cualquier sección del espécimen y las deformaciones en un plano perpendicular a la aplicación de la fuerza iguales. Para cumplir con los esfuerzos y deformaciones proporcionales.

Por otra parte y como objetivo particular de la práctica podemos decir: que a través de una gráfica esfuerzo-deformación se debe poder identificar las características del material, a partir de su comportamiento (carga axial).

Tomando en cuenta lo siguiente:

* Deformación $\epsilon = \frac{L}{E}$; $\epsilon = \frac{d}{L}$

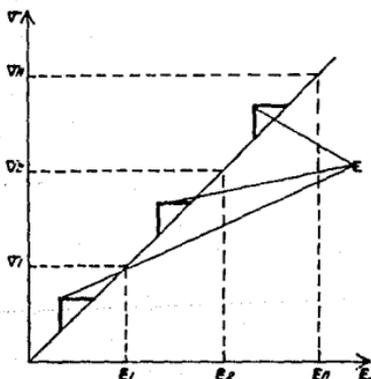
* Desplazamiento $d = \frac{P L}{E A}$; $d = L_0 - L_f$

* Esfuerzo $\sigma = E \epsilon$; $\sigma = \frac{P}{A}$

Donde:

- ϵ = Deformación
- L = Longitud Total
- δ = Desplazamiento
- P = Fuerza Aplicada
- E = Módulo Elástico
- A = Area
- σ = Esfuerzo
- L_0 = Longitud Final
- L_i = Longitud Inicial

Por lo anterior una gráfica esfuerzo-deformación para un material elástico, será como la que se presenta



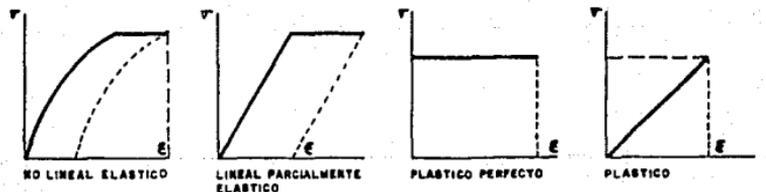
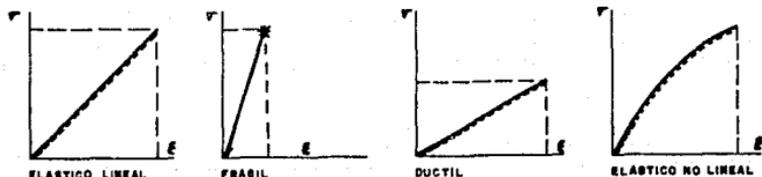
$\sigma \propto \epsilon$ DE ACUERDO CON HOOKE: $\sigma = \frac{P}{A}$, $\epsilon = \frac{\delta}{L}$

$\sigma = E \epsilon \Rightarrow$ LEY DE HOOKE

Donde es posible detectar la proporcionalidad $\sigma \propto \epsilon$ y establecer la Ley de Hook, con la constante de proporcionalidad definida como módulo elástico.

$$\sigma = E \epsilon \longrightarrow \text{LEY DE HOOK}$$

A partir del concepto anterior es posible caracterizar la conducta de otros materiales teniendo como antecedente la conducta básica planteada por Hook.



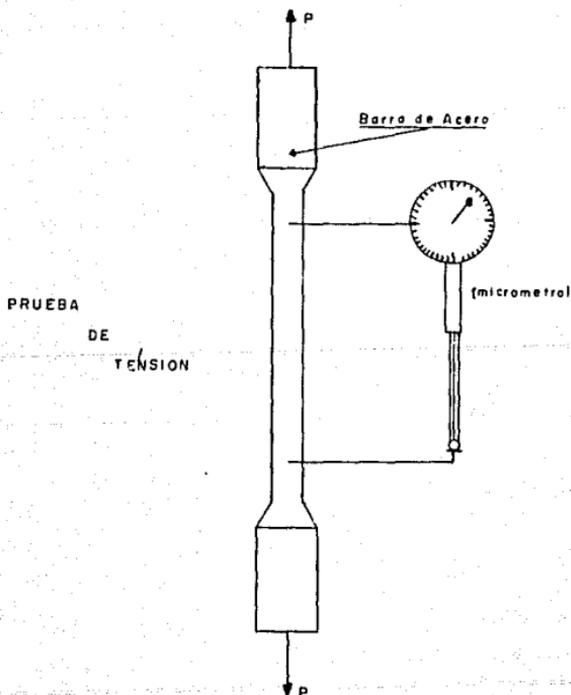
El ejercicio anterior posibilita el uso de términos técnicos en el área de materiales tales como fluencia, elasticidad, plasticidad, fragilidad, etc., en la interpretación de curvas esfuerzo-deformación.

I.1.5 DESARROLLO

En primera instancia se ensayará un cilindro de concreto de acuerdo al ASTM-c-31 del cual se obtendrá la curva, misma que los alumnos interpretarán de acuerdo a lo planeado en sus clases de teoría.

Tendrán la opción de identificar el fenómeno de falla frágil y de realizar los cálculos correspondientes. Utilizando las ecuaciones de su dominio.

La segunda parte de la práctica consiste en realizar una prueba de tensión a una probeta de acero, deberá identificar el tipo de falla y su comportamiento utilizando las ecuaciones de su dominio.



PRACTICA No. 2

" T O R S I O N "

(MECANICA DE MATERIALES I)

I.2.1 O B J E T I V O

El alumno será capaz al concluir esta práctica de reconocer y definir el concepto de T O R S I O N, y su obtención, e identificará las diferencias básicas de torsión en miembros circulares y no circulares.

I.2.2 MATERIAL Y EQUIPO

Material:

- * Probeta de acero, hueca normalizada según especificación ASTM A7 a A15.

$$\phi = 1.9 \text{ cm.} \quad L = 30 \text{ cm.}$$

- * Probeta de acero normalizada según especificación ASTM A7 a A15.

$$\phi = 1.27 \text{ cm.} \quad L = 17 \text{ cm.}$$

- * Probeta de neopreno sección circular
- * Probeta de neopreno sección cuadrada
- * Pieza de gis

EQUIPO:

- * Deformímetro mecánico (press 0.001 cm.)
- * Máquina de Torsión
- * Modelos para analogía de la membrana

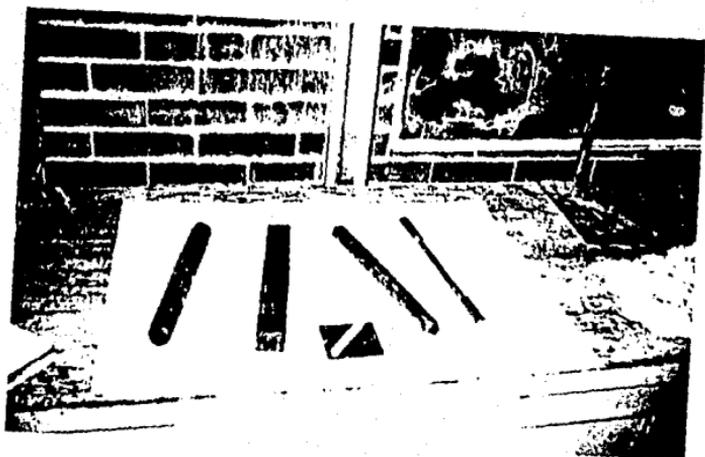


FOTO 1. Probetas que se utilizan tanto para ser ensayadas como para ejemplificar el fenómeno de torsión.

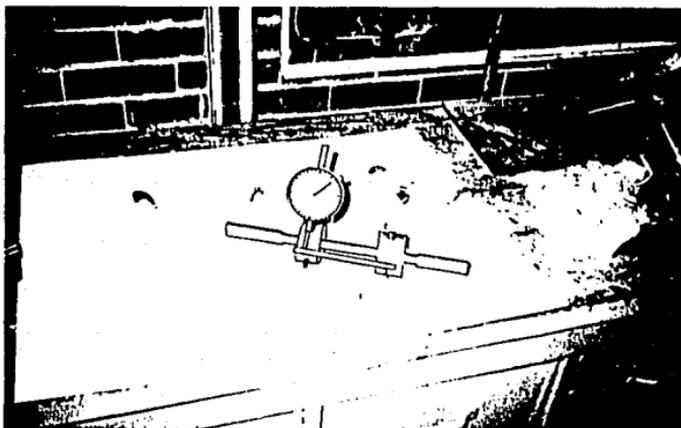


FOTO 2. En esta gráfica podemos observar la probeta de acero, instrumentada por medio de un par de anillos de sujeción, que sirven, para el micrómetro, que también puede observarse.



FOTO 3. Equipo para producir torsión, podemos observar su pantalla en donde se registra la magnitud del par, también cuenta con un contador y un registro en grados, para conocer el giro sufriendo por el espécimen.

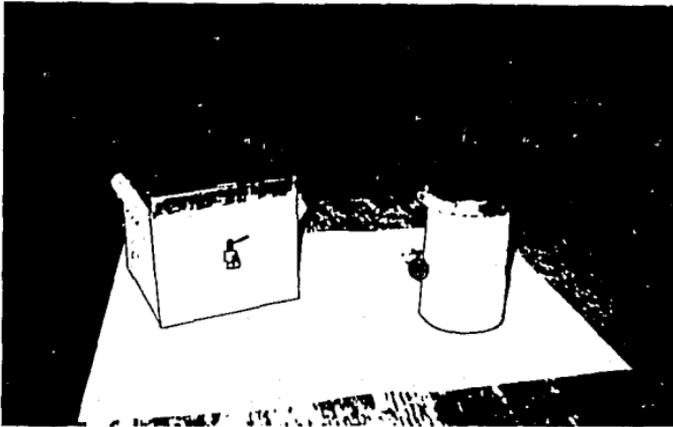


FOTO 4. Modelos diseñados en el laboratorio de materiales, para ejemplificar la teoría de la analogía de la membrana.

I.2.3 CONSIDERACIONES TEORICAS

En este capítulo se estudiará el efecto de cargas de torsión sobre los miembros. Estas cargas se presentan en formas de pares que hacen girar los miembros, y como se verá más adelante, producen esfuerzos cortantes.

Las flechas o ejes circulares son los miembros más comúnmente asociados con cargas de torsión y se presentan muchas aplicaciones prácticas para ellos.

Como ejemplos de miembros sujetos a cargas de torsión consideremos las fig. 2.1 y 2.2, la fig. 2.1 ilustra una flecha redonda fija en un extremo con un disco en el otro extremo. Se aplican las dos fuerzas iguales y opuestas P en el plano del disco, como se muestra. Estas dos fuerzas separadas una distancia D forman un par. El efecto de este par, es torcer el eje o par de torsión, como generalmente se llama alrededor de su eje longitudinal. En lugar de representar el par como dos fuerzas, se usará la designación alternativa de una línea curva cuya punta indica la dirección del par, como se indica en la fig. 2.1 (b).

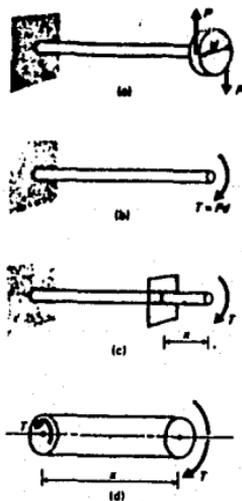


FIG. 2.1

El par resistente interno puede determinarse aplicando la ecuación: $M_{eje}=0$ a un diagrama de cuerpo libre de la flecha, cortamos esta mediante un plano imaginario perpendicular al eje de la misma en el lugar deseado y hallamos la suma de los momentos del diagrama de cuerpo libre resultante con respecto al eje longitudinal. Para el caso considerado aquí, la fig. 2.1 (d) indica que el par resistente interno es igual al par externo T.



FIG. 2.2

Para una flecha que está sujeta a varios pares aplicados en diferentes lugares, es necesario hacer el diagrama de cuerpo libre de varias secciones. El par resistente interno es la suma de todos los pares externos hasta el plano en cuestión.

ESFUERZO CORTANTE

Si un miembro de sección circular esta sujeto a cargas de torsión, se producen fuerzas cortantes internas. El producto de estas fuerzas cortantes por sus respectivas distancias del eje de la flecha produce momentos, cuya suma (o resultante) es el par resistente descrito en la sección anterior.

Para investigar la torsión en los ejes, debemos conocer la relación entre el par aplicado y los esfuerzos internos producidos por ese par, para establecer esa relación se hacen las siguientes suposiciones:

- a) Una sección de la flecha que es plana antes de la torsión, esto significa que una sección transversal de la flecha no se alabea después la carga.
- b) El diámetro de la flecha no cambia durante la carga.
- c) Los esfuerzos están en el rango elástico, es decir los esfuerzos están debajo del límite de proporcionalidad cortante y se aplica la ley de Hooke.
- d) Las deformaciones por cortante varían linealmente desde cero en el eje del miembro, hasta un máximo en las fibras extremas.

"ESFUERZO CORTANTE EN EJES HUECOS DE SECCION CIRCULAR"

En la deducción de la fórmula para el esfuerzo cortante en una flecha sujeta a carga de torsión ($\tau = Tc/J$), se determinó el par resistente interno, sumando los pares en todos los anillos concéntricos. Los anillos cercanos al centro del eje tienen esfuerzos muy pequeños, por consiguiente, solamente contribuyen en una cantidad pequeña al par resistente total; en muchos problemas es común usar huecos, esto permite al proyectista a reducir el peso del eje sin sacrificar mucho su capacidad de carga.

El análisis de un eje hueco es semejante al de un eje macizo, la única diferencia está en el cálculo del momento polar de inercia J ; podemos calcular J restando el momento polar de inercia del agujero del momento polar del círculo completo:

$$J+J_E-J_I$$

"TORSIÓN DE SECCIONES NO CIRCULARES"

Las relaciones matemáticas de este capítulo se aplican solamente a flechas circulares sujetas a carga de torsión, afortunadamente esto incluye un espectro amplio de aplicaciones prácticas. Las ecuaciones para los esfuerzos y las deformaciones de torsión no son válidas para secciones transversales no circulares.

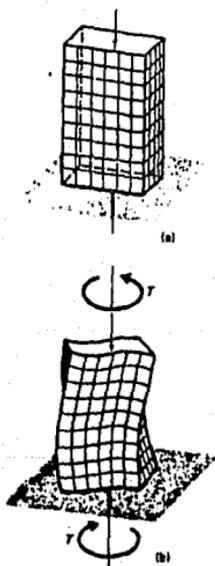
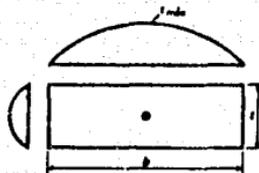


FIG. 2.3

Podemos visualizar la razón de alabeo y su influencia considerando una barra de sección transversal rectangular que está sujeta a una carga de torsión la fig. 2.3 indica dicho miembro. Generalmente podríamos anticipar de un punto de los más alejados del eje, tal como una de las esquinas, tendría el mayor esfuerzo, sin embargo, el esfuerzo de torsión en las esquinas de una flecha de sección rectangular es cero.



. FIG. 2.4

La figura 2.4 indica la distribución de esfuerzos en una flecha sección rectangular. El esfuerzo cortante máximo ocurre en el punto medio del lado más largo, la magnitud del esfuerzo cortante máximo es:

$$T \text{ max} = \frac{aT}{bt}$$

Donde:

$T \text{ max}$ = Esfuerzo cortante máximo, en lb/plg o en N/m

a = Un coeficiente relacionado, con la relación b/T de la sección transversal

T = Par de torsión, en lb-plg, o en N m,

b = Ancho de la sección transversal, en plg o en m

t = Espesor de la sección transversal, en plg o en m

ANALOGÍA DE LA MEMBRANA

Para casos que no se pueden resolver matemáticamente en forma conveniente se ha ideado un método notable, resulta que la solución de la ecuación diferencial parcial que debe resolverse en el problema de torsión elástica es matemáticamente igual a la de la ecuación para una membrana delgada, formada y ligeramente estirada sobre un agujero. Este debe ser geoméricamente semejante a la sección transversal de la barra en estudio. Debe mantenerse una ligera presión de aire en un lado de la membrana. Luego se pueden observar los siguientes puntos.

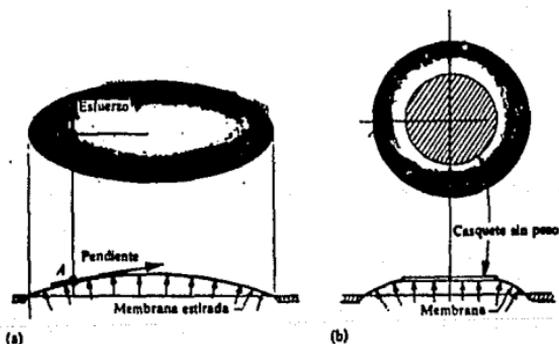


Fig. 2.5

- 1) El esfuerzo cortante en un punto es proporcional a la pendiente de la membrana estirada en el mismo punto. Fig. 2.5
- 2) La dirección de un esfuerzo cortante particular en un punto es perpendicular a la de la pendiente de la membrana en el mismo punto. Fig. 2.5
- 3) El doble del volumen encerrado por la membrana es proporcional al momento torsionante que resiste la sección.

