

00382 1/24



Universidad Nacional Autónoma  
de México

FACULTAD DE CIENCIAS  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

EVOLUCION QUIMICA Y FOTOMETRICA  
Y CONTEO DE GALAXIAS

T E S I S

Que Para Obtener el Grado Académico de  
DOCTOR EN CIENCIAS ( FISICA )

P r e s e n t a :

PEDRO COLIN ALMAZAN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

México, D. F.

Marzo - 1993



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# EVOLUCION QUIMICA Y FOTOMETRICA Y CONTEO DE GALAXIAS

Pedro Colín Almazán

Astronomy Department, University of Chicago

Instituto de Astronomía de la UNAM

## RESUMEN

En este trabajo de tesis hemos implementado varios programas numéricos que calculan, entre otras cosas: la evolución química de la Galaxia, la evolución fotométrica y el número de galaxias. En el capítulo II utilizamos varias recetas para la tasa de formación estelar y calculamos la relación edad-metalicidad y cocientes de abundancias contra metalicidad para nuestra galaxia. En el capítulo III desarrollamos un modelo estándar de evolución fotométrica de galaxias usando la publicación más reciente de trayectorias evolutivas de Maeder y colaboradores. En el capítulo IV usamos nuestro modelo de evolución fotométrica para calcular el número de galaxias contra magnitud aparente en las bandas azul e infrarroja. Mostramos que las observaciones del número de galaxias en las diferentes bandas de color, junto con los números en corrimiento al rojo, sugieren fuertemente que estamos ante un problema evolutivo antes que cosmológico. Basándonos en la idea de que el número de galaxias, por volumen en co-movimiento, crece con el corrimiento al rojo, debido quizás a la fusión de galaxias, hemos implementado un modelo sencillo que ajusta relativamente bien todas las observaciones.

## ABSTRACT

In this thesis we have implemented several numerical programs which compute, among other things: the chemical evolution of the Galaxy, the photometric evolution of galaxies, and the number count of galaxies. In chapter II, we have utilized various recipes for the

star formation rate and computed the age-metallicity relationship and ratios of abundances versus metallicity for the Galaxy. In chapter III, we have developed a standard model for photometric evolution of galaxies using the most recent publication of evolutionary tracks from Maeder and collaborators. In chapter IV, we use our model of photometric evolution of galaxies to compute the number-magnitude relationship in the blue and infrared bands. We claim that the observations of the count of galaxies and the distribution of galaxies with redshift strongly suggest that we are facing an evolutionary problem rather than a cosmological one. Based on the idea that the number of galaxies per comoving volume increases with redshift, perhaps due to merging of galaxies, a simple model is implemented which fits all observations fairly well.

## INDICE

## I. INTRODUCCION GENERAL

## II. EVOLUCION QUIMICA DE LA GALAXIA

2.1	Introducción	7
2.2	Ingredientes	9
2.2.1	Condiciones Iniciales	9
2.2.2	Función de Formación Estelar	9
2.2.3	Nucleosíntesis Estelar. Tasas de Supernovas y Vidas Medias Estelares	10
2.3	Modelo Numérico	11
2.4	Condiciones Iniciales y Parámetros de Entrada	12
2.5	Tasas de Supernovas	16
2.6	Resultados	18
2.7	Conclusiones	27

## III. EVOLUCION FOTOMETRICA DE LAS GALAXIAS

3.1	Introducción	28
3.2	Modelo	30
3.2.1	Función de Formación Estelar	31
3.2.2	Procedimiento	32
3.3	Trayectorias Evolutivas	33
3.3.1	Diagrama Color-Magnitud	36
3.4	Resultados	37
3.5	Conclusiones	51

## IV. CONTEO DE GALAXIAS

4.1	Introducción	52
-----	--------------	----

4.2 Modelo	55
4.2.1 Procedimiento	55
4.2.2 Cosmología	56
4.2.3 Corrección "k+e"	59
4.2.4 Evolución de la Luminosidad de las Galaxias	59
4.2.5 Función de Luminosidad de las Galaxias	66
4.3 Cuento de Galaxias	71
4.3.1 Cuento de Galaxias en un Modelo de Fusión	78
4.4 Conclusiones	83
<b>V. CONCLUSIONES Y PROYECTOS A FUTURO</b>	<b>85</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>88</b>

## I. INTRODUCCION GENERAL

Desde hace ya mucho tiempo la idea de que el Universo es abierto o cerrado ha intrigado a la comunidad científica y a la gente en general. Hasta el momento la evidencia observacional apunta a que vivimos en un universo abierto. En otras palabras, todas las estimaciones de  $\Omega_0$ , donde  $\Omega_0$  es la densidad promedio del universo en unidades de la densidad crítica,  $\rho_c$  ( $\rho_c \equiv 3H_0^2/8\pi G = 1.879h^2 \times 10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$ ,  $H_0$  es la constante de Hubble), salvo raras excepciones, dan un valor de  $\Omega_0$  mucho menor que uno. ¿Por qué entonces creemos que  $\Omega_0 = 1$ ? Veámoslo de la siguiente manera: a pesar de que el modelo estándar de la cosmología ha alcanzado grandes logros al predecir i) la radiación cósmica de fondo de cuerpo negro de 2.74 °K y ii) las abundancias cósmicas del  $^1\text{H}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^2\text{D}$ ,  $^3\text{He}$  y trazas de otros elementos ligeros como el  $^7\text{Li}$ , es incapaz de explicar, por ejemplo, el problema de la planaridad del universo. Más aún, ¿cómo y de dónde surgieron las inhomogeneidades de la densidad que posteriormente darían lugar a la estructura del universo que vemos hoy día? Ahora, con la posible detección, mediante el "descubrimiento" reciente del satélite COBE (Cosmic Background Explorer), de anisotropía en el campo de radiación de fondo de  $1.1 \pm 0.2 \times 10^{-5}$  en la escala de  $10^\circ$  se hace más necesario entender su origen. Estos problemas y otros fueron exitosamente resueltos por la idea de que el universo tuvo un período de expansión superlumínico en una etapa muy temprana de su formación (Universo Inflacionario: Guth 1981; Linde 1984 y referencias ahí contenidas). Ese período de rápida expansión incrementaría enormemente las dimensiones del universo haciendo que la región que ahora ocupa el universo observable se vea plana ( $\Omega_0 = 1$ ). Al mismo tiempo, las perturbaciones cuánticas en el campo escalar "inflaton" crecerían generando a través de la interacción de este campo con la materia las perturbaciones necesarias en la densidad.

Entre las varias formas de determinar  $\Omega_0$  (o el parámetro de desaceleración  $q_0$ ,  $q_0 = \frac{\Omega_0}{2} - \Lambda_0$ ,  $\Lambda_0$  es la constante cosmológica) se encuentra una muy prometedora: el conteo del número de galaxias vs. corrimiento al rojo (o vs. magnitud aparente). El número de galaxias en un volumen en co-movimiento con la expansión del universo que se encuentra a

una cierta distancia, o equivalentemente, a determinado corrimiento al rojo,  $z$ , o magnitud aparente,  $m$ , depende de: i) la densidad numérica de galaxias (por elemento de volumen en co-movimiento), ii) el modelo cosmológico para el volumen,  $V(z, z_0, \Lambda_0)$ , iii) la relación magnitud aparente vs. corrimiento al rojo y iv) la función de luminosidad de las galaxias. De esta manera, para buscar algún efecto cosmológico a través del conteo de galaxias es necesario primero examinar la evolución de la función de luminosidad de las galaxias; esto se realiza en detalle en el capítulo IV. En particular, se discute el problema que la cosmología  $(\Omega_0, \Lambda_0) = (1, 0)$  enfrenta, donde  $\Lambda_0$  es la constante cosmológica, con una evolución en la luminosidad de las galaxias "estándar" (Yoshii y Takahara 1988; Fukugita et al. 1990; Guiderdoni y Rocca-Volmerange 1990; Cowie et al. 1992; Koo y Kron 1992; Carlberg y Charlot 1992). Así mismo, se investiga la posibilidad de la evolución de la densidad numérica en co-movimiento producto del aglutinamiento "merging" de objetos, no necesariamente galaxias, de fuerte corrimiento al rojo (ver, por ejemplo, Carlberg y Charlot 1992).

El modelo de aglutinamiento se ve apoyado por observaciones de sistemas de líneas en absorción en la luz proveniente de cuasares, (QSOLS the QSO absorption line system) (Turnshek 1989), los cuales son evidencia de agregados múltiples de nubes de masa comparable a la de una galaxia, con fuerte corrimiento al rojo. Además, York et al. (1986) han argumentado que los QSOLS implican una morfología de galaxias inconsistente con una formación de disco significativa a  $z \gtrsim 1$ . Sin embargo, algunos astrónomos interpretan a los sistemas  $Ly\alpha$  amortiguados, QSOLS de alta densidad columnar ( $\sim 10^{21} \text{cm}^{-2}$ ) y apreciable cantidad de metales, como evidencia de formación de discos a una edad muy temprana (e.g. Wolfe 1990). El modelo también está apoyado por observaciones preliminares e interpretaciones teóricas de objetos con líneas en emisión cercanos a los sistemas  $Ly\alpha$  amortiguados (Yanny y York 1992), los cuales muestran evidencia de agrupamiento de regiones de formación estelar. Además, cuasares y galaxias con brotes estelares bien podrían ser evidencia de fusión, pues se les suele asociar con galaxias en colisión (Carlberg

1990a).

Las evidencias observacionales y teóricas permiten al menos dos escenarios divergentes para la formación de la Galaxia. El primero de ellos es, de algún modo, una generalización del modelo de Eggen, Lynden-Bell y Sandage (1962) en el cual el disco se forma como resultado del colapso gravitacional de una nube protogaláctica en una escala de tiempo de  $\lesssim 10^9$  años (1 Ga) (Burkert, Truran y Hensler 1990). El segundo está relacionado con la idea de que la(s) galaxia(s) se forma(n) por las múltiples fusiones (o múltiples aglutinamientos) de nubes primordiales (Searle y Zinn 1978). En este último escenario la formación del disco ocurre después de la última gran fusión (Mathews y Schramm 1990; Mathews et al. 1992), lo cual posibilita al disco ser varios miles de millones de años más joven que la Galaxia misma.

Ambos escenarios toman en cuenta el hecho importante de que los componentes de la Galaxia, halo y disco, tienen edades diferentes. Basado en la distribución de la luminosidad de las enanas blancas, Winget et al. (1987) estiman la edad del disco como  $9 \pm 2$  Ga. Por otra parte, no existen estudios serios que reduzcan la edad de los cúmulos globulares más viejos a 11 Ga o menos (ver, por ejemplo, Renzini 1991; Demarque, Deliyannis y Sarajedini 1990).

El estudio de la evolución espectrofotométrica de las galaxias se ha hecho a través de la técnica estándar de síntesis evolutiva de poblaciones (Tinsley 1980; Bruzual 1983; Arimoto y Yoshii 1980; Guiderdoni y Rocca-Volmerange 1987; Chiosi 1992). El *espectro estelar* integrado de una galaxia es calculado una vez que se conoce el número y los espectros de las estrellas localizadas en el diagrama HR. La confiabilidad de un modelo de síntesis de poblaciones recae principalmente en: i) la calidad y completez de una biblioteca de trayectorias evolutivas (BTE) y una de espectros estelares (BEE) y ii) un buen modelo de evolución química de la galaxia. La biblioteca de trayectorias debe ser homogénea, incluir un intervalo amplio de metalicidades y tomar en cuenta todas las etapas evolutivas de una estrella. Desafortunadamente, todavía carecemos de una BTE buena, única y completa

que contemple trayectorias evolutivas con diferentes metalicidades; si bien los trabajos de Maeder (1992) y Chiosi (1992) van en esta dirección. En cualquier caso, creemos que usando una buena BTE y haciendo aproximaciones útiles, uno puede obtener buenos resultados. Con el nuevo conjunto de trayectorias evolutivas de Schaller et al. (1992) y los avances recientes en el conocimiento de la rama asintótica de las gigantes (AGB the asymptotic giant branch) (Herman y Habing 1985; Lattanzio 1986; Bedijn 1988; Charlot y Bruzual 1991, de aquí en adelante ChB), tenemos la posibilidad de reunir una BTE decente.

Una vez que se ha reunido una buena biblioteca de trayectorias evolutivas, dos ingredientes más son necesarios: la tasa de formación estelar (TFE) y la función inicial de masa (FIM). Ellos determinan el tipo de galaxia que el modelo calcula. El procedimiento usual es ajustar los colores observados de las galaxias por medio de diferentes tasas de formación estelar, galaxias con diferentes valores de índices de color U-B, ..., V-K parecen haber experimentado historias de formación estelar distintas (Kennicutt 1983). El hecho de que autores con diferentes BTE y diferentes métodos, con sus consideraciones particulares de la metalicidad, reproducen los colores observados de las galaxias, motivó el estudio de la evolución fotométrica de las galaxias prestando atención a la tasa de formación estelar. Por ejemplo, es probable que la gran cantidad de galaxias que se observan con valores moderados de  $z$  (Broadhurst, Ellis y Shanks 1988; Colles et al. 1990), las cuales juegan un papel muy importante en el conteo de galaxias (Cowie et al. 1992 y referencias contenidas ahí), desarrollaran una tasa muy peculiar de formación estelar. En el capítulo III describimos con mayor detalle y mostramos algunos resultados de nuestro modelo de síntesis evolutiva de poblaciones. Obviamente, si uno no entiende como evolucionan las galaxias, parece ser inútil esperar resultados confiables al hacer el conteo de galaxias.

Hace ya tiempo que se reconoce el papel central que toma la tasa de formación estelar (TFE) en modelos de evolución química de galaxias (ver, por ejemplo, Tinsley 1980). Hasta ahora, la mayoría de los cálculos únicamente han tomado en cuenta la evolución

química de el disco. Se considera el disco ya formado, con un flujo neto de gas primordial o enriquecido, y se concibe la TFE como un proceso continuo de generación de estrellas. El comportamiento analítico de la TFE cubre un amplio espectro de posibilidades, desde una dependencia exponencial con la edad de la galaxia (Miller y Scalo 1979) hasta una dependencia en ley de potencia con la densidad del gas (Schmidt 1963; Matteucci y Greggio 1986). En el modelo de evolución química que consideramos, la formación estelar también se encuentra asociada a los aglutinamientos. De hecho, en las galaxias donde la formación estelar ocurre en brotes, las abundancias químicas se desarrollan de una manera diferente a las galaxias con formación estelar continua. Gilmore y Wyse (1991) muestran que una subabundancia del oxígeno observada en la Nube Mayor de Magallanes puede ser explicada por una serie de brotes de formación estelar.

Es bien sabido que la gráfica del cociente de la abundancia del hierro a oxígeno como función del cociente hierro a hidrógeno,  $[Fe/O]$  vs.  $[Fe/H]$ , donde como es usual  $[X_i/X_j] \equiv \log(X_i/X_j) - \log(X_i/X_j)_\odot$ , exhibe una meseta característica para las estrellas del halo (Barbuy 1988; Smecker y Wyse 1992 y referencias ahí contenidas). Frecuentemente, esto se explica como debido a las diferentes escalas de tiempo de los distintos tipos de supernova: Ia y II-Ib (ver, por ejemplo, Smecker y Wyse 1992). El oxígeno es creado casi exclusivamente en estrellas masivas ( $\geq 12M_\odot$ ) y expulsado en eventos de supernova tipo II (y Ib), mientras que el hierro es creado principalmente por el evento Ia de mayor vida media ( $\geq 10^9$  años). Una vez que las supernovas de tipo Ia empiezan a enriquecer el medio interestelar, el  $[Fe/O]$  empieza a aumentar. En el capítulo II mostramos que un comportamiento similar para  $[Fe/O]$  puede ser producido si recurrimos a un comportamiento exponencial para la tasa de formación estelar con una escala de tiempo particular, como la sugerida por la vieja TFE de Mathews y Schramm (1990). Como veremos más tarde, de entre las varias tasas de formación estelar propuestas, es la vieja TFE de Mathews y Schramm (de aquí en adelante, VMS), la que predice una meseta en el cociente hierro a oxígeno. Desde luego, a más baja metalicidad tal comportamiento será observado independientemente de la TFE,

como resultado unicamente de las diferencias en los tiempos de escala de los dos tipos de supernova. Que una TFE particular podía producir una parte plana en  $[Fe/O]$ , a baja metalicidad, es algo que no había sido notado antes (al menos no explícitamente).

En el capítulo II, un modelo de aglutinamiento para la formación de la Galaxia es explorado usando dos tasas de formación estelar que están apoyadas por argumentos fenomenológicos; en cierta forma, el escenario de formación estelar que tratamos es una historia más completa de la galaxia, puesto que incluye la formación del halo. Mostramos que una de las TFE reproduce la relación edad-metalicidad y el cociente hierro a oxígeno con una razonable precisión. El modelo conduce a una evolución en la luminosidad que podría explicar las observaciones recientes del número de galaxias en la parte más débil de las bandas azul e infrarroja (Lilly, Cowie y Gardner 1991; Cowie et al. 1992).

## II. EVOLUCION QUIMICA DE LA GALAXIA

### Resumen

Se aplica un modelo de aglutinamiento "merging" a la evolución química de la galaxia. Se hace énfasis en el problema de los cocientes de abundancias como función de la metalicidad. Calculamos la evolución de varios elementos químicos explorando un conjunto amplio de posibles tasas de formación estelar, incluyendo aquellas derivadas, usando argumentos fenomenológicos, de un escenario para la formación de la galaxia de aglutinamiento múltiple. Por ejemplo, podemos reproducir el cociente  $[Fe/O]$  usando un escenario estándar para la tasa de supernovas de tipo II y un modelo binario para la tasa de supernovas de tipo Ia, con sus consecuentes aportes nucleosintéticos.

### 2.1 Introducción

Como se mencionó en la introducción general, las evidencias observacionales y teóricas apuntan hacia al menos dos escenarios divergentes para la formación de la galaxia, aunque hay investigadores que consideran los dos escenarios esencialmente equivalentes (Truran 1991). Por un lado, el modelo de Eggen, Lynden-Bell y Sandage (1962) en donde la galaxia se forma del colapso de una nube protogaláctica en  $\approx 10^9$  años (ver, Burkert, Truran y Hensler 1990 para una versión más reciente y completa). Por otro, la idea de que la galaxia se forma por el aglutinamiento múltiple de nubes pregalácticas (Searle y Zinn 1978). Una de las virtudes de este último modelo es que la formación del disco se puede retrasar hasta después de la última fusión (Mathews y Schramm 1990; Mathews et al. 1992).

Ambos escenarios pueden explicar la diferencia en las edades del disco y del halo. Winget et al. (1987) estiman para la edad del disco  $9 \pm 2$  Ga ( $1$  Ga  $\equiv 10^9$  años), usando la distribución de luminosidad de las enanas blancas. Por otra parte, las mejores estimaciones para la edad de los cúmulos globulares más viejos dan  $15 \pm 2$  Ga (ver, por ejemplo, Demarque et al. 1990). El modelo del colapso requiere un retraso de varios miles de millones de años entre el colapso inicial y la formación estelar en el disco.

La idea central del trabajo de Mathews y Schramm (1990) (ver también, Mathews et al. 1992) es calcular la tasa de formación estelar (TFE) asociada al evento de formación de la galaxia según el segundo escenario. Esa es una idea muy interesante en la cual aún se sigue trabajando (Mathews 1992). En este capítulo usamos dos versiones; la primera, basada en un modelo analítico muy simple en donde la TFE es proporcional a la tasa de colisión entre nubes pregalácticas; y la segunda, basada en un ajuste analítico a una solución numérica en donde la TFE, además de ser proporcional a los aglutinamientos, posee una parte que se debe la formación estelar in situ en las nubes.

La tasa de formación estelar juega un papel central en el modelaje de la evolución química de la(s) galaxia(s) (ver, por ejemplo, Tinsley 1980). Hasta ahora, la mayoría de los modelos de evolución química tratan por separado las diferentes componentes de la galaxia; en particular, cuando hacen evolución química del disco (propriadamente, vecindad solar) suponen que el disco ya se encuentra formado y que la TFE es un proceso continuo de generación de estrellas. El comportamiento analítico de la TFE cubre un espectro amplio de posibilidades, desde una dependencia exponencial con la edad de la galaxia (Miller y Scalo 1979) hasta una dependencia en ley de potencia con la densidad del gas (Schmidt 1963; Matteucci y Greggio 1986). Las galaxias en las cuales la formación estelar ocurre en brotes (TFE discontinua) desarrollan sus abundancias químicas de manera distinta a las galaxias con una TFE continua.

En este segundo capítulo evaluamos y reproducimos, para el caso particular de la vieja TFE de Mathews-Schramm (VMS), el cociente observado de las abundancias del hierro a oxígeno vs. metalicidad ( $[O/H]$ ). Esto es algo interesante porque, en particular, se reproduce la parte plana de la gráfica (estrellas del halo). La explicación usual para ese comportamiento es la diferencia en las escalas de tiempo de las supernovas de tipo Ia y II (efecto Ia). El oxígeno es sintetizado principalmente en las estrellas de masa alta ( $\approx 12M_{\odot}$ ) y expulsado en eventos de supernova tipo II, mientras que el hierro es creado en su mayor parte por supernovas tipo Ia de vida media más larga. Una vez que (y no antes

de que) las supernovas de tipo Ia empiezan a enriquecer el medio interestelar el  $[\text{Fe}/\text{O}]$  empieza a aumentar. Debido a la muy peculiar TFE que consideramos es que obtenemos un comportamiento de meseta en la gráfica  $[\text{Fe}/\text{O}]$  vs.  $[\text{O}/\text{H}]$ ; desde luego, una meseta a más baja metalicidad siempre se espera debido al efecto Ia.

El escenario que estamos considerando es en cierta forma un "modelo simple" para halo y disco juntos. La aproximación de reciclaje instantáneo, las estrellas mueren e inyectan material al medio interestelar inmediatamente después de que nacen, no es usada puesto que estamos siguiendo la evolución de elementos químicos que son sintetizados en eventos cuya escala de tiempo es comparable a la escala en que varía la tasa de formación estelar.

En este capítulo, que está basado fundamentalmente en el artículo "Chemical and Luminosity Evolution, and Counts of Galaxies in a Merger Model" (Colín y Schramm 1993), mostramos que el modelo denotado como VMS reproduce la relación edad-metalicidad y las abundancias del oxígeno con una razonable precisión.

## 2.2 Ingredientes

Comencemos por describir los ingredientes necesarios que todo modelo de evolución química debe poseer y la forma en que dichos ingredientes son considerados en nuestro modelo.

### 2.2.1 Condiciones Iniciales

Suponemos que la galaxia comenzó como un agrupamiento de nubes de gas primordial cuya masa total es el valor actual de la masa de la Galaxia (sin incluir la materia oscura). Consideramos a la Galaxia como un sistema cerrado; i.e., no hay acreción ni eyección de materia.

### 2.2.2 Función de Formación Estelar

Se sabe que la función de formación estelar debe ser función del tiempo y de la masa estelar. Sin embargo, en ausencia de un entendimiento completo de los procesos de formación estelar y por razones de simplicidad, la función de formación estelar  $B(m, t)$  es

frecuentemente separada en dos funciones independientes:

$$B(m, t) = \psi(t)\phi(m), \quad (2.1)$$

donde  $\psi(t)$  es la tasa de formación estelar en unidades de  $G\alpha^{-1}$  y  $\phi(m)$  la función inicial de masa (FIM) en  $M_{\odot}^{-1}pc^{-2}$ . Aquí supondremos que la FIM es independiente del tiempo y de la posición. Ciertamente esto no sería verdad si, por ejemplo, la FIM fuera función de la metalicidad; hay autores (ver, por ejemplo, Schmidt 1963) que han usado esta condición para explicar el problema de las enanas G, el número de estrellas, de baja masa ( $\sim 1M_{\odot}$ ), pobres en metales que se observa es mucho menor al predicho por el modelo simple (Tinsley 1980). No obstante, como actualmente no tenemos una idea clara de como varía la FIM, se supone una FIM constante en el tiempo y en el espacio.

Por simplicidad, hemos usado como límite inferior de la FIM el valor de  $0.1 M_{\odot}$ , con ello eliminamos la posibilidad de tener enanas cafées (ver más adelante); esto podría tener consecuencias apreciables en la dinámica de la galaxia y la naturaleza de la materia oscura de los halos. En trabajos futuros se explorará la posibilidad de una FIM variable así como el papel del límite inferior.

