

13  
25



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
"ACATLAN"

## APLICACION DE UN MODELO DE REVISION DE CARTERAS OPTIMAS EN EL ENTORNO MEXICANO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

LICENCIADO EN ACTUARIA

P R E S E N T A :

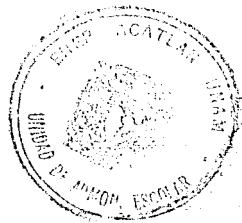
PAUL ARMANDO JIMENEZ CUIEL

Asesor de Tesis: Msc. Luis Gerardo Sánchez González

MEXICO, D. F.

1993

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN





## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLAN"  
DIVISION DE MATEMATICAS E INGENIERIA

JEFATURA DEL PROGRAMA DE ACTUARIA Y  
MATEMATICAS APLICADAS Y COMPUTACION

SR. PAUL ARMANDO JIMENEZ CURIEL  
ALUMNO DE LA CARRERA DE ACTUARIA  
P R E S E N T E

De acuerdo a su solicitud presentada con fecha 7 de noviembre de 1991 me complace notificarle que esta Jefatura tuvo a bien asignarle el siguiente tema de tesis: "APLICACION DE UN MODELO DE REVISION DE CARTERAS OPTIMAS EN EL ENTORNO MEXICANO", el cual se desarrollará como sigue:

- I.- El Mercado de Valores Mexicano
  - II.- Modelos Matemáticos de Selección de Carteras Optimas
  - III.- Adecuación del Modelo de Pogue al Mercado Mexicano de Valores
  - IV.- Aplicación de un Modelo de Revisión de Carteras Optimas en el entorno Mexicano
- Conclusiones  
Apéndices  
Glosario

Asimismo fue designado como Asesor de Tesis el MSC. LUIS GERARDO SANCHEZ GONZALEZ.

Ruego a usted tomar nota que en cumplimiento de lo especificado en la Ley de Profesiones, deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito básico para sustentar examen profesional, así como de la disposición de la Coordinación de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis el título del trabajo realizado. Esta comunicación deberá imprimirse en el interior de la tesis.

ATENTAMENTE  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Acatlán, Edo. de Méx., a 20 de abril de 1993.

ACT. LAURA MARÍA RIVERA BE  
JEFE DEL PROGRAMA



JEFATURA DEL PROGRAMA DE  
ACTUARIA Y MATEMATICAS  
APLICADAS Y COMPUTACION

## Índice

	Página
<b>Introducción</b>	<b>17</b>
<b>I El Mercado de Valores Mexicano</b>	
1.1 Características de un Mercado de Valores	21
1.2 Marco referencial	22
1.2.1 Evolución del Mercado de Valores de 1983 a 1988 y sus efectos en la economía	22
1.2.2 Situación actual	26
1.3 Concepto y clases de Inversión	26
1.3.1 ¿Qué es invertir en la Bolsa?	26
1.4 Posibilidades de inversión en el Mercado de Valores Mexicano	27
1.5 Acciones e instrumentos de protección	28
1.5.1 Acciones	28
1.5.2 Instrumentos de protección	28
1.6 Inversión y especulación	28
1.7 El inversionista y sus riesgos	30
1.8 Administración de inversiones	32
1.8.1 Cartera de inversión Factores que intervienen en su formación y manejo	33
<b>Apéndice 1.1</b>	<b>35</b>
<b>II Modelos matemáticos de selección de portafolios óptimos</b>	<b>39</b>
2.1 Teoría moderna de portafolios	39
2.1.1 Hipótesis fundamentales	39
2.1.2 Evolución de la teoría moderna de portafolios	41

2.2	Modelos estáticos	41
2.2.1	Modelo de Markowitz (M.M.)	42
2.2.2	Modelo de Roy (M.R.)	44
2.3	Selección multiperiódica	45
2.3.1	Maximización de la utilidad esperada de la riqueza terminal	42
2.3.2	Maximización de la utilidad esperada, considerando consumo/inversión multiperiódica	44
2.4	Revisión de portafolios óptimos	53
2.4.1	Lineamientos para revisar carteras óptimas	54
2.4.2	Modelo de Pogue	56
2.4.3	Comentarios al Modelo de Pogue	57
2.5	Situación actual y expectativas a futuro	57
2.6	Procesos prácticos de modelos matemáticos: su aceptación y desarrollo en México	58
	<b>Apéndice 2.1</b>	<b>61</b>
	<b>Apéndice 2.2</b>	<b>65</b>
<b>III</b>	<b>Adecuación del Modelo de Pogue al Mercado de Valores Mexicano</b>	<b>73</b>
3.1	Modelo básico a adecuar	73
3.1.1	Desarrollo del modelo básico	74
3.1.1.1	Tratamiento de los costos de transacción en el Mercado de Valores Mexicano	74
	Aranceles cobrados por las Casas de Bolsa	74
	Costos de mercado	75
	Pasos para obtener el costo de transacción por intervalo de valor negociado y los intereses	77
	Diagrama explicativo de los pasos a seguir para generar los costos de transacción	78
3.1.1.2	Ecuaciones referentes a los impuestos	88
	Aplicación en el Modelo de Pogue	88
	Costos de transacción	89
	Compras y/o ventas de acciones	89
	Egresos derivados de impuestos	90
3.2	Supuestos del modelo	91
3.3	Modelo adecuado a la situación mexicana	92

Apéndice 3.1	95
Apéndice 3.2	99
<b>IV. Aplicación práctica de un modelo de revisión de carteras óptimas en el entorno mexicano</b>	<b>107</b>
4.1 Caso ficticio de inversión en la Bolsa Mexicana de Valores	107
4.2 Muestreo de valores de renta variable que formarán las carteras óptimas	108
4.3 Procesamiento estadístico de los datos	109
4.4 Descripción de las pruebas de hipótesis realizadas a los valores netos de las acciones que pertenecen a la muestra	110
4.1.1 Pruebas para poder usar las acciones en el Modelo de Pogue	110
4.1.2 Pruebas para utilizar las acciones en el Modelo de Markowitz	112
4.5 Construcción de los modelos matemáticos de cartera óptima	113
Diagrama explicativo de la metodología para aplicar el Modelo de Revisión de Portafolios propuesta por Pogue	78
4.5.1 Modelo de Markowitz su formulación matemática	115
4.5.2 Modelo de Pogue 0	116
4.5.3 Modelo de Markowitz 2	120
4.5.4 Modelo de Certidumbre 0	120
4.5.5 Modelo de Pogue 1	123
4.5.6 Modelo de Markowitz 3	126
4.5.7 Modelo de Certidumbre 1	127
4.6 Análisis de las tablas de correr los Modelos de Pogue y Markowitz	129
4.7 Ventajas y desventajas de cada modelo	131
4.7.1 Modelo de Pogue	131
4.7.2 Modelo de Markowitz	131
4.8 Recomendaciones y observaciones de los modelos	132
4.9 Explicación al inversionista	132
4.10 Otras perspectivas	133
Apéndice 4.1	135

<b>Apéndice 4.2</b>	<b>153</b>
<b>Conclusión</b>	<b>159</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>161</b>

# INTRODUCCION



## Introducción

El sistema financiero mexicano satisface los requerimientos financieros fundamentales del país ya que por medio de él se contactan los inversionistas y las entidades solicitantes de financiamiento.

Dentro de éste, el Mercado de Valores juega un papel muy importante porque no sólo ofrece a las empresas privadas y al Gobierno Federal la posibilidad de obtener recursos de capital que les permitan financiar sus operaciones, sino que además brinda al ahorrador y demás inversionistas distintas alternativas de inversión de acuerdo a sus recursos y expectativas.

Su crecimiento es importante porque influye en el desarrollo económico del país, sin embargo, un Mercado no puede crecer si no existe la credibilidad en él. Este hecho fue notorio al ocurrir los cracs de 1981 y 1987.

Los errores cuestan pero enseñan, a ello se debe la preocupación de funcionarios de la Comisión Nacional de Valores quienes a partir de 1987 han revisado el marco legal del Mercado de Valores Mexicano. Además se ha exigido mayor preparación a los ejecutivos de cuenta para que presten una mejor asesoría a sus clientes.

No obstante, no es suficiente tener ejecutivos de cuenta preparados, ya que el asesoramiento a inversionistas bursátiles requiere de análisis profesionales y de equipo, lo cual conlleva a una mejor capacitación de los analistas, para que aunada a la preparación de los ejecutivos de cuenta se logre una asesoría eficiente para el inversionista.

Por lo anterior, se están llevando a cabo estudios y seminarios que apoyen las técnicas de análisis que hasta ahora son aplicadas. En estos seminarios, ha comenzado a tomar fuerza la Teoría de Cartera, como una herramienta más que ayude a los analistas en la formación de una cartera de valores, sobre todo en Entornos Cambiantes.\* \*\*

No obstante, al revisar estudios hechos sobre teoría de cartera que han sido aplicados a la situación mexicana, ninguno responde satisfactoriamente a la interrogante:

\* Ver "Análisis de Modelos de Inversión en Entornos Cambiantes" Busamétrica Consultores, S.A. de C.V., México 1990.

\*\* Dr. Márquez Díaz. Artículo "Panorama Estratégico de Inversiones en 1989" en Revista El Inversionista, enero 1989.

¿qué hacer cuando ha pasado un periodo para seguir manteniendo óptima la cartera formada inicialmente?. Esto último lo responden doctores en materia que han desarrollado modelos de Teoría de Cartera que ellos llaman modelos de Revisión de Cartera; ahora lo interesante es saber qué tanto se apegan a la realidad mexicana.

Para ello se plantea como objetivo principal de esta tesis el aplicar uno de dichos modelos al Mercado de Valores Mexicano con el fin de demostrar su posible utilidad. El modelo lo desarrolló el Dr. Pogue y es una extensión del modelo de Markowitz que ya ha sido estudiado en seminarios efectuados por Bursamétrica Consultores.

Ahora bien, la aplicación de un modelo de cartera requiere del conocimiento del entorno financiero de nuestro país, tema que es cubierto en el primer capítulo de la presente tesis.

En el segundo capítulo se indica el por qué se eligió dicho modelo de la gama existente de modelos de cartera y de revisión de cartera; asimismo se da una definición de Revisión de Cartera al mismo tiempo que se señala cuál es su utilidad.

En el tercer capítulo se indica como se aplica el modelo, adecuándolo a la situación mexicana, para lo que se hicieron investigaciones y se consultó a expertos en la materia.

Por último, se hace una aplicación práctica en la cual se utilizaron herramientas actuariales de estadística y programación matemática, lo cual fue logrado con software especial utilizando Statgraf y Gln; además se procesaron datos reales (obtenidos de la base de datos de la Bolsa Mexicana de Valores) que comprenden los años 1988 y 1989; así como otros datos obtenidos gracias al apoyo de analistas de una Casa de Bolsa.

Los resultados obtenidos son apoyados por apéndices que permiten al lector una mayor comprensión del estudio realizado y son explicados en la conclusión de la tesis.

En resumen, el objetivo medular de la presente Tesis será el de analizar las ventajas y desventajas de la aplicación de un modelo matemático de revisión de carteras en el Mercado de Valores Mexicano, como herramienta de apoyo para los analistas en su labor de asesoría a los inversionistas de la Bolsa Mexicana de Valores.

# CAPITULO I

NO

EXISTE

TESIS 14

## I El Mercado de Valores Mexicano

El Mercado de Valores Mexicano es un mercado joven, pero que con el paso del tiempo ha adquirido cierta experiencia, reflejo de los booms y cracs vividos.

En el presente capítulo se verán brevemente las principales características de un Mercado de Valores, así como su importancia e influencia en el desarrollo económico de un país. En primera instancia se da un marco referencial donde se hace énfasis al gran apoyo que en los últimos años ha representado para nuestro país el Mercado de Valores. Asimismo, se dan a conocer las diversas posibilidades de inversión —en el Mercado de Valores Mexicano—, proporcionando lineamientos para lograr una correcta administración de inversiones. Finalmente se proporciona el concepto de Cartera de Inversión, propósito central de la presente tesis.

### 1.1 Características de un Mercado de Valores

El Mercado de Valores es el mecanismo que permite la emisión, colocación y distribución de valores inscritos en el Registro Nacional de Valores. La oferta la forman el conjunto de títulos emitidos tanto por el sector público como por el privado. La demanda está constituida por los fondos disponibles de inversión de personas físicas y morales.

Dicho mercado se puede conceptualizar en dos grandes divisiones: el Mercado de Capitales y el Mercado de Dinero

"Entre los principales beneficios que aporta un Mercado (Público) de Valores para la economía, se pueden mencionar

- Diversifica la propiedad empresarial entre el mayor número posible de inversionistas...a cualquier ahorrador... se le brinda acceso a un conjunto de alternativas de inversión que de otra forma... serían inalcanzables para el ciudadano común.
- Asegura que sean los inversionistas mexicanos los que financien el desarrollo del país... sin limitar la inversión extranjera
- Facilita el mantener un equilibrio adecuado en las empresas, entre sus pasivos y el capital permanente."<sup>4</sup>

<sup>4</sup> Narmolejo Ganta et al. (2001). Inversiones. Ed. AMBA. 1999

Por lo tanto, es importante el funcionamiento y desarrollo del Mercado de Valores en el crecimiento de una economía. Ahora bien, a continuación se proporciona el marco referencial haciendo un breve seguimiento del desarrollo del Mercado de Valores en los últimos cinco años,<sup>2</sup> del mismo modo, se hablará de la situación actual y de las expectativas a futuro.

## 1.2 Marco referencial

### 1.2.1 Evolución del Mercado de Valores de 1983 a 1988 y sus efectos en la economía

Durante este periodo, la evolución del Mercado de Valores fue más que satisfactoria, por lo que sirvió de gran apoyo para el desarrollo económico del país, ya que benefició tanto a emisoras como a inversionistas.

Las primeras no sólo sobrevivieron sino que además se fortalecieron al reducir sus gastos de operación, mejorar la administración de su capital de trabajo, reestructurar sus pasivos en moneda extranjera y participar permanentemente en los mercados externos, en gran parte debido a la ingeniosa creación del Fideicomiso de Cobertura para Riesgos Cambiarios "FICORCA". En el cuadro (1.1) se aprecia el cambio financiero de 80 empresas bursátiles.

CUADRO 1.1

Razones Financieras	1982	1988**
Activo disponible/pasivo total (%)	9.99	28.16
Pasivo total/activo total (%)	60.73	38.62
Pasivo total/capital contable (veces)	1.50	0.63
Utilidad/ventas (%)	3.51	15.00

\*\* Segundo trimestre de 1988

Fuente: Bolsa Mexicana de Valores, S.A. de C.V., citada en El Mercado de Valores 1983-1988, oct. 1988.

Asimismo, el Mercado Accionario permitió que las empresas obtuvieran importantes recursos vía capital para financiar su operación y, en algunos casos, la expansión de sus instalaciones. En el cuadro (1.2) se muestra el importe colocado en Bolsa, a través de ofertas públicas.

Por otra parte, los inversionistas, que a fines de 1982 decidieron invertir en el Mercado de Valores, vieron crecer sus patrimonios y opciones de inversión como nunca antes en la historia de nuestro país. "Baste decir que del primero de enero de 1983 al 30

<sup>2</sup> Se han elegido 5 años porque en ese lapso ha habido cambios importantes en la economía y en el Mercado de Valores.

de septiembre de 1988, el índice de precios y cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores se ha incrementado aproximadamente siete veces, en términos reales. De igual manera, el rendimiento real acumulado, que en promedio alcanzaron las Sociedades de Inversión, fue del 219.00%, con lo que se benefició al pequeño y mediano inversionista. Además el rendimiento real acumulado en Petrobonos y Cetes fue del 16.00% y 42.00%, respectivamente, mientras que quien invirtió en Certificados de Depósito en dólares en New York incurrió en una pérdida real del 35.00%.<sup>3</sup>

**CUADRO 1.2** Olerías Públicas  
(millones de pesos)

	Acciones	Obligaciones	Total
1983	—	10,650	10,650
1984	—	12,604	12,604
1985	7,619	41,383	49,002
1986	8,826	139,920	148,746
1987	642,310	296,097	938,407
1988	48,651	291,359	340,010

Fuente: Bolsa Mexicana de Valores, S.A. de C.V., citada en El Mercado de Valores 1983-1988, oct. 1988.

Los datos anteriores sugieren que la mejor inversión ha estado en México y se espera que lo siga siendo en el futuro. El desarrollo del Mercado de Valores de 1983 a la fecha, ha sido favorable y progresivo. Citando algunas cifras representativas, se puede ver que el tamaño del Mercado, que es el valor total de las acciones de las empresas que se cotizan en bolsa, valuadas a los precios de su última cotización, ha aumentado en forma importante. Por ejemplo, en 1982 el tamaño del mercado fue de \$ 177 000' 000 000.00 y en septiembre de 1988 éste alcanzó una cifra de \$ 906 000' 000 000.00 hasta el 30 de septiembre de 1988, en otros términos, el tamaño del Mercado representó el 2.00% del PIB en 1982, dicha proporción alcanzó el 14.00% en 1987 y 9.3.00% en 1988.

En relación con el número de emisoras registradas, baste hacer notar que mientras en 1982 existían 177 en la actualidad existen 299 y en lo que respecta a Renta Fija, resalta el Cete cuyo saldo en circulación creció 100 veces en el periodo 83-88; otros mercados, como el de Petrobonos, crecieron 10 veces en términos reales.

Por último, se apreció evolución tanto del papel comercial y los pagarés empresariales, como de otros papeles que permiten diversificar y adecuar el financiamiento del Déficit del Gobierno, como los Pagafes y los Bonos de Desarrollo del Gobierno Fe-

<sup>3</sup>Bolsa Mexicana de Valores S.A. de C.V., citada en Inversión contra inflación de Timothy Heyman, Ed. México, Méx. 1990

deral; asimismo, se ha comprobado la factibilidad de conseguir recursos a plazos de tres años o más, mediante obligaciones.

En tanto, el papel que el Gobierno ha jugado se puede sintetizar de la siguiente manera: a principios de 1982, el Plan Nacional de Desarrollo estableció dentro de sus objetivos, el crecimiento del mercado de capitales.

De igual manera, el Programa Nacional de Financiamiento del Desarrollo 1983-1988 contempló como objetivos primordiales, la necesidad de una sana competencia entre los diversos intermediarios así como el fortalecimiento del crecimiento autónomo de la intermediación financiera, por lo que en el periodo 1983-1988 se introdujeron y desarrollaron una diversidad de instrumentos que no existían en el sistema financiero mexicano y que a continuación se listan:

1983	Mercado de Futuros de Acciones Bonos de Indemnización Bancaria	FUTUROS BIB
1984	Sociedades de Inversión de Renta Fija	SIRF
1985	Sociedades de Inversión de Capitales Bonos Bancarios de Desarrollo	SINCAS BBB
1986	Bonos de Renovación Urbana Pagaré Empresarial Bursátil Pagarés de la Tesorería de la Federación	BORES PAGEBUR PAGAFES
1987	Certificados de Aportación Patrimonial Obligaciones Subordinadas Convertibles Certificados de Participación Inmobiliaria Bonos de Desarrollo Certificados de Plata	CAPS CEPAIN BONDES CEPLATA
1988	Pagarés Bursátiles	PAGABUR

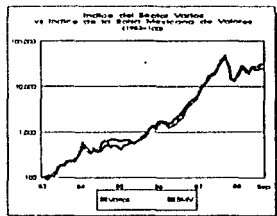
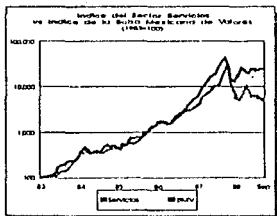
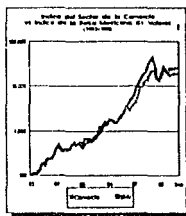
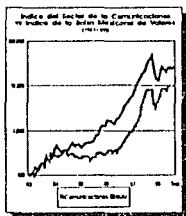
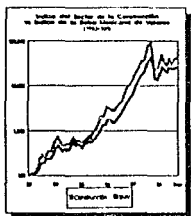
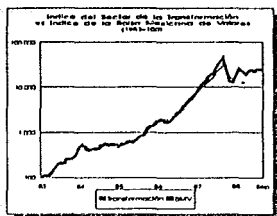
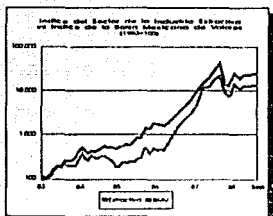
Fuente: Bolsa Mexicana de Valores, Octubre de 1988.

Adicionalmente se ha observado una constante labor para actualizar la regulación del marco institucional y operativo del Mercado de Valores, que incluye el establecimiento de obligaciones y medidas tendientes a evitar la utilización de información privilegiada (1983), normas encaminadas a elevar la eficiencia de las casas de bolsa (1984), la creación de las bases para la constitución del fondo de contingencias (1985) y reformas para privatizar el INDEVAL (1986).

En 1987 se elabora la reforma a la Ley del Impuesto sobre la Renta con el propósito de lograr un financiamiento sano de operación, disminuir la demanda excesiva por recursos prestables y la corrección del comportamiento seguido por las empresas de creciente endeudamiento para fomentar su capitalización; dicha reforma ha contribuido a que en la actualidad contemos con empresas más fuertes y sólidas.



En las siguientes gráficas se muestra la evolución de los indicadores por sector empresarial en el periodo 1983-1988.



Fuente: Bolsa Mexicana de Valores, S.A. de C.V., citada en El Mercado de Valores 1983-1988, Octubre de 1988.

Como se puede observar, hubo crecimiento en todos los sectores; sin embargo no todas las empresas tuvieron crecimiento, incluso hubo algunas que quebraron en ese periodo, por ejemplo General Electric

Estas quiebras quizá se debieron a que no todas las empresas pudieron absorber las constantes devaluaciones ocurridas a partir de 1982, que trajeron como consecuencia fuga de capitales y una inflación por arriba de las tasas de interés, lo cual representaba déficits reales en la inversión, aun cuando en 1983 el gobierno elevó las tasas de interés a niveles record (65.00% para CETES, 60.00% para depósitos bancarios en marzo de 1983) deteniendo la excesiva fuga de capitales; aunado a esto las sucesivas renegociaciones de la deuda externa en 1983, 1984 y 1985, la decisión de entrar al GATT en 1982, el sismo de 1985 y el colapso del precio del petróleo en los Mercados Internacionales en 1988.

### 1.2.2 Situación actual

"En los noventa el reto es encontrar nuestro lugar para hacer un sistema financiero más moderno y más eficaz dentro de los márgenes de actuación que la ley nos permite y por supuesto ser un factor detonante del crecimiento económico...es enorme la cantidad de inversión necesaria no sólo en infraestructura, en la cual tenemos altísimos costos, sino también en la modernización de la industria nacional.

El hecho de que México hoy se encuentra abierto al concierto internacional en prácticamente todas las áreas quiere decir que tenemos que contar con un sector real competitivo, eficiente y moderno. Para lograr esa conversión se van a necesitar muchísimos miles de millones de pesos. Una de las principales funciones del sistema bursátil es lograr que el ahorro genuino, tanto interno como externo, se canalice en porcentajes interesantes hacia estas actividades productivas".<sup>4</sup>

## 1.3 Concepto y clases de inversión

### 1.3.1 ¿Qué es invertir en la Bolsa?

"La inversión tiene dos sentidos principales: el primero es en qué se invierte... el segundo: el acto de invertir. Invertir tiene dos significados: 'cambiar el orden de algo' e 'invertir recursos en algo'.<sup>5</sup>

Invertir recursos representa un reto para cualquier persona, ya que, si bien es cierto que existen infinidad de cosas o actividades en las que una persona pueda invertir, debe analizar la situación que influye en el éxito de dicha actividad. Timothy Heyman, concluye que "en la inversión se espera un beneficio futuro" y que una definición apropiada de inversión es: "la aportación de recursos para obtener un beneficio futuro".

<sup>4</sup> Somoto, Manuel, en la revista El Inversionista, nov. 1987

<sup>5</sup> Heyman, Timothy, Inversión contra inflación, Ed. Milenio México, 1990

Ahora bien, ya que se va a tratar el tema de Inversión en un entorno financiero, conviene aclarar la diferencia entre inversión real e inversión financiera. Se dice que uno hace una inversión real cuando invierte en bienes tangibles como maquinaria, equipo, planta, terreno, inventarios... en síntesis, es el gasto que se hace para asegurar la operación normal de un negocio.

En cambio, la Inversión financiera se efectúa con los recursos que sobran de la operación de un negocio o de la vida diaria. Una de sus características básicas es que los sobrantes o excedentes sean líquidos; es decir, de fácil realización, con lo que se puede disponer de ellos en el momento en que se requiera. Es por eso que se puede definir a la Inversión financiera como "la aportación de recursos líquidos, para obtener un beneficio futuro".<sup>6</sup>

La Bolsa de Valores ha acaparado la atención de la mayoría de la gente en los últimos años y todos se han preguntado sobre cómo hacer para invertir en ella, ya que si bien en los booms ha proporcionado rendimientos espectaculares, en épocas de crisis ha significado grandes pérdidas que han mermado el capital de más de uno. Sin embargo, la inversión no se efectúa en la Bolsa sino en los valores que autoriza la Ley del Mercado de Valores.

Al respecto Marmolejo nos dice: "...en bolsa no se invierte. La bolsa de valores es un mercado organizado [ver Timothy Heyman, para una definición clara de mercado organizado] de intermediarios que representan los intereses de particulares, sociedades mercantiles y del mismo estado, en el libre intercambio de valores, dentro de las reglas establecidas, en el Marco Legal del Mercado de Valores".

#### 1.4 Posibilidades de Inversión en el Mercado de Valores Mexicano

Actualmente, el Mercado de Valores cuenta con una amplia gama de valores en los que se puede invertir y una de las formas más comunes de subdividirlos es en valores de renta fija y valores de renta variable; Timothy Heyman considera una tercera subdivisión al hablar de inversiones de protección.

Valores de renta fija: proporcionan un rendimiento predeterminado a un plazo también predeterminado; el rendimiento se determina según el nivel general de las tasas de interés en el sistema financiero, por lo que el pronóstico de este nivel se vuelve de suma importancia para la toma de decisiones de inversión en este instrumento.

A su vez, los instrumentos de renta fija se subdividen en tres categorías:

- Inversiones a Corto Plazo
- Inversiones a Largo Plazo
- Inversiones Bancarias

Inversiones a corto plazo: a éstas pertenecen los instrumentos que conjuntamente se han dado en llamar el "mercado de dinero": son de realización inmediata y se in-

---

<sup>6</sup> Heyman, Timothy. *Ibid*

cluyen los celes, las afeplaciones bancarias, el pagaré empresarial, el papel comercial bursátil y el papel comercial extrabursátil.

**Inversiones a largo plazo:** a este tipo de inversiones pertenecen los bonos de indemnización bancaria, los bonos de renovación urbana, los bonos bancarios de desarrollo, las obligaciones corporativas y los valores gubernamentales.

Actualmente hay dos tipos de instrumentos bancarios, en el primero se encuentran depósitos retirables en días preestablecidos, inversiones a plazo fijo y pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento. Su desventaja es la falta de liquidez.

**Valores de renta variable:** a esta gama de inversiones pertenecen las "acciones", ya que no tienen ni un rendimiento ni un plazo predeterminados. El rendimiento de las acciones, tradicionalmente proporcionado por los dividendos que pagan, varía debido a:

- 1) las utilidades de una empresa están sujetas a variación, y
- 2) los dividendos, que se decretan en base a las utilidades netas generadas, aunque también pueden variar porque dependen de la decisión de la asamblea de accionistas.

Adicionalmente, el plazo de una acción no está determinado porque la duración de su tenencia no está limitada por el vencimiento del instrumento, sino por la decisión del mismo propietario de retenerla, o venderla en su caso.

## 1.5 Acciones e Instrumentos de protección

### 1.5.1 Acciones

Las acciones se clasifican en preferentes y comunes u ordinarias. Las comunes son los títulos, valor... que representa una fracción del capital de una empresa, y sus propietarios participan en el negocio, en la parte proporcional que su acción represente. A los preferentes se les garantiza un dividendo anual mínimo, en caso de liquidación de la empresa emisora tienen preferencia sobre otros tipos de acciones que haya en circulación.

### 1.5.2 Instrumentos de protección

Son aquellos instrumentos que protegen al inversionista contra la depreciación del peso en relación con otras monedas; y que, por lo tanto, sobre todo en épocas de incertidumbre cambiaria, puedan ofrecer rendimientos más atractivos que otros instrumentos de inversión. Actualmente existen 4 inversiones que cumplen estrictamente con este propósito: el petrobono, el pagafe, la cobertura cambiaria y los tesobonos.

## 1.6 Inversión y especulación

En ocasiones se ha oído que alguien especula en la bolsa, o que ganó o perdió por especular. Generalmente, lo anterior da la impresión de que es algo negativo y lleva

a pensar que toda inversión en la bolsa es especulación. En realidad, al especular se invierte con mayor riesgo que cuando se invierte simplemente, sin embargo, es conveniente diferenciar especular de invertir en la bolsa.

Al respecto, Marmolejo hace una descripción muy completa en su libro "Inversiones"; dependiendo del rendimiento deseado a mayor riesgo se le asocia mayor rendimiento y viceversa.

"Especular es una parte inevitable del negocio de comprar valores. Pero luego especular es una parte inevitable de la vida. Cuando usted afronta un riesgo inevitable, como en verdad se hace diariamente en muchas actividades, usted debe especular. Usted debe afrontar el riesgo, debe jugar las posibilidades que frecuentemente se le presentan. Elección de riesgos: cuando usted se decide a tomar alguno, poniendo sobre la balanza las características buenas y malas de cada uno, usted ha llegado a una decisión especulativa..."<sup>7</sup>

En conclusión, se puede observar que el hombre que especula pueda hacer pronósticos inteligentes sobre las eventualidades de su aventura. Desafortunadamente, el término especular se ha asociado incorrectamente con apostar o con descuido... Especular, significa tomar un riesgo sobre una estimación inteligente acerca de posibilidades futuras.

Por su parte, Garard M. Loeb expresa con relación a la especulación: "...el especulador tiene muchas ventajas sobre el inversionista. La más grande ventaja es que lucha por la ganancia y al mismo tiempo busca minimizar el riesgo".

Ahora bien, puede observarse que en este mundo, prácticamente todos los grandes éxitos financieros de naturaleza nacional, corporativa o personal, han surgido de la especulación inteligente y exitosa.

Benjamin Graham, en su libro "El inversionista inteligente", aconseja: "En la mayor parte de las veces; el inversionista debe de reconocer la existencia de un factor especulativo en la posesión de acciones. Es labor del inversionista mantener ese componente dentro de límites menores, y estar preparado financiera y psicológicamente, para resultados adversos, que podrían ser de corta o larga duración."

La especulación franca no es ilegal, ni inmoral, ni engordadora de bolsillos. Más que eso, algo de especulación es necesaria e inevitable, puesto que en muchas operaciones con acciones hay posibilidad de utilidades y pérdidas substanciales y los riesgos deben ser asumidos por alguien.

Al respecto, Marmolejo concluye: "...invertir implica colocar dinero en algún negocio y/o destinar recursos a alguna operación con el objeto de obtener alguna utilidad. Es claro que difícilmente se encontrará alguna inversión con cero riesgos. En consecuencia, si existe un componente especulativo, en prácticamente todas las inver-

---

<sup>7</sup> Engel, Louis and Wyckoff, Peter. How to Buy. Bankam Books, Inc. N.Y., N.Y. U.S.A., 336 pp.

nes posibles... que se refiere a una cierta dosis de incertidumbre y riesgo que podría afectar desfavorablemente el resultado de una inversión. Especular implica una toma de riesgos mayor que la correspondiente a una inversión en igualdad de circunstancias.

Lógicamente, esa toma de mayor riesgo pretende estar balanceada, de alguna manera, con una recompensa proporcionalmente mayor, en caso de éxito, a la que se obtendrá de no incurrir en riesgos adicionales y mayores.<sup>8</sup> Al respecto Timothy Hayman escribió: "El especulador normalmente invierte en instrumentos que le proporcionan alta liquidez, y espera altos rendimientos a corto plazo, con un riesgo respectivamente alto."<sup>9</sup>

Estos comentarios, dan el apoyo suficiente para concluir que el especular tiene ciertas ventajas sobre una inversión común, por lo que es la mejor opción, aunque no siempre se debe hacer cuando se carece de conocimientos y bases, ni dominio de la situación. La contrapartida de la especulación es actuar de manera agresiva; entendiendo esto como el seguir y analizar el desenvolvimiento del mercado prácticamente sobre una base diaria, en busca de oportunidades.

Esto último implica una mayor rotación de activos en la cartera de inversión, con un objetivo principal: acelerar el ritmo de generación de utilidades; pero sin incurrir en riesgos mayores en el desarrollo normal de sus operaciones. (Por eso se aconseja el apoyo de un profesional que mediante un método vaya estudiando lo más conveniente, según los requerimientos del inversionista y bajo una optimización de cartera por medio de un modelo matemático). El hecho de ser un inversionista especulador normal o agresivo, se interrelaciona con su actitud ante el riesgo, es decir, un amante del riesgo optará por ser especulador.

Para un inversionista agresivo, actuar racionalmente implica menores riesgos que para un inversionista conservador, siempre que éste se mantenga alejado del especulador, lo cual es muy factible dado el terreno que pisa y un posible engolosinamiento debido a las utilidades obtenidas.

## 4.7 El Inversionista y sus riesgos

Con base en lo anterior, se observa que el inversionista puede clasificarse según su actitud ante el riesgo, como amantes o tomadores de riesgos (a los que les gusta especular) o apostadores indiferentes y/o aversos al riesgo, entre los que podemos encontrar al inversionista conservador y al agresivo.

No obstante, una persona puede evolucionar —o modificar— su actitud referente al riesgo con el paso del tiempo y según el momento: un joven arriesga más que un adulto, al mismo tiempo que una persona mientras más dinero tiene más "puede" arriesgar.

