

11
29°



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DETERMINACION DE LA PRESION DE FONDO
FLUYENDO EN SIMULACION DE YACIMIENTOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO PETROLERO
P R E S E N T A N :
GUTIERREZ MURILLO GUILLERMO
NOYOLA OLVERA ALEJANDRO
PEREZ MARTINEZ ERNESTO

DIRECTOR DE TESIS: ING. JORGE ALBERTO OSORNO MANZO



MEXICO. D. F.

1993

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

	Pag.
INTRODUCCION	1
I. ASPECTOS GENERALES DE SIMULACION DE YACIMIENTOS	
I.1 Simulación numérica de yacimientos	6
I.2 Formulación de las ecuaciones en la simulación de yacimientos.	
I.2.1 Modelo matemático	15
I.2.2 Modelo numérico	27
I.3 Esquemas de solución	
I.3.1 Explícito	33
I.3.2 Implícito	35
I.3.3 De Crank-Nicholson	38
I.4 Métodos de solución	40
I.5 Criterio de estabilidad	41
II. DEFINICION DEL PROBLEMA	43
III. DETERMINACION DE LA PRESION DE FONDO FLUYENDO	
III.1 Conceptos básicos y ecuaciones de flujo	47
III.1.1 Períodos de flujo	47
III.1.2 Flujo radial con flujo en la frontera externa	49
III.1.3 Flujo radial estacionario de fluidos ligeramente compresibles en áreas de drenaje limitadas	52
III.1.4 Presiones promedio en sistemas de flujo radial	55
III.2 Métodos para la determinación de la presión de fondo fluyendo	59
III.2.1 Método de Van Poolen	60
III.2.2 Método de Donald A. Peaceman	64
III.2.2.1 Malla cuadrada	64

III.2.2.2	Malla rectangular	71
III.2.2.3	Medio anisótropo	79
III.2.2.4	Localización arbitraria del pozo en el bloque	84
III.2.2.5	Casos especiales	85
III.2.3	Tratamiento radial bidimensional de un pozo en un modelo de yacimiento tridimensional	89
III.3	Tratamiento de pozos en un simulador de yacimientos	95
III.3.1	Opciones de producción e inyección	98
III.3.1.1	Presión de fondo especificada para un solo bloque	99
III.3.1.2	Gasto especificado para un solo bloque	101
III.3.1.3	Presión de fondo especificada para un pozo terminado en varios bloques	102
III.3.1.4	Gasto especificado para un pozo terminado en varios bloques	109
IV.	EJEMPLOS DE APLICACION	
IV.1	Ejemplo 1 : Modelo lineal	120
IV.1	Ejemplo 2 : Modelo en 2 dimensiones	120
V.	RESULTADOS Y CONCLUSIONES	136
	APENDICES	141
	NOMENCLATURA	150
	BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS	154

INTRODUCCION

La explotación racional de los yacimientos petroleros ha sido y es uno de los problemas fundamentales que se plantean en la industria petrolera. En consecuencia, el desarrollo y la aplicación de nuevos métodos para su estudio reviste gran interés tanto para el profesional encargado de su formulación como para el ingeniero responsable de su aplicación.

La tecnología moderna ha proporcionado con los modelos matemáticos una de las herramientas más valiosas con que se cuenta para reproducir, lo mejor posible, los procesos físicos presentes en el yacimiento; esto es, que tomen en cuenta entre otras cosas, su heterogeneidad y la falta de uniformidad en la presión y en la distribución de los fluidos, permitiendo predecir su comportamiento bajo diferentes condiciones de operación.

La representación teórica de dichos procesos, mediante el empleo de técnicas y ecuaciones para describirlos, se conoce en la actualidad como "Simulación Matemática de Yacimientos".

Al hablar de simulación se hace referencia principalmente a métodos de predicción desarrollados en programas de cómputo relativamente sofisticados, que permiten resolver ecuaciones expresadas en diferencias finitas, las cuales describen el flujo multifásico a través de un medio poroso heterogéneo en una, dos o tres dimensiones. Además, el enfoque actual de la simulación abarca la evaluación de diferentes alternativas de explotación y de los más variados métodos de recuperación mejorada.

Existen diversos tipos de simuladores numéricos de yacimientos, diferenciándose entre sí por los fenómenos que toman en cuenta, el tipo de malla que consideran, el esquema de solución utilizado en su desarrollo y la técnica que emplean para resolver los sistemas de ecuaciones generadas.

Uno de los aspectos más importantes a considerar durante la explotación de un yacimiento, es el comportamiento de la presión con respecto al tiempo. El mantenimiento de la presión de fondo fluyendo de los pozos durante más tiempo, tiene gran importancia desde el punto de vista de recuperación de hidrocarburos. El abatimiento prematuro de ésta ocasiona que grandes cantidades de hidrocarburos queden atrapados en el yacimiento y que tengan que realizarse costosas inversiones para llevarlos a la superficie.

En la simulación de yacimientos, el uso de una malla de bloques o celdas, cuyas dimensiones horizontales son muy grandes comparadas con las del pozo, da como resultado que la presión calculada para cada bloque que contenga un pozo sea muy diferente de la presión de fondo fluyendo del pozo real. Numerosos autores han tratado el problema de relacionar estas dos presiones a través del uso de los llamados modelos de pozo, los cuales están basados en un "Radio Equivalente del Bloque-pozo". Estos modelos han sido desarrollados para flujo un una sola fase, en dos dimensiones y extendidos, sin mucha justificación teórica, a las situaciones de mayor utilidad práctica pero más complicadas, como son aquéllas que involucran flujo multifásico en tres dimensiones.

El presente trabajo está orientado a la presentación y discusión de métodos para la determinación de la presión de fondo fluyendo del pozo modelado a partir de la presión calculada por el simulador. Se presentan las ecuaciones propuestas por diversos autores,* se hace una comparación entre ellas, y se determina cuál es la que da resultados más aproximados a la realidad.

* Referencias al final.

CAPITULO I

**ASPECTOS GENERALES DE
SIMULACION DE YACIMIENTOS**

I.1 SIMULACION NUMERICA DE YACIMIENTOS

Cuando se utilizan modelos simplificados, como el Balance de Materia, para predecir el comportamiento de yacimientos, dos de las consideraciones más importantes que se hacen son la homogeneidad del yacimiento y la distribución uniforme de la presión y los fluidos contenidos en él.

No obstante, la suposición de un yacimiento homogéneo, aunque en algunos casos es válida, no siempre es correcta; ya que en general todos los yacimientos son heterogéneos. La aplicación de un modelo matemático como el de Balance de Materia, puede que no sea muy útil cuando se pretende predecir el comportamiento de estos yacimientos. Por lo anterior, se han desarrollado modelos matemáticos complejos a fin de que reproduzcan lo mejor posible los procesos físicos presentes en el yacimiento; esto es, que tomen en cuenta entre otras cosas, su heterogeneidad y la falta de uniformidad en la presión y en la distribución de los fluidos, permitiendo predecir su comportamiento bajo diferentes condiciones de operación.

El flujo de fluidos a través de medios porosos puede ser descrito matemáticamente mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que expresan el principio de conservación de masa y energía, acopladas con ecuaciones representativas de flujo de fluidos, temperatura y de la concentración de estos fluidos a través de medios porosos. Las ecuaciones que representan estos principios y

procesos son ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales y su solución sólo es posible en forma numérica y discreta, es decir se obtiene la solución de dichas ecuaciones en determinados puntos pre-seleccionados en tiempo y espacio, y no de una manera continua. Estas no linealidades de las ecuaciones se deben principalmente a las características de los yacimientos y las propiedades de los fluidos contenidos en ellos, como son:

- a) Heterogeneidad del yacimiento.
- b) La relación que guarda la saturación de los fluidos con la permeabilidad relativa y con la presión capilar es del tipo no-lineal.
- c) Las propiedades PVT de los fluidos en función de la presión, la composición y la temperatura son no lineales.

Como ya se habrá supuesto, para resolver las ecuaciones involucradas en los modelos matemáticos de simulación se requiere el empleo de programas de cómputo, ya que la cantidad de datos y de cálculos es muy grande cuando se realiza la simulación. Estos programas reciben el nombre de "simuladores".

La complejidad del conjunto de ecuaciones diferenciales para cada problema depende directamente de las suposiciones consideradas en su planteamiento.

El procedimiento más utilizado es representar el yacimiento por una malla de celdas o bloques intercomunicadas entre sí y sustituir las derivadas parciales en espacio y tiempo por la aproximación seleccionada en diferencias finitas. Las no linealidades se evitan empleando alguno de los esquemas propuestos, en la literatura,^{2,3} dependiendo de la naturaleza del proceso que se pretende simular. Acopiando las ecuaciones algebraicas obtenidas, se formula un algoritmo en que, para cada intervalo de tiempo de avance en la simulación, se genera y resuelve un sistema de ecuaciones simultáneas.

La técnica de diferencias finitas consiste en sustituir las derivadas por sus desarrollos en serie de Taylor. Para aplicaciones prácticas es necesario considerar sólo los primeros términos de esta serie infinita, provocándose el truncamiento. Este tipo de error se puede mantener dentro de rangos permisibles manejando las relaciones adecuadas entre el tamaño de las celdas y el intervalo de tiempo con que avanza la simulación.

Estos errores, implícitos en los simuladores numéricos, pueden ser analizados y controlados realizando un Balance de Materia en cada intervalo de tiempo simulado. En el Balance de Materia se aplica el principio de conservación de masa. Así, se puede determinar si la solución para cada intervalo de tiempo encontrada por el simulador involucra pérdidas o ganancias de fluidos que la invaliden.

En los simuladores numéricos se calcula la distribución de la presión y la de saturaciones para cada intervalo de tiempo, obteniéndose estos valores en cada celda, de donde se pueden evaluar algunos otros parámetros de interés práctico.

Existen simuladores para flujo en una, dos y tres fases, los modelos son, en una dimensión: lineal, radial y esférico; dos dimensiones: cilíndrico, rectangular y tres dimensiones: en coordenadas x, y, z. Los simuladores Bidimensionales en coordenadas rectangulares han sido aplicados exitosamente para reproducir y predecir el comportamiento de yacimientos en los que el flujo de fluidos se realiza principalmente entre pozos.

Cuando en un estudio, se emplea este tipo de simuladores se requiere de información por pozo, por lo que es recomendable utilizar una malla de celdas en las cuales cada pozo quede centrado en una celda y para obtener mayor definición en los resultados, que las celdas con pozo sean pequeñas y que existan celdas intermedias entre las que tienen pozo. Idealmente, una malla debería ser como se muestra en la Fig.(1.1). Como se observa, las celdas cerca del pozo son más pequeñas que las más alejadas. Por lo tanto, el número de puntos de la malla llega a ser grande, aun en mallas de dos dimensiones. También, bloques de tamaño pequeño forzan al uso de períodos de tiempo muy pequeños, lo que incrementa el tiempo de cómputo al grado de hacer al estudio económicamente no factible. En la Fig.(1.1), se presenta el plano de un yacimiento, indicándose la localización de

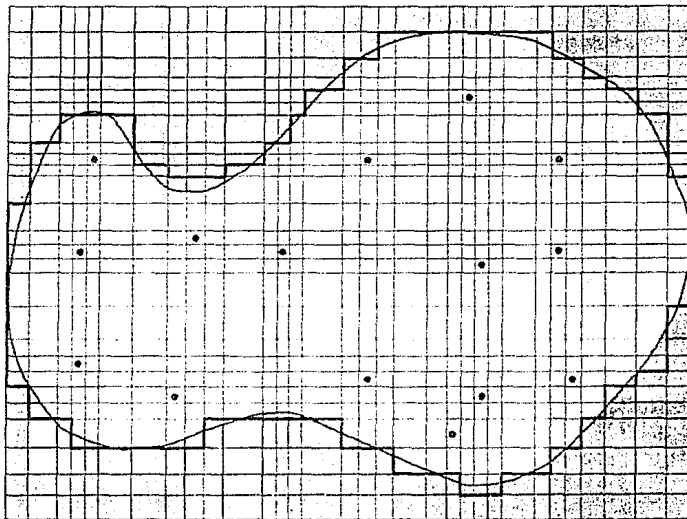


Fig. I.1 - Plano de un yacimiento con la localización de sus pozos y una malla Irregular de celdas para su simulación.

pozos. Las celdas fuera del contorno delimitado con línea gruesa, el cual se establece de acuerdo al límite del yacimiento, no intervienen en los cálculos.

En muchos simuladores, con el objeto de simplificar los programas de cómputo, se consideran solamente mallas uniformes de celdas cuadradas.

De todo lo anterior expuesto, puede deducirse que, para yacimientos de gran extensión, con número elevado de pozos activos perforados con arreglo irregular, para lograr que cada pozo quede centrado y queden celdas intermedias entre las que tienen pozo, el número de celdas de la malla crece considerablemente.

Generalmente, por la restricción de la capacidad de memoria en las computadoras y por razones económicas relacionadas con el tiempo de procesamiento, para simular yacimientos con alguna de las características anteriores, los modelos son forzados a utilizar celdas de tamaño grande, como se muestra en la Fig.(1.2.). Puede apreciarse que varios pozos no están centrados en su celda y que hay celdas con pozos vecinos.

Una vez seleccionada la malla se procede a suministrar el conjunto de información que necesita el simulador.

Los simuladores requieren la información relativa a las

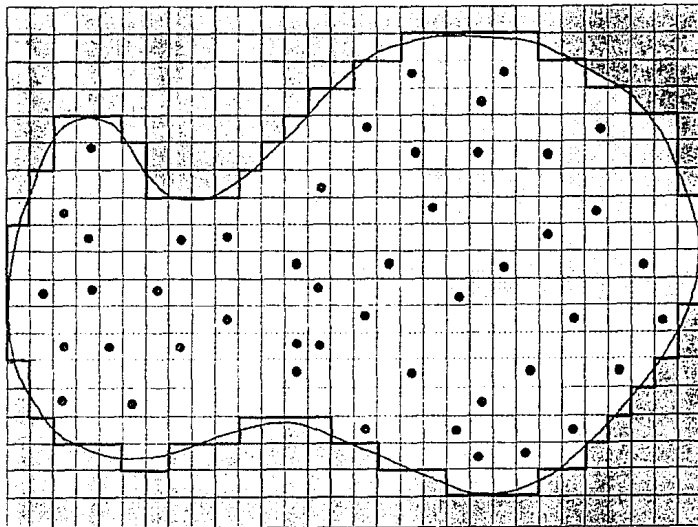


Fig. L2 - Plano de un yacimiento con la localización de sus pozos y una malla regular de celdas para su simulación.

características de la malla, propiedades para las celdas, propiedades de los fluidos , propiedades petrofísicas y la historia de producción e inyección de los fluidos.

El echado del yacimiento se representa asignando la profundidad de cada celda y el espesor variable se considera dando a cada celda el espesor correspondiente.

La heterogeneidad y anisotropía en el yacimiento se toman en cuenta asignando las propiedades de porosidad y permeabilidad a cada celda de la malla. Estas se consideran como las correspondientes al volumen de roca que representa en el yacimiento.

Para saber si un simulador es adecuado para representar los fenómenos que ocurren en el yacimiento, se requiere que el comportamiento calculado reproduzca el comportamiento observado o medido en el campo. Esto se logra realizando cambios en la información disponible. La aproximación que proporcione el simulador mejorará mediante el ajuste de éste a medida que se vaya obteniendo mayor información del yacimiento.

Lo primero que se hace para ajustar el simulador con la historia de producción del yacimiento, es calcular el comportamiento de éste usando la mejor información disponible. De esta manera, los resultados obtenidos de la simulación se comparan con aquellos obtenidos en el campo; esto es, con los valores reales. Si los

resultados no coinciden satisfactoriamente, se hacen modificaciones a los datos utilizados y se efectúan otras corridas del simulador, hasta que se alcanza la aproximación deseada en los resultados. Cuando se logra esto el modelo ya puede ser utilizado para predecir, con cierto grado de precisión, el comportamiento del yacimiento. Es importante hacer notar que dicho comportamiento está influenciado por muchos factores, como son: las permeabilidades relativas, la distribución de las saturaciones, los espesores de las capas, las porosidades, etc., que nunca se conocen con exactitud. De esta manera, a lo que en realidad se llega, es a una combinación de estas variables (que da como resultado un ajuste) la cual no es única, por lo que dicha combinación no puede representar en forma precisa las condiciones del yacimiento. Por esto se debe tener en cuenta que el utilizar un simulador, después de haber realizado el ajuste, no se puede asegurar que la predicción que proporcione sea totalmente confiable. Sin embargo, a medida que el período de ajuste sea mayor, la predicción será más confiable lo que implica que se debe estar continuamente comparando la predicción hecha por el simulador con el comportamiento observado, para actualizar, de ser necesario, las combinaciones de datos que maneja el modelo.

Finalmente, al observar el comportamiento del modelo, bajo diferentes condiciones de operación, permitirá seleccionar un conjunto de condiciones de producción óptimas para el yacimiento.

I.2 FORMULACION DE LAS ECUACIONES EN LA SIMULACION DE YACIMIENTOS

A continuación se presenta el desarrollo del modelo matemático , que permitirá predecir el comportamiento de un yacimiento.

I.2.1 MODELO MATEMATICO

Las ecuaciones básicas que permiten describir matemáticamente el flujo de fluidos en un medio poroso son obtenidas mediante la combinación de los siguientes conceptos:

- 1.- Ecuación de continuidad
- 2.- Ecuación de movimiento
- 3.- Ecuación de estado

Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad describe el principio de conservación de masa, esta ecuación establece que:

$$\text{Masa que entra} - \text{Masa que sale} = \text{Masa que se acumula}$$

Considere un elemento de un yacimiento a través del cual una sola fase está fluyendo en la dirección X , como se observa en la Fig. (I.3). Esto a cualquier instante:

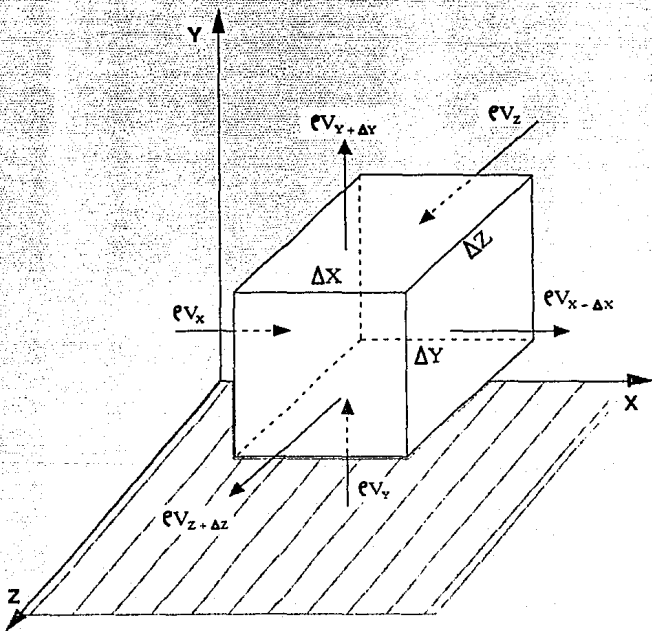


Fig. I.3 - Deducción de la ecuación de continuidad a partir de un balance de masa.

$$(V_x \rho_x \Delta y \Delta z) - (V_{x+\Delta x} \rho_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z) = (\Delta x \Delta y \Delta z) \phi \frac{(\rho_{t+\Delta t} - \rho)}{\Delta t} \quad (1.1)$$

Dividiendo la ecuación por $\Delta x, \Delta y, \Delta z$:

$$-\frac{(V_{x+\Delta x} \rho_{x+\Delta x}) - (V_x \rho_x)}{\Delta x} = \frac{\rho_{t+\Delta t} - \rho}{\Delta t} \quad (1.2)$$

Tomando el límite cuando $\Delta x \rightarrow 0$ y $\Delta t \rightarrow 0$

$$\frac{\delta(V_x \rho)}{\delta x} = - \frac{\delta(\rho \phi)}{\delta t} \quad (1.3)$$

Esta es la ecuación de continuidad en una forma lineal, en forma similar, para las direcciones Y y Z respectivamente.

$$\frac{\delta(V_y)}{\delta y} = - \frac{\delta(\rho \phi)}{\delta t} \quad (1.4a)$$

$$\frac{\delta(V_z \rho)}{\delta z} = - \frac{\delta(\rho \phi)}{\delta t} \quad (1.4b)$$

Entonces, para el flujo en tres dimensiones, la ecuación queda como:

$$\frac{\delta(V\rho)}{\delta x} + \frac{\delta(V\rho)}{\delta y} + \frac{\delta(V\rho)}{\delta z} = - \frac{\delta(\rho \phi)}{\delta t} \quad (1.5)$$

o expresada en forma vectorial.

$$-\nabla \rho v = \frac{\delta(\rho \phi)}{\delta t} \quad (1.6)$$

Ecuación de Movimiento.

El movimiento de fluidos en un medio poroso está determinado por la Ley de Darcy, la cual establece que la velocidad de un fluido homogéneo en un medio poroso es proporcional al gradiente de presión, e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido. La Ley de Darcy se aplica sólo en la región de flujo laminar. En flujo turbulento, que ocurre a altas velocidades, el gradiente de presión aumenta a un ritmo mayor que la del flujo.

