16
2ej

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

LA FACTORIZACION EN LA ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

M A T E M A T I C O

P R E S E N T A :

ELEAZAR LOPEZ CRUZ

MEXICO, D. F. 1993

LA FACTORIZACION EN LA

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

INDICE

I N T R O D U C C I O N

EL ESTUDIANTE DE ALGEBRA SE HACE CON FRECUENCIA LA PREGUNTA- ¿POR QUE APRENDER A FACTORIZAR UNA EXPRESION ALGEBRAICA O POR QUE APRENDER A DESARROLLARLA? O TAMBIEN ¿QUE IMPORTANCIA TIENE QUE - $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ O QUE $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$?.

LO QUE SUCEDE CON FRECUENCIA ES QUE DISTINTAS EXPRESIONES DE UN POLINOMIO SON UTILES EN SITUACIONES DISTINTAS,COMO EN LOS SI - GUIENTES EJEMPLOS:

EJEMPLO 1)SE TIENE MATERIAL PARA CONSTRUIR UNA CERCA DE 160 ME- TROS DE LONGITUD Y SE QUIERE HACER UN CORRAL RECTANGU - LAR DE LA MAYOR AREA POSIBLE. ENTONCES SI UNO DE LOS LA- DOS DEL RECTANGULO MIDE $(40+x)$ METROS, EL OTRO LADO DE- BE MEDIR $(40-x)$ METROS (PARA QUE LA SUMA DE LOS CUATRO LADOS SEA DE 160 METROS). Y ASI EL AREA DE DICHO RECTAN GULO SERA $(40+x)(40-x)m^2$.

Y COMO $(40+x)(40-x)=1600-x^2$ Y $x^2\geq 0$ EL AREA MAXIMA SE OBTIENE CUANDO $x=0$ O SEA, CUANDO CONSTRUIMOS UN CUADRADO

EJEMPLO 2)SE LANZA UN PROYECTIL VERTICALMENTE HACIA ARRIBA A UNA- VELOCIDAD DE 110 m/seg Y SE DESEA SABER EN QUE MOMEN- MOMENTO EL PROYECTIL ALCANZA LA ALTURA DE 200 METROS. SE SABE QUE LA ECUACION DE LA ALTURA h EN FUNCION DEL- TIEMPO t ES:

$$h(t)=-5t^2+110t$$

ENTONCES TENEMOS QUE RESOLVER LA ECUACION $-5t^2+110t=200$

DE DONDE, $5t^2-110t+200=0$ SI FACTORIZAMOS EL TRINOMIO TE TENEMOS QUE $5(t-2)(t-20)=0$.

Y COMO EL PRODUCTO DE DOS O MAS NUMEROS ES CERO SI Y SOLO SI ALGUNO DE ELLOS ES CERO, ENTONCES, LAS SOLUCIONES SON;

$t-2=0$ O SEA $t=2$

Y $t-20=0$ O SEA $t=20$.

CONCLUIMOS QUE A LOS DOS SEGUNDOS EL PROYECTIL ALCANZA LA ALTURA DE 200 METROS.

¿QUE PASA CON LA SOLUCION $t=20$?

ESTA SOLUCION CORRESPONDE AL MOMENTO EN QUE EL PROYECTIL PASA DE CAIDA A DICHA ALTURA.

EN EL EJEMPLO 1), SE HIZO EL DESARROLLO DE UN PRODUCTO PARA - QUE LA SOLUCION DEL PROBLEMA FUERA DE UNA MANERA MAS SENCILLA.

EN EL EJEMPLO 2), SE FACTORIZO LA EXPRESION PARA QUE LA SOLUCION DEL PROBLEMA FUERA IMMEDIATA.

CAPITULO I

METODOS DE FACTORIZACION

INICIAREMOS ESTE TRABAJO CON PROBLEMAS EN LOS CUALES APLICAMOS LA FACTORIZACION EN LA RESOLUCION DE ESTOS.

PROBLEMA 1)UN EQUIPO DE REMEROS PUEDE VIAJAR 16 MILLAS RIO ABAJO Y REGRESAR EN UN TOTAL DE 6 HORAS.SI LA VELOCIDAD DE LA CORRIENTE ES DE DOS MILLAS POR HORA,HALLAR LA VELOCIDAD A LA QUE EL EQUIPO PUEDE REMAR EN AGUAS TRANQUILAS.

SOLUCION: SI LA VELOCIDAD A LA QUE PUEDE REMAR EL EQUIPO EN AGUAS-TRANQUILAS ES x MILLAS POR HORA Y EL TIEMPO PARA REMAR RIO ABAJO MAS EL TIEMPO PARA REMAR RIO ARRIBA ES IGUAL A 6 HORAS,ENTONCES,

$\frac{16}{x+2} + \frac{16}{x-2} = 6$ MULTIPLICAMOS POR EL M.C.D.$(x+2)(x-2)$, OBTENEMOS;

$16(x-2) + 16(x+2) = 6(x+2)(x-2)$, ES DECIR;

$16x-32 + 16x+32 = 6x^2-24$, ES DECIR;

$6x^2-32x-24=0$, FACTORIZANDO,

$(3x+2)(x-6)=0$, ES DECIR;

$3x+2=0$ o bien $x-6=0$ ES DECIR;

$x=\frac{-2}{3}$ o bien $\underline{x=6}$.

POR LO TANTO:

LA VELOCIDAD LA QUE EL EQUIPO PUEDE REMAR EN AGUAS TRANQUILAS ES DE 6 MILLAS POR HORA.

PROBLEMA 2)LA ALTURA h QUE ALCANZA UN OBJETO, t SEGUNDOS DESPUES DE HABER SIDO LANZADO VERTICALMENTE HACIA ARRIBA CON - UNA VELOCICIDAD INICIAL DE Vo METROS POR SEGUNDO Y DESDE UNA ALTURA ho METROS, SE OBTIENE APROXIMADAMENTE POR LA ECUACION $h=Vot-5t^2+ho$.

USANDO ESTA PROPOSICION, DETERMINAR EL INSTANTE EN QUE- UNA PELOTA QUE SE LANZA HACIA ARRIBA DESDE UNA ALTURA- DE 30m CON UNA VELOCIDAD DE 15m/seg, CRUZA UNA VENTANA SITUADA A SOLAMENTE 10m DEL SUELO.

SOLUCION: LO QUE HAREMOS ES SUSTITUIR LOS DATOS QUE NOS DAN, EN LA- ECUACION $h=Vot-5t^2+ho$ Y DESPUES RESOLVEMOS LA ECUACION OBTENIDA, LOS DATOS SON: $h=10$, $Vo=15$, $ho=30$ ENTONCES;

$h= Vo-5t^2+30$ ENTONCES;

$10=15t-5t^2+30$ ENTONCES;

$5t^2-15t-20=0$ ENTONCES;

$t^2-3t-4=0$ FACTORIZAMOS

$(t-4)(t+1)=0$ ENTONCES;

$t-4=0$ o bien $t+1=0$ ENTONCES;

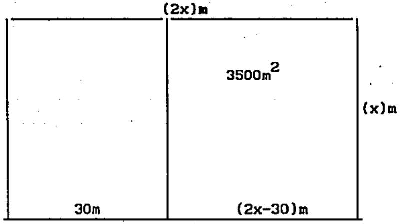
$t=4$ o bien $t=1$

POR LO TANTO:

LA PELOTA ESTARA A 10 METROS DEL SUELO, 4 SEGUNDOS DESPUES DE HABER SIDO LANZADA.

PROBLEMA 3) UN TERRENO RECTANGULAR QUE TIENE DE LARGO LO DOBLE DE SU ANCHO SERA DIVIDIDO EN DOS PARTES RECTANGULARES, POR UNA CERCA PARALELA AL LADO ANCHO DEL TERRENO, A UNA DISTANCIA DE 30m DE UNO DE ESTOS LADOS.

¿SI LA SUPERFICIE DE LA OTRA PARTE ES DE $3500m^2$, CUALES SON LAS DIMENSIONES DEL TERRENO?



SOLUCION: SI EL ANCHO DEL TERRENO ES DE x METROS, ENTONCES, EL LARGO ES DE $2x$ METROS Y $2x-30$ METROS ES LO LARGO DE LA PARTE CUYA SUPERFICIE ES $3500m^2$. ENTONCES;

$x(2x-30)=3500$ ES DECIR,

$x^2-15x = 1750$ ES DECIR,

$x^2-15x-1750=0$ FACTORIZANDO,

$(x-50)(x+35)=0$ ENTONCES,

$\underline{x=50}$ o bien $x=-35$.

POR LO TANTO:

EL TERRENO TIENE, 50m DE ANCHO Y 100m DE LARGO

AHORA VEAMOS LO QUE ES LA FACTORIZACION

DEFINICION: FACTORIZACION ES EL PROCEDIMIENTO QUE CONSISTE EN RE - PRESENTAR LOS POLINOMIOS COMO EL PRODUCTO DE DOS O MAS FACTORES.

EJEMPLOS:

EJEMPLO 1) $a(b+c-d)$, ES LA FACTORIZACION DE, $ab+ac-ad$. PORQUE,

$$ab+ac-ad=a(b+c-d)$$

EJEMPLO 2) $(3x+2)(x-4)$, ES LA FACTORIZACION DE, $3x^2-10x-8$. PORQUE,

$$3x^2-10x-8=(3x+2)(x-4)$$

EJEMPLO 3) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$, ES LA FACTORIZACION DE, x^3-y^3. PORQUE,

$$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$$

EJEMPLO 4) $(x^2-2)(x^2+2)$, ES LA FACTORIZACION DE, x^4-4. PORQUE,

$$x^4-4=(x^2-2)(x^2+2).$$

VEREMOS UNICAMENTE POLINOMIOS Y FACTORES CON COEFICIENTES NU MERICOS ENTEROS.

POR EJEMPLO;

PARA x^2-16, CONSIDERAREMOS FACTORES COMO $x-4$ Y $x+4$, YA QUE

LOS COEFICIENTES 1,4 Y -4 SON ENTEROS. SIN EMBARGO $x-\sqrt{5}$ Y $x+\sqrt{5}$ NO LOS CONSIDERAREMOS COMO FACTORES DE x^2-5, NO OBSTANTE QUE;

$$(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})=x^2-5.$$

AHORA PASEMOS A LA SIGUIENTE DEFINICION:

DEFINICION: DIREMOS QUE UN POLINOMIO CON COEFICIENTES ENTEROS ES IRREDUCIBLE O PRIMO, SI NO SE PUEDE EXPRESAR COMO EL PRODUCTO DE DOS O MAS POLINOMIOS CON COEFICIENTES NUMERICOS ENTEROS.

SON EJEMPLOS DE POLINOMIOS PRIMOS

(1) x^2+x+1,

(2) $3x+7$,

(3) $16x^4+1$, ETC.,

DEFINICION: UN POLINOMIO CON COEFICIENTES NUMERICOS ENTEROS ES FACTORIZABLE, SI ES POSIBLE EXPRESARSE COMO UN PRODUCTO DE DOS O MAS FACTORES PRIMOS.

EJEMPLOS:

(1) $6x-4=2(3x-2)$,

(2) $9x^4-64y^2=(3x^2+8y)(3x^2-8y)$,

(3) $4x^2-12x+9=(2x-3)(2x-3)=(2x-3)^2$, ETC., ETC., ETC.

COMO FACTORIZAR UN POLINOMIO

EXISTEN VARIOS METODOS DE FACTORIZACION, Y, SE APLICARAN SEGUN SEA LA ESTRUCTURA DEL POLINOMIO.

VEREMOS UNICAMENTE LOS METODOS QUE SE USAN EN EL BACHILLERATO

1)POR FACTOR COMUN.

PRIMERO DEFINAMOS LO QUE ES EL FACTOR COMUN DE UN POLINOMIO

EL **FACTOR COMUN** DE UN POLINOMIO ES EL MONOMIO COMPUESTO POR EL M.C.D. DE LOS COEFICIENTES DE TODOS SUS TERMINOS Y LAS BASES LITERALES COMUNES, CADA UNA EN SU MINIMA POTENCIA.

PARA APLICAR ESTE METODO ES NECESARIO QUE EL FACTOR COMUN DEL POLINOMIO SEA DIFERENTE DE 1 SI ESTO PASA DIVIDIMOS TODO EL POLINOMIO ENTRE SU FACTOR COMUN OBTENIENDOSE UN COCIENTE CON COEFICIENTES ENTEROS. (A ESTE COCIENTE LE LLAMAREMOS **FACTOR POLINOMIO**).

LA FACTORIZACION DEL POLINOMIO DADO ES EL PRODUCTO DEL FACTOR COMUN Y EL FACTOR POLINOMIO OBTENIDO.

EJEMPLOS:

EJEMPLO 1)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$18x^3y^4z^2+27x^2y^3z^4-36x^4y^7w^4$$

EL M.C.D. DE 18, 27 Y -36 ES 9

LAS BASES LITERALES QUE ESTAN EN TODOS LOS TERMINOS SON x Y

y, Y SU MENOR EXPONENTE SON 2 Y 3 RESPECTIVAMENTE.
POR LO TANTO;

EL FACTOR COMUN ES $9x^2y^3$.