Además de su valor en aplicaciones experimentales, es un instrumento mental muy útil para visualizar esfuerzos y capacidades de momento torsionante de miembros.

TORSIÓN EN MATERIALES PLÁSTICOS (ANALOGÍA DEL MONTÓN DE ARENA)

La analogía plástica del montón de arena proporciona una mejor representación del comportamiento de los elementos frágiles tales como las vigas de concreto sujetas a torsión pura. El momento torsionante es también proporcional a dos veces el volumen debajo del montón y el esfuerzo cortante máximo de torsión es proporcional a la pendiente del montón de arena.

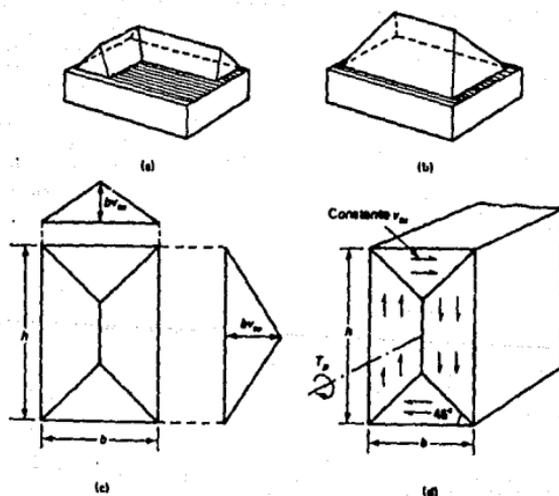


Fig. 2.6

La figura 2.6 es una representación bidimensional y tridimensional del montón de arena. El momento torsionante T_p en la fig. 2.6 (d) es proporcional a dos veces el volúmen del montón rectangular que muestra en las partes (b) y (c). Por otro lado, se debe reconocer que en la analogía del montón de arena, la pendiente de los lados del montón como una medida del esfuerzo cortante de torsión es constante, mientras que en la analogía de la membrana es continuamente variable. Esta característica del montón de arena simplifica las soluciones en forma considerable.

I.2.4 DESARROLLO

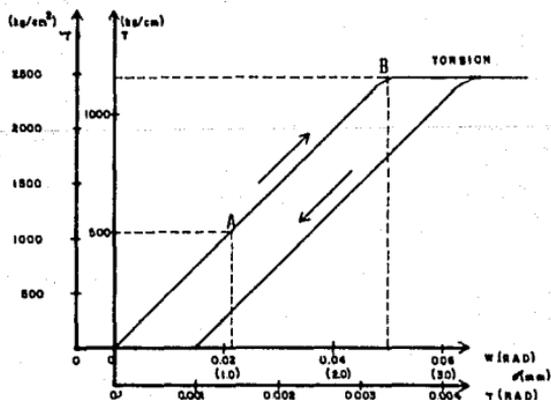
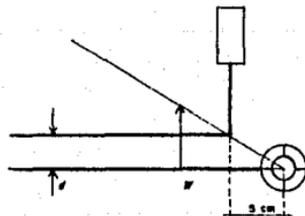
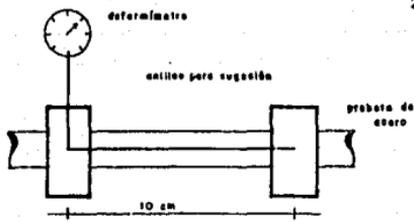
La práctica de torsión se desarrolla fundamentalmente utilizando barras de sección circular, en las cuales se analiza un elemento diferencial en su corteza, en el cual es posible obtener los esfuerzos principales y cortantes máximos en el plano. Esta gama de esfuerzos analizados adecuadamente, justificarán el motivo de falla que presente por la acción de un momento torsionante. Se pretende que las barras tengan determinadas características de comportamiento, causa por la que se presenta el ensaye de una barra de sección maciza y material frágil (gis), y dos barras de acero, una de sección hueca y otra de sección maciza.

El ensaye de estas muestras, nos proporcionará información, sobre todo cualitativa. Con objeto de identificar adecuadamente las causas y efectos. Sólo la barra de acero de sección maciza será instrumentada, para obtener características y puntos fundamentales de comportamiento, como es, el esfuerzo de fluencia, el módulo de rigidez, el módulo de poisson, etc., de acuerdo a lo que a continuación se presenta.

"CONDICIÓN DE INSTRUMENTACIÓN"

Otros datos que debemos tener en cuenta son:

$$R = 0.66 \text{ cm.} \quad L = 10 \text{ cm.} \quad J = \frac{\pi R^4}{2} = 0.3 \text{ cm}^4.$$



Los datos antes mencionados y con ayuda de la gráfica en donde se localizan una serie de puntos definidos dentro del rango elástico lineal para torsión. El punto B definido para un esfuerzo de fluencia por cortante. De la gráfica anterior es posible determinar lo siguientes puntos característicos.

- Esfuerzo cortante

$$\tau = \frac{PR}{J} = \frac{500 \times 0.66}{0.3} = \underline{1.100 \text{ Kg./cm.}^2}$$

- DEFORMACIÓN ANGULAR UNITARIA

$$\gamma = \frac{R}{L} \theta = 0.66 \times \frac{0.022}{10} = \underline{0.0015 \text{ rad}}$$

- MODULO DE RIGIDEZ

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{1,000}{0.0015} = \underline{760,000 \text{ kg./cm.}^2}$$

- ESFUERZO DE FLUENCIA

$$\tau_y = \frac{TR}{J} = \frac{1,100 \times 0.66}{0.3} = \underline{2,400 \text{ Kg./cm.}}$$

- MODULO DE POISSON

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \Rightarrow \mu = \frac{2 \cdot 000,000}{2 \times 760,000} - 1 = \underline{0.32}$$

PRACTICA No. 3

" FLEXION "

MECANICA DE MATERIALES I

I.3.1 OBJETIVO

El alumno será capaz al concluir esta práctica de reconocer y definir el concepto de flexión, además deberá identificar las fuerzas que la producen y su obtención.

I.3.2 MATERIAL Y EQUIPO

Para la realización de esta práctica se requiere de lo siguiente:

Material:

- * **Viga de concreto sin refuerzo, normalizada de acuerdo a ASTM-c-78**

15 x 15 x 60 cm

- * **Viga de acero I instrumentada con STRAIN-GAGE**

Equipo:

- * **Prensa Universal (Equipo SATEC)**

- * **Arreglo electrónico para obtener deformaciones unitarias (puente de Weath Stone)**

- * **Deformímetro mecánico de Wittmore**

- * **Actuador hidráulico (gato hidráulico)**

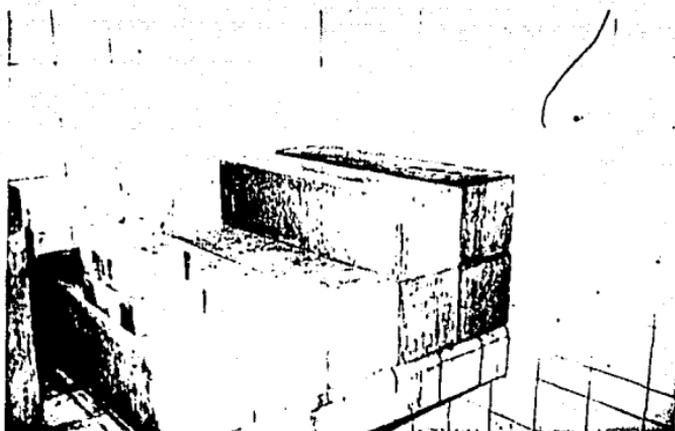
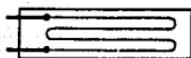
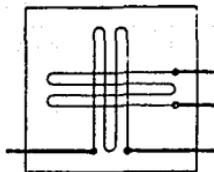


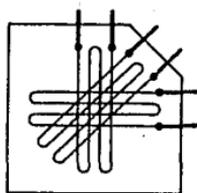
FOTO 1. Pruebas de concreto simple dentro de cuarto de curado.



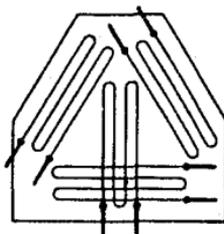
(a) Calibrador de uso general



(b) Calibrador de resistencias de dos elementos



(c) Calibrador de resistencias de 45° compuesto de tres calibradores similares al que aparece en (a)



(d) Calibrador de resistencias de 60°

Tipos principales de calibradores con alambre de resistencia eléctrica (Stran Gage)

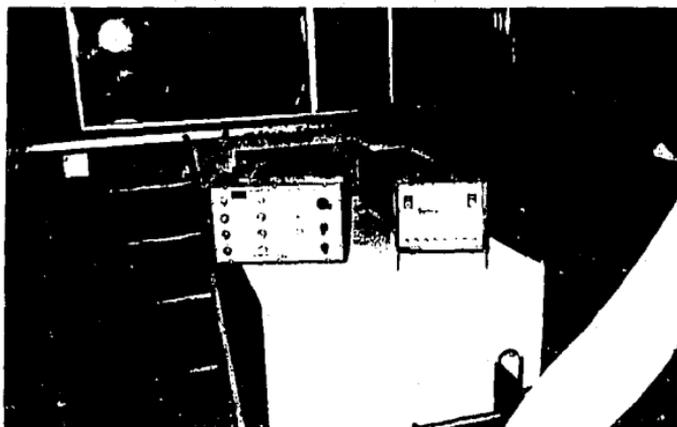
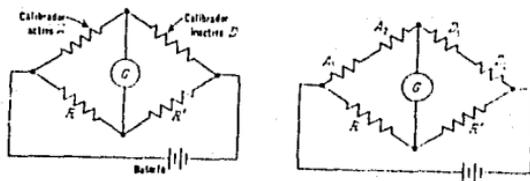


FOTO 3. Con este equipo se integra el arreglo electrónico para cuantificar la información (puente Wheatstone)



Conexión típica del puente de Wheatstone

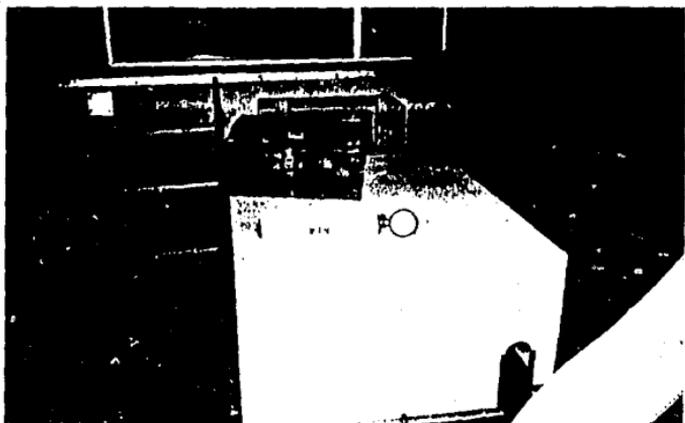


FOTO 4. "Micrómetro" equipo que se utiliza para medir las deformaciones de forma mecánica.

I.3.3 CONSIDERACIONES TEORICAS

Definición de Viga: Cuando un miembro relativamente esbelto soporta cargas que están aplicadas perpendicularmente a su eje longitudinal el miembro se denomina VIGA.

La fig. 3.1 muestra ejemplos de vigas cargadas. Las vigas se pueden clasificar de varias formas, una de ellas es estáticamente determinada y otra estáticamente indeterminada.

Estáticamente
Determinadas

Si todas sus reacciones exteriores se pueden determinar usando únicamente ecuaciones de estática.

$$(\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0)$$

solamente se desconocen tres componentes reactivas de sus apoyos ejem.

Fig. 3.1 (a) (b) (c) y (d)

VIGAS

Estáticamente
Indeterminadas

El número de reacciones es mayor al número de ecuaciones básicas de equilibrio.

El objeto principal del estudio de las vigas es la determinación de los esfuerzos internos y de las flexiones causadas por cargas aplicadas.

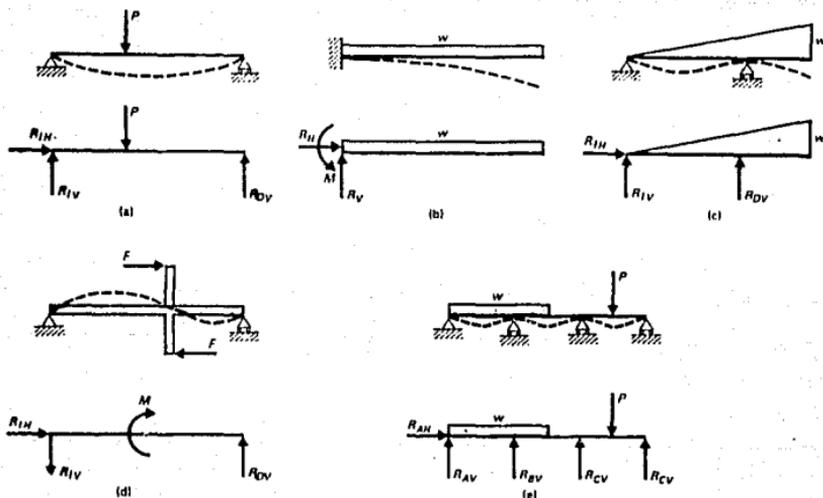


Fig. 3.1

FUERZA CORTANTE Y MOMENTO FLEXIONANTE

Una de las leyes fundamentales de la estática dice que si un cuerpo está en equilibrio, cualquier parte del cuerpo también está en equilibrio; esta es la base de la solución de problemas de estática mediante el diagrama de cuerpo libre.

Considérese la viga mostrada en la fig. 3.2, se puede cortar esta viga en cualquier sección, tal como la a-a, y trazar un diagrama de cuerpo libre de cualquier parte de las fuerzas de la viga que actúan en la sección cortada. El diagrama de cuerpo libre de la porción izquierda se muestra en la fig. 3.2 (b), ya que la fuerza exterior R_1 actúa verticalmente hacia arriba y $\sum F_v=0$, debe haber una fuerza vertical que actúa sobre la cara del corte. Esta fuerza vertical V se llama CORTANTE, en la viga. En el caso particular de la fig. 3.2 (b), $V=R_1$, y éstas fuerzas forman un par que tiende a hacer girar al cuerpo libre en sentido de las manecillas del reloj. Como $\sum M=0$, sobre el cuerpo libre y en la sección del corte debe actuar un par de sentido contrario al de las manecillas del reloj, y de la misma magnitud. Este par se llama momento flexionante interno, o simplemente MOMENTO, en la viga.

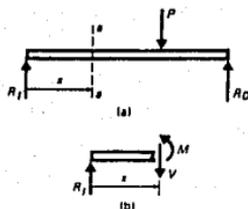


Fig. 3.2

Consideremos este momento interno con mayor detalle. La fuerza aplicada P hace que la viga se flexione, como se indica en la fig. 3.3 (a). Suponemos que la viga esta compuesta de un número infinito de pequeñas fibras longitudinales. La flexión de la viga tiende a acortar las fibras superiores y a alargar las fibras inferiores. La deformación de las fibras esta asociada a su esfuerzo correspondiente debido a la ley de Hooke. El esfuerzo multiplicado por el área sobre la cual actúa, define la fuerza axial correspondiente.

Un par es la resistencia rotacional de dos fuerzas, de igual magnitud, de sentidos contrarios, y actuando a cierta distancia de separación, el momento interno en una viga es la acción colectiva de muchos pares, producido cada uno por las fuerzas de tensión a compresión en las fibras de la viga. La fig. 3.3 (b) ilustra la acción de un par de fibras y la fig. 3.3 (c) indica las fuerzas resultantes de tensión y de compresión que forman el momento total interno.

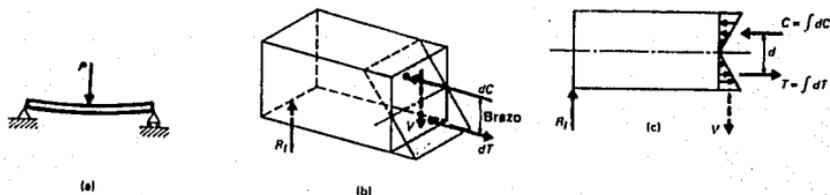


Fig. 3.3

DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLEXIONANTES Y FUERZAS CORTANTES

Un diagrama de fuerzas cortantes o un diagrama de momentos flexionantes es una gráfica que muestra la magnitud de la fuerza cortante o del momento flexionante a lo largo de la viga. Existen varios métodos mediante los cuales se pueden trazar estas gráficas. Primero se tratará el enfoque básico de la estática, este procedimiento consiste en cortar la viga en varias secciones, calcular V y M en cada uno de estos lugares, y trazar una gráfica de estos valores contra la longitud de la viga.

Este método es más laborioso que el simplificado que se presentará posteriormente. Sin embargo, es muy importante conocer este procedimiento, ya que es la base para encontrar las relaciones entre la carga, la fuerza cortante y el momento flexionante.