De la Ley de Darcy sin considerar efectos gravitacionales y capilares, para flujo en la dirección x se tiene:

$$v_x = - \frac{k}{\mu} \frac{\delta P}{\delta x} \quad (1.7)$$

Entonces, sustituyendo la ec. (1.7) en la ec. (1.3):

$$\delta \left(-\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \rho \right) = -\frac{\delta(\rho\phi)}{\delta t} \quad (1.8)$$

Ecuación de Estado.

Las ecuaciones de estado expresan la variación de la densidad de un fluido como función de presión y temperatura.

Los fluidos de los yacimientos se clasifican dentro de tres grupos dependiendo de su compresibilidad. En algunos casos estas clasificaciones son arbitrarias y son solamente hechas con el propósito de simplificar las suposiciones. Los grupos son:

- 1.- Incompresible
- 2.- Ligeramente compresible
- 3.- Compresible

Los fluidos incompresibles tienen una densidad constante. Los fluidos ligeramente compresibles presentan un ligero cambio de la densidad con la presión, y los fluidos compresibles tienen un cambio significativo de la densidad con la presión, como se muestra en la Fig. (1.4).

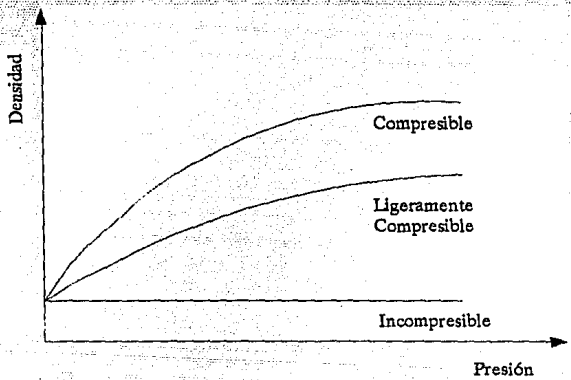


Fig. I.4 - Tipos de fluidos en el yacimiento

La ecuación de estado usada en el desarrollo de la ecuación de difusión involucra la relación densidad/presión.

La compresibilidad se define como:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dP} \right)_T$$

Para fluidos incompresibles

$$c = 0$$

Entonces:

$$\rho = \rho_0 \text{ Para toda } P.$$

Por lo tanto:

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} = 0$$

Que es la ecuación de estado para fluidos incompresibles.

Para fluidos ligeramente compresibles, c se puede considerar constante, que es una suposición razonable para este tipo de fluidos, por lo tanto:

$$\rho = \rho_0 e^{c(P-P_0)}$$

Notese que:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$e^{c(P-P_0)} = 1 + c(P-P_0) + \left[\frac{c(P-P_0)}{2!} \right]^2 + \dots$$

Puesto que $c \ll 0$, se desprecian los términos de grado superior.

$$e^{c(P-P_0)} \approx 1 + c(P-P_0)$$

$$\rho = \rho_0 [1 + c(P-P_0)]$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 c (\Delta P)$$

Los fluidos que pueden ser representados mediante esta ecuación de estado son clasificados como ligeramente compresibles. Estos abarcan la mayor parte de los yacimientos de hidrocarburos.

Para los fluidos compresibles, de la ecuación general de los gases ideales se tiene:

$$PV = nRT \quad (1.9)$$

Donde:

$$n = \frac{\text{Masa}}{\text{Peso Molecular}} \quad (\text{Número de moles})$$

$$n = \frac{m}{M} \quad (I.10)$$

Sustituyendo la ec. (I.10) en la ec. (I.9) se tiene:

$$PV = \frac{m}{M} RT \quad (I.11)$$

De la definición de densidad

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Sustituyendo esta expresión en la ec. (I.11)

$$P = \frac{\rho}{M} RT$$

Despejando ρ se tiene:

$$\rho = \frac{PM}{RT} \quad (I.12)$$

Que es la ecuación de estado para un gas ideal.

Para un gas real, de forma análoga, se llega a la ec. (I.13)

$$\rho = \frac{PM}{ZRT} \quad (I.13)$$

La ecuación de estado que se utiliza para obtener la ecuación de difusión es la que corresponde a un fluido ligeramente compresible, que fluye a temperatura constante.

La ec. (I.8), puede ser escrita como sigue mediante la expansión del término del lado izquierdo, y considerando un medio poroso incompresible.

$$\left(-\frac{k}{\mu} \frac{\delta P}{\delta x} \rho + \frac{k}{\mu} \frac{\delta P}{\delta x} \frac{\delta \rho}{\delta x} \right) = -\phi \frac{\delta P}{\delta t} \quad (I.14)$$

Note que:

$$\frac{\delta \rho}{\delta x} = \frac{\delta \rho}{\delta P} \frac{\delta P}{\delta x}$$

y

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} = \frac{\delta \rho}{\delta P} \frac{\delta P}{\delta t}$$

Por lo tanto,

$$-\left(\frac{k}{\mu} \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} \rho + \frac{k}{\mu} \frac{\delta P}{\delta x} \frac{\delta P}{\delta x} \frac{\delta \rho}{\delta P} \right) = -\phi \frac{\delta \rho}{\delta P} \frac{\delta P}{\delta t} \quad (I.15)$$

$$-\left(\frac{k}{\mu} \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} \rho + \frac{k}{\mu} \frac{\delta \rho}{\delta P} \left(\frac{\delta P}{\delta x} \right)^2 \right) = -\phi \frac{\delta \rho}{\delta P} \frac{\delta P}{\delta t} \quad (I.16)$$

Despreciando el término $(\delta P/\delta x)^2$, ya que se está asumiendo un gradiente de presión pequeño, la ec. (I.16) se convierte, multiplicando todo por -1:

$$\frac{k}{\mu} \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} \rho = \phi \frac{\delta \rho}{\delta P} \frac{\delta P}{\delta t} \quad (I.17)$$

Dividiendo ambos términos por la densidad:

$$\frac{k}{\mu} \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} = \frac{\phi}{\rho} \frac{\delta \rho}{\delta P} \frac{\delta P}{\delta t} \quad (I.18)$$

Por definición, la compresibilidad es:

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\delta \rho}{\delta P}$$

Esto está indicado en la gráfica de p contra P en la Fig. (1.3), entonces:

$$\frac{k}{\mu} \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} = \phi c \frac{\delta P}{\delta t} \quad (1.19)$$

Ya que k/μ fue considerada independiente de la dimensión en el espacio:

$$\frac{\delta^2 P}{\delta x^2} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\delta P}{\delta t} \quad (1.20)$$

Si k/μ fuera una función de la dimensión en espacio, entonces:

$$\frac{\delta \left(\frac{k}{\mu} \frac{\delta P}{\delta x} \right)}{\delta x} = \phi c \frac{\delta P}{\delta t} \quad (1.21)$$

La ec. (1.20) es llamada generalmente como la ecuación de *Difusión* porque es parecida a la ecuación de *Difusión* para transferencia de calor.

$$\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\delta T}{\delta t}$$

Para flujo Radial:

$$\frac{\delta p^2}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta P}{\delta r} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\delta P}{\delta t}$$

Finalmente

$$\frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} \left(r \frac{\delta P}{\delta r} \right) = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\delta P}{\delta t}$$

En forma vectorial se tiene:

$$\nabla^2 P = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\delta P}{\delta t}$$

1.2.2 MODELO NUMERICO

Las ecuaciones diferenciales parciales que representan el flujo de fluidos a través de medios porosos, generalmente son no-lineales las cuales no tienen solución analítica, por lo que se utiliza la técnica de diferencias finitas para resolverlas.

Proceso de Discretización

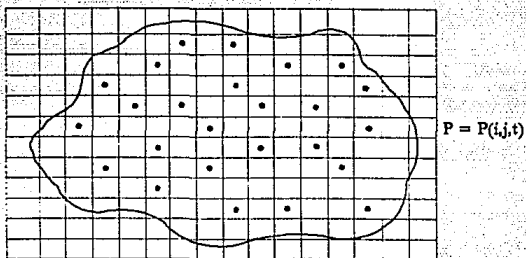
La solución de los sistemas de ecuaciones de flujo comunmente encontradas en trabajos de ingeniería de yacimientos involucran la determinación de algunos parámetros dependientes en espacio y

tiempo. Como se mencionó anteriormente, la solución es obtenida al discretizar puntos en espacio y tiempo. La discretización en el espacio se hace dividiendo al yacimiento en un número determinado de celdas o bloques mediante la superposición de algún tipo de malla. Esta malla es normalmente de forma rectangular, aunque no necesariamente. La Fig. (I.5a) ilustra el uso de una malla de dos dimensiones. La discretización en tiempo se realiza tomando un cierto número de intervalos de tiempo, durante cada uno de los cuales se obtienen nuevos valores de los parámetros dependientes. El tamaño de esos intervalos depende del problema particular a ser resuelto y, generalmente, si el período de tiempo es pequeño, la solución es más exacta. Un ejemplo de discretización en tiempo es mostrado en la Fig. (I.5b). Las ecuaciones en diferencias finitas son formuladas para la solución de los parámetros dependientes sobre el dominio de la malla.

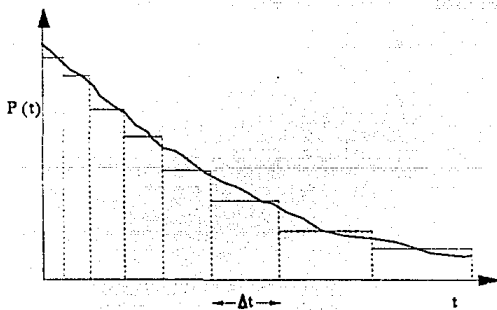
Diferencias Finitas

La ecuación de difusión es una ecuación diferencial parcial continua, que se puede transformar a una discreta utilizando el método de diferencias finitas; este método consiste en sustituir las derivadas parciales de la ecuación por su equivalente en diferencias finitas, las cuales se pueden obtener por medio del polinomio de Taylor.

La ecuación ya discretizada permitirá determinar los valores de la



a) Discretización en el Espacio



b) Discretización en el Tiempo

Fig. I.5 - Proceso de discretización

variable dependiente en puntos discretos en espacio y tiempo. En el espacio se utilizarán diferencias centrales y en el tiempo, regresivas. El polinomio de Taylor se define de la siguiente forma:

$$f(x) = f(b) + (x-b) f'(b) + \frac{(x-b)^2}{2!} f''(b) + \dots$$

A partir de la expresión anterior podemos aproximar las derivadas parciales.

Siguiendo la expansión de Taylor hacia adelante y hacia atrás:

Diferencia hacia adelante

$$P(x+\Delta x) = P(x) + \Delta x P'(x) + \frac{1}{2} \Delta x^2 P''(x) + \frac{1}{6} \Delta x^3 P'''(x)$$

(I.22)

Diferencia hacia atrás

$$P(x-\Delta x) = P(x) - \Delta x P'(x) + \frac{1}{2} \Delta x^2 P''(x) - \frac{1}{6} \Delta x^3 P'''(x)$$

(I.23)

Donde

$$P' = \frac{\delta P}{\delta x}$$

$$P'' = \frac{\delta^2 P}{\delta x^2}, \text{ etc.}$$

Primera derivada

La ec. (I.22) o (I.23) puede ser resuelta para la primera o segunda derivada según se requiera - por ejemplo:

$$P'(x) = \frac{P(x + \Delta x) - P(x)}{\Delta x} + \theta(\Delta x) \quad (I.24)$$

$$P'(x) = \frac{P(x) - P(x - \Delta x)}{\Delta x} + \theta(\Delta x) \quad (I.25)$$

Hacia adelante:

$$\frac{\delta P}{\delta x} = \frac{P(x + \Delta x) - P(x)}{\Delta x}$$

Hacia atrás:

$$\frac{\delta P}{\delta x} = \frac{P(x) - P(x - \Delta x)}{\Delta x}$$

Central:

$$\frac{\delta P}{\delta x} = \frac{P(x + \Delta x) - P(x - \Delta x)}{\Delta x}$$

Estas son las diferencias hacia adelante y hacia atrás respectivamente para la primera derivada. Una diferencia central puede ser obtenida mediante la resta de las ecs. (I.22) y (I.23):

$$P'(x) = \frac{P(x + \Delta x) - P(x - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (1.26)$$

Notese que los errores asociados con estas aproximaciones son diferentes; los esquemas hacia adelante y hacia atrás tienen errores asociados del orden de Δx , mientras que el error en la forma central es del orden de Δx^2 . Este error asociado con la forma en diferencias finitas de la ecuación diferencial parcial es llamado error de *truncamiento*.

Segunda derivada

Considere la suma de las ecs. (1.22) y (1.23)

$$P(x+\Delta x) + P(x-\Delta x) = 2P(x) + \Delta x^2 P''(x) + O(\Delta x^4) \quad (1.27)$$

Resolviendo para $P''(x)$:

$$P''(x) = \frac{P(x + \Delta x) - 2P(x) + P(x - \Delta x)}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \quad (1.28)$$

Por lo tanto, el error asociado con la segunda derivada es del orden de Δx^2 .

Resumen

Para la discretización de un número de puntos dados:

$$\frac{\delta P}{\delta x} = \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x} \qquad \frac{\delta P}{\delta x} = \frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta x} \qquad (1.29)$$

$$\frac{\delta P}{\delta x} = \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2\Delta x} \qquad \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} = \frac{P_{i+1} - 2P_i + P_{i-1}}{\Delta x^2}$$

1.3 ESQUEMAS DE SOLUCION

Enseguida se presenta una explicación acerca de los tipos de esquemas que existen para llevar a cabo la transformación de las ecuaciones, de una forma continua a una forma discreta.

1.3.1 EXPLICITO

Una solución explicita o esquema explicito es aquel en que las presiones de los términos de flujo se evalúan a nivel del tiempo conocido, n. Ver Fig. (1.6a).

Considerando la ecuación bidimensional:

$$\frac{\delta^2 P}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 P}{\delta y^2} = \frac{\delta P}{\delta t} \qquad (1.30)$$

Su forma en diferencias finitas es:

$$\frac{P_{i+1,j}^n - 2P_{i,j}^n + P_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1}^n - 2P_{i,j}^n + P_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} = \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n}{\Delta t}$$

(I.31)

Donde

i, j = Localización de la celda en la malla

n = Nivel de tiempo anterior

n + 1 = Nivel tiempo nuevo

La ec. (I.31) tiene solamente una incógnita, que es la nueva presión al tiempo (n+1), y para avanzarla del tiempo n al tiempo n+1, lo que se requiere es aplicar esta ecuación a cada uno de los puntos de la malla.

Esta ecuación puede ser rearrreglada para obtener la nueva presión explícitamente en términos de las presiones de los bloques adyacentes:

$$P_{i,j}^{n+1} = P_{i,j}^n + \Delta t \left(\frac{P_{i,j+1}^n - 2P_{i,j}^n + P_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} + \frac{P_{i+1,j}^n - 2P_{i,j}^n + P_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} \right)$$

(I.32)

Notese que todos los valores del lado derecho son conocidos y hay una ecuación con una incógnita.

La ec. (1.32) puede ser simplificada:

$$P_{i,j}^{n+1} = P_{i,j}^n + \alpha (P_{i,j+1}^n - 2P_{i,j}^n + P_{i,j-1}^n) + \beta (P_{i+1,j}^n - 2P_{i,j}^n + P_{i-1,j}^n) \quad (1.33)$$

Donde:

$$\alpha = \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad \beta = \frac{\Delta t}{\Delta y^2}$$

Debido a su sencillez este esquema presenta limitaciones fuertes de estabilidad, lo que implica el tener que usar intervalos de tiempo pequeños al avanzar la solución. Esta limitación hace que su aplicación sea impráctica en la mayoría de los problemas de simulación. Es convergente y estable bajo ciertas condiciones especiales, $\Delta x^2/\Delta t < 1/2$.

El esfuerzo requerido en la programación para la construcción de un simulador basado en el esquema explícito es mucho menor que cualquier otro.

1.3.2 IMPLICITO

En el esquema implícito se resolverán simultáneamente todas las incógnitas. (ver Fig. 1.6b). Considere la siguiente ecuación diferencial parcial:

$$\frac{\delta^2 P}{\delta x^2} = \frac{\delta P}{\delta t} \quad (I.34)$$

La forma en diferencias finitas de esta ecuación es como sigue:

$$\frac{P_{i-1}^n - 2P_i^n + P_{i+1}^n}{\Delta x^2} = \frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{\Delta t}$$

Esta ecuación tiene solamente una incógnita, P_i^{n+1} ; sin embargo, se puede establecer la ec. (I.34) para la solución de los tres valores P_i en la ecuación siguiente:

$$\frac{P_{i-1}^{n+1} - 2P_i^{n+1} + P_{i+1}^{n+1}}{\Delta x^2} = \frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{\Delta t} \quad (I.35)$$

En esta ecuación todas las presiones son incógnitas a un nivel de tiempo nuevo. Simplificando la ec. (I.35):

$$P_{i-1}^{n+1} - 2P_i^{n+1} + P_{i+1}^{n+1} = \frac{\Delta x^2}{\Delta t} (P_i^{n+1} - P_i^n) \quad (I.36)$$

Agrupando términos:

$$P_{i-1}^{n+1} - \left(2 + \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \right) P_i^{n+1} + P_{i+1}^{n+1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} P_i^n \quad (I.37)$$

Note que esta es una ecuación con tres incógnitas, en la que el punto i está enlazado o acoplado a los puntos $(i+1)$, $(i-1)$. La ec. (I.37) es de el tipo general:

$$a_i P_{i-1} + b_i P_i + c_i P_{i+1} = d_i \quad (I.38)$$

Donde los coeficientes a_i , b_i , y c_i están relacionados a la geometría del sistema y de sus propiedades físicas, y d_i contiene términos conocidos.

Escribiendo la ec. (I.38) para N celdas en una malla lineal resulta en una ecuación para cada celda; el resultado final es N ecuaciones con N incógnitas.

El esquema implícito es el que involucra mayor esfuerzo de cómputo para avanzar la solución de un nivel de tiempo a otro (estimado de 3 ó 4 veces mayor el tiempo de máquina requerido). Sin embargo, esta formulación permite utilizar incrementos de tiempo mucho mayores que el esquema explícito y aún permanece estable.

Es incondicionalmente estable para todos los valores de $\Delta t/\Delta x^2$.

I.3.3 DE CRANK-NICHOLSON

Este consiste en una combinación de los esquemas implícito y explícito, es decir es una combinación de los valores anteriores y de los valores nuevos de la variable dependiente, para el intervalo de tiempo considerado (ver Fig. I.6c)

Considerando la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales:

$$\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} = \frac{\delta u}{\delta t} \quad (I.39)$$

en diferencias finitas, considerando los niveles de tiempo anterior y nuevo,

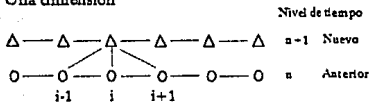
$$\theta \left(\frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right) + (1-\theta) \left(\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t}$$

ésta es una aproximación promedio ponderada general, donde

$$0 < \theta \leq 1$$

si

Una dimensión

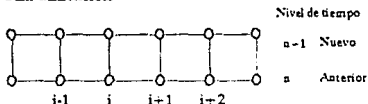


Ecuación en diferencias finitas:

$$\frac{P^{n+1}_i - 2P^n_i + P^{n-1}_i}{\Delta x^2} = \frac{P^{n+1}_i - P^n_i}{\Delta t}$$

a) Esquema Explícito

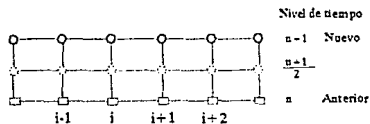
Una dimensión



Ecuación en diferencias finitas:

$$\frac{P^{n+1}_i - 2P^{n+1}_{i-1} + P^{n+1}_{i+1}}{\Delta x^2} = \frac{P^{n+1}_i - P^n_i}{\Delta t}$$

b) Esquema Implícito



Ecuación en diferencias finitas:

$$\frac{1}{2} \frac{[P^{n+1}_i - 2P^n_i + P^{n-1}_i]}{\Delta x^2} + \frac{1}{2} \frac{[P^{n+1}_{i+1} - 2P^{n+1/2}_i + P^{n+1}_{i-1}]}{\Delta x^2} = \frac{P^{n+1}_i - P^n_i}{\Delta t}$$

c) Esquema de Crank-Nicolson

Fig. I.6 - Esquemas de solución

$\theta = 0$, entonces el esquema es explícito

$\theta = 1/2$, entonces el esquema es Crank-Nicholson

$\theta = 1$, entonces el esquema es implícito

I.4. METODOS DE SOLUCION

Como se mencionó anteriormente, al aplicar las ecuaciones resultantes del esquema implícito a cada una de las celdas o bloques que integran la malla, se obtiene un determinado número de ecuaciones algebraicas con su correspondiente número de incógnitas.

Ahora, se debe resolver el sistema de ecuaciones para obtener el vector de incógnitas de presión, cuya solución puede ser muy simple o muy compleja, dependiendo del fenómeno físico que se vaya a resolver.

Los métodos que se emplean para obtener la solución del sistema de ecuaciones pueden dividirse en dos grupos: métodos directos y métodos iterativos.

En el caso de los métodos directos la solución del sistema de ecuaciones se obtiene cuando se ha resuelto la matriz que representa el problema.

