30460
5
2EJm

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

UNIDAD ACADEMICA DE LOS CICLOS PROFESIONAL Y DE POSGRADO

DEL CCH (UACPyP-CCH)

MAESTRIA EN CIENCIAS ECONOMICAS

CAMBIO TECNOLOGICO Y LA SUSTITUCION TECNICA EN LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ EN MEXICO, 1970-1989.

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS ECONOMICAS

PRESENTA:

JOSE LUIS MONTESILLO CEDILLO

DIRECTOR DE TESIS: Mtro. MARTIN PUCHET ANYUL

Marzo de 1993

INDICE

INTRODUCCION

El presente trabajo tiene como objetivo estimar el grado y dirección de la sustitución entre los factores que intervienen en el proceso de producción y la forma en que ha ocurrido el cambio técnico en lo que se refiere al uso de capital, trabajo e insumos intermedios. En este caso se estudia la producción en la industria automotriz en México para el período 1970-1989.

La importancia de este ensayo reside en el estudio del comportamiento microeconómico. Si bien es cierto que el sendero de crecimiento de una economía está determinado por el proceso de formación de capital y por el cambio tecnológico a nivel agregado, generalmente el desempeño global de ambas variables no es coincidente con los distintos movimientos microeconómicos. Esta discrepancia se debe a que la estructura industrial del país no es homogénea. Por ello, la aplicación de una política que contemple el aumento o reducción del precio de cierto factor, una modificación impositiva, u otros cambios, no tiene el mismo efecto en las diferentes actividades industriales. De ahí la relevancia de un estudio como el presente, que considera una industria relevante por su importancia en la economía, como la industria automotriz, para delinear políticas económicas más eficientes, al considerar las necesidades y posibilidades de las unidades productoras del país.

El análisis del cambio técnico se hace mediante la especificación econométrica de la función de costos translogarítmica. Aplicando los principios de la teoría de la dualidad, se obtienen los parámetros tecnológicos de interés con un menor número de restricciones. Este método de estimación de los parámetros se diferencia del cálculo directo mediante funciones de producción Cobb-Douglas o CES, que imponen restricciones a priori, principalmente en lo que respecta a las elasticidades de sustitución.

La exposición se hace en ocho partes: La primera trata la teoría de los costos y de la dualidad, y señala de manera explícita, los supuestos teóricos que permiten obtener los parámetros tecnológicos a partir de la función de costos mediante la teoría de la dualidad. En la segunda parte se presenta el desarrollo formal del lema de Shephard, explicitando los fundamentos teóricos que facilitan su aplicación. En el tercer apartado se aplica el lema de Shephard al caso de los tres insumos considerados. En la cuarta parte se muestra el procedimiento para obtener la función de costos translogarítmica a partir de una función de costos arbitraria. Asímismo, se indican las propiedades que cumple la función de costos translogarítmica para ser la base de un modelo econométrico adecuado. En la quinta parte se desarrolla la medición del cambio técnico acorde con la función especificada. En el sexto apartado se especifica el modelo econométrico Seemingly Unrelated Regression (SUR). En el séptimo apartado se presentan e interpretan los resultados cuantitativos obtenidos . Y finalmente, en el octavo apartado se extraen las conclusiones. Además se escribieron cinco apéndices. En el primero se demuestran las propiedades de regularidad de la función de costos. En el segundo, se desarrollan las propiedades de la elasticidad de sustitución de Allen-Usawa, y el tercero muestra porque la forma de calcular la elasticidad de sustitución parcial de Allen-Uzawa para el caso de dos factores es generalizable para n-insumos. En el cuarto se presenta el cálculo de los intervalos de confianza de las elasticidades de sustitución propias de Allen-Usawa, en el quinto se realizan las pruebas de hipótesis para los mismos estimadores, y por último se reportan las series de datos utilizadas en las estimaciones, sus fuentes y los aspectos metodológicos de su tratamiento.

LA DUALIDAD EN LA TEORIA DE LOS COSTOS

La teoría de los costos establece una serie de propiedades de regularidad que debe cumplir la función de costo para que pueda describir los parámetros tecnológicos de la función de producción agregada directa F[1]. Además, para que los principios de la dualidad puedan ser aplicados, la función de producción con la que se debe trabajar es con la función de producción indirecta, denominada en el presente trabajo como G. Esta es determinada por la restricción presupuestal M, del productor además de ser normalizada.

Por lo anterior, en el presente trabajo se define la función de costos suponiendo de manera implícita la existencia de la función F. F es una función producción que, permite obtener el nivel de producto y, con el vector de insumos estrictamente positivo x, $x=(x_1,\dots,x_n)$. Así, el nivel de producto lo podemos representar por

(1)	$F: R^n_+ \cup \{0\} \Rightarrow R$	$y=F(X)$

donde F tiene las siguientes propiedades

1.-) Es una función de valores reales de N variables definida sobre el espacio no negativo $\Omega = \{x: X \geq 0_n\}$ y es continuamente derivable[2] en su dominio.

Esta propiedad parte del hecho evidente de que para llevar a cabo la producción se requiere necesariamente de alguna cantidad X de insumos y por ello el volúmen de producción dependerá de la

---

1/ Frecuentemente la función F es denominada función transformación, por lo general de n-insumos en un producto.

2/ Se dice que una función es continua en x^* si para toda sucesión x^i que tienda a x^*, la sucesión $(f(x^i))$ tiende a $f(x^*)$.

cantidad de X.

2.-) Es creciente, esto es, si $X''>X'\geq 0_n$ implica que $F(X'') > F(X')$. Esto dice que si somos capaces de producir el nivel y con un volúmen de insumos X', también debemos ser capaces de producir ese nivel si contáramos con más insumos, tales como, X''.

3.-) Es una función cuasi-cóncava. Lo que garantiza que las isocuantas tengan la habitual forma suave y la existencia del volúmen máximo de producción. Por lo que si el conjunto de insumos X' permite producir el nivel de producto y, entonces cualquier promedio ponderado de X' y X'', donde X'< X'', también deben permitir producir el nivel y.

En lo que respecta a Y asumimos que cumple las siguientes propiedades de regularidad;

i) Es un conjunto no vacío;

ii) Es un conjunto cerrado;

iii) Es un conjunto de producción no cero.

De modo que, si se supone la existencia de un conjunto de posibilidades de producción Y^* que contenga todas las y que pueden ser producidas por alguna combinación de insumos $x=(x_1,\ldots,x_n)$, el nivel Y está contenido en el conjunto de posibilidades de producción. Es decir,

$$(2) \qquad y \leq Y^* = \{y \mid (x,y) \in x^* y\}^*$$

Entonces, cada y en Y^* define un conjunto de requerimientos de insumos V(y) que contiene todas las combinaciones de insumos x que permite producir el nivel y. Esto es

$$(3) \qquad V(y)=\{x \mid (x,y) \in Y\}$$

Por otro lado, es evidente que para realizar cualquier plan de producción, debe existir alguna combinación de insumos. El vector de insumos $x=(x_1,\ldots,x_n)$ no negativo tiene asociado un vector de precios estrictamente positivo $p=(p_1,\ldots,p_n)$. Por ello es posible definir el costo total como el producto interior de **x** por p. Esto es,

$$(4) \qquad C(y,p)=p_1x_1+,\ldots,+p_nx_n$$

Para que la función de costos sea dual, es decir, para que mediante la teoría de la dualidad se obtengan los parámetros tecnológicos de la función de producción, partiendo de una función de costos (véase: teoría de la dualidad en el presente trabajo), debe cumplir con las siguientes propiedades de regularidad:

1.-) La función costos es no negativa, para todo $y \in Y=\{y:y=F(\mathbf{x})\}$ y $P \gg 0_n$, se tiene que, $C(y,p) \geq 0$. Este resultado se desprende de que $P \gg 0_n$, ya que si los precios son positivos, el costo para producir cualquier nivel de producto y será no negativo.

2.-) La función C es línealmente homogénea en los precios de los insumos para cualquier nivel dado de producto.

$$(5) \qquad C(y,\lambda P)=\lambda C(y,P), \ \forall \ \lambda>0.$$

Esta propiedad manifiesta la permanencia de la proporción entre los precios al ser multiplicados todos por un número $\lambda>0$.

3.-) La función C es creciente en p, o sea, $C(y,p') \geq C(y,p^0)$, si

$y \in Y$ y $p' \geq p^0$. Esto dice que un incremento del precio de cualquier factor no puede reducir el costo para la producción de **y**. De modo que el costo de producción aumentará, aún cuando el volúmen de producción no aumente.

4.-) La función C es cóncava en **P**, $\forall\ y \in Y$. Si $P = \theta P' + (1-\theta)P''$ $0 \leq \theta \leq 1$, entonces $C(y,P) \geq \theta C(y,P') + (1-\theta)C(y,P'')$. Es decir, que si el conjunto de insumos con el precio **P'** permite producir el nivel **y**, entonces el promedio ponderado de **P'** y **P''** del conjunto de insumos cuyos precios son los indicados, también debe permitir producir al menos el nivel **y**.

5.-) La función C es continua en **p**, para $p \gg 0_n$ dado $y \varepsilon Y$. Lo cual implica la concavidad de la función F. Esto requiere que la matriz de segundas derivadas de F sea semidefinida negativa para todo **x**. Para que F sea derivable, es necesario que sea diferenciable en todos los puntos de su dominio porque ello implica que también es continua en dicho dominio (recordemos que la diferenciabilidad conlleva continuidad, pero la continuidad no implica la diferenciabilidad), y también se requiere que la curva sea suave, porque de no ser así tendrá un hueco (discontinua). Es decir, no debe tener huecos. Formalizando: una $F: R^n \Rightarrow R$ es cóncava si;

$$F[\lambda x + (1-\lambda)x'] \geq \lambda F(x) + (1-\lambda)F(x') \text{ para } 0 < \lambda \geq 1.$$

6.-) La función C es no decreciente en **y** para **p** fijo; si $p \gg 0_n$, $y^0, y^1 \varepsilon Y$, y $y^0 \leq y^1$, entonces $C(y^0,P) \leq C(y^1,P)$. Esta propiedad se desprende de que el costo para producir el nivel y^0 es $C(y^0,P)$, pero si queremos producir el nivel $y^1 > y^0$, el costo para producir y^1 será mayor, a pesar de que se mantengan constantes todos los precios de los insumos.

7.-) La función C es continua en **y**, $\forall\ p \gg 0_n$. Se desprende que si

$p^* \gg 0_n$, $y^* \varepsilon$ Y , $y^n \varepsilon$ Y, da una sucesión creciente $\{y^n \varepsilon Y\}$, $y^1 \leq y^2 \leq, \ldots, \leq y^n$ tiene límite, $\lim y^n = y^*$. Lo cual quiere decir, que si bien la producción se puede generar en cualquier punto de la curva de producción, dicha sucesión tiende al punto maximizador (minimizador) de la producción (del costo).

Las propiedades de regularidad enunciadas para la función de producción agregada directa, y para la función costos, no aseguran la maximización de la producción ni la minimización de los costos. ¿Por qué?. Porque el nivel de máximo producto y^* que se puede obtener con la N-tupla de insumos $x=(x_1,\ldots,x_n)$ es un valor de y alcanzable con esa combinación de insumos **x** pero tanto **y** como **x** no están necesariamente al alcance del productor desde el punto de vista económico.

Por lo anterior, la función F a la que nos enfrentamos está restringida por el monto presupuestal M del productor, $p^t x \leq M$, donde M > 0. De forma tal que $p^t x \leq M$ es igual a: $v^t x \leq 1$, donde $v^t = P^t/M$ es el vector de precios normalizados. Así, la función de producción agregada indirecta $G(v^t)$ es representada como

$$\boxed{(6) \quad G: R^n \rightarrow R: G(v^t) = \text{máx}_x \{ F(x): v^t x \leq 1, \; x \geq 0_n \} = y^M}$$

y si la función agregada directa satisface las condiciones de regularidad indicadas líneas arriba, la función de producción agregada indirecta G, cumple las siguientes condiciones:

1.1.-) $G(v^t)$ es una función de N-variables reales sobre el conjunto de precios positivos normalizados $V = \{v^t : v^t \gg 0_n\}$ y es una función continua sobre su dominio.

1.2.-) G es decreciente.

1.3.-) G es cuasi-cóncava en v^t.

1.4.-) G es tal que la función $\hat{F}(x) = \{ G(v^t): v^t x \leq 1, v^t \geq 0_n \}$ definida en $x = \{x : x \gg 0_n, y = F(x)\}$ es continua sobre su dominio y tiene una extensión continua para el espacio no negativo $\Omega = \{X : X \geq 0_n\}$.

Planteada la función G sólo interesa el nivel máximo de producto y^M permitido por M. De modo que la función de mínimo costo, es

$$\boxed{(7) \qquad C(y^M, P) = \text{Mín} \{ P^t X : G(v^t) \geq M \}}$$

que tiene las propiedades ya indicadas. Si estas propiedades se cumplen, entonces la definición del dominio de $C(y^M, P)$ puede extenderse de Yxp a $Y \times \Omega$ $C^m(y,P)$ siendo la extensión de la función de costo mínimo a

$\Omega = \{P : P \geq 0_n\}$, $\forall\ y \varepsilon Y$.

Si F^* es la función de producción directa definida por la función de mínimo costo, entonces $[\forall X \geq 0_n]\ F^*(X) = G(v^t)$.