---

<sup>8</sup> Marmolejo González, Martín. *Ibid*  
<sup>9</sup> Hayman, Timothy. *Ibid*

En conclusión, el inversionista agresivo tiene mayores ventajas sobre los demás inversionistas, ya que sin incurrir en riesgos mayores, procura —cuando las circunstancias lo ameritan— efectuar los cambios necesarios para mejorar sus posibilidades de éxito, minimizando riesgos o combinando ambas cosas a la vez como resultado del estudio y del análisis de los hechos y de las perspectivas a futuro; más aún, no hay que olvidar que el correcto y exitoso desempeño de las operaciones bursátiles —aún fuera de la bolsa— requiere necesariamente del apoyo de una asesoría de inversiones de alta calidad y/o, en algunos casos, de un esfuerzo adicional de estudio y análisis de las alternativas disponibles por parte del propio inversionista, ya que éste se comporta de acuerdo a la situación imperante en el Mercado.

Y entonces ¿cómo se define al inversionista típico entre 1982-1988? Es difícil generalizar, ya que a fines de 1982 hubo una devaluación del peso respecto al dólar y el valor que se pagaba por este último, pasó de \$23.00 en 1979 a \$150.00 a fines de 1982 por lo que las operaciones en instrumentos de protección (petrobonos y divisas en ese entonces) se volvieron atractivas, y se puede decir que en este período el inversionista afrontó los riesgos protegiéndose de las derogaciones con una actitud un tanto conservadora.

En el plazo que va de 1983 al primer bimestre de 1984, se dio una recuperación marcada del mercado accionario, cuando la inflación y las tasas de interés empezaron a ceder; el inversionista de este lapso, al invertir en el mercado accionario afrontó mayores riesgos, pero no se pueda concluir si lo hizo de forma especulativa o agresiva en general: ya que lo único que buscaba era obtener los mejores rendimientos, los cuales le fueron otorgados en el Mercado Accionario en ese lapso.

En 1985, baja la economía y aumenta la inflación por lo que los instrumentos de protección (concretamente los petrobonos) se vuelven atractivos como en 1982; sin embargo, contrario a lo esperado, el interés en el mercado accionario continúa, esto se debe a que las acciones se perciben como protección antidevaluatoria y antiinflacionaria para tomar en cuenta la inflación y de la protección contra la devolución ofrecida por el Fideicomiso para la Cobertura de Riesgos Cambiarios (FICORCA), creado en 1983 por el Banco de México para proporcionar a empresas con pasivos denominados en moneda extranjera, un mecanismo de protección contra cambios en la paridad.

En 1986 se anticipa la recuperación económica ocurrida en 1987, lo cual incentiva más la inversión en el mercado accionario. En este lapso, el inversionista continúa buscando los mejores rendimientos para su inversión pero sobre todo se protege de los riesgos de la devaluación mostrando una actitud conservadora.

Mientras que 1987 se convierte en el año de los contrastes, se realizan inversiones a ciegas y con actitud un tanto especulativa, se toman grandes riesgos esperando rendimientos altos a corto plazo. Los primeros nueve meses de este año se caracterizaron por un auge accionario que es consecuencia de la repercusión económica, basada en la recuperación de ingresos petroleros y un aumento importante de las exportaciones no petroleras.

El crac de octubre de 1987, trajo para los especuladores desagradables sorpresas ya que muchas personas perdieron hasta sus casas; este acontecimiento vuelve menos atractivo el mercado accionario, vislumbrándose además un menor crecimiento económico del esperado para 1988 y los instrumentos de protección (metales, petrobonos y pagarés) son más socorridos.

No obstante, a pesar de la crisis que sufrió el mercado accionario en octubre de 1987, en 1988 el índice de la bolsa cerró en 211,531.78 incrementándose 32.00% en términos reales y 96 en términos de dólares.

En este año los inversionistas sobrevivientes, ya no invirtieron a ciegas, sino con sentido, tornándose la actitud de especuladora en 1987 a agresiva en 1988. Actualmente al inversionista mexicano se le puede caracterizar como racional y agresivo.

Ahora bien, hay que tener en cuenta que el boom que se vivió hasta antes del crac, fue consecuencia de la sobrevaluación del mercado accionario, aunado a su crecimiento en el lapso de 1985 a principios de 1987, así como a la recuperación económica, sin embargo, si éste hubiera continuado lo más probable es que hubieran entrado al mercado una mayor cantidad de novatos con actitud especulativa, lo que de cualquier manera hubiera dado como consecuencia un efecto de olla de presión, ya que al sobrevaluar el mercado accionario el ajuste se tendría que dar tarde o temprano con lo que no sólo retrasaría la aparición del crac sino que éste hubiera sido de mayores consecuencias debido a la gran cantidad de novatos.

Teniendo en cuenta esto, se puede concluir que una asesoría de alta calidad o un estudio y análisis de las alternativas disponibles requieren de conocimientos y herramientas que le puedan ayudar tanto al inversionista como al asesor a tomar tal o cual decisión, esto es lo que ofrece un Modelo Matemático de Optimización de Cartera.

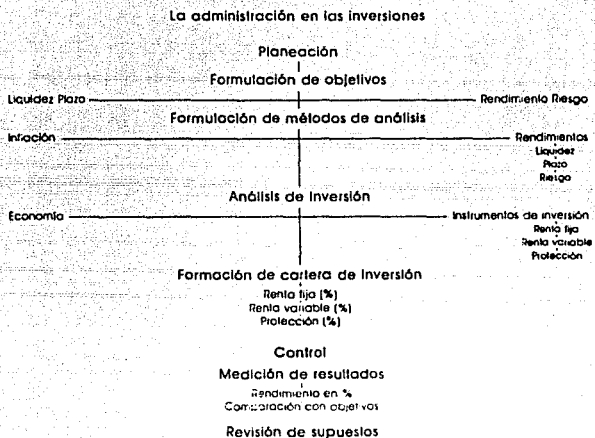
## 1.8 Administración de Inversiones

Es la planeación y el control de la inversión financiera. A continuación se proporciona un cuadro explicativo de la administración de inversión, centrando la atención en lo que se refiere a la formación de Carteras de Inversión, las cuales se definen como un conjunto de inversiones.

En el caso de los inversionistas a través de bolsa, su cartera de inversión se refiere al conjunto de valores agrupados dentro de un contrato que el inversionista mantiene con alguna casa de bolsa. Esta cartera se escoge como resultado de las actividades de planeación y análisis.

El concepto de cartera modelo, de acuerdo con Marmolejo, es muy circunstancial y causístico. Esto es, que dependerá de las circunstancias prevalecientes en el medio económico y de las necesidades, objetivos, posibilidades y actitud hacia el riesgo de cada inversionista.





### 1.8.1 Cartera de Inversión:

Factores que intervienen en su formación y manejo

Para formar una cartera se debe de seguir un proceso lógico, tomando en cuenta, en primer instancia, los objetivos del inversionista; así como hacer supuestos respecto a la inflación, rendimientos y riesgos de las distintas opciones de inversión.

La combinación de estas premisas llevará a una conclusión, la cual, por un lado, es una asignación porcentual de los recursos de inversión a las distintas categorías de inversión; y por otro, es la asignación porcentual dentro de cada categoría de inversión. Finalmente, para propósitos de control, es prudente asignar a cada inversión un rendimiento esperado conforme al riesgo que se percibe, para luego medir cómo es el resultado contra el presupuesto en cualquier actividad.

Ahora bien, en este capítulo se hizo énfasis en la problemática a la cual se enfrenta un inversionista en el Mercado de Valores, en cuanto a la construcción de una cartera que le dé exitosos resultados y cumpla con sus objetivos y requerimientos.

De lo anterior se puede concluir que si bien es cierto que no existe la cartera perfecta, es factible utilizar herramientas científicas que le permitan optimizar sus actividades dentro de los límites posibles y reales, ya sea persona moral o física.

Con el propósito de lograr este fin se han desarrollado varias teorías, de entre las cuales resalta la Teoría de Cartera de Sharpe, de la que se puede considerar como el "padre" a Markowitz. Estas teorías se han puesto en marcha en Estados Unidos, proporcionando resultados positivos, lo cual ha impulsado el desarrollo de nuevos modelos matemáticos.<sup>10 11</sup>

En México, se han comenzado a realizar seminarios referentes a este tema y algunas Casas de Bolsa empiezan a aplicar modelos matemáticos con el afán de proporcionar mejor servicio a su clientela. Sin embargo, no sólo se necesita construir un portafolios óptimo para un inversionista en determinado momento, sino saber mantenerlo y reafirmarlo.

En el próximo capítulo se estudiarán algunos de estos modelos, lo cual permitirá seleccionar alguno que nos ayude a optimizar, periodo a periodo, la Cartera de un inversionista, tomando en cuenta tanto expectativas revisadas como costos en que se incurra para efectuar la rotación de activos en la Cartera.

---

<sup>10</sup> Markowitz, Harry H. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. John Wiley & Sons, Inc. N.Y. 1959

<sup>11</sup> Sharpe, William F. (Luis Corrons Prieto: Traductor) *Teoría de Cartera y del Mercado de Capitales*. Ediciones Deusto, S.A.

## Apéndice 1.1

### Glosario

**1) Agentes de Valores\*:** persona moral que está inscrita en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios —aunque hoy en día existe una persona física autorizada—. Sus facultades son: actuar como intermediario en operaciones con valores, recibir fondos por concepto de operaciones (con valores que se lo encomienden) y prestar asesoría en materia de valores.

Los Agentes de Valores que tengan un carácter de Sociedad Anónima sólo podrán realizar las actividades mencionadas en el artículo 22 de la Ley del Mercado de Valores, con sujeción a las disposiciones de carácter general que dicte el Banco de México: recibir préstamos o créditos para la adquisición de valores con la garantía de éstos.

**2) Bolsa Mexicana de Valores\*\*:** estructura sobre la que descansa y dentro de la cual se desenvuelven las operaciones bursátiles en México; en ella, la Asamblea General de Accionistas es la autoridad máxima, los accionistas son los agentes de valores (en su mayoría las casas de bolsa) y solamente existe un agente físico autorizado. Sus principales funciones son:

- a) establecer locales, instalaciones y mecanismos, para que los agentes de valores efectúen sus operaciones,
- b) vigilancia de la conducta profesional de los agentes y operadores de piso,
- c) cuidado de que los valores inscritos satisfagan los requisitos legales, y
- d) difusión de las cotizaciones de los valores y divulgación de sus principales características.

**3) Comisión Nacional de Valores:** órgano regulador y promotor del Mercado de Valores y de la vigilancia debida de los ordenamientos legales. (Otros órganos reguladores serían la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y el Banco de México).

**4) Mercado:** conjunto de mecanismos que facilitan el cambio de bienes y servicios entre diferentes personas, o entidades a las que se les puede denominar como oferentes y demandantes.

**5) Mercado de Capitales:** punto de concurrencia de fondos proveniente de las personas, empresas y Gobierno, con los demandantes de dichos fondos que normal-

mente la solicitud para destinarlo a la formación de capital fijo. La oferta y demanda de recursos es a mediano y largo plazo. Se ha clasificado en dos grandes sectores: el de rendimiento variable y el de renta fija

**6) Mercado de Dinero:** actividad crediticia a corto plazo, en la que los concurrentes depositan fondos por un corto periodo en espera de ser realizados y en donde se demandan fondos para el mantenimiento equilibrado de flujos de recursos.

**7) Mercado Primario:** lo constituyen las colocaciones nuevas, resultantes de aumentos de nuevos recursos en el capital de las empresas mediante los cuales se aportan recursos o diversificación. Estas colocaciones se realizan a través de oferta pública, en forma explícita y detallada en un prospecto o folleto autorizado por la Comisión Nacional de Valores

**8) Mercado Secundario:** en éste no se aportan recursos financieros nuevos a las empresas, sólo lo constituye un cambio de manos en los valores que se encuentran en poder del público inversionista y que se realiza por conducto de los intermediarios profesionales o agentes de valores.

**9) Oferta Pública:** ofrecimiento público de una emisión de valores por algún medio de comunicación masiva o a persona indeterminada, con el objeto de suscribir, enajenar o adquirir valores en serie o en masa.

Toda Bolsa de Valores deberá constituirse como Sociedad Anónima de Capital Variable, con sujeción a la Ley General de Sociedades Mercantiles y a la Ley del Mercado de Valores. Para poder operar requiere la concesión que otorga la Secretaría de Hacienda y Crédito Público.

## CAPITULO II

NO

EXISTE

TESIS 14

## II Modelos matemáticos de selección de portafolios óptimos

El presente capítulo da una panorámica general de algunos modelos matemáticos de selección de portafolios óptimos (existentes); para ello se ha dividido en dos partes.

La primera abarcará lo que es la teoría de portafolios, sus fundadores y su evolución hasta nuestros días, haciendo énfasis en la teoría de los modelos de selección de portafolios óptimos y analizando sus expectativas a futuro. Esto nos ayudará para plantear en la segunda parte del capítulo, un análisis comparativo de los modelos existentes, con el fin de proponer —y justificar— la adecuación de un modelo matemático a la situación mexicana.

El análisis comparativo será en forma teórica y con respecto a tres categorías de modelos: estáticos, multiperíódicos y de revisión de portafolios; resaltando su posible aplicación práctica en el Mercado de Valores Mexicano, en forma empírica.

### 2.1 Teoría moderna de portafolios

#### 2.1.1 Hipótesis fundamentales

La Teoría Moderna de Portafolios ( T.M.P. ) establece con la ayuda de parámetros estadísticos, una relación entre el riesgo y el rendimiento. Sus bases están cimentadas en los supuestos de los mercados eficientes, que abarcan la valuación de acciones —así como de otros valores en general— y la optimización de portafolios de inversión, buscando distribuir apropiadamente el patrimonio del inversionista, con el objeto de proporcionarle altos rendimientos mediante una adecuada medición de los mismos.

Uno de los principales postulados de la T.M.P. es la posibilidad de predecir el rendimiento futuro de una inversión en particular, así como su riesgo asociado. Además, procura establecer relaciones de riesgo-rendimiento para diferentes alternativas de inversión, lo que permite construir portafolios de inversión que satisfacen los requerimientos de riesgo-rendimiento de un inversionista.<sup>12</sup>

<sup>12</sup> Ya sea de mínimo riesgo sujeta a un rendimiento o de máximo rendimiento sujeta a un riesgo; Tesis "Rentabilidad y Riesgo de una Cartera en la B.M.V." de Dayán, José y Rodríguez, Jorge

Ahora bien, al hablar de la Teoría Moderna de Portafolios se habla de Mercados Eficientes, pero ¿qué se quiere decir exactamente con ello?. En 1975, West dio una interpretación muy general de este término y explica que para tener mercados eficientes deben serlo tanto internamente como externamente. La primera, también llamada eficiencia operacional, se refiere a mercados en donde el costo de transacción es bajo y existen transacciones efectuadas a gran velocidad. La eficiencia externa se refiere a precios que se ajustan rápidamente y en una manera no viciada de obtener nueva información.

Por otro lado, un mercado eficiente debe contar con una infinidad de inversionistas que tengan la misma oportunidad de acceso a la información relevante (como los estados financieros de una empresa, con sus expectativas a futuro, etc.) y con objetivos similares como la obtención de utilidades y el mayor rendimiento relacionado al mayor riesgo posible —y viceversa—.

Sin embargo, es importante tener presente que en 1970, Fama clasificó a los mercados eficientes, refiriéndose a su eficiencia externa y atribuyéndola a que ésta depende del conjunto de información utilizado en el momento  $t$ ; a este conjunto lo denotó  $\Theta_t$ , definiendo como sigue al mercado eficiente:

"Un mercado es eficiente, respecto a  $\Theta_t$  si es imposible obtener beneficios económicos anormales como rendimientos esperados anormales: (es decir rendimientos/utilidades mayores que los del propio mercado) ni rendimientos mayores o menores a aquellos que son 'justos de obtener' para un nivel de riesgo incurrido; en base al conjunto de información  $\Theta_t$ ".

En este mercado es imposible obtener rendimientos/utilidades mayores que los del propio mercado.<sup>13</sup> Además, en él se difiere rápidamente la información relativa a la economía, la industria y las empresas en particular, lo cual se refleja en el precio de negociación. Por otra parte, ningún participante puede esperar obtener un rendimiento mayor o menor a aquel que es justo obtener para el nivel de riesgo incurrido.

Existen tres tipos de mercados eficientes:<sup>14</sup> a) los mercados débilmente eficientes, b) los mercados semi-eficientes, y c) los mercados fuertemente eficientes.

Los primeros sostienen que los datos históricos del comportamiento de los precios y volúmenes de operaciones no pueden utilizarse para estimar o predecir el comportamiento futuro de los mismos y postulan que los precios de los valores tienen un movimiento aleatorio.

La hipótesis del mercado semi-eficiente sostiene que el análisis de la información disponible al inversionista (estudios financieros de las empresas, condiciones de la economía, etc.) no tiene sentido, ya que esta información se encuentra descontada del precio de la acción; por lo que un análisis fundamental no ayudará a un inversionista para decidirse a invertir en alguna acción.

<sup>13</sup> Ver "Análisis de Modelos de Inversión en Entornos Cambiantes" de Bursamética Consultores, S.A. de C.V., México 1990.  
<sup>14</sup> En el artículo "Análisis de Modelos de Inversión en Entornos Cambiantes" de Bursamética Consultores, se encuentra una explicación correcta del mismo.



En el mercado fuertemente eficiente se considera que la información fluye y se asimila tan rápidamente, que ni aun los inversionistas que poseen información privilegiada pueden obtener un mayor rendimiento.

En la actualidad en ningún mercado de valores se cumple alguna de estas teorías, ya que: la información privilegiada sí afecta los rendimientos de un inversionista y pone en desventaja a los otros; así como las opiniones y comentarios de expertos influyen en los precios de cotización.

Sin embargo, expertos analistas de Bursamétrica, con base en aplicaciones realizadas, aceptan la hipótesis de los mercados semi-eficientes como posible aplicación práctica, y defienden el hecho de que en la práctica, los inversionistas llegarán a obtener un rendimiento justo, en una situación normal, para el nivel de riesgo incurrido, y que ninguna situación se mantendrá anormal por mucho tiempo.

Por último, ya que se menciona mucho la palabra riesgo en la T.M.P., es importante señalar que ésta considera<sup>15</sup>: el riesgo del tipo de interés, el riesgo de liquidez (o costo de mercado), el riesgo de inflación, el riesgo del mercado (conocido estadísticamente como el riesgo sistemático) y el riesgo del negocio (estadísticamente el llamado riesgo específico); y su objetivo principal será minimizar dichos riesgos.

## 2.1.2 Evolución de la Teoría Moderna de Portafolios

Una vez que se han visto las hipótesis fundamentales de la T.M.P., se presenta la evolución que ha seguido hasta nuestros días. Es importante destacar que Harry Markowitz, es considerado el padre de esta Teoría, y paralelamente a él, Roy llegó a resultados relevantes.

Ambos iniciaron sus investigaciones alrededor de 1952 y dada la importancia que han alcanzado sus modelos de Mínima Varianza (Markowitz) y Minimización de Riesgo (Roy), ameritan un tratamiento dentro de este trabajo, como un ejemplo de modelos estáticos de un solo periodo, y como base a las investigaciones posteriores que pasaron del tratamiento de modelos multiperiódicos a modelos de revisión de portafolios.

Además, considerando que una descripción teórica de los modelos planteados en el pasado será útil para describir la evolución de los trabajos realizados en la T.M.P., se tratarán tres categorías de modelos: estáticos, multiperiódicos y de revisión de portafolios.<sup>16</sup>

## 2.2 Modelos estáticos<sup>17</sup>

Se considerarán estáticos aquellos modelos que plantean una solución para el problema de portafolios de inversión de un solo periodo; es decir, que no toman en cuenta,

<sup>15</sup> Ver "Análisis de Modelos de Inversión en Entornos Cambiantes" de Bursamétrica Consultores, para encontrar una explicación de los tipos de riesgo fraccionales.

<sup>16</sup> Serán tratados en forma breve debido a la extensión y complejidad de cada uno, hecho que nos distraería del objetivo principal de este capítulo.

<sup>17</sup> Esta sección se basa en el artículo "Análisis de Modelos de Inversión en Entornos Cambiantes". Ibid.

ni lo que sucedió en un pasado, ni lo que deberá hacerse cuando el portafolios ya no sea óptimo —salvo volverlo a formar pero suponiendo que no existen costos de transacción—, lo cual no es real. Por lo tanto, en este rubro se incluyen los modelos de Markowitz y el de Roy; ambos son explicados a continuación.

### 2.2.1 Modelo de Markowitz (M.M.)

Markowitz estableció que el objetivo del inversionista no es sólo maximizar el rendimiento de su portafolios, sino maximizar su utilidad; esto último se logrará si:

- a) Se obtiene el mínimo riesgo para un nivel dado de rendimiento, ó<sup>18</sup>
- b) Se maximiza el rendimiento para un nivel dado de riesgo<sup>19</sup>

Y con el fin de seleccionar aquel portafolios de inversión que satisfaga los requerimientos del inversionista, recomendó optar por el portafolios que se localice en el punto donde sean tangentes la curva de indiferencia —que proporciona la mayor utilidad al inversionista— y la curva que delimita la región de portafolios eficientes.<sup>20</sup>

Acorde a lo anterior, Markowitz, también propuso construir la cartera o portafolios eficiente como se muestra a continuación:

- 1) Determinar el rendimiento esperado para todos los valores que se negocian en el mercado.
- 2) Determinar el riesgo de cada valor con base en la desviación estándar de sus rendimientos.
- 3) Hacer una estimación que refleje la relación existente entre todas las parejas posibles de valores (calculando las covarianzas entre sus rendimientos).<sup>21</sup>
- 4) Encontrar las proporciones que optimicen el portafolios resolviendo el modelo.

De ahí que el modelo se pueda plantear así:

— Para el caso a): Minimización de riesgo sujeto a un rendimiento

$$\begin{aligned} \text{Min } \sigma^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \\ \text{s.a.: } \sum_{i=1}^n \mu_i X_i &= \mu \quad \dots \dots \dots (2.1) \\ \sum_{i=1}^n X_i &= 1 \quad X_i \geq 0; i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

18 El criterio de riesgo serio del tipo [1], definido por Markowitz como el de varianzas de los rendimientos.  
 19 Para un mejor estudio y explicación de la interpretación de la utilidad del inversionista relacionada con la media y varianzas de los rendimientos, consultar: Kraft, Yaom, Levi, Holm y Markowitz, Harry, Mean-variance versus direct utility maximization. The Journal of Finance, march 1989.  
 20 Ver Markowitz 1959. Ibd.  
 21 Burcomésica hace una excelente interpretación de esta propuesta, y plantea que el rendimiento esperado para cada valor se puede estimar como  $E(X) = \sum X_i/n$  representando la media aritmética de los rendimientos históricos; mientras que el riesgo lo interpreta como la variabilidad que con respecto a la media representan los rendimientos históricos, y se estimará con la ayuda de la desviación estándar como  $S = \left[ \frac{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{n-1} \right]^{1/2}$

y alternativamente está el caso b): Maximización del rendimiento sujeta a un riesgo

$$\begin{aligned} \text{Max } & \sum_{i=1}^n \mu_i X_i \\ \text{s.a.: } & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} = \sigma^2 \quad \dots \dots (77) \\ & \sum_{i=1}^n X_i = 1 \\ & X_i \geq 0; i=1, \dots, n \end{aligned}$$

Donde:

$X_i$  = proporción del presupuesto que se debe invertir en el activo del tipo  $i$ .

Estas son las variables que están bajo el control del inversionista, y que proporcionan la composición del portafolios una vez que se han fijado

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1; X_i \geq 0; \text{ para } i = 1, \dots, n$$

$\mu_i = E(\gamma_i)$  : rendimiento esperado del valor  $i$ .

$\gamma_i$  = variable aleatoria que representa el rendimiento de cada tipo de instrumento  $i$ .

$\sigma_i^2 = \sigma_{ii} = v(\gamma_i)$  : varianza de sus rendimientos; y

$\sigma_{ij} = \text{cov}(\gamma_i, \gamma_j)$  : la covarianza entre los rendimientos de cada pareja de instrumentos.

Ahora bien, Markowitz plantea un portafolios en una situación estática ya que considera el problema de inversión en un solo periodo, ello brinda la ventaja de poder entenderlo fácilmente y darle solución por medio de una computadora. Sin embargo, el Modelo de Markowitz (M.M.) presenta los siguientes inconvenientes:

- no capta las relaciones dinámicas del proceso de inversión, y
- tiene problemas de simetría porque al utilizar la varianza para medir la Incertidumbre, considera igualmente indeseables los rendimientos por encima de lo esperado, que los que están por debajo de él.

"Esto no es válido para el problema de inversiones puesto que ... el rendimiento es un bien que proporciona mayor beneficio mientras mayor cantidad de él se tenga."<sup>22</sup>

En cuanto al siguiente modelo llamado Modelo de Roy, tiene las ventajas de no tener el problema de simetría y llegar a resultados equivalentes a los obtenidos con el M.M.

<sup>22</sup> Márquez Díaz Caserio Javier. *Carteras de Inversión* Ed Limusa 1981

## 2.2.2 Modelo de Roy (M.R.)

Roy planteó un modelo que utiliza un criterio diferente de riesgo, "...especificando en términos monetarios lo que no se quiere que suceda; y propuso que el rendimiento  $R$  que se obtenga del portafolios, no sea inferior a una cantidad  $\alpha$ —que fijaría inicialmente el inversionista—"<sup>23</sup>

Esto último lo utilizó para definir el riesgo como la probabilidad de que suceda lo indeseable; obteniendo así una medida de riesgo como la que se muestra enseguida:

$$p = \text{probabilidad } (R < \alpha) \quad \dots \dots (2.3)$$

Al utilizar esta medida se minimiza el riesgo, lo que equivale a minimizar  $p$ .

Si se supone normalidad en los rendimientos de los activos, "...donde  $p$  es el rendimiento mínimo aceptable por el inversionista y  $R$ , el rendimiento del portafolios que podría ser..." se tendrá el siguiente problema a resolver:

$$\text{Max } \pi(X) = \left( \sum_{i=1}^n X_j \mu_j - \alpha \right) / \left( \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_j X_k \sigma_{jk} \right)$$

$$\text{s.a.: } \sum_{j=1}^n X_j = 1 \quad \dots \dots (2.4)$$

$$X_j \geq 0; j=1, \dots, n$$

Donde el rendimiento de un activo  $j$ , sigue el comportamiento de una variable aleatoria  $R_j^{25}$  que se distribuye como una normal con media:  $E(R_j) = \mu_j$  y varianza  $\sigma^2(R_j)$

y además:

$\mu_j$  = rendimiento esperado del activo  $j$

$\sigma_{jk}$  = la covarianza entre los rendimientos de cada pareja de títulos-valor o  $\text{COV}(R_j, R_k)$

$\sigma_j^2$  = la varianza de sus rendimientos  $R_j$  o  $\sigma^2(R_j)$

$X_j$  = proporción del presupuesto que se debe invertir en el activo; es decir, estas son las variables de decisión, y están bajo el control del inversionista.

$\alpha$  = rendimiento mínimo aceptable que se fijará de acuerdo al inversionista o a los requerimientos de éste.

<sup>23</sup> Márquez Díaz, Raúl

<sup>24</sup>

<sup>25</sup> Ya que de lo contrario se tendría una ecuación muy complicada del planteamiento del Modelo, situación que rebasa los propósitos de esta tesis se habla de maximizar, ya que minimizar  $p$  equivale a minimizar  $P_T(R > \alpha) = \min(1 - P_T(R > \alpha))$  que equivale a  $\max(1 - P_T(R > \alpha))$ , y por lo tanto a  $\max P_T(R > \alpha)$ , ya que como  $0 < P_T(R > \alpha) \leq 1$ , si  $P_T(R > \alpha) \rightarrow 1 \Rightarrow (1 - P_T(R > \alpha)) \rightarrow 0$

Pero si los rendimientos  $R_t$  no se distribuyeran normal la Función Objetivo cambiaría ya que la distribución del rendimiento del portafolios  $R$  no sería normal y en cada caso primero se debería determinar la Función de Distribución del Rendimiento del Portafolios para poder maximizar  $p = \text{probabilidad } \{R < r\}$

Con este modelo, también se obtendrán portafolios eficientes. Al respecto Márquez Díez citó: "Resolviendo el problema para todos los valores posibles de  $a$ , se obtendría una frontera de portafolios de mínimo riesgo, y conceptualmente se procedería en la misma forma en que se actúa para el análisis del M.M."<sup>26</sup>

En cuanto a las ventajas que presenta el Modelo de Roy con respecto al M.M., podemos citar que el primero es más real, en el sentido de que carece de los problemas de simetría al no seguir el mismo criterio de riesgo que el M.M.. No obstante, "...es más complicada, ya que su tratamiento implica el conocimiento que se tenga de la función de distribución de probabilidades de rendimiento de cada valor que integra la cartera, lo cual es difícil de estimar adecuadamente; además, se debe emplear una técnica adecuada de programación no lineal para resolverlo —aunque no se descarta la posibilidad de desarrollar algoritmos eficientes que resuelvan el problema no lineal—."<sup>27</sup>

En conclusión, los modelos estáticos no captan las relaciones dinámicas del proceso de inversión lo cual es, hasta cierto punto, poco representativo de la realidad. Sin embargo, captan en forma rigurosa el elemento de riesgo en cuanto a rendimiento, y no presentan gran dificultad para ser resueltos por una computadora, hecho que brinda la ventaja de poder utilizarlos en la formación práctica de portafolios óptimos dando resultados positivos, más aún, si interactúan con modelos planeados con escenarios que permiten obtener programas decisionales completos, facilitando con ello la selección de portafolios. Cabe señalar que a los portafolios estáticos que consideran escenarios se les denomina robustos.<sup>28</sup>

Finalmente conviene tomar nota de los comentarios de Márquez Díez, que al respecto señala: "La dinamicización demanda complejidad tanto matemática, como por la cantidad de información que se requiere para su tratamiento; esto torna a los modelos difíciles de comprender y por consiguiente —y con mayor razón— de resolver por cualquier individuo (analista de valores o inversionista) que desee obtener portafolios óptimos."<sup>29</sup> No obstante, la realidad exige dinamicización por lo que lo ideal es encontrar un modelo —hasta cierto punto— dinámico pero sin mayores complicaciones y éste es el objetivo de las próximas secciones.

### 2.3 Selección Multiperíódica

La idea fundamental de este tipo de selección es contar con portafolios óptimos durante varios periodos, y no sólo para un momento determinado regularmente fijo en

<sup>26</sup> Márquez Díez, *Ibid*

<sup>27</sup> Márquez Díez, *Ibid*

<sup>28</sup> Ver el artículo de Bursamérica Consultores, *Ibid*

<sup>29</sup> Márquez Díez, *Ibid*

el tiempo, como ocurre cuando se realiza la selección de portafolios de un solo período con modelos estáticos.

Aquí, el tiempo se convierte en una variable de importancia, requerida para que el individuo en cuestión tome una determinación. Además, a la mayoría de los modelos de selección multiperiodica se los puede llamar modelos dinámicos en el sentido estricto de Bellman;<sup>30</sup> ya que la mayoría utiliza el principio fundamental de éste, en el que se sientan las bases de la programación dinámica.<sup>31</sup>

El estudio de estos modelos se divide en dos debido a que se estudian dos clases de portafolios multiperiodicos:

- 1) Los que buscan maximizar la utilidad esperada de la riqueza terminal de un portafolio de inversión, en el cual no se consideran depósitos ni retiros, y
- 2) los que pretenden maximizar la utilidad esperada de una serie de decisiones de consumo-inversión, que se toman en varios periodos.

#### Maximización de la utilidad esperada de la riqueza terminal

El gerente de portafolios, se responsabiliza en este caso del manejo de una inversión multiperiodica, pero sin tomar en cuenta flujos de efectivo: es decir, no se consideran ni inyecciones de dinero al portafolios, ni retiros.

Su propósito será siempre el de maximizar la utilidad esperada de la riqueza terminal  $X_T$ ,  $U(X_T)$ , que el inversionista piensa obtener de su inversión inicial. Esto se puede representar por medio de la ecuación:

$$\text{Max } E[U(X_T)] \quad \dots \dots (2.5)$$

La inversión inicial será de  $X_0$  pesos e irá evolucionando hasta obtenerse la riqueza terminal  $X_T$ . Al evolucionar de  $X_0$  a  $X_1$ , ésta deberá de pasar por  $t$  diferentes estados intermedios de riqueza denotados con  $t = 1, \dots, T$ . Se obtiene así un proceso estocástico.

Si se modifica la ecuación 2.5 con el fin de poner de manifiesto la naturaleza multiperiodica del problema se obtiene:

$$\text{Max } E[U(X_T)] = E\{U[X_0] (X_1/X_0)(X_2/X_1) \dots (X_T/X_{T-1}) \dots \dots (2.6)$$

Donde:

$X_t / X_{t-1}$  son las riquezas relativas en el periodo  $t$ .

Estas se pueden redefinir como rendimientos relativos —obtenidos en el periodo  $t$ — teniendo  $(1 + r_t) = (X_t / X_{t-1})$ ; sustituyendo en 2.6, se tendrá:

30 Bellman, Richard "Dynamic Programming" N.J. Princeton University Press 1957

31 Esta sección está basada en el capítulo 12 del libro de Gordon, J., Alexander & Jack Clark, Francis, "Portfolio Analysis" Prentice Hall Foundation of Finance Series Third Edition 1965

$$\text{Max } E\{U(X_T)\} = E\{U[(X_0)(1 + \gamma_1) \dots (1 + \gamma_T)]\} \quad \dots \dots \dots (2.7)$$

La ecuación (2.7) permite distinguir entre la riqueza inicial y los  $T$  rendimientos (diferentes) del portafolios obtenidos en un periodo determinado, y describe explícitamente los aspectos estocásticos y multiperiódicos del problema del manejo de portafolios, pero si el problema se replantea como un conflicto de Programación Dinámica se simplificará su solución.

Al respecto, Gordon<sup>32</sup> sugiere aplicar el principio fundamental de Bellman<sup>33</sup>, a la selección de portafolios óptimos, como sigue:

"Una política de construcción y selección tiene la propiedad de que no importando el portafolios inicial, ni el nivel de riqueza inicial —del inversionista—, el portafolios restante debe ser óptimo respecto a los resultados logrados del primer portafolios".

Ahora bien, los comentarios de Gordon dan pauta para formular y resolver el problema de selección multiperiódica de portafolios, como un problema de Programación Dinámica.<sup>34</sup>

Para ello, resulta necesario encontrar una relación entre el valor líquido del portafolios en el tiempo  $t$ , y su valor en el tiempo  $(t + 1)$ . La ecuación (2.7) muestra tal relación:

$$X_{t+1} = \sum_{i=1}^N (1 + \gamma_{it+1}) X_{it} X_i \quad \dots \dots \dots (2.8)$$

Donde:

$\gamma_{it+1}$  = el rendimiento obtenido del periodo  $t$ , al periodo  $(t + 1)$ , por el activo  $i$ .