Algunos ejemplos de métodos directos son los siguientes:

- a) Eliminación Gaussiana.
- b) Descomposición matricial ($L \times U$).
- c) Método D4
- d) Método D2

Los métodos iterativos son de naturaleza repetida y el proceso de solución implica un cálculo sistemático de una aproximación a dicha solución, la cual es mejor en cada iteración. Para ello se requiere la selección de un conjunto de valores iniciales de las incógnitas, sobre el cual se opera para producir un mejor resultado.

Dentro de los métodos iterativos más importantes se tienen los siguientes:

- a) Método de relajación (PSOR).
- b) SIP (Strongly Implicit Procedure)
- c) ADIP
- d) LSOR (Line Succesive Overrelaxation)
- e) ORTHOMIN

I.5. CRITERIO DE ESTABILIDAD

El sistema de ecuaciones, que se resuelve para obtener los parámetros dependientes en un estudio de simulación debe proporcionar una solución estable. Un esquema es inestable si el error continua aumentando descontroladamente.

Sea e , el error entre la solución verdadera y la calculada a cualquier tiempo n . Entonces,

$$e^n = P_R^n - P_C^n$$

P_R^n = Valor real de la presión en el tiempo n .

P_C^n = Valor calculado de la presión en el tiempo n .

Cuando:

$$\frac{e^{n+1}}{e^n} \leq 1 \quad \text{El sistema es estable.}$$

$$\frac{e^{n+1}}{e^n} \geq 1 \quad \text{El sistema es inestable}$$

CAPITULO II

DEFINICION DEL PROBLEMA

Uno de los grandes problemas que enfrenta la tecnología de la explotación del petróleo es la predicción del comportamiento de la presión de fondo fluyendo de los pozos productores e inyectores.

Por medio de la simulación numérica de yacimientos es posible determinar la distribución de la presión en el yacimiento y principalmente donde se localizan pozos.

Una de las principales contribuciones en esta área fue realizada en la década de los sesentas por Van Poolen, E. A. Breitenbach, D.H. Thurnau⁸ y Coats⁹. Ellos expresaron que la presión de bloque, calculada por el simulador, debería ser la presión promedio en la porción del yacimiento representada por el bloque. Originalmente se concibió que la presión de bloque correspondía a la presión promedio de un círculo cuya área es igual a la del bloque. Trabajos posteriores realizados por Peaceman^{12,15-16} y Kufnansky y Hillestad concluyeron que la presión de bloque (para un bloque que tiene pozo), no es la presión promedio y por lo tanto, la ecuación propuesta por Van Poolen y Colaboradores no es correcta.

El propósito del presente trabajo es establecer o definir las diferentes expresiones propuestas, las cuales van a permitir corregir a la presión de bloque o presión media para la obtención de la presión de fondo fluyendo en pozos productores e inyectores.

Además, analizando los resultados obtenidos mediante cada una de

estas expresiones, determinar cual de ellas es la que más se aproxima a los resultados reales.

CAPITULO III

**DETERMINACION DE LA PRESION
DE FONDO FLUYENDO**

III.1 CONCEPTOS BASICOS Y ECUACIONES DE FLUJO

A continuación se definirán algunos conceptos básicos de flujo así como las deducciones de las ecuaciones para flujo radial con y sin flujo en la frontera externa.

III.1.1 PERIODOS DE FLUJO

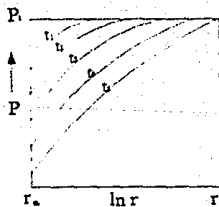
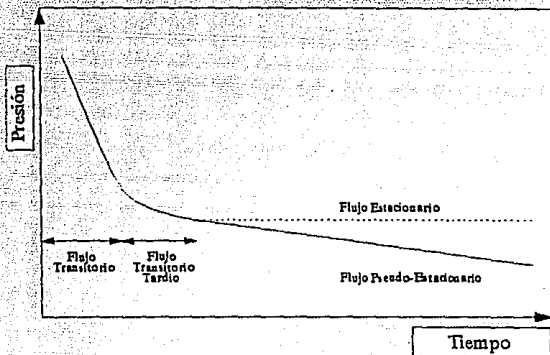
En el comportamiento de la presión en un pozo que produce a gasto constante se pueden identificar los siguientes periodos de flujo: transitorio, de transición, pseudo-estacionario y estacionario.

Durante el tiempo en que el yacimiento actúa como un sistema infinito, el flujo se encuentra en estado transitorio y la presión es función del tiempo y la distancia.

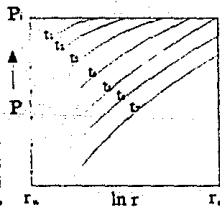
Al final del periodo transitorio empiezan a sentirse los efectos de la frontera, lo cual da origen al periodo de transición o transitorio tardío.

El periodo pseudo-estacionario ocurre cuando se han sentido todos los efectos de la frontera y la presión declina linealmente con el tiempo, es decir, $\delta P/\delta t = \text{cte.}$

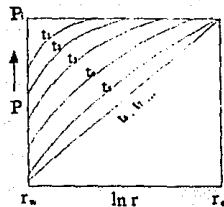
Si se trata de un yacimiento con las fronteras externas a presión constante, cuando se han sentido todos los efectos de frontera, ocurre el periodo estacionario ($\delta P/\delta t = 0$), ver Fig. (III.1)



Transitorio



Pseudo-Estacionario



Estacionario

Fig. III.1 - Períodos de flujo

III.1.2 FLUJO RADIAL CON FLUJO EN LA FRONTERA EXTERNA

De la Ley de Darcy para flujo lineal horizontal se tiene:

$$q = - \frac{kA}{\mu} \frac{dp}{dL} \quad (III.1)$$

Se debe cambiar a L por r (radio), como ahora la presión crece en el mismo sentido que el radio entonces el signo deberá ser positivo:

$$q = + \frac{K A}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

Como: $A = 2\pi rh$

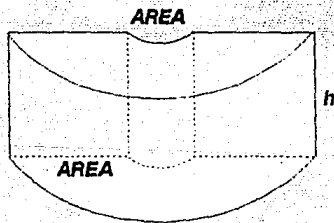
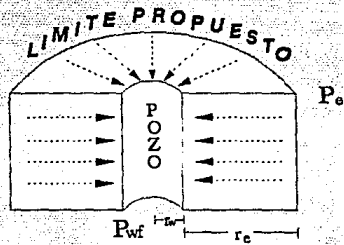
Entonces:

$$q = \frac{2\pi rKh}{\mu} \frac{dp}{dr} \quad (III.2)$$

Donde la ecuación anterior es la ecuación de Darcy para flujo radial, el signo es positivo, ya que tanto (dp) como (dr) se incrementan en el mismo sentido.

De la Fig. (III.2) se tiene que:

- r será de r_w hasta r_e
- P será de P_{wf} hasta P_e



$$P_e > P_{wf}$$

Fig. III.2.- FLUJO RADIAL HORIZONTAL

$$q \, dr = \frac{2\pi rKh}{\mu} \, dp$$

Integrando

$$q \int_{r_w}^{r_o} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi rKh}{\mu} \int_{P_{wf}}^{p_o} dp$$

Pasando r al primer miembro:

$$q \int_{r_w}^{r_o} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi Kh}{\mu} \int_{P_{wf}}^{p_o} dp$$

Efectuando:

$$q (\ln r_o - \ln r_w) = \frac{2\pi Kh}{\mu} (P_o - P_{wf})$$

Despejando a q :

$$q = \frac{2\pi Kh (P_o - P_{wf})}{\mu \ln (r_o/r_w)} \quad (III.3)$$

Transformando la ecuación a unidades prácticas e incluyendo el daño se tiene:

$$q_{sc} = \frac{7.08 \, k \, h (P_o - P_{wf})}{\mu_o B_o (\ln r_o/r_w + S)} \quad (III.4)$$

Despejando Pw

$$P_{wf} = P_e + \frac{q\mu}{7.08 kh} \ln \frac{r_w}{r_e}$$

Esta ecuación tiene implícitas las siguientes suposiciones.

- Flujo radial
- Fluido incompresible
- Estado estacionario
- Pozo totalmente vertical
- Radio del pozo constante
- Estrato horizontal de espesor constante
- Medio Isótropo
- Fronteras, superior e inferior impermeables

III.1.3 FLUJO RADIAL ESTACIONARIO DE FLUIDOS LIGERAMENTE COMPRESIBLES EN AREAS DE DRENE LIMITADAS

La ec. (III.4) se aplica al caso de flujo radial con flujo a través de la frontera externa.

Para un gasto constante de producción, la Pwf lo mismo que la presión a cualquier radio, permanece constante debido al flujo a través de la frontera externa.

Por otra parte, los yacimientos volumétricos o limitados, sin que se mantenga la presión en la frontera externa, su gradiente de presión

será cero cuando r tiende a r_0 . Ya que la producción del yacimiento es por expansión del sistema roca-fluidos, la presión externa P_e , al igual que la presión en el área de drene declinarán al extraer los hidrocarburos del yacimiento.

Brownscombe y Collins dedujeron una ecuación para el flujo de líquidos ligeramente compresibles en estado continuo en yacimientos circulares limitados. Si el yacimiento es homogéneo e isótropo al producir un gasto constante de fluido de compresibilidad constante el abatimiento de presión a través del área de drene será constante ($\delta P/\delta t = \text{cte.}$).

Bajo este concepto el gasto del pozo es:

$$q_w = c_e \pi r_0^2 h \phi \frac{dp}{dt}$$

El flujo que pasa a través del área transversal de un cilindro de radio r será proporcional al volumen del fluido entre r y r_0 , o

$$q = c_e \pi (r_0^2 - r^2) h \phi \frac{dp}{dt}$$

Dividiendo y despejando q en términos de q_w .

$$q = q_w \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right)$$

Sustituyendo este valor en la ecuación de Darcy y asumiendo $A=2\pi rh$.

$$q_w \left(1 - \frac{r^2}{r_e^2} \right) = - 1.127 \frac{k}{\mu} (2\pi rh) \frac{dp}{dr} \quad (III.5)$$

Separando variables e integrando entre dos radios cualquiera, r_1 y r_2 , donde las presiones son P_1 y P_2 .

$$\int_{r_1}^{r_2} \left(1 - \frac{r^2}{r_e^2} \right) \frac{dr}{dr} = \frac{1.127 k 2\pi h}{\mu q_w} \int_{P_1}^{P_2} dp$$

$$q_w = \frac{7.08 k h (P_2 - P_1)}{\mu [\ln(r_2/r_1) - (r_2^2/2r_e^2) + (r_1^2/2r_e^2)]}$$

Para $r_1=r_w$ y $r_2=r_e$ y $q_w = q_{sc}B_o$ y para $r_e \rightarrow r_w$

$$q_{sc} = \frac{7.08 k h (P_e - P_{wf})}{\mu_o B_o [(\ln r_e/r_w - 1/2)]}$$

Considerando un factor de daño,

$$q_{sc} = \frac{7.08 k h (P_e - P_{wf})}{\mu_o B_o [(\ln r_e/r_w - 1/2 + S)]} \quad (III.6)$$

La Fig (III.3) muestra una comparación entre las distribuciones de

presión obtenidas con las ecs. (III.4) y (III.6) para la misma presión del pozo. Cerca del pozo la diferencia entre las presiones es pequeña. Para el caso de una *Presión diferencial* ($P_e - P_{wf}$) alta y para el caso de flujo a través de la frontera externa, la ec. (III.4) se aplica ya que el gradiente de presión afecta desde r_e hasta r_w .

Debe tenerse presente que la diferencia entre las ecs. (III.4) y (III.6) no es la de un fluido incompresible respecto a uno compresible, sino en el hecho de que en una se tiene flujo a través de la frontera externa y en la otra no.

Para la deducción de la ec. (III.4) se parte de la premisa de fluido incompresible, porque simplifica su forma mucho más que una ecuación similar para un líquido compresible, y la diferencia de los resultados entre ambas es insignificante.

Las condiciones de aplicación de las ecs. (III.4) y (III.6) pocas veces se cumplen en los yacimientos petrolíferos; sin embargo, se emplean frecuentemente como aproximaciones obteniéndose resultados de suficiente precisión para muchos fines de ingeniería.

III.1.4 PRESIONES PROMEDIO EN SISTEMAS DE FLUJO RADIAL

La presión promedio por unidad volumétrica para un sistema radial puede expresarse por la ecuación:

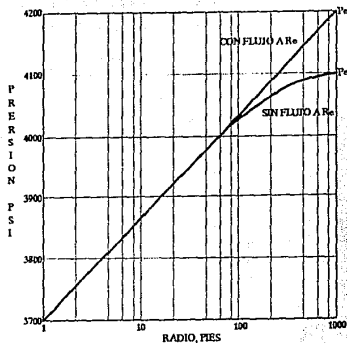
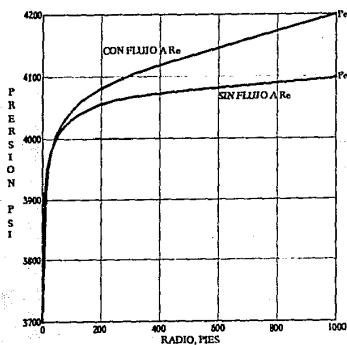


Fig.III.3 - Distribuciones de presión para los flujos radiales de un fluido incompresible y de un líquido compresible sin flujo a través del límite exterior a 1000 pies.

$$\bar{P} = \frac{\int P dV}{V}$$

Donde $V = \pi r_e^2 h \phi$

Sustituyendo V se tiene:

$$\frac{\int_{r_w}^{r_e} P 2\pi r h \phi dr}{\pi r_e h \phi} = \frac{2 \int_{r_w}^{r_e} P r dr}{r_e^2}$$

Para un sistema compresible, la presión a cualquier radio r se obtiene por la ec. (III.4).

$$P = P_{wf} + \frac{\mu q_{sc} B_o \ln(r/r_w)}{7.08 kh}$$

Luego,

$$\bar{P} = \frac{2P_{wf}}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} r dr + \frac{2 \mu q_{sc} B_o}{7.08 kh r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) r dr$$

Integrando entre límites

$$\bar{P} = \frac{2P_{wf}}{r_e^2} \left[\frac{r_e^2}{2} - \frac{r_w^2}{2} \right] + \frac{2 \mu q_{sc} B_o}{7.08 r_e^2} \left[\frac{r_e^2}{2} \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{r_e^2}{4} + \frac{r_w^2}{4} \right]$$

Pero $r_w^2 \ll r_e^2$, por lo tanto, la presión promedio de un sistema de flujo radial para un fluido incompresible se aproxima a:

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{\mu q_{sc} B_o}{7.08 kh} \left[\ln \left(\frac{r}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (III.7)$$

La presión promedio de un sistema de flujo radial limitado para un líquido ligeramente compresible puede encontrarse similarmente usando la presión de la ec. (III.6), ó:

$$P = P_{wf} + \frac{\mu q_{sc} B_o}{7.08 kh} \left[\ln \left(\frac{r}{r_w} \right) - \frac{r}{2r_e^2} \right]$$

La presión promedio se obtiene de

$$\bar{P} = \frac{2P_{wf}}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} r dr + \frac{2 \mu q_{sc} B_o}{7.08 kh r_e^2} \left[\int_{r_w}^{r_e} \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) r dr + \int_{r_w}^{r_e} \frac{r^3 dr}{2r^2} \right]$$

Integrando de r_w hasta r_e .

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{\mu q_{sc} B_o}{7.08 kh} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right] \quad (III.8)$$

La diferencia entre las presiones promedios de dos sistemas de flujo radial, uno limitado con liquido ligeramente compresible y el otro de un liquido incompresible, es la diferencial entre las ecs. (III.8) y (III.7).

Los anteriores conceptos adquieren importancia en simulación de yacimientos al tener que relacionar las presiones de bloque con presiones de fondo fluyendo e índices de productividad.

III.2 METODOS PARA LA DETERMINACION DE LA PRESION DE FONDO FLUYENDO

En la simulación de yacimientos, es necesario el uso de una malla de bloques o celdas, cuyas dimensiones horizontales son muy grandes comparadas con las del pozo. Como resultado de lo anterior, la presión calculada en la celda o bloque conteniendo un pozo es muy diferente de la presión de fondo fluyendo real del pozo.

Este problema puede ser resuelto usando un modelo matemático el cual combine la simulación de pozo individual (Modelo de Pozo), con la simulación de yacimientos. Los modelos de pozo están basados en un radio equivalente del bloque-pozo (r_e).

III.2.1 METODO DE VAN POOLLEN

Originalmente Van Poolen y Col.⁸ relacionaron el valor numérico de la presión nodal con la presión promedio en la región del yacimiento representada por el bloque-pozo.

Ellos consideraron que las presiones en un sistema radial finito se comportarían en forma similar a aquellas en un sistema cuadrado finito. Por lo que, calcularon la presión fluyendo promedio en un círculo con un área equivalente a la del bloque, es decir, $\pi r_o^2 = \Delta x \Delta y$.

Para un bloque cuadrado, $\Delta x = \Delta y$, se tiene

$$r_o^2 = \Delta x^2 / \pi$$

despejando r_o

$$r_o = \Delta x / \sqrt{\pi} \quad (III.9)$$

En forma general

$$r_o = (\Delta x \Delta y / \pi)^{0.5} \quad (III.10)$$

Se supuso que el pozo estuvo fluyendo a un gasto constante, suficientemente grande para alcanzar condiciones de estado estacionario o pseudo-estacionario.

En un yacimiento con presión constante en la frontera externa, la distribución de presión alrededor del pozo está dada por la ec.(III.4). Considerando a $r_o=r_e$ y $P_o = P_e$, se tiene

$$P_{wf} = P_o + \frac{q\mu}{7.08 kh} \ln \frac{r_w}{r_o} \quad (III.11)$$

Despejando q :

$$q = \frac{7.08 kh}{\mu} \frac{P_o - P_{wf}}{\ln \frac{r_o}{r_w}} \quad (III.12)$$

como se vio anteriormente, la ecuación para flujo radial de un fluido incompresible utilizando la presión promedio, está dada por:

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{\mu q_{sc} B_o}{7.08 kh} \left[\ln \left(\frac{r_o}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (III.13)$$

y suponiendo que la presión de bloque (P_o) es igual a la presión promedio ponderada en esa área, de acuerdo con la suposición básica de Van Poolen y Col., se tiene:

$$q = \frac{7.08kh}{\mu} \frac{P_o - P_{wf}}{\ln \frac{r_o}{r_w} - \frac{1}{2}}$$

sustituyendo la ec. (III.9)

$$q = \frac{7.08kh}{\mu} \frac{P_o - P_{wf}}{\ln \frac{\Delta x}{r_w \sqrt{\pi}} - \frac{1}{2}} \quad (\text{III.14})$$

Igualando las ecs. (III.12) y (III.14), se tiene:

$$\ln \frac{\Delta x}{r_w \sqrt{\pi}} - \frac{1}{2} = \ln \frac{r_o}{r_w}$$

despejando r_o ,

$$r_o = \frac{\Delta x}{\sqrt{\pi}} \text{Exp} (-1/2)$$

simplificando

$$r_o = 0.342 \Delta x \quad (\text{III.15})$$

Considerando un bloque rectangular, la ec. (III.15) se transforma a

$$r_o = 0.342 (\Delta x \Delta y)^{0.5}$$

sustituyendo la ec. (III.15) en la ec. (III.11) se llega a la ecuación propuesta por Van Poolen y Col. para la determinación de la presión de fondo fluyendo a partir de la presión de bloque,

considerando una malla con bloques o celdas cuadradas y pozos centrados.

$$P_{wf} = P_o + \frac{q\mu}{7.08 kh} \ln \frac{r_w}{0.342 \Delta x} \quad (III.16)$$

Coats y colaboradores⁹ usaron un índice de productividad para relacionar la presión de bloque a la presión de fondo fluyendo del pozo en su simulador de gas. Para flujo en una sola fase, una relación equivalente sería:

$$q = IP (P_o - P_{wf}) / \mu \quad (III.17)$$

Su especificación para IP (despreciando las constantes dimensionales que el uso) fue

$$IP = \frac{2 \pi k h}{\ln \frac{\sqrt{\Delta x \Delta y} / \pi}{r_w} - \frac{1}{2}} \quad (III.18)$$

Igualando las ecs. (III.17) y (III.18) se obtiene la ec. (III.14), por lo tanto, la aproximación de Coats y Col. es equivalente a la de Van Poolen y Col.

Trabajos posteriores realizados por Peaceman y Col.¹² mostraron que la presión calculada para un bloque pozo, no correspondía a la presión promedio de la porción del yacimiento representada por el bloque y por lo tanto las ec. (III.16) no es correcta.

III.2.2 METODO DE DONALD W. PEACEMAN

Peaceman define a el radio equivalente como el radio a el cual la presión de fondo fluyendo para flujo estacionario es igual a la presión numéricamente calculada para el bloque-pozo. De esta definición, se tiene:

$$P = P_o + \frac{q\mu}{7.08 kh} \ln \frac{r}{r_o} \quad (\text{III.19})$$

III.2.2.1 MALLA CON BLOQUES CUADRADOS

Evaluación del radio equivalente del bloque-pozo.