CONVENCION DE SIGNOS

La fig. 3.4 ilustra la convención de signos que se usa comúnmente al trazar los valores positivos y negativos sobre las gráficas de fuerzas cortantes y momentos flexionantes.

Si se corta una viga en una sección y se permite el movimiento solamente en la dirección vertical, la fuerza cortante es positiva, si la sección de la izquierda tiende a moverse hacia arriba con respecto a la sección de la derecha.

La convención de signos para el momento flexionante estipula que el momento es positivo cuando las fibras superiores están en compresión. La fig. 3.5 (a) ilustra momento positivo, y la fig. 3.5 (b) ilustra un momento negativo.

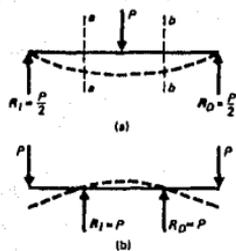


Fig. 3.4

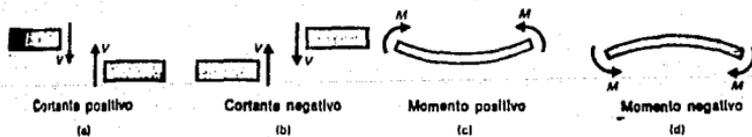


Fig. 3.5

I.3.4 DESARROLLO

En el desarrollo de la práctica de flexión, se pretende que el alumno observe la evidencia del concepto de desplazamiento y deformación, para lograrlo se utilizan dos dispositivos de medición, uno mecánico y el otro electrónico en los que es posible detectar la calidad de la información que proporciona uno y otro, a partir de esta información será posible establecer la validez de las ecuaciones 1 y 2.

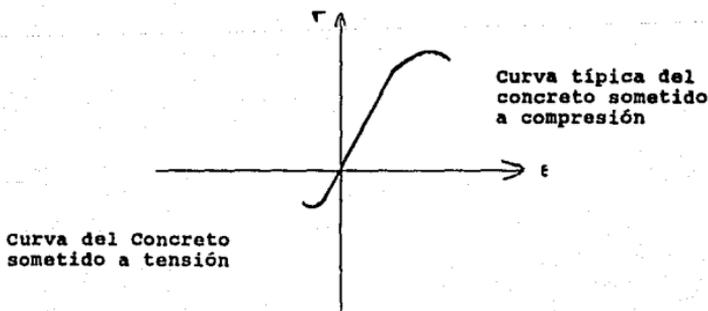
$$\tau = -\frac{M}{I} c \quad (1)$$

$$\tau = E \epsilon \quad (2)$$

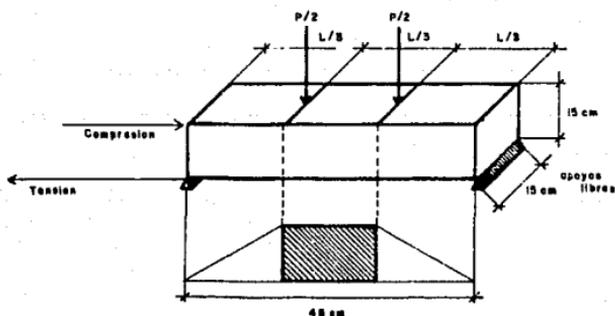
En el caso particular del concreto sabemos que éste trabaja generalmente en compresión, sin embargo, existen casos en que su trabajo es a tensión. Por ejemplo en el caso de las superficies de rodamiento donde la descarga del peso de las aeronaves se da prácticamente por el neumático que pasa por el eje centroidal de la nave, que ocasiona mecanismos de flexión en la carpeta.

Esto nos ha llevado a la necesidad de conocer la capacidad a la tensión de concreto. Una prueba que nos da un parámetro de dicha resistencia, en donde se ha demostrado que la capacidad del concreto a la tensión está entre un 10% y un 15% de la capacidad a la compresión.

Quedando la gráfica esfuerzo-deformación del siguiente tipo:



Para la prueba del módulo de ruptura las condiciones de apoyo y de carga son las siguientes:



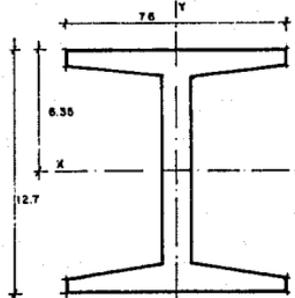
Una vez visto lo anterior y retomando la ecuación 1 tenemos que.

$$M_R = \frac{M}{I} \quad y ; \quad M_R = \frac{\frac{P}{2} \cdot \frac{L}{3}}{(15)^4} \left(\frac{15}{2} \right) =$$

$$M_R = P (2.96) \times 10^{-4}$$

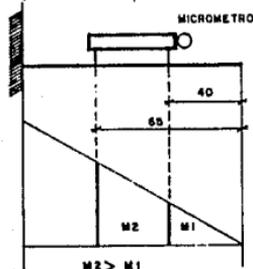
En donde M_R (módulo de ruptura está en función de la carga P que soporta el material.

En el caso de una viga I con las siguientes características.



$$I_{xx} = 503 \quad I_{yy} = 51.20 \text{ cm}^4$$

$$A = 18.5 \text{ cm}^2 \quad W = 14.9 \text{ Kg/m}$$



Como existen dos momentos M_1 y M_2 se tomará el promedio

$$M = P \left(\frac{40 + 65}{2} \right)$$

(Diagrama de momentos)

Para obtener los esfuerzos tenemos:

$$\sigma = \frac{M}{I} y ; \quad \sigma = \frac{P \left(\frac{40 + 65}{2} \right)}{503} (6.35) =$$

$$\sigma = 0.66 P \quad (3)$$

Para obtener las deformaciones sabemos que:

$$\sigma = E \epsilon \quad \epsilon = \frac{T}{E} ; \quad E = 2 \times 10 \text{ Kg/cm}$$

$$T = 0.66 P$$

$$\epsilon = \frac{0.66 P}{2.10} \quad \epsilon = 3.3 \times 10 P \quad (4)$$

Con las ecuaciones 3 y 4 y considerando la carga P que aplicamos obtendremos las deformaciones y el esfuerzo.

Para finalizar la práctica observamos que la información obtenida de los instrumentos tanto electrónico como mecánico es semejante pero con la diferencia que en electrónico se obtiene con mayor precisión.

Por otra parte observamos que existe relación estrecha entre lo descrito en la teoría y lo que se observa físicamente en laboratorio.

P R A C T I C A N O . 4

"CORTANTE EN VIGAS"

(MECANICA DE MATERIALES II)

II.1.1 O B J E T I V O

El alumno será capaz al concluir esta práctica de reconocer y definir el concepto de cortante, además identificar su relación con momento flexionante.

II.1.2 MATERIAL Y EQUIPO

Para la realización de esta práctica se requiere de:

Material:

- * Viga de madera unida longitudinalmente por medio de papel y pegamento según especificaciones de prueba de laboratorio.
(una probeta) 5 x 5 x 76 cm.
- * Probeta de madera sin unión (maciza)
5 x 5 x 5 con entresaque de 2 cm
- * Probeta de madera unida en el entresaque con papel y pegamento según especificación de la prueba de laboratorio.

Equipo:

- * Dispositivo para probar en cortante la madera
- * Aditamentos para flexión en madera
- * Prensa universal (Equipo SATEC)
- * Modelo para localizar centro de cortante montado sobre una viga tipo C Perfil Mon-Ten.
- * Deformímetros mecánicos

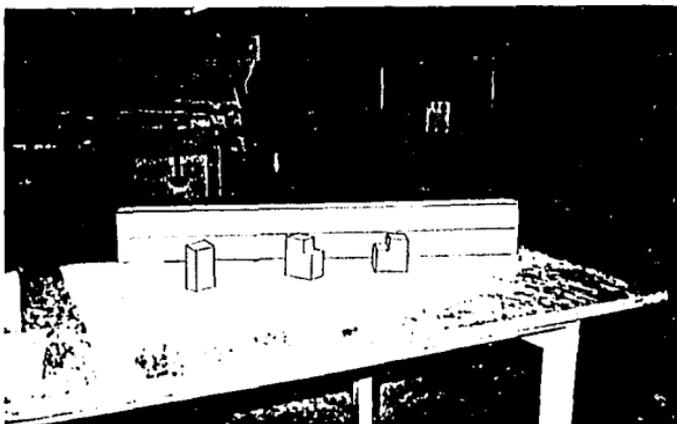


FOTO 1. La presente gráfica muestra las probetas de madera que se ensayan en la presente prueba de laboratorio.

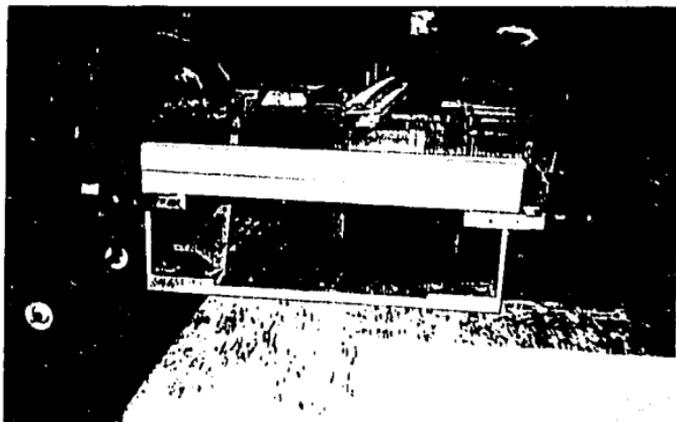


FOTO 2 Podemos observar el dispositivo que sirve para la prueba de flexión en madera, donde se logra establecer la evidencia de una falla por cortante, en una viga laminada.

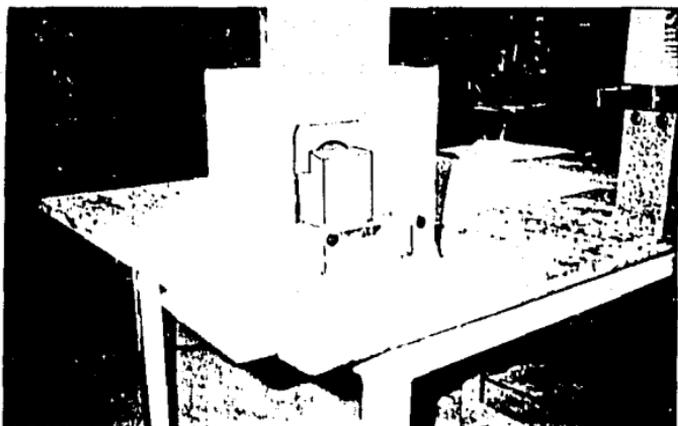


FOTO 2 Dispositivo que sirve para ensayar las probetas de
madera en cortante directo (Dispositivo diseñado
por la A.S.T.M)

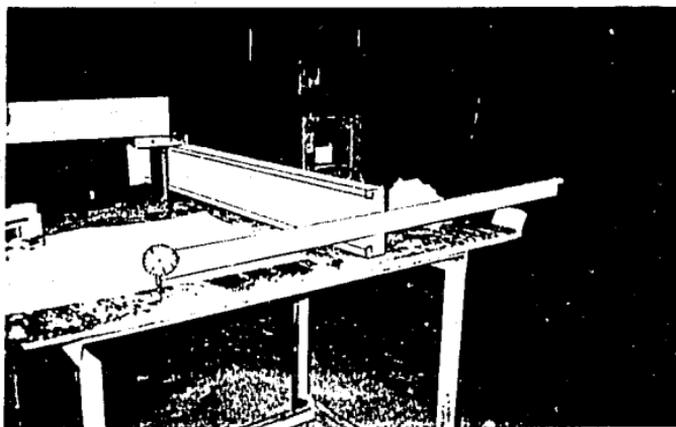


FOTO 4 Modelo que utiliza para observar las deformaciones causadas por una carga aplicada fuera y en el centro de cortante.

II.1.3 CONSIDERACIONES TEORICAS

ESFUERZO CORTANTE EN VIGAS

Consideraciones preliminares: Debido a que el procedimiento que se requiere para determinar los esfuerzos cortantes en vigas es diferente a otros, para principiar se dará una descripción general al método a utilizar.

Primero es necesario recordar que en las vigas existe una relación entre la fuerza cortante V , en una sección transversal y un cambio en el momento flexionante M , por lo tanto de acuerdo con la ecuación

$$dM = -Vdx \text{ ó } dM/dx = -V$$

(1)

De modo que si una fuerza cortante actúa en una sección recta de una viga, habrá un momento flexionante distinto en una sección consecutiva. Cuando esta presente la fuerza cortante, la diferencia entre los momentos flexionantes en secciones consecutivas es igual a $-Vdx$; si no hay tal fuerza en secciones inmediatas de una viga, no ocurrirá ningún cambio de momento flexionante. En forma recíproca, la intensidad de variación del momento flexionante a lo largo de la viga es numéricamente igual a la fuerza cortante. Por lo tanto, aunque en este tema dicha fuerza se trata como una sección independiente sobre una viga, está ligada inseparablemente a un cambio en el momento flexionante sobre la longitud de la misma.

Para destacar más el significado de la ecuación 1, los diagramas de cortante y de momento mostrados en la fig. 1.2. En dos secciones, cualesquiera de la viga, como A y B entre las fuerzas aplicadas P, el momento flexionante es el mismo. No hay fuerza cortante en estas secciones. Por otra parte, en dos secciones cerca del apoyo, tales como C y D, ocurre un cambio en el momento flexionante y fuerzas cortantes actúan en estas secciones, como se indica en la fig. 1.2 (d). En el estudio siguiente se advierte la posibilidad de que haya momentos flexionantes iguales, así como diferentes, en dos secciones consecutivas de una viga.

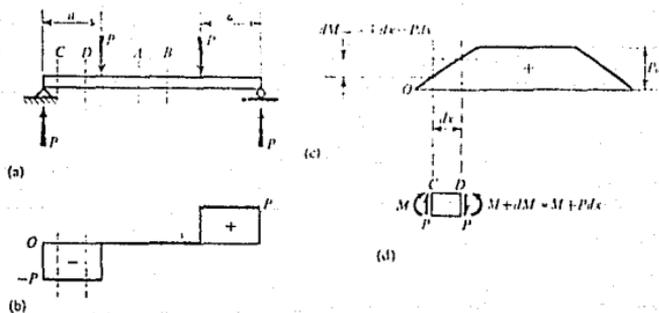


Fig. 1.2

Ahora puede resultar útil el estudio de una serie de fotografías de un modelo (fig. 1.3) el modelo representa un segmento de una viga I, además de la propia viga, en la fig. 1.3 (a) se pueden ver los bloques que simulan la distribución de los esfuerzos causados por momentos flexionantes. El momento flexionante de la derecha se supone mayor que el de la izquierda. Este sistema de fuerzas estará en equilibrio siempre que las fuerzas cortantes verticales V (no indicadas en esta vista), también actúen sobre el segmento de la viga. Separando por un corte el modelo a lo largo de la superficie neutra, se obtienen dos partes del segmento de viga, como se ve en la fig. 2.3 (b). Una u otra de ellas deben estar también en equilibrio.

Si en una viga real los segmentos superior e inferior de la fig. 1.3 (b) están unidos por medio de una espiga o perno, a las fuerzas axiales de la parte superior o de la inferior, debidas a los esfuerzos por flexión las debe mantener en equilibrio una fuerza en la espiga o pasador. La fuerza horizontal que transmite la espiga es la fuerza necesaria para equilibrar la fuerza neta debido a los esfuerzos por flexión que actúan en las dos secciones consecutivas. Alternamente se pueden obtener los mismos resultados, restando el mismo esfuerzo por flexión en ambos extremos del segmento. Esto se muestra esquemáticamente en la fig. 1.3 (c), donde suponiendo un momento flexionante cero a la izquierda, sólo necesitan indicarse actuando a la derecha de los esfuerzos normales debidos al incremento de momento dentro del segmento.

Si inicialmente la viga I que se considera en una pieza que no requiere pernos o espigas, se puede utilizar un plano de sección para separar el segmento de viga en dos partes, como se muestra en la fig. 1.3 (d). Como antes, se puede determinar la fuerza neta que debe desarrollarse en el área de corte para mantener el equilibrio. Dividiendo esta fuerza por el área del corte horizontal será posible determinar el esfuerzo cortante medio que existe en dicho plano. En el análisis es mejor trabajar de nuevo con el cambio de momento flexionante que con los momentos totales en las secciones de los extremos.

Al hallar los esfuerzos cortantes en uno de los planos (El horizontal fig. 1.3 (d) se encuentran también los esfuerzos cortantes en planos mutuamente perpendiculares de un elemento infinitesimal, puesto que $T_{xy} = T_{yx}$. Este enfoque establece los esfuerzos cortantes en la sección de la viga tomada normalmente a su eje.

Este proceso es completamente general; dos ilustraciones adicionales de la separación del segmento de viga se ven en las fig. 1.3 (e) y (f). En el primer caso, el plano horizontal corta a la viga justamente debajo del patín. Se puede utilizar tanto la parte superior como la inferior de esta viga justamente para calcular los esfuerzos cortantes en la sección. En la fig. 1.3 (f), el plano vertical corta una parte del patín, esto permite calcular los esfuerzos cortantes que actúan en un plano vertical en la figura.