### 2.2.3 Nucleosíntesis Estelar, Tasas de Supernovas y Vidas Medias Estelares

Estrellas con diferente masa y composición química tienen diferente trayectoria nucleosintética; i.e., contribuyen de manera diferente al enriquecimiento químico de la galaxia. Por ejemplo, estrellas con masas menores que  $\simeq 0.8M_{\odot}$  no enriquecen el medio interestelar porque su vida media supera la edad del universo, aunque viven lo suficiente como para contribuir a la disminución química al servir de sumidero. Por otra parte, las estrellas con masa mayor que  $\simeq 12M_{\odot}$  son las responsables de la mayor parte de los elementos pesados, tales como O, Ne, Mg, Si, etc. y probablemente de los elementos que son sintetizados por la captura rápida de neutrones "r-process elements" (Arnett y Schramm 1973; Arnett 1978; Woosley y Weaver 1986); estas estrellas también contribuyen con  $^{12}C$  y  $^{56}Fe$  (Arnett, Schramm y Truran 1989). Estas estrellas masivas eyectan los nuevos elementos sintetizados a través de explosiones de supernova de tipo II y Ib. Para el caso de las supernovas tipo Ia

(cuya fuente se cree son estrellas de masa intermedia), hemos utilizado el modelo binario de Greggio y Renzini (1983); el punto importante aquí es que la explosión se retrasa hasta que la estrella secundaria llene su lóbulo de Roche y empieza a transferir materia a la compañera degenerada ( $\geq 10^8$  años, Smecker y Wyse 1992).

### 2.3 Modelo Numérico

Las ecuaciones que gobiernan nuestro modelo de evolución química tienen implícita o explícitamente las siguientes aproximaciones: i) el gas es espacialmente homogéneo, ii) la función inicial de masa es independiente del tiempo y de la posición, iii) el gas inicial es de metalicidad cero y iv) la vecindad solar se modela como un sistema cerrado. Además, no se utiliza la aproximación de reciclaje instantáneo, lo cual vuelve imposible un tratamiento analítico de las ecuaciones.

Nuestro modelo numérico de la evolución química está basado en las dos ecuaciones siguientes (ver Tinsley 1980, para una revisión):

$$dm_g/dt = -B(t) + P(t) + f_I(t), \quad (2.2)$$

$$dm_i/dt = P_i(t) + E_i(t) - X_i(0)f_I - Bm_i(t)/m_g(t). \quad (2.3)$$

En la ecuación (2.2),  $m_g$  denota la densidad del gas en unidades de  $M_\odot \text{ pc}^{-2}$ ,  $B$  representa la tasa a la cual el material del medio interestelar (MI) es transformado en estrellas:

$$B(t) = \int_{m_{\text{low}}}^{m_{\text{high}}} m\phi(m)\psi(t)dm, \quad (2.4)$$

$P$  la tasa a la cual el gas es devuelto al MI por las estrellas que mueren:

$$P(t) = \int_{m(t)}^{m_{\text{high}}} (m - m_r)\phi(m)\psi(t - \tau(m))dm, \quad (2.5)$$

y finalmente  $f_I$  es el flujo neto de gas que entra (o sale) al (del) sistema, en nuestro caso se supone nulo. En la ecuación (2.3),  $m_i$  representa la densidad de masa del elemento  $i$  en el medio interestelar,  $P_i$  la tasa a la cual el elemento  $i$  es producido y eyectado al MI

y  $E_i$  la tasa a la cual las estrellas regresan cualquier material que se ha quedado con su abundancia original:

$$E_i = \int_{m(t)}^{m_{\text{high}}} (m - m_r) \phi(m) \psi(t - \tau(m)) \frac{m_i(t - \tau(m))}{m_g(t - \tau(m))} A_i(m) dm, \quad (2.6)$$

y finalmente  $X_i(0)$  es la fracción primordial por masa de las especies  $i$ .

Además,  $m_r$  es la masa remanente que deja la estrella una vez que muere,  $\tau(m)$  es la vida media de la estrella y  $A_i(m)$  es la fracción por la cual el elemento químico  $i$  es reducido en una estrella de masa  $m$ . Por ejemplo, para el  $^2\text{D}$  y el  $^7\text{Li}$  y otros elementos ligeros  $A_i$  puede suponerse nulo como una buena aproximación (Brown 1992); por otra parte, para el hierro y el oxígeno  $A_i = 1$ .

## 2.4 Condiciones Iniciales y Parámetros de Entrada

Como se mencionó anteriormente, la elección de la tasa de formación estelar es la decisión más sensible en cuanto a modelos de evolución química se trata. Para este cálculo se han elegido varias tasas de formación estelar. Estas vienen descritas a continuación. Nuestras TFE's satisfacen las siguientes dos condiciones:  $\langle \psi(t) \rangle / \psi(T_g) \lesssim 2.5$  (Twarog 1980) y la restricción de la continuidad, el requisito que implica la continuidad de la FIM,  $0.18 \lesssim T_g \psi(T_g) \lesssim 2.5$  (Scalo 1986), donde  $T_g$  representa la edad de la galaxia. Un valor de 15 Ga para  $T_g$  será supuesto aunque los resultados pueden ser fácilmente escalados hacia arriba o abajo por varios Ga.

Entre la amplia gama de posibilidades que tenemos para elegir la TFE hemos considerado las siguientes (Brown 1992): una TFE constante:

$$\psi(t) = 1/T_g, \quad (2.7)$$

una TFE exponencialmente creciente máxima (TFECM):

$$\psi(t) = \frac{0.27 e^{(2.2t/T_g)}}{T_g}, \quad (2.8)$$

una TFE exponencialmente decreciente máxima (TFEDM):

$$\psi(t) = \frac{2.4e^{(-2.0t/T_2)}}{T_2}. \quad (2.9)$$

Con TFECM (TFEDM) denotamos la tasa de formación estelar que crece (disminuye) al máximo durante la edad de la Galaxia y aún satisface la restricción de continuidad de la FIM.

También utilizamos TFE que podrían simular la TFE de aglutinamiento múltiple: i) la vieja TFE de Mathews-Schramm (VMS):

$$\psi(t) = \begin{cases} A[r e^{-t/t_0} - 1] e^{5t/3t_0} & t/t_0 \leq \ln r \\ B & t/t_0 \geq \ln r \end{cases}, \quad (2.10)$$

donde  $r$  representa el número de nubes protogalácticas existentes antes del aglutinamiento (para una galaxia con una masa de  $10^{11} M_{\odot}$  y nubes de masa  $10^6 M_{\odot}$ ,  $r$  toma el valor de  $10^5$ ),  $t_0$  es la escala de tiempo de las fusiones entre la nubes, y  $A$  y  $B$  son constantes cuyos valores están restringidos por la normalización de  $\psi(t)$  y la hipótesis de continuidad de la FIM. Se aprecia que  $\psi(t) \propto e^{2t/3t_0}$  para  $t/t_0 \ll \ln r$ . Y ii) la nueva TFE de Mathews-Schramm (NMS), (Mathews et al. 1992):

$$\psi(t) = a + b\delta(t - t_1)e^{-(t-t_1)/\tau_1} + c\delta(t - t_2)e^{-(t-t_2)/\tau_2}, \quad (2.11)$$

donde los diversos tiempos  $t_1$ ,  $\tau_1$ ,  $t_2$  y  $\tau_2$  representan los tiempos en que ocurren los brotes ( $t$ 's) y la duración de los mismos ( $\tau$ 's). Las constantes  $a$ ,  $b$  y  $c$  miden la magnitud de la formación estelar quiescente en la nubes y la de los brotes y, desde luego, están restringidas por las condiciones antes mencionadas. En la figura 2.1 hemos graficado las diferentes TFE.

Las diferencias entre VMS y NMS son: (i) no hay un primer brote en VMS; es decir, el segundo término en la ec. (2.11) no existe, (ii) el término constante debido a la formación estelar quiescente en las nubes, el primer término en NMS, no aparece en VMS, y (iii) la tasa de formación estelar supuesta en el disco es diferente, mientras que en VMS es constante en NMS es exponencialmente decreciente. Veremos más adelante como estas

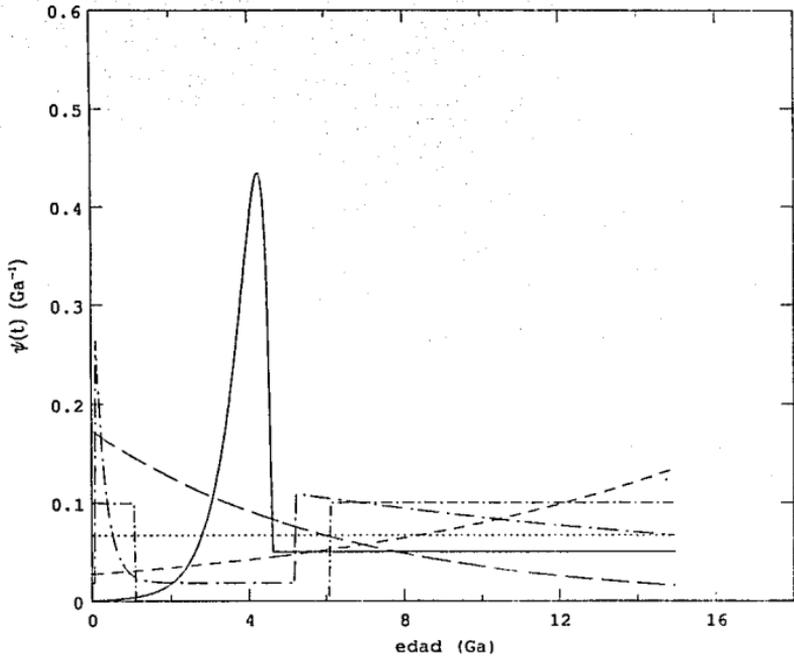


Fig. 2.1 Aquí hemos graficado las seis diferentes tasas de formación estelar (TFE). La línea continua representa la vieja TFE de Mathews y Schramm (VMS). Las líneas punteada, de trazos cortos, de trazos largos y de puntos y trazos largos representan las TFEs constante, exponencialmente creciente, exponencialmente decreciente y la nueva TFE de Mathews y Schramm (NMS), respectivamente. La TFE de brecha es la línea de puntos y trazos cortos.

características juegan un papel central en la determinación del comportamiento de los cocientes de las abundancias vs. metalicidad.

Se dijo antes que al tomar  $0.1 M_{\odot}$  para el límite inferior de la FIM,  $m_{low}$ , eliminábamos la posibilidad de tener enanas cafées. Hasta ahora, no hay evidencia observacional ni fuertes argumentos teóricos que determinen el valor de  $m_{low}$ . Incluyendo el límite de quemado de deuterio (Adams y Walker 1989) o el límite inferior de evaporación (De Rújula, Jetzer y Massó 1991),  $m_{low}$  aún permite un amplio intervalo de posibilidades, así que las enanas cafées permanecen como un candidato viable para la materia oscura del halo.

El límite superior,  $m_{high}$ , está relacionado con la cuestión de: ¿Qué tan masiva puede la naturaleza hacer una estrella? Afortunadamente esta incertidumbre tampoco tiene mucha influencia en los modelos de evolución química porque en la parte de masas altas la FIM es despreciablemente pequeña. Aquí usaremos los siguientes valores para  $m_{low}$  y  $m_{high}$ :  $m_{low} = 0.1 M_{\odot}$  y  $m_{high} = 62 M_{\odot}$ .

El próximo parámetro a considerar es la forma de la función inicial de masa. Derivamos la FIM de la función de masa,  $\xi(m)$ , de Rana (1987) y nuestra tasa de formación estelar,

$$\phi(m) = \xi(m) / \int_{T_2 - \tau(m)}^{T_2} \psi(t) dt. \quad (2.12)$$

Para resolver la ec. (2.1) sólo falta por especificar la masa remanente. La masa remanente es tomada de Iben y Renzini (1983)

$$m_r(m) = \begin{cases} m & m \leq 0.45 \\ 0.15m + 0.3S & 0.45 < m < 6.8 \\ 1.4 & m \geq 6.8 \end{cases} \quad (2.13)$$

Bajo la condición  $m_g(T_g) = 13 \pm 3 M_{\odot} pc^{-2}$  (Kulkarni y Heiles 1987) valores de la densidad superficial total del disco galáctico,  $m_g(0)$ , razonablemente cercanos al valor observado  $M_{tot} = 46 \pm 9 M_{\odot} pc^{-2}$  (Gilmore, Wyse y Kuijken 1989) son producidos.

## 2.5 Tasas de Supernovas

Pasemos ahora a discutir  $P_i$ , la tasa a la cual el elemento  $i$  es producido y eyectado en el medio interestelar.

En general, hay tres sitios para la producción de elementos químicos: 1) la nucleosíntesis de la gran explosión (ver, por ejemplo, Olive et al. 1989), 2) el medio interestelar (vía interacciones de rayos cósmicos; Walker, Mathews y Viola 1985), y 3) las estrellas (e.g. Burbidge et al. 1957). Excepto por  $^1\text{H}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^2\text{D}$ ,  $^3\text{He}$  y algo de  $^7\text{Li}$ , los cuales son producidos en la gran explosión "big-bang", los otros productos nucleosintéticos están relacionados de una manera u otra con la formación de estrellas. En este trabajo de tesis nos concentraremos sólo en aquellos elementos cuya producción principal viene de eventos de supernova. Tomemos como ejemplo particular el caso del oxígeno y del hierro, es de particular interés el oxígeno porque puede sustituir al hierro como un mejor indicador de la metalicidad (Wheeler, Sneden y Truran 1989, de aquí en adelante WST). Es bien sabido que el cociente  $[\text{Fe}/\text{O}]$  varía con la metalicidad ( $[\text{Fe}/\text{H}]$ ) (ver WST para un discusión extensa de la variación de los cocientes de abundancias con la metalicidad). La subabundancia del hierro (con respecto al oxígeno), en estrellas de baja metalicidad, puede ser explicada por las diferencias en las escalas de tiempo de los productores de oxígeno y hierro, principalmente supernovas tipo II (y Ib) y Ia, respectivamente.

Para el cálculo de  $P_i$  hemos considerado un modelo binario de supernovas tipo Ia. Según Greggio y Renzini (1983), la tasa de supernova Ia está dada por

$$R_{SN Ia} = r_{SN Ia} \int_{m_{in, I}}^{m_{max, I}} \phi(m_B) \int_{\mu_{in, I}}^{0.5} f(\mu) \psi(t - \tau(\mu m_B)) d\mu dm_B, \quad (2.14)$$

donde  $m_B$  es la masa del sistema binario,  $\mu$  es la fracción de masa de la estrella secundaria,  $m_2/m_B$ , y  $f(\mu)$  la función de distribución de  $\mu$ :

$$f(\mu) = 2^{1+\gamma} (1 + \gamma) \mu^\gamma. \quad (2.15)$$

Hemos usado  $\gamma = 2$ , como es adoptado por Matteucci y Greggio (1986).

Con  $m_{min}$  y  $m_{max}$  hemos denotado la masa binaria mínima y la máxima para producir un evento de supernova Ia. Adoptando un modelo de deflagración del carbono "C-deflagration" (Nomoto, Thielemann y Wheeler, 1984), se ha tomado a las enanas blancas de carbono y oxígeno como progenitoras de las supernovas Ia. Para  $m_{max}$  y  $m_{min}$  hemos usado 16 y 3  $M_{\odot}$ , respectivamente. Las expresiones de  $m_{inj}$  y  $\mu_{inj}$  están dadas por:

$$m_{inj} = \max[2m_2(t), m_{min}], \quad (2.16)$$

y

$$\mu_{inj} = \max\{m_2(t)/m_B, (m_B - 0.5m_{max})/m_B\}. \quad (2.17)$$

Por otra parte, la producción de oxígeno es muy probablemente el resultado de la evolución de estrellas de masa alta; i.e., de supernovas tipo Ib y II. Por lo tanto, es natural suponer que sus tasas vienen dadas por:

$$R_{(SNII \text{ y } SNIb)} \propto \int_{m_{low}}^{m_{high}} \phi(m)\psi(t - \tau(m))dm, \quad (2.18)$$

tomando como límites de integración 9 a 30  $M_{\odot}$  para SNII y 30 to 62  $M_{\odot}$  para SNIb.

Finalmente tenemos la información necesaria para dar una expresión explícita de  $P_i$ :

$$P_i(t) = m_{i,Ia}R_{SNIa}(t) + m_{i,Ib}R_{SNIb}(t) + m_{i,II}R_{SNII}(t), \quad (2.19)$$

donde los  $m_{i,x}$  son las masas de los elementos  $i$  eyectados por las supernovas de cada tipo. Tomamos  $m_{i,Ia}$  del modelo W7 de Nomoto, Thielemann y Wheeler (1984),  $m_{Fe,Ib}$  de Cahen, Schaeffer Casse (1985), y para  $m_{Fe,II}$  el valor de la SN 1987A  $\sim 0.07 M_{\odot}$ . Ciertamente esperamos que los aportes estelares varíen con la masa de la estrella (Woosley y Weaver, 1986; Arnett, Schramm, y Truran, 1989) pero todavía no los detalles. Así, y un poco por simplicidad, hemos usado valores constantes para los aportes de cada tipo. El modelo está normalizado de tal manera que  $R_{SNIb}/R_{SNIa} = 1$  y  $R_{SNII}/R_{SNIa} = 3.3$  hoy (Evans, van den Bergh y Mc.Clure 1989) y reproduzca las abundancias solares (Cameron 1982).

## 2.6 Resultados

La relación edad-metalicidad, comparada con las observaciones (Twarog 1980; Carlberg et al. 1985), es graficada en la figura 2.2a-b para las distintas tasas de formación estelar. Tomando en cuenta las incertidumbres que aparecen al derivar las edades de estas estrellas, los resultados están en acuerdo razonable con las observaciones, excepto quizás por las TFE de brecha (HIATUS) y NMS. Aún así, dentro del espacio de parámetros podemos encontrar algunos valores que den mejores ajustes; sin embargo, estos valores de los parámetros podrían violar otras restricciones (Mathews et al. 1992), claramente ilustrando que los modelos hasta ahora están aún incompletos.

Siguiendo a WST hemos graficado  $[\text{Fe}/\text{O}]$  vs.  $[\text{O}/\text{H}]$  (fig. 2.3a-b) usando  $[\text{O}/\text{H}]$  como un mejor indicador de la metalicidad, esto se debe a que la mayor parte del oxígeno viene de supernovas tipo II y Ib, para las distintas tasas de formación estelar y dos recetas para los aportes. Los datos tomados de Nissen, Edvardsson y Gustafsson (1985) y Barbuy (1988) son reproducidos por VMS si uno modifica las contribuciones al hierro de SN Ib y SN II haciéndolas menos importantes. Mientras que una subabundancia del hierro, relativa al oxígeno, es vista a bajas metalicidades para todos los tipos de tasas de formación estelar que estamos considerando (fig. 2.3a), la cual es explicada por el efecto Ia, la meseta es característica unicamente de VMS: la parte plana es sostenida durante unos cuantos miles de millones de años, después del encendido de las supernovas Ia, debido al comportamiento exponencialmente creciente particular de VMS (ver fig. 2.1 y 2.3b). En este caso, las abundancias solares  $[\text{Fe}/\text{O}] = 0.0$  no se alcanzan hasta que el último aglutinamiento ha ocurrido.

Realmente, lo que está haciendo la diferencia entre las dos tasas de formación estelar inspiradas en el modelo de múltiple aglutinamiento, VMS y NMS, es el primer brote de formación estelar omitido en VMS. Las estrellas de masa intermedia nacidas en el primer brote incrementarán el cociente hierro a oxígeno, a través de las supernovas Ia, durante el lapso de tiempo en el cual la TFE es pequeña, produciendo ese salto que se ve en NMS

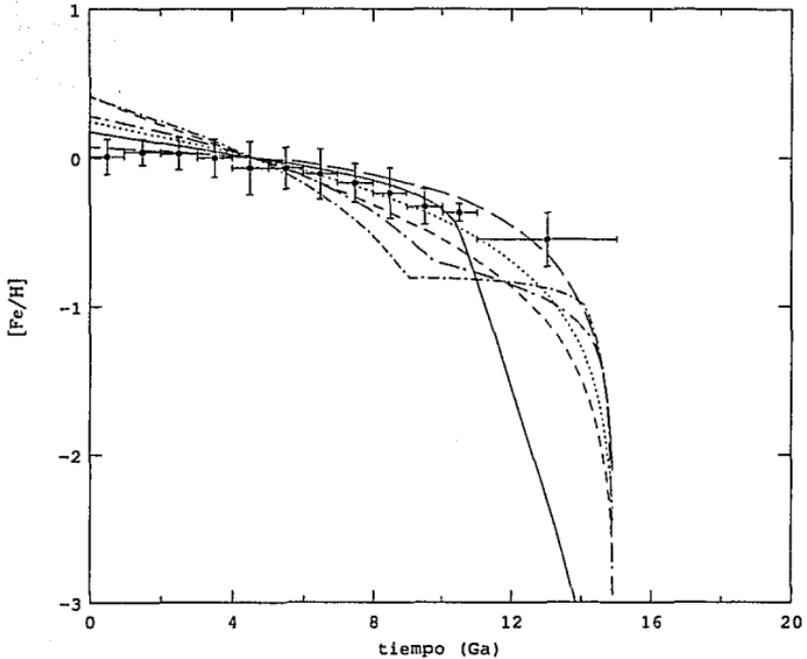


Fig. 2.2a La relación edad-metalicidad para las seis distintas TFE. Como en la figura 2.1 la línea continua representa el modelo para la VMS TFE, la línea punteada para la TFE constante y así sucesivamente. Los siguientes aportes fueron considerados:  $m_{1a} = 0.6$ ,  $m_{1j} = 0.07$ , y  $m_{1b} = 0.2$  excepto para el modelo con VMS TFE para el cual se usaron 0.6, 0.05, 0.0 (segunda receta), respectivamente. Los valores "observacionales" fueron tomados de Twarog (1980).

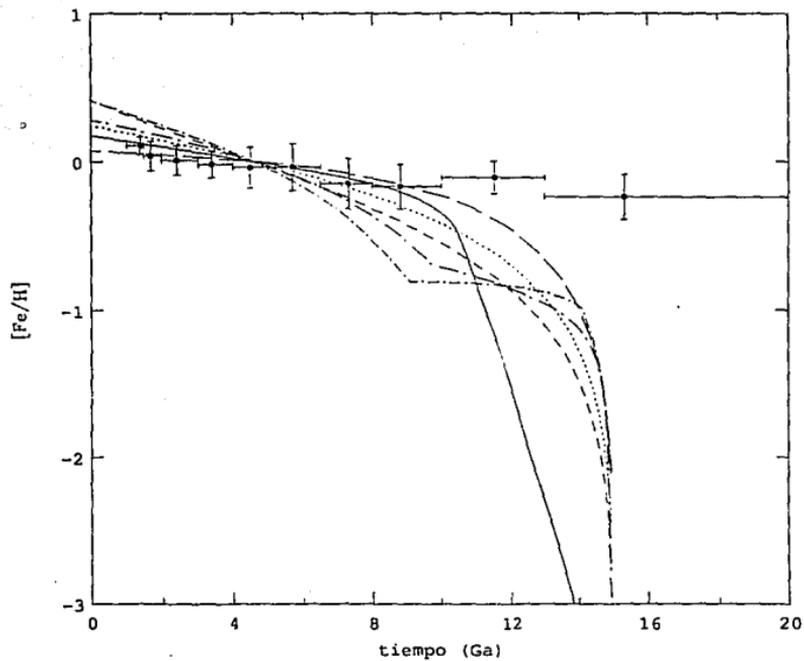


Fig. 2.2b Lo mismo que en la figura 2.2a sólo que ahora los valores "observacionales" son de Carlberg et al. (1985), evaluación revisada de los datos de Twarog.

y HIATUS (ver fig. 2.3a). Notemos, sin embargo, que hay tasas, por ejemplo la TFE constante, que aunque no poseen un primer brote mantienen una tendencia creciente en  $[Fe/O]$ . De esta forma es necesario tener un comportamiento exponencialmente creciente, con la escala de tiempo correcta, para producir la meseta en el cociente hierro a oxígeno. Es claro que cuando este comportamiento exponencialmente creciente de la TFE desaparece, el efecto Ia domina y un incremento rápido en  $[Fe/O]$  es esperado (ver fig. 2.3b y línea sólida en la fig. 2.3a).

Se han calculado también los cocientes de abundancias de otros elementos de la familia del oxígeno, con esto queremos decir elementos que son sintetizados en su mayor parte por supernovas tipo II y Ib. En la figura 2.4a-c hemos graficado las abundancias del Mg, Si y Ti, con respecto al hierro, tomando como receta para el aporte del hierro aquel que mejor ajusta las abundancias del oxígeno.

Tomando como base nuestro modelo simple de evolución química de la galaxia, el cociente  $R = (m_{i,Ia}/m_{i,II})/(m_{Fe,Ia}/m_{Fe,II})$  representa una cantidad importante en la evaluación de las abundancias. Cuando un elemento tiene un valor de R menor que 1 va a ser sobreabundante, con respecto al hierro; por el contrario, si R es mayor que 1 será subabundante. Hemos calculado R para varios elementos y encontrado que el O, Na, Mg y el Ti se comportan similarmente; es decir, son todos ellos sobreabundantes. En menor grado, hemos encontrado también que el Si y el S son sobreabundantes; sin embargo, en el caso del Ca, R es mayor que 1. Este patrón viene, por un lado, de la condición inicial impuesta a los aportes de que reprodujeran las abundancias solares, y por otro, de la receta adoptada de Nomoto et al. (1984) para los aportes de  $R_{SNIa}$ . Ahora, en cuanto al problema de la subabundancia del Ca una posible solución sería disminuir el aporte teórico del calcio.

