

1
201

01161



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
Facultad de Ingeniería

**RESPUESTA SISMICA DE PRESAS DEFORMABLES
CONSIDERANDO INTERACCION HIDRODINAMICA**

DAVID ARTURO ALVAREZ CUEVAS

T E S I S

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA
(ESTRUCTURAS)

CIUDAD UNIVERSITARIA

1993

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RESUMEN

Se presenta un método, basado en la teoría de ecuaciones integrales de frontera, para determinar la respuesta sísmica de presas elásticas y homogéneas considerando la influencia de las presiones hidrodinámicas. El método, conocido en la literatura especializada como método *indirecto* de elementos de frontera (BEM, por sus siglas en inglés), consiste en la representación integral de ondas elásticas difractadas en términos de fuentes de frontera de capa simple. El campo de desplazamientos se construye con la superposición de las ondas generadas en la frontera, desde la cual éstas son irradiadas. Esta interpretación se basa en el principio de Huygens. Las condiciones de frontera conducen a un sistema lineal de ecuaciones para las fuentes en la frontera. Se compara el método con resultados obtenidos con métodos analíticos, obteniéndose una excelente aproximación. Se estudian los efectos del estrato líquido sobre una presa de sección triangular deformable. Posteriormente, se determinan desplazamientos y distribuciones de presiones hidrodinámicas en una presa de geometría irregular deformable. El estudio en el dominio del tiempo se hace empleando análisis de Fourier.

ABSTRACT

A method based on boundary integral equations is proposed to obtain the seismic response of elastic and homogeneous dams considering the hydrodynamic interaction. This method, known in the specialized literature as indirect Boundary Element Method (BEM), is based in the integral representation of diffracted elastic waves in terms of single layer boundary sources. The displacement field is built with the waves superposition from the boundary sources, where they are radiated. This interpretation is based on Huygens' principle. From boundary conditions a linear system of equations is obtained for the boundary sources. Results are compared with those obtained from analytical procedures with an excellent agreement. The effects of a liquid layer upon a triangular deformable dam are studied. Then, the displacements and hydrodynamic pressures in a deformable irregular dam are computed. The time domain study is done using Fourier analysis.

INDICE

RESUMEN	i
ABSTRACT	ii
1. INTRODUCCIÓN	1
2. FORMULACIÓN INTEGRAL	7
2.1 ECUACIONES DE MOVIMIENTO	9
2.2 FORMULACIÓN INDIRECTA DE ECUACIONES INTEGRALES DE FRONTERA EN ELASTODINÁMICA	12
2.3 FUNCIONES DE GREEN EN DOS DIMENSIONES EN UN ESPACIO SIN FRONTERAS	15
3. MODELADO DE LA INTERACCIÓN HIDRODINÁMICA	18
3.1 FORMULACIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES INTEGRALES DE FRONTERA	21
3.1.1 Ecuaciones integrales de frontera entre las regiones del semiespacio y la cortina de la presa (E-R)	21

3.1.1.a Desplazamientos en la interfaz semiespacio-cortina (E-R)	22
3.1.1.b Tracciones nulas en la superficie libre del semiespacio	23
3.1.1.c Tracciones en la interfaz semiespacio-cortina (E-R)	23
3.1.1.d Tracciones nulas en la superficie libre de la cortina de la presa (R)	24
3.1.2 Ecuaciones integrales de frontera entre las regiones del semiespacio (E) y la cortina de la presa (R) en contacto con el fluido (A)	24
3.1.2.a Desplazamientos en la interfaz semiespacio-líquido (E-A)	26
3.1.2.b Tracciones en la interfaz semiespacio-líquido (E-A)	26
3.1.2.c Desplazamientos en la interfaz cortina-líquido (R-A)	27
3.1.2.d Tracciones en la interfaz cortina-líquido (R-A)	26
3.1.2.e Presiones nulas en la superficie libre del líquido	28
3.1.3 Sistema de ecuaciones integrales de frontera para la interacción cortina-semiespacio-líquido	28
3.2 DISCRETIZACIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES	30
4. SOLUCIÓN NUMÉRICA	35
5. RESULTADOS	41
5.1 RESPUESTA SÍSMICA DE UNA PRESA DEFORMABLE TRIANGULAR	41
5.1.1 Desplazamientos en el dominio de la frecuencia	42
5.1.2 Desplazamientos en el dominio del tiempo	44
5.2 RESPUESTA SÍSMICA DE UNA PRESA DEFORMABLE DE GEOMETRÍA IRREGULAR	56
5.2.1 Desplazamientos en el dominio de la frecuencia	56
5.2.2 Desplazamientos en el dominio del tiempo	57
5.2.3 Presiones hidrodinámicas	66
5.2.4 Espectro de presiones	66
5.2.5 Hidropresigramas	66
5.2.6 Empujes y momentos en la cortina de la presa	67
5.2.7 Campo de desplazamientos dentro de la cortina	67

6. CONCLUSIONES	84
7. AGRADECIMIENTOS	88
8. APÉNDICE A. PRESIONES HIDRODINÁMICAS SOBRE UNA CORTINA RÍGIDA CON PARAMENTO VERTICAL	A.1
9. REFERENCIAS	R.1

INTRODUCCIÓN

Las presas constituyen estructuras de suma importancia en que las consecuencias de falla pueden ser catastróficas. El limitado conocimiento del comportamiento dinámico de estas estructuras ha conducido, en ocasiones, a graves pérdidas humanas y económicas, y en otras, a diseños demasiado conservadores (*e.g.* Clough y Chopra, 1977).

En el estudio tradicional de la respuesta sísmica de presas se supone que cada sección de la cortina está sujeta a un estado plano de esfuerzos, de tal forma que se desprecia la transmisión de fuerzas entre secciones adyacentes. Para el diseño se estudia la estabilidad por volteo y deslizamiento en posibles planos de falla. Además, las fuerzas sísmicas, consideradas como estáticas horizontales, se combinan con la presión del líquido y las cargas gravitacionales. Dichas fuerzas se obtienen afectando las cargas muertas por coeficientes sísmicos que representan la aceleración del terreno.

Es evidente que este análisis incurre en fuertes simplificaciones. Un estudio completo requiere considerar la interacción dinámica entre cortina, cimentación, vaso y embalse; así como la propagación de ondas elásticas desde la fuente sísmica, tomando en cuenta los efectos de trayecto, topografía y geología locales. Es claro que evaluar adecuadamente las propiedades mecánicas de los materiales es imprescindible.

Las soluciones analíticas existentes para la respuesta sísmica de presas sólo son aplicables a problemas simples, Bustamante *et al.* (1963) presentan una breve descripción del tema. En cambio, el desarrollo a la par de métodos numéricos y equipos de cómputo cada vez más eficientes y sofisticados ha permitido estudiar problemas de mayor complejidad tanto en el dominio de la frecuencia como del tiempo. Con métodos numéricos como el elemento finito (FEM), diferencias finitas (FDM) o elementos de frontera (SEM) es posible eliminar muchas de las simplificaciones de los métodos tradicionales. Las abreviaciones citadas entre paréntesis corresponden a las siglas en inglés de los métodos.

La rápida evolución y popularidad del método del elemento finito ha permitido resolver una gran gama de problemas de ingeniería. De hecho, en un inicio se le consideró como el único método capaz de evaluar esfuerzos en una presa (*e.g.* Clough y Chopra, 1977). El análisis dinámico con este método consiste básicamente en idealizar la cortina y una parte apropiada de la cimentación como una malla de elementos finitos. Se evalúan las rigideces, amortiguamientos y propiedades de las masas de los elementos, así como las fuerzas efectivas de sismo para formular las ecuaciones de movimiento. Posteriormente se calculan los modos de vibrar del sistema cortina-cimentación y se transforman las ecuaciones de movimiento de coordenadas de elementos finitos a coordenadas modales. Finalmente se obtiene la respuesta sísmica en cada modo de coordenadas desacopladas, usando un espectro de respuesta

o bien un sismo de diseño, y la apropiada superposición de respuestas modales para obtener la respuesta total (e.g. Clough, 1969).

Este método se ha aplicado para calcular la respuesta de presas deformables de geometrías irregulares. Esfuerzos en este sentido han sido realizados por Saini *et al.* (1978), Chopra y Chakrabarti (1981), Hall y Chopra (1982), entre otros. Esta técnica tiene la ventaja de poder estudiar materiales inelásticos y heterogéneos. La interacción hidrodinámica se aproxima con base en el concepto de masas adheridas, bajo la condición de presa rígida y fluido incompresible (Clough y Chopra, 1977).

Los efectos hidrodinámicos en una presa requieren un análisis detallado. Las presiones en una cortina rígida con paramento vertical fueron estudiadas inicialmente por Westergaard (1933). En su trabajo, que es considerado clásico, estudió los efectos de un movimiento armónico estacionario con frecuencia necesariamente menor que la frecuencia fundamental del vaso. Es decir, Westergaard supuso que en presas de gravedad los períodos predominantes de un acelerograma eran mucho mayores a los de la cortina, por lo que ésta podría idealizarse como rígida. Asimismo, supuso un vaso de longitud seminfinita y observó que la distribución de presiones se asemeja a una parábola. Por otra parte, señaló la posibilidad de resonancia hidrodinámica cuando las frecuencias de excitación estuviesen cerca de las frecuencias fundamentales del embalse.

Posteriormente se han hecho diversas investigaciones para analizar la interacción hidrodinámica bajo una gran variedad de condiciones de frontera y movimiento, suponiendo tanto compresibilidad o incompresibilidad del agua. (Una revisión amplia de estos métodos puede encontrarse en p. ej. Rosenblueth, 1971; Gazetas, 1985; Sánchez, 1988; Tsai, 1989; Gazetas y Dakoulas, 1992). De estos estudios se ha observado que los efectos hidrodinámicos son

importantes y la compresibilidad del líquido no puede despreciarse (Chopra, 1967). La acción de un sismo, conjuntamente con las presiones del fluido sobre el paramento mojado, provoca deformaciones en la cortina que a su vez alteran significativamente las presiones hidrodinámicas (Bustamante *et al.*, 1963; Rosenblueth, 1968). En el análisis de la respuesta sísmica para movimiento horizontal, considerando únicamente el modo fundamental de vibración de la cortina, se muestra que tanto el período de resonancia como la respuesta son afectados significativamente por la interacción hidrodinámica y la compresibilidad del agua (Chakrabarti y Chopra, 1974). Despreciar la compresibilidad puede generar errores importantes y cambiar completamente la naturaleza de la respuesta hidrodinámica (Bustamante *et al.*, 1963).

El FEM también se ha aplicado al estudio de estructuras tridimensionales (*e.g.* Mejía *et al.*, 1982; Romo y Villarraga, 1989). Gazetas y Dakoulas (1992) presentan una compilación sobre el tema. Señalan que un estudio realista de la respuesta sísmica de cortinas de enrocamiento debe considerar adecuadamente el comportamiento inelástico y no lineal del enrocamiento, el estado de esfuerzos en la cortina antes de la ocurrencia del sismo, la geometría tridimensional de la boquilla, la flexibilidad de la cimentación y la presencia de rellenos aluviales, así como el contenido de frecuencias de la excitación sísmica.

En el análisis no lineal de la respuesta sísmica de presas se emplean formulaciones en los dominio del tiempo y la frecuencia. Un resumen de estos métodos puede encontrarse en *e.g.* Gazetas y Dakoulas (1992).

Por otra parte, el efecto tridimensional de boquillas estrechas es importante. Su efecto es múltiple: aumenta la rigidez global de la cortina, modifica la intensidad de los movimientos y los esfuerzos dinámicos en la cortina (Romo, 1993).

Otro método numérico que permite considerar la compresibilidad del líquido y la deformación de la presa es el método de los elementos de frontera (BEM). Esta técnica, a diferencia del FEM, sólo requiere discretizar las fronteras del dominio. Además, permite tomar en cuenta la irradiación de ondas al infinito, por lo que las formulaciones de elementos de frontera son especialmente adecuadas para modelar regiones fluidas semifinitas o el subsuelo (semiespacio) (Estorff y Antes, 1991). Una limitación significativa del BEM es que únicamente permite tratar con dominios elástico-lineales, homogéneos e isótropos. Sin embargo, tal suposición es una útil idealización, aún sabiendo que en la mayoría de los casos las propiedades de los suelos no son uniformes; p. ej. el módulo de rigidez al esfuerzo cortante crece con la profundidad (Antes y Estorff, 1987). Mediante iteraciones con el BEM se han resuelto problemas no lineales, obteniéndose buenos resultados (Rizzo, 1989), pero el costo computacional es mayor (Estorff y Antes, 1991).

De los métodos de elementos de frontera existen dos posibles formulaciones. La llamada método *directo*, donde se emplean parámetros con un claro sentido físico, tales como los desplazamientos y tracciones. En el segundo tipo, conocido como método *indirecto*, se emplean parámetros ficticios como son la densidad de fuerzas (se colocan fuentes en la frontera del modelo, las cuales al ser excitadas generan la propagación de ondas). Aunque algunos autores no valoran al método *indirecto* con un verdadero significado físico, (e.g. Manolis y Beskos, 1988), puede decirse que la colocación de fuentes en la frontera permite visualizar intuitivamente la dinámica del problema desde el punto de vista de propagación de ondas (e.g. Sánchez-Sesma y Campillo, 1991).

En este estudio se propone y aplica un método *indirecto* de ecuaciones integrales de frontera (BIEM) para estudiar la interacción hidrodinámica de una presa deformable, homogénea, elástica-lineal e isótropa. La cortina se modela como una inclusión irregular en un semiespacio elástico. El estrato líquido se

supone compresible y su altura puede variarse. Por otra parte, la excitación está dada por la incidencia vertical de ondas de corte *SV* (polarizadas en el plano $x-z$). De esta forma, el agua interactúa con la cortina de la presa y el fondo del embalse. La cortina y el semiespacio se suponen como medios deformables con amortiguamiento histerético. Esto ayuda a introducir *indirectamente* cierto tipo de efectos no lineales. El vaso y el semiespacio se idealizan como seminfinitos.

Las condiciones de frontera del problema conducen a un sistema de ecuaciones integrales de frontera en el dominio de la frecuencia. Con la solución de dicho sistema se pueden calcular los desplazamientos y esfuerzos en los puntos de interés de la presa. Los resultados en el dominio del tiempo se obtienen empleando análisis de Fourier.

En el capítulo 2 se presenta el desarrollo de la formulación del método. En el capítulo 3 se aplica dicha formulación a la interacción hidrodinámica mostrando la implantación numérica del BEM. En el capítulo 4 se comparan resultados con soluciones conocidas para presas rígidas con diferentes tipos de paramentos. Posteriormente, en el capítulo 5 se muestran resultados para una presa deformable de sección triangular y se muestra con más detalle la respuesta sísmica para una cortina de geometría irregular.

Por otra parte, aunque el objetivo fundamental de este trabajo es el desarrollo teórico de un método numérico para el estudio de presas bidimensionales, este método tiene un gran potencial de aplicación práctica y podría servir como base para un estudio más profundo. De hecho, la combinación del BEM con el FEM ha mostrado ser poderosa. Tomando lo mejor de cada método, Estorff y Antes (1991) modelan una cortina elástica-lineal de una presa con FEM y el fluido con BEM. Por su parte, Xiangyue y Romo (1992) estudian la cortina de una presa de enrocamiento con cara de concreto y el embalse con FEM, acoplando la cimentación con BEM.

2. FORMULACION INTEGRAL

Los métodos de elementos de frontera (BEM) se han desarrollado rápidamente en los últimos años. Esto es debido a las grandes ventajas que en ciertos casos presenta sobre otros métodos numéricos como el de elementos finitos o el de diferencias finitas. En contraste con éstos dos últimos, el BEM sólo requiere discretizar la frontera. Así, el sistema de ecuaciones resultante se reduce sustancialmente. Por otra parte, al emplear técnicas numéricas de cuadratura en las ecuaciones integrales de frontera, las que a su vez son soluciones exactas, se obtienen altos niveles de precisión. De acuerdo con lo reportado por Brebbia y Domínguez (1989) en modelos donde existen esquinas, concentración de esfuerzos e incluso en aplicaciones de mecánica de la fractura, el BEM genera mejores resultados.

Las soluciones singulares fundamentales utilizadas en la construcción de las ecuaciones integrales de frontera obedecen la condición de irradiación al infinito. Esto es especialmente apropiado para el estudio de presas donde es usual

considerar al subsuelo y el embalse como medios seminfinitos. Lo anterior es válido, si el fondo del embalse puede idealizarse como plano y la relación largo-profundidad es mayor que 5 (Bustamante *et al.*, 1963).

Dentro de los aspectos técnicos de cálculo, el BEM presenta la ventaja de requerir menor cantidad de memoria y ser computacionalmente eficiente (Chen y Zhou, 1992). Sin embargo, aunque el sistema de ecuaciones es compacto, éste forma una matriz densa y no simétrica.

Los términos de método de ecuaciones integrales de frontera (BIEM), introducido por Cruse (1973), y método de elementos de frontera (BEM), acuñado por Banerjee y Butterfield (1981) y Brebbia y Domínguez (1984) se refieren a la implantación numérica de la formulación integral. Este último término es el más utilizado.

De los dos tipos de enfoques del BEM, el enfoque *directo* ha recibido la mayor atención en la literatura. Sin embargo, algunos investigadores han encontrado ventajas en la formulación *indirecta* (e.g. O'Brien y Geers, 1989). En términos prácticos, en el enfoque *directo* interviene solamente una ecuación integral, en contraste con la formulación *indirecta* donde aparecen dos. No obstante, las ecuaciones integrales y sus propiedades matemáticas en esta última formulación han sido mejor estudiadas (Rizzo, 1989).

El método *indirecto* de ecuaciones integrales de frontera permite representar las ondas difractadas en la presa empleando ecuaciones integrales de frontera de capa simple. A diferencia de otros métodos similares, (e.g. Sánchez-Sesma y Esquivel, 1979; Sánchez-Sesma y Rosenblueth, 1979; Bravo *et al.*, 1988), las fuentes se localizan exactamente en la frontera. De la discretización de las ecuaciones correspondientes a las condiciones de frontera se genera un sistema lineal de ecuaciones que se resuelve directamente para las fuerzas

ficticias. Así, la incertidumbre acerca de la localización de las fuentes se elimina. Este enfoque fue motivado por la combinación de las formulaciones integrales de frontera y el método del número de onda discreto (*e.g.* Bouchon, 1985; Kawase, 1988, Kawase y Aki, 1989). Tal combinación es especialmente atractiva ya que las singularidades de las funciones de Green no se presentan en cada uno de los términos de la expansión del número de onda discreto. Sin embargo, se requiere de grandes recursos de cómputo. En este procedimiento alternativo se considera que, cuando las funciones de Green son explícitas, las singularidades son integrables (*e.g.* Brebbia, 1978; Banerjee y Butterfield, 1981). El campo difractado se representa con la superposición de la irradiación proveniente de las fuentes en la frontera empleando las expresiones exactas de las funciones de Green en dos dimensiones para un medio elástico sin fronteras. Dicha superposición es precisamente la interpretación física del principio de Huygens.

2.1 ECUACIONES DE MOVIMIENTO

En este estudio bidimensional se considera que:

- a) El material que constituye la presa y el subsuelo es elástico-lineal, homogéneo e isotrópico.
- b) El líquido es compresible, pero su viscosidad interna es despreciable.
- c) El movimiento de la presa, el suelo y el fluido se limita a pequeñas amplitudes. Los efectos de las ondas en la superficie libre y los gravitatorios son ignorados.

Las ecuaciones básicas de la elastodinámica lineal (Pao y Mow, 1973) son:

i) *ecuaciones del movimiento*

$$\sigma_{i,j,i} + \rho b_j = \rho \ddot{u}_j \quad (2.1)$$

ii) relaciones cinemáticas

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.2)$$

iii) leyes constitutivas

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (2.3)$$

donde $u_i(\mathbf{x},t)$ es el vector de desplazamientos en el punto \mathbf{x} al tiempo t , σ_{ij} y ε_{ij} son los tensores de esfuerzos y deformaciones, respectivamente; λ y μ son las constantes de Lamé y ρ es la densidad de masa. Las ecuaciones se refieren a un sistemas de coordenadas cartesianas ($i,j=1,2,3$) donde se emplea notación indicial (convención de suma para subíndices repetidos; las comas indican derivación espacial; y los puntos derivadas temporales). La delta de Kronecker δ_{ij} se define como igual a la unidad si $i=j$ y cero si $i \neq j$.

Combinando las ecs 2.1 y 2.3 se genera la ecuación de Navier

$$(\lambda + \mu) u_{i,ij} + \mu u_{j,iii} + \rho b_j = \rho \ddot{u}_j \quad (2.4)$$

que es la ecuación gobernante para un sólido elástico, isotrópico y homogéneo de volumen Ω y superficie Γ .

Definiendo la velocidad de propagación de las ondas compresionales y de cortante en un sólido por

$$\alpha^2 = \frac{(\lambda+2\mu)}{\rho} \quad (2.5)$$

$$\beta^2 = \frac{\mu}{\rho}$$

respectivamente, la ec 2.4 se puede escribir como

$$(\alpha^2 - \beta^2)u_{i,ii} + \beta^2 u_{i,ii} + b_j = \ddot{u}_j \quad (2.6)$$

Estas ecuaciones están sujetas a las condiciones iniciales $u_i(x,0) = u_i^0$, $\dot{u}_i(x,0) = \dot{u}_i^0$ en el dominio Ω con condiciones de frontera

$$\begin{aligned} u_i(x,t) &= 0, & x \in \Gamma_1 \\ t_i(x,t) = \sigma_{ij} n_j &= 0, & x \in \Gamma_2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

en $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$. Aquí, Γ_1 y Γ_2 se refieren a las superficies donde se asignan los desplazamientos y tracciones (t_i), respectivamente; y $n_j(x)$ es el vector normal que apunta hacia afuera del volumen. Asimismo, se acepta que los desplazamientos y las derivadas de segundo orden son continuas, excepto en los frentes de onda de propagación (Manolis y Beskos, 1988).