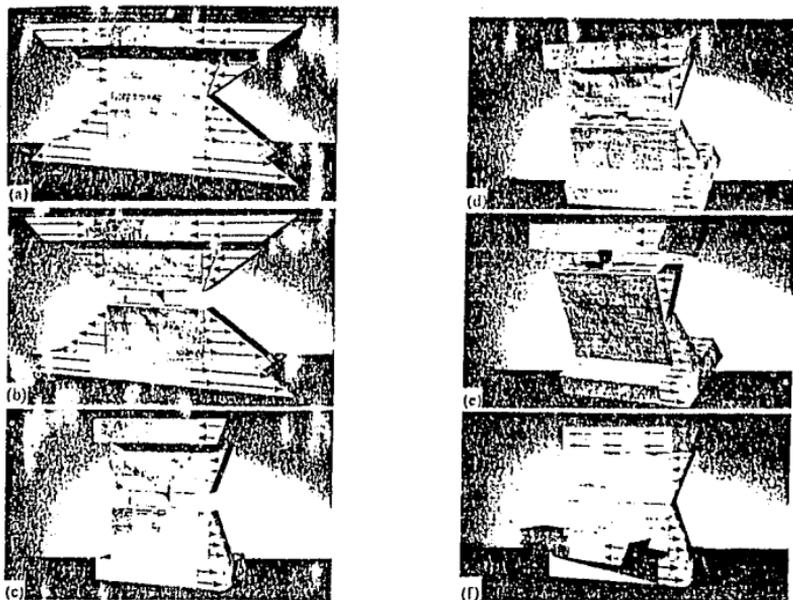


Fig. 1.3

Es digno mencionar un ejemplo intuitivamente evidente; considere una tabla colocada encima de otra como se ve en la fig. 1.4 (a) y (b), si dichas tablas funcionan como una viga y no están unidas entre sí, se producirá deslizamiento entre sus superficies de contacto. Esto es posible visualizar la tendencia a tal desplazamiento si se consideran las dos tablas cargadas que se muestran en la fig. 1.4 (b), se requiere la unión o conexión de estas tablas con clavos o pegamento para que actúen como una viga entera o de una pieza.

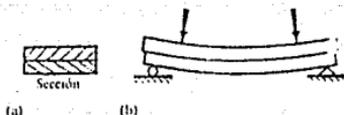


Fig. 1.4

CENTRO DE CORTE

Considérese una viga de sección transversal en C o perfil de canal, Fig. 1.5 (a). Las paredes de éste se suponen tan delgadas que todos los cálculos se pueden basar en las dimensiones de la línea central de las mismas. La flexión de este canal ocurre alrededor del eje horizontal y aunque su sección transversal no tiene un eje vertical de simetría, se considera que los esfuerzos por flexión están dados por la fórmula usual de flexión. Suponiendo además que tal canal resiste una fuerza cortante vertical, se sabe que los momentos flexionantes varían desde una a otra sección transversal de la viga.

Tomando una sección arbitraria como la C-C de la figura 1.5 (a) q y T se pueden hallar en la forma usual a lo largo de los patines horizontales del canal, dichas cantidades varían linealmente desde el borde libre, exactamente como en el caso de un lado del patín de una viga I. La variación de q y T es parabólica a lo largo del alma, la variación de estas cantidades se indica en la fig. 1.5 (b), cuyas gráficas corresponden a la línea central de la sección en canal.

El esfuerzo cortante medio $Ta/2$ multiplicado por el área transversal del patín da una fuerza $F_1=(Ta/2)bt$, y la suma de los esfuerzos cortantes verticales sobre el área del alma es la fuerza cortante.

$$V = \int_{-h/2}^{+h/2} T t dy$$

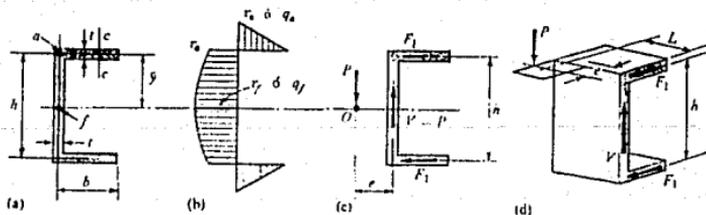


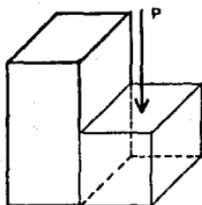
Fig. 1.5

II.1.4 DESARROLLO

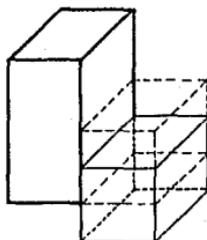
En el inicio de la práctica se llevará a cabo un ensayo de cortante directo sobre un elemento de madera, donde el procedimiento y la probeta estarán normados de acuerdo con ASTM (D-143), donde es posible mostrar a los alumnos el tipo de falla que ocasiona por la acción de una fuerza cortante.

Posteriormente a los comentarios que resulten de la prueba anterior se ensayará una probeta de las mismas características propuestas por ASTM, excepto que en este ensayo la probeta estará formada por dos cuerpos unidos por medio de una película de papel, utilizando pegamento, la información que se obtenga corresponde a la falla del papel utilizando como dispositivo de unión.

Probeta de madera



Probeta ya ensayada

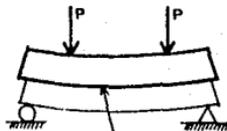


Unión de los
cuerpos con
papel

El dato de falla correspondiente, en términos de esfuerzo, servirá para predecir la falla por cortante en una viga igualmente laminada, utilizando papel, como se muestra en la figura.



Sección

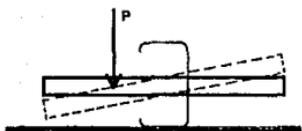


Junta de papel

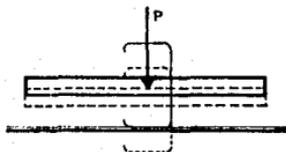
Y a

Utilizando la fórmula $\theta = \frac{P \cdot L}{J \cdot G}$ si el papel, el pegamento y la elaboración de las probetas se dio bajo las mismas circunstancias la posibilidad de que sea correcta la predicción aumenta considerablemente.

Con un modelo ideado en el laboratorio de materiales es posible establecer de manera tangible el centro de cortante o también llamado centro de torsión ya que se han colocado dispositivos de medición a tal distancia de la sección, que es posible hacer lecturas magnificadas de los giros que se presentan moviendo la aplicación de la carga es posible llegar a un punto donde con la ayuda de los micrómetros sólo se detecte flexión, nulificando el fenómeno de giro inducido por la torsión.



Fuerza aplicada fuera del centro de cortante



Fuerza aplicada en el centro de cortante

Estas fuerzas cortantes que actúan en el plano de la sección transversal se muestran en la figura 1.5 (c), e indican que la fuerza V y un par $F h$ se desarrollan en la sección de la canal. Físicamente hay una tendencia del perfil C a torcerse alrededor de un eje longitudinal. Para impedir la torsión y mantener así la aplicabilidad de la distribución de esfuerzos por flexión inicialmente supuesta, las fuerzas externas se deben aplicar de tal forma que equilibren el par interno $F h$ por ejemplo, considérese el segmento de la viga voladiza de peso despreciable que muestra en la fig. 1.5 (d), a la cual se aplica una fuerza vertical P paralelamente al alma a una distancia e de la línea central de la misma. Para mantener esta fuerza aplicada en equilibrio, se debe desarrollar en el alma una fuerza cortante igual y opuesta, V . Así mismo para eliminar la torsión de la canal, el par $P e$ debe ser igual al $F h$. En la misma sección transversal del perfil C , el momento flexionante PL es resistido por los esfuerzos por flexión usuales (que no se indican en la figura).

Ahora es posible obtener una expresión para la distancia e , localizando el plano en que se debe aplicar la fuerza P para eliminar la torsión de la viga canal.

Por lo tanto, recordando que

$F, h = P e$ y $P = V$ tenemos que

$$e = \frac{F, h}{P} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right) Tabth}{P} = \frac{bth}{2P} = \frac{V Q}{It} = \frac{bth}{2P} = \frac{Vbt \left(\frac{h}{2}\right)}{It} = \frac{b^2 h^2 t}{4I}$$

P R A C T I C A N O . 5

" COMPORTAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO "

(MECANICA DE MATERIALES II)

II.2.1. O B J E T I V O :

El alumno será capaz al concluir esta práctica de reconocer y definir los diferentes tipos de fallas en vigas de concreto de acuerdo al porcentaje de acero contenido en sus secciones y en el alma.

II.2.2. MATERIAL Y EQUIPO

Para la realización de esta práctica se requiere de:

Material:

- * Viga de concreto sub-reforzada
- * Viga de concreto sobre-reforzada

Equipo:

- * Proyector de diapositivas
- * Juego de diapositivas con el tema de vigas

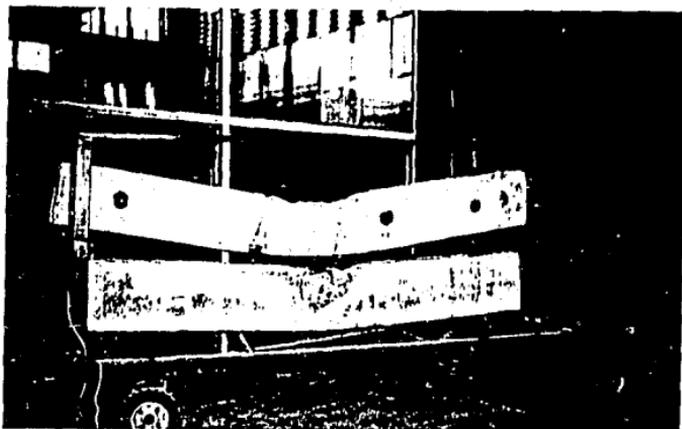


FOTO 1. En esta gráfica se muestran dos tipos de vigas y la falla que se produce debido al tipo de refuerzo que presentan, la viga que se encuentra en la parte superior presenta grandes deformaciones, también se pueden observar grandes grietas en la zona que trabaja a tensión, esto es producido por existencia escasa de acero.

En la parte inferior del carrito se presenta una viga con sobre refuerzo a diferencia de la anterior ésta presenta deformaciones pequeñas, las fisuras en la zona a tensión son casi nulas esto provoca que la estructura tenga un tipo de falla frágil.

II.2.3. CONSIDERACIONES TEORICAS

Las vigas son elementos estructurales que transmiten cargas externas transversales que provocan momentos flexionantes y fuerzas cortantes en sus longitudes.

TIPOS DE FALLAS SUS CARACTERISTICAS

FALLA DE FLEXION. En esta región, las grietas son en su mayor parte verticales en el tercio medio del claro de la viga y perpendiculares a las líneas del esfuerzo principal. Estas grietas resultan de un esfuerzo cortante v muy pequeño y de un esfuerzo de flexión f dominante con un valor cercano a un esfuerzo principal f_1 (máx) casi horizontal. Con este modo de falla, y alrededor del 50% de la carga de falla de flexión, comienzan a desarrollarse algunas grietas verticales muy finas en el área del centro del claro. Conforme se aumenta la carga externa, se desarrollan grietas adicionales en la región central del claro y las grietas iniciales se ensanchan y extienden con mayor profundidad hacia el eje, notorio en la deformación de la viga. Si la viga es sobreforzada, la falla ocurre en forma dúctil por fluencia inicial del esfuerzo principal longitudinal de flexión. Este tipo de comportamiento proporciona suficiente advertencia del inminente colapso de la viga. La relación claro de cortante/peralte para este comportamiento excede de 5.5 en el caso de carga concentrada y de 15 para carga distribuida.

FALLA A TENSION: Si el contenido de acero de la sección es bajo, el acero alcanza la resistencia f_y de cedencia antes que el concreto alcance su capacidad máxima. La fuerza del acero $A_s f_y$ permanece entonces constante a mayores cargas. Una ligera carga adicional ocasiona una elongación plástica grande del acero a través de las grietas de flexión, lo que produce un agrietamiento ancho y un aumento grande en la deformación en la fibra extrema a compresión del concreto, debido a este aumento en la deformación. La distribución del esfuerzo de compresión en el concreto deja de ser lineal, lo que produce un aumento en el esfuerzo medio del bloque de esfuerzos de compresión, y una reducción en la profundidad del eje neutro puesto que se debe mantener el equilibrio de las fuerzas internas.

La reducción de la profundidad del eje neutro provoca un ligero aumento en el brazo de palanca, y por tanto en el momento de resistencia. La resistencia a la flexión de la sección (momento máximo de resistencia) se alcanza cuando la deformación en la fibra extrema a compresión del concreto es aproximadamente 0.003. Con un mayor aumento en la deformación, gradualmente se reduce el momento de resistencia y comienza el aplastamiento en la región comprimida del concreto.

La figura 2.1 muestra los cambios en la forma del bloque de esfuerzos del concreto durante la carga hasta la resistencia a flexión; la figura 2.2 muestra una viga en una junta de viga-columna después de probarla hasta la falla. En la viga ha ocurrido una falla a flexión debida a un momento positivo flexionante. (las terminales a los lados de la viga permitieron realizar las mediciones de deformación), a este tipo de falla se le podría denominar más apropiadamente una "falla a tensión primaria", ya que ésta se inicia por cedencia del acero a tensión. Sin embargo, por brevedad se utiliza el término "falla a tensión". Notese que el acero no se fractura en la resistencia a flexión de la sección, a menos que la cuantía de acero sea sumamente pequeña. Las deformaciones de acero muy altas, capaces de probar la fractura, están asociadas con profundidades sumamente pequeñas del eje neutro.

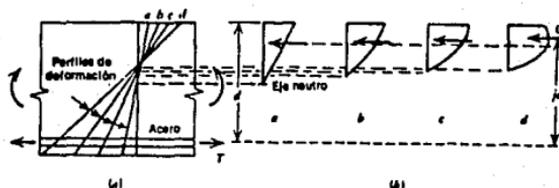


Fig. 2.1



FIG. 2 2

Para una falla a tensión, $f_s = f_y$ en que f_y es la resistencia de cedencia del acero; por equilibrio, $C = T$. Consecuentemente de:

Fuerza resultante interna de tensión

$$1 \quad T = A_s f_s$$

$A_s =$ Area de acero

$f_s =$ Esfuerzo en el acero

Fuerza resultante interna de compresión

$$2 \quad C = 0.5 f_c a$$

$a =$ Peralte del bloque de esfuerzos rectangular equivalente

$b =$ Ancho de la sección

$f_c =$ Resistencia del cilindro a compresión del concreto

Obtenemos

$$\textcircled{3} \quad f''c \ ab = A_s \ f_s \quad \therefore \quad a = \frac{A_s \ f_y}{f''c \ b}$$

Por lo tanto de:

$$\textcircled{4} \quad jd = d - 0.5a \quad \text{y} \quad \mu = Tjd = Cjd \quad \textcircled{5}$$

(Distancia entre las fuerzas internas resultantes C y T)

(Momento de resistencia)

$$\mu = A_s \ f_y \ (d - 0.5a)$$

$$\textcircled{6} \quad = A_s \ f_y \ (d - 0.5 \frac{A_s \ f_y}{f''c \ b})$$

$$\textcircled{7} \quad = pbd^2 \ f_y \ (1 - 0.5 \frac{p \ f_y}{f''c})$$

$$p = \frac{A_s}{bd} ; \quad q = p \frac{A_y}{f''c}$$

$$\textcircled{8} \quad = bd^2 \ f''c \ q \ (1 - 0.50 \ q)$$

$$\text{En que } p = \frac{A_s}{bd} \quad \text{y} \quad q = \frac{p \ f_y}{f''c}$$

FALLA A COMPRESION: Si el contenido de acero de la sección es grande, el concreto puede alcanzar su capacidad máxima antes de que ceda el acero. En tal caso aumenta considerablemente la profundidad del eje neutro, lo que provoca un aumento en la fuerza de compresión. Esto se compensa ligeramente por una reducción en el brazo de palanca. Nuevamente se alcanza la resistencia a flexión de la sección cuando la deformación en la fibra a compresión extrema del concreto es aproximadamente 0.003, entonces la sección falla repentinamente en forma frágil.

Puede haber poca advertencia visible de la falla, debido a que los anchos de las grietas de flexión en la zona a tensión del concreto en la sección de falla son pequeñas, debido al bajo esfuerzo del acero.