Realizando la solución numérica para la ecuación de Laplace en las vecindades de un solo pozo, es posible llegar a el valor correcto de r_o . Peaceman y Col. lo hacen determinando la distribución de la presión en estado estacionario para un modelo de cinco pozos, usando una malla cuadrada de 10 x 10 mostrada en la Fig. (III.4). La solución numérica para diferentes bloques está gráficada en función del radio, como se muestra en la Fig. (III.5). En esta gráfica semilogarítmica, una línea recta con pendiente de $1/2\pi$ se ajusta muy bien a través de todos los puntos hasta un radio de 6 Δx . Se realizaron corridas similares para mallas grandes, de 20 x 20 y 30 x 30, y los resultados son prácticamente idénticos.

Un resultado importante se obtiene al extrapolar la línea recta a la línea horizontal, $P-P_o = 0$. De acuerdo con la ec. (III.19) esta

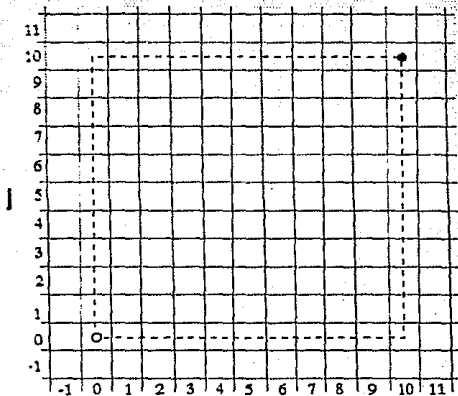
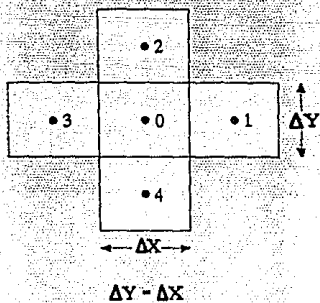


Fig.III.4 - Malla de 10x10 para un arreglo normal de cinco pozos, con un pozo inyector y uno productor.

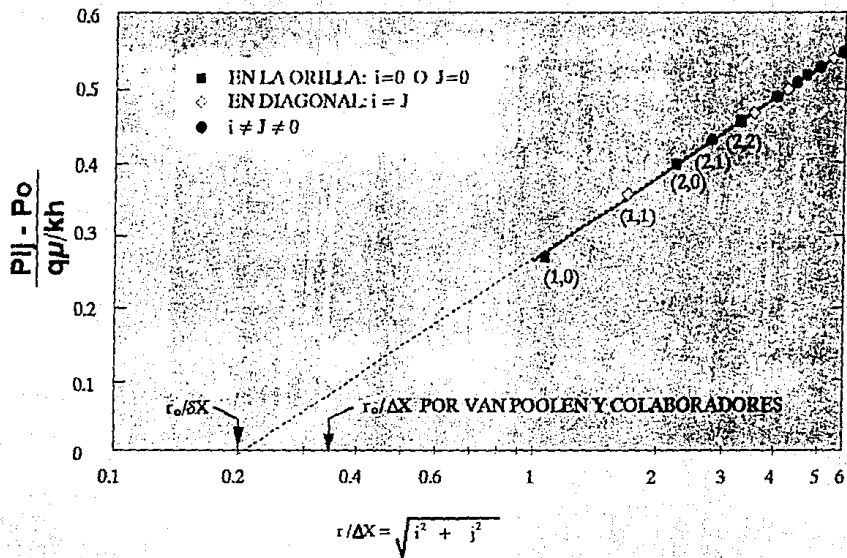


Fig. III.5 - Solución numérica de presión VS radio.

intersección se verifica donde $r=r_o$, por lo que de la Fig. (III.5) se obtiene el siguiente resultado

$$\frac{r_o}{\Delta x} = 0.2$$

Despejando r_o

$$r_o = 0.2 \Delta x \quad (\text{III.20})$$

Por lo tanto, la presión de bloque es igual a la presión de fondo fluyendo en estado estacionario a un radio de $0.2 \Delta x$.

Solución aproximada

Otra observación cuyo significado parece tener relevancia es el hecho de que la presión calculada para el bloque adyacente al bloque-pozo (P_1 de la Fig. (III.4)), está prácticamente en la línea recta. Por lo que, se puede sustituir a r por Δx en la ec. (III.19) para obtener,

$$P_1 = P_o + \frac{q\mu}{7.08 kh} \ln \frac{\Delta x}{r_o} \quad (\text{III.21})$$

Se tiene disponible la ecuación diferencial para el bloque pozo.
(Ver Apéndice A)

$$\left(\frac{kh}{\mu} \right) (P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + 4P_o) = q \quad (\text{III.22})$$

Por simetría,

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 \quad (III.23)$$

Combinando las ecs. (III.21) a la (III.23), se tiene,

$$\ln \left(\frac{\Delta x}{r_o} \right) = \pi / 2$$

Despejando r_o

$$r_o = \Delta x \text{ Exp } (-\pi/2)$$

$$r_o = 0.208 \Delta x \quad (III.24)$$

Este resultado depende solamente de la suposición de que la presión del bloque adyacente está exactamente en la línea recta. Puede verse en la Fig. (III.5) que ésta suposición no es del todo correcta; por consiguiente, la ec. (III.24) es solo una aproximación.

Solución exacta

Para cualquier malla cuadrada de tamaño arbitrario, se puede calcular, rápidamente, el valor exacto de r_o sin necesidad de recurrir a la construcción gráfica de la Fig. (III.5). Esto se puede hacer usando la ecuación para el cálculo de la caída de presión entre pozos inyectoros y productores en un modelo sencillo de cinco pozos dado por Muskat¹.

$$\Delta P = \frac{q \mu}{\pi kh} \left[\ln (d/r_w) - 0.6190 \right] \quad (\text{III.25})$$

Donde d es la distancia diagonal entre pozos. Si se toma ΔP como la diferencia entre las presiones de los bloques de los pozos de inyección y producción, entonces la r_w de la ec. (III.25) sería reemplazada por r_o . Además, se tiene

$$d = \sqrt{2} M \Delta x$$

Entonces la ec. (III.25) puede ser reescrita como:

$$\frac{\pi kh}{q\mu} (P_{M,N} - P_{0,0}) = \ln (\sqrt{2} M \Delta x / r_o) - 0.6190$$

o también

$$(r_o / \Delta x) = \sqrt{2} M \text{Exp} \left[- 0.6190 - \frac{\pi kh}{q\mu} (P_{M,N} - P_{0,0}) \right] \quad (\text{III.26})$$

Se realizaron cálculos para mallas de tamaños desde 1×1 hasta 32×32 , los cuales se muestran en la Tabla (III.1). En la segunda columna están listados las caídas de presión adimensional, $\frac{kh}{q\mu} (P_{M,N} - P_{0,0})$, calculada para cada una de las mallas; en la tercer columna están listados los valores de $r_o / \Delta x$, calculados mediante la ec. (III.26). Como se esperaba, las mallas de 1×1 y 2×2 son anómalas. La malla de 1×1 no tiene punto diagonal entre los

M	$\frac{Kh}{q\mu} (P_{um} - P_o)$	$\frac{r_o}{\Delta x}$
1	0.50000	0.1583
2	0.86867	0.1878
3	0.78571	0.1936
4	0.87395	0.1956
5	0.94346	0.1985
6	1.00067	0.1970
7	1.04925	0.1973
8	1.09143	0.1975
9	1.12870	0.1977
10	1.16208	0.1978
12	1.21991	0.1979
14	1.26885	0.1980
16	1.31128	0.1980
18	1.34871	0.1981
20	1.38220	0.1981
22	1.41251	0.1981
24	1.44018	0.1981
26	1.46564	0.1981
28	1.48921	0.1982
30	1.51115	0.1982
32	1.53168	0.1982

Tabla III.1 - Cálculo de caída de presión para un modelo repetido de cinco pozos y del radio equivalente del bloque-pozo

pozos, mientras que la malla de 2x2 tiene solamente un punto diagonal interior. Para $m \geq 3$, se observa que los valores de $r_w/\Delta x$ están entre 0.194 y 0.198, con 0.1982 siendo el límite aparente cuando $M \rightarrow \infty$. Por lo tanto, se podría generalizar y considerar a $r_w = 0.2 \Delta x$.

Por lo tanto, la presión de fondo fluyendo se determinaría a partir de la siguiente ecuación, la cual es aplicable, al igual que la de Van Poolen, cuando se tiene una malla con bloques o celdas cuadradas y pozos localizados en el centro de los bloques.

$$P_{wf} = P_o + \frac{q\mu}{7.08 kh} \ln \frac{r_w}{0.2 \Delta x} \quad (III.27)$$

Para mallas con bloques rectangulares en las que Δx no sea muy diferente de Δy ($0.5 < \frac{\Delta x}{\Delta y} < 2.0$) el radio equivalente se puede determinar mediante la expresión:

$$r_w = 0.2 (\Delta x \Delta y)^{0.5}$$

Trabajos posteriores de Peaceman¹⁵ trataron los efectos producidos por mallas rectangulares ($\Delta x \neq \Delta y$), así como cuando se tiene un medio anisótropo ($k_x \neq k_y$), en el radio equivalente.

III.2.2.2 MALLA CON BLOQUES RECTANGULARES

8,12,15,16

En la literatura se han dado varias ecuaciones para relacionar la presión de bloque a la presión de fondo fluyendo real del pozo.

Todas éstas son de la forma:

$$P_{wf} - P_o = \frac{q\mu}{7.08 kh} \left(\ln \frac{r_w}{A (\Delta x \Delta y)^{0.5}} B \right) \quad (III.28)$$

Esta ecuación ha sido derivada de la suposición que la presión de bloque es una presión promedio areal en un círculo cuya área es igual a la del bloque-pozo.^B Comparando las ecs. (III.28) y (III.11) se llega a la conclusión que r_o satisface la relación:

$$r_o = C(\Delta x \Delta y)^{0.5} \quad (III.29)$$

Puesto que la ec. (III.29) se reduce a la ec. (III.20) al considerar malla con bloques cuadrados, esto puede escribirse como:

$$\frac{r_o}{\Delta x} = 0.2 \alpha^{1/2} \quad (III.30)$$

Donde α la relación aparente, definida como:

$$\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (III.31)$$

Mientras que la suposición de que la presión de bloque es igual a una presión promedio areal se demostró que es falsa¹², la ec. (III.29) se ha seguido usando, en ausencia de evidencias que la invaliden.

Derivación analítica

Otra aproximación para determinar el efecto de la relación $\Delta y/\Delta x$, sobre el radio equivalente es mediante la misma suposición que se hizo para la ec. (III.24). Esta suposición consiste en que la presión calculada para los bloques adyacentes al bloque-pozo satisface la ecuación para flujo radial en estado estacionario, de modo que (Ver Fig.(III.6)).

$$P_1 - P_0 = P_3 - P_0 = \frac{q \mu}{7.08 kh} \ln (\Delta x/r_0) \quad (III.32)$$

y

$$P_2 - P_0 = P_4 - P_0 = \frac{q \mu}{7.08 kh} \ln (\Delta y/r_0) \quad (III.33)$$

La ecuación diferencial para la distribución de presión en estado estacionario, escrita para el bloque 0, es:

$$\frac{kh \Delta y}{\mu \Delta x} (P_3 - 2P_0 + P_1) + \frac{kh \Delta x}{\mu \Delta y} (P_2 - 2P_0 + P_4) = q \quad (III.34)$$

La combinación de las ecs. (III.32) a la (III.34), se obtiene

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \ln \frac{\Delta x}{r_o} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \ln \frac{\Delta y}{r_o} = \pi \quad (\text{III.35})$$

o también

$$\frac{r_o}{\Delta x} = \exp \frac{\ln \alpha - \pi \alpha}{1 + \alpha^2} \quad (\text{III.36})$$

Las ec. (III.36), ec. (III.30), o cualquier otra ecuación que exprese correctamente el efecto de la relación $\Delta y/\Delta x$ puede ser comprobada solamente por experimentos numéricos.

Cálculo numérico del radio equivalente para varias relaciones $\Delta x/\Delta y$.

Los cálculos son muy similares a los realizados previamente en mallas cuadradas. El modelo de cinco pozos fue resuelto para varias relaciones de $\Delta y/\Delta x$, usando diferentes refinamientos de la malla. La Fig.(III.7), muestra una malla típica, para el caso de $\alpha=2$, $M=10$, $N=5$.

Para el cálculo del radio equivalente, se utilizaron las mismas expresiones que para mallas cuadradas, obteniéndose las siguientes ecuaciones:

$$(r_o/\Delta y) = \sqrt{2N} \text{Exp} \left[-0.6190 - \frac{\pi kh}{q \mu} (P_{N,N} - P_{0,0}) \right] \quad (\text{III.37})$$

En forma similar

$$(r_o/\Delta x) = \sqrt{2} M \text{Exp} \left[-0.6190 - \frac{\pi kh}{q \mu} (P_{M,N} - P_{o,o}) \right] \quad (\text{III.38})$$

En la Tabla (III.2) se muestran los resultados obtenidos para mallas con diferentes relaciones $\Delta y/\Delta x$, dentro de un rango de 1 a 256. Para cada relación, la malla más pequeña fue $N=2$, $M=2\alpha$; las mallas fueron duplicadas sucesivamente en cada dirección hasta que la solución obtenida no excediera la memoria disponible. En la columna 4 están listadas las caídas de presión adimensional; la columna 5 y 6 presentan los valores de $r_o/\Delta y$ y $r_o/\Delta x$, calculados mediante las ecs. (III.37) y (III.38), respectivamente.

Examinando los valores de $r_o/\Delta x$ y $r_o/\Delta y$, para cada una de las relaciones α , podemos observar que parece que estos valores convergen a un límite del orden $1/M^2$. De esta suposición, se pueden extrapolar los valores anteriores, para cada relación α , a M y N infinitos mediante las ecuaciones:

$$(r_o/\Delta x)_{\infty} \approx [4(r_o/\Delta x)_{2M} - (r_o/\Delta x)_M] / 3$$

y

$$(r_o/\Delta y)_{\infty} \approx [4(r_o/\Delta y)_{2M} - (r_o/\Delta y)_M] / 3$$

Estos valores extrapolados están listados en las columnas 2 y 3 de

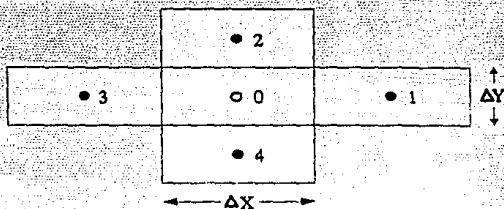


Fig.III.6 - Bloque 0, conteniendo un pozo, y sus cuatro bloques adyacentes

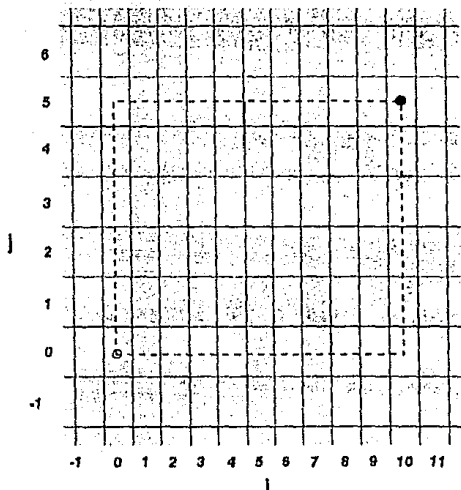


Fig.III.7 - Malla de $M=10$, $N=5$ para un modelo de cinco pozos.

α	M	N	$(kh/q\mu)(P_{MN} - P_{o,o})$	$r_o/\Delta x$	$r_o/\Delta y$
1	2	2	0.666667	0.187860	0.187860
1	4	4	0.873950	0.195908	0.195908
1	8	8	1.091433	0.197858	0.197858
1	16	16	1.311287	0.198344	0.198344
1	32	32	1.531727	0.198466	0.198466
2	4	2	0.734921	0.303207	0.151604
2	8	4	0.947192	0.311280	0.155640
2	16	8	1.165846	0.313224	0.156612
2	32	16	1.385992	0.313706	0.156853
2	64	32	1.606506	0.313826	0.156913
4	8	2	0.759306	0.561693	0.140423
4	16	4	0.972676	0.574661	0.143665
4	32	8	1.191615	0.577732	0.144433
4	64	16	1.411834	0.578489	0.144622
4	128	32	1.632366	0.578676	0.144669
8	16	2	0.766128	1.099566	0.137446
8	32	4	0.979763	1.124016	0.140502
8	64	8	1.198772	1.129773	0.141222
8	128	16	1.419009	1.131189	0.141399
8	256	32	1.639545	1.131542	0.141443
16	32	2	0.767886	2.187021	0.136689
16	64	4	0.981586	2.235192	0.139700
16	128	8	1.200613	2.246517	0.140407
16	256	16	1.420855	2.249301	0.140581
16	512	32	1.641392	2.249994	0.140625
32	64	2	0.768328	4.367962	0.136199
32	128	4	0.982046	4.463939	0.139498
32	256	8	1.201077	4.486497	0.140203
32	512	16	1.421319	4.492043	0.140376
32	1024	32	1.641857	4.493416	0.140419
64	128	2	0.768439	8.732872	0.136451
64	256	4	0.982161	8.924652	0.139448
64	512	8	1.201193	8.969717	0.140152
64	1024	16	1.421435	8.980804	0.140325
128	256	2	0.768467	17.464233	0.136439
128	512	4	0.982189	17.847687	0.139435
128	1024	8	1.201221	17.937820	0.140139
128	2048	16	1.421465	17.959930	0.140312
256	512	2	0.768474	34.927704	0.136436
256	1024	4	0.982197	35.694595	0.139432
256	2048	8	1.201229	35.874802	0.140136

Tabla III.2.- Cálculo de cascadas de presión para un modelo de cinco pozos y cálculos del radio equivalente para el bloque-pozo.

la Tabla (III.3) para cada relación α .

Para $\alpha=1$ (malla cuadrada), se obtuvo el siguiente valor

$$r_0 = 0.198506 \Delta x \quad (\text{III.39})$$

El valor obtenido en la ec. (III.39) es prácticamente el mismo al obtenido anteriormente cuando se trabajó con mallas cuadradas.

Efecto de la Relación α

Primero se tratarán de interpretar estos resultados numéricos para $r_0/\Delta x$ y $r_0/\Delta y$ en términos de las suposiciones que se hicieron anteriormente. Como se discutió previamente, de la suposición de que la P_0 es una presión promedio sobre un círculo con la misma área a la del bloque se llega a la conclusión de que el radio equivalente es proporcional a la media geométrica de Δx y Δy (ec. (III.29)). Para probar esta conclusión, la relación $r_0/(\Delta x \Delta y)^{1/2}$ está listada en la columna 4 de la Tabla (III.3) y los resultados están graficados en la Fig. (III.8). De ahí se observa que la ec. (III.29) no es válida.

Posteriormente se probó la suposición de que la presión calculada para los bloques adyacentes al bloque-pozo, satisface la ecuación para flujo radial en estado estacionario. Esta suposición es probada dividiendo los valores de $r_0/\Delta x$, listados en la columna 2 de la

Tabla (III.3), entre el valor de $r_0/\Delta x$ calculado mediante la ec. (III.36). Posteriormente se graficó este cociente en función de α en la Fig.(III.8), en donde se observa que la ec. (III.36) tampoco es válida.

De la Tabla (III.3), se puede observar que los valores de $r_0/\Delta y$ se aproximan a una constante a medida que α se hace mayor. Puede verse fácilmente que $r_0/\Delta x$ y $r_0/\Delta y$ se intercambian en valor cuando α es reemplazada por $1/\alpha$. Entonces, $r_0/\Delta x$ se aproxima a la misma constante cuando $\alpha \rightarrow 0$. Así, se busca una longitud que se aproxime a Δx para valores pequeños de $\Delta y/\Delta x$ y que se aproxime a Δy para valores de $\Delta x/\Delta y$ pequeños. Tal longitud es la diagonal de los bloques de la malla $(\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}$.

La columna 5 de la tabla (III.3) muestra la relación de r_0 para la diagonal para cada valor de α . Esta relación también está graficada en la Fig. (III.8), donde aparece, efectivamente, como una línea horizontal. Por lo tanto, se concluye, que el radio del bloque-pozo satisface la ecuación

$$r_0 = 0.140365 (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2} \quad (\text{III.40})$$

Ahora, la ec. (III.20) debe ser reemplazada por la ec. (III.40), la cual es la forma más general, y es aplicable para cualquier relación $\Delta y/\Delta x$, con pozos localizados en el centro del bloque y en un medio isótropo.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

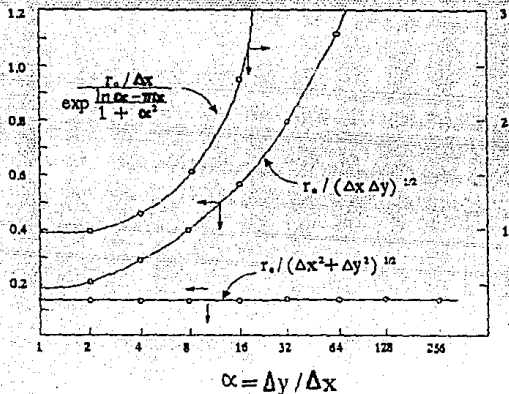


Fig. III.8 - Efecto de la relación $\Delta y/\Delta x$ en el radio del bloque-pozo.