De acuerdo con el teorema de Helmholtz, cualquier campo de desplazamientos se puede expresar como la suma del gradiente de un campo escalar ϕ y el rotacional de un campo vectorial ψ_i

$$u_i = \phi_{,i} + \epsilon_{ijkl} \psi_{k,j} \quad (2.8)$$

donde el tensor alternado ϵ_{ijkl} es +1 cuando los subíndices están en orden cíclico (123, 231, 312), -1 cuando están en orden acíclico (321, 213, 132), y 0 cuando dos subíndices son iguales. $\psi_{k,k} = 0$.

Sustituyendo la representación potencial para u_i en la ecuación de movimiento (2.6), ésta se puede escribir en términos de las derivadas de los componentes del desplazamiento, despreciando las fuerzas de cuerpo, como:

$$\begin{aligned} \alpha^2 \nabla^2 \phi &= \ddot{\phi} \\ \beta^2 \nabla^2 \psi_i &= \ddot{\psi}_i \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde ∇^2 es el operador Laplaciano.

El teorema de Lamé (*e.g.* Aki y Richards, 1980) garantiza que cada solución de la ec 2.6 está contenida en las expresiones anteriores. Además, solamente hay dos tipos de onda en un sólido elástico sin fronteras; uno dado por el campo escalar ϕ propagándose a una velocidad α y el otro dado por el campo vectorial ψ propagándose con velocidad β . La primera se refiere a las ondas P o compresionales con el vector de desplazamientos paralelo al vector normal al frente de onda. La segunda corresponde a las ondas S o de cortante donde el vector de desplazamientos es perpendicular al vector normal al frente de onda. Por conveniencia se polarizan en ondas SH , contenidas en un plano horizontal perpendicular a un eje vertical, y en ondas SV , paralelas al plano vertical. En el presente trabajo se estudia únicamente la incidencia vertical de ondas SV , las cuales actúan sobre el plano de la cortina de la presa. Así la solución en la interfaz embalse-semiespacio corresponde a la de campo libre.

2.2 FORMULACIÓN INDIRECTA DE ECUACIONES INTEGRALES DE FRONTERA EN ELASTODINÁMICA

Las formulaciones de ecuaciones integrales en elastodinámica se basan generalmente en la aplicación del teorema dinámico de reciprocidad (*e.g.* Dravinski, 1989). Sin embargo, también es posible emplear el método de las funciones de Green, el principio variacional, o los residuos pesados (*e.g.* Manolis y Beskos, 1988). En todos estos casos las soluciones fundamentales de las correspondientes ecuaciones diferenciales parciales son el ingrediente del método. Una vez que se tiene una representación integral se puede generar un sistema de ecuaciones integrales a partir de las condiciones de frontera. Posteriormente se discretiza la superficie y el subsiguiente procesamiento numérico de las ecuaciones integrales genera el método de los elementos de frontera (BEM).

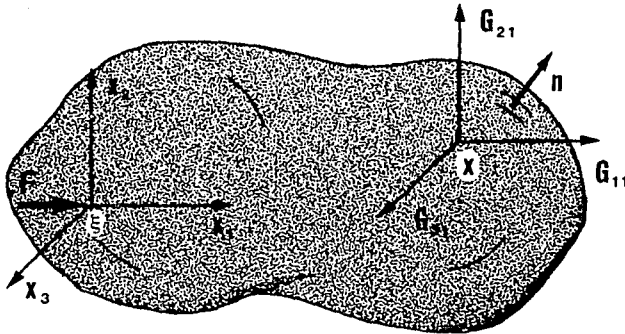


Fig 2.1 Desplazamientos en un punto x de un sólido de volumen Ω delimitado por la frontera Γ , donde se aplica una fuerza en el punto ξ , en la dirección 1. Las funciones de Green describen los desplazamientos del punto x en cualquier dirección.

Considérese el movimiento de un sólido elástico-lineal, homogéneo e isótropo de volumen Ω delimitado por su frontera Γ , la cual no necesariamente es cerrada, sujeto a fuerzas de cuerpo $b_i(\xi, t)$ y condiciones iniciales nulas (véase fig 2.1). Introduciendo fuentes ficticias de densidad $\phi_i(\xi, t)$ en Γ , los campos de desplazamientos y tracciones se pueden escribir, (Banerjee y Butterfield, 1981), como

$$\begin{aligned}
 u_i(\mathbf{x}, t) &= \int_{\Gamma} G_{ij}(\mathbf{x}, \xi) * \phi_j d\Gamma_{\xi} + \int_{\Omega} G_{ij}(\mathbf{x}, \xi) * b_j d\Omega_{\xi} \\
 t_j(\mathbf{x}, t) &= \int_{\Gamma} T_{ij}(\mathbf{x}, \xi) * \phi_j d\Gamma_{\xi} + \int_{\Omega} T_{ij}(\mathbf{x}, \xi) * b_j d\Omega_{\xi}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

donde (*) indica la integral de convolución en el dominio del tiempo. $G_{ij}(\mathbf{x}, \xi)$ es la función de Green que indica el desplazamiento en la dirección i en el punto

punto \mathbf{x} debido a la aplicación de una carga unitaria en la dirección j en el punto ξ . $T_{ij}(\mathbf{x}, \xi)$ es la tracción de la función de Green, ésto es, la tracción en la dirección i en el punto \mathbf{x} sobre la frontera con normal \mathbf{n} , debida a la aplicación de una carga unitaria en la dirección j aplicada en ξ . En las ecs 2.10, se acepta que estas integrales de frontera son válidas en el sentido del valor principal de Cauchy.

Si se permite al punto \mathbf{x} acercarse a la frontera desde adentro de Γ , las expresiones 2.10 se transforman en las siguientes ecuaciones integrales de frontera

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{x}, t) &= \int_{\Gamma} G_{ij} * \phi_j d\Gamma_{\xi} + \int_{\Omega} G_{ij} * b_j d\Omega_{\xi} \\ t_j(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{2} \phi_j(\mathbf{x}, t) + \int_{\Gamma} T_{ij} * \phi_j d\Gamma_{\xi} + \int_{\Omega} T_{ij} * b_j d\Omega_{\xi} \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde se supone que \mathbf{x} no está en una esquina o filo de Γ .

Transformando el problema al dominio de la frecuencia y aceptando que la incidencia del movimiento tiene dependencia armónica con el tiempo del tipo $e^{i\omega t}$ (es decir $u_i(\mathbf{x}, t) = u_i(\mathbf{x}, \omega) e^{i\omega t}$), donde ω es la frecuencia circular e i es la unidad imaginaria, los desplazamientos y tracciones se pueden expresar, respectivamente (Sánchez-Sesma y Campillo, 1991), como

$$u_i(\mathbf{x}) = \int_{\Gamma} \phi_j(\xi) G_{ij}(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_{\xi} + \int_{\Omega} b_j(\xi) G_{ij}(\mathbf{x}, \xi) d\Omega_{\xi} \quad (2.12)$$

$$t_j(\mathbf{x}) = c \phi_j(\xi) + \int_{\Gamma} \phi_j(\xi) T_{ij}(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_{\xi} + \int_{\Omega} b_j(\xi) T_{ij}(\mathbf{x}, \xi) d\Omega_{\xi} \quad (2.13)$$

donde el coeficiente c se define por

$$c = \begin{cases} 1/2 & \text{si } x \rightarrow \Gamma^+ \\ 0 & \text{si } x \notin \Gamma \\ -1/2 & \text{si } x \rightarrow \Gamma^- \end{cases} \quad (2.14)$$

En las expresiones anteriores $\phi_j d\Gamma$ es la distribución de fuerzas en la frontera; Γ^+ y Γ^- indican que el punto tiende a la frontera desde dentro y fuera de ella, respectivamente. Este tipo de representación integral de capa simple ha sido estudiada por Kupradze (1963). El demostró que si $\phi_j(\xi)$ es continuo a lo largo de Γ , entonces el campo de desplazamientos será continuo a través de Γ .

2.3 FUNCIONES DE GREEN EN DOS DIMENSIONES EN UN ESPACIO SIN FRONTERAS

Una vez definidas las ecuaciones integrales es necesario conocer las funciones y tracciones de Green, las cuales permiten calcular los desplazamientos y esfuerzos, respectivamente, en cualquier punto de la presa dados sus valores en las fronteras.

En un medio elástico-lineal, homogéneo e isótropo sin fronteras las funciones de Green para una dependencia armónica se pueden expresar (Sánchez-Sesma y Campillo, 1991) como

$$G_{ij} = -\frac{i}{8\rho} [\delta_{ij} A - (2\gamma_{ij} - \delta_{ij}) B] \quad i, j = 1, 3 \quad (2.15)$$

$$G_{22} = -\frac{i}{4\rho} H_0^{(2)}(kr) \frac{l}{\beta^2}$$

donde

$$A = \frac{H_0^{(2)}(qr)}{\alpha^2} + \frac{H_0^{(2)}(kr)}{\beta^2}$$

$$B = \frac{H_2^{(2)}(qr)}{\alpha^2} - \frac{H_2^{(2)}(kr)}{\beta^2}$$
(2.16)

y las tracciones de Green

$$T_{1j} = \frac{i\mu}{2\rho r} \left\{ \left[B + \frac{\lambda D(qr)}{2\mu\alpha^2} \right] \gamma_i n_j + \left[B + \frac{D(kr)}{2\beta^2} \right] (\gamma_i n_j + \gamma_k n_k \delta_{ij}) + (C - 4B) \gamma_i \gamma_j \gamma_k n_k \right\}$$

$$T_{22} = \frac{i}{4r} D(kr) \gamma_k n_k$$
(2.17)

definiéndose

$$C = \frac{D(qr)}{\alpha^2} - \frac{D(kr)}{\beta^2}$$
(2.18)

$$D(s) = s H_1^{(2)}(s)$$

donde ρ es la densidad de masa, $k=\omega/\beta$ es el número de onda S , $q=\omega/\alpha$ es el número de onda P , $\gamma_j=(x_j-\varepsilon_j)/r$, $r^2 = (x_1-\varepsilon_1)^2 + (x_3-\varepsilon_3)^2$, $H_m^{(2)}(\cdot)$ es la función de Hankel de segunda especie y orden m , y s es un argumento que puede ser el número de onda k o q .

En este trabajo se empleará indistintamente para los ejes coordenados $x_1=x$, $x_2=y$ y $x_3=z$. Los términos G_{22} y T_{22} corresponden a las ondas SH , mientras que G_{ij} y T_{ij} , para $i,j=1,3$ se asocian con una fuerza unitaria en el plano con dirección j .

Las ecs 2.15 a 2.18 permiten una visión directa de las singularidades en el punto de aplicación de la fuerza. En ellas la singularidad de los desplazamientos es logarítmica. Esto se puede observar del comportamiento de las funciones de

Hankel para pequeños argumentos (e.g. Abramowitz y Stegun, 1972). Por su parte, en las tracciones la singularidad es explícitamente de la forma $1/r$, debido que para un argumento nulo se tendrán las formas límites

$$D = \frac{2i}{\pi}$$
$$C = 2B = \frac{2i}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2} \right) \quad (2.19)$$

En particular, cuando la frecuencia tiende a cero las ecs 2.15 y 2.17 se reducen al caso estático (e.g. Love, 1944).

3. MODELADO DE LA INTERACCIÓN HIDRODINÁMICA

La formulación del método de elementos de frontera en una presa, como la mostrada en la fig 3.1, requiere satisfacer las condiciones de continuidad de desplazamientos y tracciones entre regiones. En cada una de estas condiciones se establece una ecuación integral, dada por la superposición de contribuciones de las fuentes ficticias colocadas en la frontera, para el punto en estudio. Con el conjunto de ecuaciones integrales de frontera se establece un sistema lineal de ecuaciones. Al resolver este sistema se determinan las fuerzas ficticias, con las que es posible calcular los desplazamientos y esfuerzos en los puntos de interés de la presa.

Así, subdividiendo el modelo en las zonas correspondientes al semiespacio (E), la presa (R) y el agua (A), y considerando únicamente incidencia vertical de ondas de corte SV , se deberán de satisfacer las siguientes condiciones contorno:

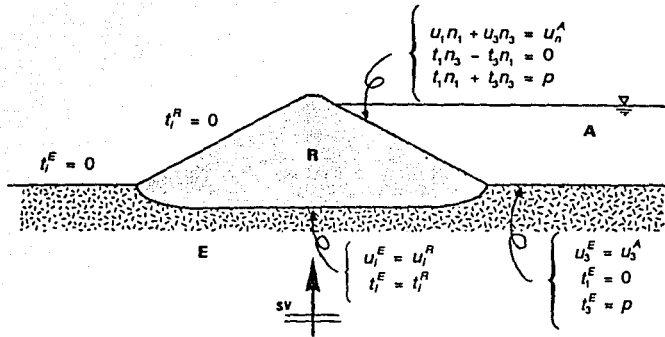


Fig 3.1 Modelo de la interacción de una presa homogénea, elástica-lineal e isotrópica. (E) semiespacio; (R) cortina de la presa; (A) embalse.

- 1) En superficie libre las tracciones en la región E deben ser nulas

$$t_i^E = 0 \quad (3.1)$$

- 2) En la frontera entre el semiespacio y la cortina de la presa deberá existir continuidad de desplazamientos y tracciones

$$u_i^E = u_i^R \quad (3.2)$$

$$t_i^E = t_i^R \quad (3.3)$$

- 3) Entre la frontera del semiespacio y el líquido los desplazamientos en la dirección vertical (x_3) son iguales.

$$u_3^E = u_3^A \quad (3.4)$$

Asimismo, las tracciones serán nulas en la dirección x_1 e iguales a la presión del líquido en la dirección vertical x_3

$$\begin{aligned} t_1^E &= 0 \\ t_3^E &= p \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde se adopta la convención de que las presiones son positivas en compresión.

- 4) Las tracciones son nulas en el contacto de la cortina (región R) con superficie libre

$$t_i^R = 0 \quad (3.6)$$

- 5) En la interfaz entre la cortina y el fluido se tendrá

- i) continuidad de desplazamientos normales

$$u_i n_i = u_n^A \quad (3.7)$$

- ii) cortante nulo en la interfaz del paramento mojado

$$(\delta_{ij} - n_i n_j) t_j = 0 \quad (3.8)$$

- iii) las tracciones en el sólido, perpendiculares al paramento mojado, se equilibran con la presión del líquido actuante.

$$t_i n_i = -p \quad (3.9)$$

- 6) Sobre la superficie libre del agua la presión es nula

$$p = 0 \quad (3.10)$$

3.1 FORMULACIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES INTEGRALES DE FRONTERA

Las condiciones de frontera enunciadas (ecs 3.1 a 3.10) pueden expresarse en términos de ecuaciones integrales de frontera para los desplazamientos y tracciones (ecs 2.12 y 2.13). En ellas debe definirse la frontera Γ donde son válidas las funciones y tracciones de Green, así como los dominios para x y ξ en cada caso. Así, la interacción dinámica cortina-semiespacio-líquido queda descrita por un sistema lineal de ecuaciones para las fuerzas ficticias ϕ_i .

Resuelto el sistema se determinan los desplazamientos, tracciones y/o presiones en los puntos de interés al sustituir las fuerzas ficticias en las expresiones 2.12 y 2.13, respectivamente.

En los siguientes incisos se plantean las ecuaciones integrales de frontera para cada una de las condiciones de continuidad de tracciones y desplazamientos entre fronteras citadas.

3.1.1 Ecuaciones integrales de frontera entre las regiones del semiespacio y la cortina de la presa (E-R)

Cuando una onda incidente entra en contacto con una irregularidad topográfica o con una interfaz entre medios distintos se genera un campo de ondas difractadas. Entonces, el campo total de desplazamientos se puede representar como la superposición del campo libre, u_i^0 , y difractado u_i^d

$$u_i^E = u_i^0 + u_i^d \quad (3.11)$$

Aquí, el campo libre es la solución del problema en ausencia de la presa. En la dirección vertical será nulo y en la horizontal se representa por

$$u_1^0 = 2 u_0 \cos \frac{\omega x_3}{\beta} e^{i\omega t} \quad (3.12)$$

donde u_0 es la amplitud inicial del campo. Obsérvese, que en superficie libre el campo libre se duplica ($u_1^0 = 2u_0$).

3.1.1.a Desplazamientos en la Interfaz semiespacio-cortina (E-R)

El campo difractado en la interfaz semiespacio-cortina (ec 2.12), despreciando las fuerzas de cuerpo, queda descrito por

$$u_i^d(\mathbf{x}) = \int_{\Gamma_E} \phi_j(\xi) G_{ij}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi \quad (3.13)$$

donde la integral de superficie se efectúa sobre la superficie de la región E , (Γ_E). G_{ij}^E representa la función de Green en dicha frontera, y $\phi_j d\Gamma$ es la distribución de fuerzas para este contorno. \mathbf{x} es un punto en la interfaz ($\mathbf{x} \in \Gamma_{(E \cap R)}$) y ξ es un punto de la región en estudio ($\xi \in \Gamma_E$).

De manera análoga, en la interfaz entre cortina y semiespacio el campo de desplazamientos es

$$u_i^R(\mathbf{x}) = \int_{\Gamma_R} \psi_j(\xi) G_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi \quad (3.14)$$

donde R representa a la región de la cortina de la presa y $\psi_j d\Gamma$ es la distribución de fuerzas en la frontera R . $\mathbf{x} \in \Gamma_{(E \cap R)}$ y $\xi \in \Gamma_R$.

Aplicando la continuidad de desplazamientos en la interfaz semiespacio-cortina ($E-R$) (ec 3.2), en combinación con las ecs 3.12 y 3.13, se obtiene la siguiente ecuación integral de frontera al sustituir en la ec 3.11

$$\int_{\Gamma_R} \phi_j(\xi) G_{ij}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi - \int_{\Gamma_R} \psi_j(\xi) G_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = -u_j^0(\mathbf{x}) \quad (3.15)$$

aquí el punto \mathbf{x} se encuentra en la interfaz $E \cap R$, $\xi \in \Gamma_E$ en la primera integral y $\xi \in \Gamma_R$ en la segunda. De esta forma, la ec 3.15 representa el primer bloque del sistema de ecuaciones integrales.

3.1.1.b Tracciones nulas en la superficie libre del semiespacio

De la condición de tracciones nulas en la superficie libre de la región E (ec 3.1) se tiene

$$t_i^E = t_i^0 + t_i^d = 0 \quad (3.16)$$

nuevamente, despreciando las fuerzas de cuerpo en la ec 2.13, la expresión anterior se puede reescribir en términos de una ecuación integral singular de Fredholm de segunda especie para las fuentes en la frontera

$$\frac{1}{2} \delta_{ij} \phi_j(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_R} \phi_j(\xi) T_{ij}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = -t_i^0(\mathbf{x}) \quad (3.17)$$

donde la constante c se sustituyó de acuerdo a la definición 2.14, \mathbf{x} es un punto que recorre la superficie libre del semiespacio y ξ es un punto sobre la frontera E ($\xi \in \Gamma_E$). En esta ecuación, por ser frontera libre, las tracciones de campo libre serán nulas ($t_i^0(\mathbf{x}) = 0$).

3.1.1.c Tracciones en la interfaz semiespacio-cortina (E-R)

De la condición de continuidad de tracciones en la interfaz $E-R$ (ec 3.3) y tomando en cuenta que

$$t_i^E = t_i^o + t_i^d \quad (3.18)$$

se puede obtener la siguiente representación integral de frontera

$$\frac{1}{2} \delta_{ij} \phi_j(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_r} \phi_j(\xi) T_{ij}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi + \frac{1}{2} \delta_{ij} \psi_j(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma_n} \psi_j(\xi) T_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = -t_i^o(\mathbf{x}) \quad (3.19)$$

donde \mathbf{x} es un punto en la cimentación de la cortina de la presa, $\mathbf{x} \in \Gamma_{(E \cap R)}$ y el punto ξ recorre la frontera E o R , según el caso.

3.1.1.d Tracciones nulas en la superficie libre de la cortina de la presa (R)

La ec 3.6 indica la nulidad de tracciones en la superficie libre de la cortina de la presa. De manera similar a lo expuesto en 3.1.1.b se tendrá la siguiente ecuación integral

$$-\frac{1}{2} \delta_{ij} \psi_j(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_r} \psi_j(\xi) T_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = 0 \quad (3.20)$$

donde \mathbf{x} es un punto sobre la frontera libre de la cortina y ξ es un punto de contorno de la cortina, $\xi \in \Gamma_R$. El signo negativo de 1/2 se debe a que el vector normal \mathbf{n} en el punto \mathbf{x} apunta hacia dentro de la región R .

3.1.2 Ecuaciones integrales de frontera entre las regiones del semiespacio (E) y la cortina de la presa (R) en contacto con el fluido (A)

En la interacción hidrodinámica el campo correspondiente al fluido es escalar y sus presiones se calculan como

$$p = \int_{\Gamma_A} \chi(\xi) G^A(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi \quad (3.21)$$

donde la integración se efectúa sobre el contorno de la región A, (Γ_A). G^A representa la función de Green escalar calculada en el punto \mathbf{x} para una fuente lineal de presión aplicada en el punto ξ dentro de la región del agua ($\xi \in \Gamma_A$); $\chi d\Gamma_A$ es la distribución de fuentes para esta frontera.