Para una falla a compresión $f_s < f_y$ ya que el acero permanece dentro del rango elástico. Se puede determinar el esfuerzo del acero en términos de la profundidad del eje neutro, considerando los triángulos semejantes del diagrama de deformaciones de la fig. 2.3

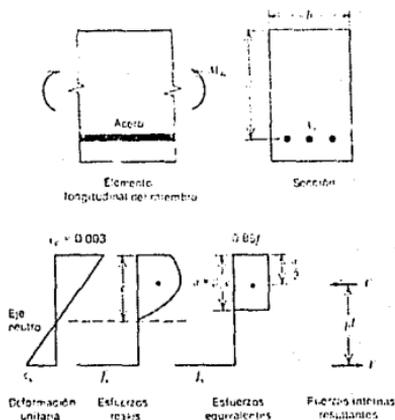


Fig. 2.3

$$\frac{E_s}{0.003} = \frac{d-c}{c} \quad \therefore \quad \epsilon_s = 0.003 \quad \frac{d-c}{c} \quad (9)$$

$$f_s = \epsilon_s E_s = 0.003 \frac{d-c}{c} E_s \quad (10)$$

O, ya que $a = \beta_1 c_r$; $\beta = 0.8$

$$f_s = 0.003 \frac{0.8 d - a}{a} \quad E_s \quad (11)$$

Por equilibrio, $C = T$, y por lo tanto de las ecuaciones 1 y 2 se tiene:

$$0.85 f'c ab = A_s f_s = 0.003 \frac{0.8 d - a}{a} E_s A_s$$

$$\therefore \left(\frac{0.85 f'c}{0.003 E_s p} \right) a^2 + ad - 0.8 d^2 = 0 \quad (12)$$

Se puede obtener a de la ecuación 12 y de las ecuaciones 4 y 5 podemos obtener que

$$\mu_u = f'c ab (d - 0.5a) \quad (13)$$

FALLA BALANCEADA: Para una cuantía específica de acero, éste alcanza la resistencia de cedencia f_y y simultáneamente el concreto alcanza la deformación a compresión de la fibra extrema de 0.003.

Entonces $E_s = f_y / \epsilon_s$, y de los triángulos semejantes del diagrama de deformación de la figura 2.3 se puede escribir.

$$\frac{f_y / E_s}{0.003} = \frac{d - c_b}{c_b}$$

En que C_b = profundidad del eje neutro para una falla balanceada

$$\therefore c_b = \frac{0.003 E_s}{0.003 E_s + f_y} d \quad (14)$$

o

$$c_b = \frac{a_b}{0.8} \quad \therefore a_b = 0.8 c_b$$

$$a_b = \frac{(0.8)(0.003)(E_s)}{0.003 E_s + f_y} d \quad (15)$$

Donde a_b = peralte del bloque de esfuerzos rectangulares equivalente para una falla balanceada.

Por equilibrio, $C = T$; en consecuencia se tiene

$$f''c a_b d = A_s f_y = p_b b d f_y$$

En que

$$p_b = \frac{A_s}{bd}$$

Para una falla balanceada

$$p_b = \frac{f''c a_b}{f_y d} \quad (16)$$

Substituyendo la ecuación 15 en la ecuación 16 se obtiene.

$$p_b = \frac{f''c}{f_y} \frac{(0.8)(0.003)E_s}{0.003 E_s + f_y} \quad (17)$$

En el caso general cuando P para la sección es distinta de P_b , el tipo de falla que ocurre depende de si P es menor o mayor que P_b . La fig. 2.4 muestra los perfiles de deformación en una sección en la resistencia a flexión para tres cuantías distintas de acero. La profundidad del eje neutro depende de la cuantía de acero, como lo indican las ecuaciones 3 y 12. Una inspección de la fig. 2.4 revela que si P para la sección es menor que P_b , entonces $c < c_b$ y $\epsilon_s > f_y / E_s$; en consecuencia ocurre una falla a tensión. Análogamente, si $P > P_b$ entonces $c > c_b$ y $\epsilon_s < f_y / E_s$, y entonces ocurre una falla a compresión.

Cuando $P < P_b$ ocurre falla a tensión

Cuando $P > P_b$ ocurre falla a compresión

Nótese que estas ecuaciones de resistencia dan la resistencia ideal a flexión de la sección, si las ecuaciones son científicamente correctas si los materiales tienen la resistencia especificada y si los tamaños reales son como se han supuesto.

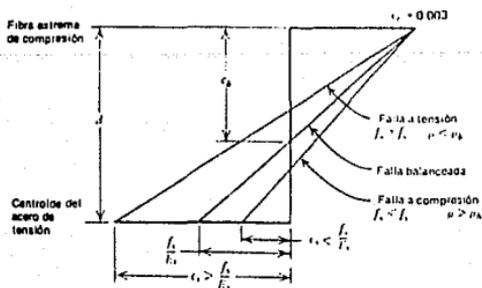


Fig. 2.4.

VIGAS DE CONCRETO REFORZADO SIN ESFUERZO POR TENSION DIAGONAL

En los tramos de momentos flexionantes grandes, las grietas se desarrollan casi perpendiculares al eje de la viga. A estas grietas se les llaman grietas de flexión. En las regiones de cortantes elevados debido a la tensión diagonal, las grietas inclinadas se desarrollan como una extensión de grietas de flexión y se les llama grietas de cortante por flexión. En la fig. 2.5 se presentan los tipos de grietas esperados en una viga de concreto reforzado con o sin adecuado refuerzo por tensión diagonal.

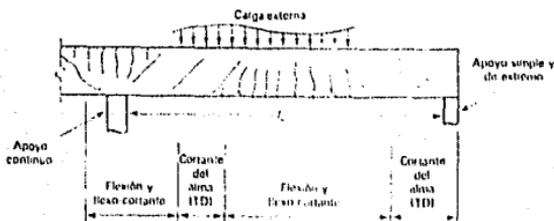


FIG. 2.5

MODOS DE FALLA DE VIGAS SIN REFUERZO POR TENSION DIAGONAL

La esbeltez de la viga, esto es, su relación claro de cortante/peralte, determina el modo de falla de la viga. El claro de cortante para una carga concentrada, es la distancia entre el punto de aplicación de la carga, y el paño del apoyo. Para cargas distribuidas, el claro de cortante es el claro libre de la viga. Fundamentalmente, ocurren tres modos de falla o sus combinaciones: (1) falla por flexión (2) falla por tensión diagonal y (3) falla en compresión por cortante. Cuando más esbelta sea la viga, mayor será la tendencia hacia el comportamiento por flexión.

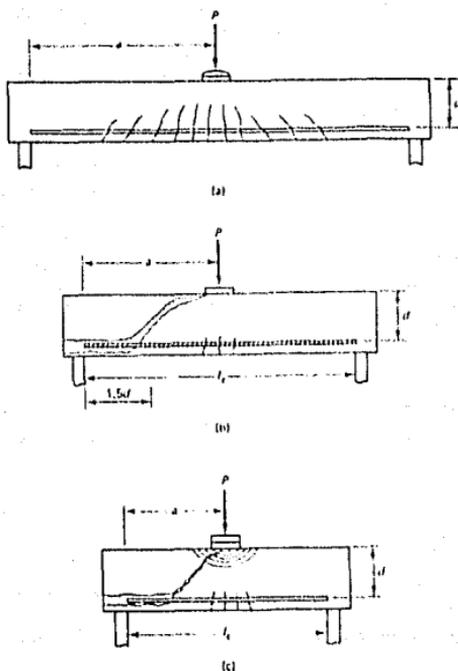


Fig. 2.6

FALLA POR TENSION DIAGONAL.

Esta falla se produce si la resistencia de la viga en tensión diagonal es menor que su resistencia en flexión. La relación claro de cortante/peralte es de magnitud intermedia, con relación a/d variando entre 2.5 y 5.5 para el caso de carga concentrada. Tales vigas pueden considerarse de esbeltez intermedia. El agrietamiento comienza con el desarrollo de algunas grietas finas verticales de flexión en el centro del claro, seguida por la pérdida de la adherencia entre el acero de refuerzo y el concreto que lo rodea en la región del apoyo.

Después de esto, dos o tres grietas diagonales se desarrollan a una distancia aproximada de $(1 \frac{1}{2} d)$ a $(2d)$ del paño del apoyo sin suficiente advertencia de la falla inminente. Conforme dichas grietas se estabilizan, una de las grietas diagonales se ensancha hacia el interior de una grieta principal de tensión diagonal y se extiende hacia las fibras superiores de compresión de la viga, como se observa en la Fig. 2.7. Cabe señalar que en este modo de falla esencialmente frágil las grietas de flexión no se propagan hacia el eje neutro, con lo cual se tienen deformaciones relativamente pequeñas en el instante de la falla.

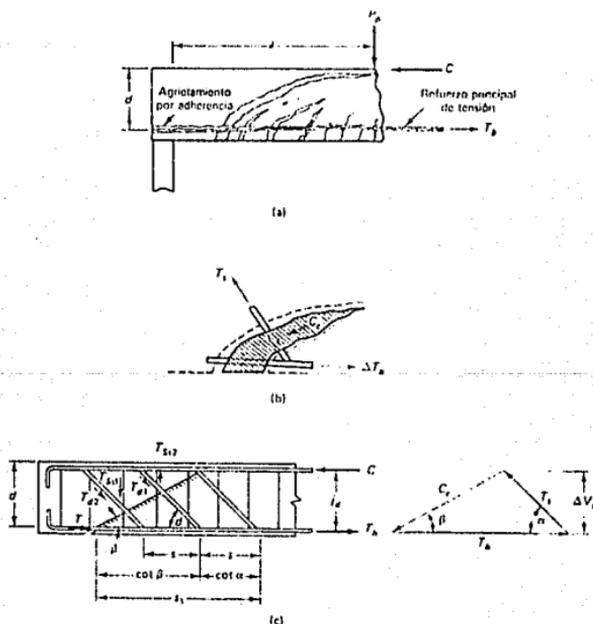


Fig. 2.7

FALLA EN COMPRESION POR CORTANTE

Estas vigas tienen una relación pequeña de claro de cortante/peralte, a/d , de magnitud 1 a 2.5 para el caso de carga concentrada y menor de 5.0 para carga distribuida. Al igual que en el caso de tensión diagonal, algunas grietas finas de flexión comienzan a desarrollarse en el centro del claro y se detienen conforme ocurre la pérdida de la adherencia entre varillas longitudinales y el concreto que las rodea en la región del apoyo. Después de esto, una grieta más inclinada que la del caso de tensión diagonal se desarrolla en forma repentina y procede a propagarse hacia el eje neutro. La velocidad de su progreso se reduce con el aplastamiento del concreto en las fibras superiores de compresión y una redistribución de esfuerzos dentro de la región superior. La falla repentina se produce en cuanto la grieta principal inclinada se une dinámicamente con la zona de concreto aplastado, como se muestra en la fig. 2.6 (c). Este tipo de falla puede considerarse relativamente menos frágil que la falla por tensión diagonal, debido a la redistribución de esfuerzo. Con todo, es en realidad, un tipo de falla frágil con advertencia limitada y tal diseño se deberá evitar en su totalidad.

Una viga o elemento de concreto reforzado no es homogénea y la resistencia del concreto a lo largo del claro está sujeta a una variación normalmente distribuida.

TABLA 1 EFECTO DE LA ESBELTEZ DE LA VIGA EN EL MODO DE FALLA

Categoría de la viga	Modo de falla	Relación claro de cortante/peralte como una medida de esbeltez ^a	
		Carga concentrada, a/d	Carga distribuida, l/d
Esbelta	Flexión (F)	Excede 5.5	Excede 16
Intermedia	Tensión diagonal (TD)	2.5-5.5	11-16 ^b
De gran peralte	Compresión por cortante (CC)	1-2.5	1-5 ^b

^a a = claro de cortante para cargas concentradas

l = claro de cortante para cargas distribuidas

d = peralte efectivo de la viga

^b Para una carga uniformemente distribuida, se presenta una transición del efecto de viga de gran peralte a viga intermedia.

Tabla I

De aquí que no se deba esperar que ocurra una grieta diagonal por falla estabilizada en ambos extremos de la viga. Por otra parte, debido a estas propiedades, combinaciones de traslape de falla de flexión-tensión diagonal y tensión diagonal-compresión por cortante puedan ocurrir a reacciones de traslape de claro de cortante /peralte. Si se proporciona la cantidad apropiada de esfuerzo por cortante, puede eliminarse la falla frágil de los miembros horizontales con un pequeño costo adicional de la estructura. La tabla I resume el efecto de los valores de esbeltez en el modo de falla.

II.2.4 D E S A R R O L L O

Para justificar objetivamente los tipos de comportamiento y falla y con diferentes tipos y niveles de refuerzo en vigas. Se proyectan una serie de diapositivas obtenidas con este propósito en el Instituto de Ingeniería en el año de 1960. De donde es posible observar en diferentes instantes el comportamiento de las vigas, hasta llegar a su falla.

PRACTICA No. 6

"FLEXO - COMPRESION"

(Mecánica de Materiales II)

II.3.1 OBJETIVO

El alumno será capaz al concluir esta práctica de reconocer y definir el concepto de flexo-compresión, además estará preparado para entender y obtener numéricamente el concepto de núcleo central.

II.3.2 MATERIAL Y EQUIPO

Para la realización de esta práctica se requiere de lo siguiente:

Material:

- * Cilindro de concreto normalizado según ASTM-c-31 (2 muestras)

$$\varnothing = 15 \text{ cm} \quad L = 30 \text{ cm}$$

Equipo:

- * Prensa Universal (Equipo SATEC)
- * 2 Deformímetros mecánicos
- * Dispositivo mecánico para módulo de elasticidad
- * Modelo de resortes para ilustrar el fenómeno de flexo-compresión



FOTO 1. En esta gráfica se muestran los cilindros que se utilizan para las prácticas en el laboratorio de materiales, dentro del cuarto de curado.

II.3.3 CONSIDERACIONES TEORICAS

ESFUERZOS COMBINADOS: Hay cuatro combinaciones posibles de cargas: (1) Axial y Flexión; (2) Axial y Torsión; (3) Torsión y Flexión; (4) Axial, Torsión y Flexión. Trataremos únicamente el caso (1), de combinación de esfuerzos axiales y por flexión, ya que es el más sencillo pues intervienen únicamente esfuerzos normales ∇ . En todos los demás casos intervienen esfuerzos normales y cortantes.

La viga simplemente apoyada de la figura 3.1 (a) soporta una carga concentrada Q . Suponemos que la viga está unida a los apoyos en el centro de gravedad de las secciones extremas. En el punto A , el esfuerzo normal de flexión es $\nabla f = My/I$. Es una tensión dirigida perpendicularmente al plano de la sección recta, como se indica en la figura, y la fuerza que actúa sobre un elemento diferencial de área A es $\nabla f dA$.

Si la misma viga apoyada en la misma forma se somete solamente a la acción de una fuerza axial P (fig. 3.1. (b)) los esfuerzos axiales se distribuyen uniformemente sobre cualquier sección transversal. Su valor es $\nabla a = P/A$ y también es una tensión perpendicular a la sección recta. La fuerza que actúa en el mismo elemento A es $\nabla a dA$.

Si ambas cargas actúan simultáneamente en la viga (fig. 3.1 (c)) el esfuerzo resultante en A se obtiene como superposición de los dos efectos aislados. En efecto, la fuerza resultante que actúa sobre el elemento diferencial A es el vector suma de las dos fuerzas coaxiales $\nabla a dA$ y $\nabla f dA$. Dividiendo esta fuerza entre el área dA se deduce el esfuerzo resultante $\nabla = \nabla a + \nabla f$ dirigido perpendicularmente a la sección recta.

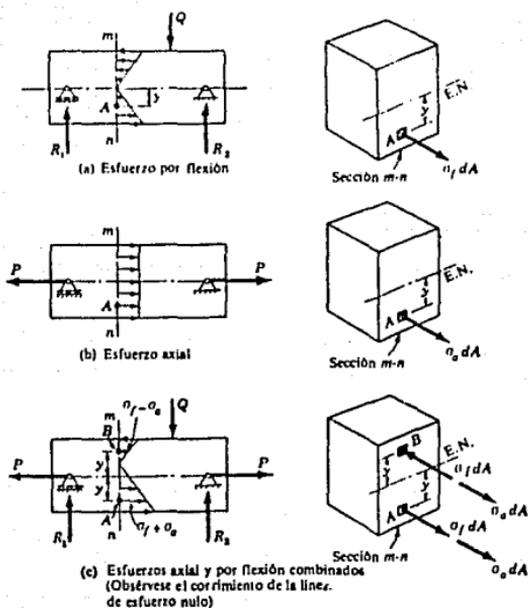


Fig. 3.1

Análogamente, en un punto B de la misma sección, también a distancia y de la línea neutra. Pero por encima de ella, el esfuerzo resultante es la diferencia entre los esfuerzos axial y por flexión. Si a los esfuerzos de tensión se les da un signo positivo y los de compresión negativo, el esfuerzo resultante en un punto cualquiera de la viga viene dado por la suma algebraica de los esfuerzos axial y de flexión en aquel punto:

$$\nabla = \nabla_a + \nabla_f$$

o bien,

$$\nabla = \frac{+ P}{A} - \frac{+ My}{I} \quad (1)$$

Obsérvese que el esfuerzo axial puede ser de tensión o de compresión. Este es el motivo de poner los signos positivo y negativo delante de P/A , y el rodearlos con un círculo es para recordar que el esfuerzo axial es uniforme en toda la sección recta.