LUEGO,

$$(18x^3y^4z^2+ 27x^2y^3z^4-36x^4y^7w^4)/9x^2y^3=2xyz^2+3z^4-4x^2y^4w^4$$

ENTONCES LA FACTORIZACION DEL POLINOMIO ES:

$$9x^2y^3(2xyz^2+3z^4-4x^2y^4w^4)$$

ES DECIR:

$$18x^3y^4z^2+27x^2y^3z^4-36x^4y^7w^4 = 9x^2y^3(2xyz^2+3z^4-4x^2y^4w^4).$$

EJEMPLO 2)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$48m^3n^2-72mn^5p-36m^4n^3p^3-24m^2n^4p^6q$$

EL M.C.D.DE 48,72,36 Y 24 ES 12

LAS BASES LITERALES QUE ESTAN EN TODOS LOS TERMINOS SON m Y n Y SU MENOR EXPONENTE SON 1 Y 2 RESPECTIVAMENTE.
POR LO TANTO;

EL FACTOR COMUN ES $12mn^2$.

LUEGO,

$$(48m^3n^2-72mn^5p-36m^4n^3p^3-24m^2n^4p^6q)/12mn^2 =4m^2-6n^3p-3m^3np^3-2mn^2p^6q$$

ENTONCES LA FACTORIZACION DEL POLINOMIO ES:

$$12mn^2(4m^2-6n^3p-3m^2np^3-2mn^2p^6q)$$

ES DECIR:

$$48m^3n^3-72mn^5p-36m^4n^3p^3-24m^2n^4p^6q = 12mn^2(4m^2-6n^3p-3m^2np^3-2mn^2p^6q)$$

EJEMPLO 3)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$-2x^2yu^2-8x^3y^5u^4+10x^2zu^3$$

EL M.C.D.DE 2,8 Y 10 ES 2

LAS BASES LITERALES QUE ESTAN EN TODOS LOS TERMINOS SON x Y u, Y SU MENOR EXPONENTE ES 2 PARA AMBAS BASES.

POR LO TANTO;

EL FACTOR COMUN ES $2x^2u^2$.

LUEGO,

$$(-2x^2yu^2-8x^3y^5u^4+10x^2zu^3)/2x^2u^2 = -y-4xy^5u^2+5zu$$

ENTONCES LA FACTORIZACION DEL POLINOMIO ES:

$$2x^2u^2(-y-4xy^5u^2+5zu)$$

ES DECIR:

$$-2x^2yu^2-8x^3y^5u^4+10x^2zu^3 = 2x^2u^2(-y-4xy^5u^2+5zu).$$

EJEMPLO 4)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$3x^2y^3-9x^3y^2+12x^4y-15x^5$$

EL M.C.D. DE 3,9,12 y 15 ES 3

x ES LA BASE LITERAL QUE ESTA EN TODOS LOS TERMINOS Y SU MENOR EXPONENTE ES 2.

POR LO TANTO;

EL FACTOR COMUN ES $3x^2$

LUEGO,

$$(3x^2y^3-9x^3y^2+12x^4y-15x^5)/3x^2 = y^3-3xy^2+4x^2y-5x^3$$

ENTONCES LA FACTORIZACION DEL POLINOMIO ES:

$$3x^2(y^3-3xy^2+4x^2y-5x^3)$$

ES DECIR:

$$3x^2y^3-9x^3y^2+12x^4y-15x^5 = 3x^2(y^3-3xy^2+4x^2y-5x^3).$$

EJEMPLO 5)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$ab+a+b+1$$

EL FACTOR COMUN DE ESTE POLINOMIO ES UNO, ENTONCES EL POLINOMIO NO ES FACTORIZABLE POR ESTE METODO BAJO LAS CONDICIONES DADAS.

PASEMOS A OTROS METODOS

METODOS PARA FACTORIZAR POLINOMIOS QUE NO TIENEN UN FACTOR COMUN (DIFERENTE DE UNO)EN TODOS SUS TERMINOS.

POR AGRUPACION DE TERMINOS

PARA USAR ESTE METODO ES NECESARIO:

i) QUE SE PUEDAN FORMAR GRUPOS DE TERMINOS DE TAL MANERA QUE CADA GRUPO FORMADO SE PUEDA FACTORIZAR Y QUE;

ii)TODOS LOS GRUPOS YA FACTORIZADOS TENGAN UN FACTOR COMUN. Y ENTONCES,USANDO EL METODO ANTERIOR YA DESCRITO PODREMOS FACTORIZAR EL POLINOMIO DADO COMO SE MOSTRARA EN LOS EJEMPLOS QUE RESOLVEREMOS DESPUES DE LA NOTA 1).

NOTA 1)MUCHAS VECES VA A SER NECESARIO ENSAYAR LA AGRUPACION DE - TERMINOS DE VARIAS MANERAS HASTA QUE SE CUMPLAN LAS CONDICIONES i) Y ii). SI SE HACEN TODAS LAS AGRUPACIONES POSIBLES Y NINGUNA DE ELLAS SATISFACE TALES CONDICIONES ENTONCES DIREMOS QUE EL POLINOMIO NO ES FACTORIZABLE POR ESTE METODO.

EJEMPLOS:

EJEMPLO 1)FACTORIZAR EL POLIOMIO

$$ab+a+b+1$$

NO EXISTE UN FACTOR COMUN A TODOS SUS TERMINOS,PERO PODEMOS- VER QUE LOS DOS PRIMEROS TERMINOS TIENEN EL FACTOR COMUN a Y LOS DOS ULTIMOS TIENEN COMO FACTOR COMUN A LA UNIDAD.ENTONCES,SI AGRUPAMOS EL PRIMER TERMINO CON EL SEGUNDO Y LOS DOS ULTIMOS TERMINOS OBTENEMOS:

$$ab+a+b+1=(ab+a)+(b+1)$$
$$=a(b+1)+(b+1)$$
$$=(b+1)(a+1)$$

POR LO TANTO;

LA FACTORIZACION DEL POLINOMIO ES: $(b+1)(a+1)$

ES DECIR,

$$ab+a+b+1=(b+1)(a+1).$$

EJEMPLO 2)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$21a^3b^2x+6a^2x^3y^2-35ab^5y^2-10b^3x^2y^4$$

NO EXISTE UN FACTOR COMUN A TODOS SUS TERMINOS, PERO PODEMOS VER, QUE LOS DOS PRIMEROS TERMINOS TIENEN EL FACTOR COMUN $3a^2x$, Y LOS DOS ULTIMOS TERMINOS TIENEN EL FACTOR COMUN $-5b^3y^2$. POR LO TANTO, SI LOS AGRUPAMOS DE ESTA MANERA OBTENEMOS;

$$21a^3b^2x+6a^2x^3y^2-35ab^5y^2-10b^3x^2y^4=$$
$$=(21a^3b^2x+6a^2x^3y^2)+(-35ab^5y^2-10b^3x^2y^4)$$
$$=3a^2x(7ab^2+2x^2y^2)-5b^3y^2(7ab^2+2x^2y^2)$$
$$=(7ab^2+2x^2y^2)(3a^2x-5b^3y^2)$$

POR LO TANTO;

LA FACTORIZACION DEL POLINOMIO ES, $(7ab^2+2x^2y^2)(3a^2x-5b^3y^2)$

ES DECIR,

$$21a^3b^2x+6a^2x^3y^2-35ab^5y^2-10b^3x^2y^4 = (7ab\ +2x^2y^2)(3a^2x-5b^3y^2).$$

EJEMPLO 3)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$r^2-2rs-rt-3ru+6su+3tu$$

NO EXISTE UN FACTOR COMUN A TODOS SUS TERMINOS, PERO PODEMOS VER QUE LOS TRES PRIMEROS TERMINOS TIENEN EL FACTOR COMUN r, Y LOS ULTIMOS TERMINOS TIENEN EL FACTOR COMUN $3u$. POR LO TANTO, SI LOS AGRUPAMOS DE ESTA FORMA OBTENEMOS.

$$r^2-2rs-rt-3ru+6su+3tu = (r^2-2rs-rt)+(-3ru+6su+3tu)$$

$$=r(r-2s-t)+3u(-r+2s+t)$$ NO HAY FACTOR POLINOMIO COMUN, PERO SI SACAMOS EL SIGNO "-" AL FACTOR 3u Y LO PONEMOS COMO -3u OBTENEMOS.

$$=r(r-2s-t)-3u(r-2s-t)$$

$$=(r-2s-t)(r-3u).$$

POR LO TANTO;

LA FACTORIZACION DEL POLINOMIO ES: $(r-2s-t)(r-3u)$.

ES DECIR,

$$r^2-2rs-rt-3ru+6su+3tu=(r-2s-t)(r-3u).$$

EJEMPLO 4)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$5x^4+3xy^2+x^2y+3y^3$$

NO EXISTE UN FACTOR COMUN A TODOS LOS TERMINOS, PERO PODEMOS VER QUE LOS DOS PRIMEROS TERMINOS TIENEN A x COMO FACTOR COMUN Y LOS DOS ULTIMOS TERMINOS TIENEN A y COMO FACTOR COMUN. POR LO TANTO, SI LOS AGRUPAMOS DE ESTA MANERA OBTENEMOS;

$$5x^4+3xy^2+x^2y+3y^3 =(5x^4+3xy^2)+(x^2y+3y^3)$$

$$=x(5x^3+3y^2)+y(x^2+3y^2)$$

EL FACTOR POLINOMIO DE CADA GRUPO ES DIFERENTE, ENTONCES, ENSAYEMOS DE OTRA MANERA LA AGRUPACION;

$$5x^4+3xy^2+x^2y+3y^3 = (5x^4+x^2Y)+(3xy^2+3y^3)$$

$$= x^2(5x^2+y)+3y^2(x+y)$$

EL FACTOR POLINOMIO DE CADA GRUPO ES DIFERENTE, ENTONCES, ENSAYEMOS DE OTRA MANERA LA AGRUPACION;

$$5x^4+3xy^2+x^2y+3y^3=(5x^4++3y^3)+(3xy^2+x^2y)$$

$$=(5x^4+3y^3)+xy(3y+x).$$

EL FACTOR POLINOMIO DE CADA GRUPO ES DIFERENTE, Y COMO YA NO ES PO SIBLE AGRUPARLOS DE OTRA FORMA DISTINTA A LAS ANTERIORES, ENTONCES, DIREMOS QUE ESTE POLINOMIO NO ES FACTORIZABLE POR ESTE METODO.

EJEMPLO 5) FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$6bc-9c^2-12cd-8be+12ce+16de$$

NO EXISTE UN FACTOR COMUN A TODOS LOS TERMINOS, PERO PODEMOS VER - QUE LOS TRES PRIMEROS TERMINOS TIENEN COMO FACTOR COMUN A $3c$ Y LOS TRES ULTIMOS TERMINOS TIENEN COMO FACTOR COMUN A $-4e$, ENTONCES, SI LOS AGRUPAMOS DE ESTA MANERA OBTENEMOS:

$$6bc-9c^2-12cd-8be+12ce+16de=(6bc-9c^2-12cd)+(-8be+12ce+16de)$$

$$=3c(2b-3c-4d)-4e(2b-3c-4d)$$

$$=(2b-3c-4d)(3c-4e).$$

POR LO TANTO;

LA FACTORIZACION DEL POLINOMIO ES: $(2b-3c-4d)(3c-4e)$

ES DECIR;

$$6bc-9c^2-12cd-8be+12ce+16de=(2b-3c-4d)(3c-4e).$$

AHORA VAYAMOS CON LOS POLINOMIOS QUE SON TRINOMIOS CUADRATICOS INICIANDO CON UN PROBLEMA AFIN.

PROBLEMA 4) UNA PERSONA REALIZO UN TRABAJO POR 1920 DOLARES, EL TRABAJO LE LLEVO 4 DIAS MAS DE LO QUE SE SUPONIA Y, ENTONCES, GANO 24 DOLARES MENOS POR DIA DE LO PREVISTO.

¿EN CUANTO TIEMPO SE SUPONIA QUE LLEVARIA A CABO ESE TRABAJO?

SOLUCION: SI x DIAS ES EL TIEMPO ESPERADO PARA EFECTUAR EL TRABAJO Y LA TARIFA HORARIO QUE ESPERABA RECIBIR, MENOS 24 DOLARES ES IGUAL A LA TARIFA HORARIO REAL QUE GANO LA PERSONA. ENTONCES;

$$\frac{1920}{x}-24=\frac{1920}{x+4}$$ ELIMINANDO DENOMINADORES, OBTENEMOS;

$$1920(x+4)-24(x^2+4x)=1920(x)$$ ES DECIR;

$$1920x+7680-24x^2-96x=1920x$$ ES DECIR;

$$24x^2+96x-7680=0$$ ES DECIR;

$$x^2+4x-320=0$$ FACTORIZANDO ESTE TRINOMIO DE LA FORMA BASICA

$$(x+20)(x-16)=0$$

ES DECIR:

$x=-20$ o bien $\underline{x=16.}$

POR LO TANTO;

EL TIEMPO ESPERADO PARA REALIZAR EL TRABAJO ES DE 16 HORAS.

FACTORIZACION DE POLINOMIOS QUE SON TRINOMIOS CUADRATICOS

FACTORIZACION DE TRINOMIOS CUADRATICOS DE LA FORMA ax^2+bx+c, CON a,b,c NUMEROS ENTEROS DISTINTOS DE CERO Y $a>0$.

PARA FACTORIZAR LOS TRINOMIOS CUADRATICOS, A ESTOS LOS DIVIDIREMOS EN DOS CLASES:

(*) CUANDO $a=1$, (x^2+bx+c)

(**) CUANDO $a>1$. (ax^2+bx+c)

NOTA 2) LOS POLINOMIOS DE LA FORMA (*), LES LLAMAREMOS FORMA BASICA.