Por otra parte, haciendo un equilibrio dinámico de fuerzas en la dirección normal \mathbf{n} , se tiene

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_A \frac{\partial^2 u_n^A}{\partial t^2} \quad (3.22)$$

en esta ecuación u_n^A es el desplazamiento normal, ρ_A es la densidad del agua y $\partial^2 u_n^A / \partial t^2$ es la aceleración normal, (a_n^A); pero

$$a_n^A = -\omega^2 u_n^A \quad (3.23)$$

sustituyendo en la ec 3.21 se obtiene

$$u_n^A = \frac{1}{\rho_A \omega^2} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (3.24)$$

entonces, empleando la ec 3.20, los desplazamientos normales serán

$$u_n^A(\mathbf{x}) = \frac{1}{\rho_A \omega^2} \left[\frac{1}{2} \chi(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_A} \chi(\xi) \frac{\partial G^A(\mathbf{x}, \xi)}{\partial n} d\Gamma_\xi \right] \quad (3.25)$$

3.1.2.a Desplazamientos en la Interfaz semiespacio-líquido (E-A)

En la dirección vertical (x_3) de la zona de contacto aguas arriba entre el semiespacio y el embalse (E-A) se deberá cumplir la condición de continuidad de desplazamientos

$$u_3^E - u_3^A = 0 \quad (3.26)$$

o bien, empleando la representación integral (del tipo de la ec 3.13) y los desplazamientos en el líquido de la ec 3.25, se tendrá

$$\int_{\Gamma_r} \phi_j(\xi) G_{sj}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi - \frac{1}{\rho_A \omega^2} \left[-\frac{1}{2} \chi(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_A} \chi(\xi) \frac{\partial G^A(\mathbf{x}, \xi)}{\partial n} d\Gamma_\xi \right] = 0 \quad (3.27)$$

donde \mathbf{x} está en la interfaz del fondo del vaso ($\mathbf{x} \in \Gamma_{(E \cap A)}$), ξ es un punto sobre la frontera del semiespacio ($\xi \in \Gamma_E$) o sobre la frontera del embalse ($\xi \in \Gamma_A$) en la primera y segunda integral, respectivamente. El signo negativo del término de la función $\chi(\mathbf{x})$ se debe a que el vector normal en el punto \mathbf{x} apunta hacia dentro de la región del líquido.

Nótese que el campo de desplazamientos incidente no aparece en las ec 3.26 y 3.27 debido a la incidencia normal (vertical) de ondas SV.

3.1.2.b Tracciones en la interfaz semiespacio-líquido (E-A)

Por otra parte, en la dirección horizontal (x_1) las tracciones son nulas, y en la dirección vertical (x_3) éstas se equilibran con las presiones del fondo líquido (ec 3.5)

$$\begin{aligned} t_1^E &= 0 \\ t_3^E - p &= 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

que adoptan la representación integral

$$\frac{1}{2} \delta_{1j} \phi_j(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma_r} \phi_j(\xi) T_{1j}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{1}{2} \delta_3 \phi_j(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_E} \phi_j(\xi) T_{3j}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi - \int_{\Gamma_A} \chi(\xi) G^A(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = 0 \quad (3.30)$$

respectivamente, donde $\mathbf{x} \in \Gamma_{(E \cap A)}$ y $\xi \in \Gamma_E$ cuando la integral se hace sobre la frontera del semiespacio y $\xi \in \Gamma_A$ cuando esta es sobre el contorno del embalse.

3.1.2.c Desplazamientos en la interfaz cortina-líquido (R-A)

Sobre el paramento mojado los desplazamientos entre cortina y fluido deben ser iguales (ec 3.7). De manera similar a lo expuesto anteriormente se construye la siguiente expresión integral de frontera

$$\int_{\Gamma_A} \psi_j(\xi) G_j^R(\mathbf{x}, \xi) n_j d\Gamma_\xi - \frac{1}{\rho_A \omega^2} \left[\frac{1}{2} \chi(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_A} \chi(\xi) \frac{\partial G^A(\mathbf{x}, \xi)}{\partial n} d\Gamma_\xi \right] = 0 \quad (3.31)$$

donde $\mathbf{x} \in \Gamma_{(R \cap A)}$, $\xi \in \Gamma_R$ en la primera integral y $\xi \in \Gamma_A$ en el término correspondiente al fluido. Obsérvese que el signo de 1/2 es positivo debido a que \mathbf{n} apunta hacia dentro de la estructura de la cortina.

3.1.2.d Tracciones en la interfaz cortina-líquido (R-A)

La condición de cortante nulo en la dirección tangencial al paramento mojado (ec 3.8) implica que

$$t_3 n_3 - t_3 n_1 = 0 \quad (3.32)$$

o bien,

$$-\frac{1}{2}\psi_A(\mathbf{x})n_i' + \int_{\Gamma_R} \psi_j(\xi) T_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) n_j' d\Gamma_\xi = 0 \quad (3.33)$$

donde n_i' es un vector perpendicular a n_i

En la dirección normal al paramento mojado se debe satisfacer la ec 3.9, es decir

$$-\frac{1}{2}\psi_A(\mathbf{x})n_i + \int_{\Gamma_R} \psi_j(\xi) T_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) n_j d\Gamma_\xi + \int_{\Gamma_A} \chi(\xi) G^A(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = 0 \quad (3.34)$$

En las ecs. 3.33 y 3.34 $\mathbf{x} \in \Gamma_{(R \cap A)}$, $\xi \in \Gamma_R$ cuando la integral es sobre la frontera de la cortina y $\xi \in \Gamma_A$ cuando se trata la frontera del embalse.

3.1.2.e Presiones nulas en la superficie libre del líquido

Para satisfacer esta condición se requiere el empleo de fuentes imagenes negativas en el cálculo de las funciones de Green en el agua, tal como se ilustra en la fig 3.2. Estas imagenes son simétricas con respecto a la superficie libre del agua, por lo que sus valores al superponerse se anulan en dicha superficie.

3.1.3 Sistema de ecuaciones Integrales de frontera para la Interacción cortina-semiespacio-líquido

Las ecuaciones resultantes de los incisos 3.1.1 y 3.1.2 forman un sistema lineal de ecuaciones integrales de frontera, que por facilidad se resume a continuación.

$$\int_{\Gamma_r} \phi_j(\xi) G_{ij}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi - \int_{\Gamma_r} \psi_j(\xi) G_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = -u_j^0(\mathbf{x}) \quad (3.15)$$

$$\frac{1}{2} \delta_{ij} \phi_j(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_r} \phi_j(\xi) T_{ij}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = -t_j^0(\mathbf{x}) \quad (3.17)$$

$$\frac{1}{2} \delta_{ij} \phi_j(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_r} \phi_j(\xi) T_{ij}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi + \frac{1}{2} \delta_{ij} \psi_j(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma_r} \psi_j(\xi) T_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = -t_j^0(\mathbf{x}) \quad (3.19)$$

$$-\frac{1}{2} \delta_{ij} \psi_j(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_r} \psi_j(\xi) T_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = 0 \quad (3.20)$$

$$\int_{\Gamma_r} \phi_j(\xi) G_{3j}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi - \frac{1}{\rho_A \omega^2} \left[-\frac{1}{2} \chi(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_r} \chi(\xi) \frac{\partial G^A(\mathbf{x}, \xi)}{\partial n} d\Gamma_\xi \right] = 0 \quad (3.27)$$

$$\frac{1}{2} \delta_{ij} \phi_j(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma_r} \phi_j(\xi) T_{ij}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{1}{2} \delta_{3j} \phi_j(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_r} \phi_j(\xi) T_{3j}^E(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi - \int_{\Gamma_r} \chi(\xi) G^A(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = 0 \quad (3.30)$$

$$\int_{\Gamma_r} \psi_j(\xi) G_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) n_i d\Gamma_\xi - \frac{1}{\rho_A \omega^2} \left[\frac{1}{2} \chi(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_r} \chi(\xi) \frac{\partial G^A(\mathbf{x}, \xi)}{\partial n} d\Gamma_\xi \right] = 0 \quad (3.31)$$

$$-\frac{1}{2} \psi_j(\mathbf{x}) n_j + \int_{\Gamma_r} \psi_j(\xi) T_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) n_i d\Gamma_\xi = 0 \quad (3.33)$$

$$-\frac{1}{2} \psi_j(\mathbf{x}) n_j + \int_{\Gamma_r} \psi_j(\xi) T_{ij}^R(\mathbf{x}, \xi) n_i d\Gamma_\xi + \int_{\Gamma_r} \chi(\xi) G^A(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi = 0 \quad (3.34)$$

3.2 DISCRETIZACIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES

Para resolver el problema numéricamente se requiere discretizar el sistema de ecuaciones integrales de frontera anterior (3.1.3). En la fig 3.2 se ejemplifica esta discretización para el modelo de presa de tierra (fig 3.1), las fuentes se distribuyen a lo largo de todo el contorno. Asimismo, se muestran las fuentes ficticias para garantizar la condición de superficie libre del agua.

A manera de ilustración se estudia la discretización de la ec 3.17. El término izquierdo de esta expresión se discretiza a lo largo de una parte finita de la frontera Γ_E , la cual incluye a la cortina, una parte del embalse y una zona plana aguas abajo (veáse la fig 3.3). Se ha observado, que si la extensión total de discretización es tres o cinco veces la longitud de la interfaz entre cortina y semiespacio, se obtienen buenos resultados para las frecuencias estudiadas.

Para poder tener una representación discretizada confiable, el intervalo de muestreo, Δs , se toma como una fracción de la longitud de onda, λ . Entonces, si se incrementa la frecuencia, λ disminuye y el número de segmentos en estudio crece. Así, el BEM aumenta su costo a frecuencias mayores. Por otra parte, debido a que λ depende de la velocidad de propagación de las ondas S en el medio, en cada región de la presa se tendrán diferentes intervalos de muestreo. Asimismo, el número total de intervalos dependerá también de las dimensiones de la presa en estudio.

De esta forma en la ec 3.17, suponiendo que las fuerzas ficticias, $\phi_j(\xi)$, son constantes sobre todos los segmentos de discretización de la frontera y centrado el punto x en el intervalo Δs , se obtiene un conjunto de ecuaciones lineales dado por

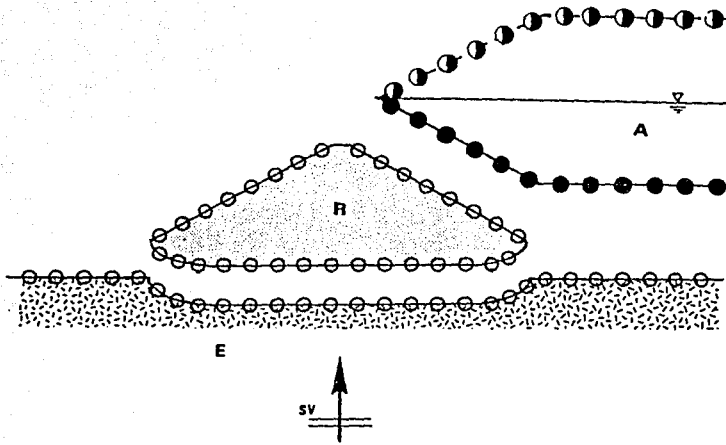


Fig 3.2 Distribución de fuentes en la frontera de las regiones de la presa mostrada en la Fig 3.1. En la región del líquido (A) se ilustran las fuentes ficticias que garantizan presiones nulas en la superficie del agua.

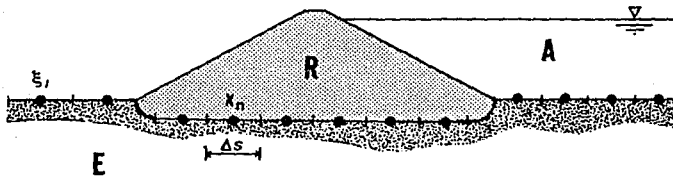


Fig 3.3 Representación descriptiva de la discretización del BEM sobre las fronteras de una presa.

$$\frac{1}{2} \delta_{ij} \phi_j(\mathbf{x}_n) + \sum_{j=1}^{NBPE} \left[\phi_j(\xi_{ij}) \int_{\xi_{ij} - \frac{\Delta s}{2}}^{\xi_{ij} + \frac{\Delta s}{2}} T_{ij}^E(\mathbf{x}_n, \xi_{ij}) d\Gamma_{\xi} \right] \quad (3.35)$$

donde NBPE es el número de puntos sobre la frontera E; \mathbf{x}_n es el punto de la frontera en estudio, la cual se subdivide en NBPI puntos ($n=1, \dots, NBPI$); ξ_{ij} son los puntos sobre toda la frontera E que contribuyen sobre \mathbf{x}_n .

Cuando $\mathbf{x}_n = \xi_{ij}$, el integrando en la ec 3.35 es función singular impar en el intervalo y el valor principal de Cauchy de la integral es *cero*, por lo que sólo permanece el llamado término libre

$$\frac{1}{2} \delta_{ij} \phi_j(\mathbf{x}_n) \quad (3.36)$$

Este valor de la tracción t_{ij} puede interpretarse como la mitad de la fuerza aplicada en el punto. Es decir, que la fuerza se distribuye simétricamente en los dos medios, sin importar la dirección de aplicación. De hecho, este resultado corresponde a la solución estática (Sánchez-Sesma y Campillo, 1992).

Las dos ecuaciones anteriores se pueden resumir como

$$\sum_{j=1}^{NBPE} \phi_j(\xi_{ij}) t_{ij}^E(\mathbf{x}_n, \xi_{ij}) \quad (3.37)$$

donde

$$t_{ij}^E(\mathbf{x}_n, \xi_{ij}) = \begin{cases} \frac{1}{2} \delta_{ij} \delta_{ni} + \int_{\xi_{ij} - \frac{\Delta s}{2}}^{\xi_{ij} + \frac{\Delta s}{2}} T_{ij}^E(\mathbf{x}_n, \xi_{ij}) d\Gamma_{\xi} & , \text{ si } n \neq i \\ \frac{1}{2} \delta_{ij} & , \text{ si } n = i \end{cases} \quad (3.38)$$

Una vez conocido los valores $\phi_j(\mathbf{x}_i)$ el campo difractado se calcula como

$$u_i^d(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{NBPE} \phi_j(\xi_j) g_{ij}(\mathbf{x}_n, \xi_j) \quad (3.39)$$

donde

$$g_{ij}(\mathbf{x}_n, \xi_j) = \int_{\xi_j - \frac{\Delta s}{2}}^{\xi_j + \frac{\Delta s}{2}} G_{ij}(\mathbf{x}, \xi) d\Gamma_\xi \quad (3.40)$$

El cálculo de las integrales se hace numéricamente, empleando la fórmula de cuadratura gaussiana (e.g. Abramowitz y Stegun, 1972), excepto en el caso en que \mathbf{x} se encuentra en la vecindad de x_i para la cual se obtienen expresiones analíticas (e.g. Sánchez-Sesma y Campillo, 1991).

De manera similar es posible discretizar todas las ecs de 3.1.3. En resumen, el sistema de ecuaciones se puede representar como $\mathbf{M}\phi = \mathbf{b}$, donde \mathbf{M} es la matriz de coeficientes, \mathbf{b} el vector términos independientes (solución de campo libre) y ϕ es el vector de incógnitas (fuerzas ficticias). Así, redistribuyendo las ecs del inciso 3.1.3 y asignando una representación simplificada en la que G_{ij}^z y T_{ij}^z son la integral de funciones y tracciones de Green, respectivamente ($i, j=1, 3$ y Z es la región E, R o A), se tendrá esquemáticamente el producto de matrices que se muestra en la fig 3.4.

Resolviendo este sistema se determinan las fuerzas ficticias ϕ_i , ψ_i y χ . Con estos resultados será posible calcular desplazamientos, esfuerzos y/o presiones en cualquier punto de la presa.

4. SOLUCIÓN NUMÉRICA

Para corroborar la validez del método se comparan las presiones hidrodinámicas calculadas con otros procedimientos y el BEM para una presa rígida y líquido compresible (véase fig 4.1). Se estudia solamente movimiento horizontal de tipo armónico, $e^{i\omega t}$, de la cortina.

Las condiciones de frontera para este caso son tracciones nulas en el fondo del embalse, continuidad de esfuerzos en el paramento mojado y presión nula en la superficie libre del agua

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial n} &= -\rho_A a_n \\ p &= 0\end{aligned}\tag{4.1}$$

donde $a_n = a_1 n_1$; $a_1 = -\omega^2 e^{i\omega t}$, $a_3 = 0$. La formulación del método *indirecto* BEM es análoga a la descrita en el capítulo 3.

Como primera comparación se muestra, en la fig 4.2, las presiones hidrodinámicas calculadas sobre un paramento vertical con la solución analítica y el método expuesto para una frecuencia muy baja. En el apéndice A se presenta el desarrollo de la formulación exacta. Obsérvese que la distribución de la presión hidrodinámica obtenida con el BEM se aproxima bastante bien a la solución analítica. C_p es el coeficiente de presión definido como $C_p = p / (\rho_A a_x h_a)$, donde a_x es la componente horizontal de la aceleración y h_a es la altura del tirante de agua.

Además, es interesante observar la variación de las presiones hidrodinámicas con la frecuencia. En la fig 4.3 se muestran los resultados calculados con la solución analítica para una presa de 100m de altura y velocidad del líquido de 1440 m/s. Las presiones hidrodinámicas se obtuvieron para frecuencias de 0 a 2.5 Hz. Los valores de la parte imaginaria de las presiones para este rango de frecuencias son prácticamente despreciables.

Por otra parte, existe en la literatura la solución exacta cuando el paramento aguas arriba es inclinado y el líquido incompresible (e.g. Chwang, 1978). En la fig 4.4 se muestra la razonable aproximación del método para diferentes ángulos de talud. La línea punteada de la gráfica corresponde a la solución exacta, mientras que la línea llena es la solución obtenida con el BEM.

En la fig 4.5 puede observarse la comparación del BEM con la solución calculada por Zangar (1953) con un método aproximado de analogía eléctrica para diferentes tipos de paramento. Las ligeras diferencias son, en parte, atribuibles a errores de medición del método experimental de Zangar.

Estos resultados muestran que el método es capaz de reproducir algunas de las soluciones analíticas existentes. En el siguiente capítulo se presentan los resultados calculados para presas flexibles.

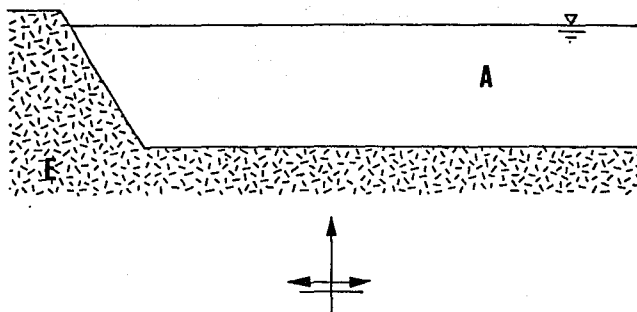


Fig 4.1 Ilustración del modelo de una presa rígida, sometida a un movimiento armónico horizontal ($u=e^{i\omega t}$)

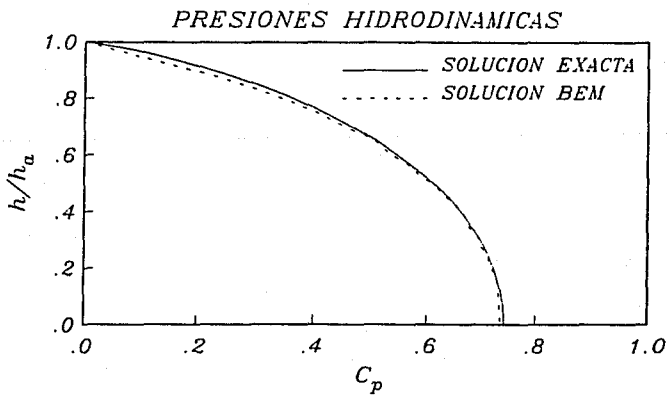


Fig 4.2 Comparación de diagramas de presiones hidrodinámicas entre la solución analítica y el BEM.

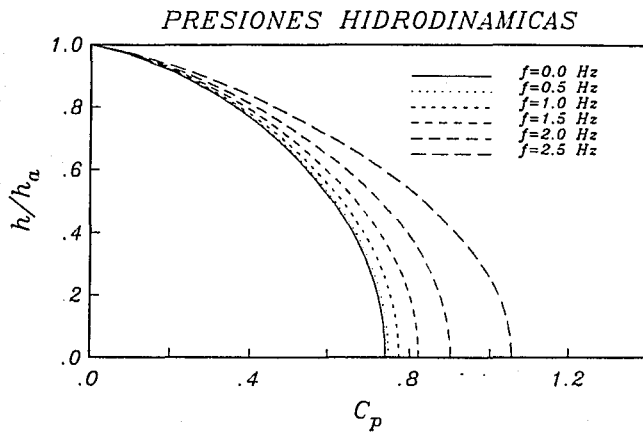


Fig 4.3 Diagramas de presiones hidrodinámicas para una presa rígida.

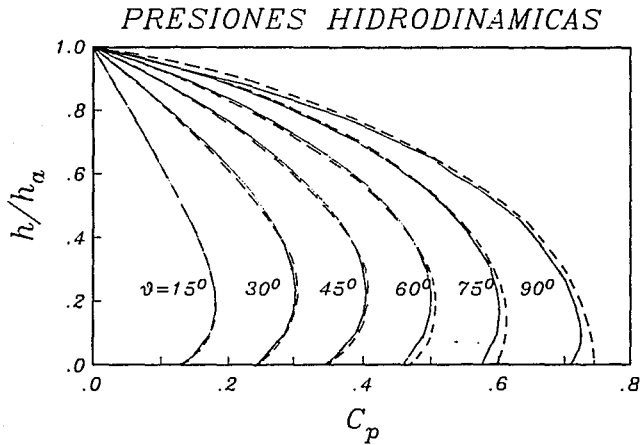


Fig 4.4 Comparación de presiones hidrodinámicas en una presa rígida para diferentes ángulos de talud $\vartheta=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ y 90° . Con línea punteada la solución exacta y con llena la respuesta con el BEM propuesto.

