

01161  
7  
201

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FUERZAS Y MOMENTOS QUE ACTUAN EN PUENTES ATIRANTADOS  
EN FLUJO INESTABLE DE VIENTO

PRESENTA

ROLANDO REYES GRECO

COMO REQUISITO PARA OPTAR POR EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA  
( ESTRUCTURAS )

CIUDAD UNIVERSITARIA, MEXICO D.F., MAYO, 1993

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**RESUMEN:**

Se presentan los conceptos básicos y el algoritmo numérico que resuelve las ecuaciones de movimiento para el estudio de la inestabilidad aerodinámica de puentes atirantados bajo flujo laminar de viento. Se utiliza el método modificado de Euler y el método de Runge-Kutta con el corrector de Adams. Se analiza el comportamiento de un puente atirantado en particular, con diferentes características de amortiguamiento.

**ABSTRACT:**

The basic concepts and a numerical algorithm for the solution of the movement equations that govern aerodynamic instability analysis of cable stayed bridges under wind laminar flow is presented. It is used the Euler modified method and the Runge-Kutta method with Adams' corrector. A particular study of a bridge is developed with different damping characteristics.

## CONTENIDO

1.	ANTECEDENTES.....	1
2.	CONSIDERACIONES SOBRE INESTABILIDAD EN ESTRUCTURAS SENSIBLES A LA ACCION DEL VIENTO .....	4
3.	REPRESENTACION MATEMATICA DEL MOVIMIENTO DE PUENTES ATIRANTADOS .....	6
	3.1 Velocidad del aire.	
	3.2 Modelo teórico.	
	3.3 Fenómenos de interacción del flujo del aire con la sección del puente.	
	3.4 Fuerzas inducidas por el flujo.	
	3.5 Fuerzas internas del modelo.	
4.	FORMAS MODALES DE VIBRACION EN PUENTES ATIRANTADOS Y SUS FRECUENCIAS .....	21
	4.1 Discretización de sistemas continuos.	
	4.2 Matriz de rigidez elástica.	
	4.3 Masas concentradas.	
	4.4 Masas consistentes.	
5.	AMORTIGUAMIENTO AERODINAMICO DE PUENTES ATIRANTADOS .....	29
	5.1 Mediciones experimentales y reales.	
	5.2 Conclusiones de las mediciones.	
	5.3 Método de evaluación de la fracción de amortiguamiento crítico en puentes atirantados.	
6.	PRUEBAS CONTROLADAS PARA OBTENER VALORES MEDIDOS EN TUNEL DE VIENTO .....	40
	6.1 Determinación de coeficientes de arrastre, levantamiento y de torsión para diseños cuasi-estáticos.	
	6.2 Determinación de los coeficientes aerodinámicos en torsión y flexión $A_i^*(k)$ y $H_i^*(k)$ .	
7.	PROCEDIMIENTO NUMERICO PARA ESTIMAR LOS MOVIMIENTOS Y LAS FUERZAS RESULTANTES DE LA ACCION DEL VIENTO .....	44
	7.1 Cambio de constantes.	
	7.2 Cambio de variables.	
	7.3 Métodos de solución.	
	7.4 Programa.	

8. APLICACION A UN EJEMPLO DE PUENTE ATIRANTADO .....	51
9. ANALISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS .....	56
9.1 OBSERVACIONES A LAS GRAFICAS DEL APENDICE C.	
9.2 OBSERVACIONES A LAS GRAFICAS DEL APENDICE D.	
10. COMENTARIOS FINALES .....	59
APENDICE A .....	60
APENDICE B .....	66
APENDICE C .....	107
APENDICE D .....	171
APENDICE E .....	192
APENDICE F .....	207
REFERENCIAS .....	211
INDICE DE FIGURAS .....	214
INDICE DE TABLAS .....	216
NOTACION .....	217

## 1. ANTECEDENTES

En los tiempos modernos el hombre, en su afán de encontrar una explicación de su relación con la naturaleza que lo rodea, ha motivado el desarrollo acelerado de la ciencia y la tecnología en el mundo.

El avance en campos como la electrónica, la medicina, la biología y la ingeniería, por mencionar sólo algunos, ha sido impresionante. Los ordenadores digitales, los satélites artificiales, la robótica, la creación de nuevas vacunas contra enfermedades hasta hace algunos años incurables, el estudio del comportamiento de los animales en el mundo marino y terrestre, el desarrollo de procesos de ingeniería cada vez más audaces y la infraestructura versátil que se genera en la actualidad, son algunos ejemplos del fruto de este desarrollo.

El aportar nuevos conocimientos a través de la investigación es una tarea primordial. Así, el esfuerzo de este documento está encaminado a este propósito, a la aportación, en una rama de la ingeniería, de un conocimiento adicional que ayudará a entender mejor un fenómeno específico, de importancia vital en las obras de infraestructura de la actualidad.

En la historia de la sociedad humana, la necesidad de comunicación ha sido uno de los factores que ha motivado el desarrollo de proyectos de grandes obras que facilitan el intercambio de los diferentes asentamientos humanos, entre las que se cuentan, sin lugar a dudas, las carreteras y vías de ferrocarril.

Los problemas a los que se enfrentan los proyectistas de vías de comunicación terrestre son muy variados y de distinto grado de dificultad. Sin embargo, cuestiones específicas como atravesar por zonas de barrancas profundas y grandes ríos, ha sido uno de los aspectos más difíciles de resolver y es en verdad un reto para la ingeniería civil.

El diseño y construcción de puentes atirantados es el enfoque actual para resolver el problema, es decir, la idea de soportar elementos resistentes mediante cuerdas inclinadas o cables unidos a un mástil o torre, amén de otros sistemas tradicionalmente utilizados.

El concepto se ha usado desde el mundo primitivo en la construcción de algunos sistemas básicos. No fue sino hasta el siglo XIX, en Inglaterra y Alemania, en donde se construyeron algunas estructuras simples de este tipo. Las primeras soluciones racionales comenzaron a principios de este siglo, en Francia, ampliándose en todo el mundo, en la actualidad, después de la Segunda Guerra Mundial.

Sin embargo, el desarrollo de proyectos para este tipo de estructuras no ha sido el óptimo. Algunos puentes han fallado o experimentan, en la actualidad, un comportamiento inadecuado debido al limitado conocimiento que se tuvo en la etapa de diseño, de la interacción de las masas de aire con el sistema estructural.

En Japón, donde se han proyectado gran parte de los puentes atirantados del mundo, se ha comprobado que el efecto del viento es crítico en puentes de claros grandes mayores de 50 mts., (ref. 12). Los avances en la tecnología del acero y del concreto presforzado, las técnicas de soldadura y la construcción en voladizo, por mencionar algunas, han hecho posible la construcción de puentes atirantados ligeros hasta de 1410 mts., como el Humber, en el estrecho de Mesina, o el Akashi, en Japón, con un claro principal de 1990 mts.

Sin embargo, los problemas inherentes al comportamiento estructural de estos puentes se agravan debido a factores críticos como el incremento en la flexibilidad, y la correspondiente reducción de la frecuencia natural de vibración, además de un decremento en el amortiguamiento y la amplitud de los efectos del viento en relación a la inercia de la estructura.

Es de importancia para el proyectista de puentes, además de contar con la información de las características del viento en el lugar, conocer la relación de las masas de aire en movimiento y las fuerzas que se inducen en la estructura flexible para evaluar su correspondiente comportamiento. Sin embargo, en ocasiones, estas consideraciones son complejas para poder obtener diseños seguros en la práctica. Si la nueva generación de ingenieros no reconoce esta necesidad, la historia puede repetirse y sufrir otra serie de desastres, tan dramáticos como la falla del puente Tacoma Narrows, en 1940.

Con este nuevo concepto de puentes, es necesario contar con herramientas que le permitan al proyectista estructural estimar los efectos del viento, con un mayor grado de refinamiento que el requerido previamente para puentes más pequeños o con sistemas tradicionales establecidos.

Para esto, en este estudio se desarrollará la teoría básica del análisis aeroelástico de cubiertas de puentes atirantados, mediante modelos matemáticos basados en consideraciones teóricas restrictivas y con el empleo de parámetros fácilmente medibles en pruebas de túnel de viento, para conocer la interacción de las fuerzas aerodinámicas, con las fuerzas elásticas, de inercia y de amortiguamiento de los modelos respectivos.

Se buscará investigar la estabilidad aerodinámica de una estructura en particular y conocer la evolución en el tiempo, de los desplazamientos y las fuerzas inducidas bajo flujo laminar.

El presente trabajo tiene como finalidad más importante aportar una herramienta útil para proyectistas estructurales de puentes atirantados.



## 2. CONSIDERACIONES SOBRE INESTABILIDAD EN ESTRUCTURAS SENSIBLES A LA ACCION DEL VIENTO

La parte medular de este estudio se encamina al análisis de la inestabilidad y la determinación de las fuerzas asociadas que se generan en puentes atirantados, inducidas por la interacción del flujo del viento con la estructura, cuyas propiedades se conocen. A continuación, se presenta la metodología básica de esta búsqueda.

Una estructura en particular puede presentar un estado de configuración inicial, el cual es perturbado por la acción de fuerzas, que generan configuraciones que definen una posible trayectoria. Si se acepta la existencia de un entorno de estabilidad en el espacio de configuraciones, cuando se genere dicha perturbación y la trayectoria se encuentre dentro del entorno, se dirá que la configuración inicial es estable. Si abandona el entorno de estabilidad, se dice que se inicia la inestabilidad del sistema.

Así, es posible definir procedimientos para establecer matemáticamente la estabilidad o inestabilidad. Para ello, en una estructura sujeta a una perturbación inicial, se plantean las ecuaciones que definen el movimiento, se resuelven las ecuaciones diferenciales y se establece la trayectoria en el espacio de configuraciones. Si al transcurrir el tiempo las configuraciones no abandonan el entorno de estabilidad, se dice que la configuración inicial que fue perturbada, es estable. Será asintóticamente estable, si regresa en el tiempo a su posición original. Si la trayectoria provoca que la configuración abandone el entorno de estabilidad, se dirá que la configuración inicial perturbada es inestable.

Para el caso particular de puentes atirantados, las fuerzas inducidas por el viento se calculan por la integración de presiones locales instantáneas, que fluctúan por las condiciones del flujo del viento en el barlovento y sotavento, la geometría de la sección transversal de la cubierta y consideraciones locales de topografía. Además, cuando las fluctuaciones se presentan con cambios en el transcurso del tiempo, las fuerzas en la parte superior de la cubierta presentan una resultante variable en el tiempo que no coincide con la resultante de presiones en la cara inferior de la cubierta, lo que provoca una fuerza vertical y un momento, respecto al centroide de la cubierta. Consecuentemente, se inducen desplazamientos verticales y rotaciones relativas alrededor del eje longitudinal del puente, que varían también con el tiempo.

Así, para el planteamiento del problema, se utilizará el método dinámico, que busca establecer las ecuaciones de movimiento, a partir de parámetros que son función de las propiedades inherentes de la estructura y las

características de las fuerzas que induce el flujo del viento.

Para el análisis de la inestabilidad, se proponen soluciones matemáticas a las ecuaciones dinámicas correspondientes, se determina la magnitud y posición de la fuerza resultante en el tiempo, así como los desplazamientos inducidos por flexión y torsión de un puente en particular, para juzgar la posibilidad de abandono del entorno de estabilidad, a partir de la configuración inicial.

Matemáticamente el método dinámico transforma el problema en un planteamiento de ecuaciones diferenciales cuyas soluciones admisibles indican el inicio del problema de inestabilidad. Las soluciones podrán definir tres estados de configuraciones en el tiempo: trayectorias de movimientos periódicos, trayectorias que superan el entorno de estabilidad ó trayectorias que no lo superan, para afirmar la estabilidad del sistema.

### 3. REPRESENTACION MATEMATICA DEL MOVIMIENTO DE PUENTES ATIRANTADOS

La interacción de la estructura flexible con el movimiento de las masas de aire es un problema complejo. Se requieren consideraciones teóricas simplificadorias, conjuntadas con parámetros fácilmente medibles, que permitan realizar el análisis.

Para lograr tal propósito, se deben establecer, en primer lugar, las características del movimiento del aire y su interacción con la estructura a través de un modelo adecuado. Se analizan los parámetros aerodinámicos y las ecuaciones representativas de las fuerzas inducidas por el flujo. El equilibrio dinámico con las fuerzas internas de la estructura permite plantear las ecuaciones matemáticas cuya solución define la posibilidad de inestabilidad.

#### 3.1 VELOCIDAD DEL AIRE

La suma de aceleraciones inducidas en las partículas de aire por la curvatura y rotación de la tierra y las presiones diferenciales derivadas de complejos procesos atmosféricos, inducen el movimiento del aire libre de la fricción de la superficie del suelo. A la velocidad asociada se le conoce como gradiente de velocidad ( $V_g$ ), que se produce a una altura gradiente de la superficie ( $Z_g$ ). Esta altura gradiente varía entre 300 y 600 mts.

Sin embargo, para la ingeniería estructural, interesa las características y la velocidad del viento cerca de la superficie, a la altura de la cubierta del puente.

A este nivel, las características de la velocidad del viento son las siguientes:

a. La velocidad se reduce debido a la fricción con la superficie terrestre. Se ha propuesto la siguiente ecuación por Davenport para calcular la velocidad básica ( $V$ ) referida a una altura ( $Z_h$ ), ( ref. 1 ):

$$V = [Z_h/Z_g]^{\beta} * V_g \quad (3.1)$$

en donde ( $\beta$ ) es función de la rugosidad de la superficie. Se obtiene por medio de observaciones del lugar de desplante de la estructura. La tabla 3.1 muestra algunos valores representativos del exponente ( $\beta$ ).

Condición de superficie	$\beta$
Superficie abierta de agua	0.12
Campo abierto	0.16
Bosques y zonas suburbanas	0.28
Áreas urbanas	0.40

TABLA 3.1 Influencia de la rugosidad de la superficie en la ley exponencial de la ecuación de Davenport.

Sin embargo, es usual, ( ref. 1 ), a partir de datos meteorológicos, calcular una velocidad media o fundamental ( $V_f$ ) referida a una altura arbitraria ( $Z_f$ ), generalmente de 10 metros.

Así, a partir de la ecuación 3.1, se establece la siguiente relación:

$$V = [Z_h/Z_f]^\beta * V_f \quad (3.2)$$

b. El viento a la altura de la cubierta del puente no es de velocidad y dirección constantes. La interacción del viento natural con la superficie terrestre produce un flujo que es turbulento con velocidades que varían en dirección y tiempo.

### 3.2 MODELO TEORICO

La flexibilidad y exposición al flujo del viento de la cubierta de la estructura en un puente atirantado de gran claro, permite establecer un análisis de la acción del flujo exclusivamente en la cubierta flexible. Para tal efecto, es posible estudiar los efectos del viento de toda la estructura, considerando un modelo de la sección crítica de la cubierta de tres grados de libertad, ( $h$ ), ( $\alpha$ ) y ( $z$ ), con reproducción de características de rigidez lineal y angular equivalentes a las del puente atirantado, así como de amortiguamiento confiable, ( fig. 3.1 ).

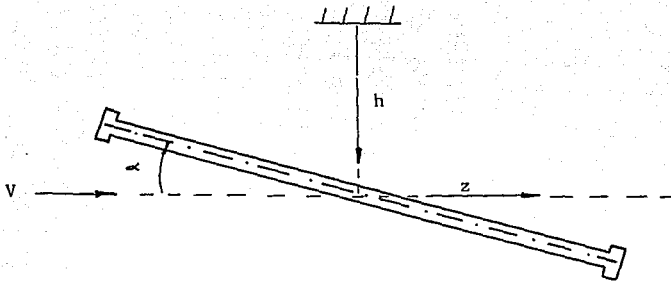


FIG. 3.1 Modelo de tres grados de libertad, utilizado como representativo para el análisis de inestabilidad de puentes atirantados.

### 3.3 FENOMENOS DE INTERACCION DEL FLUJO DEL AIRE CON LA SECCION DEL PUENTE

Al considerar la sección de un puente bajo la acción de un flujo uniforme de viento con un determinado intervalo de viscosidad, que actúa en la dirección mostrada en la figura 3.2.

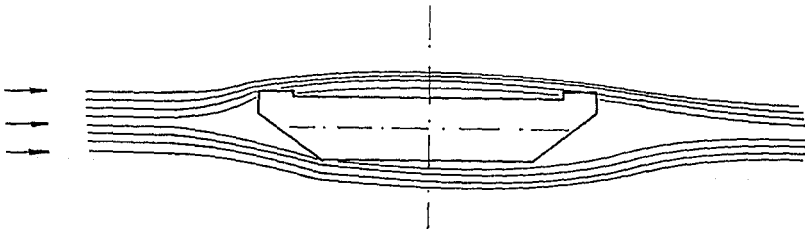


FIG. 3.2 Flujo uniforme en la sección de un puente.

Se ha comprobado experimentalmente que el aire se adhiere a la superficie de la sección. Esto causa un decaimiento del movimiento en una capa cerca de la superficie conocida como capa límite. Aquí la velocidad es cero y se incrementa hasta que alcanza su valor máximo que corresponde al flujo externo.

Debido a la masa del aire, se evidencian efectos de inercia en relación a la segunda ley de Newton. Dichos efectos, conjuntados con los de viscosidad, determinan propiedades importantes del flujo alrededor de la sección. El número de Reynolds (Re), es un índice que es proporcional a la relación entre las fuerzas de inercia y viscosidad.

Al considerar un volumen de fluido con una dimensión típica (L) y mediante el teorema de Bernoulli, se llega a la siguiente ecuación, ( ref. 3 ):

$$Re = VL/\mu \quad (3.3)$$

en donde (V) es la velocidad básica del flujo, y ( $\mu$ ) es la viscosidad cinemática, que relaciona la viscosidad y la densidad del fluido.

Así, si el número de Reynolds es grande, los efectos de inercia predominan. Si es pequeño, los efectos de viscosidad son los más importantes. El concepto de número de Reynolds es una cuestión local, en relación a la longitud representativa (L) en estudio. De esta manera, cuando se habla del análisis del flujo en todo un puente atirantado, es usual escoger una longitud (L) unitaria representativa de una sección del puente.

Para un valor bajo del número de Reynolds, el flujo permanece en contacto con el perímetro de la sección, como se muestra en la figura 3.2. Si se incrementa la velocidad del flujo, las partículas en la capa límite son desaceleradas por las fuerzas de inercia, debido a adversos gradientes de presión en los contornos de la sección del puente. El flujo cerca de la superficie de la cubierta se invierte generando vórtices simétricos en la región del sotavento, como se muestra en la figura 3.3.

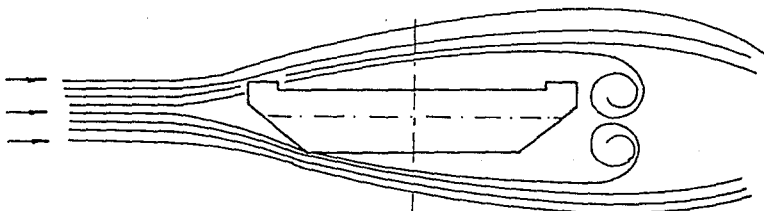


FIG. 3.3 Formación inicial de vórtices en la sección del puente.

Un aumento en la velocidad produce un incremento directo en el número de Reynolds, generando una secuencia de fenómenos en el flujo, en donde el número de Reynolds es un índice conveniente que define las características del flujo, en relación a la sección transversal de la cubierta.

Si se incrementa el número de Reynolds, los vórtices pierden su simetría, hasta que finalmente se desprenden uno del otro, induciendo de esta manera la separación de la capa límite de la superficie de la cubierta. Se forma una estela con considerable turbulencia y la pérdida asociada de fuerzas de sustentación arriba ó abajo de la cubierta, dando inicio a procesos inestables acelerados, ( fig. 3.4 ).

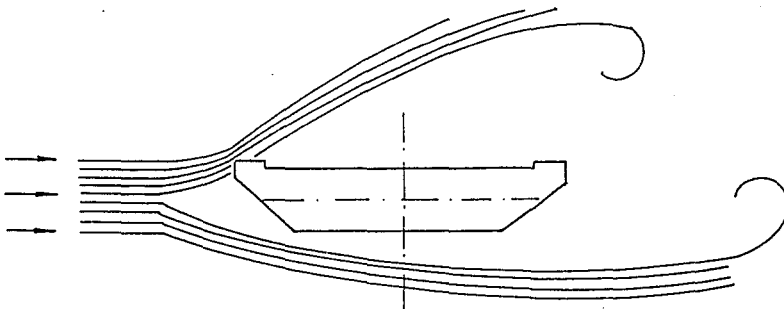


FIG. 3.4 Separación de la capa límite como consecuencia del desprendimiento de vórtices.

El fenómeno de formación y desprendimiento de vórtices fue estudiado inicialmente por Bénard y von Karman, y sigue siendo un tema de muchos estudios teóricos y experimentales en la actualidad.

El análisis de la turbulencia provocada por la separación de vórtices se puede describir en términos de un parámetro adimensional (S) conocido como número de Strouhal:

$$S = N_s D / V \quad (3.4)$$

donde (Ns) es la frecuencia de separación de los vórtices, (D) es una dimensión característica de la sección proyectada en un plano normal a la velocidad del flujo, y (V) es la velocidad básica.

El número de Strouhal (S) toma diferentes valores, bajo características constantes, dependiendo de la sección transversal. Si es circular, el número de Strouhal se ha establecido con valor próximo a 0.2 en flujo laminar y 0.25 en flujo turbulento, para intervalos grandes del número de

Reynolds (100 a 100,000). Para secciones cuadradas, el número de Strouhal es del orden de 0.11, [1].

La nulificación de la aparición de vórtices no es posible en la práctica. Se mencionó anteriormente que para números de Reynolds muy bajos, aparecen vórtices simétricos estables. A medida que se incrementa la velocidad del flujo, se incrementa la frecuencia de los vórtices hasta que se alcanza la frecuencia de vibración de la estructura en flexión. Así, se inducen grandes desplazamientos al interactuar la estructura con el flujo, provocando la rápida inestabilidad de la cubierta.

Conociendo la frecuencia en flexión de la cubierta, y la dimensión (D) representativa, se puede obtener la velocidad crítica del viento que produce la resonancia, las cuales suelen ser moderadas. Por lo tanto, en el diseño de puentes atirantados, se buscan secciones transversales de cubiertas aerodinámicas, cuya esbeltez y forma reduzcan la posibilidad de la separación de la capa límite y disminuyan la intensidad de los vórtices, evitando que las frecuencias de las estelas vorticosas correspondan a alguna de las frecuencias naturales de vibración del puente.

La inducción de turbulencia debido a las características del flujo en base al número de Reynolds, es de mayor interés para la ingeniería eólica que la turbulencia previamente inducida en el viento por procesos semejantes, tales como la convección térmica y condiciones locales del terreno en donde se encuentra ubicada la estructura, ( ref. 17 ).

Cabe mencionar que se pueden cambiar las características de estabilidad aerodinámica bajo flujo turbulento al modificarse la frecuencia vorticiosa, (ref.17). Sin embargo, poco se ha avanzado en este estudio debido a la dificultad de establecer este flujo en pruebas de túnel de viento, con la precisión adecuada para simular las condiciones reales, [2].

[1] En la referencia 17 se encuentra una tabla de valores del número de Strouhal para diferentes secciones transversales, en el intervalo de separación de vórtices bajo flujo laminar.

[2] Este análisis está fuera de los alcances del presente trabajo. Sin embargo, algunos aspectos básicos sobre el efecto del flujo turbulento en puentes atirantados se encuentran en la referencia 4.



### 3.4 FUERZAS INDUCIDAS POR EL FLUJO

Asociados a los fenómenos del efecto del viento en su interacción con una sección del puente, es necesario proponer un planteamiento matemático racional que permita estimar las fuerzas inducidas. Para ello, se establece inicialmente que el flujo de aire es incompresible, de manera que sean aplicables los principios fundamentales de la mecánica de los fluidos.

Bajo un flujo sin turbulencia de velocidad constante, alrededor de una sección de un puente, se inducen una serie de presiones locales variables en las vecindades de la superficie, cuya integración resulta en una fuerza en la dirección del flujo llamada de arrastre ( $Da$ ) y otra en la dirección normal al flujo conocida como de levantamiento ( $La$ ). Si el punto de aplicación de la fuerza resultante de levantamiento no coincide con el centroide de la sección, se genera un momento de torsión ( $Mt$ ), (fig. 3.5). Todas las fuerzas y momentos están asociados a los grados de libertad del modelo de la sección, ( $h$ ), ( $\alpha$ ) y ( $z$ ).

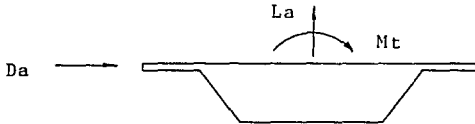


FIG. 3.5 Fuerza de arrastre, de levantamiento y momento torsionante en una sección del puente.

Un primer intento para el cálculo de las fuerzas, es considerar la distribución de presiones en la sección como constante en el tiempo. Así, el flujo desarrolla presiones locales ( $P$ ) acorde a la ecuación de Bernoulli:

$$\left(\frac{1}{2}\right)\rho V^2 + P = \text{Constante} \quad (3.5)$$

En donde ( $V$ ) es la velocidad media del flujo y ( $\rho$ ) es la densidad del aire. Las presiones y las fuerzas resultantes experimentarán una variación que depende del ángulo de ataque del flujo del viento, que generalmente no es paralelo al plano de la cubierta, la forma de la sección y el número de Reynolds. De esta manera, es posible referir a las presiones en una superficie en particular, con un coeficiente de presión adimensional ( $C_p$ ) definido por:

$$C_p = (P - P_o) / \left(\frac{1}{2}\right)\rho V^2 \quad (3.6)$$

en donde  $(P-P_0)$  representa la diferencia de presión entre la superficie expuesta  $(P)$  y una presión lejana del flujo  $(P_0)$ .

Para una sección de un puente, es posible establecer coeficientes de presión,  $(C_l)$ ,  $(C_d)$  y  $(C_m)$  asociados a las fuerzas por unidad de longitud de la cubierta,  $(L_a)$  de levantamiento,  $(D_a)$  de arrastre y  $(M_t)$  de torsión, en los siguientes términos:

$$C_l = L_a / \left(\frac{1}{2}\right)\rho V^2 B \quad (3.7)$$

$$C_d = D_a / \left(\frac{1}{2}\right)\rho V^2 B \quad (3.8)$$

$$C_m = M_t / \left(\frac{1}{2}\right)\rho V^2 B^2 \quad (3.9)$$

donde  $B$  es el semiancho de la cubierta del puente.

Los coeficientes se obtienen de pruebas de laboratorio en túnel de viento y permiten establecer las propiedades aerodinámicas de diferentes secciones transversales.

Los coeficientes adimensionales variarán al incrementar la velocidad y el número de Reynolds del flujo laminar, como se muestra en la figura 3.6.

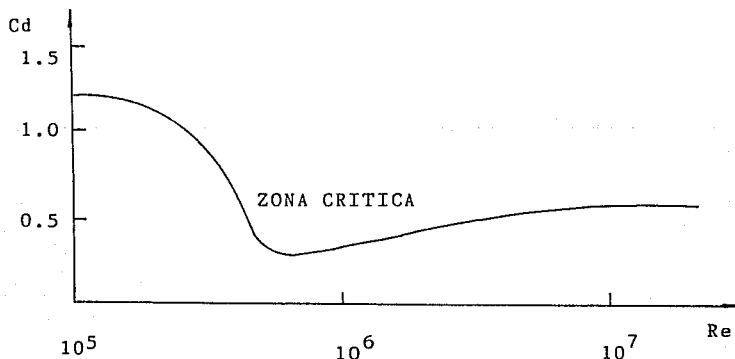


FIG: 3.6 Variación del coeficiente de arrastre  $(C_d)$  con el número de Reynolds.

La región en donde el coeficiente disminuye considerablemente, corresponde a la condición del cambio de

flujo laminar a turbulento debido a la formación de vórtices y desprendimiento de la capa límite. En algunas secciones, los coeficientes de arrastre para números de Reynolds muy bajos, aumentan sensiblemente debido a los efectos de la viscosidad.

Los coeficientes también se modifican de acuerdo al ángulo de ataque del flujo del viento. Con la información de pruebas de túnel de viento, es posible su determinación a partir de gráficas como las que se muestran en la figura 3.7.

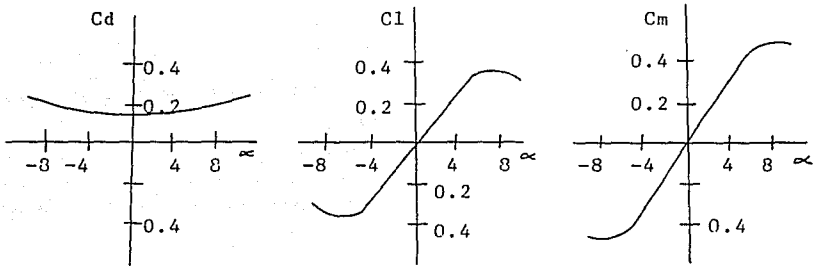


FIG. 3.7 Coeficientes de arrastre, levantamiento y momento de una sección determinada en función del ángulo de ataque.

El análisis hasta ahora descrito ha sido la base para el diseño cuasiestático por viento, en flujo laminar, de muchos reglamentos en el mundo, con la utilización de coeficientes adimensionales semiempíricos, cuando no se realizan pruebas de túnel de viento. Sin embargo, el estudio es más complejo debido a que la distribución de presiones en la sección es variable en el tiempo, en donde las fuerzas resultantes interactúan con las fuerzas dinámicas internas generadas por el movimiento propio de la estructura.

Si se provoca un desplazamiento inicial a la sección de un puente y se somete a un flujo laminar de velocidad constante, las presiones fluctuantes provocarán fuerzas aerodinámicas de arrastre, de levantamiento y momentos torsionantes que interactúan con las fuerzas internas de la estructura generando oscilaciones autoexcitadas verticales, horizontales y angulares.

Cuando la energía cinética extraída del flujo de aire excede a la energía de deformación disipada por el sistema mediante un amortiguamiento mecánico, se experimentará un movimiento divergente con desplazamientos que superarán, con el tiempo, el entorno de estabilidad. Si se disipa la energía contenida en el flujo, los desplazamientos disminuirán gradualmente asegurándose la estabilidad de la cubierta.

Para el inicio del estudio, se establecen las siguientes consideraciones iniciales:

a. Las fuerzas no son constantes en el tiempo, y en adelante se referirán utilizando las siguientes variables:

$$L_a = L_a(t) = L_h \quad (3.10)$$

$$D_a = D_a(t) = D_z \quad (3.11)$$

$$M_t = M_t(t) = M_\alpha \quad (3.12)$$

b. Los grados de libertad asociados a cada una de las fuerzas son: (h), (z) y ( $\alpha$ ).

c. La sección transversal muestra un eje de simetría.

Las fuerzas aerodinámicas generalizadas se calculan teóricamente a través de la integración de presiones de superficie locales que actúan en la sección de la cubierta mientras ésta experimenta oscilaciones.

Los estudios para el planteamiento de los modelos matemáticos tendientes a calcular dichas fuerzas se iniciaron con Theodorsen, ( ref. 21 ), para el análisis de estabilidad de alas de aviones, en donde se estableció que las expresiones para la determinación de (Lh), (Dz) y (Ma), son lineales en (h), (z) y ( $\alpha$ ) y sus primeras derivadas.

Se han propuesto diferentes ecuaciones para el cálculo de las fuerzas inducidas por el flujo. En la ingeniería eólica desarrollada a través de los años, se han establecido las siguientes ecuaciones lineales generales para una sección de tres grados de libertad, (h), (z) y ( $\alpha$ ), bajo flujo turbulento de viento:

$$D_z = \left(\frac{1}{2}\right) \rho V^2 2B [K P_1 * (K) \dot{z} / V + K P_2 * (K) B \dot{\alpha} / V + K^2 P_3 * (K) \alpha + K^2 P_4 * (K) z / B] \quad (3.13)$$

$$Lh = \left(\frac{1}{2}\right) p V^2 2B [KH1*(K)h/V + KH2*(K)Ba/V + K^2 H3*(K)a + K^2 H4*(K)h/B] \quad (3.14)$$

$$Ma = \left(\frac{1}{2}\right) p V^2 2B^2 [KA1*(K)h/V + KA2*(K)Ba/V + K^2 A3*(K)a + K^2 A4*(K)h/B] \quad (3.15)$$

en donde:

- Dz = Fuerza generada por el viento en la dirección de (z).
- Lh = Fuerza generada por el viento en la dirección de (h).
- Ma = Momento torsionante alrededor del eje longitudinal de la sección.
- p = Densidad de masa del aire.
- V = Velocidad media del viento.
- B = Semi-ancho de la sección.
- K = Frecuencia reducida.

Los coeficientes P1\*(K)..., H1\*(K)..., A1\*(K)..., contenidos en estas expresiones, se denominan coeficientes aerodinámicos. Los coeficientes Hi\*(K) y Ai\*(K) se han obtenido ya experimentalmente, (ref.17,18). Los coeficientes Pi\*(K) no son conocidos, debido a que se ha considerado que las formas aerodinámicas de las secciones permiten contrarrestar los efectos de las fuerzas de arrastre, de tal manera de analizar exclusivamente la interacción de las fuerzas de levantamiento y momentos torsionantes con las fuerzas internas de la estructura. En la práctica común del diseño, se aplican criterios estáticos para la determinación de los efectos de las fuerzas de arrastre.

Los coeficientes P4\*(K), H4\*(K) y A4\*(K), se presentan cuando se genera flujo turbulento de viento y se utilizan poco en el diseño. La simulación de turbulencia por condiciones locales de topografía es difícil de lograr en pruebas controladas de laboratorio.

Así, las ecuaciones 3.13 a 3.15 se simplifican a las siguientes dos ecuaciones asociadas a los grados de libertad (h) y (a): [1]

$$Lh = \left(\frac{1}{2}\right) p V^2 2B [KH1*(K)h/V + KH2*(K)Ba/V + K^2 H3*(K)a] \quad (3.16)$$

$$Ma = \left(\frac{1}{2}\right) p V^2 2B^2 [KA1*(K)h/V + KA2*(K)Ba/V + K^2 A3*(K)a] \quad (3.17)$$

[1] En el modelo matemático común en estudio de estabilidad de puentes, debido a la simetría que presentan las secciones transversales, se considera que las ecuaciones asociadas a (h) y (a) se acoplan, mientras que en (z) resulta linealmente independiente, y se utiliza un diseño aproximado cuasiestático.

Las ecuaciones anteriores son las que se han utilizado con mayor frecuencia para el análisis de la estabilidad de secciones bajo flujo laminar de viento.

En el estudio de inestabilidad de alas de aviones, los coeficientes se definen con base en una función compleja conocida como función de Theodorsen:

$$C(k) = F(k) + iG(k) \quad (3.18)$$

en donde  $F(k)$  y  $G(k)$  son la parte real e imaginaria respectivamente de la función  $C(k)$ , y se establecen a partir del inverso de la frecuencia reducida ( $K$ ) o velocidad reducida: ( Fig. 3.8 )

$$1/K = V / NB \quad (3.19)$$

en donde:

( $K$ ) es la frecuencia reducida.

( $N$ ) es la frecuencia natural de las oscilaciones.

( $V$ ) es la velocidad media del viento.

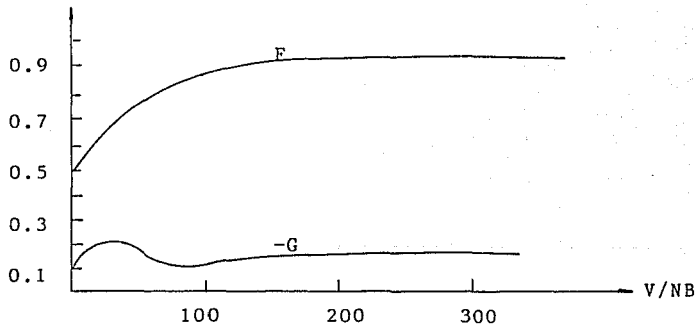


FIG. 3.8 Función de Theodorsen en su parte real e imaginaria

Los estudios de estabilidad de alas de aviones en intervalos amplios de velocidades han sido desarrollados durante muchos años, y se han establecido ecuaciones analíticas para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos. Por ejemplo, para el caso de una oscilación sinusoidal se utilizan coeficientes como los que se muestran a continuación:

$$KH1^* = -2 \pi F \quad (3.20)$$

$$KH2^* = -\pi ( 1 + F + 2 G/K ) \quad (3.21)$$

$$K^2H3^* = -2 \pi ( F - KG/2 ) \quad (3.22)$$

$$KA1^* = \pi F \quad (3.23)$$

$$KA2^* = -\pi / 2 ( 1 - F - 2G/K ) \quad (3.24)$$

$$K^2A3^* = \pi ( F - KG/2 ) \quad (3.25)$$

Para secciones de puentes atirantados, no se han determinado expresiones analíticas para calcular dichos coeficientes y se ha demostrado la inaplicabilidad de las ecuaciones 3.20 a 3.25, (ref. 6). Sin embargo, es posible establecer las fuerzas (Lh) y (Ma) como lineales a las oscilaciones (h) y (a) de la estructura y sus primeras derivadas, en los términos que establecen las ecuaciones 3.16 y 3.17, y determinar los coeficientes aerodinámicos correspondientes a partir de pruebas especiales en túnel de viento, (ref. 17,18).

En la figura 3.9 se muestran algunos coeficientes  $H_i^*$  y  $A_i^*$  para tres secciones, correspondientes a un ala de avión y dos secciones de puentes.

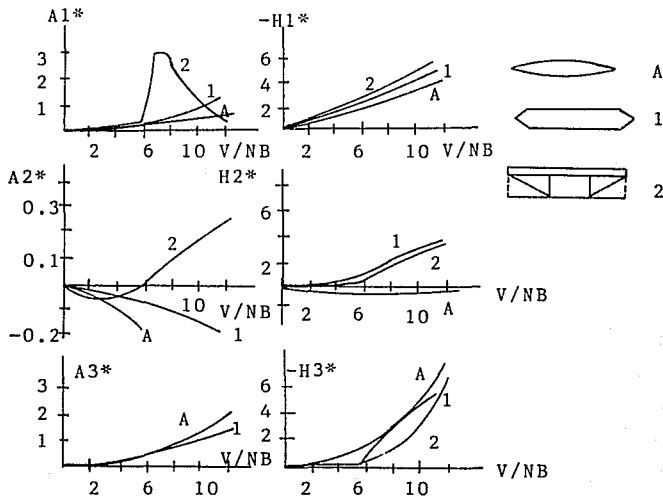


FIG. 3.9 Coeficientes aerodinámicos  $H_i^*$  y  $A_i^*$  para tres secciones diferentes.

Al revisar las ecuaciones 3.16 y 3.17, se establece que los coeficientes  $H_i^*$  y  $A_i^*$  son adimensionales y funciones de la velocidad reducida  $(1/K)$ .

Los parámetros  $(\alpha)$ ,  $(h/V)$  y  $(Ba/V)$  son ángulos efectivos en la oscilación de la cubierta y por lo tanto son adimensionales también.

Un término típico en dichas ecuaciones, puede ser visualizado a través del patrón clásico de las expresiones de fuerza de levantamiento, por unidad de longitud como:

$$L = \left(\frac{1}{2}\right)\rho V^2 B C_l = \left(\frac{1}{2}\right)\rho V^2 B \frac{dC_l}{d\alpha} (\alpha) \quad (3.26)$$

para pequeños ángulos  $(\alpha)$ . Los términos  $KH_l^*$  o  $K^2 A_3^*$  son análogos a las derivadas de los coeficientes de levantamiento  $dC_l/d\alpha$ . Estos términos se referirán como derivadas de movimiento y sólo se pueden medir si la sección se encuentra en un estado oscilatorio. Los factores  $(K)$  que preceden a los términos  $H_i^*$  y  $A_i^*$ , pudieran ser incuados con estos últimos en un coeficiente total mediante otra designación; sin embargo, la evolución de la teoría los ha identificado como adimensionales, (ref. 17).

### 3.5 FUERZAS INTERNAS DEL MODELO ( Ref. 17 )

El modelo representativo de una sección de la cubierta del puente sujeta a flujo laminar del viento, será de dos grados de libertad asociados a los desplazamientos por flexión y torsión denotados por  $(h)$  y  $(\alpha)$  respectivamente.

Como se mencionó anteriormente, el modelo tendrá características de rigidez lineal, angular y amortiguamiento equivalentes a las del puente atirantado.

Se considera que las fuerzas inducidas  $(L_h)$  y  $(M_\alpha)$  se aplican a la masa de la sección definida por una unidad de longitud del puente, generándose desplazamientos  $h(t)$  y  $\alpha(t)$  función del tiempo y que se contrarestan por fuerzas restauradoras, caracterizadas por las rigideces angulares y lineales de la cubierta  $(C_h)$  y  $(C_\alpha)$ , además de fuerzas de amortiguamiento debidas a la fricción interna que se desarrolla en la sección durante el movimiento, y que se asocian a los coeficientes de amortiguamiento  $(c_h)$  y  $(c_\alpha)$ .

Se asume que las fuerzas restauradoras son lineales, es decir, proporcionales a los desplazamientos  $h(t)$  y  $\alpha(t)$  y que el amortiguamiento es viscoso, es decir, proporcional a la velocidad  $dh/dt$  y  $d\alpha/dt$ . Al aplicar la segunda ley de Newton del movimiento de la masa de la sección, acorde con



el principio de D'Alembert, es posible establecer las siguientes ecuaciones:

$$m (\ddot{h}) + S (\ddot{a}) + (ch)(\dot{h}) + (Ch)(h) = Lh \quad (3.27)$$

$$m (\ddot{a}) + IP(\ddot{a}) + (ca)(\dot{a}) + (Ca)(a) = Ma \quad (3.28)$$

en donde:

m = Masa de la sección por unidad de longitud.

IP= Momento másico de inercia.

S = Factor de desbalanceo estático, producto de la masa por la distancia (s) que separa el centro de masa del centro elástico de la sección.

Al llamar a (ro) como el radio de giro de la sección; a (Wh) y (Wa) como las frecuencias circulares en flexión y torsión, y a (Ēh) y (Ēa) como las fracciones de amortiguamiento crítico en flexión y torsión, las ecuaciones 3.27 y 3.28 se pueden expresar como:

$$m [ \ddot{h} + s \ddot{a} + 2 \dot{c}_h W_h \dot{h} + W_h^2 h ] = Lh \quad (3.29)$$

$$IP [ s \ddot{h} / ro^2 + \ddot{a} + 2 \dot{c}_a W_a \dot{a} + W_a^2 a ] = Ma \quad (3.30)$$

Al considerar una sección simétrica del puente, en donde el centro de masa coincide con el centroide de la sección, se toma s=0. De esta manera, las ecuaciones que definen la interacción de las fuerzas internas con las fuerzas inducidas por el flujo de viento son:

$$m [ \ddot{h} + 2 \dot{c}_h W_h \dot{h} + W_h^2 h ] = Lh \quad (3.31)$$

$$IP [ \ddot{a} + 2 \dot{c}_a W_a \dot{a} + W_a^2 a ] = Ma \quad (3.32)$$

en donde Lh y Ma están definidas por las ecuaciones 3.16 y 3.17.

Una vez establecida la representación matemática del modelo y las ecuaciones en cuya solución numérica se define la inestabilidad de cubiertas de puentes atirantados, es necesario enfatizar 3 aspectos importantes en relación a los parámetros que intervienen en las ecuaciones 3.31 y 3.32:

- a. Determinación de formas modales de vibración y sus frecuencias.
- b. Amortiguamiento aerodinámico de puentes atirantados.
- c. Pruebas controladas para obtener los valores de los coeficientes adimensionales, medidos en túnel de viento.

#### 4. FORMAS MODALES DE VIBRACION EN PUENTES ATIRANTADOS Y SUS FRECUENCIAS

Para el estudio de las ecuaciones que definen la inestabilidad de puentes atirantados, es de fundamental importancia conocer las propiedades dinámicas básicas de la estructura, en relación con las formas modales de vibración y las frecuencias asociadas.

En la etapa de diseño del puente, es necesario establecer un modelo matemático y un método analítico eficiente que permita calcular con precisión adecuada las formas modales.

Los métodos analíticos para calcular modos naturales de vibración se pueden clasificar en dos:

a. Métodos continuos, que consideran a la estructura como un sistema de parámetros continuos de masa y rigidez.

b. Métodos discretos, que consideran a la estructura como un sistema de masas discretizadas. Existen dos criterios en la aplicación de estos métodos: el primero, en donde la masa se concentra en un número finito de nodos separados a una distancia establecida, y el segundo, conocido como método consistente de masas, en donde la distribución de las masas se asocia a una función de desplazamiento.

Los métodos continuos son los más precisos, pero la integración de las ecuaciones diferenciales parciales que definen el movimiento es más complicada que la solución de las ecuaciones diferenciales que rigen al movimiento de sistemas dinámicos discretos. Debido a esta complejidad matemática, el análisis dinámico de estructuras consideradas como continuas, tiene un uso muy limitado en la práctica y exclusivamente se aplican a estructuras simples.

##### 4.1 DISCRETIZACION DE SISTEMAS CONTINUOS

En el planteamiento, se considerarán sistemas conservadores en vibración libre no amortiguada. El amortiguamiento de puentes atirantados es relativamente pequeño. Aunque es un parámetro importante en el análisis de las ecuaciones que definen el movimiento de la cubierta, no afecta sensiblemente el cálculo de las frecuencias naturales de vibración y formas modales.

Existen varias formas de discretizar un sistema con parámetros continuos de masas y rigideces. El más simple consiste en la concentración de estos parámetros a lo largo de la estructura con un número finito de grados de libertad, donde los modos de vibración pueden ser calculados por algún método numérico eficiente.

## 4.2 MATRIZ DE RIGIDEZ ELASTICA

La estructura se divide en elementos, y se identifican los nudos o juntas entre ellos. Los grados de libertad se establecen de acuerdo al refinamiento requerido para el análisis: en un modelo tridimensional, se consideran 6 grados de libertad en cada nudo, tres desplazamientos lineales y tres angulares. En un modelo plano, se pueden asociar dos grados de libertad a cada punto nodal, un desplazamiento lineal y un desplazamiento angular. El caso más simple es el modelo plano, con un solo grado de libertad nodal asociado a un desplazamiento lineal, cuando se considera nulo el desplazamiento angular.

Se obtiene la matriz de rigidez para cada elemento del sistema. Los coeficientes de rigidez de cada elemento se adicionan apropiadamente, para obtener la matriz global de la estructura. Cualquier coeficiente de rigidez ( $K_{ij}$ ) del sistema se obtiene al adicionar los coeficientes de rigidez asociados a las coordenadas nodales, [1]. El sistema se considera elástico, sin tomar en cuenta los efectos inelásticos producidos por la carga axial.

## 4.3 MASAS CONCENTRADAS

Las propiedades de inercia del sistema dinámico se definen a través de masas concentradas en las coordenadas nodales asociadas a los desplazamientos traslacionales. La distribución de la masas en los nodos de cada elemento se calcula mediante estática. La matriz de masas de toda la estructura se construye mediante la contribución de las masas concentradas en los puntos nodales. Los efectos de inercia asociados con los giros generalmente se considera nula.

Los métodos más comunes son los siguientes:

### a. Método clásico.

Se considera a un sistema no amortiguado de (n) grados de libertad asociados a los desplazamientos (u) en vibración libre, en donde la ecuación de movimiento queda establecida como:

$$\bar{M} \ddot{u} + \bar{K} u = \bar{0} \quad (4.1)$$

[1] Las consideraciones particulares en relación a los parámetros que definen la rigidez de puentes atirantados no se cubren en el presente trabajo. La referencia 1 contiene una amplia bibliografía de este aspecto específico.

en donde:

$\bar{M}$  = Matriz de masas del sistema discretizado.

$\bar{K}$  = Matriz de rigidez.

$\bar{u}$  = Vector de desplazamientos.

Al considerar a la estructura elástica que puede vibrar libremente, en forma tal que el desplazamiento de cada una de sus masas con respecto a su posición de equilibrio estático, es igual al producto de una función de la posición de la masa considerada, por una función del tiempo que es la misma para todas las masas, los desplazamientos se pueden expresar como: ( Ref. 3 )

$$u(t) = \bar{Z} e(t) \quad (4.2)$$

Al conjunto de valores de  $\bar{Z}$ , que no dependen de (t), se le denomina forma del modo, y al periodo e(t) se le conoce como periodo natural.

Al derivar la ecuación 4.2 y sustituir en 4.1, se llega a la expresión:

$$\bar{M} \bar{Z} \ddot{e} + \bar{K} \bar{Z} e = \bar{0} \quad (4.3)$$

La solución de la ecuación 4.3 es posible establecerla en los siguientes términos:

$$e = A \text{ Sen } (W t) \quad (4.4)$$

en donde (W) es la frecuencia circular natural.

Al derivar dos veces la ecuación 4.4 y sustituir en la ecuación 4.3, se obtiene:

$$(\bar{K} - W^2 \bar{M}) \bar{Z} = \bar{0} \quad (4.5)$$

que es un sistema de ecuaciones lineales homogéneo; para que existan valores de [Z] distintos de cero, es necesario que el determinante se anule, es decir:

$$|\bar{K} - W^2 \bar{M}| = 0 \quad (4.6)$$

La ecuación 4.6 representa un problema de valores característicos. Al desarrollar el determinante, se obtiene una ecuación algebraica de grado (n) en donde la incógnita es el cuadrado de (W), y cuya solución conduce a (n) valores de (W), es decir, (n) frecuencias de vibración.