PARA QUE UN TRINOMIO CUADRATICO SEA DE LA FORMA BASICA, ES NECESARIO QUE SU PRIMER TERMINO SEA EL CUADRADO DE UN MONOMIO CON COEFICIENTE ENTERO, QUE SU SEGUNDO TERMINO SEA EL PRODUCTO DE UN ENTERO POR DICHO MONOMIO, Y QUE SU TERCER TERMINO SEA OTRO ENTERO CUALQUIERA.

POR EJEMPLO; $4y^2+8y-21$ SE PUEDE ESCRIBIR EN LA FORMA BASICA COMO:

$$(2y)^2+4(2y)-21$$

OBSERVEMOS QUE EN ESTA ULTIMA FORMA SE PUEDEN IDENTIFICAR DIRECTAMENTE LOS ELEMENTOS DE SU FORMA BASICA, EN CAMBIO EN LA EXPRESION, $4y^2+8y-21$ NO SUCEDE LO MISMO, PERO ESTA SE PUEDE ESCRIBIR FACILMENTE EN LA FORMA BASICA, SI SU PRIMER TERMINO $4y^2$ SE ESCRIBE COMO UN MONOMIO AL CUADRADO $(2y)^2$, Y SU SEGUNDO TERMINO $8y$ COMO EL PRODUCTO DEL ENTERO 4 POR DICHO MONOMIO $(2y)$.

CON ESTE PROCEDIMIENTO SE PUEDE DETERMINAR SI UN TRINOMIO CUA-

DRATICO ES O NO ES DE LA FORMA BASICA, x^2+bx+c, E IDENTIFICAR SUS ELEMENTOS.

LA FORMA DE FACTORIZAR UN TRINOMIO CUADRATICO EN SU FORMA BASICA ES MEDIANTE EL PRODUCTO NOTABLE $(x+m)(x+n)=x^2+(m+n)x+mn$, CON m Y n ENTEROS. PODEMOS VER QUE $x^2+(m+n)+mn$ ES TRINOMIO CUADRATICO EN SU FORMA BASICA PORQUE x ES UN MONOMIO, $m+n$ Y mn SON NUMEROS ENTEROS YA QUE m Y n TAMBIEN LO SON. POR LO TANTO, LA FACTORIZACION DE UN TRINOMIO CUADRATICO DE LA FORMA BASICA, x^2+bx+c ES EL PRODUCTO $(x+m)(x+n)$, DONDE x ES UN MONOMIO COMUN DE AMBOS FACTORES, m Y n DOS NUMEROS ENTEROS TALES QUE, $m+n=b$ Y $mn=c$.
POR LO TANTO;

$$x^2+bx+c=(x+m)(x+n)$$

EJEMPLOS

EJEMPLO 1)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$x^2-5x+6$$

DOS NUMEROS CUYO PRODUCTO ES 6 Y CUYA SUMA ES -5, SON -2 Y -3, POR LO TANTO:

$$x^2-5x+6=(x-2)(x-3).$$

EJEMPLO 2)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$x^2+8x+15$$

3 Y 5 SON LOS DOS NUMEROS CUYO PRODUCTO ES 15 Y CUYA SUMA ES 8, POR LO TANTO:

$$x^2+8x+15=(x+3)(x+5).$$

EJEMPLO 3)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$x^2-2x-360$$

BUSQUEMOS DOS FACTORES DE -360 CUYA SUMA SEA -2. COMO -360 ES NEGATIVO LOS DOS FACTORES DEBEN DE SER DE SIGNO CONTRARIO.

UNA DE LAS FORMAS DE BUSCAR TALES FACTORES ES IR TOMANDO LAS PAREJAS DE FACTORES DE c HASTA DAR CON LA IDONEA, ENTONCES,

1 Y 360, 2 Y -180, 3 Y -120, 4 Y -90, 5 Y -72,
6 Y -60, 8 Y -45, 9 Y -40, 10 Y -36, 12 Y -30,
15 Y -24, 18 Y -20,

LA SUMA DE ESTA PAREJA DE FACTORES ES -2.

POR LO TANTO,

$$x^2-2x-360=(x+20)(x-18).$$

EJEMPLO 4)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$25y^2-45y-36$$

PRIMERO LO LLEVAREMOS A SU FORMA BASICA

$$25y^2-45y-36=(5y)^2-9(5y)-36$$

ENTONCES, EL MONOMIO COMUN ES 5y, b=-9 Y c=-36. 3 Y -12 SON LOS FACTORES DE -36 CUYA SUMA ES -9.

POR LO TANTO,

$$25y^2-45y-36 = (5y+3)(5y-12).$$

EJEMPLO 5)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$49p^6-49p^3+12$$

SU FORMA BASICA ES $(7p^3)^2-7(7p^3)+12$, ENTONCES, EL MONOMIO COMUN ES $7p^3$, $b=-7$ Y $c=12$. LOS DOS FACTORES DE 12 CUYA SUMA ES -7 SON -3 Y -4.

POR LO TANTO,

$$49p^6-49p^3+12=(7p^3-3)(7p^3-4).$$

EXISTEN INFINIDAD DE TRINOMIOS CUADRATICOS DE LA FORMA BASICA QUE NO SON FACTORIZABLES. COMO EL SIGUIENTE EJEMPLO;

EJEMPLO 6)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$x^2+2x+4$$

ESTE TRINOMIO NO ES FACTORIZABLE PORQUE NO EXISTEN DOS NUMEROS ENTEROS CUYO PRODUCTO SEA 4 Y SU SUMA SEA 2.

PASEMOS A OTRO PROBLEMA

PROBLEMA 5)LOS TIEMPOS REQUERIDOS POR DOS ESTUDIANTES PARA PINTAR UNA YARDA CUADRADA DEL PISO DE SU DORMITORIO, DIFIEREN EN UN MINUTO. JUNTOS, PUEDEN PINTAR 27 yd^2 EN 1 h. ¿EN QUE TIEMPO PINTA CADA UNO DE ELLOS 1 yd^2?

SOLUCION; SI x= AL NUMERO DE MINUTOS EN QUE EL ESTUDIANTE MAS RAPIDO PINTA 1 yd^2. ENTONCES, $x+1$= AL NUMERO DE MINUTOS EMPLEADOS POR EL OTRO ESTUDIANTE. ENTONCES,

$\frac{1}{x}$ =FRACCION DE $1yd^2$ PINTADA POR EL 1er ESTUDIANTE EN 1 min.

Y $\frac{1}{x+1}$ =FRACCION DE $1yd^2$ PINTADA EN 1 min.POR EL OTRO ESTUDIANTE

ENTONCES, $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}$ =FRACCION DE $1yd^2$ PINTADA POR AMBOS ESTUDIANTES EN 1 min.

POR LO TANTO;

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}=\frac{27}{60}=\frac{9}{20}$$ ENTONCES,

$$(20x+20)+20x=9x^2+9x$$ ENTONCES,

$$-9x^2+31x+20=0$$ ENTONCES,

$$9x^2-31x-20=0$$ FACTORIZANDO POR EL METODO DE LAS TIJERAS

$$\begin{array}{ccc} 9x & 5 & = 5x \\ x & -4 & = \underline{-36x} \\ & & -31x \end{array}$$

POR LO TANTO;

$$9x^2-31x-20=(9x+5)(x-4)$$ ENTONCES,

$$(9x+5)(x-4)=0$$ ENTONCES,

$$x=-\frac{9}{5} \quad \text{o bien} \quad \underline{x=4}$$

POR LO TANTO; EL ESTUDIANTE MAS RAPIDO SE TARDA 4 MINUTOS EN PINTAR $1yd^2$, Y EL OTRO ESTUDIANTE SE TARDA 5 MINUTOS EN PINTAR EL MISMO ESPACIO.

FACTORIZACION DE TRINOMIOS CUADRATICOS DE LA FORMA ax^2+bx+c CUANDO $a>1$, Y DONDE a, b Y c NO TIENEN FACTORES COMUNES

VEREMOS TRES METODOS

1er METODO) **METODO DE LAS TIJERAS.**

ESTE METODO CONSISTE EN BUSCAR UNA PAREJA DE FACTORES CUYO PRODUCTO SEA ax^2. SI mx Y nx SON DICHOS FACTORES, ESTOS SE ESCRIBEN DEL LADO IZQUIERDO DE LAS TIJERAS. SE DETERMINA UNA PAREJA DE FACTORES r Y s DE c, DE TAL MANERA QUE $(m,r)=1$ Y $(n,s)=1$. [(p,q) QUIERE DECIR MAXIMO COMUN DIVISOR DE p Y q)], ESTOS SE ESCRIBEN DEL LADO DE LAS TIJERAS.

LA FORMA DE ESCRIBIR LOS FACTORES ES LA SIGUIENTE;

$$\begin{array}{lcll}
mx & & r = (nr)x & (m,r)=1 \\
 & \times & + & \\
nx & & s = \underline{(ms)x} & (n,s)=1 \\
 & & \quad (ms+nr)x &
\end{array}$$

SI $nr+ms=b$ ENTONCES, LA FACTORIZACION DEL TRINOMIO CUADRATICO ax^2+bx+c ES: $(mx+r)(nx+s)$.

ES DECIR;

$$ax^2+bx+c=(mx+r)(nx+s)$$

EJEMPLOS:

EJEMPLO 1)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$2x^2+3x+1$$

OBSERVEMOS QUE b Y c SON POSITIVOS POR LO TANTO LOS FACTORES DE c SON AMBOS POSITIVOS.

$$\begin{array}{ccccl} 2x & & 1 & = & x \\ & \times & & & + \\ x & & 1 & = & \underline{2x} \\ & & & & 3x = b \end{array}$$

POR LO TANTO,

$$2x^2+3x+1=(2x+1)(x+1).$$

EJEMPLO 2)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$2x^2+11x-6$$

EN ESTE CASO b ES POSITIVO Y c ES NEGATIVO. ENTONCES UN FACTOR DE c ES POSITIVO Y EL OTRO FACTOR ES NEGATIVO.

$$\begin{array}{ccccl} 2x & & -1 & = & -x \\ & \times & & & + \\ x & & 6 & = & \underline{12x} \\ & & & & 11x = b \end{array}$$

POR LO TANTO,

$$2x^2+11x-6=(2x-1)(x+6).$$

EJEMPLO 3)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$4x^2-13x+9$$

EN ESTE TRINOMIO, b ES NEGATIVO Y c ES POSITIVO. ENTONCES AMBOS FACTORES DE c DEBEN SER NEGATIVOS.

$$\begin{array}{ccccl} 4x & & -9 & = & -9x \\ & \times & & & + \\ x & & -1 & = & \underline{-4x} \\ & & & & -13x = b \end{array}$$

POR LO TANTO,

$$4x^2-13x+9=(4x-9)(x-1).$$

EJEMPLO 4)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$10z^2+z+2$$

AQUI b Y c SON POSITIVOS POR LO TANTO LOS FACTORES DE c DEBEN DE SER AMBOS POSITIVOS.

$$\begin{array}{ccccc} 10z & & 1 & = & z \\ & \times & & & + \\ z & & 2 & = & \underline{20z} \\ & & & & 21z \neq b \end{array}$$

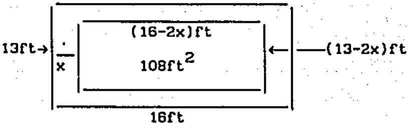
ESTO QUIERE DECIR QUE LOS FACTORES TOMADOS NO SON LOS INDICADOS. TOMEMOS OTROS FACTORES.

$$\begin{array}{ccccc} 5z & & 1 & = & 2z \\ & \times & & & + \\ 2z & & 2 & = & \underline{10z} \\ & & & & 12z \neq b \end{array}$$

ENTONCES ESTOS FACTORES TAMPOCO SON LOS INDICADOS. Y COMO YA NO - EXISTEN OTRAS COMBINACIONES DISTNINTAS A ESTAS QUE SATISFAGAN LA-CONDICION DE QUE, EL MAXIMO COMUN DIVISOR DE m Y r, Y EL DE n Y s SEA UNO. ENTONCES EL TRINOMIO $10z^2+z+2$ NO ES FACTORIZABLE BAJO LAS CONDICIONES DADAS.

PASEMOS A OTRO PROBLEMA;

PROBLEMA 6)LA SALA DE LA CASA DE LOS AGUILAR TIENE 13ft POR 16ft Y QUIEREN ALFOMBRARLA, EXCEPTO UN BORDE DE ANCHURA UNI-FORME. ¿QUE DIMENSIONES DEBERA TENER LA ALFOMBRA SI SO-LO DISPONEN DE $108ft^2$?



SOLUCION: SI x ES LA LONGITUD DEL BORDE DE ANCHURA UNIFORME QUE NO SE ALFOMBRARA, ENTONCES;

$(16-2x)(13-2x)=108$ ES DECIR,

$208-32x-26x+4x^2-108=0$ ES DECIR,

$4x^2-58x+100=0$ ES DECIR,

$2x^2-29x+50=0$ LO LLEVAMOS A SU FORMA BASICA PARA FACTORIZARLO

$$\frac{2(2x^2-29x+50}{2} = \frac{4x^2-58x+100}{2} = \frac{(2x)^2-29(2x)+100}{2} =$$

$$= \frac{(2x-4)(2x-25)}{2} = \frac{2(x-2)(2x-25)}{2} = (x-2)(2x-25)$$

POR LO TANTO;

$2x^2-29x+50=(x-2)(2x-25)$ ENTONCES,

$(x-2)(2x-25)=0$ ENTONCES;

$\underline{x=2}$ o bien $x=\frac{25}{2}$

POR LO TANTO:

LAS DIMENSIONES DE LA ALFOMBRA SERAN DE 9 POR 12 PIES.