PRESIONES HIDRODINAMICAS

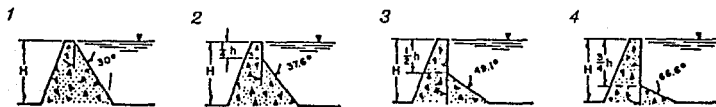
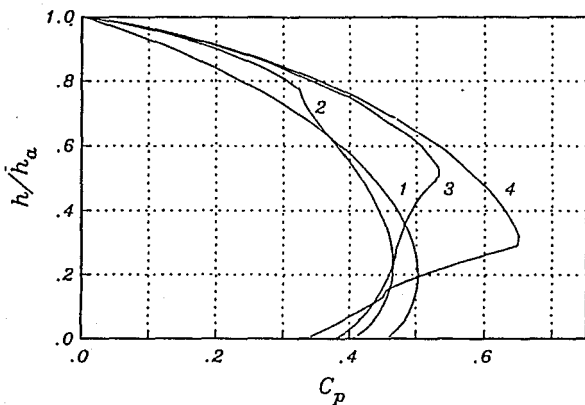
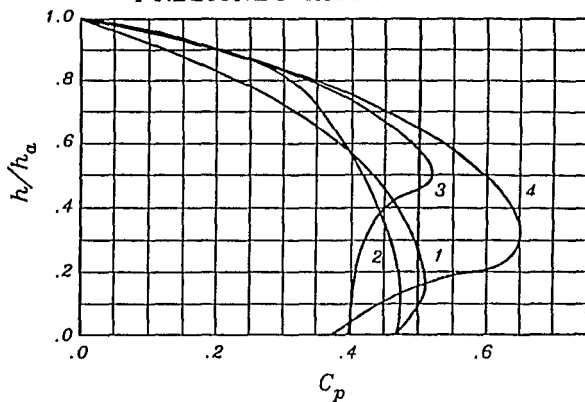


Fig 4.5 Comparación de presiones hidrodinámicas en una presa rígida con diferentes tipos de paramento. Arriba se muestra la solución obtenida con la analogía eléctrica (adaptado de Zangar, 1953), y abajo la obtenida con el BEM.

5. RESULTADOS

Para ilustrar la aplicación del método se estudian los efectos del estrato líquido en la respuesta sísmica de una presa deformable homogénea triangular, con taludes a 30° . Posteriormente, se analiza con mayor detalle la respuesta sísmica de una presa flexible de tierra homogénea de geometría irregular.

5.1 RESPUESTA SÍSMICA DE UN PRESA DEFORMABLE TRIANGULAR

Para determinar los efectos del agua en presas se calcula la respuesta sísmica de una presa triangular, con altura máxima de 416 m y pendientes en sus taludes de 1.732:1 (30°), como se muestra en la fig 5.1. Se considera dos tipos de presas, una con características deformables y otra, que por las propiedades mecánicas de sus materiales, en este contexto puede considerarse como rígida. Se obtiene la respuesta sísmica cuando la presa esta vacía y llena. De hecho, cuando la presa está vacía se tiene el caso de una irregularidad topográfica.

En la presa flexible se supone un semiespacio con módulo de Poisson de $\nu_E=0.25$, peso específico de $\gamma_E=2000 \text{ kg/m}^3$ y se considera la velocidad de las ondas S igual a la velocidad del sonido en el agua $v_A=\beta_E=1440 \text{ m/s}$. En la cortina se tomaron los valores de $\nu_R=0.33$, $\gamma_R=1750 \text{ kg/m}^3$ y $\beta_R=360 \text{ m/s}$. El peso específico del agua es de $\gamma_A=1000 \text{ kg/m}^3$. Relacionando estas propiedades mecánicas de manera adimensional se pueden escribir como $\rho_R/\rho_E=0.87$, $\beta_R/\beta_E=0.25$, $\rho_E/\rho_A=0.5$, $\nu_A/\beta_E=1.0$.

Por otra parte, aunque los efectos no lineales no pueden considerarse directamente en este análisis, el efecto de la atenuación del medio sobre las ondas sísmicas se puede simular modificando la expresión del número de onda, al sustituir ω/β por $\omega/\beta(1+i/2Q)$, donde Q es el factor de calidad que se supone constante e independiente de la frecuencia. Es usual decir que esta forma de incluir la atenuación es equivalente a emplear amortiguamiento histerético. En la presa triangular deformable se adoptaron valores de $Q_E=300$, $Q_R=50$ y $Q_A=500$ (en porcentajes de amortiguamiento histerético estos valores equivalen a 0.2%, 1% y 0.1%, respectivamente).

5.1.1 Desplazamientos en el dominio de la frecuencia

El campo de desplazamientos en la presa se obtiene en el dominio de la frecuencia en 51 estaciones de registro sobre la frontera, equiespaciadas desde una distancia de -1.25 hasta 1.25 veces la base de la cortina, como se describe en la fig 5.1.

Las funciones de transferencia pueden visualizarse a través de un diagrama f-x, donde se grafican dichas funciones en frecuencia contra espacio. En las figs 5.2 y 5.3 se presentan las diagramas correspondientes a la presa *rígida* sin y con presencia del estrato líquido, respectivamente para la componente horizontal del movimiento (x). En los diagramas se muestra la perspectiva tridimensional (parte

dirección vertical los efectos son más notorios, las fig 5.8 y 5.9 corresponden a la presa sin y con agua. La presencia del líquido provoca una disminución importante en la amplitud del modo fundamental, pero excita la respuesta de algunos modos en frecuencias más altas.

5.1.2 Desplazamientos en el dominio del tiempo

Con las funciones de transferencia (en el dominio de la frecuencia) y una señal de excitación (usualmente en el dominio del tiempo) puede obtenerse la respuesta del modelo en el tiempo. Esto permite una clara visualización del movimiento de la presa ante la excitación.

Para un primer juicio cualitativo en la comprensión del movimiento sísmico del modelo puede emplearse una señal elemental. Así, se emplea como señal transitoria un pulso de Ricker, expresado por

$$f(t) = \left\{ a^2 - \frac{1}{2} \right\} e^{-a^2 t} \quad (5.1)$$

$$a = \frac{\pi (t - t_g)}{t_p}$$

Su representación gráfica en los dominios del tiempo y la frecuencia se muestra en la fig 5.10.

Empleando análisis de Fourier se obtiene la respuesta temporal; para ello se utiliza la transformada rápida de Fourier (FFT). En la fig 5.11 se compara, en las dos direcciones del movimiento, la respuesta de la presa rígida cuando está vacía y llena para un pulso de Ricker con parámetros $t_g=5$ seg y $t_p=1$ seg. Obsérvese que cuando el embalse está presente no existe amplificación importante del movimiento. Estas gráficas corresponden a las funciones de transferencia de las figs 5.2 a 5.5.

diagrama f-x

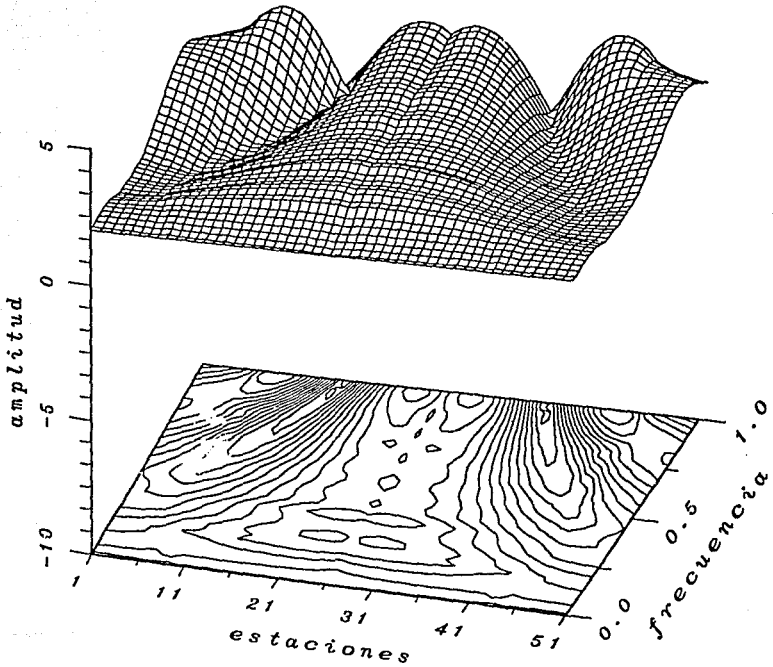


Fig 5.2 Diagrama f-x para la componente horizontal del desplazamiento (u_x) en una presa rígida triangular vacía. Arriba: vista tridimensional. Abajo: representación en contornos.

diagrama f-x

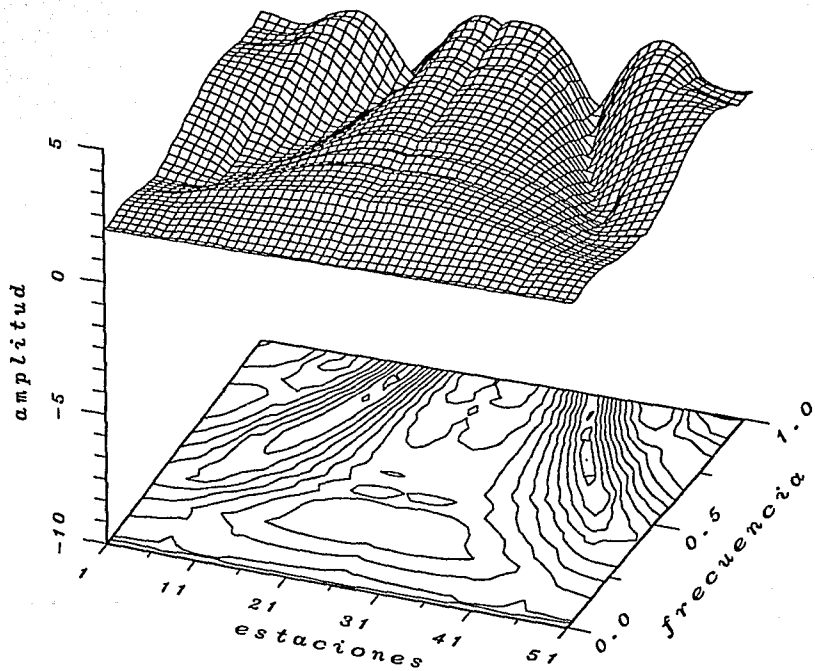


Fig 5.3 Diagrama f-x para la componente horizontal del desplazamiento (u_x) en una presa rígida triangular llena. Arriba: vista tridimensional. Abajo: representación en contornos.

diagrama f-x

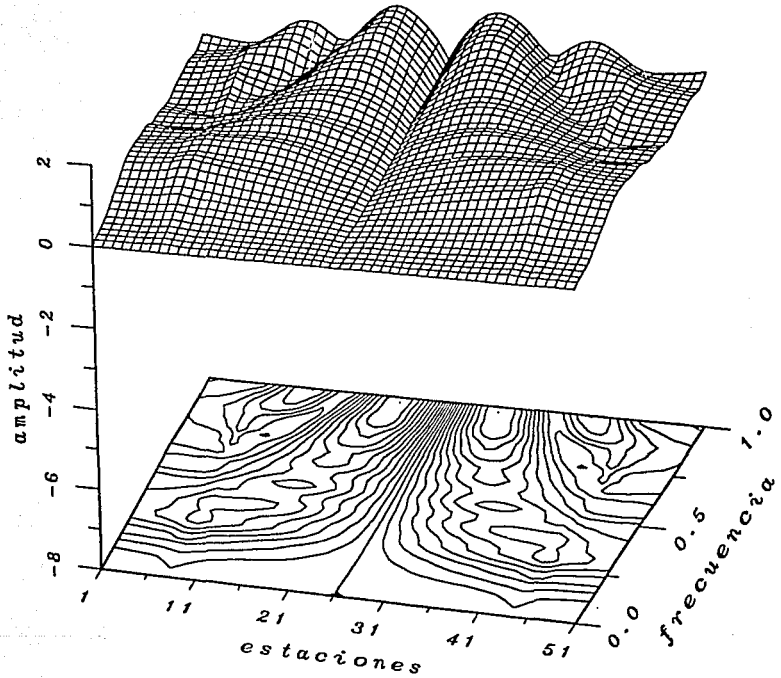


Fig 5.4 Diagrama f-x para la componente vertical del desplazamiento (u_z) en una presa rígida triangular vacía. Arriba: vista tridimensional. Abajo: representación en contornos.

diagrama f-x

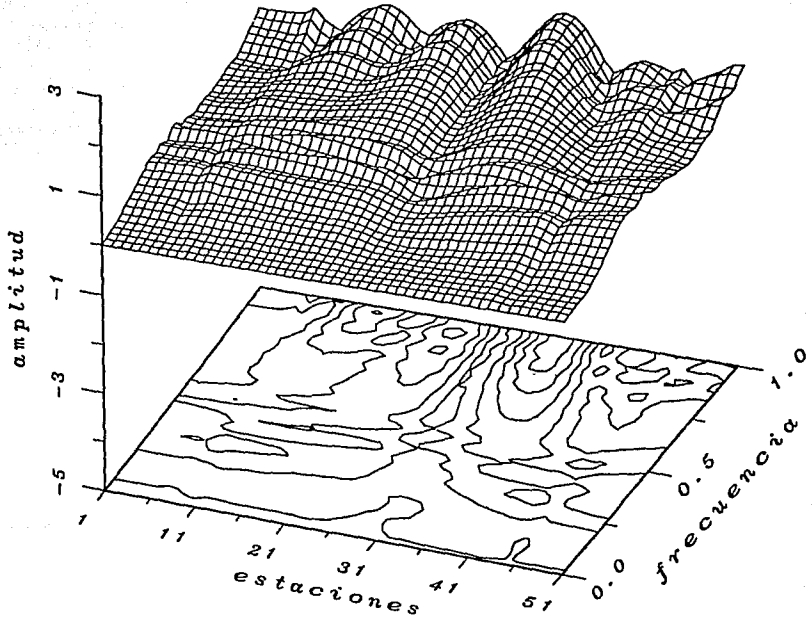


Fig 5.5 Diagrama f-x para la componente vertical del desplazamiento (u_z) en una presa rígida triangular llena. Arriba: vista tridimensional. Abajo: representación en contornos.

diagrama f-x

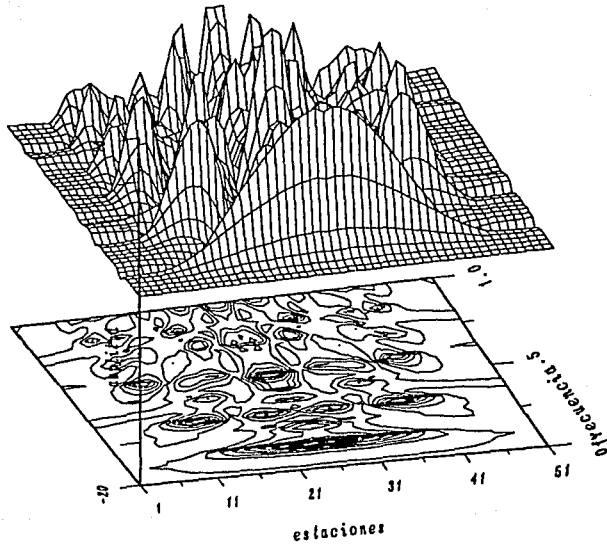


Fig 5.6 Diagrama f-x para la componente horizontal del desplazamiento (u_x) en una presa deformable triangular vacía. Arriba: vista tridimensional. Abajo: representación en contornos.

diagrama $f-x$

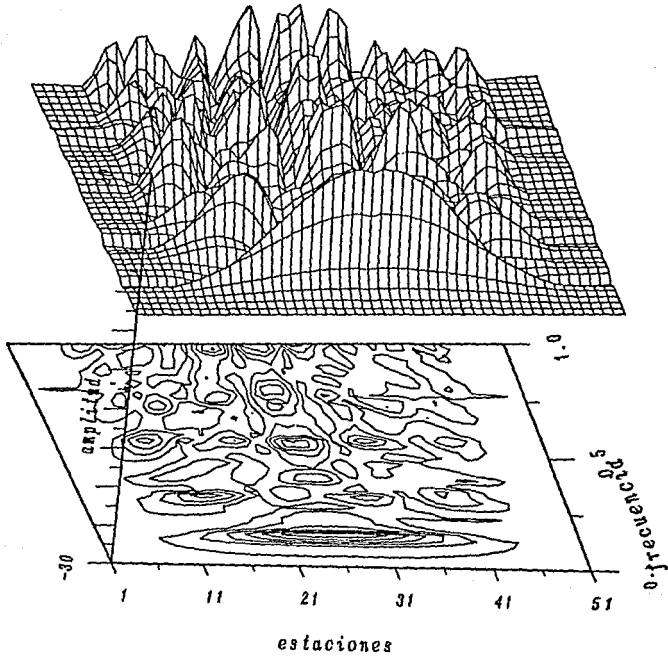


Fig 5.7 Diagrama $f-x$ para la componente horizontal del desplazamiento (u_x) en una presa deformable triangular llena. Arriba: vista tridimensional. Abajo: representación en contornos.

diagrama f-x

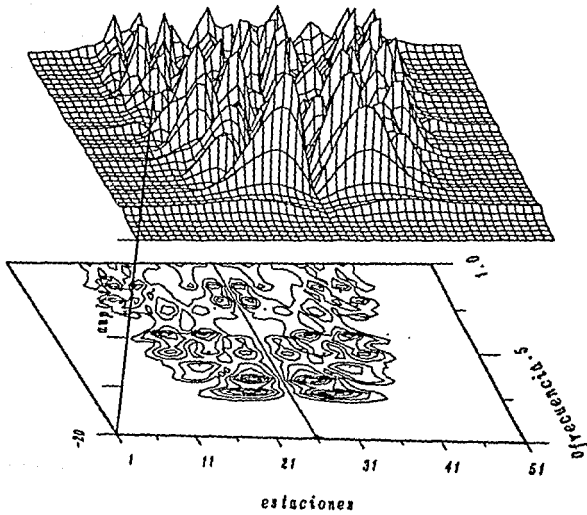


Fig 5.8 Diagrama f-x para la componente vertical del desplazamiento (u_z) en una presa deformable triangular vacía. Arriba: vista tridimensional. Abajo: representación en contornos.

diagrama $f-x$

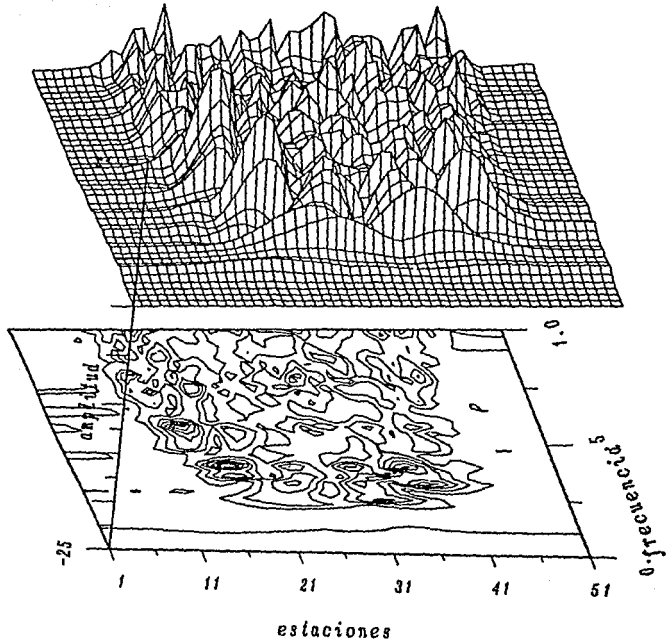


Fig 5.9 Diagrama $f-x$ para la componente vertical del desplazamiento (u_v) en una presa deformable triangular llena. Arriba: vista tridimensional. Abajo: representación en contornos.

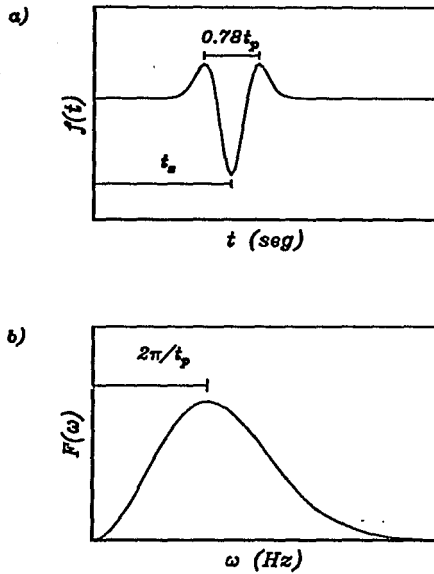


Fig 5.10 Gráfica del pulso de Ricker en: a) dominio del tiempo, b) dominio de la frecuencia.

Por otra parte, cuando se considera presa deformable, la respuesta sísmica que se ilustra por los sismogramas sintéticos de la fig 5.12, cambia notablemente. La amplitud de la señal incidente se incrementa y la duración del movimiento se extiende hasta 15 seg. Además, se observa cómo las ondas viajan a través de la presa construyéndose y destruyéndose, dependiendo de sus fases. El efecto del embalse sobre la respuesta sísmica se centra específicamente en la ruptura de la simetría y en ligeras modificaciones a la amplitud del movimiento.