Para puentes atirantados, con masas discretizadas a un número muy grande de grados de libertad, el método es laborioso e impráctico.

#### b. Método de Rayleigh.

Se basa en el principio de conservación de la energía y es muy utilizado para el cálculo del periodo fundamental de sistemas con un gran número de grados de libertad.

Si se acepta que el sistema vibra armónicamente sin amortiguamiento, con una configuración [Z], se puede calcular la máxima energía potencial de las fuerzas de inercia [KZ], ( ref. 11 ):

$$\text{Max } E_p = \left(\frac{1}{2}\right) \bar{Z}^t K \bar{Z} \quad (4.7)$$

La máxima energía cinética se alcanza cuando todos los desplazamientos son cero y las velocidades son máximas. Si el sistema describe un movimiento armónico, las amplitudes de la velocidad son W[Z]. Así, la máxima energía cinética esta dada por: ( Ref. 11 )

$$\text{Max } E_c = (W^2/2) \bar{Z}^t M \bar{Z} \quad (4.8)$$

Al igualar las ecuaciones 4.7 y 4.8, se puede establecer la siguiente relación:

$$W^2 = \bar{Z}^t K \bar{Z} / \bar{Z}^t M \bar{Z} \quad (4.9)$$

Al segundo miembro de la ecuación 4.9 se le conoce como cociente de Rayleigh. Para la aplicación del método, se asumen diversas configuraciones [Z], en donde el valor más bajo del cociente, es la mejor aproximación al cuadrado de la frecuencia fundamental circular.

#### c. Método Estático.

Los periodos naturales y las fuerzas de inercia se calculan aproximadamente, con base en un desplazamiento estático. El método se fundamenta en el método de Rayleigh, y es aplicable cuando los desplazamientos por flexión estática de la estructura, se asemejan a las deformadas de modos naturales de vibración, con el peso propio estáticamente aplicado en una dirección específica.

Los periodos naturales del sistema se pueden calcular al aproximar el modo de vibración, con un desplazamiento estático [Vd(x)], de tal manera que:

$$V(x) = Vd(x) \text{ Sen } (Wt) \quad (4.10)$$

en donde (W) es la frecuencia natural circular obtenida por la aplicación de un desplazamiento estático [Vd(x)]. De la ecuación 4.10, la máxima energía cinética del sistema, se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\text{Max Ec} = \left(\frac{1}{2}\right) W^2 \int_0^L (x) M(x) Vd^2(x) dx \quad (4.11)$$

donde M(x) es la masa en la posición (x). La energía potencial almacenada en la estructura se maximiza cuando  $\text{Sen}(wt) = 1$ ; por lo tanto, de la ecuación 4.10 se establece que  $V(x) = Vd(x)$ . Vd(x) es el desplazamiento cuando la fuerza equivalente al peso propio del sistema [M(x)g], actúa en dirección de la fuerza de inercia, de manera que la máxima energía potencial (Max Ep) se puede expresar en los siguientes términos:

$$\text{Max Ep} = \left(\frac{1}{2}\right) \int_0^L (x) M(x) g Vd(x) dx \quad (4.12)$$

donde (g) es la aceleración de la gravedad. En un sistema conservador sin amortiguamiento es posible definir que (Max Ec = Max Ep). Por lo tanto, la frecuencia circular natural se puede obtener mediante la siguiente expresión:

$$W^2 = [g] \frac{\int_0^L (x) M(x) Vd(x) dx}{\int_0^L (x) M(x) Vd^2(x) dx} \quad (4.13)$$

La ecuación 4.13 ha sido la base para el cálculo de fórmulas aproximadas de periodos en puentes atirantados.

Si se considera una deformación razonable de un sistema discreto a aquella definida por sus masas [M] que actúan como cargas estáticas  $g*[M(x)]$  en la dirección del modo requerido asociados a desplazamientos [V], la ecuación 4.13 se puede expresar matricialmente en los siguientes términos:

$$W^2 = g \bar{M} \bar{V} / \bar{V}^t \bar{M} \bar{V} \quad (4.14)$$

Es importante proponer un desplazamiento estático, tan preciso como sea posible, al modo natural en cuestión.

Si se asocia el peso propio de la masa con el desplazamiento máximo, se obtiene, a partir de la ecuación 4.14, la siguiente ecuación:

$$W^2 = g/V_{\text{max}} \quad (4.15)$$

Una mejor aproximación es aquella que considera la distribución real de masas y tirantes a lo largo de la cubierta. Se ha llegado a la siguiente expresión: ( Ref. 1 )

$$W^2 = (1.1) g/V_{\max} \quad (4.16)$$

en donde ( $V_{\max}$ ) representa el desplazamiento máximo del sistema bajo su propio peso, en dirección de la forma del modo de vibración examinado. De numerosas pruebas en puentes atirantados, se ha demostrado que esta relación lleva a valores con un error del orden del 10%, ( ref. 1 ).

Otra forma simplificada de aplicar el método consiste en asociar un desplazamiento razonable  $[V]$ , mediante la aplicación de cargas estáticas  $[P]$  en las masas  $[M]$  discretizadas. La máxima energía potencial y cinética se puede expresar como:

$$\text{Max } E_p = \frac{t}{P} \bar{V} / 2 \quad (4.17)$$

$$\text{Max } E_c = (W^2 / 2) \bar{V} \bar{M} \bar{V} \quad (4.18)$$

de donde:

$$W^2 = \frac{t}{P} \bar{V} / \bar{V} \bar{M} \bar{V} \quad (4.19)$$

Si se considera una carga unitaria ( $P_i$ ) en la masa ( $m_i$ ) con desplazamiento máximo, de la ecuación 4.12 se obtiene:

$$W^2 = V_{\max} / \bar{V} \bar{M} \bar{V} \quad (4.20)$$

Por otro lado, para puentes atirantados de cubierta flexible, la frecuencia torsional es similar a la de flexión, con la utilización de una constante geométrica. Al tomar en cuenta la naturaleza de los tirantes y la geometría de la cubierta, es posible establecer la siguiente relación para el cálculo de la frecuencia natural en torsión:

$$W_t = b * F / 2 * r_o \quad (4.21)$$

en donde ( $r_o$ ) representa el radio de giro de la sección de la cubierta, ( $b$ ) la distancia transversal entre los tirantes y ( $F$ ) la frecuencia natural fundamental en flexión.

Para cubiertas rígidas, es posible calcular la frecuencia natural torsional, mediante la siguiente relación:

$$Wt^2 = (1/4L^2) * (G Jt / Jp) \quad (4.22)$$

en donde (Jp) es el momento polar de inercia de la sección por unidad de longitud, (G Jt) es la rigidez torsional y (L) el claro principal del puente.

#### d. Método de iteración inversa.

El procedimiento es adecuado para resolver problemas de valores característicos mediante operaciones matriciales. Se parte de la ecuación 4.5 en la siguiente forma:

$$\bar{K} \bar{Z} = W^2 \bar{M} \bar{Z} \quad (4.23)$$

Se propone un valor inicial de [X] de [Z] escogido arbitrariamente. Se calcula un vector [X'] mediante la expresión [MX]. Se obtiene un vector [Y] que resuelve el sistema de ecuaciones [K][Y] = [X']. Si el vector [Y] es igual al vector [X] multiplicado por una constante, entonces se tiene una forma modal y la constante es (1/w<sup>2</sup>). Si se considera que [Y] no es lo suficientemente parecida a [X], se repite la iteración nuevamente, con un vector [X] proporcional a [Y]. El proceso converge rápidamente al primer modo.

El método es aplicable para el cálculo de modos superiores, empleando en vez de [K], una matriz [K'] con un corrimiento de origen:

$$\bar{K}' = \bar{K} - \mu \bar{M} \quad (4.24)$$

En esta caso los valores de [Y] convergen a la forma del modo, cuyo valor del cuadrado de la frecuencia este más cercano a (μ). El cociente de Rayleigh proporciona el valor de (W<sup>2</sup> - μ), por lo que para calcular (w<sup>2</sup>) se utiliza la ecuación:

$$W^2 = \mu + \frac{t}{\bar{Y}} \frac{X'}{\bar{X}} / \frac{t}{\bar{Y}} \frac{M}{\bar{M}} \bar{Y} \quad (4.25)$$

El método se puede aplicar cualesquiera que sean las matrices de masas y rigideces, para el cálculo de varios modos de vibrar. Constituye la base de varios algoritmos apropiados para ordenadores digitales.



#### 4.4 MASAS CONSISTENTES

Es posible evaluar los coeficientes de masas, que corresponden a cada uno de los puntos nodales de los elementos definidos con la discretización de la estructura, por un proceso similar para el cálculo de los coeficientes de rigidez.

Se define un coeficiente de masa ( $m_{ij}$ ) como la fuerza en una coordenada nodal ( $i$ ) producida por una aceleración unitaria en la coordenada nodal ( $j$ ) mientras que otras coordenadas nodales se mantienen con aceleración nula.

La matriz de masas se evalúa para cada elemento de la estructura, a través de una función de desplazamientos expresada en términos de un polinomio cúbico. La matriz de todo el sistema se construye por el mismo procedimiento, para el desarrollo de la matriz de rigidez del sistema. La matriz de masas resultante, generalmente tiene el mismo arreglo que la matriz de rigidez.

El método ha sido aplicado para el cálculo de modos de vibración de puentes de claro corto. Poco se ha desarrollado en el análisis de estructuras con un número elevado de grados de libertad, como es el caso de puentes atirantados. Sin embargo, se han hecho estudios en donde los resultados obtenidos por métodos de masas concentradas (método estático, por ejemplo) se aproximan en buena medida a los obtenidos con masas consistentes, (ref. 8). Los métodos basados en concentración de masas de estructuras discretizadas son altamente efectivos y proporcionan procedimientos numéricos sencillos para calcular las propiedades dinámicas, en relación a frecuencias y modos de vibración.

## 5. AMORTIGUAMIENTO AERODINAMICO DE PUENTES ATIRANTADOS

El amortiguamiento de un sistema estructural se define como la capacidad de disipación de energía a través de las fuerzas internas o externas que se oponen al movimiento, y que causan el agotamiento gradual de las vibraciones excitadas mecánicamente.

Los sistemas estructurales contienen amortiguamiento en algún grado y su efecto es significativo en su comportamiento. La disipación puede producirse por los siguientes factores:

- a. Atmosférica. Se relaciona con las pérdidas de energía hacia el medio ambiente debido a fuerzas viscosas del aire quieto o en movimiento.
- b. Retroalimentación con el terreno. Contempla la radiación de ondas dentro del subsuelo.
- c. Generación de calor ocasionada por la fricción a nivel microscópico del suelo.
- d. Fricción interna en el material. Se debe a fuerzas de fricción intergranulares en el material. Ante excitaciones intensas, el efecto de las fuerzas se traduce en deformaciones inelásticas y formación de articulaciones plásticas, que disipan la energía en forma de calor.
- e. Fricción en las conexiones. El decaimiento en la oscilación se debe a fuerzas de fricción en la superficie de contacto de las juntas de la estructura.

El fenómeno de disipación de energía es bastante complejo. En su estudio, las pérdidas de energía hacia el medio ambiente se consideran despreciables, excepto para estructuras sumergidas en el agua. En relación con la retroalimentación al terreno, se considera que los esfuerzos de contacto entre el suelo y la cimentación producen deformaciones en el terreno y la parte de la energía que no se convierte en calor, se puede considerar en el análisis a través de un modelo cuyo amortiguamiento contemple fracciones de la superestructura y el suelo. Sin embargo, en los estudios analíticos y en la práctica del diseño, se acostumbra despreciar conservadoramente este efecto.

El estudio del amortiguamiento por fricción ha sido el más desarrollado. Se le conoce también como histerético o estructural. Para su análisis, se recurre a un amortiguamiento viscoso equivalente (C), de fuerza proporcional a la velocidad, definido de manera que produzca la misma energía de disipación que la correspondiente a las fuerzas de fricción. Este es el criterio propuesto por

Jacobsen, ( ref. 21 ), que linealiza un problema no lineal con la única condición de que la amplitud de la respuesta ante una perturbación sea la misma en ambos casos.

Mediante esta equivalencia, se introduce el concepto de factor de amortiguamiento viscoso equivalente o fracción de amortiguamiento crítico ( $\epsilon$ ) dado por la siguiente expresión:

$$\epsilon = C/C_{cr} \quad (5.1)$$

en donde ( $C_{cr}$ ) es el amortiguamiento crítico, que se define como aquel que elimina completamente la vibración.

A pesar de los múltiples estudios realizados, el factor de amortiguamiento es evaluado de manera indirecta, recurriendo a formulaciones simplificadoras basadas en parámetros que se obtienen experimentalmente.

Dentro de los modelos teóricos más utilizados se encuentra la utilización de curvas de histéresis, que muestran el comportamiento de los materiales ante cargas alternadas o cíclicas. Las formas varían según sean los parámetros involucrados y su idealización busca acercarse al fenómeno físico. Entre las formas más representativas se cuenta con la curva elásto-plástica perfecta, típica en la formación de articulaciones plásticas; la rígido-plástica, cuyo esquema es el movimiento de una masa sobre una superficie; la tipo Masing y la de Ramberg-Osgood, que consideran la incursión inelástica paulatina, fenómeno conocido como efecto Baushinger; la de Clough o de rigidez degradada y la de Takeda.

Para sistemas lineales de un grado de libertad, que vibran armónicamente, el factor de amortiguamiento ( $\epsilon$ ) se calcula con el método energético de Jacobsen, dado por la siguiente relación:

$$\epsilon = (1/4\pi)(dU/U) \quad (5.2)$$

en donde ( $dU$ ) es la energía disipada representada por el área encerrada en un ciclo histerético y ( $U$ ) es la energía potencial elástica máxima en  $\frac{1}{4}$  de ciclo. Existen criterios diferentes para establecer la energía ( $U$ ) que dependen de la fijación de los parámetros dinámicos del sistema lineal equivalente.

También se han adoptado sistemas lineales a modelos reológicos o viscoelásticos, que resultan de una combinación de características elásticas y viscosas con menor o mayor aproximación al comportamiento de materiales reales. En la respuesta influyen el tiempo y la velocidad con que sea aplicada la carga. Los modelos más comunes son el de Kelvin, el de Maxwell, el de Burguers y el de Burguers modificado,

cuyos modelos analógicos consisten en diversas combinaciones en serie o paralelo de resortes y amortiguadores.

A pesar de los esfuerzos que se realizan para el estudio de la pérdida de la energía, poco se ha comprendido de su efecto en las estructuras reales y no se ha logrado un consenso en cuanto a la modelación matemática. En edificación urbana, por ejemplo, se recurre a procedimientos experimentales entre los que se cuentan el método de decremento logarítmico, el de la amplificación de la resonancia, el del ancho de banda y el de pérdida de energía por ciclo.

En relación al estudio de puentes atirantados, se ha comprobado que la respuesta ante cargas dinámicas por viento depende significativamente del amortiguamiento y una correcta estimación del factor de amortiguamiento viscoso equivalente es esencial en el diseño.

A continuación se presentan algunos avances recientes y conclusiones importantes, en relación a la determinación del amortiguamiento de puentes atirantados.

#### 5.1 MEDICIONES EXPERIMENTALES Y REALES

Para el estudio de características de amortiguamiento de puentes atirantados, se construyen modelos completos que se sujetan a oscilaciones libres. Deben satisfacer requerimientos similares en relación a la masa y rigidez de acuerdo a diferentes escalas de longitud, densidad y tiempo. Las escalas longitudinales comunes oscilan entre 1/300 y 1/100. En la figura 5.1 se muestra un modelo experimental típico de un puente atirantado, con características geométricas similares a la de un puente real.

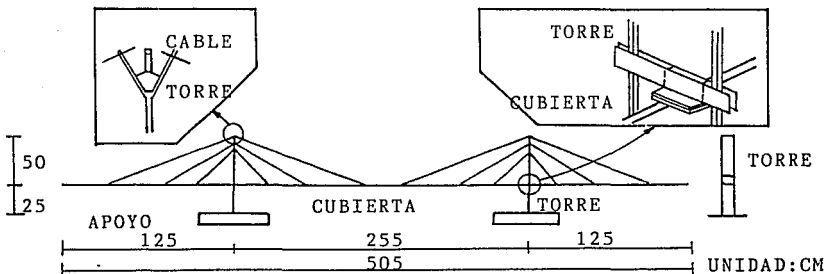


FIG. 5.1 Modelo experimental típico de un puente atirantado.

En los modelos de laboratorio más comunes, la cubierta se soporta con cables, de manera que la fricción entre la cubierta y la torre, debido al movimiento relativo de la sección en dirección longitudinal, se impide.

La cubierta se desplaza estáticamente de manera que se induce una deformación inicial cercana a la de algún modo de vibración y se hace oscilar en vibración libre.

En puentes reales, las pruebas más comúnmente utilizadas son las de vibraciones ambientales producidas por tráfico pesado y por corrientes de aire, y las vibraciones libres generadas por cargas artificiales en la cubierta del puente, (prueba de tracción), [1].

A partir de las mediciones realizadas, las fracciones de amortiguamiento se pueden calcular mediante alguno de los métodos siguientes:

a. Decremento logarítmico. La fracción de amortiguamiento se calcula a partir del decaimiento de las oscilaciones libres, mediante la siguiente expresión:

$$\epsilon = (1/2\pi)\ln [A_m/A_{m+1}] \quad (5.3)$$

en donde  $(A_m)$  y  $(A_{m+1})$  representan la semi-amplitud de las oscilaciones  $(m)$  y  $(m+1)$  respectivamente.

El método es aplicable para fracciones bajas de amortiguamiento, de manera que las vibraciones no desaparezcan rápidamente y se logre un adecuado procesamiento de los datos. Se debe brindar especial cuidado al inducir la vibración de manera que no se exciten modos simultáneamente.

b. Ancho de banda. La forma de los espectros de fuerza es controlada por el amortiguamiento del sistema. El ancho de banda o la diferencia entre las frecuencias correspondientes a la misma amplitud se relaciona con el amortiguamiento. El ancho se evalúa a  $1/2$  de la amplitud máxima. Las frecuencias  $(f_1)$  y  $(f_2)$  que corresponden al ancho de banda, se les conoce como puntos de fuerza media. La fracción de amortiguamiento está dada aproximadamente mediante la mitad de la diferencia de los radios de frecuencia asociados a  $(f_1)$  y  $(f_2)$ . De esta manera, es posible establecer la siguiente ecuación:

$$\epsilon = [f_2 - f_1] / [f_2 + f_1] \quad (5.4)$$

[1]. Una descripción precisa del equipo necesario, y procedimientos de procesamiento de datos para determinar propiedades dinámicas en puentes reales, se encuentra en la referencia 10.

c. Kawasumi y Shima. Se basa también en el conocimiento de la función de densidad del espectro de fuerza, y el coeficiente se calcula mediante las siguientes expresiones:

$$\epsilon = (d/2)(1 - 3/8 d^2) \quad (5.5)$$

$$d = fd^2 - fi^2 / fd^2 + fi^2 \quad (5.6)$$

en donde (fd) y (fi) son las frecuencias asociadas a la mitad de la máxima ordenada del espectro de fuerza.

## 5.2 CONCLUSIONES DE LAS MEDICIONES

1. El amortiguamiento calculado en los puentes estudiados es muy bajo en comparación con estructuras de edificación comunes.

2. Para mediciones de puentes específicos, los diferentes métodos para calcular el amortiguamiento muestran notables diferencias en sus resultados. En la tabla 5.1, aparecen las fracciones de amortiguamiento calculadas para un puente en específico, en dos diferentes estaciones de registro de datos, (ref. 10).

-----				
Estación 1		PRUEBA DE TRACCION		VIBR. AMBIENTAL
f(Hz)	Dec. Log.	Kawasumi/Shima	Ancho Banda	Kawasumi/Shima
-----				
0.403	0.0060	0.0086	0.0014	0.0041
1.070	0.0052	0.0050	0.0010	0.0020
-----				
Estación 2				
-----				
0.403	0.0051	0.0090	0.0015	0.0038
1.070	0.0052	0.0050	0.0010	0.0020
-----				

TABLA 5.1 Fracciones de amortiguamiento por tres métodos diferentes para un puente en particular.

3. Al aumentar el claro y periodo de vibración de la estructura el amortiguamiento disminuye. En la tabla 5.2 se muestra una comparación de fracciones de amortiguamiento para 2 diferentes puentes con claros diferentes.

-----				
Primer modo	f(Hz)	( $\epsilon$ ) puente 1	f(Hz)	( $\epsilon$ ) puente 2
-----				
Vertical	0.403	0.0055	0.315	0.0027
Torsión	1.070	0.0052	1.585	0.0020
-----				

TABLA 5.2 Fracciones de amortiguamiento para dos diferentes puentes utilizando ciclos completos de medición.

4. Existe una dependencia del amortiguamiento con los modos de vibración de la estructura. En vibraciones de flexión vertical, el amortiguamiento de modos superiores es menor que el de modos inferiores.

5. La configuración de los cables es un factor importante que controla el amortiguamiento. En la figura 5.2 se muestra una gráfica de la variación de la fracción de amortiguamiento en función de la amplitud de la oscilación libre inducida y el arreglo de los cables en un modelo de laboratorio.

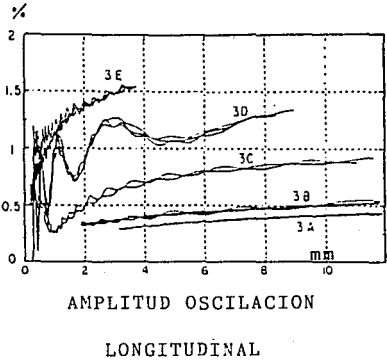
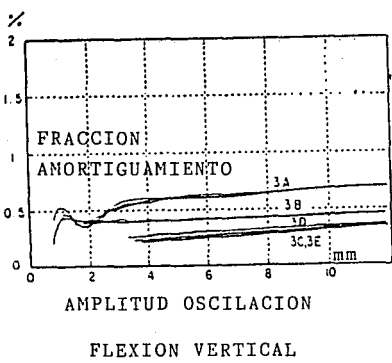
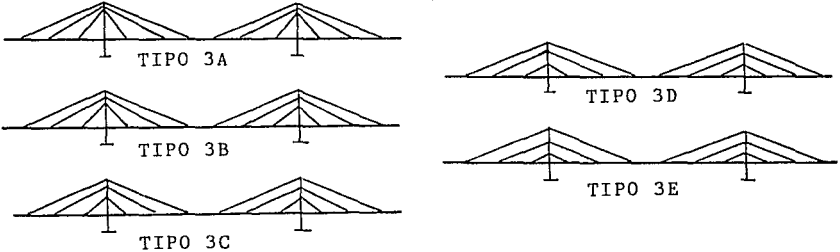


FIG. 5.2 Fracción de amortiguamiento y oscilaciones de un modelo de puente atirantado. (Ref. 5)

El arreglo de cables tipo arpa tiende a desarrollar menos amortiguamiento que el arreglo de abanico, en flexión vertical. En oscilación longitudinal, la forma del arreglo de los cables es más significativa en la evaluación del amortiguamiento. La forma de arpa desarrolla más amortiguamiento que el arreglo en abanico.

6. Los niveles de amortiguamiento en oscilación horizontal son mayores que los correspondientes en oscilación vertical.

7. El amortiguamiento también depende de la amplitud, y esta dependencia se incrementa cuando el arreglo de los cables cambia de forma de abanico a arpa.

### 5.3 METODO DE EVALUACION DE LA FRACCION DE AMORTIGUAMIENTO CRITICO EN PUENTES ATIRANTADOS

Se ha hecho notar, (ref.2), que la energía de disipación se debe a la no-linearidad del material provocada por la fricción interna del material, la fricción en las conexiones y en los apoyos, la radiación de la energía de la cimentación al subsuelo y la fricción de la estructura con el aire atmosférico. Para puentes atirantados, existen factores particulares que afectan la capacidad de amortiguamiento tal como la forma de arreglo de los cables y las secciones transversales de las cubiertas. Sin embargo, se puede establecer que el aspecto básico en la obtención de la fracción del amortiguamiento es la determinación de la energía total disipada.

El siguiente método es propuesto por Kawashima y Unjoh, en la referencia 5, y se basa en el concepto de que la capacidad de disipación de energía no es la misma en todo el puente, por lo que es necesario evaluarla en cada uno de los segmentos estructurales. La energía total de disipación se obtiene sumando la energía de disipación desarrollada en cada segmento.

Al tomar como base la consideración anterior, la metodología propuesta es la siguiente:

a) Se divide el puente atirantado en segmentos estructurales. A dichos segmentos se les llamará subestructuras.

b) En la subestructura (i) idealizada como un sistema discreto de (n) grados de libertad, la energía de deformación desarrollada en el modo (j) se representa mediante la siguiente ecuación:



$$E_j(i) = \frac{1}{2} [U_j(i)]^T [K(i)] [U_j(i)] \quad (5.7)$$

en donde  $[U_j(i)]$  es el vector de amplitudes de los nodos de la subestructura para el modo (j) y  $[K(i)]$  es la matriz de rigidez de la subestructura (i).

La energía de deformación de toda la estructura para el modo (j) se puede evaluar como:

$$E_j = \sum E_j(i) \quad (5.8)$$

c) Cuando la disipación de energía de la subestructura (i) se debe esencialmente a la no-linearidad del material, la energía de disipación asociada con el modo (j) se puede expresar en los siguientes términos:

$$d E_j(i) = f_j(i) E_j(i) \quad (5.9)$$

en donde  $d E_j(i)$  es la energía de disipación de la subestructura para el modo (j),  $E_j(i)$  es la energía de deformación en la subestructura (i) para el modo (j) y  $f_j(i)$  es una función que relaciona  $d E_j(i)$  y  $E_j(i)$ .

La función  $f_j(i)$  representa la energía de disipación  $d E_j(i)$  desarrollada en la subestructura (i), asociada con la energía de deformación  $E_j(i)$ . A esta función se le conoce como "función de disipación de energía". La evaluación de dicha función es compleja en estudios analíticos, por lo que se recurre a su determinación con base en experimentos controlados.

d) Para la subestructura (i) en donde la energía de disipación  $f_j(i)$  puede ser representada en términos de los desplazamientos en puntos específicos (k) en la discretización de la subestructura, la función de energía de disipación puede representarse como:

$$d E_j(i) = f_j(i) [U_j(ik)] \quad (5.10)$$

en donde  $[U_j(ik)]$  es el desplazamiento del nodo (k) en la subestructura (i) para el modo (j),  $d E_j(i)$  es la energía de disipación asociada, y  $f_j(i)$  es la función de energía de disipación que relaciona  $d E_j(i)$  con  $[U_j(ik)]$ .

e) La energía de disipación en todo el sistema estructural se puede obtener sumando la energía de disipación de cada subestructura individual determinada con las ecuaciones 5.9 o 5:10 en los siguientes términos:

$$d E_j = \sum d E_j(i) \quad (5.11)$$

en donde  $d E_j$  representa la energía total de disipación de la estructura para el modo (j), y  $d E_j(i)$  es la energía de disipación en la subestructura (i) para el modo (j).

f) La fracción de amortiguamiento de toda la estructura para el modo (j) se puede obtener de las ecuaciones 5.8 y 5.11 aplicando el criterio energético de Jacobsen de la siguiente manera:

$$h_j = d E_j / 4 (\pi) E_j \quad (5.12)$$

Para evaluar las funciones de energía de disipación, se recurre a un modelo de laboratorio. En el análisis, se desprecia el efecto de la radiación de energía de la cimentación al subsuelo, además de la fricción entre la cubierta y la torre, de tal manera que la disipación solo se deba a la no-linearidad de la cubierta y la torre, y la fricción entre la zona de anclaje entre los cables a la cubierta y la torre. Así, la torre, la cubierta y la zona de anclaje se considerarán subestructuras en el análisis.

Para cada subestructura se realiza el siguiente desarrollo:

1. Se aplica una vibración libre a cada una de las subestructuras adecuadamente modeladas al desarrollar el primer modo, (fig. 5.3).

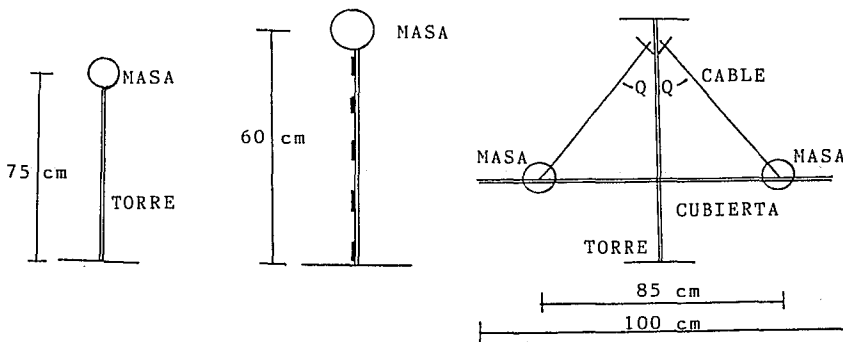


FIG. 5.3 Modelos de pruebas de oscilación simple para la torre, cubierta y zona de anclaje.

2. Se calcula la fracción de amortiguamiento para el primer modo a través del decaimiento de las oscilaciones libres. La energía de deformación se puede evaluar a partir de la ecuación 5.7, y se puede obtener la energía de disipación  $d E_j$  al sustituir  $(h_j)$  y  $(E_j)$  en la ecuación 5.12.

3. Se pueden obtener gráficas que relacionan la energía de disipación  $d E_j$  con la energía de deformación  $E_j$ , (fig. 5.4).

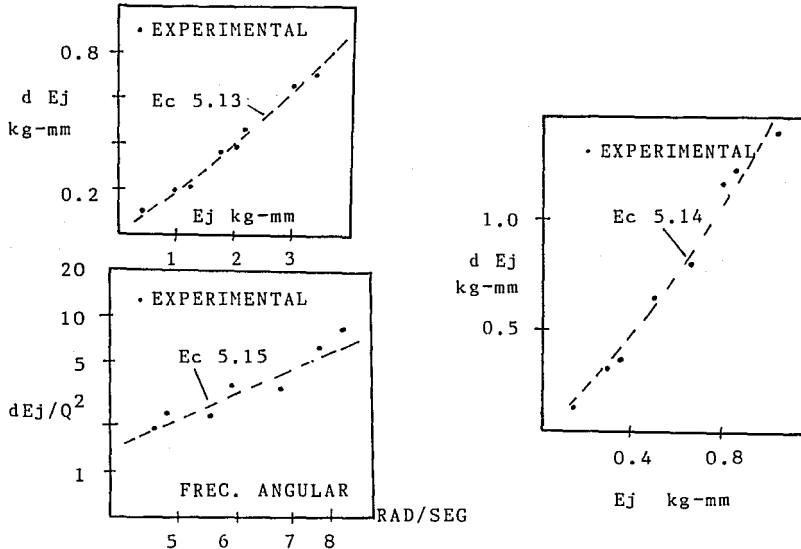


FIG. 5.4 Gráficas de la energía de disipación  $d E_j$  contra energía de deformación  $E_j$  para las subestructuras.

4. Basados en las gráficas anteriores, se propusieron las siguientes ecuaciones para establecer la relación:

Torre:

$$d E_j = 0.016 E_j + 0.0021 E_j^{1.5} \quad (5.13)$$

Cubierta:

$$d E_j = 0.016 E_j + 0.083 E_j^{1.365} \quad (5.14)$$

Zona de anclaje:

$$d E_j = 0.018 W^{2.15} Q^2 \quad (5.15)$$

5. Se pueden construir gráficas como la que se muestra en la figura 5.5 para la torre, en donde se compara la ecuación 5.13 con los resultados experimentales. Las curvas ajustan razonablemente bien.

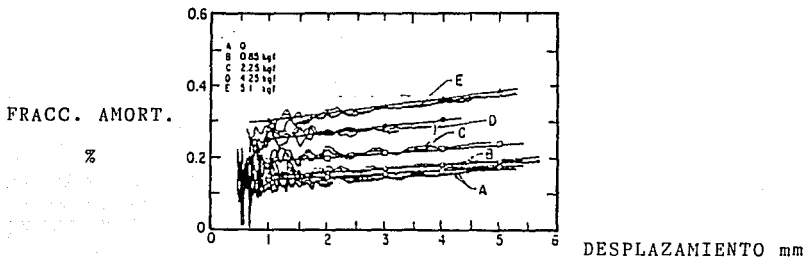


FIG. 5.5 Fracción de amortiguamiento contra amplitud de oscilación para la torre, utilizando la ecuación 5.13 y los resultados de laboratorio.

La fracción de amortiguamiento calculada con la ecuación 5.12, utilizando la energía de disipación obtenida de las ecuaciones 5.13 a 5.15 se presenta en la figura 5.6, para flexión vertical y oscilación horizontal de los puentes que se muestran en la figura 5.2.

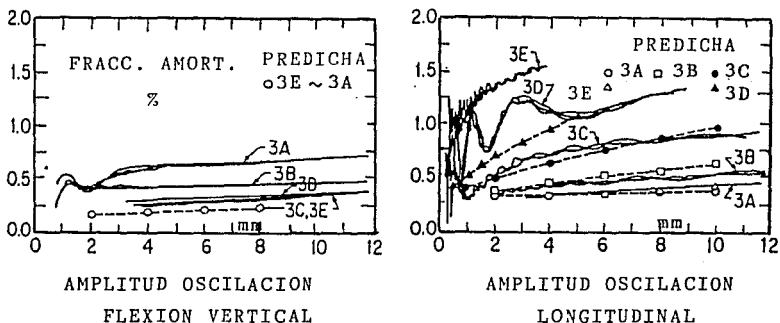


FIG. 5.6 Fracción predicha con las ecuaciones propuestas por Kawashima y Unjoh y fracción medida a partir del decremento logarítmico, contra amplitud de las oscilaciones libres.

## 6. PRUEBAS CONTROLADAS PARA OBTENER VALORES MEDIDOS EN TUNEL DE VIENTO

Para establecer las características dinámicas de puentes atirantados, se recurren a tres tipos de pruebas: Pruebas en modelo completo con características geométricas similares a las del puente completo, con requerimientos de distribución de masas. Se utilizan para la determinación del amortiguamiento de la estructura así como modos y frecuencias de vibración. La escala usual varía entre 1/300 y 1/100, ( ref.1 ). Pruebas de modelos con cuerdas tensas, en los cuales un modelo de la cubierta se une a dos cuerdas de plano tensas, en donde la tensión controla la rigidez de la cubierta, a flexión y torsión. Pruebas en modelos seccionales, con reproducción de características de rigidez lineal, angular y amortiguamiento equivalentes a las del puente atirantado, [1].

Se ha mencionado anteriormente que el modelo teórico establece una sección del puente con ecuaciones dinámicas, cuyas soluciones definen las características de movimiento de la cubierta de dos grados de libertad, después de ser sometida a una perturbación inicial y juzgar así la existencia de inestabilidad. Por lo tanto, se utilizará en el análisis un modelo de tipo seccional, con escalamiento geométrico y de distribución de masa así como de amortiguamiento, para lograr satisfacer condiciones de similitud desde el punto de vista dinámico y definir, de esta manera, los coeficientes aerodinámicos necesarios para el establecimiento de las fuerzas que se inducen en la cubierta.

### 6.1 DETERMINACION DE COEFICIENTES DE ARRASTRE, LEVANTAMIENTO Y DE TORSION PARA DISEÑOS CUASIESTATICOS

El modelo se soporta por cuatro cables, dos se colocan en el sotavento, y dos en el barlovento que se unen a una barra rígida paralela al modelo, de igual longitud, apoyada en vigas cantiliver en cada extremo. Además, se previene el movimiento en dirección del viento con dos cables de arrastre que se unen en un marco en forma de (U), que se coloca en la parte superior de la sección de prueba. Se aplica un flujo laminar uniforme con distintos ángulos de inclinación con respecto a la cubierta. Se monitorea el movimiento de la viga con un medidor LVDT, la cual promedia los desplazamientos verticales de las dos secciones en el barlovento, de manera que cualquier error debido a la rotación longitudinal del modelo se elimina. Se obtienen los desplazamientos laterales del marco en (U).

[1] En Japón se construyen modelos más grandes a escalas hasta de 1/70, con instalaciones especiales para cada proyecto específico, con características de rigidez y amortiguamiento más cercanas a las del puente real.

Los coeficientes ( $C_d$ ), ( $C_l$ ) y ( $C_m$ ) se obtienen correlacionando las fuerzas que se inducen en los modelos y los desplazamientos procesados. Se toman muestras digitizadas durante un minuto de prueba, las cuales se promedian y se reducen para obtener coeficientes adimensionales como los que aparecen en la figura 6.1.

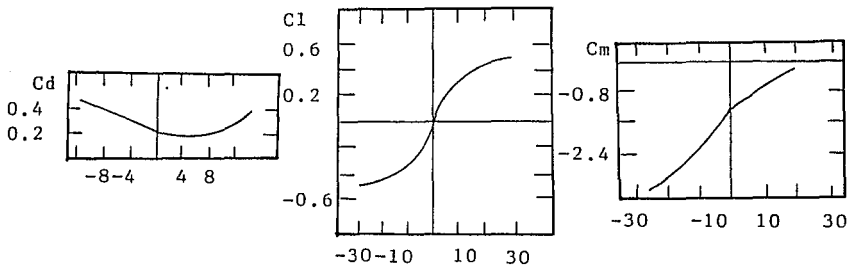


FIG 6.1 Coeficientes de arrastre, de levantamiento y momento de un puente atirantado, ( ref. 17 ).

## 6.2 DETERMINACION DE LOS COEFICIENTES AERODINAMICOS EN TORSION Y FLEXION $A_i^*(K)$ y $H_i^*(K)$

Se construye un modelo a escala soportado en sus 4 esquinas por resortes. Se utiliza un procedimiento de identificación de sistemas en vibraciones libres en flexión y torsión, registradas simultáneamente, a una velocidad del viento ( $V$ ), de manera de perturbar el modelo para producir movimientos significativos en flexión y torsión. Estos movimientos se aproximan con oscilaciones armónicas amortiguadas, en frecuencias claramente identificables, (ref. 22)

Mediante el sistema de identificación, es posible obtener los coeficientes aerodinámicos una vez que se obtienen los movimientos registrados  $h(t)$  y  $a(t)$  en un minuto de observación.

A través de un procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados en el dominio del tiempo, se identifican los coeficientes desconocidos. Para una frecuencia dada ( $\omega$ ) y un porcentaje de amortiguamiento crítico establecido, se obtienen cuatro respuestas teóricas:

$Y_1(t)$  La respuesta de un oscilador masa-resorte de un grado de libertad, sometido a un desplazamiento inicial al principio del intervalo de muestreo.

Y2(t) La respuesta del oscilador masa-resorte de un grado de libertad, a una velocidad inicial al principio del intervalo de muestreo.

Y3(t) La respuesta de un oscilador de un grado de libertad, sometido a una velocidad inicial  $\dot{a}(0)$  con condiciones nulas para (h) y (h').

Y4(t) La respuesta de un oscilador de un grado de libertad sometido a una rotación inicial  $a(0)$ , con condiciones iniciales nulas para (h) y (h').

El error medio cuadrático entre la respuesta medida y la combinación de las cuatro respuestas previas esta dada por la siguiente expresión:

$$E = \int_{t1}^{t2} [h(t) - R1Y1(t) - R2Y2(t) - R3Y3(t) - R4Y4(t)]^2 dt \quad (6.1)$$

que en términos de mínimos cuadrados se minimiza si:

$$[P](R) = (Q) \quad (6.2)$$

donde

$$P_{ij} = \int_{t1}^{t2} Y_i(t) Y_j(t) dt \quad (6.3)$$

$$Q_i = \int_{t1}^{t2} Y_i(t) h(t) dt \quad (6.4)$$

$i, j = 1, 2, 3, 4$

La solución de las ecuaciones 6.3 y 6.4 proporciona los coeficientes (Ri), cuando el error medio cuadrático (E) sea mínimo, para valores de frecuencia y porcentaje de amortiguamiento crítico preestablecidos. Se recurre a un procedimiento de búsqueda exhaustiva, para todos los valores de frecuencia y porcentajes de amortiguamiento para identificar los valores de (Ri) que minimizan el error medio cuadrático.

Aquellos para los cuales el error resulta mínimo, conducen al mejor ajuste posible al comportamiento observado. Se obtiene así que:

$$H1 = 2 \epsilon_h W_h - 2 \epsilon_w \quad (6.5)$$

$$H2 = R3 \quad (6.6)$$

$$H3 = R4 \quad (6.7)$$

$$A1 = R3 \quad (6.8)$$

$$A2 = 2 \epsilon_a W_a - 2 \epsilon_w \quad (6.9)$$

$$A3 = W_a^2 - W^2 \quad (6.10)$$

en donde:

$W_h$  = Frecuencia natural de vibración en flexión vertical.  
 $W_a$  = Frecuencia natural de vibración en torsión.  
 $E_h$  = Porcentaje de amortiguamiento crítico en flexión.  
 $E_a$  = Porcentaje de amortiguamiento crítico en torsión.  
 $W$  = Frecuencia de vibración de la oscilación autoexcitada.  
 $E_w$  = Porcentaje de amortiguamiento crítico de la oscilación autoexcitada.

Al utilizar el procedimiento anterior se obtienen gráficas de los coeficientes aerodinámicos  $A_i^*(K)$  y  $H_i^*(K)$ , en función de la velocidad reducida  $[V/NB]$ , en donde (N) es la frecuencia natural de vibración autoexcitada (aleteo), figura 6.2. ( Ref. 18 )

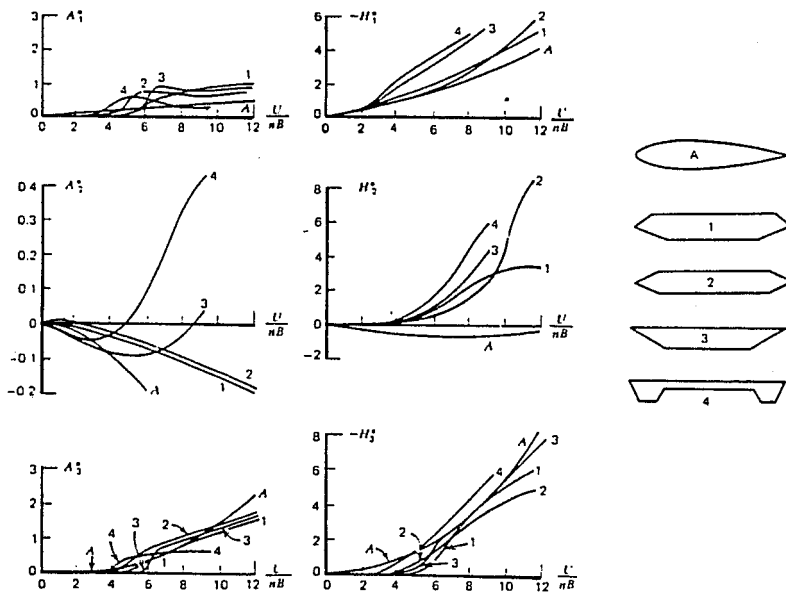


FIG. 6.2 Coeficientes aerodinámicos  $A_i^*(K)$  y  $H_i^*(K)$  para diferentes secciones de puentes atirantados.



## 7. PROCEDIMIENTO NUMERICO PARA ESTIMAR LOS MOVIMIENTOS Y LAS FUERZAS RESULTANTES DE LA ACCION DEL VIENTO

Una vez definidos los parámetros aerodinámicos que intervienen en las ecuaciones que rigen el movimiento de la cubierta, se procederá al análisis del planteamiento matemático que permitirá estimar su solución. Se reproducen dichas ecuaciones:

$$m[\ddot{h} + 2\epsilon h \dot{W} \dot{h} + W h^2 \ddot{h}] = \left(\frac{1}{2}\right) \rho V^2 2B [KH1 * (K) \dot{h} / V + KH2 * (K) B \dot{\alpha} / V + K^2 H3 * (K) \alpha] \quad (7.1)$$

$$I[\ddot{\alpha} + 2\epsilon \alpha W \dot{\alpha} + W \alpha^2 \ddot{\alpha}] = \left(\frac{1}{2}\right) \rho V^2 2B^2 [KA1 * (K) \dot{h} / V + KA2 * (K) B \dot{\alpha} / V + K^2 A3 * (K) \alpha] \quad (7.2)$$

A continuación se muestran los pasos que se utilizaron en la solución de las ecuaciones diferenciales 7.1 y 7.2.

### 7.1 CAMBIO DE CONSTANTES

Para simplificar el planteamiento se realizaron los siguientes cambios en las constantes que forman parte de las ecuaciones.

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 2B / m \quad (7.3)$$

$$E = \frac{1}{2} \rho V^2 2B^2 / Ip \quad (7.4)$$

de esta manera se tiene:

$$[\ddot{h} + 2\epsilon h \dot{W} \dot{h} + W h^2 \ddot{h}] = D [KH1 * (K) \dot{h} / V + KH2 * (K) B \dot{\alpha} / V + K^2 H3 * (K) \alpha] \quad (7.5)$$

$$[\ddot{\alpha} + 2\epsilon \alpha W \dot{\alpha} + W \alpha^2 \ddot{\alpha}] = E [KA1 * (K) \dot{h} / V + KA2 * (K) B \dot{\alpha} / V + K^2 A3 * (K) \alpha] \quad (7.6)$$

al hacer,

$$C = 2 \epsilon h W \dot{h} \quad T = 2 \epsilon \alpha W \dot{\alpha} \quad (7.7)$$

$$F = W h^2 \quad G = W \alpha^2 \quad (7.8)$$

$$H = DK H1*(K)/V \quad I = EK A1*(K)/V \quad (7.9)$$

$$J = DK H2*(K)B/V \quad P = EK A2*(K)B/V \quad (7.10)$$

$$L = D K^2 H3*(K) \quad M = E K^2 A3*(K) \quad (7.11)$$

las ecuaciones se expresan como:

$$\ddot{h} + \dot{C}h + Fh = \dot{H}h + \dot{J}a + La \quad (7.12)$$

$$\ddot{a} + \dot{T}a + Ga = \dot{I}h + \dot{P}a + Ma \quad (7.13)$$

Al reagrupar términos y hacer  $N = C-H$  y  $Q = T-P$ , se tiene:

$$\ddot{h} + \dot{N}h + Fh = \dot{J}a + La \quad (7.14)$$

$$\ddot{a} + \dot{Q}a + Ga = \dot{I}h + Ma \quad (7.15)$$

## 7.2 CAMBIO DE VARIABLES

El sistema de ecuaciones diferenciales definido por las ecuaciones 7.14 y 7.15 es de segundo orden. Se reducirá cada una de ellas a sistemas de ecuaciones de primer orden mediante una transformación de variables como se muestra a continuación:

al llamar,

$$h1 = h \quad a1 = a \quad (7.16)$$

$$\dot{h}1 = \dot{h}2 \quad \dot{a}1 = \dot{a}2 \quad (7.17)$$

y por derivación de las ecuaciones 7.17 se obtiene:

$$\ddot{h}1 = \dot{h}2 \quad \ddot{a}1 = \dot{a}2 \quad (7.18)$$

Al sustituir las ecuaciones 7.16 a 7.18 en las ecuaciones 7.14 y 7.15 se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones de primer orden con cuatro variables dependientes del tiempo,  $a1$ ,  $a2$ ,  $h1$  y  $h2$ :

$$\dot{h}1 = h2 \quad (7.19)$$

$$\dot{h}2 = J a2 + L a1 - N h2 - F h1 \quad (7.20)$$

$$\dot{a}1 = a2 \quad (7.21)$$

$$\dot{a}2 = I h2 + M a1 - Q a2 - G a1 \quad (7.22)$$

Al reordenar términos y llamar a  $R=M-G$ , el sistema queda expresado de la siguiente manera:

$$\dot{h}_2 = L a_1 + J a_2 - F h_1 - N h_2 \quad (7.23)$$

$$\dot{a}_2 = R a_1 - Q a_2 + I h_2 \quad (7.24)$$

$$\dot{a}_1 = a_2 \quad (7.25)$$

$$\dot{h}_1 = h_2 \quad (7.26)$$

El sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden anterior es autónomo, ya que el tiempo no aparece explícitamente en el segundo miembro.

### 7.3 METODOS DE SOLUCION

En relación al sistema de ecuaciones diferenciales anterior, no se conoce un método de tratamiento que conduzca a una solución exacta. De esta manera, se propondrán dos algoritmos sistemáticos y eficientes para encontrar una adecuada aproximación numérica, [1].

#### METODO MODIFICADO DE EULER.

Implica el cálculo de un conjunto discreto de valores  $h_1(k)$ ,  $h_2(k)$ ,  $a_1(k)$  y  $a_2(k)$  al utilizar las siguientes ecuaciones de diferencia:

$$h_2(k+1) = h_2(k) + h f_1[a_1(k), a_2(k), h_1(k), h_2(k)] \quad (7.27)$$

$$a_2(k+1) = a_2(k) + h f_2[a_1(k), a_2(k), h_2(k)] \quad (7.28)$$

$$a_1(k+1) = a_1(k) + h f_3[a_2(k)] \quad (7.29)$$

$$a_1(k+1) = h_1(k) + h f_4[h_2(k)] \quad (7.30)$$

en donde  $h = t(k+1)-t(k)$  es el intervalo de integración. Esta es una aproximación obvia y no tan exacta de la solución de las ecuaciones 7.23 a 7.26.