$X_{it}$  = la proporción de la riqueza total  $X_t$ , que se invierte en el activo  $i$  en el tiempo  $t$ .

$N$  = número total de activos considerados como inversión potencial.

$$\text{Y} \quad \sum_{i=1}^N X_{it} = 1$$

Si  $X_{it} = 0$ , entonces el activo  $i$  no fue incluido en el portafolios en el tiempo  $t$ .

Ahora bien, si se define por  $F_t(X_t)$ , a la utilidad esperada de estar siguiendo una política óptima de manejo de portafolios en el periodo  $t$ , dado un horizonte de planea-

32 Gordon, J.; *Ibid*  
33

34 El principio fundamental de Bellman establece que "Una política óptima, tiene la propiedad de que cualquiera que sea el estado inicial y la primera decisión, las decisiones restantes, constituyen una política óptima en relación a los efectos restantes de la primera decisión." Bellman, Richard, *Ibid*

ción 1, y se considera que se invirtieron  $X_t$  pesos en el mismo periodo  $t$ , para el horizonte  $t = T$ , se tiene la identidad:

$$F_t(X_t) = E\{U(X_T)\} \quad \dots \quad (2.9)$$

la cual implica al principio del periodo  $t = T-1$ :

$$F_{T-1}(X_{T-1}) = \max_{X_{T-1}} E\{U(X_T)\} \quad \dots \quad (2.10)$$

La ecuación (2.10) es una relación recursiva de programación dinámica, entre el tiempo  $T-1$  y el tiempo  $T$ ; que enuncia:

Dado que  $X_{T-1}$  pesos disponibles, a las variables de decisión  $X_{T-1}$  (para  $i = 1, \dots, N$ ) se les debe asignar valores para formar portafolios que maximicen la utilidad esperada de la riqueza terminal. Y una vez tomada la decisión de cómo invertir  $X_{T-1}$ , el máximo valor de la utilidad esperada dependerá sólo de la magnitud de  $X_{T-1}$ .

Si  $X_{T-1}$  no es conocida en el tiempo 0,  $F_{T-1}$  puede ser vista como la función que representa las preferencias del inversionista sobre distribuciones de probabilidad para  $X_{T-1}$ . De la misma manera, en  $t-2$ , los valores óptimos para  $X_{t-2}$  buscarán maximizar:

$$E\{F_{T-1}(X_{T-1})\} = E\{\max_{X_{T-1}} E\{U(X_T)\}\} \quad \dots \quad (2.11)$$

Lo cual puede denotarse por  $F_{t-2}(X_{t-2})$ .

Se llega así a una relación recursiva que permitirá plantear el problema a través de la Programación Dinámica...

$$F_t(X_t) = \max_{X_{t+1}} E\{F_{t+1}(X_{t+1})\} \quad \dots \quad (2.12)$$

Donde:

$$X_{t+1} \text{ cumple con la ecuación (2.7).} \quad t \text{ varía de } 1 \text{ a } T-1$$

La formulación del problema multiperíodo de selección de portafolios, como un problema de programación dinámica conduce a un hecho importante: la similitud entre el problema de selección de portafolios para un solo periodo y el problema multiperíodo.

"Es posible deducir una función de utilidad para un solo periodo; dicho lo cual, la maximización de la utilidad esperada para un solo periodo, es consistente con estar maximizando la utilidad esperada de la riqueza terminal..."<sup>35</sup> Además, si la función de utilidad de la riqueza terminal es cóncava<sup>36</sup> entonces también lo serán las otras funciones de utilidad deducidas  $U(X_t)$ . Sin embargo, a pesar de las ventajas que ofrece,

<sup>35</sup> Gordon J. Alexander y Jack C. Holt

<sup>36</sup> Se menciona una función de utilidad cóncava, ya que es un supuesto fundamental en la teoría moderna de portafolios y se relaciona con un inversionista averso al riesgo. En caso de que fuera convexa, la función de utilidad del inversionista violaría el supuesto de los modelos de inversión de portafolios, y por lo tanto los complicaría innecesariamente —ya que se relacionan con los inversionistas amantes del riesgo, que salen de lo que se puede considerar un inversionista razonable— [Ver Harry Markowitz en Portfolio Analysis de Connel, 1959]



el método sugerido por la Programación Dinámica es complicado, ya que debe ser resuelto en todo nivel de riqueza para cada periodo futuro, esto se hace con el objeto de identificar el portafolio que maximice la función de utilidad deducida en turno.

Hakansson —en su artículo "Convergencia hacia una utilidad isoelástica y políticas de selección de portafolios multiperiodicos"— desarrolló un modelo que sigue esa misma idea y supone que las selecciones y preferencias del inversionista serán gobernadas por una función de utilidad definida en su riqueza terminal, entendiendo por ella, la riqueza obtenida en un periodo anterior a la muerte del inversionista.

El modelo pretende tomar las mejores decisiones de inversión en un periodo "n", mismas que permitirán optimizar la utilidad de la riqueza terminal y con base en ello encuentra una relación recursiva que simplifica el problema, más aún si la función de utilidad del inversionista es isoelástica <sup>37 38</sup>

Gordon J. Alexander, concluye respecto al uso de las funciones de utilidad isoelásticas, que "...al considerar una aversión relativa constante al riesgo... , por parte del inversionista permiten el uso de modelos de selección de portafolios de un solo periodo —o estáticos— en aplicaciones de inversión multiperiodica". <sup>38</sup>

El caso 1 —citado en la pág. 46— visto en esta sección no es del gusto de muchos inversionistas, ya que el suponer que no se hacen retiros hasta el último periodo, no toma en cuenta el hecho de que la mayoría de los individuos e industrias ven en su portafolios de inversión una reserva de emergencia de fondos de efectivo; esta última puede ser incrementada por depósitos al portafolios en los periodos de bonanza del inversionista, y reducida en aquellos de escasez. El caso 2 considera estos desperfectos y será tratado en la próxima sección de la presente tesis.

### 2.3.2 Maximización de la utilidad esperada, considerando consumo/inversión multiperiodica

Los gerentes de portafolios multiperiodicos, se concentrarán ahora en maximizar la utilidad esperada del consumo multiperiodico del inversionista, esto es:

$$\text{Max } E\{U(C_1, C_2, \dots, C_{T-1}, C_T/\phi_T)\} \quad \dots \dots \dots (2.13)$$

Donde:

$C_t$  = consumo valuado en pesos en el periodo t.

T = vida de la inversión.

$\phi_T = \left\{ \begin{array}{l} \text{Un vector de orden } [T+1] \text{ que representa el grupo de información dis-} \\ \text{ponible en cada periodo t, hasta T} \end{array} \right\}$

<sup>37</sup> Para comprender el concepto de utilidad isoelástica ver Gordon J. Alexander, *ibid*

<sup>38</sup> Ver el artículo de Hakansson "Convergence to isoelastic utility and policy in multiperiod portfolio choice" en *The Journal of Financial Economics*, nov. 1973

Esto significa que en el periodo  $t$ , la información histórica disponible  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{t-1}$  ; es incluida en  $\phi_t$  ; además de considerar la información más actual, correspondiente al periodo  $t$ .

La utilidad de consumo en cualquier momento  $t$  puede ser una función de consumo de otros periodos, y puede depender del estado de la naturaleza descrito en  $\phi_t$  . Para esta clase de inversiones, la relación que muestra si se considera o no consumo/inversión en un solo periodo, queda implícita en la ecuación:

$$X_{t+1} = \sum_{i=1}^N X_{it} (1 + \gamma_{it+1})(X_t - C_t) \quad \dots \dots \quad (2.14)$$

Por otro lado, se asumirá que las tasas de rendimiento de cada activo para un solo periodo, son variables aleatorias independientes, e idénticamente distribuidas y definidas dentro del grupo de información, dado el periodo  $t$ .

De ahí que la ecuación (2.14) facilita la representación de la naturaleza multiperódica del problema de portafolios, como un problema de Programación Dinámica, donde en cada periodo  $t$  el inversionista debe decidir cuánto consumir y en qué portafolios invertir.

Si se renombra a  $C_t$  por  $X_t$ , dado que al término de  $T$  el inversionista puede consumir toda su riqueza terminal  $X_T$ , la situación del inversionista se representará por  $\{(C_1, C_2, \dots, C_{T-1}, X_T / \phi_T)\}$  en el periodo  $T$ . Así, para este mismo periodo la utilidad del consumo multiperódico del inversionista, se puede representar como:

$$F_T \{(C_1, C_2, \dots, C_{T-1}, X_T / \phi_T)\}$$

Con la ayuda de esta función se pueda obtener una relación recursiva tal que para cualquier periodo se tiene:

$$F_t(C_1, C_2, \dots, C_{t-1}, X_t / \phi_t) = \max_{X_{it}, C_t} E\{F_{t+1}(C_1, C_2, \dots, C_t, X_{t+1} / \phi_{t+1})\} \quad \dots \dots \quad (2.15)$$

Donde:

$$t = 1, \dots, T-1 \quad e \quad i = 1, \dots, N$$

Al aplicar (2.15), se maximiza la utilidad esperada del consumo multiperódico del inversionista, debido a la distribución de todos los resultados posibles, que están implícitos dentro de  $\phi_{t+1}$  ; ésto se hace cada periodo variando las cantidades de  $X_{it}$  y  $C_t$ .

Así, la ecuación (2.15) se resuelve reiterativamente en cada periodo seleccionando así el portafolio óptimo de inversión —en un periodo determinado—.

La solución considera consumos pasados del inversionista, la información histórica, y la riqueza disponible  $X_t$ . Por lo tanto, al resolver este problema se están evaluando

todas las combinaciones de consumo/inversión, y se procura encontrar aquella que maximice la utilidad esperada del consumo multiperiodico; y al hacerlo se consideran todos los posibles estados de la naturaleza en cualquier periodo.

Desafortunadamente, resulta difícil formular algoritmos de solución, además, puede ser poco factible, si no imposible, el encontrar soluciones con ayuda de una computadora. Pese a ello y haciendo algunos supuestos, el problema se puede simplificar, sustituyéndolo por otro más sencillo, de un solo periodo.

Note que al principio del periodo  $t$ , las decisiones pasadas de consumo ya fueron tomadas, por lo que  $C_1, \dots, C_{t-1}$  son cantidades conocidas en el grupo de información  $\phi_t$ . Por lo tanto, todas las variables que intervienen en el lado derecho de la ecuación (2.15) son cantidades conocidas, excepto  $C_t$  y  $X_{t+1}$ , de esta manera, la ecuación puede reescribirse:

$$F_t(C_1, C_2, \dots, C_{t-1}, X_t / \phi_t) = \max_{X_t, C_t} E\{F_{t+1}(C_1, C_2, \dots, C_t, X_{t+1} / \phi_{t+1})\} \quad (2.16)$$

$$= \max_{X_t, C_t} E\left\{ \int_{\phi_{t+1}} (C_t, X_{t+1} / \phi_{t+1}) \right\} \quad (2.17)$$

Donde  $\phi_t$  contiene la información referente a  $C_1, \dots, C_{t-1}$ ; los cuales están dados como constantes ya que son cantidades conocidas. Además,  $F_{t+1}$  es una función constante —no cambia periodo a periodo— (de  $C_t, X_{t+1}$  dado  $\phi_{t+1}$  y  $\phi_{t+1}$  contiene el escalar esperado en  $t+1$ ) si dos de las siguientes seis condiciones prevalecen:

- 1.- Los bienes de consumo se comportan de manera independiente al estado de la naturaleza, representado en  $\phi$ .
- 2.- El consumidor actúa como si las oportunidades de inversión (distribución de rendimientos para un periodo) fueran conocidas antes de cada periodo de inversión.
- 3.- La distribución de las tasas de los rendimientos para un solo periodo, es normal multivariada e independiente de la distribución de los rendimientos obtenidos en periodos previos.
- 4.- La utilidad del consumo en un periodo no se relaciona con la utilidad del consumo de otro periodo, lo que equivale a decir que es separable.
- 5.- La función de utilidad deducida  $F_t$  tiene utilidad marginal positiva decreciente.
- 6.- La función de utilidad  $U$  es isoelástica.

Las condiciones tres, cuatro, cinco y seis implican que el inversionista puede maximizar su utilidad esperada, seleccionando portafolios eficientes por el método de media-varianza. Además, las seis condiciones en conjunto, implican que una selección myopic<sup>39</sup> (donde el inversionista actúa como si fuera un miope que no conoce

<sup>39</sup> En la sección referente a revisión de portafolios se explicará el Análisis Myopic

lo que ocurrió en el pasado ni lo que ocurrirá en el futuro) de portafolios eficientes, es una conducta óptima ya que maximiza la utilidad esperada de consumo multiperiodico.<sup>40 41</sup>

Por otra parte, los modelos multiperiodicos bajo el enfoque de la Programación Dinámica son más reales que los estáticos y permiten tomar decisiones correctas para el futuro, aún cuando en el pasado se hayan tomado decisiones equivocadas.

Sin embargo, actualmente son poco prácticos dado que solucionar el problema requiere de un método (o algoritmo) eficiente que no siempre es sencillo de construir.

Cabe señalar que en estos modelos son variables las etapas que se deben contemplar debido a que dependen de la longitud que les dé el individuo que decide, por ejemplo, Fama y Macbeth,<sup>42</sup> realizaron un estudio en el que lo hicieron a cada etapa un largo de cuatro años y consideraron un horizonte de inversión de veinte años, asimismo, hablaron de un horizonte teórico de toda la vida del inversionista como horizonte de inversión; sin embargo, Merion indicó en 1975 que las etapas podrían ser de meses o semanas.

Además, en aplicaciones prácticas, millones de pesos invertidos en activos están encomendados a portafolios multiperiodicos, ya que no sólo se invierte en un año racionalmente sino que se van estudiando las posibilidades de obtener ganancias en cierto periodo, que por lo regular es largo.<sup>43</sup>

Sería ideal encontrar y aplicar una técnica con la cual se pudieran construir portafolios óptimos para varios periodos para evitando la complejidad de los portafolios multiperiodicos; sin embargo, surge la pregunta obligada: ¿Es la teoría de portafolios de un solo periodo relevante para el gerente de un portafolios multiperiodico?

Gordon responde afirmativamente, comentando que "...es fácil demostrar que revisando y seleccionando una serie de portafolios eficientes, periodo a periodo, mediante el método de Media Varianza para un solo periodo, se estará maximizando la utilidad esperada multiperiodica del inversionista, bajo ciertas circunstancias que son las mismas que hacen óptimo un análisis Myopic".<sup>44</sup>

De los comentarios de Gordon, son dos los que llaman la atención: el Análisis Myopic y la Revisión de Portafolios que es frecuente en aplicaciones prácticas. A continuación se verá cómo afectan estas revisiones a los modelos de selección de portafolios.

40 No se consideran costos de transacción, ni otra clase de fijos de efectivo relacionados con el fin de simplificar el análisis.  
41 Siempre y cuando se realice en periodos largos de inversión. Muth (1968) y Hakansson (1971) probaron esto último. Var. Mossin, J., Optimal multiperiod portfolio policies. *Journal of Business* 41, 1968, pp. 215-229.

Hakansson, N., On optimal Myopic portfolio policies with and without serial correlation of yields. *Journal of Business* 44, 1971, pp. 324-334.

42 En 1973 Fama y Macbeth en su artículo Test of the multiperiod parameter model, consideraron un horizonte de planeación que duró del año 1953 al año 1972, y lo dividieron en 4 subperiodos para hacer el estudio. Al término no encontraron evidencia de relación de los rendimientos de los activos de portafolio del periodo 1 al 4, y el nivel de rendimientos esperados que son disponibles en 1. Era de la pautas para tener confianza en este tipo de modelos. Sin embargo el desarrollo fue para el M.V.A. de USA, y en muchos países las cosas pueden cambiar.

43 Un ejemplo podría ser el de los fondos de pensiones que requieren de portafolios que les den ganancias con una vida multiperiodica.

44 Gordon, J.; *ibid*

## 2.4 Revisión de portafolios óptimos

Es conveniente aclarar el concepto de conducta myopically para entender el método de análisis myopic, que permite maximizar la utilidad multiperiodica esperada por el inversionista, al revisar un portafolios óptimo.

Comportarse de forma myopically, es actuar como si no se fuera miope, sin distinguir lo que ocurrió en el pasado y sin ver lo que puede ocurrir en el futuro; un individuo con esta actitud toma decisiones de inversión para un periodo en curso, sin considerar el comportamiento del mercado en periodos pasados ni futuros.<sup>45</sup>

Afortunadamente, construyendo y seleccionando un portafolios óptimo y eficiente para un solo periodo, se estará actuando de manera óptima para varios periodos, maximizando así la utilidad esperada bajo las siguientes condiciones:

- 1) El inversionista tiene una función de utilidad marginal positiva  $J$ , cuya curva se incrementa a un ritmo decreciente de su riqueza terminal.
- 2) El inversionista tiene una función de utilidad isoelástica.<sup>46</sup>
- 3) Las tasas de rendimiento de cada periodo para los diferentes activos, se<sup>1</sup> dividen de acuerdo a una distribución normal multivariada, y son independientes de los rendimientos obtenidos en periodos precedentes (o anteriores).

Estas tres condiciones son necesarias para simplificar los cálculos, lo suficiente para probar que la utilidad esperada en el caso multiperiodico, puede maximizarse actuando de manera myopically<sup>47</sup> lo que, a su vez, permite maximizar la utilidad multiperiodica esperada por el inversionista.<sup>48</sup>

Ahora bien, una vez comprendida la conducta myopically es conveniente estudiar la revisión de portafolios óptimos, en combinación con un horizonte largo de inversión, lo que equivale a extender el método de selección de portafolios de una base intemporal, de modo que responda a la interrogante: ¿Qué hacer después de que

45 Esto no quiere decir que el inversionista en cuestión no tome en cuenta los datos históricos para proyectar los rendimientos posibles de los diferentes activos; ya que utilizando dichas proyecciones se facilita la construcción de portafolios óptimos de un solo periodo. Sin embargo, al evaluar y proponer el modelo no se tomaron en cuenta ni el factor tiempo ni los estados de la naturaleza pasados ni futuros (principal característica de los modelos multiperiodicos); lo cual vuelve menos completa la maximización de la utilidad multiperiodica esperada del inversionista.

46 Martin mostró en 1968 que las de todas las tipos de función de utilidad marginal positiva pero decreciente son las isoticas:

1)  $U = \ln(X)$ , es decir, una función logarítmica

2)  $U = aX^b$  para  $0 < C < 1$ , lo que es una función positiva de potencia o exponencial positiva (positive power function)

3)  $U = -aX^b$  para  $C > 0$ , esto es, una función exponencial negativa (a negative power function)

47 Al respecto, Martin en 1968, mostró que una política como esta es óptima si además de las tres condiciones aquí citadas una cuarta es agregada. Esta condición contempla que la distribución de los rendimientos debe ser estacionaria. Una política de portafolios fija estacionaria puede ser definida como aquella en la cual las mismas proporciones fueron invertidas en cada activo al principio de cada periodo. En un marco multiperiodico, según dicha política significa que al principio de cada periodo, el inversionista simplemente reconstruye su portafolios original con el objeto de obtener las proporciones originales.

48 Por ejemplo, si el inversionista tiene una función de utilidad logarítmica  $U = \ln(XT)$  donde  $X_T = X_0(1+r)^T - (1+r)^T$  entonces para algún  $T$  entre 0 y  $T$ , el inversionista intentará de maximizar su función de utilidad inducida  $-U_n$  representada por  $\ln(X_n)$  como en la ecuación 2.12, lo que en este caso equivale a maximizar  $E[\ln(X_n)]$  o  $E[\ln(1+r)^T]$

el portafolio inicial ha sido comprado?<sup>49</sup> Responder a esta pregunta es el objeto principal de la revisión de portafolios.

#### 2.4.1 Lineamientos para revisar carteras óptimas

Ahora se muestran algunas ventajas del uso de los métodos de revisión: cuando un individuo se convierte en inversionista es innegable que llene anhelos de obtener altos rendimientos, de ahí que, al seleccionar un portafolio óptimo o invertir en los activos elegidos surja de inmediato la necesidad de revisar dicho portafolio, en el que las proporciones de inversión se van a definir en un periodo  $t$ , es decir,  $X_{it}$  para  $n$  activos; donde  $i = 1, \dots, n$  —lo que lo volverá sub-óptimo en otros periodos de inversión—. Ello se debe a que:

**Primero**, los dividendos de un activo y los ingresos por intereses, incrementan el dinero en pertenencia.

**Segundo**, algunos activos que antes tenían cierto peso o importancia dentro del portafolio óptimo, no lo conservan y éste declina considerablemente si ocurren pérdidas de capital.

**Tercero**, algunos activos, por el contrario, incrementan su peso dentro del portafolio debido a que experimentan ganancias de capital.

**Cuarto**, las clases de riesgo de algunos activos cambian al variar las expectativas de futuro como la coyuntura económica, política, etc.; es decir, en un periodo determinado,  $z$  activo pueda representar un bajo riesgo-varianza y en el siguiente periodo puede ser el que representa el mayor riesgo-varianza.  $Y$

**Quinto**, algunos rendimientos esperados cambian al modificarse las expectativas a futuro. Estos cambios ocasionan que la región de oportunidades de inversión —incluyendo la frontera eficiente y la ubicación en el espacio de media-varianza— del portafolio seleccionado un periodo anterior, cambia minuto a minuto.

Esto último quiere decir que un portafolio óptimo necesita ser revisado tan pronto como ha sido comprado, aún si la función de utilidad del propietario del portafolio es isocástica (su función de utilidad es independiente del nivel de riqueza del inversionista) y las preferencias del individuo no cambian a causa de sus experiencias (el mapa de indiferencias en el espacio de riesgo-rendimiento es estable).

La situación se ve representada en la figura 2 a), en la que se seleccionó un portafolio inicial  $C$  de un conjunto de oportunidades limitadas por  $BCD$  y basadas en el mapa de indiferencia en el espacio riesgo-rendimiento, por lo tanto, se dispone de un mejor conjunto de oportunidad denotado por  $EFHG$ . Si existiera una tasa libre de riesgo,

<sup>49</sup> Smith Keith V. A Transition Model for Portfolio Revision. Journal of Finance 22, 45 No. 3 Sep. 1967 pp. 425-439.

también podría cambiar en el transcurso del tiempo dando como resultado cambios de localización en la frontera eficiente así como en la composición de los portafolios tangentes.

Por ejemplo, si un fondo mutualista con un portafolios C —que posteriormente cambia a F—, vende acciones y compra otras para localizarse cerca de H, al cual se encuentra en la misma clase de riesgo que C pero con un mayor rendimiento esperado es preferible que F.

Pero comprar el portafolios inicial y después hacer dichos cambios requiere que el mapa de Inferencias sea explícitamente conocido. Esta aproximación puede ser sugerida como una política práctica sólo si el inversionista llena perfectamente detallados sus objetivos de Inversión, lo que permite que el mapa de Inferencias pueda ser conocido.

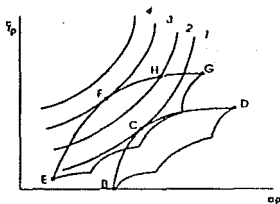


Fig. 2.a) Mapa de inferencias conocidas y el cambio de oportunidades de inversión.

Por otro lado, la revisión práctica de un portafolios es difícil de realizar debido a ciertos costos llamados "imperfecciones de mercado", algunas de ellas ocasionadas por el mundo real, que dista mucho de un modelo económico ideal. Esto se debe considerar en un modelo de portafolios óptimo. Dentro de estos costos se pueden mencionar:

- a) Comisiones por compra de valores.
- b) Comisiones por venta de valores.
- c) Impuestos de transferencia por compra-venta de valores.
- d) Impuestos sobre ganancias de capital, pagaderos cuando éstas se realicen.
- e) Otros costos que comprenden:
  - Gastos por análisis de datos, como los incurridos al realizar proyecciones para analizar los títulos de valor.
  - Construcción del portafolios y costos por selección así como gastos en tiempo de computo de los datos.
  - Salarios del staff de ejecutivos de cuenta, gerentes de portafolios y análisis de valores.

A continuación se estudiará el Modelo de Pogue, que es una "...extensión del Modelo de Markowitz que incluye variables de costos de transacción, ventas en corto, apalancamiento del portafolios e impuestos."<sup>51</sup>

## 2.4.2 Modelo de Pogue

El Modelo de Pogue es un modelo de revisión de portafolios con el que siempre se buscará "Mantener un portafolios óptimo, o al menos lo más cerca del óptimo, y ayudar así a refoalimentarlo."<sup>52</sup>

Si bien Pogue retomó el Modelo de Markowitz, fue más allá y previó situaciones dinámicas que consideran el revisar un portafolios óptimo en intervalos de tiempo determinados con anterioridad. De esta manera contempló el efecto que puede tener el hecho de comprar y vender activos para revisar el portafolios, lo cual se refleja en los costos de transacción (honorarios de corretaje y costos de mercado) que son causa de la falta de liquidez de los activos.

Este hecho es ignorado por los modelos comunes de selección de portafolios como el Modelo de Markowitz y el de Roy. La diferencia es que si al hacer la revisión no se toman en cuenta los costos de transacción, pueden ocurrir cambios no justificados en el portafolios (supuestamente óptimo) al comparar el costo, lo que implica la rotación de activos contra el beneficio que se podría obtener de la revisión.

Otra consideración relevante del modelo, es incluir los impuestos que son aplicados —y deducidos de— a las ganancias de capital por el ingreso de dividendos que obtienen los inversionistas de su portafolios de inversión. Un portafolios revisado dentro del modelo matemático que considere estos impuestos, dominará sobre aquellos obtenidos con modelos que no los hayan tomado en cuenta.

Además, el Modelo de Pogue también considera otro tipo de posibilidades como los créditos de margen (prohibidos actualmente en nuestro país) y las ventas en corto —que ya están integradas a las posibilidades de inversión del Mercado de Valores Mexicano— al mismo tiempo que cubre el riesgo de deudas inseguras minimizándolo (este tipo de deudas no se dan en nuestro país).

De todo ello, se pueden concluir dos cosas: una, que la importancia del Modelo recae en el hecho de que Pogue mostró que teóricamente la región de portafolios eficientes, obtenida a partir de su modelo, domina a aquella lograda con el modelo inicial de Markowitz, y dos, que este modelo entra en la categoría de modelos de revisión pero con la ventaja de no ser tan complicado como los multiperíodos. El apéndice 2.2. incluye el modelo de Pogue, así como la explicación de cada una de las variables.

51 Pogue, A. G.: "An extension of the Markowitz portfolio selection model to include variable transaction's costs, short sales, leverage policies and taxes". In The Journal of Finance. Diciembre 1970.

52 Pogue, A. G.: *Ibid*



### 2.4.3 Comentarios al Modelo de Pogue

Pogue no sólo demostró hipotéticamente la utilidad de sus teorías sino que hizo pruebas prácticas que le dieron la pauta para aseverar que:

"Variando sistemáticamente el parámetro  $\theta$  de 0 a  $\infty$  el conjunto de portafolios eficientes puede ser generado. [para]... Los portafolios serán eficientes [sólo] después de los costos de transacción anuales a modificar el portafolio inicial  $X(0)$ , para obtener un nuevo portafolio que maximice la utilidad esperada del valor neto terminal del inversionista... [Por otra parte,] La frontera eficiente de portafolios que incluyen ventas en corto y pasivos de deuda (si es necesario) para la optimización del portafolio, domina la región eficiente de portafolios obtenidos sin tomar en cuenta ni pasivos ni ventas en corto, al formar los portafolios periodo a periodo."

Ahora bien, la extensión del Modelo de Markowitz por Pogue, los comentarios anteriores y el hecho de que teóricamente una revisión de portafolios pueda maximizar la utilidad esperada multiperíodica del inversionista, dan las bases para experimentar de manera práctica en el M.V.A. Mexicano, como ejemplo de Modelo de Revisión de Portafolios. En esta sección no se da mayor detalle, dada la originalidad del modelo, sin embargo, en el apéndice 2 se incluye el modelo original.

En la segunda parte del capítulo se hará un sumario en la forma de una tabla comparativa, que ayudará a justificar el deseo de adecuar el Modelo de Pogue a la situación mexicana. En la tabla se sopesarán ventajas y desventajas de cada modelo. Pero antes de concluir, esta sección es conveniente conocer los avances que se han realizado en los últimos dos años, y las expectativas a futuro de los modelos matemáticos de selección de portafolios.

### 2.5 Situación actual y expectativas a futuro

Actualmente se realizan estudios tendientes a mejorar los modelos ya existentes con el fin de obtener (en la práctica) portafolios de inversión que proporcionen resultados realmente cercanos al óptimo; con lo que se ha llegado a una nueva teoría: el CAPM (The Capital Asset Pricing Model).<sup>55</sup>

Los nuevos estudios van encaminados al hecho de que para firmas de empresas pequeñas que cotizan en bolsa, la relación de riesgo-rendimiento (relativa al CAPM) no se lleva a cabo en enero, sobre todo cuando sus rendimientos son positivos mientras el Mercado es negativo.<sup>56</sup>

Por otra parte, se le ha puesto mayor énfasis a las formas de evaluación y al comportamiento de un determinado portafolio (Performance-Evaluation), contra los resultados obtenidos por medio de otro, en un mismo periodo.

---

<sup>55</sup> Que ya se ha experimentado con cierto éxito en el entorno mexicano, al utilizar el Modelo de Markowitz para formar carteras óptimas. Como referencia se puede dar el artículo "Análisis de Modelos de Inversión en Entornos Cambiantes" de Bursomérica Consultores.

<sup>56</sup> Ver el artículo "Portfolio rebalancing and fun of the year effect" en The Journal of Finance, March 1989.

Mark Grinblatt y Sheridan Titman en su artículo "Portfolio Performance Evaluation: Old Issues and New Insights",<sup>57</sup> presentan un modelo que provee nuevas formas de medir los resultados arrojados por los portafolios de inversión. Dicho modelo, además, explora varios puntos críticos de estas medidas que incluyen el problema de identificar una señal apropiada —llamada benchmark u objetivo de comparación— del portafolio, y la posibilidad de sobreestimar el riesgo debido al "market-timing", habilidad y falta de información por parte de los inversionistas para entender riesgos positivos relacionados con rendimientos ajustados dada la aversión creciente al riesgo. En el artículo se argumenta que estos puntos críticos no son impedimentos serios para llevar a cabo la evaluación del portafolio.

Ahora bien, los modelos matemáticos de selección de portafolios serían más útiles si algunos supuestos como la normalidad de los rendimientos, no fuerán necesarios para poder efectuar su construcción.

Con el fin de salvar estas limitantes, Ross formuló en 1976 un nuevo modelo de activos y lo llamó Arbitrage Pricing Theory (A.P.T.),<sup>58</sup> éste se puede aplicar tanto en modelos de un solo periodo como en modelos multiperiodicos ya que únicamente requiere del supuesto de mercados perfectos e inversionistas que tengan una función de utilidad cóncava y monótona creciente. De esta manera, los supuestos de funciones cuadráticas y rendimientos distribuidos normalmente, no son necesarios al derivar la ecuación del modelo A.P.T.

Se espera que en el futuro se sigan desarrollando estudios referentes a modelos, tanto multiperiodicos como a la evaluación de portafolios, la flexibilidad del "market-timing" y los supuestos, con el fin de obtener modelos que cada vez sean más reales y que optimicen la labor de los gerentes de portafolios.

## 2.6 Procesos prácticos de modelos matemáticos: su aceptación y desarrollo en México

En México, el Mercado de Valores se encuentra inmerso en entornos cambiantes, lo que hace difícil no sólo la aceptación de un determinado Modelo Matemático de Selección de Portafolios Óptimo, por parte de los analistas, sino su exitosa aplicación práctica. Sin embargo, no se ha quitado el dedo del renglón, una muestra de ello es la tesis titulada "Rentabilidad y Riesgo en la Bolsa Mexicana de Valores", de José Dayan y Jorge Rodríguez, en la cual se propone un modelo que modifica el Modelo de Markowitz introduciendo el múltiplo precio/utilidad con el fin de obtener carteras rentables.

Dayan y Rodríguez demostraron la utilidad de su modelo para elegir portafolios de inversión óptimos en México, con lo que crecen las esperanzas de que se sigan realizando investigaciones que ayuden a reforzar el área de análisis bursátil.

<sup>57</sup> Artículo publicado en the Journal of Economic Theory, 1990.

<sup>58</sup> Este modelo sería posteriormente mejorado y ampliado, primero por Connor (1981) y posteriormente por Hyrbornann (1982), Chamberlain (1983), Chamberlain & Rothschild (1983), Chen & Ingersol (1983), Dytwing (1983), Grinblatt y Titman (1983), Stambaugh (1983) e Ingersol (1984).

En enero de 1989 la revista mensual *El Inversionista*, publicó el artículo del Dr. Javier Márquez Díez Canedo: "Panorama Estratégico de Inversiones en 1989", en el que el Doctor defiende el uso de modelos matemáticos de portafolios óptimos, apoyándose en el hecho de que "...las experiencias vividas recientemente, obligan a aumentar la calidad de análisis, y a profesionalizar cada vez más las recomendaciones para evitar descabros semejantes a los sufridos en octubre de 1987."

De esta manera, planteó estrategias robustas de inversión que se comportaran adecuadamente en los escenarios más probables, y que mantuvieran, dentro de los límites tolerables, las pérdidas potenciales ante contingencias imprevisibles o poco probables. Además, demostró la utilidad de tales estrategias y los peligros de diseñarlas contemplando un solo escenario.

Meses después de la publicación de este artículo, el Instituto del Mercado de Valores y Bursamétrica Consultores realizaron un seminario referente a modelos de análisis de inversiones en entornos cambiantes, en él, hubo un estudio que llamó poderosamente la atención —La relación entre el Modelo de Markowitz y las Carteras Robustas— porque retoma el planteamiento del Dr. Márquez Díez, pero proponiendo una metodología formal para el diseño de una cartera de inversión que se comporte adecuadamente en los escenarios más probables.