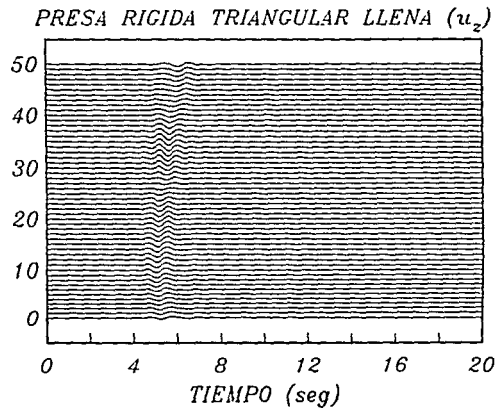
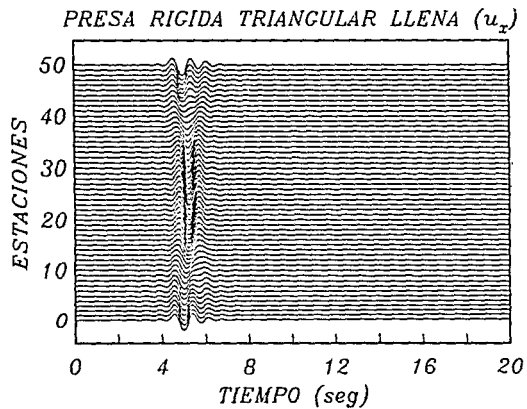
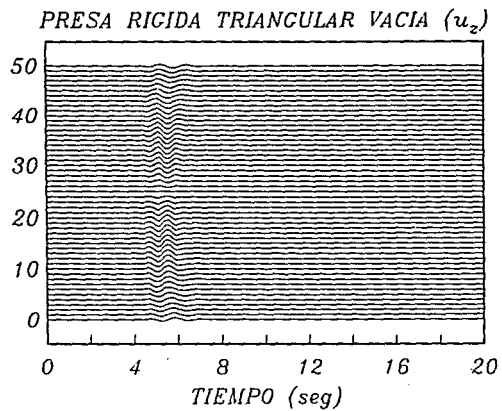
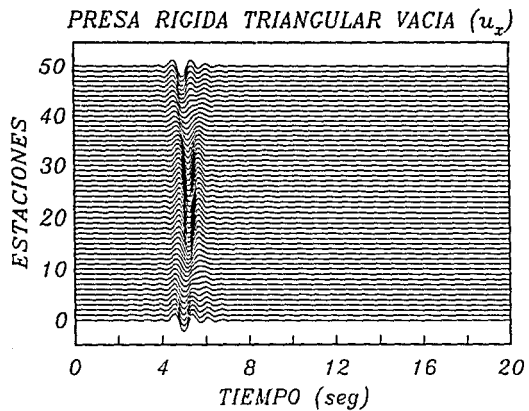


Fig 5.11 Sismogramas sintéticos calculados para un pulso de Ricker en una presa rígida triangular.

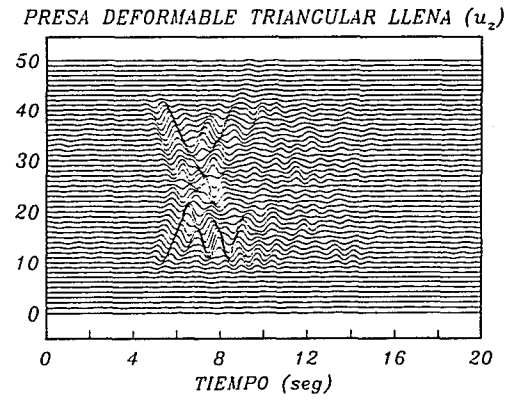
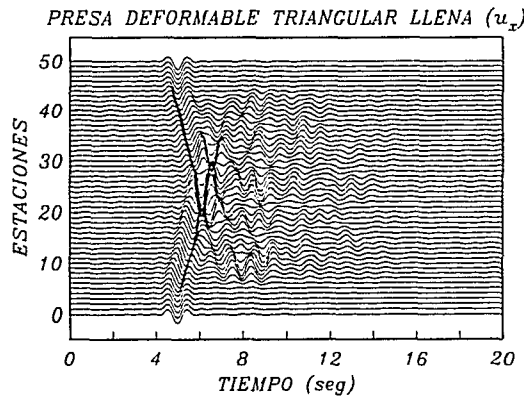
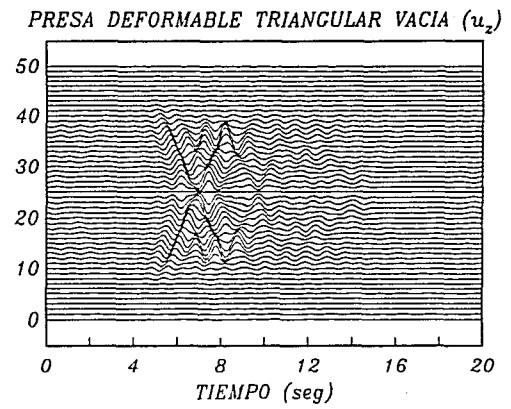
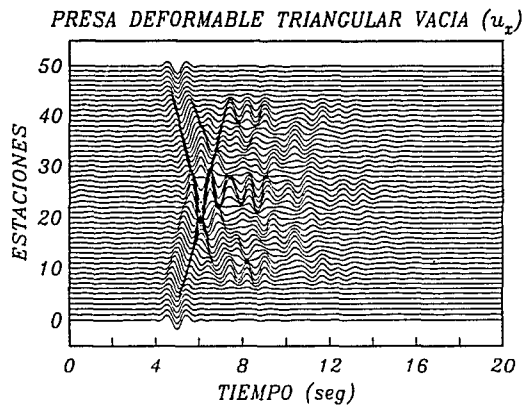


Fig 5.12 Sismogramas sintéticos calculados para un pulso de Ricker en una presa deformable triangular.

Los ejemplos anteriores muestran claramente como puede variar la respuesta sísmica de una presa según el tipo de modelado que se escoja. En general, la consideración de presa rígida podría generar resultados poco realistas.

5.2 RESPUESTA SÍSMICA DE UNA PRESA DEFORMABLE DE GEOMETRÍA IRREGULAR

El método propuesto, BEM, permite el estudio de presas flexibles de geometría irregular, las cuales tienen mayor interés que aquellas estructuras de geometría sencilla. Por ello, aquí se modela una presa homogénea con cara de concreto, donde la rigidez de esta cara de concreto se desprecia. La cortina tiene una longitud de base de 620 m y altura máxima de 145 m, como se muestra en la fig 5.13. Las propiedades mecánicas adoptadas para este modelo son: para el semiespacio un módulo de Poisson de $\nu_E=0.25$, peso específico de $\gamma_E=2500$ kg/m³, velocidad de las ondas $S \beta_E=800$ m/s y un factor de calidad $Q_E=100$ que corresponde a un amortiguamiento histerético del 0.5%. En la cortina se supuso un módulo de Poisson $\nu_R=0.35$, peso específico $\gamma_R=1000$ kg/m³, velocidad de las ondas $S \beta_R=120$ m/s y factor de calidad $Q_R=10$, es decir que el amortiguamiento es de 5%. En el embalse el peso específico $\gamma_A=1000$ kg/m³, la velocidad del sonido en el agua $v_A=1440$ m/s y el amortiguamiento $Q_A=100$ (0.5%). Relacionando estas propiedades mecánicas adimensionalmente se tiene $\rho_R/\rho_E=0.8$, $\beta_R/\beta_E=0.15$, $\rho_E/\rho_A=0.4$ y $v_R/\beta_E=1.8$.

5.2.1 Desplazamientos en el dominio de la frecuencia

Colocando 51 estaciones de registro sobre la frontera de la cortina como se ilustra en la fig 5.14, se obtienen los diagramas frecuencia-espacio. En las figs 5.15 y 5.16 se presenta una visión tridimensionalmente y en contornos de estos diagramas para los componentes horizontal (u_x) y vertical (u_z) del movimiento, respectivamente. En estas gráficas, con calculos hasta una frecuencia de 2.6 Hz,

se observa que el modo fundamental genera las mayores amplificaciones. Conforme la frecuencia aumenta el amortiguamiento comienza a ser significativo y los pies de la cortina presentan una mayor respuesta. Esto es más claro si se trazan las funciones de transferencia en algunos puntos de la cortina.

Para ilustrar lo anterior se eligieron las estaciones 15 y 20, ubicadas en el respaldo de la cortina aguas abajo, la estación 25 en la corona; los detectores 30 y 35 sobre el paramento mojado y el detector 40 sobre la interfaz del semiespacio con el embalse (veáse fig 5.14). En las funciones de transferencia, mostradas en la fig 5.17 para la componente horizontal y la fig 5.18 para la componente vertical, el modo fundamental de la respuesta en la cortina se presenta aproximadamente a 0.25 Hz, esto es equivalente a un período fundamental de la estructura de unos 4 seg. Por otra parte, en la corona de la presa el movimiento en la dirección horizontal se amplifica hasta casi 10 veces y la contribución del segundo modo es importante. En la dirección vertical del movimiento la respuesta de la corona no es relevante; sin embargo, las amplificaciones sobre los respaldos de la cortina (estaciones 15, 20, 30 y 35) llegan a ser mayores de 6 veces.

5.2.2 Desplazamientos en el dominio del tiempo

La respuesta sísmica en el dominio del tiempo se calcula para un pulso de Ricker con $t_s=5$ seg y diferentes frecuencias de pulso. En la fig 5.19 se muestran los sismogramas sintéticos en la dirección horizontal (u_x) y vertical (u_z) para $t_p=0.5$ seg (arriba) y $t_p=1$ seg (abajo). En esta última gráfica son más claros los efectos del líquido sobre el movimiento, dando lugar a mayor amplitud y duración. En las figs 5.20 y 5.21 se presentan los sismogramas para pulsos con $t_p=2,3,4$ y 5 seg. En la gráfica para $t_p=4$ seg se presentan las mayores amplitudes, pero la duración del movimiento en ninguno de los casos excede de los 10 seg.

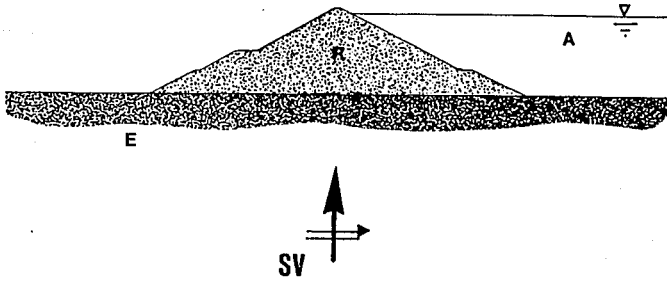


Fig 5.13 Modelo de una presa homogénea deformable de geometría irregular ante incidencia de ondas de corte SV.

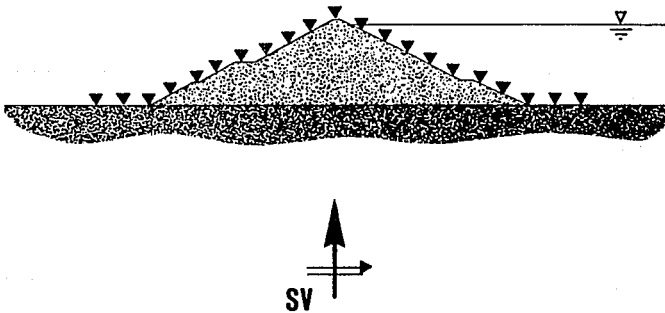


Fig 5.14 Ilustración de la colocación de estaciones de registro sobre la presa irregular.

diagrama f-x

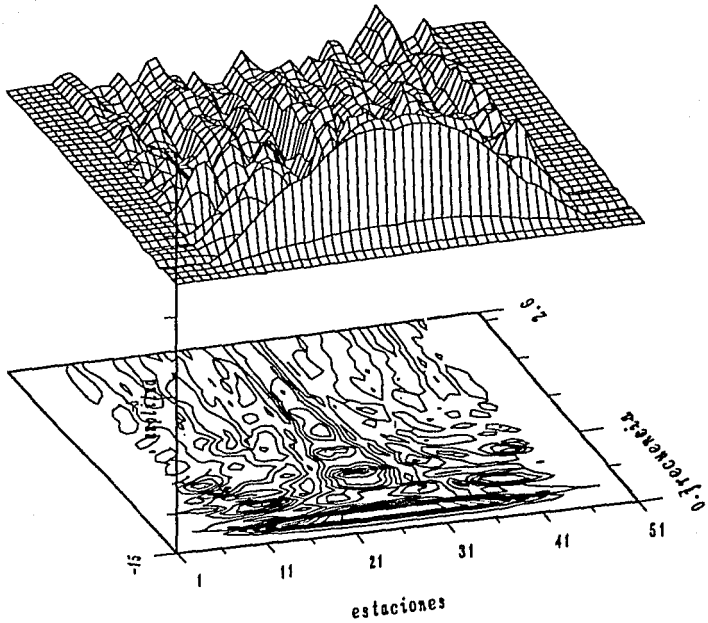


Fig 5.15 Diagrama f-x para la componente horizontal del desplazamiento (u_x) en una presa deformable irregular. Arriba: vista tridimensional. Abajo: representación en contornos.

diagrama f-x

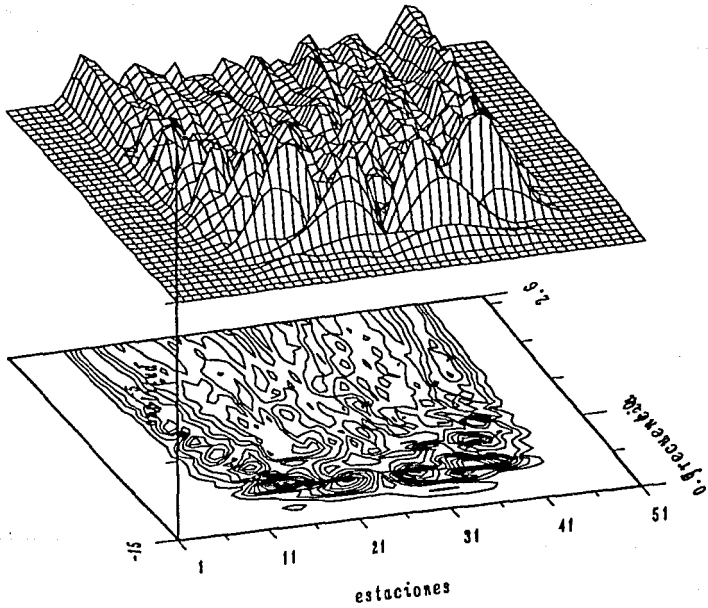


Fig 5.16 Diagrama $f-x$ para la componente vertical del desplazamiento (u_z) en una presa deformable llena. Arriba: vista tridimensional. Abajo: representación en contornos.

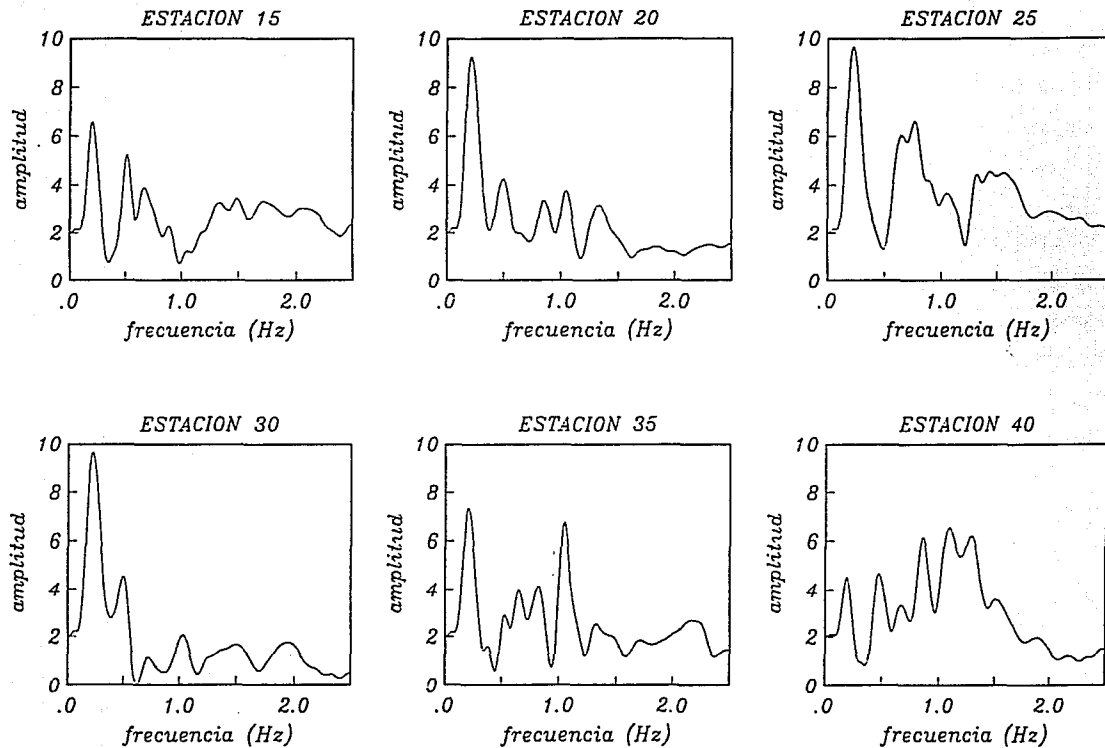


Fig 5.17 Funciones de transferencia para la componente horizontal del desplazamiento (u_x) en diferentes estaciones de una presa homogénea irregular.

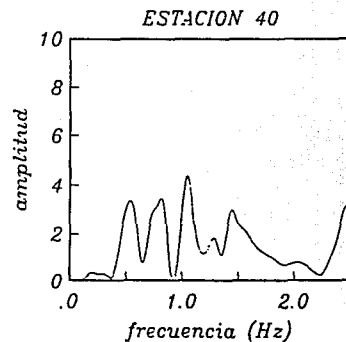
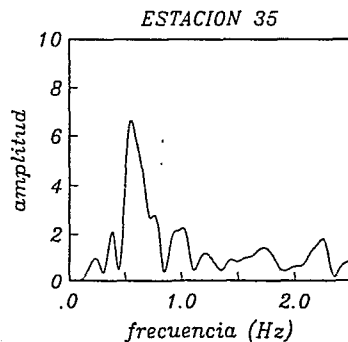
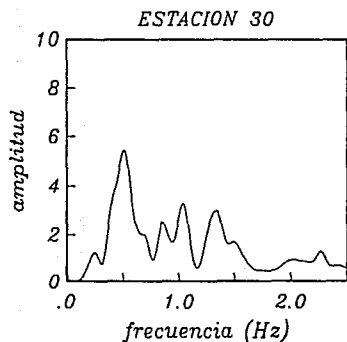
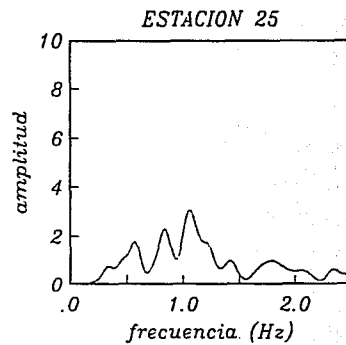
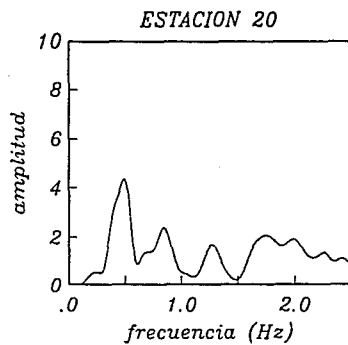
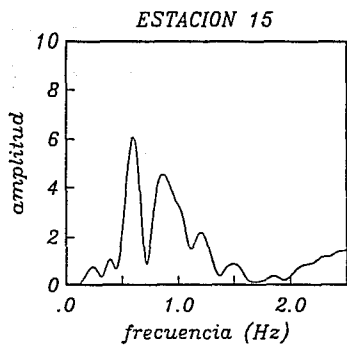


Fig 5.18 Funciones de transferencia para la componente vertical del desplazamiento (u_v) en diferentes estaciones de una presa homogénea irregular.

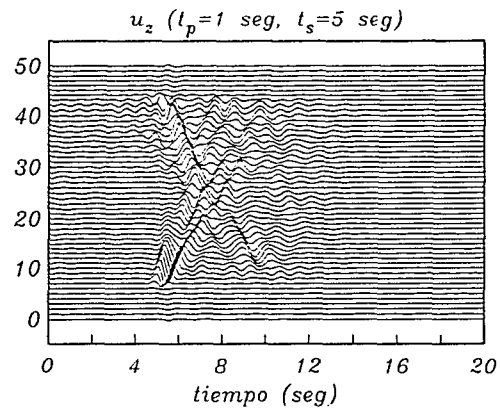
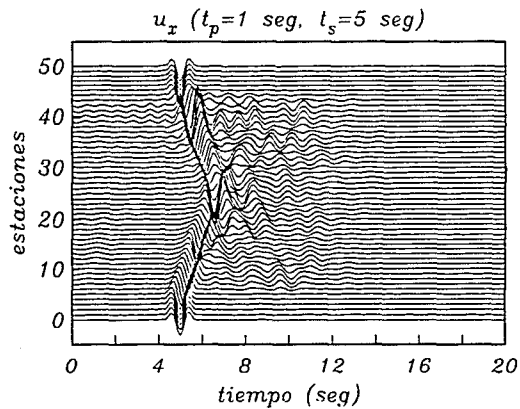
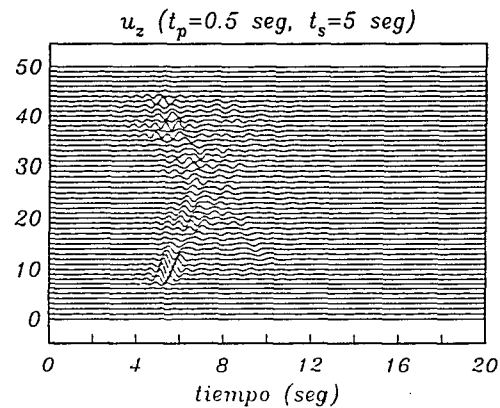
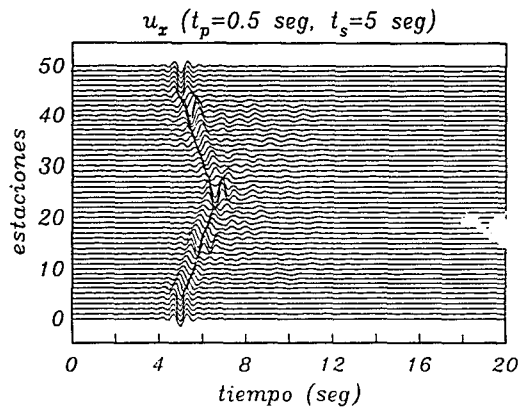


Fig 5.19 Sismogramas sintéticos en una presa deformable irregular obtenidos para un pulso de Ricker con $t_s=5 \text{ seg}$ y $t_p=0.5 \text{ seg}$ (arriba), $t_p=1 \text{ seg}$ (abajo).