α	$r_0 / \Delta x$	$r_0 / \Delta y$	$r_0 / (\Delta x \Delta y)^{1/2}$	$r_0 / (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}$
1	0.198506	0.198506	0.198506	0.140365
2	0.313866	0.156933	0.221936	0.140365
4	0.578739	0.144685	0.289369	0.140365
8	1.131660	0.141457	0.400102	0.140365
16	2.250225	0.140639	0.562556	0.140365
32	4.493874	0.140434	0.794412	0.140365
64	8.984497	0.140383	1.123062	0.140366
128	17.967300	0.140369	1.588099	0.140365
256	35.934860	0.140371	2.245929	0.140369

Tabla III.3 - Valores extrapolados de $r_0/\Delta x$ y $r_0/\Delta y$

III.2.2.3 MEDIO ANISOTROPO

Cuando se tiene flujo a través de un medio anisótropo, se asume que los ejes principales del tensor de permeabilidad son paralelos a los ejes x y y. Entonces la ecuación diferencial para la presión en estado estacionario es:

$$k_x \frac{\delta^2 P}{\delta x^2} + k_y \frac{\delta^2 P}{\delta y^2} = 0, \quad (\text{III.41})$$

Con la condición de frontera

$$P = P_{wf} \text{ a } r = (x^2 + y^2)^{1/2} = r_w \quad (\text{III.42})$$

Haciendo un cambio de variables

$$u = (k_y/k_x)^{1/4} x \quad (\text{III.43a})$$

y

$$v = (k_x/k_y)^{1/4} y \quad (\text{III.43b})$$

Transformando la ec. (III.41) a la ecuación de Laplace

$$\frac{\delta^2 P}{\delta u^2} + \frac{\delta^2 P}{\delta v^2} = 0, \quad (\text{III.44})$$

con la condición de frontera

$$P = P_{wf} \text{ a } (k_x/k_y)^{1/2} u^2 + (k_y/k_x)^{1/2} v^2 = r_w^2$$

(III.45)

Debido a que la condición de frontera está especificada más bien en una elipse que en un círculo, la solución para la ec. (III.44) en el plano $u-v$ no es radial; más bien, las isobaras son una familia de elipses concéntricas. La presión, esencialmente, satisface la ecuación

$$P - P_{wf} = \frac{q\mu}{7.08 (k_x k_y)^{1/2} h} \ln \frac{r^{uv}}{r_w} \quad (\text{III.46})$$

donde

$$r^{uv} = (u^2 + v^2)^{1/2} \quad (\text{III.47})$$

y

$$\bar{r}_w = 1/2 r_w [(k_y/k_x)^{1/4} + (k_x/k_y)^{1/4}] \quad (\text{III.48})$$

Considerando la ecuación diferencial de presión en estado estacionario, en un medio anisótropo. La ec. (III.34), se puede escribir como:

$$\frac{k_x h \Delta y}{\mu \Delta x} (P_3 - 2P_0 + P_1) + \frac{k_x h \Delta y}{\mu \Delta x} (P_2 - 2P_0 + P_4) = q \quad (\text{III.49})$$

Con el cambio de variables de la ec. (III.43), ésta se transforma a la ecuación diferencial para una malla en el plano u-v:

$$\frac{(k \times k_y)^{1/2} h \Delta v}{\mu \Delta u} (P_3 - 2P_0 + P_1) + \frac{(k \times k_y)^{1/2} h \Delta u}{\mu \Delta v} (P_2 - 2P_0 + P_4) = q \quad \text{(III.50)}$$

Así, se tiene un problema de ecuación diferencial y en diferencias en el plano u-v que es prácticamente idéntico a el problema en un medio isótropo, el cual ya se ha resuelto en el plano x-y. De la ec. (III.40), se tiene:

$$r_0^{u-v} = 0.140365 (\Delta u^2 + \Delta v^2)^{1/2} \quad \text{(III.51)}$$

donde r_0^{u-v} es el radio de una isobara casi circular en el plano u-v que tiene la misma presión que la del bloque-pozo.

Para completar el desarrollo, se extenderá la definición del radio equivalente del bloque-pozo en la ec. (III.11) a

$$P_0 - P_{wf} = \frac{q \mu}{7.08 (k \times k_y)^{1/2} h} \ln \frac{r_0}{r_w}$$

ademas se tiene, de la ec. (III.46),

$$P_0 - P_{wf} = \frac{q \mu}{7.08 (k \times k_y)^{1/2} h} \ln \frac{r_0^{u-v}}{r_w}$$

así que:

$$r_o = (r_w/r_w) r_o^{u-v}$$

de la substitución de las ecs. (III.43), (III.48), y (III.51) se obtiene la ecuación del radio equivalente para un medio anisótropo, malla con celdas cuadradas o rectangulares y pozo localizados en el centro de estos.

$$r_o = 0.28 \frac{[(k_y/k_x)^{1/2} \Delta x^2 + (k_x/k_y)^{1/2} \Delta y^2]^{1/2}}{(k_y/k_x)^{1/4} + (k_x/k_y)^{1/4}} \quad (\text{III.52})$$

Por lo tanto la ecuación que nos permite determinar la presión de fondo fluyendo a partir de la presión dada por el simulador, en un medio anisótropo es:

$$P_o - P_{wf} = \frac{q \mu}{7.08 (k_x k_y)^{1/2} h} \ln \frac{r_o}{r_w}$$

Finalmente, Peaceman¹⁶ considero localizaciones arbitrarias del pozo dentro del bloque y determinó su efecto en el radio equivalente.

III.2.2.4 LOCALIZACION ARBITRARIA DE UN POZO EN EL BLOQUE.

Ahora, se considerará un pozo localizado en la posición $(f\Delta x, g\Delta y)$, relativa al centro del bloque 0, como se observa en la Fig. (III.9). Resultados numéricos para diferentes valores de α , f , g son presentados en la Tabla (III.4). Según los resultados presentados en esta tabla, se observa claramente que los valores de $r_o/(\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}$ son prácticamente independientes de la posición del pozo dentro del bloque. Para valores grandes M y N , la variación en los resultados es aún menor de $r_o/(\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}$ con la posición.

Este resultado, de que $r_o/(\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}$ para un solo pozo aislado es independiente de la posición dentro del bloque, parece ser una sorpresa, pero reflexionando se llega a la conclusión de que es un resultado razonable. Cambiando la posición del pozo no se esta cambiando la ecuación diferencial para el bloque-pozo en todo; solamente se ven afectados los valores de presión asignados a los bloques de la frontera. Pero si la frontera está suficientemente lejos, como podría ser para un $N=11$, entonces la influencia de la posición del pozo en la frontera es mínima, reciprocamente la influencia de la presión del bloque-pozo es aún menor. Así, se llega a la conclusión que la localización del pozo dentro el bloque no tiene un efecto significativo en el valor del radio equivalente. Además, esta conclusión es independiente de la relación $\Delta y/\Delta x$.

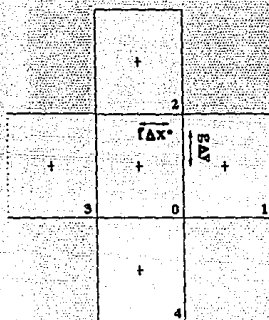


Fig.III.9 - Pozo localizado arbitrariamente en el bloque

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	N	M	f	g	$h_0 / (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{0.5}$
1	11	11	0.00	0.00	0.14050
1	11	11	0.00	0.00	0.14050
1	11	11	0.25	0.25	0.14050
1	11	11	0.00	0.00	0.14050
1	11	11	0.499	0.499	0.14051
2	11	21	0.00	0.00	0.14045
2	11	21	0.00	0.00	0.14045
2	11	21	0.25	0.25	0.14045
2	11	21	0.25	0.25	0.14045
2	11	21	0.00	0.00	0.14045
2	11	21	0.499	0.499	0.14045
2	11	21	0.499	0.499	0.14045
4	11	43	0.00	0.00	0.14041
4	11	43	0.00	0.00	0.14040
4	11	43	0.25	0.25	0.14040
4	11	43	0.25	0.25	0.14040
4	11	43	0.00	0.00	0.14035
4	11	43	0.499	0.499	0.14041
4	11	43	0.499	0.499	0.14037

Tabla III.4 - Resultados numéricos para un pozo localizado arbitrariamente en el bloque-pozo.

III.2.2.5 CASOS ESPECIALES

En los casos en los que el pozo esté en el centro de las aristas del bloque, considerando una malla regular, como se observa en la Fig. (III.10a), el valor más adecuado del radio equivalente es:

$$r_o = 0.4327 \Delta x \quad (\text{III.53})$$

Si el pozo se localiza en una de las esquinas del bloque (Fig. (III.10b)), el radio equivalente para este caso se puede evaluar mediante la expresión:

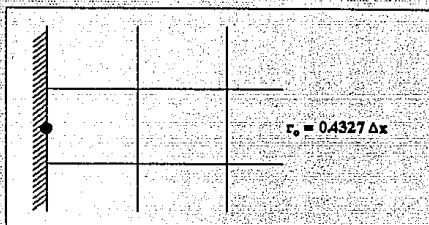
$$r_o = 0.72 \Delta x \quad (\text{III.54})$$

Si se tienen dos pozos en un mismo bloque, como se muestra en la Fig. (III.10c), el radio equivalente es inversamente proporcional a la separación de los pozos e independiente de la posición de estos en el bloque. Para dos pozos en un mismo bloque, el radio equivalente es:

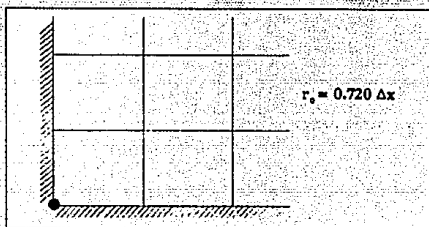
$$r_o = (0.14)^2 (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{0.5} / r_{AB} \quad (\text{III.55})$$

r_{AB} = Distancia entre dos pozos

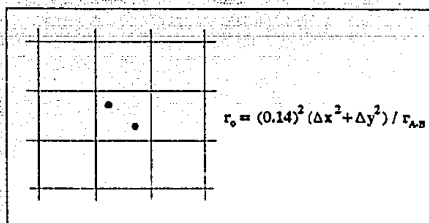
Hay que puntualizar que los valores mencionados son aplicables cuando la discretización en diferencias finitas a las ecuaciones



(a)



(b)



(c)

Fig. III.10.- Casos Especiales

diferenciales parciales se ha hecho mediante la formulación de cinco puntos; es decir cuando la presión del bloque en cuestión está relacionada solamente con los cuatro bloques adyacentes.

Kunianski y Hillestad también presentaron resultados para cuando se utiliza una formulación de nueve puntos. En este caso los valores reportados son:

$r_o = 0.1627$ (pozo en el centro de un bloque no de frontera)

$r_o = 0.1616$ (pozo en el centro de un bloque en la frontera)

$r_o = 0.1613$ (pozo en el centro de un bloque en la esquina)

$r_o = 0.3932$ (pozo en el centro de una arista de un bloque)

$r_o = 0.6890$ (pozo en la esquina de un bloque)

Para pozos horizontales, se puede emplear la siguiente relación:

$$r_o = 0.28 \frac{[(k_z/k_x)^{1/2} \Delta x^2 + (k_z/k_y)^{1/2} \Delta z^2]^{1/2}}{(k_z/k_x)^{1/4} + (k_x/k_z)^{1/4}}$$

III.2.3 TRATAMIENTO RADIAL BIDIMENSIONAL DE UN POZO EN UN MODELO DE YACIMIENTO TRIDIMENSIONAL.

Como se mencionó anteriormente, los cambios en las presiones y saturaciones de los fluidos que ocurren en un yacimiento, pueden ser descritos con certeza por medio ecuaciones diferenciales, las cuales involucran las propiedades de la roca y fluidos del yacimiento, y que pueden ser resueltas por el método de diferencias finitas.

Este método considera un modelo tridimensional (3D). Una malla rectangular es superpuesta en el yacimiento, la cual es dividida, además, verticalmente en varias capas. Este tipo de subdivisiones es adecuado para el tratamiento de un yacimiento, sin embargo, surgen dificultades en las vecindades del pozo.

Las saturaciones de fluidos y presiones normalmente presentan gradientes bruscos en las vecindades de los pozos productores. Los valores de presiones y saturaciones de fluidos cerca del pozo son muy diferentes de aquellas que prevalecen en el resto del área de drenaje del pozo. Por consiguiente, usando el método de diferencias finitas, es necesario el uso de una malla fina que cubra las vecindades inmediatas del pozo. Si se tuvieran muchos pozos la malla fina se extendería a todo lo largo del yacimiento, por lo que, se tendría un número grande de bloques que haría impráctico el modelo. Sin embargo, es común para simplificar y aproximar los cálculos del comportamiento del pozo, utilizar la fórmula de flujo radial, la

cual fue utilizada en los métodos anteriores.

$$q_a = \frac{7.08 k k_{ro} h (P_o - P_{wf})}{\mu_o B_o \ln (r_o/r_w)}$$

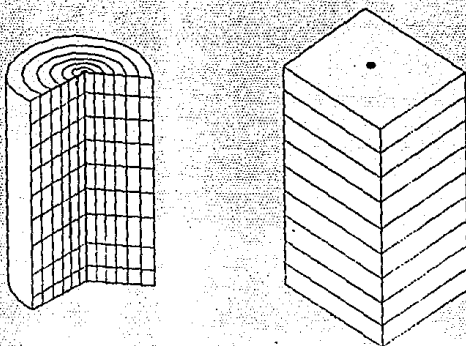
Esta formula no considera la variación radial de la saturación del fluido.

Debido a las dificultades que se tienen en la vecindad del pozo, la precisión en los calculos se concentrará ahí, para ello a cada pozo en el modelo tridimensional se le asignará también un modelo radial bidimensional que cubra su vecindad inmediata. Estos modelos radiales son resueltos simultáneamente con el modelo tridimensional. Ahora se discutirá más sobre el modelo radial y en lo particular en la interface del los modelos 2D y 3D.

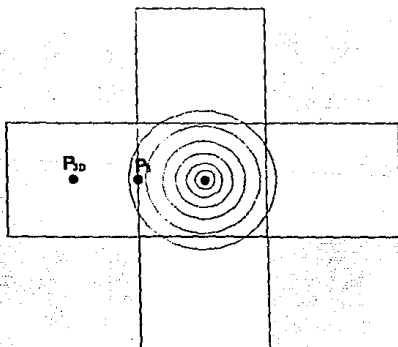
Modelo Radial de Pozo.

Para la mayor comprensión de este método, se tomará el siguiente ejemplo:

Considerando un modelo de yacimiento 3D con 9 capas y un pozo situado en una columna vertical de 9 bloques. El modelo radial para este pozo también tiene 9 capas. Cada capa en el modelo radial es, además, dividido radialmente en 6 bloques concéntricos. La relación entre los dos modelos se representa en la Fig. (III.11). El volumen



*Vista de lado de la columna de bloques
conteniendo un pozo*



Vista en planta

**Fig. III.11 - Relación entre el modelo radial y
el modelo tridimensional**

poroso total en cualquier capa del modelo 2D debe ser igual al volumen poroso del bloque correspondiente en la misma capa del modelo 3D.

Considerando ahora el cálculo para un determinado intervalo de tiempo de 30 días, para el modelo de yacimiento 3D. Para hacer este cálculo se requieren de los gastos de producción del pozo. Se requieren de tres gastos: aceite , agua y de gas. Estos gastos son obtenidos resolviendo el modelo 2D sobre el mismo periodo de 30 días. Los gastos promedio sobre los 30 días, obtenidos del modelo radial son aplicados explícitamente a el modelo 3D.

Ya que, el modelo radial y la columna de bloques conteniendo al pozo en el modelo 3D representan la misma parte del yacimiento, cada sistema contendrá la misma cantidad de aceite , agua y gas a todos los tiempos. Note que esos balances de materia entre las columnas circular y rectangular no necesitan obtenerse capa por capa, pero si para toda la columna. Los dos sistemas en general calcularán un poco diferente la distribución vertical de los fluidos. Los gastos de producción en los modelos 2D y 3D ya han sido forzados para que coincidan. Sin embargo, el modelo 3D también calculará el flujo de fluidos en el yacimiento , dentro y fuera de todos los bloques en la columna que está conteniendo el pozo. Estos flujos de fluidos deberán también ser aplicados a el modelo radial si éste está conteniendo las cantidades correctas de las tres fases. La frontera externa del modelo radial es por consiguiente abierta.

Por lo que, se tendrá que mantener un balance de materia de los tres fluidos entre el modelo radial 2D y el modelo 3D. Determinar la producción del pozo no es problema, pero encontrar el flujo de fluidos correcto para aplicarlo a través de la frontera exterior del modelo radial es más difícil, por lo que se tienen tres alternativas o métodos para realizar el balance de materia.¹⁰

Métodos de balance de materia

Flujo, en el yacimiento, de cualquier fluido dentro o fuera de un bloque en el modelo 3D verificandose en cuatro direcciones dentro de la misma capa. Para cada bloque de la columna que está conteniendo el pozo, estos 4 flujos pueden ser sumados y dar flujos netos, de aceite, agua, y gas, sobre un periodo. Estos flujos deberán ser aplicados a la frontera exterior de cada capa en el modelo radial bidimensional. Sin embargo, al tiempo al que el modelo 2D está siendo resuelto, estos flujos sobre la frontera no están todavía disponibles ya que el modelo 3D no ha sido todavía resuelto. En cambio se puede aplicar aquellos flujos obtenidos de la solución del modelo 3D durante un periodo previo. El gasto de flujo a través de la frontera radial exterior es, por consiguiente, siempre fuera de tiempo por un periodo. El balance de materia entre los dos modelos no se mantiene exactamente, pero la discrepancia será ligera.

Un método más complicado, pero más exacto para el trato del flujo a través de la frontera radial exterior, es como sigue: Para cualquier capa este flujo está relacionado con las presiones en los

4 bloques que lo rodean en el modelo 3D al inicio del periodo. Considerando P_6 la presión (o potencial) en el bloque radial exterior, y P_{3D} la presión en un bloque del modelo 3D, en la misma capa y adyacente al bloque que contiene el pozo. (Ver Fig (III.11)) Entonces, se tendrá un término para el gasto de aceite dado por:

$$\frac{P_{3D} - P_6}{\Delta X} \quad \frac{k k_{ro} A}{\mu_o B_o}$$

P_6 varía durante la solución de el modelo radial sobre 30 días, pero P_{3D} se mantiene constante. A es el área de la cara entre los dos bloques en el modelo 3D y ΔX es una cierta distancia para dar el gradiente de presión. Tomando un ΔX de la mitad del ancho del bloque adyacente (en la dirección de flujo) más la mitad del espesor radial del bloque radial exterior . El flujo neto de aceite a cualquier tiempo será la suma de los 4 términos mencionados. Calculos similares son realizados para el gas y el agua.

Teniendo resuelto el modelo radial en esta forma se regresa, con el gasto obtenido del pozo, al modelo 3D . La solución del modelo 3D sobre los mismos 30 días dará flujos diferentes sobre las cuatro caras. Los flujos netos entonces diferirán de aquellos usados en el modelo radial. Estas diferencias son guardadas en los cálculos y aplicadas como una corrección adicional a los flujos en la frontera cuando se resuelva nuevamente el modelo radial. En esta forma los flujos en los límites en cada capa del modelo radial son cada vez

más cercanos a flujos correspondientes a el modelo 3D. Otra vez, el balance no es perfecto.

El tercer método de anlace de los modelos 3D y 2D realiza un balance de materia perfecto. La columna en el modelo 3D conteniendo el pozo es simplemente anulada. En su lugar se inserta la columna radial. Los flujos en la frontera en el modelo radial son calculados como se mencionó en el segundo método.

III.3 TRATAMIENTO DE POZOS EN UN SIMULADOR DE YACIMIENTOS

En modelos tridimensionales o secciones transversales en los que se considera que el intervalo productor abarca "L" capas (o bloques) abiertas al flujo la ecuación de gasto se expresa como:

$$Q_o = \frac{7.08}{\ln \frac{r_o}{r_w} + S} \sum_{l=1}^L \left[kh \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) (P_o - P_{wf}) \right]_l \quad (III.56)$$

Para el caso de un modelo de simulación representando un pozo parcialmente terminado, el producto efectivo permeabilidad-espesor (kh) del intervalo perforado puede ser considerablemente mayor que el producto promedio permeabilidad-espesor de la frontera enfrente a los disparos.

Indice del pozo (WI):

Se define como el indice del pozo:

$$WI = \frac{7.08}{\ln \frac{r_o}{r_w} + S} \sum_{i=1}^L \left[kh \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) \right] \quad (III.57)$$

Indice de Productividad del Pozo (IP):

Es una medida de la capacidad de un pozo para producir fluidos y se define mediante la expresión:

$$q_o = IP (P_o - P_{wf}) \quad (III.58)$$

Con base a la extensión para flujo a través de varias capas de la ec. (III.8) y suponiendo que la caída de presión es aproximadamente la misma en todas las capas:

$$IP = \frac{7.08}{\ln \frac{r_o}{r_w} + S - \frac{3}{4}} \sum_{i=1}^L \left[kh \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) \right] \quad (III.59)$$

Nótese que la ec. (III.58) está escrita en términos de la presión en el radio de drene (P_o) en lugar de la presión de bloque (P_o), ésto se debe a que el indice de productividad es una propiedad

determinada mediante pruebas en el yacimiento.