En la ecuación 1 se ha aplicado el método de superposición. Ahora bien, hay que tener en cuenta la modificación que la carga axial puede introducir en el momento flexionante. La fig. 3.2 muestra, muy exageradamente, la flexión producida por una carga transversal Q en una viga. Si P es de tensión, como en la fig. (3.2. (a)), el momento flexionante producido por P en cualquier sección, y que vale P_d tiende a disminuir el momento producido por Q y, por tanto, reduce los esfuerzos por flexión, y al contrario ocurre si se trata de una compresión axial. En otras palabras, los valores dados por la ecuación 1 son algo mayores que los reales si P es de tensión y menores que los reales si P es una compresión. Este efecto es despreciable en muchas ocasiones si las barras o elementos de estructuras son tan rígidos que los esfuerzos producidos por P_d son muy pequeños frente a los producidos por el momento flexionante de las fuerzas transversales Q es decir, si las deflexiones son muy pequeñas. Pero si las barras son largas y flexibles, el efecto puede tener su importancia y debe emplearse otros procedimientos más exactos del cálculo.

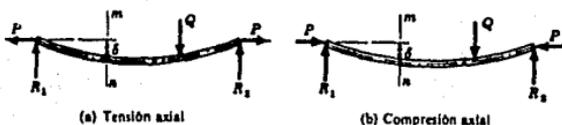


Fig. 3.2

**NUCLEO DE UNA SECCION, CARGAS APLICADAS
FUERZA DE LOS EJES DE SIMETRIA**

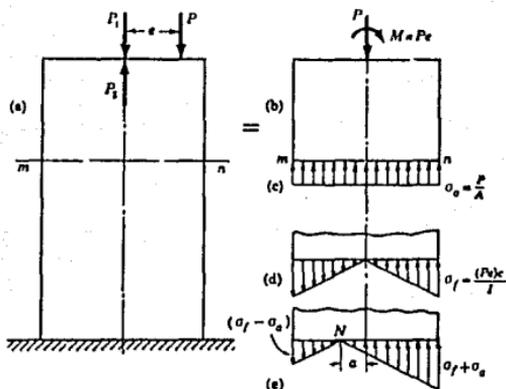


Fig. 3.3

Un caso particular de esfuerzos axiales y de flexión combinados es el que presenta la fig. 3.3 (a) en el que un puntal de pequeña longitud soporta una carga P aplicada con una cierta excentricidad e con respecto a uno de los ejes principales de la sección. La superposición de un sistema nulo, dos fuerzas iguales y opuestas P_1 y P_2 del mismo módulo que P , aplicadas en el centro de gravedad de la sección, da lugar al sistema indicado en la fig. 3.3. (b). Los esfuerzos en una sección cualquiera $m-n$ son el resultado de la superposición del esfuerzo axial $\sigma_0 = P/A$ de compresión, que aparece en la fig. 3.3 (c), y del esfuerzo por flexión $\sigma_f = Mc/I = (Pe)c/I$ que se ve en la fig. 3.3 (d). Si el esfuerzo por flexión máximo es mayor que el esfuerzo axial el esfuerzo resultante tiene la forma de la fig. 3.3 (e).

El punto de esfuerzo nulo es la nueva posición de la línea neutra y se encuentra fácilmente hallando la distancia por flexión a la que el esfuerzo por flexión (positivo) es igual al esfuerzo axial (negativo). Por tanto

$$\frac{P}{A} = \frac{My}{I} = \frac{(Pe)a}{I}$$

de donde

$$a = \frac{I}{Ae} \quad (2)$$

Es evidente que si el esfuerzo axial de compresión es igual o mayor que el máximo esfuerzo de flexión, no existirá zona alguna que trabaje a tensión. Para conseguir esto en una sección rectangular. De Ancho b y una altura h con P aplicada con una excentricidad e (sobre la altura h , fig. 3.4) se ha de tener:

$$\frac{P}{A} = \frac{Mc}{I} = \frac{Pe \left(\frac{h}{2} - e \right)}{\frac{b h^3}{12}}$$

En estas condiciones, la excentricidad máxima para no tener tensión es:

$$e = \frac{h}{6}$$

Esta fórmula es el fundamento de la regla usual en el diseño de obras de ladrillo o en otros materiales muy poco resistentes a tensión, de que la resultante de las cargas debe pasar por el tercio central de la sección.

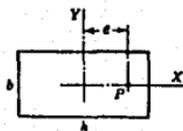


Fig. 3.4

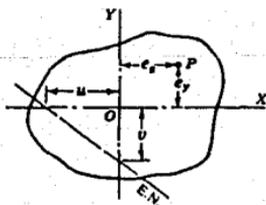


Fig. 3.5

Consideremos ahora el caso general en él. La carga P se aplica en un punto arbitrario de una sección cualquiera, siendo sus coordenadas e_x y e_y con respecto a los ejes principales de la sección, como indica la fig. 3.5. Los momentos de P con respecto a los ejes X y Y son, respectivamente, $P e_x$ y $P e_y$ por superposición, el esfuerzo ∇ en un punto cualquiera (x, y) de la sección viene dado por.

$$\nabla = - \frac{P}{A} - \frac{(P e_x) X}{I_y} - \frac{(P e_y) Y}{I_x} \quad (3)$$

Para determinar la línea neutra, o línea de esfuerzo nulo, se resuelve la ecuación $\nabla = 0$ teniendo en cuenta que $I_y = A r_y^2$ y $I_x = A r_x^2$, siendo r_y y r_x los radios de giro respecto de los ejes Y y X se tiene.

$$0 = 1 + \frac{e_x}{r_y^2} x = \frac{e_y}{r_x^2} y \quad (a)$$

Que es la ecuación de una recta cuyas intersecciones con los ejes (ordenada y abscisa en el origen) se obtienen anulando para obtener u , y luego x para obtener v , en la ecuación a se tiene:

$$u = \frac{r_y^2}{e_x} \quad y \quad v = \frac{r_x^2}{e_y} \quad (b)$$

Quiere esto decir que E.N. pasa por el cuadrante opuesto a aquel donde actúa P y, en general, no es perpendicular a la dirección OP . Por ejemplo, 3.6 (a). Si se calculan los esfuerzos en A, B y C, la intersección de la línea neutra con AB y con BC se calcula por semejanza de triángulos. Obsérvese que la intersección puede estar en las prolongaciones (fig. 3.6 (c)).

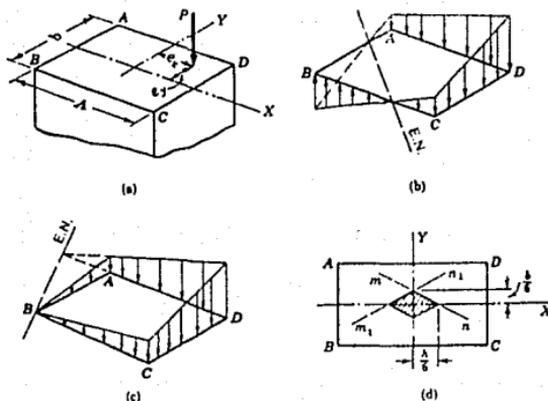


Fig. 3.6

Vamos a determinar ahora las coordenadas e_x y e_y de la carga P para las que la línea neutra pase por una esquina B, como en la fig. 3.6 (c). Sustituyendo

$$\bar{V} = 0, \quad x = -b/2, \quad y = -b/2 \text{ en la ec. 3}$$

Resultado:

$$0 = \frac{P}{bh} + \frac{(Pe_x) \left(-\frac{h}{2}\right)}{\frac{bh^3}{12}} + \frac{(Pe_y) \left(-\frac{b}{2}\right)}{\frac{hb^3}{12}}$$

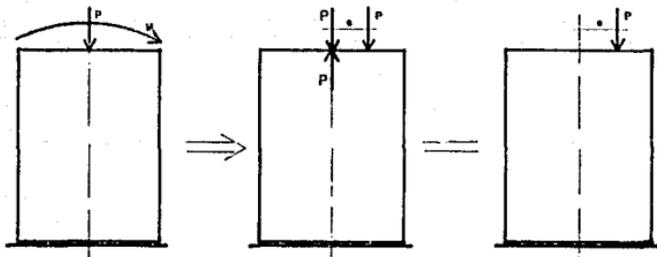
Simplificando:

$$\frac{e_x}{h/6} + \frac{e_y}{b/6} = 1$$

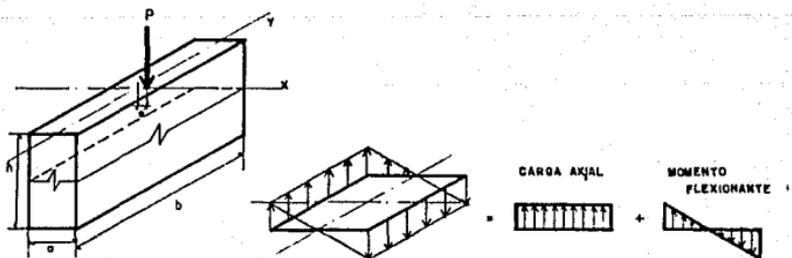
Que es la ecuación de la recta m-n de la fig. 3.6 (d), que corta a los ejes x y y en $h/6$ y $b/6$, respectivamente. Esta línea es el lugar geométrico de los puntos de aplicación de P que producen un esfuerzo nulo en B. Análogamente, la recta m, n , es el lugar geométrico de los puntos en los que, aplicada P , se produce un esfuerzo nulo en C. Es evidente que ningún punto de la sección podrá estar sometido a tensión si la carga se aplica dentro o en el borde del rombo rayado de la figura, ya que la línea neutra pasará o fuera de la sección, o por una esquina, o por un borde rectilíneo. Esta zona de la sección se llama núcleo centrodial.

II.3.4 DESARROLLO

Podemos interpretar al fenómeno de flexo-compresión, como una columna en la cual están actuando una carga axial y un momento flexionante, como se observa en la siguiente figura.



En donde su diagrama de flexo-compresión queda de la siguiente forma:



El diagrama de flexo-compresión está integrado por:

$$\nabla_n + \nabla_f = \nabla_r$$

$$\frac{P}{A} + \frac{M}{I} c$$

(1)

Como $\nabla \propto \epsilon$ para materiales linealmente elásticos, la configuración de un diagrama de esfuerzos será análogo al diagrama de deformaciones que resulte.

Existen varios casos de este fenómeno, en relación al valor que toma la excentricidad variando en consecuencia la forma de los diagramas, por ejemplo:

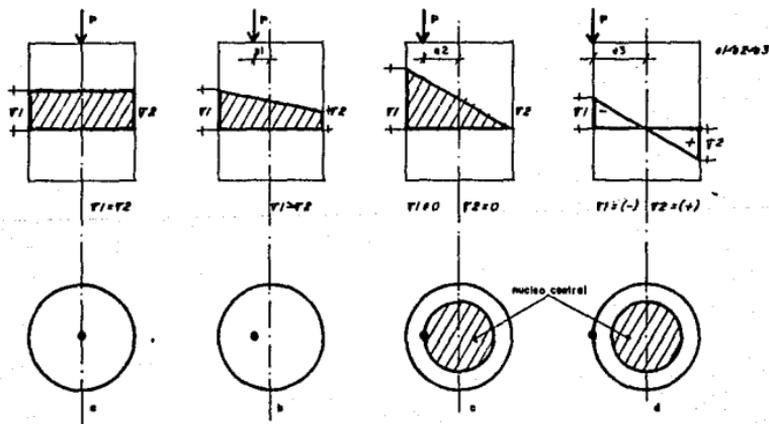


Fig. 3.7

En el caso de la Fig. 3.7 (a) observamos que al aplicar una fuerza que pase por el eje centroidal del cilindro, se produce una configuración rectangular de esfuerzos, que implica que ∇_1 y ∇_2 en los extremos del diagrama sean iguales, este fenómeno se identifica como un caso particular de las cargas normales denominado "carga axial".

La fig. 3.7 (b) muestra la carga aplicada a una pequeña distancia "e" del eje centroidal del cilindro, que produce una variación lineal en los esfuerzos y por lo tanto en las deformaciones, provocando que el esfuerzo ∇_1 aumente en relación con el esfuerzo ∇_2 . La tendencia de la configuración del diagrama de esfuerzos si la carga que está actuando es aplicada, aumentando su excentricidad, nos conduciría a la obtención de un diagrama de esfuerzos triangular; donde el esfuerzo ∇_2 lograría un valor igual con cero. Como se observa en la fig. 2.7 (c) la aplicación bajo esta condición de excentricidad de la carga, en cualquier dirección nos define una región denominada núcleo central, la cual se caracteriza porque al aplicar cualquier carga sobre esa región determinada sólo producirá esfuerzos de compresión. La fig. 3.7 (d) tiene la carga P aplicada fuera de aquel núcleo central, motivo por el cual el diagrama de esfuerzos conseguido corresponde a uno formado por esfuerzos positivos además de los negativos persistentes en las figuras 3.7 (a), (b) y (c).

En el laboratorio de materiales contamos con un modelo para apoyar didácticamente el fenómeno de flexo-compresión, que definido como una franja de material elástico perteneciente a algún elemento de sección rectangular y haciendo las consideraciones correspondientes, es posible demostrar que sin importar la magnitud de las cargas y sólo su posición, la existencia de la región en la que influye el núcleo central.

Una experiencia mas que se exhibe en el desarrollo de la práctica es localizar la frontera del núcleo central en un cilindro normalizado de concreto simple, que es instrumentado en dos anillos con objeto de obtener los desplazamientos entre ellos, provocados por la aplicación de una carga que se pretende está alojada en la frontera del núcleo central o muy cerca como se muestra en la figura.

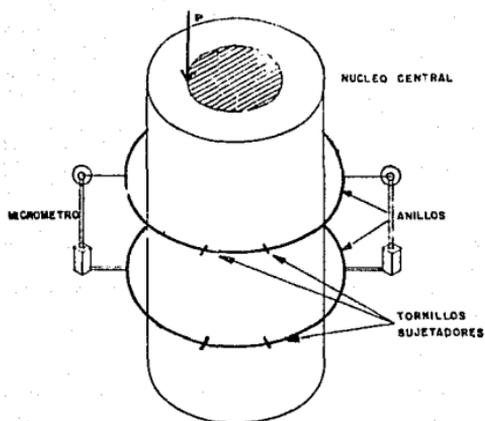


Fig. I

Esta condición se cumplirá si:

Por una relación triangular la lectura de $d_1 = 4 d_2$

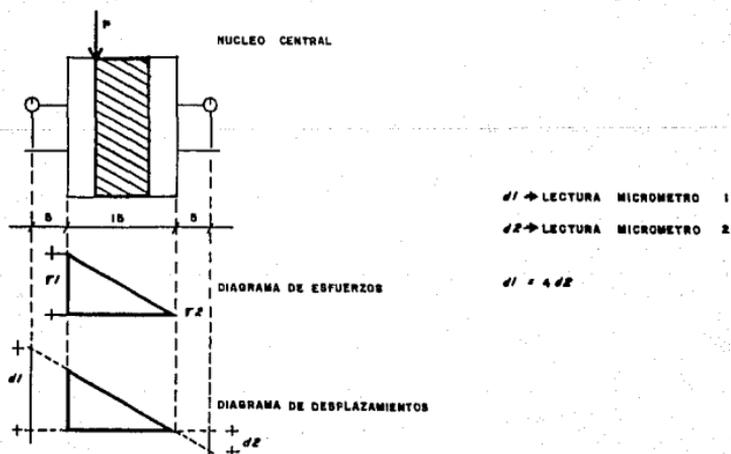
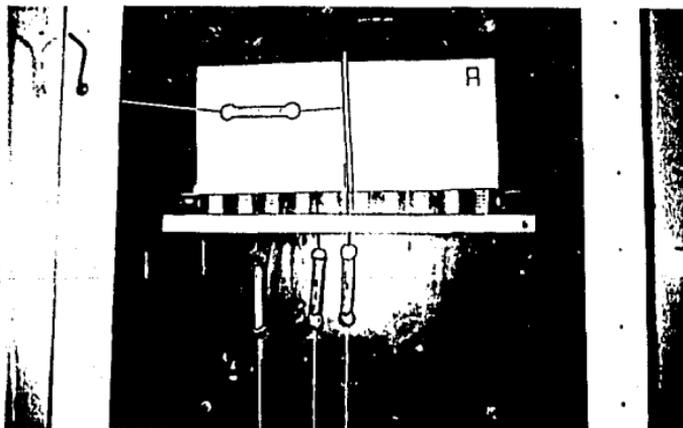


Fig. II

Después de presentado el experimento anterior se lleva al cilindro a la falla lográndose ver en ésta aplastamiento parcial de las secciones, quedando la superficie con niveles de esfuerzo cero intacta.

La parte siguiente de la práctica presentada corresponde al ensaye bajo carga axial de tres cilindros con las alturas de 30, 20 y 10 cm, pretendiendo que estos cilindros correspondan al mismo concreto, lográndose resistencias mayores conforme la relación de esbeltez sea más pequeña, de acuerdo a los principios establecidos principalmente para elementos esbeltos.



