

45
2e'



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ASPECTOS DE REASEGURO VIDA

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
A C T U A R I O
P R E S E N T A :

EFRAIN NAVA ALVAREZ



México, D.F.

Marzo de 1993.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

UNAM



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

	PAGINA
PROLOGO	1
I. ANTECEDENTES E HISTORIA	3
II. MARCO LEGAL	8
III. MODALIDADES Y METODOS DE REASEGURO	11
IV. LA RETENCION	16
V. PRIMAS	37
VI. ASPECTOS CONTABLES	56
VII. PROBLEMÁTICA DEL REASEGURO	79
VIII. EL ESCENARIO DEL REASEGURO	81
APENDICE	85
CONCLUSIONES	92
BIBLIOGRAFIA	93

PROLOGO.

El objetivo que sigue la presente tesis, es presentar un panorama general de lo que es el reaseguro, abarcando los principales aspectos que lo conforman, desarrollando en consecuencia los siguientes puntos:

Presentación de los conceptos básicos de reaseguro, resaltando la importancia que tiene en la estabilidad económica de una compañía de seguros al homogeneizar los riesgos de su cartera. Se hace mención de un bosquejo histórico, así como de las principales modalidades o tipos de reaseguro que existen.

Se menciona el marco legal que regula las operaciones de reaseguro, mostrando el carácter internacional que le caracteriza.

Una vez que se enuncia el concepto e importancia del reaseguro, es planteado el problema de determinar que cantidad de riesgos habrán de ser cedidos a la reaseguradora, y que cantidad de riesgos habrán de ser asumidos por la cedente, esto desarrolla el capítulo del pleno de retención, donde se dan algunas alternativas para su cálculo.

Determinada la cantidad cedida a reaseguro, se desarrolla el capítulo de primas de reaseguro, es decir, cuanto habrá de pagar la compañía cedente por la protección que sobre un conjunto de riesgos esta recibiendo.

Posteriormente se enuncian los principales conceptos contables que enmarcan la actividad reaseguradora, la cual resalta aún más la importancia que dentro de las funciones de una compañía de seguros tiene la parte de reaseguro.

Se describe la panorámica del reaseguro, en cuanto la situación actual y tendencia que presenta, así como problemas en particular que se tienen hoy en día.

Finalmente, un apéndice sobre la probabilidad de ruina y convoluciones es anexo para concluir con el trabajo.

El desarrollo de la temática, de un modo general, trata de responder a las preguntas que en un primer contacto se harían referentes al reaseguro:

- ¿ Qué es el reaseguro ? Antecedentes e Historia
- ¿ Qué fundamento tiene ? Marco Legal
- ¿ Que modalidades presenta ? Modalidades
- ¿ Cuánto cubre el reasegurador
- y que parte asume la cedente ? Límite de Retención
- ¿ Cuánto se paga por el reaseguro ?.. Primas
- ¿ Cómo registro mis operaciones ?.... Aspectos contables

El desarrollo de este trabajo se enfoca al área de vida, aunque dada la generalidad de los conceptos de reaseguro, eventualmente son mencionados conceptos referentes al reaseguro daños. En todo el desarrollo del trabajo se asume el punto de vista de la cedente.

Agradezco al Act. Jorge Manuel Ochoa Ugalde, director de ésta tesis y a los miembros de la comisión dictaminadora por las orientaciones y supervisión a este trabajo, sin embargo cualquier posible error en el contenido del mismo es adjudicable únicamente a quien esto sustenta.

I. ANTECEDENTES E HISTORIA.

Ante la necesidad de afrontar riesgos cuya naturaleza aleatoria atenta contra la vida, bienes y patrimonio de los individuos, el hombre busca formas de repartir el riesgo entre grupos de personas expuestas a sufrir algún evento económicamente desfavorable.

Bajo esta necesidad surge el seguro, que empleando originalmente criterios empíricos, ocasionaba frecuentemente que el asegurador al aceptar riesgos que rebasaban su capacidad económica, se encontrase ante la situación de no poder responder por los riesgos asumidos.

La capacidad limitada de las aseguradoras, trajo como consecuencia que se aceptara un mismo riesgo entre varias de ellas, cada una responsabilizada dentro de los límites que marcaran sus propios recursos financieros. Es bajo esta situación que nace el coaseguro. Esta forma de repartir el riesgo, no tarda sin embargo en hacerse insuficiente, ya que el desarrollo del seguro generaba serios problemas administrativos; lo que ocasionó que se pensara que una empresa suscribiera la totalidad del riesgo, y posteriormente lo repartiera entre otros aseguradores, cediendo sólo aquella parte del riesgo que excediera su capacidad financiera.

Así pues es el reaseguro como se le conoce comúnmente, un seguro de segundo orden, es decir el aseguramiento del objeto, bien o individuo asegurado. En el reaseguro, el asegurador se ve a sí mismo como un asegurado, y se asegura con otra(s) compañía(s), cediendo aquella parte que haga peligrar su estabilidad económica.

El reaseguro permite a la aseguradora llevar a cabo las operaciones siguientes:

- Suscribir riesgos que rebasen su capacidad de aceptación
- Homogeneizar su cartera, al ceder todos los riesgos picos
- Aumentar el nivel de captación de riesgos
- Tener el apoyo de los reaseguradores en la suscripción, tarificación, administración y aspectos técnicos de la cartera que posee.

A la compañía que asume originalmente el riesgo y lo transfiere se le denomina cedente, y a la que toma el riesgo cedido se le denomina reaseguradora.

Las primeras reaseguradoras surgen en el ramo marítimo (como había acontecido anteriormente con las aseguradoras). Los precursores primero del seguro y después del reaseguro, se reunieron en grupos; éstos dieron origen a las corporaciones, y de éstas surgieron las compañías.

El reaseguro aparece regulado en los años de 1556 a 1771 en España, Portugal, Francia, Suiza y Alemania. Por aquella época el reaseguro se efectuaba ofreciendo cada negocio en forma individual, método actualmente utilizado y conocido como reaseguro facultativo.

En un principio las compañías de seguros funcionaban también como reaseguradoras, pero el gran desarrollo de los seguros hizo necesario un mayor respaldo y especialización, dando lugar a la creación de compañías profesionales de reaseguro, existiendo aún hoy en día empresas que operan tanto actividades de seguro como de reaseguro.

Las primeras reaseguradoras en el mundo fueron las siguientes:

Wesseler Rück	Alemania en 1824
Kölnische Rück	Alemania en 1846
Colonia de Reaseguros	Alemania en 1852
Compañía Suiza de Reaseguros	Suiza en 1863
Münchener	Alemania en 1880
Mercantile and General Reins. Co.	Inglaterra en 1917

las cuales, a la fecha son de las reaseguradoras más importantes.

En México, la primera compañía de reaseguro fue Reaseguros Alianza, S.A., establecida en el año de 1940.

El panorama del reaseguro en este siglo (entre la Primera y la Segunda Guerra Mundial), era básicamente el siguiente:

El mercado de reaseguro estaba compuesto de tres núcleos principales:

a) **Aseguradores directos.** Con aceptación de contratos automáticos y reaseguro facultativo, orientados en gran parte a intercambios de reciprocidad.

b) Reaseguradores profesionales. Principalmente europeos, que ofrecían servicio de aceptación de contratos proporcionales, a la vez que ejercían en las nuevas aseguradoras una función formativa y de asesoría, destacando en este papel la Suiza, la Múnchener, y más tarde para los países de influencia británica la Mercantile & General.

c) Corredores. Operaban su actividad de intermediarios de reaseguro principalmente con el mercado londinense.

Los principales cambios durante la segunda mitad del siglo XX han sido:

- Reducción de bordereaux en contratos proporcionales dada la buena fe que se suponía, y el elevado costo administrativo que implicaban, incrementándose en consecuencia el "reaseguro ciego" (derecho apenas utilizado de revisión de libros).

- Desarrollo de reciprocidad entre aseguradores directos, con objeto de optimizar sus posibilidades comerciales e incrementar su volumen de primas. Tales convenios de reciprocidad acababan muchas de las veces en intercambio de pérdidas dada la base más comercial que técnica que les caracterizaba.

- Desequilibrios económicos mundiales, que generaron una concentración de las operaciones financieras y de seguros en pocos países. Destaca la inflación monetaria, que llegó a alcanzar a los países del primer mundo, afectando al reaseguro en la larga liquidación de siniestros.

- Alto rendimiento de las inversiones, que rebajaba la importancia del resultado técnico y afectaba la retención de reservas con bajo interés, al reclamar las reaseguradoras dichos importes a fin de invertirlos con tasas más altas de interés.

- Marcados avances en comunicaciones. Destaca la iniciación casi simultánea del teléfono automático internacional, telex, telefax, correo electrónico y recientemente la comunicación vía satélite.

- Decremento en los cambios fijos afectando las transacciones de reaseguro, por variaciones del valor de las monedas.

Lo anterior modificó la estructura del mercado, siendo lo más relevante:

a) Desarrollo de la Lloyd's, como consecuencia de:

- Apertura de la institución a personas de otros países y a mujeres, limitada anteriormente por razones históricas y culturales.

- Ventajas fiscales que la posición de "name" podría ofrecer sobre todo a ciudadanos americanos.

- Confianza y respetabilidad por la tradición de la institución que destacaba dentro de la actividad aseguradora.

b) Creación paralela en Londres de un mercado internacional, apoyado en muchos aspectos en la Lloyd's, que consiguió atraer enorme capacidad adicional para cualquier riesgo o fórmula de reaseguro procedente de tres fuentes:

- Aseguradores y reaseguradores filiales de grupos industriales y financieros.

- Aseguradores prominentes que buscaban una línea de internacionalización y dispersión de riesgos, apoyados por los propios corredores que utilizaban en sus colocaciones de reaseguro.

- Aumento en la cesión de pequeños y medianos aseguradores, que confiados en la respetabilidad de Londres como mercado creían que iban a recibir automáticamente utilidad de los riesgos cedidos.

c) Desarrollo de compañías con gran capacidad en la aceptación de riesgos, destacan las aseguradoras americanas con sus patrimonios "jumbos", y reaseguradoras vinculadas a "megabrokers" y "exchances" de Nueva York y Miami.

El mercado mundial del reaseguro hoy en día, está formado por tres grupos:

a) Los compradores de reaseguro

- aseguradores directos
- compañías particulares de seguro (mutualistas)
- reaseguradores
- corporaciones estatales de seguros y reaseguros
- consorcios o pooles de suscripción.

b) Los vendedores de reaseguro

- compañías profesionales de reaseguro
- compañías de reaseguro (cooperativas internacionales)
- compañías aseguradoras
- agencias suscriptoras
- corporaciones estatales de seguros y reaseguros
- pools de seguros y reaseguros.

c) Los corredores o intermediarios, encargados de colocar las ofertas de reaseguro.

II. MARCO LEGAL.

Las compañías de seguros son de interés público, ya que el dinero que manejan, debe garantizar las obligaciones contraídas con los asegurados. Por esta razón, están reglamentadas principalmente por la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (L.G.I.S.M.S.) y por la Ley Sobre el Contrato de Seguro.

La operación de reaseguro, está básicamente regida por el contrato de reaseguro, documento en el que se estipulan las condiciones que habrán de seguir cedente y reasegurador, y en el cual no habrán de contravenir disposición alguna de las citadas leyes o alguna reglamentación de carácter general.

La empresa que solicite el reaseguro, debe tener un interés asegurable, es decir con anterioridad a la negociación del contrato de reaseguro, debe haber expedido una póliza para asegurar un bien determinado o cuando menos estar por asegurarlo, ya que si no hubiese bien asegurado, no habría tampoco razón para solicitar el reaseguro, y por consiguiente el contrato carecería de objeto.

En el reaseguro, la cedente debe seguir la suerte del reasegurador, y esto debe estar contemplado en todo contrato de reaseguro. Así, el interés del asegurador derivado del contrato que ha celebrado con el asegurado, es la base del reaseguro, y el reasegurador se obliga a garantizar los intereses de la póliza original, en los límites del contrato de reaseguro.

El reaseguro hace posible que la compañía de seguros, pueda admitir en su cobertura riesgos que rebasen su capacidad al poder protegerse con otras compañías; facilitando así el trámite de emisión al asegurado, el cual desconoce sus políticas de reaseguro, mismas que vienen enmarcadas en un convenio expreso celebrado entre la cedente y la reaseguradora, tal convenio se conoce como contrato de reaseguro, y contiene entre sus principales cláusulas las siguientes:

1. Nombre de los contratantes. Donde se asentará, además de la denominación social, quién funge como cedente y quién como reasegurador, agregando la clase de contrato de que se trate (vida individual, grupo, colectivo, accidentes personales, gastos médicos o algún ramo de daños).

2. Cesión. Porcentaje de las sumas aseguradas o excedentes del límite de retención que la cedente se obliga a transferir a la reaseguradora, la cual a su vez se compromete a tomar.

3. Primas. Donde se estipula la prima que habrá de ceder la aseguradora; así en vida, por lo general se refieren las tasas de mortalidad que por edad habrán de aplicarse por millar de capital en riesgo.

4. Comisiones. Contempla el pago de una comisión por parte del reasegurador por los negocios que la cedente le comparte.

5. Reservas de primas. Estipula la constitución de reservas por cierto porcentaje de sus primas cedidas, las cuales deberán invertir en valores autorizados por la L.G.I.S.M.S., dicha inversión beneficia a la economía nacional, ya que se invertirá el monto de lo retenido en valores de empresas nacionales y privadas.

6. Intereses sobre la reserva. Se generan estos intereses como producto de la inversión de la reserva de primas.

7. Cuenta de utilidades. El reasegurador abonará a la cedente el porcentaje de utilidades (previamente pactado) que le hubiera dejado el negocio de tomado, durante el transcurso de un ejercicio (usualmente un año).

8. Siniestros. El contrato se referirá a la forma de información y pago de siniestros (pago de sumas reaseguradas, así como de gastos judiciales por procesos y arbitrajes).

9. Errores u omisiones. Cualquier error u omisión involuntaria, ya sea de parte de la cedente o de la reaseguradora, no invalidará el contrato de reaseguro, debiendo una u otra reestablecer la situación que habría ocupado si tal error u omisión no hubiera sido cometida.

10. Facultad de inspección. Se faculta al reasegurador para examinar en las oficinas de la cedente, todos los documentos, actas y registros referentes a los negocios comprendidos en el negocio celebrado entre cedente y reasegurador.

11. **Varios.** Además será necesario fijar en el contrato la forma en la que se hicieron todas las operaciones, la moneda en la cual se contrata, la vigencia del contrato, la periodicidad de los pagos, el límite de retención, en caso de diferencia de los contratantes las formas en que se deberá solucionar, etc.