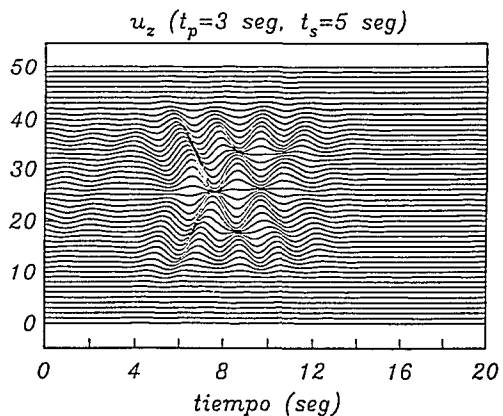
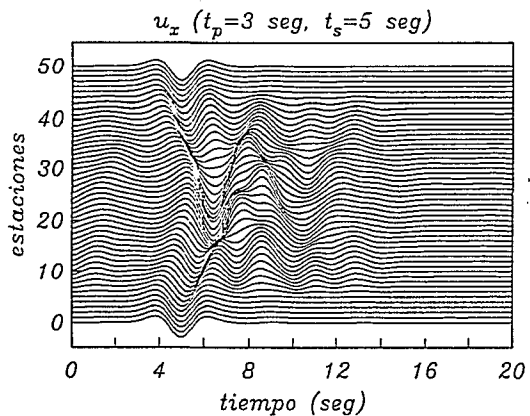
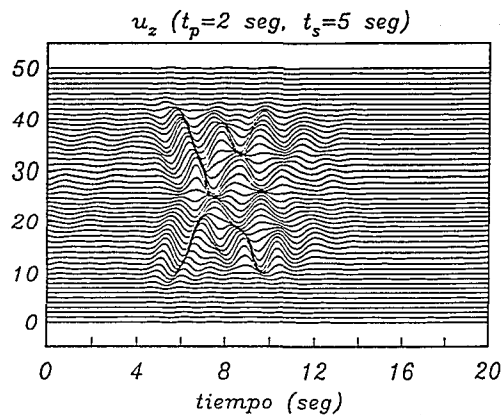
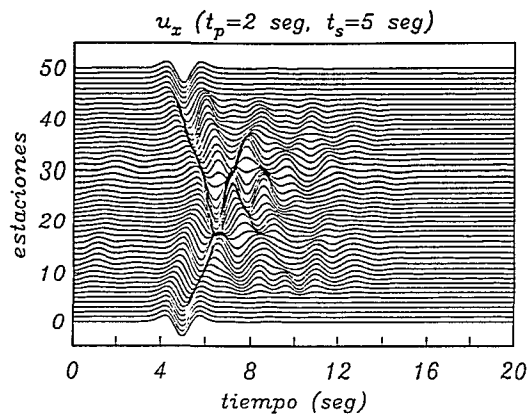


Fig 5.20 Sismogramas sintéticos en una presa deformable irregular obtenidos para un pulso de Ricker con $t_s=5$ seg y $t_p=2$ seg (arriba), $t_p=3$ seg (abajo).

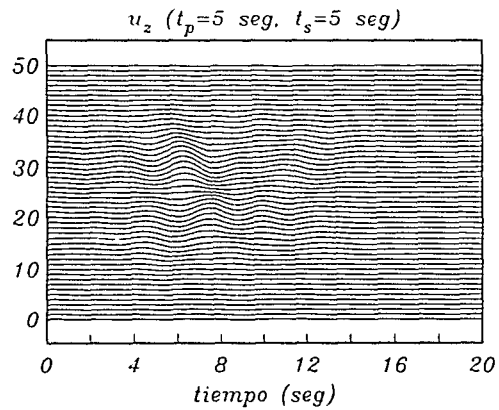
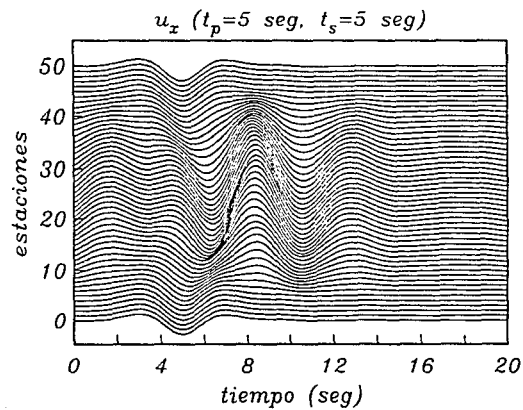
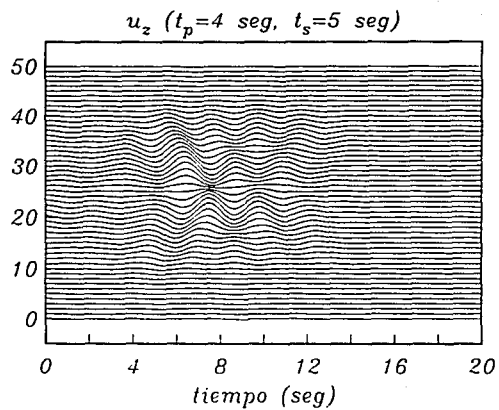
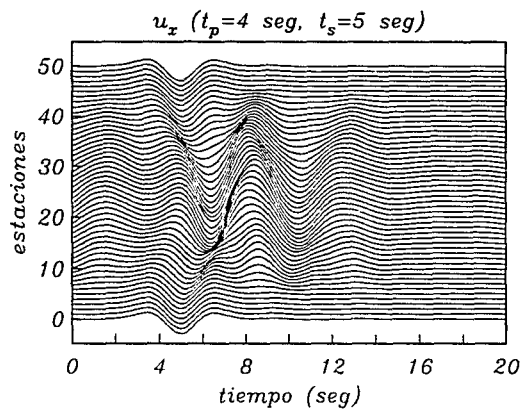


Fig 5.21 Sismogramas sintéticos en una presa deformable irregular obtenidos para un pulso de Ricker con $t_p=5$ seg y $t_p=4$ seg (arriba), $t_p=5$ seg (abajo).

5.2.3 Presiones hidrodinámicas

Las presiones hidrodinámicas calculadas para la presa en estudio se obtuvieron para sus componentes real, imaginaria y módulo. La variación de éstas en frecuencias de 0.065 a 2.59 Hz se describe en las fig 5.22a-b, 5.23a-b y 5.24a-b, respectivamente. El eje de las abscisas corresponde al coeficiente de presión (véase cap 4). En estas gráficas se aprecia el efecto de la discontinuidad del escalón en el paramento aguas arriba.

Por otra parte, las presiones hidrodinámicas en la frecuencia de 0.518 Hz son aproximadamente 4.5 veces mayores a las correspondientes a la frecuencia más baja calculada (0.065 Hz). Esto muestra que la interacción hidrodinámica en presas puede ser importante.

5.2.4 Espectro de presiones

El espectro de presiones en la cortina permite visualizar la variación de las presiones con respecto a la frecuencia. En la fig 5.25 se muestran éstos espectros para cuatro posiciones sobre el paramento mojado de la cortina ($h/h_a = 0.8, 0.6, 0.4$ y 0.2). Como puede observarse el modo fundamental se presenta en la misma frecuencia de los espectros de las fig 5.15 a 5.18 (aproximadamente en 0.25 Hz). Además, debido al amortiguamiento las presiones se atenúan rápidamente después de 1 Hz.

5.2.5 Hidropresiogramas

Si se emplea un análisis de Fourier similar al descrito anteriormente en 5.2.1 puede calcularse la variación de las presiones en el dominio del tiempo, que aquí se denomina como *hidropresiograma*. En la fig 5.26 se muestran los cálculos para un pulso de Ricker con parámetros $t_p = 5$ seg y $t_p = 0.5, 1, 2$ y 3 seg y en la fig

5.27 cuando $t_p=4, 5$ y 6 seg. Las gráficas muestran la propagación de la excitación a través del estrato líquido. En ellas puede observarse la reflexión del pulso en las fronteras del embalse; ésto es más claro en superficie libre. Asimismo, la amplitud de la señal se reduce conforme el pulso se acerca a la parte superior del agua, siendo ésta nula en la frontera libre.

En la gráfica correspondiente a $t_p=0.5$ seg la respuesta del hidropresiograma es prácticamente despreciable. Sin embargo, cuando el período del pulso (t_p) se aproxima al período fundamental la amplitud de las presiones, la duración y la *suavidad* en la respuesta ante el pulso aumentan.

5.2.6 Empujes y momentos en la cortina de la presa

Para conocer a que tipo de solicitaciones estará sometida la cortina de la presa, se calculó en el dominio de la frecuencia la parte real, imaginaria y módulo del empuje y el momento con respecto a la base de la estructura. En las fig 5.28 y 5.29 se grafican estos empujes y momentos contra frecuencia, respectivamente, calculados para las presiones hidrodinámicas mostradas en las fig 5.22a-b, 5.23a-b y 5.24a-b. Las mayores acciones se presentan antes de 1 Hz.

5.2.7 Campo de desplazamientos dentro de la cortina

Como ya se mencionó, con este método es posible determinar los desplazamientos en cualquier punto de la presa. En las fig 5.30a-b-c-d-e la componente horizontal del campo de desplazamientos (u_x) en el intervalo de $t=4$ seg a $t=9.9$ seg.

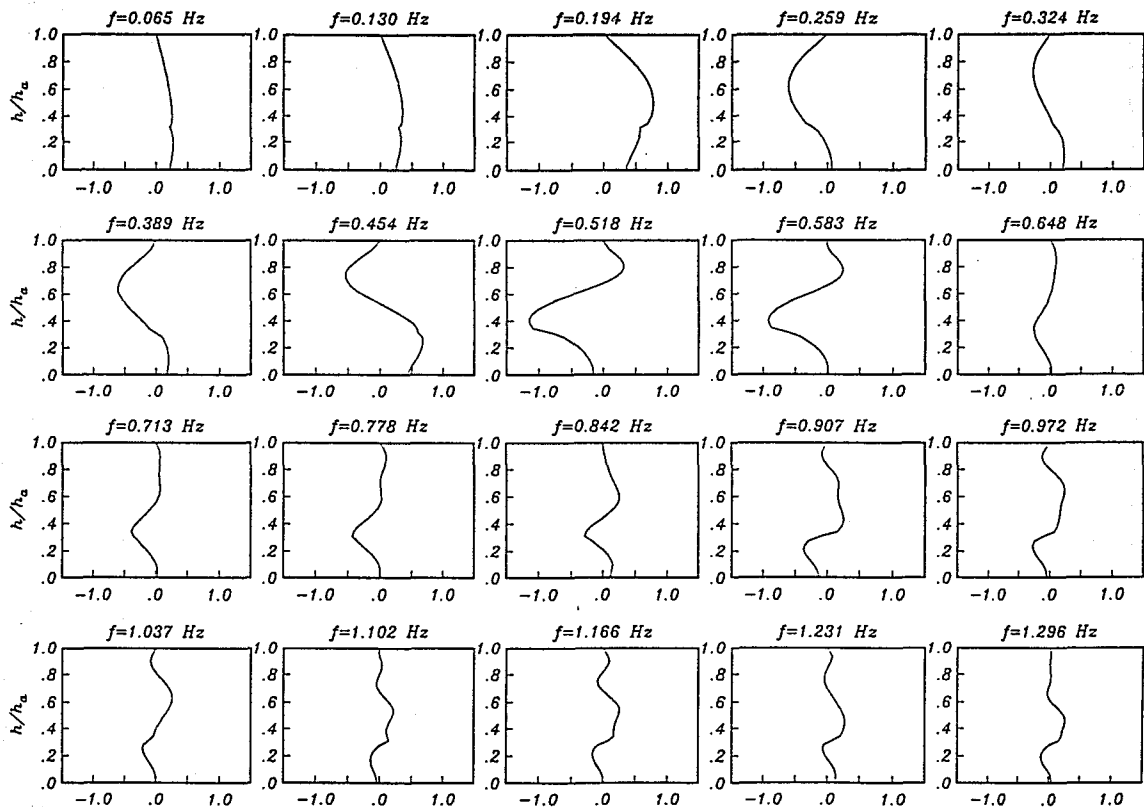


Fig 5.22a Componente real de las presiones hidrodinámicas, en frecuencias de 0.065 Hz a 1.296 Hz, sobre una presa deformable irregular. El eje de las abscisas corresponde al coeficiente de presión, C_p

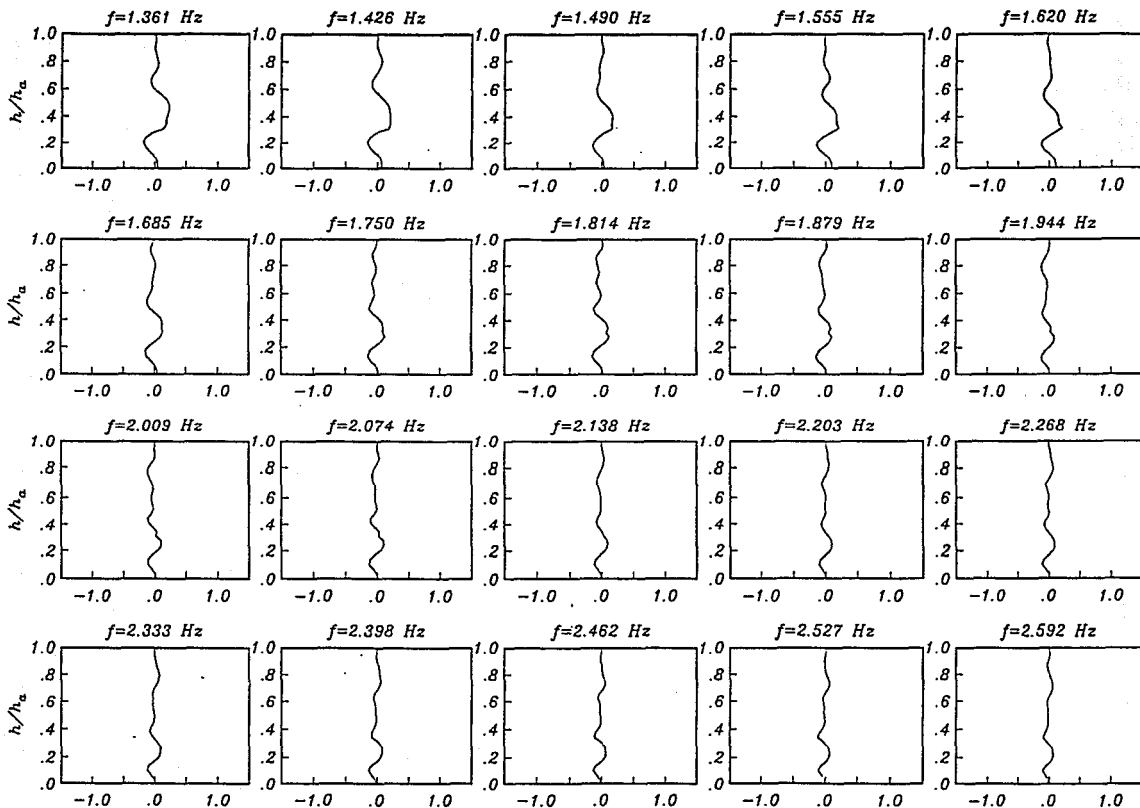


Fig 5.22b Componente real de las presiones hidrodinámicas, en frecuencias de 1.361 Hz a 2.592 Hz, sobre una presa deformable irregular. El eje de las abscisas corresponde al coeficiente de presión, C_p .

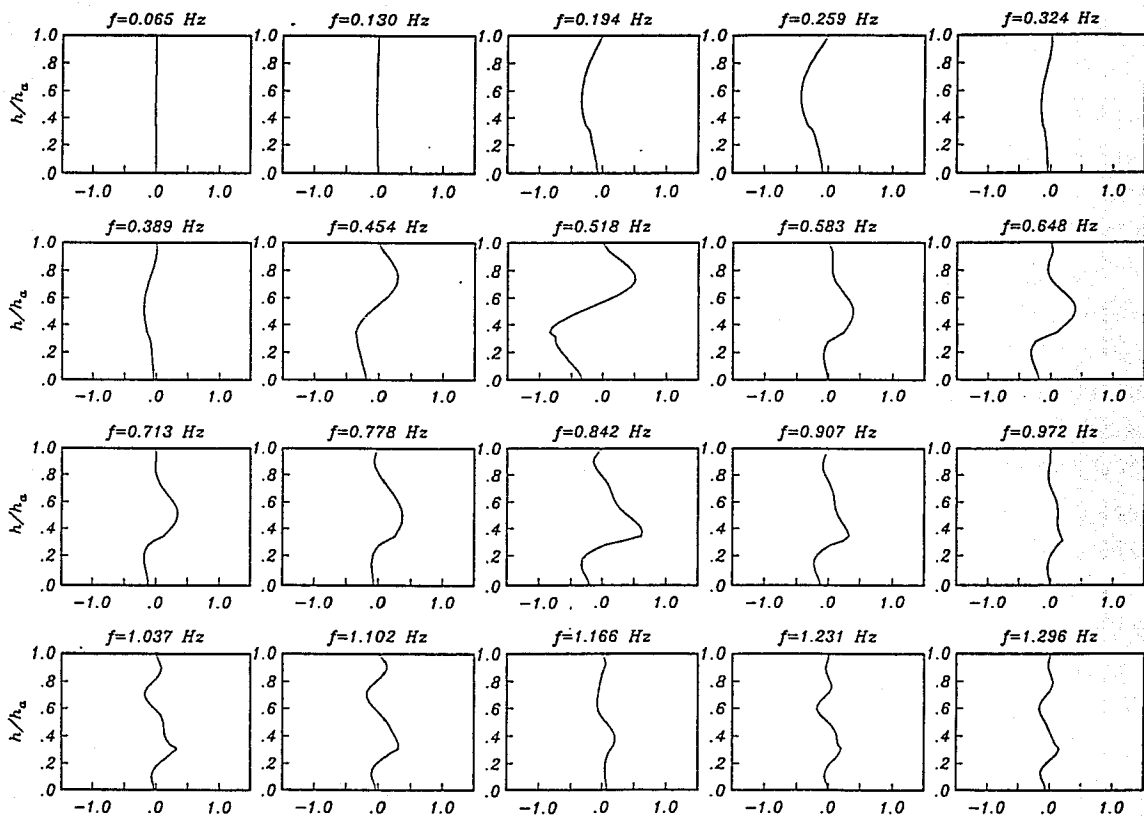


Fig 5.23a Componente imaginaria de las presiones hidrodinámicas, en frecuencias de 0.065 Hz a 1.296 Hz, sobre una presa deformable irregular. El eje de las abscisas corresponde al coeficiente de presión, C_p .