¿POR QUE $x=\frac{25}{2}$ NO ES SOLUCION?

2do METODO) **POR FORMA BASICA.**

ESTE METODO CONSISTE EN EXPRESAR EL POLINOMIO COMO EL COCIENTE DE UN TRINOMIO CUADRATICO DE LA FORMA BASICA ENTRE UN NUMERO ENTERO-POSITIVO. VEAMOS ALGUNOS EJEMPLOS.

EJEMPLO 1)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$3x^2+7x+2$$

SI LO MULTIPLICAMOS Y DIVIDIMOS ENTRE 3 OBTENEMOS;

$$\frac{3(3x^2+7x+2)}{3}=\frac{9x^2+21x+6}{3}=\frac{(3x)^2+7(3x)+6}{3}$$

AHORA FACTORIZAMOS EL TRINOMIO $(3x)^2+7(3x)+6$.

EL MONOMIO COMUN ES $3x$, $b=7$ Y $c=6$, Y COMO 6 Y 1 SON LOS DOS NUMERES CUYO PRODUCTO ES 6 Y CUYA SUMA ES 7 ENTONCES, LA FACTORIZACION DEL TRINOMIO $(3x)^2+7(3x)+6$ ES;

$$(3x+6)(3x+1)$$

ENTONCES,

$$\frac{(3x)^2+7(3x)+6}{3}=\frac{(3x+6)(3x+1)}{3}=\frac{3(x+2)(3x+1)}{3}=$$

$$=(x+2)(3x+1)$$

POR LO TANTO,

$$3x^2+7x+2=(x+2)(3x+1).$$

EJEMPLO 2)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$8y^2-3y-5$$

SI LO MULTIPLICAMOS Y DIVIDIMOS ENTRE 8 OBTENEMOS;

$$\frac{8(8y^2-3y-5)}{8} = \frac{64y^2-24y-40}{8} = \frac{(8y)^2-3(8y)-40}{8}$$

FACTORICEMOS EL TRINOMIO $(8y)^2-3(8y)-40$

EL MONOMIO COMUN ES $8y, b=-3$ Y $c=-40$.

LOS DOS FACTORES DE -40, CUYA SUMA ES -3, SON, -8 y 5, ENTONCES, LA FACTORIZACION DE $(8y)^2-3(8y)-40$ ES, $(8y-8)(8y+5)$.

ENTONCES,

$$\frac{(8y)^2-3(8y)-40}{8} = \frac{(8y-8)(8y+5)}{8} = \frac{8(y-1)(8y+5)}{8} =$$

$$=(y-1)(8y+5)$$

POR LO TANTO:

$$8y^2-3y-5=(y-1)(8y+5).$$

EJEMPLO 3) FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$5m^2+12m+4$$

SI LO MULTIPLICAMOS Y DIVIDIMOS ENTRE 5 OBTENEMOS,

$$\frac{5(5m^2+12m+4)}{5} = \frac{25m^2+60m+20}{5} = \frac{(5m)^2+12(5m)+20}{5}$$

FACTORICEMOS EL TRINOMIO $(5m)^2+12(5m)+20$

EL MONOMIO COMUN ES $5m$, $b=12$ Y $c=20$.

LOS DOS FACTORES DE 20 CUYA SUMA ES 12 SON 10 Y 2. ENTONCES,

LA FACTORIZACION DE $(5m)^2+12(5m)+20$ ES $(5m+10)(5m+2)$.

ENTONCES,

$$\frac{(5m)^2+12(5m)+20}{5} = \frac{(5m+10)(5m+2)}{5} = \frac{5(m+2)(5m+2)}{5} =$$

$$=(m+2)(5m+2)$$

POR LO TANTO:

$$5m^2+12m+4=(m+2)(5m+2).$$

EJEMPLO 4)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$6x^2+13x-5$$

SI LO MULTIPLICAMOS Y DIVIDIMOS ENTRE 6 OBTENEMOS,

$$\frac{6(6x^2+13x-5)}{6}=\frac{36x^2+78x-30}{6}=\frac{(6x)^2+13(6x)-30}{6}$$

FACTORICEMOS EL TRINOMIO $(6x)^2+13(6x)-30.$

EL MONOMIO COMUN ES $6x$, $b=13$ y $c=-30$.

LOS DOS FACTORES DE -30 CUYA SUMA ES 13 SON 15 Y -2. ENTONCES,

LA FACTORIZACION DE $(6x)^2+13(6x)-30$ ES $(6x+15)(6x-2)$.

ENTONCES,

$$\frac{(6x)^2+13(6x)-30}{6}=\frac{(6x+15)(6x-2)}{6}=\frac{3(2x+5)2(3x-1)}{6}=$$

$$\frac{6(2x+5)(3x-1)}{6}=(2x+5)(3x-1)$$

POR LO TANTO:

$$6x^2+13x-5=(2x+5)(3x-1).$$

EXISTE UNA INFINIDAD DE TRINOMIOS CUADRATICOS DE LA FORMA

$$ax^2+bx+c,$$

QUE NO SON FACTORIZABLES POR ESTE METODO, BAJO LAS CONDICIONES DADAS, COMO EL SIGUIENTE EJEMPLO;

EJEMPLO 5) FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$2x^2+5x+8$$

SI LO MULTIPLICAMOS Y DIVIDIMOS ENTRE 2 OBTENEMOS,

$$\frac{2(2x^2+5x+8)}{2}=\frac{4x^2+10x+16}{2}=\frac{(2x)^2+5(2x)+16}{2}$$

EL TRINOMIO $(2x)^2+5(2x)+16$ NO ES FACTORIZABLE PORQUE NO EXISTEN DOS NUMEROS ENTEROS CUYO PRODUCTO SEA 16 Y CUYA SUMA SEA 5,

POR LO TANTO, EL TRINOMIO $2x^2+5x+8$ NO ES FACTORIZABLE.

NOTA 3: OBSERVEMOS QUE SI MULTIPLICAMOS Y DIVIDIMOS AL POLINOMIO DADO, POR EL NUMERO a PARA PODERLO EXPRESAR COMO UN COCIENTE DE UN POLINOMIO DE LA FORMA BASICA ENTRE UN NUMERO ENTERO NOS GARANTIZA QUE EL POLINOMIO OBTENIDO SEA DE LA FORMA BASICA.

PROBLEMA 7) LUIS COMPRO ALGUNAS ACCIONES EN \$1,560,000. DESPUES, CUANDO EL PRECIO HABIA AUMENTADO \$24,000 POR ACCION, DIO TODAS SUS ACCIONES EXCEPTO 10, EN \$1,520,000. ¿CUANTAS ACCIONES HABIA COMPRADO?

SOLUCION: SI x=AL NUMERO DE ACCIONES QUE LUIS COMPRO EN \$1,560,000 ENTONCES;

$$\frac{1,560,000}{x} + 24,000 = \text{AL PRECIO EN QUE SE VENDIO CADA ACCION}$$

POR LO TANTO;

$$(x-10)\left(\frac{1,560,000}{x} + 24,000\right)=1,520,000 \qquad \text{ENTONCES,}$$

$$(x-10)(1,560,000x+24,000x)=1,520,000x \qquad \text{ENTONCES,}$$

$$(x-10)(1,560x+24x)=1,520x \qquad \text{ENTONCES,}$$

$$24x^2-200x-15,600=0 \qquad \text{ENTONCES,}$$

$$3x^2-25x-1950=0$$ FACTORIZANDO, POR COMPLETACION DE DOS BINOMIOS

$$3x^2+65x-90x-1950=0$$

$$x(3x+65)-30(x+65)=0$$

$$(3x+65)(x-30)=0 \qquad \text{ENTONCES,}$$

$$x=\frac{-65}{3} \quad \text{o bien} \quad \underline{x=30}$$

POR LO TANTO;

LUIS HABIA COMPRADO 30 ACCIONES.

3er METODO) POR COMPLETACION DE DOS BINOMIOS CON COEFIC. ENTEROS. (RECORDEMOS QUE ESTAMOS CON LOS TRINOMIOS CUADRATICOS DE LA FORMA ax^2+bx+c, CON $a>1$ Y DONDE a, b Y c NO TIENEN FACTORES COMUNES.)

ESTE METODO CONSISTE EN HALLAR DOS NUMEROS ENTEROS CUYA SUMA SEA IGUAL AL COEFICIENTE DEL TERMINO DE PRIMER GRADO(O SEA, IGUAL A b) Y CUYO PRODUCTO SEA IGUAL AL PRODUCTO DE a Y c. SI DICHOS ENTEROS NO EXISTEN, ENTONCES, DIREMOS QUE EL TRINOMIO NO ES FACTORIZABLE POR ESTE METODO BAJO LAS CONDICONES DADAS.

EJEMPLOS.

EJEMPLO 1) FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$6x^2+5x-6$$

OBSERVEMOS QUE $(6)(-6)=-36$, Y QUE 9 Y -4 SON DOS NUMEROS CUYO PRODUCTO ES $-36=ac$ Y CUYA SUMA ES $5=b$.

ENTONCES,

$$\begin{aligned} 6x^2+5x-6 &= 6x^2+\underline{(9x-4x)}-6 \\ &=(6x^2+9x)+(-4x-6) \\ &=3x(2x+3)-2(2x+3) \\ &=(2x+3)(3x-2), \end{aligned}$$

POR LO TANTO:

$$6x^2+5x-6=(2x+3)(3x-2).$$

EJEMPLO 2) FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$5x^2-x-4$$

OBSERVEMOS QUE $(5)(-4)=-20$, Y QUE -5 Y 4 SON LOS NUMEROS CUYO PRODUCTO ES $-20=ac$ Y CUYA SUMA ES $-1=b$.

ENTONCES,

$$\begin{aligned} 5x^2-x-4 &= 5x^2+\underline{(-5x+4x)}-4 \\ &=(5x^2-5x)+(4x-4) \\ &=5x(x-1)+4(x-1) \\ &=(x-1)(5x+4), \end{aligned}$$

POR LO TANTO:

$$5x^2-x-4 =(x-1)(5x+4)$$

EJEMPLO 3)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$16y^2+40y+25$$

OBSERVEMOS QUE $(16)(25)=400$, Y QUE $(20)(20)=400$ Y $20+20=40$.

ENTONCES:

$$\begin{aligned} 16y^2+40y+25 &= 16y^2+\underline{(20y+20y)}+25 \\ &=(16y^2+20y)+(20y+25) \\ &=4y(4y+5)+5(4y+5) \\ &=(4y+5)(4y+5), \end{aligned}$$

POR LO TANTO:

$$16y^2+40y+25=(4y+5)(4y+5).$$

EJEMPLO 4)FACTORIZAR EL TRINOMIO

$$2x^2+x-21$$

OBSERVEMOS QUE $(2)(-21)=-42$ Y QUE 7 Y -6 SON LOS NUMEROS CUYO PRODUCTO ES $-42=ac$ Y CUYA SUMA ES $1=b$.

ENTONCES,

$$\begin{aligned}2x^2+x-21 &= 2x^2+\underline{(7x-6x)}-21\\ &=(2x^2-6x)+(7x-21)\\ &=2x(x-3)+7(x-3)\\ &=(x-3)(2x+7),\end{aligned}$$

POR LO TANTO:

$$2x^2+x-21=(2x+7)(x-3).$$

EJEMPLO 5)FACTORIZAR EL TRINOMIO

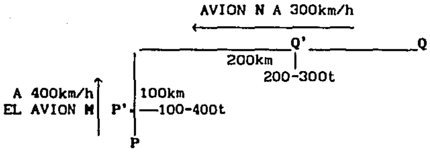
$$3x^2+5x+3$$

EL PRODUCTO DE $(3)(3)=9$, COMO NO EXISTEN DOS FACTORES DE 9 CUYA SUMA SEA 3, ENTONCES, ESTE TRINOMIO NO ES FACTORIZABLE POR ESTE METODO BAJO LAS CONDICIONES DADAS.

COMO ESTE TRINOMIO EXISTEN UNA INFINIDAD LOS CUALES NO SON FACTORIZABLES POR ESTE METODO BAJO LAS CONDICIONES DADAS.

ANTES DE VER EL OTRO METODO VEAMOS EL SIGUIENTE PROBLEMA.

PROBLEMA 8)DOS AVIONES, M Y N, VUELAN EN TRAYECTORIAS PERPENDICULARES A LA MISMA ALTITUD. SUPONGA QUE PARA EL TIEMPO $t=0$, EL AVION M ESTA HACIA EL NORTE A 400km/h DESDE UN-PUNTO P 100km AL SUR DE LA INTERSECCION DE LAS TRAYEC-TORIAS, Y EL AVION N ESTA VOLANDO HACIA EL OESTE A - 300km/h DESDE UN PUNTO Q 200km AL ESTE DE LA INTERSEC-CION. ¿AL CABO DE CUANTAS HORAS ESTARAN SEPARADOS UNA-DISTANCIA DE 100km?