El contrato de reaseguro, visto desde su concepción jurídica es:

a) **Bilateral.** Da nacimiento a derechos y obligaciones de ambas partes, principalmente pagar primas y recuperar siniestros (visto desde la cedente).

b) **Oneroso.** Es ante todo un negocio, por lo que impone derechos y obligaciones recíprocos, y se lleva a cabo por razones económicas (ser rentable tanto para cedente como para reaseguradora).

c) **Aleatorio.** Las pérdidas o utilidades dependen de la aleatoriedad (frecuencia y montos) con que ocurra la siniestralidad.

d) **Consensual.** Es válido desde un acuerdo verbal, aunque posteriormente se redacte y se firme el negocio del riesgo amparado (sobre todo en los reaseguros facultativos, ya que en los reaseguros automáticos se formaliza primero el texto contractual).

e) **Principal.** Existe por sí mismo al estar completamente regulado entre cedente y reasegurador, aunque también hay quien expresa que al depender del contrato de seguro se convierte en un contrato secundario.

f) **De trato sucesivo.** Su cumplimiento se realiza por medio del intercambio de responsabilidades en un tiempo determinado.

Ante todo, la base principal sobre la que opera el contrato de reaseguro es la "Ubérrima Fidae" ó máxima buena fe que existe entre aseguradoras y reaseguradoras.

III. MODALIDADES Y METODOS DE REASEGURO

El reaseguro se puede clasificar en diversas formas; atendiendo la proporcionalidad entre el riesgo y la prima cedida, o bien de acuerdo al mecanismo de aceptación que fijen las partes. Destacan las siguientes modalidades.

I. Por el contenido de las cesiones.

Se clasifica como reaseguro proporcional y reaseguro no proporcional

- **Proporcional.** El reasegurador acepta una parte del riesgo suscrito por la cedente, recibiendo en consecuencia la parte proporcional de la prima que corresponde al riesgo.

Modalidades:

1. **Cuota-parte (Quota Share Reinsurance).** De todos los riesgos aceptados por el asegurador, una proporción fija es cedida al reasegurador.

2. **Excedentes (Surplus Reinsurance, Excess of Line Reinsurance).** Unicamente son cedidos al reasegurador, los riesgos que superan la retención de la cedente.

- **No proporcional.** Se caracteriza por una repartición de las responsabilidades entre cedente y reasegurador en base al siniestro, y no a la suma asegurada como ocurre con el reaseguro proporcional. A cambio de una prima acordada, el reasegurador acepta la responsabilidad de las pérdidas sufridas por el reasegurado que superen una cantidad fijada con anticipación, hasta un límite máximo.

Modalidades:

1. Exceso de pérdida (Working Cover).

- **Por riesgo.** El reasegurador paga cualquier pérdida de un riesgo individual que supere una cantidad fijada previamente denominada prioridad, y hasta un límite máximo denominado cobertura.

- **Por acontecimiento.** El reasegurador paga cuando la pérdida acumulada derivada de un acontecimiento supera una retención fijada previamente.

2. **Catastróficos (Stop Loss, Loss Ratio).** El reasegurador paga las pérdidas por siniestralidad que excedan durante un año, un porcentaje de las primas suscritas.

II. Por el método de contratación.

Automático. Mediante convenio por escrito, la aseguradora se compromete a ceder una participación determinada en cierta clase de negocios (con hasta cierta suma asegurada y/o hasta cierto "rating" del mortalidad), y el reasegurador se obliga a aceptarla.

Facultativo. Los reaseguros son contratados voluntariamente, la cedente tiene la facultad de proponer, así como la reaseguradora la facultad de aceptar o rechazar las propuestas. Esta operación se pacta generalmente de manera verbal para formalizarse posteriormente de modo escrito.

Facultativo obligatorio. Este tipo de cobertura tiene la particularidad de que la cedente no se ve obligada a ceder el negocio al reasegurador, sino que conserva la libertad de decidir que negocios y en que amplitud desea reasegurar, el reasegurador en cambio, se obliga a aceptar todas las cesiones dentro de las condiciones fijadas.

III. Por la composición de las cesiones.

- **Individuales.** Cuando cada cesión corresponde a una unidad de riesgo como ocurre en el reaseguro proporcional, y en algunos casos en el reaseguro no proporcional.

- **Colectivos.** Cuando la cesión se establece sobre los siniestros que teniendo un mismo origen pueden afectar a pólizas diferentes como ocurre en los reaseguros de catástrofe.

IV. Por el carácter de las operaciones.

- **Simple.** Se contrata con un solo reasegurador.

- **Compuesto.** El reaseguro se cedé a varios reaseguradores.

- **Mutuo o de grupo.** Los aseguradores forman un grupo o "pool", al cual se llevan todas las cesiones, repartiéndolas con arreglo a bases prefijadas.

Modalidades en la cartera de vida.

Dentro de los seguros de vida, no se puede hablar de un solo contrato de reaseguro, generalmente, una adecuada protección se logra mediante la adquisición de varias coberturas de reaseguro para cada uno de sus tipos de seguro.

Vida Individual.

Dentro del mercado mexicano en este tipo de seguro, la práctica más común es la utilización de contratos de excedentes, debido principalmente al volumen de los negocios que suscriben. La utilización de un cuota parte no es conveniente en este negocio, toda vez que ya se cuenta con estadísticas confiables respecto a la siniestralidad, además de que muchos de los riesgos pequeños podrían ser absorbidos por la cedente.

Respecto a los reaseguros no proporcionales, se contratan usualmente para protegerse contra eventos catastróficos (cuyos cúmulos pueden generar resultados desfavorables) durante períodos anuales, son útiles por tanto por el respaldo que dan en caso de una mala experiencia, ya sea en un siniestro colectivo o en un cúmulo de ellos en el año. Estos contratos se utilizan para proteger la retención de la cedente, es decir, sólo cubren el capital no reasegurado en los contratos proporcionales.

La necesidad de utilizar los contratos facultativos radica en la emisión de pólizas cuyas sumas aseguradas excedan los contratos automáticos, o bien, por tratarse de personas con alta probabilidad de siniestro, ya sea por enfermedad o riesgo profesional, los cuales no se deben incluir en los reaseguros automáticos ya sea por restricción contractual o porque no se desee sufrir una desviación en dicha cartera.

Grupo.

Los criterios generales que se aplican para el reaseguro de los grupos son en principio, los mismos que para el seguro de vida individual, pero los métodos aplicados no son iguales, ya que existen diferencias en las características de ambos, en particular:

- Requisitos de selección más flexibles que los de vida individual.

- Utilización (en muchos de los casos), de una prima promedio para todos los asegurados de una misma póliza.

- Los dividendos que se dan a los asegurados en vida individual, se generan de acuerdo a los resultados de la compañía, mientras que en grupo, pueden manejarse las utilidades de manera individual para cada póliza y el porcentaje de la utilidad a devolver por buena experiencia varía de una a otra.

Los tres puntos anteriores hacen necesario que se analice concienzudamente el tipo de contrato de reaseguro que se va a firmar y las condiciones que se estipularán en él.

Un contrato de cuota parte, puede manejarse de dos maneras; un porcentaje fijo los asegurados de cada una de las pólizas o bien un porcentaje variable. Este último es el más conveniente para la cedente, porque le permite retener más de los buenos grupos, y no poner en juego mucho capital en riesgo en los que reportan una gran desviación en su siniestralidad, como pueden ser las pólizas expedidas a pilotos, sobrecargos, mineros, etc.

Desde el punto de vista del reasegurador, este tipo de contrato es bueno, ya que el asegurador cuidará su selección, además de las ventajas administrativas que conlleva siendo igualmente conveniente para el asegurador directo, pues representa un menor costo administrativo.

El reaseguro de excedentes genera las mismas ventajas que en vida individual para el asegurador directo, no así para el reasegurador, debido a la desproporción que arroja participar sólo en los "riesgos pico", es decir, los de sumas aseguradas más elevadas, los cuales, en caso de siniestro, no compensan la composición de su cartera. Esto se debe a que la suma asegurada de cada miembro del grupo, se determina en ocasiones con base en meses de sueldo, y mientras la mayoría de los asegurados alcanza una cantidad homogénea (que incluso puede ser menor que la retención de la cedente), siempre hay otros que alcanzan montos muy importantes.

También es conveniente observar que en las pólizas de grupo se presenta un alto riesgo por acumulación, por esto es necesario tener el apoyo de un reaseguro catastrófico.

Accidentes Personales.

Para este ramo en el mercado mexicano, se suele usar una combinación de cuota parte con excedentes; es decir, manejar los negocios en cuota parte hasta un cierto límite y adquirir un contrato por excedentes para todas las pólizas que lo superen.

A fin de homogeneizar esta operación en México, las principales compañías de seguros han formado un pool de reaseguro de accidente personales. La prima utilizada en este pool es la prima comercial. Igualmente como en otros ramos, se hace necesaria una cobertura no proporcional.

IV. LA RETENCION.

ASPECTOS GENERALES.

Para que una compañía determine los negocios que asume por cuenta propia y aquellos que comparte con la reaseguradora, debe calcular en primera instancia, la cantidad que sobre cada póliza debe retener.

La cantidad máxima de suma asegurada que sobre cada uno de los negocios suscritos es asumido por la aseguradora es llamada límite (pleno) de retención, mismo que debe ser determinado de tal forma que minimice la probabilidad de ruina (por desviaciones en la mortalidad) de la compañía.

La importancia de la correcta determinación del límite de retención, hace que deban ser considerados diversos factores a fin de tomar finalmente una decisión. Entre los principales factores a considerar citamos los matemáticos, los contables, la práctica general de la industria y la experiencia. Los factores anteriores en su conjunto y la opinión de los departamentos actuarial, selección de riesgos, médico y administrativo, darán los elementos para la decisión final del límite que sobre cada póliza habrá de retenerse.

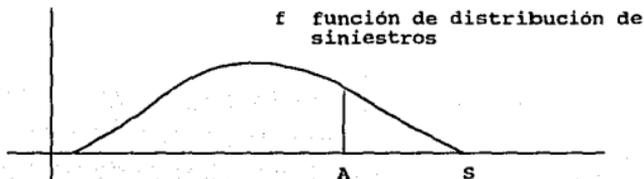
También es de utilidad considerar los límites de retención que emplean otras compañías del mercado, sobre todo será conveniente la comparación con aquellas compañías que posean carteras, capital, activos y utilidades similares.

Al calcular el límite, se determina el monto máximo de suma asegurada que sobre cada póliza puede mantener una compañía por su propia cuenta, con el fin de garantizar la seguridad de la empresa y conservar su estabilidad financiera.

La determinación del límite incide directamente en el costo de reaseguro (prima cedida-siniestros recuperados-utilidad), por lo que éste debe ser calculado con diferentes límites, a fin de tener la seguridad de que es razonable en términos de la protección que recibe.

El reaseguro protege contra la variación a que está sujeta la ocurrencia de siniestros, tanto en costo como en número promedio de los mismos.

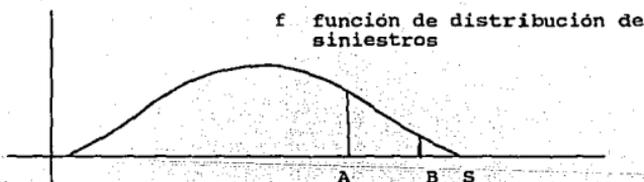
Para la cedente el límite por fluctuaciones adversas de siniestralidad durante un periodo está determinado por sus reservas iniciales más primas suscritas (sin considerar gastos de administración y de adquisición e ingresos producto de inversiones). Una representación gráfica del monto acumulado de siniestros y de la cantidad máxima que sobre estos puede enfrentar una compañía es la siguiente:



en donde S monto máximo posible de siniestros
 U_{0t} reservas iniciales al inicio del periodo t
 P_t primas suscritas en el periodo t

y $A = U_{0t} + P_t$ son los recursos de la compañía en el periodo t

De este modo, los siniestros que superen el monto A pondrán en peligro la estabilidad financiera de la empresa. Si se procede a recargar las primas con un factor β , aumentaremos la capacidad de la compañía:



$$B = A + P_t \beta = U_{0t} + P_t + P_t \beta = U_{0t} + P_t (1 + \beta)$$

Cuando la cedente efectúa un contrato de reaseguro, la distribución de los siniestros de su cartera tenderá a modificarse, en tanto que los recursos de la cedente se reducirán en la medida en que tenga que pagar primas de reaseguro; Si denotamos a P_x como de las primas de reaseguro, se tiene:



donde C denotará la nueva capacidad de la compañía:

$$C = B - P_{tx} \\ = U_{0t} + P_t + P_t\beta - P_{tx}$$

De donde se observa, que a cambio de la disminución de recursos por las primas cedidas a reaseguro, la cedente aumenta su capacidad para solventar siniestros.

En general los aspectos que se habrán de considerar en la determinación de la retención son:

Definición del problema. Donde habrán de definirse los recursos con los cuales la empresa responderá por los riesgos retenidos. La determinación del modelo matemático que habrá de emplearse puede ser considerada en este punto.

Tamaño de la cartera. Al aumentar el tamaño de la cartera, si la distribución de siniestros no se altera, se podrá aumentar el nivel de retención, manteniendo la misma probabilidad de ruina.

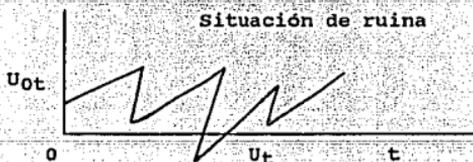
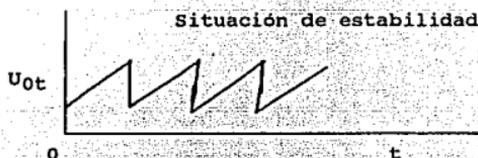
Probabilidad de siniestros. Se deberá tener en cuenta el periodo durante el cual se mantiene vigente la retención - usualmente un año -, y los siniestros que en dicho periodo ocurran, ya que en general la probabilidad del siniestro está relacionada directamente con la magnitud del periodo estudiado. La heterogeneidad de los riesgos cubiertos deberá tenerse también en cuenta, pues se pueden tener desviaciones importantes en las probabilidades asociadas a la siniestralidad al alterar la composición de la cartera.

Tamaño del siniestro. Habrá de tomarse en cuenta tanto el número de siniestros, como el tamaño de los mismos, ya que algunos de ellos de ocurrir, y debido a su posible magnitud, pueden influir en gran manera sobre el costo total de los siniestros.

Capital y reservas. Debe tenerse en cuenta el capital así como la reserva acumulada que pueden responder en casos extremos por los siniestros que ocurran. Mayores montos de ambos rubros permitirán establecer un más alto nivel de retención.

Recargo sobre primas. El recargo que se aplique a las primas, generara un recurso adicional que permitirá a la cedente responder por los riesgos suscritos de una manera más adecuada.

Probabilidad de ruina. Es definida como la probabilidad de que durante un periodo, el monto de siniestros exceda el importe de reserva inicial de dicho periodo.



donde: U_{0t} reserva inicial en el periodo t
 U_t monto de reserva en el periodo t ante siniestro S

Gráficamente, la probabilidad de ruina indica los valores que toman las reservas sobre el eje de las ordenadas, si dichos valores son mayores o iguales a cero no habrá ruina, en caso contrario, se tiene al menos un punto para el período considerado que puede potencialmente causar la ruina de la compañía (en términos prácticos, se requerirá de invertir capital adicional).