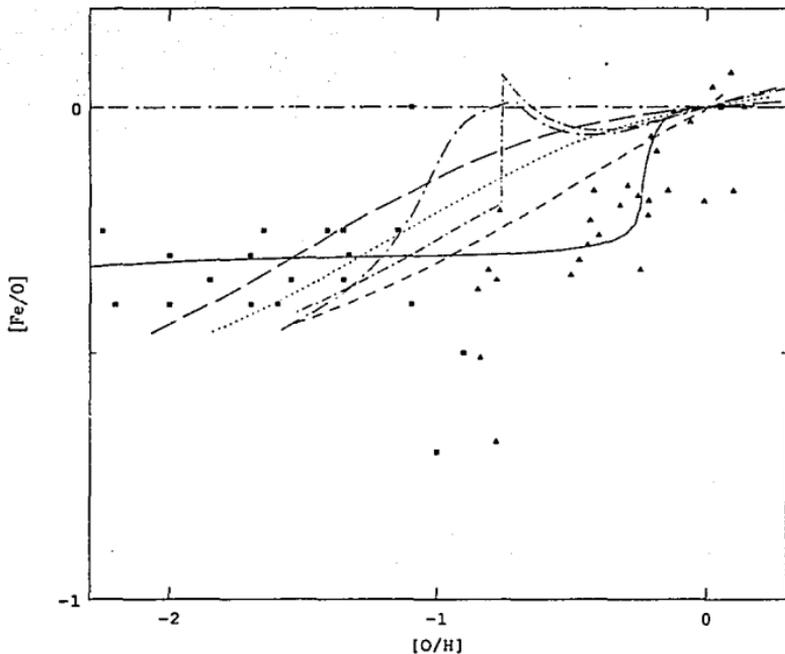


Fig. 2.3a Predicciones teóricas de la relación  $[Fe/O]$ - $[O/H]$ . Hemos graficado seis curvas provenientes de las diferentes TFE y de la segunda receta de los aportes. Los datos fueron tomados de Barbuy (1988) (cuadros) y Nissen et al. (1985) (triángulos).

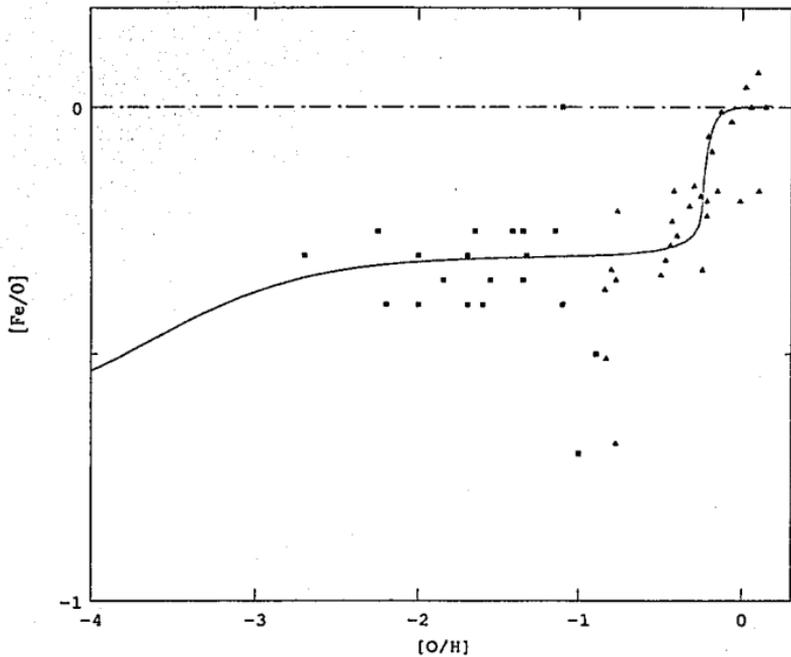


Fig. 2.3b Lo mismo que en la figura 2.3a pero sólo para la VMS TFE en una escala más sugestiva.

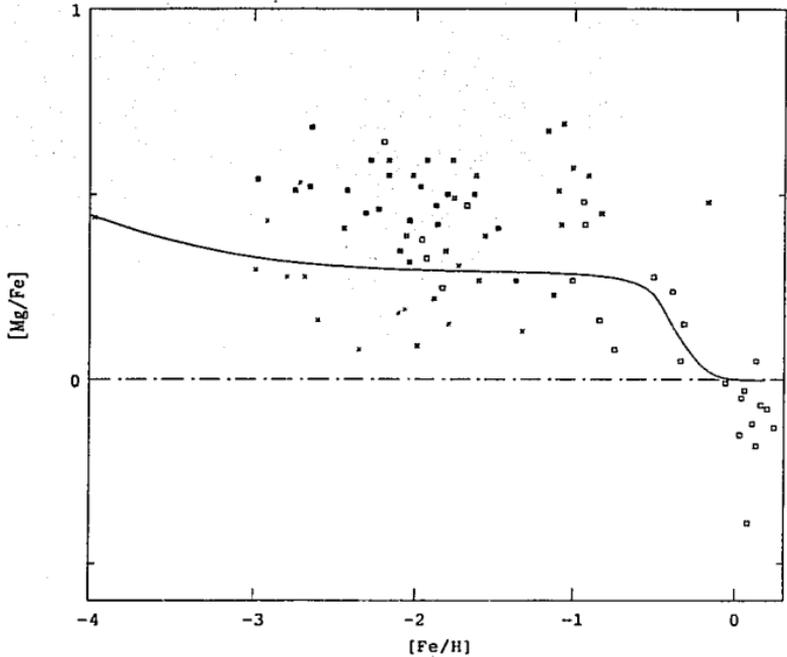


Fig. 2.4a Gráfica del cociente magnesio a hierro vs. metalicidad para la VMS TFE. Los datos son de Gratton y Sneden (GS, 1987) (cuadros vacíos), GS (1988), símbolos x, Hartmann y Gehren (1988), estrellas de cuatro puntas, y Magain (1989), cuadros llenos.

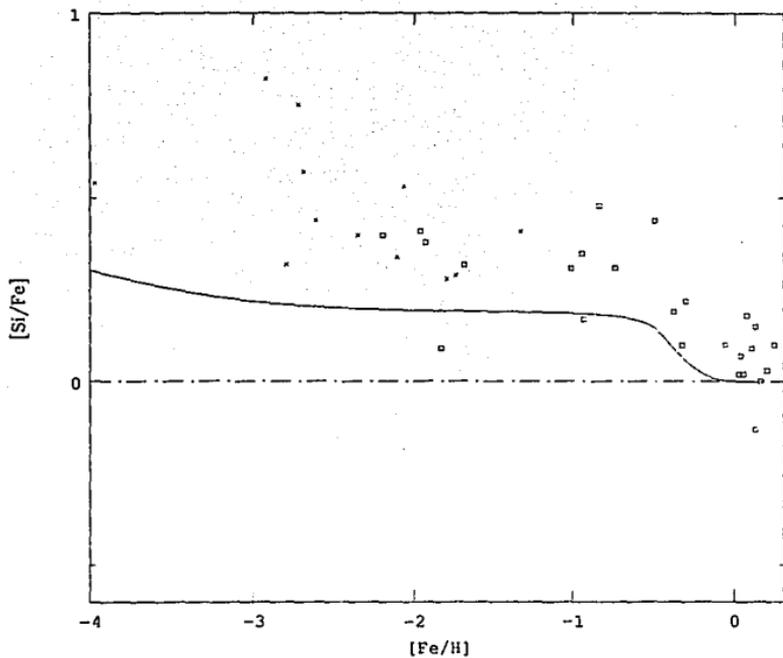


Fig. 2.4b Cociente silicio a hierro.

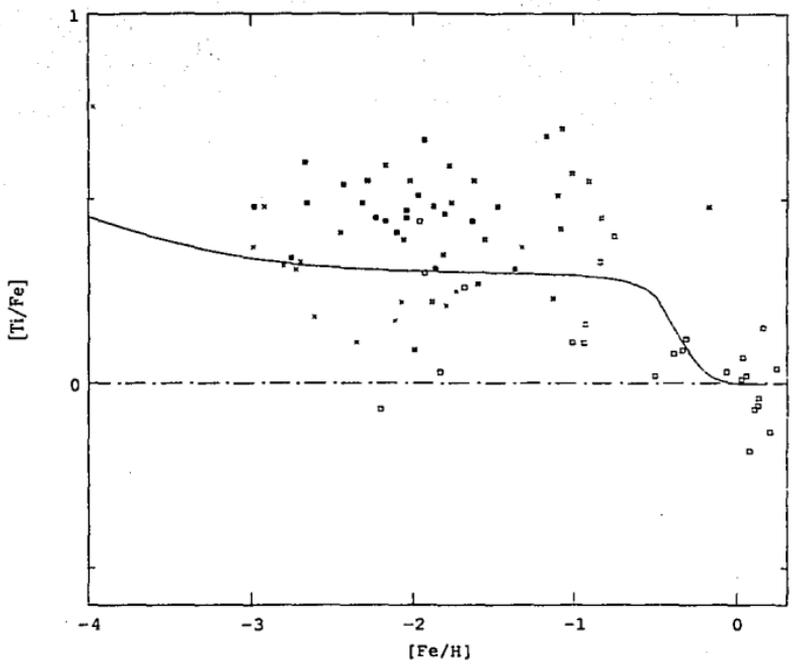


Fig. 2.4c Cociente titanio a hierro.

## 2.7 Conclusiones

Hemos utilizado diferentes recetas para la tasa de formación estelar; en particular, dos tasas provenientes de un modelo fenomenológico de aglutinamiento para la formación de la galaxia. Hemos calculado cocientes de abundancias como función de la metalicidad. Los cocientes del O, Mg, Si, y Ti y la relación edad-metalicidad observados son reproducidos relativamente bien por la vieja TFE de Mathews-Schramm. Aunque hay elementos cuyos cocientes todavía no están bien ajustados, creemos que el logro de haber reproducido algunos cocientes de elementos dominantes anima a seguir trabajando en este modelo simplificado.

### III. EVOLUCION FOTOMETRICA DE LAS GALAXIAS

#### Resumen

Se ha modelado la evolución de la luminosidad de las galaxias a través de la técnica estándar de síntesis evolutiva de poblaciones. Los colores integrados de las galaxias son calculados usando la publicación más reciente de trayectorias evolutivas de Maeder y colaboradores. Se han completado las trayectorias dejando varios parámetros libres como, por ejemplo, la vida media de una estrella en la rama asintótica de las gigantes. Nuestros resultados reproducen bien los índices de color B-V, V-R, V-I, V-J de las galaxias. En cuanto a los índices de color V-K y U-V el ajuste es menos preciso; por ejemplo, creemos que la diferencia en V-K radica en la contribución del polvo que no se está considerando, al menos en las galaxias tardías, y la calibración utilizada. Por otra parte, la ausencia de las enanas blancas y de la rama post-asintótica de las gigantes o de quizás alguna otra fase como, por ejemplo, una rama horizontal muy caliente (estrellas de metalicidad supersolar) explicarían la diferencia en U-V.

#### 3.1 Introducción

El estudio de las propiedades espectrofotométricas dependientes del tiempo de una galaxia se ha venido haciendo a través de la técnica estándar de síntesis evolutiva de poblaciones (Tinsley 1980; Bruzual 1983; Arimoto y Yoshii 1986; Guiderdoni y Rocca-Volmerange 1987). El espectro estelar integrado de una galaxia se calcula una vez conocido el número y los espectros de las estrellas que pueblan una galaxia. Un modelo de síntesis de poblaciones posee entre otros ingredientes, una biblioteca de trayectorias evolutivas (BTE) y una de modelos estelares. Sin embargo, como primera aproximación y por simplicidad sólo estaremos considerando en este trabajo de tesis la primera biblioteca, la segunda no es indispensable cuando lo que se quiere calcular es la evolución de la magnitud en los diferentes colores; con todo, es posible recuperar la evolución de la distribución espectral de la energía de las galaxias aproximadamente (ver, Yoshii y Takahara 1988), variable importante que se utiliza en el cálculo de la relación número de galaxias vs. magnitud aparente.

La calidad del modelo dependerá de la completez y homogeneidad de la biblioteca de trayectorias evolutivas, del método de cálculo y de la transformación del diagrama HR teórico al observacional. Desafortunadamente todavía carecemos de una BTE única y completa que contemple un intervalo amplio de metalicidades; los trabajos del grupo de Maeder (1992) y del grupo de Chiosi (1992) van en esta dirección. De cualquier forma creemos y mostramos en este capítulo que usando una buena BTE y haciendo aproximaciones útiles al completarla uno puede conseguir resultados interesantes. Con los cálculos recientes de trayectorias evolutivas de Schaller et al. (1992, de aquí en adelante SSMM) y el mejoramiento en nuestro entendimiento de la rama asintótica de las gigantes (AGB the asymptotic giant branch) (Herman y Habing 1985; Lattanzio 1986; Bedijn 1988; Charlot y Bruzual 1991, de aquí en adelante ChB) tenemos la posibilidad de reunir una buena biblioteca de trayectorias evolutivas.

En este capítulo utilizamos un procedimiento estándar en el cálculo de la evolución de la luminosidad de una galaxia: dividimos nuestro intervalo de masa, en nuestro caso de 0.1 a  $60 M_{\odot}$ , en pequeños subintervalos de tal manera que a cada subintervalo se le asigna una trayectoria evolutiva (TE). Los cambios abruptos en las magnitudes y colores calculados se eliminan al construir una sucesión de subintervalos (con sus correspondientes trayectorias evolutivas) muy fina. En el límite en el cual el tamaño de los subintervalos se va a cero, el método estándar es equivalente al de síntesis de isócronas (ChB); éste se implementa fundamentalmente para evitar cambios drásticos en los colores cuando se consideran brotes de formación estelar de duración muy corta; i.e., cuando la tasa de formación estelar cambia en intervalos de tiempo muy pequeños ( $\sim 10^7$  años) (ChB); de otra manera, se espera que ambos métodos den resultados equivalentes.

Una vez que se ha construido un buena BTE son necesarios dos ingredientes más: la tasa de formación estelar (TFE) y la función inicial de masa (FIM); de una forma u otra ellos determinan el tipo de galaxia u objeto cuya evolución en los colores se está calculando. La manera clásica con la que se reproducen los colores observados de las

galaxias es variando la forma funcional de la TFE, galaxias con diferente clasificación morfológica (o fotométrica) parecen haber experimentado distinto pasado de formación estelar (Kennicutt 1983). El hecho de que autores con diferentes métodos y diferentes BTE, con sus particulares consideraciones de la metalicidad, reproduzcan o no los colores observados de las galaxias cercanas, motivó el estudio de la evolución fotométrica de las galaxias prestando particular atención a las tasas de formación estelar. Por ejemplo, es probable que la cantidad apreciable de galaxias que se detectan con moderados corrimientos al rojo ( $z \lesssim 0.4$ ), las cuales juegan un papel central en el conteo de galaxias (Cowie et al. 1992, y referencias ahí contenidas), hayan desarrollado una tasa de formación estelar muy peculiar. Por otro lado, se ha visto ultimamente la necesidad de buscar una TFE episódica en nuestra galaxia, contrario a una TFE continua, que explique, por ejemplo, la diferencia de edad entre el halo y el disco (Wheeler et al. 1989; Mathews et al. 1992).

### 3.2 Modelo

El propósito principal de este capítulo es calcular la evolución de la magnitud absoluta en las bandas UBVRJJKL y de los índices de color U-B,...,V-L poniendo particular atención a las simplificaciones que se han hecho en la construcción de la biblioteca de trayectorias evolutivas. Para comparar nuestro trabajo con el de otros autores se calculan las propiedades fotométricas evolutivas de las galaxias con una TFE "estándar"; aunque también se calculan modelos con tasas de formación estelar "peculiares", como la de Mathews y Schramm (1992), en un intento por representar mejor la evolución de la luminosidad de las galaxias, al menos la de las galaxias espirales. Como una primera aproximación hemos considerado una sola composición química, la solar. Es razonable, por el momento, quedarse con este conjunto de trayectorias evolutivas ya que, aunque existen TEs para otras composiciones químicas, éstas no satisfacen con mucho los requerimientos de completez (que se cubra un amplio espectro de valores de la masa y que se incluyan las diferentes fases evolutivas) y homogeneidad (que el conjunto de TEs usadas no utilicen una diversidad de valores para la opacidad, tasas de reacciones nucleares, parámetro

de longitud de mezclado, pérdida de masa etc.). Aún más, aunque se tuviera un BTE completa, cubriendo un amplio intervalo de valores de la metalicidad, aún faltaría una biblioteca completa de espectros estelares o, en su caso, una calibración fotométrica que contemplara las distintas metalicidades. De cualquier forma, en un futuro se tiene pensado incluir el efecto de la evolución química en la evolución de las propiedades fotométricas de las galaxias.

### 3.2.1 Función de Formación Estelar

Como se mencionó en el capítulo anterior la función de formación estelar, definida ésta de tal manera que  $B(t, m)dt dm =$  número de estrellas formadas entre  $t$  y  $t + dt$  con masas entre  $m$  y  $m + dm$ , es frecuentemente separada en dos funciones independientes:

$$B(t, m) = \psi(t)\phi(m), \quad (3.1)$$

donde  $\psi(t)$  denota la tasa de formación estelar y  $\phi(m)$  la función inicial de masa. A lo largo de este trabajo de tesis supondremos que la FIM es una función independiente del tiempo y del espacio. En este capítulo consideramos una dependencia en ley de potencia con la masa; i.e.,

$$\phi(m) \propto m^{-(1+\alpha)}, \quad (3.2)$$

con la siguiente normalización,

$$\int_{m_{inf}}^{m_{sup}} \phi(m) dm = 1. \quad (3.3)$$

Hemos considerado como valores para los límites inferior y superior de la FIM los siguientes:  $m_{inf} = 0.1$  y  $m_{sup} = 60$ . Para propósito de comparación se ha usado el valor de 1.35 para  $\alpha$  (el exponente de Salpeter), aunque otros valores también han sido considerados.

Principalmente con motivo de comparar nuestros resultados con el de otros autores, y con los observados, se investigan las propiedades fotométricas de nuestro modelo suponiendo un dependencia exponencial de la TFE

$$\psi(t) \propto \exp(-t/\tau), \quad (3.4)$$

donde  $\tau$  es la escala de tiempo de la formación estelar. También se investiga el comportamiento de la luminosidad bajo las TFE poco estándares de Mathews y Schramm (las llamadas vieja y nueva tasas de formación estelar en el capítulo anterior): la vieja TFE de Mathews-Schramm (VMS)

$$\psi(t) = \begin{cases} A[r e^{-t/t_0} - 1] e^{5t/3t_0} & t/t_0 \leq \ln r \\ B & t/t_0 \geq \ln r \end{cases}, \quad (3.5)$$

donde se aprecia que  $\psi(t) \propto e^{2t/3t_0}$  para  $t/t_0 \ll \ln r$ , y la nueva TFE (Mathews et al. 1992) (NMS)

$$\psi(t) = a + b\delta(t - t_1)e^{-(t-t_1)/\tau_1} + c\delta(t - t_2)e^{-(t-t_2)/\tau_2}. \quad (3.6)$$

En ambas expresiones, los parámetros tienen que ver con las características que gobiernan el comportamiento del modelo, las cuales son: (i) un primer brote, seguido de una más débil formación estelar debido a los esporádicos aglutinamientos e intrínseca formación estelar en las nubes colisionantes, y (ii) un segundo brote como resultado de la última fusión seguido por la formación estelar en el disco.

### 3.2.2 Procedimiento

El procedimiento usado aquí para el cálculo de la evolución de la luz integrada de las galaxias es bastante conocido (Tinsley 1976; Bruzual 1983; Arimoto y Yoshii 1986), la masa de gas que es transformada en estrellas durante el intervalo de tiempo  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$  es

$$\Delta M(t_i, t_{i+1}) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \psi(t) dt. \quad (3.7)$$

La TFE está normalizada de tal manera que,

$$\int_0^{T_g} \psi(t) dt = 1, \quad (3.8)$$

donde  $T_g$  denota la edad de la galaxia. El número de estrellas de secuencia principal de masa  $m_j$  que se forman de  $\Delta M$  viene dado por

$$N(m_j) = \Delta M(t_i, t_{i+1}) \int_{m_1}^{m_2} \phi(m) dm, \quad (3.9)$$

donde  $m_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , representan las masas para las cuales se ha calculado una trayectoria evolutiva. Los límites  $m_1$  and  $m_2$  se han definido como

$$m_1 = \sqrt{m_j m_{j-1}}, \quad m_2 = \sqrt{m_j m_{j+1}}, \quad (3.10)$$

(Tinsley, 1972). Las estrellas que nacieron durante este intervalo de tiempo  $\Delta t$  tienen edades al tiempo  $t$  que van desde  $t - t_{i+1}$  a  $t - t_i$ . Supongamos que las estrellas de masa  $m_j$  viven en su  $k$ -ésima etapa evolutiva de  $T_i$  to  $T_j$ . El número de estrellas de masa  $m_j$  que se encuentran en la  $k$ -ésima etapa evolutiva está dado por la intersección de los intervalos de tiempo  $(T_i, T_j)$  y  $(t - t_{i+1}, t - t_i)$ . Específicamente, el número de estrellas en la  $k$ -ésima etapa evolutiva al tiempo  $t$  viene dado por

$$N_j^k(t) = \Delta M(T_1, T_2) \int_{m_1}^{m_2} \phi(m) dm, \quad (3.11)$$

donde  $T_1 = \max(t - T_j, t_i)$  y  $T_2 = \min(t_{i+1}, t - T_i)$ . Obviamente, cuando la intersección es nula  $N_j^k(t) = 0$ , esto ocurre cuando  $T_i \geq t - t_i$  o  $T_j \leq t - t_{i+1}$ . El número total de estrellas se encuentra sumando sobre todas aquellas acumuladas hasta el tiempo  $t$  en pasos de tiempo  $\Delta t$  y sobre  $j$  ( $= 1, \dots, n$ ). A cada tiempo  $t$ , los colores integrados de la galaxia son calculados al añadir todos los colores estelares correspondientes a las diferentes posiciones en el diagrama HR y pesados por el número de estrellas en cada posición.

### 3.3 Trayectorias Evolutivas

Recientemente Schaller et al. (1992) han calculado un amplio conjunto de trayectorias evolutivas para estrellas con masas desde 0.8 hasta  $120 M_\odot$  con  $Z = 0.020$  y  $Z = 0.001$ . Los modelos usan las nuevas opacidades de Rogers y Iglesias (1992) y de Kurucz (1991) para bajas temperaturas ( $\leq 6000$  °K). Parámetros físicos importantes como las tasas de reacciones nucleares y las tasas de pérdida de neutrinos han sido actualizadas (con respecto a Maeder y Meynet 1989, de aquí en adelante MM). La longitud de mezclado y el parámetro del impulso sobreconectivo "overshooting" cambian como consecuencia de las nuevas opacidades. Un tratamiento detallado de la ionización parcial ha sido considerado; en particular, sus modelos toman en cuenta la ionización por efectos de presión, éste es un

efecto que modifica los valores de los parámetros estelares en la rama de las gigantes rojas (ver más adelante).

Al igual que las trayectorias de MM, las trayectorias de Schaller et al. (1992) están incompletas en el sentido que no consideran varias etapas de evolución estelar avanzada. Para construir nuestra biblioteca de trayectorias evolutivas procedimos de la manera siguiente:

1. Como en Maeder y Meynet (1989), SSMM detienen sus modelos para estrellas de masa baja, de 0.8 a 1.7  $M_{\odot}$ , al final de la rama de las gigantes rojas. Para el cálculo de la luminosidad y la temperatura efectiva en la etapa del quemado de helio, se han tomado unas expresiones empíricas de Lattanzio (1986) que relacionan la masa (masa en la rama horizontal de edad cero) con la luminosidad y la temperatura efectiva; la duración en esa fase evolutiva viene de los cálculos de trayectorias evolutivas de Seidel, Demarque y Weinberg (1987). Consideramos lo anterior como un buen ajuste de la rama horizontal porque sabemos que los valores de los parámetros estelares permanecen casi constantes durante la mayor parte del quemado de helio (hasta  $Y \sim 0.05$ ). Por otra parte, basado en la observación que la etapa temprana de la rama asintótica de las gigantes (E-AGB the early asymptotic giant branch) es casi lineal en el diagrama HR, hemos conectado el punto donde termina el quemado de helio al punto donde comienzan los pulsos térmicos de la rama asintótica de las gigantes (TP-AGB the thermal pulse asymptotic giant branch) por medio de una línea recta. La duración en estas etapas, la etapa final de la rama horizontal (HB the horizontal branch) y la fase E-AGB, son considerados como parámetros del modelo.

2. SSMM no van más allá de E-AGB para estrellas de masa intermedia, de 2.0 a 5.0  $M_{\odot}$ . Hemos añadido un punto más para tomar en cuenta la etapa de los pulsos térmicos de la rama asintótica de las gigantes, la llamada etapa OH/IR para estrellas de masa baja e intermedia (ChB). La luminosidad y la vida media en esta última fase es de Bedijn (1988) y la temperatura efectiva de Lattanzio (1986) y de Becker e Iben (1979).