Esta metodología fue más detallada que la presentada por Márquez Díez, y se establecieron las bases teóricas de las carteras robustas, posteriormente se realizó un ejercicio práctico en el Mercado de Valores Mexicano, llegándose a conclusiones similares a las del Doctor, pero agregando que "...contrario a lo que se esperaba... no se obtienen estrategias demasiado conservadoras ya que la información generada permite una buena evaluación de los riesgos. También se nota el poder de la herramienta analítica por la calidad de la información que produce, obteniéndose un panorama decisional muy completo y que se espera, puede conducir a una toma de decisiones acertada... además, sólo se requiere de una microcomputadora para su realización." También se presentaron otros modelos como los de Sharpe y De Ross, mostrándose la utilidad de cada uno.

Estos hechos han ayudado a romper la barrera creada por el análisis tradicional y alientan el espíritu de los investigadores para seguir adelante, sin embargo, aún no se ha puesto en práctica la consideración de modelos que tomen en cuenta las relaciones dinámicas del proceso de inversión. Es razonable el esperar que se realicen esos estudios que ayudarían a contar con mejores herramientas de selección de portafolios óptimos en nuestro país. Otro tema interesante es ver cómo se comportaría un modelo dinámico robusto, ya que estos estudios se han desarrollado en otros países como los Estados Unidos de Norteamérica, pero se desconoce su posible utilidad en nuestro país.

En los próximos capítulos se buscará llevar a la práctica el Modelo de Pogue como un modelo de revisión de portafolios, ya que teóricamente capta las relaciones dinámicas del proceso de inversión, con la ventaja de resolverse con mayor facilidad que los modelos multiperiódicos. El objetivo principal, será determinar su utilidad en nuestro país y dejar abierta la posibilidad para crear un Modelo de Pogue robusto.

NO

EXISTE

TESIS 14

## Apéndice 2.1

### Sumario: Tablas comparativas y análisis de factibilidad en relación a la posible aplicación de los modelos matemáticos en México (ventajas y desventajas de cada modelo)

De las tres categorías de modelos matemáticos de selección de portafolios —Estáticos, Dinámicos Multiperiodicos, De Revisión de Portafolios— se elegirá el que sea más factible aplicar en el entorno matemático sopesando las ventajas y desventajas tanto teóricas como prácticas de cada uno.\*

#### T A B L A I

##### VENTAJAS

##### Modelos Estáticos

- Se pueden construir portafolios óptimos cada periodo.
- Su solución no presenta problemas de cómputo.
- Sólo se requiere de una microcomputadora y de un paquete de programación no lineal como el GINO para resolverlos.
- Captan en forma rigurosa el elemento de riesgo en cuanto a rendimiento y tienen valor intrínseco para efectos prácticos de inversión.
- Su aplicación prác-

##### Modelos Dinámicos

- Se consideran aquellos que incluyen el riesgo y la incertidumbre.
- Consideran el carácter dinámico de la inversión y relacionan los periodos incluyendo el factor tiempo dentro de las variables de decisión.
- Optimizan la utilidad esperada multiperiodica del inversionista y permiten el mantenimiento y retroalimentación del portafolios óptimo.

##### Modelos de Revisión

- Permiten revisar periódicamente el portafolios para obtener uno óptimo, periodo a periodo, respecto a expectativas futuras revisadas.
- Toman en cuenta variables de interés al revisar el portafolios, como costos de transacción, impuestos y créditos de margen (Modelo de Pogue).
- Enseñan el carácter dinámico de la inversión y ayudan a retroalimentar y mantener un portafolios óptimo.

\* Basado en la investigación realizada y siguiendo el criterio de Gordon, el autor de la tesis ha decidido que para enriquecer el análisis se incluyeron modelos no catalogados.

lica ha sido exitosa en el Mercado mexicano cuando interactúan con modelos que consideran escenarios (o modelos de portafolios robustos).

- No necesariamente son conservadores.
- Son fáciles de aplicar.

— Son más sencillos de resolver que los multi-periódicos.

- Un modelo robusto de revisión de portafolios sería de gran utilidad en un Mercado como el mexicano.
- Si interactúan con modelos de escenarios, serán de gran utilidad en la obtención de portafolios óptimos cada periodo, en el caso mexicano.

## DESVENTAJAS

### Modelos Estáticos

- Son periódicos.
- No Incluyen el factor tiempo dentro de las variables de decisión por lo que no captan las relaciones dinámicas del proceso de inversión.
- Al usarlos por periodo a periodo, no consideran aspectos reales como costos de transacción, impuestos y deudas del inversionista que fluyen en el rendimiento del portafolios.
- No toman en cuenta el mantenimiento ni la retroalimentación del portafolios, lo cual es requerido en un Mercado como el mexicano.

### Modelos Dinámicos

- Presentan considerables demandas de cómputo ya que explicitan la incertidumbre tanto en las restricciones como en la función objetivo.
- Presentan funciones no lineales altamente complejas.
- Son más complejos que los estáticos.
- Son demasiado matemáticos.
- Son excesivamente teóricos.
- Es difícil adecuarlos a la realidad de nuestro país.
- Se requiere de expertos para su solución (lo que volvería dependientes a los analistas).

### Modelos de Revisión

- Son más complejos que los estáticos.
- Requieren de mayores costos de staff que los estáticos ya que manejan mayor información.
- A diferencia de los estáticos, ocupan mayor memoria de computadora.

## CONCLUSIONES

### Modelos Estáticos

- En el entorno mexicano son útiles, sobre todo si son robustos.
- Serían más útiles si se les pudiera dinamizar, en cuyo caso ya no serían estáticos y sí más complejos

### Modelos Dinámicos

- Si las técnicas de programación dinámica evolucionan a futuro mucho más rápido que las características cambiantes del Mercado de Valores Mexicano, hacia un mercado más organizado, serán los más indicados ya que el país necesita del dinamismo de un portafolio como los multiperiódicos.
- En México se exigirían múltiples etapas y múltiples revisiones al portafolio
- Actualmente no son los más indicados de aplicar dada su complejidad y su poco desarrollo, que se reflejan en altos costos para obtener su solución, y los resultados perderían valor en un análisis de costo beneficio

### Modelos de Revisión

- Las ventajas son mayores que las desventajas
- Empíricamente se muestran más viables que los otros dos tipos de modelos, ya que el Mercado de Valores Mexicano requiere modelos dinámicos, pero no muy complejos

NO

EXISTE

TESIS 14



## Apéndice 2.2

### El Modelo de Pogue

Como fue descrito en su oportunidad en el capítulo II, el Modelo de Pogue es una extensión del Modelo de Selección de Portafolios de Markowitz, pero que incluye costos de transacción, ventas en corto, políticas de préstamo, como el crédito de margen, préstamo garantizado y otras clases de préstamos no garantizados que otorgan los bancos en U.S.A. (Unsecured Loans); así como impuestos cobrados y el presupuesto del inversionista.

Pogue\* efectuó un estudio concerniente a los problemas que deberían resolverse al revisar un portafolios, planteado sobre la base de un modelo de Markowitz, lo cual ningún autor había considerado anteriormente. De esta manera, desarrolló una a una las nuevas restricciones que deberían considerarse para hacer un poco más real el planteamiento del modelo.

---

\* Pogue, G A: *ibid.*

\*\* El objetivo de este apéndice no es incluir el artículo original del Dr. Pogue, sino mostrar el modelo original para permitir al lector comparar con el modelo sugerido para el Mercado de Valores Mexicano, en el capítulo II; por otra parte, los supuestos que deben cumplir las preferencias y conductas subjetivas del inversionista, no se incluyen, dándolos por conocidos.

Así, a continuación se plantea el Modelo de Pogue, que el autor describe a detalle en su artículo.

### Modelo de Selección de Portafolios (para un solo periodo)

El modelo que maximizará la utilidad esperada del valor neto terminal, se sumará en las siguientes ecuaciones:

Seleccione un portafolios de activos y pasivos X donde:

$$X = \begin{pmatrix} X_L \\ X_S \\ B(1) \\ M(1) \end{pmatrix}$$

tal que se:

$$\text{Max } Z = \theta E(\bar{N}W(X)) - \sigma^2(\bar{N}W(X)) - Y \sum_{k=1}^k [(NP^k)(NS_1^k) + (NP^k)(NS_2^k) + (W)(NS_2^k)] \quad (2.18)$$

donde:

$\theta > 0$  y Y es un número positivo muy grande (como  $10^{10}$ )

$$E(\bar{N}W(X)) = (X_L - X_S)'(1 - T_c)\bar{P} + (1 - T_r)\bar{D} + T_c[(X_L - X_S - X_L^* + X_S^*)P(A) + (X_L^* - X_S^*)P(0)] + (1 + \frac{r}{T})C(1) - (1 + r_w)M(1) - (1 + r_m)B(1) \quad (2.19)$$

$$\sigma^2(\bar{N}W(X)) = (X_L - X_S)' = T(X_L - X_S) \quad (2.20)$$

s.o.:

1. Ecuación del presupuesto:

$$F(0) \cdot \sum_{j=1}^{2N} \sum_{i=1}^{m^+} Y_{ji}^+ x_{ji}^+ + \sum_{i=1}^{m^-} Y_{ji}^- x_{ji}^- - \sum_{j=1}^N [X_j - X_{N+j} - X_j(0) + X_{N+j}(0)] P_j(0) - [C(1) - C(0)] +$$

$$[M(1) - M(0)] + [B(1) - B(0)] - T_c \left\{ \sum_{j=1}^N (X_j^- - X_{N+j}^-) (P_j(0) - P_j(A)) \right\} = 0 \quad (2.21)$$

2. Requerimientos por ventas en corto:

$$C(1) = 2 \sum_{j=N+1}^{2N} X_j P_j(0) \quad (2.22)$$

3. Restricciones originada por costos de transacción:

$$X_j - X_j(0) = \sum_{i=1}^{m^+} X_{ji}^+ - \sum_{i=1}^{m^-} X_{ji}^- \quad \dots \dots \dots (2.23)$$

$$\begin{aligned} X_{ji}^+ &\leq \hat{X}_{ji}^+ && \dots \dots \dots (2.24) \\ \hat{X}_{ji}^- &\leq \hat{X}_{ji}^- \end{aligned}$$

4. Restricciones relacionadas con el Crédito de Margen:

$$\sum_{i=1}^k (X_j - X_j(0)) P_i(0) = NP^k - NS_1^k - NS_2^k \quad \dots \dots \dots (2.25)$$

$$\begin{aligned} (NP^k)(NS_1^k) &= 0 \\ (NP^k)(NS_2^k) &= 0 \\ W(NS_1^k) &= 0 \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^k [R(k) - 1 + \beta^k(k)] NS_1^k + W = \sum_{j=1}^{2N} (1 - \beta_j^k) (P_j(M) - P_j(0)) X_j(0) \quad \dots \dots \dots (2.26)$$

$$\dots \dots \dots (2.27)$$

$$M(1) \leq \sum_{k=1}^k (1 - \beta^k(k)) NP^k + \sum_{j=1}^{2N} (1 - \beta_j^k(k)) x_j(0) P_j(M) - \sum_{k=1}^k [R(k) NS_1^k + (1 - \beta^k(k)) NS_2^k]$$

$$\dots \dots \dots (2.28)$$

$$M(1) \leq \sum_{k=1}^k (1 - \beta^k(k)) NP^k + \sum_{j=1}^{2N} (1 - \beta_j^M) x_j(0) P_j(0) - \sum_{k=1}^k (1 - \beta_{1,2}^M) (NS_1^k + NS_2^k)$$

5. Restricciones relacionadas con otros pasivos no garantizados:

$$E[\bar{N}W(X)] - k_2 a(\bar{N}W(X)) \geq 0; \quad K_2 \leq 0 \quad \dots \dots \dots (2.29)$$

6. Restricciones de límite inferior para algunas variables:

$$X_j \geq 0$$

$$X_{ji}^+ \geq 0$$

$$X_{ji}^- \geq 0$$

$$M(1) \geq 0$$

$$B(1) \geq 0$$

Donde:

$$j = 1, \dots, 2N;$$

$$l = 1, 2, \dots, m+; \text{ (para el caso de } X_j^+)$$

$$l = 1, \dots, m; \text{ (para las variables } X_j^-)$$

$$k = 1, \dots, k \text{ (para las restricciones de crédito de margen)}$$

$m$  = tasa de costo después de impuesto del crédito de margen.

$r_B$  = tasa de costo después de impuestos de los préstamos no garantizados.

$X_l$  = vector de posiciones largas del portafolios revisado.

$X^-$  = vector de posiciones cortas del portafolios revisado, por ejemplo las ventas o compras en corto.

$\Sigma_j = [\sigma_j^2]$  = matriz transpuesta de la matriz de covarianzas de los valores netos de los "valores" que integran el portafolios.

$$y \quad \sigma_j^2 = E[(1-T_c)\bar{P}_j + (1-T_i)\bar{D}_j][(1-T_c)P_j + (1-T_i)D_j]$$

$B(1)$  = el monto de préstamos no garantizados —lo be held— que serán tenidos durante el periodo de inversión.

$B(0)$  = el monto de original de deuda no garantizada —held—, que se tenía antes de la revisión del portafolios.

$NP^k$  = compras netas efectuadas en la clase de margen  $k$ ;  $k = 1, \dots, k$

$NS_1^k$  = ventas netas efectuadas en la clase de margen  $k$  cuando exista la posibilidad de que la cuenta esté siendo restringida.

$NS_2^k$  = ventas netas efectuadas en la clase de margen  $k$ , cuando no existe la posibilidad de restricción.

$R(k)$  = requerimiento de retención para la clase de margen  $k$ .

$$(1 - (\beta^k(K))) = \text{valor del préstamo del "collateral" en la clase de margen } k.$$

$[R(K) - 1 + \beta^k(K)] =$  la reducción en exceso del potencial de pedir prestado, por valor de ventas netas.

$\sum_{j=1}^{2N} (1 - \beta_j^k)(P_j(M) - P_j(0))X_j(0) =$  el potencial —current— común de pedir prestado en exceso del valor del préstamo del collateral a precios corrientes.

$W$  = variable de holgura.

$\beta_j^M =$  el requerimiento del margen de mantenimiento para el valor  $j$ .

$P_j(M)$  = valor colateral de garantía de mercado del valor  $j$ .

$\beta_j^i$  = el requerimiento de margen inicial para compras del valor  $j$ .

$M(0)$  = monto del crédito de margen —out standing— saliente, que se tenía antes de la revisión del portafolios.

$X_{N+j}$  = número de acciones del valor  $j$  (held)(short) guardadas en corto durante el periodo de inversión.\*

Donde:

$$j = 1, \dots, 2N;$$

$P_j(A)$  = el promedio del precio de compra de los valores que guardaba el inversionista inicialmente, del valor  $j$ .

$T_c$  = tasa marginal de impuesto por ganancias de capital.

$T_f$  = tasa de impuesto marginal por incrementos de capital (o dividendos).

$C_{\mu}^*$  = porcentaje del precio de mercado corriente —current auction market—,  $P_j(0)$ , que debe ser pagado por transacciones efectuadas en el  $l$ avo segmento lineal del total de transacciones de la curva de costos de transacción del valor  $j$ .

En este caso se tiene:  $l = 1, \dots, m +$

( $m +$  es el número de intervalos de costos de transacción a la compra).

$r_{\mu}^*$  = costo de transacción en dólares, por acción, para compras en el  $l$ avo segmento lineal.

$$r_{\mu}^* = C_{\mu}^* P_j(0)$$

$\hat{X}_{\mu}^{*j}$  = el número de acciones del valor  $j$  que corresponden a una fracción especificada  $S_j^{*l}$  del volumen normalmente negociado del valor  $j$ . Esto define el límite superior del  $l$ avo segmento de compra/venta, de la curva de costos de transacción.

$X_{\mu}^{*j}$  = el número de acciones del activo  $j$ , compradas en el  $l$ avo segmento lineal de la curva de costos de transacción, (ventas).

$X_j^{*}$  = el número total de acciones del activo  $j$ , compradas/ventas.

$$X_j^{*} = \sum_{l=1}^{m+l} X_{\mu}^{*j}$$

\*  $k_j$  = rendimiento de la acción  $j$

$k_{N+j}$  = rendimiento de una acción vendida en corto.

$$r(k_j) = -r(k_{N+j})$$

$$\sigma^2(k_j) = \sigma^2(k_{N+j})$$

Correlación  $r(k_j, k_{N+j}) = -1$

$C_j$  = la fracción del precio de mercado por acción, que se debe pagar como comisión al intermediario financiero por transacciones de una acción del valor  $j$ .

$X_j(0)$  = el número de acciones del valor  $j$  que se tenían previamente al periodo de inversión (antes de que el portafolio sea revisado).

$P_j(0)$  = precio del valor  $j$  al principio del periodo de inversión.

$X^*$  =  $(X_1, \dots, X_{2N})$  vector del portafolios revisado.

$X'(0)$  =  $(X_1(0), \dots, X_{2N}(0))$  vector del portafolios inicial (antes de efectuar la revisión).

$\tilde{M} = (\tilde{M}_1, \dots, \tilde{M}_{2N})$  vector de valores terminales de cada valor  $j$  que forma parte del portafolios.

$P(0)$  =  $(P_1(0), \dots, P_{2N}(0))$  vector de los precios iniciales de cada valor  $j$  que forma parte del portafolios.

$\tilde{M}_j = \hat{P}_j + \tilde{D}_j$  y  $\tilde{D}_j$  = dividendo de la acción  $j$ .

$\hat{P} = (\hat{P}_1, \dots, \hat{P}_{2N})$

$\hat{P}_j$  = precio esperado del valor  $j$  un periodo después de la inversión.

$\hat{D}_j$  = dividendo esperado del valor  $j$ .

$\hat{D} = (\hat{D}_1, \dots, \hat{D}_{2N})$

$j = 1, \dots, 2N$

## CAPITULO III

NO

EXISTE

TESIS 14



### III Adecuación del Modelo de Pogue al Mercado de Valores Mexicano

En el capítulo anterior, se observó que los modelos de revisión de portafolios, permiten mantener y retroalimentar a un portafolios óptimo. Si a esto se le agregan las ventajas del Modelo de Pogue, se hace entonces interesante el análisis práctico del mismo en la situación mexicana.

Sin embargo, no es posible aplicar dicho modelo si antes no se modifica y adecua, ya que en nuestro país el Mercado de Valores está regido de diferente manera al Mercado de Valores de U.S.A. para el cual fue diseñado este modelo. Así, se debe salvar el hecho de que en México los impuestos y los aranceles aplicados a una acción se manejan de distinto modo, sólo existe una clase de créditos de margen (que en este momento está prohibido), las ventas en corto no están autorizadas (aunque se estudia su posible introducción al Mercado de Valores Mexicano)<sup>59</sup> y no existen créditos no garantizados (que sólo son respaldados por el portafolios).

Es por ello que se debe analizar y plantear el tratamiento de cada variable propuesta por Pogue y así facilitar la aplicación práctica del modelo.<sup>60</sup>

En las siguientes secciones, se explicará detalladamente como adecuar cada variable que interviene en el Modelo de Pogue a la situación mexicana, prescindiendo de aquellos rubros que no se manejan en México; enseguida se verán las supuestas matemáticas que deben cumplir las variables del modelo para permitir su aplicación y finalmente se proporcionará el planteamiento del modelo ya adecuado a las condiciones específicas de México.

#### 3.1 Modelo básico a adecuar

La pareja eficiente  $(\bar{M}_p, V_p)$  que dará el portafolios revisado, formado por las cantidades  $X_j$  óptimas, es determinada resolviendo el problema:

$$\text{Max } Z = 0X^1M - X^1EX \quad (3.1)$$

<sup>59</sup> En el momento de redactarse el presente capítulo, aún se sigue en estudio su posible introducción al Mercado Mexicano.

<sup>60</sup> En el apéndice 3.2 se proporcionará una extensión del Modelo de Pogue a las variantes: propuesto por Pogue.

Nota: Ver el apéndice 3.1 para entender la simbología usada en el presente capítulo.

para todo  $0 \geq 0$

s.a.  $AX \leq b$

y  $X$  es el vector de las  $X_i$   
 $X'$  es el vector transpuesto de  $X$

Este planteamiento es para un periodo determinado y para la adecuación del modelo a México se debe de desarrollar, tal como lo hizo Pogue para el caso de U.S.A., la forma de la matriz  $A$  y del vector  $B$ , via la consideración de los costos de transacción, impuestos y varios tipos de alternativas de inversión y financiamiento.

### 3.1.1 Desarrollo del modelo básico

En esta sección se explica el manejo de las variables que intervienen en el Modelo de Pogue. Se tratan los Costos de Transacción, que son divididos en Comisiones (o aranceles pagados a las casas de bolsa) y Costos de Mercado; los Impuestos, el Apalancamiento del Portafolio —referido a los Créditos de Margen— y el Presupuesto, siguiendo ese orden.

#### 3.1.1.1 Tratamiento de los costos de transacción en el Mercado de Valores Mexicano

##### Aranceles cobrados por las Casas de Bolsa<sup>61</sup>

La Comisión Nacional de Valores (C.N.V.), dispuso en la circular 10-78 el tratamiento de aranceles como sigue:

"1) Por la compra o venta de acciones en operaciones a contado o a plazo:

- a) Por cada operación con importe hasta de \$ 200'000,000.00 un arancel del 1.70%
- b) Por cada operación con importe mayor a los \$ 200'000,000.00 un arancel del 1.00%..."

Como la comisión del 1.00% se cobra por todo el importe que excede los \$ 200'000,000.00, los honorarios cobrados por las casas de bolsa pueden ser, entonces, manejados como en el caso de los honorarios de corretaje proporcionales, tratados por Pogue en su Modelo; sólo que en México se manejarán con intervalos que incluirán los casos a) y b) citados en la circular 10-78.

Matemáticamente se tiene:

$P$ : como el porcentaje pagado por arancel aplicado al monto (o importe) de operación del activo  $j$ .

<sup>61</sup> En el momento de realizar la presente tesis, existen aranceles regulados por la CNV. En el año de 1991 (sep. 91), operó una nueva circular en donde se indica que los aranceles serán fijados por el mercado de valores; por las fuerzas de oferta y demanda.

De donde:

$$C_j = p \cdot P_j(0) \quad (3.2)$$

(fracción que paga el cliente por arancel y por activo j).

con: 1.70% si el importe de operación es de hasta  $\gamma = \$ 200'000,000.00$

1.00% si el importe es superior a  $\$ 200'000,000.00$

De 3.2 se puede obtener una expresión para el costo —a la cual se le llamará  $c_{thc}$ — en que incurre un inversionista al hacer una transacción (para el caso México), si sólo se consideran aranceles como tal costo.

Sea:  $c_{thc} = c_j \cdot X_j^*$

$$= p \cdot P_j(0) \cdot X_j^* \quad (3.3)$$

(donde  $X_j^*$  : es la proporción de activos j comprados en  $l = 1$ )

### Costos de mercado

Como están relacionados con la bursatilidad de una acción, es necesario dar una definición de ésta, para posteriormente explicar qué es y cómo se puede medir, el costo de mercado.

Al respecto Alfredo Díaz Mata, define la Bursatilidad<sup>62</sup> como la "...característica (que) se refiere principalmente a dos aspectos:

- 1) La frecuencia con que se negocian las acciones de cada emisora.
- 2) Los importes que se operan..."

Si las acciones de determinada empresa se comercian con frecuencia y en cantidades importantes de dinero, se dice que tienen alta bursatilidad; pero si no es frecuente o el importe de las operaciones —relativas a estas acciones— es reducido, entonces se considera que su bursatilidad es baja.

Evaluar esta característica de una acción es importante, porque las acciones con baja bursatilidad pueden sufrir variaciones amplias en los precios por falta de inversionistas dispuestos a realizar operaciones con ellas. Esto, por supuesto, ocasiona que el riesgo de pérdidas sea considerablemente superior al riesgo en que se incurre al negociar acciones con amplia bursatilidad.

Pogue mide la bursatilidad con el volumen normal (promedio) durante un periodo dado; este método se puede usar en México calculando la razón del volumen que espera negociar el inversionista, entre el volumen promedio negociado en un periodo; el porcentaje que representa cada transacción hecha por el inversionista, de un total de acciones negociadas en un momento dado, permite medir la dificultad que el inversionista contempla al negociar una acción en la B.M.V.

<sup>62</sup> Díaz Mata, Alfredo, "Iniciado en Bolsa", Ed. Nueva Imagen, la Edición, 1989.

Al respecto, Marmolejo da la pauta para tratar la bursatilidad, siguiendo el Modelo de Pogue, al decir, "...es muy importante y conveniente darle la importancia que tiene el volumen de acciones negociadas cada día y su relación respecto a los promedios diarios experimentados, días, semanas, meses, años; recuérdese que los precios de las negociaciones de cualquier día representan que, tanto los compradores como los vendedores estuvieron de acuerdo en el precio al que cerraron las operaciones, pero exclusivamente sobre un cierto número de acciones..."<sup>63</sup>

Por otra parte, Gonzalo Cortina Ortega<sup>64</sup> proporciona otra definición de Bursatilidad así como las formas de medirla:

"Bursatilidad: característica de un título valor que significa la posibilidad de encontrar compradores y/o vendedores del mismo, con relativa facilidad." Y agrega: "...Hay diferentes formas de analizar cuantitativamente la bursatilidad sin ser necesariamente alguna de ellas perfecta..."

Entre las más importantes se encuentran:

a) Número de acciones operadas en el mes (es decir su volumen) entre el volumen total de acciones operadas en el mercado durante el mismo período —Pogue sugiere sea esta relación la aplicada en Estados Unidos—.

b) Número de días que estuvo activa la emisora en el mes, entre el número de días que hubo sesión en el piso de remotes.

Sin embargo hay que tener presente que bursátil no indica rentable o de altos rendimientos.

Ahora bien, se puede explicar el costo de mercado como el costo de negociar acciones a un precio más alto (si son compras) o más bajo (si son ventas), del que estuviera dispuesto a recibir un inversionista debido a la dificultad (poca bursatilidad) de negociarlas en el mercado.

Con base en lo anterior y si se define por  $P_j(0)$  al precio del valor  $j$  que se espera negociar en el período  $t=1$ , se tendrá que el precio real negociado  $P_j^*(0)$  puede expresarse como:

$$P_j^*(0) = P_j(0) + a_j^t \dots \dots \dots (34)$$

Donde  $a_j^t$  sería el interés pagado como costo de mercado al efectuar una transacción del valor  $j$ .

$a_j^t$  será el costo de mercado que se paga por un valor  $j$ , al efectuar una transacción del mismo. Si se determina  $a_j^t$  como:

$$a_j^t = \sum_{l=1}^{n-1} c^l j_l \text{ donde el subíndice } l, \text{ indica el número del intervalo de costos de transacción en el cual se efectuó el convenio. Este número es muy importante porque variará.}$$

63 Marmolejo, M. "Inversiones", Ed. BNEFA, 2a Edición, 1989  
 64 Ortega C., Gonzalo "Tratado Bursátil y Financiero", Ed. Trilce, 2a. Edición, 1988

de acuerdo al monto de la transacción y cambiará cuando el costo de la misma sea mayor, correspondiendo a un monto considerable de transacción del valor  $J$ . Se supone que los intervalos varían de 1 a  $m$ .

Pero lo interesante de este costo de mercado es determinar el valor  $aj^i$  y por lo tanto cada uno de los  $aj^i$  que lo componen. A continuación se da un método para obtener tanto los costos de mercado por intervalo como el número de intervalos.

#### Pasos para obtener el costo de transacción por intervalo del valor negociado y los intervalos

Pogue sugiere un tipo de curva de costos de transacción creciente, en función del número de acciones del valor negociado tanto para la compra como para la venta. Esto puede ser aplicado al Mercado de Valores Mexicano, porque es más difícil negociar un volumen grande de acciones que uno pequeño —debido al comportamiento del mercado y a las posturas de compra y venta. Sin embargo, se debe encontrar una función que satisfaga los requerimientos del Modelo de Pogue, y que además se adecue lo más posible al Mercado de Valores Mexicano.

Por otra parte, no sería razonable aceptar un costo de transacción superior al 5.00% del precio del valor  $J$  que se está negociando, por lo cual este hecho se debe tomar en cuenta al encontrar la función de costo de transacción.

Así, para salvar estos escollos y además resolver el hecho de no contar con la seguridad de conocer el número de acciones que el inversionista negociará por valor  $J$  —ya que este número es una variable del modelo— se propone simular, en una tabla (que puede ser desarrollada en una hoja electrónica como Quatro, Excel o 1 2 3) lo que ocurrirá con el costo de transacción de acuerdo a un volumen de acciones simulado, pero tomado por el promedio del volumen negociado del valor  $J$ , de las últimas 4 semanas.

A continuación se muestra un diagrama de la metodología a seguir y posteriormente se detalla en una tabla explicativa. En base a esto se simulará el costo de una transacción por valor  $J$ , pero se multiplicará por un factor si dicho costo llega a ser superior al 4.00 ó 5.00% del precio de la acción.

Dicho factor es inferior a 1 y superior a 0 y servirá como ajuste de la función de Costo de Transacción esperada y cada vez será decreciente hasta lograr un costo de transacción razonable inferior al 5.00% del precio del valor  $J$ .

A partir de encontrar el costo de transacción inferior a 5.00%<sup>45</sup> se obtendrá la gráfica de la función propuesta y se determinarán las pendientes a las secantes de la curva en cada punto consecutivo utilizando la misma tabla en donde se está exponiendo la situación. En donde se encuentre un cambio significativo, se podrá determinar el límite de uno de los intervalos de costos de transacción.

<sup>45</sup> El costo de transacción variará también de acuerdo al tipo de la transacción y de acuerdo a si es compra o venta.

## Diagrama explicativo de los pasos a seguir para generar los costos de transacción

### Parte 1

Por cada valor  $j$  que va a ser tomado en cuenta para incluirlo en el portafolio de inversión...

#### 1) Considerar:

- El precio al que se espera negociar el valor  $j$  en el momento de la inversión.
- El volumen promedio al que se negoció el valor  $j$  en las últimas 4 semanas.
- El volumen promedio negociado del Mercado en las últimas 4 semanas.
- El número de días en que operó el valor  $j$  en el periodo de estudio ( $n_j$ ).
- El número de días hábiles en que operó la Bolsa Mexicana de valores en el periodo de estudio  $t$ .

#### 2) En base a estas variables formar una tabla que considere los siguientes factores<sup>66</sup>:

- Factores de ajuste  $\alpha$

Servirán para ajustar la función de costos de transacción hasta que el valor del costo de transacción sea inferior o igual al 5.00% del precio del valor  $j$ .

Los  $\alpha$  variarán de 0 a 1.

- Factor de aceptación: 5.00% (u otro que elija la persona que aplica el estudio) que es el porcentaje del precio del valor  $j$ , cuyo valor máximo servirá para aceptar el costo de transacción.

En la tabla se incluirán:

- Los volúmenes invertidos.
- El monto del importe negociado, mediante el cual se determinará la comisión que se cobrará y se calculará.
- El costo de mercado.
- El costo de mercado se calculará ponderando con igual factor de ponderación:

- a) El costo de mercado calculado en función del volumen negociado del valor  $j$ .
- b) El costo de mercado calculado en función del número de días en que operó un valor  $j$  en el periodo  $t$  de estudio.

<sup>66</sup> Se da un ejemplo en la tabla 3.4

## Parte 2

El costo a) se propone sea calculado como sigue:<sup>67</sup>

a1) Encuentre el factor de bursatilidad dividiendo el volumen negociado del valor  $j$  entre el volumen promedio del total del mercado negociado en el periodo  $i$ .

a2) Si se toma un factor de bursatilidad (encontrado en a1) se tendrá un factor de costo de transacción, pero muy grande. Suavice el factor aplicando  $\log_{10}$  lo que dará un número negativo.

Y como el factor de costo de transacción debe ser positivo, (ya que si fuera negativo no sería factor de costo sino de ganancia), se multiplica el resultado por  $-1$ .

3) Una vez calculado este factor, se multiplica por el importe negociado y se encuentra el costo de mercado  $f$ , planteado en el inciso a.

El cálculo del costo  $b$  se muestra a continuación:

b1) Calcule el factor de bursatilidad referente al número de días operados por el valor  $j$  entre el número de días en que operó la Bolsa Mexicana de Valores en el periodo  $i$ .

b2) Calcule el factor de costo restando a  $f$  el factor de bursatilidad calculado en b1.

b3) Multiplique el importe negociado en cada renglón de la tabla por el factor de costo que se calculó en b2.

Una vez calculados los costos de mercado calcule el costo de transacción total como sigue...

— Sume en cada renglón de la tabla la comisión cobrada más el costo de mercado del inciso a, más el costo de mercado del inciso b.

En este momento se debe ajustar el costo total, hasta que para cualquier monto de acciones negociado sea inferior o igual al factor de aceptación (en este caso 5.00%) del precio esperado de la acción.

Este paso se hará como sigue y por iteraciones hasta lograr que ningún costo de transacción para cada renglón de la tabla sea mayor que el 5.00% del precio esperado de la acción.

<sup>67</sup> Estas dos formas de calcular el costo de mercado se derivan de las diferentes formas de calcular el coeficiente de bursatilidad de un valor  $j$

### Parte 3

Metodología iterativa para encontrar el costo final de transacción y los límites que determinarán los intervalos de costos de transacción.

i) Calcule las pendientes de las rectas secantes a la curva de costos en los puntos  $p_1$  y  $p_2$ .

Estos puntos se determinarán por la abscisa que será el volumen negociado y denotado en el renglón  $k$ , en donde se está calculando la pendiente con ordenada igual al costo de transacción total previo; éste será el punto  $p_1$  y el punto  $p_2$  tendrá como abscisa y ordenadas  $(Vol^j_0$  en el renglón  $k+1$ ) costo, inversión y precio en el renglón  $k+1$ .

La pendiente por renglón se calculará como sigue.

Sea:

$$m_{ik} P_1 P_2 = [\text{costo transacción previo } ik+1 \text{ (renglón)}] - \text{costo transacción } ik / (Vol^j_0 k+1) - (Vol^j_0 k)$$

ii) ¿Es para todos los casos (en todos los renglones de la tabla) esta pendiente menor o igual al 5% del precio del valor  $j$  esperado?

Si:

ii.1) Pare.

ii.2) Si no:

ii.2.1) Forme otro costo de transacción:  
precio total  $i+1$  como sigue.

— En los casos en que la pendiente del renglón sea menor o igual al valor de aceptación  $(5\% * P_{aj}^j_0)$  será igual al costo de transacción previo total  $i$ .