PRACTICA NO. 7

"PANDEO EN COLUMNAS" (MECÁNICA DE MATERIALES III)

III.1.1

OBJETIVO

El alumno será capaz al concluir esta práctica de reconocer y definir el concepto de pandeo en columnas.

III.1.2

MATERIAL Y EQUIPO

Para la realización de esta práctica se requiere de:

Material:

- * Probeta de madera (Pino)
5 x 5 x 20 cm
- * Probeta de madera (Pino)
3 x 5 x 76 cm
- * Probeta de madera (Pino)
3.5 x 5 x 76 cm

Equipo:

- * Prensa Universal (equipo SATEC)
- * Deformímetro mecánico
- * Dispositivo para empotrar y articular columna de madera (Pino)

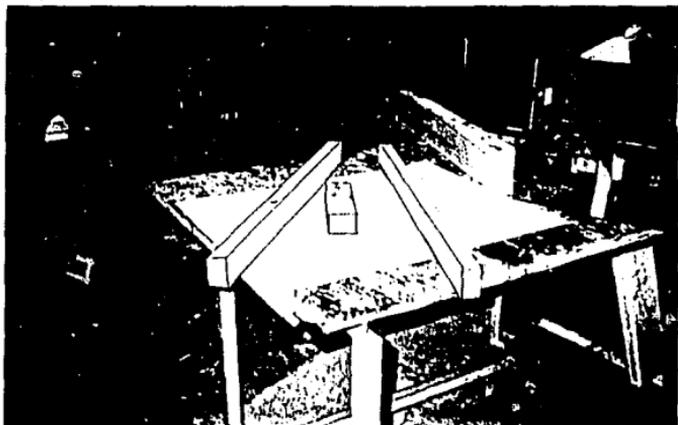


FOTO 1.

Se muestra las diferentes probetas que se utilizan en la presente práctica.



FOTO 2.

La presente gráfica nos muestra las probetas instaladas en el equipo que se utilizará en la práctica. IZQUIERDA: apreciamos el dispositivo que da la característica de empotramiento. CENTRO: Podemos apreciar el deformímetro instalado sobre una de las probetas. DERECHA: Aquí podemos observar al dispositivo que nos da la característica de una articulación

III.1.3. CONSIDERACIONES TEÓRICAS

Como un ejemplo intuitivo sencillo de este problema consideremos una barra de diámetro D sometida a una fuerza axial de compresión. Si tal barra, actuando como columna, fuera de longitud D , no surgiría ninguna cuestión acerca de la inestabilidad y este miembro corto podría soportar una fuerza considerable. Por otra parte, si la misma barra tuviera una longitud de varios diámetros, al ser sometida a una fuerza axial aún menor que la que puede soportar la pieza corta podría llegar a ser lateralmente inestable presentándose en ella pandeo lateral y podría fallar o sufrir colapso. Una regla delgada ordinaria, si se somete a compresión axial, fallará de esta manera. La consideración de la sola resistencia del material no es suficiente para predecir el comportamiento de tal miembro.

En este capítulo veremos el problema de la columna, utilizándolo como ejemplo, sin embargo, se ponen de relieve las características esenciales del fenómeno de pandeo y algunos procedimientos básicos para su análisis. Este se llevará a cabo investigando primero el comportamiento de barras delgadas cargadas axialmente y sometidas simultáneamente a flexión. Tales miembros se llaman vigas columnas. Los problemas de vigas columnas, además de tener un significado propio, permiten determinar las magnitudes de cargas axiales críticas a las que ocurre el pandeo.

A continuación se tratará el pandeo de columnas ideales cargadas concéntricamente. Esto conduce al examen de los valores característicos (o eigenvalores) de las ecuaciones diferenciales apropiadas. (las eigenfunciones) correspondientes dan formas de pandeo de tales columnas.

Naturaleza del problema de la viga-columna: el comportamiento de vigas columnas reales se puede entender mejor considerando primero un ejemplo idealizado, que se muestra en la fig. 1.1. (a). Aquí para simplificar, una barra perfectamente rígida de longitud L se mantiene inicialmente en posición vertical por medio de un resorte en A que tiene una rigidez a la torsión K . Luego una fuerza vertical P y una horizontal F se aplican en la parte superior de la barra. A diferencia del procedimiento seguido en todos los problemas anteriores, se deben escribir ahora las ecuaciones de equilibrio para la condición deformada. Teniendo presente que $K \theta$ es el momento resistente que desarrolla el resorte en A se obtiene:

$$\Sigma M_A = 0 \quad C^+ + PL \sin \theta + FL \cos \theta - K \theta = 0$$

o sea

$$P = \frac{K\theta - FL \cos\theta}{L \sin\theta} \quad (1)$$

El aspecto cualitativo de este resultado se muestra en la fig. 1.1. (b) y la curva correspondiente se ha marcado como la solución exacta. Es interesante observar que cuando $\theta \approx \pi$, siempre que el resorte continúe funcionando, el sistema puede soportar una fuerza muy grande P. Para una fuerza aplicada verticalmente hacia arriba, indicada con sentido contrario en la figura, el ángulo θ disminuirá cuando P aumente.

La solución expresada por la ecuación No. 1 es para deformaciones arbitrariamente grandes. En problemas complejos es muy difícil alcanzar soluciones de tal generalidad. Además, en la mayoría de las aplicaciones no se pueden tolerar deformaciones de gran magnitud. Por lo consiguiente, de ordinario es posible limitar la investigación del comportamiento de sistemas al caso de deformaciones pequeñas a moderadamente grandes. En este problema lo anterior se puede realizar poniendo en ($\sin \theta \approx \theta$ y $\cos \theta \approx 1$). En esta forma la ecuación 1 se simplifica en:

$$P = \frac{K\theta - FL}{L\theta} \quad \text{ó} \quad \theta = \frac{FL}{K - PL} \quad (2)$$

Para valores pequeños de esta solución es completamente aceptable, en cambio, a medida que θ aumenta, la discrepancia entre esta solución linealizada y la solución exacta llega a ser muy grande.

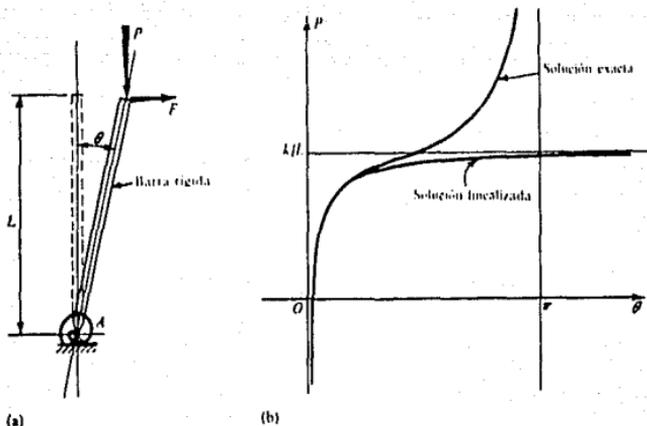


FIG. 1.1.

Para cierta combinación crítica de los parámetros K , P y L , el denominador $(K - PL)$ en el último término de la ecuación 2 sería cero y presumiblemente daría lugar a una rotación θ infinita. Esto es completamente irreal y resulta de una formalicen matemática impropia del problema. No obstante, tal solución proporciona una buena guía acerca del valor de la magnitud de la fuerza axial P a la que las deflexiones llegan a ser intolerablemente grandes. La asíntota correspondiente a esta solución, obtenida por la igualdad $(K-PL) = 0$, define la fuerza crítica por P_{cr} como:

$$P_{cr} = K/L$$

Es significativo observar que en sistemas reales las grandes deformaciones asociadas a fuerzas del mismo orden de magnitud que P_{cr} por lo general causan esfuerzos tan intensos que hacen inservible el sistema. Por otra parte, el análisis no lineal de sistemas estructurales, debido al cambio de configuración geométrica y al comportamiento inelástico de los materiales, es prohibitivamente complejo. Por consiguiente, en el análisis de pandeo de miembros a compresión desempeña el papel más importante la determinación del P_{cr} con una base simplificada, siguiendo las líneas del método anteriormente mencionado.

Pandeo elástico de columnas con diferentes restricciones en sus extremos.

Las soluciones de tales problemas son muy sensibles a las restricciones del extremo. Por ejemplo, la carga crítica de pandeo para una columna empotrada como la fig. 1.2 (b) con una carga vertical en su extremo libre superior es.

$$P_{cr} = \pi^2 EI / (4 L^2) ; \quad K=2$$

En este caso extremo la carga crítica es sólo 1/4 de la correspondiente al caso fundamental

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Para una columna empotrada por un extremo y articulada en el otro Fig. 1.2 (c).

$$P_{cr} = 2.05 \pi^2 EI / L^2$$

En tanto que para una columna empotrada por ambos extremos fig. 1.2 (d).

$$P_{cr} = 4 \pi^2 EI / L^2$$

Las dos últimas ecuaciones indican que mediante las restricciones de los extremos las cargas de pandeo críticas van aumentando notablemente por encima de la del caso fundamental.

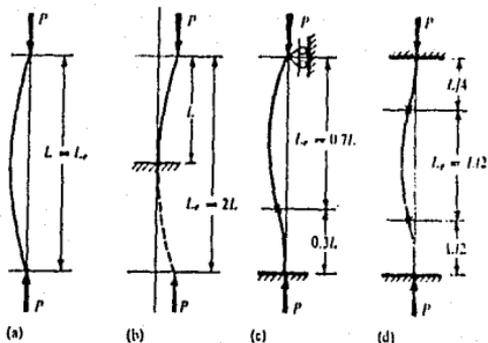
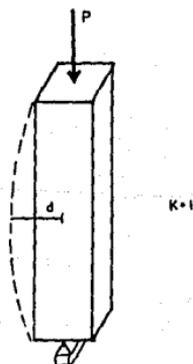


Fig. 1.2

III.1.4 DESARROLLO

En la primera etapa del desarrollo de la práctica, se muestra sobre un modelo conocido como "de seguetas", el fenómeno de pandeo, para diferentes condiciones de frontera. Las cargas aplicadas a cada columna, constituida por una següeta, se mide a través de un dinamómetro, las cargas que resultan es posible corroborarlas razonablemente con precisión, utilizando la fórmula de Euler. Más aún, que el resultado que se pueda obtener, la fuerza didáctica radica en las configuraciones deformadas por pandeo en términos de las condiciones de apoyo.

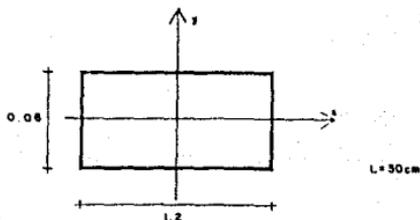
El fenómeno de pandeo en términos de la carga crítica de Euler, es muy precisa, motivo por el cual, aplicar esta expresión a una columna fabricada de madera nos obliga, si queremos obtener buenos resultados, a conocer el módulo elástico con mucha precisión, así y sólo así es posible, pronosticar de manera acertada la capacidad de carga en estos elementos, lo anterior justifica la realización del procedimiento que a continuación se muestra.



De Euler sabemos que la carga crítica es:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2}{(K L)^2} EI \quad (1)$$

Las dimensiones de la columna son las siguientes:



Calculando las inercias en "x" y "y"

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_y = \frac{1.2 (0.06)^3}{12} = 2.16 \times 10^{-5} \text{ cm}^4$$

$$I_x = \frac{0.06 (1.2)^3}{12} = 8.6 \times 10^{-3} \text{ cm}^4$$

Ahora considerando las condiciones de apoyo que tiene cada columna, determinemos su carga crítica Pcr.

- Para una columna con doble articulación.

$$K=1 \quad E=2 \times 10^6 \text{ (Kg/cm}^2\text{)} \text{ (Acero)}$$

$$P_{cr} = \frac{10}{(30)^2} = (2 \times 10^6) (2.16 \times 10^{-5}) = 0.48 = 1/2 \text{ Kg}$$

- Para una columna con articulación y empotramiento.

$$K = 2/3$$

$$P_{cr} = \frac{10}{(2/3)(30)} (2 \times 10) (2.16 \times 10) = 1.08 \quad 1 \text{ Kg.} \\ \text{=====}$$

- Para una columna con doble empotramiento.

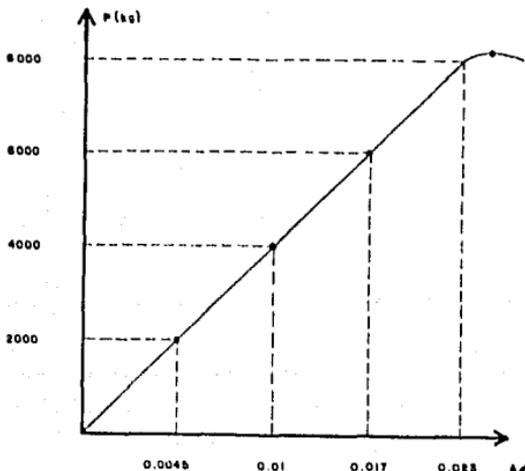
$$K = 1/2$$

$$P_{cr} = \frac{10}{(2/3)(30)} = (2 \times 10) (2.16 \times 10) = 1.92 \quad 2 \text{ Kg.} \\ \text{=====}$$

En donde gracias al modelo con que cuenta el laboratorio se tiene la oportunidad de comprobar que estos resultados verdaderamente corresponden a la realidad.

La segunda etapa de la práctica consiste en calcular la fuerza necesaria para producir pandeo en una columna de madera y comparar estos resultados con las cargas que físicamente se le aplican a dicha columna.

Observemos la siguiente gráfica.



$$f'_{cr} = \frac{15000}{25} = 620$$

$$F_{cr} = E = 250,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Si } E = \frac{P/A}{\frac{\Delta \sigma}{L}} \quad \frac{P/L}{A \Delta \sigma}$$

Entonces

$$E_1 = \frac{2,000 (15)}{25(0.0045)} = 2.67 \times 10^5$$

$$E_2 = \frac{4,000 (15)}{25(0.01)} = 2.40 \times 10^5$$

$$E_3 = \frac{6,000 (15)}{25(0.017)} = 2.12 \times 10^5$$

$$E_4 = \frac{8,000 (15)}{25(0.023)} = 2.09 \times 10^5$$

Al promediar E_1 , E_2 , E_3 y E_4 obtenemos.

$$E = 200,200 \text{ Kg/cm}^2$$

- a) Para una columna de madera de 5×3 cm con doble articulación $K=1$ $L=85$

$$P_{cr} = \frac{10}{(85)^2} = (200,000) \left(\frac{5 \times 3^3}{12} \right) = 3,117 \text{ Kg}$$

$$\nabla = \frac{P}{A} \rightarrow P = \nabla A; 520(15) = 7,800 \text{ Kg}$$

Como $P_{cr} < P = \nabla A$ la falla se produce por pandeo

- b) Para una columna de madera de 5 x 3.5 cm. con empotramiento $K = 2/3$ $L = 30$

$$P_{cr} = \frac{10}{\left[\frac{2}{3}(30)\right]^2} = (200,200) \frac{(5 \times 3.5^3)}{12} = 14,305 \text{ Kg.}$$

$$P = \nabla \lambda = 520 (17.5) = 9,100 \text{ Kg.}$$

Como $P_{cr} > P = \nabla \lambda$ la falla se producirá por aplastamiento

PRACTICA No. 8

"P A N D E O L A T E R A L"

(Mecánica de Materiales III)

III.2.1 OBJETIVO

El alumno será capaz al concluir esta práctica de reconocer y definir el concepto de PANDEO LATERAL.

III.2.2. MATERIAL Y EQUIPO

Para la realización de esta práctica se requiere de:

Material:

- * No se utiliza

Equipo:

- * Armadura metálica construida con barras de $(3/8)"$
- * Pesas en Kgs.
- * Apoyos de concreto
- * Modelo de laines
- * Laines
- * Pesas en Grs.

III 2.3. CONSIDERACIONES TEORICAS

Considérese una armadura sometida a flexión pura bajo la acción de pares iguales en magnitud y sentidos contrarios, aplicados en sus extremos (cada uno de los pares puede sustituirse por dos fuerzas P , que obran a lo largo de las cuerdas), apoyada de manera que sus secciones extremas pueden girar libremente alrededor de sus ejes centroidales y principales X y Y , pero están impedidas de hacerlo alrededor del longitudinal Z .

Una de las cuerdas, la superior en el caso de la fig. 2.1, que trabaja a compresión se encuentra en condiciones parecidas a las de una columna cargada axialmente; al mismo tiempo, la otra cuerda esta en tensión.