En una situación real, al considerar dividendos, intereses y otros factores, el resultado puede revertirse de negativo a positivo, aunque los modelos matemáticos que se generan son muy complejos, y se requiere el uso de la computadora para obtener resultados numéricos.

La probabilidad de ruina puede ser calculada por simulación, tomando muestras de la cartera asegurada y considerando el monto total de reclamaciones por siniestros que para esa muestra se presenten durante un período, se evalúan entonces:

$$U_i = U_0 + (1+\beta_i)P_i - x_i$$

donde U_0 reserva inicial
 P_i primas de la muestra i
 x_i monto de reclamaciones de la muestra i
 β_i recargo de la prima para el grupo i

Si para todos los grupos muestreados durante un período, se tiene que $U_i \geq 0$ para toda i no habrá ruina en el período considerado, en caso contrario, al menos una situación de ruina habrá ocurrido.

Algunos autores aproximan la probabilidad de ruina a través de la expresión:

$$\phi(u_t) \approx e^{-Rut}$$

donde u es la reserva inicial, y R es un coeficiente de ajuste (ver apéndice).

El estudio de la probabilidad de ruina comprende los siguientes periodos:

- | | | |
|-----------------------|---------------|-----|
| Periodo finito | caso continuo | (a) |
| Periodo infinito | caso discreto | (b) |
| Periodo finito | caso discreto | (c) |
| Periodo infinito..... | caso continuo | (d) |

Algunos de los métodos que desarrollan el estudio de la probabilidad de ruina en dichos periodos son:

Wiener-Hopf, Estrategias Barrier (caso discreto), Estrategias Barrier (caso continuo) que involucra una ecuación integro-diferencial, y los métodos de la "Renewal Theory" que involucra ecuaciones integrales.

El período más general es el (d), y es descrito brevemente en el apéndice. El estudio de la probabilidad de ruina es tan extenso que rebasa los alcances de esta tesis, y excepto lo que se describe en el apéndice, no será tratado más a fondo.

En lo concerniente al reaseguro, la correcta determinación del límite de retención debe garantizar que la probabilidad de ruina tienda a cero, ya que no existe algún tipo de reaseguro que haga que la probabilidad de ruina sea nula.

La cedente decidirá la cantidad de siniestros que esta dispuesta a retener, determinando los márgenes de beneficio que pudiese perder al pagar el costo del reaseguro, y habrá de buscar equilibrar estos dos aspectos para un adecuado funcionamiento; seguridad y beneficio.

Dada la complejidad de involucrar todos los factores que deben contemplarse en el cálculo de la retención, cada compañía habrá de determinar los elementos que considerará en el modelo matemático que utilizará.

Presentamos a continuación diversas perspectivas del cálculo de la retención, mismas que tendrán mucho en común como es de esperar.

A) EL CAPITAL Y LAS RESERVAS

Se consideran únicamente los recursos que posee la empresa, los cuales garantizarán la totalidad de siniestros ocurridos.

Considerando a el capital contable las reservas y las primas, como los recursos con los que cuenta la compañía para afrontar la máxima desviación por siniestralidad que se puede presentar, el límite de retención, habrá de garantizar que ante las circunstancias más adversas, el capital contable no se vea consumido en su totalidad.

Es decir, el límite de retención M, habrá de ser tal que se cumpla la siguiente desigualdad:

$$S_M \leq C + P_M (1-G)$$

donde:

S_M siniestralidad máxima esperada con retención igual a M
 C capital contable
 P_M primas retenidas dada una retención igual a M
 G Gastos de adquisición y administración

B) PERSPECTIVA RIESGO Y RENDIMIENTO.

Se considera la determinación del límite de retención como un problema de riesgo y rendimiento, es decir, dado que la cedente esta expuesta a la ocurrencia de un evento desfavorable (la ocurrencia de muerte para cada uno de sus asegurados), se desea en base a tal eventualidad, obtener una cierta "ganancia" o un cierto "rendimiento", reflejado éste como el minimizar el costo máximo que tenga que desembolsar la cedente ante la ocurrencia de un siniestro, o bien, que el riesgo total de la cantidad a retener sobre cada póliza llegue a ser mínimo.

Dentro de las "alternativas de inversión" a través de la relación que existe entre riesgo y rendimiento, se elige la opción de determinar la máxima desviación estadística por mortalidad que puede afectar a una compañía.

Así que se necesita medir la desviación de mortalidad sobre los riesgos retenidos, tomando en consideración el recurso que ampara tales riesgos.

Para esto se parte de los siguientes supuestos:

Sea x la variable aleatoria que denota la ocurrencia de un siniestro, por lo tanto x puede tomar los valores:

$$x = 0 \quad \text{ó} \quad x = 1$$

donde $P(x=0) = p$; no ocurre un siniestro en un periodo t
 $P(x=1) = q$; ocurre un siniestro en el periodo t
(probabilidad de muerte)

Por lo tanto, se asocia al evento la función de probabilidades Bernoulli:

$$f(x) = p^x q^{1-x} \quad x = 0,1$$

Y para el conjunto de expuestos se tiene:

$$f(x) = \sum_{x=0}^n \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

El riesgo de mortalidad en la cartera de seguros se determina a través de la desviación estándar, y dados los supuestos planteados, se considera la función de probabilidades asociada al evento como una binomial.

Sea n el número de asegurados, redefinimos x como el número de éxitos en n ensayos de la binomial.

Por el tamaño de n , y por el teorema de De Moivre y Laplace, la distribución binomial se puede aproximar por medio de la normal con media $\mu = np$, y $\sigma^2 = npq$.

Se tiene por tanto un índice de dispersión normalizado, y se debe elegir entre varias opciones la óptima para la compañía. Habrá que tomar en cuenta el criterio de la varianza promedio y oposición al riesgo:

"El criterio de la varianza promedio, se basa en el patrón general de que los inversionistas, en promedio, se oponen al riesgo. Al tomar decisiones de inversión, se hace una elección de ventajas y desventajas que existen entre los rendimientos esperados y el riesgo en el que se incurre. De esto se desprende que los valores con más riesgo requieren mayor rendimiento esperado, que el de los valores con menor grado de riesgo". (1)

Se emplea el término inversión, por considerar que la adecuada elección del límite de retención, puede ser contemplada en términos de lo que refleja en los resultados de la cedente como una inversión.

(1) J.F. Weston, E.F. Brigham "Finanzas en Administración" Interamericana. México 1987. pág. 109.

Para calcular cualquier desviación estándar se utiliza:

$$\sigma^2 = \sqrt{\sum_{i=0}^n (a_i - b_i)^2 Pr}$$

En general dentro de la teoría de riesgo y rendimiento, se considera a σ' como la desviación estándar de los rendimientos esperados de la cartera, donde:

a_i rendimiento esperado de la cartera
 b_i rendimiento real
 Pr probabilidad de ocurrencia del factor de riesgo (probabilidad de muerte).

Así en términos de seguros, denotamos:

a_i importe de la cesión

Ya que al determinar el monto a retener, se define un rendimiento esperado.

b_i importe del seguro directo.

También por los supuestos de normalidad:

$$\sigma_i^2 = n_i p q \quad \text{por lo que} \quad \sigma_i = \sqrt{n_i p q}$$

será la desviación media cuadrática del número de fallecimientos.

$$\text{Por tanto} \quad \sigma_i = \sqrt{\sum (a_i - b_i)^2} \sqrt{n_i p q} \quad i = 1 \dots n$$

Este valor, calculado al inicio del periodo del que se desea determinar el límite de retención, es generado con la información del periodo anterior, por lo cual se evalúa el valor de dicho monto al final del periodo en estudio, esto es:

$$\sigma_{0i} = (1+i') \sqrt{\sum (a_i - b_i)^2} \sqrt{n_i p q}$$

con i' interés técnico

Sobre este monto se agregan las primas que permiten a la compañía responder por las desviaciones de la mortalidad. Sea P_{ma_ret} el valor por unidad de prima que la cedente retiene (prima retenida).

Con este monto se tiene un límite de retención inicial M_0 , por tanto:

$$M_0 = (1+i') Pma_ret \sqrt{\Sigma(a_i - b_i)^2} \sqrt{n_i pq}$$

Finalmente, al modelar o trabajar con una distribución normal, se debe elegir un nivel de confianza, a fin de asociar una medida del error en la estimación estadística que se está efectuando.

$$P(x \geq \alpha) = 1 - P(x \leq \alpha) = 1 - \Phi(\alpha)$$

Por tanto se determina el cuartil c y se llega finalmente a:

$$M_0 = (1+i')(c) Pma_ret \sqrt{\Sigma(a_i - b_i)^2} \sqrt{n_i pq}$$

donde q probabilidad de muerte
 $p = 1 - q$

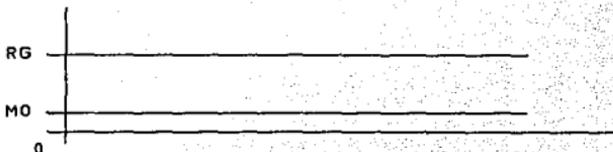
Así, se deben comparar los límites M_0 obtenidos con los diferentes valores que se tengan de la cartera asegurada, y evaluarlos respecto a los recursos (capital, reserva de previsión, reserva legal), eligiendo como límite un valor que no rebase el monto de los recursos que la cedente destina al ramo en cuestión.

Es decir, obtener un valor M_0 para el cual:

$$M_0 \leq RG, \text{ donde } RG \text{ son los recursos de garantía}$$

$$RG = f(\text{capital, reserva de previsión, reserva legal}) \\ \text{(o recursos destinados al ramo).}$$

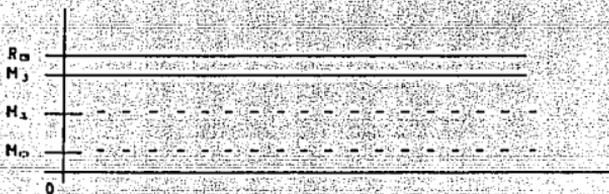
Gráficamente, dado un monto de recursos de garantía (RG) al inicio del periodo del cual se quiere determinar el límite de retención, el límite de retención M_0 para el rango de sumas aseguradas considerado de la cartera es:



Si $M_0 < RG$, se considera otro límite de retención M_1 , tal que $M_1 > M_0$, se compara igualmente respecto a RG



Efectuando esto hasta que se encuentre el índice j para el cual $M_j \leq RG$ acorde con la decisión de la cedente y la respectiva aprobación de las autoridades correspondientes.



Siendo el límite de retención M_j

C) PERSPECTIVA DE LA TEORIA DE RIESGO.

Uno de los principales problemas de la teoría de riesgo, es la determinación del límite de retención. Un modelo matemático basado en dicha teoría es presentado a continuación.

Sea N el total de riesgos de una cartera formado de la suma de riesgos independientes n_i .

Sea $S(i)$ la variable aleatoria que denota el cúmulo de riesgos en un período considerado.

Sea $P(i)$ el precio del reaseguro (primas de reaseguro)

Considerando retenciones proporcionales a_i se define

$$Z = \sum_{i=1}^N a_i P(i) - \sum_{i=1}^N a_i S(i)$$

como una variable aleatoria que mide el riesgo máximo de los montos retenidos n_i . Se desea que para un valor esperado de la variable Z , su varianza sea mínima. Esto se logra determinando los valores característicos a_i utilizando el "principio de varianza mínima".

Es decir, se quiere que:

$\text{Var}[Z]$ sea mínima bajo la condición $E[Z]$ constante, con E el operador esperanza.

Por el método de multiplicadores de Lagrange, el mínimo de los puntos a_i serán aquellos donde las derivadas parciales de

$$\phi = \text{Var}[Z] + \mu E[Z] \text{ sean cero}$$

Por ser $S(i)$ variable aleatoria independiente para toda i diferente de j

$$\text{Var}[Z] = \sum_{i=1}^N a_i^2 \text{Var}[S(i)] ; E[Z] = \sum_{i=1}^N a_i [P(i) - E[S(i)]] = \sum_{i=1}^N a_i L(i)$$

donde $L(i) = [P(i) - E[S(i)]]$ representa el recargo contenido en las primas $P(i)$. Por tanto, tenemos que:

$$\phi = \text{Var}[Z] + \mu E[Z]$$

$$= \sum a_i \text{Var}[S(i)] + \mu \sum a_i L(i)$$

al obtener las derivadas parciales respecto a a_i para toda i , se obtiene:

$$\delta \phi / \delta a_i = 2a_i \text{Var}[S(i)] + \mu L(i) = 0 \quad \text{para toda } i$$

de donde $a_i = -\mu L(i) / 2 \text{Var}[S(i)]$ para toda i

La aplicación de esta teoría al cálculo de la retención con un ejemplo numérico es presentado a continuación.

Se considera el cálculo del pleno, de tal manera que el riesgo total del monto asegurado, sin tener en consideración las cantidades cedidas en reaseguro, llegue a ser un mínimo.

Consideremos una cartera de reaseguro formada por n pólizas.

Sean S_1, S_2, \dots, S_n las sumas aseguradas de cada póliza.

Sean s_1, s_2, \dots, s_n las sumas reaseguradas de las anteriores pólizas.

Las cantidades retenidas serán en consecuencia:

$$S_1 - s_1, S_2 - s_2, \dots, S_n - s_n$$

Sean P_1, P_2, \dots, P_n las tasas de las primas de reaseguro por unidad de suma asegurada, por lo que el total de primas de reaseguro es:

$$B = s_1 P_1 + s_2 P_2 + \dots + s_n P_n$$

Los riesgos medios de los seguros retenidos serán:

$$(S_1 - s_1)M_1, (S_2 - s_2)M_2, \dots, (S_n - s_n)M_n;$$

donde:

$$M_i = V(1 - r m_i) \sqrt{p_i q_i}$$

es el riesgo medio de un seguro individual para la duración de un año, por unidad de suma asegurada y edad alcanzada i , y donde:

$V = 1/(1+i)^t$ factor de descuento con i = interés técnico
 q_i probabilidad de muerte para una persona de edad i

Por el teorema de Hattendorff, sabemos que el riesgo medio total del total de la cartera asegurada es igual a la suma de

los riesgos medios de los seguros individuales (toda vez que se supone riesgos independientes). Haciendo uso del teorema, tenemos:

$$M^2 = (S_1 - s_1)^2 M_1^2 + (S_2 - s_2)^2 M_2^2 + \dots + (S_n - s_n)^2 M_n^2$$

La determinación del pleno, se hará bajo la siguiente condición: El cuadrado del riesgo total del monto retenido debe ser un valor mínimo.

Siendo el monto retenido y en consecuencia el monto reasegurado las cantidades a determinar, supondremos montos s_i de cantidades reaseguradas, determinando las cantidades más favorables de reaseguro x_i .

La condición que determinará el pleno involucra:

- El riesgo medio retenido, es decir:

$$(S_1 - x_1)^2 M_1^2 + \dots + (S_n - x_n)^2 M_n^2$$

- La diferencia entre lo que se paga de primas de reaseguro con las cantidades reaseguradas supuestas s_i , respecto a lo que se pagaría con las cantidades óptimas x_i , es decir:

$$[x_1 P_1 + x_2 P_2 + \dots + x_n P_n - (s_1 P_1 + s_2 P_2 + \dots + s_n P_n)] h$$

donde h es una constante.