3. SSMM no completan la rama de las gigantes rojas (RGB the red giant branch) para

las estrellas de  $0.9$  y  $0.8 M_{\odot}$ . Mientras que para el modelo de  $0.8 M_{\odot}$  lo anterior no es importante para nuestros propósitos, debido a que ya para estas masas la vida media en la secuencia principal es mayor que la edad del universo, es crucial para el modelo de  $0.9 M_{\odot}$  pues los colores de una galaxia elíptica dependen de los valores que toma el modelo de  $0.9 M_{\odot}$ . Hemos usado el modelo de  $0.9 M_{\odot}$  y  $Z=0.020$  calculado por Schaller (material amablemente suministrado por el Dr. G. Schaller).

4. Extrapolamos la etapa de secuencia principal (MS the main sequence) hasta el valor  $0.7 M_{\odot}$  y usamos los modelos sin evolucionar de Tinsley y Gunn (1976) para masas en el intervalo  $0.1 < m < 0.7$ . También se han calculado los colores considerando los modelos teóricos de Vandenberg et al. (1983) para masas bajas ( $0.1 \leq m \leq 0.75 M_{\odot}$ ) obteniendo resultados muy parecidos.

En total, tenemos 19 trayectorias evolutivas que cubren desde la secuencia principal hasta la TP-AGB o la etapa del quemado del carbono para masas mayores de  $5 M_{\odot}$ . Con el deseo de evitar cambios abruptos en la propiedades fotométricas de las galaxias hemos incorporado 791 trayectorias interpoladas a nuestra biblioteca. Nuestro esquema de interpolación consiste en tomar puntos de trayectorias vecinas físicamente equivalentes e interpolar linealmente en el logaritmo: la luminosidad, la temperatura efectiva y el tiempo transcurrido. Puntos físicamente equivalentes serían, por ejemplo, puntos con el mismo valor de la abundancia central del hidrógeno. Mucho cuidado debe tenerse cuando son llevadas a cabo interpolaciones que involucran las siguientes masas:  $M_C$ ,  $M_{H\epsilon F}$  y  $M_{UP}$ . La primera masa denota el límite arriba del cual la estrella posee un núcleo convectivo,  $1.0 < M_C < 1.25$ . La segunda representa el límite arriba del cual el helio se quema pacíficamente,  $1.7 < M_{H\epsilon F} < 2.0$ . Y finalmente,  $M_{UP}$  es el valor máximo de la masa para el cual la quema del carbono se realiza bajo condiciones degeneradas. Existen además los siguientes tres límites que sería adecuado mencionar, ellos son:  $M_{MAS}$ ,  $M_{EC}$  y  $M_W$ . El primero de ellos se define como la masa inicial mínima para la cual se llevan a cabo todas las secuencias de reacciones nucleares no degenerativamente (Chiosi 1986). En modelos sin

"overshooting" y pérdida de masa el límite está alrededor de las  $12 M_{\odot}$ .  $M_{EC}$  representa el límite abajo del cual la estrella se colapsa via la captura de electrones y forma, después de fuertes destellos de neón, oxígeno y silicio, finalmente un núcleo de hierro.  $M_W$  es la masa máxima que conduce a la formación de una enana blanca, las mejores estimaciones son observacionales y lo ubican alrededor de  $8 M_{\odot}$ . El hecho de que  $M_W$  es mayor que  $M_{UP}$  (MM) significa que los llamados eventos de supernova tipo I 1/2, los cuales ocurren por la detonación del carbono, son objetos muy hipotéticos. Todos estos valores se refieren al valor de la masa de la estrella en secuencia principal, la masa actual es una función que depende de la edad de la estrella a través de la tasa de pérdida de masa; en otras palabras, la estrellas están perdiendo masa al evolucionar.

### 3.3.1 Diagrama Color-Magnitud

La transformación del diagrama HR teórico al observacional color vs. magnitud se hace a través de las calibraciones estándares de Johnson (1966), Lee (1970) y Flower (1977). Los colores en el sistema fotométrico UBVRIJKL son calculados usando las transformaciones de Johnson (1966) y Lee (1970). Todas las estrellas de secuencia principal son clase V, las estrellas cuyo logaritmo en la luminosidad,  $\log L$ , es menor que 3.5 son clase III (gigantes) y aquellas con  $\log L$  mayor que 3.5 son Ia o Ib (supergigantes) (Becker and Mathews 1983). Para temperaturas mayores que el máximo valor dado en las calibraciones de Flower (1977), los colores son calculados considerando a la estrella como un cuerpo negro. Se debe poner un énfasis especial al calcular los colores en TP-AGB. Las estrellas en esta etapa de su vida generan vientos con altas tasas de pérdida de masa que producen cascarrones de material circumestelar. La luz proveniente de estas estrellas, OH/IR, se encuentra muy enrojecida debido al polvo circumestelar. Para tomar en cuenta este efecto seguimos la misma idea de ChB en el cálculo de los colores: suponemos que todas las estrellas en la parte "alta" de la TP-AGB (la fase de OH/IR) tienen los colores de una estrella prototipo, IK Tau; esta estrella tiene índices de color representativos de las estrellas OH/IR observadas (Reid, Tinney y Mould 1990). Su corrección bolométrica se calculó usando los flujos observados

en la parte óptica y en el cercano infrarrojo por Dyck et al. (1974) y en el lejano infrarrojo por Herman, Burger y Phennix (1986).

### 3.4 Resultados

En la figura 3.1 mostramos con líneas discontinuas las trayectorias evolutivas de los modelos de 1.0, 0.9 y 0.8  $M_{\odot}$  de SSMM, extendidos hasta la etapa pulsante de las gigantes (ver sección anterior), y con líneas continuas las correspondientes de Chiosi (1992), los cuales forman parte de los modelos  $Z=0.02$  suministrados amablemente por el Dr. C. Chiosi. Como es claro de la figura, los modelos de Chiosi están más enrojecidos, esto se debe, en parte, a que los modelos de Chiosi ignoran los efectos de la presión en la ionización (Maeder 1992): esto tiene un efecto de hasta una décima de magnitud en V-K. De hecho, como se verá en detalle más adelante, ese mayor enrojecimiento tiene como consecuencia ajustar mejor los índices de color infrarrojos.

En la tabla 3.1 hemos anotado los valores de los índices de color desde U-V hasta V-L observados en las galaxias elípticas y SOs (de un compilación de Yoshii y Takahara 1988) y los sintetizados para una tasa de formación estelar de "brote", simulado éste con una TFE que es constante durante los primeros  $10^9$  años y cero en adelante. Al considerar una forma funcional de brote para la TFE lo que deseamos hacer es ajustar los colores de una galaxia elíptica (Bruzual 1983, ChB), donde se sabe que si hay formación estelar hoy día ésta debe ser muy pequeña. Con Ch denotamos los colores obtenidos usando las trayectorias evolutivas de masa baja (0.6 a 1.0  $M_{\odot}$ ) y  $Z=0.02$  de Chiosi (1992). Hay que mencionar aquí que para el cálculo de los índices de color se ha supuesto que la población estelar del bulbo de nuestra galaxia refleja mejor las poblaciones estelares de las galaxias elípticas, esto se debe en parte a la mayor metalicidad promedio de sus estrellas; en particular, la de la población de gigantes rojas tardías (de clasificación espectral M). Con lo anterior en mente, hemos calculado los colores de las gigantes rojas tardías evaluando su magnitud absoluta en el visual a través de los datos de Frogel y Whitford (1987) y recorriendo la calibración fotométrica de Lee (1970) por tres subclasificaciones espectrales; por ejemplo,

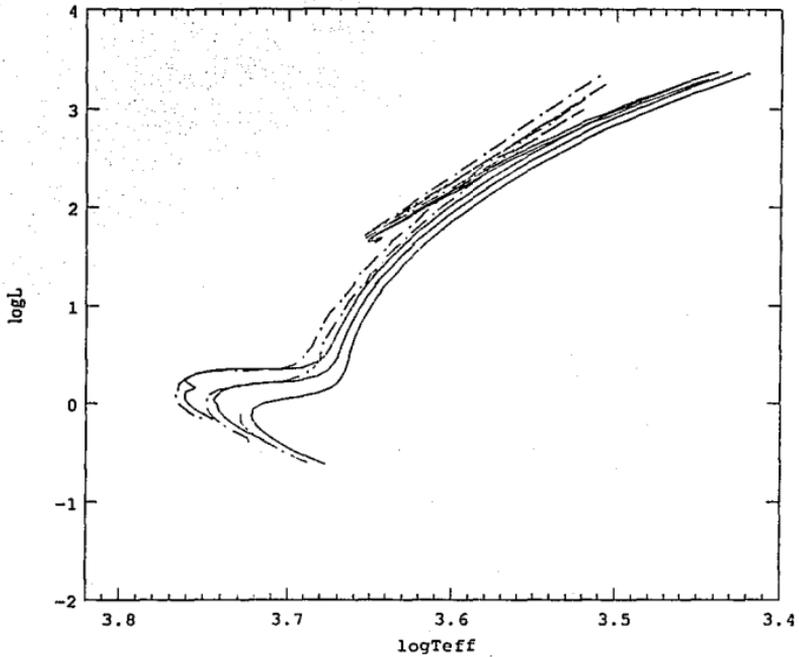


Fig. 3.1 Trayectorias evolutivas de los modelos de 1.0, 0.9 y 0.8  $M_{\odot}$  de Schaller et al. (1992), líneas discontinuas, extendidos hasta la etapa pulsante de las gigantes, y Chiosi (1992), líneas continuas.

al índice de color V-K asociado a M4 le corresponde la temperatura asociada a M1 en la calibración de Lee (1970). Un último comentario con respecto a los valores de la tabla 3.1, los colores obtenidos usando sólo las trayectorias de SSMM y nuestras aproximaciones han sido enrojecidos artificialmente al alargar ligeramente la vida media de la etapa de las gigantes rojas tardías de los modelos de 0.9 y 1.0  $M_{\odot}$ . La vida media de los modelos en si NO es incrementada, la duración de la etapa de las gigantes crece a costa de la vida media de la secuencia principal.

TABLA 3.1  
Observado (O), SSMM (M) y Chiosi (Ch)

TFE	M/Ch	U-V	B-V	V-R	V-I	V-J	V-K	V-L
O		1.40	...	...	...	...	3.22	...
O		1.50	0.96	0.84	1.59	2.37	3.31	...
O		...	0.97	0.86	1.61	2.20	3.20	...
O		...	0.97	0.89	1.70	2.47	3.39	3.56
O		1.33	...	...	...	2.36	3.26	...
B= 1 Ga	M	1.88	1.08	0.90	1.63	2.42	3.26	3.48
B= 1 Ga	Ch	1.76	1.04	0.87	1.57	2.32	3.23	3.46

En la figura 3.2 mostramos la evolución de las diferentes contribuciones a la luminosidad (secuencia principal -línea continua-, subgigante -línea de trazos pequeños-, gigante roja -línea de trazos medianos-, rama horizontal o quemado de helio -línea de trazos grandes-, rama asintótica -línea de trazos pequeños y medianos-). Cuando comparamos nuestro modelo con el modelo de brote de ChB se observa una tendencia similar pasados unos cuantos gigaños. Eso se espera en parte debido a que ambos usamos las trayectorias evolutivas de Maeder y colaboradores (ChB usan las de Maeder y Meynet 1989, pero en su trabajo más reciente, Bruzual y Charlot 1993 (de aquí en adelante BCh), han corregido por el error en la escala de tiempo de los modelos 1.3 a 2.5  $M_{\odot}$  de MM). Existen diferencias

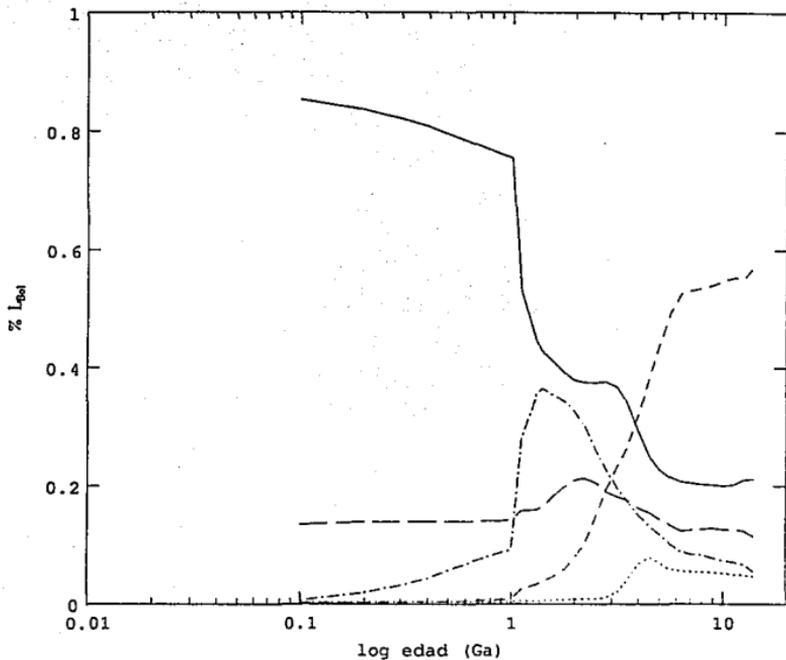


Fig. 3.2 Evolución de la luminosidad bolométrica de las diferentes fases evolutivas (secuencia principal -línea continua-, subgigante -línea de trazos pequeños-, gigante roja -línea de trazos medianos-, rama horizontal o quemado de helio -línea de trazos grandes-, rama asintótica -línea de trazos pequeños y medianos-).

pequeñas entre nuestro trabajo y el de ChB por varias razones: i) la forma de completar las trayectorias para estrellas de masa baja (ChB usan los modelos de Chiosi que favorecen una mayor eficiencia en el impulso sobreconectivo), ii) las trayectorias evolutivas para estrellas menores a  $1.0 M_{\odot}$  utilizadas, ChB usan los mismos modelos de Chiosi que en (i), iii) la calibración fotométrica utilizada (Bruzual 1992), iv) la forma de calcular los parámetros estelares para estrellas de muy baja masa ( $0.1 \leq M \leq 0.6$ ), ChB extrapolan las trayectorias de baja masa, y v) el algoritmo utilizado, a diferencia de ChB que usan el método de la síntesis de isócronas nosotros hemos trabajado con el método "viejo" en donde a cada subintervalo de masa se le asocia una trayectoria evolutiva única. Con referencia a la figura 3.2, observamos que después de  $\sim 2$  Ga las contribuciones de HB y AGB empiezan a disminuir provocando que la MS detenga su tendencia y, de hecho, se incremente ligeramente; esto se debe a que las vidas medias de la rama horizontal ( $\tau_{HD}$ ) y asintótica ( $\tau_{AGB}$ ) disminuyen, cerca de un factor de dos para HB, cuando pasamos de  $2.0$  a  $1.7 M_{\odot}$  (por más de un factor de dos para AGB). El pico en la rama de las subgigantes se debe a que su vida media también alcanza un máximo. Por otra parte, el cambio en la pendiente que se observa a  $\sim 5$  Ga en la rama de las gigantes rojas se debe al cambio en el valor de  $R$ , donde  $R \equiv \tau_{RG}/\tau_{(MS+RG)}$  el denominador definido como  $\tau_{MS} + \tau_{RG}$ , de .15 para el modelo de  $1.25 M_{\odot}$  a .052 para  $1.0 M_{\odot}$  (descendiendo hasta .036 para  $0.9 M_{\odot}$ ). De hecho, si no alargáramos la duración de la etapa de las gigantes rojas tardías la pendiente se volvería negativa.

La evolución de los índices de color B-V y V-K, para una tasa de formación estelar de brote, continua y exponencialmente decreciente ( $\tau = 0.5$  Ga) con una función inicial de masa de Salpeter, se han graficado en las figuras 3.3a-b. Las líneas de trazos medianos y largos son los modelos de Bruzual y Charlot (1993), TFE de brote y continua, respectivamente; las líneas sólida y punteada representan nuestros modelos correspondientes con la calibración fotométrica de Johnson (1996) y Lee (1970). Las líneas de puntos y trazos medianos representa el modelo con una TFE exponencialmente decreciente. En los modelos,

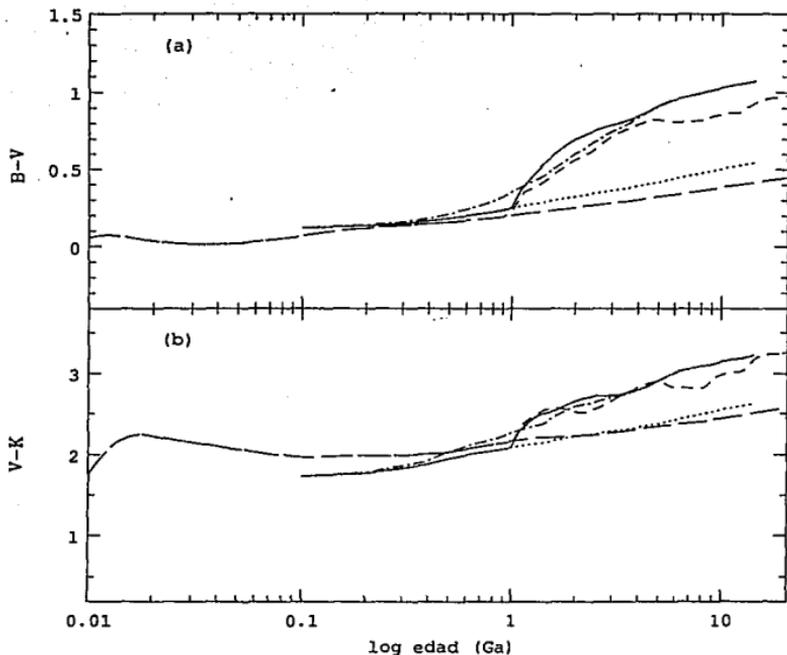


Fig. 3.3a-b Evolución de los índices de color B-V y V-K, para una tasa de formación estelar de brote, continua y exponencialmente decreciente ( $\tau = 0.5$  Ga). Las líneas de trazos medianos y largos son los modelos de Bruzual y Charlot (1993), TFE de brote y continua, respectivamente; las líneas sólida y punteada representan nuestros modelos correspondientes con la calibración fotométrica de Johnson (1996) y Lee (1970). Las líneas de puntos y trazos medianos representa el modelo con una TFE exponencialmente decreciente.

es clara la tendencia al mayor enrojecimiento una vez que desconectamos el proceso de formación estelar (TFE de brote); el enrojecimiento en la TFE exponencial es más gradual, aunque llega a valores tan altos como los alcanzados por un brote. Nuestras figuras difieren de las correspondientes de BCh en varios aspectos: i) BCh obtienen un valor de  $\sim 0.2$  mayor en V-K durante el primer Ga (etapa en la cual la TFE es constante), ii) BCh tienen dos mínimos locales en V-K, a  $\sim 2.0$  Ga y a  $\sim 7.0$  Ga, que nuestro modelo evidentemente no posee y iii) el enrojecimiento en B-V es más pronunciado en nuestros modelos. Creemos que las diferencias mayores se deben a las distintas trayectorias evolutivas que estamos usando y a la calibración fotométrica. En las figuras 3.3c-d se muestran los mismos modelos sólo que ahora hemos añadido dos más que representan nuestros modelos bajo la calibración fotométrica proporcionada amablemente por el Dr. G. Bruzual para bajas temperaturas, líneas de puntos y trazos medianos (TFE de brote) y líneas de puntos y trazos largos (TFE continua). Como se ve de las figuras, las diferencias entre nuestros modelos y los de BCh se reducen cuando se considera la misma calibración fotométrica; no obstante, persisten algunas diferencias significativas que se las atribuimos a: i) los modelos de BCh usan un intervalo de masa diferente para la FIM (de  $0.1$  a  $125 M_{\odot}$ ), ii) las diferencias en la forma de completar las trayectorias evolutivas para estrellas de masa baja, iii) la forma de calcular los parámetros estelares para estrellas de muy baja masa y su consecuente transformación al diagrama HR observacional y por último, aunque creemos que no es significativo, iv) las diferencias entre las trayectorias evolutivas de MM (considerando la escala de tiempo correcta) y las de SSMM. Que nuestro modelo para V-K alcance valores de  $\sim 3.2$  a  $\sim 10$  Ga es independiente de la calibración elegida y se debe a dos cosas: i) tomamos en cuenta que la población estelar en el bulbo de nuestra galaxia simula mejor la población de una galaxia elíptica y ii) alargamos  $\tau_{RG}$  con respecto a  $\tau_{MS}$  para los modelos  $1.0$  y  $0.9 M_{\odot}$ ; i.e, (i) y (ii) enrojecen nuestros modelos.

Para mostrar la "bondad" del método clásico, en el cálculo de los índices de color o de las magnitudes, cuando se considera una división fina de las trayectorias interpoladas,

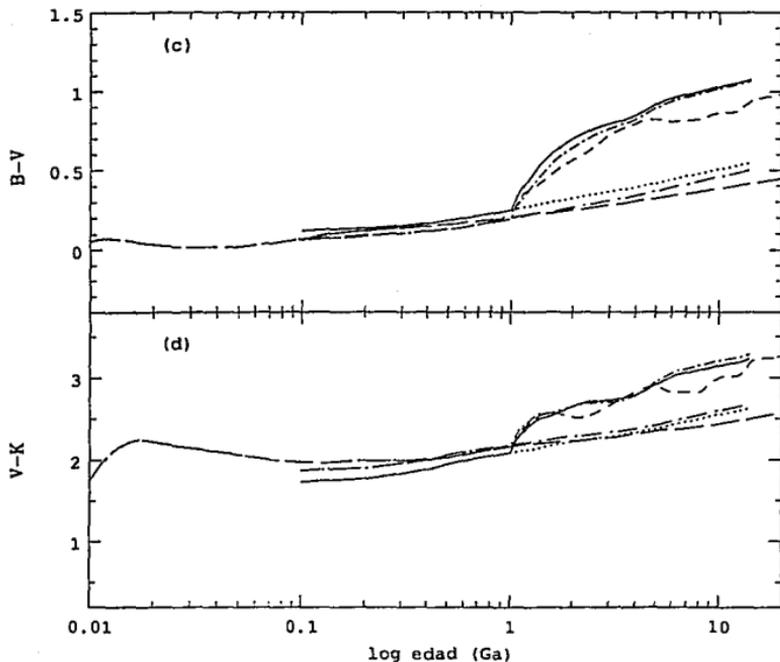


Fig. 3.3c-d Los mismos modelos que en la figura 3.3a-b sólo que ahora hemos añadido dos más que representan nuestros modelos con la calibración fotométrica de Bruzual, para bajas temperaturas, líneas de puntos y trazos medianos (TFE de brote) y líneas de puntos y trazos largos (TFE continua).

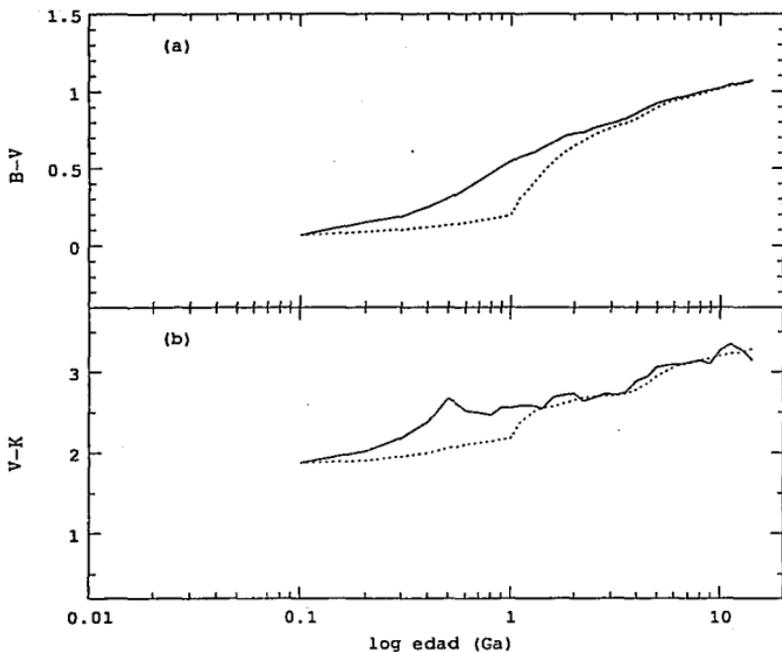


Fig. 3.4a-b Evolución de B-V y V-K para una TFE de brote de  $10^9$  años (con la calibración de Bruzual). Las líneas puntuadas representan una vez más los modelos de brote de 1 Ga.

hemos graficado en las figuras 3.4a-b la evolución de B-V y V-K para una TFE de brote de  $10^8$  años (con la calibración de Bruzual). Las líneas punteadas representan una vez más los modelos de brote de 1 Ga. Los saltos que se observarían en el cálculo de esas cantidades son eliminados al considerar una división en masa lo suficientemente fina para la cual se ha calculado una trayectoria evolutiva (ver, ChB).