Para brindar una solución más precisa, se utilizará un método corrector que implica la aplicación de una fórmula correctora más aproximada, que proporciona mejoramientos sucesivos. De esta manera, se aplica el siguiente corrector: ( Ref. 6,19 )

$$h_2(k+1) = h_2(k) + (1/2) h [ \dot{h}_2(k) + \dot{h}_2(k+1) ] \quad (7.31)$$

$$a_2(k+1) = a_2(k) + (1/2) h [ \dot{a}_2(k) + \dot{a}_2(k+1) ] \quad (7.32)$$

$$a_1(k+1) = a_1(k) + (1/2) h [ \dot{a}_1(k) + \dot{a}_1(k+1) ] \quad (7.33)$$

$$h_1(k+1) = h_1(k) + (1/2) h [ \dot{h}_1(k) + \dot{h}_1(k+1) ] \quad (7.34)$$

[1] En el apéndice F se muestra la base teórica utilizada en la solución del sistema de ecuaciones

en donde:

$$\dot{h}_2(k+1) = L a_1(k+1) + J a_2(k+1) - F h_1(k+1) - N h_2(k+1) \quad (7.35)$$

$$\dot{a}_2(k+1) = R a_1(k+1) - Q a_2(k+1) + I h_2(k+1) \quad (7.36)$$

$$\dot{a}_1(k+1) = a_2(k+1) \quad (7.37)$$

$$\dot{h}_1(k+1) = h_1(k+1) \quad (7.38)$$

$$\dot{h}_2(k) = L a_1(k) + J a_2(k) - F h_1(k) - N h_2(k) \quad (7.39)$$

$$\dot{a}_2(k) = R a_1(k) - Q a_2(k) + I h_2(k) \quad (7.40)$$

$$\dot{a}_1(k) = a_2(k) \quad (7.41)$$

$$\dot{h}_1(k) = h_1(k) \quad (7.42)$$

Los valores obtenidos con las ecuaciones 7.31 a 7.34 se sustituyen nuevamente en las ecuaciones 7.35 a 7.38 y se itera hasta que los valores de  $h_2(k+1)$ ,  $a_2(k+1)$ ,  $a_1(k+1)$  y  $h_1(k+1)$  sean suficientemente precisos. Después se repite el proceso para el siguiente intervalo de tiempo, el que se inicia con una sola aplicación de la fórmula de predicción, definida por las ecuaciones 7.27 a 7.30.

#### METODO DE RUNGE-KUTTA CON EL CORRECTOR DE ADAMS

Se basa en el empleo de series de Taylor. Si  $(f_1)$ ,  $(f_2)$ ,  $(f_3)$  y  $f(4)$  son funciones analíticas, se pueden obtener derivadas sucesivas de  $a_1(k)$ ,  $a_2(k)$ ,  $h_1(k)$  y  $h_2(k)$  y escribir la serie correspondiente, con el formato propuesto por Runge-Kutta, para evitar el cálculo de derivadas de orden alto, mediante el establecimiento de valores extras de las funciones  $(f_i)$ ,  $i=1, \dots, 4$  de una manera que esencialmente duplica la exactitud de un polinomio de Taylor. Las fórmulas predictoras son:

$$h_2(k+1) = h_2(k) + (1/6)(ka_1 + 2kb_1 + 2kc_1 + kd_1) \quad (7.43)$$

$$a_2(k+1) = a_2(k) + (1/6)(ka_2 + 2kb_2 + 2kc_2 + kd_2) \quad (7.45)$$

$$a_1(k+1) = a_1(k) + (1/6)(ka_3 + 2kb_3 + 2kc_3 + kd_3) \quad (7.46)$$

$$h_1(k+1) = h_1(k) + (1/6)(ka_4 + 2kb_4 + 2kc_4 + kd_4) \quad (7.47)$$

en donde:

$$ka_1 = h f_1[ a_1, a_2, h_1, h_2 ] \quad (7.48)$$

$$ka_2 = h f_2[ a_1, a_2, h_2 ] \quad (7.49)$$

$$ka_3 = h f_3[ a_2 ] \quad (7.50)$$

$$ka_4 = h f_3[ h_2 ] \quad (7.51)$$

$$kb1 = h f1[\alpha1+k\alpha3/2, \alpha2+k\alpha2/2, h1+k\alpha4/2, h2+k\alpha1/2] \quad (7.52)$$

$$kb2 = h f2[\alpha1+k\alpha3/2, \alpha2+k\alpha2/2, h2+k\alpha1/2] \quad (7.53)$$

$$kb3 = h f3[\alpha2+k\alpha2/2] \quad (7.54)$$

$$kb4 = h f4[h2+k\alpha1/2] \quad (7.55)$$

$$kc1 = h f1[\alpha1+kb3/2, \alpha2+kb2/2, h1+kb4/2, h2+kb1/2] \quad (7.56)$$

$$kc2 = h f2[\alpha1+kb3/2, \alpha2+kb2/2, h2+kb1/2] \quad (7.57)$$

$$kc3 = h f3[\alpha2+kb2/2] \quad (7.58)$$

$$kc4 = h f4[h2+kb1/2] \quad (7.59)$$

$$kd1 = h f1[\alpha1+kc3, \alpha2+kc2, h1+kc4, h2+kc1] \quad (7.60)$$

$$kd2 = h f2[\alpha1+kc3, \alpha2+kc2, h2+kc1] \quad (7.61)$$

$$kd3 = h f3[\alpha2+kc2] \quad (7.62)$$

$$kd4 = h f4[h2+kc1] \quad (7.63)$$

Para corregir el error que se induce se usa el algoritmo de Adams, (ref. 6,19), que define las siguientes ecuaciones predictoras-correctoras:

$$h2(k+1) = h2(k) + (h/24) [55\dot{h}2(k) - 59\dot{h}2(k-1) + 37\dot{h}2(k-2) - 9\dot{h}2(k-3)] \quad (7.64)$$

$$\alpha2(k+1) = \alpha2(k) + (h/24) [55\dot{\alpha}2(k) - 59\dot{\alpha}2(k-1) + 37\dot{\alpha}2(k-2) - 9\dot{\alpha}2(k-3)] \quad (7.65)$$

$$\alpha1(k+1) = \alpha1(k) + (h/24) [55\dot{\alpha}1(k) - 59\dot{\alpha}1(k-1) + 37\dot{\alpha}1(k-2) - 9\dot{\alpha}1(k-3)] \quad (7.66)$$

$$h1(k+1) = h1(k) + (h/24) [55\dot{h}1(k) - 59\dot{h}1(k-1) + 37\dot{h}1(k-2) - 9\dot{h}1(k-3)] \quad (7.67)$$

$$h2(k+1) = h2(k) + (h/24) [9\dot{h}2(k+1) + 19\dot{h}2(k) - 5\dot{h}2(k-1) + \dot{h}2(k-2)] \quad (7.68)$$

$$\alpha2(k+1) = \alpha2(k) + (h/24) [9\dot{\alpha}2(k+1) + 19\dot{\alpha}2(k) - 5\dot{\alpha}2(k-1) + \dot{\alpha}2(k-2)] \quad (7.69)$$

$$\alpha1(k+1) = \alpha1(k) + (h/24) [9\dot{\alpha}1(k+1) + 19\dot{\alpha}1(k) - 5\dot{\alpha}1(k-1) + \dot{\alpha}1(k-2)] \quad (7.70)$$

$$h1(k+1) = h1(k) + (h/24) [9\dot{h}1(k+1) + 19\dot{h}1(k) - 5\dot{h}1(k-1) + \dot{h}1(k-2)] \quad (7.68)$$

Las ecuaciones anteriores requieren de cuatro valores previos  $y(k)$ ,  $y(k-1)$ ,  $y(k-2)$ ,  $y(k-3)$  que se pueden obtener

mediante la aplicación de las ecuaciones 7.43 a 7.63 y después realizar iteraciones con las ecuaciones 7.64 a 7.71. Las derivadas necesarias se pueden calcular con las ecuaciones 7.39 a 7.42.

La convergencia a la solución exacta de las ecuaciones diferenciales 7.19 a 7.22 es una característica deseable. Esto significa que mientras los métodos se refinan continuamente al hacer los intervalos ( $h$ ) más y más pequeños entre argumentos sucesivos, la sucesión de soluciones que se obtienen deben converger satisfactoriamente.

El método de Runge-Kutta es convergente siempre que la función  $f(i)$ ,  $i=1, \dots, 4$  tenga derivadas continuas suficientes. Es decir, si se calcula cada valor  $h_1(k+1)$ ,  $a_1(k+1)$ ,  $a_2(k+1)$ ,  $h_2(k+1)$  a partir de un polinomio basado en el argumento  $t(k)$ , de manera que el polinomio cambia en cada paso, entonces la solución calculada se puede hacer tan cercana como se quiera a la solución exacta al seleccionar argumentos  $t(k)$  cercanos entre si. Es posible demostrar que el método de Euler modificado es convergente, ya que las funciones  $f(i)$  cumplen la condición de Lipschitz, al resolver una ecuación de diferencia para el error de truncamiento.

Los métodos expuestos anteriormente requieren de condiciones iniciales  $a_1(0)$ ,  $a_2(0)$ ,  $h_1(0)$  y  $h_2(0)$  para su desarrollo y el establecimiento de incrementos de integración ( $h$ ) suficientemente pequeños.

#### 7.4 PROGRAMA

En base a la solución numérica propuesta, se realizó un programa en lenguaje Basic que se muestra en el apéndice A. El algoritmo utilizado es el siguiente:

a. Se introducen las características generales del puente:

- Semiancho de cubierta
- Momento másico de inercia por unidad de longitud
- Masa por unidad de longitud de cubierta
- Fracción de amortiguamiento crítico en flexión
- Fracción de amortiguamiento crítico en torsión
- Frecuencia circular en flexión
- Frecuencia circular en torsión
- Frecuencia circular de las vibraciones autoexcitadas
- Densidad del aire en el lugar

b. Se introduce la información necesaria, proveniente de las pruebas en túnel de viento, en flujo laminar, con ángulo de ataque conocido, para una cierta velocidad reducida del viento:

- Coeficientes aerodinámicos en torsión  $A_i$ ,  $i=1, \dots, 4$

c. Se establecen los intervalos y el tiempo total de integración.

d. Se introducen las condiciones iniciales, tanto en flexión vertical, como en torsión.

e. Se aplica el método modificado de Euler; para cada intervalo de tiempo se calcula y se imprime la siguiente información:

- Tiempo
- Desplazamiento vertical
- Rotación
- Fuerza resultante de levantamiento
- Momento torsionante inducido en la cubierta
- Excentricidad de la fuerza de levantamiento

f. Se aplica el método de Runge-Kutta con la misma rutina que el método modificado de Euler, para comparar ambos procedimientos y asegurar una solución suficientemente próxima a la obtenida con el método de Euler.

g. Se aplica una subrutina que calcula los periodos de desplazamientos, rotaciones, fuerzas resultantes de levantamiento y momentos torsionantes.

h. Al Utilizar un programa adicional de graficación, se obtienen las curvas que muestran el comportamiento de la estructura en el tiempo, en relación a los parámetros definidos en el punto anterior.

## 8. APLICACION A UN EJEMPLO DE PUENTE ATIRANTADO

Se aplicará la metodología anterior a un puente atirantado, cuya geometría general se muestra en la figura 8.1.

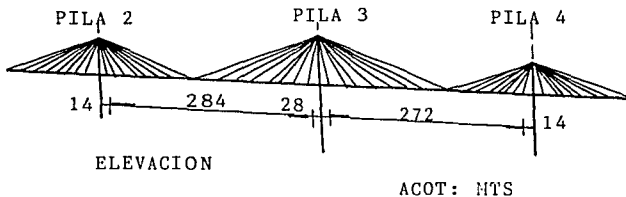
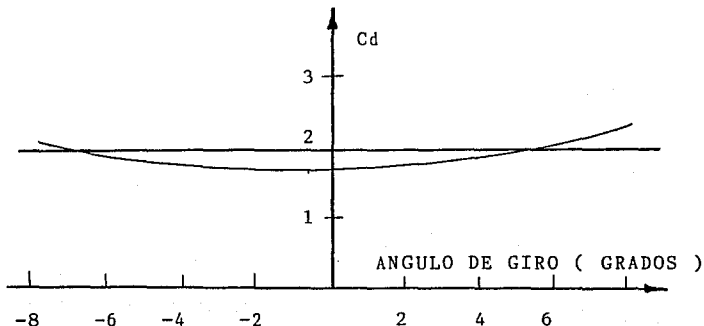


FIG. 8.1 Geometría general del puente atirantado en estudio.

Las propiedades dinámicas básicas del puente, así como su geometría, se consideraron conocidas. Se tomaron como base las unidades de fuerza, en kilogramos; de tiempo en segundos y de distancia, en centímetros:

- Densidad del aire:  $1.259E-9$  kg-seg<sup>2</sup>/cm<sup>4</sup>
- Semiancho total: 900 cm
- Frecuencia circular en flexión vertical: 1.162 rad/seg
- Frecuencia circular en torsión: 2.375 rad/seg
- Frecuencia circular de aleteo: 1.765 rad/seg
- Momento másico de inercia: 5645259.98 kg-seg<sup>2</sup>-cm
- Masa por unidad de longitud: 14.86 kg-seg<sup>2</sup>/cm

Se realizaron pruebas de túnel de viento bajo flujo laminar, y se obtuvieron los coeficientes estáticos que se muestran en la figura 8.2.





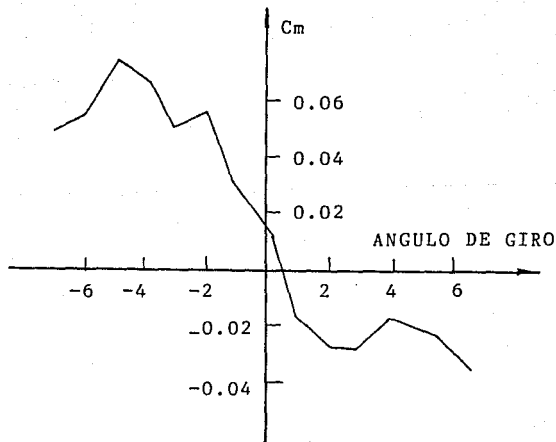
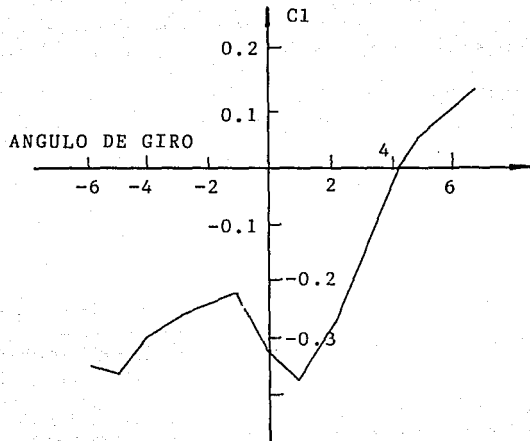


FIG. 8.2 Coeficientes de arrastre, de levantamiento y de torsión para diseños cuasiestáticos.

Además, el estudio se realizó para tres diferentes velocidades reducidas, con los coeficientes aerodinámicos en flexión y torsión obtenidos de las pruebas de túnel de viento, y que se muestran a continuación, (Tabla 8.1):

V/NB	H1*	H2*	H3*	A1*	A2*	A3*
2.019	1.260	-0.740	0.300	0.0330	0.1523	0.0321
4.002	-3.580	1.0400	0.490	0.0670	0.1572	0.0911
5.832	-15.540	-0.3300	-2.690	0.1000	0.4047	0.3854

TABLA 8.1 Coeficientes aerodinámicos en flexión y torsión del puente en estudio.

En relación al amortiguamiento, se propusieron cinco casos que se resumen en la siguiente tabla, (Tabla 8.2):[1]

CASO	FLEXION	TORSION
1	0.0100	0.0300
2	0.0025	0.0075
3	0.0010	0.0030
4	0.0000	0.0000
5	-0.0025	-0.0075

TABLA 8.2 Fracciones de amortiguamiento crítico en flexión y torsión para el puente en estudio.

Las condiciones iniciales se muestran en la figura 8.3, con desplazamiento vertical inicial de 56.54 cm., y una rotación inicial de 0.0028 rad. [2]

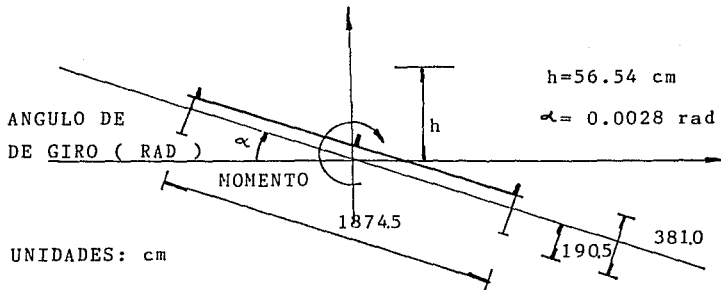


FIG. 8.3 Condiciones iniciales del puente atirantado para el inicio del algoritmo.

[1] Los valores del caso 1 fueron los estimados del proyecto.

[2] Las condiciones iniciales se tomaron del puente del río Tagus, ( ref. 8 ).

Los resultados aparecen en los apéndices B, C, y D de la siguiente forma:

- Apéndice B: Se muestran los resultados de desplazamientos, rotaciones, fuerzas de levantamiento, momentos y excentricidades, en intervalos de tiempo de 1 segundo, para los cinco casos de amortiguamiento, en las tres velocidades reducidas, [1].

- Apéndice C: Se muestran las gráficas de la evolución en el tiempo de los parámetros definidos en el punto anterior, con la siguiente disposición de figuras:

OPCION A: TODOS LOS VALORES DE LA TABLA 8.2  
 OPCION B:  $\epsilon_h=0.0100$   $\epsilon_a=0.0300$   
 OPCION C:  $\epsilon_h=0.0025$   $\epsilon_a=0.0075$   
 OPCION D:  $\epsilon_h=0.0010$   $\epsilon_a=0.0030$   
 OPCION E:  $\epsilon_h=0.0000$   $\epsilon_a=0.0000$   
 OPCION F:  $\epsilon_h=-0.0025$   $\epsilon_a=-0.0075$

FIGURAS:

V/NB=2.019	A	B	C	D	E	F
DESPLAZAMIENTOS h	C-1A	C-2A			C-3A	C-4A
ROTACIONES ALFA	C-1B	C-2B			C-3B	C-4B
FUERZAS LH	C-1C	C-2C			C-3C	C-4C
MOMENTOS MA	C-1D	C-2D	C-3D	C-4D	C-5D	C-6D
V/NB=4.002	A	B	C	D	E	F
DESPLAZAMIENTOS h	C-1E	C-2E			C-3E	C-4E
ROTACIONES ALFA	C-1F	C-2F			C-3F	C-4F
FUERZAS LH	C-1G	C-2G			C-3G	C-4G
MOMENTOS MA	C-1H	C-2H	C-3H	C-4H	C-5H	C-6H
V/NB=5.832	A	B	C	D	E	F
DESPLAZAMIENTOS h	C-1I	C-2I			C-3I	C-4I
ROTACIONES ALFA	C-1J	C-2J			C-3J	C-4J
FUERZAS LH	C-1K	C-2K			C-3K	C-4K
MOMENTOS MA	C-1L	C-2L	C-3L	C-4L	C-5L	C-6L

- Apéndice D: Se muestran las gráficas de la posición de la fuerza (Lh) para los distintos casos de amortiguamiento y velocidades reducidas, en incrementos de tiempo de 1 seg. Se utilizó la siguiente disposición de figuras:

[1] En la aplicación del algoritmo se utilizaron incrementos de tiempo  $h=0.05$  seg.

OPCION A:  $\epsilon h = 0.0100$   $\epsilon \alpha = 0.0300$   
 OPCION B:  $\epsilon h = 0.0025$   $\epsilon \alpha = 0.0075$   
 OPCION C:  $\epsilon h = 0.0010$   $\epsilon \alpha = 0.0030$   
 OPCION D:  $\epsilon h = 0.0000$   $\epsilon \alpha = 0.0000$   
 OPCION E:  $\epsilon h = -0.0025$   $\epsilon \alpha = -0.0075$

V/NB	A	B	C	D	E
2.019	D1	D5	D9	D13	D17
4.002	D2	D6	D10	D14	D18
5.832	D3	D7	D11	D15	D19
TODAS	D4	D8	D12	D16	D20

## 9. ANALISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

### 9.1 OBSERVACIONES A LAS GRAFICAS DEL APENDICE C

a) Cuando se consideraron niveles de amortiguamiento mayores de 0.000, se obtuvieron curvas como las que aparecen en las figuras C-1, C-2, que mostraron un decaimiento gradual de las oscilaciones y las fuerzas definidas por curvas cosenoidales amortiguadas tienden a cero con el tiempo, evidencia de una estabilidad asintótica. El efecto es más claro en las las rotaciones, como se ilustra en las figuras C-1B, C-2B, C-1F, C-2F, C-1J, C-2J

b) Para niveles de amortiguamiento negativo, se encontró en todos los casos un incremento gradual en el valor de los desplazamientos y las fuerzas, signo inequívoco de inestabilidad, como se muestra en las figuras C-4. El efecto de amortiguamiento negativo también se hace más evidente en las rotaciones

c) Cuando se consideró amortiguamiento cero, para calcular las gráficas de desplazamientos, rotaciones y fuerzas, se encontró siempre estabilidad con una variación armónica de tipo cosenoidal, figuras C-3

d) En las gráficas representativas del comportamiento estable, con amortiguamiento positivo, no se presentó un acoplamiento en las ecuaciones que definen el movimiento, es decir, la variación de desplazamientos verticales, fuerzas y momentos presentaron un periodo de vibración de 5.40 seg, mientras que el de las rotaciones fue de 2.64 seg, correspondientes a los periodos en flexión y torsión del puente en estudio

e) Cuando existe estabilidad, el valor de los momentos torsionantes para una velocidad en particular, cambia sustancialmente para diferentes niveles de amortiguamiento. Por otro lado, existe una variación considerable en las fuerzas, al cambiar la velocidad del flujo. Por ejemplo, se incrementan 3 veces al cambiar de una velocidad reducida de 2.019 a 4.002. El incremento es de 20 de 2.019 a 5.832. Con los momentos torsionantes el cambio no es considerable aunque se triplican los valores de 2.019 a 5.832

f) En el estudio de la variación de los momentos torsionantes en el tiempo, en todas las velocidades de flujo correspondientes a niveles altos de amortiguamiento, se presenta un decaimiento gradual, semejante al de los otros tres casos, figuras C-1D, C-1H, C-1L. Al disminuir el amortiguamiento, las curvas comienzan a distorsionarse aunque presentan aún estabilidad, figuras C-3D, C-4D, C-3H, C-4H, C-3L, C-4L. Cuando el nivel de amortiguamiento es cero, continúa presentándose un estado permanente de vibración definido por un periodo de 5.40 seg. para las tres

velocidades reducidas estudiadas, como se ve en las figuras C-5D, C-5H, C-5L. Al inducir un amortiguamiento negativo, se comienza a generar el acoplamiento en el movimiento definido por las ecuaciones de equilibrio dinámico. Es decir, cuando se genera inestabilidad, se presentan dos armónicas claramente definidas en el cambio del momento torsionante, figuras C-6D, C-6H, C-6L. En estados estables, las ecuaciones de movimiento se desacoplan

g) Los valores de las fuerzas son más sensibles a la variación de la velocidad del flujo que el cambio en el amortiguamiento. Por otro lado, los momentos cambian sensiblemente a la variación de la fracción del amortiguamiento crítico y la velocidad del flujo. Se hace notar también que los valores de las fuerzas son sensiblemente bajos, aunque concuerdan aceptablemente con los valores obtenidos a partir de las gráficas para diseños cuasiestáticos

## 9.2 OBSERVACIONES A LAS GRAFICAS DEL APENDICE D

a) La posición de la fuerza resultante varía al transcurrir el tiempo. Para una fracción de amortiguamiento de 0.010 en flexión y 0.030 en torsión, con las tres velocidades reducidas, (figs. D1, D2, D3, D4), la fuerza conserva en promedio su punto de aplicación en la cubierta, por lo que el flujo es estable. Sin embargo, para valores menores de la fracción de amortiguamiento, la fuerza resultante cambia sustancialmente su posición

b) En todos los casos, al aumentar la velocidad reducida, la posición de la fuerza se aproxima al centroide de la sección. Sin embargo, es más acentuado el cambio de posición

c) Al disminuir el amortiguamiento, la excentricidad de la fuerza con respecto al centroide es más grande y el movimiento de la fuerza en la cubierta es más crítico

d) En el apéndice E, se muestra la salida del programa para un periodo de integración más amplio, para poder analizar la variación de la posición de la fuerza resultante en el tiempo. Se estudiaron 4 casos:

- $\epsilon F = 0.0025$	$\epsilon T = 0.0075$	$V/NB = 2.019$	INTEGRACION: 100 Seg
- $\epsilon F = 0.0025$	$\epsilon T = 0.0075$	$V/NB = 5.832$	INTEGRACION: 100 Seg
- $\epsilon F = 0.0000$	$\epsilon T = 0.0000$	$V/NB = 5.832$	INTEGRACION: 100 Seg
- $\epsilon F = -0.0025$	$\epsilon T = -0.0075$	$V/NB = 2.019$	INTEGRACION: 120 Seg
- $\epsilon F = -0.0025$	$\epsilon T = -0.0075$	$V/NB = 4.002$	INTEGRACION: 120 Seg
- $\epsilon F = -0.0025$	$\epsilon T = -0.0075$	$V/NB = 8.832$	INTEGRACION: 140 Seg

En todos los casos, la posición de la fuerza varía sustancialmente. Sin embargo, para amortiguamiento nulo y positivo, la fuerza se conservó en el mismo rango de excentricidades sin cambios apreciables. Se puede aceptar la estabilidad del sistema, confirmando los resultados de las gráficas del apéndice C. Para amortiguamiento negativo, se muestran cambios sustanciales en la posición de la fuerza. Para una velocidad reducida de  $V/NB=2.019$ , a los 84 segundos, la fuerza resultante aparece fuera de la sección del puente, con 11674 cm de distancia del centroide de la sección; para  $V/NB=4.002$ , a los 111 segundos, con 1023 cm; para  $V/NB=5.832$  a los 128 segundos, con 2068 cm. El sistema es inestable en este caso

El nivel de amortiguamiento fue el parámetro básico para definir la posibilidad de inestabilidad en el intervalo de velocidades reducidas disponible. Para el puente en estudio, con características previamente definidas, bajo flujo laminar, con ángulo de ataque de cero grados y en el intervalo de velocidades reducidas menores de 6.0, es posible concluir que existe estabilidad debido a que los valores de fuerzas y desplazamientos para amortiguamiento positivo, nunca sobrepasan cualquier entorno de estabilidad alrededor de la configuración inicial.

## 10. COMENTARIOS FINALES

El desarrollo de proyectos de puentes atirantados en el mundo es cada vez más grande. Su diseño es audaz y a la vez estético, por las propiedades de los materiales utilizados y las características geométricas de la estructura que realzan su belleza y funcionalidad. Sin embargo, las fuerzas naturales tales como el viento y los sismos pueden afectarla sensiblemente. El avance desarrollado en el análisis de su comportamiento y el conocimiento de su interacción con estas fuerzas no es el adecuado.

El presente trabajo es un intento de aportar soluciones racionales al estudio de la inestabilidad de estas estructuras. Se ha considerado el comportamiento de la cubierta de un puente en particular, ante la acción de la velocidad del viento, parámetro esencial en el diseño. Sin embargo, las incertidumbres son grandes, y se deberá avanzar más en el establecimiento de propiedades dinámicas adecuadas, en relación al amortiguamiento, rigidez y frecuencias de vibración. Se necesitan implementar laboratorios con infraestructura adecuada, de manera de estimular flujo turbulento, bajo distintos ángulos de ataque, en una amplia gama de velocidades reducidas a los modelos adecuadamente escalados.

El algoritmo que resuelve las ecuaciones de movimiento a partir de los parámetros obtenidos de pruebas en túnel de viento se ha desarrollado en este estudio. El fundamento para futuras investigaciones se establece hoy en día en distintas partes del mundo. Se requiere un esfuerzo adicional, para desarrollar proyectos confiables y disfrutar de estructuras estéticas, económicas y, lo más importante, estables.



## **APENDICE A**

```

10  REM          UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
20  REM          FACULTAD DE INGENIERIA
25  REM          DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
27  REM
30  REM          INESTABILIDAD AERODINAMICA
40  REM          PUENTES ATIRANTADOS
50  REM
55  REM          ELABORO: ING. ROLANDO REYES GRECO
57  REM          ASESOR: ING. NEFTALI RODRIGUEZ CUEVAS
59  REM
60  REM  DESCRIPCION: ESTE PROGRAMA RESUELVE LAS ECUACIONES
70  REM  DE MOVIMIENTO PARA EL ESTUDIO DE LA INESTABILIDAD
80  REM  AERODINAMICA DE PUENTES ATIRANTADOS BAJO FLUJO
90  REM  INESTABLE. UTILIZA EL METODO MODIFICADO DE EULER Y EL
100 REM  METODO DE RUNGE-KUTTA CON EL CORRECTOR DE ADAMS.
110 REM
112 REM
120 PRINT "UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO"
124 PRINT "FACULTAD DE INGENIERIA"
125 PRINT "DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO"
130 PRINT "INESTABILIDAD AERODINAMICA DE PUENTES ATIRANTADOS"
140 PRINT "ELABORO: ING. ROLANDO REYES GRECO"
142 PRINT "ASESOR: ING. NEFTALI RODRIGUEZ CUEVAS"
144 REM
145 REM  CARACTERISTICAS GENERALES DE LA CUBIERTA
147 REM
150 INPUT "DENSIDAD DEL AIRE KG-SEG2/CM4="; DE
155 INPUT "SEMIANCHO CUBIERTA CM="; B
160 INPUT "MOMENTO MASICO DE INERCIA KG-SEG2-CM =" ; IP
165 INPUT "MASA POR UNIDAD DE LONGITUD KG-SEG2/CM="; MA
170 INPUT "FRACCION AMORTIGUAMIENTO CRITICO EN FLEXION="; EH
172 INPUT "FRACCION AMORTIGUAMIENTO CRITICO EN TORSION="; ET
180 INPUT "FRECUENCIA CIRCULAR EN FLEXION RAD/SEG = "; WM
185 INPUT "FRECUENCIA CIRCULAR EN TORSION RAD/SEG = "; WT
186 INPUT "FRECUENCIA CIRCULAR DE ALETEO RAD/SEG="; W
187 Y1 = (1 / (W / (2 * 3.1416))) ; Y2 = (1 / (WM / (2 * 3.1416)))
188 Y3 = (1 / (WT / (2 * 3.1416)))
193 REM
194 REM  INICIO DE ITERACIONES
195 REM  INFORMACION DE PRUEBA DE TUNEL DE VIENTO
196 REM
197 PRINT " INICIO DE ITERACIONES "
199 PRINT " INFORMACION DE PRUEBA DE TUNEL DE VIENTO "
200 Z = Z + 1
202 PRINT "ITERACION "; Z
204 NS = W / (2 * 3.1416)
205 INPUT "V/NS="; V
207 V = V * NS * 2 * B
210 INPUT "COEFICIENTE AERODINAMICO EN FLEXION H*1="; TH1
211 INPUT "COEFICIENTE AERODINAMICO EN FLEXION H*2="; TH2
220 INPUT "COEFICIENTE AERODINAMICO EN FLEXION H*3="; TH3
224 INPUT "COEFICIENTE AERODINAMICO EN TORSION A*1="; TA1
230 INPUT "COEFICIENTE AERODINAMICO EN TORSION A*2="; TA2
235 INPUT "COEFICIENTE AERODINAMICO EN TORSION A*3="; TA3
240 D = ((1 / Z) * (DE) * (V * V) * (2 * B)) / MA
245 E = ((1 / Z) * (DE) * (V * V) * (2 * B * B)) / IP
250 C = 2 * (EH) * (WM)
255 T = 2 * (ET) * (WT)
260 F = (WM * WM)
265 G = (WT * WT)
270 K = B * W / V
275 H = D * K * (TH1) / V
280 I = E * K * (TA1) / V
282 J = D * K * (TH2) * B / V
290 L = D * K * K * (TH3)

```

```

295 P = E * K * (TAZ) * B / V
300 M = E * K * K * (TAS)
305 W = C - N
310 G = T - P
315 H = M - G
316 PRINT TAB(10); "IMPRESION DE CONSTANTES UTILIZADAS"
317 PRINT
318 PRINT TAB(2); "D="; D; TAB(22); "E="; E
319 PRINT TAB(2); "C="; C; TAB(22); "T="; T
320 PRINT TAB(2); "F="; F; TAB(22); "G="; G
321 PRINT TAB(2); "K="; K; TAB(22); "H="; H
322 PRINT TAB(2); "I="; I; TAB(22); "J="; J
323 PRINT TAB(2); "L="; L; TAB(22); "P="; P
324 PRINT TAB(2); "M="; M; TAB(22); "N="; N
325 PRINT TAB(2); "O="; O; TAB(22); "R="; R
326 REM
330 REM      METODOS DE SOLUCION
335 REM
336 INPUT "PULSE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR"; X$
340 PRINT "METODOS DE SOLUCION"
365 INPUT "TIEMPO TOTAL DE INTEGRACION SEG="; T1
370 INPUT "INTERVALOS DE TIEMPO SEG="; HA
375 INPUT "CONDICION INICIAL h (CMS)="; HW
380 INPUT "CONDICION INICIAL ALFA (RAD)="; AL
385 NO = ABS(T1 / HA)
390 PRINT "NUMERO DE ITERACIONES="; NO
392 ZZ = NO + 1
395 REDIM H1(ZZ); REDIM A1(ZZ); REDIM T1E(ZZ); REDIM HT(ZZ)
400 REDIM H2(ZZ); REDIM A2(ZZ); REDIM O1(ZZ); REDIM AA(ZZ)
405 REDIM AH1(ZZ); REDIM AA1(ZZ); REDIM OAL(ZZ)
410 REDIM AH2(ZZ); REDIM AA2(ZZ); REDIM LH(ZZ)
411 REM
412 REM      METODO DE EULER MODIFICADO
413 REM
414 LPRINT TAB(10); "METODO DE EULER MODIFICADO"
415 LPRINT TAB(19); "V/MB="; T; PRINT
416 LPRINT TAB(1); "TIEMPO"; TAB(15); "H="; TAB(25); "AL="; TAB(43); "LH="; TAB(58); "HA="; TAB(70); "EXC"
417 LPRINT TAB(1); "SEG"; TAB(15); "CMS"; TAB(25); "RAD"; TAB(43); "KG-CM"; TAB(58); "CM"
418 LPRINT
419 H1(1) = HW; A1(1) = AL
420 H2(1) = O; A2(1) = O
422 AH2(1) = (L * A1(1)) + (J * A2(1)) - (F * H1(1)) - (M * H2(1))
424 AA2(1) = (R * A1(1)) - (O * A2(1)) + (I * H2(1))
426 AA1(1) = A2(1); AH1(1) = H2(1)
430 FOR X = 1 TO NO
435 H2(X + 1) = H2(X) + (HA * ((L * A1(X)) + (J * A2(X)) - (F * H1(X)) - (M * H2(X))))
440 A2(X + 1) = A2(X) + (HA * ((R * A1(X)) - (O * A2(X)) + (I * A2(X))))
445 A1(X + 1) = A1(X) + (HA * (A2(X)))
450 H1(X + 1) = H1(X) + (HA * (H2(X)))
455 R1 = ABS(H2(X + 1)); R2 = ABS(A2(X + 1))
460 R3 = ABS(A1(X + 1)); R4 = ABS(H1(X + 1))
470 AH2(X + 1) = (L * A1(X + 1)) + (J * A2(X + 1)) - (F * H1(X + 1)) - (M * H2(X + 1))
480 AA2(X + 1) = (R * A1(X + 1)) - (O * A2(X + 1)) + (I * H2(X + 1))
485 AA1(X + 1) = A2(X + 1)
490 AH1(X + 1) = H2(X + 1)
495 H2(X + 1) = H2(X) + ((1 / 2) * (HA * (AH2(X) + AH2(X + 1))))
500 A2(X + 1) = A2(X) + ((1 / 2) * (HA * (AA2(X) + AA2(X + 1))))
505 A1(X + 1) = A1(X) + ((1 / 2) * (HA * (AA1(X) + AA1(X + 1))))
510 H1(X + 1) = H1(X) + ((1 / 2) * (HA * (AH1(X) + AH1(X + 1))))
511 P1 = ABS(ABS(H2(X + 1))) - R1)
512 P2 = ABS(ABS(A2(X + 1))) - R2)
513 P3 = ABS(ABS(A1(X + 1))) - R3)
514 P4 = ABS(ABS(H1(X + 1))) - R4)
515 IF P1 > .001 THEN R1 = ABS(H2(X + 1)); R2 = ABS(A2(X + 1)); R3 = ABS(A1(X + 1)); R4 = ABS(H1(X + 1)); GOTO 470
520 IF P2 > .001 THEN R1 = ABS(H2(X + 1)); R2 = ABS(A2(X + 1)); R3 = ABS(A1(X + 1)); R4 = ABS(H1(X + 1)); GOTO 470
525 IF P3 > .001 THEN R1 = ABS(H2(X + 1)); R2 = ABS(A2(X + 1)); R3 = ABS(A1(X + 1)); R4 = ABS(H1(X + 1)); GOTO 470

```

```

530 IF PA > .001 THEN R1 = ABS(H2(X + 1)); R2 = ABS(A2(X + 1)); R3 = ABS(A1(X + 1)); R4 = ABS(H1(X + 1)); GOTO 470
540 TIE(X + 1) = TIE(X) + HA
542 FF = FF + 1
545 OM = H1(X + 1); OAL = A1(X + 1)
550 HK = H2(X + 1); ALX = A2(X + 1)
552 OH(X + 1) = OM; OAL(X + 1) = OAL
555 W1 = (1 / 2) * (DE) * (V * V) * (2 * B)
560 W2 = (K * TH1 * HX / V); W3 = (K * TH2 * B * ALX / V)
565 W4 = (K * K) * (TH3) * (OAL)
570 W5 = (1 / 2) * (DE) * (V * V) * (2 * B * B)
575 W6 = (K) * (TA1) * (HX) / V; W7 = (K * TA2 * B * ALX / V)
580 W8 = (K * K * TA3 * OAL)
585 LH = W1 * (W2 + W3 + W4)
590 MT = W5 * (W6 + W7 + W8)
592 OO = MT / LH
593 LH(X + 1) = LH
594 MT(X + 1) = MT
595 REM
600 REM IMPRESION DE DATOS POR INCREMENTO DE TIEMPO
610 REM
612 IF FF = 10 THEN GOSUB 615
613 NEXT X; GOTO 640
614 TIE(X + 1) = CINT(TIE(X + 1))
615 LPRINT TAB(1); TIE(X + 1);
620 LPRINT TAB(15); OM; TAB(25); OAL; TAB(43); LH;
625 LPRINT TAB(58); MT;
626 LPRINT TAB(70); OO
632 FF = 0
635 RETURN
640 TIE = 0; OM = 0; OAL = 0; OO = 0
645 HK = 0; ALX = 0; FF = 0
646 LPRINT
647 INPUT "METODO RUNGE-KUTTA PULSE CUALQUIER TECLA "; XS
650 REM
655 REM METODO DE RUNGE - KUTTA
660 REM
665 LPRINT TAB(10); " METODO DE RUNGE - KUTTA "
666 LPRINT TAB(15); "V/NB="; Y
667 LPRINT
668 LPRINT TAB(1); "TIEMPO"; TAB(15); "H"; TAB(25); "AL"; TAB(43); "LH"; TAB(58); "MA"; TAB(70); "EXC"
669 LPRINT TAB(1); "SEG"; TAB(15); "CHS"; TAB(25); "RAO"; TAB(43); "KC"; TAB(58); "KG-CH"; TAB(70); "CM"
670 LPRINT
671 H1(1) = HV; A1(1) = AL
675 H2(1) = 0; A2(1) = 0
680 FOR X = 1 TO 60
681 IF (X + 1) > 4 THEN GOSUB 6000; GOTO 800
685 KA1 = (HA) * ((L * A1(X)) + (J * A2(X)) - (F * H1(X)) - (M * H2(X)))
690 KA2 = (HA) * ((R * A1(X)) - (Q * A2(X)) + (I * H2(X)))
695 KA3 = (HA * A2(X))
700 KA4 = (HA * H2(X))
710 KB1 = (L * (A1(X) + (KA3 / 2))) + (J * (A2(X) + (KA2 / 2))) - (F * (H1(X) + (KA4 / 2))) - (M * (H2(X) + (KA1 / 2)))
715 KB2 = (R * (A1(X) + (KA3 / 2))) - (Q * (A2(X) + (KA2 / 2))) + (I * (H2(X) + (KA1 / 2)))
720 KB3 = (A2(X) + (KA2 / 2))
725 KB4 = (H2(X) + (KA1 / 2))
730 KC1 = (L * (A1(X) + (KB3 / 2))) + (J * (A2(X) + (KB2 / 2))) - (F * (H1(X) + (KB4 / 2))) - (M * (H2(X) + (KB1 / 2)))
735 KC2 = (R * (A1(X) + (KB3 / 2))) - (Q * (A2(X) + (KB2 / 2))) + (I * (H2(X) + (KB1 / 2)))
740 KC3 = (A2(X) + (KB2 / 2))
745 KC4 = (H2(X) + (KB1 / 2))
750 KD1 = (L * (A1(X) + (KC3 / 2))) + (J * (A2(X) + (KC2 / 2))) - (F * (H1(X) + (KC4 / 2))) - (M * (H2(X) + (KC1 / 2)))
755 KD2 = (R * (A1(X) + (KC3 / 2))) - (Q * (A2(X) + (KC2 / 2))) + (I * (H2(X) + (KC1 / 2)))
760 KD3 = (A2(X) + (KC2 / 2))
765 KD4 = (H2(X) + (KC1 / 2))
770 H2(X + 1) = H2(X) + ((1 / 6) * (KA1 + (2 * KB1) + (2 * KC1) + KD1))
775 A2(X + 1) = A2(X) + ((1 / 6) * (KA2 + (2 * KB2) + (2 * KC2) + KD2))
780 A1(X + 1) = A1(X) + ((1 / 6) * (KA3 + (2 * KB3) + (2 * KC3) + KD3))
790 H1(X + 1) = H1(X) + ((1 / 6) * (KA4 + (2 * KB4) + (2 * KC4) + KD4))

```

```

792 AH2(X + 1) = (L * A1(X + 1)) + (J * A2(X + 1)) - (F * H1(X + 1)) - (M * H2(X + 1))
794 AA2(X + 1) = (R * A1(X + 1)) - (Q * A2(X + 1)) + (I * H2(X + 1))
796 AA1(X + 1) = A2(X + 1); AH1(X + 1) = H2(X + 1)
800 TIE = TIE + HA
802 FF = FF + 1
810 OH = H1(X + 1); OAL = A1(X + 1)
815 HX = H2(X + 1); ALX = A2(X + 1)
820 W1 = (1 / 2) * (DE) * (V * V) * (Z * B)
825 W2 = (K * TH1 * HX / V); W3 = (K * TH2 * B * ALX / V)
830 W4 = (K * K) * (TH3) * (OAL)
835 W5 = (1 / 2) * (DE) * (V * V) * (Z * B * B)
840 W6 = (K * TA1 * HX / V); W7 = (K * TA2 * B * ALX / V)
845 W8 = (K * K * TA3 * OAL)
850 LH = W1 * (W2 + W3 + W4)
860 MT = W5 * (W6 + W7 + W8)
862 OQ = MT / LH
865 REM
870 REM      IMPRESION DE DATOS POR INCREMENTO DE TIEMPO
875 REM
876 IF FF = 20 THEN GOSUB 880
878 NEXT X: GOTO 920
880 TIE = CINT(TIE)
890 LPRINT TAB(1); TIE; TAB(15); OH; TAB(25); OAL; TAB(43); LH;
900 LPRINT TAB(58); MT; TAB(70); OQ
902 FF = 0
904 RETURN
920 TIE = 0; OH = 0; OAL = 0; FF = 0
925 HX = 0; ALX = 0; Z = 0; NO = 0; OQ = 0
930 PRINT * FIN DE INTERACION *; Z
940 INPUT *DESEA OTRA ITERACION S/N *; XS
950 IF XS = "S" THEN 200
960 PRINT * FIN DEL ANALISIS *
965 GOSUB 9000
970 END
5400 R1 = H2(X + 1)
5401 R2 = A2(X + 1)
5402 R3 = A1(X + 1)
5403 R4 = H1(X + 1)
5405 RETURN
6000 H2(X + 1) = H2(X) + ((HA / 24) * (((55 * AH2(X)) - (59 * AH2(X - 1)) + (37 * AH2(X - 2)) - (9 * AH2(X - 3))))))
6010 A2(X + 1) = A2(X) + ((HA / 24) * (((55 * AA2(X)) - (59 * AA2(X - 1)) + (37 * AA2(X - 2)) - (9 * AA2(X - 3))))))
6015 A1(X + 1) = A1(X) + ((HA / 24) * (((55 * AA1(X)) - (59 * AA1(X - 1)) + (37 * AA1(X - 2)) - (9 * AA1(X - 3))))))
6017 H1(X + 1) = H1(X) + ((HA / 24) * (((55 * AH1(X)) - (59 * AH1(X - 1)) + (37 * AH1(X - 2)) - (9 * AH1(X - 3))))))
6020 AH2(X + 1) = (L * A1(X + 1)) + (J * A2(X + 1)) - (F * H1(X + 1)) - (M * H2(X + 1))
6022 AA2(X + 1) = (R * A1(X + 1)) - (Q * A2(X + 1)) + (I * H2(X + 1))
6024 AA1(X + 1) = A2(X + 1); AH1(X + 1) = H2(X + 1)
6026 R1 = ABS(H2(X + 1)); R2 = ABS(A2(X + 1)); R3 = ABS(A1(X + 1)); R4 = ABS(H1(X + 1))
6029 H2(X + 1) = H2(X) + ((HA / 24) * (((9 * AH2(X + 1)) + (19 * AH2(X)) - (5 * AH2(X - 1)) + AH2(X - 2))))
6030 A2(X + 1) = A2(X) + ((HA / 24) * (((9 * AA2(X + 1)) + (19 * AA2(X)) - (5 * AA2(X - 1)) + AA2(X - 2))))
6032 A1(X + 1) = A1(X) + ((HA / 24) * (((9 * AA1(X + 1)) + (19 * AA1(X)) - (5 * AA1(X - 1)) + AA1(X - 2))))
6034 H1(X + 1) = H1(X) + ((HA / 24) * (((9 * AH1(X + 1)) + (19 * AH1(X)) - (5 * AH1(X - 1)) + AH1(X - 2))))
6036 P1 = ABS(ABS(H2(X + 1)) - R1); P2 = ABS(ABS(A2(X + 1)) - R2)
6038 P3 = ABS(ABS(A1(X + 1)) - R3); P4 = ABS(ABS(H1(X + 1)) - R4)
6040 IF P1 > .001 THEN 6020
6045 IF P2 > .001 THEN 6020
6050 IF P3 > .001 THEN 6020
6060 IF P4 > .001 THEN 6020
6070 RETURN
9000 REM
9005 REM      SUBROUTINA PARA CALCULO DE PERIODOS
9006 REM
9007 LPRINT *PERIODO FLEXION*;; Y2
9008 LPRINT *PERIODO TORSION*;; Y3
9009 LPRINT *PERIODO ALETED*;; Y1
9011 LPRINT *PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h*
9012 LPRINT TAB(5); "h MAX"; TAB(25); "INCREMENTO DE TIEMPO"