Y es natural suponer que al determinar las cantidades más favorables a retener, se contemple tanto los montos en riesgo como las primas que se están pagando por ellos. Los anteriores supuestos determinan la ecuación:

$$L = (S_1 - x_1)^2 M_1^2 + \dots + (S_n - x_n)^2 M_n^2 + (x_1 P_1 + x_2 P_2 + \dots + x_n P_n - B) h$$

$$= \sum p_i q_i [V(1 - r m_i) (S_i - x_i)]^2 + (\sum x_i P_i - B) h$$

(se asumen todas las sumas con índices $i=1..n$, salvo que se indique lo contrario).

Para obtener un mínimo, igualamos a cero las derivadas parciales de primer orden de la función L , entonces:

$$\delta L / \delta x_1 = h P_1 - 2(S_1 - x_1) M_1^2 = 0$$

$$\delta L / \delta x_2 = h P_2 - 2(S_2 - x_2) M_2^2 = 0$$

$$\delta L / \delta x_i = hP_i - 2(S_i - x_i)M_i^2 = 0$$

entonces $x_i = S_i - hP_i / 2M_i^2$

de $B = s_1P_1 + s_2P_2 + \dots + s_nP_n$

$$B = (S_1 - hP_1 / 2M_1^2)P_1 + \dots + (S_n - hP_n / 2M_n^2)P_n, \text{ es decir:}$$

$$B = \Sigma(S_i P_i) - 1/2h \Sigma P_i^2 / M_i^2$$

Sea $C = \Sigma(S_i P_i)$ y $D = \Sigma P_i^2 / M_i^2$ entonces $B = C - 1/2hD$

Por tanto: $h = 2(C-B)/D$

$$\begin{aligned} x_i &= S_i - hP_i / 2M_i^2 \\ &= S_i - [2(C-B)/D]P_i / 2M_i^2 \\ &= S_i - (C-B)P_i / DM_i^2 \quad \dots(1) \end{aligned}$$

En base a la ecuación (1), habrán de separarse los montos de sumas aseguradas; en retenidas y reaseguradas, para esto, igualando a cero el valor de x_i :

$$x_i = S_i - (C-B)P_i / DM_i^2 = 0 \text{ entonces}$$

$$S_i = (C - B)P_i / DM_i^2$$

El método supone un monto de suma asegurada S_1 como límite de retención, y se evalúa $(C - B)P_1 / DM_1^2$, si para este valor se tiene que:

$$S_1 \leq (C - B)P_1 / DM_1^2$$

no se tiene aún el límite buscado, y el valor S_1 queda en retención; esto se lleva a cabo hasta que se encuentra un índice para el cual:

$$S_k M_k^2 / P_k \leq C_k - B / D_k \text{ y}$$

$$S_{k+1} M_{k+1}^2 / P_{k+1} > C_{k+1} - B / D_{k+1}$$

siendo el límite $C_{k+1} - B / D_{k+1}$

Se ha considerado hasta ahora sólo el riesgo medio total de la cartera de seguros, sin embargo éste se compone de dos, a saber:

El riesgo medio retenido M_r
 El riesgo medio cedido M_c

misimos que satisfacen: $M^2 = M_r^2 + M_c^2$

Se establece además la condición de que M^2 sea igual a cierto porcentaje (aquel destinado a las desviaciones de la mortalidad) de la reserva de previsión.

El riesgo medio retenido será (toda vez que se supone un límite S_j)

$M_r^2 = \sum n_i S_i^2 M_i^2$ y para una r_m promedio y edad promedio, se tiene $M_i^2 = M_0^2$, de donde:

$$M_r^2 = \sum n_i S_i^2 M_0^2 \quad y$$

$$M_c^2 = M^2 - M_r^2$$

La prima de reaseguro es $P_x = q_x (1 - r_m) V$

Finalmente de la expresión del riesgo con los valores x_i obtenidos tenemos:

$$M^2 = (S_1 - x_1)^2 M_1^2 + (S_2 - x_2)^2 M_2^2 + \dots + (S_n - x_n)^2 M_n^2$$

y de (1) tenemos

$$S_i - x_i = (C-B) P_i / D M_i^2 \quad \text{por tanto}$$

$$M^2 = (C-B)^2 P_1^2 / D^2 M_1^2 + (C-B)^2 P_2^2 / D^2 M_2^2 + \dots + (C-B)^2 P_n^2 / D^2 M_n^2$$

$$= (C-B)^2 / D^2 [P_1^2 / M_1^2 + \dots + P_n^2 / M_n^2]$$

$$= (C-B)^2 / D^2 \sum P_i^2 / M_i^2$$

Como $D = \sum P_i^2 / M_i^2$

entonces $M^2 = (C-B)^2 D / D^2 = (C-B)^2 / D$

$$\text{por lo tanto } C-B = M \sqrt{D}$$

y para el monto reasegurado:

$$C_k - B_k = M_c \sqrt{D_k}$$

teniendo esto presente a la hora de considerar $D = \sum P_i^2 / M_i^2$, que es la suma de cocientes de cuadrados de primas de

reaseguro y cuadrados de riesgos medios, y considerar riesgos medios cedidos en primas de reaseguro.

Ejemplo numérico:

Grupo de asegurados	Número de asegurados	suma asegurada promedio
1	7,104	1,000
2	3,340	2,000
3	3,234	3,000
4	546	4,000
5	6,602	5,000
6	537	6,000
7	112	7,000
8	295	8,000
9	80	9,000
10	3,654	10,000
11	268	12,000
12	1,041	15,000
13	432	20,000
14	262	25,000
15	110	30,000
16	108	40,000
17	121	50,000
18	40	60,000
19	110	75,000
20	96	100,000
21	25	120,000
22	48	150,000
23	20	200,000
24	7	300,000
25	2	400,000
26	1	500,000
total	28,195	2,152,000

reserva media = 43,755,000

reserva matemática = $rm_0 = 0.232928$

$V = 1/(1+i)$ con $i = 4.5\%$ da $V = 0.956937$

consideremos la edad promedio de la cartera igual a 42

por tanto $x = 42$

$qx = 0.010252$

$Px =$ prima de reaseguro = 0.00752537

$Px\beta = 0.0079016$ ($\beta = 1.05$ recargo de la prima)

$px = 0.989748$

$Mx = 0.0739411$

$Mx' = 0.0054672$

$$Px\beta^2 = 0.0000624$$

$$Px\beta/Mx^2 = f_1 = 1.445257$$

$$Px^2/Mx^2 = 0.01141$$

Reserva de prevision = 1,225,000

de esta reserva cierta parte se destina a desviaciones estadisticas de la mortalidad, por tanto:

reserva para desviaciones estadisticas = 367,500

considerando el riesgo medio como 1/3 de esta cantidad

$$367,500/3 = 122,500$$

Considerando hasta 25,000 de retencion

$$M_r = 77,004$$

$$M_c = 95,272$$

$$D_k = 7.8569$$

$$C_k - B_k = 267,048$$

$$(C_k - B_k)/D_k = 33,989$$

$$(C_k - B_k)/D_k f_1 = 49,123$$

Considerando hasta 40,000 de retencion

$$M_r = 91,164$$

$$M_c = 81,825$$

$$D_k = 5.3674$$

$$C_k - B_k = 189,570$$

$$(C_k - B_k)/D_k = 35,319$$

$$(C_k - B_k)/D_k f_1 = 51,045$$

Considerando hasta 60,000 de retencion

$$M_r = 103,692$$

$$M_c = 65,225$$

$$D_k = 3.5288$$

$$C_k - B_k = 122,524$$

$$(C_k - B_k)/D_k = 34,772$$

$$(C_k - B_k)/D_k f_1 = 50,182$$

Como este es el primer valor para el que se cumple que la retencion fijada es mayor que el valor calculado, se tiene acorde con el metodo que la retencion sera 50,182.

D) TEORIA DE DECISIONES.

La teoría de las funciones de decisión puede ser utilizada como un método auxiliar para elegir o determinar el límite de retención, de la siguiente manera:

Se caracteriza el problema de decisiones como un juego en el que una parte compañía de seguros, juega contra otra parte, naturaleza, aleatoriedad, riesgo de muerte; para esto consideramos lo siguiente:

1. La naturaleza escoge un estado θ de un conjunto U constituido por los posibles elementos de la naturaleza. A U se le llama espacio de parámetros (probabilidad de muerte, frecuencia de siniestros, etc.)

2. La compañía de seguros elige de un conjunto A , que consta de todas las posibles acciones para ella (forma de distribuir la cartera, costo de reaseguro que esta dispuesta a pagar, elección de q_x , recursos que destine al ramo en cuestión, etc.), alguna(s) "a" en particular.

3. Se define la función de valores reales $L(\theta, a)$, denominada función de pérdidas, cuyo valor para (θ, a) , se llama pérdida correspondiente a esa pareja.

Como "a" representa en alguna forma la cantidad a retener:

$L(\theta, a): R \rightarrow R$ por lo que:
 $L(\theta, a) < 0$ ganancia para la compañía
(elección adecuada)
 $L(\theta, a) > 0$ pérdida para la compañía
(o alta probabilidad de ruina)

Al no conocer la compañía el estado real de la naturaleza, elige algún tipo de información para conocer dicho estado, elige así una variable aleatoria, que para el presente caso podrá ser la mortalidad q_x .

Así definimos el juego (U, A, L) que incluye una variable aleatoria x con función de distribución $F(x, \theta)$, llamado juego estadístico o problema de decisión estadística.

Al elegir una acción a de A , dependiendo del valor de x , definimos la función $a = d(x)$, llamada función de decisión, entonces la función de pérdidas estará en función de x $L(\theta, d(x))$, como $d(x)$ es una variable aleatoria, también lo es la pérdida $L(\theta, d(x))$. El valor medio de la variable aleatoria depende tanto del espacio θ de la naturaleza como de la función de decisiones d .

Representamos esta media por R :

$$R(\theta, d) = E(L(\theta, d(x)))$$

Llamada función de riesgo (o pago), la cual representa la pérdida promedio de la compañía cuando usa la función particular d y el verdadero estado de la naturaleza θ .

Bajo los anteriores supuestos, se aplica el principio minimax. Con las funciones de pérdidas y de riesgo correspondiente $R(\theta, d)$, se ordenan las funciones de decisión de acuerdo a lo peor que pudiere sucederle a la compañía. Es decir, se preferirá d_1 a d_2 si:

$$\sup R(\theta, d_1) < \sup R(\theta, d_2)$$

El principio minimax, consiste en elegir d en el conjunto D de funciones de decisión, de tal manera que minimice el máximo riesgo posible, es decir, minimizar $\sup R(\theta, d)$.

Ya que D y U contienen un número finito de elementos, existe al menos una función de decisión minimax, con su riesgo correspondiente:

$$\min[\max R(\theta, d)]$$

Entonces, al generar funciones de decisión se escogerá $\min(\max(M_i))$ de acuerdo al principio, utilizando la información de que se disponga para el análisis, los recursos y políticas generales de la compañía.

En la Teoría de Criterios de Estabilidad de una Cartera de Seguros, se definen las siguientes variables de decisión:

- a) El nivel de recargo de las primas (β_0)
- b) El nivel de retención, y (M_0)
- c) Las reservas libres iniciales (U_0)

donde dichas variables de decisión darán para una terna de números reales (β_i, M_j, U_k) la mejor opción (de todas las posibles combinaciones) en términos de la estabilidad que darán dichos valores a los resultados de una compañía.

La determinación de la retención al ser considerada como variable de decisión (al igual que el recargo de primas y reservas), producirá por tanto un criterio de estabilidad también conocida con los siguientes nombres:

- Criterio de probabilidad de ruina (Lundberg, Cramer)
- El criterio de los dividendos de la póliza (de Finetti)
- El criterio de utilidad (Von Neumann-Morgenstern, Borch)

Resumiendo de todo lo anterior, podemos mencionar como se ha visto, que la determinación del pleno no tiene respuesta única, y depende en gran medida de las políticas que adopte la compañía, así como los factores de seguridad que se estimen convenientes para enfrentar las desviaciones que se presenten.

Puede calcularse muy empíricamente, sobre todo a la hora de determinarla en términos prácticos, y se considera inclusive que la retención adecuada es la máxima pérdida que el director de la compañía cedente puede oír del departamento de siniestros una día cualquiera, sin perder la tranquilidad, y mantener por el resto del día su equilibrio emocional.

La determinación del límite, constituye, un amplio campo de investigación y aplicación para el actuario, a fin de que contribuya de manera más eficaz y confiable a su cálculo.

V. PRIMAS

El seguro busca que la cantidad que la compañía recibe por concepto de primas sea suficiente para afrontar los siniestros que se presentan, y deje un monto para el propio funcionamiento de la empresa, considerando también las utilidades que se habrán de generar para los accionistas. En el reaseguro se habrá de buscar conseguir una prima que:

- Cubra el costo previsto de siniestros
- Cubra los gastos de administración y de adquisición
- Proporcione un remanente adecuado para aumentar las reservas creadas para cubrir las pérdidas catastróficas, que pueden afectar la cartera del reasegurador
- Produzca un beneficio

El método utilizado para calcular la prima comprende varios factores:

- La clase de reaseguro
- Tipo de cobertura
- Tamaño de la cartera a reasegurarse
- La experiencia del suscriptor que ha de cotizar

Además independientemente del método utilizado, se deberá tener en cuenta:

- La siniestralidad experimentada anteriormente y su tendencia
- El conjunto de factores que pueden influir a futuro en la siniestralidad experimentada
- Las posibles catástrofes que pueden recaer sobre los negocios que van a reasegurarse
- La retención de la compañía cedente
- El costo del reasegurador en la obtención y administración del negocio

Siniestralidad experimentada.

Junto con la siniestralidad experimentada por la compañía cedente, el reasegurador habrá de tener en cuenta su experiencia propia en negocios similares, tomando también en cuenta el lugar de procedencia.

Aunque el reasegurador tendrá que contribuir únicamente a los siniestros que superen la retención de la cedente, será de utilidad el conocer la siniestralidad de la cartera global, o por lo menos, de la cartera total de algunos de los contratos de reaseguro en vigor. Este tipo de información sobre los siniestros se denomina "a partir de cero" (FGU, From The Ground Up). Esta información le permite calcular como influirán las variaciones de siniestralidad aunque sean mínimas, sobre los siniestros reasegurados.

Al aumentar la cartera de seguros suscritos aumentarán los siniestros, algunos de ellos muy costosos. La siniestralidad experimentada deberá tomar en cuenta los cambios en el volumen de los seguros suscritos, generalmente esta experiencia se establece a través del sistema "burning cost" (coeficiente de siniestralidad), que permite expresar la siniestralidad experimentada en términos de las primas suscritas. Los factores que habrán de tomarse en cuenta, por poder éstos alterar la validez de los datos de la siniestralidad de la cedente, son entre otros: efectos de la inflación, modificaciones a los cambios en las políticas de suscripción de la compañía y las variaciones en los tipos de cambio de divisas (en el caso de carteras que amparan riesgos en el extranjero).