Por lo anterior, se comprueba que bajo los principios de la teoría de la dualidad la función de costos permite obtener los parámetros tecnológicos de la función de producción, tomando como punto de partida la función de costo, de una industria y/o empresa se obtienen todos los aspectos económicamente relevantes de la tecnología y viceversa. La función de producción indirecta G esta representada por:

$$\boxed{(8) \qquad G(v^t) = \max_y \{ Y : p^t X \geq C(y^M, P)\ \forall\ p \varepsilon P, y \varepsilon Y \}}$$

Como se observa, la función de producción indirecta (8) supone el mínimo costo y la función de costo (7) supone el máximo nivel de producción.

La obtención de una función F partiendo de una función C de forma explícita, se logra mediante el uso del lema de Shepard. Este lema se desarrolla a continuación para luego aplicarlo al caso concreto de la industria automotríz.

LEMA DE SHEPHARD

El lema de Shephard permite obtener los parámetros tecnológicos de la función agregada directa F, partiendo de una función de costos. Siempre y cuando ésta última satisfaga los principios de regularidad señalados en el punto anterior. Esto sucede porque la función de mínimo costo queda descrita por la función de demanda codincionada de insumos de mínimo costo (condicionada, porque la demanda de insumos depende tanto del nivel de producción como de los precios de dichos insumos), al obtener sus derivadas parciales con respecto al precio de los insumos. (véase: MacFadden P.14.,1978). El lema de Shephard dice que *si la parcial* $C_{p_i}(y,p)$ *de la función de mínimo costo existe, entonces es igual a la demanda condicionada del insumo i necesario para producir al mínimo costo y ésta es única. A su vez, si existe una única demanda condicionada del insumo i correspondiente a la producción de mínimo costo entonces* $C_{p_i}(y,p)$ *es única*. Es decir, si existe la función de mínimo costo $C_n(y,p)$ entonces las demandas condicionadas de los n insumos correspondientes a (y,p) son únicas. En consecuencia $\partial C(y,p)/\partial p_i = X_i(y,p)_{i=1,\ldots,n}$

¿Cómo se establece esta ecuación?. Sea $\mathbf{X}^*$ la combinación de insumos de mínimo costo que permite producir el nivel **y** a los precios $\mathbf{P}^*$. Definimos entonces la función $g(P)=C^m(y,P)-PX^*$

El resultado de esta será menor a cero, debido a que $C^m(y,P)$ es la forma más barata de producir *y*. Para $\mathbf{P}^*=\mathbf{P}$, es igual a cero. Es decir $g(\mathbf{P}^*)=0$ porque $\mathbf{P}^*$ es el valor máximo de $g(\mathbf{P})$, por lo que su derivada debe anularse, es decir
$\partial g(P^*)/\partial P_i=[\partial C(y,P^*)/\partial P_i]-X_i^* = 0$

Por lo tanto, el vector de las cantidades de insumos de mínimo costo está dado por el vector de las derivadas de la función de costo con respecto a los precios. De modo que, para cada vector de precios de (y,p) existirá una elección óptima de factores X_i^*. Por otro lado, del vector de demanda condicionada se desprende la existencia de la función de costo mínimo. Porque $\partial C(y,p)/\partial P_i = X_i(y,p), i=1,\ldots,n$, es la condición de primer orden, para la existencia del costo mínimo, y dice que el costo marginal del insumo i es igual a su producto marginal. En tanto la condición de segundo orden exige que la matriz Hessiana sea semidefinida negativa. Finalmente, puesto que $X_i(y,P)$ es la demanda condicionada del insumo i que se desprende de la función de costo y está sujeto tanto al nivel de producción y como al vector de precios p de los insumos. Es decir, si se trata de

$$\begin{aligned}&\text{mín } px\\ &\text{s.a } F(x)=y\end{aligned}$$

las condiciones de primer orden que caracterizan su solución interior conducen a la relación técnica y económica de sustitución. Dichas condiciones son: $P=\lambda\nabla_x F(x^*)$ donde λ es el multiplicador de Lagrange o bien

$$P_i/P_j=[\partial F(x^*)/\partial x_i]/[\partial F(x^*)/\partial x_j]$$

El lado derecho indica la proporción en que el factor i puede sustituirse por el factor j manteniendo costante el nivel de producción y el lado izquierdo representa la relación económica de sustitución. Es decir, la proporción en que el factor i puede ser sustituido por el factor j sin que varíe el costo. Las propiedades indicadas se conocen como el Lema de Shephard. Sin embargo, el primero en ponerlas de manifiesto fué Hotelling (1932), siendo establecidas formalmente por Shephard. [véase:MacFadden P. 14,. (1978) y Diewert P. 553-559,. (1982)].

Al aplicar los resultados anteriores a la función $C_n(y,P)$ obtenemos los parámetros tecnológicos de la función de trasformación F. Veámos.

Retomamos nuestra función de producción agregada directa de la sección anterior $Y=F(X)$, al igual que nuestra función de costos $C(y,P)$. Las cuales tienen todas las propiedades ya señaladas. Así mismo, suponemos que nuestra función $C(y,P)$ es diferenciable con respecto a los precios de los n insumos en el punto (Y^*,P). Entonces $X_1(Y^*,P^*)=\nabla_p C(Y^*,P^*)$.

donde $X_1(Y^*,P^*) = [X_1 C(Y^*,P^*),\ldots,X_n C(Y^*,P^*)]$ es el vector de cantidades de insumos necesarios para producir Y^* unidades de producto al mínimo costo, dado el precio de los insumos P^*, donde la función F es definida por:

$$F(x)= \max_y \{y: x\in V(y)\} = \max_y\{y : p^t x \geq C(y,P) \ \forall \ P\gg 0_n\}$$

De modo que $\nabla_p C(y^*,P^*)= [\partial C(y^*,P_1^*,\ldots,P_n)/\partial C(y^*,P_1^*,\ldots,P_n^*)/\partial P_n]$

es el vector de primeras derivadas parciales de C con respecto a los componentes del vector de precios P^*.

Como se ve, este lema sólo requiere la existencia de la función C con las propiedades ya indicadas para que la función F quede definida.

Por otro lado es evidente que $\nabla_p C(y^*,P^*)$ es el vector o gradiente, de la demanda condicionada de insumos que minimiza los costos.

Si el productor tiene una restricción presupuestal tal que $P^t X\leq M$, entonces el producto máximo que se puede obtener se determina de la siguiente manera, $M=C(y,P)$, o mediante la normalización $1=C(y,P/M)$. De modo que al definir **y** como una función de los precios normalizados P/M, obtenemos la función de producción agregada indirecta G, tal que $Y=G(P/M)$, y como G puede ser definida directamente de la función F^* (como ya se indicó en el punto anterior), tenemos que para $P\gg 0_n, Y>0$

$G(P/M)=\max_x (F^*(X):(P/M)^t(X)\leq 1, X\geq 0_n)$

Asimismo, como la función $1=C(y,P/M)$ tiene las mismas propiedades de $C(y,P)$ al sacar $\nabla_p C(y^*,P/M)$ obtendremos la demanda de insumos restringida por el monto presupuestal M que minimiza los costos y al mismo tiempo obtenemos los parámetros tecnológicos de la función G. Debido a que $X_i(y^*,P^*)= \nabla_p C(y^*,P/M)$.

Por otro lado, tenemos que la función de demanda de insumos de mínimo costo $X_1(y,P),\ldots,X_n(y,P)$ existe en (y^*,P^*) y es igual a la derivada parcial de la función de costos con respecto a los n precios de los insumos: $X_i(y^*,P)=\nabla_p C(y^*,P^*)$. Así mismo, la concavidad de C implica que;

$$\partial X_i/\partial P_j = \nabla^2_{pp} C(y^*,P^*),$$

donde $\nabla^2_{pp} C(y^*,P^*)= [\partial^2 C(y^*,P^*)/\partial P_i \partial P_j]$ es la matriz Hessiana de la función costos con respecto al precio de los insumos evaluados en el punto (y^*,P^*). Lo cual implica (por el teorema de Young, también llamado teorema de Schwar) que es una matriz simétrica. Donde C es cóncava en **P** y por ello dos veces continuamente diferenciable con respecto a **P** alrededor del punto (y^*,P^*). Es decir, $\nabla^2_{pp} C(y^*,P^*)$ es una matriz semidefinida negativa, lo cual garantiza la existencia de la minimización de costos (la maximización de la producción).

Asimismo, puesto que C es linealmente homogénea de grado uno en **P**, tenemos que

$$C(y^*,\lambda P^*)=\lambda C(y^*,P^*),\ \forall\ \lambda > 0$$

La diferenciación parcial de esta ecuación con respecto a P_i para $1\leq\lambda\geq 0$ y un producto, proporciona el siguiente resultado:

$C_i(y^*,\lambda P^*)=\lambda C_i(y^*,P^*)$, donde

$C_i(y^*,P^*)= \partial C(y^*,P^*)/\partial P_i$,

también, cuando λ=1 se tiene

$C_i(y^*,\lambda P^*)= C_i(y^*,P^*)$,

y la diferenciación de ésta ecuación produce el siguiente resultado:

$\sum_{j=1}^{n} P_j^* \partial^2 C(y^*,P^*)/\partial P_i \partial P_j=0$, para $i,j=1,2,\ldots,n$.

De modo que haciendo uso de la matriz Hessiana, encontramos, que la función de demanda condicionada de insumos $X_i(y^*,P^*)$ satisface lo siguiente:

$[\partial X_i/\partial X_j]P^*=\nabla^2_{pp}C(y^*,P^*)P^*=0_n$,

donde $P^*= [P_1^*,\ldots,P_n^*]$.

Asimismo, debido a que F^* también es homogénea, podemos deducir que
$C(y,P)=yC(P)$,
donde

$C(P)= C(1,P)$,
de modo que cuando F^* es linealmente homogénea de grado uno $X_i(y^*,P^*)=y^*[\partial C(P^*)/\partial P_i)]$, $i=1,2,\ldots,n$.y $\partial X_i(y^*,P^*)/\partial y=\partial C(P^*)/\partial P_i$, tal que si $X_i^*=X_i(y^*,P^*)>0$ para $i=1,\ldots,n$ se deduce que $[\partial X_i(y^*,P^*)/\partial y](y^*/X_i^*)=y^*[\partial C(P^*)/\partial P_i]/X_i^*=1$. La cual dice que si F^* es linealmente homogénea, todas las elasticidades de los insumos con respecto al producto suman uno. Todas las implicaciones del lema de Shephard, las podemos resumir en las siguientes palabras: las combinaciones óptimas de insumos para producir el nivel de producto y^* pueden obtenerse, mediante la derivación parcial de la función de costos respecto de los

precios de los insumos.

TEORIA DE LA DUALIDAD.

Ya se indicó, que bajo la teoría de la dualidad la función de costos describe los parámetros tecnológicos de la función de producción. Sin embargo, como en la especificación econométrica del presente trabajo se hace uso de la función de costos translogarítmica, que se obtiene de una función de costos arbitraria, (más adelante se desarrolla el procedimiento), para medir el cambio técnico y la sustitución técnica, a continuación se muestra que los coeficientes que se obtengan mediante dicha función de costos, describen los parámetros técnicos de la función de producción. Para ello, partimos de la función de costos observada asumiendo que es homogénea de grado uno en los precios[3] y mediante la aplicación del lema de Shephard, obtenemos una función de producción que se desprende de la función de costos de la cual partimos.

Así, si tenemos que

$$\boxed{(8) \quad C(y,P) = y\ P_k^{\alpha} P_L^{\beta} P_I^{\gamma}}$$

donde **y** es el nivel de producto anual, P_K, P_L, P_I son los precios del capital, del trabajo y de los insumos intermedios respectivamente y $1=\alpha+\beta+\gamma$.

3/ La homogeneidad de grado uno hace alusión a la homogeneidad lineal en los precios de los insumos, e implica la permanencia de las proporciones entre los mismos si todos son multiplicados por un número $\lambda>0$. No confundir con la homogéneidad líneal de la función de producción. Porque la homogéneidad lineal de la función de producción, equivale a la suposición económica de rendimientos constantes a escala.

El hecho de que la función de costos sea homogénea de grado uno en los precios, facilita la realización de los cálculos para obtener la función de producción, porque podemos trabajar con dos de los precios y obtener el tercero por diferencia, observando que: $\beta=1-\alpha-\gamma$. De modo que la función de costos la podemos especificar de la siguiente manera.

$$C(y,P)=y\ P_K^{\beta}P_L^{1-\beta}$$

aplicando el lema de Shephard tenemos

$$\partial C(y.P)/\partial p_K=\beta y P_K^{\beta-1}P_L^{1-\beta} = K=$$

$\beta y(P_L/P_K)^{1-\beta} = K$, donde K representa las unidades de capital en términos físicos, y L representa las unidades de trabajo también en términos físicos.

$$\text{(a)}\quad (P_L/P_K)=(K/\beta y)^{1/1-\beta}$$

$$\partial C(y,P)/\partial P_L=(1-\beta)yP_K^{\beta}\ P_L^{-\beta} = L =$$

$$y(1-\beta)(P_L/P_K)^{-\beta} =L =$$

$$\text{(b)}\quad P_L/P_K=[L/(1-\beta)y]^{-1/\beta}$$

Igualando entre si las ecuaciones (a) y (b), tenemos

$$(K/\beta y)^{1/1-\beta}= [L/(1-\beta)y]^{-1/\beta}$$

elevando ambas ecuaciones a la potencia $-\beta(1-\beta)$

$$[(K/\beta y)^{1/1-\beta}]^{-\beta(1-\beta)} = \{[L/(1-\beta)y]^{-1/\beta}\}^{-\beta(1-\beta)}$$

tenemos

$$(K/\beta y)^{-\beta} = \{[L/(1-\beta)y]\}^{1-\beta}$$

agrupando términos

$(K/\beta y)^{-\beta}[(1-\beta)y]^{(1-\beta)} = L^{1-\beta}$

$(\beta y)^{\beta}[(1-\beta)y]^{1-\beta}= L^{1-\beta}K^{\beta}$

$[\beta^{\beta}(1-\beta)^{(1-\beta)}]y=L^{1-\beta}K^{\beta}$

y por las restricciones impuestas a los exponentes de los precios desde un principio, tenemos que la función de producción dual a la función de costos es la siguiente:

(c) $[\beta^{\beta}(1-\beta)^{(1-\beta)}(-\beta)^{-\beta}]y= L^{1-\beta}\ K^{\beta}\ I^{-\beta}$

Donde I representa los insumos intermedios, que es igual a

$y= L^{\beta}\ K^{\alpha}\ \ I^{\gamma}$

porque al realizar la operación del lado izquierdo de la ecuación (c) da como resultado uno[4] y al sumar los exponentes de las variables del lado derecho obtenemos

$\beta+1-\beta-\beta$

$1-\beta=\alpha+\gamma$

$1=\alpha+\beta+\gamma$

4/ $[(\beta^{\beta}/-\beta^{\beta})*(1-\beta)^{1-\beta}]y=$

$[-1(1-\beta)^{1-\beta})y=(-1+\beta)^{1-\beta}y$, como $\beta=1-\alpha-\gamma$, tenemos $(-1+1-\alpha-\gamma)^{1-\beta}y=(-\alpha-\gamma)^{1-\beta}y$, pero como $-\alpha-\gamma=\beta-1$, despejando y sustituyendo $\alpha+\beta+\gamma=1$. de ahí que $(1)y=(1)^{1-1+\alpha+\beta+\gamma}y=(1)^{1}y$.