— En los casos en que la pendiente del renglón  $k$  sea mayor al valor de aceptación:

1) Decrezca el valor de alfa (si era 1 hágalo .9 por ejemplo, o si era .9 hágalo .8 y forme un valor alfa + 1)

2) Multiplique el valor alfa + 1  $(\alpha + 1 < \alpha)$  por el costo de transacción total previo y obtendrá el (costo de transacción total  $i+1$ ) =  $(\alpha + 1) * (\text{costo de transacción}_i)$ .

iii) Regrese al paso i.



## Parte 4

Una vez que encontró el costo de transacción final por volumen de acciones negociado, puede graficarlo tomando como abscisas el volumen negociado, y como ordenadas el costo de transacción final, encontrando así una curva de costos de transacción por valor  $j$ .

Los límites de los intervalos de costos serán determinados en donde existen cambios bruscos en las pendientes de las rectas secantes, se pueden determinar a partir de la tabla o directamente (de manera también subjetiva) de la gráfica, donde se pueden distinguir los intervalos de costos más fácilmente.<sup>48</sup>

Finalmente, estos costos de transacción variarán de acuerdo a si es compra o venta y según las fuerzas de la oferta y de la demanda. Se aconseja estimar, mediante las tendencias de las posturas de compra/venta, qué es más costoso en el momento en el que se invertirá: comprar o vender. Por ejemplo:

Se espera vender más; entonces el costo de ventas será menor que el costo de compra y viceversa. Esto deberá ser tomado en cuenta para determinar el costo de compra y el de venta.

Se podría determinar qué tanto varía un costo respecto a otro, de acuerdo al comportamiento de la variación de las posturas de compra/venta; si las primeras en las últimas 4 semanas han sido el  $p\%$  superiores a las segundas, su costo podría ser inferior y viceversa.

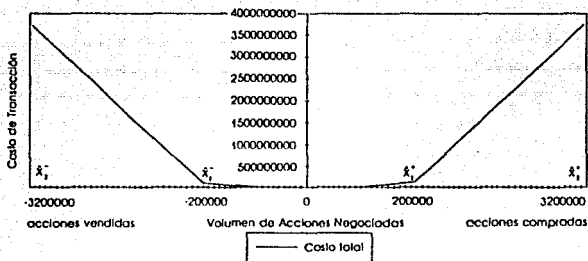
En donde se encuentre un cambio significativo se podrá determinar el límite de uno de los intervalos de costo de transacción.

---

<sup>48</sup> Consultar la Fig. 2.3.1

Figura 3:1

**Coslos de Transacción  
por volumen negociado**



$\hat{X}_1^{\text{supo}}$  = Límite superior del número de acciones que se pueden (vender/comprar) en el primer intervalo de costos de transacción, que va de 0 a 200 000 acciones vendidas/compradas

$\hat{X}_2^{\text{supo}}$  = Límite superior del número de acciones que se pueden (vender/comprar) en el segundo intervalo de costos de transacción, que va de 200001 a 320000 acciones vendidas/compradas

SIGNO = + si es compra - si es venta

## Tabla explicativa de la obtención de Costos de Transacción

### Parte 1

Valor J: Nombre del valor negociado

Momento del estudio: Llamado momento 10 para efectos explicativos  
(por ejemplo: 1/03/89)

Periodo en el que se efectuó el estudio: Llamado periodo 1 para efectos explicativos. Pe-  
riodo (subjetivo) en el que se analizaron los datos puede ser de duración 4, 3, 2, 1 año  
o en meses

#### Variables Utilizadas

Precio al que se espera negociar en el momento 10:  $P_{aj10}$

Volumen Promedio (de las últimas 4 semanas) negociando del valor J:  $VolpromJ$

Volumen Negociado en el momento 10: Notación  $Volj10$

Importe Negociado en el momento 10: Notación  $Impj10$

Monio Cobrado por comisión en el momento 10: Notación  $Com10$

Volumen Total negociado del Mercado

Promedio (también de las últimas 4 semanas):  $VolpromMj$

%Comisión 1:  $\%Com1 = .017$  si Monio del Importe  $\leq 200000000$  de pesos

%Comisión 2:  $\%Com2 = .010$  si Monio del Importe  $> 200000000$  de pesos

Número de días en que operó el valor J en el periodo de estudio: Notación  $nJ$

Costo de Mercado 1: Notación  $Clomk11$

Costo de Mercado 2: Notación  $Clomk12$

## Parte 2

### Factores utilizados

- De ajuste:** Con los que se irá ajustando la función mediante la cual se encontrarán los costos de transacción y los límites de los volúmenes que servirán para fijar los intervalos de costos, que propuso estudiar Pagua. Se aconseja que sean mayores a 0 y menores a una. Notación:  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , ...,  $\alpha_{i-1}$ ,  $\alpha_i$ , ...,  $\alpha_n$
- De aceptación:** Con el cual se dirá si se acepta la función final encontrada del costo total de Transacción, para evitar costos mayores al 5% del precio del valor  $J$ , ya que ningún inversionista pagaría un costo tan alto por efectuar una transacción; el valor puede cambiar de acuerdo al criterio de la persona que construya la tabla. Se llamará  $\text{Face}j_0$  para efectos explicativos al factor.

### Funciones Propuestas a Utilizar

$$\text{Función1}(\text{Vol}j_0) = \log(\text{Base} - 10) \left[ 1 - (\text{Vol}j_0 / \text{Vol}(\text{mk}_0)) \right]^{* \text{Imp}j_0}$$

$$\text{Clomk1} = \text{Función1}(\text{Vol}j_0)$$

$$\text{Clomk2} = (1 - (n/n_1))^{* \text{Imp}j_0}$$

$$\text{Función2}(\text{Vol}j_0) = \text{Com}0 + ((\text{Clomk1} + \text{Clomk2})/2)$$

$$\text{Función3}(\text{Vol}j_0) = \text{Función2}(\text{Vol}j_0)^{\alpha_1}$$

$$\text{Función}(\text{Vol}j_0) = \text{Función1}(\text{Vol}j_0)^{\alpha_2} \alpha_1 - 2$$

Pendientes de las rectas tangentes a la Curva de Costos Previa en los puntos P1 y P2

$$\text{mIP1, P2} = \text{Función}(\text{Vol}j_0k) - \text{Función}(\text{Vol}j_0k - 1) / (\text{Vol}j_0k - \text{Vol}j_0k - 1)$$

en donde  $k$  es el renglón que determina el volumen negociado

### Parte 3

Simulacro de Inversiones en el Valor J y Obtención de Costos de Transacción

Renglón K	Volumen Negociado (Volj 0)	Importe (Impj 0)	%Comisión a aplicar (%Com)	Monto de La comisión (Clcom 0)	Costo de Mercado1 (clomk1)
1	0	Volj 0 * Paj 0	%Com1 Si Impj 0 < 200 mlts. de pesos	Impj 0 * %Com	Función1(Volj 0)
2	10				
.	.				
.	1000				
.	2000				
.	.				
.	.	%Com2 Si Impj 0 > 200 mlts. de pesos			
K	Volpromj				

## Parte 4

Simulación de Inversiones en el volu y Obtención de la función de Costos de Transacción

Datos a Simular

Rengón (k)	Volumen Negociado (Volj0)	Costo de Mercado 2 (Ciomk12)	Costo de Transacción Previo 1	Pendientes de las rectas secantes a la curva de la función1, en los puntos P1 y P2	Costo de Transacción Previo 2	Pendientes de las rectas secantes a la curva de la función2, en los puntos P1 y P2
1	0					
2	10					
⋮	⋮					
1-1	1000					
1	2000				Función2(Volj0)	
⋮	⋮				si	
⋮	⋮	Ciomk12	Función2(Volj0)		m1P1P2 < Volcom10	
⋮	⋮					
⋮	⋮			m1P1P2	Función3(Volj0)	m2P1P2
⋮	⋮			evaluada para cada rengón k	si m1P1P2 > Volcom10	evaluada para cada rengón k
K	Volpromj					

## Parte 5

Simulacro de Inversiones en el Valor  $j$  y Obtención de la Función de Costos de Transacción

Datos a Simular

Renglón K	Volumen Negociado (Volj 0)	Costo de Transacción Previo l	Pendientes de las rectas secantes a la curva de la Función l, en los puntos P1 y P2	Costo de Transacción Final	Pendientes de las rectas secantes a la curva de la Función n- función de Costos de Transacción final en los puntos P1 y P2
1	0				
2	10				
•	1000	Función l(Volj 0)		Función n- l(Volj 0)	
•	2000	si		si	
•		$mi-1P1P2 \leq Valcoml0$		$mn-1P1P2 \leq Valcoml0$	
•					
•		Función l(Volj 0)	$mIP1P2$	Función n(Volj 0)	$mnP1P2$
•		si $mi-1P1P2 >$	evaluada para	si $mn-1P1P2 >$	evaluada para
•		$Valcoml0$	cada renglón K	$Valcoml0$	cada renglón K
K	Volpromj				

### 3.1.1.2 Ecuaciones referentes a los impuestos

Los impuestos en México son regidos por la Ley de Impuestos Sobre la Renta. Al respecto, el Acl. Rafael Martínez Cabazos, dentro del Manual de Prácticas Bursátiles del Instituto de Operadora de Bolsa, divide el tratamiento de los impuestos según el tipo de inversionistas, teniendo que:

Las personas físicas están exentas del pago de impuestos en ganancias de capital así como por ingresos en dividendos en acciones, pero tendrán que pagar el 55.00% de impuestos por concepto de dividendos en efectivo. Para personas morales, los impuestos pagaderos sobre ganancias de capital y por dividendos serán acumulables, estos impuestos serán del 55.00% de los ingresos tanto por ganancias de capital como por dividendos.

Así, se tendrá que las tasas de impuestos sobre ganancias de capital y dividendos serán:

$$\begin{aligned} T_c &= 0 \quad \text{para el caso de personas físicas.} \\ &= .55 \quad \text{para personas morales; pero acumulable, y} \\ &\quad .55 \quad \text{por concepto de dividendos en efectivo;} \\ T_d &= 0 \quad \text{por dividendos en acciones, para personas físicas} \\ &\quad .55 \quad \text{de impuestos aplicables a los dividendos de personas morales.} \end{aligned}$$

#### Aplicación en el Modelo de Pague

Se considera un inversionista interesado en el valor terminal de su portafolios, neto de impuestos cobrados por los ingresos al portafolios. Entonces, el valor terminal de mercado del portafolios neto de impuestos a pagar está dado por:

$$Mpt = \sum_{j=1}^N X_j \cdot P_j + (1-T_d) \sum_{j=1}^N X_j \cdot D_j - T_c \sum_{j=1}^N X_j \cdot (P_j - P_j(0)) \quad \dots \quad (3.5)$$

El primer término es el valor del mercado terminal del portafolios, el segundo es el neto de los impuestos sobre ingresos por dividendos recibidos durante el periodo de inversión y el tercero representa los impuestos pagados sobre ganancias de capital durante el periodo de inversión.

La expresión Mpt se puede reformular por:

$$Mpt = (1-T_c) \cdot \left( \sum_{j=1}^N X_j \cdot P_j \right) + (1-T_d) \cdot \sum_{j=1}^N X_j \cdot D_j + T_c \sum_{j=1}^N X_j \cdot P_j(0) \quad \dots \quad (3.6)$$

y finalmente se tendrá que:

$$Mpt = X' \cdot [(1-T_c) \cdot P + (1-T_d) \cdot D + T_c \cdot P(0)] \quad \dots \quad (3.7)$$

### 3.1.1.3 Presupuesto

Un presupuesto, indica lo que se espera ingresar y egresar dentro de un periodo establecido, o en un momento determinado; por lo tanto ayudará a determinar si puede



existir la necesidad de desembolsar dinero o la posibilidad de recibirlo. La restricción de presupuesto, garantizará el equilibrio de origen y uso de fondos cuando el portafolios es revisado.

Ahora bien, con el fin de alcanzar el equilibrio deseado, Pogue incluyó el "flujo de efectivo del portafolios" —compuesto por el dinero en efectivo que sobra en el portafolios, después de que se buscó el balance efectivo inicial— como un activo N.

Las variables que intervienen en la ecuación de presupuesto son:

$X_N(0)$  = flujo de efectivo inicial dentro del portafolios antes de que éste sea revisado, e indica el efectivo que se tiene al inicio del periodo de revisión del portafolios. Es importante conocerlo porque representa una disponibilidad de efectivo para ser invertido en activos, en caso de ser positivo, y una disminución del presupuesto en caso de ser negativo; por lo que debe ser sumado a los ingresos del portafolios.

Esto puede ser si venció una inversión en cotes por ejemplo y al momento de la revisión se cuenta con dinero disponible para invertir.

$X_N$  = flujo de efectivo final dentro del portafolios, después de ser revisado.<sup>69</sup>

$F(0)$  = flujo de efectivo exógeno, desembolsado por el inversionista para que sea invertido al formar el portafolios revisado. Este flujo puede incluir dividendos acumulados de periodos previos de inversión, así como ser derivado de una inversión diferente a la generada por la cartera. (Al representar un ingreso debe sumarse en la ecuación de presupuesto).

#### Costos de transacción

Son el resultado de las transacciones efectuadas en la cartera y representan un gasto para el inversionista, por lo que serán restados de los ingresos disponibles en la ecuación de presupuesto.

Su ecuación está dada por:

$$-\sum_{j=1}^N \left( \sum_{i=1}^N \gamma_{ji}^+ X_{ji}^+ + \sum_{i=1}^N \gamma_{ji}^- X_{ji}^- \right)$$

#### Compras y/o ventas de acciones

El tipo de transacción está relacionado con el signo de la diferencia " $X_j - X_j(0)$ ", ya que si tiene signo positivo (respectivamente negativo) se tratará de una compra (respectivamente una venta) y se estará restando dinero (respectivamente inyectando) al presupuesto.

<sup>69</sup> Se aconseja que  $X_N$  valga menos que el precio de un valor de renta variable o renta fija, porque el tener un monto de dinero sin invertir causa pérdida por el interés que se deja de percibir.

La siguiente ecuación representa las compra-ventas al portafolios:

$$-\sum_{j=1}^N (X_j - X_j(0)) P_j(0)$$

El signo negativo que precede a la sumatoria indica que se restará del presupuesto, en caso de compras —y se sumará en caso de ventas—.

#### Egresos derivados de impuestos

Del presupuesto con el que cuenta el inversionista, se deben restar los impuestos generados por ganancias de capital al revisar el portafolios; la siguiente ecuación logra este propósito:

$$T_c \sum_{j=1}^N (X_j) [P_j(0) - P_j(A)]$$

Donde:

$P_j(A)$  = promedio del precio de compra de la tendencia inicial del activo  $j$  por parte del inversionista en el período  $t=0$ , las demás variables ya fueron definidas con anterioridad.

Finalmente la ecuación de presupuesto debe cumplir:

$$F(0) - \sum_{j=1}^N (\sum_{i=1}^m \gamma_{ji} + X_{ji} + \sum_{i=1}^m \gamma_{ji} - x_{ji}) - \sum_{j=1}^N [X_j - X_j(0)] P_j(0) - T_c \sum_{j=1}^N X_j [P_j(0) - P_j(A)] = 0$$

Valor neto del portafolios al final del período e inversión:

$$\bar{N}W = \sum_{j=1}^N [(1-T_c) P_j X_j + (1-T_d) \sum X_j D_j + T_c \sum X_j P_j(0)]$$

y se define la siguiente notación para obtener una expresión compacta de la varianza  $NW$ :

sea:

$$\sigma_j^T = E[(1-T_c)\bar{P}_j + (1-T_d)\bar{D}_j]^2$$

la varianza del valor neto del activo  $j$  al final del período de inversión:

$$\sigma_j^T = E[(1-T_c)\bar{P}_j + (1-T_d)\bar{D}_j] [(1-T_c)\bar{P}_j + (1-T_d)\bar{D}_j]$$

la covarianza del valor neto del activo  $j$  respecto al valor neto del activo  $j'$ .

sea:

$$c^T = \sigma_{j'j}^T$$

matriz de covarianza de los valores netos de los activos  $j$  y  $j'$ .

Así sea:

$$\sigma^2(NW) = X' \epsilon^1 X$$

la varianza del valor neto terminal del portafolios del inversionista, y:

$$E(NW) = X' \{ (1-T_c)Pm + (1-T_d)Dm + T_cP(0) \}$$

la esperanza del valor neto terminal del inversionista.

Enseguida se planteará el modelo de Pogue adecuado a México, englobando las ecuaciones más importantes planteadas en esta sección.

### 3.2 Supuestos del modelo

Serán requeridos los siguientes supuestos relativos a los rendimientos de los Titulos-valor que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores:

S1: El inversionista trata de maximizar la utilidad esperada de su riqueza terminal, en el sentido de Von Neumann Morgenstern.<sup>70</sup> Su riqueza terminal es considerada como idéntica al valor de mercado del portafolios del inversionista al final del horizonte de planeación.

S2: El horizonte de planeación del inversionista, consiste de un sólo periodo. La estrategia de inversión envuelve la selección de un portafolios óptimo al principio del periodo; el cual se mantendrá sin cambios hasta el periodo siguiente o terminal.

S3: Se asume que el inversionista es averso al riesgo. La utilidad marginal de la riqueza se asume como no negativa y como una función decreciente de riqueza. Esto implica que la curva de utilidad del inversionista se incrementa a ritmo decreciente, es monótona positiva y cóncava hacia el eje de la riqueza.

En adición, y con el posterior objetivo de ajustar el modelo de minimización de riesgo para permitir revisiones periódicas del mismo, y aprovechando la extensión que hace Pogue al modelo de Markowitz y la relación que existe entre este último y el modelo de minimización de riesgo, se hace el siguiente supuesto:

S4: Los rendimientos de los valores que componen el portafolios del inversionista antes del periodo de inversión, se distribuyen normalmente, lo que significa que la distribución del rendimiento de dicho portafolios será normal multivariada.

De igual manera, los rendimientos de los valores que componen el portafolios del inversionista durante el periodo de inversión se distribuyen normalmente, teniendo también una distribución normal multivariada.

Asimismo, se mostró que cuando este supuesto es válido, las preferencias del inversionista respecto a un portafolios u otro, pueden ser determinadas solamente en base a las medias y desviación estándar del rendimiento del portafolios, y en un só-

70 Von Neumann, J. y O. Morgenstern "Theory of Games and Economic Behavior" Princeton University Press

lo periodo. De tal manera que el portafolios será miembro del conjunto eficiente (media-desviación estándar), donde un portafolios debe satisfacer los siguientes criterios para ser considerado eficiente:

- 1.- Si algún portafolios provee una desviación estándar por debajo de su rendimiento para un sólo periodo, debe tener además un rendimiento esperado más bajo.
- 2.- Si cualquier otro portafolios tiene más alto el valor esperado de rendimiento, éste debe tener también la más alta desviación estándar de rendimiento.

### 3.3 Modelo adecuado a la situación mexicana

El Modelo que maximizará la utilidad esperada por el inversionista, del valor neto terminal de su portafolios, se plantea a continuación:

Seleccione un portafolios de activos y pasivos donde:

$$Z = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_N \\ X_B^+ \\ X_B^- \\ X_P \end{bmatrix}$$

Donde

$N$ : número de valores elegibles para entrar en el portafolios  
 $m$ : número de intervalos de costos de compra.  
 $m'$ : número de intervalos de costos de venta

Resolviendo el problema no lineal:

Maximizar:

$$Z = \theta E(NW(U)) - (V(NW(U)))^2 \dots \dots (3.8)$$

Donde:

$$\theta \geq 0 \text{ y}$$

teniendo que:

$$\text{CUAD } [V(NW(U))] = U^T V U$$

y

$$E(NW(U)) = U^T [(1-T_c)P_m + (1-T_d)D_m + T_c P(0)]$$

$$\text{y } V^T = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^T & \dots & \sigma_{1N}^T \\ \sigma_{N1}^T & \dots & \sigma_{NN}^T \end{bmatrix}$$

Donde:

$P_m$  = Vector de los precios medios  $P_{mj}$  de cada valor  $j$ , al final de cada horizonte de planeación.

$D_m$  = Vector de los dividendos medios pagados  $D_{mj}$ .

$P(0)$  = Vector de los precios.

$P_j(0)$  = de cada valor  $j$  al principio de cada horizonte de planeación.

so.:

I Ecuación de Presupuesto:

$$F(0) - \sum_{(j=1, \dots, N)} \{ \sum_{(i=1, \dots, m^+)} (\gamma_{ji}^+) (X_{ji}^+) \} + \sum_{(i=1, \dots, m^-)} (\gamma_{ji}^-) (X_{ji}^-) \} - \sum_{(j=1, \dots, N)} (X_j - x_j(0)) (P_j^A(0)) - Tc \{ \sum_{(j=1, \dots, N)} (X_j - x_j(0)) (P_j^A(0)) \} = 0$$

Donde el costo de transacción (+/-: compra/venta) se determinará como lo indica el diagrama de determinación de costos y la tabla 3.1.

II Restricciones relacionadas a la curva de costos de transacción:

$$X_j - X_j(0) = \sum_{i=1}^{m^+} (X_{ji}^+) - \sum_{i=1}^{m^-} (X_{ji}^-); j=1, \dots, N \text{ (para cada } j)$$

$$\sum_{j=1}^N X_{ji}^+ - X_{ji}^- = 0; \text{ para cada } i=1, \dots, m^+ \text{ si son compras}$$

$i=1, \dots, m^- \text{ si son ventas.}$

Donde:

$(j=1, \dots, N)$	$(i=1, \dots, m^+)$	$(i=1, \dots, m^-)$
$X_{ji}^+ \leq \bar{X}_{ji}^+$	$i=1, \dots, m^+$	$i=1, \dots, N$
$X_{ji}^- \leq \bar{X}_{ji}^-$	$i=1, \dots, m^-$	$i=1, \dots, N$

III Restricciones de límite inferior para algunas variables:

$X_j \geq 0$  para cada  $j=1, \dots, N$   
 $X_{jl} \geq 0$  para cada  $j$  e  $l, j=1, \dots, N$ ; e  $l=1, \dots, m^+$   
 $X_{jl} \geq 0$  para cada  $j$  e  $l, j=1, \dots, N$ , e  $l=1, \dots, m^-$

la ecuación  $\sum_{j=1}^N X_{ji} - X_{ji}^- = 0$ , asegura que si una acción se compra o vende, en un intervalo de costos, la misma no se podrá vender, o comprar, el mismo día.

### Recta explicativa del portafolios en el tiempo:

En este periodo de inversión,  
se otorgó el crédito de margen  $M(0)$

$t=0$

$t=1$

En el periodo de inversión de  $t=1$  ó  $t=2$ ,  
el crédito de margen otorgado es  $M(1)$

Para  $t=0$ . En este periodo se construye el portafolios inicial  $X_f(0)$ ; con la ayuda del modelo de Markowitz y considerando un precio futuro para  $t=1$   $P_f(0)$  esperado. También se supone que el inversionista contrata un crédito de margen en este periodo.

En  $t=1$  se hace la revisión del portafolios efectuando compras y ventas a precios que se estima sean  $P_f(0)$  en  $t=1$ ; se corre el Modelo de Pogue, considerando todavía estimado  $P_f(0)$  y estimado  $P_f$  como el precio futuro en  $t=2$

Si se tomaran en cuenta créditos de margen en el momento  $t=0$ , se contrataría (por cuenta del inversionista) el crédito de margen  $M(0)$ , y se revisaría formando otra cartera en el momento  $t=1$  y contratando otro crédito  $M(1)$

## Apéndice 3.1

### Notación usada en el capítulo III

Sea entonces:

$X' = (X_1, \dots, X_N)$ : es el vector de los portafolios revisado, formado por N componentes que a su vez representan el número de activos del valor N tenidos durante el periodo de inversión.

$P_j$  = precio del valor j al final del horizonte de planeación.

$P_{mj}$  = media de los precios del valor j al final del horizonte de planeación.

$D_j$  = dividendos pagados por el valor j durante el horizonte de planeación.

$M_j$  = media de los dividendos otorgados por el valor j durante el horizonte de planeación.

$M_j$  = valor de mercado terminal del valor j; donde:

$M_{mj}$  = media de la distribución de  $M_j$  (previa al periodo de inversión). Donde:  $M_{mj}$  se puede expresar como

$\sigma_{jj}^2$  = varianza de la distribución de  $M_j$

$\sigma_{jj}^2$  = covarianza entre  $M_j$  y  $M_j'$

$V_{Mj}$  = matriz de covarianza de los valores terminales  $M_j$  de cada activo j.

Donde:

$$M_p = \sum_{j=1}^N (X_j M_{mj}) = X' M_m = \sum_{j=1}^N X_j (P_{mj} + D_{mj}) = X' (P_m + D_m)$$

$V_p$  = varianza de la distribución del valor de Mercado del portafollos del inversionista, al final del periodo de inversión; donde  $V_p$  se puede definir como:

$$V_p = \sum_{j=1}^N \sum_{j=1}^N X_j X_j \sigma_{jj} = X' \Sigma X$$

$A$  = matriz de coeficientes de usos de los recursos del inversionista.

$B$  = vector de limitación de dichos recursos o de algunos otros límites superiores de diferentes actividades.

$U$  = un vector de portafolios de activos "X" y pasivos "M(1)".

$NW(U)$  = valor neto del portafolios "U".

Donde:

$$NW(U) = (1-Tc) \sum_{j=1}^N (X_j P_j) + (1-Td) \sum X_j D_j + Tc \sum_{j=1}^N X_j P_j^{(0)}$$

...y por lo tanto:

$$NW(U) = X' \cdot [P \cdot (1-Tc) + (1-Td) \cdot D + Tc P^{(0)}]$$

$V_{NW}(U) = \text{||} E[(1-Tc)P_j + (1-Td)D_j \text{||} (1-Tc)P_j + (1-Td)P_j^{(0)} \text{||}]$  : es la matriz de covarianzas del valor neto del portafolios U, al final del periodo de inversión (que dura de  $t=1$  a  $t=2$ )

$u^{(sgno)}$  = +/-, depende de si se realiza una compra o venta de activos.

$f_{ij}^{(sgno)}$  = los costos de transacción por acción, expresados en pesos, para transacciones realizadas en el i-avo segmento (lineal) de la curva.

$c_j^{(sgno)}$  = porcentaje de precio corriente al que se espera sea subastado en el mercado el activo j,  $P_j(0)$ , el cual debe ser pagado por transacciones en el i-avo segmento (lineal) de la curva de costos de transacción totales para dicho activo.

$\hat{X}_j^{(sgno)}$  = número de acciones del activo j, que corresponde a una fracción especificada,  $S_i^{(sgno)}$ , del volumen normalmente negociado de dicho activo;  $X_{ij}^{(sgno)}$  define el límite superior del i-avo segmento de compra/venta de la curva de costos de transacción.

$\hat{X}_{ij}^{(sgno)}$  = número de acciones del activo j negociadas en el i-avo segmento lineal de la curva de costos.

$X_j^{(sgno)}$  = número total de acciones negociadas del activo j:

$$X_j^{(sgno)} = \sum_{i=1}^{m^{(sgno)}} X_{ij}^{(sgno)}$$

$$X^{(sgno)} = (X_1^{(sgno)}, \dots, X_N^{(sgno)})$$

$Vol A_{ij}^{(sgno)}$  = volumen que el inversionista espera negociar del activo j en el segmento lineal i de la curva de costos de transacción.

$S_i^{(sgno)}$  = fracción del volumen promedio negociado del activo j, en un periodo especificado:

$$Vol A_{ij}^{(sgno)} \text{ acum} = \sum_{i=1}^{m^{(sgno)}} Vol A_{ij}^{(sgno)} \cdot X_j^{(sgno)}$$



$X_j(0)$  = número de acciones del activo  $j$  tenidas previamente al periodo de inversión (antes de que el portafolios sea revisado.  $X'(0)$  = vector de portafolios inicial).

$$X'(0) = (X_1(0), \dots, X_N(0))$$

$P_j(0)$  = precio del valor  $j$  al principio del periodo de inversión ( $t=1$ ; para fines prácticos se supone que es el precio estimado en  $t=0$ ).

$P(0) = (P_1(0), \dots, P_N(0))$ : en los valores, es el vector en los precios iniciales.

$P_j(A)$  = promedio del precio de compra de la tendencia inicial del activo  $j$  por parte del inversionista en el periodo  $t=0$ .

NO  
EXISTE  
TESIS 14

## Apéndice 3.2

### Apalancamiento del portafolios

Como en México se llegaron a efectuar transacciones con Créditos de Margen, en la presente sección se explica cómo se podrían adecuar a México las ecuaciones sugeridas por Pogue referentes a estos créditos.

El Apalancamiento del Portafolios puede ser obtenido por dos formas:

- 1) ventas en corto y
- 2) créditos de margen.

Estos últimos fueron muy solicitados por los clientes hasta antes del crack de 1987, después se prohibieron debido a malos entendidos y violaciones a la Ley del Mercado de Valores Mexicano. Por esta razón se explicará en primera instancia, lo que es el Crédito de Margen y su aplicación en México, posteriormente, se adecuarán las ecuaciones que plantea Pogue para nuestro país.

Créditos o Cuentas de Margen: \* es el nombre que reciben aquellas cuentas en las que parte de los recursos utilizados en la adquisición de los valores al amparo del contrato referido, provienen del préstamo de la misma casa de bolsa donde se manejan los valores. El precio de mercado de los propios valores se utiliza como respaldo de los valores adquiridos con los recursos del crédito

"...Los valores que las casas de bolsa otorgan en crédito a sus clientes, provienen a su vez de instituciones bancarias, pues una casa de bolsa sólo puede actuar como canalizadora y administradora de dichos créditos..."\*

Al cerrar un contrato de margen, se debe respetar un estatus de cuenta de margen que está dado por el margen de garantía. Este último se define como el cociente expresado en porcentaje, resultado de dividir la diferencia positiva que resulte de restar el saldo a cargo del cliente de la valuación, entre dicha valuación. De ello se tiene la ecuación:

$$\text{Margen de Garantía} = (\text{saldo a cargo} - \text{valuación}) / \text{valuación}$$

Saldo a cargo del cliente: crédito que se está ejerciendo al momento de la valuación.

Valuación: valor que tiene los títulos dejados en prenda; es oportuno mencionar como están conformados estos valores, ya que, por un lado, están los que se compran con

\* Este crédito se dará en función del margen de garantía y tiene una relación inversamente proporcional  
Circular 10-35 (CNBV)

compran con el crédito otorgado y por el otro, se deja una cantidad de valores extra como garantía. El mínimo margen de garantía es indicado por la C.N.V. dentro de las circulares y representa un porcentaje respecto al crédito ejercido. Para efectos de esta teoría se tomará como el 40.00% que fue usado en general al hacer contratos de margen.

Cuando los precios del Mercado de Valores que están dejados en garantía vayan a la baja, el estatus de equidad irá disminuyendo hasta un momento tal en que el máximo nivel de margen sea alcanzado y en caso de ser rebasado se le informa al cliente solicitando cubra de su posición liberada acciones, para volver a alcanzar el nivel mínimo requerido del estatus de equidad, o cubra con efectivo este faltante. En caso contrario, el cliente puede solicitar que el exceso en la garantía le sea liberado para poder disponer de éste, si así lo desea.

Ahora bien, al conformar una cartera solicitando un crédito de margen, se tendrán dos subcarteras: la cartera pignorada y la cartera liberada. La primera está formada por todos los valores dejados en garantía y que tiene en custodia el corredor; estos comprenden la parte de la cartera que se requiere para cubrir el otorgamiento del crédito y los valores que se compran con el mismo.

En cuanto al precio de mercado, el propietario de la cartera tiene la opción de liberar estos valores manteniendo solamente el valor del crédito que se ha ejercido. Mientras que la cartera liberada es aquella de la que el propietario puede disponer cuando lo requiera.

Por otro lado, "Al constituirse el depósito de valores en prenda, la propiedad de las mismas quedará transferida al agente... [y]... los derechos inherentes a los títulos dados en prenda, quedarán a favor del cliente. Sólo podrán depositarse y mantenerse en dicha cuenta especial, valores de los comprendidos en la lista de valores.

...El agente podrá en todo tiempo restringir el límite del crédito hasta el total del monto pendiente de ejercer a la fecha de restricción... [mientras que]... el cliente se obliga a destinar los recursos del crédito única y exclusivamente a financiar total o parcialmente sus posiciones de títulos comprendidos en la lista de valores... [ya que]... el ejercicio del crédito está condicionado a que el cliente dé en prenda al agente títulos relacionados con la lista de valores, observándose cuando menos, un margen de garantía igual al 40.00% en todo momento... [y por último]... el saldo promedio a cargo del cliente devengará intereses de la tasa que resulte de sumar x puntos porcentuales al C.P.P. por concepto de tasa de interés."\*

### Ecuaciones matemáticas derivadas

En primera instancia, se explican las ecuaciones que debe cumplir un portafolios donde interviene un contrato de margen; posteriormente, se expone cómo son afectadas por las transacciones de compra-venta, cuando el portafolios es revisado.

---

\* Circular 10-32. (C.N.V.)

### Del máximo crédito del portafolios existente

Se considera que ha pasado un periodo posterior a la contratación del crédito de margen. Pogue sugiere las siguientes ecuaciones —que fueron modificadas para adecuar el modelo a México—:

$$i) \quad M(0) \leq \sum_{j=1}^N (1 - \beta_j^1) X_j(0) P_j(M) \quad \dots \dots (3.9)$$

Donde:

$M(0)$  = Monto de crédito de margen en circulación antes de la revisión del portafolios.

$\beta_j^1$  = Margen de garantía inicial para compras del activo  $j$  requerido.

$j = 1, \dots, N$

### Crédito de margen

$P_j(M)$  = Precio que representa la confianza que el Banco tiene en la acción; que fue dejada en o como precio de garantía (esto es factible al pertenecer las acciones dejadas en garantía a la lista de valores).

Donde:

$j = 1, \dots, N$ .

La inecuación (3.9), asegura que los títulos-valores que forman la cartera liberada, nunca sean superados en su valor de garantía por el crédito de Margen  $M(0)$ ; hecho que le conviene al inversionista ya que se le restringe el crédito en caso de ser violada la inecuación.

Es importante notar que la inecuación se violará si:

$$M(0) \geq \sum_{j=1}^N (1 - \beta_j^1) X_j(0) P_j(M)$$

ya que Pogue presume que generalmente:

$$P_j(M) \Rightarrow P_j(0)$$

Donde:

$P_j(0)$  = El precio de mercado al que se espera comprar el valor  $j$  al principio del periodo de inversión, al revisar el portafolios.