En general el índice de productividad no es constante para un pozo, ya que tanto la permeabilidad relativa como el radio de drene, pueden ser función del tiempo. Por esta razón, el IP en esta forma no es una cantidad adecuada para la predicción de gastos por medio de un modelo. Normalmente un simulador acepta el IP como dato pero lo convierte inmediatamente a un índice del pozo (WI) con base a los valores de presión y saturación existentes en el bloque

$$WI = \sum_{i=1}^L \left[\left(\frac{IP}{kh(kr_o/\mu_o B_o)} \right) \right] \frac{\ln 0.472 \frac{r_o}{r_w} + S}{\ln \frac{r_o}{r_w} + S} \quad (III.60)$$

Las ecuaciones (III.59) y (III.60) pueden sufrir otra modificación para los casos en que se permita tapónar parcialmente una celda. Esta limitación al flujo puede ser por la parte superior (PBTOP) o por la parte inferior (PBBTM) del bloque.

Las ecuaciones (III.57) y (III.60) nos dan dos opciones para determinar el índice del pozo. Si no se han hecho pruebas a los pozos y se carece de índices de productividad medidos se tiene que utilizar la ec. (III.57). En este caso la productividad del pozo estará afectada directamente por la permeabilidad absoluta del bloque y el espesor del mismo. Si las productividades obtenidas resultan muy altas o muy bajas, se tiene la posibilidad de

ajustarlas mediante el factor de daño S para cada pozo.

Si por el contrario se tienen valores medidos del índice de productividad, es preferible suministrar al modelo el IP y dejar que internamente se calcule el WI mediante la ec. (III.60).

Otra suposición implícita en las ecs. (III.59) y (III.60) para el caso de flujo por más de una capa es que:

$$[(P_o)_1 - P_{wf_1}] = \Delta P_1 = \Delta P = \text{constante}$$

o sea que la caída de presión entre el bloque y el pozo es aproximadamente constante para todas las capas. Esta suposición es buena siempre y cuando exista comunicación adecuada en las cercanías del pozo, la cual puede existir aún cuando k_v/k_h sea muy bajo debido al pequeño espesor de una capa relativo a su extensión areal. Una comparación de las transmisividades horizontal y vertical nos dará idea de si existe o no comunicación adecuada.

III.3.1 OPCIONES DE PRODUCCION E INYECCION

En general, las variables a especificar en un pozo son o la presión de fondo fluyendo (P_{wf}) o el gasto de producción ya sea total o de alguna de las fases. Para cada opción se presentan dos variaciones dependiendo si la producción del pozo proviene de varios bloques o solamente de uno.

III.3.1.1 PRESION DE FONDO ESPECIFICADA PARA UN SOLO BLOQUE

En este caso, es necesario calcular los indices de productividad para cada una de las tres fases, de acuerdo al indice del pozo como.

$$IP_o = WI (kh) \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) \quad (III.61)$$

$$IP_w = WI (kh) \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) \quad (III.62)$$

$$IP_g = WI (kh) \left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \right) + R_{so}(IP_o) + R_{sw}(IP_w) \quad (III.63)$$

$$IP_g = IP_g' + R_{so}(IP_o) + R_{sw}(IP_w) \quad (III.63')$$

IP_g' = Indice de productividad del gas libre

y las relaciones gas-aceite y agua-aceite

$$GOR = \frac{IP_g}{IP_o} \quad (III.64)$$

$$WOR = \frac{IP_w}{IP_o} \quad (III.65)$$

En este momento es adecuado revisar si los valores de GOR y WOR estan dentro de los límites especificados. Si cualquiera de estos valores se sobrepasa, el pozo puede "repararse" taponando parte de las perforaciones (PBBTM o PBTOP según el caso) o cerrarse definitivamente de acuerdo a las instrucciones. Si el pozo se "repara" es necesario entonces recalcular los índices de productividad.

Finalmente, se debe incorporar el gasto en el programa no como un término fuente, sino en la forma de la ecuación del índice de productividad (ec. (III.58)), considerando la presión de la fase correspondiente al nivel de tiempo "n+1".

$$\text{Para el aceite: } q_o = IP_o (P_o^{n+1} - P_{wel}) \quad (III.66)$$

$$\text{Para el agua: } q_w = IP_w (P_w^{n+1} - P_{wel}) \quad (III.67)$$

$$\text{Para el gas: } q_{g, \text{libre}} = IP_g' (P_g^{n+1} - P_{wel}) \quad (III.68)$$

En esta forma se mejora la estabilidad de los cálculos al considerar la presión en una forma implícita.

P_o^{n+1} , P_w^{n+1} y P_g^{n+1} son las presiones de las fases. En un simulador de yacimientos no se debe descuidar el nivel de tiempo al cual se aproximan las cantidades en las ecuaciones en diferencias finitas.

En general, la regla es que un programa se hace más estable a medida que un mayor número de cantidades se expresen al nuevo nivel de tiempo "n+1" (implícitamente), en lugar de que estas cantidades se expresen al nivel de tiempo conocido "n" (explícitamente). Al nivel de tiempo "n" se conocen las distribuciones de presión y saturación por lo que cualquier cantidad expresada explícitamente se calcula sin ningún problema. Sin embargo cualquier término en estas ecuaciones que sea función de presiones y saturaciones evaluadas al nivel "n+1" complica la solución de las mismas.

III.3.1.2 GASTO ESPECIFICADO PARA UN SOLO BLOQUE

En este caso, los gastos de las fases no especificadas se determinan de acuerdo a las movibilidades de las fases al tiempo "n". Posteriormente estos gastos se utilizan explícitamente en las ecuaciones en diferencias finitas como términos fuente. Por ejemplo, si el gasto de aceite es dato se tiene que:

$$q_o = IP_o (P_o^n - P_{we1}) \quad (III.69)$$

De aquí se calcula presión de fondo fluyendo

$$P_{we1} = P_o^n - \frac{q_o}{IP_o} \quad (III.70)$$

Una vez determinada P_{we1} , los ritmos de producción del gas y del agua se calculan mediante una ecuación similar a la ec (III.69)

$$q_w = IP_w (P_w^n - P_{wei}) \quad (III.71)$$

$$q_g = IP_g' (P_g - P_{wei}) \quad (III.72)$$

NOTA: Si el gasto total de gas fuese el especificado P_{wei} se obtendría de la siguiente manera:

$$(q_g)_T = IP_g' (P_g^n - P_{wei}) + R_{so} IP_o(P_o^n - P_{wei}) + R_{aw} IP_w(P_w^n - P_{wei})$$

III.3.1.3 PRESION DE FONDO ESPECIFICADA PARA UN POZO TERMINADO EN VARIOS BLOQUES

Pozos terminados en varios nodos se utilizan en un simulador en dos situaciones. La primera se da cuando el pozo está terminado en varios horizontes productores. Puede o no existir comunicación a través de las capas, pero siempre se consideran que hay comunicación a través del pozo. En este caso el modelo debe determinar la producción de cada nodo.

La segunda situación se presenta al fijar presión como condición de frontera en el modelo. Esto se logra definiendo pozos con terminación múltiple en los nodos a lo largo de la frontera deseada.

En cualquier caso, es necesario obtener la presión de fondo fluyendo para los nodos en los que el pozo está terminado, con excepción del nodo superior para el cual, P_{wei} es dato. Este cálculo se basa en la

diferencia en elevación entre los puntos medios de las celdas productoras y un gradiente ponderado de los fluidos existentes entre los puntos medios.

$$(P_{wf})_1 = P_{we1} \quad (III.73)$$

$$(P_{wf})_1 = (P_{wf})_1 + \bar{\gamma}_f (D_1 - D_1) \quad (III.74)$$

o expresado en función de la profundidad del nodo de referencia, el cual no necesariamente tiene que ser el nodo superior (Ver Fig. (III.12)):

$$P_{wf}^0 = P_{we1} \quad (III.73')$$

$$(P_{wf})_1 = P_{wf}^0 + \bar{\gamma}_f (D_1 - D_1) \quad (III.74')$$

El gradiente de cada fase se obtiene como sigue:

$$\gamma_o = \frac{\rho_o + \frac{R_{so} \rho_o}{5.615}}{144 B_o} \quad (III.75)$$

$$\gamma_w = \frac{\rho_w + \frac{R_{sw} \rho_w}{5.615}}{144 B_w} \quad (III.76)$$

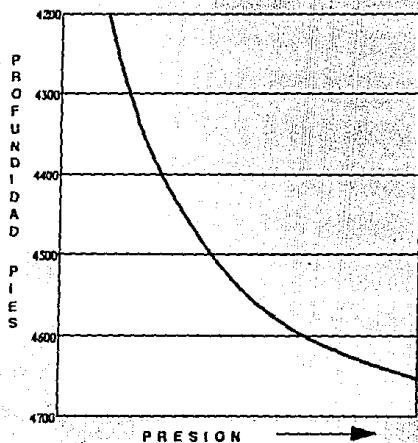
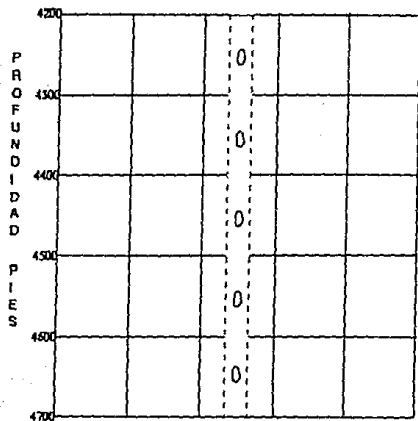


Fig.III.12 - Gradiente de presión en las celdas que contienen al pozo

$$\gamma_g = \frac{P_g}{144 \times 5.615 B_g} \quad (III.77)$$

y el gradiente promedio de los fluidos producidos por un bloque, se obtiene después de calcular los índices de productividad respectivos para cada fase en forma similar a lo especificado por las ecs. (III.61) y (III.62).

$$\gamma_r = \frac{IP_o(\gamma_o) + \frac{IP_g'}{5.615}(\gamma_g) + IP_w(\gamma_w)}{IP_o + \frac{IP_g'}{5.615} + IP_w} \quad (III.78)$$

Debido a que el gradiente promedio de los fluidos producidos por un bloque puede ser diferente al gradiente promedio de los fluidos producidos por los inferiores del mismo pozo, es necesario efectuar una ponderación para tener un valor más aproximado a la presión de fondo fluyendo. Es decir, es necesario tener en consideración no tan solo los fluidos producidos por el bloque en cuestión sino también los fluidos producidos por las celdas inferiores.

Este procedimiento de cálculo implica que se desprecian las pérdidas de carga por fricción. (fuerzas viscosas despreciables).

La ecuación anterior para calcular el gradiente promedio de los fluidos producidos implica que la caída de presión del bloque al

pozo es la misma para las tres fases, es decir, supone una presión capilar despreciable en el bloque (en el pozo siempre se considera que la presión capilar es cero, $P_o = P_w = P_g = P_{wf}$):

Una forma general de calcular el gradiente promedio del fluido enfrente de la capa "K" la cual considera los fluidos por esa capa y todas las subyacentes se pueden expresar como:

$$(\gamma_f)_k = \frac{\sum_{i=L}^k [q_o B_o \gamma_o + (q_g - R_{so} q_o - R_{sw} q_w) B_g \gamma_g + q_w B_w \gamma_w]_i}{\sum_{i=L}^k [q_o B_o + (q_g - R_{so} q_o - R_{sw} q_w) B_g + q_w B_w]_i} \quad (III.79)$$

L: representa el número de capas abiertas a producción y también el orden de la capa inferior abierta a producción.

La evaluación del gradiente promedio de la capa "k" se efectúa de la capa más profunda del intervalo productor (capa L), a la más somera (capa 1). Sin embargo el cálculo de la carga hidrostática ($\bar{\gamma} \Delta D$) debe efectuarse a partir del nodo de referencia a cuya profundidad se especifica la presión de fondo fluyendo (P_{wf}) para el pozo en cuestión.

Así, si el nodo de referencia corresponde a la capa superior (1=1), entonces:

$$P_{wf1} = P_{wf}^0 \quad (III.80)$$

y la carga hidrostática en la k-ésima capa subyacente se puede obtener mediante:

$$\bar{\gamma}_f (D_k - D^0) = \frac{1}{2} \sum_{l=2}^L (\gamma_{l-1} \Delta z_{l-1} + \gamma_l \Delta z_l) \quad (III.81)$$

En este caso $D^0 = D_1$

Una vez revisados los límites de WOR y GOR así como la posible condición de contraflujo se incorpora el gasto en las ecuaciones en diferencias finitas para cada nodo, en la forma de la ec. (III.58) del índice de Productividad. Nuevamente es conveniente considerar la presión de la fase correspondiente al nivel de tiempo "n"

$$P_{nodo-fase} [P_{nodo-fase} - P_{wf}^0 - \bar{\gamma}_f (D_{nodo} - D^0)] \quad (III.82)$$

Para cada nodo y cada fase.

En este planteamiento los gastos de cada fase son función del IP de la fase y de la presión de fondo fluyendo calculados a las condiciones iniciales (nivel de tiempo "n"), y de la presión de la fase correspondiente a las condiciones finales (nivel de tiempo "n+1"):

$$q_o = \sum_{l=1}^L (IP_o)_l (P_o^{n+1} - P_{wel})_l \quad (III.83)$$

$$q_w = \sum_{l=1}^L (IP_w)_l (P_w^{n+1} - P_{wel})_l \quad (III.84)$$

$$q_g = \sum_{l=1}^L (IP_g)_l (P_g^{n+1} - P_{wel})_l \quad (III.85)$$

o en función del índice del pozo y de la presión de fondo fluyendo del nodo de referencia (P_{wf}^o):

$$q_o = WI \sum_{l=1}^L \left[(kh)_l \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) (P_o^{n+1} - P_{wf}^o - \bar{\gamma} r_l (D_l - D^o)) \right] \quad (III.83')$$

$$q_g = WI \sum_{l=1}^L \left[(kh)_l \left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \right) (P_g^{n+1} - P_{wf}^o - \bar{\gamma} r_l (D_l - D^o)) \right] \quad (III.84')$$

$$q_w = WI \sum_{l=1}^L \left[(kh)_l \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) (P_w^{n+1} - P_{wf}^o - \bar{\gamma} r_l (D_l - D^o)) \right] \quad (III.85')$$

III.3.1.4 GASTO ESPECIFICADO PARA UN POZO TERMINADO EN VARIOS BLOQUES

En este caso se pueden presentar varias situaciones entre las cuales pueden estar:

- a) gasto total de producción especificado
- b) gasto de producción de líquido especificado
- c) gasto especificado de producción de una de las fases
- d) gasto especificado de inyección de una de las fases

A continuación se detalla el procedimiento a seguir para cada una de estas situaciones.

a) gasto total especificado

Si la cantidad especificada es el gasto total de fluido producidos, se pueden seguir dos opciones. Una consiste en determinar primero el gasto total de cada una de las fases y posteriormente repartir proporcionalmente dichos gastos entre cada una de las capas:

$$(Q)_T \Rightarrow \{(Q_o)_T, (Q_g)_T, (Q_w)_T\} \Rightarrow \{(q_o)_1, (q_g)_1, (q_w)_1\} \forall i$$

La otra opción consiste en dividir el gasto total entre cada una de las capas y posteriormente subdividir cada uno de esos valores para encontrar los gastos individuales por capa:

$$(Q)_T \Rightarrow (q_r)_1, \forall 1 \Rightarrow \{ (q_o)_1, (q_g)_1, (q_w)_1 \} \forall 1$$

Si todos los cálculos se efectuasen explícitamente (al nivel "n"), ambas alternativas darían exactamente los mismos valores. Si todos los cálculos se efectuasen implícitamente (al nivel n+1), se produciría un acoplamiento excesivo de las ecuaciones que sería muy difícil de resolver ya que el gasto de una capa sería función de los cambios en presión y saturación de las otras capas. Por estas razones es conveniente efectuar la primera división de gastos (en ambas opciones), explícitamente.

En la presente discusión se seleccionará la segunda opción ya que de acuerdo a la experiencia, se produce resultados satisfactorios y es conveniente de programar.

Procediendo a dividir el gasto total, entre las diferentes capas explícitamente, nuevamente se presentan dos posibilidades: en la primera se reparte el gasto total proporcionalmente a transmisividad de cada capa y en la segunda se incorpora también la caída de presión de la capa al pozo. Adoptando esta última alternativa se tiene que:

$$(q_r)_1 = \frac{(kh)_1 \left[\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) (P_o^n - P_{we1}) + \left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \right) (P_g^n - P_{we1}) + \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) (P_w^n - P_{we1}) \right]}{\sum_{i=1}^L (kh)_i \left[\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) (P_o^n - P_{we1}) + \left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \right) (P_g^n - P_{we1}) + \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) (P_w^n - P_{we1}) \right]} Q_T$$

Posteriormente hay que dividir el gasto total de cada capa para encontrar el gasto de cada fase. En un proceso iterativo esta evaluación se puede hacer al nivel de tiempo "n+1" pero retrasándola al nivel de iteración "m" con lo cual el cálculo es explícito.

$$(q_o)_1 = \frac{\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_1 (P_o^{(n+1)} - P_{we1}) (q_T)_1}{\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_1 (P_o^{(n+1)} - P_{we1}) + \left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)_1 (P_{g1}^{(n+1)} - P_{we1}) + \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w}\right)_1 (P_w^{(n+1)} - P_{we1})} \quad (III.87)$$

Similarmente, si se desea obtener el gasto de las otras fases:

$$(q_g)_1 = \frac{\left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)_1 (P_{g1}^{(n+1)} - P_{we1}) (q_T)_1}{\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_1 (P_o^{(n+1)} - P_{we1}) + \left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)_1 (P_{g1}^{(n+1)} - P_{we1}) + \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w}\right)_1 (P_w^{(n+1)} - P_{we1})} \quad (III.88)$$

$$(q_w)_1 = \frac{\left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w}\right)_1 (P_w^{(n+1)} - P_{we1}) (q_T)_1}{\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_1 (P_o^{(n+1)} - P_{we1}) + \left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)_1 (P_{g1}^{(n+1)} - P_{we1}) + \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w}\right)_1 (P_w^{(n+1)} - P_{we1})} \quad (III.89)$$

Otras formas de resolver este caso se presentarán en el inciso c.

b) gasto de liquido especificado.

En este caso se procede en forma análoga, dividiendo el gasto total de liquido (Q_L) entre cada una de las capas:

$$(q_T)_L = \frac{(kh)_1 \left[\left(\frac{kr_o}{\mu_o B_o} \right)_1 (P_o^n - P_{we1}_1) + \left(\frac{kr_w}{\mu_w B_w} \right)_1 (P_w^n - P_{we1}_1) \right]}{\sum_{l=1}^L (kh)_l \left[\left(\frac{kr_o}{\mu_w B_w} \right)_l (P_o^n - P_{we1}_l) + \left(\frac{kr_w}{\mu_w B_w} \right)_l (P_w^n - P_{we1}_l) \right]} Q_L \quad (III.90)$$

y posteriormente se divide el gasto de liquido de cada capa para encontrar el gasto de agua y de aceite. Nuevamente este cálculo se puede efectuar el nivel de iteración "m", nivel de tiempo "n+1" con lo cual el cálculo es explícito.

$$(q_o)_1 = \frac{\left(\frac{kr_o}{\mu_o B_o} \right)_1^{(m)} (P_o^{(n+1)} - P_{we1}_1) (q_L)_1}{\left(\frac{kr_o}{\mu_o B_o} \right)_1^{(m)} (P_o^{(n+1)} - P_{we1}_1) + \left(\frac{kr_w}{\mu_w B_w} \right)_1^{(m)} (P_w^{(n+1)} - P_{we1}_1)} \quad (III.91)$$

$$(q_w)_1 = \frac{\left(\frac{kr_w}{\mu_w B_w} \right)_1 (P_w^{(n+1)} - P_{we1}_1) (q_L)_1}{\left(\frac{kr_o}{\mu_o B_o} \right)_1^{(m)} (P_o^{(n+1)} - P_{we1}_1) + \left(\frac{kr_w}{\mu_w B_w} \right)_1^{(m)} (P_w^{(n+1)} - P_{we1}_1)} \quad (III.92)$$

Otras formas de resolver este caso se presentarán en el inciso c).

Nótese que en los incisos a) y b) se han dividido los gastos de acuerdo al producto (transmisividad) x (caída de presión). En muchos casos se pueden obtener resultados similares dividiendo los gastos solamente en función de las transmisividades, o sea suponiendo que las caídas de presión para cada capa y para cada fase son aproximadamente las mismas.

c) gasto especificado de producción de una de las fases.

El procedimiento se detallará para el aceite, en la inteligencia de que si se especificasen los gastos de agua o gas se procedería en una forma análoga.

En este caso no es conveniente calcular explícitamente los gastos de las dos fases no especificadas como se hizo para una sola capa en el caso del gasto especificado para un solo bloque, porque los gastos de una capa dada dependen de la presión y saturación de las otras capas disparadas.