APROXIMACION DE LA FUNCION DE COSTOS Y LA FUNCION TRASLOGARITMICA

Puesto que para obtener económetricamente los parámetros tecnológicos de la función de produción bajo la teoría de la dualidad trabajaremos con la función de costos traslogarítmica (translog), a continuación se muestra como se obtiene dicha función.

En los diferentes estudios se sugiere alegir formas funcionales lineales en los parámetros, para facilitar la estimación [véase: Chambers, p.p.161-168, (1988)], partimos de la siguiente forma funcional líneal general

$$(9) \qquad \Phi(Z)=\Sigma^{k}_{i=1}\alpha_i b_i(Z)$$

donde $\alpha_i, i=1,2,\ldots,k,$ es un conjunto de parámetros a ser estimados y $b_i(Z)$, $i=1,2,\ldots,k$ es una función del vector de variables Z. Se dice que la función líneal general puede aproximar cualquier función arbitraria dos veces diferenciable $\Phi^{*}(Z)$ en un punto Z^{o} al elegir los α_i $i=1,\ldots,k$ de tal forma que el valor de la función $\Phi(Z)$, su gradiente $\nabla_z\Phi(z)$ y su matriz Hessiana $\nabla^2_{zz}\Phi(Z)$ sean iguales a las magnitudes de $\Phi^{*}(z)$ en Z^{o}. Es decir,

a) $\Phi(Z^{o})=\Phi^{*}(Z^{o})$

b) $\nabla_z\Phi(Z^{o})=\nabla_z\Phi^{*}(Z^{o})$

c) $\nabla^2_{zz}\Phi(Z^{o})=\nabla^2_{zz}\Phi^{*}(Z^{o})$

También, puede hacerse una aproximación a la función lineal general mediante una serie de Taylor al rededor del punto Z^{o}. Así si

$\alpha_1=\Phi^*(Z^o)$

$\alpha_i=\nabla_{z-1}\Phi^*(Z^o),$ $\quad i=2,\ldots,n+1$

$\alpha_j=\nabla^2_{zz}\Phi^*(Z^o),$ $\quad j=n+2,\ldots,(1/2)(n+1)(n+2)$

$b_1=(Z^o)=1$

$b_i(Z^o)=(Z_{i-1}-Z^o_{i-1}),$ $\quad i=2,\ldots,n+1$

$b_j(Z^o)=1/2(Z_u-Z^o_u)(Z_v-Z^o_v)$ $\quad j=n+2,\ldots,(1/2)((n+1)(n+2))$

Así, podemos aproximar $\Phi(Z)$ a $\Phi^*(Z)$ en un punto Z^o de la siguiente manera

$$\Phi(Z)=\ \Phi^*(Z^o)+\Sigma^n_1\ (\nabla Z_{i=2}\Phi^*(Z^o)(Z_{i-1}-Z^o_{i-1})+$$

$1/2\Sigma^j_i\ \Sigma^k_j\nabla^2_{zz}\Phi^*(Z^o)(Z_u-Z^o_u)(Z_v-Z^o_v)$ o especificamente

$$\Phi(Z)=\alpha_1+\Sigma^n_i\alpha_i Z^-_{i-1}-Z^o_{i-1}+1/2\ \Sigma^j_i\Sigma^n_j(Z_v-Z^o_v)(Z_m-Z^o_m$$

Generalmente se asume que $b_i(Z)$ es una función de un cunjunto de Z[5].

La forma funcional cuadrática generalizada es un caso

---

[5] Cabe recordar, que cuando la función es dos veces continuamente diferenciable, la Hessiana es simétrica (por el teoreme de Young), y para el análisis, sólo se considera la porción triángular superior o inferior de dicha matriz. Esta porción triángular contiene n elementos diagonales y (1/2)n(n+1)-n elementos fuera de la diagonal. Es decir, el número de elementos de la porción triángular incluyendo la diagonal principal es 1/2(n+1)+n. Además, estos efectos separados, (la dimensión del gradiente, el número de elementos de la porción triángular superior o interior de la Hessiana), junto con el término del valor del producto de la función son (1/2)[(n+1)(n+2)].

especial de las formas generales lineales, porque la primera se puede obtener de ésta última siempre y cuando la función líneal general sea diferenciable hasta el orden necesario, y se expresa de la siguiente manera:

$$\tilde{\tilde{\Phi}}(Z)=\alpha_0+\Sigma^m_{i=1}\alpha_i g_i(Z_i)+1/2\Sigma^m_{i=1}\Sigma^m_{j=1}\alpha_{ij}g_i(Z_i)g_j(Z_j)$$

donde $\alpha_{ij}=\alpha_{ji}$ por la simetría de la Hessiana y cada $g_i(Z_i)$, $i=1,...,m$ es un función arbitraria con derivadas continuas hasta el orden necesario.

En las funciones cuadráticas anteriores, la función de costos translog es un caso especial y se puede obtener mediante una aproximación logarítmica de una función $\Phi(Z)$ con una serie de Taylor evaluada en el punto $Z^o=1$. [véase: Varian Hall P.149.(1980) y Dale Jorgenson P.1857. (1986)], también [Véase: Sharma Subhash, Noviebre P. 152. (1991)]. Ocuapando el desarrollo anterior para obtener la función de costos translog sustituyendo y haciendo que:

$$\tilde{\tilde{\Phi}}(Z)=\ln f(Z)$$

$$g_i(Z_i)=\ln Z_i$$

tenemos

$$\boxed{(10)\qquad \ln f(Z)=\alpha_o+\Sigma^m_{i=1}\ln Z_i+1/2\Sigma^m_{i=1}\Sigma^n_{j=1}\alpha_{ij}\ln Z_i \ln Z_j}$$

Puesto que la función de costos translog es un caso especial de la forma general líneal y puede obtenerse como una aproximación local de segundo orden de una función de costos arbitraria en la vecindad del punto $Z^o=(1,1,...1)$, como ya se indicó, si hacemos que

$$f(Z)=C(y,P,T)$$

$$g_i=\ln Z_i=\ln P_i$$

$g_y(y)=\ln y$ y

$\dot{y}_t=\ln yT$ para $i=1,\ldots,n$

donde T es un índice de tiempo como proxy de la tasa de cambio técnico (adelante se explica el papel que juega esta variable). Nuestra función de costos trasnlog, queda especificada de la siguiente manera

$$\ln C(y,P,T)=\alpha_o+\alpha_y \ln y+\alpha_t \ln T+\Sigma_i \alpha_i \ln P_i+1/2\Sigma_i\Sigma_j\alpha_{ij}\ln P_i \ln P_j+ \Sigma_{iy}\alpha_{iy}\ln P_i \ln Y+\Sigma_i\alpha_{it}\ln P_i T+1/2\alpha_{yy}(\ln y)^2+1/2\alpha_{tt}(T)^2+\alpha_{yt}\ln yT. \quad (11)$$

Para que la función (11) sea consistente con las propiedades de una función de costos, es necesario que sea líneamente homogénea y cóncava en los precios.

La homogéneidad líneal se logra imponiendo las siguientes restricciones

$\Sigma_i\alpha_i=1$, $\Sigma_{ij}\alpha_{ij}=0$, $\Sigma_i\alpha_{iy}=0$, y $\Sigma_i\alpha_{it}=0$

en tanto que la concavidad tiene que ser probada, ya que la función translog no se puede hacer cóncava imponiéndole restricciones.

Por otro lado, si bien ésta función no es líneal, la línealidad se logra aplicando el lema de Shephard, al obtener la primera derivada de la función de costos translog con respecto de los precios. Esto es:

$$(12) \quad \partial \ln C(y,P,T)/\partial \ln P_i=S_i= \alpha_i+\Sigma_j\alpha_{ij}\ln P_j+\alpha_{iy}\ln y+\alpha_{ti}T$$

donde S_i es el costo proporcional del insumo i, y $\Sigma^n_{i=1}S_i=1$.

Finalmente, cabe destacar que la función de costos transloges una función no homotética, es decir, es no separable

[aunque en las funciones teóricas y prácticas, se asume que la condición de separabilidad prevalece implícitamente. [véase: Nadiri I., P, 448., (1984)]. Así mismo, este tipo de funciones son caracterizadas por las isoclinas. Además, su forma funcional es flexible por lo que no impone restricciones a priori, tales como homotéticidad, constancia en las elasticidades de sustitución,[como lo hace la función de Cobb-Douglas y la función CES, entre otras, [(véase Varian Hall. P 149.,(1980) y Nadiri I., P. 448 (1982)]. O la separabilidad, sino que en este tipo de función, todo lo anterior debe ser probado[6].

LA ELASTICIDAD DE SUSTITUCION

La elasticisdad de sustitución es una medida del grado en que se pueden sustituir los insumos en el proceso productivo. El estudio lo iniciamos suponiendo que tenemos la siguiente función de producción

$$(13) \qquad Y=F(X_1,X_2)$$

Puesto que la Tasa Marginal de Sustitución Técnica,(TMST), mide el grado de ajuste de X_1 ante cambios en el nivel de utilización de X_2 de modo tal que el nivel de producción no cambia, podemos escribir

---

6/ Debemos tener presente que un función homotética se define como $y=g[f(x_1,...x_n)]$. Donde f es una función homogénea de algún grado mayor a cero y g es continua, positiva y monótona (creciente) de f. La no separabilidad implica que la minimización del costo de la demanda de factores es dependiente del nivel de producción. (véase: Berdnt., The Theory and Practice,...,p. 449).

$dY=f_1dX_1+ f_2dX_2=0$

y la $TMST=-f_1/f_2=dX_1/dX_2$.

Gráficamente está representada por la pendiente de la isocuanta, de la cual se desprende que el grado de sustitución entre los dos insumos está asociada con la curvatura de la isocuanta, como lo indica $-f_1/f_2$, que es una función del nivel de X_1 y de X_2.

Puesto que la elasticidad de sustitución (σ) mide el cambio proporcional en la razón de insumos como resultado de un cambio proporcional en la tasa de sustitución técnica. La σ puede ser representada por

$\sigma=d\ln(X_2/X_1)/d\ln(TMST)=[d(X_2/X_1)/d(f_1/f_2)][(f_1/f_2)/(X_2/X_1)]$

$$(14) \qquad \sigma=\frac{f_1f_2(f_1X_1+f_2X_2)}{(X_1X_2)Z}$$

donde $Z=2f_{12}f_1f_2-f_1^2f_{22}-f_2^2f_{11}$ véase la demostración en el apéndice B, del presente trabajo.

Por otro lado, puesto que la función de producción está restringida a un monto presupuestal, la σ puede representarse mediante la matriz Hessiana orlada.

$$\bar{H} = \begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2 \\ f_1 & f_{11} & f_{12} \\ f_2 & f_{21} & f_{22} \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{(X_1 f_1 + X_2 f_2)}{(X_1 X_2)} \quad \frac{H_{21}}{\bar{H}} \qquad (15)}$$

Donde H_{21} es el cofactor H_{21} de la hessiana y $\bar{H}$ es el determinante de la matriz hessiana orlada de la función.

Sin embargo, cuando se consideran más de dos insumos, el concepto de elasticidad de sustitución hace alusión a cómo se ajustan los insumos X_{i-i}, i=1,...,n, ante una variación de uno de ellos. En este caso estamos interesados no sólo en la magnitud de la elasticidad, sino también en el signo de las elasticidades de sustitución cruzada entre los insumos. Debido a que dependiendo del signo, los insumso serán sustitutos, complementarios o no tendrán relación.

Una medida que permite calcular el grado de sustitución entre cualesquiera dos insumos para el caso de tres o más de ellos, es la elasticidad de sustitución parcial de Allen-Usawa (σ^a_{ij}), que se define como una generalización de la expresión dada anteriormente en (15).