Esto es cierto si se considera que el valor  $P_j(M)$  representa la confianza que se tiene en el valor  $j$  y se estima de acuerdo a un exceso sobre el precio de Mercado del valor  $j$ . Y por más que éste baje, lo menos que  $P_j(M)$  valdrá es dicho precio. Además, cuando el exceso de confianza desaparece, lo menos que  $P_j(M)$  valdrá en  $t=1$  es  $P_j(0)$ .

Es factible determinar una estimación de  $P_j(M)$  en el periodo  $t = 1$  de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\hat{P}_j(M) = P_j(t) + E$$

Donde:

$E$  = exceso de confianza en el activo  $j$  durante el periodo  $t = 1$ .

En México es posible utilizar esta ecuación si se fija a  $\beta_j^1 = .40$ , que es el porcentaje mencionado en las circulares y que fuera el más usado hasta antes del crack de 1987.

#### Requerimiento de mantenimiento de margen

$$ii) \quad M(t) \leq \sum_{j=1}^N (1 - \beta_j^1) X_j(t) P_j(t) \quad \dots \dots \dots (3.10)$$

Con esta inecuación se logra cubrir y mantener el crédito con la cartera liberada pero a precios del mercado (ya que  $P_j(M)$  es un precio sobrevaluado). Por conveniencia se manejará  $\beta_j^M = .40$   $\dots \dots \dots (3.11)$

Esta inecuación se derivó porque Pogue tomó en cuenta que: "...El precio de garantía de una acción en cuenta plenasada, crece en valor a medida que el precio de mercado de ésta crece, sin embargo, el recíproco no es generalmente cierto y el potencial de pedir prestado no decrecerá como consecuencia de una baja en el Mercado de la acción  $j$ , hasta que la condición de margen de mantenimiento es violada; y en ese momento desaparecerá el exceso; y en  $t = 1$   $P_j(M)$  será igual a  $P_j(t)$ ..." (Por consiguiente, se restringirá la cuantía al inversionista, hasta que vuelva a cumplir la inecuación).

#### Transacciones al portafollos Ventas y Compras

Al revisar el portafollos; las compras y las ventas netas realizadas cuando se llene un crédito de margen, afectan el máximo crédito disponible y las inecuaciones antes definidas como sigue:

a) Ecuación derivada de compras y ventas netas cuando existe un crédito de margen:

$$\sum_{j=1}^N [X_j - X_j(t)] P_j(t) = NP - NS_2 \quad \dots \dots \dots (3.12)$$

Donde:

$NP$  = compras netas en el crédito de margen  $\dots \dots \dots (3.13)$

y

$NS_2$  = ventas netas en el crédito de margen  $\dots \dots \dots (3.14)$

La ecuación (3.12) indica que deberá haber una congruencia entre las compras y las ventas netas y la diferencia obtenida al restar al valor de Mercado de Portafollos Re-

visado, el valor de Mercado del Portafolios antes de hacer la revisión; esto, dentro del período  $t = 1$

### Máxima línea de crédito en el portafolios revisado

Al revisar el portafolios se otorgará un nuevo crédito  $M(1)$ , el cual deberá ser cubierto por la nueva cartera liberada que es representada en  $t = 1$ , por la antigua cartera liberada a precios de garantía complementada por el monto de compras que no se dejaron en garantía y a la cual se debe quitar el monto de las ventas realizadas de la cartera liberada.

De lo anterior, se formula la siguiente Inecuación:

$$M(1) \leq (1 - \beta)NP + \sum_{j=1}^N (1 - \beta_j^I) X_j(0) P_j^I(M) \cdot (1 - \beta^I)NS_2 \quad \dots \dots \dots (3.15)$$

Requerimiento revisado de Mantenimiento de Margen:

$$M(1) \leq (1 - \beta)NP + \sum_{j=1}^N (1 - \beta_j^M) X_j(0) P_j^M(0) \cdot (1 - \beta^M)NS_2 \quad \dots \dots \dots (3.16)$$

Esta desigualdad indica que el crédito ejercido después de la revisión del portafolios  $M(1)$  deberá mantenerse por debajo del límite máximo de crédito (visto en la ecuación (3.15); ya que  $P_j(0) \leq P_j(M)$  en general) respaldado por el valor de mercado de la cartera liberada, más las compras netas, menos las ventas netas —ambas realizadas con el crédito de margen—, que afectan el crédito de la misma manera que a la ecuación (3.15).

Por otro lado, se hizo la consideración sobre la venta que afecta la cartera liberada, respecto al margen de mantenimiento (la tasa que debe mantener en garantía durante el período que permanece el crédito de margen), ya que la tasa de éste debe respetarse cuando se venden activos; y las compras mantienen inicialmente el crédito a la tasa de margen de garantía inicial, a la cual se otorgará el crédito.

### Incrementos y/o decrementos de Créditos de Margen

Están representados por la ecuación:

$$M(1) - M(0)$$

y de acuerdo a su signo se hablará de un Ingreso (positivo) o de un egreso (negativo), en relación al nuevo presupuesto con el que se cuenta para el período  $t = 1$ .

Es conveniente resaltar que si se incrementa el crédito de margen, otorgado en el período  $t = 1$  respecto al que se había otorgado en el período  $t = 0$ , se incrementará la posibilidad de inversión. En caso contrario, es decir, cuando el crédito  $M(1)$  es menor que  $M(0)$ , se tiene que hacer frente en caso de pago o de amortización del crédito con la venta de títulos del portafolios, o bien, con un desembolso extra. Cabe señalar que por concepto de créditos de margen se cobrará una tasa  $im$  que será a su vez el costo porcentual promedio fijado por el Banco de México, más  $x$  puntos porcentuales que se negociaban entre el cliente y la casa de bolsa.

## CAPITULO IV



NO

EXISTE

TESIS 14

## IV Aplicación práctica de un modelo de revisión de carteras óptimas en el entorno mexicano

El presente apartado tiene como objetivo principal aplicar a un caso práctico la teoría descrita anteriormente. Hay que recordar que en el capítulo dos se plantearon los tipos de modelos matemáticos que podrían ser aplicables en el Mercado de Valores Mexicano. Mientras que en el capítulo III se adecuó el modelo de Pogue al entorno mexicano, con lo cual se puede efectuar la aplicación práctica.

En las siguientes secciones se mostrará como se llevó a cabo la selección de la muestra de valores utilizada, con la cual un inversionista ficticio formula una cartera, así como el procesamiento de los datos que sirvieron para construir parámetros que alimentarían a los modelos matemáticos de Markowitz y de Revisión de Carteras Óptimas.

El capítulo concluye con un estudio comparativo de las ventajas y desventajas de ambos modelos y explora alternativas para estudios futuros.

Antes de detallar la aplicación práctica del modelo, se planteó un caso ficticio de inversión en la Bolsa Mexicana de Valores, para mostrar como se hubiera vendido una cartera a un inversionista.

### 4.1 Caso ficticio de inversión en la Bolsa Mexicana de Valores

A principios de marzo de 1989, dos inversionistas, uno "X" y otro "Y", ambas personas físicas, desean invertir 100 millones de pesos en valores que le redituen buena utilidad.

Como han escuchado que la Bolsa mexicana de Valores ofrece buenos rendimientos, acuden a un promotor de una casa de bolsa; el promotor los aliende y les pregunta su actitud hacia el riesgo, es decir, les pide que aclaren si son afectos o aversos al riesgo, explicándoles que de acuerdo a sus preferencias y a los riesgos que deseen correr, existen dos tipos de carteras que les puede ofrecer:

- La primera, muy agresiva y con riesgos altos pero que ofrece rendimientos atractivos.
- La segunda, más conservadora pero con rendimientos pequeños.

El inversionista "X" resulta ser conservador y el "Y" agresivo; así pues, el promotor les propone dos carteras que revisan durante dos periodos posteriores a la fecha de contratación de las mismas, para obtener los mejores rendimientos posibles.

Los dos inversionistas, en el primer periodo de la revisión, invirtieron 30 millones de pesos, independientemente del valor de su cartera; y en el segundo periodo invierten 40 millones de pesos. Al cabo de 3 periodos, el inversionista "X" obtuvo un rendimiento real de 24.60%, mientras que el inversionista "Y" obtuvo sólo el 20.38%.

La explicación de estos resultados, es que el inversionista "X" formó su cartera con el modelo de Pogue y el inversionista "Y" con el modelo de Certidumbre; si el inversionista "Y" obtuvo un rendimiento menor al augurado por el promotor fue porque aún cuando tenía mayores expectativas de obtener mejores rendimientos que el inversionista "X", también corrió el alto riesgo de que las expectativas no se cumplieran y se revertiera el déficit en su inversión. Por otra parte, las carteras que el promotor había propuesto, fueron formadas con anterioridad.

A continuación se muestra el análisis que se llevó a cabo y que permitió la creación de las carteras óptimas que eligieron los inversionistas "X" y "Y".

#### 4.2 Muestreo de valores de renta variable que formarán las carteras óptimas

##### Justificación del uso de una muestra

El presente análisis se basa en una muestra aleatoria de 7 acciones tomadas del universo de valores en la Bolsa Mexicana de Valores. Realmente, debería permitírsele al modelo elegir el porcentaje de acciones del universo de valores a adquirir por un inversionista del Mercado Mexicano de Valores, de entre toda la población de acciones que cotizan en la B.M.V.

Ello hubiera sido posible si el estudio lo hubiera hecho una institución como el Instituto Mexicano del Mercado de Capitales o una Casa de Bolsa; sin embargo, el costo de financiamiento del mismo impidió una aplicación más real.

Asimismo, la obtención de todo el universo de datos no fue posible debido a la cantidad de los mismos que se necesitaba procesar, por lo que el estudio se tuvo que delimitar a la selección de una muestra, lo cual resulta razonable, porque en una situación real un promotor puede proponer los valores que formarán la cartera de un inversionista, mismos que de antemano pueden ser seleccionados en forma proporcional de acuerdo a:

- Los intereses del inversionista.
- Las expectativas a futuro de cada valor.
- El monto que el inversionista desee invertir.

Esto se puede formular mediante modelos matemáticos de carteras óptimas como se vio en el capítulo II.

Ahora bien, para el presente análisis, la muestra de acciones la propuso un analista de valores (quién pidió permanecer en el anonimato). Para efectuar la selección se basó en su experiencia y en el hecho de que las acciones que formarían la muestra

destacarán por su bursatilidad; además, se le comentó que existían restricciones de capacidad con el paquete de programación no lineal a utilizar, pues éste sólo acepta 30 restricciones por 50 variables, cuando mucho, y que el modelo que se deseaba analizar era de un efecto multiplicativo, por ello únicamente se eligieron siete acciones: CEGUSA, CRISOBA, CYDSASA, FRISCO, NACOBRE, PEÑOLES y VITRO.

Por otra parte, la construcción de un modelo matemático de cartera óptima, exige el procesamiento de los datos más importantes de los valores seleccionados.

### 4.3 Procesamiento estadístico de los datos

Los datos requeridos corresponden al periodo del 1 de enero de 1988 al 1 de agosto de 1989 y fueron:

- El volumen operado por acción.
- El precio ajustado de cada acción; éste se tomó en vez del precio real ya que éste descontó los dividendos, cambios, splits, etc...; lo cual al no estar reflejado en el registro del precio real de la acción influiría negativamente en la construcción de las carteras de inversión con precios comparables.
- Los dividendos pagados en efectivo.
- El índice de precios al consumidor.
- El número de días en que operó cada acción.
- El número de días hábiles en el periodo de estudio.

Los datos de los rubros antes mencionados fueron obtenidos con la ayuda de analistas de una Casa de Bolsa e ingenieros de la Bolsa Mexicana de Valores.

La información se procesó con ayuda del paquete Lotus 1 2 3 para el cálculo de los rendimientos diarios deflacionados por acción, que fueron utilizados en los Modelos de Markowitz y Pogue.

Para poder aplicar los modelos matemáticos de cartera óptima; a decir el modelo de Markowitz y el modelo de Pogue, se necesitó del análisis y procesamiento de diferentes datos; en base a los cuales se desarrollaron las pruebas estadísticas requeridas en los supuestos de estos modelos. El procesamiento de datos se efectuó con la ayuda de la siguiente paquetería:

- Paquete y hoja de cálculo: Lotus 1 2 3; para conservar y editar la base de datos.
- Paquete estadístico Statgraphs, con el cual se calcularon las matrices de covarianzas necesarias para medir el riesgo del inversionista.

Las medias aritméticas.

Las pruebas de hipótesis referentes a la normalidad de las variables aleatorias en cuestión.

- El paquete u hoja de cálculo Quatro, para efectos de presentación de las tablas que sintetizan las pruebas de hipótesis, las matrices de covarianzas y los resultados obtenidos al efectuar las corridas de los modelos de cartera.
- El paquete de programación no lineal GINO con el cual se resolvieron los modelos de cartera óptima.

#### 4.4 Descripción de las pruebas de hipótesis realizadas a los valores netos de las acciones que pertenecen a la muestra

##### 4.4.1 Pruebas para poder usar las acciones en el Modelo de Pagos

Sea  $NW_j$  la variable aleatoria que determina el valor observado promedio semanal del valor neto de una acción  $j$ , obtenido al descontar al precio  $(p_j)$  más el dividendo  $D_j$ , los impuestos  $T_{ij}$ , al final de un periodo de inversión  $t$ .

Se desea probar que  $NW_j$  se distribuye como una función de distribución normal.

A continuación se plantean las pruebas de hipótesis por cada acción  $j$ .

Para abreviar se varía  $j$  del 1 al 7; en el siguiente cuadro se muestra la relación: entre cada acción y el índice  $j$  que se usará en cada prueba de hipótesis.

Índice	Acción	Índice	Acción
1	CEGUSA	5	NACOBRE
2	CRISOBA	6	PENOLAS
3	CYDSASA	7	VITRO
4	FRISCO	—	—

Cuadro 4.1

#### Planteamiento de las pruebas de hipótesis

Hipótesis nula  $H_0: \bar{N}W_j \sim N_j(\mu_j, \sigma_j^2)$

Hipótesis alternativa  $H_1: H_0$  no es cierta.

donde:

$\mu_j$  es la media de la distribución normal  $N_j$

y  $\sigma_j^2$  es la varianza de la distribución  $N_j$ .

Para llevar a cabo las pruebas de hipótesis se necesitó, por cada acción  $j$ , de una muestra de datos observados de la variable aleatoria  $NW_j$ .

Llámesse  $\hat{\Theta}w$  a la muestra de  $n$  datos observados de la variable aleatoria  $NW_j$

se tiene que  $\Theta w = g_{NW}(NW_{j1}, NW_{j2}, \dots, NW_{jn})$

sea:

$NW_{jk}$  un valor que se observa de  $\hat{\Theta}w$ .

donde:

$k = 1, \dots, n$  que es el promedio semanal de los valores netos aplicados a los datos diarios deflacionados.

$j = 1, \dots, 7$

siendo entonces  $nw_{jk} = \frac{\sum nw_{jklad}}{5}$

donde:

$nw_{jklad}$  son los datos diarios deflacionados correspondientes al valor neto de la acción  $j$ ,  $n$  es el número de observaciones semanales.

Para esta prueba se tomaron  $n=41$  observaciones, que van desde la primer semana del mes de agosto de 1988 a la última semana del mes de junio de 1989.

El procedimiento que se siguió para efectuar las pruebas de hipótesis fue el sugerido por la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

Los pasos a seguir fueron:<sup>71 72</sup>

1.- Se calcularon los valores de la función  $F(NW_j)$  de distribución de la muestra  $nw_{j1}, \dots, nw_{jn}$

donde:

$j = 1, \dots, 7$

2.- Se determinaron, la desviación máxima  $[a = \sup_{NW_j} |F(NW_j) - F(NW_j)|$  entre  $F(NW_j)$  y  $F(NW_j)$  distribución teórica de la población (en este caso  $N_j$ ).

3.- Se seleccionó un nivel de significancia  $\alpha = 5\%$ , que es el nivel aceptable, dado que la normalidad del valor neto  $NW_j$  se considera razonable ya que otros autores como Pogue se habían preocupado por probarla, sobre todo en U.S.A.

4.- Determinar la solución de la ecuación:

$$P(A = < C) = 1 - \alpha \quad \dots \dots (4')$$

71 Kreyszig, Erwin. "Introducción a la estadística matemática, principios y métodos". Editorial Limusa, México, 7a. Edición 1983, p. 6.

72 Los pasos 1 y 2 se efectuaron con ayuda del paquete estadístico Statgraphics para cada acción  $j$ , mientras que los pasos 3 y 4 se realizaron con Lotus 123.

Según la tabla (4.1)\*: <sup>73</sup>

Si  $a \leq C$ , no se rechaza la hipótesis.

Si  $a > C$ , se rechazará la hipótesis.

En la tabla (4.1) se observan los resultados de la prueba; concluyendo que sólo para seis acciones no se rechazó la hipótesis nula  $H_0$ , que son: CEGUSA, CRISOBA, CYDSASA, FRISCO, PENOLES y VIURO; mientras que para la acción NACOBRE se rechazó  $H_0$ .

Entonces las seis acciones que pasaron las pruebas de hipótesis pueden tomarse en cuenta para formar los modelos de Pogue.

#### 4.4.2 Pruebas para utilizar las acciones en el Modelo de Markowitz

Sea  $\bar{R}_j$  la variable aleatoria que determina el rendimiento semanal de una acción  $J$ , observado al final del período de inversión. Y se desea probar que  $\bar{R}_j$  se distribuye como una función de distribución normal.

Las pruebas de hipótesis se plantearon para las 6 acciones  $J$  de la misma forma y con las mismas 6 acciones que habían sido rechazadas en las pruebas efectuadas para poder aplicar el Modelo de Pogue.

Planteamiento:

Sean:

$H_0: \bar{R}_j \sim N_j(\mu_j, \sigma_j^2)$  ... hipótesis nula.

Donde:

$\mu_j$  es la media de la distribución normal  $N_j$  y  $\sigma_j^2$  es la varianza de  $N_j$ .

$H_1: H_0$  no es cierta... hipótesis alternativa.

sea:

$\phi_k$  la muestra de  $n$  datos observados de la variable aleatoria  $\bar{R}_j$  se llene que  $\phi_k = gR(\bar{R}_{j1}, \dots, \bar{R}_{jn})$ .

Si se define  $r_{jk}$  como un valor observado de  $\bar{R}_j$

Donde:

$k = 1, \dots, n$  y  $j = 1, \dots, 6$

$r_{jk}$  se determinó tomando el promedio semanal de los rendimientos obtenidos a partir de los datos diarios deflactados durante las  $n$  observaciones.

Se redefine  $r_{jk}$  como:

$$r_{jk} = \frac{\sum r_{jtd}}{5 \text{ días}}$$

\* Todas las tablas del presente capítulo se localizan en el apéndice 4

<sup>73</sup> Datos basados en la tabla (7) del apéndice 4 de Kreyszig Erwin "Eld

Donde:

$r_{jcd}$  son los rendimientos que corresponden a los datos diarios de las acciones de cada acción  $j$ .

Se tomaron  $n = 32$  observaciones, haciendo la primera en la semana 1 del mes de agosto de 1988 y la última a fines del mes de abril de 1989. Las pruebas de hipótesis se efectuaron basándose en la prueba de Kolmogorov Smirnov y siguiendo pasos similares a los 4 puntos mencionados en el caso de las pruebas necesarias para aplicar el Modelo de Pogue. La tabla [4.2] resume los resultados para las 6 acciones: CEGUSA, CRISOBA, CYDSASA, FRISCO, FENOLES y VIRO, para las cuales la hipótesis nula no fue rechazada.<sup>74</sup>

#### 4.5 Construcción de los modelos matemáticos de cartera óptima

La utilidad del presente capítulo recae en observar, analizar y concluir respecto a las ventajas y desventajas que se tendrían al aplicar el modelo de revisión de carteras de Pogue, óptimas en comparación con las ventajas y desventajas que se tienen si se aplica el modelo estático de selección de carteras óptimas de Markowitz; así, se tomaron 3 periodos mensuales en los cuales se llevó a cabo la aplicación práctica formando modelos matemáticos de selección óptima en cada periodo para dos inversionistas "X" y "Y".

Los tres periodos se plantean e ilustran en la siguiente gráfica, así como la situación de inversión.

Inversión Inicial 100 millones exógena	Inversión Inicial 30 millones exógena	Inversión Inicial 40 millones
marzo 1 a 31 del 89 Periodo 1-0	abril 1 a 30 del 89 Periodo 1-1	mayo 1 a 3 del 89 Periodo 1-2
Se crea una cartera óptima aplicando el Modelo 3 de Markowitz al cual llamaremos M. Markowitz 1.	Se revisa el Modelo de Markowitz aplicando un Modelo de Pogue, al que se le llamó M. Pogue 0. Se forma otro Modelo de Markowitz para comparar resultados M. Markowitz 2.	Se revisa el Modelo de Pogue 0 creando un nuevo modelo llamado Modelo de Pogue 1. Se construye otro M. Markowitz para comparar resultados.

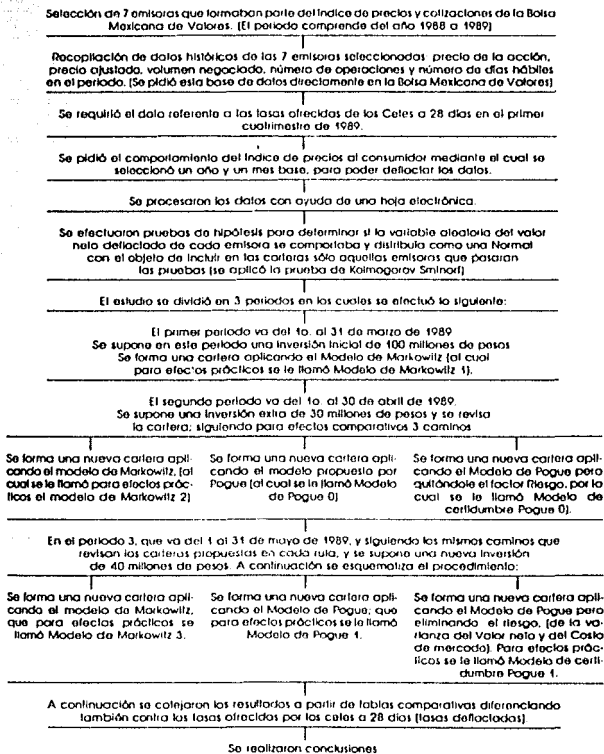
1-3\* Se analizan resultados del total de la inversión y rendimientos en 3 meses.

Figura 4.1 Gráfica explicativa de la inversión mensual de dos inversionistas denominados "X" y "Y"

<sup>74</sup> Sólo se hizo la prueba con 6 acciones porque se quiso aplicar el Modelo de Pogue, para el cual sólo las acciones arriba mencionadas se habían rechazado (H. Pogue).



## Diagrama explicativo de la metodología seguida para llevar a cabo la aplicación práctica, del Modelo de Revisión de Portafolios propuesto por Pogue, en el Mercado de Valores Mexicano



#### 4.5.1 Modelo de Markowitz su formulación matemática

##### Modelo de Markowitz 1

El modelo propuesto se planteó en su forma estándar y a partir de él se encontrará la cartera óptima eficiente de Pareto, para el primer periodo de inversión 10 que va del 01-03-89 al 31-03-89.

Seleccione la cartera de inversión:

$$\vec{X}_M = \begin{pmatrix} X_{M1} \\ X_{M2} \\ X_{M3} \\ X_{M4} \\ X_{M5} \\ X_{M6} \end{pmatrix} \quad \text{donde } X_{Mj} = \text{la proporción de dinero invertido en efectivo de cada una de las acciones } j, \text{ } j \text{ varía de } 1 \text{ a } 6.$$

Que maximizará la utilidad esperada del inversionista X y Y en el periodo 10 que va del 01-03-89 al 31-03-89, tal que sea solución del siguiente problema no lineal:

$$\text{Maximizar } Z = \theta \mu_1^T \vec{X}_M - \vec{X}_M^T V_1 \vec{X}_M$$

$$\text{s. a.: } \sum_{j=1}^6 X_{Mj} = 1$$

Donde:

$$0 \geq 0$$

En la tabla (4.3) se muestran los valores del vector  $\mu_1$  de las medias esperadas del rendimiento de cada acción  $j$  y en la tabla (4.4) se muestra la matriz de covarianzas  $V_1$  de los rendimientos de cada acción.

Para este modelo se encontró el punto óptimo de Pareto  $(\mu^*, \sigma^2)$  y la cartera óptima para ese punto (esto se logró con la ayuda del paquete de Programación no lineal Gino). El resultado se muestra en la tabla (4.5).

Se observa que el rendimiento deflacionado esperado que se obtendría con una cartera formada a partir de 79872 acciones de Frisco sería de 0.0065 con un riesgo de tener un déficit de .03822. El óptimo de Pareto fue (0065, .002); los resultados se analizarán más adelante en otro inciso.

En base a la solución mostrada en la tabla (4.5) se planeó lo siguiente:

En el periodo 11 que va del 01-04-89 al 30-04-89 se revisó la cartera por medio del siguiente Modelo de Pogue — al cual se le llamó Modelo de Pogue 0 para efectos explicativos—.

#### 4.5.2 Modelo de Pogue 0

El modelo que maximizará la utilidad esperada del inversionista en el periodo 1 de inversión y que revisará la cartera óptima propuesta a inicios del periodo 11, a partir del M. Markowitz es:<sup>75</sup>

Seleccione una cartera:

$$\vec{X}_{P0} = \begin{pmatrix} X_j \\ \vdots \\ X_{j1}^+ \\ \vdots \\ X_{j1}^- \end{pmatrix}$$

Donde:

$X_j$  = número de acciones que formarán parte de la cartera de la acción  $j$  al inicio del periodo 11.

$X_{j1}^+$  = número de acciones del activo  $j$  compradas en el intervalo de costos de transacción 1 al inicio del periodo 11.

$X_{j1}^-$  = número de acciones del activo  $j$  vendidas en el intervalo de costos de transacción 1 al inicio del periodo 11.

$j = 1, \dots, 6.$

El problema de programación no lineal que se debe resolver es:

$$\text{Max } Z = \theta E(\vec{N}\vec{W}(X_{P0})) - \sigma^2(\vec{N}\vec{W}(X_{P0}))$$

Donde:

$$\theta \geq 0$$

$$E(\vec{N}\vec{W}(X_{P0})) = \mu^T \vec{N}\vec{W}_{P0} \vec{X}_{P0}$$

$\mu^T$  es el vector transpuesto de los valores netos deflactados para cada una de las 6 acciones y se muestra en la tabla (4.6).

$\sigma^2(\vec{N}\vec{W}(X_{P0}))$  es la ecuación  $\mu^T \vec{N}\vec{W}_{P0}$  de covarianzas de cada acción  $j$  que conforman la cartera de los valores netos deflactados.

$$\sigma^2(\vec{N}\vec{W}(X_{P0})) = \vec{X}_{P0}^T \vec{V}_{P0} \vec{X}_{P0}$$

<sup>75</sup> Se recuerda al lector que el hecho de esperar un rendimiento de  $R$  no quiere decir que éste sea el que realmente tendrá la cartera.

donde:

$V_{p0}$  se muestra en la tabla 4.7 y es la matriz de covarianzas de los valores netos de cada una de las seis acciones que pasaron la prueba de normalidad

$$1) F(0) \cdot \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{m^+} \gamma_{ji}^+ \cdot X_{ji}^+ + \sum_{i=1}^{m^-} \gamma_{ji}^- \cdot X_{ji}^- - \sum_{j=1}^N (X_j - X_j(0)) \cdot F_j(0) - X_7 = 0$$

$$2) X_1 - X_{11}^+ + X_{11}^- = X_1(0);$$

$$3) X_2 - X_{21}^+ + X_{21}^- = X_2(0);$$

$$4) X_3 - X_{31}^+ + X_{31}^- = X_3(0);$$

$$5) X_4 - X_{41}^+ + X_{41}^- = X_4(0);$$

$$6) X_5 - X_{51}^+ + X_{51}^- = X_5(0);$$

$$7) X_6 - X_{61}^+ + X_{61}^- = X_6(0);$$

$$8) X_1(0) = 0;$$

$$9) X_2(0) = 0;$$

$$10) X_3(0) = 0;$$

$$11) X_4(0) = 79872;$$

$$12) X_5(0) = 0;$$

$$13) X_6(0) = 0;$$

$$14) F(0) = 30\,000\,000;$$

$$15) \sum_{j=1}^6 X_{j1}^+ \cdot X_{j1}^- = 0$$

$$16) \theta \geq 0;$$

$$17) X_{11}^+ \geq 0;$$

$$18) X_{11}^+ \leq 2\,300\,000;$$

$$19) X_{21}^+ \geq 0;$$

$$20) X_{31}^+ \geq 0;$$

$$21) X_{31}^+ \leq 80\,000;$$

$$22) X_{41}^+ \geq 0;$$

$$23) X_{41}^+ \leq 1\,000\,000;$$

$$24) X_{51}^+ \geq 0;$$

$$25) X_{51}^+ \leq 1\,150\,000;$$

$$26) X_{61}^+ \geq 0;$$

$$27) X_{61}^+ \leq 500\,000;$$

$$28) X_{11}^- \geq 0;$$

$$29) X_{11}^- \leq 2\,300\,000;$$

$$30) X_{21}^- \geq 0;$$

$$31) X_{21}^- \leq 500\,000;$$

$$32) X_{31}^- \geq 0;$$

$$33) X_{31}^- \leq 30\,000;$$

$$34) X_{41}^- \geq 0;$$

$$35) X_{41}^- \leq 1\,000\,000;$$

$$36) X_{51}^- \leq 1\,150\,000;$$

$$37) X_{51}^- \geq 0;$$

$$38) X_{61}^- \geq 0;$$

$$39) X_{61}^- \leq 500\,000;$$

$$40) X_1 \geq 0;$$

$$41) X_2 \geq 0;$$

$$42) X_3 \geq 0;$$

$$43) X_4 \geq 0;$$

$$44) X_5 \geq 0;$$

$$45) X_6 \geq 0;$$

$$46) X_7 \geq 0;$$

Donde:

$$N = 6$$

$$m^+ = 1$$

$$m^- = 1$$

$$\gamma_{11}^+ = .75 \cdot 145;$$

$$\gamma_{21}^+ = .90 \cdot 142;$$

$$\gamma_{31}^+ = 237;$$

$$\gamma_{41}^+ = .85 \cdot 40;$$

$$\gamma_{51}^+ = 90;$$

$$\gamma_{61}^+ = .70 \cdot 258;$$

$$\gamma_{11}^* = 145;$$

$$\gamma_{21}^* = 142;$$

$$\gamma_{31}^* = .74 \cdot 237;$$

$$\gamma_{41}^* = .40;$$

$$\gamma_{51}^* = .80 \cdot 90;$$

$$\gamma_{61}^* = 285;$$

$$P_1(0) = 3364;$$

$$P_2(0) = 4216;$$

$$P_3(0) = 5553;$$

$$P_4(0) = 1251;$$

$$P_5(0) = 2052;$$

$$P_6(0) = 19129.$$

El problema no lineal se resolvió en el paquete GINO y los resultados se muestran en la tabla (4.7), donde se analizarán.

Para efectos comparativos se formuló un Modelo de Markowitz en el principio del periodo 11, al cual se le llamó Modelo de Markowitz 2 para efectos explicativos.

#### 4.5.3 Modelo de Markowitz 2

El modelo a partir del cual se encontrará la cartera óptima eficiente de Pareto, para el segundo periodo de inversión 11 es:

Seleccione la cartera de Inversión:

$$\rightarrow X_{11} = \begin{pmatrix} X_{111} \\ X_{112} \\ X_{113} \\ X_{114} \\ X_{115} \\ X_{116} \end{pmatrix} \text{ que maximizará la utilidad esperada de un inversionista en el periodo 11 de inversión; tal que sea solución del siguiente problema no lineal.}$$

$$\text{Max } Z = \theta \mu_1^T \bar{X}_M^> - \bar{X}_M^>{}^T V_2 \bar{X}_M^>$$

$$\text{s.a.: } \sum_{j=1}^6 X_{Mj} = 1$$

y

$$X_{Mj} \geq 0;$$

$$j = 1, \dots, 6$$

Donde:

$X_{Mj}$  = la proporción de dinero invertido en cada una de las acciones  $j$ .

$$\theta \geq 0$$

En la tabla (4.1) se muestra el vector  $\mu_2$  y en la tabla (4.9) se muestra la matriz de covarianzas  $V_2$  de los rendimientos de cada acción que interviene en el modelo.

La solución del modelo se muestra en la tabla (4.10). Los resultados se analizan posteriormente.

Con el fin de validar más aún la utilidad del Modelo de Pogue 0; se formuló un modelo a partir de éste, pero excluyendo el riesgo contenido por la matriz de covarianzas, y el riesgo de que la acción tuviera alta bursatilidad, lo cual repercute en los costos de transacción, mismos que también fueron eliminados del modelo que para efectos explicativos se llamó Modelo de Certidumbre 0 y que a continuación se plantea.

#### 4.5.4 Modelo de Certidumbre 0

Seleccione la cartera

$$\vec{X}_{C0} = \begin{pmatrix} X_{C01} \\ X_{C02} \\ X_{C03} \\ X_{C04} \\ X_{C05} \\ X_{C06} \end{pmatrix}$$

Donde:

$X_{C0j}$  = número de acciones del valor  $j$ , que formarán parte de la cartera al inicio del periodo de inversión  $t_1$  donde  $j = 1, \dots, 6$ .