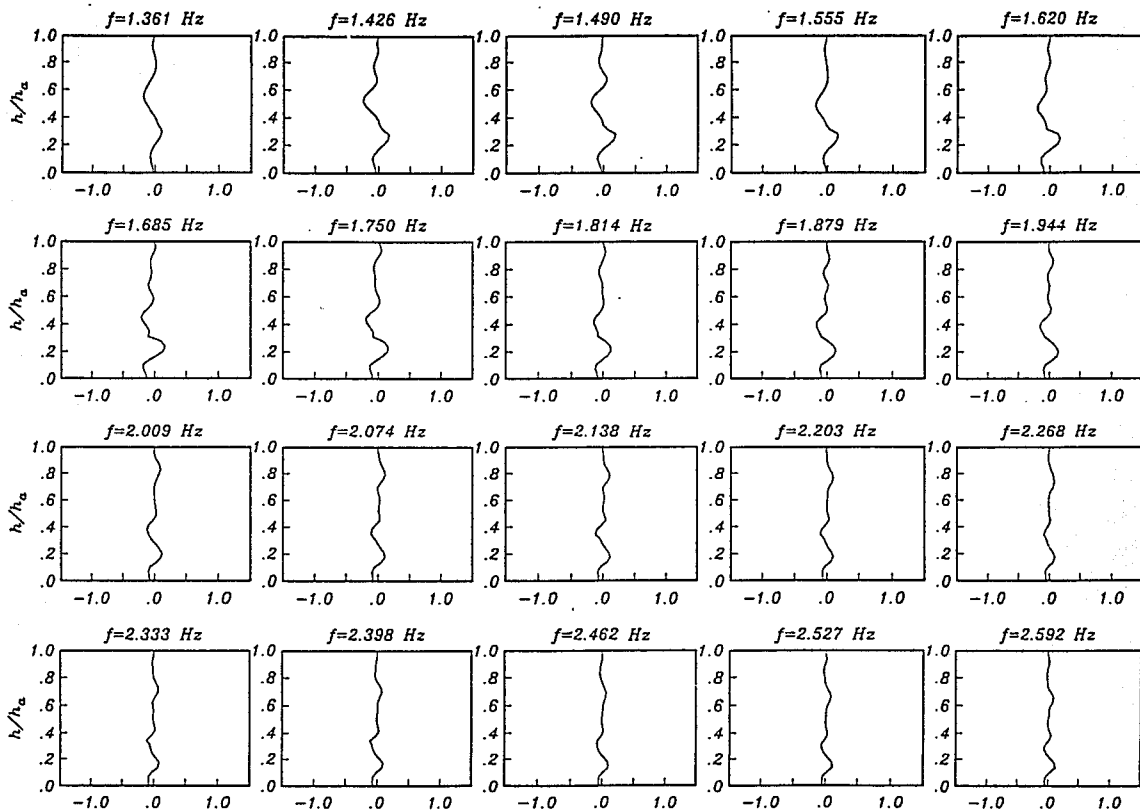


Fig 5.23b Componente imaginaria de las presiones hidrodinámicas, en frecuencias de 1.361 Hz a 2.592 Hz, sobre una presa deformable irregular. El eje de las abscisas corresponde al coeficiente de presión, C_p

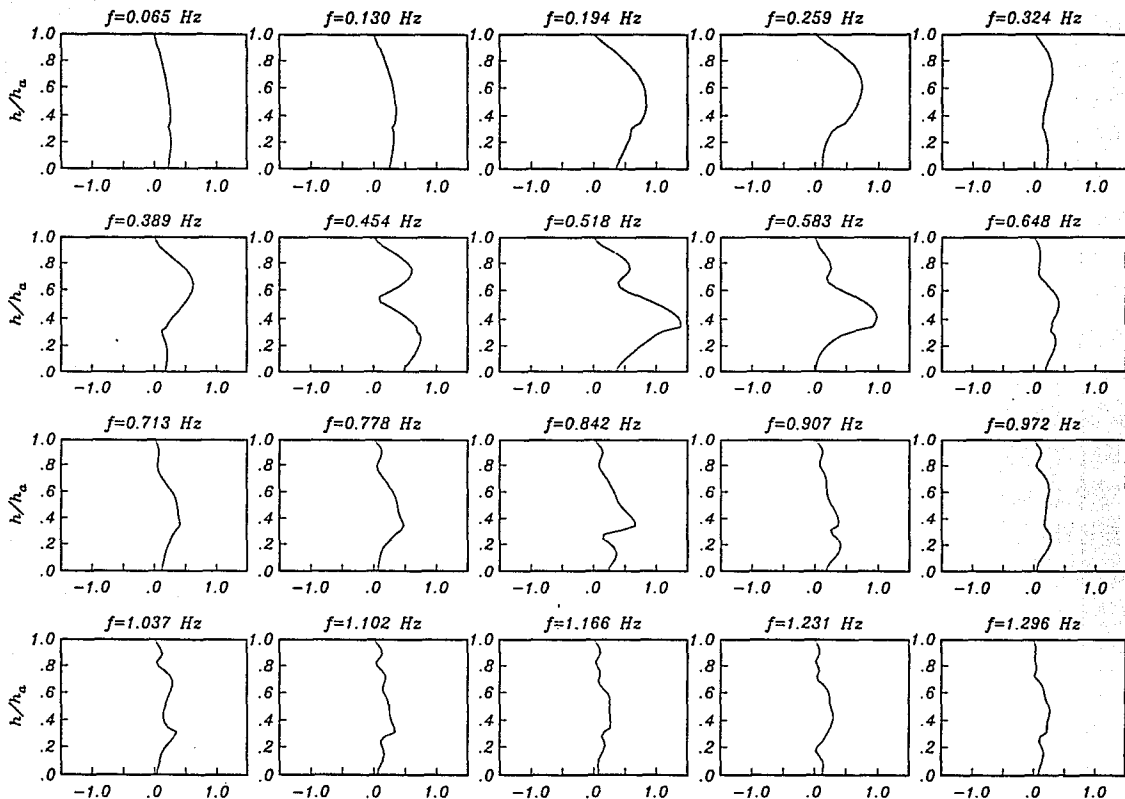


Fig 5.24a Módulo de las presiones hidrodinámicas, en frecuencias de 0,065 Hz a 1,296 Hz, sobre una presa deformable irregular. El eje de las abscisas corresponde al coeficiente de presión, C_p .

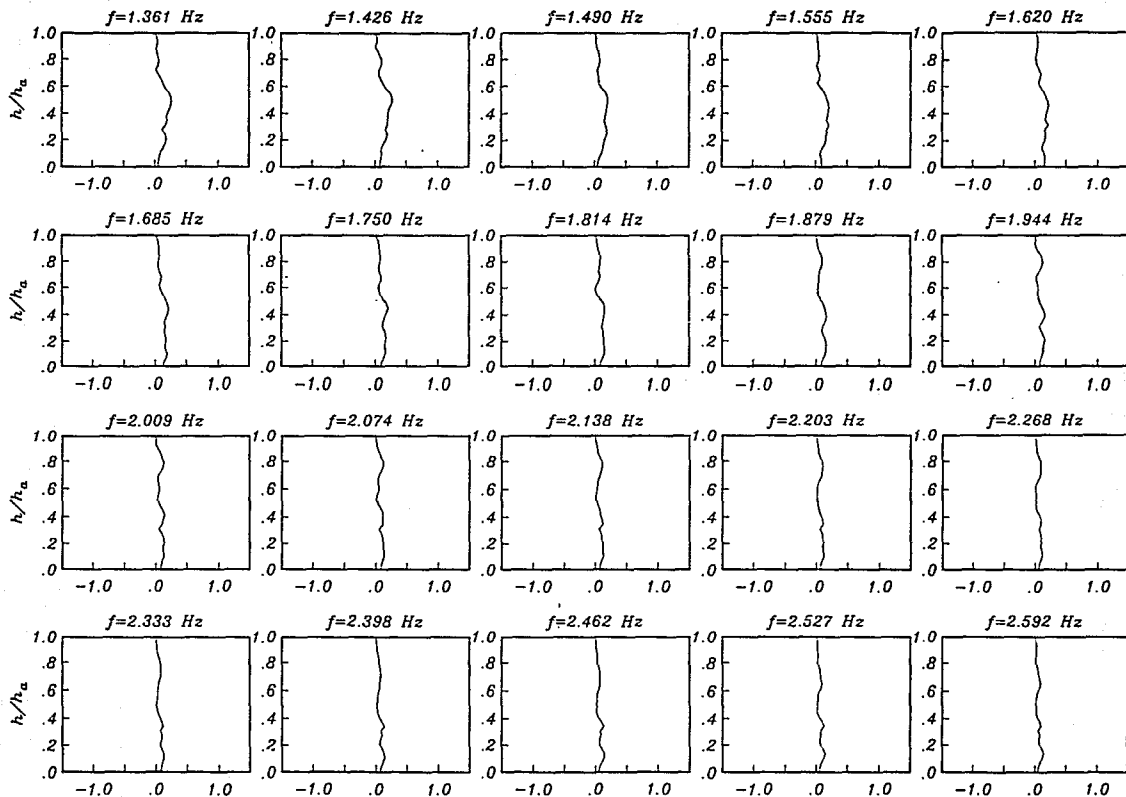


Fig 5.24b Módulo de las presiones hidrodinámicas, en frecuencias de 1.361 Hz a 2.592 Hz, sobre una presa deformable irregular. El eje de las abscisas corresponde al coeficiente de presión, C_p

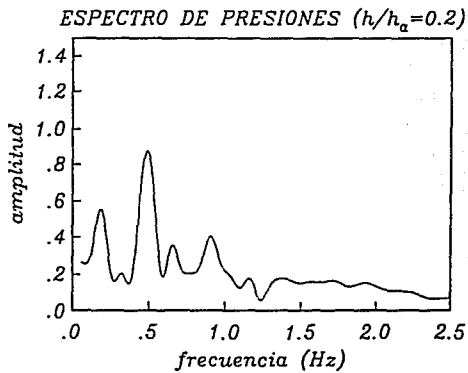
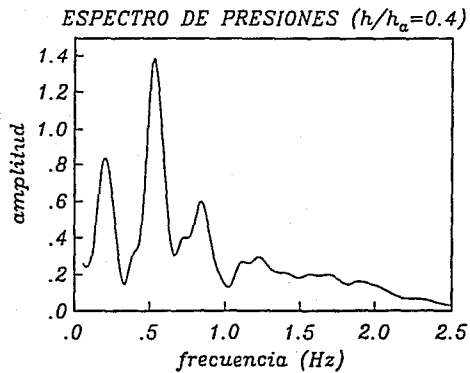
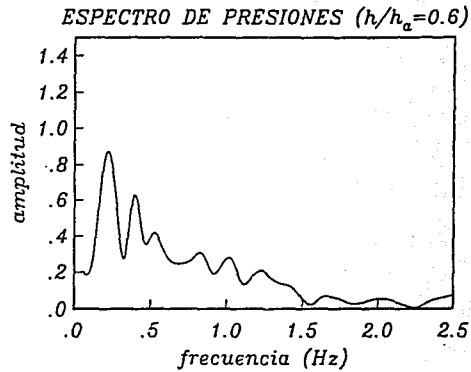
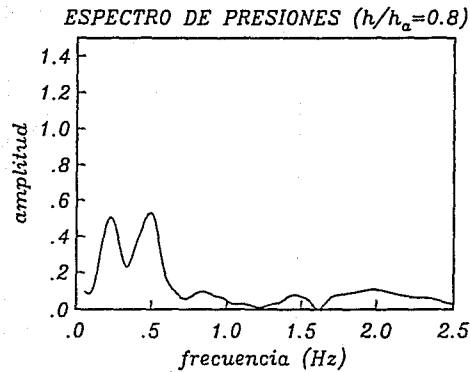


Fig 5.25 Espectro de presiones en $h/h_a=0.8, 0.6, 0.4$ y 0.2

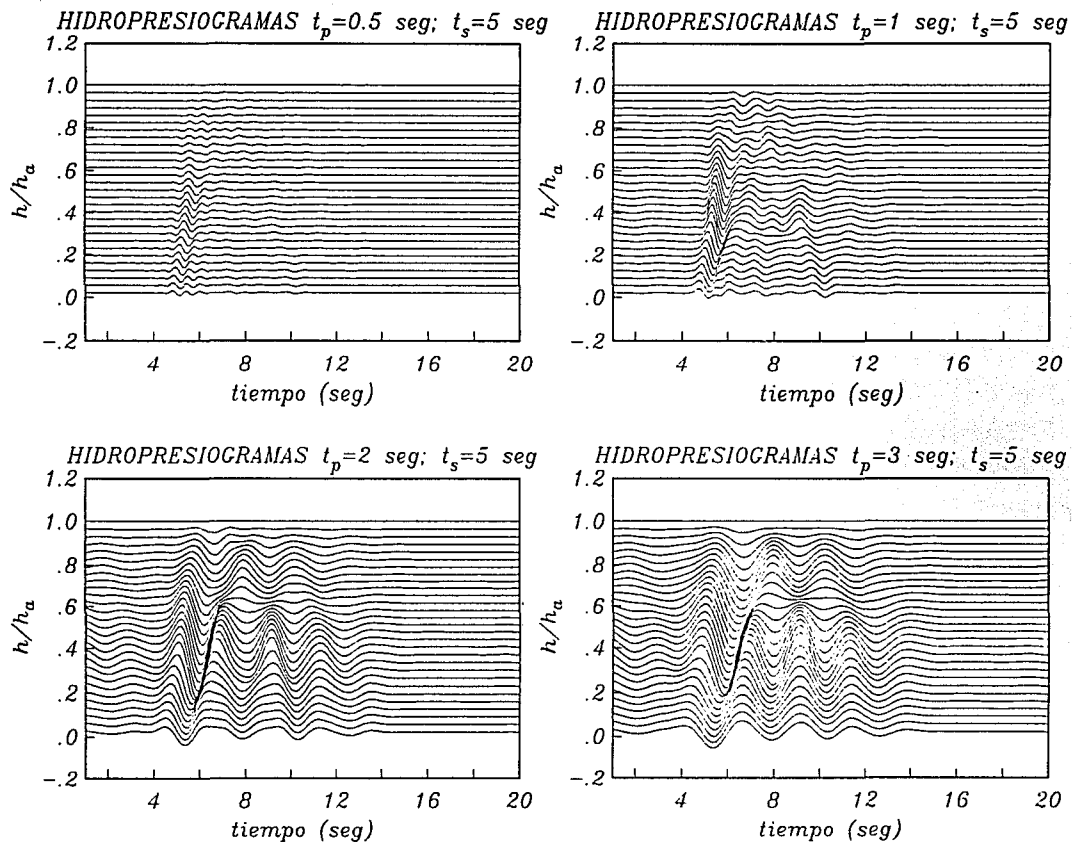


Fig 5.26 Hidropresiogramas calculados en la cortina de la presa para diferentes pulsos de Ricker ($t_p = 0.5, 1, 2$ y 3 seg).

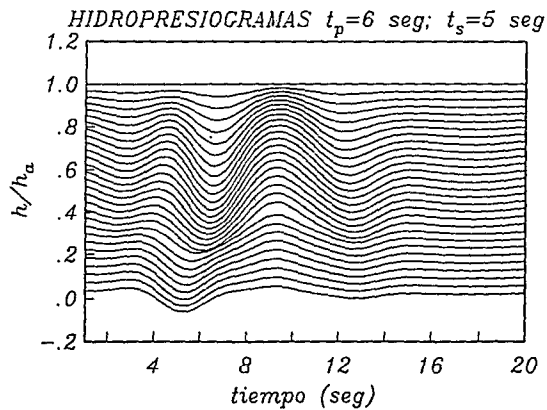
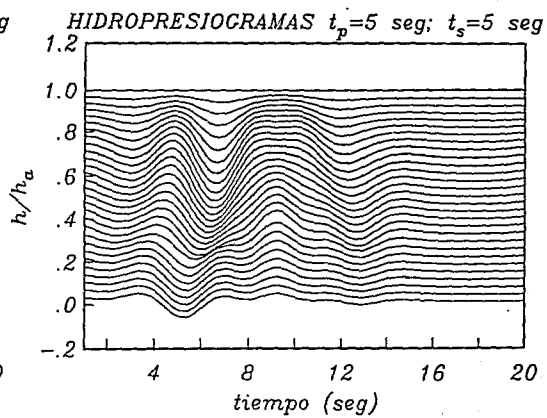
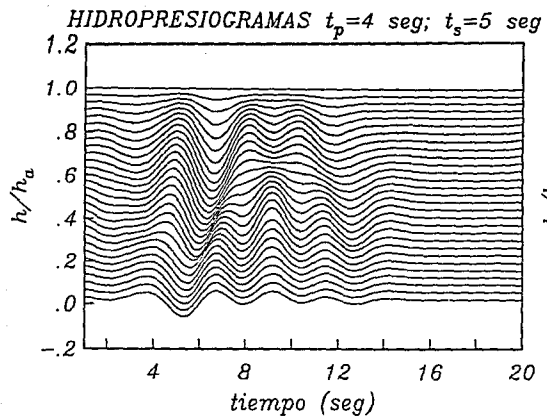


Fig 5.27 Hidropresiogramas calculados en la cortina de la presa para diferentes pulsos de Ricker ($t_p=4$, 5 y 6 seg).

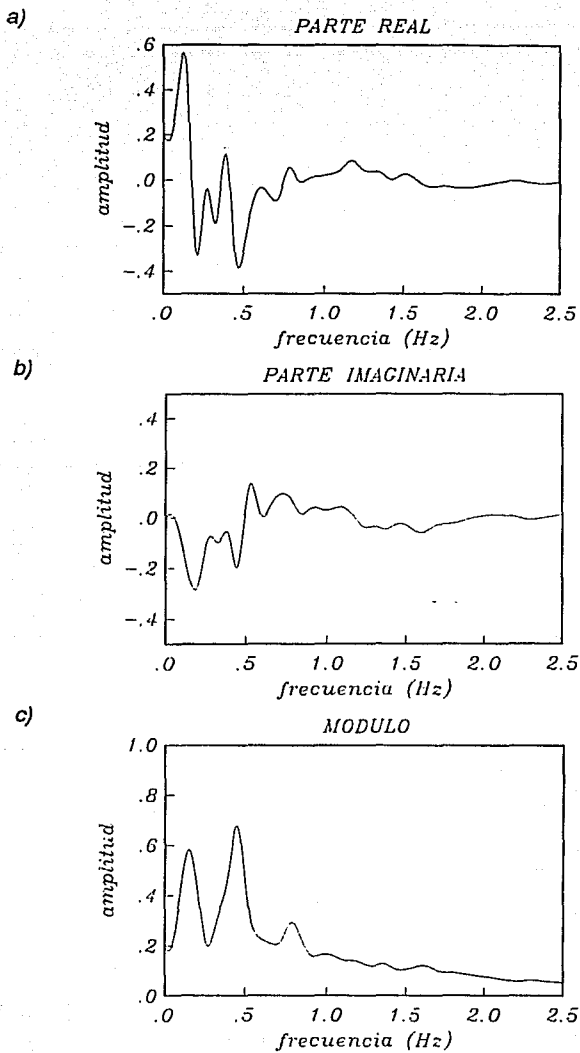


Fig 5.28 Gráfica de empujes hidrodinámicos-frecuencia.
 a) componente real, b) componente imaginaria, c) módulo.

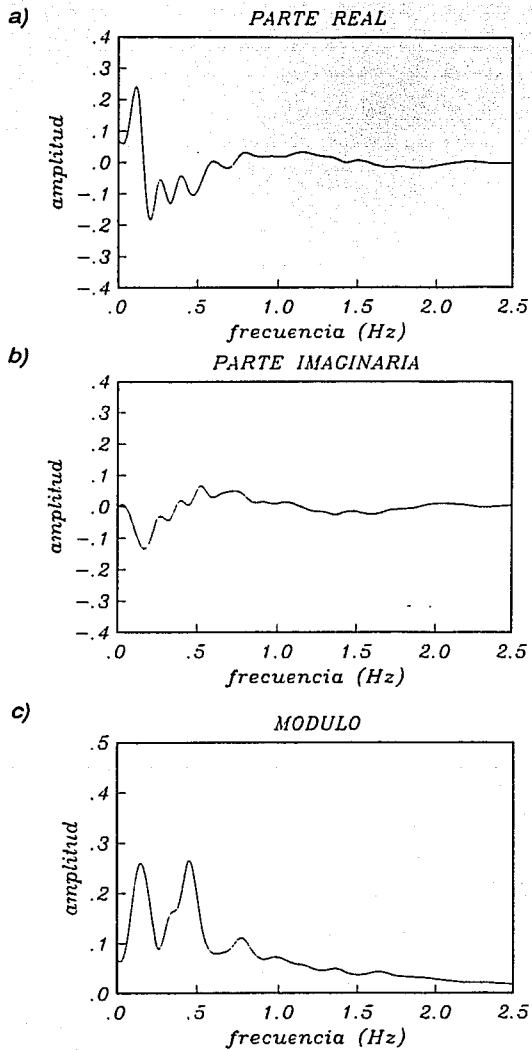


Fig 5.29 Gráfica de momentos hidrodinámicos-frecuencia.
a) componente real, b) componente imaginaria, c) módulo.

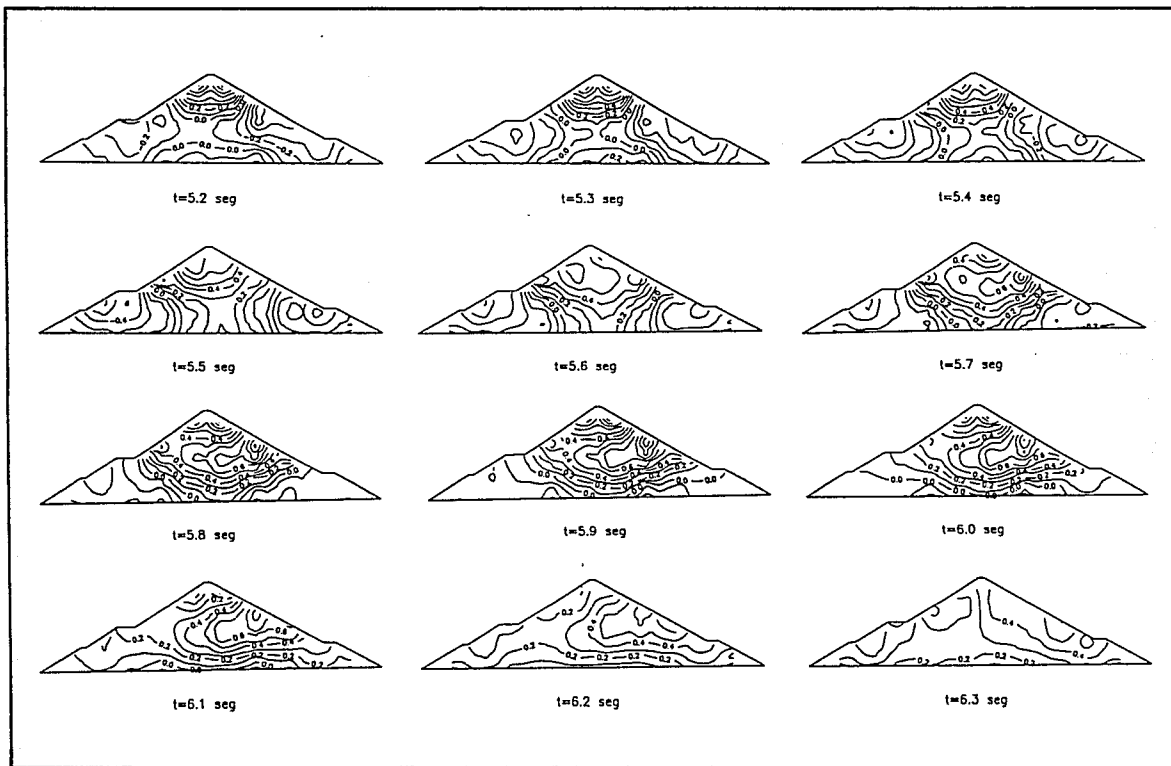


Fig 5.30b Componente horizontal del campo de desplazamientos dentro de la cortina de la presa de $t=5.2$ seg a $t=6.3$ seg.