Nuevamente se presentan varias alternativas una de ellas consiste en calcular la presión de fondo fluyendo de la capa de referencia y a partir de ese valor obtener las presiones de fondo fluyendo para el resto de las capas. Con estos valores y las presiones de cada fase en cada celda se pueden obtener los gastos en una forma explícita

(al nivel "n" para la primera iteración y al nivel de tiempo "n+1" nivel de iteración "m" para las demás), los cuales se agregan a las ecuaciones respectivas como términos fuente. Este procedimiento se repite hasta alcanzar convergencia.

El procedimiento anterior puede causar oscilaciones e inestabilidades en algunas circunstancias, por esta razón algunos simuladores comerciales han optado por caminos diferentes.

Otro de los métodos consiste en cambiar la especificación de gasto a presión, de la siguiente manera:

Si el gasto total o el gasto total de líquidos es el especificado, calcular explícitamente el gasto de unas de las fases, digamos el aceite, dividiendo el gasto proporcionalmente a la transmisividad de los fluidos únicamente.

Ahora, despejando la presión de fondo fluyendo del plano de referencia (P_{wf}^0) de la ec. (III.83') se tiene:

$$P_{wf}^0 = \frac{WI \sum_{i=1}^L \left[(kh)_i \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_i (P_o^n - \bar{\gamma} r_i (D_i - D^0)) \right] - (q_o)_T}{WI \sum_{i=1}^L (kh)_i \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_i} \quad (III.93)$$

Con este valor se procede a calcular la presión de fondo fluyendo de los demás nodos como se indica en las ecuaciones (III.79), (III.80)

y (III.81). Posteriormente se incorpora el gasto de cada fase y para cada nodo en la forma de la ecuación del índice de productividad (ec. (III.82)); después de revisar las condiciones de contraflujo, y de los límites de WOR y GOR.

Si se utiliza un método directo de solución a las ecuaciones en diferencias finitas, el procedimiento anterior requiere en algunas ocasiones recalcular los gastos, y por ende las presiones. Este ajuste se requiere si $\sum_{i=1}^L q_o$ calculado es diferente a $(q_o)_T$ dato (dentro de cierta tolerancia).

En un proceso iterativo, es posible revisar después de cada iteración si la suma de los gastos de las capas productoras es igual al gasto total especificado de la fase y corregir, en caso necesario las discrepancias, obteniendo una presión de fondo fluyendo para cada bloque.

$$(P_{wf})_1^{n+1} = (P_{wf})_1^n - \frac{(q_o)_T - \sum_{i=1}^L (q_o)_i^m}{WI \sum_{i=1}^L (kh)_i \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_i} \quad (III.94)$$

Otra forma de proceder en esta situación es como sigue:

- Efectuar varias iteraciones con el proceso anterior hasta satisfacer una tolerancia no muy estricta de presión. Con la distribución de presión obtenida de esta forma $(P_{1,j,k}^{n+1/2})$

recalcular $\bar{\gamma}_r$ y P_{wf}^o sustituyendo en la ec. (III.93) estos nuevos valores de presión y gradiente:

$$(P_{wf}^o)^{n+1/2} = \frac{\sum_{l=1}^L IP_{o,l} [P_{o,l}^{n+1/2} - \gamma_{r,l}^{n+1/2} (D_l - D^o)] - (q_o)_T}{\sum_{l=1}^L IP_{o,l}} \quad (III.95)$$

- Calcular los gastos para cada nodo y para cada fase en forma explícita con la ecuación del Índice de productividad:

$$q_{\text{nodo-fase}} = IP_{\text{nodo-fase}} \left[P_{\text{nodo-fase}}^{n+1/2} - (P_{wf}^o)^{n+1/2} - \gamma_r (D_{\text{nodo}} - D^o) \right] \quad (III.96)$$

Este cálculo resulta en una distribución de gastos para cada uno de los intervalos disparados que corresponden al gasto total de la fase especificada y el cual está basado en la última distribución disponible de presión.

- Finalmente los gastos calculados para cada fase y cada capa se incorporan en las ecuaciones en diferencias finitas en forma de términos fuente y se calcula la distribución de presiones correspondientes al nivel de tiempo "n+1".

Este procedimiento también se puede elegir si después de la solución de las ecuaciones en forma directa es necesario recalcular los gastos.

d) gasto especificado de inyección de una de las fases

Este procedimiento es idéntico al del inciso c, solo que en este caso se utilizan índices de inyectividad.

CAPITULO IV

EJEMPLO DE APLICACION

Con el fin de aplicar los métodos anteriormente vistos, éstos se programaron y adecuaron en un simulador numérico corriendose dos ejemplos. Los modelos utilizados se presentan en la Fig (IV.1). Para el caso del ejemplo 1 se utilizó un modelo lineal (1 Dimensión) y para el ejemplo 2, un modelo en 2 dimensiones. Se hicieron varias simulaciones variando, en orden cronológico la ecuación que determina el radio equivalente del bloque-pozo (Ver Fig.(IV.2)). El programa de cómputo se presenta en el apendice B.

Ejemplo 1.- Flujo lineal Agua-Aceite

En la Tabla (IV.1) se muestra la información utilizada. El yacimiento es lineal, homogéneo, isótropo y de espesor constante. Se simularon dos pozos, un pozo inyector de agua localizado en la celda 1 y un pozo productor de aceite ubicado en la celda 30. De una prueba de desplazamiento se obtuvieron datos de Presión capilar y permeabilidades relativas, las cuales se muestran en la Tabla (IV.2); mediante un analisis PVT se determinó B_o , B_w , μ_o , μ_w en función de la presión, mostrados en la Tabla (IV.3).

Los resultados se muestran en las Tablas (IV.4) y (IV.5). Los valores obtenidos de presión Vs. tiempo se graficaron para observar el comportamiento de la presión con mayor detalle. Ver Fig. (IV.3) y (IV.4).

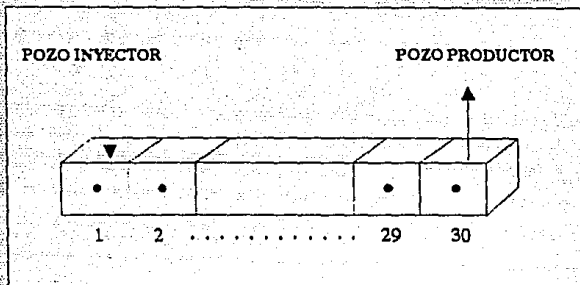


FIG. IV.1(A) MODELO 1 DIMENSION

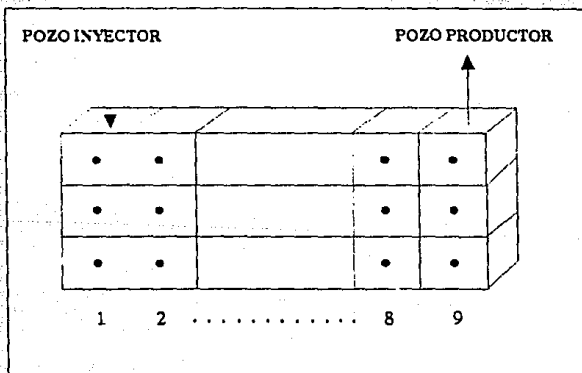


FIG. IV.1(B) MODELO 2 DIMENSIONES

AUTOR	ECUACION	GEOMETRIA DEL BLOQUE-POZO	REGIMEN DE FLUJO Y MEDIO POROSO
Van Poollen (1968)	$r_o = .342 \Delta X$	$\Delta X = \Delta Y$	ESTADO ESTACIONARIO ESTADO PSEUDO-ESTACIONARIO MEDIO ISOTROPO
Donald A. Peaceman (1977)	$r_o = 0.2 \Delta X$	$\Delta X = \Delta Y$	ESTADO ESTACIONARIO MEDIO ISOTROPO
(1983)	$r_o = 0.14 (\Delta X^2 + \Delta Y^2)^{0.5}$	$\Delta X \neq \Delta Y$	ESTADO ESTACIONARIO MEDIO ISOTROPO
(1983)	$r_o = 0.28 \frac{[(K_y/K_x)^5 \Delta X^2 + (K_x/K_y)^5 \Delta Y^2]^{.5}}{(K_y/K_x)^{2.6} + (K_x/K_y)^{2.6}}$	$\Delta X \neq \Delta Y$	ESTADO ESTACIONARIO MEDIO ANISOTROPO

Fig.IV.2.- Ecuaciones propuestas por diferentes autores

Porosidad	[fracción]	0.20
Permeabilidad	[mD]	300
Incremento en X	[m]	25
Incremento en Y	[m]	100
Incremento en Z	[m]	100
Saturación inicial de agua	[fracción]	0.16
Presión inicial del yacimiento	[Psia]	4787
Viscosidad del aceite, a condiciones iniciales	[cp]	1
Volumen poroso del yacimiento	[Bl]	267 141.58
Gasto de aceite producido	[BPD]	76
Gasto de inyección de agua	[BPD]	76
Radio del Pozo Inyector	[Pg]	5
Radio del Pozo Productor	[Pg]	5
Número de bloques		30
Compresibilidad de la formación	[Psia ⁻¹]	1×10^{-8}
Tiempo de simulación	[Dias]	365
Intervalo de tiempo simulado	[Dias]	5

Tabla IV.1 - Datos para la simulación de un yacimiento dos dimensiones hipotético

Saturación de aceite [%]	Presión capilar [Psi]	Permeabilidad relativa al aceite [Adimensional]	Permeabilidad relativa al agua [Adimensional]
20.0	.075	.000	.415
25.0	.100	.005	.300
30.0	.125	.012	.230
35.0	.150	.017	.190
40.0	.175	.022	.150
45.0	.200	.028	.120
50.0	.225	.035	.105
55.0	.250	.070	.085
60.0	.275	.125	.065
65.0	.300	.200	.051
70.0	.325	.315	.040
75.0	.350	.440	.020
80.0	.375	.685	.007
84.0	.400	.900	.000

Tabla IV.2 - Datos de Saturación, Permeabilidad y Presión capilar.

Presión [Psla]	Factor de volumen del aceite [B1/B]	Factor de volumen del agua [B1/B]	Viscosidad del aceite [cp]	Viscosidad del agua [cp]
9014.7	1.000	1.000	1.000	1.000
4014.7	1.000	1.000	1.000	1.000
14.7	1.000	1.000	1.000	1.000

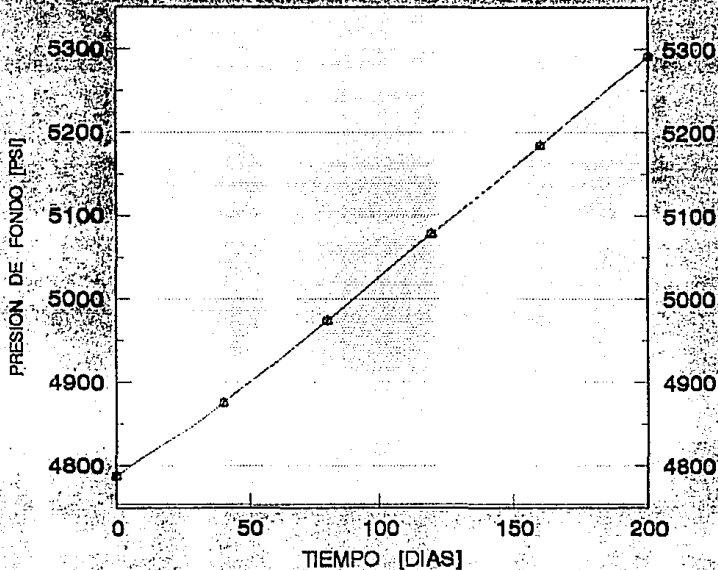
Tabla IV.3 - Datos de Factor de volumen y Viscosidades del aceite y agua.

TIEMPO (Días)	PRESION DE FONDO (PSI)			
	H. K. Van POOLLEN	D. W. PEACEMAN (1977)	D. PEACEMAN (1983) MEDIO 1607 ADPO	D. PEACEMAN (1983) MEDIO ANISOTROPO
0	4787.00	4787.00	4787.00	4787.00
40	4875.17	4875.59	4875.44	4875.44
80	4973.63	4974.04	4973.90	4973.90
120	5077.67	5078.09	5077.94	5077.94
160	5183.93	5184.34	5184.20	5184.20
200	5291.14	5291.65	5291.41	5291.41

**Tabla IV.4 - Presión de fondo del pozo productor
por diferentes métodos**

TIEMPO (Días)	PRESION DE FONDO (PSI)			
	H. K. Van POOLLEN	D. W. PEACEMAN (1977)	D. PEACEMAN (1983) MEDIO 1607 ADPO	D. PEACEMAN (1983) MEDIO ANISOTROPO
0	4787.00	4787.00	4787.00	4787.00
40	4911.99	4907.53	4909.11	4909.11
80	5008.82	5005.88	5008.79	5008.79
120	5112.89	5110.40	5111.28	5111.28
160	5219.77	5217.69	5218.42	5218.42
200	5328.45	5328.60	5337.25	5337.25

**Tabla IV.5 - Presión de fondo del pozo inyector
por diferentes métodos**



H.K. Van POOLLEN

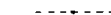
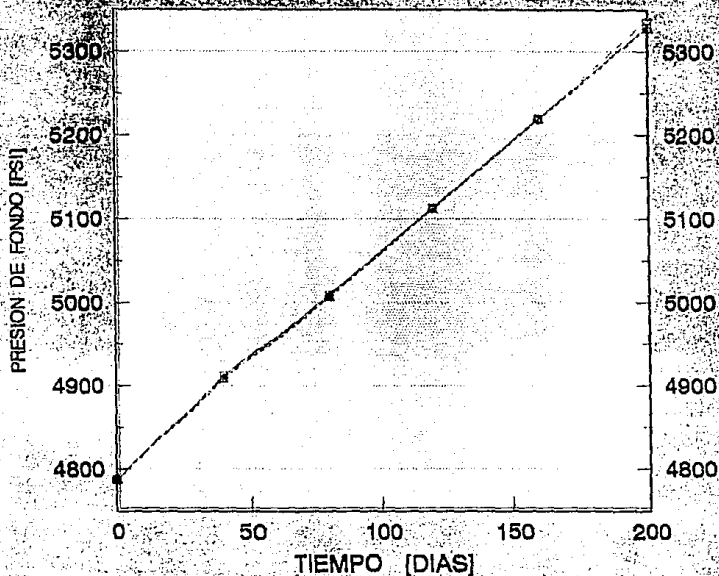
D.W. PEACEMAN
(1983)D.W. PEACEMAN
(1977)D.W. PEACEMAN
(1987)

Fig. IV.3 - Comportamiento de Presión de fondo del Pozo Productor VS Tiempo



H.K. Van POOLLEN

—○—

D.W. PEACEMAN
(1983)

○

D.W. PEACEMAN
(1977)

—△—

D.W. PEACEMAN
(1987)

Fig. IV.4 - Comportamiento de Presión de fondo del Pozo Inyector VS Tiempo

Ejemplo 2.- Flujo en dos dimensiones Agua-Aceite

Aquí se trata de simular una sección transversal de un yacimiento para determinar el comportamiento del frente de avance del agua de inyección, para ello se considera un pozo inyector localizado en la celda 1.1 con todo el intervalo inyector disparado y un pozo productor localizado en la celda 9.1 con todo el intervalo productor disparado.

En la Tabla (IV.6) se muestra la información utilizada. El yacimiento es bidimensional, homogéneo, anisótropo y de espesor constante. De una prueba de desplazamiento se obtuvieron datos de Presión capilar y permeabilidades relativas del aceite y el agua, las cuales se muestran en la Tabla (IV.7); mediante un análisis PVT se determinó B_o , μ_o , B_w , μ_w , Peso específico, en función de la presión, mostrados en la Tablas (IV.8) y (IV.9).

Los resultados se muestran en las Tablas (IV.10) y (IV.11). Los valores obtenidos de presión Vs. tiempo se graficaron para observar el comportamiento de la presión con mayor detalle, ver Fig. (IV.5) y (IV.6).

Porosidad	[fracción]	0.20
Permeabilidad en dirección X	[mD]	10
Permeabilidad en dirección Y	[mD]	5
Permeabilidad en dirección Z	[mD]	1
Incremento en X	[m]	200
Incremento en Y	[m]	5
Incremento en Z	[m]	50
Celdas en dirección X	—	9
Celdas en dirección Y	—	1
Celdas en dirección Z	—	3
Saturación inicial de agua	[fracción]	.20
Presión inicial del yacimiento	[Psia]	8605
Volumen poroso del yacimiento	[Bl]	1698113.2
Gasto de aceite producido	[BPD]	7965
Gasto de inyección de agua	[BPD]	100
Radio del Pozo Inyector	[Pg]	6
Radio del Pozo Productor,	[Pg]	6
Compresibilidad de la formación	[Psia ⁻¹]	6.33×10^{-6}
Tiempo de simulación	[Dias]	10925
Intervalo de tiempo simulado,	[Dias]	5
Compresibilidad del agua	[Psia ⁻¹]	7.03×10^{-6}
Temperatura del Yacimiento	[°K]	498
Presión de burbujeo	[Psia]	5063.3

Tabla IV.6 - Datos para la simulación de un yacimiento dos dimensiones hipotético

Saturación de aceite [Fracción]	Presión capilar [Psi]	Permeabilidad relativa al aceite [Adimensional]	Permeabilidad relativa al agua [Adimensional]
0.200	13.997	0.000	0.270
0.205	4.199	0.001	0.262
0.210	2.100	0.002	0.254
0.215	1.050	0.003	0.247
0.220	0.840	0.004	0.240
0.250	0.595	0.010	0.204
0.300	0.490	0.020	0.158
0.350	0.420	0.030	0.125
0.400	0.350	0.042	0.100
0.450	0.315	0.058	0.070
0.500	0.280	0.077	0.045
0.550	0.245	0.100	0.020
0.600	0.210	0.123	0.005
0.700	0.175	0.198	0.000

Tabla IV.7 - Datos de Saturación, Permeabilidad y Presión capilar.

Presión [Kg/cm ²]	Factor de volumen [m ³ /m ³]	Razón de solubilidad [m ³ /m ³]	Viscosidad [cp]	Peso Esp. [Kg/cm ² /m]
1.00	1.0455	0.0014	0.1870	0.09571
43.28	1.0435	0.0544	0.1870	0.09589
85.57	1.0415	0.0951	0.1870	0.09608
127.85	1.0395	0.1284	0.1870	0.09629
170.13	1.0375	0.1504	0.1870	0.09645
212.42	1.0355	0.1688	0.1870	0.09664
254.70	1.0335	0.1829	0.1870	0.09682
296.98	1.0315	0.1938	0.1870	0.09701
339.27	1.0295	0.2021	0.1870	0.09720
381.55	1.0275	0.2085	0.1870	0.09739
423.83	1.0255	0.2134	0.1870	0.09758
466.12	1.0235	0.2172	0.1870	0.09777
508.40	1.0215	0.2201	0.1870	0.09796
550.68	1.0195	0.2223	0.1870	0.09815
592.97	1.0175	0.2240	0.1870	0.09835
635.25	1.0155	0.2254	0.1870	0.09854

Tabla IV.8 - Datos PVT del agua

Presión [Kg/cm ²]	Factor de volumen [m ³ /m ³]	Viscosidad [cp]	Densidad del aceite @ C.Y. [gr/cm ³]
0	1.120	0.2700	0.7501
30	1.347	0.2330	0.7608
65	1.445	0.2016	0.5718
100	1.538	0.1808	0.5563
150	1.669	0.1617	0.5414
200	1.781	0.1504	0.5387
250	1.877	0.1432	0.5328
300	2.251	0.1250	0.4850
356	4.288	0.0917	0.3471
375	4.218	0.0943	0.3511
400	4.111	0.0976	0.3603
410	4.072	0.0989	0.3638
425	4.021	0.1010	0.3684
450	3.992	0.1044	0.3711
500	3.949	0.1110	0.3751

Tabla IV.9 - Datos PVT del aceite

TIEMPO (Días)	PRESION DE FONDO (PSI)			
	H. K. Van POOLLEN	D. W. PEACEMAN (1977)	D. PEACEMAN (1983) MEDIOISOTROPO	D. PEACEMAN (1983) MEDIOANISOTROPO
0	8604.91	8604.91	8804.91	8604.91
35	8635.88	8634.54	8837.98	8637.54
385	8708.32	8707.08	8710.51	8710.08
1955	8809.30	8808.06	8811.49	8811.06
3755	9042.55	9041.31	9044.74	9044.31
5555	9147.79	9146.56	9149.99	9149.55
7355	9184.77	9183.54	9186.97	9186.53
9125	9162.02	9160.78	9164.21	9163.77
10925	9062.46	9061.22	9064.65	9064.21

**Tabla IV.10 - Presión de fondo del pozo inyector
por diferentes métodos**

TIEMPO (Días)	PRESION DE FONDO (PSI)			
	H. K. Van POOLLEN	D. W. PEACEMAN (1977)	D. PEACEMAN (1983) MEDIOISOTROPO	D. PEACEMAN (1983) MEDIOANISOTROPO
0	8604.91	8604.91	8604.91	8604.91
35	8981.98	7233.37	6536.10	6624.16
385	6904.88	7155.00	6461.23	6548.84
1955	6775.15	7023.15	6335.27	6422.14
3755	6605.72	6850.92	6170.81	6256.70
5555	6381.31	6622.77	5953.03	6037.61
7355	6095.69	6332.33	5675.96	5758.85
9125	5737.80	5988.11	5328.76	5409.49
10925	5288.30	5510.97	4893.37	4971.36

**Tabla IV.11 - Presión de fondo del pozo productor
por diferentes métodos**

Fig. IV.5 - Comportamiento de presión de fondo del pozo Productor VS Tiempo.