Resolviendo el problema de programación no lineal:

$$\text{Max } Z = \theta \cdot E(NW(\vec{X}_{C0}))$$

s.a.:

$$1) F(0) - \sum_{j=1}^N [X_{C0j} \cdot X_{C0j}(0) \cdot I_j^2(0)] - X_{C07} = 0$$



$$2) X_{c0j1}(0) = 0;$$

$$3) X_{c0j2}(0) = 0;$$

$$4) X_{c0j3}(0) = 0;$$

$$5) X_{c0j4}(0) = 79872;$$

$$6) X_{c0j5}(0) = 0;$$

$$7) X_{c0j6}(0) = 0;$$

$$8) X_{c0j7}(0) = 0;$$

$$9) F(0) = 30\ 000\ 000;$$

$$10) X_{c0j} \geq 0;$$

$$11) X_{c07} \geq 0$$

$$12) X_{c07} \leq 1\ 500;$$

Donde:

$$0 \geq 0$$

$$E(\vec{N}W(X_{c0})) = \mu^T \vec{N}W_{c0} \cdot \vec{X}_{c0}$$

$\mu^T \vec{N}W_{c0}$  = vector transpuesto de los valores netos deflactados para cada una de las 6 acciones que pasarán las pruebas de hipótesis de normalidad y se muestra en la tabla (4.6).

$$N = 6; \quad y \quad j = 1, \dots, 6$$

La solución de este problema se encontró con ayuda del paquete GINO, y los resultados son mostrados en la tabla (4.11). Posteriormente, en otro inciso de este capítulo, serán analizados dichos resultados.

En el periodo 12 que va del 01-05-89 al 31-05-89, se revisó la cartera propuesta por el Modelo de Pogue 0; aplicando el Modelo de Pogue que para efectos explicativos se le llamó Modelo de Pogue 1.

#### 4.5.5 Modelo de Pogue 1

El modelo que maximizará la utilidad esperada del inversionista en el periodo 12 de inversión y que revisará la cartera propuesta por el Modelo de Pogue 0 a inicios del periodo 11 es:

Seleccione una cartera:

$$X_{P1}^{\rightarrow} = \begin{pmatrix} X_j \\ \vdots \\ X_{j1}^+ \\ \vdots \\ X_{j1}^- \end{pmatrix}$$

Donde:

$X_j$  = el número de acciones del valor que formarán parte de la cartera al inicio del periodo 12.

$X_{j1}^+$  = número de acciones del valor  $j$  que fueron compradas en el intervalo de costos de transacción 1 al inicio del periodo 12.

$X_{j1}^-$  = número de acciones del valor  $j$  que fueron vendidas en el intervalo de costos de transacción 1 al inicio del periodo 12.

$j = 1, \dots, 6.$

El problema de programación no lineal que se debe resolver es:

$$\text{Max } Z = \theta E[\bar{N}W(X_{P1}^{\rightarrow})] - \sigma^2[\bar{N}W(X_{P1}^{\rightarrow})]$$

La variable  $Z$  es el flujo de efectivo.

$$\text{s.a.: } 1) F(0) - \sum_{j=1}^N \left[ \sum_{i=1}^{m_i^+} X_{ji}^+ + \sum_{i=1}^{m_i^-} X_{ji}^- \right] - \sum_{j=1}^N [X_j - X_j(0)] + P_j(0) - [X_7 - X_7(0)] = 0$$

$$2) X_j - X_{j1}^+ + X_{j1}^- = X_j(0)$$

$$3) X_1(0) = 0,$$

$$4) X_2(0) = 0;$$

$$5) X_3(0) = 3456;$$

$$6) X_4(0) = 40019;$$

$$7) X_5(0) = 27195;$$

8)  $X_6(0) = 0;$

9)  $X_7(0) = 5;$

10)  $\Gamma(0) = 40\,000\,000;$

11)  $X_{j1}^+ \geq 0;$

12)  $X_{j1}^- \geq 0;$

13)  $X_j \geq 0;$

14)  $\sum_{j=1}^6 X_{j1}^+ + X_{j1}^- = 0$

15)  $X_{11}^+ \leq 300\,000;$

16)  $X_{21}^+ \leq 500\,000;$

17)  $X_{31}^+ \leq 80\,000;$

18)  $X_{41}^+ \leq 1\,000\,000;$

19)  $X_{51}^+ \leq 1\,200\,000;$

20)  $X_{61}^+ \leq 500\,000;$

21)  $X_{11}^- \leq 300\,000;$

22)  $X_{21}^- \leq 500\,000;$

$$23) X_{31}^+ \leq 80\,000.$$

$$24) X_{41}^+ \leq 1\,000\,000.$$

$$25) X_{51}^+ \leq 1\,200\,000.$$

$$26) X_{61}^+ \leq 500\,000.$$

$$27) X_{71}^+ \geq 0.$$

$$28) X_{71}^+ \geq 1\,500.$$

Donde:

$$0 \geq 0$$

$$E\{NW(X_{P1}^{**})\} = \mu_{NW_{P1}}^T \cdot X_{P1}^{**}$$

$\mu_{NW_{P1}}^T$  = vector transpuesto de los valores netos deflacionados para cada una de las 6 acciones; se muestra en la tabla (4.6)  $\mu_{NW_{P1}}^T$

$\sigma^2\{NW(X_{P1}^{**})\}$  = ecuación de covarianzas de los valores netos deflacionados de cada acción  $j$ , que pasó la prueba de hipótesis de normalidad y que conformarán la cartera.

$$\sigma^2\{NW(X_{P1}^{**})\} = X_{P1}^{**T} \cdot V_{P1} \cdot X_{P1}^{**}$$

Donde:

$V_{P1}$  = se muestra en la tabla (4.12) y es la matriz de covarianzas de los valores  $j$

Donde:

$$j = 1, \dots, 6 \quad \text{y} \quad j+1 = 7$$

Donde:

$$N = 6$$

$$m^+ = 4$$

$$m^- = 1$$

$$X_{11}^+ = .56 \cdot 165;$$

$$X_{21}^+ = .92 \cdot 141;$$

$$X_{31}^+ = 252;$$

$$X_{41}^+ = .94 * 41;$$

$$X_{51}^+ = 98;$$

$$X_{61}^+ = 252 * (.65);$$

$$X_{11}^- = 165;$$

$$X_{21}^- = 141;$$

$$X_{31}^- = .60 * 252;$$

$$X_{41}^- = 41;$$

$$X_{51}^- = .98 * (.64)$$

$$X_{61}^- = 252;$$

$$P_1(0) = 3348;$$

$$P_2(0) = 4208;$$

$$P_3(0) = 5553;$$

$$P_4(0) = 1272;$$

$$P_5(0) = 2069;$$

$$P_6(0) = 19139;$$

El problema no lineal se resolvió en el paquete de programación no lineal GINO, los resultados se muestran en la tabla (4.13) para posteriormente ser analizados.

#### 4.5.6 Modelo de Markowitz 3

Para efectos comparativos se formuló un Modelo de Markowitz en el principio del período 12 al cual se le llamó Modelo de Markowitz 3 y a partir de él se encontrará la cartera óptima eficiente para el período 13:

Seleccione la cartera de inversión:

$$\rightarrow X_M = \begin{pmatrix} X_{M11} \\ X_{M12} \\ X_{M13} \\ X_{M14} \\ X_{M15} \\ X_{M16} \end{pmatrix}$$

que maximizará la utilidad esperada de un inversionista en el período 12 de inversión; tal que sea solución del siguiente problema de programación no lineal:

$$\text{Max } Z = \theta \mu_3^T \vec{X}_M - \vec{X}_M^T V_3 \vec{X}_M$$

s.o.:

$$\sum_{j=1}^6 X_{Mj} = 1$$

$$X_{Mj} \geq 0; \text{ con } j = 1, \dots, 6;$$

donde:

$X_{Mj}$  = la proporción de dinero invertido en cada una de las acciones que pasaron las pruebas de normalidad.

$$\theta > 0;$$

$\mu_3^T$  = vector transpuesto de  $\mu_3$  de las medias esperadas de los rendimientos de cada acción  $j$ .

$V_3$  = matriz de covarianzas de los rendimientos de cada acción  $j$ .

En la tabla (4.4) se muestra el vector  $\mu_3$  y en la tabla (4.14) se muestra la matriz de covarianzas  $V_3$  de los rendimientos de cada acción  $j$ . La solución de este modelo se muestra en la tabla (4.15). Posteriormente se analizarán los resultados.

Por otra parte se construyó para este mismo período un modelo de cartidumbre llamado Modelo de Cartidumbre 1 y está basado en el planteamiento del Modelo de Pogue 1, aunque se le quitaron las ecuaciones de la varianza y las referentes a los costos de transacción; esto se hizo para eliminar el riesgo y ver que hubiera determinado hacer el modelo, para efectos comparativos.

#### 4.5.7 Modelo de Cartidumbre 1

Seleccione la cartera:

$$\vec{X}_{Cj} = \begin{pmatrix} X_{Cj1} \\ \vdots \\ X_{Cj7} \end{pmatrix}$$

Donde:

$X_{Cj}$  = número de acciones del valor  $j$  que formarán parte de la cartera al inicio del período 12.

$$j = 1, \dots, 7$$

Esta cartera se seleccionará resolviendo el siguiente problema de programación no lineal:

$$\text{Max } Z = \theta [N\bar{W}(X_{CI}^*)]$$

Donde:

$$\theta > 0; \quad E[N\bar{W}(X_{CI}^*)] = \mu_{NWC1}^T \cdot X_{CI}^*$$

$\mu_{NWC1}^T$  = vector transpuesto de  $\mu_{NWC1}$ , de los valores deflactados para cada una de las 6 acciones que pasaron la prueba de normalidad.

$\mu_{NWC1}$  = se muestra en la tabla (4.6).

s. a.:

$$1) F(0) - \sum_{j=1}^6 [(X_{CIj} - X_{CIj}(0)) \cdot (P_j(0)) - X_{CI7} = 0$$

$$2) X_{CI1}(0) = 0;$$

$$3) X_{CI2}(0) = 0;$$

$$4) X_{CI3}(0) = 3456;$$

$$5) X_{CI4}(0) = 40019;$$

$$6) X_{CI5}(0) = 27195;$$

$$7) X_{CI6}(0) = 0;$$

$$8) X_{CI7}(0) = 5;$$

$$9) X_{CIj} > 0; \quad j = 1, \dots, 7$$

$$10) X_{CI7}(0) <= 1500;$$

$$11) F(0) = 40\,000\,000;$$

La solución del modelo se muestra en la tabla (4.16). A continuación se analizarán los resultados.

#### 4.6 Análisis de las tablas de resultados de correr los Modelos de Pogue y Markowitz

La tabla (4.17) muestra que en el período 11 en que se revisa por primera vez la cartera óptima propuesta por el Modelo de Markowitz en el período 10, los resultados no son muy satisfactorios, pues el Modelo de Pogue ofrece a un inversionista obtener un rendimiento neto de costos de transacción negativo —los rendimientos son sobre datos deflactados— que fue de -3.30% aproximadamente, y con riesgo de alcanzar un déficit mayor en su inversión al ser de 9.60%.

Por su parte, el Modelo de Markowitz ofrece en el mismo período una cartera óptima que sólo proporciona un déficit (el cual tiene descontados los costos de transacción) de 3.20% con el riesgo de que el déficit sea de 7.70%; finalmente, el Modelo de Cerlidumbre en el cual no se incluyó el riesgo y sólo se buscó maximizar el rendimiento neto de costos de transacción ofrece un rendimiento de .720%, pero con un riesgo de que sea un déficit en la inversión de 8.70%.

Para el primer período, un inversionista agresivo, amante del riesgo, elegiría la cartera cierta, aunque se arriesgase a perder 8.28 mientras que un inversionista más conservador que deseará minimizar su riesgo, elegiría la cartera sugerida por el Modelo de Markowitz que sólo ofrece un riesgo de perder 7.70%; y la cartera de Pogue que daría descartada, por ofrecer las peores expectativas de riesgo rendimiento.

Cabe señalar que ningún inversionista razonable, optaría por carteras que arrojan pérdidas esperadas, sin embargo para efectos comparativos se hizo el análisis. Los papeles parecen invertirse en el período 2 ya que el portafolio propuesto en el Modelo de Pogue ofrece las mejores expectativas en cuanto a rendimiento-riesgo, pues ofrece un rendimiento (neto de costos de transacción) de 1.60% (aproximadamente) con el riesgo de tener un déficit de 7.40%; mientras que el portafolio que se construyó con el Modelo de Markowitz da un déficit (neto de costos de transacción) de 12.30% con el riesgo de que éste sea mayor a razón del 7.80%.

El modelo cierto propone una cartera que ofrece un rendimiento de 2.40% pero con un riesgo de que éste se vuelva déficit de 9.33%, lo cual sólo sería factible para un inversionista agresivo.

Para hacer una discusión más sólida se muestra en las tablas (4.18) y (4.19) lo que realmente hubiera ocurrido con las carteras propuestas en cada uno de los tres modelos; estos datos se obtuvieron aplicando las proporciones dadas para cada acción, de las seis que componen cada cartera, a resultados históricos de 1989.

##### Discusión de la tabla comparativa de los modelos corridos con datos reales históricos

En la tabla (4.19) se observa que al aplicar los datos históricos de precios y dividendos reales a las carteras propuestas, la cartera que dio mejores utilidades fue la de Markowitz con un rendimiento neto de 0.25, mientras que la que dio peores resultados



fue la cartera de Pogue. Asimismo, en el periodo 2 la que dio mejores beneficios fue la cartera de Markowitz, planteando rendimientos netos de 0.20; mientras que la de más bajos rendimientos fue la cartera de Certidumbre.

Estos resultados son razonables dado que cada cartera propuesta realmente está sujeta a lo que pueda ocurrir en la realidad y sólo son una herramienta que puede ayudar al analista en su apoyo a los inversionistas, para maximizar las utilidades del inversionista agresivo, al cual se le hubiera propuesto la cartera de Certidumbre y al conservador se le hubiera propuesto la de Pogue o la de Markowitz.

Sin embargo, el inversionista agresivo no obtuvo los mejores rendimientos reales, esto, quizá se debió a que el riesgo,<sup>76</sup> de cada acción era muy grande.

Otro resultado importante es que dado el costo y la complejidad del Modelo de Pogue, los resultados son decepcionantes comparándolos contra el de Markowitz, que es más barato y más sencillo de construir.

Al comparar los rendimientos otorgados en el periodo que va del momento 0 al momento 2 del estudio (del 1/03/89 al 3/05/89) la cartera que más convino fue la de Markowitz con un rendimiento de 0.66, mientras que la de Pogue proporcionó 0.25 y la de Certidumbre otorgó 0.20.

Dada la complejidad del Modelo de Pogue y su costo en horas hombre, el Modelo de Markowitz conviene más, aunque en cuestión de lo esperado, si se desea minimizar el riesgo es más recomendable utilizar el de Pogue, ya que otorga con menor riesgo los mejores rendimientos netos esperados.

Ahora bien, en la tabla (4.18) se muestra que de acuerdo a los datos históricos referentes a lo que realmente ocurrió en el año de 1989, lo más conveniente hubiera sido invertir en Cetes a 28 días.

Se nota que el rendimiento de 45.05% de los cetes para el primer periodo (0) de estudio es muy superior al 3.75% que se obtendría si se invirtiera en la cartera inicial propuesta por el Modelo de Markowitz. De la misma manera ocurre con el segundo periodo (1), en que el rendimiento de los Cetes a 28 días fue de 47.23% contra 25.00% que ofrecía la cartera cierta y 8.79% que ofrecía la cartera formada con el Modelo de Pogue.

En el tercer periodo de estudio (2), ocurre de manera semejante y se muestra un rendimiento muy superior, obtenido si se hubiera invertido en Cetes a 28 días, de 49.97%;<sup>77</sup> contra 20.36%, obtenido al invertir en una cartera formada con el Modelo de Pogue y sólo 10.30% si se hubiera invertido en la cartera cierta.

<sup>76</sup> El riesgo es explicado en la tabla 6 (la desviación estándar) de la cartera en que invirtió

<sup>77</sup> Se observa que a los rendimientos deflacionados históricos que otorgaron los Cetes a 28 días, no se les quitaron costos de transacción. Esto es debido a lo que venía en la circular 10-16 (México, D.F., 27 de abril de 1977), cláusula vigésima primera: "Los casos de bolsa no podrán cargar a su clientela comisión alguna en la compra-venta de Certificados de la Tesorería de la Federación". Ver Academia Mexicana de Derecho Bursátil, A.C. "Circulares de la Comisión Nacional de Valores. Ed. Futura Editores. México 1985.

Estos resultados, podrían desmoralizar al analista que pretende utilizar modelos de selección de cartera como herramienta para construir carteras para asesorar a los inversionistas. Sin embargo, no se puede generalizar debido a que el estudio se realizó sólo para una muestra de acciones y para 3 periodos de estudio.

## 4.7 Ventajas y desventajas de cada modelo

### 4.7.1 Modelo de Pogue

#### a) Ventajas:

- Ayuda a minimizar riesgos sujetos a un rendimiento dado, o viceversa.
- Ayuda a maximizar rendimientos sujetos a un riesgo dado.
- Considera en su planteamiento situaciones más reales que las que consideran otros modelos.
- Permite encontrar rendimientos netos de costos de transacción, en relación a riesgos, maximizando los primeros y minimizando los segundos.
- Puede incluir en su planteamiento el presupuesto del inversionista y se podrían adecuar las ventas en costo, tal como las plantea Pogue en su modelo original.
- Permite revisiones más reales basadas en fundamentos matemáticos, indicando cuándo comprar y vender de cada acción; tomando en cuenta costos de transacción y el presupuesto del inversionista.
- En cuanto a los resultados esperados en dos periodos fue mejor alternativa que el Modelo de Markowitz (ver tabla 4.19).

#### b) Desventajas:

- Necesita una base de datos y una retroalimentación de la misma, mayor que la que requiere el Modelo de Markowitz.
- Es mucho más complejo que el Modelo de Markowitz.
- Es más difícil y laborioso que cualquier persona asimile y analice sus resultados, que utilizando el Modelo de Markowitz.
- Es más costoso que el Modelo de Markowitz, tanto en horas hombre como en inversión ya que requiere de manejo, análisis y proyección de datos mucho más amplia.

### 4.7.2 Modelo de Markowitz

#### a) Ventajas:

- Sujeto a un rendimiento dado, ayuda a...
  - Minimizar riesgos.
  - Maximizar rendimientos.
- Como herramienta puede ser muy útil ya que no es complicado construir el problema de programación no lineal.
- Puede resolverse con paquetería de programación no lineal, de base de datos omniview, para poder procesar datos de las acciones, pero sólo res-

pecto a rendimientos históricos. Lo cual, tomando en cuenta los resultados esperados, no es muy costoso.

**b) Desventajas:**

- Al no considerar costos de transacción y otros pasivos como ventas en corto, presupuesto del inversionista y créditos de margen, no es tan real.
- El rendimiento neto del inversionista es menor al que se propone.

#### **4.8 Recomendaciones y observaciones de los tres modelos**

Si el trabajo de investigación y la formación de proyecciones se distribuye y efectúa por un equipo de trabajo y éste es dirigido eficientemente, se contará con herramientas muy valiosas para facilitar la toma de decisiones y la asesoría de los inversionistas.

La muestra puede ser propuesta de acuerdo con un análisis previo sobre los valores de renta fija, variable o de protección que se deseen incluir en el modelo, para que éste sólo calcule las proporciones de cada valor que incluya la cartera.

#### **Observaciones**

El análisis efectuado en la presente tesis pudo mejorarse con más datos en la muestra, pero la capacidad de una microcomputadora personal (PC), la dependencia de obtener ayuda de otras personas y las restricciones que se tienen con un paquete de programación lineal como Gln, en una PC, limitaron el uso de más variables en la muestra. Lo cual se puede optimizar si se cuenta con la infraestructura de una casa de bolsa.

#### **4.9 Explicación al inversionista**

Cuando un inversionista "X" desea colocar su dinero en la Bolsa Mexicana de Valores, acude a un promotor de una casa de bolsa, éste solicitará a su vez, asesoría a un analista de carteras de inversión quien hará un análisis como el efectuado en el presente capítulo.

Recuerde que se considerarán dos tipos de inversionistas:

- 1) El especulador o agresivo, al que le gusta el riesgo y a quien llamamos "X".
- 2) El apostador u opositor al riesgo, considerado un conservador indiferente y al que llamamos "Y".

**Caso 1): Inversionista X.**

Se le propondrá la cartera que se obtuvo corriendo el modelo de certidumbre en el paquete de PNL, ya que con ésta obtendrá, como se muestra en la tabla 4.19%, rendimientos medios del orden de .72% (deductados) en el primer periodo, pero con el riesgo de que su inversión pueda estar en un déficit de 8.30% y 9.10% en un mes.

En el periodo 2 se le ofrecería la cartera que también propone el Modelo de Certidumbre y que ofrece rendimientos netos deflacionados que van de 9.33% a 14.17% en un mes.

Caso 2): Inversionista Y.

En el primer periodo se le propondría la cartera obtenida al correr el Modelo de Markowitz, ya que ofrece rendimientos netos deflacionados que van de 1.70% a 3.30% en un mes.

En el segundo periodo, le sería propuesta la cartera obtenida por el Modelo de Pogue, que ofrece rendimientos netos que van de 7.04% a 10.60% en un mes.

#### 4.10 Otras perspectivas

En esta sección se recomiendan algunas extensiones al modelo analizado. Una de estas posibles perspectivas es aplicar las extensiones que propuso Pogue al Modelo de Markowitz, en el Modelo de Roy (de Minimización de Riesgo). Otra alternativa que se abre a últimas fechas es aplicar las extensiones que propone Pogue en los casos en que un inversionista desee efectuar ventas en corto dentro de su cartera. Estas ventas no se incluyeron en el presente trabajo, ya que su operación en el Mercado de Valores Mexicano se autorizó hasta los últimos meses del año de 1991, fecha en que se concluía la tesis.<sup>78</sup>

Por otra parte y dado que los costos de transacción pueden variar, debe considerarse un tratamiento especial de este fenómeno en el Modelo de Pogue. Las variantes se refieren básicamente a que la comisión ya no será fija de acuerdo al monto de transacción como anteriormente:

1.70% si el monto de inversión era menor a 200 millones de pesos y 1.00% si era mayor o igual a 200 millones de pesos; sino que según el intermediario financiero, y de acuerdo a la ley de la oferta y la demanda, se fijará esta comisión. Así, la fórmula sugerida en el capítulo 3, en base a la cual se simularon los posibles costos de transacción y se determinaron los intervalos de costos para la aplicación práctica del modelo de Pogue, puede cambiar.

Una posible solución sería simular esta comisión de acuerdo a los parámetros fijados por la casa de bolsa en la que se esté aplicando el modelo.

Ahora bien, tomando en cuenta el periodo en que se desarrolló el análisis del presente trabajo, se puede concluir que el Modelo de Markowitz resultó ser la mejor alternativa para nuestro inversionista, ya que dicho modelo es fácil de entender y poner en práctica, resolviéndolo con ayuda de una microcomputadora que esté alimentada por pocos datos provenientes de la Bolsa Mexicana de Valores. Sin embargo, no se puede concluir que el Modelo de Markowitz sea mejor que el Modelo de Pogue o

<sup>78</sup> Para mayores referencias consultar los CIRCULARES de la Comisión Nacional de Valores.

que en su defecto, este último sea peor, aún cuando sea más caro —necesita ser alimentado con más datos que el primero— y complejo —incorpora ecuaciones que en cada parámetro representan una situación más real—. Así, su aplicación dependerá de los recursos y el criterio del analista.

Por otro lado, el Modelo de Pogue tiene a su favor el hecho de que podrá aplicarse en situaciones en que el inversionista quiera efectuar alguna venta en corto (que ya está autorizada a enero de 1992) o algún crédito de margen (que estaba autorizado hasta antes del crac de 1987).

## Apéndice 4.1

### Tablas Comparativas

Tabla 4.1

Pruebas de Hipótesis:  
POGUT 1

Se escogió un nivel de significancia 5 % que es el valor de  $\alpha$  (Si  $\alpha < c$  entonces se rechaza  $H_0$ )  
 $\alpha = Dn^*$  y se calculó por el paquete estadístico STATGRAFS  
 $H_0$ : La Distribución del valor neto de la acción se distribuye como una Normal  
 $H_1$ : La Distribución del valor neto de la Acción no es Normal  
 $c$  se calcula en función de  $n$

Acción	Nivel de Significancia	n	c	$\alpha = Dn^*$	Resultado
Cegusa	0.05	41	0.20760	0.13076	Se acepta
Crihoba	0.05	41	0.20760	0.11293	Se acepta
Cydaxa	0.05	41	0.20760	0.14157	Se acepta
Frisco	0.05	41	0.20760	0.13898	Se acepta
Navalre	0.05	41	0.20760	0.22742	Se rechaza
Penales	0.05	41	0.20760	0.12603	Se acepta
Vitra	0.05	41	0.20760	0.11788	Se acepta

Tabla 4.2

Pruebas de Hipótesis:  
Modelo de Markowitz 1

Se escogió un nivel de significancia 5 % que es el valor de  $\alpha$  (Si  $\alpha < c$  entonces se rechaza  $H_0$ )  
 $\alpha = Dn^*$  y se calculó por el paquete estadístico STATGRAFS  
 $H_0$ : La Distribución del rendimiento de la acción se distribuye como una Normal  
 $H_1$ : La Distribución del rendimiento de la Acción no es Normal  
 $c$  se calcula en función de  $n$

Acción	Nivel de Significancia	n	c	$\alpha = Dn^*$	Resultado
Cegusa	0.05	32	0.23480	0.08919	Se acepta
Crihoba	0.05	32	0.23480	0.17016	Se acepta
Cydaxa	0.05	32	0.23480	0.14329	Se acepta
Frisco	0.05	32	0.23480	0.16185	Se acepta
Penales	0.05	32	0.23480	0.08089	Se acepta
Vitra	0.05	32	0.23480	0.13629	Se acepta

Tabla 4.3

Promedios a utilizar por acción de los rendimientos deflacionados para cada Modelo de Markowitz y Varianzas por acción

Índice j	Acción	Markowitz 1 Rendimiento		Markowitz 2 Rendimiento		Markowitz 3 Rendimiento	
		Promedio	Varianza	Promedio	Varianza	Promedio	Varianza
1	Cagua	-0.00343	0.00140	0.00060	0.00170	0.00660	0.00230
2	Crisoba	0.00080	0.00200	-0.00060	0.00200	0.00100	0.00200
3	Cydasa	-0.00080	0.00200	-0.00070	0.00200	0.00990	0.00200
4	Frisco	0.00650	0.00200	0.01200	0.00300	0.01000	0.00310
5	Pencos	0.00350	0.00300	0.00410	0.00300	0.00970	0.00300
6	Viro	-0.00530	0.00590	0.00030	0.00010	0.00030	0.00700

Tabla 4.4

Matriz de Covarianzas (V) Markowitz 1					
0.00140	0.00070	0.00140	0.00150	0.00090	0.00080
0.00070	0.00200	0.00070	0.00030	0.00070	0.00050
0.00140	0.00070	0.00200	0.00150	0.00100	0.00090
0.00150	0.00030	0.00150	0.00200	0.00100	0.00090
0.00090	0.00070	0.00100	0.00100	0.00300	0.00060
0.00080	0.00050	0.00090	0.00090	0.00060	0.00090

Tabla 4.5

MARKOWITZ 1

Acción	Costo de Transacción	Precio de CV Ajustado	No. de Acciones	Proporción	Importe por acción	Rendimiento de adquisición	Precio esperado
		\$			\$		\$
Cagua	No se consideraron al inicio costos de transacción. Sólo fue al comprar con el modelo de	3,422	0	0.00000	0	-0.00342	3,410
Crisoba		4,206	0	0.00000	0	0.00080	4,209
Cydasa		5,640	0	0.00000	0	-0.00074	5,636
Frisco		1,252	79,872	1.00000	100,650,000	0.00650	1,260
Pencos	Pague	2,039	0	0.00000	0	0.00353	2,046
Viro		19,516	0	0.00000	0	-0.00532	19,412
Total				=====	100,650,000		
						Rendimiento:	0.00650

Inversión al inicio \$100,000,000  
 Periodo 10/3/89 - 3/10/89

Tabla 4.6

Promedios a utilizar por acción de los valores netos deflactados para cada Modelo de Pago y Varianzas por acción

Índice J	Acción	Pago 0		Pago 1	
		Promedio	Varianza	Promedio	Varianza
1	Cegusa	3,348	58,167	3,378	77,306
2	Crisoba	4,208	52,429	4,212	47,934
3	Cydiosa	5,553	206,605	5,705	398,355
4	Filsco	1,272	14,189	1,308	22,507
5	Pencóes	2,070	17,358	2,123	39,019
6	Viko	19,139	3,016,120	19,330	3,339,150

Promedios a utilizar por acción de los dividendos y los precios ajustados deflactados para cada Modelo de Pago. Datos esperados al final de cada período

Índice J	Acción	Pago 0		Pago 1	
		Dividendo Promedio Esperado	Precio Ajust. Promedio Esperado	Dividendo Promedio Esperado	Precio Ajust. Promedio Esperado
1	Cegusa	0.18340	3.348	0.16106	3.378
2	Crisoba	0.00000	4.208	0.00000	4.212
3	Cydiosa	0.00000	5.553	4.31000	5.703
4	Filsco	0.00000	1.272	0.44850	1.308
5	Pencóes	1.80724	2.067	1.60000	2.122
6	Viko	0.00000	19.139	0.00000	19.330

Tabla 4.7

Matriz de Covarianzas (Vpi)  
Pago 0

58,167	20,382	102,772	10,915	8,015	326,079
20,382	52,429	43,718	3,440	13,288	112,425
102,772	43,718	206,605	23,344	23,204	640,061
10,915	3,440	23,344	14,189	8,430	25,580
8,015	13,288	23,204	8,430	17,358	76,125
326,079	112,425	640,061	25,580	76,125	3,016,120



Tabla 4.8

Resultados reportados por el Modelo de Pague 0  
para formar una cartera eficiente en  
el periodo 1: 1/04/89 - 30/04/89

Cartera de Pague 0

Emisora	Cartera Inicial No. de Acciones	Valor Inicial de creación (supuesto en el M. de MKWZ 1)	Importe Inicial	Cartera Propuesta No. de Acciones	Valor Esperado Neto	Importe Esperado (Cartera Propuesta)	Varianza del Valor Neto
Caguas	0	3,410	0	0	3,348	0	58,167
Crisoba	0	4,209	0	0	4,208	0	52,479
Cydasa	0	5,635	0	3,456	5,553	19,190,993	206,005
Frisco	79,872	1,200	100,650,000	40,019	1,272	50,904,589	14,189
Pencol	0	2,052	0	27,195	2,069	56,260,291	17,358
Vito	0	19,129	0	0	19,139	0	3,016,120
Flujo de Trans.	0	1	0	5	1	5	0
Flujo exógeno	30,000,000	1	30,000,000	0	1	0	0
Total Cartera			130,650,000	126,361,877			
Rendimiento Neto esperada			-0.03282				

Emisora	Rendimiento Esperado (deflacionado)	Transacciones Propuestas En cantidad de acciones negociadas		Costo de la Transacción Por creación negociada		Costo total de transacción por acción
		Compras	Ventas	De compra	De Venta	
Caguas	0.00056	0	0	108.75	145.00	0
Crisoba	-0.00059	0	0	127.88	142.00	0
Cydasa	-0.00074	3,456	0	237.00	175.38	819,065
Frisco	0.01174	0	39,853	34.00	40.00	1,594,107
Pencol	0.00413	27,195	0	90.00	72.00	2,447,543
Vito	-0.00030	0	0	180.60	258.00	0
0						
0						
Total Cartera		30,651	39,853			4,860,714

Tabla 4.9

Matriz de Covarianzas(Vs) Markowitz 2						
0.00170	0.00060	0.00140	0.00160	0.00070	0.00100	
0.00060	0.00700	0.00060	0.00030	0.00060	0.00030	
0.00140	0.00060	0.00700	0.00160	0.00090	0.00100	
0.00160	0.00030	0.00160	0.00300	0.00130	0.00110	
0.00070	0.00060	0.00090	0.00130	0.00300	0.00040	
0.00100	0.00030	0.00100	0.00110	0.00040	0.00010	

Tabla 4.10

Cartera de Markowitz 2\*

Emisora	Costo de Transacción		Precio de CV Ajustado**	Precio Ajustado** +Costo de Compra	Precio Ajustado** +Costo de Venta	Precio Esperado Un mes después	Compras Propuestas	Ventas Propuestas
	A la Compra	A la Venta						
Cegusa	108.75	145.00	3.364	3.473	3.509	3.366	0	0
Crisoba	127.80	142.00	4.216	4.344	4.358	4.213	0	0
Cydacsa	237.00	175.38	5.553	5.790	5.728	5.549	0	0
Frisco	34.00	40.00	1.251	1.285	1.291	1.266	0	79.872
Penoles	90.00	72.00	2.052	2.142	2.124	2.053	0	0
Vitro	180.60	258.00	19.129	19.309	19.387	19.134	6.830	0

Inversión al inicio del periodo (incluyendo Costos de Transacción) = 135,078,390

Emisora	Núm. de Acciones	Importe Bruto en Cartera***	Costo por Transacción	Importe Bruto Esperado***	Rendimiento Bruto***
Cegusa	0	0	0	0	0.00056
Crisoba	0	0	0	0	-0.00060
Cydacsa	0	0	0	0	-0.00074
Frisco	0	0	3,194.880	0	0.01200
Penoles	0	0	0	0	0.00041
Vitro	6.830	130,650,000	1,233.510	0.00030	
	****	*****	****	*****	*****
Total	6.830	130,650,000	4,428,390	0.00030	
Rendimiento esperado de la cartera					-0.03249
*Afectada por Costos de Transacción					
**Al cual se espera efectuar las transacciones					
***De Costos de Transacción					
****Es el mismo que el bruto esperado porque ya no existen a priori costos de transacción					

Tabla 4.11

Resultados reportados por el Modelo de Carildumbre Pague 0  
para formar una cartera eficiente en  
el periodo 1: 1/04/89 - 30/04/89

Cartera de Carildumbre Pague 0

Emisora	Cartera Inicial No. de Acciones	Valor Inicial de Creción (Supuesto en el M. de MKWZ \$)	Importe Inicial	Cartera Propuesta No. de Acciones	Valor Esperado Neto	Importe Esperado [cartera Propuesta]	Varianza Valor neto	Rendimiento Esperado [de la Cartera]
Cegusa	0	3,410	0	0	3,348	0	58,167	0.0056
Crisoba	0	4,209	0	0	4,208	0	52,429	-0.0059
Cydasa	0	5,635	0	0	5,553	0	206,605	-0.0074
Frisoa	79,872	1,260	100,638,720	103,451	1,272	131,589,672	14,189	0.01174
Pencas	0	2,052	0	0	2,069	0	17,358	0.00413
Vilva	0	19,129	0	0	19,139	0	3,016,120	-0.0030
Flujo de Trans.	0	1	0	1,500	1	1,500	-	-
Flujo exogeno	30,000,000	1	30,000,000	0	1	0	-	-
			*****			*****		
Total Cartera			130,638,720			131,591,172		
Rendimiento Neto Esperado			0.00729					