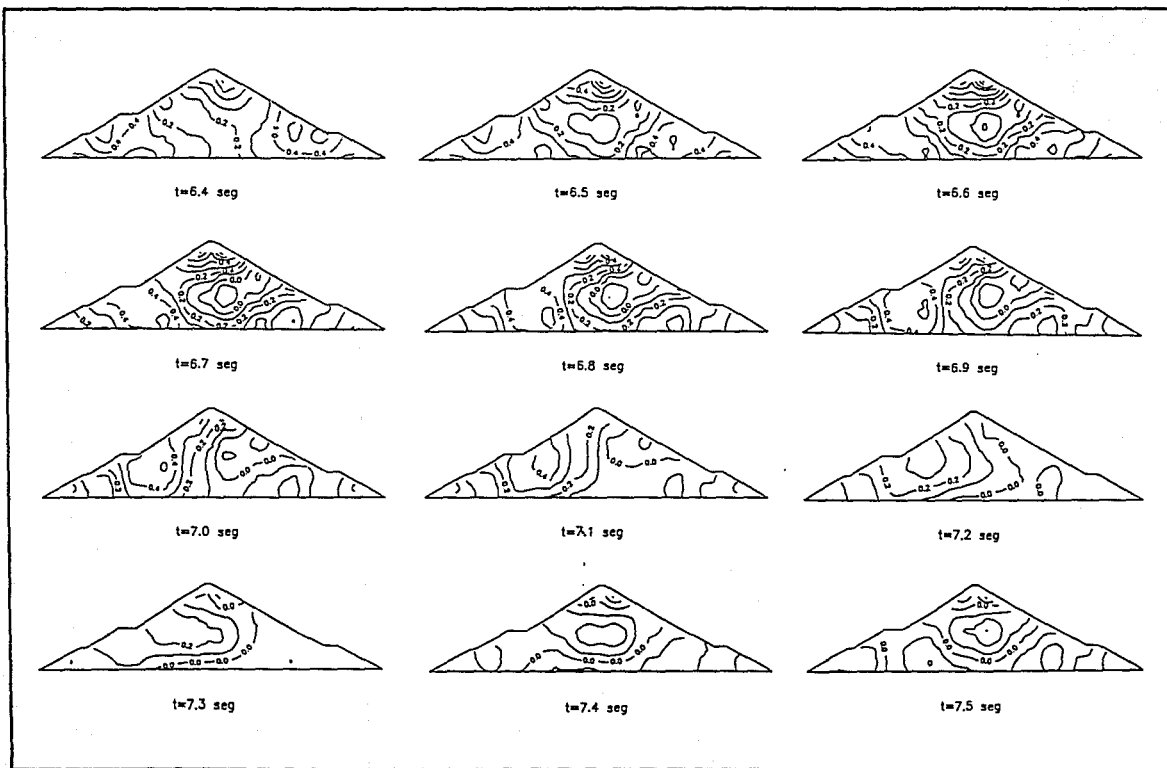


Fig 5.30c Componente horizontal del campo de desplazamientos dentro de la cortina de la presa de $t=6.4$ seg a $t=7.5$ seg.

CONCLUSIONES

Se presentó un método *indirecto* de ecuaciones integrales de frontera (BEM) para modelar la interacción hidrodinámica en presas deformables. Este método se basa en la representación integral de ondas difractadas en términos de fuentes de frontera de capa simple. Dichas fuentes se colocan directamente en las interfaces semiespacio-cortina, semiespacio-fluido y cortina-fluido, de esta forma se elimina la incertidumbre sobre su localización. Así, el campo de ondas difractadas se obtiene a partir de la superposición de las contribuciones de todas las fuentes en la frontera desde donde estas ondas son irradiadas.

Las presas, consideradas elástico-lineales, homogéneas e isotrópicas, aceptan diversas configuraciones geométricas para la cortina. El semiespacio y el embalse se idealizan como medios seminfinitos. En este último, el líquido se supone compresible y su tirante puede variarse. Ciertos tipos de efectos no lineales se toman en cuenta, aproximadamente, introduciendo amortiguamiento histerético en el número de onda k .

El método consiste básicamente en la construcción de un sistema lineal de ecuaciones integrales de frontera en términos de las fuerzas ficticias aplicadas en las fuentes. Este sistema de ecuaciones se obtiene imponiendo las condiciones de continuidad de desplazamientos y tracciones entre regiones. El movimiento proviene únicamente de la incidencia vertical de ondas de corte *SV*, de esta forma se establece la condición de cortante nulo entre el semiespacio y el líquido, por lo que la solución es equivalente a la de campo libre. Para garantizar la nulidad de presiones en la superficie libre del agua se emplea el artificio de fuentes imágenes negativas. Los desplazamientos horizontales y verticales en cada punto y las presiones en la cortina se calculan discretizando las ecuaciones, empleando un esquema basado en la integración numérica y analítica de las funciones de Green para los desplazamientos y tracciones. Este tratamiento puede interpretarse como una implantación numérica del principio de Huygens.

Con el objeto de verificar la precisión del método propuesto se compararon los cálculos de presiones hidrodinámicas en una presa rígida con otros procedimientos, analíticos y empíricos, obteniéndose excelente acuerdo.

En el estudio la respuesta sísmica de una presa de tierra de sección triangular con taludes a 30° se mostró la importancia de la interacción hidrodinámica. Se supuso una cortina con característica rígida y otra deformable. Aplicando el BEM se obtuvieron las funciones de transferencia para diferentes estaciones. El movimiento en el dominio del tiempo se calculó con análisis de Fourier, empleando como señal un pulso de Ricker, observándose la respuesta de la presa para diferentes frecuencias del pulso. En los sismogramas sintéticos se mostró la amplificación e interacción de las ondas que viajan dentro de la cortina con los efectos de las presiones hidrodinámicas. Las diferencias en los resultados muestra que la consideración de presa rígida, en las frecuencias estudiadas, podría conducir a representaciones poco realistas.

Posteriormente, se analizó con mayor detalle la interacción hidrodinámica de una presa homogénea de geometría irregular. En esta presa, de propiedades mecánicas de sus materiales más flexibles que la cortina de sección triangular deformable, se calculó la respuesta en frecuencia. Los diagramas frecuencia-espacio ($f-x$) ilustran en qué frecuencias y puntos de la presa se presentarán las mayores amplitudes. Asimismo, se observó la excitación de una gran variedad de frecuencias. En este modelo de presa se consideró un mayor amortiguamiento histerético que el de la presa de sección triangular, por lo que las amplitudes de las funciones de transferencia en frecuencias mayores se redujeron significativamente.

La respuesta en tiempo se calculó empleando análisis de Fourier. Para ello, se utilizó como señal en el tiempo un pulso de Ricker. Se estudió la influencia del embalse sobre la cortina para diferentes frecuencias de pulsos de Ricker, pudiéndose identificar que la presencia del estrato líquido provoca algunas variaciones en las amplitudes y un ligero aumento en la duración del movimiento.

Por otra parte, en el análisis de presiones hidrodinámicas en la presa irregular se encontró que los efectos dinámicos generan presiones de hasta 4.5 veces las correspondientes a la frecuencia más baja calculada (0.065 Hz). Además, las succiones hidrodinámicas (presiones hidrodinámicas negativas) sobre la cortina podrían ser relevantes, dependiendo de la frecuencia de excitación. Nótese que a estas presiones debe superponerse la presión hidrostática. Asimismo, se obtuvo el empuje sobre la cortina y los momentos con respecto a la base de la presa conforme varía la frecuencia. En las frecuencias iniciales estos elementos mecánicos fueron de mayor importancia.

Un análisis análogo al de sismogramas sintéticos se aplicó a las presiones hidrodinámicas sobre la cortina para obtenerse lo que aquí se denominó como *hidropresiograma*. En éste se observa la variación de la amplitud de una señal

(pulso de Ricker) por efectos de las presiones hidrodinámicas. Para un período del pulso de 0.5 seg se aprecia la propagación de este pulso a través del estrato líquido.

El estudio aquí presentado muestra la factibilidad de usar el método de elementos de frontera para simular la propagación de ondas elásticas en configuraciones complejas en las que hay interacción con una región líquida. El potencial de esta técnica es enorme. La extensión del método a multiregiones, (presas de tierra y enrocamiento), es directa. Además, es posible estudiar la respuesta sísmica con diferentes ángulos de incidencia de ondas P y SV . Ello requiere reconsiderar las condiciones de frontera con el agua, así como los coeficientes de transmisión y reflexión del estrato líquido. El cálculo de los esfuerzos máximos en la cortina en el dominio del tiempo puede evaluarse en el dominio de la frecuencia empleando la teoría de vibraciones casuales (e.g. Romo y Villarraga, 1989). Sin embargo, la exploración exhaustiva de las ventajas y limitaciones de esta técnica excede el alcance de este trabajo. Por otra parte, la combinación del BEM con FEM ha mostrado ser una buena alternativa (e.g. Estorff y Antes, 1991; Xianguey y Romo, 1992).

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi gratitud a mi director de tesis, maestro y amigo Francisco J. Sánchez-Sesma por toda la ayuda y confianza que siempre me ha brindado. Así como, a los doctores Dr. Gustavo Ayala, Dr. Roberto Gómez, Dr. Mario Ordaz, Dr. Miguel P. Romo y Dr. Emilio Rosenblueth por sus valiosas observaciones y sugerencias.

Asimismo, agradezco el desinteresado apoyo de mis compañeros y amigos José Luis Rodríguez, Rafael Avila, Guadalupe Padilla, Jorge Aguirre, Margarita Correa, Sara Sánchez, Martha Suárez, Laura Díaz y Roberto Suárez.

Un especial reconocimiento a mis amigos José Manuel García, José Gerardo García, Romana Aguirre y Heriberta Ríos, que en todo momento han estado conmigo y siempre me han influido el ánimo de seguir adelante.

Agradezco al Instituto de Ingeniería de la UNAM por todas las facilidades otorgadas durante la elaboración de este trabajo. Parte importante de los cálculos se efectuaron en la supercomputadora CRAY-YMP de la UNAM a cargo de la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico.

Este estudio formó parte del proyecto 2501 del Instituto de Ingeniería, parcialmente financiado por CONACYT.

APÉNDICE A. PRESIONES HIDRODINÁMICAS SOBRE UNA CORTINA RÍGIDA CON PARAMENTO VERTICAL

Las presiones hidrodinámicas sobre una cortina rígida se pueden calcular analíticamente con el método de separación de variables. Considérese la cortina rígida mostrada en la fig A.1, la ecuación que gobierna el movimiento es

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (\text{A.1})$$

donde c es la velocidad de propagación de las ondas en el agua y p es la presión que tiene una dependencia armónica con el tiempo, t , del tipo

$$p = X(x) Y(y) e^{k\omega t} \quad (\text{A.2})$$

sustituyendo esta expresión en la ec A.1 se obtiene

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (\text{A.3})$$

si se define $\lambda^2 = -Y''/Y$, se tendrá

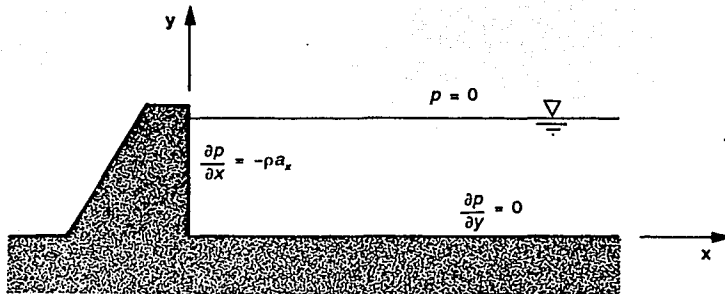


Fig A.1 Presa rígida con paramento vertical

$$Y''' + \lambda^2 Y = 0 \quad (\text{A.4})$$

Una solución de esta ecuación es

$$Y = a_1 \cos \lambda y + a_2 \operatorname{sen} \lambda y \quad (\text{A.5})$$

como $\partial p / \partial y = 0$ en la base se tiene que $a_2 = 0$, por lo que

$$Y = a_1 \cos \lambda y \quad (\text{A.6})$$

aquí se debe tener que $\cos \lambda H = 0$, es decir $\lambda H = (2n-1)\pi/2$, para $n=1,2,3,\dots$. Entonces se puede escribir $\lambda_n = (2n-1)\pi/2H$.

Sustituyendo en la ec A.2 se obtiene

A.3

$$X'' + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \lambda_n^2 \right) X = 0 \quad (\text{A.7})$$

con solución

$$X = \exp\left\{-i\sqrt{\omega^2/c^2 - \lambda_n^2} x\right\} \quad (\text{A.8})$$

donde la parte imaginaria de la raíz debe ser menor que cero.

Así, de las ecs A.6 y A.8 en la ec A.2 la solución se podrá formar como

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \lambda_n y \exp\left\{-i\sqrt{q^2 - \lambda_n^2} x\right\} \quad (\text{A.9})$$

donde $q^2 = \omega^2/c^2$ y A_n son los coeficientes que deben de satisfacer la condición de frontera en $x=0$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho a_x \quad (\text{A.10})$$

donde ρ es la densidad de masa del agua y a_x es la componente horizontal de la aceleración. Así de la ec A.9 se tendrá

$$-\sum_{n=1}^{\infty} i A_n \sqrt{q^2 - \lambda_n^2} \cos \lambda_n y = -\rho a_x \quad (\text{A.11})$$

pero

$$\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-1} \cos \frac{2n-1}{2H} \pi y = 1 \quad (\text{A.12})$$

entonces, combinando A.11 y A.12 se determinan los coeficientes A_n

$$A_n = \frac{-4i\rho a_x}{\pi} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \frac{1}{\sqrt{q^2 - \lambda_n^2}} \quad (\text{A.13})$$

finalmente de la ec A.9 se obtiene

$$p = \frac{-2i\rho a_x}{H} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\lambda_n} \frac{\cos\lambda_n y}{\sqrt{q^2 - \lambda_n^2}} \exp\{-i\sqrt{q^2 - \lambda_n^2} x\} \quad (\text{A.14})$$

Por otra parte, las presiones hidrodinámicas cuando el líquido es incompresible se obtienen cuando $q \rightarrow 0$, o bien $c \rightarrow \infty$

$$p = \frac{8\rho a_x H}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2} \frac{\cos(2n-1)\pi y}{2H} \exp\left\{-\frac{(2n-1)\pi}{2H} x\right\} \quad (\text{A.15})$$

en la base de la cortina la presión alcanza su máximo valor de $0.746\rho a_x H$

REFERENCIAS

Abramowitz, M. y I.A. Stegun (1972). *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, New York.

Aki, K. y P.G. Richards (1980). *Quantitative Seismology*, W.H. Freeman, San Francisco

Antes, H. y O. von Estorff (1987). Analysis of Absorption Effects on the Dynamic Response of Dam Reservoir Systems by Boundary Element Methods, *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, **15**, 1023-1036.

Banerjee, P.K. y R. Butterfield (1981). *Boundary Element Methods in Engineering Science*, McGraw Hill, Londres.

Bouchon, M. (1985). A Simple, Complete Numerical Solution to the Problem of Diffraction of SH Waves by an Irregular Surface, *J. Acoust. Soc. Am.* **77**, 1-5.

Bravo, M.A., F.J. Sánchez-Sesma and F.J. Chávez-García (1988). Ground Motion on Stratified Alluvial Deposits for Incident SH Waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **78**, 436-450.

Brebbia, C.A. (1978). *The Boundary Element Method for Engineers*, Pentech Press, Londres.

Brebbia, C.A. y J.E. Domínguez (1977). *Boundary Element Method for Potential Problems*, Appl. Math. Modelling, **1**, 372-378.

Brebbia, C.A. y J.E. Domínguez (1989). *Boundary Elements An Introductory Course*, Computational Mechanics Publications, Southampton, U.K.

- Brebbia, C.A., J.C.F. Telles y L.C. Wrobel (1984). *Boundary Element Techniques*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg.
- Bustamante, J., E. Rosenblueth, I. Herrera y A. Flores (1963). Presión Hidrodinámica en Presas y Depósitos, *Bol. Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica*, 1, 2, 37-54.
- Clough, R.W. (1969). Analysis of Structural Vibrations and Dynamic Response, *Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis and Design, 2nd U.S.-Japan Seminar, University of Alabama Huntsville Press*, Tokio, 441-486.
- Clough, R.W. y A.K. Chopra (1977). Earthquake Response Analysis of Concrete Dams, *Structural and Geotechnical Mechanics*, W J Hall, ed, Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs N.J., 378-402.
- Chakrabarti, P. y A.K. Chopra (1974). Hydrodynamic Effects in Earthquake Response of Gravity Dams, *J. Struct. Div. ASCE*, 100, ST6, 1211-1224.
- Chawng, T. (1978). Hydrodynamic Pressures on Sloping Dams During Earthquakes. Part 2. Exact theory, *J. Fluid Mech.*, 87, 343-348.
- Chen, G. y J. Zhou (1992). *Boundary Element Methods, Computational Mathematics and Applications*, Academic Press, Cambridge, Great Britain.
- Chopra, A.K. (1967). Hydrodynamic Pressures on Dams During Earthquakes, *J. Engrg. Mech. Div. ASCE*, 94, EM6, 1475-1500.
- Chopra, A.K. y P. Chakrabarti (1981). Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dams Including Dam-Water-Foundation Rock Interaction, *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 9, 363-383.
- Cruse, T.A. (1973). Application of the Boundary Integral Equation Method to Three-Dimensional Stress Analysis, *Comput. Struct.*, 3, 509-527.
- Dravinski, M. (1989). Elastodynamics, en *Boundary Element Methods in Structural Analysis, Ed. D.E. Beskos, American Society of Civil Engineers*, New York.
- Estorff, O. y H. Antes (1991). On FEM-BEM Coupling for Fluid-Structure Interaction Analysis in the Time Domain, *Int. J. for Numer. Methods eng.*, 31, 1151-1168.
- Gazetas, G. (1985). Seismic Response of Earth Dams: Some Recent Developments, *Soil Dyn. and Earthq. Engrg.*, 6(1), State-of-the-Art issue, 1-47.
- Gazetas, G. y P. Dakoulas, (1992). Seismic Analysis of Rockfill Dams: State-of-the-Art, *Soil Dyn. and Earthq. Engrg.*, 11, 27-61.
- Hall, J.F. y A.K. Chopra, (1982). Two-dimensional Dynamic Analysis of Concrete Gravity Dams and Embankment Dams including hydrodynamics effects, *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 10, 305-332.
- Kawase, H. (1988). Time-domain Response of a Semicircular Canyon for Incident SV, P, and Rayleigh Waves Calculated by the Discrete Wavenumber Boundary Element Method, *Bull. Seism. Soc. Am.* 78, 1415-1437.

- Kupradze, V.D. (1963). Dynamical Problems in Elasticity, en *Progress in solid mechanics*. III, I.N. Sneddon and R. Hill (Eds.), North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
- Love, A.E.H. (1944). *A Treatise on the Mathematical Theorie of Elasticity*, Dover publications, New York.
- Manolis, G.D, and D.E. Beskos (1988). Boundary Element Methods in Elastodynamics, *Unwin Hyman Ltd*, Londres.
- Mejía, L.H., H.B. Seed y J. Lysmer (1982). Dynamic Analysis of Earth Dams in Three Dimensions, *J. of Geoth. Engrg. Div., Proceedings of the ASCE*
- O'Brien, J.F. y T.L. Geers (1989). Direct vs. Indirect Boundary Element Methods, *Proceedings of the International Symposium on the Boundary Element Methods: Advances in Solid and Fluid Mechanics*, East Hartford, Connecticut, USA.
- Pao, Y.H. y C.C. Mow (1973). Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations, *New York: Crane Russak*.
- Rizzo, F. (1989). Some Observations on the Boundary Element Method, *Proceedings of the International Symposium on the Boundary Element Methods: Advances in Solid and Fluid Mechanics*, East Hartford, Connecticut, USA.
- Romo, M.P. y M.R. Villarraga (1989). Modelo Teórico del Comportamiento Sísmico de Presas, El Infiernillo, *Series del Instituto de Ingeniería, UNAM*, 518, México.
- Romo, M.P. (1993). Comunicación personal.
- Rosenblueth, E. (1968). Presión Hidrodinámica en Presas Debida a Aceleración Vertical con Refracción en el Fondo, *II Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Veracruz, Ingeniería*, 38, 2, 199-208.
- Rosenblueth, E. (1971). Presión Hidrodinámica por Sismo en Presas. Estado del arte, *Instituto de Ingeniería, UNAM*. 283, México.
- Saini, S.S., P. Bettes y O.C. Zienkiewicz, (1978). Coupled Hydrodynamic Response of Concrete Gravity Dams Using Finite and Infinite Elements, *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 6, 363-374.
- Sánchez Salinas, M.S.V. (1988). Efecto del Oleaje en Presiones Hidrodinámicas Sobre Presas. *Tesis de Licenciatura, Escuela de Ingeniería, Universidad Autónoma de Puebla*.
- Sánchez-Sesma, F.J. y J.A. Esquivel (1979). Ground Motion on Alluvial Valleys Under Incident Plane SH Waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 69, 1107-1120.
- Sánchez-Sesma, F.J. y E. Rosenblueth (1979). Ground Motion at Canyons of Arbitrary Shape Under Incident of SH Waves, *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 7, 441-450
- Sánchez-Sesma, F.J., M.A. Bravo y I. Herrera (1985). Surface Motion of Topographical Irregularities for Incident P, SV and Rayleigh Waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 75, 263-269.

Sánchez-Sesma, F.J. y M. Campillo (1991). Diffraction of P, SV and Rayleigh Waves by Topographical Features: A Boundary Integral Formulation, *Bull. Seism. Soc. Am.* **81**, 2234-2253

Westergaard, H.M. (1933). Water Pressures on Dams During Earthquakes, *Trans., ASCE*, **98**, 418-433.

Xiangyue, L. y M.P. Romo (1992). Análisis Sísmico de Presas de Enrocamiento con Cara de Concreto, *Publicación interna del Instituto de Ingeniería, UNAM, México.*