En las figuras 3.5a-b hemos graficado la evolución de la magnitud absoluta en las distintas bandas UBVR IJKL para los dos tipos de tasa de formación estelar de Mathews y Schramm: la nueva y la vieja MS TFE (ver capítulo anterior); ambas intentan simular la historia de la formación estelar de nuestra galaxia. Vemos, desde luego, que la forma de ambas gráficas refleja el comportamiento de la TFE que las genera. En las figuras 3.6a-b están graficadas la evolución de los índices de color B-V y V-K, respectivamente, para las dos TFE de MS (NMS -línea sólida-, VMS -línea de trazos cortos- y constante -línea de trazos medianos-) comparadas con las generadas por la TFE constante. Como es claro de las figuras, podemos tener valores muy parecidos para los índices de color, al tiempo presente, con pasados de formación estelar muy diferentes, esto podría tener un efecto apreciable en el conteo de galaxias. Notamos como las curvas con TFE constante empiezan a enrojecerse una vez que la contribución de la rama de la gigantes rojas empieza a ser apreciable ( $\sim 1$  Ga). Ahora, cuando comparamos nuestros colores sintetizados con los observados, para las galaxias espirales e irregulares, los primeros aparecen menos enrojecidos, creemos que esto se debe al polvo que nuestros modelos no consideran.

En el diagrama color-color de las figuras 3.7a-b se ha graficado V-K vs. B-V para diferentes tasas de formación estelar. En la figura 3.7a mostramos el caso de la TFE de brote de un 1 Ga: -línea punteada- (calibración de Johnson (1966) y Lee (1970)), -línea continua- (calibración de Bruzual) y -línea de trazos largos- (modelo de brote de 1 Ga de BCh). En la figura 3.7b mostramos los casos para las TFE constante -línea continua-, exponencial decreciente ( $\tau = 0.5$  Ga) -línea punteada-, NMS -línea de trazos medianos-, VMS -línea de trazos largos- y constante con calibración de Bruzual -línea de puntos y

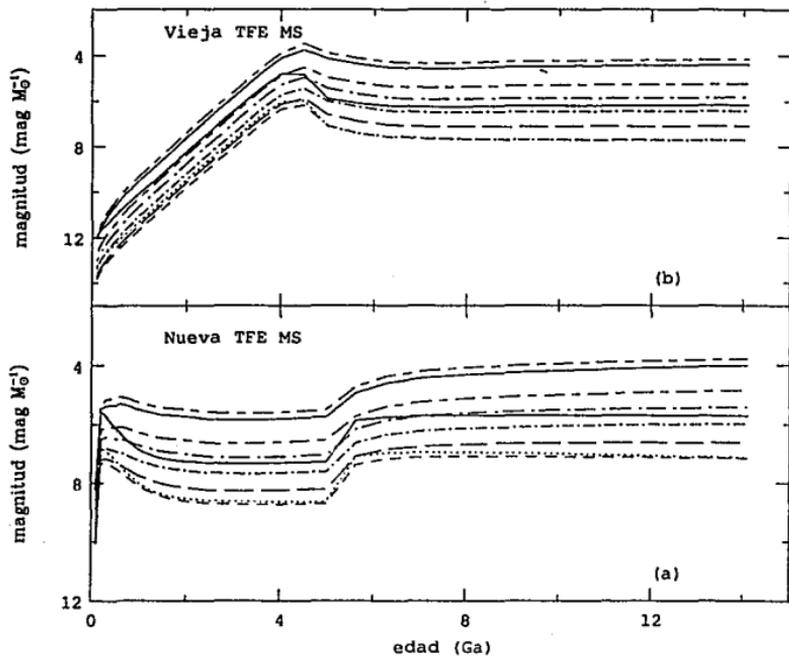


Fig. 3.5a-b Evolución de la magnitud absoluta en las distintas bandas UBVRJJKL para los dos tipos de tasa de formación estelar de Mathews y Schramm: la nueva y la vieja MS TFE. Banda U -línea punteada-, banda B -línea de trazos cortos- y de ahí en adelante V, R, ..., L en orden creciente, excepto por la línea continua inferior que denota la evolución de la magnitud bolométrica. Lo dicho se aplica para ambas figuras (a-b).

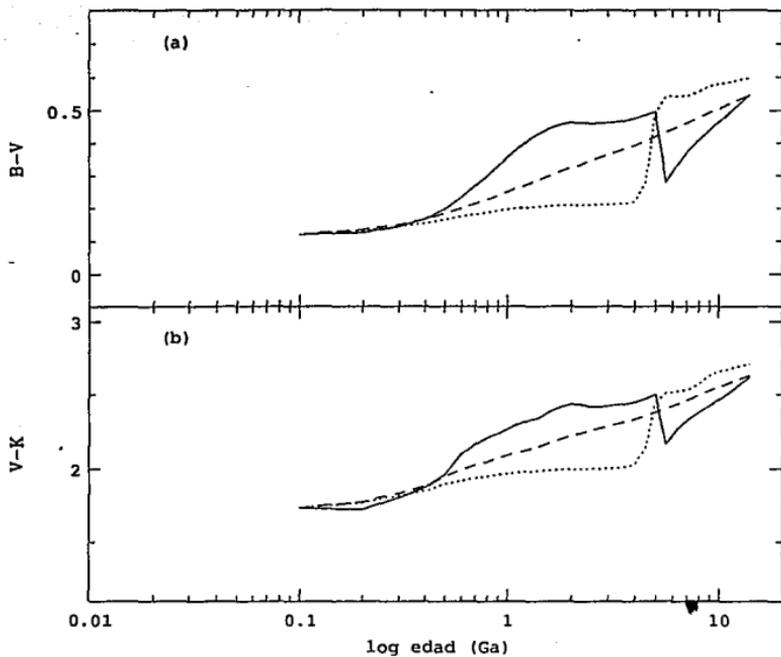


Fig. 3.6a-b Evolución de los índices de color B-V y V-K para las dos TFE de MS (NMS -línea sólida-, VMS -línea de trazos cortos- y constante -línea de trazos medianos-) comparadas con las generadas por la TFE constante.

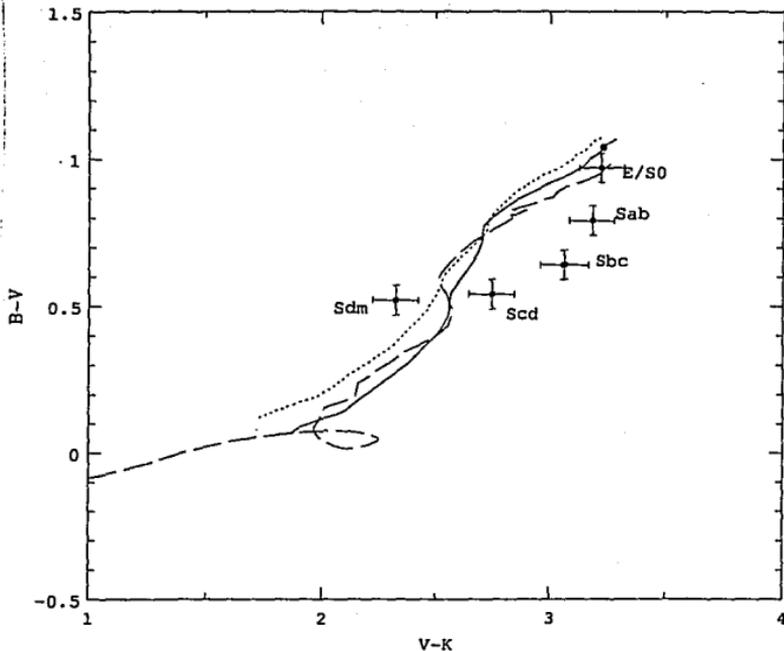


Fig. 3.7a Diagrama color-color, V-K vs. B-V, con modelos de TFE de brote de un 1 Ga: -línea punteada- (calibración de Johnson (1966), Lee (1970) y Flower (1977)), -línea continua- (calibración de Bruzual) y -línea de trazos largos- (modelo de brote de 1 Ga de BCh). Los datos observacionales son de una recopilación de Yoshii y Takahara (1988) -cuadros- y el punto representa el modelo calculado con las trayectorias evolutivas de baja masa de Chiosi (1992).

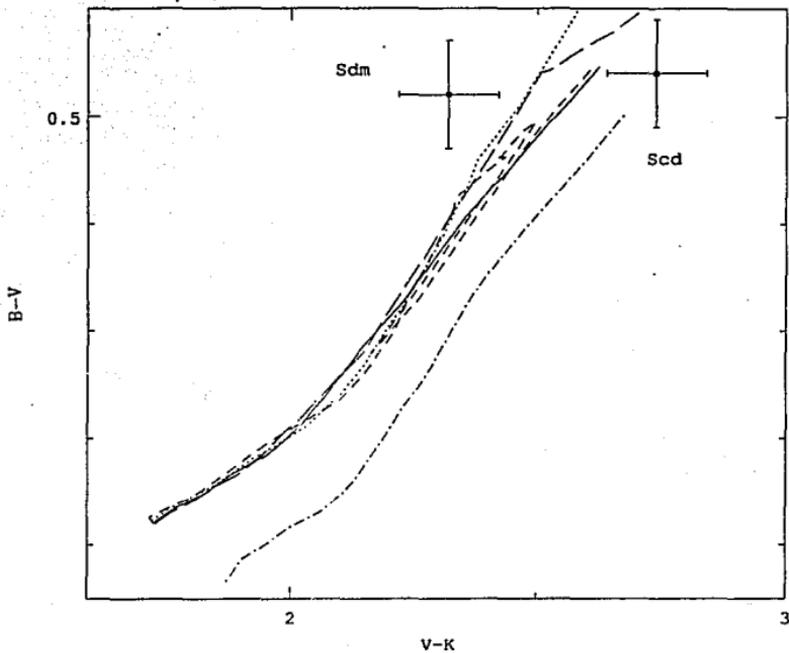


Fig. 3.7b Diagrama color-color, V-K vs. B-V, con TFE constante -línea continua-, exponencial decreciente ( $\tau = 0.5 \text{ Ga}$ ) -línea punteada-, NMS -línea de trazos medianos-, VMS -línea de trazos largos- y constante con calibración de Bruzual -línea de puntos y trazos medianos-.

trazos medianos-. El punto en la figura 3.7a es el valor calculado con las trayectorias de Chiosi de masa baja a  $t = 15$  Ga. Aunque si bien nuestro modelo de brote reproduce el valor observado de V-K por otro lado no ajusta bien el valor de B-V; en otras palabras, el diagrama nos está indicando que el mayor enrojecimiento observado en las galaxias elípticas no es reproducible sencillamente alargando la vida media de la rama de las gigantes rojas; de hecho, aún usando las trayectorias de Chiosi, para las cuales no hay necesidad de alargar los tiempos para obtener un valor de 3.2 para V-K, seguimos teniendo el mismo problema. Quizás la respuesta al problema se deba a que no estamos considerando etapas posteriores a la rama asintótica y/o a la ausencia de otras fases evolutivas (Renzini 1993).

### 3.5 Conclusiones

Hemos mostrado como un modelo estándar de síntesis de poblaciones no produce cambios abruptos en el cálculo de la evolución de las magnitudes, o de los índices de color, cuando se considera una división muy fina de subintervalos de masa, a los cuales se les asocia una trayectoria evolutiva; en ese sentido es equivalente al método de la síntesis de isócronas. Nuestros resultados, aunque parecidos a los de ChB y BCh (1991,1993), difieren de los de éstos en varios aspectos. Por otra parte, si bien obtenemos valores para V-K que reproducen bien los valores observados promedios, tenemos problemas cuando consideramos diagramas color-color; en particular, en el diagrama V-K vs. B-V, nuestro modelo queda "fuera" de la zona de error. Creemos que lo anterior se debe, en parte, a que no estamos tomando en cuenta las etapas que están más allá de la rama asintótica de las gigantes.

## IV. CONTEO DE GALAXIAS

### Resumen

Se han estudiado con suficiente detalle los diferentes parámetros que entran en el cálculo del conteo de galaxias. Se han considerado las cosmologías provenientes de los distintos valores que toman el parámetro de densidad y la constante cosmológica. Se ha abandonado la hipótesis de universalidad en la función de luminosidad de las galaxias; en particular, representamos analíticamente a las funciones de luminosidad de las galaxias espirales y elípticas como distribuciones gaussianas. Hemos usado nuestro modelo de evolución fotométrica de las galaxias, desarrollado en el capítulo anterior, para el cálculo de la corrección evolutiva. Hemos trabajado la hipótesis de fusión de galaxias y abandonado la conservación de la densidad numérica de galaxias por unidad de volumen en co-movimiento. Nuestro modelo es capaz de reproducir relativamente bien las observaciones del conteo de galaxias en las bandas azul e infrarroja, pero produce un número excesivo de galaxias con alto corrimiento al rojo.

### 4.1 Introducción

Todo parece indicar que el exceso de galaxias que se observa en la banda azul (Tyson 1988; Metcalfe et al. 1991; Lilly, Cowie y Gardner 1991), en relación con el predicho por un modelo no-evolutivo, definido éste como el modelo que no toma en cuenta la evolución de la luminosidad de las galaxias, no tiene como explicación un efecto cosmológico; hay autores que logran explicar el exceso recurriendo a una constante cosmológica (ver, por ejemplo, Fukugita et al. 1990), pero no comparan sus modelos con el conteo en otras bandas de color. Observaciones recientes en la banda K infrarroja de  $2.2 \mu\text{m}$  de Cowie et al. (1992) nos muestran un número mucho más reducido de galaxias: un modelo no-evolutivo casi ajusta las observaciones (Cowie et al. 1992; Cole, Treyer y Silk 1992, Koo y Kron 1992; ver, también, más adelante en este mismo capítulo), la introducción de una constante cosmológica produce un número excesivo de galaxias. Otra pista para la resolución del problema planteado del conteo de galaxias se encuentra en las recientes determinaciones de

corrimientos al rojo de 187 galaxias de Broadhurst, Ellis y Shanks (1988)  $20.0 \leq b_J \leq 21.5$  y de 87 galaxias de Colles et al. (1990)  $21.0 \leq b_J \leq 22.5$ . Si bien es cierto que ambas muestras son consistentes con un modelo no-evolutivo, también es cierto que las mayores incertidumbres (incompletez, errores sistemáticos, efectos de selección, etc.) se encuentran en la parte de altos corrimientos al rojo y de magnitudes aparentes débiles (Koo y Kron 1992). Otro efecto que tienen que considerar las posibles respuestas al problema es la tendencia al azul vista en la población de galaxias débiles (definidas éstas con magnitud aparente en el azul mayor que, digamos 22): ¿es esta tendencia, en el cambio de color, provocada por la aparición abrupta de una nueva población de galaxias azules de baja luminosidad? (Cowie et al. 1992; Cole, Treyer y Silk 1992).

Parece que estamos ante un dilema que no nos deja otra alternativa más que la de acudir a un efecto en la evolución de la función de luminosidad, y de paso rescatar nuestro modelo cosmológico preferido ( $\Omega_0, \Lambda_0$ ) = (1,0), para salir del problema. En cierta forma, un modelo con  $\Omega_0 = 1$  recibe apoyo en cuanto a que el exceso de galaxias débiles es menor en la banda K, observación mencionada en el párrafo anterior. Una posibilidad atractiva que puede explicar el exceso relativo de galaxias en las diferentes bandas de color, en particular en las bandas  $B_J$  y K, y que ha sido utilizada y manejada de una forma u otra por varios autores, es la idea de aglutinamiento "merging" de galaxias (Guiderdoni y Rocca-Volmerange 1990; Carlberg y Charlot 1992). Guiderdoni y Rocca-Volmerange suponen que la densidad numérica de galaxias por volumen en co-movimiento se incrementa con el corrimiento al rojo debido a los aglutinamientos; aquí, al igual que en Fukugita et al. (1990), el modelo sufre del defecto de sólo tomar en cuenta el conteo en una sola banda de color, la azul; es muy probable que el modelo tenga que ser modificado al descartar, también, el conteo en la banda K (ver, por ejemplo, Cole, Treyer y Silk 1992). Un trabajo reciente sobre la evolución de las galaxias débiles de Carlberg y Charlot (1992, de aquí en adelante CCh), que tiene entre sus virtudes el usar un modelo de síntesis evolutivo de poblaciones bastante completo, explora los efectos del aglutinamiento de halos tomando

en cuenta los brotes de formación estelar que se originan cuando las galaxias gaseosas, aquellas que poseen una fracción apreciable de su masa en forma gaseosa, chocan. CCh explotan el hecho de que en un escenario de materia oscura fría (CDM, "cold dark matter") son las galaxias las que se forman primero antes que los halos. Así, siendo las galaxias irregulares de más baja luminosidad las que poseen un cociente de masa gaseosa a masa estelar mayor y debido a que la tasa de aglutinamientos crece con el corrimiento al rojo, se espera que estas galaxias contribuyan al conteo con un número cada vez mayor, cubriendo casi la totalidad ya para magnitudes de  $B_J = 23$ .

A bajo corrimiento al rojo la función de luminosidad contiene alrededor de 1% de galaxias interactuantes (Toomre 1977). Carlberg (1990a, 1990b) ha mostrado que la fracción de galaxias que se aglutinan o que interactúan es una función creciente del corrimiento al rojo. La tasa de aglutinamientos se estima a partir de la fracción del volumen del Universo que se ha colapsado en objetos con masa  $M$  o mayor (Press y Schechter 1974). La idea del aglutinamiento también se ve apoyada, aunque aquí está más bien relacionado con el proceso mismo de la formación de las galaxias, por las observaciones de sistemas de líneas en absorción con alto corrimiento al rojo, de radiación proveniente de cuasares, los cuales son interpretados como evidencia de agregados múltiples de nubes, de masa comparable a la de una galaxia (Turnshek 1989).

Uno de los ingredientes presentes en todo modelo de conteo de galaxias es la función de luminosidad de las galaxias (FLG). Hay ya suficiente evidencia observacional que demuestra la no universalidad de esta función; es decir, esta cantidad es una función que depende de la densidad de galaxias de la región (de cúmulo o de campo y quizás de cúmulo a cúmulo) (Sandage, Bingeli y Tammann 1985 (SBT); Bingeli, Sandage y Tammann 1988 (BST)). Puesto en términos de la representación analítica de la FLG a la Schechter, lo anterior quiere decir que los valores de los parámetros  $\alpha$  (el valor de la pendiente de la FLG en la región de magnitudes débiles) y  $M^*$  (la "rodilla", la magnitud característica abajo de la cual el logaritmo de la FLG disminuye exponencialmente) dependen del medio ambiente:

$\alpha \sim -1.0$  para galaxias de campo y  $\alpha \sim -1.25$  para el cúmulo de Virgo (BST). Esto no es de extrañar, ya que la FLG está considerando juntos los distintos tipos de galaxias y se sabe que cada clase de galaxia posee un tipo específico de función de luminosidad (FL) y de esta forma, como distintos ambientes tienen diferente mezcla de galaxias su suma debe variar con la mezcla y por lo tanto con la densidad. En resumen, una mejor elección para la FLG sería considerar para cada clase de galaxia, generalmente elegida en función de su morfología (ver Koo y Kron 1992 para otro tratamiento del problema), un tipo específico de FL. De hecho, llega a ser de suma importancia cuando se piensa que la mayoría de las galaxias débiles, que se detectan en la banda azul, son las galaxias irregulares hoy en día de baja luminosidad y bajo brillo superficial (CCh).

## 4.2 Modelo

Como mencionamos en el capítulo I, los ingredientes necesarios que lleva cualquier modelo de conteo de galaxias son: i) un modelo cosmológico para el elemento de volumen,  $dV(z, \Omega_0, \Omega_v)/dz$ , y para la distancia luminosa,  $d_L(z, \Omega_0, \Omega_v)$ ; aquí con  $z$  denotamos el corrimiento al rojo, con  $\Omega_0 = \rho/\rho_c$  la densidad de la materia en unidades de la densidad crítica  $\rho_c$  ( $\rho_c \equiv 3H_0^2/8\pi G = 1.879h^2 \times 10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$ ) y con  $\Omega_v = \rho_v/\rho_c$  la contribución del vacío a la densidad de energía, la cual se relaciona con la constante cosmológica a través de  $\Lambda = 8\pi G\rho_v$ ; ii) una relación magnitud aparente vs. corrimiento al rojo, incluyendo la corrección  $k$  y la evolutiva  $e$ ; y iii) una función de luminosidad que incluya las distintas clases de galaxias que existen así como una posible evolución de la densidad numérica por volumen en co-movimiento. De esta manera, para encontrar algún efecto cosmológico a través del conteo de galaxias es imprescindible examinar los efectos que tiene en el conteo la evolución de la función de luminosidad.

### 4.2.1 Procedimiento

El número de galaxias por unidad de área se obtiene contando todas las galaxias sobre una o varias áreas finitas del cielo. Si  $n(m_\lambda, z)dm_\lambda dz$  representa el número de galaxias

entre  $m_\lambda$  y  $m_\lambda + dm_\lambda$  y entre  $z$  y  $z + dz$  entonces

$$n(m_\lambda, z) = \omega \frac{dV}{dz} \sum_{i=1}^n \Phi^i(M_\lambda, z), \quad (4.1)$$

donde  $\omega$  es el ángulo sólido sobre el cual las galaxias son contadas,  $\frac{dV}{dz}$  es el elemento de volumen cosmológico,  $n$  es el número de tipos de galaxias que se están considerando y  $\Phi^i(M_\lambda, z)$  es la función de luminosidad de las galaxias tipo  $i$ . Es conveniente aclarar que el esquema en el cual estaremos trabajando es aquel que supone una detección completa de galaxias y magnitud total (Yoshii 1993). La magnitud absoluta en la banda "λ",  $M_\lambda$ , está relacionada con la magnitud aparente,  $m_\lambda$ , a través de:

$$M_\lambda = m_\lambda - k_\lambda(z) - e_\lambda(z) - 5 \log(d_L(z)/10^{-5} \text{ Mpc}), \quad (4.2)$$

donde

$$k_\lambda(z) = 2.5 \log(1+z) - 2.5 \log \left( \frac{\int_0^\infty f_{\frac{\lambda'}{1+z}}(0) R_\lambda(\lambda') d\lambda'}{\int_0^\infty f_{\lambda'}(0) R_\lambda(\lambda') d\lambda'} \right), \quad (4.3)$$

y

$$e_\lambda(z) = -2.5 \log \left( \frac{\int_0^\infty f_{\frac{\lambda'}{1+z}}(z) R_\lambda(\lambda') d\lambda'}{\int_0^\infty f_{\frac{\lambda'}{1+z}}(0) R_\lambda(\lambda') d\lambda'} \right). \quad (4.4)$$

Con  $k_\lambda$  y  $e_\lambda$  denotamos los factores de corrección a la magnitud aparente debido al corrimiento al rojo y la contracción de la longitud, corrección  $k$ , y a la evolución de la luminosidad de las galaxias, corrección  $e$ . En (4.3) y (4.4) hemos representado con  $f_\lambda$  la distribución espectral de la energía para cada tipo de galaxia y con  $R_\lambda$  la función de respuesta del filtro. Integrando (4.1) desde  $z = 0$  a  $z = z_F$  obtenemos el número de galaxias por unidad de magnitud,

$$n(m_\lambda) = \int_0^{z_F} n(m_\lambda, z) dz. \quad (4.5)$$

Con  $z_F$  hemos denotado el corrimiento al rojo al cual se forman las galaxias.

#### 4.2.2 Cosmología

La distribución de la materia y la radiación en el Universo observable es altamente homogénea e isotrópica a grandes escalas (Kolb y Turner 1990). Anisotropía en el campo de

radiación de fondo de  $1.1 \pm 0.2 \times 10^{-5}$  en la escala de  $10^\circ$  ha sido recientemente detectada por el satélite COBE (Cosmic Background Explorer). Mientras que lo anterior no garantiza que el Universo *entero* sea homogéneo, si implica que la región cubierta por el Universo *observable* (radio del Universo observable  $\sim$  distancia de Hubble  $= cH_0^{-1} = 9.25 \times 10^{27} h^{-1} \text{cm}$ ) es suave. Puesto que el Universo es espacialmente homogéneo e isotrópico a escala del volumen de Hubble, para propósitos de descripción de nuestro volumen de Hubble local podemos suponer que el Universo como un todo es homogéneo e isotrópico. El elemento de línea que describe un espacio homogéneo e isotrópico es la métrica de Robertson-Walker, la cual puede ser escrita de la siguiente manera

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right\}, \quad (4.6)$$

donde  $(t, r, \theta, \phi)$  son coordenadas (llamadas coordenadas en co-movimiento),  $R(t)$  es el factor de escala cósmico y  $k$  toma los valores de  $+1, -1$  o  $0$ . El elemento de volumen viene dado por,

$$dV = \sqrt{h} d^3x = \frac{R^3(t_0) r^2}{\sqrt{1 - kr^2}} dr d\omega, \quad (4.7)$$

donde  $h$  representa el determinante del elemento de línea y  $R(t_0) = R_0$  el factor de escala hoy. O bien,

$$\frac{dV}{d\omega dz} = \frac{R^3(t_0) r^2(z)}{\sqrt{1 - kr^2(z)}} \left( \frac{dr}{dz} \right). \quad (4.8)$$

La distancia a una fuente lumínica, una galaxia por ejemplo,  $d_L$ , se define a partir de la relación  $\mathcal{F} = \frac{\mathcal{L}}{4\pi d_L^2}$ , donde  $\mathcal{L}$  es la luminosidad absoluta de la fuente en su sistema de referencia en reposo y  $\mathcal{F}$  es el flujo medido por el detector. El flujo observado es

$$\mathcal{F} = \frac{\mathcal{L}}{4\pi R^2(t_0) r^2 (1+z)^2}, \quad (4.9)$$

o

$$d_L^2 = R^2(t_0) r^2 (1+z)^2. \quad (4.10)$$

El lado derecho de la ec. (4.9) se puede entender como sigue: supongamos que las coordenadas del observador al momento de detectar la radiación son  $(t_0, 0, 0, 0)$  y las de la

fuelle al momento de emitirla  $(t, r, 0, 0)$  entonces la fracción de área de la esfera, que rodea la fuente, cubierta por el detector es  $dA/4\pi R^2(t_0)r^2$  ( $dA$  es el área del detector). Además, la expansión disminuye la energía recibida por el detector por un factor de  $(1+z)^2$  debido al corrimiento al rojo de los fotones y a la dilatación del tiempo.