$\sigma^a_{ij} = (\Sigma_i X_i f_i / X_i X_j)(H_{ij} / \bar{H})$

Donde $\bar{H}$ es el determinante de la matriz Hessiana orlada de la función de produción y H_{ij} es el cofactor asociado a f_{ij}

$$\bar{H}=\begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2 & \dots f_n \\ f_1 & f_{11} & f_{12} & f_{1n} \\ f_2 & f_{21} & f_{22} & f_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_n & f_{n1} & f_{n2} & f_{nn} \end{vmatrix}$$

Debido a la continuidad derivable de la función producción $\sigma^a_{ij}=\sigma_{ji}{}^a$. Por otro lado, si $\sigma^a_{ij}<0$ los insumos i y j son complementarios . Si $\sigma^a_{ij}>0$ son sustitutos y si $\sigma^a_{ij}=0$ no tienen relación.

De la función de costos podemos recuperar las medidas de elasticidad de sustitución descritas en el apendice B, haciendo uso de la condición de primer orden para la minimización del costo. Puesto que esta implica que la $TMST_{12}$ es igual a la razón de precios de los insumos. Esto es $f_1/f_2=p_1/p_2$ sustituyendo en σ, tenemos

$$\sigma=d\ln(X_2/X_1)/d\ln(p_1/p_2)=(d\ln X_2-d\ln X_1)/(d\ln p_1-d\ln p_2)$$

Como se observa, esta expresión provee información sobre la variación en la relación de insumos ante cambios en sus precios. Con base en ello, se pueden definir varios tipos de elasticidad, según cambie uno o ambos precios, y la cantidad de uno o de ambos insumos. [Véase: Mundlak, p.p. 225-285. (1968)].

1) La elasticidad de sustitución de un insumo ante un precio

$\hat{X}_2/\hat{p}_i$, mide el cambio porcentual en la utilización del insumo X_2 ante variaciones porcentuales del precio del insumo uno.

2) La elasticidad de sustitución de dos insumos ante un precio

$(\hat{X}_2-\hat{X}_1)/\hat{p}_1$, mide la razón de insumos ante variaciones en el precio del insumo uno.

3) La elasticidad de sustitución de dos insumos ante dos precios

$(\hat{X}_1-\hat{X}_2)/\hat{P}_2-\hat{P}_1)$, mide como se ajusta la razón de insumos X_2/X_1 ante variaciones porcentuales de la relación de precios p_1/p_2.

Sin embargo, en el caso de n insumos, cuando intentamos medir la elasticidad de sustitución entre el insumo X_i y X_j, también debemos considerar los demás insumos n-2. De aquí en adelante asumimos que los precios P_b $b\neq i,j$ permanecen constantes y que las cantidades de insumos X_b, $b\neq i,j$ se ajustan óptimamente.

Por lo anterior la medida de elasticidad de sustitución de Allen-Usawa se calcula de la siguiente manera:

$$\sigma^a_{ij} = E_{ij}/S_j \qquad (16)$$

donde

$E_{ij}=[\partial X_i(p,Y,T)/\partial P_j](P_j/X_i)$

es la elasticidad de sustitución cruzada de la demanda condicionada del insumo i con respecto al precio del insumo j, y

$S_j=[P_jX_j(P,Y,T)]/C(P,Y,T)$

es el costo proporcional del insumo j, es decir, la participación del costo del insumo j en el costo total.

Se debe destacar que σ^a_{ij} es una medida del tipo (1), es decir, es del tipo de elaticidad de un precio un insumo. Porque es igual a la demanda condicionada cruzada entre S_j cuyo precio está variando. Si aplicamos el lema de Shephard, denotando por c_i la derivada de la función costos C(P,Y,T) con respecto del precio P_i, manteniendo constantante Y y T, tenemos

$$c_i = [\partial C(P,Y,T)]/\partial P_i = X_i(P,Y,T)$$

y

$$c_{ij} = [\partial^2 C(P,Y,T)]/\partial P_i \partial P_j = \partial X_i(P,Y,T)/\partial P_j$$

por lo que podemos escribir la σ^a_{ij} como:

$$\sigma^a_{ij} = c_{ij}(P_j/c_i)/(P_j c_j/C) = C(P_j{*}c_{ij})/c_i(P_j{*}c_j) =$$

$$\boxed{\sigma^a_{ij} = C{*}c_{ij}/c_i{*}\ c_j \qquad (17)}$$

y por el teorema de Young, $c_{ij} = c_{ji}$, entonces

$$\boxed{\sigma^a_{ij} = c_{ij}(C/c_i c_j) = c_{ji}(C/c_j c_i) = \sigma^a_{ji} \qquad (18)}$$

y como la función costos es cóncava en P

$$c_{ii} = \partial X_i(P,Y,T)/\partial P_i \leq 0,\ \text{la}\ \sigma_{ii} = c_{ii}C/c_i c_j \leq 0$$

Por otro lado, puesto que la función costos es linealmente homogénea en los precios, las demandas condicionadas son homogéneas de grado cero en los precios, por el teorema de Euler, y se cumple

$$\Sigma_j[\partial X_i(P,Y,T)/\partial P_j]\partial P_j = 0$$

multiplicando ambos miembros por $1/X_i$

$$\Sigma_i 1/X_i[\partial X_i(P,Y,T)/\partial P_j]\partial P_j = 0,\ \text{de modo que}$$

$$\Sigma_i E_{ij} = 0 \qquad \text{o que}$$

$$\Sigma_{j=i} E_{ij} = -E_{ii},\ \text{pero como}\ E_{ii} \leq 0\ \text{se tiene que}$$

$$\Sigma_{j=i} E_{ij} \geq 0$$

Es decir, que ningún insumo puede ser complemento de todos. [Véase: Morrissett, Irving.p.p. 55-56.(1953)]

Por otro lado, puesto que la forma funcional con la que realizamos el cálculo paramétrico es con la función de costos translog, las elasticidades parciales de sustitución de Allen-Usawa, serán calculadas de la siguiente manera

$$\boxed{\sigma^{a}_{ii} = \frac{(\alpha_{ii}+S_i^2-S_i)}{S_i^2} \qquad i=K,L,I \qquad (19)}$$

$$\boxed{\sigma^{a}_{ij} = \frac{(\alpha_{ij}+S_iS_j)}{S_iS_j} \qquad i=K,L,I \qquad (20)}$$

Expresiones equivalentes a la (17) y (18), [Véase la demostración en el apéndice C].

CAMBIO TECNICO

El lema de shephard permite obtener las demandas condicionadas, derivando la función costos con respecto del precio

$$\frac{\partial C(Y,P,T)}{\partial P_i} = X_i$$

y estas permiten determinar de qué depende la tasa de crecimiento de la demanda del insumo i-ésimo

$$\boxed{\hat{X}_i = E_{i1}\hat{P}_1 + ,\ldots, + E_{in}\hat{P}_n + E_{iy}\hat{Y} + \partial \ln X_i / \partial T \qquad (21)}$$

donde
$$E_{ii} = \frac{\partial X_i(P,Y,T)}{\partial P_i} * \frac{P_i}{X_i}$$

es la elasticidad cruzada como ya se indicó. De modo que usando la σ^a_{ij} podemos reescribir (21)

$$\hat{X} = \Sigma_j S_j \sigma^a_{ij} \hat{P}_j + E_{iy}\hat{Y} + \frac{\partial \ln X_i}{\partial T}$$

Por lo que para detectar el cambio en el uso del insumo i-ésimo, necesitamos conocer los parámetros tecnológicos de la expresión $\partial \ln X/\partial T$, los cuales dependen de la forma funcional con la que estemos trabajando, y puesto que la forma funcional que se pone en práctica en el modelo empírico es la función de costos translog, trabajaremos con el costo proporcional del insumo i-ésimo en el costo total. Por lo que el estudio del cambio técnico se realiza de forma tal que tenga implicaciones en el aumento o disminución de la participación del insumo i en el costo total.[7] Por lo que en nuestra función de costo mínimo

7/ Porque sabemos que el cambio técnico en la función de producción, es definido como la reducción de las cantidades de los insumos utilizados en el proceso productivo para obtener una unidad de producto. Que es igual a la reducción del costo total incluímos la variable tiempo (T), como una proxy del cambio tecnológico. [véase: Archibald S y Loren Brand, p.p. 131-132, (1991). y Sharma S, p.p.152.(1991)].

Con base en lo anterior se dice que el cambio técnico es usador del factor i, en el sentido de que dicho cambio hace aumentar la participación del insumo citado en el costo total, para un nivel de producto dado. A pesar de que el cambio técnico aumenta la productividad marginal de insumo i, si

$$\frac{\delta S_i}{\delta T}(P,Y,T)>0$$

donde S_i es difinido como ya se indicó.
El cambio técnico será ahorrador del insumo i, en el sentido de que el costo proporcional de dicho insumo en el costo total disminuye, para un monto de producto dado, como resultado del cambio técnico, que como ya se indicó, aumenta la productividad marginal del insumo i, si

$$\frac{\delta S_i}{\delta T}(P,Y,T)<0.$$

Finalmente, si la relación entre los costos proporcionales en el costo total no se altera, el cambio técnico será costo neutral. Esto es, si

$$\frac{\partial S_i(P,Y,T)}{\partial T}=0$$

La tasa de cambio técnico que contempla la reducción o aumento del costo proporcional del insumo i, para un nivel de producto dado, como consecuencia del cambio técnico, es la tasa negativa de cambio técnico de Christensen y Jorgenson, la cual está elaborada para calcular el cambio técnico usando los

---

unitario de todos los factores atribuible a la aplicación de mejoras técnicas.

parámetros obtenidos mediante la función de costos translog. Esta se define como el promedio negativo de la tasa de cambio técnico para cualesquiera dos niveles de tecnología, que pueden ser t y t-1, y se define como la diferencia sucesiva entre el precio del producto, menos un promedio ponderado de las diferencias entre los logaritmos sucesivos de los precios con una ponderación dada por el promedio de los costos. Esto es

$$(22) \qquad -\bar{v}_t = \ln Y(t) - \ln Y(t-1) - \bar{v}[\ln P(t) - \ln P(t-1)]$$

donde

$\bar{v}_t = 1/2[v_t(t) + v_t(t-1)]$, es la tasa promedio de cambio técnico y el vector de la proporción de valor promedio $\bar{v}$ está dado por $\bar{v} = 1/2[v(t) + v(t-1)]$. [véase:Jorgenson D.p.p. 1855-1957.(1986)].

MODELO EMPIRICO SUR

La función costos C(y,P,T) denota el mínimo costo total para el vector de insumos x_i, que permite obtener el nivel de producto y_i. Siendo la función costos no negativa, porque x_i y p_i son no negativos y no decreciente en el precio de los insumos para un nivel de producto dado. Por lo que dicha función puede ser representada como sigue

$$C = \Sigma^{3}_{i=1} p_i x_i T; y_i \qquad i=(K,L,I)$$

donde K=capital, L=trabajo e I=insumos intermedios y T=proxy del cambio técnico.

Por otro lado, es necesario tener presente que, la especificación econométrica de la función costos difiere de la función de producción en lo concerniente a la exogeneidad. Ya que, en la regresión de la función de producción, el producto es endógeno y los insumos exógenos. En tanto, en la función dual de costos la produccón y los insumos son exógenos.

En nuestra especificación econométrica agregamos un componente Ec, es el vector de perturbaciones aleatorias no observada.

$$\ln C=\alpha_o+\alpha_y \ln Y+\alpha_t T+\Sigma_i \alpha_i \ln P_i+1/2\Sigma_i\Sigma_j \alpha_{ij} \ln P_i \ln P_j+\Sigma_i \alpha_{iy} \ln P_i \ln Y+\Sigma_i \alpha_{ii} \ln P_i T+1/2\alpha_{yy}(\ln Y)^2+1/2\alpha_{tt}(T)^2+\alpha_{yt} \ln YT+\varepsilon_c \qquad (23)$$

Esta función se calcula directamente. Sin embargo, para obtener la minimización del costo, sacamos la primera derivada con respecto al precio P_i del factor productivo i, (i=K,L,I). Es decir, aplicamos el lema de Shephard, obteniendo la participación de cada insumo (S_i) en el costo total.