SOLUCION: SI t SON LAS HORAS QUE PASAN PARA QUE LOS AVIONES ESTEN A UNA DISTANCIA DE 100km. ENTONCES EL AVION M Y EL AVION N HAN AVANZADO $400t$ km Y $300t$ km RESPECTIVAMENTE HACIA LA INTERSECCION. POR LO QUE SUS NUEVAS POSICIONES SON; - $P'=100-400t$ Y $Q'=200-300t$, COMO SE VE EN LA FIGURA. ENTON-CES, POR EL TEOREMA DE PITAGORAS(EN UN TRIANGULO RECTANGU LO LA SUMA DE LOS CUADRADOS DE SUS CATETOS ES IGUAL AL - CUADRADO DE SU HIPOTENUSA) TENEMOS;

$$(200-300t)^2+(100-400t)^2=(100)^2$$ ENTONCES,

$$40000-120000t+90000t^2+10000-80000t+160000t^2=10000$$ ENTONCES,

$$250000t^2-200000t+40000=0$$ ENTONCES,

$$25t^2-20t+4=0$$ FACTORIZANDO ESTE TRINOMIO CUADRADO PERFECTO TENEMOS;

$$(5t-2)^2=0$$ ENTONCES,

$$5t-2=0$$ ENTONCES,

$$t=\frac{2}{5}$$

POR LO TANTO: LOS AVIONES M Y N ESTARAN SEPARADOS A UNA DISTANCIA DE 100km AL CABO DE $\frac{2}{5}$ PARTES DE UNA HORA o bien AL CABO DE 24 min.

VEAMOS LOS TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS.

TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS

DEFINICION: UN TRINOMIO CUADRATICO ES TRINOMIO CUADRADO PERFECTO-

SI ES DE LA FORMA $x^2+2xy+y^2$, DONDE x Y y SON MONOMIOS CON COEFICIENTES ENTEROS(DE GRADO POSITIVO CADA UNA DE SUS VARIABLES).

COMO SABEMOS SI UN TRINOMIO CUADRATICO ES O NO ES T.C.P.(TRINOMIO CUADRADO PERFECTO)?

PARA SABER SI UN TRINOMIO CUADRATICO ES UN T.C.P.,DESPUES DE HABERLO ORDENADO HACEMOS LO SIGUIENTE:

1)VEMOS SI LOS TERMINOS 1ro Y 3ro SON O PUEDEN SER AMBOS POSITIVOS.EN CASO DE QUE NO SUCEDA NI LO UNO NI LO OTRO,DIREMOS,QUE EL TRINOMIO DADO NO ES T.C.P..SI DICHOS TERMINOS SON, O PUEDEN SER,AMBOS POSITIVOS,HACEMOS LO SIGUIENTE;

2)TOMAMOS LOS TERMINOS 1ro Y 3ro(ESTOS POSITIVOS),LES SACAMOS RAIZ CUADRADA Y SI EL PRODUCTO DE ESTAS RAICES POR 2 ES IGUAL AL VALOR ABSOLUTO DEL 2do TERMINO ENTONCES,EL TRINOMIO DADO ES UN T.C.P..EN CUALQUIER OTRO CASO,EL TRINOMIO DADO NO ES T.C.P..

LA FACTORIZACION DE UN T.C.P.ES UN BINOMIO AL CUADRADO CUYAS COMPONENTES SON;RAIZ CUADRADA DEL PRIMER TERMINO,EL SIGNO DEL COEFICIENTE DEL SEGUNDO TERMINO Y LA RAIZ CUADRADA DEL TERCER TERMINO.ES DECIR;

SI $x^2\pm2xy+y^2$ ES UN .T.C.P. ENTONCES:

$$x^2 \pm 2xy + y^2 = (x \pm y)^2$$

EJEMPLOS

DETERMINE SI LOS SIGUIENTES TRINOMIOS SON O NO SON T.C.P., EN CASO DE QUE LO SEAN FACTORICELOS.

EJEMPLO 1) $y^2+6y+9.$

EL 1er Y 3er TERMINO SON POSITIVOS Y SUS RAICES CUADRADAS SON y Y 3 RESPECTIVAMENTE. EL PRODUCTO DE ESTAS RAICES POR 2 ES $6y$, QUE ES IGUAL AL VALOR ABSOLUTO DEL 2do TERMINO. ENTONCES EL TRINOMIO SI ES T.C.P..

POR LO TANTO:

$$y^2+6y+9 = (y+3)^2.$$

EJEMPLO 2) $4x^2-4x+1.$

EL 1er Y EL 3er TERMINO SON POSITIVOS Y SUS RAICES CUADRADAS SON $2x$ Y 1 RESPECTIVAMENTE. EL PRODUCTO DE ESTAS RAICES POR 2 ES $4x$ QUE ES IGUAL AL VALOR ABSOLUTO DEL SEGUNDO TERMINO. ENTONCES EL TRINOMIO SI ES T.C.P..

POR LO TANTO:

$$4x^2-4x+1= (2x-1)^2$$

EJEMPLO 3) $9a^4+24a^2b^3+16b^6$

EL 1er Y EL 3er TERMINO SON POSITIVOS Y SUS RAICES CUADRADAS SON $3a^2$ Y $4b^3$ RESPECTIVAMENTE. EL PRODUCTO DE ESTAS RAICES POR

2 ES $24a^2b^3$, QUE ES IGUAL AL VALOR ABSOLUTO DEL SEGUNDO TERMINO. ENTONCES EL TRINOMIO SI ES T.C.P..

POR LO TANTO:

$$9a^4+24a^2b^3+16b^6 =(3a^2+4b^3)^2$$

EJEMPLO 4) $x^4+8x^2y^4-16y^8$

EL 1er TERMINO ES POSITIVO Y EL 3ro ES NEGATIVO. POR LO TANTO EL TRINOMIO NO ES T.C.P..

EJEMPLO 5) $25x^2+30xy^2+16y^4$.

EL 1er TERMINO Y EL 2do SON POSITIVOS Y SUS RAICES CUADRADAS SON $5x$ Y $4y^2$ RESPECTIVAMENTE. EL PRODUCTO DE ESTAS RAICES POR 2 ES $40xy^2$ QUE ES DIFERENTE AL VALOR ABSOLUTO DEL SEGUNDO TERMINO POR LO TANTO EL TRINOMIO NO ES T.C.P.

EJEMPLO 6) x^2-2x+5

LA RAIZ CUADRADA DE EL 3er TERMINO NO ES UN MONOMIO CON COEFICIENTE ENTERO POSITIVO. POR LO TANTO EL TRINOMIO NO ES T.C.P..

EJEMPLO 7) $100x^2+25x^4+100$

EL 1er Y EL 3er TERMINO SON POSITIVOS Y SUS RAICES CUADRADAS SON $10x$ Y 10 RESPECTIVAMENTE. EL PRODUCTO DE ESTAS RAICES POR 2 ES $200x$ QUE ES DISTINTO A $25x^4$, CON ESTO NO PODEMOS AFIRMAR QUE NO ES T.C.P. POR QUE EL TRINOMIO ESTA MAL ORDENADO. ENTONCES -

HAY QUE ORDENARLO BIEN;

$$25x^4+100x^2+100$$

EL 1er Y EL 3er TERMINO SON POSITIVOS Y SUS RAICES CUADRADAS SON $5x^2$ Y 10 RESPECTIVAMENTE. EL PRODUCTO DE ESTAS RAICES POR 2 ES $100x^2$ $100x^2$ QUE ES IGUAL AL VALOR ABSOLUTO DEL SEGUNDO TERMINO, ENTONCES, EL TRINOMIO SI ES T.C.P..

POR LO TANTO:

$$100x^2+25x^4+100=25x^4+100x^2+100=(5x^2+10)^2$$

EJEMPLO 8) $-25p^2+60pq^5-36q^{10}$

EL 1er Y 3er TERMINO SON NEGATIVOS, PERO SI SACAMOS EL SIGNO "-" OBTETENEMOS;

$$-25p^2+60pq^5-36q^{10}= -(25p^2-60pq^5+36q^{10})$$

AHORA BIEN LOS TERMINOS 1ro Y 3ro DEL TRINOMIO $25p^2-60pq^5+36q^{10}$ SON POSITIVOS. LAS RAICES DE ESTOS TERMINOS SON $5p$ y $6q^5$ RESPECTIVAMENTE, Y SU PRODUCTO POR 2 ES $60pq^5$ QUE ES IGUAL AL VALOR ABSOLUTO DEL 2do TERMINO DE ESTE TRINOMIO, ENTONCES;

EL TRINOMIO $25p^2-60pq^5+36q^{10}$ ES UN T.C.P., Y SU FACTORIZACION ES:

$$(5p-6q^5)^2.$$

ES DECIR;

$$25p^2-60pq^5+36q^{10}=(5p-6q^5)^2$$

POR LO TANTO:

$$-25p^2+60pq^5-36q^{10} = -(5p-6q^5)^2.$$

VEAMOS UN PROBLEMA DONDE SE APLICA LA FACTORIZACION DE UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS.

PROBLEMA 9) LUIS TIENE UN AÑO MAS QUE PEPE, Y UN AÑO MENOS QUE JUAN. SI, LA EDAD DE PEPE POR LA EDAD DE LUIS MAS LA EDAD DE LUIS POR LA EDAD DE JUAN SUMAN 200 AÑOS. ¿QUE EDAD TIENE CADA UNO DE ELLOS?

SOLUCION: SI x ES LA EDAD DE LUIS, ENTONCES,

$x-1$ ES LA EDAD DE PEPE Y

$x+1$ ES LA EDAD DE JUAN.

ENTONCES;

$$(x-1)(x)+x(x+1)=200 \quad \text{ENTONCES,}$$

$$x^2-x+x^2+x=200 \quad \text{ENTONCES,}$$

$$2x^2-200=0 \quad \text{ENTONCES,}$$

$$x^2-100=0 \quad \text{FACTORIZANDO ESTA DIFERENCIA DE CUADRADOS}$$

$$(x-10)(x+10)=0 \quad \text{ENTONCES;}$$

$$\underline{x=10} \quad \text{o bien} \quad x=-10$$

POR LO TANTO: PEPE TIENE 9 AÑOS

LUIS TIENE 10 AÑOS Y

JUAN TIENE 11 AÑOS.

VEAMOS COMO SE FACTORIZA UNA SUMA Y UNA DIFERENCIA DE POTENCIAS

FACTORIZACION DE BINOMIOS QUE REPRESENTAN UNA SUMA Ó UNA DIFERENCIA DE DOS POTENCIAS IGUALES

PARA FACTORIZAR LOS BINOMIOS QUE REPRESENTAN UNA SUMA O UNA DIFERENCIA DE POTENCIAS IGUALES $x^n \pm y^n$, CON n NUMERO NATURAL, SE UTILIZAN LAS FORMAS SIGUIENTES:

1ra) CUANDO EL EXPONENTE n ES IMPAR:

a) $x^n+y^n=(x+y)(x^{n-1}-x^{n-2}y+x^{n-3}y^2-x^{n-4}y^3+\ldots+y^{n-1})$

Y

b) $x^n-y^n=(x-y)(x^{n-1}+x^{n-2}y+x^{n-3}y^2+x^{n-4}y^3+\ldots+y^{n-1})$.

2da) CUANDO EL EXPONENTE n ES PAR:

c) $x^n-y^n=(x-y)(x^{n-1}+x^{n-2}y+x^{n-3}y^2+x^{n-4}y^3+\ldots+y^{n-1})$

O

d) $x^n-y^n=(x+y)(x^{n-1}-x^{n-2}y+x^{n-3}y^2-x^{n-4}y^3+\ldots-y^{n-1})$.

e) x^n+y^n = **NO ES FACTORIZABLE POR ESTE METODO.**

ES DECIR;

LA SUMA DE DOS POTENCIAS PARES IGUALES NO ES FACTORIZABLE POR ESTE METODO.

LO ANTERIOR SE VE AL EFECTUAR LOS PRODUCTOS

a) $(x^{n-1}-x^{n-2}y+x^{n-3}y^2-x^{n-4}y^3+\ldots+y^{n-1})(x+y)$

b) $(x^{n-1}+x^{n-2}y+x^{n-3}y^2+x^{n-4}y^3+\ldots+y^{n-1})(x-y)$

c) $(x^{n-1}+x^{n-2}y+x^{n-3}y^2+x^{n-4}y^3+\ldots+y^{n-1})(x-y)$

d) $(x^{n-1}-x^{n-2}y+x^{n-3}y^2-x^{n-4}y^3+\ldots+y^{n-1})(x+y)$

EFECTUEMOS EL PRODUCTO DEL INCISO a)

$$\begin{array}{r} x^{n-1}-x^{n-2}y+x^{n-3}y^2-x^{n-4}y^3+\ldots+y^{n-1} \\ x+y \\ \hline x^n-x^{n-1}y+x^{n-2}y^2-x^{n-3}y^3+\quad.\quad.\quad.\quad+xy^{n-1} \qquad \\ +x^{n-1}y-x^{n-2}y^2+x^{n-3}y^3-x^{n-4}y^4+\ldots-xy^{n-1}+y^n \\ \hline x^n \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +y^n \end{array}$$

EN FORMA ANALOGA PARA LOS INCISOS b),c),Y d).EL INCISO e) ES DEBIDO A QUE NO EXISTEN DOS POLINOMIOS CON COEFICIENTES ENTEROS - CUYO PRODUCTO SEA UNA SUMA DE POTENCIAS PARES.