```

```

9015 FOR X = 2 TO MO
9020 IF OM(X) > OM(X + 1) THEN 9040
9030 NEXT X: GOTO 9140
9040 IF OM(X) > OM(X - 1) THEN GOSUB 9060
9050 GOTO 9030
9060 L1 = L1 + 1
9070 AA(L1) = TIE(X)
9080 IF L1 = 1 THEN 9130
9100 AA = AA(L1) - AA(L1 - 1)
9110 PRINT TAB(5); OM(X); TAB(25); AA: GOTO 9130
9130 RETURN
9140 L1 = 0: AA = 0
9150 LPRINT "PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA"
9160 LPRINT TAB(5); "ALFA MAX"; TAB(25); "INCREMENTO DE TIEMPO"
9170 FOR X = 2 TO MO
9180 IF OAL(X) > OAL(X + 1) THEN 9200
9190 NEXT X: GOTO 9300
9200 IF OAL(X) > OAL(X - 1) THEN GOSUB 9220
9210 GOTO 9190
9220 L1 = L1 + 1
9230 AA(L1) = TIE(X)
9240 IF L1 = 1 THEN 9280
9250 AA = AA(L1) - AA(L1 - 1)
9260 LPRINT TAB(5); OAL(X); TAB(25); AA: GOTO 9280
9280 RETURN
9300 L1 = 0: AA = 0
9310 PRINT "PERIODOS PARA FUERZAS LH"
9320 PRINT TAB(5); "LH MAX"; TAB(25); "INCREMENTO DE TIEMPO"
9330 FOR X = 2 TO MO
9340 IF LH(X) > LH(X + 1) THEN 9360
9350 NEXT X: GOTO 9450
9360 IF LH(X) > LH(X - 1) THEN GOSUB 9380
9370 GOTO 9350
9380 L1 = L1 + 1
9390 AA(L1) = TIE(X)
9400 IF L1 = 1 THEN 9440
9410 AA = AA(L1) - AA(L1 - 1)
9420 LPRINT TAB(5); LH(X); TAB(25); AA: GOTO 9440
9440 RETURN
9450 L1 = 0: AA = 0
9460 LPRINT "PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA"
9470 LPRINT TAB(5); "MOM. MAX"; TAB(25); "INCREMENTO DE TIEMPO"
9480 FOR X = 2 TO MO
9490 IF MI(X) > MI(X + 1) THEN 9510
9500 NEXT X: GOTO 9590
9510 IF MI(X) > MI(X - 1) THEN GOSUB 9530
9520 GOTO 9500
9530 L1 = L1 + 1
9540 AA(L1) = TIE(X)
9550 IF L1 = 1 THEN 9590
9560 AA = AA(L1) - AA(L1 - 1)
9570 LPRINT TAB(5); MI(X); TAB(25); AA: GOTO 9590
9590 RETURN

```

## **APENDICE B**

TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 2.019 AL RAD	EF= 0.010 LH KG	ET= 0.030 MA KG-CM	EXC CM
1	22.74984	-1.817092E-03	.14133	-4.272997	-30.23417
2	-37.34142	-6.346979E-07	9.887791E-02	-1.217889	-12.3171
3	-51.59264	1.577253E-03	-4.493563E-02	.3886648	-8.649368
4	-4.097484	-2.107814E-03	-.1395947	3.221345	-23.07641
5	47.17829	1.449488E-03	-6.898125E-02	2.300174	-33.34491
6	41.10725	-1.086841E-04	9.289619E-02	-3.03104	-32.62825
7	-13.75838	-1.112553E-03	.1287217	-2.49447	-19.37878
8	-50.97833	1.581293E-03	1.681052E-02	-.3876935	-23.06256
9	-26.65273	-1.148583E-03	-.1108064	2.132228	-19.24282
10	28.83908	1.63634E-04	-.111356	3.258621	-29.26308
11	48.71812	7.780472E-04	2.958499E-02	-1.128483	-38.14378
12	10.14284	-1.182129E-03	1.1268878	-2.964585	-23.36383
13	-39.61556	9.049303E-04	7.005844E-02	-1.312548	-18.73504
14	-41.0653	-1.841676E-04	-6.326175E-02	1.015408	-16.0509
15	6.403623	-5.388379E-04	-.1249501	3.287317	-26.30903
16	45.15289	8.8036E-04	-3.229317E-02	.7167292	-22.19445
17	29.25596	-7.092745E-04	9.694447E-02	-2.522522	-26.02028
18	-21.10063	1.84109E-04	.1037952	-2.090704	-20.1426
19	-45.17532	3.690786E-04	-7.971825E-03	-8.185481E-02	10.26801
20	-14.91607	-6.531036E-04	-.1110181	2.66873	-24.03871
21	32.4006	5.53059E-04	-7.947139E-02	2.037997	-25.64441
22	40.05374	-1.725013E-04	4.878648E-02	-1.415236	-29.00877
23	-.150747	-2.493658E-04	.1121677	-2.432336	-21.68481
24	-39.24705	4.82794E-04	4.322712E-02	-1.071663	-24.79146
25	-30.7196	-4.291171E-04	-7.581846E-02	1.67408	-22.08012
26	14.1802	1.549004E-04	-.1038545	2.644952	-25.46787
27	41.16228	1.654632E-04	-4.735703E-03	-5.356088E-02	11.31002
28	18.52055	-3.555834E-04	9.561796E-02	-2.203966	-23.04971
29	-25.64541	3.315817E-04	8.015621E-02	-1.812789	-22.6157
30	-38.26223	-1.348938E-04	-2.897433E-02	.537296	-18.54386
31	-5.039311	-1.073099E-04	-.1032406	2.561838	-24.81426
32	33.415	2.607013E-04	-5.122854E-02	1.162412	-22.69072
33	31.20299	-2.552953E-04	.060207	-1.470217	-24.41937
34	-8.102654	1.149545E-04	9.643312E-02	-2.165717	-22.45823
35	-36.85473	6.764222E-05	1.862505E-02	-5.382278	-28.89806
36	-21.06986	-1.901984E-04	-8.085878E-02	1.945479	-24.0602
37	19.4324	1.957316E-04	-8.143566E-02	1.952835	-23.9801
38	35.86623	-9.646362E-05	1.560157E-02	-.4465467	-28.6219
39	9.224454	-4.090958E-05	.0906392	-2.060083	-22.72838
40	-27.78288	.0001382	5.705826E-02	-1.378746	-24.16383
41	-30.86193	-1.493626E-04	-4.399716E-02	1.015988	-23.09214
42	2.868912	7.984931E-05	-9.078574E-02	2.197508	-24.20543
43	32.4053	2.303617E-05	-2.754448E-02	.5906205	-21.44243
44	22.68336	-1.00023E-04	6.623926E-02	-1.532939	-23.14245
45	-13.81678	1.135865E-04	.079295	-1.856234	-23.40922
46	-33.02592	-6.521594E-05	-2.05268E-03	6.544384E-03	-3.188214
47	-12.47648	-1.136617E-05	-7.972167E-02	1.923965	-24.13353
48	22.45053	7.19414E-05	-6.008695E-02	1.392757	-23.17903
49	29.84507	-8.618918E-05	.0303705	-.7232588	-23.81452
50	1.540537	5.273291E-05	8.239552E-02	-1.911892	-23.20383
51	-27.94403	4.122141E-06	.035605	-8.8733547	-24.52899
52	-23.48224	-5.13338E-05	-5.295634E-02	1.267583	-23.93638
53	8.830266	6.51554E-05	-7.621685E-02	1.800319	-23.62102
54	29.88456	-4.24059E-05	-8.091549E-03	.1689051	-20.87426
55	14.87722	1.694906E-07	6.774822E-02	-1.571062	-23.18972



PERIODO FLEXION= 5.407229  
PERIODO TORSION= 2.645558  
PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
53.07375	5.350001
49.81454	5.400002
46.75689	5.449993
43.90269	5.399994
41.21819	5.400009
38.69359	5.399994
36.31964	5.399994
34.0876	5.400009
32.00256	5.449993
30.04751	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.319903E-03	2.599999
1.922171E-03	2.650002
1.592554E-03	2.650002
1.319558E-03	2.649999
1.093238E-03	2.649999
9.058776E-04	2.650002
7.504651E-04	2.649988
6.218941E-04	2.650005
5.151557E-04	2.649999
4.269449E-04	2.650005
3.536194E-04	2.650005
2.93116E-04	2.649999
2.427275E-04	2.650005
2.012446E-04	2.650005
1.666027E-04	2.649999
1.381759E-04	2.650005
1.143453E-04	2.650005
9.487924E-05	2.649999
7.847269E-05	2.650005
6.51554E-05	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
.1375238	5.450003
.1279882	5.399998
.1196941	5.449991
.1122692	5.399994
.1054601	5.450008
9.918273E-02	5.399994
9.326947E-02	5.400009
8.768147E-02	5.399994
8.240802E-02	5.450008

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
3.56642	5.300001
3.291614	5.349998
3.037882	5.349994
2.804318	5.349995
2.588582	5.35001
2.392663	5.399994

2.215336  
2.056106  
1.913137

5.399994  
5.400009  
5.399994

h	V/NB= 4.002	EF=0.010	ET=0.030	EXC
CMS	AL RAD	LH KG	MA KG-CM	CM
22.74309	-1.817166E-03	-.3868968	-7.846059	20.27946
-37.37425	-8.34129E-07	-.2909897	-3.748326	12.8813
-51.63263	1.577368E-03	.1281938	1.771344	13.8177
-4.087541	-2.107678E-03	.4051416	6.342359	15.65467
47.25371	1.449489E-03	.1851495	4.099196	22.13993
41.17004	1.086605E-04	-.256531	-5.213905	20.32466
-13.80078	-1.112775E-03	-.3673605	-5.84494	15.91064
-51.09926	1.581287E-03	-5.352073E-02	-5.849056	10.92858
-26.71005	-1.148405E-03	.3240021	4.736904	14.61998
28.93504	1.636338E-04	.3110667	5.928071	19.05724
48.87161	7.781172E-04	-8.323895E-02	-1.697409	20.39201
10.16403	-1.18228E-03	-.3578474	-6.230204	17.41023
-39.77434	9.047961E-04	-.2060242	-2.942995	14.2847
-41.22544	-1.839994E-04	.1854042	2.594093	13.99155
6.445974	-5.38805E-04	.3554082	6.23596	17.54591
45.36776	8.804254E-04	8.944985E-02	1.63188	18.24352
29.39001	-7.093208E-04	-.2721893	-4.968704	18.25459
-21.22446	1.839058E-04	-.3002946	-4.653449	15.49628
-45.42499	3.691707E-04	2.391543E-02	.1951549	8.160208
-14.9897	-6.530243E-04	.3191261	5.301193	16.61385
32.60916	5.531041E-04	.2237306	4.046762	18.08765
40.30559	-1.724642E-04	-.1365331	-2.608178	19.10291
-.166085	-2.495594E-04	-.3218632	-5.250617	16.31319
-39.52803	4.827798E-04	-.1248909	-2.06428	16.52866
-30.9344	-4.290144E-04	.2195515	3.497395	15.92972
14.3013	1.549373E-04	.294989	5.202913	17.63765
41.48828	1.655419E-04	1.443836E-02	.1042134	7.217814
18.6597	-3.557116E-04	-.2731058	-4.617635	16.90786
-25.87387	3.314778E-04	-.2315249	-3.755796	16.222
-38.59423	-1.348101E-04	8.486851E-02	1.252327	14.75609
-5.07123	-1.072657E-04	.2952192	5.084639	17.22327
33.73515	2.607873E-04	.1463761	2.469487	16.87084
31.49638	-2.553408E-04	-.1713756	-2.989203	17.44241
-8.196844	1.148088E-04	-.2780927	-4.55049	16.36321
-37.23515	6.767152E-05	-5.277069E-02	-.9784574	18.54169
-21.28077	-1.901458E-04	.2324978	3.920055	16.86061
19.65463	1.958085E-04	.2328756	3.995052	17.15531
36.26357	-9.64396E-05	-4.379741E-02	-.8381516	19.13701
9.31675	-4.104478E-05	-.2610309	-4.325514	16.57088
-28.11699	1.381646E-04	-.1641745	-2.773403	16.89302
-31.22649	-1.493158E-04	.1272615	2.092644	16.44365
2.917597	7.991382E-05	.260313	4.459807	17.13248
32.81819	2.310294E-05	7.966693E-02	1.285588	16.13703
22.96619	-1.001116E-04	-.1905595	-3.199766	16.79143
-14.01123	1.135022E-04	-.2287773	-3.818001	16.68872
-33.47136	-6.519425E-05	6.559698E-03	5.446111E-02	8.30238
-12.63639	-1.131432E-05	.2292792	3.906128	17.03655
22.77616	7.202474E-05	.1730621	2.904564	16.78336
30.26968	-8.621819E-05	-8.719268E-02	-1.493093	17.12406
1.550176	5.263092E-05	-.2380092	-3.967299	16.66868
-28.36812	4.106607E-06	-.1023473	-1.758409	17.18081
-23.83246	-5.129791E-05	.1527944	2.583661	16.9094
8.979959	6.523645E-05	.2196456	3.716236	16.91923
30.36	-4.238199E-05	2.366757E-02	.3677614	15.53862
15.10658	8.173211E-08	-.1958572	-3.272136	16.70675

PERIODO FLEXION= 5.407229  
PERIODO TORSION= 2.645558  
PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
53.15755	5.350001
49.97197	5.400002
46.97855	5.449993
44.18042	5.399994
41.54441	5.400009
39.06141	5.399994
36.72279	5.399994
34.52042	5.400009
32.4598	5.449993
30.52495	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.319888E-03	2.599999
1.922195E-03	2.650002
1.592527E-03	2.650002
.0013196	2.649999
1.093199E-03	2.649999
9.059323E-04	2.650002
7.504146E-04	2.649988
6.219592E-04	2.650005
5.150961E-04	2.64999
4.270179E-04	2.650005
3.535522E-04	2.650005
2.931944E-04	2.64999
2.426547E-04	2.650005
2.013262E-04	2.650005
1.665263E-04	2.64999
1.382589E-04	2.650005
1.14267E-04	2.650005
9.496191E-05	2.64999
7.83943E-05	2.650005
6.523645E-05	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
.3824596	5.400002
.359107	5.400002
.3370313	5.399992
.3163017	5.399994
.2968982	5.400009
.2787545	5.399994
.2617843	5.399994
.2458977	5.400009
.2310448	5.449993

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
6.918046	4.300001
6.592436	5.300001
6.23596	5.349998
5.864842	5.349995
5.495102	5.399994
5.137371	5.35001
4.800325	5.399994

4.485209  
4.193437  
3.924219

5.399994  
5.400009  
5.399994

V/NB= 5.832

EF=0.010

ET=0.030

TIEMPO SEG	h CMS	AL RAD	LH KG	MA KG-CM	EXC CM
1	22.72799	-1.817277E-03	-1.671797	-13.94366	8.340519
2	-37.45342	-1.101384E-06	-1.310103	-4.182141	3.192222
3	-51.73341	1.577709E-03	.6103855	2.680349	4.39124
4	-4.064545	-2.107811E-03	1.73246	8.222118	4.745922
5	47.44028	1.449588E-03	.8025789	7.81214	9.733797
6	41.32658	-1.084451E-04	-1.08594	-8.947223	8.239151
7	-13.90364	-1.113411E-03	-1.64265	-8.706626	5.300353
8	-51.39972	1.581696E-03	-.2083478	2.063009E-02	

-9.901756E-02

9	-26.85427	-1.148381E-03	1.416577	5.863906	4.139491
10	29.17263	1.634081E-04	1.336774	9.806346	7.335827
11	49.2533	7.786803E-04	-.3340943	-2.663694	7.972881
12	10.2187	-1.182913E-03	-1.587086	-10.00941	6.306784
13	-40.16857	9.048551E-04	-.9017981	-3.498007	3.878924
14	-41.62553	-1.836185E-04	.8295493	3.208329	3.867557
15	6.550234	-5.392709E-04	1.536745	9.537856	6.206533
16	45.90281	8.809899E-04	.4087486	2.900184	7.095275
17	29.72555	-7.095848E-04	-1.197962	-8.204156	6.848429
18	-21.53182	1.835218E-04	-1.332057	-6.48532	4.868652
19	-46.04868	3.697284E-04	.1224934	.1643997	1.34211
20	-15.17488	-6.534248E-04	1.392672	7.728151	5.549154
21	33.12934	5.533778E-04	.9880487	6.647215	6.727619
22	40.93571	-1.722873E-04	-.594208	-4.384853	7.379323
23	-.2027755	-2.501672E-04	-1.433248	-7.842706	5.471982
24	-40.23077	4.832071E-04	-.541344	-2.92936	5.411272
25	-31.47322	-4.291367E-04	.9681779	4.934875	5.097075
26	14.60346	1.548751E-04	1.299011	8.244193	6.346516
27	42.30508	1.659735E-04	7.318152E-02	4.386951E-02	

28	19.00992	-3.562364E-04	-1.217617	-7.16994	5.5994616
29	-26.44596	3.315887E-04	-1.023809	-5.442588	5.888502
30	-39.42801	-1.346589E-04	.3805162	1.655306	5.316017
31	-5.152533	-1.075122E-04	1.30339	7.859972	4.35016
32	34.5388	2.61218E-04	.6560961	3.860087	6.030407
33	32.2346	-2.555899E-04	-.7640792	-4.776063	5.883417
34	-8.432496	1.146212E-04	-1.239582	-6.763007	6.250744
35	-38.19223	6.793888E-05	-.2294071	-1.580765	5.455879
36	-21.8126	-1.903831E-04	1.031149	5.948307	6.890653
37	20.2134	1.96072E-04	1.039826	6.27322	5.76862
38	37.265	-9.639921E-05	-.1939938	-1.438411	6.03295
39	9.55057	-4.137471E-05	-1.16929	-6.569357	7.414725
40	-28.95916	1.383724E-04	-.7295583	-4.223469	5.618245
41	-32.14702	-1.494302E-04	.5676839	3.109576	5.789077
42	3.039548	7.998197E-05	1.16355	6.975964	5.477655
43	33.86091	2.332094E-05	.3592091	1.918289	5.995416
44	23.68181	-1.004075E-04	-.8568637	-4.918289	5.340314
45	-14.5021	1.135562E-04	-1.024321	-4.951965	5.779175
46	-34.5984	-6.518279E-05	.0304536	-5.806511	5.668644
				-1.335728E-03	

-4.386109E-02

47	-13.04197	-1.13734E-05	1.02759	6.080056	5.916811
48	23.60024	7.227896E-05	.7795777	4.497616	5.769298
49	31.34591	-8.637233E-05	-.3935187	-2.367562	6.016389
50	1.575429	5.254078E-05	-1.071451	-6.072526	5.667571
51	-29.44353	4.176399E-06	-.4590685	-2.75993	6.012022
52	-24.7217	-5.139383E-05	.6871799	4.000032	5.820939
53	9.359334	6.542813E-05	.9913415	5.802756	5.853437
54	31.56771	-4.237855E-05	.106662	.518456	4.860736

PERIODO FLEXION= 5.407229  
 PERIODO TORSION= 2.645558  
 PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
53.36516	5.350001
50.36312	5.400002
47.53097	5.449993
44.87451	5.399994
42.3619	5.400009
39.98565	5.399994
37.73858	5.399994
35.61389	5.400009
33.61826	5.449993
31.73787	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.32006E-03	2.599999
1.922527E-03	2.650002
1.592885E-03	2.650002
1.320067E-03	2.649999
1.093601E-03	2.649999
9.06426E-04	2.650002
7.507883E-04	2.649988
6.224269E-04	2.650005
5.154096E-04	2.64999
4.274368E-04	2.650005
3.537971E-04	2.650005
2.935588E-04	2.64999
2.42834E-04	2.650005
2.016383E-04	2.650005
1.666481E-04	2.64999
1.385242E-04	2.650005
1.143414E-04	2.650005
9.518719E-05	2.64999
7.843133E-05	2.650005
6.542813E-05	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
1.64234	5.400002
1.553427	5.400002
1.468866	5.449992
1.388394	5.399994
1.311657	5.400009
1.238656	5.399994
1.169346	5.399994
1.103643	5.400009
1.041798	5.449993

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
10.77668	4.500002
10.19698	5.250001
9.647608	5.299997
9.101485	5.349993

8.552468  
8.013268  
7.494113  
7.005864  
6.554739  
6.138914

5.349995  
5.35001  
5.399994  
5.349995  
5.400009  
5.399994



V/NB= 5.832

TIEMPO SEG	h CMS	AL RAD	LH KG	MA KG-CM	EXC CM
1	22.76828	-1.817276E-03	1.673312	-13.92582	-8.322312
2	-37.24672	-1.100167E-06	1.29909	-4.153919	-3.19756
3	-51.47325	1.577709E-03	-.602713	2.660362	-4.413978
4	-4.125119	-2.107815E-03	-1.719732	8.146566	-4.737114
5	46.95671	1.449585E-03	-.798579	7.770314	-9.729957
6	40.9218	-1.084425E-04	1.078291	-8.87624	-8.231765
7	-13.63601	-1.113406E-03	1.618101	-8.583827	-5.304877
8	-50.62292	1.581698E-03	.2057882	3.820552E-02	.1856546
9	-26.4826	-1.148386E-03	-1.390369	5.725247	-4.117789
10	28.55837	1.634014E-04	-1.315623	9.663898	-7.345494
11	48.2679	7.786821E-04	.3294737	-2.621656	-7.957103
12	10.07883	-1.182905E-03	1.551443	-9.806077	-6.320617
13	-39.15141	9.048609E-04	.8787023	-3.373347	-6.839901
14	-40.59515	-1.836229E-04	-.8051739	3.082004	-3.827749
15	6.281004	-5.392815E-04	-1.496202	9.29108	-6.209776
16	44.52504	8.809867E-04	-.3967884	2.834027	-7.142414
17	28.8629	-7.095762E-04	1.161395	-7.986129	-6.876327
18	-20.74057	1.835323E-04	1.28623	-6.230934	-4.84434
19	-44.44603	3.697281E-04	-.1162133	.1373482	-1.181863
20	-14.69986	-6.534367E-04	-1.341648	7.429722	-5.537758
21	31.79344	5.533681E-04	-.9512572	6.429924	-6.759396
22	39.31924	-1.72282E-04	.5711623	-4.243216	-7.429089
23	-.1078346	-2.501529E-04	1.371719	-7.493591	-5.46292
24	-38.4296	4.832135E-04	.5184048	-2.793903	-5.389424
25	-30.09355	-4.29147E-04	-.9228474	4.675122	-5.065975
26	13.82943	1.548601E-04	-1.238612	7.888377	-6.368725
27	40.21516	1.659721E-04	-6.934426E-02	2.725542E-02	-.393045
28	18.11495	-3.562221E-04	1.154907	-6.80901	-5.89572
29	-24.98352	3.316022E-04	.9697229	-5.131159	-5.291366
30	-37.29861	-1.346633E-04	-.358267	1.530835	-4.272887
31	-4.945375	-1.075296E-04	-1.230516	7.433597	-6.041039
32	32.48822	2.612084E-04	-.6183756	3.643571	-5.892164
33	30.35253	-2.555796E-04	.7180264	-4.50818	-6.278572
34	-7.831572	1.146396E-04	1.162731	-6.321129	-5.436449
35	-35.75461	6.794307E-05	.2161404	-1.500638	-6.942887
36	-20.45906	-1.903988E-04	-.9637014	5.556034	-5.765306
37	18.79161	1.96055E-04	-.9708989	5.873326	-6.049369
38	34.71878	-9.639679E-05	.180324	-1.356887	-7.52472
39	8.956649	-4.135523E-05	1.086378	-6.091669	-5.607322
40	-26.82018	1.383856E-04	.677736	-3.921995	-5.786906
41	-29.81046	-1.494396E-04	-.5248682	2.861978	-5.452754
42	2.730071	7.996094E-05	-1.075995	6.467181	-6.101042
43	31.21706	2.331354E-05	-.3319389	1.762282	-5.309055
44	-21.86845	-1.003919E-04	.7884307	-4.556709	-5.779467
45	-13.25891	1.135763E-04	.9418488	-5.329056	-5.65808
46	-31.74564	-6.518267E-05	-2.681674E-02	-2.119975E-02	.7905418
47	-12.01586	-1.139374E-05	-.9409612	5.576864	-5.926773
48	21.51673	7.226242E-05	-.7131257	4.113645	-5.768471
49	28.62628	-8.636483E-05	.3582614	-2.163273	-6.038253
50	1.511474	5.256366E-05	.975516	-5.517763	-5.65625
51	-26.7292	4.187029E-06	.4182821	-2.522621	-6.030909
52	-22.47826	-5.140847E-05	-.6228346	3.626633	-5.822786
53	8.40309	6.540558E-05	-.8980492	5.262439	-5.859856
54	28.52451	-4.238179E-05	-.0972064	.4643258	-4.7767
55	14.22016	-5.648343E-08	.7985526	-4.546489	-5.693412

PERIODO FLEXION= 5.407229  
PERIODO TORSION= 2.645558  
PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
52.82733	5.350001
49.353	5.400002
46.10888	5.449993
43.09323	5.399994
40.27034	5.400009
37.62823	5.399994
35.15558	5.399994
32.84177	5.400009
30.69041	5.449993
28.68166	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.320061E-03	2.599999
1.922527E-03	2.650002
1.592887E-03	2.650002
1.320065E-03	2.649999
1.093605E-03	2.649999
9.064216E-04	2.650002
7.50794E-04	2.649988
6.224197E-04	2.650005
5.154181E-04	2.64999
4.274271E-04	2.650005
3.538087E-04	2.650005
2.93546E-04	2.64999
2.428484E-04	2.650005
2.016226E-04	2.650005
1.666652E-04	2.64999
1.385058E-04	2.650005
1.143609E-04	2.650005
9.516653E-05	2.64999
7.845302E-05	2.650005
6.540558E-05	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
1.692522	5.400003
1.577142	5.399998
1.470529	5.399991
1.371804	5.399994
1.280978	5.450008
1.196521	5.399994
1.117769	5.400009
1.044237	5.399994
.975516	5.400009

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
10.70544	4.500002
10.03728	5.250001
9.405663	5.299997
8.788337	5.349993
8.176773	5.349995
7.583991	5.35001
7.020682	5.399994

6.495038  
6.013181  
5.572317

5.349995  
5.400009  
5.399994

TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 2.019 AL RAD	LF KG	EF=0.0025 MA KG-CM	ET=0.0075 MA KG-CM	EXC CM
1	22.5548	-1.961507E-03	-.1320858		-4.363708	33.03691
2	-38.32675	6.547757E-05	-.1152285		-1.114062	9.668286
3	-52.83533	1.800517E-03	5.676466E-02		.2838711	5.000842
4	-3.807206	-2.604082E-03	.1433931		3.321544	23.1639
5	49.51684	1.937572E-03	6.395633E-02		2.607452	40.76926
6	43.07098	-2.209379E-04	-8.555357E-02		-3.512548	41.05671
7	-15.06608	-1.558448E-03	-.1467538		-2.409718	16.42013
8	-54.78143	2.412312E-03	-1.586302E-02		-.4111956	25.92164
9	-28.48088	-1.900295E-03	.1262215		2.015015	15.96412
10	31.8767	3.538246E-04	.1110058		4.007707	36.10358
11	53.61021	1.334984E-03	-2.364205E-02		-1.59383	67.41503
12	10.83616	-2.225566E-03	-.1438732		-3.271206	22.73673
13	-44.71099	1.852085E-03	-8.315775E-02		-1.129229	13.57936
14	-46.24763	-4.659345E-04	8.075531E-02		.6150364	7.61605
15	7.767481	-1.129828E-03	.134363		4.18363	31.13676
16	52.1492	2.044475E-03	4.025203E-02		.7578359	18.82727
17	33.65022	-1.794749E-03	-.1093975		3.290317	30.07671
18	-25.15798	5.593882E-04	-.1293795		-1.861081	14.38467
19	-53.42036	9.424987E-04	1.720673E-02		-.5849144	-33.99334
20	-17.36593	-1.869977E-03	.1291478		3.294981	25.51327
21	39.34142	1.729649E-03	9.322955E-02		2.799661	30.02976
22	48.48044	-6.359695E-04	-.0528749		-2.338162	44.22065
23	-.6563894	-7.719793E-04	-.1444842		-2.446063	16.92962
24	-48.72808	1.702972E-03	-4.970338E-02		-1.472113	29.61797
25	-38.00675	-1.658368E-03	.0962958		1.767838	18.35841
26	18.29984	6.969639E-04	.1251085		3.947558	31.55309
27	52.31095	6.172551E-04	1.217517E-02		-.6377736	-52.38313
28	23.30562	-1.543768E-03	-.1262915		-2.635654	20.86961
29	-33.52612	1.582647E-03	-.1043742		-2.049312	19.63428
30	-49.77296	-7.437751E-04	4.272778E-02		9.793358E-02	2.292035
31	-6.151316	-4.77751E-04	.1300946		3.953131	30.38658
32	44.61192	1.392373E-03	7.148096E-02		1.311229	18.34375
33	41.51067	-1.503752E-03	-8.050143E-02		-2.225957	27.65115
34	-11.42697	7.781574E-04	-.134245		-2.340275	17.43287
35	-50.34261	3.528872E-04	-1.987001E-02		-1.314359	66.14788
36	-28.57779	-1.249105E-03	.1077491		2.938442	27.27116
37	27.38583	1.422458E-03	.112961		2.916639	25.81987
38	50.14388	-8.016396E-04	-1.878599E-02		-1.186033	63.1339
39	12.55148	-2.416141E-04	-.1328926		-2.328812	17.52401
40	-39.90333	1.114408E-03	-7.753931E-02		-2.244595	28.94783
41	-44.13884	-1.339695E-03	.0630891		1.299833	20.60314
42	4.659769	8.152191E-04	.1288987		3.705041	28.74383
43	47.58686	1.428039E-04	4.434521E-02		.2851213	6.429585
44	33.12079	-9.882572E-04	-.1014658		-1.962468	19.34118
45	-21.04155	1.256648E-03	-.1172796		-2.636594	22.48126
46	-49.62785	-8.198876E-04	5.703419E-03		-.4602456	-80.69644
47	-18.45042	-5.577308E-05	.117108		3.476336	29.68487
48	34.70987	8.702835E-04	9.500323E-02		1.802999	18.97829
49	45.88441	-1.17417E-03	-4.813717E-02		-1.209871	25.13382
50	1.889239	8.169989E-04	-.1301851		-2.541432	19.52169
51	-44.12691	-2.001937E-05	-5.209379E-02		-1.899392	36.46101
52	-36.8876	-7.603921E-04	8.104061E-02		2.349078	28.98643
53	14.6124	1.092611E-03	.1228784		2.925246	23.80603
54	48.27278	-8.07803E-04	1.416636E-02		-.1303135	-9.198799
55	23.76835	8.550944E-05	-.1136284		-2.051128	18.0512

PERIODO FLEXION= 5.407229  
 PERIODO TORSION= 2.645558  
 PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
55.67922	5.350001
54.82585	5.400002
53.98467	5.449993
53.17774	5.399994
52.37741	5.400009
51.58383	5.399994
50.79699	5.399994
50.01697	5.400009
49.25666	5.449993
48.51892	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.671485E-03	2.599999
2.548887E-03	2.650002
2.431823E-03	2.650002
2.320221E-03	2.649999
2.213586E-03	2.649999
2.112004E-03	2.650002
2.014867E-03	2.649988
1.92241E-03	2.650005
1.833926E-03	2.64999
1.749782E-03	2.650005
1.66918E-03	2.650005
1.592605E-03	2.64999
1.519182E-03	2.650005
1.449501E-03	2.650005
1.382619E-03	2.64999
1.319214E-03	2.650005
1.258289E-03	2.650005
1.200597E-03	2.64999
1.145103E-03	2.650005
1.092611E-03	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
.1398347	5.450003
.1367702	5.400002
.134426	5.449993
.1325843	5.449993
.1311524	5.400009
.130032	5.449993
.1290447	5.399994
.1280609	5.400009
.1270493	5.449993

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
4.258973	5.350001
4.250554	5.299997
4.211395	5.349993
4.142113	5.349995
4.046985	5.35001
3.929937	5.349995

3.79453  
3.643973  
3.481632

5.349995  
5.35001  
5.399994

TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 4.002 AL RAD	LH KG	EF=0.0025 MA KG-CM	ET=0.0075 EXC CM
1	22.56091	-1.961583E-03	.3750027	-7.985447	-21.29437
2	-38.29481	6.526971E-05	.316491	-3.669563	-11.59453
3	-52.79356	1.800651E-03	-.1458594	1.723227	-11.8143
4	-3.816318	-2.603948E-03	-.4181836	6.475802	-15.48555
5	49.43834	1.937555E-03	-.1803331	4.547088	-25.21493
6	43.00461	-2.208816E-04	.2519222	-5.825723	-23.12508
7	-15.0225	-1.558718E-03	.4019675	-5.994608	-14.91317
8	-54.65206	2.4112323E-03	5.599317E-02	-5.109978	-9.126075
9	-28.41774	-1.900072E-03	-.3596067	4.698466	-13.06557
10	31.77264	3.537551E-04	-.3224109	6.931037	-21.49753
11	53.44167	1.335127E-03	8.000021E-02	-2.153776	-26.92213
12	10.81161	-2.225759E-03	.3966047	-6.990779	-17.62657
13	-44.53431	1.851896E-03	.2379711	-2.792038	-11.73267
14	-46.06623	-4.656425E-04	-.2218022	2.319292	-10.45658
15	7.719984	-1.129897E-03	-.3920642	7.429388	-18.94941
16	51.90308	2.04459E-03	-.1034198	1.944209	-18.79919
17	33.49463	-1.794751E-03	.3061374	-6.238861	-20.37929
18	-25.01458	5.590231E-04	.3600827	-4.732961	-13.14409
19	-53.12624	9.427515E-04	-3.768134E-02	-2.006244	5.324236
20	-17.27788	-1.86995E-03	-.3748441	6.207044	-16.559
21	39.09211	1.729641E-03	-.2596637	5.33061	-20.5289
22	48.17632	-6.357682E-04	.153851	-3.83897	-24.95251
23	-.6386169	-7.723885E-04	.3978276	-5.864033	-14.74014
24	-48.38313	1.703049E-03	.149856	-2.501111	-16.69009
25	-37.74012	-1.658183E-03	-.2755894	3.801913	-13.79557
26	18.14882	6.968248E-04	-.3564487	7.167354	-20.10767
27	51.90037	6.175589E-04	-2.531983E-02	-.4046836	15.98287
28	23.12826	-1.544045E-03	.3467368	-5.79042	-16.69975
29	-33.23364	1.582468E-03	.2983185	-4.293144	-14.39114
30	-49.34338	-7.434666E-04	-.1175003	.8985136	-7.646902
31	-6.109589	-4.779336E-04	-.37442	7.125686	-19.03126
32	44.19102	1.392623E-03	-.1925078	3.12967	-16.25736
33	41.12139	-1.503771E-03	.2220693	-4.371826	-19.68676
34	-11.30125	7.775888E-04	.3755651	-5.326126	-14.18163
35	-49.82904	3.531931E-04	6.315664E-02	-1.86538	-29.53576
36	-28.29077	-1.249202E-03	-.3111739	5.407783	-17.37865
37	27.08065	1.42253E-03	-.3129111	5.809447	-18.56581
38	49.59385	-8.013961E-04	5.422455E-02	-1.834534	-33.83216
39	12.42255	-2.420819E-04	.3668394	-5.399162	-14.71805
40	-39.43248	1.114556E-03	.2255054	4.009789	-17.78135
41	-43.62099	-1.339616E-03	-.1817991	2.60808	-14.34595
42	4.58953	8.150938E-04	-.3626417	6.953306	-19.17404
43	46.99015	1.431931E-04	-.1187036	1.245083	-10.48901
44	32.70876	-9.886002E-04	.2773567	-4.422945	-15.94678
45	-20.7552	1.256538E-03	.3335945	-5.242143	-15.71411
46	-48.96719	-8.196448E-04	-1.562934E-02	-5.086033	32.54158
47	-18.21201	-5.600768E-05	-.3332427	6.338801	-19.02158
48	34.21817	8.706397E-04	-.2594154	4.090346	-15.76755
49	45.23864	-1.174244E-03	.1301284	-2.498422	-19.19967
50	1.875244	8.166499E-04	.3646321	-5.439821	-14.91866
51	-43.46991	-1.972263E-05	.150232	3.225217	-21.46825
52	-36.34161	-7.605921E-04	-.233078	4.229026	-18.14425
53	14.37561	1.092782E-03	-.3391427	5.955319	-17.55992
54	47.51764	-8.075837E-04	-4.010984E-02	4.022726E-02	-1.002928
55	23.40194	8.505479E-05	.3139091	-4.625317	-14.73457

PERIODO FLEXION= 5.407229  
PERIODO TORSION= 2.645558  
PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
55.59157	5.350001
54.65337	5.400002
53.73011	5.449993
52.84362	5.399994
51.96635	5.400009
51.09835	5.399994
50.23964	5.399994
49.39023	5.400009
48.56282	5.449993
47.76008	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.671477E-03	2.599999
2.548914E-03	2.650002
2.431805E-03	2.650002
2.320274E-03	2.649999
2.213559E-03	2.649999
2.112078E-03	2.650002
2.014831E-03	2.649988
1.922506E-03	2.650005
1.833883E-03	2.64999
1.749896E-03	2.650005
1.669128E-03	2.650005
1.592735E-03	2.64999
1.519124E-03	2.650005
1.449645E-03	2.650005
1.382556E-03	2.64999
1.319368E-03	2.650005
1.258224E-03	2.650005
1.200762E-03	2.64999
1.145037E-03	2.650005
1.092782E-03	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
.4129551	5.400003
.4084113	5.399998
.4033686	5.39999
.3978276	5.400009
.391823	5.399994
.3854169	5.399994
.3786891	5.400009
.3717299	5.399994
.3646321	5.400009

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
7.316198	4.350001
7.433985	5.350001
7.487831	5.349998
7.48336	5.349993
7.42609	5.349995
7.321361	5.35001
7.182192	5.399994
7.009537	5.349995
6.807752	5.400009



TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 5.832 AL RAD	EF=0.0025 LH KG	ET=0.0075 MA KG-CM	EXC CM
1	22.57666	-1.961699E-03	1.688987	-14.28681	-8.458808
2	-38.21327	6.498636E-05	1.320893	-3.840954	-2.907845
3	-52.69107	1.801054E-03	-.6200166	2.563456	-4.134495
4	-3.841078	-2.604154E-03	-1.777439	8.068337	-4.539306
5	49.24445	1.937673E-03	-.8372554	8.982578	-10.7286
6	42.84112	-2.205634E-04	1.138131	-10.27696	-9.029683
7	-14.91283	-1.559594E-03	1.721709	-8.761009	-5.088553
8	-54.33271	2.412982E-03	.2144069	.6068432	2.830334
9	-28.26467	-1.900116E-03	-1.498512	4.902154	-3.271347
10	31.51586	3.533066E-04	-1.437009	11.86884	-8.259405
11	53.02705	1.33616E-03	.3610015	-3.45016	-9.557189
12	10.75287	-2.22688E-03	1.729236	-11.52021	-6.662025
13	-44.09847	1.852122E-03	.9757445	-2.215452	-2.270525
14	-45.62259	-4.649229E-04	-.9075558	1.860623	-2.050148
15	7.60205	-1.131085E-03	-1.701835	11.33301	-6.659288
16	51.29911	2.045898E-03	-.461997	3.869606	-8.375824
17	33.11402	-1.795319E-03	1.355846	-10.96319	-8.085861
18	-24.66088	5.582234E-04	1.499529	-5.447855	-3.633045
19	-52.40663	9.442812E-04	-.1416827	-.7450979	5.258921
20	-17.06415	-1.871353E-03	-1.589573	8.292152	-5.216592
21	38.48167	1.73037E-03	-1.149247	9.457744	-8.229515
22	47.43283	-6.351497E-04	.698464	-7.117137	-10.1897
23	-.5929906	-7.741828E-04	1.67795	-8.0878	-4.820048
24	-47.53994	1.704749E-03	.6286901	-2.977192	-4.735548
25	-37.091	-1.658921E-03	-1.139881	4.091613	-3.589511
26	17.7794	6.963247E-04	-1.557552	11.92306	-7.654999
27	50.89863	6.193309E-04	-8.667241E-02	-1.170946	13.51002
28	22.69753	-1.546097E-03	1.482634	-9.027847	-6.089061
29	-32.51946	1.583381E-03	1.237019	-4.927875	-3.98367
30	-48.29855	-7.428977E-04	-.4623539	-5.272753E-02	1140415
31	-6.009266	-4.796315E-04	-1.61099	11.02569	-6.844043
32	43.16644	1.394785E-03	-.821568	5.00148	-6.087724
33	40.17567	-1.505031E-03	.968919	-7.591694	-7.83522
34	-10.99361	7.772167E-04	1.556449	-6.455454	-4.147552
35	-48.58196	3.550049E-04	.2892262	-3.375414	-11.6705
36	-27.59542	-1.251332E-03	-1.313641	7.538303	-5.738479
37	26.33926	1.423992E-03	-1.347068	9.542038	-7.083559
38	48.25985	-8.011176E-04	.2609903	-3.900213	-14.9439
39	12.11206	-2.440096E-04	1.526505	-7.150337	-4.684122
40	-38.29104	1.116809E-03	.9508545	-5.587805	-5.876615
41	-42.36827	-1.341083E-03	-.7446531	2.795219	-3.75372
42	4.418483	8.150536E-04	-1.557116	11.23852	-7.217524
43	45.54598	1.449936E-04	-.4782158	1.101293	-2.30292
44	31.714	-9.910762E-04	1.164778	-6.534948	-5.610466
45	-20.06167	1.258104E-03	1.383351	-6.69995	-4.843276
46	-47.37222	-8.196385E-04	-3.780234E-02	1.836249	48.57502
47	-17.63759	-5.759152E-05	-1.419413	-9.855398	-6.94329
48	33.03076	8.731478E-04	-1.084844	5.960263	-5.49412
49	43.68192	-1.176084E-03	.5611156	-4.37225	-7.792067
50	1.843421	8.166914E-04	1.50126	-6.799736	-4.529354
51	-41.88707	-1.818036E-05	.6493365	5.351976	-8.242224
52	-35.02797	-7.629615E-04	-.9788118	6.085849	-6.217588
53	13.80456	1.094802E-03	-1.430689	9.234141	-6.454334
54	45.70097	-8.078811E-04	-.1441826	-.9052714	6.278645
55	22.52277	8.348696E-05	1.289643	-5.928721	-4.59718

PERIODO FLEXION= 5.407229  
PERIODO TORSION= 2.645558  
PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
55.37532	5.350001
54.229	5.400002
53.10559	5.449993
52.02621	5.399994
50.9635	5.400009
49.9173	5.399994
48.88751	5.399994
47.874	5.400009
46.88922	5.449993
45.93481	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.67169E-03	2.599999
2.549359E-03	2.650002
2.43239E-03	2.650002
2.321089E-03	2.649999
2.214451E-03	2.649999
2.113201E-03	2.650002
2.015972E-03	2.649988
1.923878E-03	2.650005
1.835222E-03	2.64999
1.751468E-03	2.650005
1.670624E-03	2.650005
1.594464E-03	2.64999
1.52074E-03	2.650005
1.451492E-03	2.650005
1.384259E-03	2.64999
.0013213	2.650005
1.259987E-03	2.650005
1.202749E-03	2.64999
1.146837E-03	2.650005
1.094802E-03	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
1.799242	5.400003
1.758466	5.399998
1.718133	5.399991
1.678511	5.399994
1.640279	5.450008
1.603728	5.399994
1.56837	5.400009
1.534224	5.399994
1.50126	5.400009

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
11.75513	4.550002
11.99264	5.300001
12.11113	5.349998
12.11581	5.299991
12.03334	5.349995
11.85695	5.35001
11.59972	5.349995
11.27378	5.349995
10.89026	5.35001

TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 2.019 AL RAD	EF=0.001 ET=0.003 LH KG	MA KG-CM	EXC CM
1	22.51624	-1.991319E-03	-.1322925	-4.382401	33.1266
2	-38.5225	7.961312E-05	-.1157545	-1.091255	9.427325
3	-53.08348	1.849498E-03	5.725254E-02	.2604284	4.548766
4	-3.748902	-2.716588E-03	.1442879	3.340496	23.1516
5	49.98884	2.051905E-03	6.439035E-02	2.677974	41.58968
6	43.46935	-2.484225E-04	-8.608414E-02	-3.624437	42.10342
7	-15.3329	-1.66887E-03	-.1489966	-2.3804	15.97621
8	-55.56118	2.625168E-03	-1.584544E-02	-.4148841	26.18319
9	-28.85753	-2.09931E-03	.1283989	1.969931	15.34227
10	32.50626	4.065925E-04	.1123758	4.196923	37.34723
11	54.62912	1.490042E-03	-2.341887E-02	-1.718537	73.38258
12	10.98101	-2.526397E-03	-.1472953	-3.334358	22.63724
13	-45.78365	2.134379E-03	-8.526035E-02	-1.05592	12.38466
14	-47.34387	-5.539049E-04	8.350171E-02	.4721305	5.654141
15	8.058028	-1.314061E-03	.1370082	4.423335	32.28519
16	53.6451	2.420853E-03	4.192463E-02	.7603281	18.13559
17	34.59408	-2.15756E-03	-.1124978	-3.503793	31.14544
18	-26.03506	6.906047E-04	-.1343795	-1.727485	12.85528
19	-55.21067	1.141811E-03	.0189101	-.7682888	-40.62848
20	-17.89985	-2.309588E-03	.1330189	3.447511	25.91746
21	40.86488	2.169049E-03	9.654567E-02	3.027563	31.35887
22	50.33841	-8.167294E-04	-.0539627	-2.652169	49.14819
23	-.7695871	-9.736357E-04	-.1516918	-2.348181	15.47995
24	-50.84116	2.193759E-03	-5.093516E-02	-1.590695	31.2298
25	-39.63797	-2.169457E-03	.1006712	1.71933	17.07867
26	19.22863	9.319368E-04	.1298443	4.377654	33.71465
27	54.83382	8.098626E-04	1.421889E-02	-.8991009	-63.23285
28	24.39253	-2.074029E-03	-.1336599	-2.688545	20.11483
29	-35.32911	2.159739E-03	-.109767	-2.029559	18.4897
30	-52.41748	-1.03614E-03	4.612572E-02	-.1638911	-3.553139
31	-6.406161	-6.512607E-04	.1356999	4.433455	32.67103
32	47.2123	1.950852E-03	7.678868E-02	1.282187	16.6976
33	43.91446	-2.140528E-03	-8.538705E-02	-2.477278	29.01234
34	-12.20889	1.12976E-03	-.1435357	-2.200319	15.32942
35	-53.52244	4.98566E-04	-1.937101E-02	-1.686069	87.04085
36	-30.35436	-1.825092E-03	.1133405	3.259071	28.7547
37	29.28206	-2.112096E-03	.1207056	3.219434	26.67179
38	53.56052	-1.213118E-03	-1.899639E-02	-1.560831	82.16458
39	13.34884	-3.519791E-04	-.1440674	-2.177214	15.11247
40	-42.83561	1.697826E-03	-8.157373E-02	-2.563802	31.42926
41	-47.36336	-2.075013E-03	6.740471E-02	1.301715	19.31193
42	5.100633	1.286103E-03	.1376266	4.285661	31.13976
43	51.31429	2.115633E-04	4.968371E-02	-3.159433E-02	-
44	35.69271	-1.569692E-03	-.1112532	-1.933823	-6359092
45	-22.8364	2.030261E-03	-.1263213	-2.774071	17.38219
46	-53.76452	-1.348724E-03	7.189142E-03	-.7996882	21.96043
47	-19.94241	-7.780061E-05	.1251431	4.131683	-111.2355
48	37.7985	1.441005E-03	.1051047	1.747138	33.01566
49	49.93975	-1.978589E-03	-5.310289E-02	-1.375236	16.62284
50	1.97304	1.401508E-03	-.1429411	-2.473162	25.89758
51	-48.26348	-4.872933E-05	-5.492159E-02	-2.473162	17.30196
52	-40.32601	-1.312405E-03	.0867802	-2.451141	44.62983
53	16.10952	1.920313E-03	.1355635	2.81182	32.40163
54	53.0417	-1.444993E-03	1.635633E-02	-3.242724	23.92032
55	26.08042	1.679419E-04	-.1270629	-4.374383	-26.74428
				-1.867838	14.7001

PERIODO FLEXION= 5.407229

PERIODO TORSION= 2.645558

PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
56.20618	5.350001
55.86855	5.400002
55.5319	5.449993
55.21952	5.399994
54.90324	5.400009
54.58313	5.399994
54.2593	5.399994
53.93183	5.400009
53.6143	5.449993
53.31115	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.747911E-03	2.599999
2.696804E-03	2.650002
2.646552E-03	2.650002
2.597321E-03	2.649999
2.54884E-03	2.649999
2.501417E-03	2.650002
2.454647E-03	2.649988
2.408969E-03	2.650005
2.36385E-03	2.64999
2.319854E-03	2.650005
2.27633E-03	2.650005
2.233955E-03	2.64999
2.191972E-03	2.650005
2.15116E-03	2.650005
2.110666E-03	2.64999
2.071357E-03	2.650005
2.032303E-03	2.650005
1.994442E-03	2.64999
1.95678E-03	2.650005
1.920436E-03	2.599991

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
.141774	5.450003
.1396319	5.400002
.1381279	5.449993
.1372342	5.449993
.1369039	5.450008
.1371366	5.399994
.1376266	5.450008
.1383597	5.399994
.1390916	5.399994

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
4.436714	5.350001
4.519661	5.349998
4.56709	5.299993
4.581774	5.349995
-2.028357	3.099998
4.561012	2.250011
-2.192312	2.749989
4.506772	2.600006
-2.17276	2.399994
4.421248	2.950001

PERIODO FLEXION= 5.407229  
PERIODO TORSION= 2.645558  
PERIODO ALETEO= 3.559887  
PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
4.436714	5.350001
4.519661	5.349998
4.56709	5.299993
4.581774	5.349995
-2.028357	3.099998
4.561012	2.250011
-2.192312	2.749989
4.506772	2.600006
-2.17276	2.399994
4.421248	2.950001
4.306823	5.35001
4.166018	5.349995
4.001453	5.349995
3.815805	5.35001
3.611765	5.35004
3.392013	5.350021
3.163566	5.399963
2.92945	5.400024
2.701817	5.399963
2.495643	5.450027