La participación de cada insumo en el costo total, denominado también costo proporcional es

$$S_i=\delta \ln C/\delta \ln P_i=\alpha_i+\Sigma_i \alpha_{ij} \ln P_i+\alpha_{iy} \ln Y+\alpha_{it} T+\varepsilon_i \qquad (24)$$

donde $\Sigma_i^3 S_i=1$

Así, como estamos considerando el precio de tres factores productivos, las funciones de costo proporcional a estimar son:

$$\begin{aligned} S_K&=\alpha_K+\alpha_{KK} \ln P_K+\alpha_{KL} \ln P_L+\alpha_{KI} \ln P_I+\alpha_{Kt} T+\alpha_{ky} \ln Y+\varepsilon_K \\ S_L&=\alpha_L+\alpha_{LK} \ln P_K+\alpha_{LL} \ln P_L+\alpha_{LI} \ln P_I+\alpha_{Lt} T+\alpha_{Ly} \ln Y+\varepsilon_L \qquad (24.1) \\ S_I&=\alpha_I+\alpha_{IK} \ln P_K+\alpha_{IL} \ln P_L+\alpha_{II} \ln P_I+\alpha_{It} T+\alpha_{Iy} \ln Y+\varepsilon_I \end{aligned}$$

En el sistema de ecuaciones (24.1), al igual que en la translog, (23) asumimos que las perturbaciones aleatorias (ε_i) tienen un valor esperado igual a cero para todas las ecuaciones y que estos errores aleatorios tienen una matriz de covarianzas que es la misma para todas las ecuaciones y es de rango n. Finalmente, asumimos que las perturbaciones aleatorias correspondientes a las distintas ecuaciones están correlacionadas, por lo que la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones aleatorias de cada ecuación tienen la forma de producto Kronecker:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}I & \sigma_{12}I & \dots & \sigma_{1n}I \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1}I & \sigma_{n2}I & \dots & \sigma_{nn}I \end{bmatrix} = \Sigma\otimes I$$

donde Σ denota la matriz de varianzas y covarianzas, y por ello debemos de hacer la estimación de un modelo de ecuaciones aparentemente relacionadas, puesto que la estimación directa de cada ecuación, produce serios sesgos en los estimadores [véase J. Johnston, p.p.330-341 (1984)]. Se aplica el método de Zellner, que consta de los siguientes pasos:

a) Se estima cada una de las ecuaciones mediante el método de MCO, para obtener el vector de residuos $e_1, e_2, \dots, e_n$ de la muestra, donde $e_i = [I_{nxn} - X_{nxm}(X'_{mxn}X_{nxm})^{-1} X'_{mxn}]y$

donde I_{nxn} es la matriz identidad de orden nxn y **X** y **y** representa la matriz de datos observables.

b) los elementos diagonales σ_{ii} de Σ son estimados mediante

$$W_{ii} = e'_i e_i / n - \kappa_i$$

y los elementos no diagonales $W_{ij} = e'_i e_j / (n-\kappa)^{1/2} (n-\kappa\ )^{1/2}$

k_i denota el número de columnas de la matriz X_i. Mediante los pasos anteriores obtenemos $\hat{\Sigma}$ (^ significa estimado), y se sustituye en las ecuaciones (24.1), para obtener estimadores asintóticamente eficientes [(véase: Johnston P. 340-341. (1984) y Spanos. P.585-588. (1986)]

El modelo planteado (24.1) se estima simultáneamente, por medio de un paquete econométrico que estime modelos Seemingly Unrelated Regression (SUR), o sea, que aplica el método de Zellner automáticamente, siempre y cuando se haya eliminado una ecuación de costo proporcional. Debido a que el cálculo directo de cada ecuación S_i mediante MCO da como resultado estimadores sesgados. El cálculo con la técnica SUR da como resultado parámetros estimados asintotícamente eficientes, equivalentes a los que se obtendrian por máxima verosimilitud, que son únicos e independientes de la ecuación omitida.

Por otro lado, el que la función de costos translog sea de la familia de funciones no-homotéticas, no implica que ello se de por supuesto. Puesto que, una función producción cuasi-cóncava F(x) es débilmente separable con respecto a una partición R en un punto si y solo si la elasticidad de sustitución parcial Allen-Usawa (AUSE) entre pares de insumos son iguales ($AUSE_{ik} = AUSE_{jk}$) para todos los puntos $i \neq j \in N_r$, $k \notin N_r$. La función será fuertemente separable si y solo si $AUSE_{iK} = AUES_{jK}$ para todos los puntos $i \in N_s$, $j \in N_t$, $k \notin N_s \cup N_t$. Por dualidad, lo anterior es aplicable a una función de costos. De modo que si F(x) es separable y homotética, entonces la función dual de costos C(y,p)=H(y)*G(p) será débilmente separable si

$$C_j C_{ik} - C_i C_{jk} = 0$$

es decir, si[8]

$$AUSE_{ik} = AUSE_{jk}$$

y será monotónica, continua, y creciente si todos los costos

8/ veáse: Blackorby Charles y Robert Russell. Functional Structure and the Allen Partial Elasticites of Substitution: An Aplcaion of Duality Theory. Review of Economoics Studies. Vol.VLIII (2), N°134, June 1976. p.p.285-291.

proporcionales son positivos. Otra forma es obteniendo la derivada parcial de cada ecuación del sistema (24.1), la cual debe ser cero. Puesto que dichas ecuaciones se obtuvieron de la ecuación translog que hemos restringido a que sea homogénea de grado uno, dicha condición se cumple necesariamente[9]. Tal y como se comprueba en el cuadro seis, al ser todos los costos proporcionales mayores a cero. Asimismo debemos tener presente que la separabilidad implica la monotonicidad, puesto que una función homotética es homogénea, monótona, positiva y continua.

Por otro lado, para que la función sea cuasi-cóncava se requiere que la matriz de elasticidades parciales de sustitución sea semidefinida negativa en cada observación, es decir que σ^{a}_{11} <0 [véase: Berndt, P. 493. (1991)].

9/ veáse: Chambers Robert G. Applied Production Analysis. A dual approach. Cambridge University Press., 1990. págs 110-119.

RESULTADOS ECONOMETRICOS

En el cuadro 1 se presentan los parámetros estimados del sistema de ecuaciones (24.1) S_I S_L S_K para el período 1970-1989 con datos de la industria automotriz de México.

En dicho cuadro observamos los parámetros tecnológicos, y con base en las pruebas estadísticas realizadas podemos decir por su signo que en la industria y período citados, el cambio técnico ha sido no neutral. Puesto que el valor de sus parámetros es distinto de cero, e indican que dicho cambio ha sido usador de insumos intermedios ($\alpha_{It}>0$), y ahorrador de trabajo y de capital ($\alpha_{Lt}<0$, $\alpha_{Kt}<0$). Estos resultados concuerdan con los estudios realizados por algunos investigadores, puesto que ellos mencionan que los cambios tanto en la organización de la producción, en la ubicación de las plantas (norte del país), la tecnología productiva, la orientación de la producción y las relaciones laborales cambian a partir de la década del setenta. Así tenemos que, la tecnología utilizada en las inversiones realizadas a partir de 1970 es de punta, tal como la que se utiliza en el Japón, U.S.A y Alemania y ya no es la maquinaria obsoleta en esos países, como ocurría desde el origen de la industria automotriz en México, (década de 1920) hasta principios de los setenta. [véase: Moreno Brid J C, p.p.34-35 (1988)]. Asimismo, las plantas nuevas se encuentran en los Estados de Chihuahua y Sonora y su producción ya no se orienta tan sólo al mercado interno como se hizo hasta principios de los setenta, sino al mercado externo. [véase: Moreno Brid J C, p.p. 25-26,(1988) y Shaiken H y Stephen Herzenber, p.p. 11-24, (1989)]. En las relaciones laborales se implementan la flexibilidad laboral y al mismo tiempo se demandan trabajadores sumamente jóvenes con estudios técnicos.

Los resultados obtenidos en el modelo respecto al cambio tecnológico, indican que ha sido usador de insumos intermedios

(α_{It}>0), lo cual es constatado por los datos que aparecen al final del presente trabajo, puesto que la participación de dichos insumos intermedios en el costo total ha aumentado continuamente desde 1970 hasta 1989. Asimismo encontramos que el cambio tecnológico ha sido ahorrador de capital y de trabajo, resultados que son confirmados por los datos referentes a los costos proporcionales de dichos insumos (vea en el apéndice estadístico el cuadro intitulado costos proporcionales de los factores productivos). En cuyo cuadro se observa que la participación del capital en el costo total ha disminuido, sobre todo a partir de 1983. En lo que corresponde a la participación del trabajo en el costo total éste ha disminuido año con año, tal y como se puede observar en cuadro citado.

CUADRO 1
PARAMETROS ESTIMADOS DE LAS FUNCIONES DE COSTO PROPORCIONAL

α_L	0.1825*	α_{KK}	0.120416
	(0.01515)		
α_K	0.1222	α_{Ly}	-0.10918*
			(0.0067164)
α_I	0.6958*	α_{Iy}	0.020598*
	(0.02228)		(0.00688)
α_{LL}	0.10014*	α_{Ky}	0.088587
	(0.00647)		
α_{LI}	-0.025526*	α_{Lt}	-0.0083141**
	(0.00359)		(0.00293)
α_{LK}	-0.074615	α_{It}	0.011418**
			(0.006265)
α_{II}	0.071327*	α_{Kt}	-0.003104
	(0.01089)		

Nota: entre paréntesis se indican las desviaciones estándares.
* Significativos casi al 100%
** Significativos al 98.2%

En el cuadro 2 se presentan las elasticidades parciales de sustitución de Allen-Usawa, calculadas como se indicó en (19) y (20), y con base en la estimación de los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis pertinentes podemos afirmar con 95% de certeza (véase apéndice D), que las elasticidades de sustitución propias de Allen-Usawa son negativas, por lo que podemos concluir que la función de costos translog para la industria automotríz es cóncava y por ello que sí minimiza sus costos (maximiza la producción).

Considerando los datos del cuadro 2 podemos decir que, el trabajo es sustituto del capital, en tanto los insumos intermedios y el capital son complementarios. Por su parte, el trabajo es complementario de los insumos intermedios, sin embargo, según las desviaciones estándares, no es significativo, lo que nos podría llevar a pensar que no tienen relación alguna, no obstante, al análizar la dinámica del comporamiento de dichos índices observamos que sí tienen relación, es decir, que el comportamiento de uno de ellos influye en el otro y viceversa

CUADRO 2

ELASTICIDADES DE SUSTITUCIÓN PARCIALES DE

ALLEN-USAWA

1970-1989

	K	L	I
K	-2.1949288 (0.4681438)	-2.1949288 (0.996558)	1.0244472 (0.006261)
I		0.5666287 (2.6144173)	0.6586225 (0.0859298)
L	-		-0.3505125 (0.0508674)

Nota: las elasticidades son evaluadas por las participaciones medias de cada insumo en el costo total.
Entre paréntesis, se indican los errores estándares, estimados tratando las participaciones medias de los diversos insumos en el costo como constantes no estocásticas.

Por otro lado, debido a que la participación del insumo i, (i=K,L,I) en el costo total está definido por

$S_i = P_i X_i (P,Y,T)/C$ se tiene

$\partial S_i / \partial P_j = P_i C C_{ji} - P_i C_i C_j / C^2$

$= [P_i (C C_{ij} - C_i C_j)] / C^2$

tenemos que la participación del insumo i aumenta (disminuye) a medida que cambia el precio del insumo j, sí y solo si σ^A_{ij} es mayor que uno (es menor que uno).

A partir de lo anterior, y de acuerdo con los resultados del cuadro 2, es posible afirmar que la participación del capital disminuye como resultado de un aumento en el precio del trabajo. Este resultado concuerda con la dinámica del índice de precios del trabajo y con el comportamiento de la participación del capital S_k en el costo total (vea: apéndice estadístico), puesto que ante el aumento (disminución) del salario -w- , la participación del capital disminuye (aumenta). Sin embargo, lo anterior no es del todo cierto, porque la disminución del S_k se debe principalmente a que el cambio tecnológico en ese insumo ha sido considerable[10], como se verá más adelante, y como lo pone de manifiesto algunos estudios[11]. También, del cuadro dos se desprende que la participación del capital aumenta al incrementarse el precio de los insumos intermedios. No obstante éste resultado no es confirmado por la dinámica del índice de precios de los insumos mencionados, ni por el comportamiento del S_k, porque en tanto el precio de los insumos intermedios sube, la participación del capital en el costo total disminuye. Lo cual puede ser explicado por el cambio técnico del capital que ha sido considerable, respecto del cambio técnico de los otros dos insumos, sobre todo a principios de los ochenta. (vea:cuadro cinco).

Finalmente, el mismo cuadro dos nos permite decir, que la participación del trabajo S_L se reduce si se incrementa el precio de los insumos intermedios. Estos resultados son

---

[10] Recordemos que en la función de costos el cambio técnico se manifienta mediante reducciones de la participación del insumo i en el costo total.

[11] Moreno Brid, J C, p.p 36-45 (1988), el de Shaikenh H. y Stephen Herzenber, p.p 20-21, 30-32, 41-87, (1989) y la Sección Nacional de la Revista de Comercio Exterior, Vol.42, N^{o}8, p.p. 724-726, agosto de 1992.

congruentes con la dinámica de los índices correspondientes. (vea apéndice estadístico) Así, tenemos que S_L disminuye en el costo total y el precio de los insumos intermedios se eleva. Lo cual confirma que dichos insumos sí están relacionados, apesar de los resultados econométricos. Además, según estudios realizados ponen de menifiesto que el número de trabajadores empleados en la industria ha disminuido desde principios de los ochenta [véase: Moreno Brid J C, p.p.36-45, (1988)], como resultado por una parte de la crisis económica de México y por la otra por el creciente uso de tecnologías sofisticadas en la producción.

De los resultados anteriores podría pensarse que una política para aumentar el empleo en esta industria sería: a) excenciones fiscales, subsidios, reducción arancelaria de todo lo importado para llevar acabo la producción, (como el TLC) u otras medidas que favorezcan la disminución del precio de los insumos intermedios, puesto que se presenta un doble efecto al decender su precio: i) aumentaría la participación del trabajo en el costo total, ii) reduciría la participación del capital en el costo total, conllevando, estos dos efectos a elevar la participación del trabajo en el costo total. Sin embargo, bajo el contexto internacional que enfrenta esta industria como es: automatización de la producción, la presencia de robots en el proceso productivo, sistemas computarizados, inventarios tendientes a cero y la flexibilidad laboral, es poco probable que con dichas medidas se obtengan los resultados esperados y menos aún si consideramos que la industria automotriz mexicana es una de las más dinámicas de la economía y de América del Norte [Véase: Revista de Comercio Exterior, Sección Nacional, Vol. 42. N°8, p.p. 724-730 (agosto de 1992)], para que esta industria siga teniendo éste mismo comportamiento será necesario que se sigan implementando los avances técnicos que se realizan en la industria a nivel mundial, y por lo tanto seguir elevando la calidad de su fuerza de trabajo para aumentar la productividad.

Otro resultado de esta investigación se refiere a la importancia que tiene para el estudio de la industria, analizar el comportamiento de sus distintos sectores o ramas. Así por ejemplo, las conclusiones obtenidas en el presente trabajo no concuerdan con los resultados obtenidos por Pedro Espinosa para la industria manufacturera durante 1960-1985.[12] Lo cual pone de manifiesto que las unidades productoras no reaccionan igual que el todo, es decir, la industria automotriz no reacciona de la misma manera en que lo hace la industria manufacturera. En dicho trabajo se concluyó que el cambio técnico fue usador de capital, de recursos intermedios y ahorrador de trabajo. En tanto en la industria automotriz, dicho cambio técnico fué usador de insumos intermedios y ahorrador de trabajo y de capital.