Posibilidad de catástrofes.

La cobertura de riesgos catastróficos justifica recargar las primas de reaseguro, los principales factores a tomar en cuenta son:

- La naturaleza de los riesgos cubiertos
- La clase de reaseguro solicitado y las exclusiones que comprende la restricción geográfica y/o el tiempo de cobertura, ocasionará una responsabilidad menor por el reasegurador y justificará una prima más baja.
- Los límites del contrato, incluidos los riesgos individuales

Suele ser normal en contratos de catástrofes marítimos o incendios, establecer cláusulas automáticas de reposición, en virtud de las cuales el asegurado, en caso de producirse un siniestro amparado por el contrato, habrá de pagar una prima adicional.

Gastos de administración.

Contempla la posible participación de un corredor en la colocación de un negocio, los servicios que presta el reasegurador habrán de tenerse en cuenta para calcular el recargo sobre la prima.

MÉTODOS PARA TARIFICAR PRIMAS.

El cálculo de prima de reaseguro para los contratos de vida, se basa generalmente en tasas que representan porcentajes de la tabla de mortalidad, donde por lo regular se contempla el financiamiento de la aseguradora en los primeros años, así como la conservación de cartera.

Reaseguros no proporcionales:

En los reaseguros no proporcionales, se definen generalmente tasas a partir de los cocientes obtenidos de primas entre siniestros para obtener la prima de reaseguro.

I. Métodos estadísticos.

Excesos de Pérdida.

- Cuota o tasas.

La obtención de éstas, se establece con base en la experiencia siniestral. Los cúmulos de riesgo catastrófico, el perfil de cartera y el límite de cobertura del contrato.

Normalmente en contratos catastróficos se estipula una cuota fija. Esta cuota representa el equivalente en prima de una cantidad que obtenida durante un determinado número de años (Pay Back), permita formar un fondo de reserva equivalente al monto de cobertura estipulado en el contrato. Lo anterior es en consideración a que los eventos catastróficos se dan cada determinado número de años.

Prima fija.

Cuando una cedente no posea estadísticas suficientes así como una adecuada experiencia la siniestralidad de su cartera, la compañía reaseguradora exigirá una prima fija, la cual es cobrada en los casos a continuación enunciados:

- a) Cobertura de catástrofes, cubriendo el reasegurador, los excesos de los siniestros del reasegurado.
 - b) Carteras de compañías nuevas, donde no se tenga una experiencia en siniestralidad que pueda ser proyectada a futuro, y donde además, el reasegurador exiga una prima mínima que cubra adecuadamente los gastos administrativos y que haga que el contrato produzca beneficios, pudiendo elaborar un método de tarificación más flexible, en la medida que aumente el volumen de suscripción de la cedente.
- El inconveniente de las primas fijas, es que no responden a las variaciones en el volumen suscrito por la compañía ni a la siniestralidad experimentada.

Tasas de primas fijas.

Usualmente al inicio de cada año, la cedente paga una prima en depósito, luego al terminar el año se calcula el importe definitivo aplicando la tasa acordada a las primas brutas suscritas por la compañía durante el año. Siendo el reasegurado el responsable de los siniestros que afecten a las pólizas en cartera durante el año de la cedente, el riesgo a que está expuesta, esta reflejado por el importe de las primas devengadas por el reasegurado, que en su caso:

- 1) Incluya la parte de las primas de pólizas suscritas durante los periodos contables anteriores, válidas para los periodos de los seguros en vigor durante el ejercicio.
- 2) Deduzca aquellas partes de las primas suscritas durante el año válidas para periodos de seguros sin expirar al terminar el año, que por consiguiente pueden originar reclamaciones futuras.

Al crecer la cartera, las primas suscritas durante el año, serán mayores que las primas devengadas, mientras que la cartera disminuye ocurrirá todo lo contrario. En consecuencia, si la prima de reaseguro se basa en las primas brutas netas suscritas por la cedente, su importe podrá compensar por exceso al riesgo corrido por el reasegurador durante el año.

Ejemplo:

Suponiendo un contrato de Exceso de Pérdida (XL)

Monto real de primas	250,000,000
Siniestros ocurridos a cargo del XL	15,000,000

Con las siguientes condiciones:

Cuota fija	2.5 %
Prima mínima de depósito	5,000,000

Se da en consecuencia el siguiente ajuste:

+ Ingreso de Primas	250,000,000 * 0.025 =	6,250,000
- Prima mínima de depósito		5,000,000
= Prima de ajuste		1,250,000
- Siniestros ocurridos		15,000,000
= Saldo (a favor de la cedente)		13,750,000

Prima ajustable.

En caso tener una siniestralidad mayor a la prevista, se hace más adecuado el uso de primas variables.

El valor que mide de manera adecuada dicho riesgo, son las primas netas consideradas en su volumen anual (primas emitidas - cancelaciones - primas cedidas). Este valor mide la proyección de la siniestralidad agregada de los distintos riesgos cedida en los contratos de reaseguros proporcionales. El aumento de las primas netas indicará:

- Si la cedente tiene asegurado un número mayor de riesgos expuestos, o si las sumas aseguradas se han aproximado o han superado el límite de retención; o
- Se dio un aumento en el límite de retención, en cuyo caso necesitará invariablemente de la aprobación del reasegurador, de acuerdo a las condiciones del contrato

Por lo tanto, la vinculación de la prima de reaseguro al importe de las primas netas suscritas por la compañía cedente, permite compensar automáticamente cualquier posible variación en su responsabilidad.

Tasa de primas variables.

Dentro de los contratos Working Cover es común establecer cuotas variables (mínima y máxima). La obtención de estas cuotas va en función de la experiencia siniestral registrada y su proyección hacia el futuro. La cuota mínima debe aportar un monto de prima suficiente para solventar una parte importante mínima de siniestros esperados (Burning Cost), y la cuota máxima deberá ser suficiente para aportar una prima a favor del reasegurador sobre el máximo de siniestralidad esperada.

Como se mencionó, las variaciones en la siniestralidad sufridas por la cedente durante cierto periodo de tiempo, hacen más adecuado el uso de tarifas de primas variables, que permitan adaptarlas a dichas variaciones. La base de la tarificación es el "burning cost" del contrato, siendo sobre todo adecuado en los contratos "working" de exceso de pérdida, con la ocurrencia de una cantidad regular de siniestros reasegurados por año.

La conveniencia de las tarifas de primas variables es clara. El mejoramiento de la siniestralidad por la cedente producirá primas más bajas, y a su vez, el empeoramiento de la siniestralidad acarreará un automático incremento de las primas para el reasegurador.

Ejemplo.

Se tiene la siguiente información:

Cuotas

Mínima 1.75 % , Máxima 8.75 %
Factor de ajuste 100 / 75
Siniestralidad anual

Se tiene el siguiente procedimiento:

Ingreso de primas	350,000,000
Siniestros ocurridos	20,000,000
Prima mínima y de depósito	10,000,000

Entonces:

Cuota bruta = siniestros / primas (burning costs)

siempre que cuota mínima < cuota bruta < cuota máxima,

en caso contrario se aplica la mínima o máxima, según sea el caso.

Por lo tanto:

Cuota bruta = $2 / 35 = 0.06$ y

Cuota de ajuste = cuota bruta * factor de ajuste
= $0.06 * 100/75 = 0.08 = 8\%$

Por lo que:

Ingreso de prima	$350,000,000 * 0.08 =$	26,666,667
- Prima mínima de depósito		10,000,000
- Prima de ajuste		16,666,667
- Siniestros ocurridos		20,000,000

Saldo (a favor de la cedente) 3,333,333

Primas de reaseguro utilizando los "Burning Costs"

Los "burning costs" o "pure burning costs" (coeficiente de siniestros entre primas), son recargados con cierto porcentaje para obtener las tasas utilizadas y calcular la prima de reaseguro, esto considerando que el reasegurador habrá de incluir gastos de adquisición, de administración y aportaciones a reservas para contingencias que cubran las fluctuaciones en toda la cartera.

Un factor importante será el número de años que comprenden los datos estadísticos para el cálculo del "burning costs", considerando que:

- Cambios de magnitud considerable en los siniestros ocurridos en años anteriores, pudieran no dar información valedera para proyectar hacia futuro.
- A mayor número de años de los datos considerados, se tendrá menos fluctuación aleatoria sobre el valor promedio anual de la siniestralidad.
- Las demoras en notificación y liquidación de siniestros, ocasiona que los datos sean en muchas ocasiones estimaciones o cálculos aproximados.

- Para algunos contratos, la prima suele calcularse según el "año de cartera", es decir, en función del número de siniestros ocurridos durante el año.

Las primas de reaseguro a través de los "burning costs", pueden ser calculadas considerando diferentes periodos.

Considerando un periodo de 5 años (de los cuales se tienen estadísticas de primas y siniestros), se supondrá el ingreso de primas de los siguientes tres años así como de los siniestros que se espera ocurran, y en base a ello se calculará la prima de reaseguro correspondiente a cada uno de esos tres años.

Año	Primas brutas	Siniestros a cargo del reasegurador	"Pure burning costs"
1	1,000,000	125,000	0.125
2	1,200,000	132,000	0.110
3	1,500,000	117,000	0.078
4	1,750,000	145,000	0.083
5	1,900,000	156,000	0.092

Considerando que al término del quinto año se tiene la totalidad de los siniestros liquidados, y con un recargo sobre las primas de 1.4286 tendremos:

Año	Primas brutas	Siniestros a cargo del reasegurador	"Pure burning costs"	"Loaded burning cost"
5	1,900,000	156,000	0.082	0.117
6	2,000,000	162,000	0.081	0.116
7	2,125,000	175,000	0.082	0.118
8	2,200,000	181,000	0.082	0.118

Año	Primas de Reaseguro del 5° año Calculada al término del año
5	1,900,000 * 0.117 = 222,857
6	2,000,000 * 0.116 = 231,429
7	2,125,000 * 0.118 = 250,000
8	2,200,000 * 0.118 = 258,571

Primas de reinstalación de cobertura.

Las reinstalaciones de cobertura en contratos de exceso de pérdida, por ocurrencia de siniestros, pueden ser pactadas bajo las siguientes opciones:

- Una reinstalación (Catastróficos y Working Cover)
- Dos o tres reinstalaciones (Catastróficos y Working Cover)
- Libres e ilimitadas (Working Cover)
- Libres con un límite de pérdida anual (Working Cover)

El Stop Loss, dada su naturaleza no ofrece reinstalaciones.

La reinstalación de cobertura se puede pactar con costo adicional de prima o sin él, hacemos mención de las siguientes opciones:

a) Reinstalaciones con prima adicional calculada sobre el 100 % del tiempo, y a prorrata del monto de cobertura a reinstalar.

Ejemplo:

Supongamos un cobertura 50,000,000 xs 10,000,000

Siniestros de 20,000,000 al 30 de septiembre

Cobertura del contrato: 1° de enero al 31 de diciembre

Prima mínima y de depósito 5,000,000

entonces:

$$\begin{aligned}
 \text{prima_reinstalación} &= \text{monto prorrata} * \text{importe cobertura} \\
 &= (20,000,000/50,000,000) * 5,000,000 \\
 &= 2,000,000
 \end{aligned}$$

b) Reinstalaciones con prima adicional calculada sobre el 50 % del tiempo, a prorrata del monto de cobertura a reinstalar

Ejemplo:

Con los mismos datos:

entonces:

$$\begin{aligned} \text{prima_reinstalación} &= \text{monto_prorrata} * \text{importe_cob} * \text{tiempo} \\ &= (20,000,000/50,000,000) * 5,000,000 * 50\% \\ &= 1,000,000 \end{aligned}$$

c) Reinstalaciones con prima adicional calculada a prorrata del tiempo y monto por reinstalar

Ejemplo:

Con los mismos datos:

entonces:

$$\begin{aligned} \text{prima_reinstalación} &= \text{monto_prorrata} * \text{importe_cob} * \text{tiempo} \\ &= (20,000,000/50,000,000) * 5,000,000 * 3/12 \\ &= 500,000 \end{aligned}$$

II. Métodos matemáticos

El estudio de eventos catastróficos y el análisis de las tendencias que presentan, a permitido mostrar que reaseguros de excesos de pérdidas pueden ser modelados mediante funciones de distribución de probabilidad. Así modelos usuales son: Gamma, Lognormal, Weibull, Poisson, Normal y Pareto entre las más conocidas. Se presenta a continuación la forma del modelo matemático para el cálculo de primas en un reaseguro catastrófico, explicando brevemente su procedencia y se ejemplifica posteriormente el modelo con tres funciones de distribución.

Sea:

- x variable asociada al número de siniestros
- y importe total de los pagos netos por siniestros
- F(x) función de distribución de x
- l límite superior de la responsabilidad de la cedente (Prioridad)
- m límite superior de la responsabilidad del reasegurador (Cobertura)

π ¿ que paga el reasegurador de $x-1$
 P primas netas del contrato de reaseguro.

entonces, la cobertura de siniestros por parte del reasegurador es la siguiente:

si $x < 1$, el reasegurador no paga nada
 si $1 < x < m$, el reasegurador paga $\pi(x-1)$
 si $m < x$, el reasegurador paga $\pi(1-m)$

por tanto la prima de reaseguro se determina por:

$$P = \pi \left[\int_1^m (x-1) dF(x) + \int_m^{\infty} (m-1) dF(x) \right]$$

resolviendo la integral, se llega a: $\pi \int_1^m (1-F(x)) dx$

o bien una fórmula alternativa que es la que emplearemos es:

$$P = \pi(y-1) [E(x)]_{1 \leq x \leq m} = \pi(y-1) \int_1^m x dF(x) \dots (1)$$

$$\text{Con } F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

Esta no es más que una aplicación, que parte de:

$$F_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k S_k(x) \dots (2)$$

donde se supone:

- El número de reclamaciones sigue un proceso Poisson
- La función de distribución $S(z)$ se asume conocida.

Bajo lo anterior, la expresión (2) expresa:

- P_k la probabilidad de que el número de reclamaciones sea igual a k
- $S_k(x)$ la probabilidad condicional de que si el número de reclamaciones es k , la suma de esas k reclamaciones es menor igual a x .

Para llegar finalmente cuando se sustituye P_k por la función Poisson en (2) a:

$$F_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (e^{-n} n^k / k!) S_k^*(x)$$

conocida como la Función Generalizada Poisson.

donde $S_k^*(x)$ es conocida como la k -ésima convolución de S (ver apéndice).

$F_0(x)$ puede ser estimada por diversos métodos, entre los cuales mencionamos a los siguientes:

1. Aproximación normal $F_0(x)$
2. Serie Edgeworth (caso general del anterior)
3. Aproximación Essher (cuando la distribución $S(z)$ es muy heterogénea)
4. Método de Monte Carlo, e
5. Inversa de la función característica

Una variante del modelo, conocido como Proceso Compuesto Poisson es descrito brevemente a continuación:

$$\text{Sea } P_k(n) = \int_0^{\infty} e^{-nq} (nq)^k / k! dU(q)$$

la función que determina la probabilidad de k reclamaciones

donde $U(q) = P(x \leq q)$ es la función de distribución de x .