EF=0.0025 ET=0.0075

TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 4.002 AL RAD	LH KG	MA KG-CM	EXC CM
1	22.52236	-1.991395E-03	.3755512	-8.014723	-21.34122
2	-38.49044	7.940259E-05	.3178055	-3.652721	-11.49358
3	-53.04146	1.849637E-03	-.1467859	1.712428	-11.66616
4	-3.758074	-2.716456E-03	-.4212108	6.502651	-15.438
5	49.90963	2.051885E-03	-.181466	4.650506	-25.62743
6	43.40227	-2.483585E-04	.253986	-5.96811	-23.49779
7	-15.28882	-1.669153E-03	.40727	-6.020889	-14.78353
8	-55.43	2.625185E-03	5.692039E-02	-.4893248	-8.596652
9	-28.79338	-2.099077E-03	-.366007	4.668252	-12.75454
10	32.40036	4.065047E-04	-.327128	7.182255	-21.95549
11	54.45731	1.490206E-03	8.095032E-02	-2.273276	-28.08236
12	10.95592	-2.526603E-03	.404832	-7.170012	-17.71108
13	-45.60293	2.134175E-03	.244341	-2.717838	-11.12314
14	-47.15794	-5.535771E-04	-.2285518	2.202161	-9.635283
15	8.00926	-1.314164E-03	-.4015768	7.736176	-19.2645
16	53.39202	2.420987E-03	-.1062174	-2.026737	-19.08104
17	34.43381	-2.157548E-03	.3142435	-6.590633	-20.97301
18	-25.88714	6.901876E-04	.3730866	-12.51092	-12.51092
19	-54.90661	1.142121E-03	-4.008962E-02	-.3511834	8.759957
20	-17.80867	-2.309585E-03	-.3881548	6.408552	-16.5103
21	4.60629	2.169024E-03	-2.2680857	5.712256	-21.30758
22	50.02246	-8.164655E-04	.1580789	-4.242166	-26.83575
23	-.7511438	-9.741265E-04	.4154544	-5.92474	-14.26087
24	-50.48145	2.193876E-03	.1561187	-2.602994	-16.67317
25	-39.35946	-2.169246E-03	-.28918	3.77509	-13.05446
26	19.07055	9.317214E-04	-.3709131	7.784517	-20.98744
27	54.40351	8.102653E-04	-2.812433E-02	-.6383366	22.69695
28	24.20629	-2.074371E-03	.3643294	-6.065905	-16.64951
29	-35.0215	2.159534E-03	.3150807	-4.311766	-13.68464
30	-51.96481	-1.035731E-03	-.1260642	.6339013	-5.028399
31	-6.362196	-6.515599E-04	-.393326	7.768561	-19.75095
32	46.7673	1.951183E-03	-.2039221	3.272274	-16.04669
33	43.50219	-2.140535E-03	.2339127	-4.83566	-20.67293
34	-12.07553	1.12924E-03	.4008417	-5.313927	-13.25692
35	-52.97651	4.990211E-04	6.497829E-02	-2.262209	-34.81485
36	-30.04883	-1.825283E-03	-.3307262	5.819025	-17.59469
37	28.95653	2.112163E-03	-.3324252	6.396428	-19.24171
38	5.97292	-1.212749E-03	.0554845	-2.316595	-41.75211
39	13.21081	-3.526328E-04	.3949529	-5.46722	-13.84271
40	-42.33075	1.698094E-03	.2409229	-4.386224	-18.20592
41	-46.80719	-2.074926E-03	-.1965108	2.609656	-13.27996
42	5.024969	1.285848E-03	-.3875665	7.85076	-20.25655
43	50.67123	2.121583E-04	-.1304028	1.000199	-7.670072
44	35.24788	-1.570197E-03	.300501	-4.659401	-15.50544
45	-22.52666	2.030153E-03	.3618665	-5.489531	-15.17004
46	-53.04872	-1.348334E-03	-1.963671E-02	-.9296059	47.34019
47	-19.68381	-7.825351E-05	-.63589804	7.247448	-20.18898
48	37.26394	1.44155E-03	-.2832197	4.300213	-15.18331
49	49.23652	-1.978696E-03	.1408074	-2.885013	-20.48908
50	1.957808	1.400995E-03	.4004732	-5.549814	-13.85814
51	-47.54536	-4.818457E-05	.1612524	-3.915565	-24.28221
52	-39.72843	-1.312808E-03	-.2537729	4.806784	-18.94128
53	15.84974	1.920541E-03	-.3710932	6.674041	-17.98481
54	52.2122	-1.444619E-03	-4.665276E-02	-.343062	7.353519
55	25.67724	1.672008E-04	.3485119	-4.677649	-13.42177

PERIODO FLEXION= 5.407229

PERIODO TORSION= 2.645558

PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
56.11768	5.350001
55.69279	5.400002
55.27005	5.449993
54.8726	5.399994
54.47238	5.400009
54.06948	5.399994
53.66404	5.399994
53.25612	5.400009
52.85913	5.449993
52.47744	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.747906E-03	2.599999
2.696833E-03	2.650002
2.646539E-03	2.650002
2.597376E-03	2.649999
2.548818E-03	2.649999
.0025015	2.650002
2.454619E-03	2.649988
2.409078E-03	2.650005
2.363817E-03	2.64999
2.319987E-03	2.650005
2.276293E-03	2.650005
2.234111E-03	2.64999
2.191933E-03	2.650005
2.151337E-03	2.650005
2.110626E-03	2.64999
2.071553E-03	2.650005
2.032265E-03	2.650005
1.994656E-03	2.64999
1.956746E-03	2.650005
1.920593E-03	2.599991

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
.4179397	5.400003
.4175546	5.399998
.4167579	5.39999
.4154544	5.400009
.4135848	5.399994
.4111251	5.399994
.4080869	5.400009
.404513	5.399994
.4004732	5.400009

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
7.409995	4.350001
7.649422	5.350001
7.830833	5.349998
7.95464	5.349993
8.024047	5.399994
8.042395	5.35001
8.007968	5.349995
7.923184	5.349995
7.790765	5.35001
7.617742	5.399994

PERIODO FLEXION= 5.407229  
PERIODO TORSION= 2.645558  
PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA	
MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
7.421493	4.350001
7.661136	5.350001
7.842703	5.349998
7.966616	5.349993
8.035957	5.399994
8.054339	5.35001
8.019892	5.349995
7.935029	5.349995
7.802478	5.35001
7.629356	5.399994
7.422695	5.35001
7.179072	5.349995
6.914799	5.400051
6.628074	5.399963
6.334053	5.350021
6.045301	5.450027
5.775925	5.399963
5.548991	5.450027



TIEMPO SEG	V/NB= 5.832		LH KG	EF=0.001	ET=0.0030	EXC CM
	h CMS	AL RAD				
1	22.53814	-1.991513E-03	1.692151		-14.36146	-8.487104
2	-38.40861	7.91161E-05	1.325318		-3.772689	-2.846629
3	-52.93846	1.850055E-03	-.6235193		2.5411	-4.075415
4	-3.783008	-2.716679E-03	-1.789146		8.040866	-4.494248
5	49.71411	2.052009E-03	-.8453799		9.262741	-10.9569
6	43.23706	-2.480154E-04	1.150489		-10.60363	-9.216635
7	-15.17782	-1.67009E-03	1.743343		-8.782197	-5.037561
8	-55.10617	2.62591E-03	.2160101		.7587665	3.512643
9	-28.63791	-2.09914E-03	-1.52077		4.645255	-3.054541
10	32.13911	4.059959E-04	-1.462836		12.42876	-8.496347
11	54.03468	1.491374E-03	.367332		-3.667133	-9.983159
12	10.89591	-2.527868E-03	1.767645		-11.94312	-6.756514
13	-45.15708	2.134451E-03	.9959698		-1.817789	-1.825145
14	-46.70338	-5.527529E-04	-.929094		1.427788	-1.536753
15	7.8882	-1.31558E-03	-1.746015		11.85685	-6.790809
16	52.77102	2.422538E-03	-.4772582		4.173656	-8.745068
17	34.04172	-2.158219E-03	1.399247		-11.83522	-8.458275
18	-25.52211	6.892426E-04	1.545896		-5.021282	-3.248137
19	-54.16282	1.143996E-03	-.1474525		-1.075767	7.295682
20	-17.58746	-2.311354E-03	-1.64326		8.393616	-5.107905
21	39.97317	2.169925E-03	-1.195026		10.42711	-8.725423
22	49.24991	-8.156767E-04	.7275988		-8.107437	-11.14273
23	-.7035958	-9.763918E-04	1.747308		-8.023551	-4.591949
24	-49.60225	2.196093E-03	.6523646		-2.92985	-4.491124
25	-38.68158	-2.170239E-03	-1.18717		3.599033	-3.031607
26	18.68403	9.310344E-04	-1.631731		13.28849	-8.143797
27	53.35354	8.126278E-04	-9.129658E-02		-1.715222	-18.78737
28	23.75407	-2.077113E-03	1.560004		-9.618999	-6.166007
29	-34.2702	2.160819E-03	1.296951		-4.466454	-3.443811
30	-50.86409	-1.034966E-03	-.4848423		-.959546	1.979089
31	-6.256391	-6.539639E-04	-1.699907		12.21781	-7.187341
32	45.68403	1.954211E-03	-.871761		5.379811	-6.1712
33	42.50056	-2.142313E-03	1.03081		-8.781754	-8.519273
34	-11.74893	1.128515E-03	1.648378		-5.86307	-3.556872
35	-51.65113	5.0166E-04	.3069162		-4.260107	-13.88036
36	-29.30868	-1.828456E-03	-1.395401		7.991289	-5.726878
37	28.16578	2.114302E-03	-1.441274		10.92465	-7.579854
38	51.54765	-1.212336E-03	.282497		-5.223442	-18.49026
39	12.87874	-3.555002E-04	1.633792		-6.887083	-4.215398
40	-41.10683	1.701586E-03	1.015835		-6.020212	-5.926367
41	-45.46202	-2.077238E-03	-.7950554		2.260996	-2.843822
42	4.84081	1.285744E-03	-1.679017		13.20302	-7.86354
43	49.11469	2.149809E-04	-.5147124		.3299058	-6.6409518
44	34.17408	-1.574117E-03	1.261062		-6.95243	-5.513155
45	-21.77627	2.032754E-03	1.490778		-6.521659	-4.374669
46	-51.32087	-1.34834E-03	-3.713206E-02		-3.144458	84.68311
47	-19.06063	-8.09191E-05	-1.541338		11.63684	-7.54983
48	35.97284	1.445694E-03	-1.182359		6.295164	-5.324242
49	47.54115	-1.981793E-03	.6167994		-5.456168	-8.845936
50	1.923535	1.401153E-03	1.63332		-6.228126	-3.81317
51	-45.81541	-4.55071E-05	.7104097		-6.866805	-9.665978
52	-38.29052	-1.316984E-03	-1.068862		6.930745	-6.484229
53	15.22321	1.924044E-03	-1.574383		10.77676	-6.845068
54	50.21623	-1.445177E-03	-1.1531369		-2.208616	14.4225
55	24.71101	1.644598E-04	1.417982		-5.432662	-3.831262

PERIODO FLEXION= 5.407229  
PERIODO TORSION= 2.645558  
PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
55.89944	5.350001
55.26039	5.400002
54.62761	5.449993
54.02382	5.399994
53.42115	5.400009
52.81977	5.399994
52.21976	5.399994
51.62123	5.400009
51.03731	5.449993
50.47173	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.748128E-03	2.599999
2.697306E-03	2.650002
2.647183E-03	2.650002
2.598292E-03	2.649999
2.549859E-03	2.649999
2.502829E-03	2.650002
2.456028E-03	2.649988
2.410792E-03	2.650005
2.365571E-03	2.64999
2.322061E-03	2.650005
2.27837E-03	2.650005
2.236518E-03	2.64999
2.19431E-03	2.650005
2.154052E-03	2.650005
2.113284E-03	2.64999
2.074553E-03	2.650005
2.035183E-03	2.650005
1.997917E-03	2.64999
1.959907E-03	2.650005
1.924044E-03	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
1.821562	5.400003
1.79757	5.399998
1.773001	5.399991
1.748138	5.399994
1.723415	5.450008
1.699872	5.399994
1.676902	5.400009
1.654678	5.399994
1.63332	5.400009

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
12.00359	4.550002
12.50632	5.350001
12.90672	5.299997
13.19056	5.34999
13.35687	5.349995
13.41359	5.300011
13.37811	5.349995
-5.882675	2.950001
13.23938	2.399994
-6.159373	2.700005
13.00414	2.650005
-5.949224	2.349995
12.67977	3

PERIODO FLEXION= 5.407229

PERIODO TORSION= 2.645558

PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
12.00359	4.550002
12.50632	5.350001
12.90672	5.299997
13.19056	5.34999
13.35687	5.349995
13.41359	5.300011
13.37811	5.349995
-5.882675	2.950001
13.23938	2.399994
-6.159373	2.700005
13.00414	2.650005
-5.949224	2.349995
12.67977	3
12.27412	5.35001
11.79542	5.349995
11.25212	5.350048
10.65276	5.34996
10.00588	5.350021
9.319907	5.350021
8.603041	5.34996
7.88038	5.400024

TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 2.019 AL RAD	LH KG	EF=0.000 ET=0.000 MA KG-CM	EXC CM
1	22.49048	-2.011371E-03	-.1324302	-4.394987	33.18719
2	-38.65337	8.920852E-05	-.1161081	-1.07568	9.26447
3	-53.24961	1.883027E-03	5.758173E-02	.244336	4.243291
4	-3.709801	-2.794296E-03	.1448862	3.352955	23.142
5	50.30578	2.131589E-03	6.467824E-02	2.726944	42.16169
6	43.73722	-2.677699E-04	-8.642633E-02	-3.702417	42.83899
7	-15.51261	-1.747164E-03	-.1505257	-2.35831	15.66716
8	-56.08709	2.777477E-03	-1.582522E-02	-4.170329	26.35242
9	-29.11192	-2.243014E-03	.1298803	1.934954	14.89798
10	32.93211	4.450876E-04	.1132677	4.332324	38.24853
11	55.31927	1.60391E-03	-2.321996E-02	-1.809125	77.9125
12	11.07924	-2.749377E-03	-.1496426	-3.377146	22.56807
13	-46.51235	2.345542E-03	-8.670951E-02	-.9977757	11.50711
14	-48.08964	-6.203099E-04	.085434	.3608827	4.224111
15	8.256021	-1.454165E-03	.1387265	4.598569	33.14846
16	54.66574	2.709809E-03	4.312101E-02	.7607135	17.64137
17	35.23896	-2.438679E-03	-1.14591	-3.662421	31.96081
18	-26.63527	7.933265E-04	-.137905	-1.613883	11.70286
19	-56.43753	1.298747E-03	2.020747E-02	-.9136488	-45.21341
20	-18.26623	-2.659127E-03	.1355867	3.556146	26.22783
21	41.91196	2.52168E-03	9.880464E-02	3.201585	32.40318
22	51.61718	-9.632861E-04	-5.456596E-02	-2.900058	53.14774
23	-.8476648	-1.138001E-03	-.156853	-2.251478	14.35407
24	-52.29977	2.597862E-03	-5.165604E-02	-1.680746	32.53726
25	-40.76554	-2.594236E-03	.1037095	1.664209	16.04683
26	19.87167	1.129227E-03	.132943	4.717986	35.48879
27	56.58286	9.723327E-04	1.590125E-02	-1.120888	-70.49053
28	25.14708	-2.526112E-03	-.1389644	-2.7111296	19.51072
29	-36.58278	2.656416E-03	-.1135236	-1.990909	17.5374
30	-54.25883	-1.290332E-03	4.870705E-02	-.40026	-8.217701
31	-6.583779	-8.026731E-04	.1392743	4.822364	34.62494
32	49.02822	2.443821E-03	.08076	1.240418	15.35931
33	45.59542	-2.707987E-03	-8.881892E-02	-2.680388	30.17812
34	-12.7566	1.446274E-03	-.1503015	-2.036672	13.55058
35	-55.75261	6.299947E-04	-1.861605E-02	-2.015753	108.2803
36	-31.60205	-2.351432E-03	.1169263	3.515494	30.0659
37	30.61594	2.748371E-03	.1262118	3.461114	27.42305
38	55.96715	-1.596602E-03	-1.884855E-02	-1.902086	100.9142
39	13.91117	-4.547813E-04	-.1524421	-1.985203	13.02267
40	-44.90718	2.249677E-03	-8.400466E-02	-2.832508	33.71846
41	-49.64448	-2.777336E-03	7.035062E-02	1.274784	18.12044
42	5.413158	1.740398E-03	.1434984	4.785888	33.35151
43	53.95895	2.77436E-04	5.405602E-02	-.3585124	-6.632238
44	37.52	-2.138913E-03	-.1187245	-1.856495	15.637
45	-24.11372	2.795119E-03	-.1326014	-2.846262	21.46479
46	-56.71225	-1.87685E-03	8.567332E-03	-1.141378	-133.2245
47	-21.0069	-9.885971E-05	.130215	4.719941	36.24729
48	40.00594	2.019221E-03	.1129582	1.634728	14.47198
49	52.842	-2.801761E-03	-5.687505E-02	-1.514666	26.63147
50	2.032872	2.005677E-03	-.1524177	-2.314884	15.18776
51	-51.23264	-7.988772E-05	-5.622151E-02	-2.986939	53.12805
52	-42.79734	-1.891099E-03	9.015868E-02	3.234651	35.87732
53	17.18744	2.796892E-03	.1450073	3.485966	24.03994
54	56.47952	-2.126616E-03	1.827413E-02	-.7763739	-42.48487
55	27.74931	2.582101E-04	-.1375713	-1.576608	11.4603

PERIODO FLEXION= 5.407229

PERIODO TORSION= 2.645558

PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
56.56022	5.350001
56.57462	5.400002
56.58795	5.449993
56.62411	5.399994
56.65444	5.400009
56.67892	5.399994
56.69759	5.399994
56.71043	5.400009
56.73162	5.449993
56.76625	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.800072E-03	2.599999
2.800154E-03	2.650002
2.800138E-03	2.650002
2.800205E-03	2.649999
2.800103E-03	2.649999
2.800155E-03	2.650002
2.799967E-03	2.649988
.0028	2.650005
2.799728E-03	2.649999
2.799742E-03	2.650005
2.799389E-03	2.650005
2.79938E-03	2.649999
2.798949E-03	2.650005
2.798915E-03	2.650005
2.798408E-03	2.649999
2.798345E-03	2.650005
2.797767E-03	2.650005
2.797671E-03	2.649999
2.797025E-03	2.650005
2.797261E-03	2.599991

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
.1430651	5.450003
.1415173	5.400002
.1405255	5.449993
.1402143	5.449993
.1406445	5.450008
.1417689	5.399994
.1434984	5.450008
.1455146	5.399994
.1477705	5.449993

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
4.563128	5.350001
4.720972	5.349998
4.841702	5.349992
-1.668685	3.099998
4.928243	2.199997
-1.90485	2.950001
4.979853	2.400009
-2.011555	2.749989
4.992196	2.600006
-1.984225	2.550007
4.965142	2.799988
-1.824471	2.300011
4.902567	3
-1.535056	2.099998

TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 4.002 AL RAD	EF=0.000 LH KG	ET=0.000 MA KG-CM	EXC CM
1	22.49663	-2.011447E-03	.3759169	-8.034404	-21.37282
2	-38.62123	8.899687E-05	.3186883	-3.641115	-11.42532
3	-53.20746	1.883169E-03	-.1474071	1.704886	-11.56583
4	-3.719034	-2.794164E-03	-.423245	6.520068	-15.40495
5	50.22613	2.131566E-03	-.1822155	4.722077	-25.91479
6	43.66973	-2.676994E-04	.2553499	-6.066797	-23.75876
7	-15.46816	-1.747456E-03	.4108578	-6.036772	-14.69309
8	-55.95469	2.777496E-03	5.756038E-02	-.4731016	-8.219223
9	-29.0471	-2.242771E-03	-.370369	4.641777	-12.53285
10	32.82495	4.449847E-04	-.3302645	7.360284	-22.28603
11	55.14532	1.60409E-03	8.154748E-02	-2.359164	-28.92995
12	11.05383	-2.749591E-03	.4103982	-7.29435	-17.77383
13	-46.32892	2.345326E-03	.2487538	-2.656001	-10.67723
14	-47.90068	-6.200337E-04	-.2332479	2.106956	-9.033118
15	8.206346	-1.454295E-03	-.4079809	7.955351	-19.49932
16	54.40795	2.709954E-03	-.1081215	2.08655	-19.29819
17	35.07556	-2.438653E-03	.3196538	-6.849052	-21.42647
18	-26.48424	7.928658E-04	.3821691	-4.5982	-12.03185
19	-56.12667	1.299101E-03	-4.186182E-02	-.471756	11.26936
20	-18.17293	-2.659139E-03	-.397293	6.54379	-16.47094
21	41.64695	2.521636E-03	-.2737131	6.000102	-21.92114
22	51.2931	-9.629673E-04	.1607185	-4.556562	-28.34554
23	-8.287523	-1.138558E-03	.4278074	-5.94019	-13.8852
24	-51.92991	2.598009E-03	.1604438	-2.672184	-16.65496
25	-40.47881	-2.593996E-03	-.2987832	3.723567	-12.46244
26	19.70871	1.128943E-03	-.3805828	8.260908	-21.70594
27	56.13889	9.728192E-04	-3.037097E-02	-.8378112	27.58592
28	24.95467	-2.526505E-03	.3765779	-6.255167	-16.61055
29	-36.26466	2.656182E-03	.3270098	-4.284912	-13.10331
30	-53.79007	-1.289831E-03	-.1324592	.386206	-2.91566
31	-6.538234	-8.030764E-04	-.4061216	8.268019	-20.35848
32	48.56643	2.444221E-03	-.2119935	3.365112	-15.87365
33	45.16709	-2.707976E-03	.241878	-5.206298	-21.52448
34	-12.61794	1.445643E-03	.4191012	-5.22725	-12.47252
35	-55.18402	6.305858E-04	6.577569E-02	-2.607529	-39.64275
36	-31.28351	-2.351706E-03	-.3443045	6.121909	-17.78051
37	30.27612	2.748429E-03	-.3458292	6.861482	-19.84067
38	55.35312	-1.596114E-03	5.569161E-02	-2.749631	-49.37244
39	13.76669	-4.55607E-04	.4154059	-5.4311	-13.0742
40	-44.37829	2.250058E-03	.2516136	-4.676125	-18.58455
41	-49.0612	-2.77724E-03	-.2072526	2.554378	-12.32495
42	5.333654	1.740016E-03	-.404461	8.596267	-21.25364
43	53.28304	2.782293E-04	-.1394899	.7236943	-5.188147
44	37.0518	-2.139569E-03	.3172409	-4.791681	-15.10424
45	-23.78737	2.795011E-03	.382355	-5.607329	-14.66524
46	-55.95713	-1.87631E-03	-.0233394	-1.355304	58.06937
47	-20.73389	-9.953458E-05	-.3764269	8.019463	-21.30417
48	39.44079	2.019953E-03	-.3006701	4.400856	-14.63683
49	52.09761	-2.801895E-03	.1480732	-3.220034	-21.74624
50	2.01669	2.004996E-03	.427133	-5.488254	-12.84905
51	-50.47061	-7.908192E-05	.1681205	-4.557091	-27.1061
52	-42.16262	-1.891718E-03	-.2680815	5.287962	-19.7252
53	16.91113	2.797175E-03	-.3937733	7.24839	-18.40752
54	55.59635	-2.126074E-03	-5.246333E-02	-.7734859	14.74336
55	27.31944	2.571633E-04	.3747061	-4.546731	-12.13413

PERIODO FLEXION= 5.407229

PERIODO TORSION= 2.645558

PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
56.47121	5.350001
56.3967	5.400002
56.32116	5.449993
56.2684	5.399994
56.20989	5.400009
56.14565	5.399994
56.07566	5.399994
55.99998	5.400009
55.93258	5.449993
55.87847	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.800068E-03	2.599999
2.800183E-03	2.650002
2.800126E-03	2.650002
2.800264E-03	2.649999
2.800084E-03	2.649999
2.800241E-03	2.650002
2.799941E-03	2.649988
2.800116E-03	2.650005
.0027997	2.64999
2.799886E-03	2.650005
2.79936E-03	2.650005
2.799554E-03	2.64999
2.798923E-03	2.650005
2.799118E-03	2.650005
2.798388E-03	2.64999
2.798575E-03	2.650005
2.797754E-03	2.650005
2.797928E-03	2.64999
2.797024E-03	2.650005
2.797439E-03	2.599991

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
.4212977	5.400003
.4237859	5.399998
.4260063	5.39999
.4278074	5.400009
.4290592	5.399994
.429662	5.399994
.4295516	5.400009
.428703	5.399994
.427133	5.400009

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
7.473868	4.350001
7.800278	5.350001
8.079413	5.399998
8.312822	5.349992
8.491311	5.349995
8.613228	5.35001
8.677444	5.349995
8.683376	5.349995
8.630986	5.35001
8.520781	5.349995

TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 5.832 AL RAD	LH KG	EF=0.000	ET=0.000 MA KG-CM	EXC CM
1	22.51242	-2.011565E-03	1.694266		-14.41169	-8.506157
2	-38.5392	8.870803E-05	1.32828		-3.726078	-2.805191
3	-53.10409	1.883595E-03	-6.6258617		2.525635	-4.035452
4	-3.744107	-2.794397E-03	-1.796979		8.020043	-4.463069
5	50.02943	2.131692E-03	-8.8508744		9.457405	-11.11492
6	43.50332	-2.67339E-04	1.1588		-10.83123	-9.346942
7	-15.35623	-1.748435E-03	1.757943		-8.793263	-5.00202
8	-55.62778	2.778266E-03	.2170477		.8688352	4.002969
9	-28.89002	-2.242847E-03	-1.535712		4.452557	-2.899344
10	32.56062	4.444323E-04	-1.480361		12.82936	-8.666377
11	54.71719	1.605355E-03	.3715398		-3.823521	-10.29101
12	10.99297	-2.75096E-03	1.793836		-12.24441	-6.825824
13	-45.87617	2.345637E-03	1.009574		-1.510577	-1.496252
14	-47.43867	-6.191313E-04	-9.9436328		1.090915	-1.15608
15	8.083127	-1.455884E-03	-1.776042		12.2342	-6.888464
16	53.77528	2.71169E-03	-4.879488		4.402407	-9.022272
17	34.67561	-2.439403E-03	1.429155		-12.49053	-8.739801
18	-26.11142	7.918091E-04	1.577497		-4.660491	-2.954357
19	-55.36626	1.301247E-03	-1.1514619		1.339076	8.841011
20	-17.94659	-.0026612	-1.679741		8.436892	-5.022734
21	40.9982	2.522674E-03	-1.226948		11.17857	-9.110875
22	50.5005	-9.620417E-04	.7478424		-8.890466	-11.88815
23	-.7798541	-1.141207E-03	1.795235		-7.921109	-4.412297
24	-51.02573	2.600652E-03	.668294		-2.868652	-4.2925
25	-39.78104	-2.595206E-03	-1.21923		3.146034	-2.580345
26	19.31032	.0011281	-1.683467		14.3736	-8.538098
27	55.0554	9.756806E-04	-9.468677E-02		-2.178149	23.00373
28	24.4875	-2.529834E-03	1.614284		-10.05696	-6.229983
29	-35.48746	2.657789E-03	1.337894		-4.00586	-2.994153
30	-52.65034	-1.288897E-03	-4.999234		-1.773705	3.547953
31	-6.42859	-8.060997E-04	-1.761803		13.16907	-7.474767
32	47.4421	2.448013E-03	-.9075941		5.666329	-6.243242
33	44.12624	-2.710216E-03	1.075007		-9.780862	-9.098416
34	-12.27803	1.444754E-03	1.712094		-5.219566	-3.048644
35	-53.80362	6.339744E-04	.3193511		-5.041395	-15.78637
36	-30.51183	-2.355835E-03	-1.451944		8.298459	-5.715412
37	29.45065	2.751191E-03	-1.508781		12.09009	-8.01315
38	53.86343	-1.595575E-03	.2984443		-6.433059	-21.55531
39	13.41935	-4.593554E-04	1.709433		-6.494495	-3.79921
40	-43.09607	2.254724E-03	1.060873		-6.332719	-5.969347
41	-47.65052	-2.780358E-03	-.8292032		1.66734	-2.010774
42	5.1403	1.739845E-03	-1.766506		14.92419	-8.448425
43	51.64671	2.820461E-04	-.5405808		-.4758517	.8802601
44	35.92175	-2.144905E-03	1.330438		-7.218104	-5.42536
45	-22.99652	2.798639E-03	1.565598		-6.161125	-3.935318
46	-54.13456	-1.876329E-03	-3.518233E-02		-4.458826	126.7348
47	-20.07578	-1.032909E-04	-1.628556		13.22451	-8.12039
48	38.07559	2.025755E-03	-1.25322		6.473397	-5.16541
49	50.30289	-2.806277E-03	.65845		-6.479074	-9.839888
50	1.980593	2.005276E-03	1.726319		-5.384656	-3.119154
51	-48.63512	-7.52206E-05	.7547603		-8.333804	-11.04166
52	-40.6353	-1.897793E-03	-1.132362		7.637284	-6.744562
53	16.24483	2.802246E-03	-1.679986		12.14325	-7.228188
54	53.47108	-2.126911E-03	-2.1577644		-3.6324	23.0242
55	26.28872	2.531602E-04	1.509963		-4.628313	-3.065183



PERIODO FLEXION= 5.407229

PERIODO TORSION= 2.645558

PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
56.25155	5.350001
55.95878	5.400002
55.66644	5.449993
55.39795	5.399994
55.12504	5.400009
54.84783	5.399994
54.56638	5.399994
54.28077	5.400009
54.00462	5.449993
53.74259	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.800294E-03	2.599999
2.800673E-03	2.650002
2.80081E-03	2.650002
2.801249E-03	2.649999
2.801233E-03	2.649999
2.801727E-03	2.650002
2.801561E-03	2.649988
2.802105E-03	2.650005
2.801796E-03	2.64999
2.802383E-03	2.650005
2.801939E-03	2.650005
2.802559E-03	2.64999
2.801989E-03	2.650005
2.802633E-03	2.650005
2.801948E-03	2.64999
2.802606E-03	2.650005
2.801817E-03	2.650005
2.802477E-03	2.64999
2.801596E-03	2.650005
2.802246E-03	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
1.836632	5.400003
1.824216	5.399998
1.810696	5.399991
1.7963	5.399994
1.781305	5.400009
1.766935	5.449993
1.752862	5.400009
1.739237	5.399994
1.726319	5.400009

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
12.17461	4.550002
12.88998	5.350001
13.49846	5.349998
14.01498	5.29999
14.4216	5.349995
-3.953419	3.150013
14.71016	2.199997
-4.754289	2.950001
14.88429	2.349995
-5.229098	2.850002
14.96033	2.499992
-5.367467	2.700005
14.915	2.650005
-5.159745	2.499992

V/NB= 2.019

EF=-0.0025 ET=-0.0075

TIEMPO SEG	h CMS	AL RAD	LH KG	MA KG-CM	EXC CM
1	22.42599	-2.062129E-03	-.1327742	-4.426896	33.34154
2	-38.98188	1.138027E-04	-.1170033	-1.035418	8.849481
3	-53.66753	1.970043E-03	5.841896E-02	.2024426	3.465358
4	-3.611253	-2.998506E-03	.1463883	3.383403	23.11252
5	51.10629	2.343621E-03	6.539173E-02	2.856683	43.68569
6	44.41517	-3.198801E-04	-8.723754E-02	-3.910089	44.82118
7	-15.96832	-1.96083E-03	-.1544745	-2.293452	14.8468
8	-57.42344	3.19835E-03	-1.574214E-02	-.4209734	26.74182
9	-29.75964	-2.645104E-03	.1336953	1.827998	13.67286
10	34.01863	5.540946E-04	.1154054	4.707183	40.78822
11	57.08376	1.930798E-03	-2.252165E-02	-2.065028	91.69077
12	11.33091	-3.397511E-03	-.15576	-3.487017	22.38711
13	-48.38298	2.967068E-03	-9.051711E-02	-.8137651	8.99018
14	-50.00798	-8.184312E-04	9.067269E-02	1.625787E-02	.1793028
15	8.766349	-1.877423E-03	.1428032	5.100068	35.71395
16	57.30185	3.593628E-03	.046441	.7568772	16.29761
17	36.90797	-3.309387E-03	-.1198952	-4.128929	34.43782
18	-28.19181	1.115315E-03	-.1475048	-1.221896	8.283775
19	-59.62568	1.797874E-03	.0241562	-1.378016	-57.04608
20	-19.22023	-3.784561E-03	.1418816	3.855519	27.17421
21	44.64404	3.671423E-03	.1045972	3.735932	35.71732
22	54.96065	-1.446899E-03	-5.547223E-02	-3.694954	66.60907
23	-1.052204	-1.688591E-03	-.1712733	-1.862653	10.87533
24	-56.1291	3.968011E-03	-5.294267E-02	-1.953905	36.90606
25	-43.73185	-4.052716E-03	.1117825	1.414132	12.65076
26	21.56675	1.814842E-03	.1402319	5.822081	41.51752
27	61.2029	1.545837E-03	.0216394	-1.904986	-88.0332
28	27.14437	-4.140847E-03	-.1539333	-2.704722	17.57074
29	-39.90786	4.452905E-03	-.1235342	-1.760248	14.24907
30	-59.15273	-2.220963E-03	5.668189E-02	-1.304953	-23.02239
31	-7.056835	-1.36621E-03	.1470727	6.135392	41.71672
32	53.87434	4.29937E-03	9.271948E-02	1.019811	10.99888
33	50.09072	-4.870964E-03	-9.806284E-02	-3.37216	34.38774
34	-14.22419	2.667529E-03	-.169833	-1.244454	7.327517
35	-61.74113	1.146144E-03	-1.438132E-02	-3.273943	227.6525
36	-34.95929	-4.440001E-03	.1247222	4.373114	35.06283
37	34.2123	5.30511E-03	.1413517	4.27727	30.25978
38	62.4694	-3.156547E-03	-1.677031E-02	-3.262822	194.5595
39	15.4338	-8.813299E-04	-.1779288	-.980702	5.511768
40	-50.52713	4.559053E-03	-8.818521E-02	-3.806191	43.16133
41	-55.84581	-5.753508E-03	7.777753E-02	1.029971	13.24253
42	6.264307	3.689348E-03	.1576127	6.679976	42.38222
43	61.17799	5.671675E-04	6.949589E-02	-1.864775	-26.83288
44	42.51849	-4.651976E-03	-.1422962	-1.304136	9.164941
45	-27.61457	.0062144	-.148902	-2.877965	19.32792
46	-64.80857	-4.267167E-03	1.440398E-02	-2.708515	-188.0394
47	-23.93692	-1.994282E-04	.1399806	7.101933	50.73512
48	46.09362	4.713427E-03	.1386454	.8663349	6.248566
49	60.86293	-6.685305E-03	-6.868705E-02	-2.047053	29.80261
50	-2.198967	4.891597E-03	-.1809069	-1.149919	6.356415
51	-59.47211	-2.26084E-04	-5.492736E-02	-5.405175	98.40588
52	-49.66977	-4.738046E-03	9.455494E-02	5.012482	53.01132
53	20.19063	7.162722E-03	.1733925	4.275846	24.65993
54	66.07878	-5.563962E-03	2.601093E-02	-2.547221	-97.92886
55	32.41943	7.142324E-04	-.1726958	.3548476	-2.054755

PERIODO FLEXION= 5.407229

PERIODO TORSION= 2.645558

PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
57.45517	5.350001
58.37909	5.400002
59.31686	5.449993
60.2939	5.399994
61.28068	5.400009
62.27717	5.399994
63.28332	5.399994
64.29906	5.400009
65.34144	5.449993
66.41581	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.934851E-03	2.599999
3.076205E-03	2.650002
3.224268E-03	2.650002
3.379541E-03	2.649999
3.542113E-03	2.649999
3.712665E-03	2.650002
3.891169E-03	2.649988
4.07849E-03	2.650005
4.274487E-03	2.64999
4.480213E-03	2.650005
4.695419E-03	2.650005
4.921339E-03	2.64999
5.157636E-03	2.650005
5.405721E-03	2.650005
5.665171E-03	2.64999
5.937578E-03	2.650005
6.222454E-03	2.650005
6.52155E-03	2.64999
6.834339E-03	2.650005
7.162722E-03	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
.1463183	5.400002
.1461095	5.450002
.1461272	5.449993
.1469197	5.449993
.1489905	5.450008
.1528003	5.499992
.1583902	5.450008
.1654466	5.449993
.1737263	5.399994

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
4.911164	5.350001
- .8099108	3.199997
5.303793	2.1
-1.07743	3.049996
5.688562	2.299995
-1.224342	2.900002
6.057126	2.449993
-1.248999	2.800003
6.407457	2.500008
-1.145295	2.699989
6.742829	2.650005
- .9211961	2.600006
7.048272	2.699989
- .5804194	2.550007

TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 4.002 AL RAD	LH KG	EF=-0.0025 MA KG-CM	ET=-0.0075 EXC CM
1	22.43214	-2.062206E-03	.3768304	-8.084179	-21.4531
2	-38.94958	1.135879E-04	.320918	-3.610733	-11.25126
3	-53.62497	1.970193E-03	-.1489725	1.684808	-11.30952
4	-3.620576	-2.998374E-03	-.4283864	6.561743	-15.31735
5	51.02545	2.34359E-03	-.1840647	4.910767	-26.67957
6	44.34648	-3.197937E-04	.2587113	-6.327597	-24.45814
7	-15.92301	-1.961146E-03	.4200171	-6.0702	-14.45227
8	-57.28789	3.198377E-03	5.924202E-02	-.4254149	-7.180966
9	-29.69305	-2.644838E-03	-.3816299	4.550445	-11.92371
10	33.90826	5.539514E-04	-.33805	7.846555	-23.21123
11	56.90415	1.931022E-03	.0828933	-2.598337	-31.34557
12	11.30454	-3.39775E-03	.4245925	-7.624525	-17.95728
13	-48.19253	2.966817E-03	.2604315	-2.449775	-9.4066
14	-49.81106	-8.17992E-04	-.2457659	1.797503	-7.313884
15	8.714427	-1.877633E-03	-.4241635	8.56252	-20.18684
16	57.03182	3.593815E-03	-.1130057	2.256735	-19.9701
17	36.73631	-3.309322E-03	.3330977	-7.596712	-22.80626
18	-28.03279	1.114724E-03	.4065259	-4.309466	-10.60072
19	-59.29709	1.798372E-03	-4.701041E-02	-.8612674	18.32078
20	-19.12137	-3.784637E-03	-.4211157	6.880884	-16.33965
21	44.36235	3.671326E-03	-.2876481	6.868431	-23.8779
22	54.61531	-1.446407E-03	.1663828	-5.541348	-33.30481
23	-1.032136	-1.689371E-03	.4611095	-5.858685	-12.70563
24	-55.73253	3.968272E-03	.1718106	-2.846213	-16.56599
25	-43.42348	-4.052399E-03	-.3250648	3.428596	-10.54742
26	21.39093	1.814322E-03	-.4043986	9.755095	-24.12247
27	60.72291	1.546623E-03	-3.776265E-02	-1.547404	40.9771
28	26.93555	-4.14143E-03	.4091554	-6.749106	-16.49521
29	-39.56194	4.452591E-03	.3600371	-4.010576	-11.13934
30	-58.64116	-2.220139E-03	-.151682	-.5958886	3.928538
31	-7.007115	-1.367007E-03	-.4382119	9.86049	-22.50165
32	53.36771	4.300037E-03	-.2340131	8.809979	-15.30248
33	49.61931	-4.870898E-03	.2614905	-6.446278	-24.65205
34	-14.07142	2.666484E-03	.4710222	-4.574634	-9.71214
35	-61.11153	1.147269E-03	.0652964	-3.896056	-59.66723
36	-34.60571	-4.440628E-03	-.3800389	7.009636	-18.44452
37	33.83397	5.305134E-03	-.3801228	8.410588	-22.12598
38	61.78394	-3.155577E-03	5.242762E-02	-4.449578	-84.87086
39	15.27165	-8.828609E-04	.4743205	-4.854963	-10.23562
40	-49.933	4.559925E-03	.2794637	-5.59503	-20.0206
41	-55.1887	-5.753394E-03	-.2384916	2.067751	-8.67012
42	6.174368	3.688409E-03	-.4459141	11.28139	-25.29948
43	60.41256	5.688273E-04	-.1689693	-.647541	3.832301
44	41.98623	-4.653314E-03	.3648095	-4.943323	-13.55042
45	-27.24285	6.214323E-03	.4408429	-5.562449	-12.61776
46	-63.94533	-4.26596E-03	-3.889005E-02	-3.313897	85.21194
47	-23.62421	-2.01142E-04	-.4186471	10.92502	-26.09602
48	45.44434	4.715037E-03	-.3515128	4.369447	-12.4304
49	60.00473	-6.685579E-03	.165685	-4.535962	-27.37703
50	2.17979	4.890142E-03	.5074089	-4.38752	-8.646913
51	-58.58819	-2.24008E-04	.1801823	-7.308335	-40.56078
52	-48.93178	-4.739747E-03	-.3041612	7.062614	-23.21997
53	19.86859	7.163276E-03	-.4546815	9.250761	-20.34558
54	65.04607	-5.562586E-03	-.0762609	-3.053285	40.03736
55	31.91452	7.116383E-04	.4565631	-2.997329	-6.564983

PERIODO FLEXION= 5.407229  
PERIODO TORSION= 2.645558  
PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
57.36473	5.350001
58.19548	5.400002
59.03725	5.449993
59.91524	5.399994
60.8	5.400009
61.6914	5.399994
62.5894	5.399994
63.49386	5.400009
64.42133	5.449993
65.3773	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.93485E-03	2.599999
3.076235E-03	2.650002
3.224259E-03	2.650002
3.379605E-03	2.649999
3.542104E-03	2.649999
3.712769E-03	2.650002
3.891164E-03	2.649988
4.078638E-03	2.650005
4.274491E-03	2.64999
4.480407E-03	2.650005
4.69544E-03	2.650005
4.921591E-03	2.64999
5.157682E-03	2.650005
5.406033E-03	2.650005
5.665255E-03	2.64999
5.937962E-03	2.650005
6.222587E-03	2.650005
6.522014E-03	2.64999
6.834534E-03	2.650005
7.163276E-03	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
.4298146	5.400003
.4399143	5.449998
.450594	5.399989
.4613951	5.400009
.4720306	5.399994
.4821839	5.349995
.4918224	5.400009
.5003569	5.399994
.5074089	5.400009

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
7.6384	4.350001
8.22273	5.400002
8.807905	5.349998
9.383584	5.349992
9.942504	5.349995
10.47606	5.35001
-4.480572	3
10.9742	2.349995
-4.551836	2.750004
11.42534	2.599991
-4.270504	2.550007
11.8163	2.800003
-3.711633	2.399994

TIEMPO SEG	h CMS	V/NB= 5.832 AL RAD	EF=-0.0025 LH KG	ET=-0.0075 MA KG-CM	EXC CM
1	22.44798	-2.062327E-03	1.699572	-14.53894	-8.55447
2	-38.86704	1.132926E-04	1.335725	-3.605591	-2.699351
3	-53.52072	1.970642E-03	-6.317487	2.485027	-3.933569
4	-3.645978	-2.998637E-03	-1.816666	7.958605	-4.380886
5	50.82593	2.343726E-03	-8.8648904	9.973476	-11.53149
6	44.17716	-3.193862E-04	1.179846	-11.43708	-9.693701
7	-15.80876	-1.962241E-03	1.795084	-8.809484	-4.90756
8	-56.95333	3.199274E-03	.2195001	1.178571	5.369339
9	-29.53195	-2.644951E-03	-1.573411	3.886501	-2.470111
10	33.63623	5.532744E-04	-1.525288	13.93793	-9.137904
11	56.46222	1.932568E-03	.3819961	-4.260366	-11.1529
12	11.2415	-3.399425E-03	1.861497	-13.07613	-7.024525
13	-47.72233	2.967236E-03	1.043923	-5.68491	-5.445719
14	-49.33007	-8.168538E-04	-.9805872	4.817972E-02	
-4.913354E-02					
15	8.585728	-1.879747E-03	-1.853126	13.29145	-7.172447
16	56.36921	3.59612E-03	-.5167161	5.08632	-9.843549
17	36.31605	-3.310314E-03	1.507673	-14.44547	-9.581302
18	-27.63988	1.113313E-03	1.658888	-3.42329	-2.063605
19	-58.49366	1.80138E-03	-.1621826	-2.183296	13.46197
20	-18.88161	-3.787634E-03	-1.773123	8.427617	-4.752979
21	43.67305	3.67281E-03	-1.312299	13.52968	-10.3099
22	53.77033	-1.445022E-03	.8016977	-11.40515	-14.22624
23	-.9798464	-.0016933	1.921385	-7.385148	-3.843658
24	-54.76307	3.972359E-03	.7081037	-2.567453	-3.625815
25	-42.67343	-4.054346E-03	-1.300617	1.412251	-1.085831
26	20.96156	1.812928E-03	-1.821679	17.91176	-9.832552
27	59.5511	1.551244E-03	-.1044904	-3.816511	36.52501
28	26.42869	-4.146853E-03	1.760815	-11.36101	-6.452131
29	-38.71628	4.455358E-03	1.442789	-2.07433	-1.437723
30	-57.39804	-2.218578E-03	-.5371746	4.869128	9.064329
31	-6.887029	-1.372341E-03	-1.926099	16.31585	-8.470932
32	52.13417	4.306703E-03	-1.007254	6.557422	-6.510194
33	48.47355	-4.874888E-03	1.198135	-13.34544	-11.13852
34	-13.696	2.664962E-03	1.879281	-2.267346	-1.206497
35	-59.58371	1.153607E-03	.3527448	-8.004731	-22.6927
36	-33.74916	-4.448562E-03	-1.599295	9.051845	-5.659897
37	32.91536	5.310396E-03	-1.69767	16.31886	-9.612503
38	60.12023	-3.154511E-03	.3461498	-11.27148	-32.56242
39	14.88275	-8.902518E-04	1.914084	-4.257784	-2.22445
40	-48.49291	4.569518E-03	1.177885	-7.204172	-6.116194
41	-53.60016	-5.759938E-03	-.9133246	-1.226276	1.342651
42	5.956503	3.687934E-03	-2.011475	21.57463	-10.72577
43	58.5586	5.769884E-04	-.6109273	-4.222089	6.910952
44	40.70201	-4.664896E-03	1.526262	-7.776974	-5.095437
45	-26.34138	6.222546E-03	1.76059	-3.709789	-2.107128
46	-61.86298	-4.266018E-03	-2.086647E-02	-10.46579	501.5601
47	-22.86951	-2.099493E-04	-1.869969	19.58935	-10.47576
48	43.87537	4.728569E-03	-1.456095	6.595911	-4.529861
49	57.93525	-6.696019E-03	.7855033	-10.9395	-13.92674
50	2.138456	4.890995E-03	1.973062	-.1802895	
-9.137549E-02					
51	-56.46036	-2.143654E-04	.8809578	-14.92689	-16.94394
52	-47.1557	-4.755197E-03	-1.300779	10.24591	-7.876746
53	19.09222	7.176139E-03	-1.989057	17.73535	-8.916462
54	62.55961	-.0055648	-.157755	-10.98522	69.6347

PERIODO FLEXION= 5.407229

PERIODO TORSION= 2.645558

PERIODO ALETEO= 3.559887

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTO h

H MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
57.14167	5.350001
57.74374	5.400002
58.35099	5.449993
58.98837	5.399994
59.62651	5.400009
60.2653	5.399994
60.90462	5.399994
61.54435	5.400009
62.20016	5.449993
62.87767	5.400009

PERIODOS PARA DESPLAZAMIENTOS ALFA

ALFA MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.935092E-03	2.599999
3.076776E-03	2.650002
3.22506E-03	2.650002
3.380797E-03	2.649999
3.543578E-03	2.649999
3.714735E-03	2.650002
3.893448E-03	2.649988
4.081523E-03	2.650005
4.277743E-03	2.649999
4.484379E-03	2.650005
4.699836E-03	2.650005
4.926836E-03	2.649999
5.163432E-03	2.650005
5.41277E-03	2.650005
5.672593E-03	2.649999
5.94644E-03	2.650005
6.231784E-03	2.650005
6.532521E-03	2.649999
6.845902E-03	2.650005
7.176139E-03	2.650005

PERIODOS PARA FUERZAS LH

LH MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
1.875008	5.400003
1.89298	5.399998
1.909129	5.399991
1.923311	5.399994
1.935496	5.400009
1.945802	5.399994
1.955086	5.450008
1.964115	5.399994
1.973062	5.400009