EJEMPLOS:

EJEMPLO 1)FACTORICE LA SUMA:

$$a^3+b^3$$

ESTA SUMA YA ESTA EN LA FORMA x^n+y^n CON a Y b LOS MONOMIOS Y $n=3$ ES NUMERO IMPAR,ENTONCES,POR EL INCISO a),TENEMOS:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^{3-1}-a^{3-2}b+b^2)$$

$$=(a+b)(a^2-ab+b^2).$$ AMBOS FACTORES SON POLINOMIOS PRIMOS,POR LO TANTO:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2).$$

EJEMPLO 2)FACTORICE LA DIFERENCIA:

$$81x^4 - 16y^4$$

PRIMERO LO LLEVAREMOS A LA FORMA $x^n + y^n$, ENTONCES:

$$81x^4 - 16y^4 = (3x)^4 - (2y)^2$$

DONDE 3x Y 2y SON LOS MONOMIOS Y COMO $n=4$ ES PAR, ENTONCES, POR EL POR EL INCISO c), TENEMOS:

$$(3x)^4-(2y)^4=[(3x)-(2y)][(3x)^{4-1}+(3x)^{4-2}(2y)+(3x)^{4-3}(2y)^2+(2y)^3]$$

$$=(3x-2y)[(3x)^3 +(3x)^2(2y)+(3x)(2y)^2 +8y^3]$$

$$=(3x-2y)[27x^3 +(9x^2)(2y)+(3x)(4y^2)+8y^3]$$

$$=(3x-2y)(27x^3+18x^2y+12xy^2+8y^3).$$

EL 1er FACTOR ES POLINOMIO PRIMO Y EL 2do FACTOR NO LO ES, POR QUE LO PODEMOS FACTORIZAR AUN MAS, POR EL METODO DE AGRUPACION DE TERMINOS DE LA SIGUIENTE MANERA;

$$27x^3+18x^2y+12xy^2+8y^3=(27x^3+18x^2y)+(12xy^2+8y^3)$$

$$=9x^2(3x+2y)+4y^2(3x+2y)$$

$$=(3x+2y)(9x^2+4y^2)$$

ESTOS FACTORES SON POLINOMIOS PRIMOS POR LO TANTO:

$$81x^4 - 16y^4 = (3x-2y)(3x+2y)(9x^2+4y^2)$$

EJEMPLO 3)FACTORICE LA DIFERENCIA:

$$32m^5-1$$

LO LLEVAMOS A LA FORMA $x^n - y^n$, ENTONCES;

$$32m^5-1=(2m)^5-(1)^5$$

DONDE LOS MONOMIOS SON 2m Y 1, Y COMO n=5 ES IMPAR, ENTONCES, POR EL INCISO b) TENEMOS:

$$(2m)^5-(1)^5=$$

$$=[(2m)-(1)][(2m)^{5-1}+(2m)^{5-2}(1)+(2m)^{5-3}(1)^2+(2m)^{5-4}(1)^3+(1)^4]$$

$$=(2m-1)[(2m)^4+(2m)^3(1)+(2m)^2(1)+(2m)(1)+1]$$

$$=(2m-1)(16m^4+8m^3+4m^2+2m+1).$$

AMBOS FACTORES SON POLINOMIOS PRIMOS POR LO TANTO:

$$32m^5-1=(2m-1)(16m^4+8m^3+4m^2+2m+1).$$

EJEMPLO 4) FACTORICE LA SUMA:

$$49p^2+81q^2$$

ESTE BINOMIO NO ES FACTORIZABLE, POR SER SUMA DE DOS POTENCIAS PARES

EJEMPLO 5) FACTORICE LA SUMA:

$$32y^5+243$$

LO LLEVAMOS A LA FORMA x^n+y^n, ENTONCES;

$$32y^5+243 = (2y)^5+(3)^5.$$

DONDE LOS MONOMIOS SON 2y Y 1 Y COMO n=5 ES IMPAR Y ES UNA SUMA DE POTENCIAS, ENTONCES, POR EL INCISO a) TENEMOS:

$$(2y)^5+(3)^5=$$

$$=[(2y)+(3)][(2y)^{5-1}-(2y)^{5-2}(3)+(2y)^{5-3}(3)^2-(2y)^{5-4}(3)^3+(3)^4]$$

$$=(2y+3)[(2y)^4-(2y)^3(3)+(2y)^2(9)-(2y)(27)+81]$$

$$=(2y+3)[16y^4-(8y^3)(3)+(4y^2)(9)-54y+81]$$

$$=(2y+3)(16y^4-24y^3+36y^2-54y+81).$$

AMBOS FACTORES SON PRIMOS, POR LO TANTO:

$$32y^5+243=(2y+3)(16y^4-24y^3+36y^2-54y+81).$$

VEAMOS UN CASO PARTICULAR DE LA DIFERENCIA DE POTENCIAS PARES IGUALES, ESTE SE PRESENTA CUANDO $n=2$, YA QUE DA LUGAR A UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS DE LA FORMA, x^2-y^2 CUYA FACTORIZACION ES IGUAL AL PRODUCTO DE BINOMIOS CONJUGADOS $(x+y)(x-y)$. ES DECIR:

$$x^2-y^2=(x+y)(x-y).$$

EJEMPLOS

EJEMPLO 1) FACTORICE LA DIFERENCIA x^4-25.

PRIMERO LO LLEVAMOS A LA FORMA x^2-y^2. O SEA:

$$x^4-25 = (x^2)^2-(5)^2$$

DONDE LOS MONOMIOS SON x^2 Y 5, ENTONCES;

$$(x^2)^2-(5)^2=(x^2+5)(x^2-5).$$

ESTOS FACTORES SON POLINOMIOS PRIMOS, POR LO TANTO:

$$x^4-25=(x^2+5)(x^2-5).$$

EJEMPLO 2)FACTORICE LA DIFERENCIA $49m^6-25n^8$

PRIMERO LO LLEVAMOS A LA FORMA x^2-y^2. O SEA:

$$49m^6-25n^8 = (7m^3)^2-(5n^4)^2$$

DONDE LOS MONOMIOS SON $7m^3$ Y $5n^4$, ENTONCES;

$$(7m^3)^2-(5n^4)^2=(7m^3+5n^4)(7m^3-5n^4)$$

ESTOS FACTORES SON POLINOMIOS PRIMOS,POR LO TANTO:

$$49m^6-25n^8 = (7m^3+5n^4)(7m^3-5n^4)$$

EJEMPLO 3)FACTORICE LA DIFERENCIA $16a^2 - 9b^2$

PRIMERO LO LLEVAMOS A LA FORMA x^2-y^2. O SEA;

$$16a^2-9b^2 = (4a)^2-(3b)^2$$

DONDE LOS MONOMIOS SON 4a Y 3b,ENTONCES;

$$(4a)^2-(3b)^2=(4a-3b)(4a+3b)$$

ESTOS SON POLINOMIOS PRIMOS,POR LO TANTO:

$$16a^2 - 9b^2=(4a)^2-(3b)^2$$

4)FACTORICE LA DIFERENCIA $1 - 256x^8$

PRIMERO LO LLEVAMOS A LA FORMA x^2-y^2, O SEA;

$$1 - 256x^8 = (1)^2 - (16x^4)^2$$

DONDE LOS MONOMIOS SON 1 Y $16x^4$, ENTONCES;

$$(1)^2-(16x^4)^2 = (1-16x^4)(1+16x^4)$$

EL SEGUNDO FACTOR ES POLINOMIO PRIMO Y EL PRIMER FACTOR ES UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS, FACTORICEMOSLA.

$$1-16x^4=(1)^2-(4x^2)^2$$

$$=(1-4x^2)(1+4x^2)$$ EL PRIMER FACTOR ES UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS Y EL SEGUNDO ES UN POLINOMIO PRIMO

$$=(1-2x)(1+2x)(1+4x^2).$$

ENTONCES;

$$1-256x^8=(1-16x^4)(1+16x^4)$$

$$=(1-4x^2)(1+4x^2)(1+16x^4)$$

$$=(1-2x)(1+2x)(1+4x^2)(1+16x^4)$$

POR LO TANTO:

$$1-256x^8 = (1-2x)(1+2x)(1+4x^2)(1+16x^4)$$

ESTOS SON TODOS LOS METODOS Y FORMAS DE FACTORIZACION QUE CORRESPONDEN AL NIVEL 4to DE BACHILLERATO, Y QUE SE APLICAN EN 5to Y 6to.

C A P T U L O II

A P L I C A C I O N E S

EMPEZAREMOS ESTE CAPITULO CON ALGUNOS EJEMPLOS EN LOS QUE SE USAN VARIOS METÒDOS EN SU FACTORIZACION

EJEMPLO 1)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$5xy^3+10xy^2-15xy$$

PRIMERO VEREMOS SI ES POSIBLE FACTORIZARLO POR FACTOR COMUN. EL M.C.D. DE 5 Y 10 ES, 5, Y LAS VARIABLES QUE ESTAN EN TODOS-LOS TERMINOS SON x Y y, SU MENOR EXPONENTE ES 1 PARA AMBAS VARIABLES, ENTONCES, EL FACTOR COMUN DEL POLINOMIO ES 5xy, ENTONCES:

$$(5xy^3+10xy^2-15x)y/5xy=y^2+2y-3$$

POR LO TANTO;

$$5xy^3+10xy^2-15xy=5xy(y^2+2y-3)$$

EL FACTOR y^2+2y-3, ES UN TRINOMIO CUADRATICO QUE ESTA EN SU FORMA BASICA Y QUE ES FATORIZABLE. POR LO TANTO BUSQUEMOS DOS NUMEROS ENTEROS CUYO PRODUCTO SEA $c=-3$ Y CUYA SUMA SEA $b=2$.
DICHOS NUMEROS SON 3 Y -1 ENTONCES:

$$y^2+2y-3=(y+3)(y-1)$$

POR LO TANTO:

$$5xy^3+10xy^2-15xy = 5xy(y+3)(y-1)$$

EJEMPLO 2)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$48y^6-80y^5-192y^4-27y^2+45y+108$$

COMO PODEMOS VER EN ESTE POLINOMIO NO EXISTE UN FACTOR COMUN EN TODOS SUS TERMINOS, ENTONCES, VEREMOS SI ES POSIBLE FACTORIZARLO

POR AGRUPACION DE TERMINOS, YA QUE LOS TERMINOS DE ESTE POLINOMIO SE PUEDEN AGRUPAR, DE TRES EN TRES O DE DOS EN DOS. LOS GRUPOS LOS FORMAREMOS DE TRES TERMINOS CADA UNO, O SEA:

$$
\begin{aligned}
48y^6-80y^5-192y^4-27y^2+45y+108 &= (48y^6-80y^5-192y^4)+(-27y^2+45y+108)\\
&= 16y^4(3y^2-5y-12)-9(3y^2-5y-12)\\
&= (3y^2-5y-12)(16y^4-9)
\end{aligned}
$$

EL PRIMER FACTOR ES UN TRINOMIO CUADRATICO, QUE PUEDE SER FACTORIZABLE. Y EL SEGUNDO FACTOR ES UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS, ENTONCES, ES FACTORIZABLE. FACTORICEMOS EL TRINOMIO $3y^2-5y-12$

$(3)(-12)=-36$, BUSQUEMOS DOS NUMEROS ENTEROS CUYO PRODUCTO SEA -36 Y CUYA SUMA SEA $b=-5$. ±1 y ∓36, SATISFACEN LO PRIMERO PERO NO LO SEGUNDO, LO MISMO SUCEDE CON ±2 Y ∓18, Y CON ±3 y ∓12, OTRA PAREJA ES ±4 y ∓9, PODEMOS VER QUE LOS NUMEROS 4 Y -9 SATISFACEN AMBAS CONDICIONES, ENTONCES;

$$
\begin{aligned}
3y^2-5y-12 &= 3y^2\underline{-9y+4y}-12\\
&= 3y(y-3)+4(y-3)\\
&= (y-3)(3y+4).
\end{aligned}
$$

ES DECIR;

$3y^2-5y-12=(y-3)(3y+4)$ SON FACTORES PRIMOS.

AHORA BIEN COMO $16y^4-9$ ES UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS, ENTONCES,

$16y^4-9=(4y^2-3)(4y^2+3)$ SON FACTORES PRIMOS

ENTONCES;

$$(3y^2-5y-12)(16y^4-9)=(y-3)(3y+4)(4y^2-3)(4y^2+3).$$

POR LO TANTO:

$$48y^6-80y^5-192y^4-27y^2+45y+108=(y-3)(3y+4)(4y^2-3)(4y^2+3)$$

EJEMPLO 3)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$x^6-64$$

OBSERVEMOS QUE $x^6-64=(x^3)^2-(8)^2$ ES UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS, ENTONCES;

$$(x^3)^2-(8)^2=(x^3+8)(x^3-8)$$

AHORA BIEN, $x^3+8=x^3+(2)^3$, ES UNA SUMA DE POTENCIAS Y

$x^3-8=x^3-(2)^3$, ES UNA DIFERENCIA DE POTENCIAS,

ENTONCES;

$$x^3+(2)^3=(x+2)[(x)^{3-1}-(x)^{3-2}(2)+(2)^2]$$

$$=(x+2)[x^2-(x)(2)+4]$$

$=(x+2)(x^2-2x+4)$. SON FACTORES PRIMOS. Y

$$x^3-(2)^3=(x-2)[(x)^{3-1}+(x)^{3-2}(2)+(2)^2]$$

$$=(x-2)[(x)^2+(x)(2)+4]$$

$=(x-2)(x^2+2x+4)$. SON FACTORES PRIMOS,

ENTONCES,

$$(x^3+8)(x^3-8)=(x+2)(x^2-2x+4)(x-2)(x^2+2x+4)$$

POR LO TANTO:

$$x^6-64=x+2)(x-2)(x^2-2x+4)(x^2+2x+4).$$

EJEMPLO 4)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$3x^2-5xy^2+2y^4+6xw-4y^2w$$

EL POLINOMIO CONSTA DE CINCO TERMINOS, ENTONCES, VEAMOS SI ES POSIBLE FACTORIZARLO POR AGRUPACION DE TERMINOS.