La forma funcional de la coordenada  $r$  con  $z$  se determina a través de la igualdad

$$\int_t^{t_0} \frac{dt}{R(t)} = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}, \quad (4.11)$$

la cual después de usar una de las ecs. de Friedmann y el hecho de que  $R = R_0(1+z)^{-1}$  (ver, por ejemplo, Kolb y Turner 1990 para una discusión completa de la cosmología estándar) se lee de la manera siguiente:

$$\frac{c}{R_0 H_0} \int_{(1+z)^{-1}}^1 \frac{dx}{x \sqrt{\Omega_0 x^{-1} + \Omega_v x^2 - \frac{c^2 k}{H_0^2 R_0^2}}} = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}. \quad (4.12)$$

Las ecs. (4.8) y (4.12) están sujetas a la restricción

$$1 = \Omega_0 + \Omega_v - \frac{c^2 k}{H_0^2 R_0^2}, \quad (4.13)$$

Derivando (4.12) con respecto a  $z$  encontramos una expresión para  $dr/dz$  la cual al ser insertada en la fórmula para el elemento de volumen éste toma la siguiente forma

$$\frac{dV}{d\omega dz} = \left( \frac{c}{H_0} \right) R_0^2 \frac{r^2}{1+z} \frac{1}{\sqrt{\Omega_0(1+z) + \Omega_v(1+z)^{-2} - \frac{c^2 k}{H_0^2 R_0^2}}}. \quad (4.14)$$

La forma explícita que toma  $r(z)$  depende del valor de  $k$ ; por ejemplo, si  $k = -1$  el lado derecho de la ec. (4.12) es igual a  $\sinh^{-1} r$  y  $r(z)$  es sencillamente

$$r = \sinh \left( \frac{c}{R_0 H_0} \int_{(1+z)^{-1}}^1 \frac{dx}{x \sqrt{\Omega_0 x^{-1} + \Omega_v x^2 + \frac{c^2}{H_0^2 R_0^2}}} \right), \quad (4.15)$$

donde  $\frac{c^2}{H_0^2 R_0^2} = 1 - \Omega_0 - \Omega_v$ . Por otra parte, la edad de una galaxia,  $t_G$ , y el tiempo cósmico están relacionados mediante

$$t_G(z) = t(z) - t(z_F), \quad (4.16)$$

donde

$$t(z) = \frac{1}{H_0} \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{dx}{\sqrt{\Omega_0 x^{-1} + \Omega_v x^2 - \frac{kc^2}{H_0^2 H_0^2}}} \quad (4.17)$$

#### 4.2.3 Corrección "k + e"

Para evaluar la corrección "k + e", ecs. (4.3) y (4.4), son necesarias la distribución espectral actual de la energía (DEE) para cada tipo de galaxia y la función de respuesta para cada banda de color. En el caso que el flujo fuera como una ley de potencia de la longitud de onda,  $f_\lambda \propto \lambda^\nu$ , la corrección k tomaría la siguiente forma simple  $k_\lambda(z) = 2.5(1 + \nu) \log(1 + z)$ ; en particular, si  $\nu = -1$  entonces  $k_\lambda(z) = 0$ . Las DEE que hemos considerado son de Coleman, Wu y Weedman (de aquí en adelante CWW, 1980) y Pence (1976) para galaxias Sab, en tanto que para las galaxias elípticas hemos usado la DEE del bulbo de la galaxia M31. Los valores del flujo de energía más allá de  $1 \mu m$  son calculados, al igual que Yoshii y Takahara (1988, de aquí en adelante YT), a partir de nuestros colores sintetizados: la evolución del flujo,  $f_\lambda(z)$ , es seguida a través de la evolución de los colores (ver capítulo III o la siguiente sección). Dos puntos que sería conveniente mencionar con respecto al cálculo de  $k_\lambda(z)$  y  $e_\lambda(z)$  son los siguientes: i) desconocemos el valor de la DEE para  $\lambda \leq \lambda_{inf}$  ( $\lambda_{inf} = 0.13 \mu m$ ) y por lo tanto algún valor hay que suponer, aquí hemos supuesto que  $f_\lambda = f_{\lambda_{inf}}$  de  $\lambda = 0.0912 \mu m$  a  $\lambda_{inf}$ , y ii) sólo podemos evaluar  $f_\lambda(z)$  para  $\lambda \geq \lambda_U$  ( $\lambda_U = 0.36 \mu m$ ) de nuestro programa de evolución fotométrica de las galaxias (EFG), por lo que como primera aproximación suponemos que  $f_\lambda(z) = f_\lambda(0) \left( \frac{f_{\lambda_U}(z)}{f_{\lambda_U}(0)} \right)$  para  $\lambda \leq \lambda_U$ . El primero de los dos comentarios afecta la evaluación de la corrección debido a la expansión de el Universo, aunque su efecto es despreciable en nuestros modelos ya que hemos usado  $z_F = 3$ ; de hecho, se pudieron haber considerado valores para  $z_F$  mucho más altos sin afectar en nada la evaluación de la corrección k en la banda K. Con respecto al segundo comentario, otra vez, en la banda K pasa desapercibido. De cualquier forma, son efectos que no se pueden soslayar sabiendo la importancia que tiene el conteo de galaxias en la banda azul.

#### 4.2.4 Evolución de la Luminosidad de las Galaxias

Como mencionamos en la sección anterior, para calcular la corrección evolutiva en la relación magnitud aparente vs. corrimiento al rojo es necesario obtener la distribución espectral de la energía de las galaxias como función de  $z$ . También comentamos que nuestro modelo de evolución fotométrica de las galaxias nos proporcionaba la DEE aproximadamente sólo para longitudes de onda mayores que  $0.36 \mu m (= \lambda_U)$ ; para  $\lambda \leq \lambda_U$  supusimos que la forma de la DEE no cambiaba y que su magnitud se escalaba con el valor del flujo en  $\lambda_U$ . Es evidente que si el cociente  $f_\lambda/f_{\lambda_U}$  para  $\lambda \leq \lambda_U$  aumenta con  $z$  estamos subestimando la corrección evolutiva, lo cual puede llegar a ser significativo para el conteo de galaxias, sobre todo en la parte débil de la banda azul. Veamos ahora como podemos encontrar  $f_\lambda(z)$  de las DEE observadas y de nuestro programa numérico de evolución fotométrica. Primero, partiendo de la relación  $m_\lambda = -2.5 \log f_\lambda + cte.$  encontramos que

$$\log f_{\lambda'}(0) = \log f_\lambda(0) + \log \left( \frac{f_{\lambda'}^0}{f_\lambda^0} \right) - 0.4(m_{\lambda'} - m_\lambda), \quad (4.18)$$

donde  $f_\lambda^0$  es tal que  $m_\lambda(f_\lambda^0) \equiv 0$  (ver Johnson 1966); al igual que YT hemos tomado como  $\lambda = \lambda_R = 0.7 \mu m$ . Mediante la fórmula (4.18) obtenemos el valor de  $f_\lambda^0$  hasta el cercano infrarrojo ( $\lambda_L = 3.4 \mu m$ ) usando, desde luego, los índices de color V-J, V-K y V-L sintetizados y el valor de  $f_{\lambda_R}$  de las DEE. En la figura 4.1 mostramos las DEE para los distintos tipos de galaxia considerados, de CWW y Pence (1976), complementados por nuestro modelo de EFG y de las suposiciones antes mencionadas. Segundo, una vez calculado  $f_\lambda(0)$ , el valor del flujo de la energía para cualquier valor de  $z$  se obtiene a partir de la relación

$$\log f_\lambda(z) = \log f_\lambda(0) - 0.4(M_\lambda(z) - M_\lambda(0)), \quad (4.19)$$

donde con  $M_\lambda(z)$  hemos denotado la magnitud absoluta en la banda " $\lambda$ " calculada de EFG, notemos que  $M_\lambda$  sólo entra a través de la diferencia con su valor local.

La evolución de la luminosidad, en las diferentes bandas de color, se ha calculado describiendo los diferentes tipos de galaxias a través de suposiciones estándares para la forma funcional de la función inicial de masa (IMF) y la tasa de formación estelar (TFE).

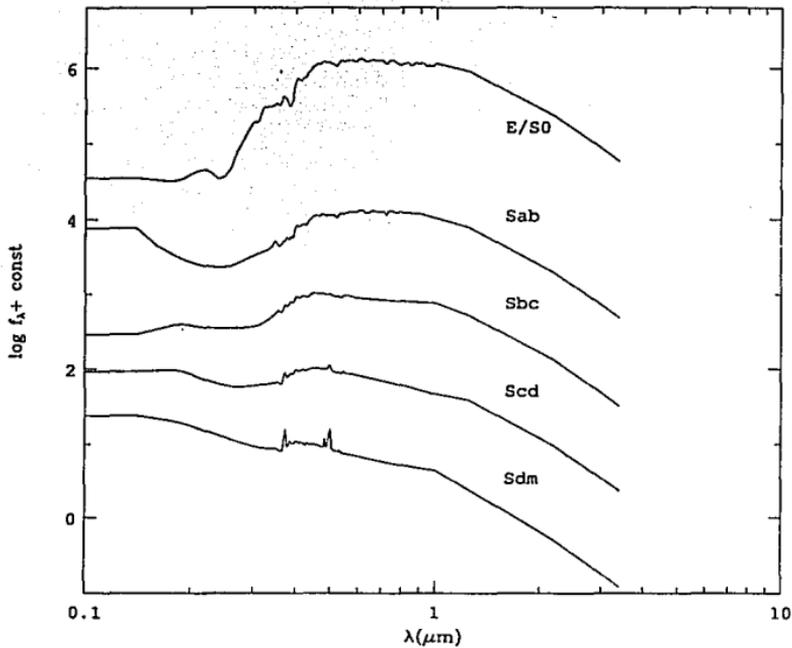


Fig. 4.1 Distributions espectrales de energía para los diferentes tipos de galaxia considerados, de Coleman, Wu y Weedman (1980) y Pence (1976), complementados por nuestro modelo de EFG.

Se ha considerado una forma funcional en ley de potencia para la IMF, con el exponente de Salpeter  $x=1.35$ , y una forma exponencial decreciente para la TFE, variando su escala de tiempo para tomar en cuenta los diferentes tipos de galaxias; en cierto modo la forma estándar de las expresiones (ver Charlot y Bruzual 1991). En un futuro pensamos recurrir a otras formas funcionales, no estándares, para la IMF y la TFE y ver su efecto en el modelo de conteo de galaxias. En la Tabla I indicamos los valores observados y sintetizados (caso  $(\Omega_m, \Omega_b)=(1,0)$ ) de los índices de color, desde U-V hasta V-L, para los diferentes tipos de galaxias. Los distintos tipos de galaxias E/SO,...,Sdm son modelados con las siguientes escalas de tiempo para la tasa de formación estelar: 0.5, 3.0, 5.0, 9.0,  $\infty$  ( $\times 10^9$  años), respectivamente. Los datos observacionales son de una compilación de YT.

Como mencionamos en el capítulo anterior, las diferencias entre los índices de color observados y los sintetizados son debidas muy probablemente a la ausencia de: 1) una biblioteca de trayectorias evolutivas homogénea que cubra un amplio intervalo de metalicidades y consecuentemente de un modelo de evolución química (ver Arimoto y Yoshii 1986 para un ejemplo en donde se considera la evolución química de las galaxias), 2) polvo en nuestros modelos de galaxias espirales (Wang 1991), 3) la rama post-asintótica de las gigantes (ver Bruzual y Charlot 1993) y 4) una calibración fotométrica actualizada para los diferentes tipos espectrales y clases de luminosidad. Un punto que creemos no afecta significativamente los resultados de los modelos pero quizás es conveniente señalar es: a diferencia de ChB que extrapolan la secuencia principal de sus modelos de baja masa para obtener los parámetros estelares hasta  $0.1 M_{\odot}$ , nosotros recurrimos a la relación masa-magnitud-color empírica de Tinsley y Gunn (1976) o a los modelos teóricos de Vandenberg et al. (1983).

TABLA I

Observado (O) y Sintetizado (S)

Tipo	O/S	U-V	B-V	V-R	V-I	V-J	V-K	V-L
E/SO	O	1.40	...	...	...	...	3.22	...
	O	1.50	0.96	0.84	1.59	2.37	3.31	...
	O	...	0.97	0.86	1.61	2.20	3.20	...
	O	...	0.97	0.89	1.70	2.47	3.39	3.56
	O	1.33	...	...	...	2.36	3.26	...
	S	1.76	1.03	0.87	1.58	2.34	3.14	3.37
Sab	O	1.07	...	...	...	...	3.18	...
	O	0.89	0.79	0.86	...	...	...	...
	S	1.27	0.86	0.80	1.51	2.23	2.99	3.27
Sbc	O	0.71	...	...	...	...	3.06	...
	O	0.55	0.64	0.66	...	...	...	...
	S	0.92	0.72	0.73	1.44	2.12	2.82	3.15
Scd	O	0.45	...	...	...	...	2.74	...
	O	0.37	0.54	0.62	...	...	...	...
	S	0.69	0.62	0.67	1.37	2.02	2.67	3.04
Sdm	O	0.23	...	...	...	...	2.32	...
	O	0.37	0.52	0.53	...	...	...	...
	S	0.47	0.50	0.60	1.29	1.89	2.47	2.82

En la figura 4.2 (a-f) hemos graficado la corrección  $k$ ,  $e$  y la suma de ambas en las bandas azul e infrarroja para las distintas escalas de tiempo de la TFE, las cuales buscan representar los diferentes tipos de galaxias ( $\tau = \infty$ , Sdm-línea continua-;  $\tau = 9.0 Ga$ , Scd-línea punteada-;  $\tau = 5.0 Ga$ , Sbc-línea de trazos cortos-;  $\tau = 3.0 Ga$ , Sab-línea de trazos largos-;  $\tau = 0.5 Ga$ , E/SO -línea de puntos y trazos cortos-), bajo una cosmología

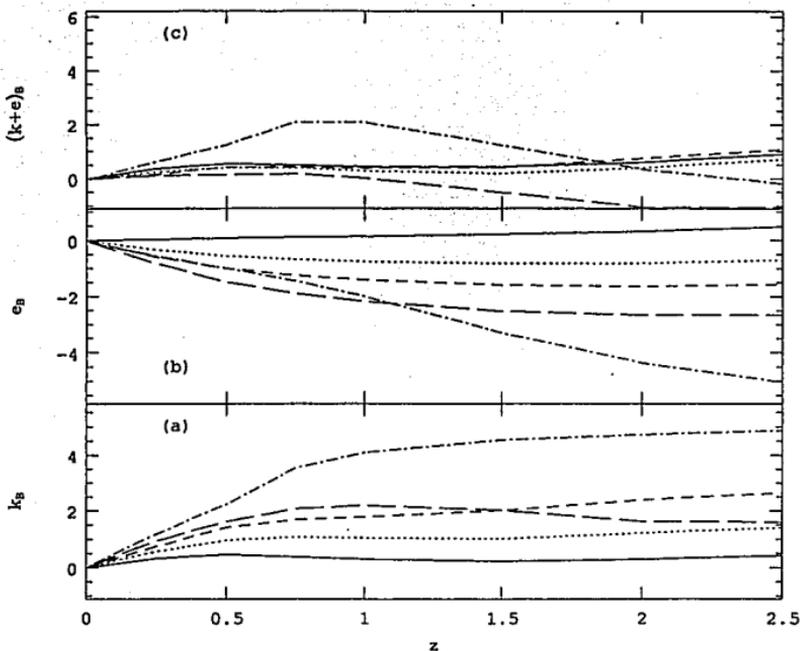


Fig. 4.2a-c Gráfica de la corrección  $k$ ,  $e$  y la suma de ambas en la banda azul para las distintas escalas de tiempo de la TFE, las cuales buscan representar los diferentes tipos de galaxias ( $\tau = \infty$ , Sdm-línea continua-;  $\tau = 9.0 \text{ Ga}$ , Scd-línea puntada-;  $\tau = 5.0 \text{ Ga}$ , Sbc-línea de trazos cortos-;  $\tau = 3.0 \text{ Ga}$ , Sab-línea de trazos largos-;  $\tau = 0.5 \text{ Ga}$ , E/SO-línea de puntos y trazos cortos-), bajo una cosmología con  $(\Omega_m, \Omega_\nu) = (1, 0)$  y  $z_F = 3.0$ .

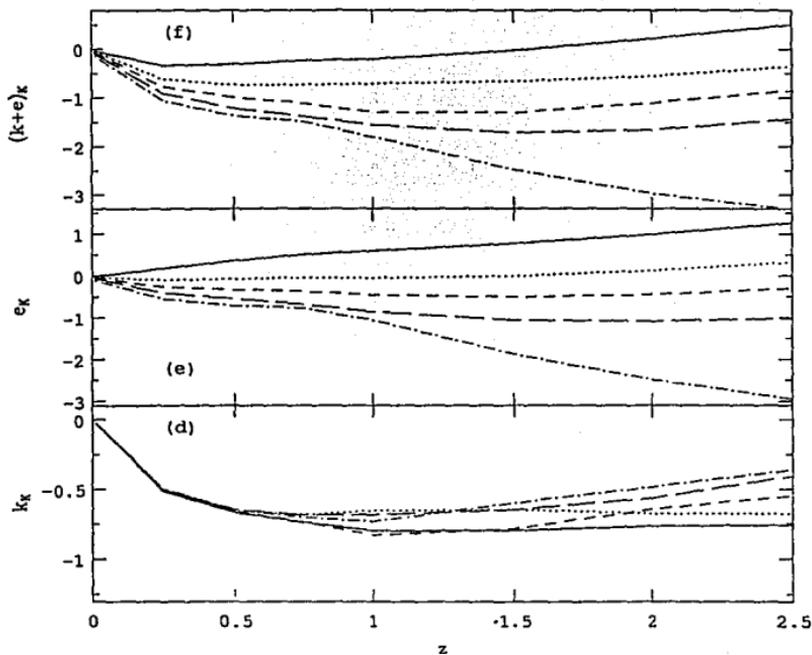


Fig. 4.2d-f Al igual que en la figura 4.2a-c aquí se ha graficado la corrección  $k$ ,  $e$  y la suma de ambas sólo que en la banda infrarroja,  $K$ .

con  $(\Omega_m, \Omega_b) = (1, 0)$  y  $z_F = 3.0$ . Como se ve en la fig. 4.2a la magnitud de la corrección  $k$  crece conforme nos movemos de las galaxias tardías a las tempranas, esto se debe a la contribución cada vez menor, a la región ultravioleta, del flujo; en particular, notamos como para las galaxias más tardías la corrección es casi cero (recordar que para un flujo que va como  $\lambda^{-1}$  la corrección  $k$  es idénticamente nula). Ahora, en cuanto a la corrección evolutiva (fig. 4.2 b), otra vez el efecto mayor se da en las galaxias más tempranas; esto es de esperarse puesto que la evolución en la luminosidad bolométrica sigue muy de cerca la historia de la formación estelar, a mayor escala de tiempo de la TFE menor el cambio en la corrección  $e$ . El efecto neto (fig. 4.2 c) se mantiene dentro de  $\pm 1$  magnitud, excepto para las galaxias E/SO.

#### 4.2.5 Función de Luminosidad de las Galaxias

Como se comentó en la introducción a este capítulo, hay ya suficiente evidencia observacional que demuestra la no-universalidad de la función de luminosidad de las galaxias (BST), ésta depende de la densidad de galaxias de la región que se esté considerando. Sin embargo, suponer la universalidad para cada tipo específico de galaxia sigue siendo una buena hipótesis; dentro de las incertidumbres, podemos decir que tanto en el cúmulo de Virgo como en las galaxias de campo la función de luminosidad por tipo de galaxia no cambia. Como figura 4.3 hemos denotado la figura 1 de BST en donde se grafica la función de luminosidad observada del campo local y del cúmulo de Virgo, baja y alta densidad respectivamente, para distintas clases de galaxias. Cabe destacar de esta figura: i) la no-universalidad de la función de luminosidad total, ii) la ausencia notoria de galaxias elípticas enanas de campo, iii) la aparente no-variación de la forma de la FL por tipo de galaxia entre las dos regiones.

Al igual que otros autores (YT, CCh) hemos dividido las galaxias en cinco tipos morfológicos, E/S0, Sab, Sbc, Scd y Sdm, cada uno de los cuales está descrito por la forma funcional para la FL de Schechter (1976):

$$\Phi(M)dM = 0.92\Phi^* \epsilon \exp\{-0.92(\alpha + 1)(M - M^*) - \epsilon \exp[-0.92(M - M^*)]\}dM. \quad (4.20)$$

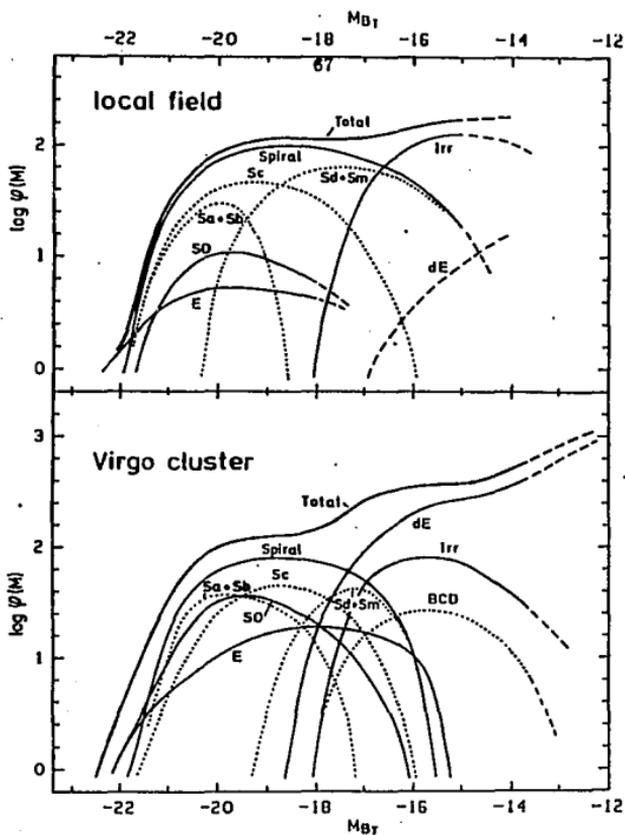


Fig. 4.3 Función de luminosidad observada del campo local y del cúmulo de Virgo. Las líneas representan las diferentes clases de galaxias (Binggelli, Sandage y Tammann 1988).

A diferencia de YT, CCh si toman en cuenta la no-universalidad de la FLG al otorgar diferentes valores de  $\alpha$  y  $M^*$  a las distintas clases de galaxias. En la figura 4.4 hemos graficado las funciones de luminosidad, para las distintas clases de galaxias, usando los parámetros de CCh con el fin de comparar sus formas con las observadas. De particular importancia es la parte de baja luminosidad: mientras que las componentes que más contribuyen a la FLG en el cúmulo de Virgo, las enanas elípticas y las llamadas dE/Im, crecen exponencialmente, en regiones de baja densidad contribuyen con muy pocos elementos a su correspondiente FLG; de hecho, este es un efecto que también se observa en las funciones de luminosidad de los grupos de galaxias cercanos (Ferguson y Sandage 1991); i.e., los cúmulos más pobres tienen menos enanas por galaxia gigante. La FL para las galaxias enanas elípticas se puede modelar relativamente bien con los parámetros  $\alpha = -1.35$  y  $M_B^* = -17.4$  (SBT). Para nuestros cálculos de conteo de galaxias hemos usado como referencia los parámetros para los distintos tipos de galaxias de CCh, aunque otras suposiciones también se han considerado; por ejemplo, se ha utilizado la, ya cada vez más difícil de sostener, hipótesis de universalidad para la función de luminosidad total con diferentes mezclas.