La función puede depender o no del tiempo. Cuando la función $U(q)$ depende del tiempo se tiene un proceso estocástico, y cuando la función $U(q)$ no depende del tiempo, se tiene un Proceso Compuesto Poisson.

Se resolverá (1) considerando que $f(x)$ es alguna de las distribuciones conocidas.

1. Si $f(x)$ tiene una distribución Gamma

$$P = \pi(y-1) \int_1^m (x^\alpha e^{-x/\beta}) / \alpha! \beta^{\alpha+1} dx$$

Haciendo $\alpha = \beta = 1$, y resolviendo la integral por partes, llegamos a:

$$P = \pi(y-1) [le^{-l} - me^{-m} + e^{-l} - e^{-m}]$$

Ejemplos numéricos:

a) Sea $\pi = 0.100$
 $l = 2$
 $m = 3$
 $y = 2.5$

$$\Rightarrow y-1 = 0.5$$

Por tanto $P = 0.10343$

Es decir si tenemos un reaseguro:

XL: USD 3,000,000 xs 2,000,000

(léase: cobertura de 3,000,000 en exceso de 2,000,000)

$$\Rightarrow \text{Prima_de_reas} = \text{USD } 103,430$$

b) Sea $\pi = 0.100$
 $l = 3$
 $m = 5$
 $y = 3.5$

$$\Rightarrow y-1 = 0.5$$

Por tanto $P = 0.07936$

Es decir:

XL: USD 5,000,000 xs 3,000,000

=> Prima_de_reas = USD 79,360

c) Sea $\pi = 0.100$

$l = 3$

$m = 6$

$y = 3.5$

=> $y-l = 0.5$

Por tanto $P = 0.09090$

Es decir:

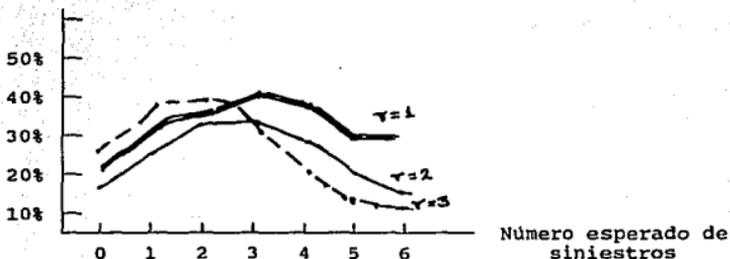
XL: USD 6,000,000 xs 3,000,000

=> Prima_de_reas = USD 90,900

2. Si $f(x)$ tiene una distribución Poisson

$$P = \pi(y-l) \sum_{l}^m (\tau e^{-\tau}) / x!$$

Probabilidad



Ejemplos numéricos:

- a) Sea $\pi = 0.001$
 $l = 2$
 $m = 5$
 $y-1 = 2.5$
 $r = 2$

Por tanto $P = 0.0010384$

Es decir si tenemos un reaseguro:

XL: USD 5,000,000 xs 2,000,000

=> Prima_de_reas = USD 1,038

- b) Sea $\pi = 0.001$
 $l = 2$
 $m = 5$
 $y-1 = 2.5$
 $r = 3$

Por tanto $P = 0.040288$

Es decir:

XL: USD 5,000,000 xs 2,000,000

=> Prima_de_reas = USD 40,288

- c) Sea $\pi = 0.001$
 $l = 2$
 $m = 3$
 $y-1 = 2.5$
 $r = 1$

Por tanto $P = 0.000467$

Es decir:

XL: USD 3,000,000 xs 2,000,000

=> Prima_de_reas = USD 467

3. Si $f(x)$ tiene una distribución Normal

$$P = \pi_1 \int_1^m \left[(y-1) \cdot 1 / \sqrt{2\pi\sigma^2} \right] * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

donde:

π_1 = porcentaje que paga el reasegurador de $x-1$
 $\pi = 3.14159...$

Normalizando: $(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$

$$P = \pi_1 (y-1) \int_1^m \left(1 / \sqrt{2\pi} \right) * e^{-z^2/2} dz$$

En tablas de normal, y con los siguientes datos tenemos:

a) Sea $\pi_1 = 0.200$
 $l = 1$
 $m = 3.5$
 $y = 1.5$
 $y-1 = 0.5$

$$\Rightarrow \phi(1) = 0.8413$$

$$\phi(3) = 0.9987$$

$$\text{Por tanto } P = \pi_1 (y-1) [\phi(3) - \phi(1)]$$

$$= 0.01574$$

Es decir si tenemos un reaseguro:

XL: USD 3,500,000 xs 1,000,000

\Rightarrow Prima de reas = USD 15,740

b) Sea $\pi_1 = 0.200$
 $l = 0.5$
 $m = 2.4$
 $y = 1$
 $y-1 = 0.5$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \phi(0.5) &= 0.6915 \\ \phi(2.4) &= 0.9918 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Por tanto } P &= \pi_1 (y-1) [\phi(3) - \phi(1)] \\ &= 0.03003 \end{aligned}$$

Es decir si tenemos un reaseguro:

$$\text{XL: USD } 2,400,000 \text{ xs } 500,000$$

$$\Rightarrow \text{Prima_de_reas} = \text{USD } 30,030$$

Concluyendo acerca de estos modelos matemáticos, podemos decir que constituyen una herramienta auxiliar para el cálculo de primas, sin embargo, se requiere tener cuidado con su aplicación, pues las condiciones o supuestos que se establecen, así como la naturaleza y propiedades mismas de las funciones, pueden generar en ocasiones resultados ilógicos, lo cual debe ser advertido a fin de elegir otros métodos para el cálculo de primas de reaseguro.

Reaseguro proporcional.

En este tipo de contratos, se especifica generalmente en una cláusula, una cantidad de la prima bruta original, que habrá de pagar la cedente por cada póliza que ceda, tal cantidad, representará un porcentaje igual al que relaciona el importe cedido con la cantidad asegurada. Asimismo, se habrá de definir con exactitud diversos conceptos, tales como impuestos, deducciones por corretajes, gastos, etc.

Usualmente los contratos estipulan la limitación de las deducciones a las tarifas en vigor en el momento de negociarlos, de modo que el reasegurador no se vea afectado ante el posible aumento o implementación de deducciones sobre las primas de reaseguro.

Reaseguro Vida.

Dentro de los reaseguros de vida, encontramos básicamente dos modalidades: prima comercial y prima de riesgo.

Prima Comercial

Desde el punto de vista técnico, esta forma de reaseguro se desarrolla de la siguiente manera:

- El asegurador cede al reasegurador una parte de suma asegurada, y la proporción correspondiente de la prima original, es decir, sobre la prima neta que aparece en la carátula de la póliza.

- El reasegurador asume automáticamente, en la proporción correspondiente, todas las obligaciones directamente vinculadas en la póliza original, es decir siniestros, vencimientos, rescates y constitución de la reserva matemática. Además, otorga sobre la prima de reaseguro, una comisión superior a las comisiones de adquisición originales, cooperando de esta forma en los gastos de la cedente.

Según este método, el reasegurador por un lado absorbe las desviaciones de mortalidad y, por otro lado, ofrece su contribución directa al esfuerzo financiero que el asegurador tiene que soportar para producir nuevos negocios.

Una ayuda más que da este tipo de reaseguro, son los dividendos, si el seguro original preve una participación del contratante en las utilidades de la compañía (dividendos, aumento de suma asegurada), el contrato de reaseguro puede establecer que el reasegurador cumpla con esto mismo.

Casi todos los contratos de reaseguro, especialmente con compañías extranjeras, prevén que el reaseguro no participe de los dividendos a los asegurados, debido a que la cedente legalmente tiene la obligación de retener un porcentaje de las primas del reasegurador, con la finalidad de crear una reserva matemática para riesgos en curso. Y aunque estas primas retenidas son devueltas al reasegurador después de un cierto período (comúnmente un año), agregándole un pago de intereses, éstos no son equivalentes al producto financiero que la misma compañía de reaseguro podría obtener si ella invirtiera las primas retenidas.

Prima de Riesgo.

Según este método, el reasegurador cubre únicamente el riesgo de muerte, y no participa en la constitución de reservas de la cedente.

A la diferencia entre el capital nominal asegurado y la reserva matemática que existe en el año considerado se le llama Capital Bajo Riesgo; el producto entre la probabilidad de muerte y el capital bajo riesgo existente durante el mismo periodo es conocido como la prima de riesgo.

Resumiendo, en el reaseguro a prima de riesgo, el reasegurador asume una parte del capital bajo riesgo y recibe cada año primas llamadas de riesgo, calculadas en función de la edad del asegurado y del capital en riesgo reasegurado durante el mismo.

Cuando la siniestralidad es normal, la cartera de reaseguro considerable y el plazo suficientemente largo, el total de las primas de riesgo recibidas por el reasegurador equivale al total de los siniestros soportados por él, más un margen para sus gastos y un cierto beneficio. Cuando la siniestralidad es anormal, el reasegurador absorbe las desviaciones, siendo entonces su tarea la de estabilizar los resultados técnicos de la cedente.

Ejemplo.

Consideremos un seguro por 20 años, emitido para una persona de edad 45 considerando una suma asegurada de 1,000. La prima de reaseguro para cada año de vigencia de la póliza, durante los primeros diez años será:

Año Póliza	Edad Asegurado	Reserva	Capital Riesgo	Tarifa 0/100	Prima Reaseguro
1	45	0	1,000	3.58	3.58
2	46	41	959	3.98	3.82
3	47	82	918	4.43	4.07
4	48	125	875	5.49	4.80
5	49	168	832	6.11	5.08
6	50	213	787	6.80	5.35
7	51	259	741	7.57	5.61
8	52	305	695	8.42	5.85
9	53	353	647	9.36	6.06
10	54	403	597	10.40	6.21

VI. ASPECTOS CONTABLES

Las instituciones de seguros deben llevar libros, registros y auxiliares donde registren contablemente las operaciones que efectúan para sus diversos ramos, esto de acuerdo a lo que estipula la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (L.G.I.S.M.S.) en su artículo 103.

Tal artículo menciona que las cuentas que lleven las instituciones de seguros y sociedades mutualistas, deberán ajustarse al catálogo autorizado por la C.N.S.F., mismo que a partir de 1990 fue modificado con el propósito de adecuarlos a las operaciones que actualmente llevan a cabo las aseguradoras. El catálogo de cuentas permite que la información financiera que se presenta a la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (C.N.S.F.) sea uniforme, por lo cual el uso del mismo es obligatorio para todas las instituciones de seguros.

El Catálogo de Cuentas de Instituciones de Seguros.

Como se mencionó, el catálogo de cuentas está adecuado de a las características y naturaleza de las operaciones que llevan a cabo las aseguradoras.

La C.N.S.F. obliga a las instituciones de seguros de acuerdo al catálogo, a llevar cuentas, subcuentas y subsubcuentas.

En los casos en que por la naturaleza de algunas operaciones se estime necesario nuevas cuentas o subcuentas, deberá obtenerse invariablemente, la previa autorización de la Comisión Nacional de Seguros, de acuerdo al artículo 101 de la L.G.I.S.M.S.

Se menciona a continuación el esquema general del catálogo de cuentas, a fin de mencionar posteriormente las cuentas y operaciones contables inherentes al reaseguro.

El catálogo sigue el siguiente orden:

1. Activo
2. Pasivo
3. Cuentas complementarias de activo
4. Capital
5. Resultados
6. Cuentas de Orden

Cuyo desglose se enuncia a continuación.

1. Activo

11. Cartera de valores
12. Depósitos con intereses en instituciones de crédito
13. Cartera de créditos
14. Inversiones inmobiliarias
15. Disponibilidades
16. Deudores por primas y otros.
 - 1601 a 1620 Primas por cobrar
 - 1621 a 1660 Otros deudores
 - 1641 a 1660 Cuentas corrientes
17. Cuentas deudoras de reaseguro
18. Mobiliario y equipo
19. Gastos y cargos diferidos

2. Pasivo

21. Reservas técnicas
 - 2101 a 2120 de riesgos en curso
 - 2121 a 2140 de obligaciones contractuales
 - 2141 a 2160 de previsión
22. Acreedores por operaciones de seguros
23. Cuentas acreedoras de reaseguro
24. Acreedores diversos
25. Créditos diversos

3. Cuentas complementarias de activo

31. Estimación por baja de bienes y valores
32. Depreciaciones
33. Amortizaciones
34. Castigos

4. Capital

- 41. Capital
- 42. Superávit (revaluación de los bienes)
- 43. Déficit (pérdidas del ejercicio)

5. Cuentas de resultados

51. Cuentas de resultados deudores

- 5101 a 5115 Operaciones de reaseguro
- 5116 a 5130 Constitución e incremento de reservas y otros elementos técnicos.

- 5131 a 5140 Adquisición

- 5141 a 5160 Siniestros y Vencimientos

- 5161 a 5180 Gastos de operación

- 5181 a 5190 Manejo de inversiones

- 5191 a 5199 Diversos

52. Cuentas de resultados acreedores

- 5201 a 5215 Primas

- 5216 a 5230 Liberación y decremento de reservas y otros elementos técnicos

- 5231 a 5240 Recuperación de siniestros y vencimientos

- 5241 a 5260 Productos de inversiones

- 5291 a 5299 Diversos

6. Cuentas de Orden.

- 61. Valores en depósito
- 62. Fondos de administración

Descripción de las Principales Cuentas de Reaseguro

Cuentas de Activo

Reaseguradores.

Se refiere a los saldos deudores de las cuentas afectas entre la realización de las operaciones de reaseguro; encontramos las siguientes cuentas:

a) Instituciones de Seguros.

Es el saldo deudor de la cuenta corriente, que refleja todas las operaciones de reaseguro, efectuadas con instituciones del país y del extranjero.

b) Primas retenidas por reaseguro tomado

Las instituciones que hayan tomado reaseguro registrarán el importe de las reservas por primas que le hayan retenido las cedentes.

c) Siniestros retenidos por reaseguro tomado

Las instituciones que hayan tomado reaseguro, registrarán el importe de las reservas de siniestros que les hayan retenido las cedentes, en los términos de los contratos respectivos

d) Participación de reaseguradores por siniestros pendientes.

Las instituciones que hayan cedido el reaseguro registran el importe de lo recuperable por siniestros estimados, pendientes de ajuste o liquidación.

e) Participación de reaseguradores por riesgos en curso

Se registra el importe de las reservas por riesgo constituidas a la fecha del balance o valuación, por los reaseguros cedidos.

Cuentas de Pasivo

1) Reservas técnicas.

Son aquellas que deben calcular y constituir todas las empresas de seguros, para responder por las obligaciones contraídas y garantizar las desviaciones estadísticas. Estas son: reserva para riesgos en curso, reserva para obligaciones pendientes de cumplir por siniestros y reserva de previsión.

2) Reaseguradores.