PERIODOS PARA MOMENTOS M ALFA

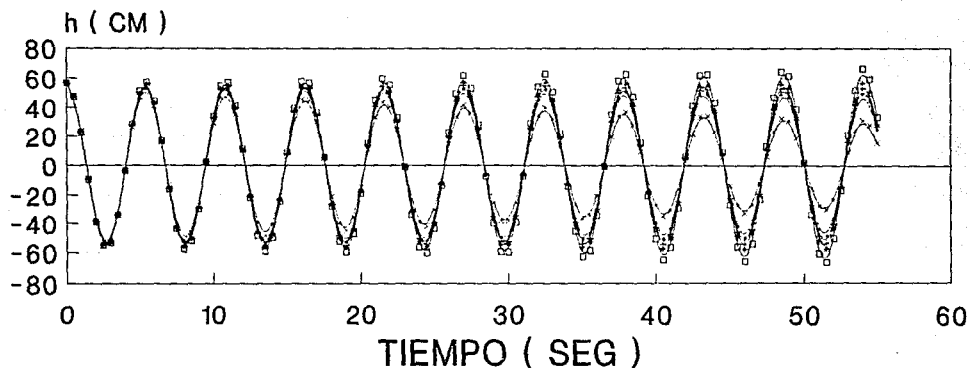
MOM. MAX	INCREMENTO DE TIEMPO
2.489711	2.849999
12.62201	1.700003
1.204755	3.449998
13.94853	1.900003
-5.311967E-02	3.299997
15.28444	2.05
-.893222	3.149992
16.61249	2.199997
-1.575616	3.049999
17.91176	2.300011
-1.932381	2.899986
19.18281	2.400009

**APENDICE C**



# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



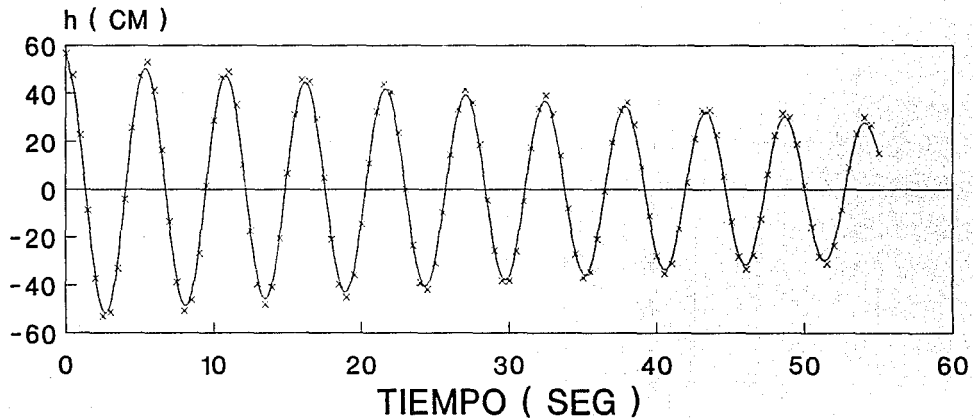
—●—  $ef=0.0025$   $et=0.0075$     - - -●- -  $ef=0.0010$   $et=0.0030$     —●—  $ef=0.0000$   $et=0.0000$   
 —□—  $ef=-.0025$   $et=-.0075$     —□—  $ef=0.0100$   $et=0.0300$

V/NB=2.019 OPCION 1  
 DESPLAZAMIENTOS  $h$   
 ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-1A

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



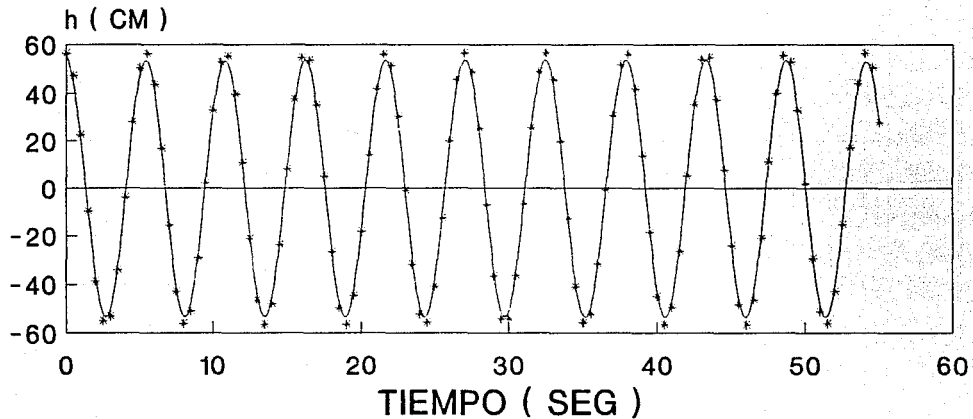
—x—  $ef=0.0100$   $et=0.0300$

V/NB-2.019 OPCION 1  
DESPLAZAMIENTOS  $h$   
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2A

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



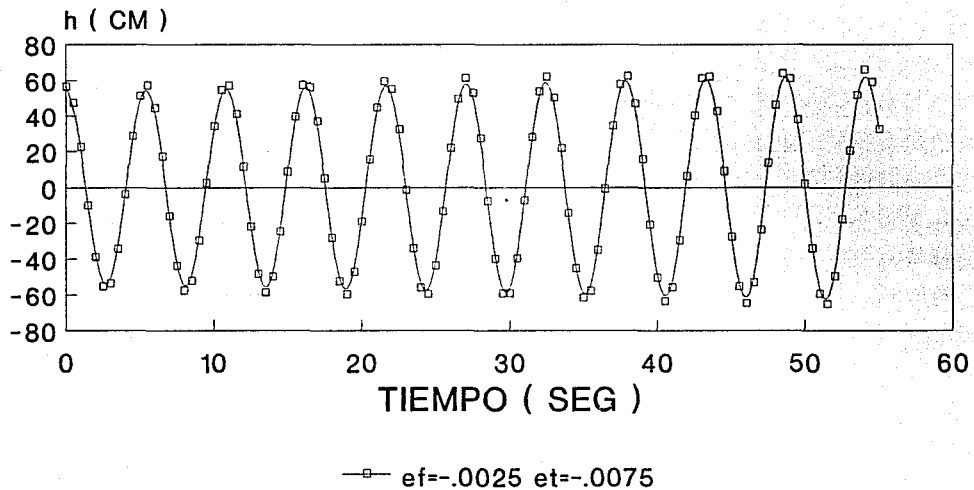
—\* ef=0.0000 et=0.0000

V/NB=2.019 OPCION 1  
DESPLAZAMIENTOS h  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. c-3A

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

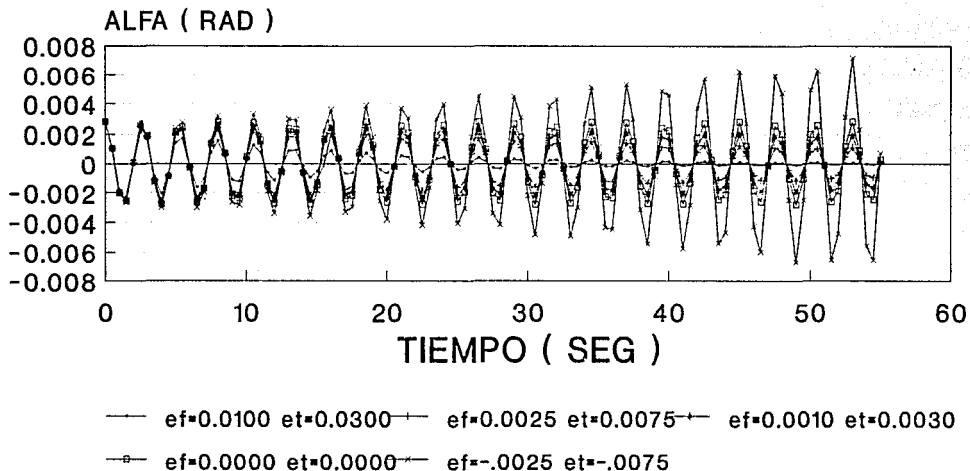


V/NB-2.019 OPCION 1  
DESPLAZAMIENTOS h  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4A

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

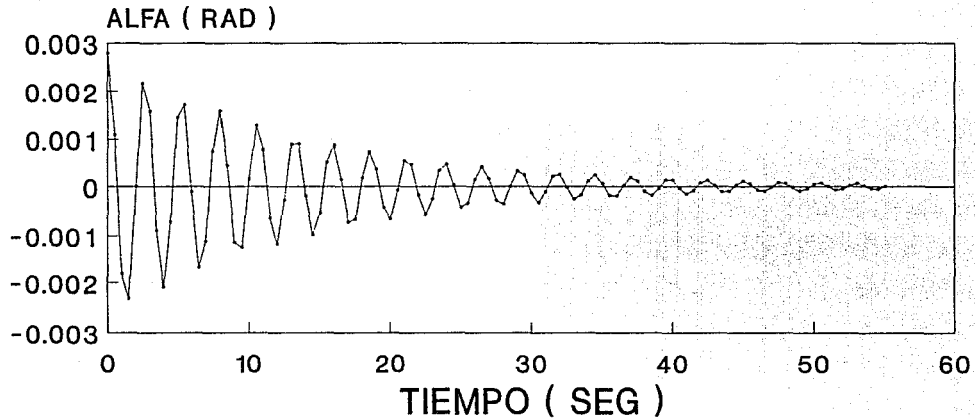


V/NB=2.019 OPCION 1  
 ROTACIONES ALFA  
 ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-1B

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



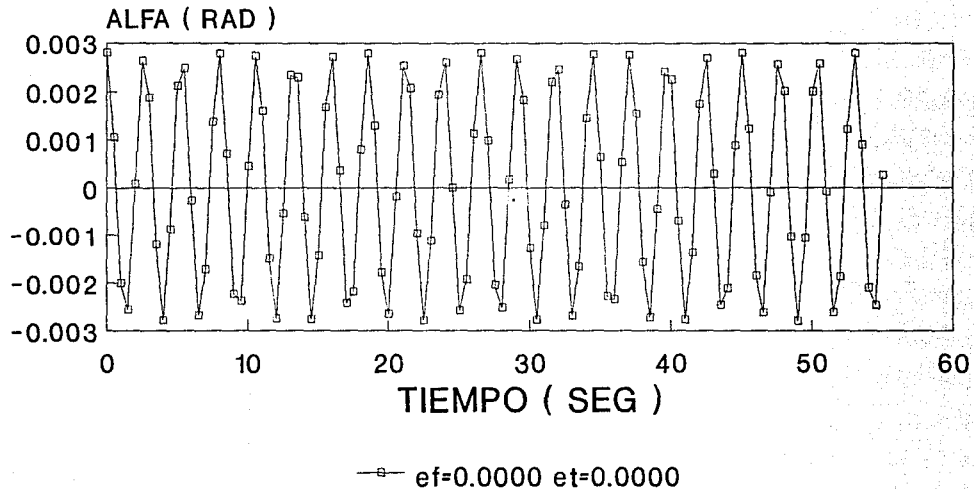
— ef=0.0100 et=0.0300

V/NB=2.019 OPCION 1  
ROTACIONES ALFA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2B

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

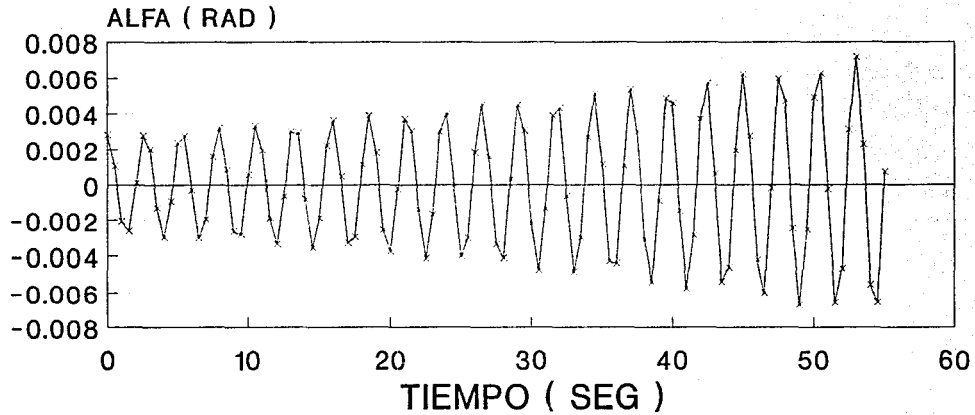


V/NB=2.019 OPCION 1  
ROTACIONES ALFA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-3B

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



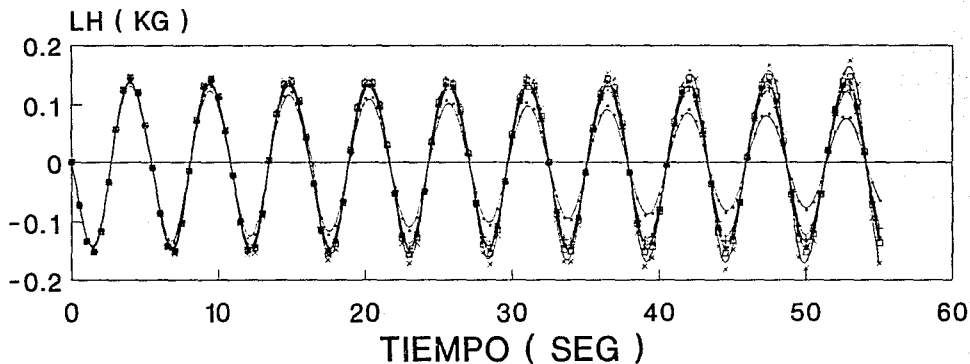
V/NB-2.019 OPCION 1  
ROTACIONES ALFA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4B



# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



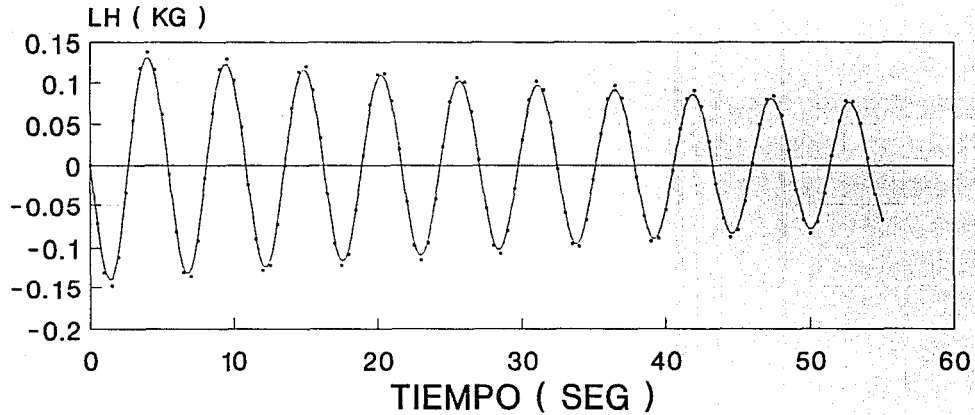
—  $ef=0.0100$   $et=0.0300$  —  $ef=0.0025$   $et=0.0075$  —  $ef=0.0010$   $et=0.0030$   
—  $ef=0.0000$   $et=0.0000$  —  $ef=-.0025$   $et=-.0075$

V/NB-2.019 OPCION 1  
FUERZAS  $L_h$   
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-1C

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



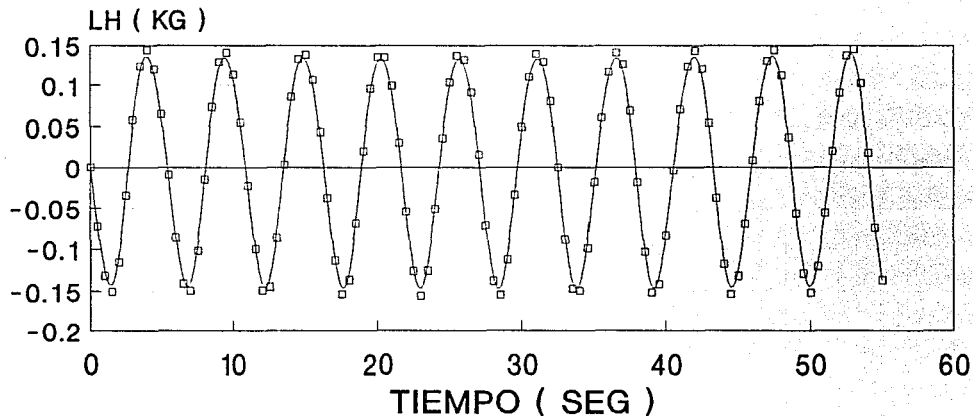
— ef=0.0100 et=0.0300

V/NB-2.019  
FUERZAS Lh  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2C

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



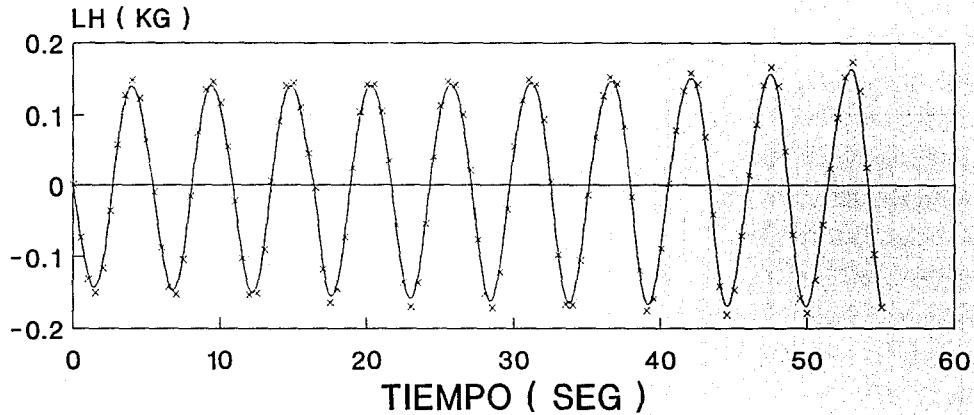
—□— ef=0.0000 et=0.0000

V/NB=2.019 OPCION 1  
FUERZAS Lh  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-3C

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



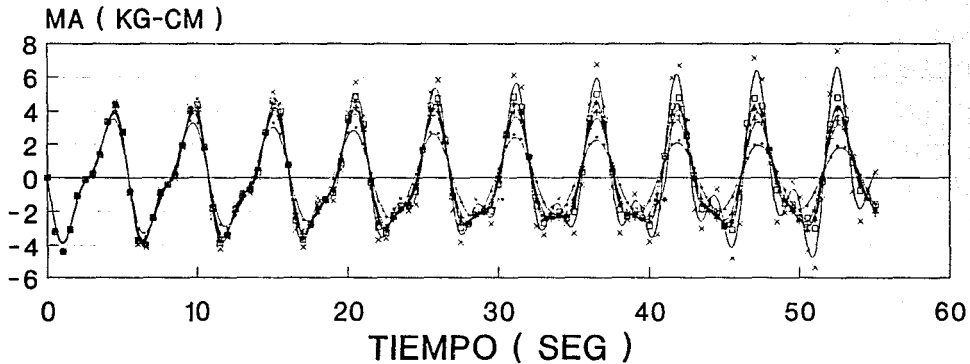
—x— ef=-.0025 et=-.0075

V/NB=2.019 OPCION 1  
FUERZAS Lh  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4C

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

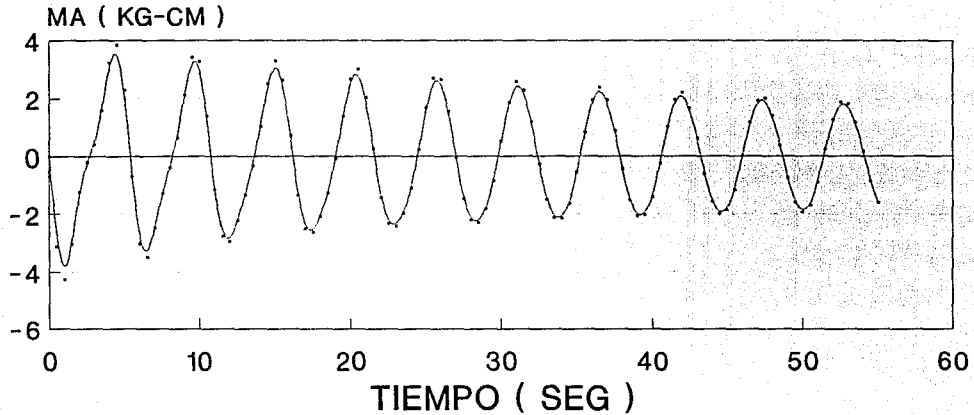


V/NB=2.019 OPCION 1  
 MOMENTOS MA  
 ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-1D

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



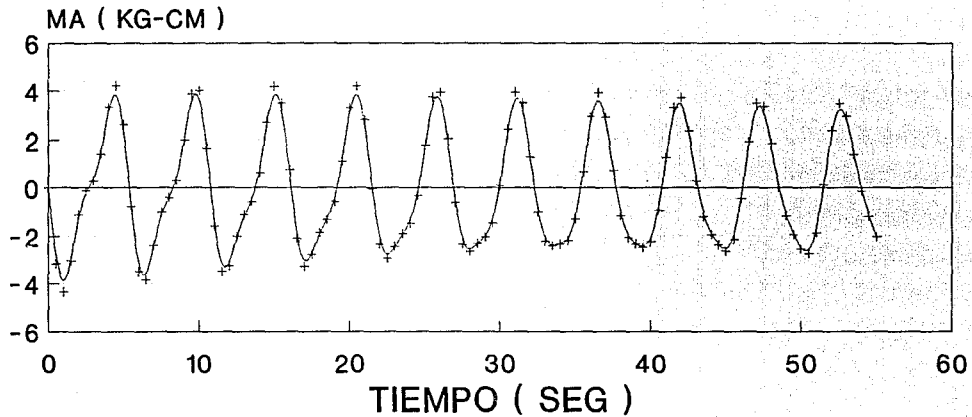
— ef=0.0100 et=0.0300

V/NB=2.019 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2D

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



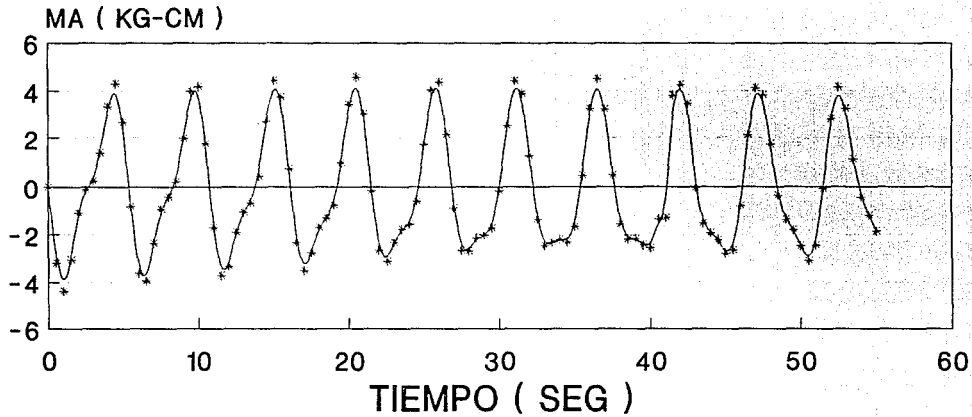
—+ ef= 0.0025 et=0.0075

V/NB=2.019 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-3D

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



—\* ef= 0.0010 et=0.0030

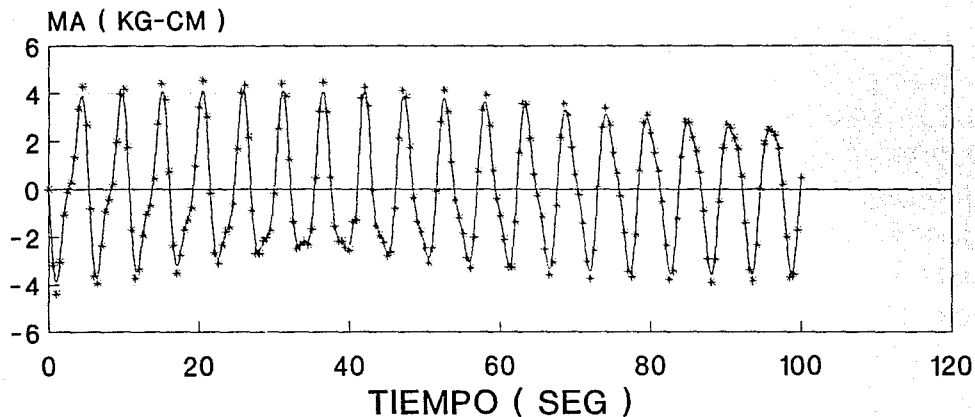
V/NB-2.019 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4D



# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



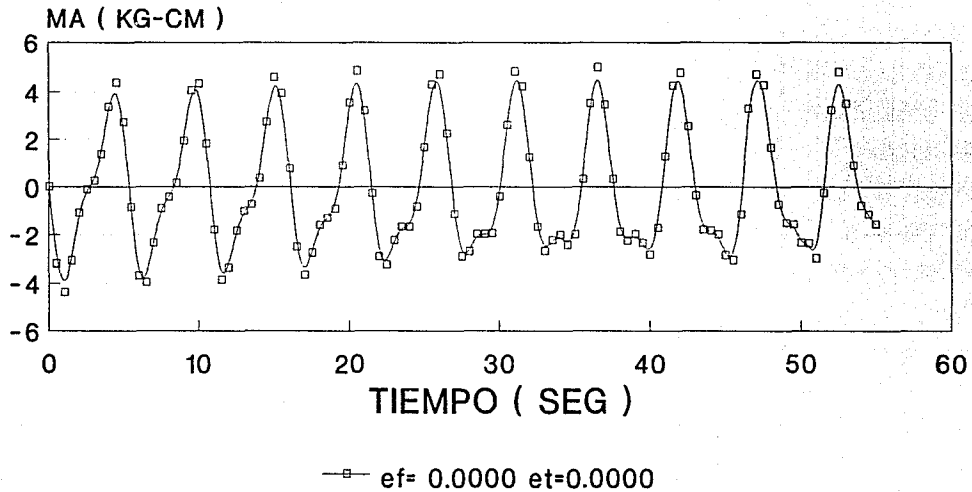
—+ ef= 0.0010 et=0.0030

V/NB-2.019 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4D

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

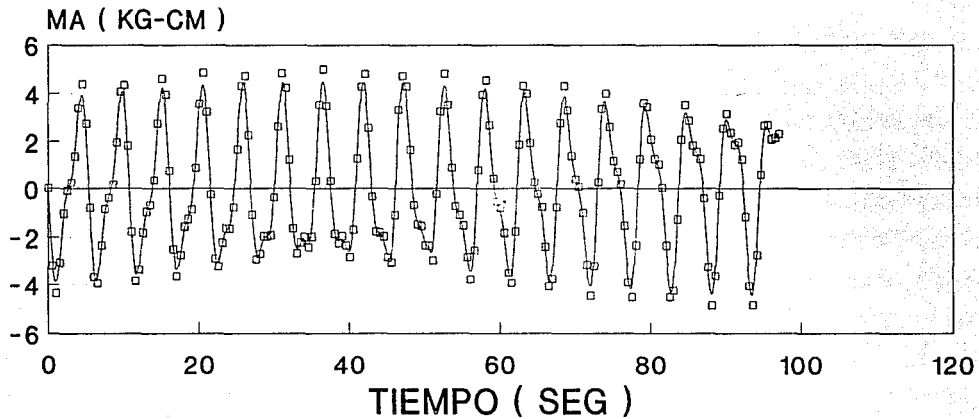


V/NB=2.019 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-5D

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



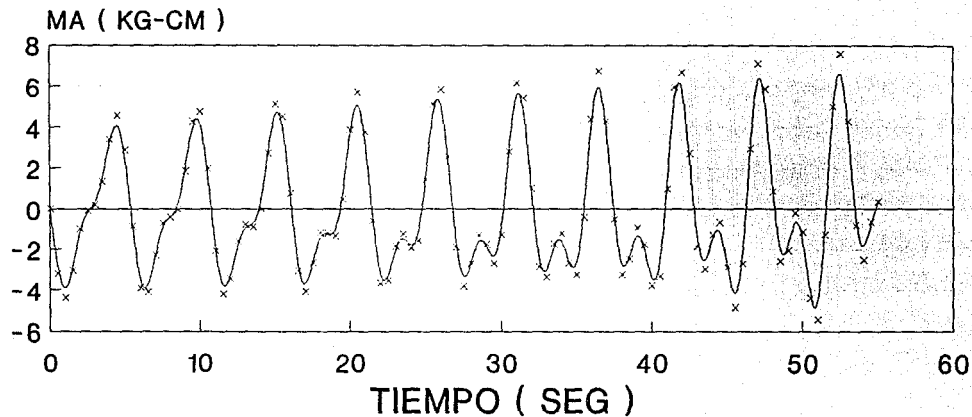
—□— ef= 0.0000 et=0.0000

V/NB=2.019 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-5D

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



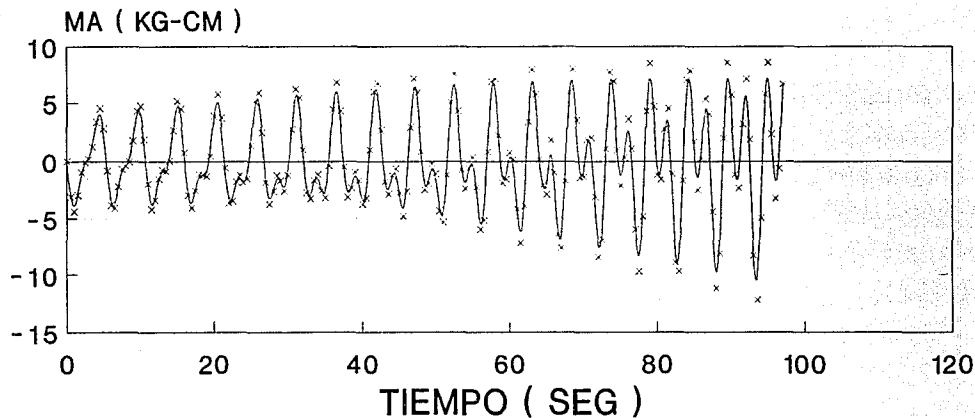
—x— ef= -.0025 et=-.0075

V/NB=2.019 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-6D

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



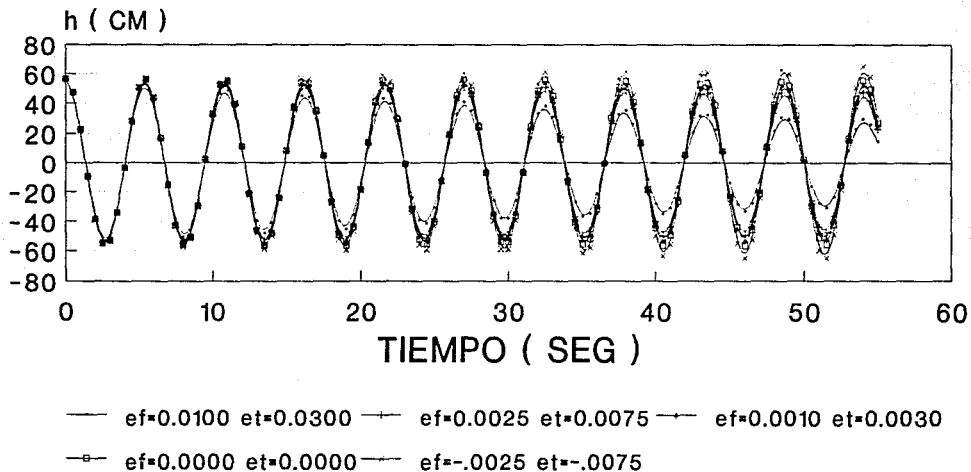
—x— ef= -.0025 et= -.0075

V/NB-2.019 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-6D

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

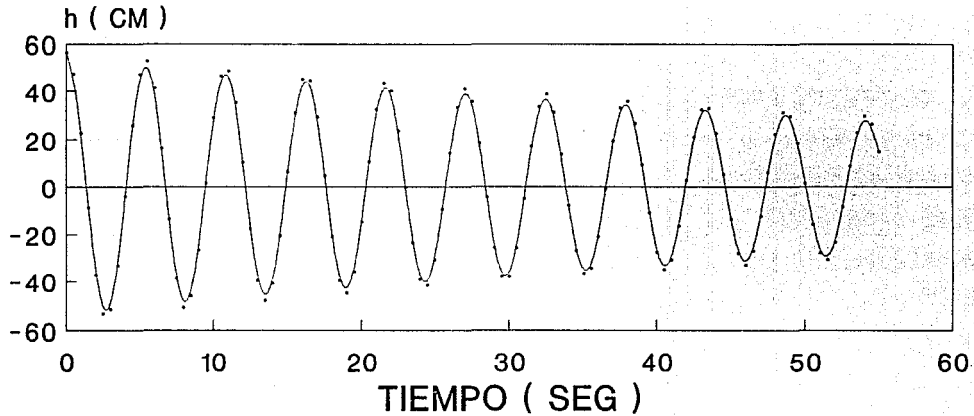


V/NB=4.002 OPCION 1  
 DESPLAZAMIENTOS h  
 ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-1E

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



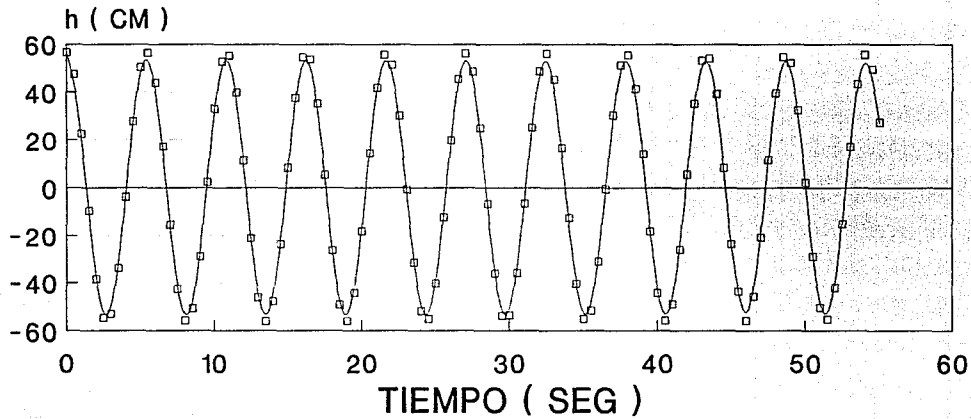
— ef=0.0100 et=0.0300

V/NB=4.002 OPCION 1  
DESPLAZAMIENTOS h  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2E

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



—□—  $ef=0.0000$   $et=0.0000$

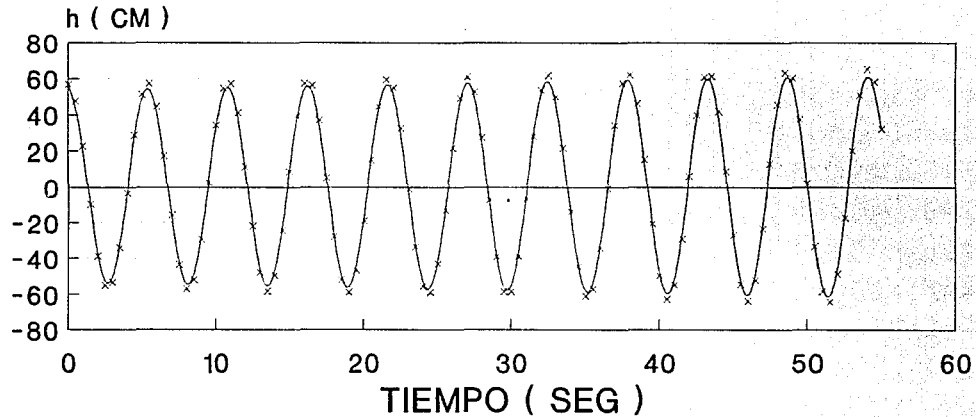
V/NB-4.002 OPCION 1  
DESPLAZAMIENTOS  $h$   
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG C-3E



# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



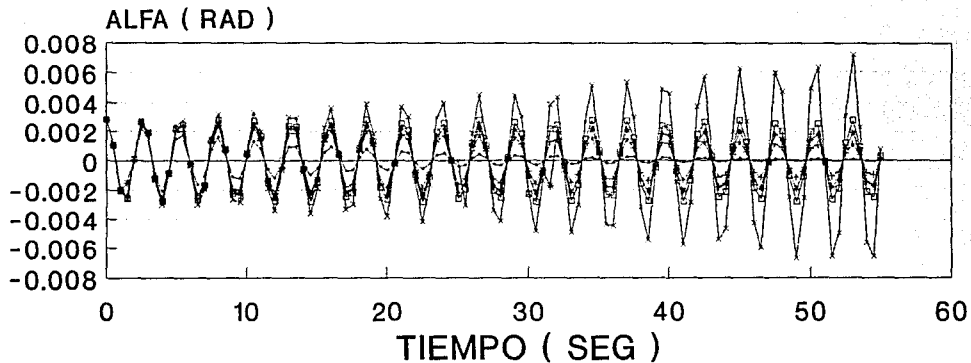
—x— ef=-.0025 et=-.0075

V/NB=4.002 OPCION 1  
DESPLAZAMIENTOS h  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4E

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



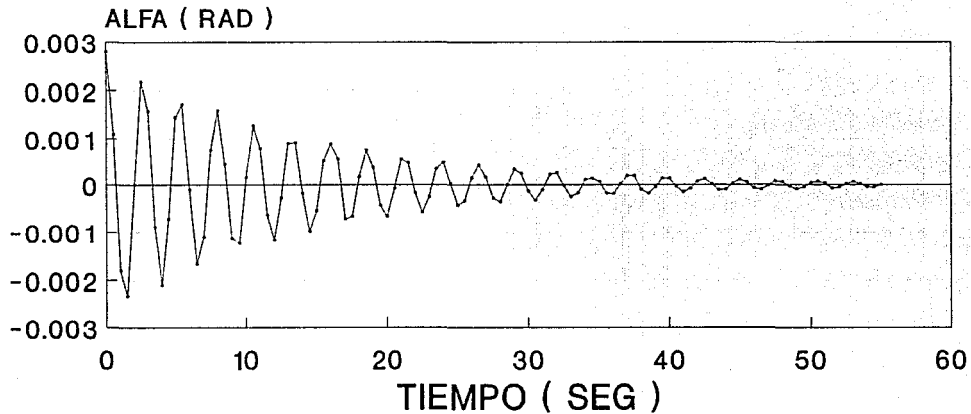
— ef=0.0100 et=0.0300 — ef=0.0025 et=0.0075 — ef=0.0010 et=0.0030  
 —□— ef=0.0000 et=0.0000 — ef=-.0025 et=-.0075

V/NB=4.002 OPCION 1  
 ROTACIONES ALFA  
 ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-1F

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



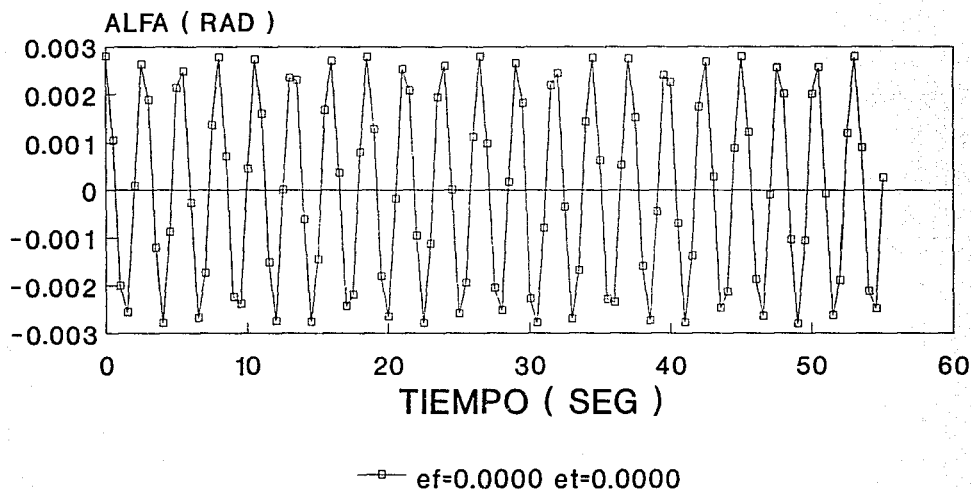
— ef=0.0100 et=0.0300

V/NB=4.002 OPCION 1  
ROTACIONES ALFA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2F

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

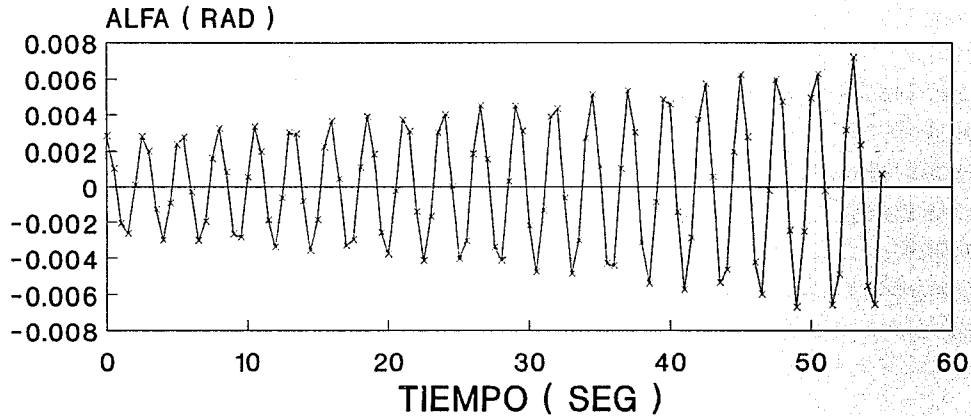


V/NB=4.002 OPCION 1  
ROTACIONES ALFA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-3F

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



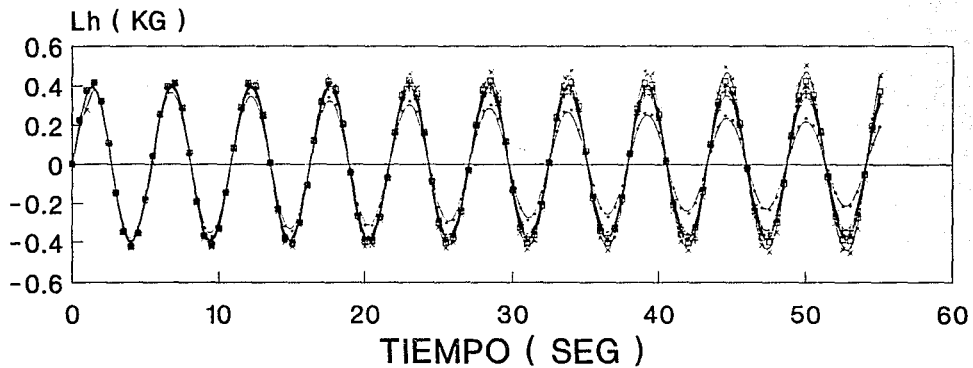
—\*— ef=-.0025 et=-.0075

V/NB=4.002 OPCION 1  
ROTACIONES ALFA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4F

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



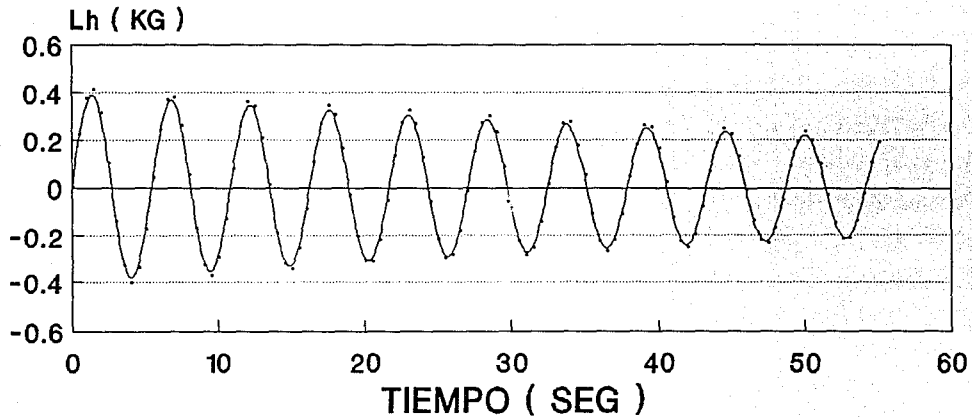
—  $ef=0.0100$   $et=0.0300$  —  $ef=0.0025$   $et=0.0075$  —  $ef=0.0010$   $et=0.0030$   
 —  $ef=0.0000$   $et=0.0000$  —  $ef=-.0025$   $et=-.0075$

V/NB=4.002 OPCION 1  
 FUERZAS  $L_h$   
 ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-1G

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



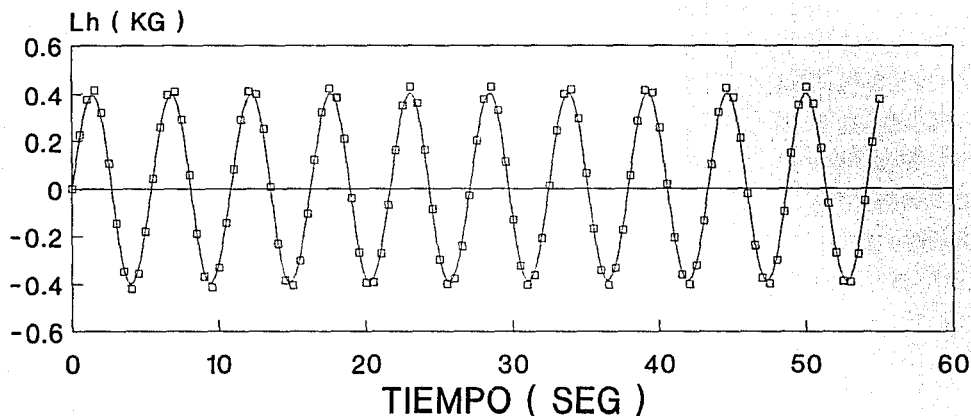
— ef=0.0100 et=0.0300

V/NB-4.002 OPCION 1  
FUERZAS  $L_h$   
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2G

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



—□— ef=0.0000 et=0.0000

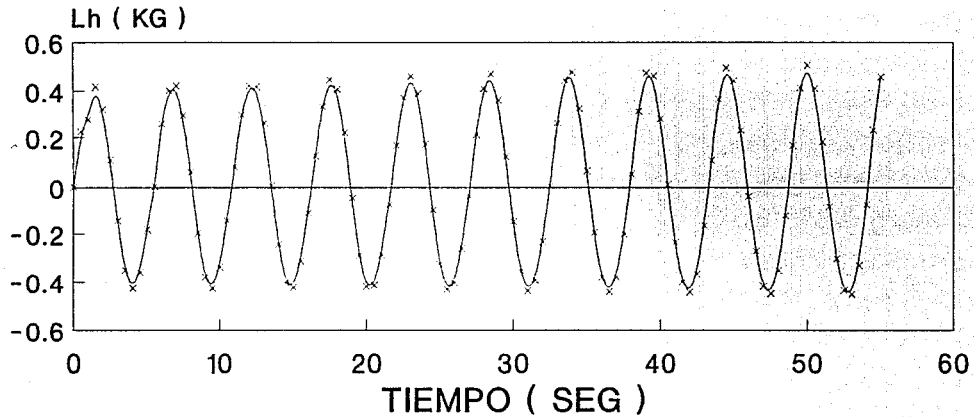
V/NB=4.002 OPCION 1  
FUERZAS Lh  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-36



# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



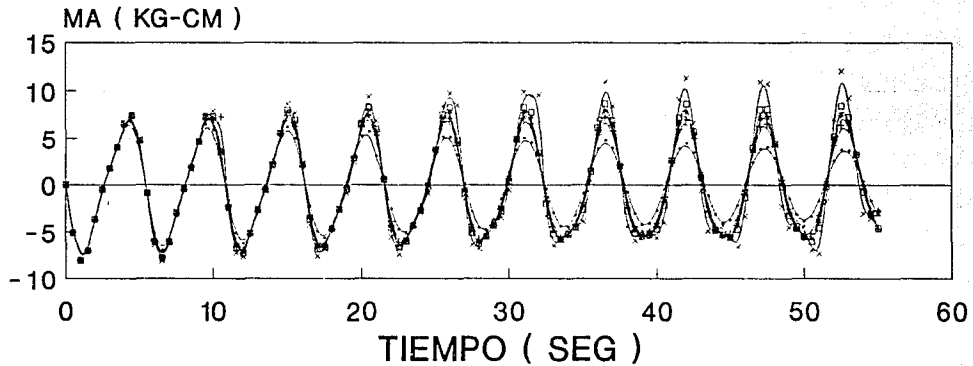
— x — ef=-.0025 et=-.0075

V/NB-4.002 OPCION 1  
FUERZAS  $L_h$   
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4G

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

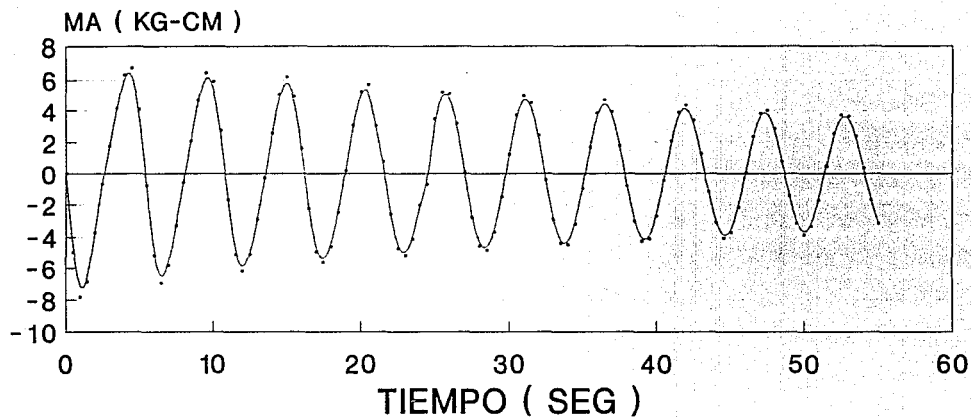


V/NB=4.002 OPCION 1  
 MOMENTOS MA  
 ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-1H