OBSERVEMOS QUE $3x^2-5xy^2+2y^4$ ES UN TRINOMIO CUADRATICO, ENTONCES;

$$3x^2-5xy^2+2y^4=3x^2\underline{-3xy^2-2xy^2}+2y^4$$

$$=(3x^2-3xy^2)+(-2xy^2+2y^4)$$

$$=3x(x-y^2)-2y^2(x-y^2)$$

$$=(x-y^2)(3x-2y^2)$$

Y $6xw-4y^2$ SE PUEDE FACTORIZAR POR FACTOR COMUN, ENTONCES,

$$6xw-4y^2w=2w(3x-2y^2)$$

POR LO TANTO;

$$3x^2-5xy^2+2y^4+6xw-4y^2w=(3x^2-5xy^2+2y^4)+(6xw-4y^2w)$$

$$=(x-y^2)(3x-2y^2)+2w(3x-2y^2)$$

$$=(3x-2y^2)(x-y^2+2w)$$

ES DECIR;

$$3x^2-5xy^2+2y^4+6xw-4y^2w=(3x-2y^2)(x-y^2+2w)$$

EJEMPLO 5)FACTORIZAR EL POLINOMIO

$$(x-1)^3+y^2(1-x)$$

A SIMPLE VISTA SE VE QUE NO SE PUEDE USAR NINGUN METODO, PERO

SI SACAMOS EL SIGNO MENOS DEL SEGUNDO TERMINO TENEMOS UN FACTOR - COMUN, ENTONCES;

$$(x-1)^3+y^2(1-x)=(x-1)^3-y^2(x-1)$$

$$=(x-1)[(x-1)^2-y^2]$$

EL FACTOR $(x-1)^2-y^2$ ES UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS Y SU FACTORIZACION ES, $[(x-1)-y][(x-1)+y]$, ENTONCES;

$$(x-1)^3+y^2(1-x)=(x-1)[(x-1)-y][(x-1)+y]$$

$$=(x-1)(x+y-1)(x-y-1)$$

POR LO TANTO:

$$(x-1)^3+y^2(1-x)=(x-1)(x+y-1)(x-y-1)$$

VEAMOS AHORA UN PROBLEMA DONDE APLIQUEMOS EL METODO DE COMPLETACION DE TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS

PROBLEMA 10) UN TREN RECORRE 300km CON UNA VELOCIDAD CONSTANTE. SI LA VELOCIDAD HUBIERA SIDO 10km MAS POR HORA, EL TIEMPO EMPLEADO HUBIERA SIDO, 1hr MENOS. CALCULAR LA VELOCIDAD DEL TREN.

SOLUCION: SI x ES LA VELOCIDAD DEL TREN EN km POR hr. ENTONCES,

$\frac{300}{x}$ hrs, ES EL TIEMPO NECESARIO PARA EL VIAJE A LA VELOCIDAD ORIGINAL Y

$\frac{300}{x+10}$ hrs, ES EL TIEMPO NECESARIO PARA EL VIAJE A LA VELOCIDAD MODIFICADA, ENTONCES,

$$\frac{300}{x} - \frac{300}{x+10} = 1$$ ES DECIR,

$$300(x+10)-300(x)=1(x^2+10x)$$ ES DECIR,

$$3000=x^2+10x$$ ES DECIR,

$$x^2+10x=3000$$ COMPLETANDO EL TRINOMIO CUA̲DRADO PERFECTO, TENEMOS,

$$x^2+10x+25=3000+25$$ FACTORIZANDO EL T.C.P.

$$(x+5)^2=3025$$ ENTONCES,

$$x+5=\pm 55$$ ENTONCES,

$\underline{x=50}$ o bien $x=-60$

POR LO TANTO: LA VELOCIDAD DEL TREN ES DE 50km/h.

VEAMOS AHORA COMO COMPLETAMOS LOS TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS.

COMPLETACION DE TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS (T.C.P.)

SABEMOS QUE $x^2+2xy+y^2$, ES UN T.C.P. Y QUE ES DE LA FORMA BASICA x^2+bx+c, ENTONCES, COMPARANDO ESTOS TRINOMIOS CUADRATICOS PODEMOS VER QUE $b=2y$ Y QUE $c=y^2$, ENTONCES, $(\frac{b}{2})^2=c$. --(*), ENTONCES, TODO TRINOMIO CUADRATICO DE LA FORMA BASICA QUE SATISFACE LA IGUALDAD (*) ES UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO. POR LO TANTO, MEDIANTE EL USO DE ESTA IGUADAD SIEMPRE ES POSIBLE ENCONTRAR EL TERCER-TERMINO DE UN T.C.P. SI CONOCEMOS LOS DOS PRIMEROS.

EJEMPLOS

EN LOS BINOMIOS SIGUIENTES DETERMINAR EL TERCER TERMINO PARA QUE SE OBTENGA UN T.C.P.

EJEMPLO 1) COMPLETE A T.C.P. EL BINOMIO z^2-12z

EN ESTE CASO $b=-12$, ENTONCES,

$$(\frac{b}{2})^2=(\frac{-12}{2})^2=(-6)^2=36$$

POR LO TANTO, EL T.C.P. ES;

$$z^2-12z+\underline{\underline{36}}$$

EJEMPLO 2) COMPLETE A T.C.P. EL BINOMIO $4a^4+20a^2$

VEMOS QUE, $4a^4+20a^2=(2a^2)^2+10(2a^2)$, ENTONCES, $b=10$,

POR LO TANTO:

$$(\frac{b}{2})^2=(\frac{10}{2})^2=(5)^2=25$$

ENTONCES, EL T.C.P. ES;

$$4b^4+20b^2+\underline{25}.$$

EJEMPLO 3) COMPLETE A T.C.P. EL BINOMIO $25x^2-70xy^3$

VEMOS QUE, $25x^2-70xy^3=(5x)^2-14y^3(5x)$, ENTONCES, $b=-14y^3$

POR LO TANTO:

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{-14y^3}{2}\right)^2=(-7y^3)^2=49y^6$$

ENTONCES, EL T.C.P. ES;

$$25x^2-70xy^3+\underline{49y^6}.$$

EJEMPLO 4) COMPLETE A T.C.P. EL BINOMIO $36p^2q^6+24pq^3r^2$

VEMOS QUE, $36p^2q^6+24pq^3r^2=(6pq^3)^2+4r^2(6pq^3)$, ENTONCES, $b=4r^2$

POR LO TANTO:

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{4r^2}{2}\right)^2=(2r^2)^2=4r^4$$

ENTONCES, EL T.C.P. ES;

$$36p^2q^6+24pq^3r^2+\underline{4r^4}.$$

EJEMPLO 5) COMPLETE A T.C.P. EL BINOMIO $9x^6-48x^3$

VEMOS QUE, $9x^6-48x^3=(3x^3)^2-16(3x^3)$, ENTONCES, $b=-16$

POR LO TANTO:

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{-16}{2}\right)^2=(-8)^2=64.$$

ENTONCES, EL T.C.P. ES;

$$9x^6-48x^3+\underline{64}.$$

POR MEDIO DE COMPLETACION DE T.C.P. ENCONTRAMOS LA FORMULA GENERAL PARA RESOLVER LAS ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA VARIABLE. DE LA MANERA SIGUIENTE;

SI $ax^2+bx+c=0$ ES LA ECUACION DE SEGUNDO GRADO CON UNA VARIABLE x DETERMINAREMOS LA FORMULA GENERAL DE LA MANERA SIGUIENTE;

SI $ax^2+bx+c=0$ ENTONCES,

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$ ENTONCES,

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$ COMPLETANDO EL T.C.P. EN EL PRIMER MIEMBRO

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$ SACAMOS RAIZ CUDRADA EN AMBOS MIEMBROS

$$x+\frac{b}{2a}=\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$ ENTONCES,

$$x=-\frac{b}{2a}+\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

POR LO TANTO:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ESTA RELACION RECIBE EL NOMBRE DE, **FORMULA GENERAL** PARA RESOLVER, ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

LA FACTORIZACION TAMBIEN SE USA EN LA SIMPLIFICACION DE LAS EXPRESIONES FRACCIONARIAS COMO SE VERA EN LA HOJA SIGUIENTE.

SIMPLIFICACION DE EXPRESIONES FRACCIONARIAS

DEFINICION 1) UNA EXPRESION FRACCIONARIA ES UN COCIENTE DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

DEFINICION 2) SI EL NUMERADOR Y EL DENOMINADOR SON EXPRESIONES RACIONALES ENTERAS SE DICE QUE ES UNA EXPRESION FRACCIONARIA SIMPLE.

SON EJEMPLO DE EXPRESIONES FRACCIONARIAS SIMPLES:

$$\frac{x^2-7x+9}{x+2}$$

$$\frac{2}{x+1}$$

$$\frac{3x^2-2x-1}{x^2-9}$$

APLICACION DE LA FACTORIZACION EN LA SIMPLIFICACION DE EXPRESIONES FRACCIONARIAS SIMPLES.

ESTA APLICACION CONSISTE BASICAMENTE EN FACTORIZAR TANTO AL DIVIDENDO COMO AL DIVISOR DE LA EXPRESION, Y FINALMENTE REDUCIR LOS FACTORES COMUNES. ENTONCES SE DICE QUE LA EXPRESION DADA ESTA TOTALMENTE SIMPLIFICADA.

EJEMPLOS

EJEMPLO 1) SIMPLIFICAR LA EXPRESION,

$$\frac{2x^2+13x-24}{18x-27}$$

EL DIVIDENDO $2x^2+13x-24$ ES UN TRINOMIO CUADRATICO, ENTONCES, VEAMOS SI ES FACTORIZABLE.

$$
\begin{aligned}
2x^2+13x-24 &= 2x^2\underline{-3x+16x}-24 \\
&= x(2x-3)+8(2x-3) \\
&= (2x-3)(x+8).
\end{aligned}
$$

Y EL DIVISOR $18x-27$ LO PODEMOS FACTORIZAR POR AGRUPACION DE TERMINOS, ENTONCES,

$$18x-27=9(2x-3)$$

POR LO TANTO;

$$\frac{2x^2+13x+-24}{18x-27} = \frac{(2x-3)(x+8)}{9(2x-3)} \overset{*}{=} \frac{x+8}{9}$$

* CANCELAMOS FACTORES COMUNES

EJEMPLO 2) SIMPLIFICAR LA EXPRESION

$$\frac{3m^2-7mn-6n^2}{3m^3+2m^2n-27mn^{23}-18n}$$

EL DIVIDENDO $3m^2-7mn-6n^2$ ES UN TRINOMIO CUADRATICO, ENTONCES, VEAMOS SI ES FACTORIZABLE

$$
\begin{aligned}
3m^2-7mn-6n^2 &= 3m^2\ \underline{-9mn+2mn}\ -6n^2 \\
&= 3m(m-3n)+2n(m-3n) \\
&= (m-3n)(3m+2n)
\end{aligned}
$$

POR LO TANTO

$$3m^2-7mn-6n^2=(m-3n)(3m+2n)$$

EL DIVISOR $3m^3+2m^2n-27mn^2-18n^3$ LO FACTORIZAREMOS POR AGRUPACION

DE TERMINOS COMO SIGUE;

$$3m^3+2m^2n-27mn^2-18n^3=m^2(3m+2n)-9n^2(3m+2n)$$

$$=(3m+2n)\underline{(m^2-9n^2)}$$

EL SEGUNDO FACTOR ES UNA DIFERENCIA DE-CUADRADOS ENTONCES;

$$=(3m+2n)\underline{(m+3n)(m-3n)}$$

POR LO TANTO:

$$\frac{3m^2-7mn-6n^2}{3m^3+2m^2n-27mn^2-18n^3} \div \frac{(m-3n)(3m+2n)}{(3m+2n)(m+3n)(m-3n)} =$$

CANCELANDO FACTORES COMUNES - OBTENEMOS;

$$= \frac{1}{m+3n}$$

EJAMPLO 3)SIMPLIFICAR LA EXPRESION

$$\frac{m^4n^2-m^2n^4}{m^4-n^4}$$

TANTO EL DIVIDENDO $m^4n^2-m^2n^4$ COMO EL DIVISOR m^4-n^4 SON UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS, ENTONCES LOS PODEMOS FACTORIZAR Y OBTENEMOS;

$$m^4n^2-m^2n^4=m^2n^2\underline{(m^2-n^2)}$$

EL SEGUNDO FACTOR ES UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS, ENTONCES,

$$=m^2n^2\ \underline{(m+n)(m-n)}$$

Y $\quad m^4-n^4=(m^2+n^2)\underline{(m^2-n^2)}$

EL SEGUNDO FACTOR ES UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS, ENTONCES,

$$=(m^2+n^2)\underline{(m+n)(m-n)}$$

POR LO TANTO:

$$\frac{m^4\,n^2 - m^2\,n^4}{m^4 - n^4} = \frac{m^2n^2(m+n)(m-n)}{(m^2+n^2)(m+n)(m-n)}$$