Son los saldos acreedores de las cuentas afectadas por la realización de las operaciones de reaseguro, a este grupo pertenecen los siguientes conceptos:

a) Instituciones de seguros

Es el saldo acreedor de la cuenta corriente, que refleja todas las operaciones de reaseguro, efectuadas con instituciones del país y del extranjero.

b) Primas retenidas por reaseguro cedido

En esta cuenta, la institución que haya cedido el reaseguro, registrará el importe de las reservas retenidas a las instituciones reaseguradoras.

c) Reservas de siniestros retenidos por reaseguro cedido

Las instituciones que hayan cedido el reaseguro registrarán el importe de las reservas de siniestros retenidos a instituciones reaseguradoras.

Cuentas de Resultados.

a) Primas cedidas en reaseguro

Es la prima cedida al reasegurador en virtud de haber aceptado participar en los riesgos que le fueron ofrecidos.

b) Primas netas de retención

Contablemente se le considera como la diferencia entre la prima emitida y la prima cedida en reaseguro.

c) Incremento a las reservas para riesgos en curso

Representan el aumento o decremento de esta reserva por las operaciones que realiza la empresa, si la liberación de la reserva es mayor que la creación, entonces, representa un decremento y si es menor un incremento a resultados.

d) Primas netas devengadas

Se refiere a la diferencia que existe entre la prima retenida menos el incremento del ejercicio a las reservas para riesgos en curso. Se le llama de esta forma a la prima que ha sido ganada por la institución de seguros, pues ya no recae ninguna obligación sobre ella.

e) Comisiones por reaseguro tomado

Son las comisiones que las instituciones de seguros o reaseguros pagan a otra compañía de seguros por la participación que tienen en los negocios de esta.

f) Comisiones por reaseguro cedido

Son las comisiones que una compañía de seguros cobra a otra por la participación que tiene en sus negocios.

ASIENTOS CONTABLES

Los principales asientos que se originan por el asegurador o cedente son:

a) Primas cedidas

5101 primas cedidas en reaseguro

1644 Instituciones de seguros cuenta corriente

Se les cargan todos los importes provenientes de primas de seguros que se ceden, acreditandose a las compañías reaseguradoras. Las cancelaciones generarán un movimiento contrario.

b) Comisiones

1644 Instituciones de seguros cuenta corriente

5232 Comisiones por reaseguro cedido

Se les carga a las compañías reaseguradoras el importe de las comisiones, para así poder determinar el neto que se les debe cubrir sobre la responsabilidad que están asumiendo en conjunto con la cedente, y se abona a una cuenta que viene a reducir proporcionalmente lo que le corresponde de gastos de adquisición.

c) Reserva retenida

1644 Instituciones de seguros cuenta corriente

2301 reserva retenida

Representa el importe de la retención de primas que no están en disponibilidad del reasegurador, puesto que no se le pagará sino hasta el año siguiente, porque son primas que aún no se devengan.

d) Reserva liberada

2301 reserva liberada

1644 Instituciones de seguros cuenta corriente

Es la liberación de las primas retenidas en el año anterior que pasan a disposición del reasegurador.

e) Intereses sobre reserva liberada

5109 intereses sobre reserva liberada

1644 Instituciones de seguros cuenta corriente

Intereses que le corresponden a la reaseguradora por las reservas que se le retuvieron y que se le están devolviendo

f) Siniestros estimados

1702 siniestros

2122 reserva para obligaciones pendientes de cumplir por siniestros

Se carga al momento de conocer el siniestro por el total estimado, la cuenta del debe es para afectar los resultados de la compañía aseguradora, y la del haber es para establecer el pasivo que probablemente tenga que cubrir al asegurado. Se está considerando que de momento sólo se sabe del siniestro, sin conocer en realidad el monto al cual va a ascender el mismo.

g) Participación de otros reaseguradores

1703 participación de reaseguradores por siniestros pendientes

1644 siniestros recuperados por reaseguro cedido

Se les carga a una cuenta de activo, la cual se deduce de los saldos de instituciones de seguros cuenta corriente, y aparecen en el balance con los saldos que realmente les corresponde de acuerdo con su responsabilidad, se abona a una cuenta de resultados, para que la compañía aseguradora pueda saber lo que en realidad le toca de la pérdida estimada, quedando definido también lo que les corresponde a los reaseguradores.

h) Comisión sobre utilidades

1644 Instituciones de seguros cuenta corriente

5233 participación de utilidades por el reaseguro cedido

Se carga en la cuenta corriente el importe de la participación que le corresponde a la aseguradora, acreditándose en la de resultados.

Un rubro característico de las operaciones del sistema asegurador mexicano, es el costo neto de siniestralidad y otras obligaciones contractuales, el cual considera los siguientes conceptos: siniestros, gastos de ajuste, salvamentos, así como las recuperaciones que se obtienen de estos conceptos por reaseguro, además comprende todos los gastos derivados de las obligaciones pactadas por el contrato de seguros sobre pólizas. Entre ellos mencionamos los siguientes:

- Rescates. En los seguros de vida, se va formando una reserva al transcurrir el tiempo, como consecuencia de que los pagos se realizan a través de una prima nivelada. En estos casos el asegurado tiene la libertad de retirar esa reserva de la institución de seguros, y cuando esto suceda se hace por medio de rescates.

- Incremento neto a otras reservas técnicas. Esta agrupación contiene los rubros de incremento a las reservas de riesgos catastróficos, incremento a la reserva especial de contingencia e incremento a la reserva de previsión. Esta agrupación al igual que la anterior, es exclusiva de las instituciones de seguros.

A continuación presentamos una comparación de los conceptos que reflejan conceptos similares entre los Estados Financieros de uso general y los aplicables al sector asegurador.

Balance General

Uso general	Mercado Asegurador
Activo Circulante	
- caja y bancos	caja y bancos
- cuentas por cobrar	deudor por prima reaseguradores
Pasivo Circulante	
- proveedores	reservas técnicas reserva matemática reserva de riesgos en curso
- documentos por pagar	reserva de previsión reservas de obligación contractual
- acreedores diversos	agentes reaseguradoras
Estado de Resultados	
- ventas brutas	primas directas primas tomadas primas cedidas en reaseguro
- ventas netas	prima retenida prima devengada

- costos de venta	costo neto de adquisición comisiones directas comisiones del cedido comisiones de tomado cobertura exceso de pérdida participación de utilidades otros gastos de adquisición
- gastos de operación	siniestros y vencimientos gastos de operación gastos de ajuste
- utilidad bruta	resultado técnico
- otros ingresos	productos financieros
- gastos de operación	gastos de operación
- utilidad neta	utilidad neta

Otros Conceptos Contables.

Siniestros ocurridos. Este concepto se obtiene de sumar a los siniestros (más gastos de ajuste, honorarios y salvamentos) pagados durante el periodo, el incremento a la reserva de siniestros pendientes. También se expresan como los siniestros pagados, más el saldo al final del periodo de la reserva de siniestros pendientes, menos el saldo al inicio del periodo de dicha reserva.

Utilidad técnica bruta. Es el margen de contribución a gastos operativos y utilidad sin consideración del efecto de reaseguro.

Costo de excesos de pérdida. Es la suma de la primas de depósito y ajustes que se hayan pagado a los reaseguradores por concepto de contratos de reaseguro no proporcional.

Utilidad técnica neta. Es el margen de contribuciones del negocio a los gastos de administración y a la utilidad, ya contemplados los efectos del reaseguro.

Con estos conceptos adicionales a los ya enunciados anteriormente, se presenta un estado de resultados típico.

CONCEPTO	RETENCION		
	100%	50%	25%
Primas emitidas	100,000	100,000	100,000
Primas cedidas	0	50,000	75,000
Primas retenidas	100,000	50,000	25,000
Incremento a la reserva de riesgos en curso	0	0	0
Primas devengadas	100,000	50,000	25,000
Comisiones y otros gastos	20,000	22,500	25,000
Comisiones de reaseguro	0	15,000	24,000
Gastos de adquisición	20,000	7,500	1,000
Siniestros ocurridos	46,500	46,500	46,500
Siniestros recuperados	0	23,500	37,200
Siniestros retenidos	46,500	23,250	9,300
Costo de exceso de pérdida	20,000	5,000	0
Utilidad técnica neta	13,500	14,250	14,700
Gastos de operación	15,000	15,000	15,000
Utilidad neta de operación	(1,500)	(750)	(300)

Con esto podemos apreciar el impacto que tiene la operación de reaseguro dentro de los estados de resultados técnicos, y en los resultados generales de una compañía de seguros. Resalta la importancia de efectuar un análisis detallado del programa de reaseguro que se tenga contratado, a fin de que en la medida de lo posible, contribuya éste a un resultado técnico favorable para la cedente.

RAZONES FINANCIERAS

Utilizando la información de los estados de resultados, se definen y calculan las razones financieras, relacionando estas dos conceptos o renglones de dichos estados.

Dentro del sector asegurador los índices o razones evalúan las partes estratégicas de las empresas de seguros; entre las que resaltan:

- I. Crecimiento y participación.
- II. Contribución del ramo al crecimiento de primas
- III. Eficiencia.
- IV. Rentabilidad.
- V. Solvencia y liquidez

I. Crecimiento y participación.

Estas razones miden el grado al que la empresa de seguros va incrementando su participación de primas dentro del mercado asegurador y la economía.

II. Contribución del ramo al crecimiento de primas.

Estas razones miden el grado de penetración en el mercado.

III. Eficiencia.

Este grupo de razones miden el grado de eficiencia de las principales operaciones de una empresa, tales como: costos de adquisición, reaseguro, resultados técnicos y costos operativos.

IV. Rentabilidad.

Mide los márgenes de utilidad que arroja la empresa, considerando el punto de vista técnico y la rentabilidad para el accionista.

V. Solvencia y liquidez.

Miden el grado de solvencia financiera, así como el de liquidez con el que cuenta la empresa para hacer frente a sus obligaciones. Estas razones son de las más importantes para una empresa de seguros.

Los índices que miden algún resultado de resultado que involucra reaseguro son:

- A. Eficiencia
 - Costo de siniestralidad
 - Capacidad de retención
 - Siniestros primas retenidas
 - Reaseguro
 - Eficiencia técnica
- B. Rentabilidad
 - Aportación técnica
- C. Solvencia y liquidez
 - Margen de reserva

El detalle de las razones se describe a continuación.

A. Eficiencia.

$$\text{- Costo de siniestralidad} = \frac{\text{siniestros retenidos}}{\text{primas retenidas}}$$

Mide la proporción de siniestros retenidos en relación a las primas retenidas devengadas.

$$\text{- Nivel de retención} = \text{primas retenidas/primas emitidas}$$

Mide el grado en que la compañía esta reteniendo las primas

$$\text{- Siniestralidad de reaseguro} = \frac{\text{siniestros recuperados}}{\text{primas cedidas}}$$

Mide el nivel de recuperación de siniestros como porcentaje de las primas cedidas.

$$\text{- Eficiencia de reaseguro} = \frac{\text{resultado técnico del reaseguro}}{\text{primas cedidas}}$$

Mide el resultado de la operación técnica de reaseguro en relación a las primas emitidas totales.

B. Rentabilidad.

Evalúa los márgenes de utilidad que arroja la empresa, tanto desde el punto de vista técnico, como del manejo de recursos invertidos y la rentabilidad para el accionista.

- Resultados técnicos antes de incremento a otras reservas.
(r.t.a.i.o.r.)

$$\text{razón} = \frac{\text{(r.t.a.i.o.r.)}}{\text{capital contable}}$$

Mide la operación técnica de cada ramo en el patrimonio.

Eficiencia de reaseguro.

Algoritmo: El resultado técnico del reaseguro es la suma de:

- egreso	primas cedidas
- egreso	cobertura exceso de pérdida
+ ingreso	participación de utilidades
+ ingreso	siniestros recuperados
+ ingreso	incremento de la participación de reaseguradores en rva de riesgos catastróficos
=	Resultado técnico del reaseguro.

- Eficiencia técnica

$$\text{razón} = \frac{\text{resultado técnico antes del incremento a otras reservas técnicas}}{\text{primas directas}}$$

Mide el resultado de la operación técnica en relación a las primas emitidas.

C. Solvencia y liquidez.

$$\text{Margen de reserva} = \frac{\text{r.t.a.i.o.r. + incremento de riesgos en curso}}{\text{incremento riesgos en curso}}$$

Factores de Solvencia.

Solvencia es la capacidad económica de la institución para hacer frente a las obligaciones contraídas con los asegurados. Los principales factores que la determinan son:

- adecuada política de reaseguro
- suficiencia en la constitución de reservas
- Suficiencia en primas
- Estricta selección de riesgos
- Adecuada política de inversiones

Margen de solvencia.

Es el monto de los recursos patrimoniales (capital mínimo de garantía) destinado a absorber pérdidas por variaciones en siniestros, inversiones y cumplimiento de obligaciones del reasegurador.

Bases del cálculo del margen de solvencia.

El cálculo del margen de solvencia comprende los siguientes puntos:

a) **Vida.** Para la operación de vida se considera el 0.06 % del promedio de las sumas aseguradas de los últimos doce meses descontando la reserva de previsión reportada al cierre de cada trimestre.

b) **Daños y Accidentes y Enfermedades.** Se consideran:

- Volumen de primas
- Experiencia en siniestralidad
- Calidad de los reaseguradores
- Responsabilidades por riesgos de terremoto

Se toma el monto que resulte mayor de:

- Aplicar el 24 % a las primas emitidas de los últimos doce meses, aplicando al resultado el porcentaje de los siniestros de retención (sin ser éste inferior a 84.0 %), deduciendo los montos de reserva de previsión.

- Aplicar el 38 % al promedio de los siniestros netos ocurridos de los últimos tres años, aplicando al resultado el porcentaje de los siniestros de retención (sin ser éste inferior a 84.0 %), deduciendo la reserva de precisión reportada trimestralmente

c) "Cartera vencida" de saldos de reaseguradores. Se aplica un factor creciente a aquellos saldos vencidos con antigüedad mayor a 90 días. En consecuencia, resalta la importancia de la calidad de los reaseguradores para el pago oportuno de siniestros.

Factores aplicables a saldos vencidos de reaseguradores.

Antigüedad de saldos	Factor aplicable
90 a 120 días	3 %
120 a 150 días	6 %
150 a 180 días	9 %
189 o más	15 %

d) Inversiones. Se aplica un factor para cada instrumento en función del peso relativo en cada cartera.

La suma de los recursos resultantes de los puntos anteriores, constituyen el margen de solvencia requerido, que debe cubrir la aseguradora con recursos propios.

La reserva de previsión tiene un efecto compensatorio, por lo que se disminuye de los conceptos antes citados.

La desregulación y modernización del sector asegurador exige una mayor responsabilidad de las instituciones, a fin de que fortalezcan sus recursos patrimoniales que garanticen el cumplimiento de las obligaciones contraídas para con sus asegurados, garantía que habrán de dar con el mantenimiento en niveles suficientes de su volumen de operaciones, tendencia siniestral, prácticas de reaseguro y composición de las inversiones.