Haciendo uso de la corrección "k + e" y de la hipótesis de universalidad hemos seguido la evolución "pásiva" de la FLG en la figura 4.5a-b, para un universo plano y con constante cosmológica cero. Simplemente,

$$\Phi(M_\lambda, z) = \Phi(M_\lambda - (k_\lambda(z) + c_\lambda(z)), 0), \quad (4.21)$$

donde  $M_\lambda = m_\lambda - 5 \log(d_L(z)/10^{-5} \text{ Mpc})$ . La línea continua representa la FLG local considerada ( $z=0.01$ ), la línea punteada la FLG a  $z=0.25$ , la línea a trazos cortos a  $z=0.5$ , la línea a trazos largos a  $z=0.75$ , la línea de puntos y trazos cortos a  $z=1.00$ , la línea de puntos y trazos largos a  $z=1.5$ , y las líneas de trazos cortos y largos a  $z=2.0$  y  $2.5$ . La diferencia entre las figuras (a) y (b) se debe a que una de ellas, la (a), mantiene constante el número de galaxias por unidad de volumen en co-movimiento y la otra, la (b), mantiene fijo el límite de magnitudes débiles y por lo tanto no conserva el número de galaxias. Uno

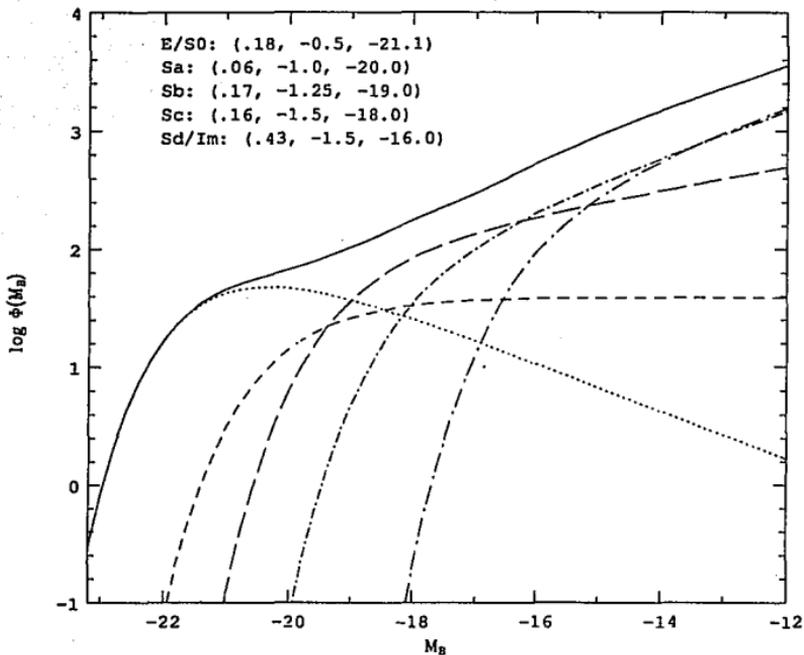


Fig. 4.4 Funciones de luminosidad para las distintas clases de galaxias usando los parámetros de CCh, éstos vienen descritos por un vector cuyas coordenadas representan: la contribución relativa, coordenada x, el parámetro  $\alpha$ , coordenada y, y el parámetro  $M^*$ , coordenada z.

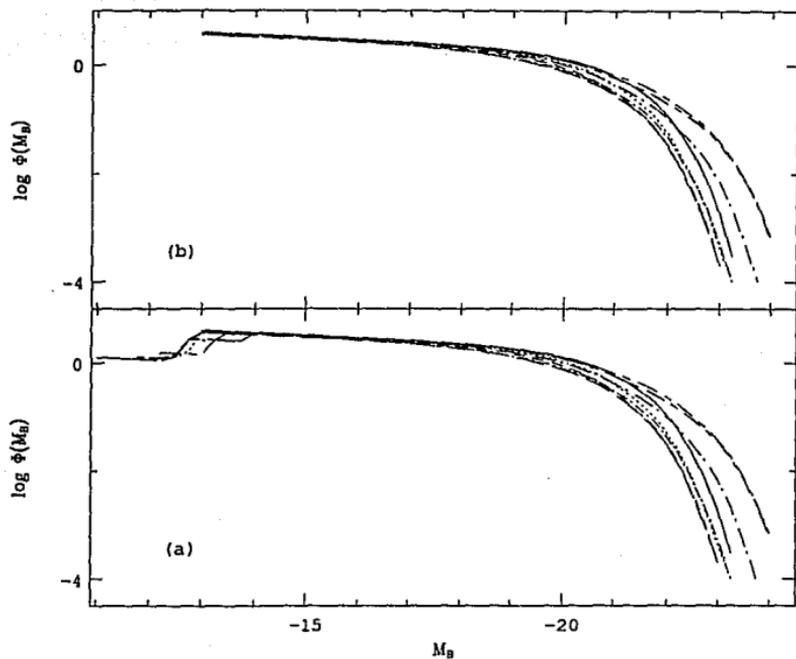


Fig. 4.5a-b Evolución "pasiva" de la función de luminosidad de las galaxias para un universo plano y con constante cosmológica cero, utilizando la hipótesis de universalidad.

puede entender el comportamiento de las gráficas si vuelve a la figura 4.2c y toma en cuenta la mezcla que se está usando, en este caso (Sdm, Scd, Sbc, Sab, E/SO)=(0.061, 0.045, 0.291, 0.281, 0.321) (Tinsley 1980): la FLG se corre al principio hacia la izquierda sencillamente porque la corrección "k + e" es positiva para todas las galaxias. La FLG cambia su tendencia por dos causas: primero, la contribución de las galaxias Sab a "k + e" se vuelve negativa, y segundo, la contribución de las galaxias E/SO empieza a disminuir, volviéndose negativa para altos corrimientos al rojo.

Además de la evolución "pasiva" de la función de luminosidad de las galaxias uno podría esperar una evolución "activa" en la cual el número o la forma de la FLG variara. Tres formas posibles serían: i) suponer que la pendiente de la FLG,  $\alpha$ , aumenta con  $z$  pero que el número se mantiene constante, lo que diría que la población de galaxias de baja luminosidad aumenta a costa de las de alta, ii) mover el límite de luminosidades bajas hacia magnitudes más brillantes con  $z$ , lo que significaría que las galaxias en el pasado fueran en promedio más luminosas, posiblemente debido a fuertes brotes de formación estelar, y iii) abandonar la hipótesis de conservación del número de galaxias por volumen en co-movimiento y pensar entonces que crece con  $z$  debido, quizás, a fusiones. Estos y otros efectos es muy probable que estén ligados; por ejemplo, la hipótesis de aglutinamiento llevaría a la no-conservación del número de galaxias y también a cambios apreciables en la luminosidad intrínseca de las galaxias (CCh).

### 4.3 Cuento de Galaxias

En la Tabla II hemos reunido los diversos parámetros que entran en el cálculo de las relaciones número-magnitud aparente y número-corrimiento al rojo. En las primeras tres columnas se encuentran los parámetros propiamente cosmológicos; en la cuarta, el corrimiento al rojo al cual supuestamente se forman las galaxias; en la quinta y sexta, las funciones que determinan la evolución estelar de una galaxia; en la séptima, el número de clases de galaxias; en la octava, novena y décima los parámetros asociados a la FLG; en la undécima, la mezcla usada; y por último, en la duodécima, la hipótesis de universalidad.

De los parámetros exhibidos en la Tabla II hemos mantenido constantes en todos nuestros modelos:  $h$ ,  $z_F$ ,  $n_{1g}$  y la forma funcional de la TFE y de la IMF. Al igual que CCH hemos abandonado la hipótesis de universalidad en algunos de nuestros modelos.

TABLA II

$\Omega_m$	$\Omega_b$	$h$	$z_F$	TFE <sup>a</sup> IMF <sup>b</sup>	$n_{1g}$ <sup>c</sup>	$\phi^*(1 \times 10^{-3})$	$\alpha$	$M_{\lambda}^*$	Mezcla <sup>d</sup>	Universal <sup>e</sup>	
1.0	0.0	0.5	3.	exp	1.35	5	1.95	-1.11	$B_J = -21.1$	Tinsley	Si
0.1	0.0	0.5	3.	exp	1.35	5	1.95	-1.11	$B_J = -21.1$	Tinsley	Si
0.38	0.62	0.5	3.	exp	1.35	5	1.95	-1.11	$B_J = -21.1$	Tinsley	Si
1.0	0.0	0.5	3.	exp	1.35	5	6.48	vector <sup>1</sup>	vector <sup>2</sup>	CCh	No

<sup>a</sup> La tasa de formación estelar que aquí se considera es una exponencial decreciente:  $\psi \propto e^{-t/\tau}$ .

<sup>b</sup> Hemos tomado como función inicial de masa una ley de potencia:  $\phi \propto m^{-(1+\alpha)}$ .

<sup>c</sup> Se han usado cinco tipos diferentes de galaxias (Pence 1976, Tinsley 1980).

<sup>d</sup> Las proporciones relativas en Tinsley (1980) y Carlberg & Charlot (1992) son: (E/SO, Sab, Sbc, Scd, Sdm) = (0.321, 0.281, 0.291, 0.045, 0.061) y (0.185, 0.065, 0.167, 0.157, 0.426), respectivamente.

<sup>e</sup> Universal significa que la forma de la función de luminosidad de las galaxias no cambia con el tipo; en particular, en la parametrización de Schechter (1976), lo anterior quiere decir que los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $M^*$  no varían.

<sup>1</sup>  $\alpha = (-0.5, -1.0, -1.25, -1.5, -1.5)$ .

<sup>2</sup>  $M_B^* = (-21.1, -20.0, -19.0, -18.0, -16.0)$ .

En la figura 4.6 hemos graficado el número de galaxias vs. magnitud aparente en el azul ( $B_J$ ), suponiendo universalidad en la FLG. Las observaciones son de Maddox et al. (1990) -círculos-, Metcalfe et al. (1990) -cuadros- y Lilly et al. (1991) -estrellas. Las diferentes líneas engloban los siguientes casos: i) modelos no-evolutivos, líneas de trazos largos, de puntos y trazos cortos y de puntos y trazos largos  $[(\Omega_m, \Omega_b) = (1,0), (0.1,0) \text{ y } (0.38,0.62)]$ , respectivamente; ii) modelos evolutivos, líneas continua, punteada y de trazos cortos bajo las mismas hipótesis cosmológicas que en (i), respectivamente. Varios comentarios con respecto a esta figura son aquí pertinentes: i) como ya se ha mencionado en numerosos artículos sobre la materia, los modelos no-evolutivos comienzan a alejarse de las observaciones a partir de  $B \sim 21$ , ii) el modelo cosmológico evolutivo  $(\Omega_m, \Omega_b) = (1,0)$

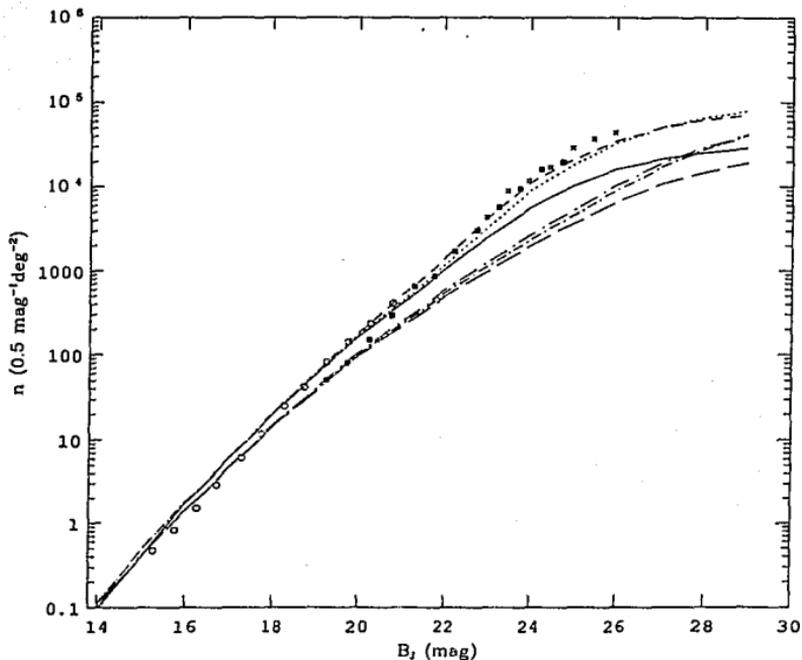


Fig. 4.6 Número de galaxias vs. magnitud aparente en el azul ( $B_J$ ) suponiendo universalidad en la FLG. Las observaciones son de Maddox et al. (1990) (círculos), Metcalfe et al. (cuadros) y Lilly et al. (1991) (estrellas). Las diferentes líneas engloban los siguientes casos: i) modelos no-evolutivos, líneas de trazos largos, de puntos y trazos cortos y de puntos y trazos largos  $[(\Omega_m, \Omega_\nu) = (1,0), (0.1,0) \text{ y } (0.38,0.2)]$ , respectivamente; ii) modelos evolutivos, líneas continua, puntada y de trazos cortos bajo las mismas hipótesis cosmológicas que en (i), respectivamente.

(de aquí en adelante modelo P, preferido) no reproduce las observaciones, y iii) el conteo de galaxias en la banda azul favorece cosmologías abiertas o con constante cosmológica. En la figura 4.7 además de repetir el modelo P (línea continua) se considera las contribuciones por separado de las diferentes clases de galaxias: galaxias Sdm -línea punteada-, Scd -línea de trazos cortos-, Sbc -línea de trazos largos-, Sab -línea de puntos y trazos cortos- y E/SO -línea de puntos y trazos largos. La diferencia entre una y otra curva se debe buscar en las distintas contribuciones a la función de luminosidad local y al diferente desarrollo de la corrección “k + c” de las galaxias; por ejemplo, aunque las galaxias E/SO son las que contribuyen más a la FLG se ven menos favorecidas que las galaxias Sab o Sbc en una gráfica de número vs. magnitud debido a su mayor corrección “k + c” positiva. La siguiente figura 4.8 es similar a la anterior sólo que se ha cambiado la mezcla de galaxias y el parámetro de normalización ( $\Phi^*$ ); además, se ha utilizado para cada clase de galaxia una parametrización diferente; es decir, ahora  $\alpha$  y  $M_B^*$  ya no son escalares sino vectores (CCh). Debido a que en este caso las galaxias más luminosas son E/SO (ver figura 4.4) la contribución por parte de éstas al número es casi del 100% a magnitudes aparentes brillantes; de hecho, se mantienen al frente hasta magnitudes muy débiles. Comparando la fig. 4.8 con 4.7 vemos que en 4.8 la contribución mayor, a magnitudes muy débiles ( $B_J \sim 27$ ), se debe a galaxias Scd y Sab, empezando a ser apreciable la contribución de las Sdm.

Hemos graficado en la figura 4.9 la relación número-magnitud en la banda infrarroja K de  $2.2 \mu m$ , manteniendo el mismo código de líneas de la fig. 4.6. Los datos observacionales son de Cowie -cuadros- (obtenidos de una gráfica de Cowie et al. 1992) y Cowie -estrellas- (proporcionados amablemente por el Dr. R. Kron). A diferencia de los resultados en la banda azul, aquí los modelos que mejor ajustan las observaciones son los no-evolutivos: los modelos evolutivos con cosmologías abiertas y aquellos con constante cosmológica predicen un exceso de galaxias. Aún más, en una gráfica del número de galaxias vs. corrimiento al rojo, para un intervalo de magnitud aparente dado, los modelos evolutivos predicen un

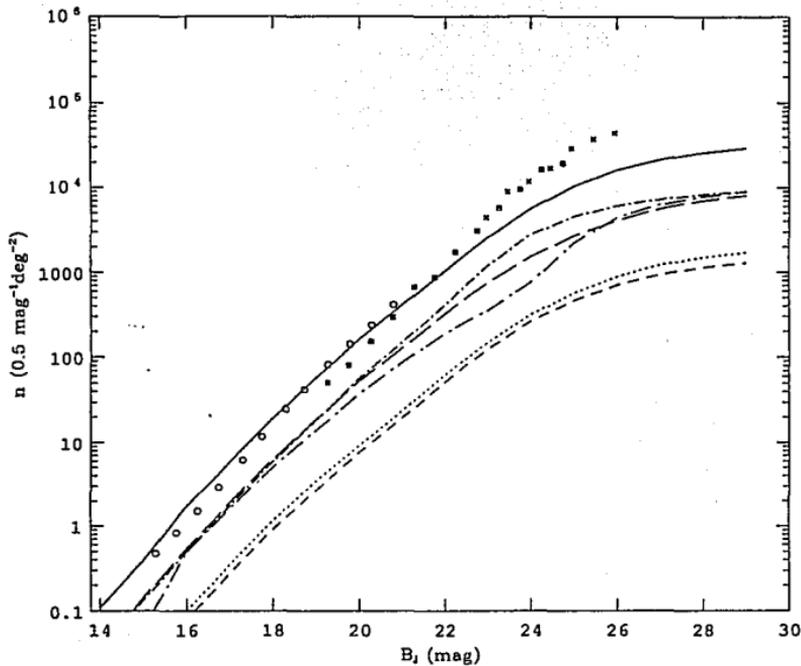


Fig. 4.7 Número de galaxias vs. magnitud aparente ( $B_i$ ) para el modelo con  $(\Omega_m, \Omega_b) = (1, 0)$ , de la figura anterior, considerando las contribuciones por separado de las diferentes clases de galaxias: galaxias Sdm-línea punteada-, Scd-línea de trazos cortos-, Sbc-línea de trazos largos-, Sab-línea de puntos y trazos cortos- y E/SO-línea de puntos y trazos largos.

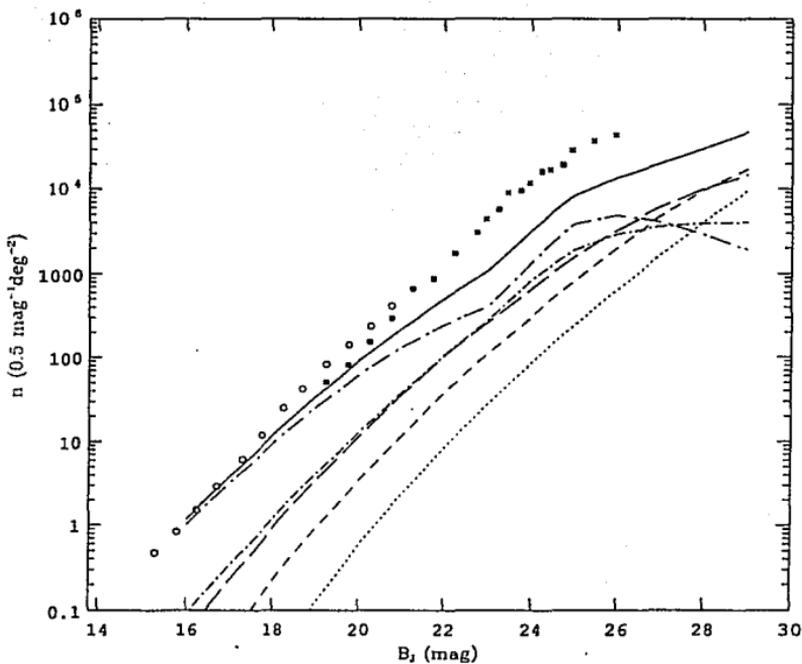


Fig. 4.8 Lo mismo que en la figura 4.7 excepto que se ha cambiado la mezcla de galaxias y el parámetro de normalización ( $\Phi^*$ ); además, se ha utilizado para cada clase de galaxia una parametrización diferente; es decir, ahora  $\alpha$  y  $M_B^*$  ya no son escalares sino vectores (Carlberg y Charlot 1992).

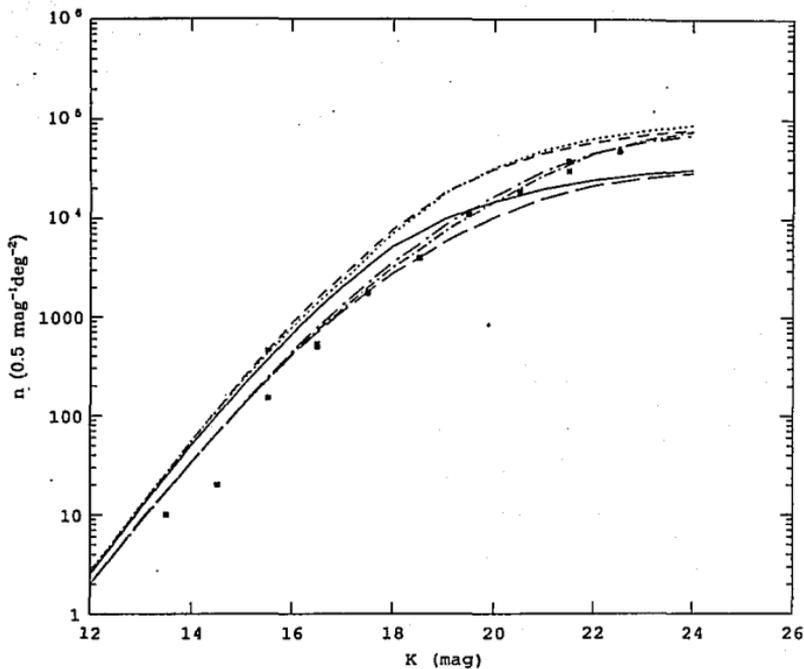


Fig. 4.9 Relación número-magnitud en la banda infrarroja K de  $2.2 \mu\text{m}$ , manteniendo el mismo código de líneas de la fig. 4.6. Los datos observacionales son de Cowie-cuadros- (obtenidos de una gráfica de Cowie et al. 1992) y Cowie-estrellas- (proporcionados amablemente por R. Kron).

número excesivo de galaxias con valores grandes de  $z$ . Lo anterior se ve claramente en la figura 4.10, donde hemos graficado los modelos correspondientes a los parámetros de YT, con el mismo código de líneas (evolutivos y no-evolutivos con las distintas cosmologías), y de CCh (modelo con  $(\Omega_m, \Omega_v)=(1,0)$ ); los datos observacionales son de Broadhurst, Ellis y Shanks (1988). Estos resultados, junto con el de la figura 4.9, apoyan la idea de que el problema del exceso de galaxias observado en el conteo en la banda azul es de índole evolutivo antes que cosmológico; en particular, no debemos descartar el modelo P sin antes revisar cuidadosamente todas las hipótesis involucradas en el cálculo de este tipo de cantidades.

#### 4.3.1 Conteo de Galaxias en un Modelo de Fusión

En esta sección describimos un modelo P, aquél con  $(\Omega_0, \Lambda_0)=(1,0)$ , muy simple que hemos implementado, el cual entre otras cosas: i) abandona la hipótesis de universalidad de la FLG, ii) divide las galaxias en las siguientes cinco clases: E/S0, dE/dS0 (enanas esferoidales), Sa-c (espirales), dI (enanas irregulares) e I (galaxias interactuantes), iii) representa a las funciones de luminosidad de las galaxias E/S0 y Sa-c como distribuciones gaussianas y iv) propone que la densidad numérica de galaxias interactuantes por volumen en co-movimiento crece como una ley de potencia en  $z$ . Las galaxias interactuantes las hemos representado de la siguiente manera: su distribución espectral de energía es la de una galaxia irregular, clase Sdm según CWW, a futuro creemos que pueden ser mejor representadas por una galaxia fuertemente interactuante tal como NGC6052. Suponemos también que su luminosidad no cambia con el tiempo; i.e., independientemente de su origen y de la época en que se observen, su función de luminosidad no cambia con el tiempo, excepto por la corrección  $k$ . Las galaxias enanas irregulares las hemos representado también con una DEE de una galaxia irregular y con una escala de tiempo para la TFE de 15 Ga. Hemos usado una función de Schechter para su FL con  $\alpha = -1.4$  y  $M^* = -16.2$ . Las galaxias espirales (Sa-c) tienen por DEE la del grupo Scd de CWW, ya mencionado antes, y con una escala de tiempo para la TFE de 6.0 Ga. Su FL la representamos por

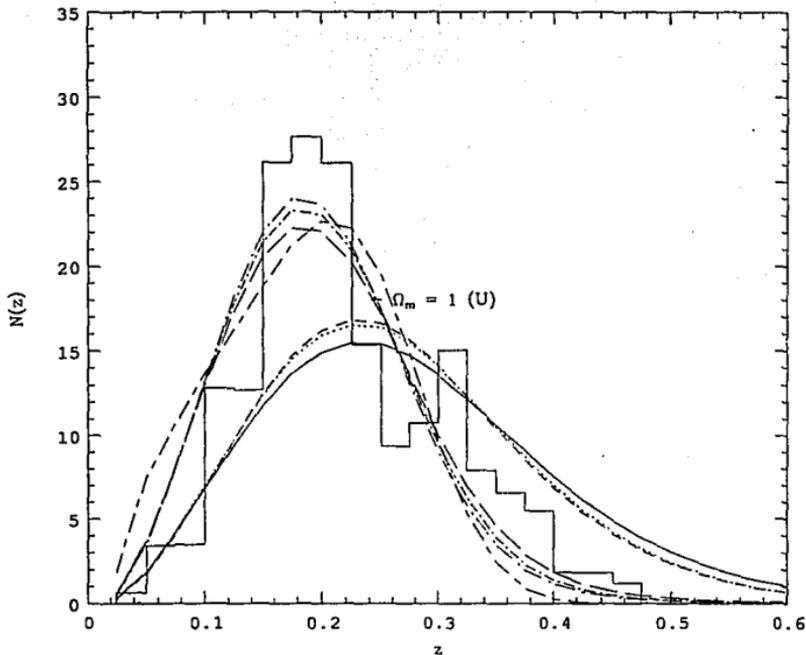


Fig. 4.10 Distribución de galaxias con  $z$ , en un intervalo fijo de magnitud aparente. Los modelos son los correspondientes a los parámetros de YT, con el mismo código de líneas que en la figura 4.9 (evolutivos y no-evolutivos con las distintas cosmologías), y de CCh (modelo con  $(\Omega_m, \Omega_v) = (1, 0)$ ); los datos observacionales son de Broadhurst, Ellis y Shanks (1988).