En lo que respecta a las elasticidades de sustitución parciales de Allen-Usawa para la industria manufacturera se encontró que el trabajo es sustituto del capital y de los insumos intermedios y que el capital es complementario del trabajo y de los insumos intermedios. En tanto para la industria automotriz tenemos que el trabajo es sustituto del capital y que los insumos intermedios y el capital son complementrarios. Estos resultados evidencian que el comportamiento macro no coincide con el microeconómico. De ahí la importancia de los estudios como el presente, porque permiten conocer puntualmente el comportamiento microeconómico de industrias claves de la economía, proporcionando elementos útiles para diseñar políticas económicas que consideren la situación específica de las mismas, de modo tal que sus objetivos estén en concordancia con el comportamiento de las unidades microeconómicas.

Por último, en el cuadro 5 se presentan los cálculos de la tasa de cambio técnico, estimado como se indica en la ecuación

12/ Véase: Espinosa Pedro, p.p. 36-43.(1989).

(22), del capital (VKT), del trabajo (VLT), de los insumos intermedios (VIT), así como la tasa de cambio técnico total (CTKLI) y promedio (CT3). De dicho cuadro se desprende que la tasa de cambio técnico de los tres factores ha sido creciente y permanente, (vea grafica 1 y 2).

El crecimiento permanente del cambio técnico del capital registrado en el modelo, puede ser explicado por la serie de innovaciones que se implementaron desde principios de los setenta, en el proceso productivo, tales como la incorporación del equipo de capital más avanzado (robots y sistemas computacionales), principalmente en las plantas del norte del país (Chihuahua y Sonora). El cambio técnico de los insumos intermedios se debe o puede explicarse por las mismas razones que justifican el cambio técnico del capital y por el auge que ha tenido la producción de autopartes desde finales de los setenta [véase: Comercio Exterior, Vol.42. N°. 8 ,p.p. 724-730 (agosto de 1992)]. El cambio técnico del trabajo puede explicarse por la implementación de la flexibilidad laboral y por los conocimientos técnicos que hoy debe tener la mano de obra joven empleada en al industria bajo estudio [véase: Moreno Brid J C, p.p. 36-45, (1988)]. Sin embargo, algunos autores consideran que la flexibilidad laboral requerida para la industria no se ha podido implementar al grado necesario, entre otras causas por la presencia de los sindicatos, principalmente en los del centro del país, que se niegan a la modificación del contrato colectivo de trabajo y sobre todo a perder su influencia en el proceso productivo, de ahí que el cambio técnico en el trabajo sea menor al de los otros dos insumos. Al parecer apesar de los cambios en las actitudes sindicales aún persisten problemas en cuanto a la organización del trabajo y por tanto no se ha alcanzado la flexibilidad al grado necesario.[13]

---

[13]Vea: Moreno Brid J C, p.p. 36-45, (1988).

El comportamiento del cambio técnico durante el período de estudio se debe en parte a las modificaciones llevadas acabo en la industria automotriz, principalmente en los ochenta, donde dicho cambio fué mayor, debido a la presencia de robots, sistemas computacionales en el control de calidad y la flexibilidad laboral, así como al desplazamiento o instalación de plantas nuevas en el norte del país, las cuales trabajan con tecnología de punta, utilizada también en el Japón y los Estados Unidos [Véase: Shaiken H y Stephen Herzenberg, p.p. 20-21, 30-32, 41-87, (1989).].

El crecimiento permanente del cambio técnico disminuyó en 1985 y 1986, sobre todo en lo que respecta al capital y al trabajo. Por su parte, el cambio técnico total y promedio también registraron una disminución durante 1985, al igual que en los dos últimos años. Asi mismo, se comprueba que el cambio técnico del capital ha sido mayor al que han tenido el trabajo y los insumos intermedios. En tanto, el cambio técnico del trabajo ha sido menor respecto al registrado por los insumos intermedios.

Finalmente, con base en los resultados del cuadros 2 es posible afirmar que la función translog estimada es homotética puesto que, considerando la prueba de hipótesis realizada (véase: apéndice E), las $AUSE_{ir} = AUSE_{jr}$, indicando que la minimización del costo de la demanda de factores es independiente del nivel de producto y del precio de los factores productivos. Así mismo, la función señalada sí es monótona puesto que los $S_i > 0$, $i=L,K,I$, tal y como se observa en el cuadro 6.

CUADRO 6

COSTO PROPORCIONAL

(Promedio aritmético)

S_K	0.0392925
S_L	0.5376241
S_I	1.1060253

Fuente: Calculado con base en las estimaciones del sistema de ecuaciones (24.1).

Por otro lado, los resultados expuestos en el cuadro 2 permiten decir que la función sí es cóncava y por tanto, que la industria en estudio sí minimiza sus costos.

CONCLUSIONES

Con base en la especificación de una función translogarítmica para la industria automotriz de México se estimó la dirección y el grado de sustitución entre los factores capital, trabajo e insumos intermedios. Así como la forma en que el cambio técnico ha influido en el uso de un insumo en relación con los demás, para el periodo 1970-1989.

Para facilitar la estimación se supuso que la industria en cuestión minimiza sus costos. Lo cual según las pruebas de hipótesis realizadas es factible afirmar que así es.

Las elasticidades parciales de sustitución son significativas (excepto el trabajo), según sus errores estándares. Señalando que en promedio para todo el periodo analizado los insumos intermedios son complementarios tanto del capital como del trabajo, en tanto el trabajo es sustituto del capital.

Con base en los resultados de las elasticidades estimadas, podemos decir que la participación del capital disminuye al incrementarse el precio del trabajo, en tanto la participación del capital aumenta al elevarse el precio de los insumos intermedios y que la participación del trabajo disminuye al incrementarse el precio de los insumos intermedios. Resultados para todo el periodo en promedio. De esto se podría pensar que una política para aumentar el empleo en esta industria sería aquella que mantuviera bajo el precio de los insumos intermedios, respecto al precio del capital y del trabajo. Sin embargo, dado el contexto internacional y el papel que juega la industria en cuestión es poco probable que esto se lleve acabo, ya que la base para su crecimiento es el mercado externo y en él se compite con calidad, de ahí que lo más adecuado será aumentar la tecnificación y automatización de la producción, así como elevar la calidad de la mano de obra mexicana, implementando a fondo la flexibilidad laboral y llevando acabo cualquier medida que aumente la productividad de todos los factores.

El cambio técnico aparentemente ha sido no neutral y creciente, con una disminución en su crecimiento promedio en 1985 al igual que en los dos últimos años. Dicho cambio técnico ha sido mayor en el capital, luego en los insumos intermedios y por último en el trabajo, que tiene la tasa de cambio técnico más bajo respecto al crecimiento de dicho cambio en los demás factores. El cambio técnico del capital y de los insumos intermedios ha sido mayor al del trabajo y se debe, a que en tanto las modificaciones y la implementación de la nueva tecnología productiva se empezó a llevar acabo desde finales de los setenta, la flexibilidad del trabajo, se empezó a implementar a principios de la década pasada. Asimismo dicho cambio técnico ha sido usador de insumos intermedios y ahorrador tanto de trabajo como de capital.

Otro resultado de esta investigación se refiere a la importancia que tiene para el estudio de la industria, analizar el comportamiento de sus distintos sectores o ramas. Puesto que los resultados de este estudio, que se refieren a una industria específica no concuerdan con las conclusiones que se han obtenido al estudiar la industria a nivel agregado. En esto reside la importancia principal de los estudios como el presente, porque nos permite conocer puntualmente el comportamiento particular de cada industria.

APENDICE A

Pruebas a cerca de las propiedades de la función costos

Prueba de la propiedad 1

Puesto que C es una función no negativa tenemos

$$C(p,y)=\min_x[p^t x : x>0_n,\ F(x)\geq y]$$

$$=p^t x^*,\ \text{donde } x\geq 0_n \text{ y } F(x^*)\geq y$$

$$\geq 0 \text{ donde } p>>0_n \text{ y } x^*\geq 0_n$$

Prueba de la propiedad 2

Dado que $p>>0_n$, $\lambda>0$ y $y\in Y$. Entonces

$$C(\lambda p,y)=\min_x[(\lambda p)^t x : F(x)\geq y]$$

$$=\lambda \min_x[p^t x : F(x)\geq y]=\lambda C(p,y)$$

Prueba de la propiedad 3

Puesto que C es creciente,tenemos

$$C(p',y)=\min_x[p'^t x : f(x)\geq y]$$

$$=p'^t x',\text{cuando } x'>0 \text{ y } F(x')\geq y$$

$$>p^{0t} x',\ \text{donde } p'>p^0 \text{ y } x'\geq 0_n$$

$$\geq \min[p^0 x' : F(x)\geq y$$

prueba de la propiedad 4

Puesto que la función C es cócava y que $y\in Y$, $p^0 \gg 0_n$, $p' \gg 0_n$, $0\leq\Phi\leq 1$, entonces

$$C(p^0,y)=\min_x[p^{0t} x : F(x)\geq y]=p^{0t} x^0,\ \text{y}$$

$C(p',y)=[p'^t x:F(x)\geq y]=p'^t x$, ahora

$$C[\Phi p^0,y+(1-\Phi)p']=\{\min_x[\Phi p^0+(1-\Phi)p']^t x:F(x)\geq y\}$$
$$=[\Phi p^0+(1-\Phi)p']^t x^\Phi$$

$$=\Phi p^{0t}x^\Phi+(1-\Phi)p'^t x^\Phi$$

$$\geq\Phi p^{0t}x^0+(1-\Phi)p'^t$$

La prueba de la propiedad cinco está en el texto.

Prueba de la propiedad 6.

dado $p\gg 0_n, y^0, y'\varepsilon Y$ y $y^0\leq y'$, tenemos

$$C(p,y')=\min_x[p^t x:F(x)\geq y']$$

$$=\min_x[p^t x:F(x)\geq y^0], \text{ como } y^0\leq y'$$

$$=[x:F(xz)\geq y'] \subset [x:F(x)\geq y^0]$$

La prueba siete está en el texto.

APENDICE B

El resultado de (14) se desprende del hecho de que de la pendiente de la isocuanta, despejando tenemos

$dX_2=(-f_1/f_2)/dX_1$ (1)

tomando el diferencial total de la razón de insumos

$d(X_2/X_1)=(X_1dX_2-X_2dX_1)/X_1^2$(2)

sustituyendo (1) en (2)

$d(X_2/X_1)=[-X_1(f_1/f_2)dX_1-X_2dX_1]/X_1^2$ (3)

Ahora, tomando el diferencial totalde la TMST (con el signo invertido)

$d(f_1/f_2)=[\partial(f_1/f_2)/\partial X_1]dX_1+[\partial(f_1/f_2)/\partial X_2]dX_2$ (4)

sustituyendo (1) en (4)

$d(f_1/f_2)=[\partial(f_1/f_2)\partial X_1]dX_1-[\partial(f_1/f_2)\partial X_2(f_1/f_2)dX_1]$

$d(f_1/f_2)=-dX_1[-\partial(f_1/f_2)+\partial(f_1/f_2)/\partial X_2(f_1/f_2)]$ (5)

sustituyendo (3) en (5) y en σ

$$\sigma=\frac{-dX_1[X_1(f_1/f_2)+X_2/X_1^2]}{-dX_1[\partial(f_1/f_2)\partial X_2(f_1/f_2)]-\partial(f_1/f_2)\partial X_1]}\ \frac{(f_1X_1)}{(f_2X_2)} \qquad (6)$$

como parte del denominador es

$\partial(f_1/f_2)\partial X_1$ tenemos que es igual

$\dfrac{f_2f_{11}-f_1f_{21}}{f_2^2}$ y

$\partial(f_1/f_2)/\partial X_2=f_2f_{12}-f_1f_{22})/f_2^2$ por lo que tenemos que

$\{[\partial(f_1/f_2)/\partial X_2](f_1/f_2)\}-[\partial(f_1/f_2)/\partial X_1]=$

$$[(f_{12}f_1f_2-f_1^2f_{22})/f_2^3]-\{[(f_{11}f_2-f_1f_{12})/f_2^2\ ](f_2/f_2)\}=$$

$$\frac{(f_{12}f_1f_2-f_1^2f_{22})}{f_2^3} - \frac{f_2^2f_{11}-f_{12}f_1f_2)}{f_2^3} =$$

$$\frac{2f_{12}f_1f_2-f_1^2f_{22}-f_2^2f_{11}}{f_2^3} \qquad (7)$$

sustituyendo (7) en (6)

$$\sigma= \frac{[X_1(f_1/f_2)+X_2]/X_1^2}{Z/f_2^3} * \frac{X_1f_1}{X_2f_2}$$

$(\{X_1(f_1/f_2)+X_2]f_2^3)/ZX_1^2)(X_1f_1/X_2f_2)$ por tanto

$([X_1f_1+X_2f_2](f_2^2f_1))/X_1X_2f_2Z=$

$$\sigma= \frac{f_1f_2(X_1f_1+X_2f_2)}{X_1X_2Z}$$

APENDICE C

La forma de medir las elasticidades como se indica en (19) y (20) se desprende de que, por definición

$$S_i(P,Y;T)=P_iX_i/C \qquad (1)$$

despejando X_i de (1)

$$X_i=[S_i(P,Y,T)C]/P_i \qquad (2)$$

por lo tanto

$$\delta X_i/\delta P_i= \frac{P_i[(\partial S_i/\partial P_i)C+S_ic_i]-S_iC}{P_i^2} \qquad (5)$$

Ahora, con base en las expresiones de S_i, i=K,L,I, en el modelo econométrico, tenemos

$$\partial S_i/\partial P_i= \alpha_{ii}/P_i \qquad (4)$$

Entonces por (3) y (4) podemos escribir

$$E_{ii}= \frac{P_i(\partial S_i/\partial P_i)C+S_i\ c_i\ ]-S_iC)}{P_i^2} * \frac{p_i^2}{S_i^2} \qquad (5)$$

Aplicando el lema de Shephard, (2) y simplificando

$$E_{ii}= \frac{P_i[(\alpha_{ii}/P_i)C+S_iS_i]-S_iC}{P_i^2} * \frac{P_i^2}{S_iC}$$

$$E_{ii}= \frac{(\alpha_{ii}C+S_i^2)}{S_iC} - \frac{S_iC}{S_iC}$$

sacando factor común, obtenemos

$$E_{ii}=\frac{\alpha_{ii}+S_i^2-S_i}{S_i}$$, dividiendo por S_i llegamos (19)

$E_{ii}/S_i = (\alpha_{ii}+S_i^2 - S_i)/(S_i\ /S_i) \quad =(\alpha_{ii}+S_i^2-S_i)/S_i^2$

Procediendo de la misma manera para j llegamos a la expresión(20). Es decir,usando (1) y aplicando el lema de Shephard, si tenemos

$$E_{ij}=\frac{\alpha_{ij}+S_iS_j}{S_j}$$ dividiendo por S_j, obtenemos

ya que $E_{ij}/S_j=[(\alpha_{ij}+S_iS_j)/S_i]/S_j$

$\sigma^a_{ij}=(\alpha_{ij}+S_iS_j)/S_iS_j$

APENDICE D

Intervalos de confianza y pruebas de hipótesis para las elasticidades de sustutición propias de Allen-Usawa. (Diagonal principal del cuadro 2), al 95% de confianza.