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



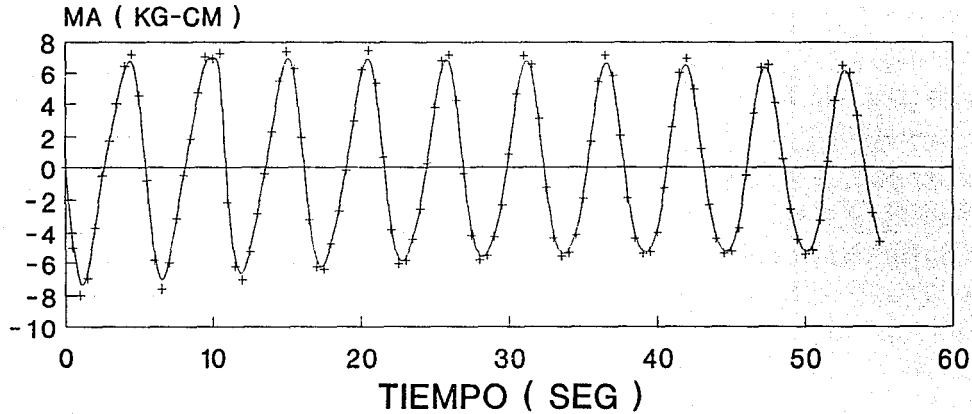
— ef=0.0100 et=0.0300

V/NB=4.002 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2H

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



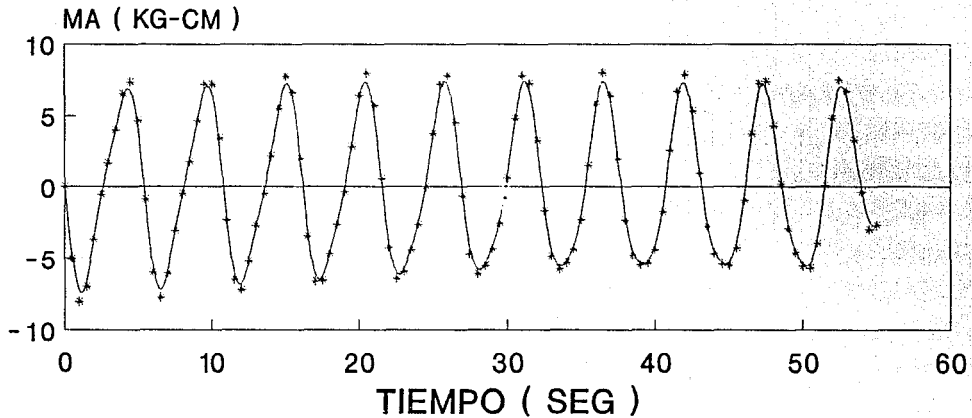
—+ ef=0.0025 et=0.0075

V/NB=4.002 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-3H

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



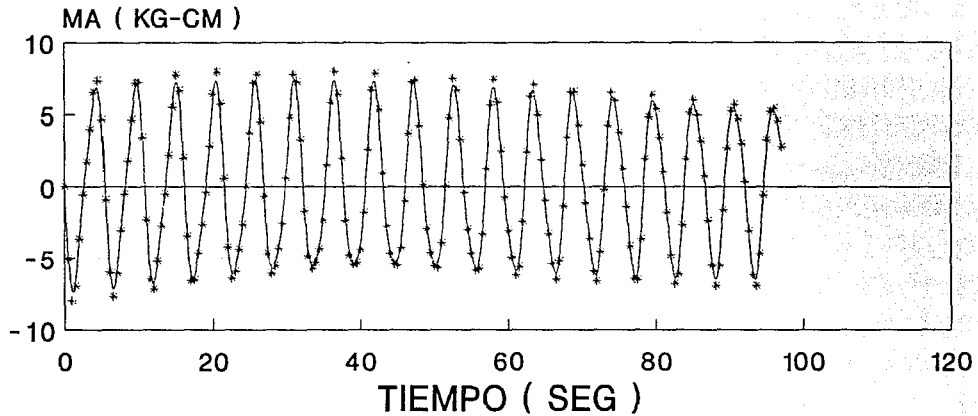
—+ ef=0.0010 et=0.0030

V/NB=4.002 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG C-4H

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



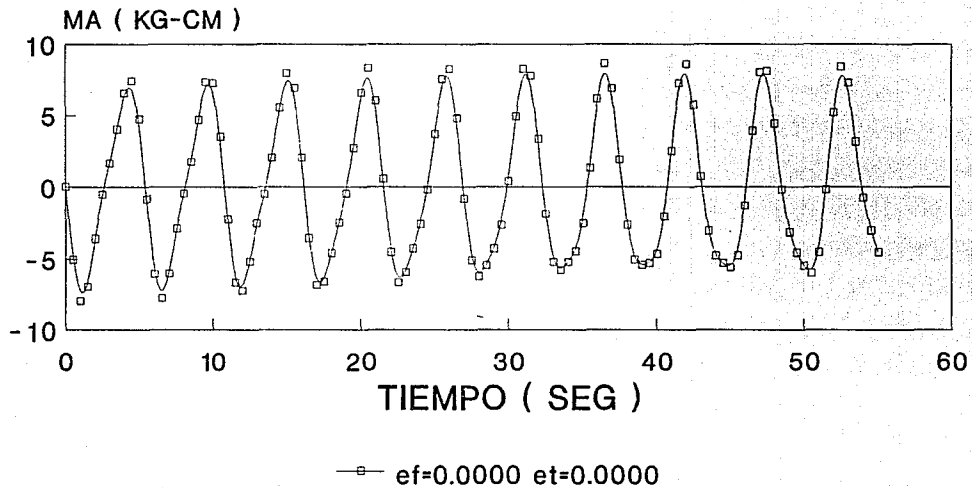
—\*— ef=0.0010 et=0.0030

V/NB=4.002 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4H

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

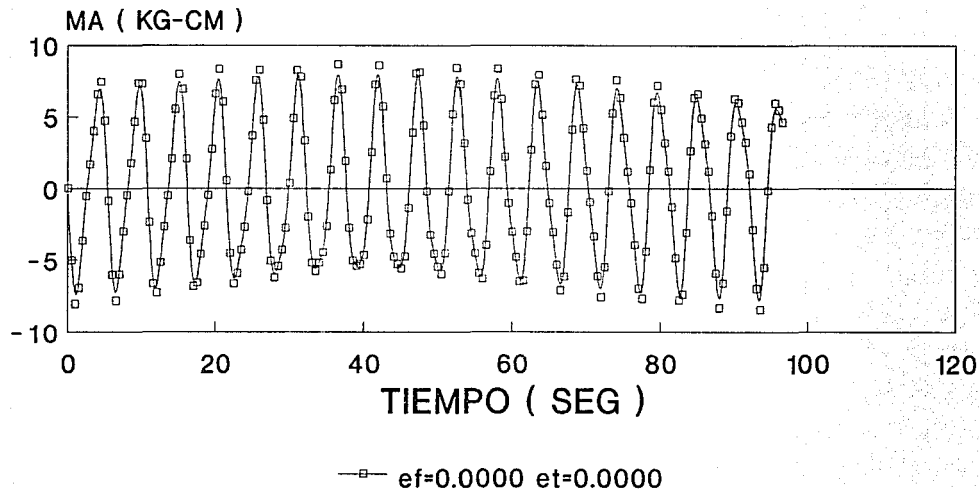


V/NB=4.002 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-5H

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



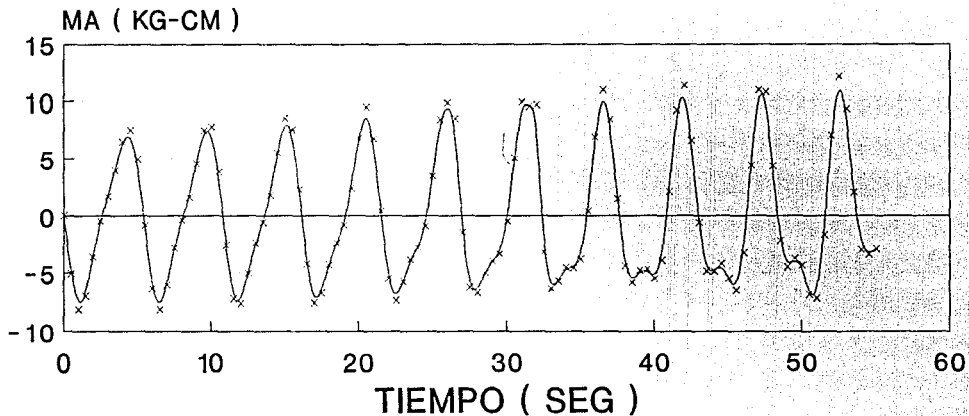
V/NB=4.002 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-5H



# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



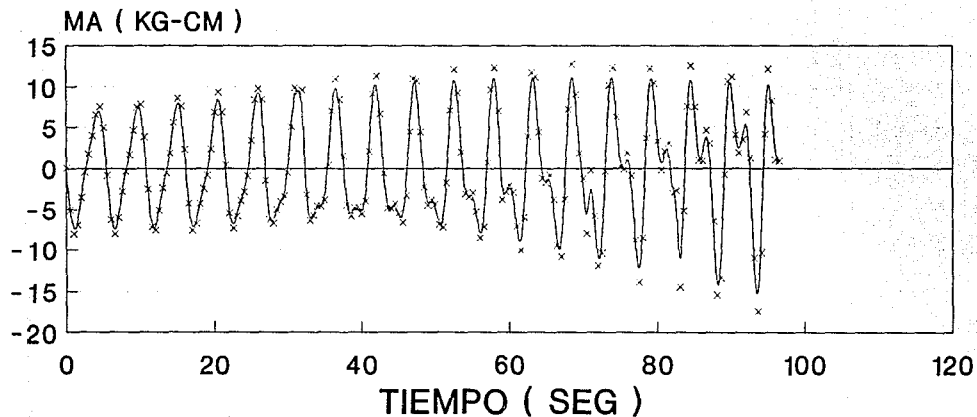
—x ef=-.0025 et=-.0075

V/NB=4.002 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-6H

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



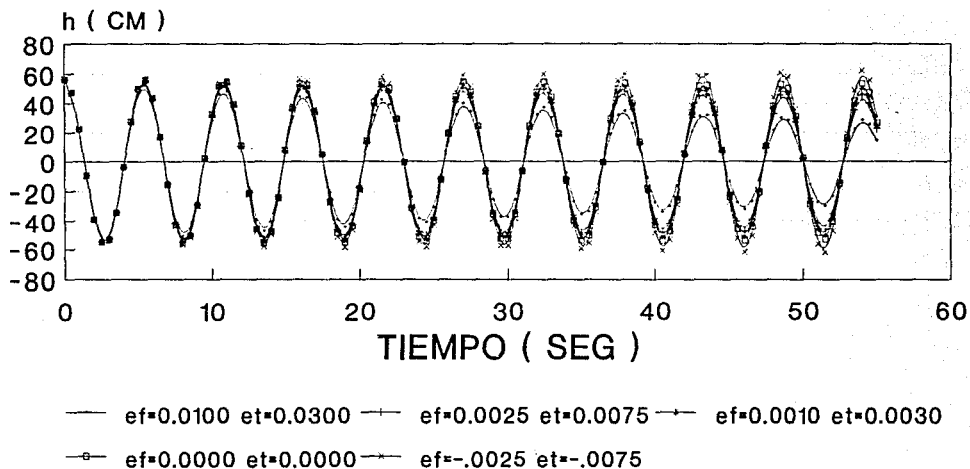
—x— ef=-.0025 et=-.0075

V/NB=4.002 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-6H

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



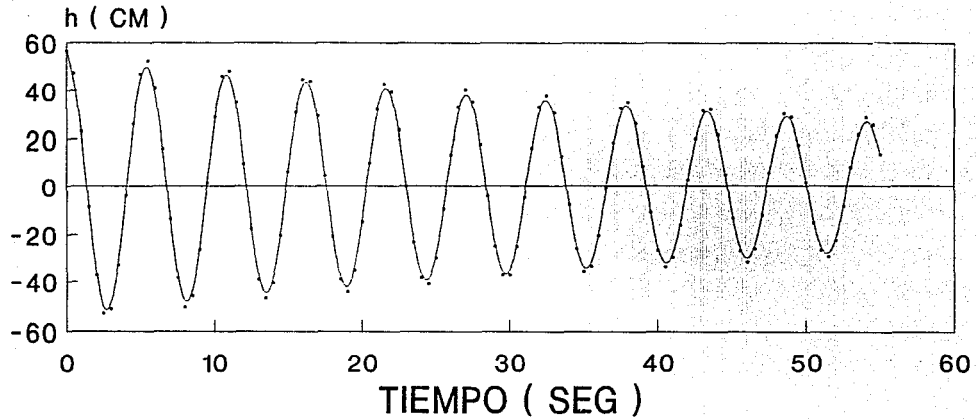
V/NB=5.832 OPCION 1  
 DESPLAZAMIENTOS h  
 ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-1I

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

151



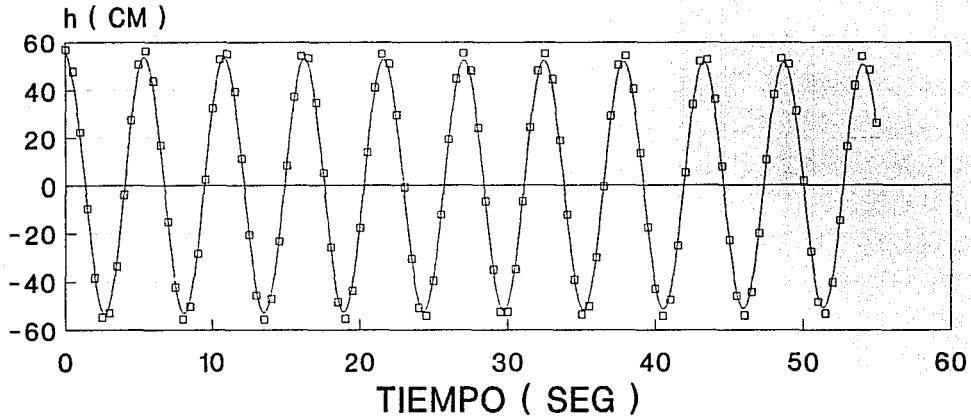
— ef=0.0100 et=0.0300

V/NB-5.832 OPCION 1  
DESPLAZAMIENTOS h  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2I

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



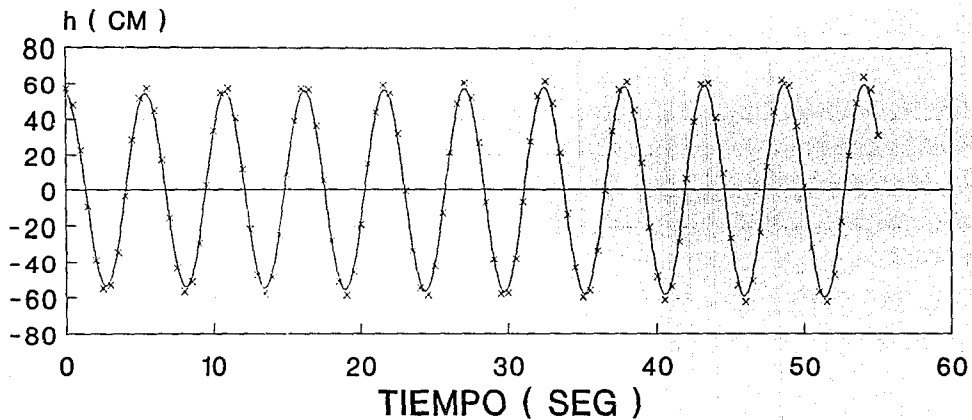
—□— ef=0.0000 et=0.0000

V/NB=5.832 OPCION 1  
DESPLAZAMIENTOS h  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-3I

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



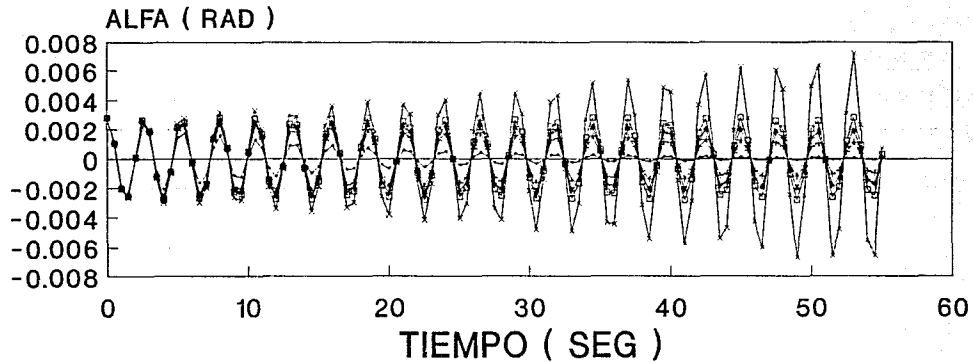
—x— ef=-.0025 et=-.0075

V/NB=5.832 OPCION 1  
DESPLAZAMIENTOS h  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4I

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



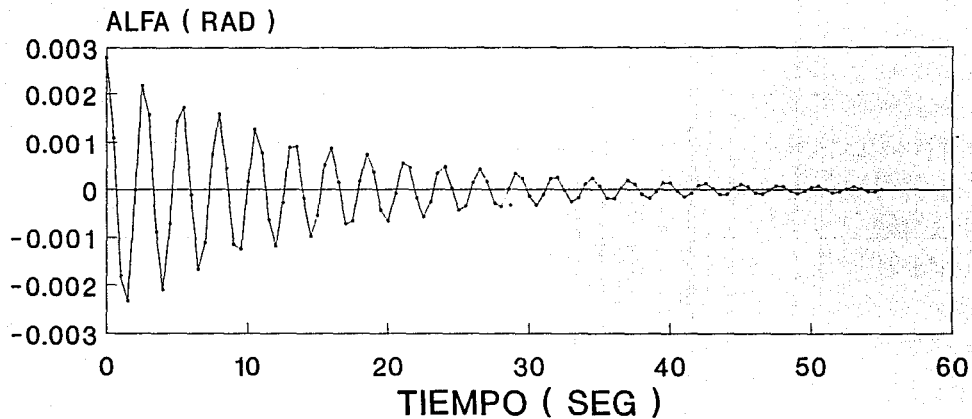
—  $ef=0.0100$   $et=0.0300$  —  $ef=0.0025$   $et=0.0075$  —  $ef=0.0010$   $et=0.0030$   
—  $ef=0.0000$   $et=0.0000$  —  $ef=-0.0025$   $et=-0.0075$

V/NB-5.832 OPCION 1  
ROTACIONES ALFA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-1J

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



— ef=0.0100 et=0.0300

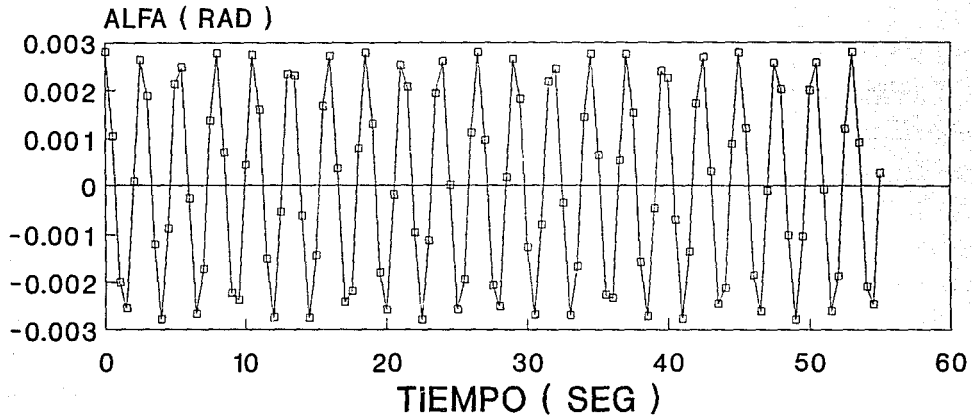
V/NB=5.832 CASO 1  
ROTACIONES ALFA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2J



# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



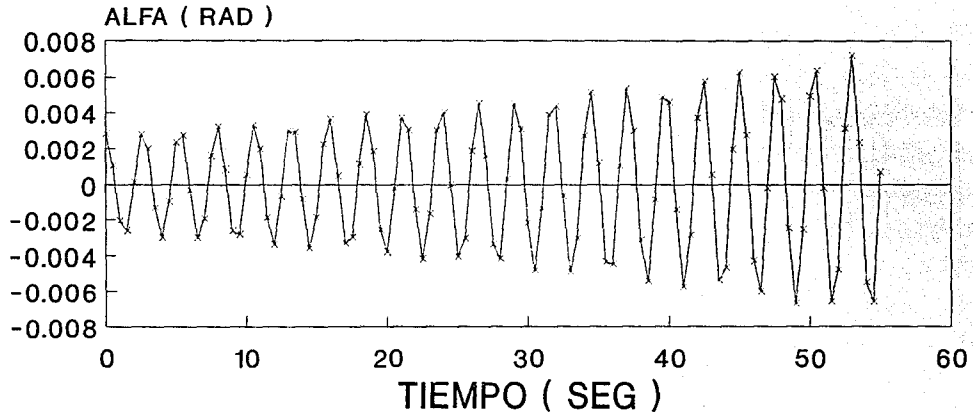
—□— ef=0.0000 et=0.0000

V/NB-5.832 CASO 1  
ROTACIONES ALFA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-3J

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



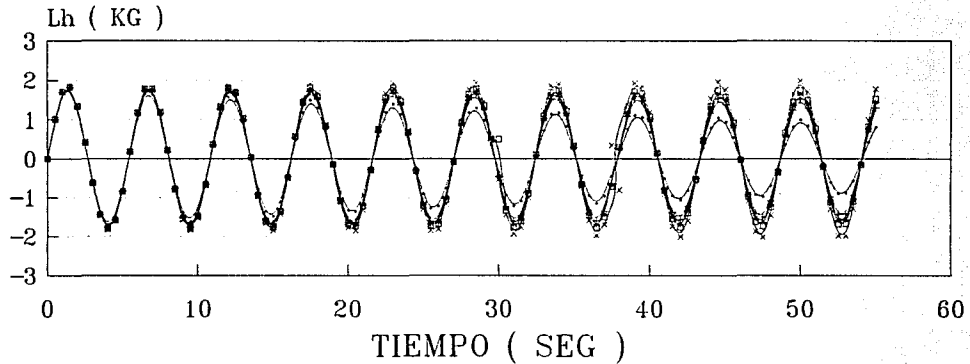
—x— ef=-.0025 et=-.0075

V/NB-5.832 CASO 1  
ROTACIONES ALFA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4J

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



— ef=0.0100 et=0.0300    — ef=0.0025 et=0.0075    — ef=0.0010 et=0.0030  
 —□— ef=0.0000 et=0.0000    — ef=-.0025 et=-.0075

V/NB=5.832 OPCION 1  
 FUERZAS Lh  
 ING. ROLANDO REYES GRECO

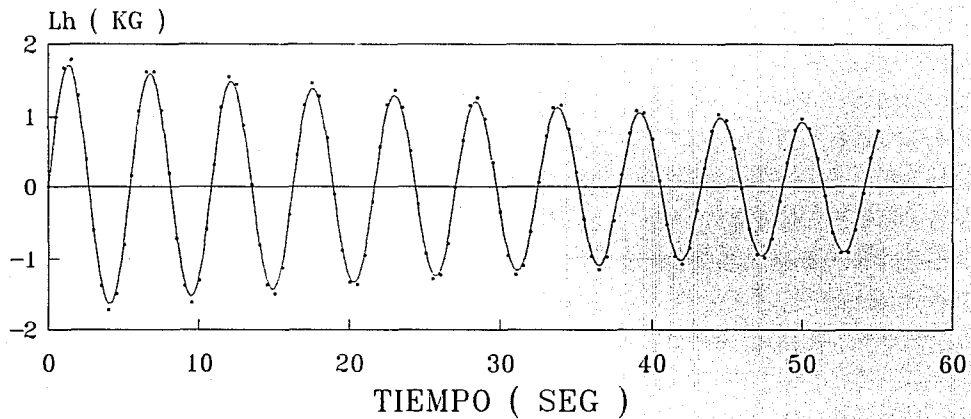
FIG C-1K

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD

### AERODINAMICA

159



— ef=0.0100 et=0.0300

V/NB=5.832 OPCION 1  
FUERZAS Lh  
ING. ROLANDO REYES GRECO

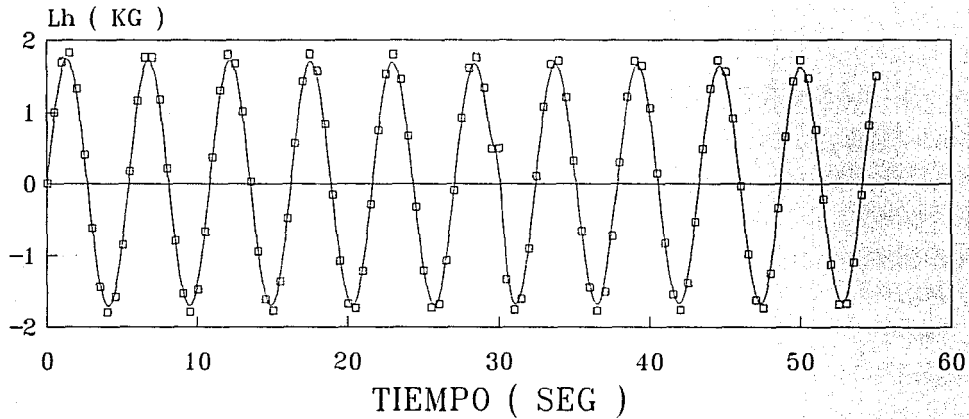
FIG. C-2K

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD

### AERODINAMICA

160



—□— ef=0.0000 et=0.0000

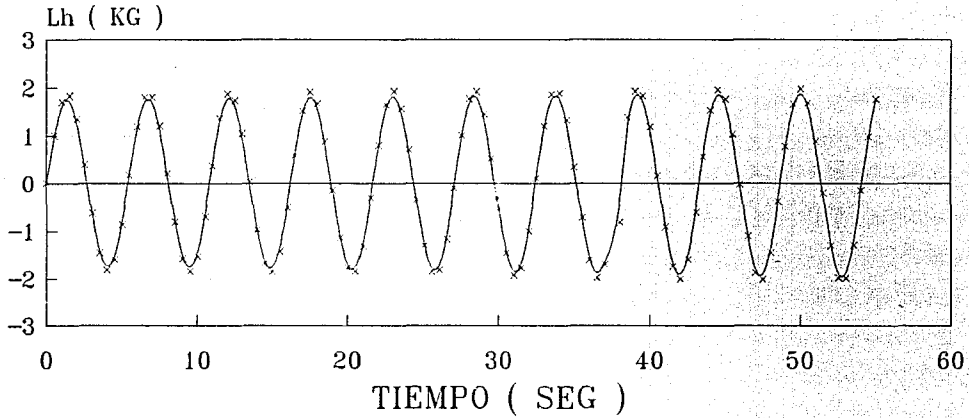
V/NB=5.832 OPCION 1  
FUERZAS Lh  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-3K

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

191



→ ef=-.0025 et=-.0075

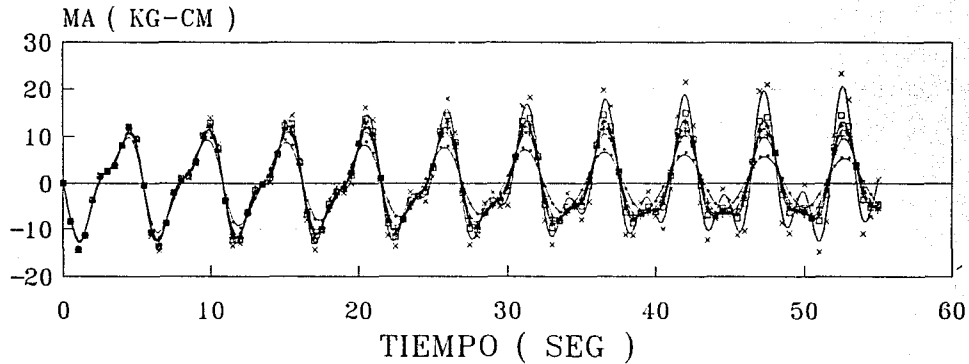
V/NB=5.832 OPCION 1  
FUERZAS  $L_h$   
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4K

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

162



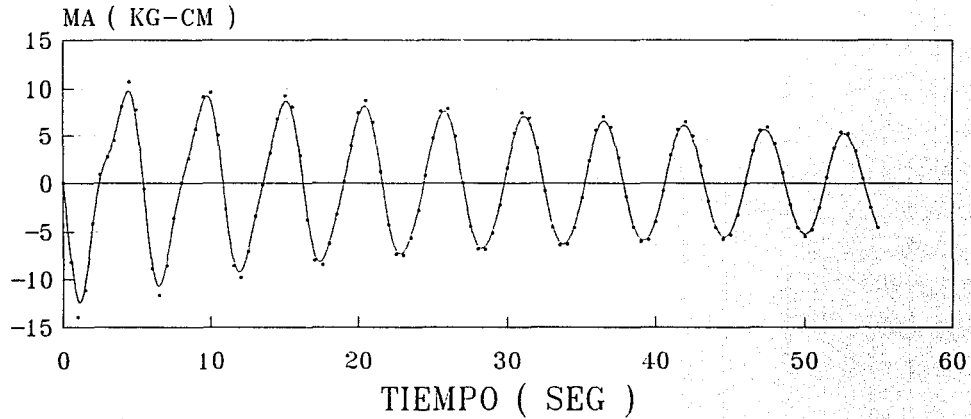
— ef=0.0100 et=0.0300    + ef=0.0025 et=0.0075    + ef=0.0010 et=0.0030  
—□ ef=0.0000 et=0.0000    \* ef=-.0025 et=-.0075

V/NB=5.832 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C1-L

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



— ef=0.0100 et=0.0300

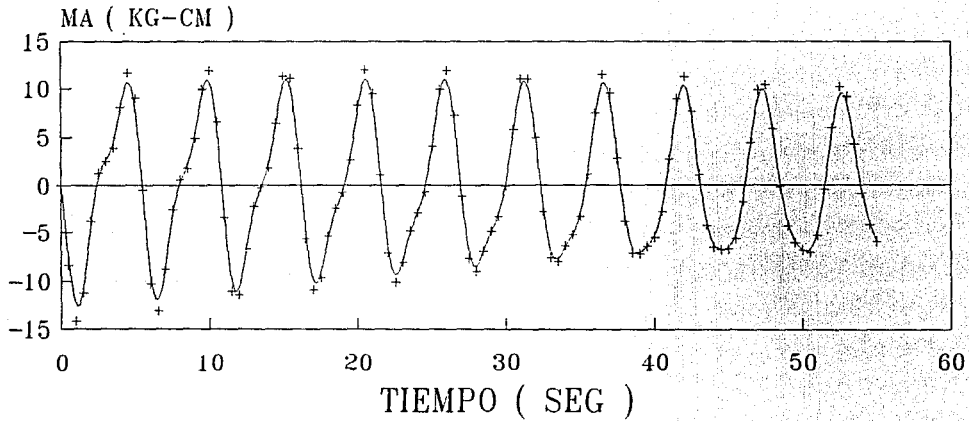
V/NB=5.832 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-2L



# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



—+ ef=0.0025 et=0.0075

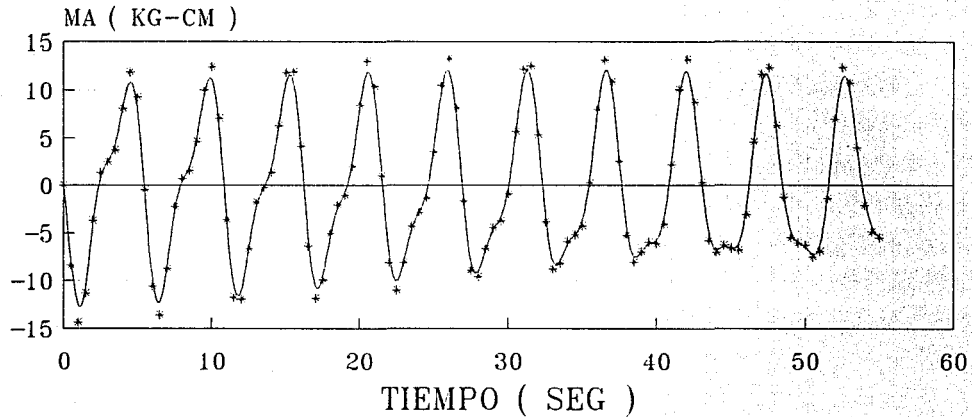
V/NB=5.832 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-3L

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD

### AERODINAMICA



—\*— ef=0.0010 et=0.0030

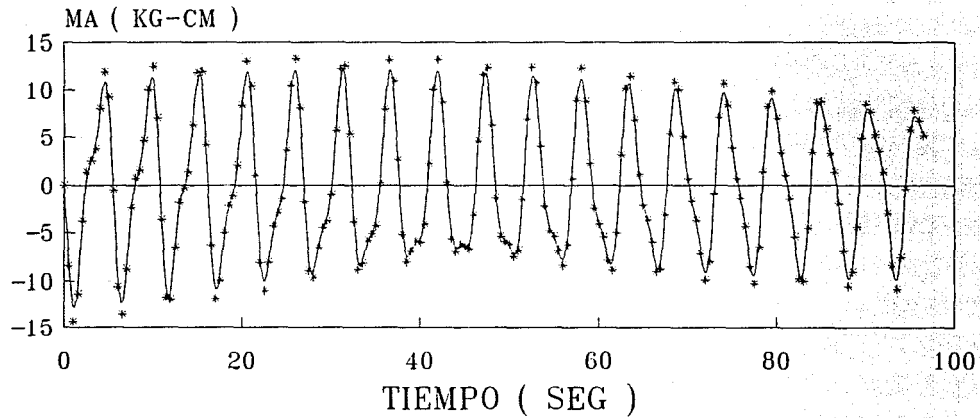
V/NB=5.832 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4L

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD

### AERODINAMICA



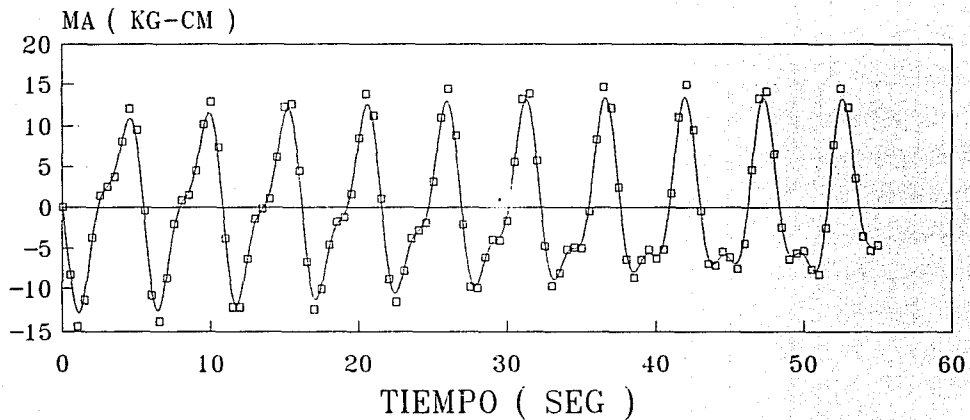
—\*— ef=0.0010 et=0.0030

V/NB=5.832 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-4L

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



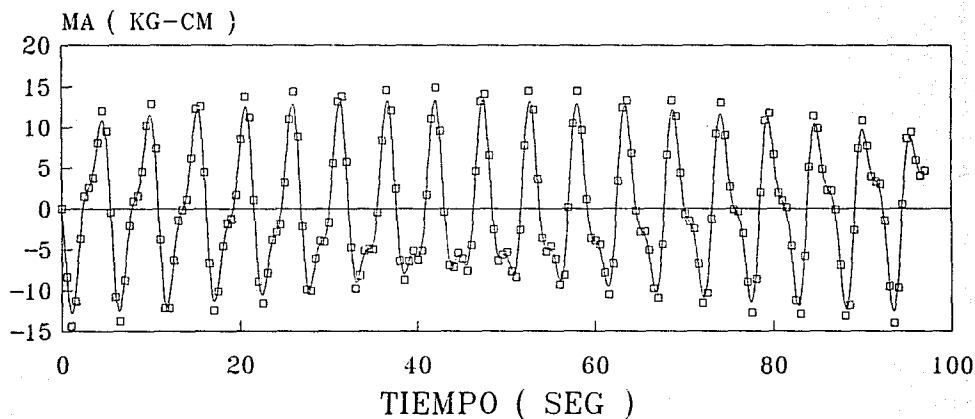
—□— ef=0.0000 et=0.0000

V/NB=5.832 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-5L

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA



—□— ef=0.0000 et=0.0000

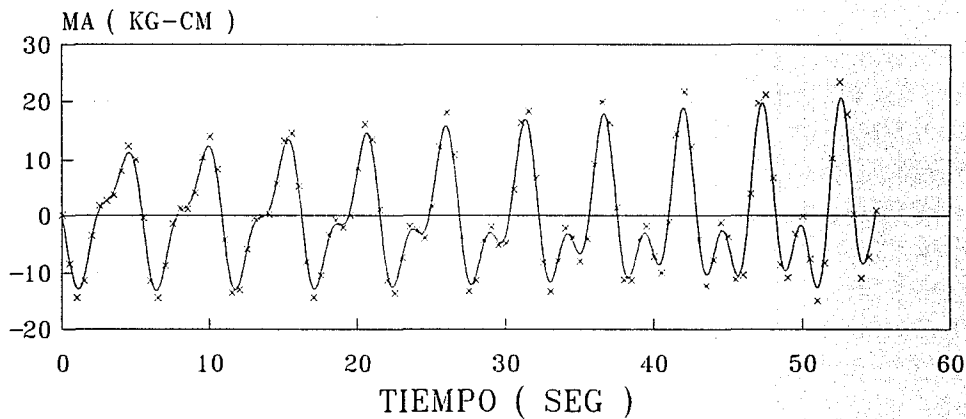
V/NB=5.832 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C5-L

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD

### AERODINAMICA



—x— ef=-.0025 et=-.0075

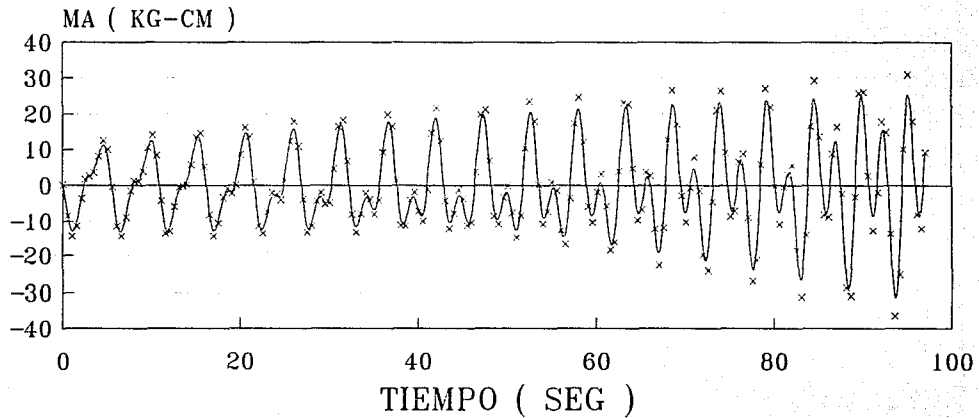
V/NB=5.832 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

FIG. C-6L

# PUENTES ATIRANTADOS

## INESTABILIDAD AERODINAMICA

170



—x— ef=-.0025 et=-.0075

V/NB=5.832 OPCION 1  
MOMENTOS MA  
ING. ROLANDO REYES GRECO

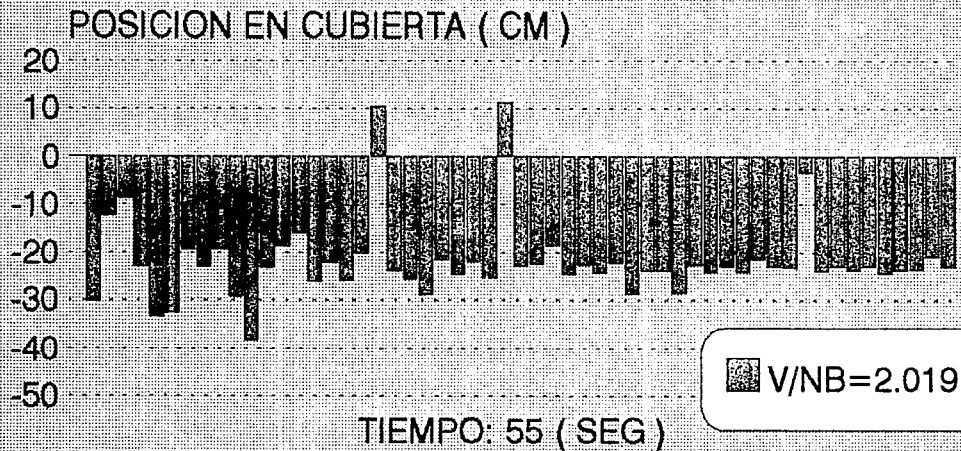
FIG. C-6L

**APENDICE D**



# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh



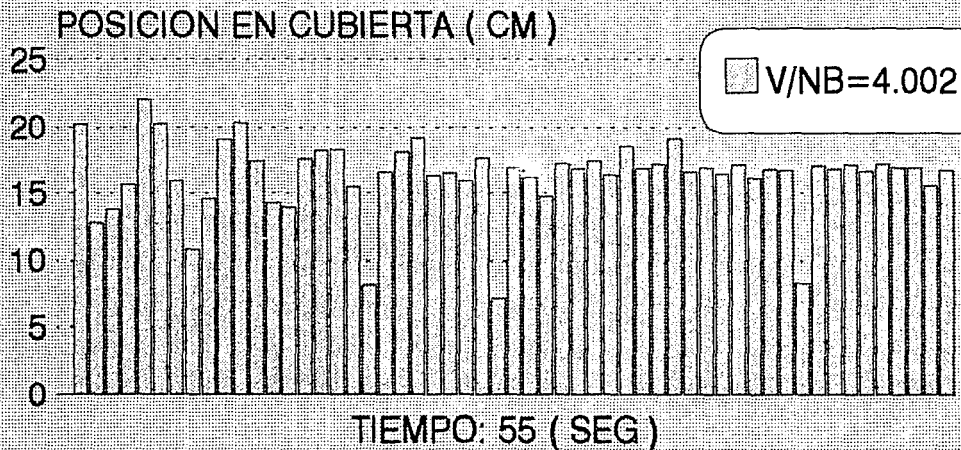
INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF=0.010 ET=0.030

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D1

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh



173

INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

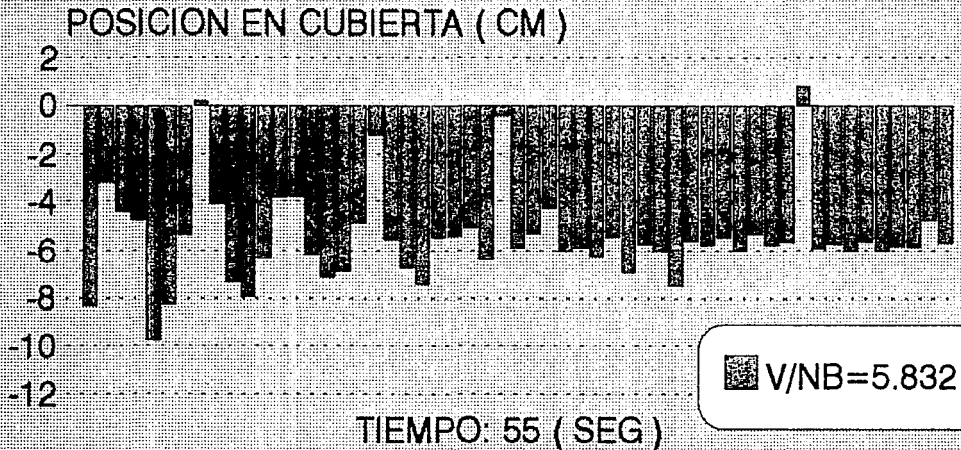
EF=0.010 ET=0.030

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D2

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh

174

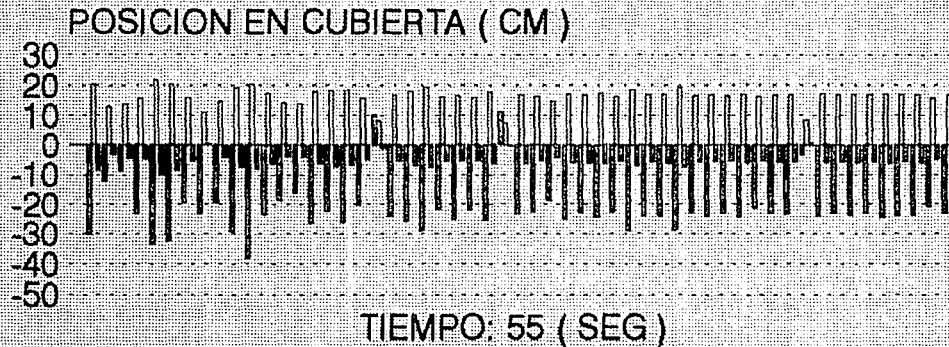


INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG  
EF=0.010 ET=0.030  
ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D3

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh

175



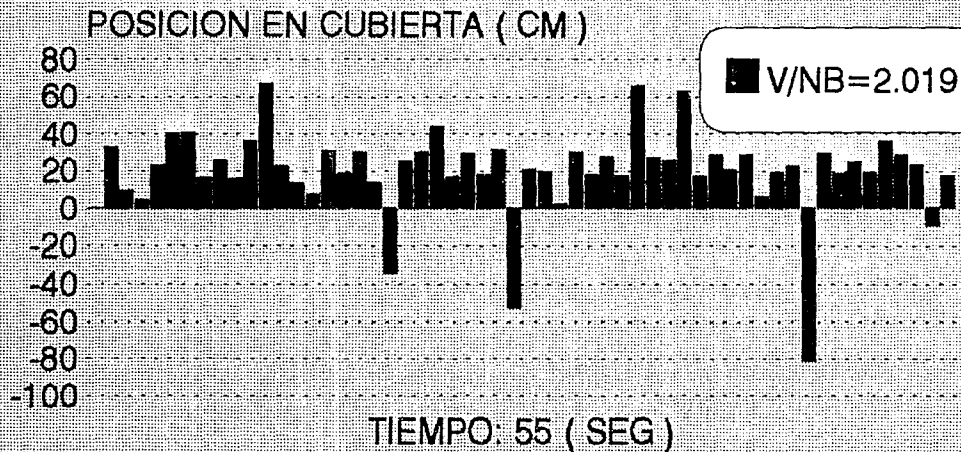
INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF=0.010 ET=0.030

ING. ROLANDO REYES GRECO   FIG. D4

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh



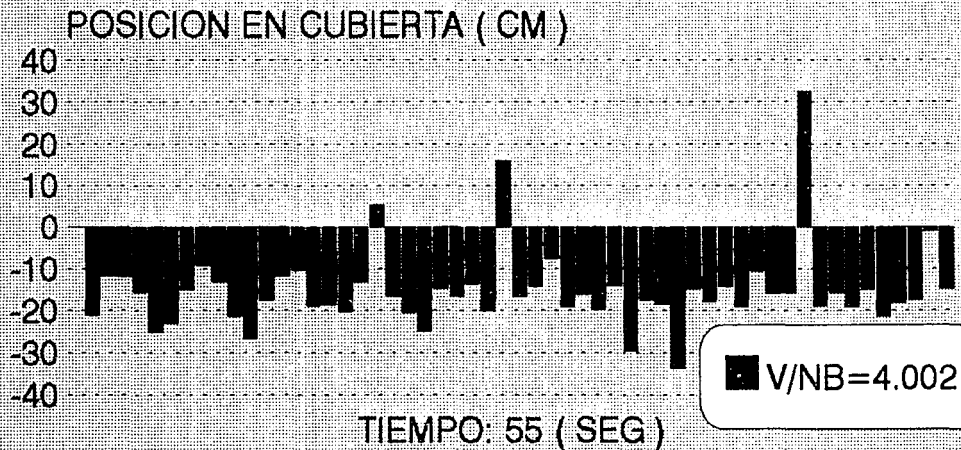
INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF=0.0025 ET=0.0075

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D5

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA  $L_h$



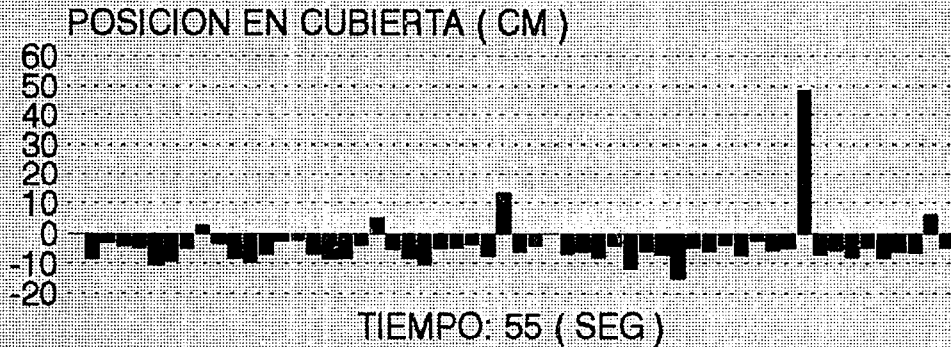
INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF=0.0025 ET=0.0075