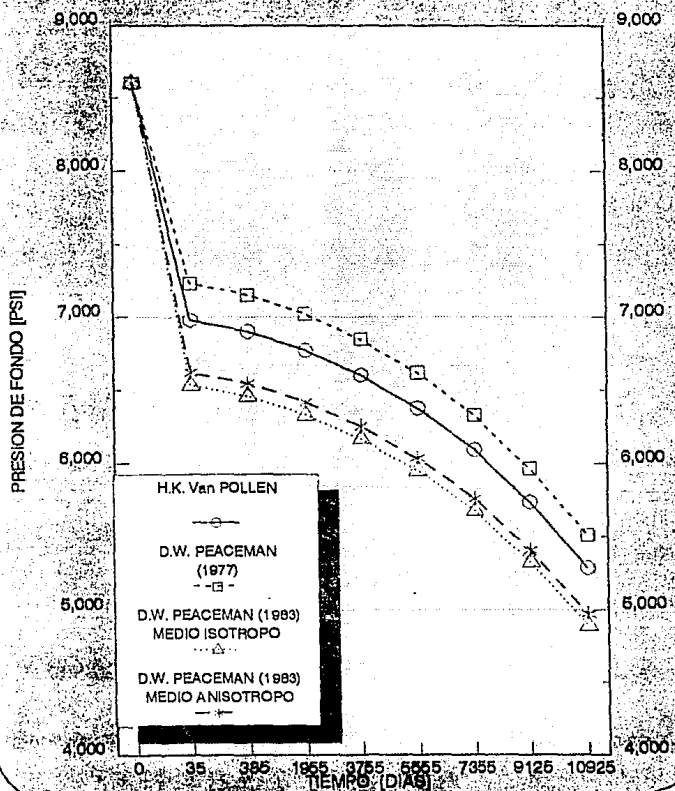
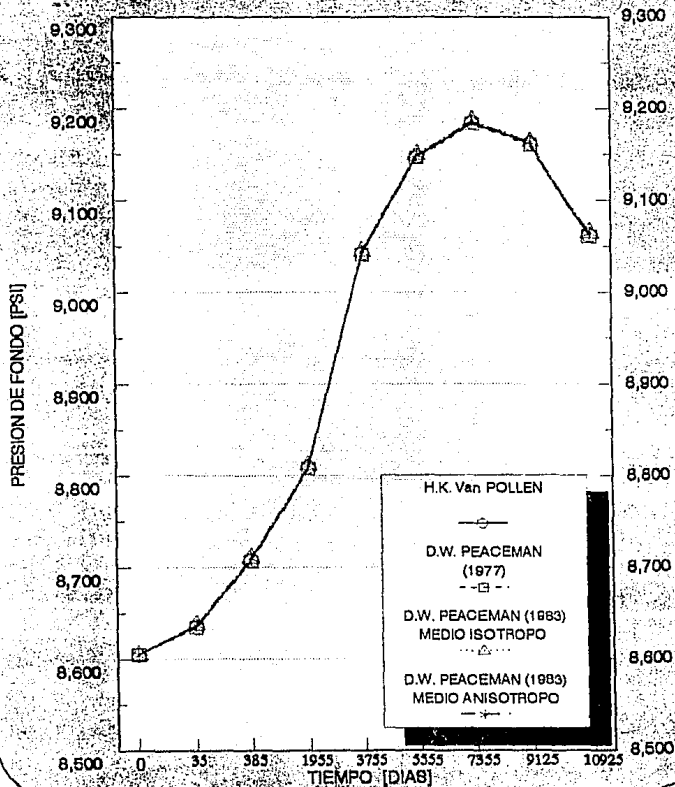


Fig. IV.6 - Comportamiento de presión de fondo del pozo inyector VS Tiempo.



CAPITULO V

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Analisis de resultados

Analizando los resultados obtenidos al aplicar las cuatro ecuaciones propuestas del radio equivalente, se puede concluir lo siguiente:

- En el ejemplo 1 se puede observar que el comportamiento de la presión de fondo fluyendo es prácticamente el mismo. En el caso de las ecuaciones propuestas por Peaceman, para un medio isotrópico y un medio anisótropo de malla rectangular, se obtuvieron los mismos resultados ; esto se comprueba fácilmente observando las dos ecuaciones mencionadas; puesto que en este modelo sólo se considera el valor de la permeabilidad en una dirección ($k_x = k_y$), la ecuación para un medio anisótropo adquiere la forma de la ecuación correspondiente para un medio isotrópico.

Para el caso de la ecuación de Peaceman, paramallacuadrada, los valores de presión obtenidos son prácticamente los mismos a las dos anteriores; esto se debe a que el modelo simulado considera únicamente celdas o bloques cuadrados, además de que el gasto tanto de producción como de inyección son bajos, por lo que los incrementos de presión son pequeños y no se aprecia una variación significativa entre los cuatro métodos, al calcular la presión de fondo (fluyendo o de inyección).

- En el ejemplo 2 se puede observar que el comportamiento de la presión de fondo de inyección, calculada por los cuatro métodos propuestos, no tiene una variación significativa debido a que los términos de la ecuación de flujo que se encuentran a la izquierda del logaritmo ($\ln(r_o/r_w)$) no tienen gran variación. Si se observa la ecuación:

$$P_{wf} = P_o - \frac{\mu q_{sc} B_o}{7.08 kh} \left[\ln \left(\frac{r_o}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right]$$

se puede notar que la variación de la presión depende del valor que tengan el gasto, la permeabilidad, el intervalo neto disparado y las propiedades del fluido.

Si en conjunto estas variables dan una constante pequeña, la variación de la presión de fondo será mínima debido que el logaritmo minimiza la diferencia de magnitudes que existen entre los métodos al calcular el radio equivalente. En el ejemplo 2 se observa que por el método que propuso Peaceman en 1977 el r_o es 20.74 pies, y por el método que propone en 1983 para un medio isotrópico el r_o es 91.89 pies y debido a que el radio del pozo considerado en el ejemplo es constante e igual a 0.5 pies, el logaritmo de r_o/r_w es: 3.72 y 5.21 respectivamente, por lo que se observa que el incremento de presión es directamente proporcional al gasto; esto se puede comprobar al analizar las curvas de presión de fondo fluyendo VS tiempo mostradas en la Fig. (IV.4), donde el gasto de producción considerado es alto.

CONCLUSIONES

- 1.- El método propuesto por Van Poolen presenta fuertes limitaciones debido a la suposición considerada en su planteamiento. El considera que el radio de drene (r_e) depende de las dimensiones de la celda o bloque, es decir, que el área de la celda es igual a una área circular cuyo radio es r_e .
- 2.- El método propuesto por Donald Peaceman presenta menos limitaciones debido a que el radio de drene está en función del gradiente de presión, esto es cuando el gradiente es igual a cero, el radio de drene es igual al radio equivalente ($r_e = r_o$).
- 3.- La ecuación más general para el cálculo del radio equivalente es la propuesta por Peaceman, la cual considera cualquier relación $\Delta y/\Delta x$, medio isótropo o anisótropo y cualquier ubicación del pozo dentro del bloque y es de la forma:

$$r_o = \frac{0.28 [(k_y/k_x)^{1/2} \Delta x^2 + (k_x/k_y)^{1/2} \Delta y^2]^{1/2}}{(k_y/k_x)^{1/4} + (k_x/k_y)^{1/4}}$$

- 4.- En la simulación numérica de yacimientos, la ecuación que se utiliza para relacionar a la presión de bloque con la presión de fondo fluyendo para cualquier tipo de malla y medio poroso es:

$$P_o - P_{wf} = \frac{q\mu}{7.08 (kxky)^{1/2} h} \ln \frac{r_o}{r_w}$$

- 5.- Otra forma de obtener el valor de la presión de fondo fluyendo del pozo es mediante la incorporación de un modelo radial en un modelo en dos o tres dimensiones, en donde, el valor de presión de las celdas próximas al pozo corresponden al valor de la presión de fondo fluyendo, debido a que las celdas adyacentes al pozo son tan pequeñas (del orden del radio del pozo) que el valor de la presión de bloque obtenido (P_o), no requiere corrección.

APENDICES

APENDICE A

La Fig (III.4) muestra una parte del modelo de cinco pozos el cual se extiende a infinito en todas direcciones. Por la simetria, solo se requiere calcular una cuarta parte del modelo, el cual esta encerrado dentro de las lineas punteadas. Dividiendo esta área dentro de la linea punteada, en $M \times M$ bloques, usando la mitad de los bloques de la frontera. Para todos los bloques, $0 \leq i \leq M$, $0 \leq j \leq M$, la ecuación diferencial para la distribución de presión en estado estacionario es

$$\frac{kh\Delta y}{\mu\Delta x} (P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}) + \frac{kh\Delta x}{\mu\Delta y} (P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}) = q_{i,j} \quad (A-1)$$

Considerando un gasto de producción q en la esquina inferior izquierda, y un gasto de inyección q en la esquina derecha superior. Así,

$$q_{0,0} = q$$

$$q_{M,M} = -q$$

$$q_{i,j} = 0 \quad \text{para } i,j \neq 0,0 \text{ o } M,M$$

Considerando $\Delta x = \Delta y$, y definiendo una presión adimensional.

$$P_D = (kh/q\mu)P$$

Entonces la ecuación (A-1) se simplifica a,

$$(P_D)_{1-1,j} + (P_D)_{1+1,j} + (P_D)_{1,j-1} + (P_D)_{1,j+1} + 4(P_D)_{1,j} = \delta_{1,j}$$

donde

$$\delta_{1,j} = 0 \text{ para } 1,j \neq 0,0 \text{ o } M,M$$

$$\delta_{0,0} = 1$$

$$\delta_{M,M} = -1$$

Las siguientes condiciones de reflexión son usadas:

$$P_{-1,j} = P_{1,j}$$

Para $0 \leq j \leq M$

$$P_{M+1,j} = P_{M-1,j}$$

$$P_{1,-1} = P_{1,1}$$

Para $0 \leq i \leq M$

$$P_{1,M+1} = P_{1,M-1}$$

La sustitución de estas condiciones de reflexión producen un sistema de ecuaciones de $(M+1) \times (M+1)$. Estas ecuaciones fueron resueltas usando el método IMPES, que es un método directo.

APENDICE B

PRESIONES DE FONDO FLUYENDO

```
IF ARATE = 0 AND WRATE = 0 THEN
PFFI = 0
PFFP = 0
ELSE
```

***** SELECCION DE LA ECUACION QUE CALCULA EL RADIO EQUIVALENTE *****

```
IF (AUTOR = 1) THEN
REQI = .342 * (DELX * DELY) ^ .5
REQP = .342 * (DELX * DELY) ^ .5
END IF
```

```
IF (AUTOR = 2) THEN
REQI = .2 * (DELX * DELY) ^ .5
REQP = .2 * (DELX * DELY) ^ .5
END IF
```

```
IF (AUTOR = 3) THEN
REQI = .14 * (DELX ^ 2 + DELY ^ 2) ^ .5
REQP = .14 * (DELX ^ 2 + DELY ^ 2) ^ .5
END IF
```

```
IF (AUTOR = 4) THEN
REQI = .28*((KY/KX)^.5*DELX^2+(KX/KY)^.5*DELY^2)^.5/((KY/KX)^.25+(KX/KY)^.25)
REQP = .28*((KY/KX)^.5*DELX^2+(KX/KY)^.5*DELY^2)^.5/((KY/KX)^.25+(KX/KY)^.25)
END IF
```

END IF

```
OPEN "A:PVGAS.DAT" FOR INPUT AS #2
FOR I = 1 TO NPO
INPUT #2, PLABOL(I), FCTOL(I), VISOL(I), PESESP(I)
NEXT I
CLOSE #2
```

```
OPEN "A:PVTWA.DAT" FOR INPUT AS #3
FOR I = 1 TO NPO
INPUT #3, PLABWL(I), FCTWL(I), RGW(I), VISWL(I), PESWA(I)
NEXT I
CLOSE #3
```

***** SUBROUTINAS DE INTERPOLACION DE INFORMACION PVT *****

```
CALL CAPE(NPO, PLABOL(), FCTOL(), SFCTOL())
CALL CAPE(NPO, PLABOL(), VISOL(), SVISOL())
CALL CAPE(NPO, PLABWL(), FCTWL(), SFCTWL())
CALL CAPE(NPO, PLABWL(), VISWL(), SVISWL())
```

FOR NUM = 1 TO NDAT

PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "

```

    <<<<< RESUMEN DEL REPORTE >>>>>
    
```

PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 FOR I = 1 TO NDATA
 PRINT USING "
 NEXT I
 PRINT "

```

    PFFI = PRESION DE FONDO DEL POZO INYECTOR
    PFFP = PRESION DE FONDO DEL POZO PRODUCTOR
    PFFI [psl]      PFFP [psl]
    #####.####     #####.####
    
```

": PFFI(I);

PRINT
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "
 PRINT "

```

    <<<<< FIN DEL REPORTE >>>>>
    
```

END IF

IF IMPRE = 2 THEN

```

    OPCION DE IMPRESION EN PAPEL
    
```

LPRINT
 LPRINT "
 LPRINT "
 LPRINT "
 LPRINT "
 LPRINT "
 LPRINT "
 LPRINT "
 LPRINT "

```

    <<<<< RESUMEN DEL REPORTE >>>>>
    
```

LPRINT "
 LPRINT "
 LPRINT "
 LPRINT "

```

    PFFI = PRESION DE FONDO DEL POZO INYECTOR
    PFFP = PRESION DE FONDO DEL POZO PRODUCTOR
    
```

```

LPRINT "
LPRINT "
  FOR I = 1 TO NDAT
LPRINT USING "
  NEXT I
LPRINT "

```

PFFI [ps1]	PFFP [ps1]	
#####	#####]; PFFI(I);

```

LPRINT
LPRINT "
LPRINT "
LPRINT "
LPRINT "
LPRINT "
LPRINT "

```

«««« FIN DEL REPORTE »»»»

END IF

```

IF IMPRE = 3 THEN
  INPUT "NOMBRE DEL ARCHIVO EN EL CUAL DESEA GUARDAR INFORMACION"; ARCH$
  OPEN ARCH$ FOR OUTPUT AS #7
  FOR I = 1 TO NDAT
    WRITE #7, PFFI(I), PFFP(I)
  NEXT I
  CLOSE #7
END IF
END

```

```

SUB CAPE (N, X(), y(), M())
  NM = N - 1
  FOR I = 1 TO NM
    M(I) = (y(I + 1) - y(I)) / (X(I + 1) - X(I))
  NEXT I
  M(N) = M(N - 1)
END SUB

```

```

SUB ZLINE (N, U(), X(), y(), SLOPE(), VARI)

```

I = 0: J = 0: K = 0

```

  IF (I >= N) THEN I = 1
  IF (U(NUM) < X(I)) GOTO 10
  IF (U(NUM) <= X(I + 1)) GOTO 30
10  I = 1
    J = N + 1
    K = (I + J) / 2
    IF (U(NUM) < X(K)) THEN J = K
    IF (U(NUM) >= X(K)) THEN I = K
    IF J > (I + 1) GOTO 20
30  DX = U(NUM) - X(I)
    VARI = DX * SLOPE(I) + y(I)

```

END SUB

NOMENCLATURA

A	= Area	[pie ²]
B	= Factor de volumen	[pie ³ /pie ³]
C	= Constante de integración	
c	= Compresibilidad	[psi ⁻¹]
c _e	= Compresibilidad efectiva	[psi ⁻¹]
D	= Profundidad	
GOR	=Relación gas - aceite	[pie ³ g/pie ³ o]
h	= Espesor	[pie]
K	= Permeabilidad	[mD]
K _r	= Permeabilidad relativa	
K _x	= Permeabilidad en la dirección x	[mD]
K _y	= Permeabilidad en la dirección y	[mD]
L	= Longitud	[pie]
M	= Número de celdas en el eje x	
N	= Número de celdas en el eje y	
P	= Presión	[psi]
P ₁ , P ₂ ..	= Presión de los bloques adyacentes	[psi]
\bar{P}	= Presión promedio	[psi]
P _e	= Presión al radio de drene	[psi]
P _o	= Presión adimensional	
P _{wf}	= Presión de fondo fluyendo	[psi]
q _w	= Gasto del pozo	[BPD]
Q _r	= Gasto total	
R	= Constante universal de los gases	[lb-pg ² /°R-mole-lb]
R _{eo}	= Relación gas disuelto aceite	[pie ³ /Bl _o]
R _{aw}	= Relación gas disuelto agua	[pie ³ /Bl _w]
r	= Radio	[pie]

r_e	= Radio de drenaje	[pie]
r_o	= Radio equivalente del bloque	[pie]
r_o^{u-v}	= Radio de una isobara en el plano u-v	[pie]
r_w	= Radio del pozo	[pie]
S	= Factor de daño	
T	= Temperatura	[°R]
t	= Tiempo	[días]
V	= Volumen poroso	[pie ³]
WOR	= Relación agua - aceite	[pie ³ w/pie ³]
x,y,z	= Coordenadas cartesianas	
Z	= Factor de compresibilidad del gas	
v	= velocidad	
μ	= Viscosidad	[cp]
ϕ	= Porosidad	
ρ	= Densidad	[lb / pie ³]
α	= Relación $\Delta y/\Delta x$	

SUPERINDICES

n	= Nivel de tiempo
k	= Nivel de iteración
n+1	= Nivel de tiempo nuevo

SUBINDICES

- o = Aceite
- w = Agua
- g = Gas
- sc = Condiciones estándar
- i = Índice de ordenamiento de malla en la dirección x
- j = Índice de ordenamiento de malla en la dirección y
- v = Vertical
- H = horizontal

**BIBLIOGRAFIA
Y
REFERENCIAS**

1. Muskat, M: "The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media".
Mc Graw - Hill Book Co., Inc., New York (1937).
2. Aziz Khalid; Settari Antonin: "Petroleum Reservoir Simulation".
Applied Science Publishers LTD London, 1979.
3. Crichlow B., Henry: "Modern Reservoir Engineering-A Simulation
Approach". Prentice-Hall, Inc. 1977.
4. Hernández García, Miguel A. ; Domínguez Vargas,Guillermo C. :
"Apuntes de Simulación Matemática de Yacimientos". Facultad de
Ingeniería, U.N.A.M., México 1984.
5. Rodríguez Nieto, Rafael: "Apuntes de Principios de Mecánica de
Yacimientos". Facultad de Ingeniería, U.N.A.M., México 1980.
6. Osorno Manzo, Jorge Alberto; Rayon Casiano, Rufino;Rodríguez
Nieto, Rafael; Valderrábano H., Antonio.: "Apuntes de
Evaluación de la Producción". Facultad de Ingeniería, U.N.A.M.
México 1980.
7. Schwabe, K. and Brand J. : "Prediction of Reservoir Behavior
Using Numerical Simulators". Paper SPE 1857 presented at the SPE
42 Annual Meeting, Houston, October 1-4, 1967.

8. Poolen Van H. K.; Breintenbach E. A.; Thurnau D. H.: "Treatment of Individual Wells and Grids in Reservoir Modeling". Society of Petroleum Engineers Journal, December 1968.
9. Coats, K.H; George, W.D; Chu, C. and Marcum, B. E.: "Three-Dimensional Simulation of Steam Flooding". Paper SPE, December 1974; Trans; AIME, 257.
10. Mrosovsky Ivan; Ridings R. L.: "Two - Dimensional Radial Treatment of Wells Within a Three-Dimensional Reservoir Model". Society of Petroleum Engineers Journal, April 1974.
11. Akbar Allm; Arnold M. D.; Herbert Harvey A.: "Numerical Simulation of Individual Wells in a Field Simulation Model". Society of Petroleum Engineers Journal, December 1974.
12. Peaceman Donald W.: "Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation". Paper SPE 6893, October 1977.
13. Williamson Alexander S. and Chappellear E. ,John: "Representing Wells in Numerical Reservoir Simulation". Society of Petroleum Engineers Journal, June 1981.
14. Williamson Alexander S. and Chappellear E. ,John: "Representing Wells in Numerical Reservoir Simulation". Part 2 - Implementation. Society of Petroleum Engineers Journal, June 1981.

15. Peaceman D. W.: "Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation With Nonsquare Grid Blocks and Anisotropic Permeability". Society of Petroleum Engineers Journal, June 1983.
16. Peaceman D. W.: "Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation-Part 3: Some Additional Well Geometries". Paper SPE 16976, September 1987.
17. Richardson : "SPE Reprint Series No. 20". SPE, Tx 1986.
18. "Métodos de solución para resolver las ecuaciones de flujo multifásico en simulación de yacimientos". Tesis de:
 - Jose Antonio Bello Medrano
 - Rosalba Mendez Pérez
 - Rigoberto Nuñez Solís