Intervalo de confianza para la σ^{A}_{KK}

$$Pr[-2.1949-(2.093)(0.46814) \leq \mu \leq -2.1949+(2.093)(0.46814)] = 0.95$$

$$Pr[-21949-0.9798 \leq \mu \leq -2.1949+0.9798] = 0.95$$

$$-3.1747 \leq \mu \leq -1.215$$

Intervalo de confianza para la σ^{A}_{LL}

$$Pr[0.56663-(2.093)(2.6144) \leq \mu \leq 0.56663+(2.098)(2.6144)] = 0.95$$

$$Pr[0.56663-5.4719 \leq \mu \leq 0.56663+5.4719] = 0.95$$

$$-4.90527 \leq \mu \leq 6.03853$$

Intervalo de confianza para la σ^{A}_{II}

$$Pr[-0.3505-(2.093)(0.05086) \leq \mu \leq 0.3505+(2.093)(0.05086)] = 0.95$$

$$Pr[-0.3505-0.10645 \leq \mu \leq -0.3505+0.10645] = 0.95$$

$$-0.457 \leq \mu \leq -0.244$$

Recordemos que la interpretación es: dado un intervalo de confianza del 95%, en el largo plazo (muestras repetidas), en 95 de cien casos, intervalos tales como los citados contendrán la verdadera μ.

Prueba de hipótesis para σ^{A}_{KK} al 95% de confianza

Ho: $\mu \leq 0$, H1: $\mu > 0$

$$t= \frac{-2.19492 - 0}{(0.468144)/(20)^{1/2}}$$

$$t= \frac{-2.19492}{0.468144/4.472}$$

$$t= \frac{-2.19492}{0.1046833}$$

t= -20.967

Puesto que el valor t calculado, es menor al de tablas con 19g de L, t= 1.7291, al α = 0.05 de confianza, no podemos rechazar Ho.

Prueba de hipótesis para σ^{A}_{kk} al 95% de confianza

$H_o: \mu \leq 0$, $H_1: \mu) 0$

$$t= \frac{0.5666287-0}{2.6144173/(20)^{1/2}}$$

$$t= \frac{0.5666287}{2.6144173/4.472}$$

$$t= \frac{0.566628}{0.5846192} = 0.969226,$$

valor calculado menor al de tablas, por tanto no podemos rechazar H_o, con el 5% de probabilidad de equivocarnos.

Prueba de hipótesis para σ^{A}_{II} al 95% de confianza

$H_O: \mu \leq 0$, $H_1: \mu > 0$

$$t= \frac{-0.3505125}{0.0508674/(20)^{1/2}}$$

$$t= \frac{-0.3505125}{0.0508674/4.472}$$

$$t= \frac{-0.3505125}{0.0113746} = -30.81$$

valor calculado menor al de tablas, no podemos rechazar H_o.

APENDICE E

Verificación de la hipótesis sobre la diferencia del valor medio de σ^{A}_{KK} y σ^{A}_{LL}.

$n_1 = 20$, $n_2 = 20$

H_0: $\sigma^{A}_{KK\mu_1} = \sigma^{A}_{LL\mu_2}$

H_1: $\sigma^{A}_{KK\mu_1} \neq \sigma^{A}_{LL\mu_2}$

Nivel de significancia: $\alpha = 0.05$

Región de rechazo:

20+20-2 = 38 g de L y

$\alpha = 0.05$, $t = \pm 2.0301$

Estimación combinada de la varianza de la población común (S^2_p).

$S^2_1 = (0.468144)^2 = 0.21916$

$S^2_2 = (2.614417)^2 = 6.83352$

$$S^2_p = \frac{19(0.21916) + 19(6.83352)}{38}$$

$$S^2_p = \frac{4.16404 + 129.837}{38}$$

$$S^2_p = \frac{134.00193}{38} = 3.5264$$

Por tanto $S_p = 1.878$

Decisión estadística: Como $-2.0301 \leq 1.878 \leq 2.0301$, no podemos rechazar H_0. Por lo que $AUSE_{ir} = AUSE_{jr}$, y por tanto que nuestra función traslog es homotética.

NOTA METODOLOGICA, DATOS Y FUENTES

Los datos para el cálculo del modelo empírico se obtuvieron de la siguiente manera.

1. Como costo total se tomó el valor de la producción bruta de la industria automotriz. El costo proporcional se obtuvo dividiendo el costo atribuible a cada insumo entre el costo total.

2. Como indicador del producto se tomó el índice de volúmen de producción de la industria automotriz.

3. Como precio del trabajo se tomó el índice salarial de la industria automotriz. Así mismo, como precio de los insumos intermedios y como precio del capital se tomaron, respectivamente el deflactor implícito de los insumos intermedios y el índice de precios de la formación bruta de capital fijo de la industria automotriz.

INDICE DE PRECIOS DEL SALARIO, FORMACION BRUTA DE CAPITAL FIJO Y LOS INSUMOS INTERMEDIOS, DE LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ DE MEXICO

BASE 1970=100

AÑO	W	I	K
1970	100.000	100.00	100.000
1971	115.446	106.300	96.800
1972	124.818	110.900	103.250
1973	136.155	117.550	107.650
1974	168.238	135.300	122.150
1975	182.737	158.800	148.900
1976	196.357	186.000	192.900
1977	176.850	253.150	260.500
1978	202.285	296.900	300.700
1979	232.809	358.500	334.400
1980	240.351	433.800	396.400
1981	277.891	540.000	486.400
1982	232.207	873.560	868.500
1983	148.496	1820.090	1853.100
1984	149.874	3003.100	3067.750
1985	152.998	4618.715	4818.900
1986	159.312	9249.620	10023.400
1987	167.664	22766.250	23616.300
1988	185.699	42655.055	43471.600
1989	214.254	47625.095	51757.500

I= Insumos intermedios

W= Salario

k= FormaciÓn bruta de capital fijo.

Fuente: SISTEMA DE CUENTAS NACIONALES DE MEXICO, 1970-1978,1979-1980, 1980-1986 Y 1986-1990.

INDICADORES BASICOS DEL MODELO.

AÑOS	PBIA	IVFPIBA	MSIA	IIIA	ANKIA
1970	14395.4000	100.000	2022.5000	9454.3000	2809.0
1971	16060.6299	110.800	2324.8859	10574.6298	2951.0
1972	18023.4916	123.750	2524.4344	11889.0916	3179.0
1973	22548.7564	152.850	2753.7267	14963.1564	3559.0
1974	26907.9930	182.250	3402.6110	17847.1930	4324.0
1975	27581.5045	185.500	3695.8640	18346.0045	4615.0
1976	25028.5505	169.750	3971.3167	16591.4506	4995.0
1977	23440.2643	161.900	3576.7884	15421.9643	4972.0
1978	30311.5396	205.950	4091.2145	20078.4396	5056.0
1979	35516.4497	241.250	4708.5519	23528.5497	5454.0
1980	40114.3147	270.950	4861.0991	26636.4147	6624.0
1981	47256.7176	317.750	5620.3516	31292.8176	8635.0
1982	37322.8851	256.285	4696.3830	24585.8851	10529.0
1983	25268.2140	184.940	3003.3257	16571.2140	10701.0
1984	26147.8231	233.825	3031.1921	15424.8231	10580.0
1985	40105.8706	291.165	3094.3867	26815.5706	10919.0
1986	47643.4874	219.205	3222.0793	36527.4266	11018.0
1987	35862.4283	250.050	3391.0034	23252.3675	10713.0
1988	45943.7797	317.400	3755.7706	29887.3478	10368.0
1989	54978.4067	375.793	4333.2824	35917.1808	9453.0

PIBA= Producción Bruta de la Industria Automotriz, medida en millones de pesos, de 1970.

IVFPIBA= Inice del Volúmen Físico del PIB de la Industria Automotriz base 1970=100.

MSIA= Masa Salarial de la Industria Automotriz, medida en millones de pesos de 1970.

IIIA= Insumos Intermedios de la Industria Automotriz, medida en millones de pesos de 1970.

ANKIA= Acervos Netos de Capital de la Industria Automotriz, medida en millones de pesos de 1970

FUENTE: SISTEMA DE CUENTAS NACIONALES DE MEXICO, 1970-1978, 1979-1980, 1980-1986 Y 1986-1990.

COSTO PROPORCIONAL DE LOS FACTORES PRODUCTIVOS

CAPITAL (S_K), TRABAJO (S_L) E INSUMOS INTERMEDIOS (S_I)

AÑO	S_k	S_L	S_I
1970	0.19513	0.14050	0.65676
1971	0.18374	0.14538	0.65842
1972	0.17638	0.14006	0.65964
1973	0.15784	0.12212	0.66359
1974	0.16070	0.12645	0.66327
1975	0.16732	0.13400	0.66516
1976	0.19957	0.15867	0.66290
1977	0.21211	0.15259	0.65793
1978	0.16680	0.13497	0.66240
1979	0.15356	0.13257	0.66247
1980	0.16513	0.12118	0.66401
1981	0.18273	0.11893	0.66219
1982	0.28211	0.12583	0.65873
1983	0.42350	0.11886	0.65581
1984	0.40462	0.11593	0.58991
1985	0.27225	0.07716	0.66862
1986	0.23126	0.06763	0.76668
1987	0.29872	0.09456	0.54838
1988	0.22567	0.08175	0.65052
1989	0.17194	0.07882	0.65330

FUENTE: ELABORADO CON BASE EN LOS CUADROS ANTERIORES.

CUADRO 5

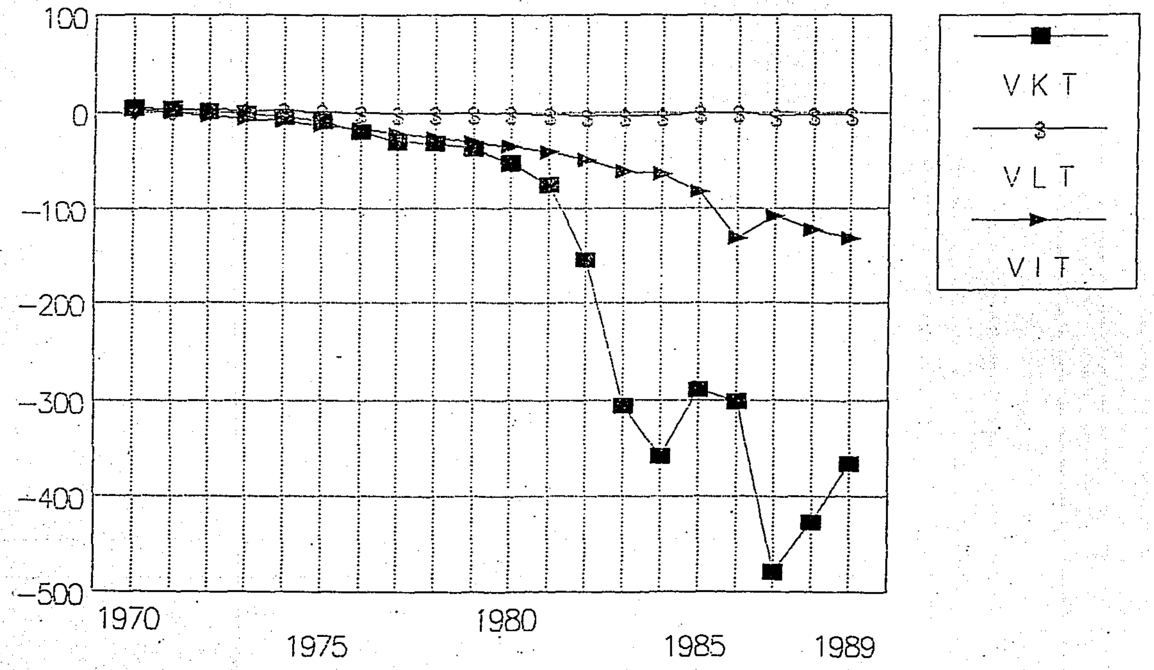
TASA DE CAMBIO TECNICO

OBS	.VKT	.VLT	V.IT	CTKLI	CT3
1970	4.605170	4.281657	3.092925	11.97795	3.993251
1971	3.447460	3.672155	0.099183	7.218798	2.406266
1972	1.546659	3.128139	-2.946737	1.728062	0.576021
1973	-0.509408	2.929203	-6.41894	-3.622098	-1.207366
1974	-4.061063	2.288910	-9.442090	-11.21424	-3.738081
1975	-9.427034	1.384724	-13.31631	-21.35862	-7.119541
1976	-20.06979	-0.311159	-1738263	-37.76350	-12.58786
1977	-32.07936	-0.835765	-22.22031	-55.13544	-18.37848
1978	-32.74356	-0.763867	-26.72845	-60.23587	-20.07862
1979	-38.69502	-1.378251	-31.53187	-71.60514	-23.86838
1980	-53.67073	-1.373433	-36.73677	091.78094	-30.59365
1981	-75.07350	-1.935071	-42.15023	-119.1588	-39.71960
1982	-154.8074	-3.022156	-50.22013	-208.0497	-69.34991
1983	-305.4807	-2.803912	-61.23957	-369.5242	-123.1747
1984	-358.3856	-2.966818	-63.03828	-424.3907	-141.4635
1985	-288.6933	-0.342400	-81.77294	-370.8086	-123.6029
1986	-301.4054	-0.268542	-131.2911	-432.9651	-144.3217
1987	-480.2733	-2.954165	-108.3197	-591.5472	-197.1824
1988	-428.0622	-2.140667	-122.5396	-552.7424	-184.2475
1989	-366.3963	-2.320239	-131.2880	-500.0045	-166.6682