Tabla 4.12

Matriz de Covarianzas (Vp)  
Pague 1

77.306	24.373	147.596	17.847	25.816	419.736
24.373	47.934	51.031	3.999	15.307	130.603
147.596	51.031	398.355	60.411	90.608	883.309
17.847	3.999	60.411	22.507	21.077	75.050
25.816	15.307	90.608	21.077	39.019	172.693
419.736	130.603	883.309	75.050	172.693	3.339.150

Tabla 4.13

Resultados reportados por el Modelo de Pague 1  
para formar una cartera eficiente en  
el periodo 1: 1/05/89 - 31/05/89

Cartera de Pague 1

Emisora	Cartera Inicial No. de Acciones	Valor Inicial de colocación en el Supuesto en M. de MxWZ 1)	Importe inicial	Cartera Propuesta No. de Acciones	Valor Esperado Neto	Importe Esperado (Cartera Propuesta)	Varianza del Valor neto
Cegusa	0	3,348	0	0	3,378	0	77,306
Crisoba	0	4,208	0	0	4,212	0	47,934
Cydiosa	3,456	5,553	19,191,168	3,456	5,703	19,709,568	398,355
Frisco	40,019	1,272	50,904,168	35,011	1,308	45,794,388	22,507
Panoles	27,195	2,069	56,266,455	23,311	2,122	49,465,942	39,079
Vitko	0	19,139	0	2,795	19,330	54,027,350	3,339,150
Hijo de Trans	5	1	5	1,500	1	1,500	-
Flujo exógeno	40,000,000	1	40,000,000	0	1	0	-
			*****			*****	
Total Cartera			166,361,376			168,998,748	
Rendimiento Neto esperado			0.01831				

Emisora	Rendimiento Esperado (deflactado)	Transacciones Propuestas En cantidad de acciones negociadas		Costo de la Transacción Por colocación negociada		Costo total de de Transacción por acción
		Compras	Ventas	De compra	De Venta	
Cegusa	0.00663	0	0	92.40	165.00	0
Crisoba	0.00131	0	0	129.72	141.00	0
Cydiosa	0.00093	0	0	252.00	151.20	0
Frisco	0.01046	0	5,008	38.54	41.00	205,328
Panoles	0.00870	0	3,884	98.00	62.72	243,664
Vitko	0.00444	2,795	0	165.75	255.00	463,271
		*****	*****			*****
Total Cartera		2,795	8,892			912,204

Tabla 4.14

Matriz de Covarianzas(V <sub>ij</sub> ) Markowitz 3						
0.00230	0.00070	0.00160	0.00160	0.00080	0.00170	
0.00070	0.00230	0.00070	0.00020	0.00060	0.00050	
0.00160	0.00070	0.00200	0.00140	0.00090	0.00120	
0.00160	0.00020	0.00140	0.00310	0.00100	0.00120	
0.00080	0.00060	0.00090	0.00100	0.00300	0.00050	
0.00170	0.00050	0.00120	0.00120	0.00050	0.00200	

Tabla 4.15

Cartera de Markowitz 3\*

Emisora	Costo de transacción		Precio de C/V Ajustado	Precio Ajustado** + Costo de Compra	Precio Ajustado** + Costo de Venta	Precio Esperado Un mes después	Compras Propuestas	Ventas Propuestas
	A la Compra	A la Venta						
Caguas	81.20	145.00	3.348	3.429	3.493	3.370	0	0
Crisoba	130.64	142.00	4.208	4.339	4.350	4.212	14.526	0
Cydaxia	237.00	142.20	5.553	5.700	5.695	5.608	1.878	0
Frisco	37.60	40.00	1.272	1.310	1.312	1.285	16.103	0
Panams	90.00	57.60	2.069	2.159	2.127	2.087	13.583	0
Vitró	167.70	258.00	19.139	19.307	19.397	19.145	0	4.420

Inversión al inicio del periodo (Incluyendo Costos de Transacción) = 170.421.133

Emisora	Núm. de Acciones	Importe Bruto en Cartera***	Costo por Transacción	Importe Bruto Esperado***	Rendimiento Bruto***
Caguas	0	0	0	0	0.0060
Crisoba	14.526	61.124.111	2.062.643	61.185.086	0.00100
Cydaxia	1.878	10.428.876	297.060	10.532.435	0.00993
Frisco	16.103	20.453.001	644.120	20.687.830	0.01000
Panams	13.583	28.102.235	782.353	28.346.838	0.00870
Vitró	2.410	46.122.747	404.137	46.136.583	0.00030
Total	****	*****	*****	*****	*****
	48,499	166,260,970	4,160,313	166,888,772	0.00378
Rendimiento esperado de la cartera					-0.02073
*Afectada por Costos de Transacción					
** Al cual se espera efectuar las transacciones					
*** De Costos de Transacción					
**** El mismo que el bruto esperado porque ya no existen a priori costos de transacción					

Tabla 4.16

Resultados reportados por el Modelo de Caricumbre Pague 1  
para formar una cartera eficiente en  
el periodo 2: 1/05/89 - 31/05/89

Cartera de Caricumbre Pague 1

	Cartera Inicial No. de	Valor Inicial de colocación Supuesto en el	Importe Inicial	Cartera Propuesta	Valor Esperado Neto	Importe Esperada	Varianza del Valor neto	Rendimiento Esperado
Emisora	Acciones	M. de MWZ ()		No. de Acciones		(Cartera Propuesta)	(deflacionado)	
Caguas	0	3,348	0	0	3,378	0	-77,206	0.00663
Cristoba	0	4,208	0	0	4,212	0	47,934	0.00131
Cydaxa	3,456	5,553	19,191,168	0	5,703	0	398,355	0.00993
Frisco	40,019	1,272	50,964,168	130,252	1,308	170,382,696	22,507	0.01046
Penales	27,195	2,069	56,266,455	0	2,122	0	39,079	0.00870
Viso	0	19,139	0	0	19,330	0	3,339,150	0.03444
Flujo de Trans.	5	1	5	0	1	0	-	-
Flujo exógeno	40,000,000	1	40,000,000	0	1	0	-	-
			*****			*****		
Total Cartera			166,361,796			170,382,696		
Rendimiento Neto esperado			0.02417					

Tabla 4.17

Tabla comparativa de los resultados obtenidos (con datos esperados un periodo después) al correr los Modelos de Cartera de Markowitz, de Pague y de Carildumbre

Fecha	Periodo	Markowitz	Modelo Condo Pague	Carildumbre (basado en el M. Pague)
Del		R.B.C. = 0.00550* D.S.R.B.C. = 0.04472		
1/03/89	0	Riesgo de tener un R.B.C. = -0.03822	No se corrió	No se corrió
al				
31/03/89		-0.8726		
Del		R.B.C. = 0.0003* R.N.C. = -0.03249 D.S.R.N.C. = 0.05477	R.N.C. = 0.03281 D.S.R.N.C. = 0.06274	R.N.C. = 0.00720 D.S.R.N.C. = 0.09000
1/04/89	1	Riesgo de tener un R.N.C. = -0.08726 C.O.P. Minimizar el riesgo**	Riesgo de tener un R.N.C. = -0.09553 C.O.P. Minimizar el riesgo**	Riesgo de tener un R.N.C. = -0.08300 C.O.P. Maximizar el rendimiento*** sin considerar el riesgo
al				
30/04/89		-0.07775		
Del		R.B.C. = 0.00378* R.N.C. = -0.02307 D.S.R.N.C. = 0.05468	R.N.C. = 0.01588 D.S.R.N.C. = 0.08989	R.N.C. = 0.02417 D.S.R.N.C. = 0.11250
1/05/89	2	Riesgo de tener un R.N.C. = -0.07775 C.O.P. Minimizar el riesgo**	Riesgo de tener un R.N.C. = -0.07401 C.O.P. Minimizar el riesgo**	Riesgo de tener un R.N.C. = -0.09333 C.O.P. Maximizar el rendimiento*** sin considerar el riesgo
al				
31/05/89				

\*Rendimiento bruto (no se consideraron costos de transacción)

\*\*Se minimiza el riesgo sujeto a un rendimiento esperado

\*\*\*El riesgo se calculó en base a las proporciones covarianzas de las acciones obteniendo una varianza de la cartera para evaluar el riesgo supuesto de este caso

Notación: R.B.C. Rendimiento bruto de la cartera (tomado así por no restar costos de transacción al mismo)  
D.S.R.B.C. Desviación estándar del rendimiento bruto de la cartera  
R.N.C. Rendimiento neto de costos de transacción de la cartera  
C.O.P. Costo de optimalidad  
D.S.R.N.C. Desviación estándar del rendimiento neto

Tabla 4.18

Tabla comparativa de resultados obtenidos al aplicar a la realidad las carteras de Markowitz, de Pogue y de Cardumbre \*

Fecha	Periodo	Modelo Cartera		Cardumbre (Base M. Pogue)	CETES
		Markowitz	Pogue		
Del 1/03/89 al 31/03/89	0 Rendimiento bruto **	0.03753	No se corrió	No se corrió	0.45058
Del 1/04/89 al 30/04/89	1 Rendimio. neto	0.25,	Rendimiento neto de costos de Transacción 0.0879	0.23	0.47299
Del 1/05/89 al 31/05/89	2 Rendimio. neto	0.20362	Rendimiento neto de costos de Transacción 0.1419	0.103	0.49971

\* Se utilizaron Datos Históricas deflacionados

\*\* Rendimiento deflacionado bruto  
(cùn no se restan los costos de transacción)

Tabla 4.19

Rendimiento de las carteras obtenido en base a la Inversión \*  
Inicial y el valor final de la cartera al segundo periodo  
tomando en cuenta los flujos exógenos

Modelo	Rendimiento esperado De la cartera	Rendimiento Real Con datos Históricas de la Cartera
Markowitz	-0.02710	0.06400
Pogue	-0.00590	0.24610
Cardumbre (Base M. Pogue)	0.00230	0.20380

\* Rendimientos sobre la inflación



Tabla 4.20

MARKOWITZ 1 REAL

Inversión al inicio \$ 100 000 000

Acción	Costo de Transacción	No. de Acciones	Proporción	Importe por acción	Rendimiento de adquisición	Precio esperado
				\$		\$
Caguasa	No se consideraron al inicio	0	0.00000	0	-0.00342	2.979
Citroba	costos de transacción Solo	0	0.00000	0	0.00080	4.301
Cydiana	fue al comprar con el	0	0.00000	0	-0.00074	8.018
Fisico	modelo de Pogue	79,872	1.00000	103,753,994	0.00650	1,299
Fenoles		0	0.00000	0	0.00353	2,261
Vitro		0	0.00000	0	-0.00532	17,063
			=====	=====		
Total			1	103,753,994		
					Rendimiento:	0.37540

Tabla 4.21

MARKOWITZ 2 REAL

Acción	Costo de Transacción		Precio de CV Ajustado	No. de Acciones	Importe	Costo de T. por acción	Rendimiento esperado	Precios Real Aproximada De Adquisición	
	%	\$							
Caguasa	75	109	145	3,364	0	0	0	0.00056	3,367
Citroba	90	128	142	4,216	0	0	0	-0.00060	4,105
Cydiana	74	237	175	3,353	0	0	0	0.00074	5,784
Fisico	85	34	40	1,251	104436	160,650,575	3,194,888	0.01200	1,596
Fenoles	80	90	72	2,052	0	0	0	0.00413	2,267
Vitro	70	181	258	19,129	0	0	0	0.00030	20,080
					=====	=====			
Total					164,680,576	3,194,888			
					Cantidad final neta de costos de Transacción				
					5162,485,688				
									Rendimiento Neto de Costos de Transacción
									0.23133

Tabla 4.22

MARKOWITZ 3

Acción	Costo de Transacción		Precio de CN Ajustado	No. de Acciones	Importe	Costo por acción	Rendimiento esperado	Precios esperados de adqst.	
	Beta	Compra Venta							%
Caguas	56	81	145	3,348	0	0	0	0.0060	4,258
Crisoba	92	131	142	4,208	0	0	0	0.00100	4,416
Cydasa	60	237	142	5,553	0	0	0	0.00993	7,411
Fresco	94	38	40	1,272	152,111	238,966,994	6,084,456	0.01000	1,571
Pencoles	64	90	58	2,069	0	0	0	0.00870	2,774
Vibro	65	168	258	19,139	0	0	0	0.00030	23,814
<b>Total</b>				<b>152,111</b>	<b>238,966,994</b>	<b>4,084,456</b>			

Cantidad final neta de costos de transacción

1232,882,539

Rendimiento Neto de Costos de Transacción

0.20182

Inversión en el Periodo que va de del 1/05/89 - 3/05/90\*  
 Superando Inversión Inicial libre de costos de transacción  
 Inversión Inicial 1193,483,688

\*Resultados reales al afectar con datos históricos no controlados

Tabla 4.23

Resultados reportados por el Modelo de Pago 0  
para formar una cartera eficiente en\*  
el periodo 1: 1/04/89 - 30/04/89

Cartera de Pago 0

Acción	Cartera Inicial	Valor Inicial Supuesto	Importe Inicial	Cartera Propuesta	Valor Esperado Neto	Importe Final	Varianza del Valor neto	Rendimiento sin inflación
	Acciones	No. de	(M. Mkwz)	No. de Acciones	\$	\$		
Caguasa	0	2,978	0	0	3,367	0	58.167	0.00056
Crisoba	0	4,301	0	0	4.105	0	52.429	-0.00059
Cydasa	0	5,018	0	3,456	5,784	19,989.322	206.605	-0.00074
Frisco	79,872	1,299	103,753,994	40,019	1,596	63,870.852	14,189	0.01174
Penales	0	2,261	0	27,195	2,267	61,650.885	17,358	0.00413
Vitro	0	17,083	0	0	20,080	0	3,016.120	-0.00004
Flujo de Trans.	0	1	0	5	1	5	-	-
Flujo exogeno	30,000,000	1	30,000,000	0	1	0	-	-
Total Cartera			133,753,994			145,511,063		
Rendimiento Neto Real			-0.08790					

Modelo de Pago 0

Acción	Transacciones Propuestas		Costo de la Transacción Por una acción negociada			Costo total Por acción
	En cantidad de acciones negociadas	Compras	Ventas	De compra	De Venta	
Caguasa	0	0	0	108.75	0.75	145.00
Crisoba	0	0	0	127.80	0.90	142.00
Cydasa	3,456	0	0	237.00	0.74	175.38
Frisco	0	0	39,853	34.00	0.85	40.00
Penales	27,195	0	0	90.00	0.80	72.00
Vitro	0	0	0	180.60	0.70	258.00
Total Cartera			30,651	39,853		4,860,715

\*Resultados reflejados al efectuar con datos históricos la cartera

Tabla 4.24

Resultados reportados por el Modelo de Cerilumbre Pague 1\*  
para formar una cartera eficiente en  
el periodo 2: 1/05/89 -31/05/89

Cartera de Pague 1

Iniciál Acción	Cartera Iniciál No. de Acciones	Valor Propuesta Supuesta (P. M.W.)	Importe Neto No. de	Cartera Acciones	Valor (esperado	Importe	Varianza del Valor neto	Rendimiento sin inflación
					\$	\$		
Cegusa	0	3,307	0	0	4,258	0	58,167	0.00660
Crisoba	0	4,105	0	0	4,416	0	57479	0.00130
Cydriata	3,456	5,784	19,989,322	3,456	7,410	25,608,960	206,605	0.00930
Frisco	40,019	1,596	63,870,852	35,011	1,571	55,002,090	14,189	0.01046
Penoles	27,195	2,267	61,650,885	23,311	2,774	64,665,097	17,358	0.00870
Vitra	0	23,814	0	2,795	23,814	66,565,369	3,016,120	0.00444
Flujo de Trans.	5	1	5	1,500	1	1,500	—	—
Flujo exógeno	40,000,000	1	40,000,000	0	1	0	—	—
			*****				*****	
Total Cartera Inicial			183,311,063	211,843,016				
Rendimiento Neto			0.14194					

Modelo de Pague 1

Acción	Transacciones Propuestas En cantidad de acciones negociadas		Costo de la transacción Por una acción negociada		Costo total Por acción
	Compras	Ventas	De Compra	De Venta	
Cegusa	0	0	92.4	0.56	165.00
Crisoba	0	0	129.72	0.92	141.00
Cydriata	0	0	252.00	0.60	151.20
Frisco	0	5,008	38.54	0.94	41.00
Penoles	0	3,884	98.00	0.64	62.72
Vitra	2,795	0	163.75	0.65	255.00
			*****	*****	*****
Total Cartera			2,795	8,892	912,237

\*Resultados reportados al efectuar con datos históricos todas las carteras

Tabla 4.25

Para formar una cartera eficiente en\*  
el periodo 1: 1/04/89 - 30/04/89

Cartera de Cartildumbre Pague 0

Acción	Cartera Inicial	Valor Inicial Supuesto	Importe	Cartera Propuesta	Valor Neto	Importe Esperado final neto	Varianza del Valor neto	Rendimiento sin inflación
	No. de Acciones	(\$ Mkwz)	\$	No. de Acciones	\$	\$		
Caguas	0	2,978	0	0	3,367	0	68,167	0.00058
Crisoba	0	4,301	0	0	4,105	0	52,429	-0.00059
Cydasa	0	5,018	0	0	5,784	0	205,605	-0.00074
Frisco	79,872	1,299	103,674,121	103,451	1,596	165,107,442	14,189	0.01174
Penolas	0	17,083	0	0	2,287	0	17,258	0.00413
Vitro	0	2,267	0	0	20,080	0	3,016,120	-0.00033
Flujo de Trans.	0	1	0	1,500	1	1,500	--	--
Flujo exogeno	3,000,000	1	30,000,000	0	1	0	--	--
			*****			*****		
Total Cartera			133,674,121			165,108,942		
Rendimiento Neto			0.23516					

Modulo de Pague 0

Acción	Transacciones Propuestas In cantidad de acciones negociadas		Costo de la transacción Por una acción negociada		Costo total Por acción
	Compras	Ventas	De compra	De Venta	
Caguas	0	0	108.75	0.75	145.00
Crisoba	0	0	127.80	0.90	142.00
Cydasa	3,450	0	237.00	0.74	175.38
Frisco	0	39,853	34.00	0.85	40.00
Penolas	27,195	0	90.00	0.80	72.00
Vitro	0	0	180.60	0.70	258.00
			*****		*****
Total Cartera	30,651	39,853			4,860,715

\*Resultados referidos al afectar con dicho hábito la cartera

Tabla 4.26

Resultados reportados por el Modelo de Certidumbre Pague 1\*  
para formar una cartera eficiente en  
el periodo 2: 1/05/89 - 31/05/89

Cartera de Certidumbre Pague 1

Acción	Cartera Inicial No. de Acciones	Valor Inicial Supuesta (M. Pague)	Importe Inicial	Cartera Propuesta No. de Acciones	Valor Real Neto	Importe Final	Varianza de Valor neto	Rendimiento en Inversión tipado
Caguasa	0	3.367	0	0	4.258	0	58.167	-0.00342
Crisoba	0	4.105	0	0	4.416	0	52.429	-0.00059
Cydasa	3.456	5.784	19.989.551	0	7.410	0	206.605	-0.00074
Frisco	40.019	1.596	63.870.372	130.762	1.571	204.641.602	14.187	0.01174
Pencoles	27.195	2.267	61.651.065	0	2.774	0	17.358	0.00413
Vito		020.080	0	0	23.814	0	3.016.120	-0.00003
Fujo de Trans	5	1	5	0	1	0	--	--
Fujo erógeno	40.000.000	1	40.000.000	0	1	0	--	--
Total Cartera Inicial			185.510.993	Total Cartera Propuesta			204.641.602	
Rendimiento Neto			0.10312					

Modelo de Pague 1

Acción	Transacciones Propuestas En cantidad de acciones negociadas		Costo de la Transacción Por una acción negociada		Costo total Por acción
	Compras	Ventas	De compra	De Venta	
Caguasa	0	0	108.75	0.75	145.00
Crisoba	0	0	127.80	0.90	142.00
Cydasa	3.456	0	237.00	0.74	176.38
Frisco	0	39.853	34.00	0.85	40.00
Pencoles	27.195	0	90.00	0.80	72.00
Vito	0	0	180.60	0.70	258.00
Total Cartera			30.651	39.853	4.860.715

\*Resultados reflejados al afectar con datos históricos la cartera

NO

EXISTE

TESIS 14

## Apéndice 4.2

### Descripción del método aplicado para realizar la deflación de los datos (el precio ajustado y los dividendos) de cada acción que formaba parte de la muestra

Para efectuar la deflación de los datos, se calcula un índice de deflación aplicable a los promedios semanales de los datos. En primera instancia se consiguió el registro del Índice de Precios y Cotizaciones para los años 1988 a 1990. Sin embargo, como sólo existía interés a partir de la semana 1 del mes 8 de 1988, se tomó el mes completo como base. a continuación se encontró para cada mes el índice de deflación como sigue:

Se dividió el dato del IPC para el mes en curso entre el dato reflejado por el mes base por ejemplo, como el índice en el mes 8 de 1988 fue 15402.2, para el mes 9 del mismo año era 15490.2 y para el mes 10 subió a 15608.4; el índice mensual de deflación para cada uno de los tres meses fue: 1 para el mes 8, ya que este era el mes base;  $1.005713 = (15490.2/15402.2)$  para el mes 9 y  $1.013387 = (15608.4/15402.2)$  para el mes 10.

Una vez que se tenían los índices de deflación mensuales, se procedió a calcular el índice de deflación semanal como sigue:

1) Para el mes de agosto no fue difícil, ya que como el índice de deflación era 1 se tomó como 1 el índice que deflactaría los datos semanales del mes de agosto de 1988.

2) Los siguientes meses se deflactaron obteniendo primero la tasa semanal del índice mensual obteniendo la raíz cuarta del mismo: por ejemplo, en el caso del mes 9 de 1988, el índice de deflación mensual acumulado era 1.005713, por lo que semanalmente el índice no acumulado sería  $(1.005713)^{1/4} = 1.001425$  para cada semana de septiembre de 1988; 1.001902 para cada semana de octubre del mismo año; y así sucesivamente. Ese índice de deflación se aplicó a los promedios semanales, dividiendo cada uno de ellos entre su índice calculado.

A continuación se muestra una tabla que resume los pasos e ilustra el cálculo del índice de deflación:



Registro del Índice de Precios al Consumidor (IPC)  
(De mayo 1988 a diciembre 1990)

Fecha de Registro		Índice de Precios al Consumidor	Fecha de Registro		Índice de Precios al Consumidor
Año	Mes		Año	Mes	
1988	05	14711.1	1990	01	20260.7
1988	06	15011.2	1990	02	20719.5
1988	07	15261.8	1990	03	21084.8
**1988	08	15402.2	1990	04	21405.7
1988	09	15490.2	1990	05	21779.2
1988	10	15608.4	1990	06	22258.9
1988	11	15817.3	1990	07	22664.8
1988	12	16147.3	1990	08	23051.0
1989	01	16542.6	1990	09	23379.6
1989	02	16767.1	1990	10	23718.6
1989	03	16948.8	1990	11	24359.0
1989	04	17202.3	1990	12	NA
1989	05	17439.1			
1989	06	17650.9			
1989	07	17827.4			
1989	08	17997.3			
1989	09	18169.4			
1989	10	18418.1			
1989	11	18696.9			
1989	12	19332.5			

\*Fuente: Banco de México

\*\*Fecha base del índice

Indices de Deflación Mensuales\*  
 (De agosto de 1988 a enero de 1990)

Fecha de Referencia		Índice de Deflación
Año	Mes	
1988	08	1.00000
1988	09	1.00574
1988	10	1.01339
1988	11	1.02695
1988	12	1.04838
1989	01	1.07404
1989	02	1.08862
1989	03	1.10041
1989	04	1.11687
1989	05	1.13225
1989	06	1.14600
1989	07	1.15746
1989	08	1.16849
1989	09	1.17966
1989	10	1.19711
1989	11	1.21391
1989	12	1.25518
1990	01	1.31544

\*Mes y año base de 1988

Indices de Deflación Semanales  
 [A partir de la semana 32 del año 1988 a la semana 22 del año 1999]

Parte 1

Año	Semana núm.	Índice de Deflación	Valor de la Deflación
1988	32	1.000000	\$1.0000
	33	1.000000	\$1.0000
	34	1.000000	\$1.000000
	35	1.000000	\$1.000000
	36	1.000710	\$0.99929
	37	1.001425	\$0.99858
	38	1.001425	\$0.99716
	39	1.001425	\$0.99574
	40	1.001425	\$0.99432
	41	1.00190	\$0.99243
	42	1.00190	\$0.99055
	43	1.00190	\$0.98867
	44	1.00190	\$0.98679
	45	1.00333	\$0.98352
	46	1.00333	\$0.98025
	47	1.00333	\$0.97700
	48	1.00333	\$0.97376
	49	1.00518	\$0.96874
	50	1.00518	\$0.96376
	51	1.00518	\$0.95879
	52	1.00518	\$0.95386

El hecho de tener 1.00071 en que el ser una semana en que intervinieron los meses de agosto y septiembre, se tomó un índice promedio entre el índice semanal de agosto de 1988 y el índice semanal de septiembre de 1988.

Parte 2

Año	Semana núm.	Índice de Deflacción	Valor de 11 Deflacionado
1989	01	1.00604	\$0.94813
	02	1.00604	\$0.94244
	03	1.00604	\$0.93678
	04	1.00604	\$0.93115
	05	1.00338	\$0.92703
	06	1.00338	\$0.92481
	07	1.00338	\$0.92170
	08	1.00338	\$0.91860
	09	1.00270	\$0.91612
	10	1.00270	\$0.91366
	11	1.00270	\$0.91120
	12	1.00270	\$0.90875
	13	1.00372	\$0.90538
	14	1.00372	\$0.90203
	15	1.00372	\$0.89869
	16	1.00372	\$0.89536
	17	1.00334	\$0.89237
	18	1.00334	\$0.88940
	19	1.00334	\$0.88644
	20	1.00334	\$0.88349
	21	1.00302	\$0.88054
	22	1.00302	\$0.87769

NO

EXISTE

TESIS 14

El análisis realizado en la Tesis destaca grandes posibilidades para el desarrollo de la aplicación práctica de modelos matemáticos de selección de carteras óptimas en el entorno mexicano.

Aunado a esto, la evolución que día a día muestra el Mercado de Valores Mexicano y la esperada firma del Tratado de Libre Comercio entre México, Estados Unidos y Canadá, exige herramientas que permitan, tanto a analistas como a promotores, asesorar eficientemente a los inversionistas. Estas herramientas pueden ser entre otros, los modelos matemáticos de selección de cartera.

La aplicación práctica de un modelo matemático planteado para un Mercado de Valores en particular, pero que desea realizarse en otro entorno, conlleva una adecuación matemática a la realidad del entorno en el que se está efectuando el análisis; esto debe tomarse en cuenta cuando se requiere adecuar o implantar un modelo en algún Mercado de Valores del mundo. Sin embargo, se requiere de un análisis exhaustivo y en algunas ocasiones complejo.

Esto no debe decepcionar al investigador ya que si el trabajo se efectúa por un grupo interdisciplinario -que podría estar formado por actuarios, analistas, ingenieros en sistemas y asesores financieros así como por expertos en carteras de inversión- será más fácil de realizar.

Cabe destacar que si instituciones como el IMMEC realizan investigaciones referentes a la aplicación de modelos matemáticos de carteras óptimas, se logrará un gran avance y el país realmente comenzará a ser competitivo. En instituciones especializadas como la mencionada o Bursamétrica Consultores, es donde el actuario tiene mucho futuro, dado su potencial de análisis y sus conocimientos, que le permiten minimizar riesgos dada una utilidad esperada.

Desgraciadamente, en el medio financiero existe poca credibilidad en la capacidad del actuario para entender y administrar eficientemente las inversiones, ya que generalmente se piensa que el actuario es un loco que anda perdido en las teorías matemáticas y que es incapaz de "aterrizar" dichas teorías para aplicarlas al mundo real.

## Bibliografía

- ACADEMIA DE DERECHO BURSÁTIL A.C. *Circulares de la Comisión de Valores*. Ed. Futura Editores. México, 1989.
- BELLMAN, RICHARD. *Dynamic Programming*. N.J., Princeton University Press, 1957.
- BOLSA MEXICANA DE VALORES, S.A. DE C.V. *El Mercado de Valores 1983-1988*. Octubre de 1988.
- BURSAMÉTRICA CONSULTORES, S.A. de C.V. *Análisis de Modelos de Inversión en Entornos Cambiantes*. México, 1990.
- CASTELAZO, JOSEFINA. *Tesis: Riesgos de las acciones que cotizan en la Bolsa de Valores*. Escuela de Actuaría, Universidad Anáhuac, México, 1977.
- CONNOR, GREGORY. *A factor pricing theory for capital assets*. Unpublished paper, Northwestern University, 1981.
- CORTINA O., GONZALO. *Prontuario Bursátil Financiero*. Ed. Trillas, México, 1988.
- CHAMBERLAIN, GARY. *Funds, factors and Diversification in arbitrage pricing models*. *Econometrika* 51, No. 5 (september), pp. 1305-1323, 1983
- CHAMBERLAIN, GARY and ROTHSCHILD. *Arbitrage, factor structure and mean variance analysis on large assets markets*. *Econometrika* 51, No. 5 (september), pp. 1281-1304, 1983
- CHEN, NAI-FU and JONATHAN E. INGERSALL, JR. *Exact pricing in linear factor models with finitely many assets: a note*. *Journal of Finance* 38, No. 3 (june), pp. 985-988. 1983.
- DAYAN, JOSÉ y RODRIGUEZ, JORGE. *Rentabilidad y Riesgo de una Cartera en la B.M.V.* Tesis
- DIAZ MATA, ALFREDO. *Invierto en Bolsa*. Ed. Nueva Imagen, 1a. Edición 1989.
- DYBVIK, PHILLIP H. *An explicit bound of individual assets. Deviations from APT pricing in a finite economy*. *Journal of Financial Economics* 12, No. 4 (december), pp. 483-507, 1983.
- ENGEL y WYCKOFF. *How to Buy*. Bantam Books Inc. NY, NY, USA, pp336.
- FAMA, E. & MACBETH. *Tests of the multiperiod two parameter model*. *The Journal of Financial Economics*. 1974
- GORDON J., ALEXANDER & JACK CLARK, FRANCIS. *Portfolio Analysis*. Prentice Hall, Foundations of Finance Series. Third Edition, 1985.
- GRAHAM, BENJAMIN. *El Inversionista Inteligente*.
- GRINBLATT, MARK and SHERIDAN, TITMAN. *Factor pricing in a finite economy*. *Journal and Financial Economics* 12, No. 4 (december), pp. 497-507, 1983.

- GRINBLATT, MARK and SHERIDAN, TIMAN. Portfolio Performance Evaluation: Old Issues and New Insights. in The Journal of Economic Theory. 1990.
- HAKANSSON, N. Convergence to Isoelastic utility and policy in multiperiod portfolio choice. in The Journal of Financial Economics November 1973.
- HAKANSSON, N. On Optimal Myopic Portfolio Policies with and without serial correlation of yields. The Journal of Business 44. pp. 324-334. 1971.
- HEYMAN, TIMOTHY. Inversión contra Inflación. Ed. Milenio, México. 1990.
- INGERSALL, JONATHAN E., JR. Some results in theory of arbitrage pricing. Journal of Finance 39, No. 4 (september). pp. 1021-1039. 1984.
- KREIZIG, ERWIN. Introducción a la estadística matemática: Principios y métodos. Ed. Limusa. 1983.
- KROLL, YORAM; LEVI, HAIM Y MARKOWITZ, HARRY. Mean-variance versus direct utility maximization. The Journal of Finance. March 1989.
- LEVI, HAIM Y SARNAT, MARSHALL. Investment and Portfolio Analysis. Wiley Series in Finance. New York. 1972.
- LEBMAN J. and others. Modeling and optimizing with GINO. The scientific press. 1986.
- LUENBERGER, DAVID E. Programación lineal y no lineal. Ed. Síntesis. 1989.
- MARKOWITZ, HARRY. Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments. 1959.
- MARKOWITZ, HERBERT & GORDON P. WRIGHT. Investigación de Operaciones. Ed. Prentice Hall. 1982.
- MARMOLEJO GONZALEZ, MARTIN. Inversiones. Ed. IMEF México. 1989.
- MARQUEZ DIEZ CANEDO, JAVIER. Carteros de Inversión: Fundamentos teóricos y modelos de selección óptima. Ed. Limusa México. 1a. Edición 1981.
- MARQUEZ DIEZ CANEDO, JAVIER. Panorama Estratégico de Inversiones. en Revista del inversionista. enero 1989.
- MARTINEZ HUERTA, ADOLFO. Tesis: La teoría de la decisión en el Mercado de Valores. Escuela de Actuaría. Universidad Anáhuac. México. 1982.
- MOOD-GRAYBILL. Introducción a la teoría de la estadística. Ed. Aguilar. 4a. Edición 1978.
- MOSSIN, J. Optimal multiperiod portfolio policies. The Journal of Business 41. pp. 215-229. 1968.
- PARZEN, E. Teoría Moderna de Probabilidades y sus aplicaciones. Ed. Limusa. 4a. Edición 1982.
- POGUE, G. A. An extension of the Markowitz Portfolio Selection Model to include variable transaction's costs, short sales, leverage policies and taxes. in The Journal of Finance. Vol. XXV, No. 5. pp. 1005-1027. December 1970.
- Portfolio rebalancing and turn of the year effect. in The Journal of Finance. March 1989.
- SHARPE F., WILLIAM. Portfolio Theory and Capital Markets. Ed. McGraw-Hill. N. Y. 1970. Traductor: Luis Carróns Prieto (Teoría de Cartera y del Mercado de Capitales. Ediciones Deusto, S.A., 1974)
- R. THIÉRAUF, R.A. GROSSE. Toma de decisiones por medio de la Investigación de operaciones. Ed. Limusa. 1987



- STAMBAUGH, ROBERT F. Arbitrage pricing with information. *Journal of Financial Economics* 12, No. 3 (november), pp. 357-369. 1983.
- SMITH, KEITH V. A transition model for portfolio revision. *Journal of Finance* 22, No. 3 (september), pp. 425-439. 1967.