Si los momentos, y por consiguiente las cargas P , crecen, llega un instante en que el equilibrio de la cuerda comprimida se vuelve inestable, y se pandea lateralmente; la otra cuerda, sometida a tensión, trata de conservarse recta, lo que retrasa, pero no impide, el pandeo de la primera; su influencia es directamente proporcional a la rigidez de los elementos del alma de la armadura, que ligan las dos cuerdas entre si, luego aumenta con la escuadria de esa piezas y disminuye si crece el peralte de la armadura. (Un fenómeno análogo se presenta en todos los casos de piezas en flexión, complicando, cuando se trata de elementos de alma llena, por la mayor liga que hay entre los dos patines, que hace que aumente la influencia de cada uno de ellos sobre el comportamiento del otro).

La cuerda comprimida de una armadura, o el patin que trabaja en compresión en una viga laminada o en una trabe hecha con placas, tratan de pandearse, lo mismo que cualquier elemento comprimido, alrededor del eje de menor momento de inercia, que en el caso en estudio suele ser el horizontal, pero esta forma de pandeo está impedida por las diagonales y montantes de la armadura o por el alma de la viga, por lo que eventualmente se presenta el pandeo alrededor del eje vertical, cuando la fuerza de compresión alcanza el valor crítico correspondiente.

Cualquier viga apoyada en los extremos y cargada en el plano del alma puede pandearse lateralmente, excepto cuando ese fenómeno este impedido por elementos exteriores. Si el momento de inercia de sus secciones transversales respecto al eje centroidal normal al plano del alma es considerablemente mayor que el que corresponde al otro eje centroidal y principal, el pandeo lateral y el colapso pueden presentarse mucho antes de que los esfuerzos normales debidos a la flexión alcancen el limite de fluencia.

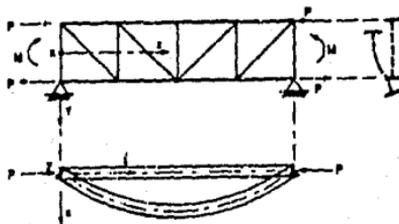


FIG. 2.1

Mientras las cargas que actúan en el plano del alma permanecen por debajo de una cierta intensidad, la viga se deforma únicamente en ese plano y su equilibrio es estable de manera que si se obliga a adoptar una configuración ligeramente flexionada lateralmente, por medio de la aplicación de un agente externo, recupera la configuración plana al desaparecer éste. Sin embargo al aumentar la intensidad de las sollicitaciones llega un momento en que se hace posible una forma de equilibrio deformada lateralmente y retorcida, además de la plana; la carga menor para la que puede presentarse esta segunda forma de equilibrio es la crítica de pandeo de la viga.

Con objeto de obtener secciones económicas, la mayor parte de los elementos de acero utilizados para trabajar a flexión se fabrican con momentos de inercia grandes respecto a uno de sus ejes principales, alrededor del que presenta la flexión, y pequeños respecto al otro, de manera que por si solos ofrecen poca resistencia al pandeo lateral.

VIGAS DE SECCION TRANSVERSAL RECTANGULAR, MACIZA O HUECA

El momento crítico de pandeo elástico de vigas de sección transversal rectangular se obtiene empleando la siguiente fórmula:

$$M_{cr} = \frac{n \pi}{L} \sqrt{V EI_y \quad GK_T} \quad (1)$$

Esta ecuación es la misma que se utiliza para vigas I, en la que se han hecho $Ea = 0$.

La tabla I contiene los coeficientes $n \pi$ para diversas condiciones de carga y apoyo; puesto que el valor mínimo de esos coeficientes es π , se obtienen resultados conservadores si se aplica la ecuación 1 con $N=1$, en todos los casos la constante K_T de secciones rectangulares macizas puede calcularse, con precisión suficiente para fines prácticos, con la ecuación:

$$K_T = \frac{d t^3}{3} - 0.21 t^4$$

En la que d es el lado largo del rectángulo y t el corto.

La expresión anterior conduce a errores máximos (del orden del 12%, del lado de la seguridad) cuando se aplica a secciones cuadradas, en las que no es necesario investigar la posibilidad de pandeo lateral; para un rectángulo con relación $d/t = 1.5$ el error es de sólo 1.5 %, y tiende rápidamente a cero cuando d/t aumenta: en secciones muy angostas puede tomarse $K_T = dt^3/3$.

CASE	VISTA LATERAL	VISTA POR EL PATIN SUPERIOR	n
1			0.10
2			0.20
3			0.30
4			0.40
5			0.50
6			0.60
7			0.70
8			0.80
9			0.90
10			1.00
11			0.1
12			0.2
13			0.3
14			0.4
15			0.5
16			0.6

TABLA I

La ecuación 1 puede utilizarse también para determinar el momento crítico de pandeo lateral elástico de traveses en cajón formados por cuatro placas, cuyas secciones transversales son rectángulos huecos. Cuando el espesor de las paredes es pequeño comparado con las dimensiones de la sección, lo que sucede casi siempre en estructuras de acero, la constante de torsión K_T se calcula con la fórmula siguiente, que proporciona precisión suficiente para fines prácticos.

$$K_T = \frac{4A_1^2}{\int_0^s ds} = \frac{2b^2 d^2}{t \left(\frac{b}{t} + \frac{d}{c} \right)}$$

A es el área total encerrada entre los ejes de las placas que forman la sección y las demás cantidades se definen en la fig. 2.2.

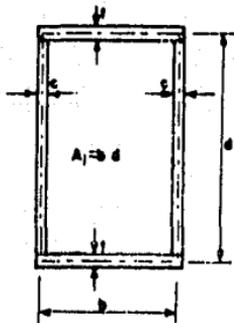


FIG. 2.2.

El esfuerzo crítico de pandeo se obtiene lo mismo que para secciones transversales de cualquier forma, dividiendo el momento crítico entre S_x ; si además se toma $n=1$ en la ecuación 1 se llega a:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi}{S_x L} \sqrt{E I_y G K_T}$$

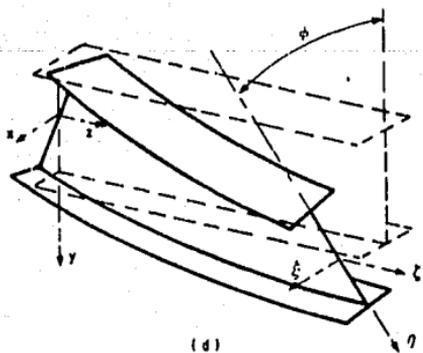
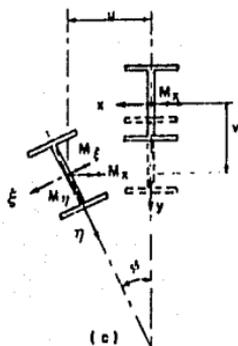
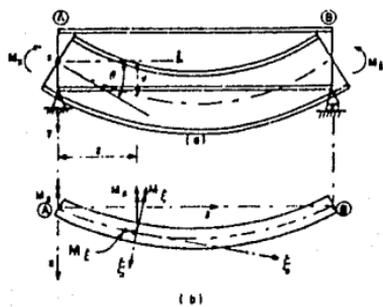
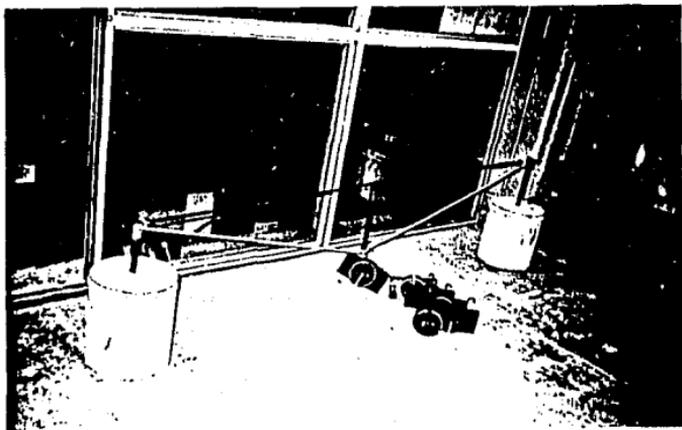


Fig. 2.3

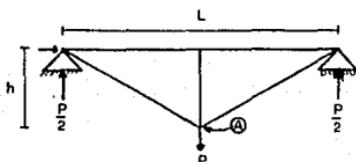
III.2.4. DESARROLLO

Basado en las consideraciones teoricas, el desarrollo de esta práctica, pretende mostrar apoyado en una armadura extraordinariamente simple el efecto del pandeo lateral, que con ayuda de pequeñas magnitudes, es posible demostrar, que la consecución del fenómeno se logra en términos cuantitativos y cualitativos. Para lograr lo anteriormente expuesto utilizaremos una armadura como la que se muestra



Como se observa esta armadura se encuentra simplemente apoyada, los giros en el plano perpendicular de la armadura no se encuentran restringidos, y las cargas con las que se solicita a la estructura, se aplican directamente en el punto considerado.

Se plantea el problema utilizado como columna la cuerda superior de la armadura que tendrá como condiciones de apoyo las mismas que en la armadura. Se encuentra su capacidad de carga, de acuerdo con Euler. Este dato lo utilizaremos como ayuda para resolver la siguiente armadura.



$$I = (3/8)''$$

$$L = 200 \text{ cm}$$

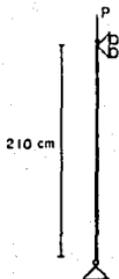
$$h = 30 \text{ cm}$$

El objeto principal es obtener la fuerza P que provoque inestabilidad en la armadura.

Haciendo sumatoria de momentos en A, de la mitad de la armadura, tenemos:

$$\sum M_A = \left(\frac{P}{2}\right)\left(\frac{L}{2}\right) - Pcr(h) = 0 \quad (1)$$

Como no conocemos la fuerza vertical, consideramos la cuerda superior por separado,



$$E = 2 \times 10^6$$

$$I = \frac{\pi R^4}{4} = 0.04$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad EI; k=1 \text{ Debido a la doble articulación}$$

$$P_{cr} = 18.04 \text{ Kg}$$

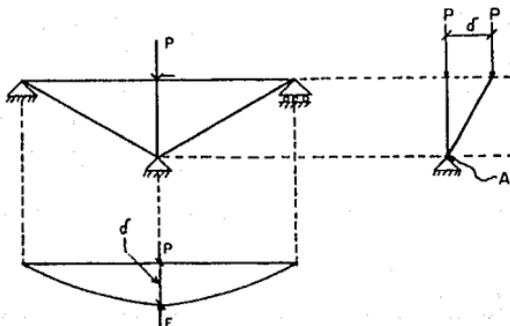
Sustituyendo P_{cr} en la ecuación No. 1

$$\sum M_A = \frac{P}{2} \left(\frac{200}{2} \right) - 18.04 (30) = 0$$

$$\underline{P = 10.8 \text{ Kg}}$$

El valor de P encontrado y asociado a la P_{cr} de la cuerda superior, representa la carga que genera pandeo lateral.

La segunda parte de la práctica se logra utilizando la misma armadura, pero el sitio donde se aplicó la carga anteriormente se restringirá en su desplazamiento vertical y en la parte superior, en esa misma trayectoria, se aplica la carga P . Por lo tanto la estructura la convertimos en hiperestática, la forma de resolverla es con la ayuda del concepto de la carga virtual, como se muestra enseguida.



$$d = \frac{PL^3}{48} \quad \frac{1}{EI}$$

$$\Sigma M_A = P d - Fh \Rightarrow P = \frac{Fh}{d}$$

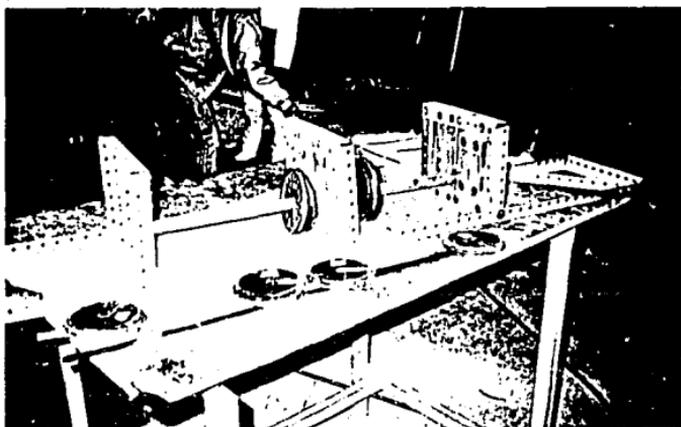
Sustituyendo d

$$P = \frac{Fh}{\frac{PL^3}{48 EI}} = \frac{(30)(48)(2 \times 10^6)(0.04)}{(200)^3} =$$

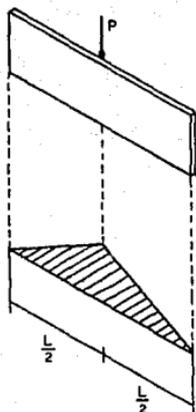
$$\underline{\underline{P = 14.54 \text{ Kg}}}$$

La carga P a la que se llega, constituye el nivel con el que se presenta el pandeo lateral.

El pandeo lateral también es posible evidenciarlo con la ayuda de un modelo en el que se utilizan lanas



Que por sus características geométricas, se constituyen en el modelo en vigas de gran peralte respecto de su ancho, salvando un claro importante, motivos que sin lugar a dudas, orillan la presencia del pandeo lateral y se procede de la misma manera.



$$M_e = \frac{M}{L} \sqrt{E I_y G I}$$

$$E = 2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$G = \frac{2 \times 10^6}{2.6} \text{ Kg/cm}^2$$

$$I = \frac{h^3 b^3}{12}$$

$$J = \frac{1}{3} h b^3$$

$$b = 0.06 \text{ cm}$$

$$h = 2.36 \text{ cm}$$

$$L = 66.5 \text{ cm}$$

$$M_c = \frac{m}{L} (105.4) = \frac{PL}{4}$$

$$P = \frac{4m}{L^2} (105.4)$$

En la tabla I localizamos el valor de m de acuerdo con la condición de apoyo y así obtener P.

C O N C L U S I O N E S

En las prácticas que se han presentado a lo largo de este trabajo, se emplearon los aparatos y equipos con que cuenta la facultad de Ingeniería de la U.N.A.M con el objetivo de que los estudiantes inicien su formación en el área experimental y se familiaricen con el equipo y su uso. Debe apuntarse aquí, que la utilización de estos equipos, se realizará hasta que el alumno participe de manera directa en algún proyecto de investigación, otorgándole las aclaraciones previas en cuanto a sus alcances y limitaciones. Esto sin lugar a dudas es un atractivo para los alumnos que tengan inclinaciones para realizar investigación.

En cuanto a la parte teórica, la finalidad del trabajo es el de ser una guía sencilla para la realización de las prácticas, motivo por el cual los temas tocados en la sección de consideraciones teóricas, están planteados en forma esencial, pudiendo ser esta información insuficiente para algunas personas o para el desarrollo formal de un trabajo.

Concluyendo, en el laboratorio de materiales, se trata de exhibir no solamente cómo se realizan las pruebas estandarizadas y los equipos que se utilizan para ello, sino también, cómo se deben emplear sus resultados para establecer los puntos de partida y cotejar los resultados del modelo matemático respecto del modelo físico presentado o analizado, y que tenga que ver con el problema ingenieril planteado.

Por lo tanto el material aquí propuesto obedece exclusivamente a la necesidad de contar con un documento el cual sirva como guía para lograr los objetivos planteados para cada tema, sin que éste represente un rígido documento de procedimientos, ya que existen organismos especializados que han elaborado y publicado éstos. Tales como el ASTM, el AA SHTO, el ACI, el AISC etc., resultando ser el presente trabajo una guía sencilla para entender fenómenos mecánicos de la manera más fácil.

B I B L I O G R A F I A

- TITULO: "INTRODUCCIÓN A LA MECANICA DE SÓLIDOS"
AUTOR: Egor P. Popov
EDITORIAL: Limusa
EDICION: Primera
- TITULO: "MECANICA DE MATERIALES"
AUTOR: Robert W. Fitzgerald
EDITORIAL: Fondo Educativo Interamericano S.A. de C.V.
EDICION: Primera
- TITULO: "ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO"
AUTOR: R. Park y T. Paulay
EDITORIAL: Limusa
EDICION: Primera
- TITULO: "RESISTENCIA DE MATERIALES"
AUTOR: Ferdinand L. Singer y Andrew Heredia
EDITORIAL: Harla
EDICION: Tercera
- TITULO: "ESTRUCTURAS DE ACERO"
AUTOR: Oscar de Buen López de Heredia
EDITORIAL: Limusa
EDICION: Primera
- TITULO: "CONCRETO REFORZADO"
AUTOR: Edward G. Nawy
EDITORIAL: Prentice-Hall Hispano Americana
EDICION: Primera
- TITULO: "PRIMERA REUNION NACIONAL DE PROFESORES DE INGENIERIA ESTRUCTURAL"
AUTOR: "Memorias" (varios)
EDITORIAL: Soc. Mexicana De Ingenieria Estructural, A.C.
EDICION: Abril 30, 1986
- TITULO: "ENSALLE E INSPECCION DE LOS MATERIALES DE INGENIERIA"
AUTOR: Hamer Earl Trokell, Clement W. WisKocil
EDITORIAL: Compañía Editorial Continental, S.A.
EDICION: Quinta impresión