Fuente: Calculado con base en los coeficientes obtenidos mediante el modelo empírico SUR, aplicando

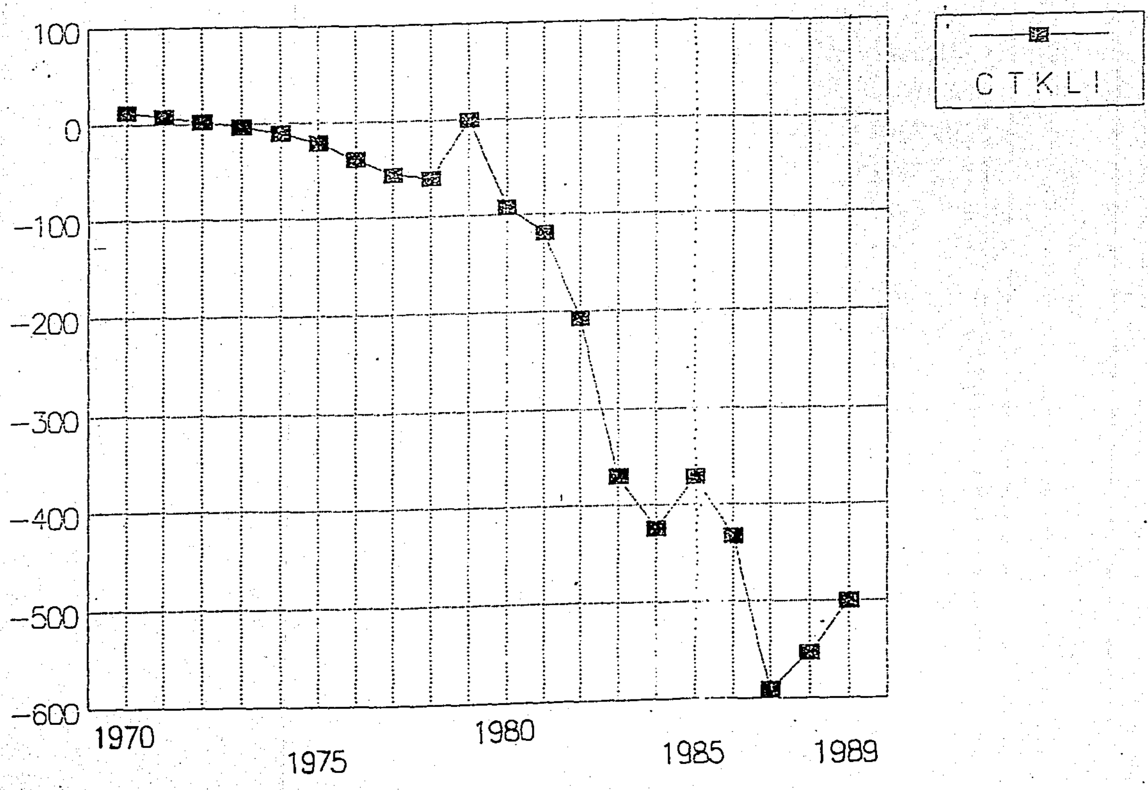
TASA DE CAMBIO TECNICO DEL CAPITAL,

TRABAJO Y DE INSUMOS INTERMEDIOS



GRAFICA No.1

TASA DE CAMBIO TECNICO TOTAL



GRAFICA No.2

64

Technological Change". En; Journal of Development Economics, 35(1). Junio, 1991.p.p. 215.

Arrow, K et.al, "La Sustitución de Capital por Mano de Obra y la Eficiencia Económica". En; Capital y crecimiento, el Trimestre económico, N°18. F.C.E

Berndt Ernst, The Practice of Econometrics, Classic and contemporary. Addison-Wesley Publishing Company, 1991, págs 702.

Breusch T y A R Pagan , "The Lagrange Multiplier Test and its Applications to Model Specification in Econometrics", En; Review of Economic Studies, Vol. XLVII, 1980,p.p. 239-251.

Brown G Flor, "Proyecto de investigación. La Productividad; su Medición ". Mimeo, Maestría en Ciencias Económicas-CCH-UNAM., Mex.D.F., 1990. p.p.26.

Blackorby, C ÿ Robert Russell, " Functional Structure and the Allen Elasticities of Substitution: An Aplication of Duality Theory". En; Review of Ec o nomic Stydies. Vol.VLII(2),No 134, junio,1976. p.p. 285-291.

Berndt, E y Cristensen R . "The Internal Structure of Functional Relationship: Separability , Substitutional, and Aggregation" Aggregation. En; Review of Economic Studies, Vol.XL(3),N°123, Julio, 1973. p.p.403-410.

Blackorby, C y W E Diewert, " Expxenditure Functions, Local Duality, and Secon Order Approximations". En; Econometrica, Vol. 47, No 3. Mayo, 1979.p.p. 579-601.

Carrillo V, J. " Calificación y Trabajo en la Industria Automotriz. En; Estudios demográficos y Urbanos, N°9,Vol.3,N°3.COLMEX, 1990 ,Mex., D.F.p.p.453-477.

Casar I, José, et. al. La Organización Industrial en México. S.XXI.eds., 1990. págs.445.

Clague,Christopher." Capital-Labor Substitution in Manufacturing in Underdeveloped Countries". En; Econometrica, Vol.37,N°3,Julio, 1969. p.p.528-537.

Chambers, R., Applied Production Analysis.A Dual Approach.Cambridge University Press,1988.

Clemhout, S." The Class of Homothetic Isoquant Production Functions". En; Review of Economic Studies, Vol.XXXV(1), No 101, junio 1968. p.p. 91-103.

Campos Arana, C, "La Productividad de los Factores"., Tesis de mestría en economía ., COLMEX, Mex. D.F.., Sep 1986. p.p. 65.

Diewert W, "Duality Approaches to Microeconomic". En; Handbook of Mathematical Economics.Vol II,Cap.12. K.J Arrow y M .D. Intrilligator ,eds. (North-Holland Publishing Company, 1982).

Diewert W , "The Elasticity of Derived Net Supply and a Generalized le Chateleir Principle" .En; Review of Economics,Vol XLVIII (1), N° 151,Junio ,1981.p.p.63-79.

Dobb I., et al. " Industrial Structure and the Employment Consequences of Technical Change".En; Oxfor Economic Paper, Vol. 39, N°3, Septiembre 1987.p.p.552-567.

Espinosa L, Pedro," La Sustitución Técnica y el Cambio Tecnológico en la Industria Manufacturera de México". Tesis de Maestría en Economía, ITAM., Méx., D.F., 1989. págs 63.

Fuss M , D. MacFadden y Yair Mundlak. " A Survey of Functional Forms in the Economic Analysis of Production" En; Production Economics A dual Approach to Theory and Applications,M Fuss y D MacFadden, eds. (Amsterdam North-Holland, 1978).

Hanoch, G. "Symmetric Duality and Polar Production Function". En; Production Economics; A dual Approach to Theory and Applications, M Fuss y D MacFadden ,eds.(Amsterdam North-Holland, 1978).p.p. 111-131.

Hall, R. "Technical Change and Capital From the Point of View of the the Dual". En; The Review of Economic Studies . Vol. XXXV (1), No.101, junio 1968.p.p. 35-47.

Hanoch, G. " Polar Functions With Constant Two Factors-One-Price Elasticities". En; Production Economics; A dual Approach to Theory and Applications, M,Fuss y D Macfadden, eds. (Amsterdam North-Holland, 1978). p.p. 287-309.

Hernandez Laos, E. "Política de Desarrollo Industrial y Evolución de la Productividad Total de los Factores". Mimeo,Informe Presentado al Fondo de Estudios e Investigaciones Ricardo J Zevada, Mex., D .F. , 11 de octubre de 1990. p.p.31.

Hernandez Laos, E y Eduardo Velasco. " Productividad y Competitividad en las Manufacturas Mexicanas, 1960-1985. En; Revista de Comercio Exterior ,Vol.40,No7.Mex., D.F., julio 1990. p.p. 658-666.

Jones, D y James W. " Developing Countries and the Future of the Automobile Industry". En; World Development, Vol.13,N°3,19 .p.p. 263-462.

Johnston J. Econometric Methods, McGraw-Hill, 1984, págs 567.

Jorgenson, D."Econometric Methods For Modeling Producer Behavior. En;HandBook of Econometrics,Vol 3, Capítulo 31. K.J Arrow y M.D. Intrilligator,eds.(North Holland Publishing Company, 1986)

Lancaster K. Economía Matemática. Antoni Bosch eds,1972,págs 494.

MacFadden D. "Cost, Revenue, and Profit Functions".En; Production Economics; A dual Approach to Theory and Applications , M Fuss y D MacFadden,eds (Amsterdam North-Holland, 1978).

Madden Paul. Concavidad y Optimización en Microeconomía. Alianza Editores.

Morrisset, Irving, " Some Recent Uses of Elasticity of Substitution a Survey".En; Econometrica.Vol.21.No.1. junio 1953.p.p.41-63.

Moreno Brid, J, "Mexico's Motor Vehicle Industry in the 1980's", En; International Employment Policies, Working Paper No. 21, International Labor Office,Geneca.págs. 78.

Mundlak, Y. "Elasticities of Substitution and the Theory of Derived Demand". En; Review of Economic Studies, Vol. XXXV (2), N°102, Abril, 1968. p.p.225-236.

Neary, Peter, " On the Short-Run Efects of Thechnological Progress". En; Oxford Economic Paper (New Series). Vol.33, No.2. julio 1981.p.p.224-233.

Lucas, R, " Tests of a Capial-Theoretic Model of Technological Change. En; The Review of Economic Studies. Vol. XXXIV (2) , No. 98. abril 1967.p.p.175-189.

Psacharopoulos, G," La Sustituibilidad de la Mano de Obra Calificada en las Empresas Industriales". En; Demografía y Economía, COLMEX., Mex.,D.F., Vol.6,N°3, 1983.p.p.352-365.

Revankar, Nagesh," A Class of Variable Elasticity of Substitution Production Function". En; Econometrica,Vol.39,N°1,Junio,1971. p.p.59-71.

Robinson, Joan, Ensayos Sobre Análisis Económico. F.C.E., eds, 1974, págs. 238.

Revankar Negesh, S, " A Class of Variable Elasticity of Substitution Proction Function. En; Econometrica,Vol. 39, No.1, enero

1971.p.p.61-71.

Rodríguez, Flavia, " Una Función de Producción CES Para México e Implicaciones de Política Económica. En; Documento de Trabajo No. 31, CEMLA, Méx., D.F., septiembre de 1988.págs 49.

Romer, Paul, " Capital, Labor and Productivity". En; Brookings Papers on Economic Acivity., Microeconomics. 1990. Washington, D.C. p.p.337-367.

Sección Nacional, "Cinco Industrias en el Umbral del Libre Comercio". Revista de Comercio Exterior, B.N de C.E., S.N.C. Vol.42, N°8, Méx, agosto de 1992.

Sistema de Cuentas Nacionales de México 1970-1978, 1978-1980, 1981-1986 y 1986-1990.INEGI-SPP.

Shaiken H y Stephen Herzenberg, Automatización y Producción Global.Producción de Motores de Automóvil en México, Estados Unidos y Canadá. Facultad de Economía. Economía de los 80. UNAM. 1989. págs 158.

Spanos, A, Statistical Foundations of Econometric Modelling. Cambridge University Press.1986.págs 695.

Solow, R " Technical Change and the Aggregate Production Function". En; Review of Economics and Statistics. Vol. 39.1957.p.p. 312-320.

Vázquez E y Eduardo Velasco. " Crecimiento Económico y Productividad en la Industria Manufacturera". En; Economía Mexicana, N°3,CIDE, 1981. p.p.65-77.

Varian Hal. Análisis Microeconómico. Barcelona, Antoni Bosch, eds.1980.págs. 334.