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

una distribución gaussiana con los siguientes parámetros:  $\sigma = 1.5$  y  $M^* = -18.4$  (SBT). Las galaxias enanas esferoidales las hemos representado con una DEE del grupo de las galaxias Sbc, también de CWW, y con una TFE exponencialmente decreciente de escala de tiempo de 5.0 Ga. Puesto que sabemos que estas galaxias son de baja metalicidad ( $-2 \lesssim [\text{Fe}/\text{H}] \lesssim -1$ , Caldwell et al. 1992), con un promedio de  $0.75 \pm 0.04$  para B-V, de entrada entonces nuestro modelo de EFG de composición química solar es incapaz de modelar este tipo de galaxias; no obstante, creemos que con la representación dada hemos hecho una buena aproximación. Su FL a la Schechter tiene los siguientes parámetros:  $\alpha = -1.35$  y  $M^* = -18.0$  (SBT). Por último, la DEE de las galaxias E/S0 está representada por la DEE del bulbo de M31 y su TFE tiene una escala de tiempo de 0.5 Ga. Según Ferguson y Sandage (1991) una mejor representación analítica para la FL de las galaxias E/S0 es una distribución gaussiana, al menos para los grupos o cúmulos de galaxias más cercanos; aquí, hemos supuesto los siguientes valores para los parámetros  $\sigma$  y  $M^*$ : 1.5 y 18.8, respectivamente, los cuales coinciden con los del cúmulo de Virgo (Ferguson y Sandage 1991).

En la figura 4.11 hemos graficado el número de galaxias, en la banda azul, con los parámetros del modelo de fusión mencionado en el párrafo anterior. La línea sólida es el número total y las otras líneas representan las contribuciones de los distintos tipos de galaxias: galaxias interactuantes -línea punteada-, dl -línea de trazos medianos-, Sa-c -línea de trazos largos-, dE/dS0 -línea de puntos y trazos medianos- y E/S0 -línea de puntos y trazos largos. Vemos, de la figura, que la contribución de las galaxias interactuantes llega a ser dominante a partir de la magnitud  $\sim 22$ . El comportamiento de los otros grupos es muy parecido a los ya mostrados en gráficas similares (ver, por ejemplo, fig. 4.8). El número de galaxias en la banda K, infrarroja, para el mismo modelo, lo mostramos en la figura 4.12. Aquí, al igual que en la figura anterior, hemos graficado las contribuciones de las distintas clases de galaxias por separado. La parte brillante del número está casi únicamente compuesta de galaxias E/S0; a partir de magnitud  $\sim 20$  las galaxias interac-

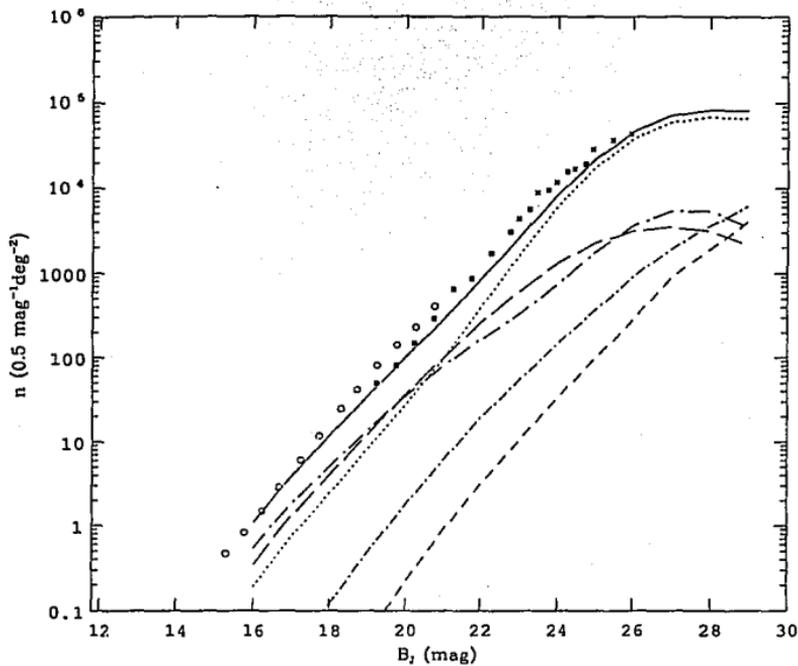


Fig. 4.11 Número de galaxias en la banda azul con los parámetros del modelo de fusión (ver páginas 77 y 79 del capítulo IV del texto).

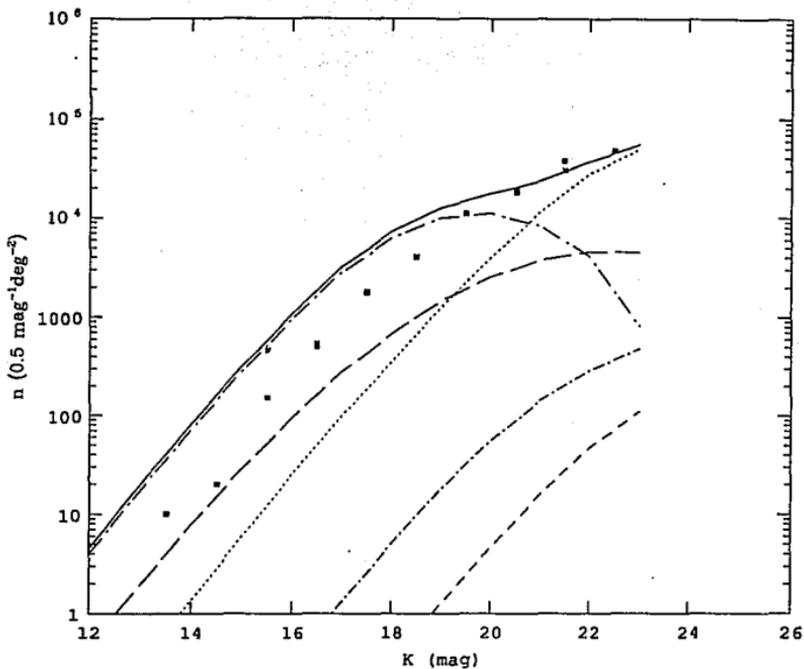


Fig. 4.12 Número de galaxias en la banda K para el mismo modelo de fusión. Aquí, al igual que en la figura anterior, hemos graficado las contribuciones de las distintas clases de galaxias por separado.

tuantes son las que dominan. En la figura 4.13 tenemos graficado, de nuevo, el número de galaxias vs. corrimiento al rojo, para un intervalo de magnitud aparente dado, usando los datos de Broadhurst, Ellis y Shanks (1988); la línea continua representa nuestro modelo de fusión. Es claro que nuestro modelo produce un número excesivo de galaxias con alto corrimiento al rojo, en parte esto se debe a: i) la forma funcional de la FL para las galaxias E/S0 y Sa-c que estamos considerando (el logaritmo de la FL en la parte brillante cae en este caso como el cuadrado mientras que en la de Schechter cae exponencialmente) y ii) el incremento con  $z$  de la población de galaxias interactuantes. De cualquier manera, no hay que olvidar que los mayores errores se encuentran en la parte de altos corrimientos al rojo y entonces, es posible que el "exceso" sea una "deficiencia" en el número observado.

#### 4.4 Conclusiones

Hemos mostrado que el exceso de galaxias que se observa en la banda azul puede tener poco que ver con la cosmología que se está considerando. Los datos del conteo de galaxias en otras bandas de color, en particular la infrarroja, junto con los datos de corrimientos al rojo, en un intervalo fijo de magnitud aparente, sugieren fuertemente que estamos ante un problema evolutivo. Mostramos que podemos conciliar un modelo  $\Omega_0 = 1$  con las observaciones cuando abandonamos la hipótesis de conservación del número de galaxias (modelo de fusión).

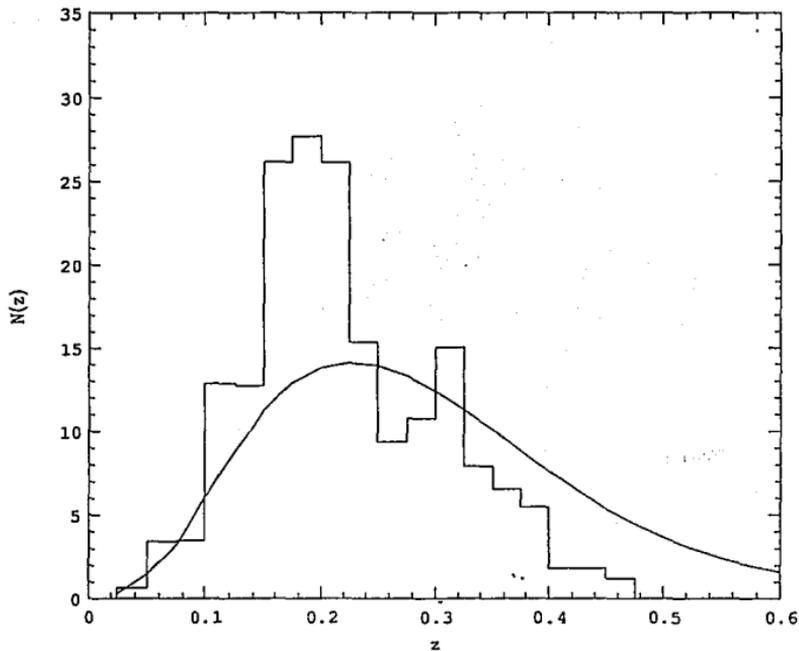


Fig. 4.13 Número de galaxias vs. corrimiento al rojo, para un intervalo de magnitud aparente dado, usando los datos de Broadhurst, Ellis y Shanks (1988); la línea continua representa nuestro modelo de fusión.

## V. CONCLUSIONES Y PROYECTOS A FUTURO

En este trabajo de tesis hemos desarrollado varios programas numéricos que calculan la evolución de las propiedades químicas y fotométricas de las galaxias y la influencia que tienen sobre el conteo de galaxias: la corrección evolutiva, la función de la luminosidad, el parámetro de densidad,  $\Omega_0$ , etc.

En el capítulo II utilizamos varias recetas para la tasa de formación estelar (TFE) y calculamos, usando nuestro modelo numérico de evolución química de la Galaxia, la relación edad-metalicidad y cocientes de abundancias contra metalicidad. Al ser la relación edad-metalicidad poco sensible a la forma funcional de la TFE no es de extrañar entonces que la mayoría de las TFE utilizadas reproduzcan relativamente bien la relación, excepto por NMS y la TFE de brecha. Por otra parte, de todas las recetas usadas solo una, la vieja TFE de Mathews-Schramm, proveniente de un modelo fenomenológico de aglutinamiento para la formación de la Galaxia, reproduce los cocientes de oxígeno, magnesio, silicio y titanio a hierro como función de la metalicidad. Gran parte de este capítulo está basado en el artículo que lleva por título "Chemical and Luminosity Evolution, and Counts of Galaxies in a Merger Model" (Colín y Schramm 1993).

En el capítulo III desarrollamos un modelo de evolución fotométrica de galaxias siguiendo un procedimiento estándar de síntesis evolutiva de poblaciones. Hemos evitado el problema de los cambios bruscos en el cálculo de las magnitudes, o de los índices de color, considerando una división muy fina de subintervalos de masa, a los cuales se les asocia una trayectoria evolutiva; en ese sentido, es equivalente al método de la síntesis de isocronas Charlot y Bruzual (1991). Nuestros resultados, aunque parecidos a los de Charlot y Bruzual (1991) y Bruzual y Charlot (1993), difieren de los de ellos en que nuestros modelos de brote están más enrojecidos. Reproducimos los índices de color observados V-R, V-I, V-J pero tenemos dificultades con U-V, V-K y B-V; si bien es cierto que no tenemos problema en reproducir V-K o B-V por separado, no tenemos éxito cuando queremos reproducir ambos a la vez. Creemos que lo anterior se debe, en parte, a que no estamos tomando en cuenta

las etapas que están más allá de la rama asintótica de las gigantes y por las trayectorias evolutivas de baja masa de Schaller et al. (1992) que estamos considerando. Tenemos como proyecto a futuro extender nuestro modelo a fases post-asintóticas y abandonar las aproximaciones que se utilizaron al completar las trayectorias evolutivas de 0.7 a 1.7  $M_{\odot}$  (Maeder 1991, comunicación privada), mejorando entonces el punto de la homogeneidad de la biblioteca de trayectorias evolutivas; así mismo, se tiene pensado rehacer el código utilizando el algoritmo de la síntesis de isócronas. Finalmente, una vez que tengamos un número suficiente de trayectorias, que contemplen la mayoría de las fases evolutivas, para un amplio espectro de metalicidades, fundir nuestro modelo de evolución química con el fotométrico es algo que no debemos soslayar.

En el capítulo IV mostramos que si bien el exceso de galaxias que se observa en la banda azul puede ser explicado por un modelo evolutivo en un universo abierto, o con constante cosmológica, dicho modelo predice un número excesivo de galaxias en la banda K del cercano infrarrojo, y con alto corrimiento al rojo, en una grafica de número vs.  $z$ . Así, los datos del conteo de galaxias en otras bandas de color junto con los conteos con corrimiento al rojo, sugieren fuertemente que estamos ante un problema evolutivo; aunque otra explicación, como la aparición de una nueva población de galaxias a corrimientos al rojo moderados ( $\sim 0.4$ ) no se puede descartar completamente (Cowie et al. 1992). Hemos implementado un modelo sencillo de conteo de galaxias el cual recurre a la idea de la no conservación del número de galaxias, específicamente: entre las clases de galaxias que hemos considerado se encuentra una que llamamos interactuante, posee entre sus características el que su número crezca como una potencia de  $z$  y que su distribución espectral sea la de una galaxia irregular. Además, hemos considerado que las funciones de luminosidad de las galaxias E/S0 y Sa-c están mejor representadas por distribuciones gaussianas. Con esas hipótesis, concluimos que un modelo con  $\Omega_m = 1$  todavía puede reproducir las observaciones relativamente bien. Los capítulos III y IV van a ser utilizados como material para un próximo artículo y, desde luego, como referencia importante para trabajos futuros.

Modificar las diferentes TFE que describen los diferentes tipos de galaxias; en particular, utilizar la VMS TFE para describir una galaxia espiral, y ver como afectaría en los conteos es algo en lo que se está trabajando actualmente.

## REFERENCIAS

- Adams, F., & Walker, T.P. 1990, ApJ, 359, 57
- Arimoto, N., & Yoshii, Y. 1986, A&A, 164, 260
- Arnett, W.D. 1978, ApJ, 219, 1008
- Arnett, W.D., & Schramm, D.N. 1973, ApJ, 184, L47
- Arnett, W.D., Schramm, D.N., & Truran, J.W. 1989, ApJ, 339, L25
- Barbuy, B. 1988, A&A, 191, 121
- Becker, S.A., & Iben, I., Jr. 1979, ApJ, 232, 831
- Becker, S.A., & Mathews, G.J. 1983, ApJ, 270, 155
- Bedijn, P.J. 1988, A&A, 205, 105
- Binggeli, B., Sandage, A., & Tammann, G.A. 1988, ARA&A, 26, 509
- Broadhurst, T.J., Ellis, R.S., & Shanks, T. 1988, MNRAS, 235, 827
- Brown, L. 1992, ApJ, 389, 251
- Bruzual, A.G. 1983, ApJ, 273, 105
- Bruzual, A.G. 1992, comunicación privada
- Bruzual, A.G., & Charlot, S. 1993, ApJ, en prensa (BCh)
- Burbidge, E.M., Burbidge, G., Fowler, W., & Hoyle, F. 1957, Rev. Mod. Phys., 29, 547
- Burkert, A., Truran, W.J., & Hensler, G. 1990, remitido a ApJ
- Cahen, S., Schaeffer, R., & Casse, M. 1985, en Nucleosynthesis and Its Implications on Nuclear and Particle Physics, ed. J. Audouze & N. Mathieu (Dordrecht: Reidel), 243
- Caldwell, N., Armandroff, T.E., Seitzer, P., & Da Costa, G.S. 1992, AJ, 103, 840
- Cameron, A.G.W. 1982, en Essays in Nuclear Astrophysics, ed. C. Barnes, D. Clayton, & D.N. Schramm (Cambridge: Cambridge Univ. Press), 23

- Carlberg, R.G. 1990a, ApJ, 350, 505
- Carlberg, R.G. 1990b, ApJ, 359, L1
- Carlberg, R.G., Dawson, P.C., Hsu, T., & Vandenberg, D.A. 1985, ApJ, 294, 674
- Carlberg, R.G., & Charlot, S. 1992, ApJ, 397, 5 (CCh)
- Charlot, S., & Bruzual, A.G. 1991, ApJ, 367, 126 (ChB)
- Chiosi, C. 1986, en *Nucleosynthesis and Chemical Evolution*, 16<sup>th</sup> Saas Fee Course, ed. B. Hauck et al. (Geneva: Geneva Observatory), 199
- Chiosi, C. 1992, comunicación privada
- Colin, P., & Schramm, D.N. 1993, ApJ en prensa
- Colles, M.M., Ellis, R.S., Taylor, K., & Hook, R.N. 1990, MNRAS, 244, 408
- Cole, S., Treyer, M.-A., & Silk, J. 1992, ApJ, 385, 9
- Coleman, G.D., Wu, C.-C., & Weedman, D.W. 1980, ApJS, 43, 393 (CWW)
- Cowie, L.L., Gardner, J.P., Wainscoat, R.J., & Hodapp, K.W. 1992, remitido a ApJ
- Demarque, P., Deliyannis, C.P., & Sarajedini, A. 1990, Yale University preprint
- De Rújula, A., Jetzer, & Massó, E. 1991, CERN preprint TH.5787/91
- Dyck, H.M., Zuckerman, B., Leinert, Ch., & Beckwith, S. 1974, ApJ, 189, 89
- EGgen, O.J., Lynden-Bell, D., & Sandage, A.R. 1962, ApJ, 136, 748
- Evans, R., van der Bergh, S., & McClure, R.D. 1989, ApJ, 345, 752
- Ferguson, H.C., & Sandage, A. 1991, AJ, 101, 765
- Flower, P.J. 1977, A&A, 54, 31
- Frogel, J.A., & Whitford, A.E. 1987, ApJ, 320, 199
- Fukugita, M., Takahara, F., Yamashita, K., & Yoshii, Y. 1990, ApJ, 361, L1
- Gilmore, G., Wyse, R.F.G., & Kuijken, K. 1989, ARA&A, 27, 555

- Gilmore, G., & Wyse, R.F.G. 1991, ApJ, 367, L55
- Greggio, L., & Renzini, A. 1983, A&A, 118, 217
- Guiderdoni, B., & Rocca-Volmerange, B. 1987, A&A, 186, 1
- Guiderdoni, B., & Rocca-Volmerange, B. 1990, A&A, 227, 362
- Guth, A.H. 1981, Phys. Rev. D, 23, 347
- Herman, J., & Habing, H.J. 1985, Phys. Rep., 124-4, 255
- Herman, J., Burger, J.H., & Phennix, W.H. 1986, A&A, 167, 247
- Iben, I. Jr. & Renzini, A. 1983, ARA&A, 21, 271
- Johnson, H.L. 1966, ARA&A, 4, 193
- Kennicutt, R.C. 1983, ApJ, 272, 54
- Kolb, E.W., & Turner, M.S. 1990, en The Early Universe (Addison-Wesley Publishing Company).
- Koo, D.C., & Kron, R.G. 1992, ARA&A, 30, 613
- Kulkarni, S.R., & Heiles, C. 1987, en Interstellar processes, ed. J. Hollenbach & H. A. Thronson (Dordrecht: Reidel), 87
- Kurucz, R.L. 1991, in Stellar Atmospheres: Beyond Classical Models, NATO ASI Series C, Vol. 341
- Lattanzio, J.C. 1986, ApJ, 311, 708
- Lee, T.A. 1970, ApJ, 162, 217
- Lilly, S.J., Cowie, L.L., & Gardner, J.P., 1991, ApJ, 369, 79
- Linde, A.D. 1984, Rep. Prog. Phys., 47, 925
- Maddox, S.J., Sutherland, W.J., Efstathiou, G., Loveday, & J., Peterson, B.A. 1990, MNRAS, 247, 1P
- Maeder, A. 1992, comunicación privada

- Maeder A., & Meynet, G. 1989, A&A, 210, 155 (MM)
- Mathews, G.J. 1992, comunicación privada
- Mathews, G.J., & Schramm, D.N. 1990, preprint UCRL-JC-106176 (VMS)
- Mathews, G.J., Bazan, G., Cowan, J., & Schramm, D.N. 1992, Phys. Rep., en prensa (NMS)
- Matteuci, F., & Greggio, L. 1986, A&A, 154, 279
- Metcalfe, N., Shanks, T., Fong, R., & Jones, L.R. 1990, MNRAS, 249, 498
- Miller, G.E., & Scalo, J.M. 1979, ApJS, 41, 513
- Nissen, P.E., Edvardsson, B., & Gustafsson, B., 1985, en Production and Distribution of C, N, O Elements, ed. E.J. Danziger, F. Matteucci, & K. Kj r (ESO: Garching), 131
- Nomoto, K., Thielemann, F.K., & Wheeler, J.C. 1984, ApJ, 286, 644
- Olive, K., Schramm, D.N., Steigman, G., & Walker, T. 1989, Fermilab preprint 89/262-A
- Pence, W. 1976, ApJ, 203, 39
- Press, W.H., & Schechter, P. 1974, ApJ, 187, 425
- Rana, N.C. 1987, A&A, 184, 104
- Renzini, A. 1991, Universita di Bologna preprint BAP 02-1991-007-DDA
- Renzini, A. 1993, preprint
- Reid, N., Tinney, C., & Mould, J. 1990, ApJ, 348, 98
- Rogers, F.J., & Iglesias, C.A. 1992, ApJS, 79, 507
- Sandage, A., Bingelli, B., & Tammann, G.A. 1985, AJ, 90, 1759
- Seidel, E., Demarque, P., & Weinberg, D. 1987, ApJS, 63, 917
- Scalo, J.M. 1986, in FunCosP, 11, 1
- Schaller, G., Schaerer, D., Meynet, G., & Maeder, A. 1992, A&AS, 96, 269 (SSMM)

- Schechter, P. 1976. *ApJ*, 203, 297
- Schmidt, M. 1963. *ApJ*, 137, 758
- Searle, L., & Zinn, R. 1978, *ApJ*, 225, 357
- Smecker, T.A., & Wyse, R.F.G. 1992. *AJ*, en prensa
- Tinsley, B.M. 1972, *A&A*, 20, 383
- Tinsley, B.M. 1976, *ApJ*, 208, 797
- Tinsley, B.M. 1980. *FunCosP*, 5, 287
- Tinsley, B.M., & Gunn, J.E. 1976. *ApJ*, 203, 52
- Truran, J.W. 1991. comunicación privada
- Toomre, A. 1977. en *Evolution of Galaxies and Stellar Populations*, ed. B.M. Tinsley, & R.B. Larson (New Haven: Yale Observatory), 401
- Turnshek, et al. 1989. *ApJ*, 344, 567
- Twarog, B.A. 1980, *ApJ*, 242, 242
- Tyson, J.A. 1988. *AJ*, 96, 1
- VandenBerg, D.A., Hartwick, F.D.A., Dawson, P., & Alexander, D.R. 1983. *ApJ*, 266, 747
- Walker, T.P., Mathews, G.J., & Viola, V.E. 1985. *ApJ*, 299, 745
- Wang, B. 1991. *ApJ*, 353, L37
- Wheeler, J.C., Sueden, C., & Truran, J.W. 1989. *ARA&A*, 27, 279 (WST)
- Winget, D.E., et al. 1987. *ApJ*, 315, L77
- Wolfe, A.M. 1990. in *The Interstellar Medium in Galaxies*, ed. H.A. Thronson & J.M. Shull (Dordrecht: Kluwer), 387
- Woodsley, S.E., & Weaver, T.A. 1986. in *Nucleosynthesis and Its Implications for Nuclear and Particle Physics*, ed. J. Audouze & N. Mathieu (Dordrecht: Reidel), 145
- Yanny, B. & York, D.G. 1992. *ApJ*, 391, 569

York, D.G., Dopita, M., Green, R., & Bechtold, J. 1986, ApJ, 311, 610

Yoshii, Y. 1993, ApJ, 403, 552

Yoshii, Y., & Takahara, F. 1988, ApJ, 326, 1 (YT)