CANCELANDO FAC - TORES COMUNES, - OBTENEMOS;

$$= \frac{m^2n^2}{m^2 + n^2}$$

EJEMPLO 4)SIMPLIFICAR LA EXPRESION

$$\frac{x^4 + x - x^3y - y}{x^3 - x - x^2y + y}$$

FACTORIZANDO EL DIVIDENDO x^4+x-x^3y-y, EL DIVISOR x^3-x-x^2y+y POR AGRUPACION DE TERMINOS OBTENEMOS, LO SIGUIENTE,

$$x^4+x-x^3y-y = x(x^3+1)-y(x^3+1)$$

$$=\underline{(x^3+1)}(x-y),$$

EL 1er FACTOR ES UNA SUMA DE POTENCIAS, ENTONCES,

$$=\underline{(x+1)(x^2-x+1)}(x-y)$$

Y

$$x^3-x-x^2y+y = x(x^2-1)-y(x^2-1)$$

$$=\underline{(x^2-1)}(x-y),$$

EL 1er FACTOR ES UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS, ENTONCES,

$$=\underline{(x+1)(x-1)}(x-y)$$

POR LO TANTO;

$$\frac{x^4 + x^3 - x\,y - y}{x^3 - x - x^2y + y} = \frac{(x+1)(x^2-x+1)(x-y)}{(x+1)(x-1)(x-y)}$$

CANCELANDO FACTORES COMUNES - OBTENEMOS;

$$= \frac{x^2-x+1}{x-1}$$

EJEMPLO 5)SIMPLIFICAR LA EXPRESION

$$\frac{2x^3 - x^2y - 7xy^2 - 6y^3}{3x^3 + 5x^2y - 4xy^2 - 4y^3}$$

FACTORIZANDO TANTO EL DIVIDENDO $2x^3-x^2y-7xy^2-6y^3$, COMO EL DIVISOR $3x^3+5x^2y-4xy^2-4y^3$, POR AGRUPACION DE TERMINOS, OBTENEMOS,

$$2x^3\underline{-x^2y}\underline{-7xy^2}-6y^3=2x^3\underline{+x^2y-2x^2y}\underline{-xy^2-6xy^2}+6y^3,$$

$$=2x^3+x^2y-6xy^2-2x^2y-xy^2+6y^3,$$

$$=x(2x^2+xy-6y^2)-y(2x^2+xy-6y^3)$$

$$=(2x^2\underline{+xy}-6y^2)(x-y)$$

EL PRIMER FACTOR ES UN-TRINOMIO CUADRATICO, VEAMOS SI ES FACTORIZABLE,

$$=(2x^2\underline{+4xy-3xy}-6y^2)(x-y)$$

$$=[2x(x+2y)-3y(x+2y)](x-y)$$

$$=(x+2y)(2x-3y)(x-y)$$

Y $3x^3\underline{+5x^2y}\underline{-4xy^2}-4y^3 = 3x^3\underline{+6x^2y-x^2y}\underline{-2xy^2-2xy^2}-4y^3$

$$=3x^3-x^2y-2xy^2+6x^2y-2xy^2-4y^3$$

$$=x(3x^2-xy-2y^2)+2y(3x^2-xy-2y^2)$$

$$=(3x^2\underline{-xy}-2y^2)(x+2y)$$

EL PRIMER FACTOR ES UN-TRINOMIO CUADRATICO, VEAMOS SI ES FACTORIZABLE,

$$=(3x^2\underline{-3xy+2xy}-2y^2)(x+2y)$$

$$=[3x(x-y)+2y(x-y)](x+2y)$$

$$=(x-y)(3x+2y)(x+2y)$$

POR LO TANTO:

$$\frac{2x^3-x^2y-7xy^2-6y^3}{3x^3+5x^2y-4xy^2-4y^3} = \frac{(x+2y)(2x-3y)(x-y)}{(x-y)(3x+2y)(x+2y)}$$

CANCELANDO FACTORES COMUNES - OBTENEMOS;

$$= \frac{2x-3y}{3x-2y}$$

EJEMPLO 6)SISMPLIFICAR LA EXPRESION

$$\frac{x^6 - y^6}{x^4 - y^4}$$

TANTO EL DIVIDENDO $x^6 - y^6$, COMO EL DIVISOR $x^4 - y^4$ REPRESENTAN UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS ENTONCES LOS PODEMOS FACTORIZAR.

$$x^6 - y^6 = \underline{(x^3+y^3)}\,\underline{(x^3-y^3)}$$

EL PRIMER FACTOR REPRESENTA UNA SUMA DE CUBOS Y EL SEGUNDO FACTOR UNA DIFERENCIA DE CUBOS ENTONCES;

$$x^6 - y^6 = \underline{(x+y)(x^2-xy+y^2)}\,\underline{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$x^4 - y^4 = (x^2+y^2)\underline{(x^2-y^2)}$$

EL SEGUNDO FACTOR REPRESENTA UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS, ENTONCES,

$$x^4 - y^4 = (x^2+y^2)\underline{(x+y)(x-y)}$$

POR LO TANTO:

$$\frac{x^6 - y^6}{x^4 - y^4} = \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x^2+y^2)(x+y)(x-y)}$$

CANCELANDO FACTORES COMUNES- OBTENEMOS;

$$= \frac{x^4+x^2y^2+y^4}{x^2+y^2}$$

PASEMOS A LA SIMPLIFICACION DE EXPRESIONES COMPLEJAS EN LA - CUAL TAMBIEN SE USA LA FACTORIZACION

SIMPLIFICACION DE FRACCIONES COMPLEJAS

UNA FRACCION COMPLEJA O COMPUESTA ES AQUELLA QUE CONTIENE UNA O MAS FRACCIONES YA SEA EN SU NUMERADOR O EN SU DENOMINADOR, O EN AMBOS. LAS EXPRESIONES SIGUIENTES SON EJEMPLOS DE FRACCIONES COMPLEJAS:

(a) $$\frac{2x}{\frac{3}{4}}$$

(b) $$\frac{1+\frac{x}{y}}{x+\frac{y}{x}}$$

(c) $$\frac{\frac{x+2}{x^2-1}+\frac{3}{x+3}}{\frac{2x-5}{x^2+2x-3}}$$

SIMPLIFICAR UNA FRACCION COMPLEJA CONSISTE EN SU TRANSFORMACION A UNA FRACCION SIMPLE, REDUCIDA A SUS TERMINOS MAS SENCILLOS, QUE SEA EQUIVALENTE A ELLA.

EJEMPLOS

EJEMPLO 1) SIMPLIFIQUE LA SIGUIENTE FRACCION COMPLEJA

$$\frac{y-\frac{x^2}{y}}{x-\frac{y^2}{x}}$$

SOLUCION; COMO LOS DENOMINADORES DE LAS FRACCIONES SIMPLES DE ESTA

FRACCION COMPLEJA SON x Y y, EL mcdc(MINIMO COMUN MULTIPLO DE LOS DENOMINADORES DE LAS FRACCIONES o MINIMO COMUN DENOMINADOR) ES xy. MULTIPLICANDO TANTO EL NUMERADOR, COMO EL DENOMINADOR DE LA FRACION COMPLEJA POR xy, SE OBTIENE;

$$\frac{y - \frac{x^2}{y}}{x - \frac{y^2}{x}} = \frac{(y - \frac{x^2}{y})xy}{(x - \frac{y^2}{x})xy}$$

$$= \frac{xy^2 - x^3}{y^3 - x^2y}$$ FACTORIZAMOS POR FACTOR COMUN

$$= \frac{x(y^2 - x^2)}{y(y^2 - x^2)}$$ CANCELAMOS FACTORES COMUNES

$$= \frac{x}{y}$$

POR LO TANTO:

$$\frac{Y - \frac{x^2}{y}}{\frac{y^2}{x} - x} = \frac{x}{y}$$

EJEMPLO 2)SIMPLIFIQUE LA SIGUIENTE FRACCION COMPLEJA

$$\frac{2 - \frac{5}{x}}{4 - \frac{25}{x^2}}$$

SOLUCION: MULTIPLICAMOS EL NUMERADOR Y EL DENOMINADOR DE ESTA FRAC

CION COMPLEJA POR x^2 QUE ES SU mcde, ES DECIR;

$$\frac{2-\frac{5}{x}}{4-\frac{25}{x^2}} = \frac{(2-\frac{5}{x})x^2}{(4-\frac{25}{x^2})x^2}$$

$$= \frac{2x^2-5x}{4x^2-25}$$ FACTORIZAMOS EL NUMERADOR POR FACTOR COMUN Y EL DENOMINADOR POR DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$= \frac{x\,(2x-5)}{(2x+5)(2x-5)}$$ CANCELAMOS FACTORES COMUNES

$$= \frac{x}{(2x+5)}$$

POR LO TANTO;

$$\frac{2-\frac{5}{x}}{4-\frac{25}{x^2}} = \frac{x}{(2x+5)}$$

EJEMPLO 3)SIMPLIFIQUE LA SIGUIENTE FRACCION COMPLEJA

$$\frac{a-2+\frac{a-2}{a+2}}{a-\frac{3a+12}{a+2}}$$

SOLUCION: SI MULTIPLICAMOS EL NUMERADOR Y EL DENOMINADOR POR a+2- QUE ES EL mcde DE ESTA FRACCION COMPLEJA, OBTENEMOS;

$$\frac{a-2+\frac{a-2}{a+2}}{a-\frac{3a+12}{a+2}} = \frac{(a-2+\frac{a-2}{a+2})(a+2)}{(a-\frac{3a+12}{a+2})(a+2)}$$

$$= \frac{(a-2)(a+2)+(a-2)}{a(a+2)-(3a+12)}$$

$$= \frac{a^2-2a+2a-4+a-2}{a^2+2a-3a-12}$$ REDUCIMOS TERMI NOS SEMEJANTES

$$= \frac{a^2 + a - 6}{a^2 - a - 12}$$ FACTORIZANDO LOS TRI NOMIOS CUADRATICOS

$$= \frac{(a+3)(a-2)}{(a-4)(a+3)}$$ ELIMINAMOS FACTORES COMUNES

$$= \frac{a - 2}{a - 4}$$

POR LO TANTO:

$$\frac{a - 2 + \frac{a-2}{a+2}}{a - \frac{3a - 12}{a + 2}} = \frac{a - 2}{a + 4}$$

EJEMPLO 4)SIMPLIFIQUE LA SIGUIENTE FRACCION COMPLEJA

$$\frac{\frac{3}{2-3x} - \frac{2}{x+1}}{1 - \frac{1+6x}{2-3x}}$$

SOLUCION: MULTIPLICAMOS EL NUMERADOR Y EL DENOMINADOR POR EL mcde-

(2-3x)(x+1) OBTENEMOS;

$$\frac{\frac{3}{2-3x} - \frac{2}{x+1}}{1 - \frac{1+6x}{2-3x}} = \frac{\left(\frac{3}{2-3x} - \frac{2}{x+1}\right)(2-3x)(x+1)}{\left(1 - \frac{1+6x}{2-3x}\right)(2-3x)(x+1)}$$

$$= \frac{3(x+1) - 2(2-3x)}{1(2-3x)(x+1)-(x+1)(1+6x)}$$ EFECTUANDO LOS PRODUCTOS

$$= \frac{3x+3-4+6x}{-3x^2-x+2-6x^2-7x-1}$$ REDUCIENDO TERMINOS SEMEJANTES Y SACANDO EL SIGNO "-"

$$= \frac{9x - 1}{-(9x^2+8x-1)}$$ FACTORIZANDO EL DENOMINADOR QUE ES UN TRINOMIO CUADRATICO

$$= \frac{9x-1}{-(9x-1)(x+1)}$$ CANCELANDO FACTORES COMUNES

$$= \frac{1}{-(x+1)} = -\frac{1}{x+1}$$

POR LO TANTO:

$$\frac{\frac{3}{2-3x} - \frac{2}{x+1}}{1 - \frac{1+6x}{2-3x}} = -\frac{1}{x+1}$$

NOTA 3)EL MINIMO COMUN DENOMINADOR(mcde) DE VARIAS FRACCIONES ES IGUAL AL MINIMO COMUN MULTIPLO DE LOS DENOMINADORES DE LAS FRACCIONES.

B I B L I O G R A F I A

1) **A L G E B R A**
DECIMA EDICION

AUTORES: **Paul K. Rees,**

Freed. W. Sparks

Charles Sparks Rees

EDITORIAL: **McGRAW-HILL**

2) **A L G E B R A E L E M E N T A L**

AUTOR: **Alfonse Gobran**

EDITORIAL: **GRUPO EDITORIAL IBEROAMERICA**

3) **A L G E B R A**

AUTOR: **Charles H. Lehmann**

EDITORIAL: **LIMUSA**

4) **A L G E B R A E L E M E N T A L**

AUTOR: **Gordon Fuller**

EDITORIAL: **C.E.C.S.A.**

5) **A L G E B R A**

AUTOR: **Florence M. Lovaglia**

Merrit A. Elmore

Donald Conway

EDITORIAL: **HARLA**

6) **F U N D A M E N T O S D E A L G E B R A**

U N I D A D VII (FACTORIZACION)

AUTOR: **Manuel Luis Rojas**

Silvia Figueroa Campos

EDITORIAL: **S U A** U N A M