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D6

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh



178

■  $V/NB=5.832$

INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

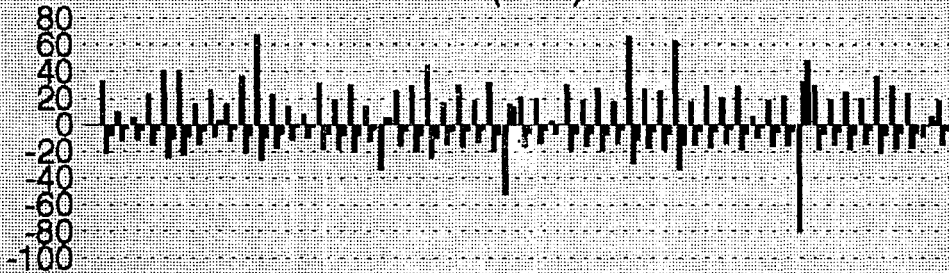
EF=0.0025 ET=0.0075

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D7

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA  $L_h$

POSICION EN CUBIERTA ( CM )



TIEMPO: 55 ( SEG )

■  $V/NB=2.019$  ■  $V/NB=4.002$  ■  $V/NB=5.832$

INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

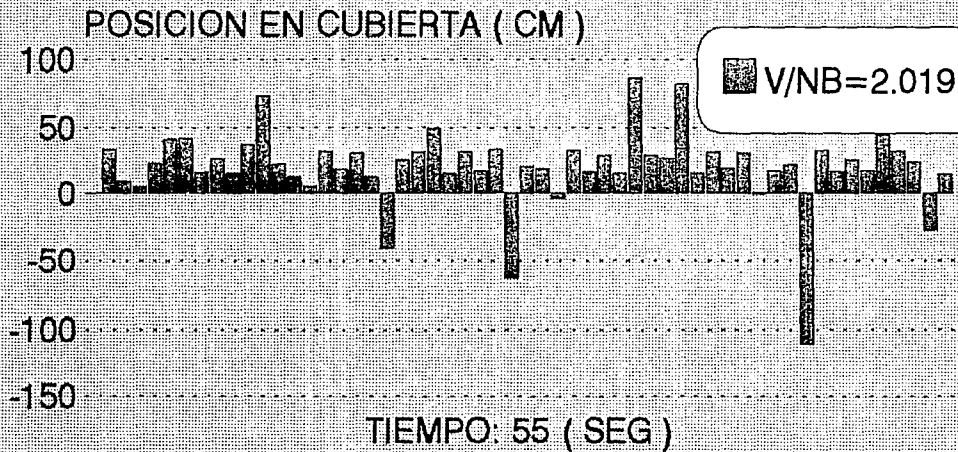
EF=0.0025 ET=0.0075

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D8



# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA  $Lh$



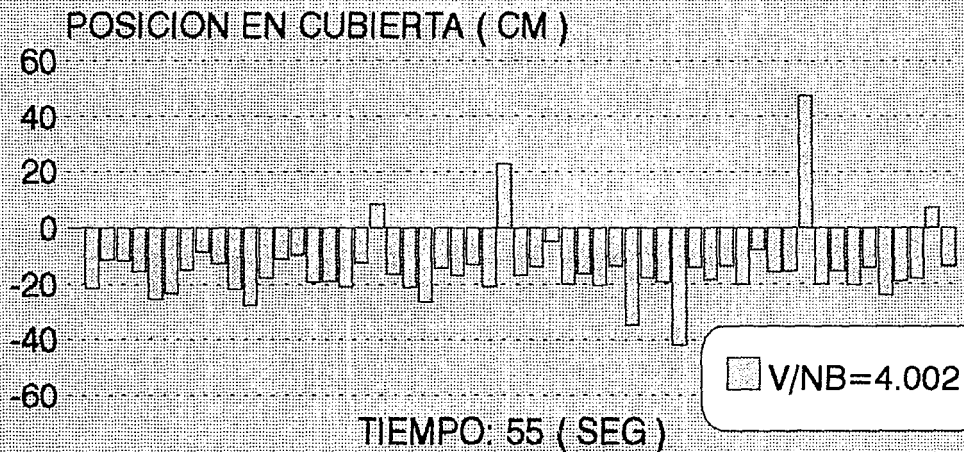
INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF=0.0010 ET=0.0030

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D9

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

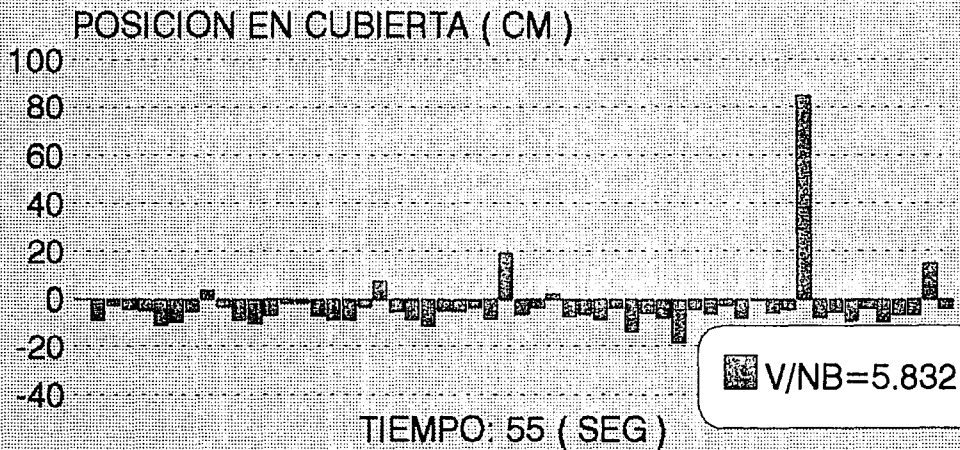
PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh



INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG  
EF=0.0010 ET=0.0030  
ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D10

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh



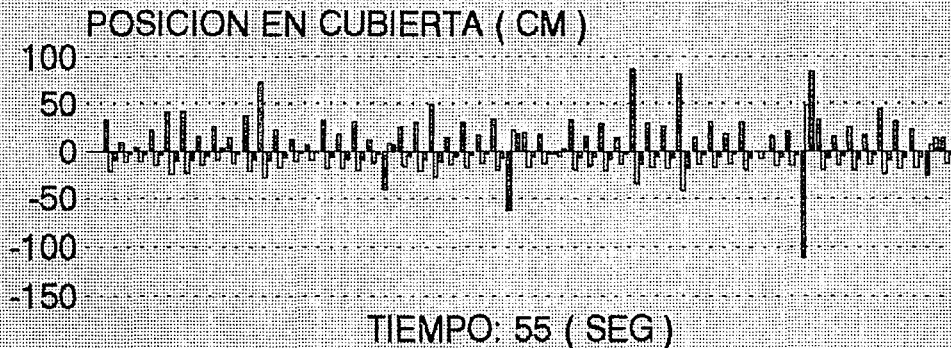
INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF=0.0010 ET=0.0030

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D11

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh



183

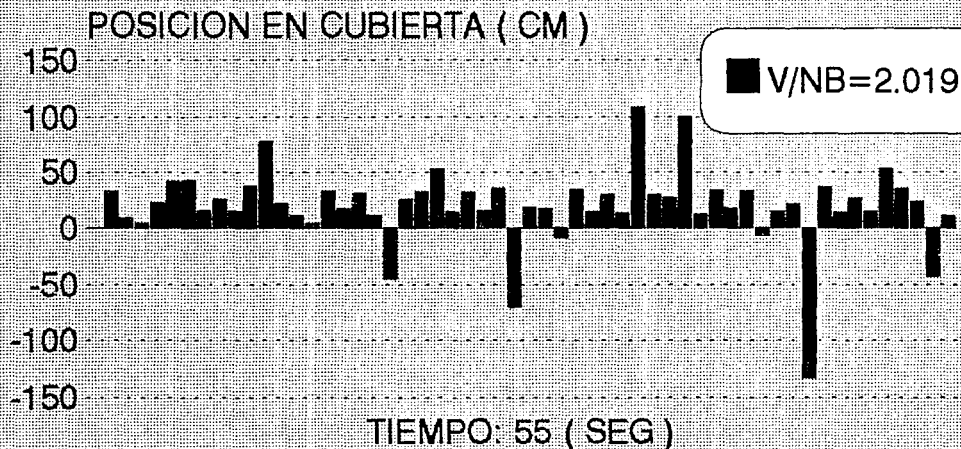
INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF=0.0010 ET=0.0030

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D12

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh

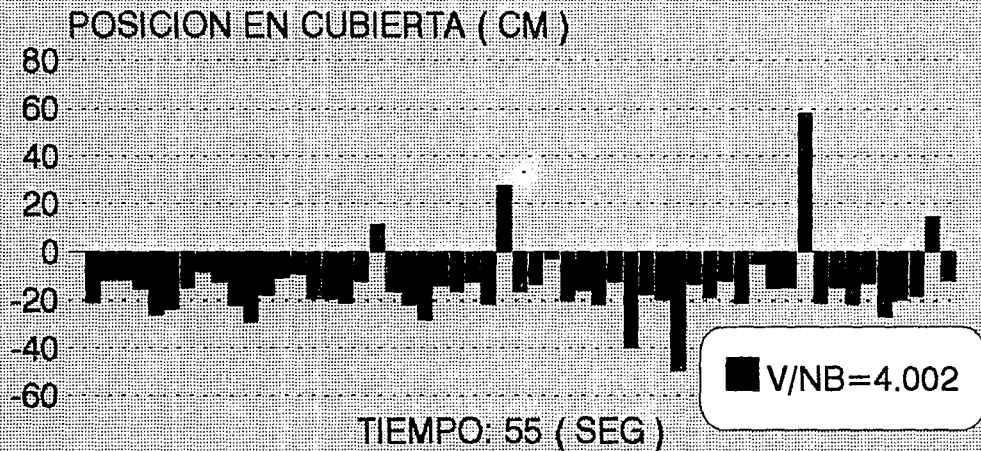


INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG  
EF=0.0000 ET=0.0000  
ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D13

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUNTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh

185



INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF=0.0000 ET=0.0000

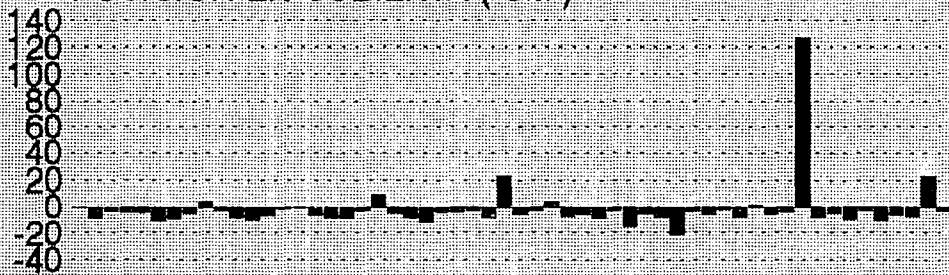
ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D14

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh

181

POSICION EN CUBIERTA ( CM )



■  $V/NB=5.832$

INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

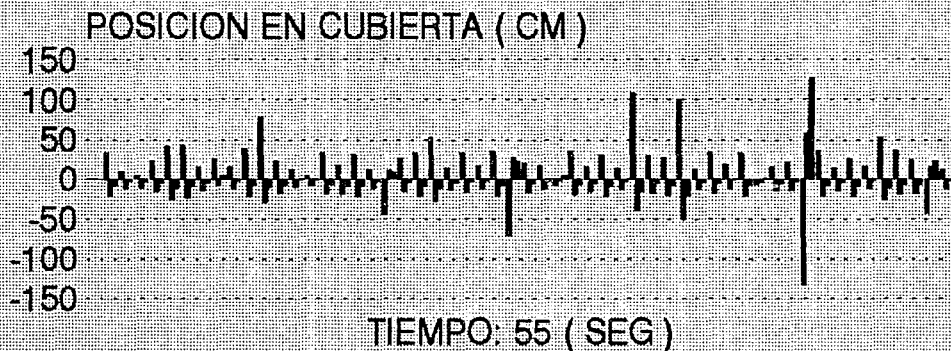
EF=0.0000 ET=0.0000

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D15

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh

187



■  $V/NB=2.019$  ■  $V/NB=4.002$  ■  $V/NB=5.832$

INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

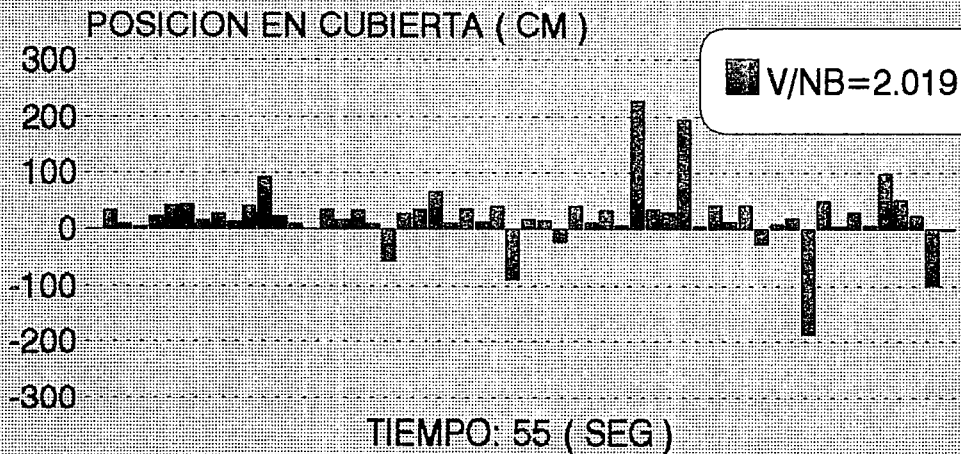
EF=0.0000 ET=0.0000

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. 016



# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA  $L_h$



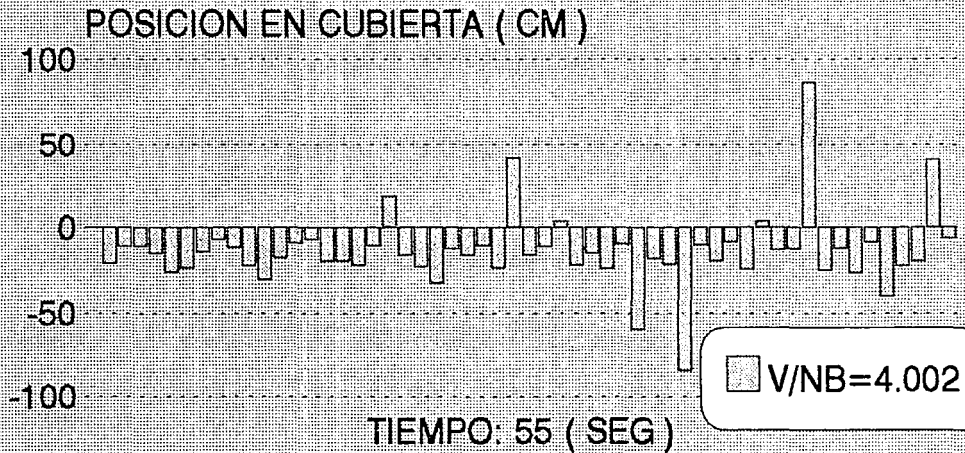
INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF= -0.0025 ET= -0.0075

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D17

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA  $L_h$



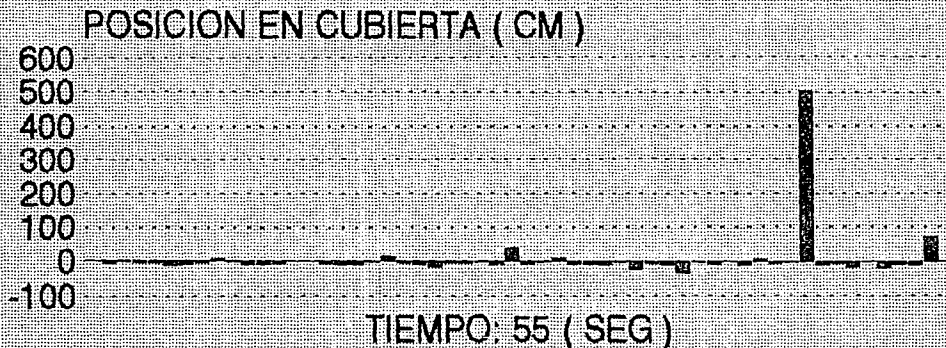
INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF= -0.0025 ET= -0.0075

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D18

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA  $L_h$



■  $V/NB=5.832$

INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

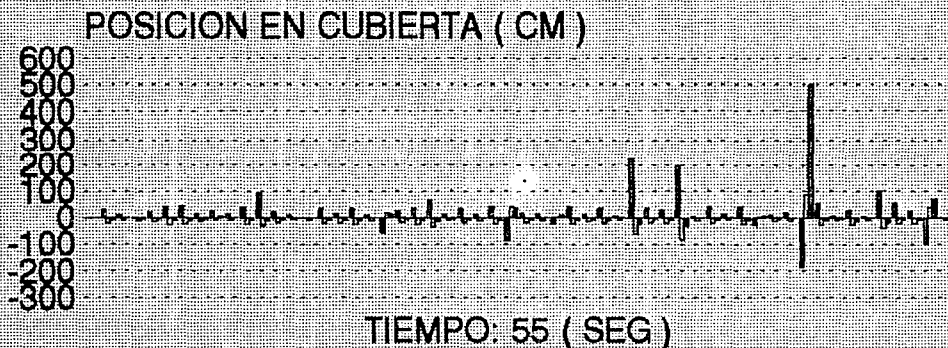
EF= -0.0025 ET= -0.0075

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D19

# INESTABILIDAD AERODINAMICA

PUENTES ATIRANTADOS  
POSICION FUERZA Lh

161



INTERVALOS DE GRAFICACION: 1 SEG

EF= -0.0025 ET= -0.0075

ING. ROLANDO REYES GRECO FIG. D20

## APENDICE E

METODO DE EULER MODIFICADO  
V/NB= 2.019

EF=0.0025 ET=0.0075

TIEMPO SEG	h CMS	AL RAD	LH KG	MA KG-CM	EXC CM
1					33.07885
1.999999					9.667817
2.999998					5.014446
3.999997					23.12805
5.000001					40.87494
6.000005					41.06573
7.000009					16.43505
8.000012					25.58942
9.000016					15.94365
10.00002					36.11337
11.00002					67.09135
12.00003					22.76681
13.00003					13.55363
14.00004					7.61237
15.00004					31.1144
16.00004					18.90928
17.00003					30.11887
18.00001					14.37941
19					-34.15282
19.99998					25.48175
20.99997					30.07736
21.99995					44.26597
22.99994					16.93739
23.99992					29.53153
24.9999					18.3315
25.99989					31.56804
26.99987					-52.6104
27.99986					20.89144
28.99984					19.60893
29.99983					2.288771
30.99981					30.377
31.9998					18.37436
32.99978					27.69529
33.99977					17.4243
34.99975					66.04707
35.99974					27.24416
36.99972					25.84763
37.99971					63.36442
38.99969					17.5268
39.99968					28.91229
40.99966					20.56589
41.99965					28.7593
42.99963					6.431555
43.99961					19.35733
44.9996					22.46073
45.99958					-79.71792
46.99957					29.68359
47.99955					18.99321
48.99954					25.18626
49.99952					19.51129
50.99951					36.46201
51.99949					28.96315
52.99948					23.82412
53.99946					-9.153924
54.99945					18.05012

55.99943  
56.99942  
57.9994  
58.99939  
59.99937  
60.99936  
61.99934  
62.99932  
63.99931  
64.99937  
65.99943  
66.99949  
67.99955  
68.99961  
69.99967  
70.99973  
71.99979  
72.99986  
73.99992  
74.99998  
76.00004  
77.0001  
78.00016  
79.00022  
80.00028  
81.00034  
82.0004  
83.00047  
84.00053  
85.00059  
86.00065  
87.00071  
88.00077  
89.00083  
90.00089  
91.00095  
92.00101  
93.00108  
94.00114  
95.0012  
96.00126  
97.00132  
98.00138  
99.00144  
100.0015

28.02534  
23.90332  
26.8801  
15.3545  
17.57141  
23.93947  
36.18961  
29.15099  
19.72492  
18.55441  
21.01005  
30.00187  
31.63626  
22.7571  
17.70878  
18.39433  
27.2197  
-7.102873  
25.5381  
18.95183  
13.92977  
24.7564  
26.68718  
28.90736  
20.39024  
32.83173  
22.15047  
27.20748  
40.99168  
22.14918  
21.95607  
18.3612  
26.54659  
18.46668  
24.49459  
20.84585  
-14.41932  
25.24879  
24.29323  
29.33283  
20.95277  
27.65681  
23.11794  
25.69289  
-6.385626

METODO DE EULER MODIFICADO  
V/NB= 5.832

EF=0.0025 ET=0.0075

TIEMPO SEG	h CMS	AL RAD	LH KG	MA KG-CM	EXC CM
1					-8.458825
1.999999					-2.907818
2.999998					-4.134479
3.999997					-4.539281
5.000001					-10.72872
6.000005					-9.029776
7.000009					-5.088532
8.000012					2.830736
9.000016					-3.271238
10.00002					-8.259523
11.00002					-9.55738
12.00003					-6.66208
13.00003					-2.270301
14.00004					-2.049898
15.00004					-6.659348
16.00004					-8.376023
17.00003					-8.086048
18.00001					-3.632861
19					5.259899
19.99998					-5.216534
20.99997					-8.22976
21.99995					-10.19016
22.99994					-4.819946
23.99992					-4.735414
24.9999					-3.589242
25.99989					-7.655231
26.99987					13.5122
27.99986					-6.089107
28.99984					-3.983414
29.99983					.1149074
30.99981					-6.844198
31.9998					-6.087778
32.99978					-7.835546
33.99977					-4.147285
34.99975					-11.67144
35.99974					-5.738465
36.99972					-7.08379
37.99971					-14.94555
38.99969					-4.68392
39.99968					-5.876622
40.99966					-3.753309
41.99965					-7.217809
42.99963					-2.302221
43.99961					-5.610437
44.9996					-4.843068
45.99958					48.59139
46.99957					-6.943546
47.99955					-5.494062
48.99954					-7.792547
49.99952					-4.529051
50.99951					-8.242807
51.99949					-6.217689
52.99948					-6.454506
53.99946					6.281822
54.99945					-4.596872



55.99943	-6.214615
56.99942	-3.497004
57.9994	-6.889057
58.99939	-3.919906
59.99937	-5.098594
60.99936	-5.337256
61.99934	-10.05114
62.99932	-7.026
63.99931	-5.302455
64.99937	-8.946175
65.99943	-4.820066
66.99949	-7.261445
67.99955	-6.845221
68.99961	-6.072427
69.99967	-3.391246
70.99973	-4.49498
71.99979	-6.318511
72.99986	-14.10474
73.99992	-6.635718
74.99998	-4.595478
76.00004	-4.189922
77.0001	-5.647433
78.00016	-7.244067
79.00022	-7.16159
80.00028	-5.25033
81.00034	-5.233252
82.0004	-5.046906
83.00047	-6.767664
84.00053	-8.61952
85.00059	-5.82124
86.00065	-4.830952
87.00071	-4.279024
88.00077	-6.336196
89.00083	-5.720583
90.00089	-6.435474
91.00095	-4.97842
92.00101	3.408945
93.00108	-5.859602
94.00114	-6.423333
95.0012	-7.519434
96.00126	-5.252048
97.00132	-6.045381
98.00138	-5.229333
99.00144	-6.465652
100.0015	1.64207

## METODO DE EULER MODIFICADO

EF=0.0000 ET=0.0000

V/NB= 5.832

TIEMPO SEG	h CMS	AL RAD	LH KG	MA KG-CM	EXC CM
1					-8.506172
1.999999					-2.805163
2.999998					-4.035435
3.999997					-4.463042
5.000001					-11.11505
6.000005					-9.347047
7.000009					-5.001997
8.000012					4.003411
9.000016					-2.899217
10.00002					-8.666513
11.00002					-10.29125
12.00003					-6.825886
13.00003					-1.495976
14.00004					-1.155772
15.00004					-6.888541
16.00004					-9.022521
17.00003					-8.740041
18.00001					-2.954114
19					8.842218
19.99998					-5.022656
20.99997					-9.111205
21.99995					-11.88878
22.99994					-4.412152
23.99992					-4.292313
24.9999					-2.579956
25.99989					-8.538434
26.99987					23.00727
27.99986					-6.230049
28.99984					-2.993758
29.99983					3.54931
30.99981					-7.475011
31.9998					-6.243321
32.99978					-9.098936
33.99977					-3.048198
34.99975					-15.78798
35.99974					-5.715392
36.99972					-8.013543
37.99971					-21.55806
38.99969					-3.798845
39.99968					-5.969367
40.99966					-2.009999
41.99965					-8.448956
42.99963					.8816087
43.99961					-5.425298
44.9996					-3.934906
45.99958					126.7806
46.99957					-8.120907
47.99955					-5.165282
48.99954					-9.840833
49.99952					-3.118509
50.99951					-11.04291
51.99949					-6.744789
52.99948					-7.228558
53.99946					23.03231
54.99945					-3.064473

55.99943	-6.79081:
56.99942	-.334483:
57.9994	-8.37413:
58.99939	-1.24655:
59.99937	-4.07805:
60.99936	-4.67195:
61.99934	-16.2024:
62.99932	-8.94314:
63.99931	-4.50727:
64.99937	-13.4424:
65.99943	-3.18255:
66.99949	-9.76902:
67.99955	-8.74488
68.99961	-6.55261:
69.99967	1.15343:
70.99973	-2.03098:
71.99979	-7.35314:
72.99986	-24.6199:
73.99992	-8.29688:
74.99998	-2.10710:
76.00004	-.803280:
77.0001	-5.35492:
78.00016	-10.3275:
79.00022	-10.1965:
80.00028	-3.99496:
81.00034	-3.98084:
82.0004	-3.25691:
83.00047	-9.12866:
84.00053	-15.7554:
85.00059	-5.87291:
86.00065	-2.30475:
87.00071	-.200828:
88.00077	-7.82556:
89.00083	-5.45141:
90.00089	-8.19557:
91.00095	-2.61621:
92.00101	30.7000:
93.00108	-6.08980:
94.00114	-8.28972:
95.0012	-12.7410:
96.00126	-3.52208:
97.00132	-6.94673:
98.00138	-3.36988:
99.00144	-8.70236:
100.0015	28.5130:

METODO DE EULER MODIFICADO

EF=-0.0025 ET=-0.0075

V/NB= 2.019

TIEMPO SEG	h CMS	AL RAD	LH KG	MA KG-CM	EXC CM
1					33.38581
1.999999					8.848749
2.999998					3.475373
3.999997					23.07218
5.000001					43.81973
6.000005					44.83519
7.000009					14.86292
8.000012					26.28587
9.000016					13.64984
10.00002					40.8049
11.00002					91.02416
12.00003					22.42888
13.00003					8.965134
14.00004					.1792474
15.00004					35.67385
16.00004					16.40603
17.00003					34.51912
18.00001					8.278502
19					-57.4107
19.99998					27.11244
20.99997					35.8246
21.99995					66.75739
22.99994					10.88456
23.99992					36.67133
24.9999					12.61181
25.99989					41.56331
26.99987					-88.57345
27.99986					17.61123
28.99984					14.20544
29.99983					-22.94532
30.99981					41.6835
31.9998					11.04268
32.99978					34.53409
33.99977					7.317836
34.99975					226.11
35.99974					34.95649
36.99972					30.35698
37.99971					197.7335
38.99969					5.514256
39.99968					42.97146
40.99966					13.15953
41.99965					42.46688
42.99963					-26.85127
43.99961					9.190726
44.9996					19.25934
45.99958					-183.4003
46.99957					50.72859
47.99955					6.266925
48.99954					30.05224
49.99952					6.341977
50.99951					98.43912
51.99949					52.78507
52.99948					24.74719
53.99946					-96.17162
54.99945					-2.053734

55.99943	50.42122
56.99942	25.80547
57.9994	42.85175
58.99939	-16.78252
59.99937	-6.530583
60.99936	25.9609
61.99934	117.2614
62.99932	65.44128
63.99931	.824117
64.99937	.9119761
65.99943	5.89976
66.99949	80.42537
67.99955	111.6841
68.99961	17.68443
69.99967	-20.56569
70.99973	-13.42164
71.99979	60.27802
72.99986	-48.30461
73.99992	41.58672
74.99998	-13.65622
76.00004	-39.7137
77.0001	36.63779
78.00016	55.58959
79.00022	92.73488
80.00028	-5.775646
81.00034	733.8204
82.0004	7.251322
83.00047	73.61453
84.00053	-11674.61
85.00059	7.949206
86.00065	2.202428
87.00071	-32.77193
88.00077	73.90672
89.00083	-23.48373
90.00089	36.43896
91.00095	-12.49225
92.00101	-133.3366
93.00108	56.20884
94.00114	34.62186
95.0012	160.2754
96.00126	-13.98321
97.00132	165.9514
98.00138	14.40176
99.00144	68.91868
100.0015	-137.5396
101.0016	-6.013942
102.0016	19.59969
103.0017	-77.62411
104.0017	93.36014
105.0018	-25.2807
106.0019	22.83194
107.0019	-11.46336
108.002	-1157.277
109.0021	99.43269
110.0021	19.32838
111.0022	704.5359
112.0022	-24.41603
113.0023	161.1364
114.0024	50.05714
115.0024	62.87421

116.0025  
117.0025  
118.0026  
119.0027  
120.0027

-80.72813  
-26.5109  
40.97506  
-528.6575  
121.9865

METODO DE EULER MODIFICADO

EF=-0.0025 ET=-0.0075

V/NB= 4.002

TIEMPO SEG	h CMS	AL RAD	LH KG	MA KG-CM	EXC CM
1					-21.4531
1.999999					-11.25125
2.999998					-11.30951
3.999997					-15.31734
5.000001					-26.67962
6.000005					-24.45819
7.000009					-14.45225
8.000012					-7.180896
9.000016					-11.92366
10.00002					-23.2113
11.00002					-31.3458
12.00003					-17.95729
13.00003					-9.406501
14.00004					-7.313744
15.00004					-20.1869
16.00004					-19.97014
17.00003					-22.80637
18.00001					-10.60061
19					18.3215
19.99998					-16.33964
20.99997					-23.87805
21.99995					-33.30527
22.99994					-12.70552
23.99992					-16.56598
24.9999					-10.54725
25.99989					-24.12269
26.99987					40.97766
27.99986					-16.4952
28.99984					-11.13917
29.99983					3.929188
30.99981					-22.50185
31.9998					-15.30242
32.99978					-24.65236
33.99977					-9.711887
34.99975					-59.66905
35.99974					-18.44459
36.99972					-22.12619
37.99971					-84.87552
38.99969					-10.23534
39.99968					-20.02074
40.99966					-8.669764
41.99965					-25.29989
42.99963					3.833107
43.99961					-13.55026
44.9996					-12.61755
45.99958					85.21487
46.99957					-26.09653
47.99955					-12.43018
48.99954					-27.37765
49.99952					-8.646482
50.99951					-40.56228
51.99949					-23.22037
52.99948					-20.34579
53.99946					40.03929
54.99945					-6.564389

55.99943	-23.19503
56.99942	-5.594065
57.9994	-26.67557
58.99939	.1265511
59.99937	-7.165851
60.99936	-14.48359
61.99934	-70.47089
62.99932	-32.20597
63.99931	-9.515956
64.99937	-33.88731
65.99943	-7.490672
66.99949	-37.78171
67.99955	-36.93684
68.99961	-17.9324
69.99967	6.234354
70.99973	-7.7629568
71.99979	-27.06365
72.99986	-29.64652
73.99992	-28.08579
74.99998	-.434167
76.00004	9.234451
77.0001	-17.4114
78.00016	-39.51447
79.00022	-44.31888
80.00028	-6.038148
81.00034	-28.14919
82.0004	-6.452222
83.00047	-37.75564
84.00053	-135.7773
85.00059	-14.20633
86.00065	-2.586705
87.00071	9.423263
88.00077	-32.36207
89.00083	-4.479948
90.00089	-29.04835
91.00095	
-3.255442E-02	
92.00101	78.91564
93.00108	-22.60806
94.00114	-29.80121
95.0012	-78.56284
96.00126	-1.625265
97.00132	-35.62355
98.00138	-6.13273
99.00144	-38.6395
100.0015	79.03271
101.0016	-8.12423
102.0016	-8.253382
103.0017	31.91874
104.0017	-40.17709
105.0018	
5.221663E-02	
106.0019	-28.04102
107.0019	.6696723
108.002	-369.8112
109.0021	-32.99559
110.0021	-22.95766
111.0022	-1023.214
112.0022	4.143928
113.0023	-42.99735



114.0024  
115.0024  
116.0025  
117.0025  
118.0026  
119.0027  
120.0027

-8.80548  
-39.6016  
34.3996  
2.13996  
-14.1771  
138.130  
-52.6474

METODO DE EULER MODIFICADO  
V/NB= 5.832

EF=-0.0025 ET=-.0075

TIEMPO SEG	h CMS	AL RAD	LH KG	MA KG-CM	EXC CM
2					-2.739102
3.999998					-4.301903
5.999997					-9.612149
7.999995					6.047329
10					-8.977453
12.00001					-7.305864
14.00002					-.2454889
16.00002					-11.00956
18.00003					-2.326558
20.00004					-4.155466
22.00005					-14.1399
24.00006					-1.920429
26.00006					-9.553725
28.00007					-7.449367
30.00008					9.474748
32.00008					-8.478996
34.00005					-1.518578
36.00002					-3.979054
37.99999					-39.33601
39.99996					-3.559391
41.99993					-10.55425
43.9999					-7.580466
45.99987					-194.0002
47.99984					-7.430178
49.99981					-.1572659
51.99978					-3.844712
53.99975					37.05309
55.99972					-4.48823
57.99969					-12.19536
59.99966					-7.529708
61.99963					-27.82408
63.9996					-6.617795
65.99957					2.154844
67.99953					-4.126609
69.9995					13.77009
71.99947					-5.380524
73.99944					-14.9592
75.99941					-6.318101
77.99938					-21.26156
79.99935					-5.670482
81.99932					6.389029
83.99929					-11.25918
85.99926					10.32928
87.99923					-6.583724
89.9992					-19.98032
91.99917					499.3611
93.99914					-20.00191
95.99911					-4.258381
97.99908					15.47671
99.99905					4.325159
101.999					10.27142
103.999					-8.552473
105.999					-30.51713
107.9989					-17.62132
109.9989					-20.53529

111.9989	-1.829286
113.9988	43.8103
115.9988	3.880928
117.9988	12.01077
119.9987	-12.20471
121.9987	-60.7336
123.9987	-17.79327
125.9986	-22.27193
127.9986	2.848485
129.9987	2068.415
131.9989	5.916484
133.999	15.57998
135.9991	-19.89042
137.9992	-391.7808
139.9993	-20.38878

**APENDICE F**

## SOLUCION NUMERICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Uno de los principales problemas del análisis numérico es resolver ecuaciones diferenciales. Existe una gran variedad de aplicaciones que llevan a ecuaciones diferenciales, pocas de las cuales pueden resolverse analíticamente.

Para la solución del sistema definido en las ecuaciones 7.1 y 7.2, se tomaron las siguientes consideraciones:

### CARACTERISTICAS DEL SISTEMA

En las ecuaciones, existen dos variables dependientes, (h) y (a); el tiempo (t) es la variable independiente. Son de segundo orden, porque la segunda derivada es la derivada más alta en cuestión. Las ecuaciones son ordinarias, porque solo existe una variable independiente. Como existen 2 variables dependientes, se tiene un sistema de ecuaciones.

### PROBLEMA CLASICO

En una ecuación diferencial de primer orden, el problema clásico del valor inicial es hallar una función  $y(x)$  que satisfaga la ecuación diferencial  $dy/dx = f(x,y)$ , y tome el valor inicial  $y(x_0) = y_0$ . Se han diseñado diferentes métodos para la solución aproximada de este problema.

El método histórico de Euler utiliza la forma simple:

$$y(k+1) = y(k) + hf[x(k), y(k)] \quad (F1)$$

donde  $h = x(k+1) - x(k)$

La solución anterior no es tan exacta y es demasiado lenta. Para esto, se utiliza una fórmula correctora que proporciona mejoramientos sucesivos:

$$y(k+1) = y(k) + \frac{1}{2}h[y'(k) + y'(k+1)] \quad (F2)$$

como  $y'(k) = f[x(k), y(k)]$  y  $y'(k+1) = f[x(k+1), y(k+1)]$  el predictor, que es la fórmula de Euler, estima primero  $y(k+1)$ . Este estimativo conduce entonces a un valor  $y'(k+1)$  y luego a uno de  $y(k+1)$  corregido. Se pueden hacer correcciones más amplias de  $y'(k+1)$  y  $y(k+1)$  sucesivamente hasta que se obtenga un resultado satisfactorio. Entonces se puede repetir el proceso para producir otros valores de  $y$  uno por uno.

Otra alternativa de solución es a través de series de Taylor. Si  $f(x,y)$  es una función analítica, se pueden obtener las derivadas sucesivas de  $y(x)$  y escribir la serie



$$\begin{aligned} y_1 &= y \\ y_2 &= dy/dx \end{aligned} \tag{F11}$$

$$y_3 = d^2 y/dx^2$$

.....

$$y_n = d^{n-1} y/dx^{n-1}$$

## REFERENCIAS

1. Alvarez Solís, Hugo Alberto  
EFECTOS DEL VIENTO EN PUENTES ATIRANTADOS  
División de Estudios de Posgrado  
Fac. Ingeniería, UNAM, 1993
2. Arboleda V., Jorge E.  
DISIPACION DE ENERGIA EN ESTRUCTURAS EN VIBRACION  
División de Estudios de Posgrado  
Fac. de Ingeniería, UNAM, 1988
3. Bazán Zurita, Enrique  
Meli Piralla, Roberto  
MANUAL DE DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS  
Editorial Limusa  
México, D.F., 1990
4. Huston, D.R.  
Bosch, H.R.  
Tanaka, H.  
THE EFFECTS OF LARGE-SCALE UPSTREAM GUSTING  
ON THE AEROELASTIC BEHAVIOR OF SECTION MODELS  
Proceedings of the Eighteenth Joint Meeting on  
" Wind and Seismic Effects "  
Abril, 1987
5. Kawashima, K.  
Unjoh, S.  
DAMPING CHARACTERISTICS OF CABLES STAYED BRIDGES  
Earthquake Engineering, Tenth World Conference  
Balkema, Rotterdam, 1992
6. Khabaza, I.M.  
NUMERICAL ANALYSIS  
Pergamon Press  
Oxford, 1965
7. Kumarasena, T.  
Scanlan,, Robert H.  
Ehsan, F.  
WIND-INDUCED MOTIONS OF DEER ISLE BRIDGE  
Journal of the Structural Division  
Proceedings of the American Society of Civil Engineers
8. Marécós, José  
Castanheta, Mario  
Trigo, J. Texeira  
FIELD OBSERVATION OF TAGUS RIVER SUSPENSION BRIDGE  
Journal of the Engineering Mechanics Division  
Proceedings of the American Society of Civil Engineers  
Abril, 1969



9. Matsui, Y.  
Hayashikawa, T.  
Kakuta, Y.  
Kaneko, T.  
Sugawara, N.  
CALCULATION OF NATURAL PERIODS OF BRIDGES STRUCTURES  
BY USING STATIC FRAME METHOD  
Earthquake Engineering, Tenth World Conference  
Balkema, Rotterdam, 1992
10. Muriá Vila, D.  
Gómez, R.  
King, C.  
DYNAMICS STRUCTURAL PROPERTIES OF CABLE-STAYED  
TAMPICO BRIDGE  
Journal of the Structural Division  
Proceedings of the American Society of Civil Engineers  
1991; pp 3396 a 3416
11. Newmark, N.M.  
Rosenblueth, E.  
FUNDAMENTALS OF EARTHQUAKE ENGINEERING  
Prentice-Hall, Inc.  
Englewood Cliffs, N.J., 1971
12. Nobuyuki, Narita  
Manabu, Ito  
WIND AND SEISMIC EFFECTS ON LONG SPAN BRIDGES  
Tokyo Metropolitan University  
Saltama University  
Japón, 1991
13. Paz, Mario  
STRUCTURAL DYNAMICS  
Van Nostrand Reinhold  
Nueva York, 1991
14. Ralston, Anthony  
Wilf, Herbert S.  
MATHEMATICAL METHODS FOR DIGITAL COMPUTERS  
John Wiley and Sons, Inc  
New York, 1967
15. Roche, J.  
LES METHODES D'ETUDE AERODYNAMIQUE DES PONTS  
A HAUBANS  
Extractos de comunicaciones a la Jornada de A.F.P.C.  
Abril, 1974

16. Sabzevari, Ali  
Scanlan, Robert H.  
AERODYNAMIC INSTABILITY OF SUSPENSION BRIDGES  
Journal of the Engineering Mechanics Division  
Proceedings of the American Society of Civil Engineers  
Abril, 1968; pp 489 a 519
17. Scanlan, Robert H.  
Simiu, Emil  
WIND EFFECTS ON STRUCTURES: AN INTRODUCTION TO  
WIND ENGINEERING  
John Wiley and Sons, 1979
18. Scanlan, Robert H.  
Tomko, John J.  
AIRFOIL AND BRIDGE DECK FLUTTER DERIVATIVES  
Journal of the Engineering Mechanics Division  
Proceedings of the American Society of Civil Engineers  
Diciembre, 1971; pp 1717 a 1737
19. Scheid, Francis  
ANALISIS NUMERICO  
McGraw-Hill  
México, 1972
20. Scruton, C.  
AERODYNAMICS OF STRUCTURES  
" Wind Effects on Buildings and Structures "  
International Research Seminar  
Ottawa, Canada, Septiembre 1967  
Vol 1, pp 115 a 617
21. Theodorsen, T.  
GENERAL THEORY OF AERODYNAMIC INSTABILITY  
AND THE MECHANICS OF FLUTTER  
NACA Report No. 495 1935
22. Rodriguez C. Neftalí  
Reyes G. Rolando  
FUERZAS ACTUANTES Y MOVIMIENTO DE ESTRUCTURAS  
EN FLUJO INESTABLE  
Proyecto No. 2554  
Instituto de Ingenieria, UNAM  
México, D.F. Enero, 1993

INDICE DE FIGURAS

	PAG
3.1 Modelo de tres grados de libertad, utilizado como representativo para el análisis de inestabilidad de puentes atirantados	8
3.2 Flujo uniforme en la sección de un puente	8
3.3 Formación inicial de vórtices en la sección del puente	9
3.4 Separación de la capa límite como consecuencia del desprendimiento de vórtices	10
3.5 Fuerza de arrastre, de levantamiento y momento torsionante en una sección del puente	12
3.6 Variación del coeficiente de arrastre ( $C_d$ ) con el número de Reynolds	13
3.7 Coeficientes de arrastre, levantamiento y momento de una sección determinada en función del ángulo de ataque	14
3.8 Función de Theodorsen en su parte real e imaginaria	17
3.9 Coeficientes aerodinámicos $H_i^*$ y $A_i^*$ para tres secciones diferentes	18
5.1 Modelo experimental típico de un puente atirantado	31
5.2 Fracción de amortiguamiento y oscilaciones de un modelo de puente atirantado	34
5.3 Modelos de pruebas de oscilación simple para la torre, cubierta y zona de anclaje	37
5.4 Gráficas de la energía de disipación $d E_j$ contra energía de deformación $E_j$ para las subestructuras	38
5.5 Fracción de amortiguamiento contra amplitud de oscilación para la torre, utilizando la ecuación 5.13 y los resultados de laboratorio	39
5.6 Fracción predicha con las ecuaciones propuestas por Kawashima y Unjoh y fracción medida a partir del decremento logarítmico, contra amplitud de las oscilaciones libres	39

6.1	Coefficientes de arrastre, de levantamiento y momento de un puente atirantado	41
6.2	Coefficientes aerodinámicos $A_i^*(k)$ y $H_i(k)$ para un puente atirantado	43
9.1	Geometría general del puente atirantado en estudio	51
9.2	Coefficientes de arrastre, de levantamiento y de torsión para diseño cuasi-estáticos	51
9.3	Condiciones iniciales del puente atirantado para el inicio del algoritmo	53

**INDICE DE TABLAS**

	PAG
3.1 Influencia de la rugosidad de la superficie en la ley exponencial de Davenport	7
3.2 Fracciones de amortiguamiento por tres métodos diferentes para un puente en particular	33
3.3 Fracciones de amortiguamiento para dos diferentes puentes utilizando ciclos completos de medición	33
8.1 Coeficientes aerodinámicos en flexión y torsión del puente en estudio	53
8.1 Fracción de amortiguamiento crítico en flexión y torsión para el puente en estudio	53

## NOTACION

D	Dimensión característica de la sección proyectada en un plano normal a la velocidad del flujo
L	Longitud del puente
Zh	Altura cubierta
Vg	Velocidad gradiente
Zg	Altura gradiente
V	Velocidad básica
$\beta$	Exponente de la ecuación de Davenport
Vf	Velocidad media o fundamental
Zf	Altura arbitraria
h, $\alpha$ , z	Grados de libertad del modelo teórico
Re	Número de Reynolds
$\mu$	Viscosidad cinemática
S	Número de Strouhal
Ns	Frecuencia de separación de vórtices
Da	Fuerza de arrastre
La	Fuerza de levantamiento
Mt	Momento torsionante
P	Presiones locales
$\rho$	Densidad del aire
Cp	Coefficiente de presión adimensional
Cl	Coefficiente de levantamiento
Cd	Coefficiente de arrastre
Cm	Coefficiente de torsión
B	Semiancho de la cubierta
Lh	Fuerza de levantamiento variable con el tiempo
Dz	Fuerza de arrastre variable con el tiempo
Ma	Momento torsionante variable en el tiempo
k	Frecuencia reducida
Pi(k)	Coefficiente aerodinámico en flexión horizontal
Hi(k)	Coefficiente aerodinámico en flexión vertical
Ai(k)	Coefficiente aerodinámico en torsión
C(k)	Función de Theodorsen
F(k)	Parte real de la función de Theodorsen
iG(k)	Parte imaginaria de la función de Theodorsen
l/k	Velocidad reducida
N	Frecuencia natural de las oscilaciones
Ch, Ca	Rigidez lineal y angular de la cubierta
ch, ca	Coefficientes de amortiguamiento
m	Masa de la sección por unidad de longitud
Ip	Momento másico de inercia
S	Factor de desbalanceo estático
Wh, Wa	Frecuencia circular en flexión y torsión
eh, ea	Fraciones de amortiguamiento en flexión y torsión
M	Matriz de masas del sistema discretizado
K	Matriz de rigideces
u	Vector de desplazamientos
Z	Función de la posición de las masas
W	Frecuencia natural de la vibración autoexcitada
Vd(x)	Desplazamiento estático
g	Aceleración de la gravedad
b	Distancia transversal entre tirantes

v	Vector de desplazamientos
h <sub>j</sub>	Fracción de amortiguamiento de toda la estructura
Y1(t)	Respuesta de un oscilador masa-resorte de un grado de libertad, sometido a un desplazamiento inicial al principio del intervalo de muestreo
Y2(t)	Respuesta del oscilador masa-resorte de un grado de libertad, a una velocidad inicial al principio del intervalo de muestreo
Y3(t)	Respuesta de un oscilador de un grado de libertad, sometido a velocidad inicial $\dot{a}(0)$ con condiciones nulas para (h) y (h')
Y4(t)	Respuesta de un oscilador de un grado de libertad sometido a una rotación inicial $a(0)$ , condiciones iniciales nulas para (h) y (h')
E	Error medio cuadrático
Ew	Porcentaje de amortiguamiento crítico de la oscilación autoexcitada
ro	Radio de giro de la sección de la cubierta
Jp	Momento polar de inercia de la sección
GJt	Rigidez torsional de la sección
k'	Matriz de rigidez con corrimiento de origen
C	Amortiguamiento viscoso equivalente
ε	Fracción de amortiguamiento crítico
Ccr	Amortiguamiento crítico
dU	Energía disipada
U	Energía potencial elástica
Am	Semi-amplitud de las ondas en vibración libre
f1, f2	Puntos de fuerza media en los espectros de fuerza
fd, fi	Frecuencia asociada a la mitad de la máxima ordenada del espectro de fuerza
E <sub>j(i)</sub>	Energía de deformación desarrollada en el modo (j)
U <sub>j(i)</sub>	Vector de amplitudes de los nodos para el modo (j)
k(i)	Matriz de rigidez de la subestructura (i)
f <sub>j(i)</sub>	Función de disipación de energía
d E <sub>j(i)</sub>	Energía de disipación desarrollada en la subestructura (i)
U <sub>j(ik)</sub>	Desplazamiento nodo (k) de la subestructura (i)
a1 a2	Variables rotacionales dependientes del tiempo en el sistema de ecuaciones de 1er orden
h1 h2	Variables lineales dependientes del tiempo en el sistema de ecuaciones de 1er orden