ESTADOS DE CUENTA.

El estado de cuenta es el documento que refleja las operaciones efectuadas entre cedente y reasegurador durante un cierto periodo. Tales operaciones comprenden principalmente los conceptos e importes correspondientes siguientes:

Primas cedidas
 Comisiones
 Reserva retenida
 Siniestros pagados
 Reservas liberadas
 Intereses sobre reservas liberadas
 Comisión sobre utilidades

La diferencia aritmética de los importes reportados en el estado de cuenta representa el saldo a favor o cargo de la cedente, según sea el caso.

Generalmente el envío de los estados de cuenta se efectúa trimestral o mensualmente, y se elaboran por negocio y moneda. A continuación se presenta un formato usual.

Estado de Cuenta Reaseguro Cedido		
Reasegurador _____	Ramo _____	
Contrato _____	Periodo _____	
Moneda _____		
	Debe	Haber
saldo anterior		
primas cedidas		
comisiones		
reserva retenida		
reserva liberada		
intereses s/rva		
siniestros pagados		
remesas al reasegurador		
remesas del reasegurador		
saldo		
suma iguales		

CONCILIACION DE CUENTAS

Es el procedimiento que se sigue con objeto de poder indicar con precisión, las diferencias y las causas que las originan derivado de la comparación de saldos de dos cuentas reciprocas, para obtener un saldo real a una fecha determinada.

Existen dos clases de conciliaciones:

1. Aritmética.
2. Contable.

Conciliación aritmética. Tiene por objeto solamente comparar los saldos de dos cuentas reciprocas y determinar numéricamente las diferencias, con el fin de que queden debidamente conectadas las cantidades que representen los saldos de ambas cuentas y posteriormente explicar a que se debe que uno de los saldos sea diferente al de la contracuenta.

En este tipo de conciliación, no podemos confiar en que el saldo de nuestros registros sea correcto, ni tampoco se puede afirmar que el saldo de la contraparte sea el correcto. Para llevar a cabo esta conciliación es necesario tener a la vista el estado de cuenta de la contraparte y nuestro registro, procediendo a llevar a cabo lo siguiente:

1) Se comparan todas las partidas deudoras de la cuenta de la compañía reaseguradora contra las acreedoras de la contracuenta (de la cedente).

2) Se comparan todas las partidas acreedoras de la contracuenta, después de la comparación mencionada se conocerá que partidas se corresponden y aquellas que no se correspondan se irán numerando progresivamente, y con esto se lleva a cabo la conciliación aritmética.

Conciliación contable. Tiene por objeto determinar el saldo real que debe de mostrar el estado de cuenta, consecuentemente, dicha conciliación contendrá las partidas que a juicio de la compañía reaseguradora, serán motivo de ajuste en el estado de cuenta de la cedente.

Para llevar a cabo la conciliación contable, será necesario checar y analizar el estado de cuenta, de la siguiente forma: Checar partida por partida totalmente, de acuerdo a condiciones pactadas en el contrato de reaseguro (primas, siniestros, reservas, intereses, comisiones, etc.)

En resumen: para efectuar la conciliación contable, será necesario investigar que partidas son incorrectas, y a través de la conciliación, informarle a la cedente de una manera clara, precisa y analítica, las diferencias que deba corregir, indicándole los motivos por los cuales deberá cargar o abonar determinados conceptos e importes.

LAS COMISIONES DE REASEGURO.

El reasegurador otorga una comisión de reaseguro a cambio de los negocios que la cedente le comparte.

Es frecuente que una parte destinada a los gastos sea reembolsada a través de la comisión de reaseguro, algunos de dichos gastos se derivan de:

- La imposibilidad de determinar muchas de las veces los gastos originales sin incurrir en desembolsos adicionales.

- Los gastos originales incurridos por el negocio reasegurado se desvían del resto de los gastos en los negocios involucrados, no pudiendo determinarse con precisión el alcance de tal desviación.

- La experiencia siniestral de los negocios reasegurados difiere de los retenidos y los reembolsos de los gastos originales suelen crear un desequilibrio entre los resultados de los negocios reasegurados en relación a los retenidos.

En cualesquiera de los anteriores casos, las comisiones están sujetos a negociación; tomando la tasa original de gastos para el negocio reasegurado como base, las partes contratantes fijarán la comisión en un nivel que permita a ambas la misma expectativa en utilidades en términos de siniestralidad y gastos ocurridos.

Tipos de Comisión de reaseguro.

1. Comisión básica.
2. Comisión adicional.
3. Comisión sobre utilidades.

Comisión Básica.

A cambio de los negocios que recibidos, el reasegurador paga al asegurador directo un porcentaje fijo convenido, anticipadamente como comisión de reaseguro.

El monto de esta comisión depende de los gastos originados en que incurrió el asegurador directo en la clase de negocios concernientes; con descuento por la experiencia siniestral de los negocios reasegurados, la comisión de reaseguro puede ser menor que los gastos originales. En otro sentido, la experiencia puede justificar una comisión de reaseguro mayor que los gastos originales, en cuyo caso el asegurador directo obtendrá un ingreso adicional de la comisión misma.

Cálculo de la comisión básica.

En los contratos proporcionales, generalmente basta con aplicar el tipo de porcentaje concertado a las primas brutas que correspondan al reasegurador.

En la negociación de la comisión, habrán de tenerse en cuenta:

- La clase de reaseguro y el método de contratación, por ejemplo los reaseguros facultativos otorgan comisiones inferiores respecto a los automáticos, toda vez que sus gastos de administración son más elevados y la frecuencia más riesgosa de siniestralidad que les acompaña.

- Las comisiones de cuota-parte son más elevadas que las de excedentes porque en el primero el reasegurador recibe un porcentaje de todos los negocios suscritos, y además, el grado de selección en excedentes suele ocasionar una siniestralidad más elevada en detrimento del reasegurador.

- Las comisiones pagadas en los contratos segundo y tercer excedente y en los contratos facultativo-obligatorio, son gradualmente inferiores que las pagadas por los contratos de primer excedente.

- Si las cesiones se hacen sobre primas brutas originales o si están sujetas a deducciones.

Comisión Adicional (C.A.).

Esta permite al reasegurador recompensar automáticamente a la compañía cedente cuando esta haya sido capaz de suscribir una cartera rentable, y cobrar aquella cuya siniestralidad sea elevada.

a) C.A. Fija.

Se otorga en caso de que la siniestralidad sea inferior a un porcentaje determinado.

b) C.A. Escalonada.

Es una extensión de la C.A.F.; por ejemplo:

- C.A. de 2.5 % si la siniestralidad es inferior a 30 %
- de 5 % si la siniestralidad es inferior a 25 %
- de 7.5 % si la siniestralidad es inferior a 20 %

c) Escala de comisión móvil y continua (Sliding Scale).

Proporciona siempre un beneficio por pequeño que sea a la cedente. Se calcula como el porcentaje de la comisión adicional igual a la mitad de la diferencia entre una siniestralidad del x % (supuesto) y la siniestralidad efectiva si es inferior. La comisión adicional será del y % como máximo.

Aquí la comisión se paga sobre las primas devengadas, siendo que en las anteriores, se paga sobre las cedidas; ejemplo:

Primas cedidas	100,000
+ Reserva ejercicio anterior	17,500
- Reserva del ejercicio	35,000
Prima devengada	82,500
Siniestros ocurridos	16,500 20%

Tenemos entonces:

"Mitad de la diferencia entre una siniestralidad supuesta del 45 % y la efectiva con máximo de 10%".
Siendo la siniestralidad efectiva del 20%, la comisión adicional se calcula como:

$$(45 \%) / 2 - (20 \%) / 2 = (25 \%) / 2 = 12.5 \%$$

Y como la C.A. se limita a 10 %, la cedente recibirá este porcentaje de la prima devengada, o sea 8,250.

d) Arrastre de siniestros.

A fin de equilibrar las fluctuaciones de siniestralidad de un ejercicio a otro, algunos contratos prevén el arrastre de una "sobre-siniestralidad", esto es, referente a primas, si los siniestros están por debajo de $x\%$, entrarán al periodo considerado, y superior a $y\%$ ($y > x$) serán arrastrados al siguiente ejercicio.

Cuando el contrato se cancela, es costumbre aplazar el cálculo de la comisión adicional hasta el momento en que todos los siniestros hayan sido liquidados, a no ser que la cedente y el reasegurador negocien el retiro de la reserva para siniestros pendientes.

Asimismo, puede utilizarse el método fundamentado en el ejercicio de suscripción. Por ejemplo, si la cláusula de comisiones ha previsto el porcentaje de comisión, según la evolución de los resultados de cada año de suscripción, al final del segundo año la comisión a pagar referente al primer año de suscripción, se fundará en el coeficiente de siniestralidad calculado de la siguiente forma:

$$\frac{\text{siniestros incurridos}}{\text{primas devengadas}} \quad (a)$$

donde (a) es el monto de siniestros pagados durante el primer y segundo años de suscripción, más reservas por siniestros pendientes al segundo año de negocios suscritos durante el primer año.

La comisión tendrá que calcularse de nuevo hasta la liquidación definitiva de todos los siniestros suscritos; durante el primer año de suscripción, la siniestralidad será:

$$\frac{\text{siniestros ocurridos}}{\text{primas devengadas}}$$

donde siniestros ocurridos es:

- + siniestros pagados en el ejercicio
- + reserva para siniestros pendientes al final del ejercicio
- reserva para siniestros pendientes al final del ejercicio anterior
- + costo de una eventual cobertura no proporcional a favor de los reaseguradores del contrato
- las recuperaciones recibidas bajo la cobertura no proporcional.

Las primas devengadas de acuerdo al tratamiento que se le de a la cartera. Si no se efectúa traspaso se determinará como:

- + primas cedidas durante el ejercicio
- + reserva para riesgos en curso del año anterior
- reserva para riesgos en curso del año actual

Cuando se hace el traspaso, será primas cedidas menos comisión básica al 50 %.

e) Participación de utilidades.

El reasegurador concede a la compañía una comisión sobre utilidades, estipulándose en las condiciones del contrato.

La comisión sobre utilidades es determinada en base a un estado de pérdidas y ganancias establecido por la compañía al final de cada ejercicio. Cada ejercicio comprende:

Ingresos:

- Primas cedidas
- Reserva para riesgos en curso al final del ejercicio
- Reserva para siniestros pendientes de liquidación al final del ejercicio precedente

Egresos:

- Comisión básica (inclusive cargos e impuestos)
- Siniestros pagados
- Reserva para riesgos en curso al final del ejercicio considerado.
- Reserva para siniestros pendientes de liquidación al final del ejercicio

- Gastos de administración del reasegurador, a la tasa indicada en las condiciones particulares

Los importes en moneda extranjera se convierten en la moneda del país de la compañía al cambio que rige el día de cierre del ejercicio. En caso de rescisión de contrato, se establece una única cuenta de pérdidas y ganancias, tras la previa liquidación total y definitiva de todos los siniestros pendientes, salvo ajuste anual intermedio.

La comisión sobre utilidades es un estímulo para que la cedente efectúe una mejor y más rigurosa selección de los riesgos colocados en el contrato de reaseguro.

VII. PROBLEMATICA DEL REASEGURO.

La administración del reaseguro comprende varios riesgos, mismos que deberán ser oportunamente detectados y evaluados a fin de resolverlos adecuadamente.

La problemática o riesgos del reaseguro de la cedente, se pueden agrupar en los siguientes grupos:

1. Administrativos.

Se hace necesaria un revisión periódica, a fin de conservar la operación al día, entre las principales, destacan:

Revisión de la retención en el curso normal de cada año. Un análisis de los estados anuales, tarifas, siniestralidad, etc. permitirá tomar decisiones respecto a la actualización del nivel de retención.

Recaptura. Garantizar los procesos que garanticen la actualización de la cartera reasegurada, acorde con el límite de retención y la capacidad de los excedentes, ya que esto permitirá reasegurar sólo los cúmulos que a la fecha rebasen la capacidad de la compañía.

Una revisión anual de la práctica del reaseguro (modalidades, contratos, etc.) debe hacerse con el representante del reasegurador.

El sistema informático debe ser continuamente evaluado, a fin de garantizar información oportuna y eficiencia en los procedimientos inherentes a la administración del reaseguro.

Análisis del costo de reaseguro se deben llevar a cabo, ya que los resultados de la empresa, así como situación del mercado, habrán de alterar las condiciones iniciales del reaseguro.

Problemas derivados de la existencia de procesos separados de emisión-siniestros-cobro-reaseguro, así como el atraso en la reclamación de siniestros y demoras en pagos saldos, deberán ser resueltos a través de la coordinación integrada de emisión y siniestros.

2. Diseño del programa de reaseguro.

El análisis de las necesidades de la compañía a través del estudio de la cartera, evitará el contratar modalidades inadecuadas que no correspondan a necesidades reales.

La suficiencia de reservas que amparen las obligaciones contraídas, habrá de ser garantizada a través de la simulación del programa de reaseguro para casos de desastre.

Las acumulaciones de sumas aseguradas con los consecuentes cúmulos de riesgos que ocasionen una insuficiente protección, habrán de ser oportunamente detectadas a fin de determinar nuevas necesidades de cobertura.

Problemas tales como la interpretación y exclusiones de las cláusulas del contrato de reaseguro, deberán ser prevenidos a través de la difusión del contrato de reaseguro, logrando esto mediante una adecuada coordinación entre los departamentos de reaseguro y suscripción.

3. Colocación del reaseguro

Se cuidará básicamente la calidad de los reaseguradores, examinando la solvencia y prestigio que tengan, evaluando para tal efecto (en la medida de lo posible) el capital, patrimonio, presencia en el mercado y antigüedad de los reasegurador con los que tenga contratos.

Cambios eventuales ante el endurecimiento del mercado reasegurador (participación de reaseguradores con marcada competencia entre ellos) deberán ser adaptados de la mejor forma posible.

VIII. EL ESCENARIO DEL REASEGURO

El reaseguro inmerso dentro de una economía mundial no puede sustraerse a ella, y ve regidas muchas de sus prácticas por los sucesos del acontecer económico.

La tendencia a formar bloques económicos es característico de este siglo. la crisis económica de 1929 dio origen a proyectos que tenían por finalidad establecer mecanismos o grupos que controlasen la economía mundial. Así el proyecto Bretton Woods, en New Hampshire E.E.U.U. bajo la guía de John Maynard Keynes da nacimiento al Fondo Monetario Internacional. Posteriormente bajo el auspicio de la fundación Rockefeller se inicia la organización de la llamada Triple Alianza formada por los Estados Unidos, el Japón y la Comunidad Económica Europea (C.E.E.).

Dentro de esta dinámica, el reaseguro presenta la principal contribución a su operación en estos tres escenarios, resaltando dentro de la C.E.E. la Lloyd's de Londres.

El papel de estos países al mercado de reaseguro es el siguiente:

Los Estados Unidos, productores de 50 centavos por cada dólar de prima que se vende en el mundo gracias a su amplia cultura de seguro, retienen una parte muy importante de los riesgos que asumen debido a la gran capacidad financiera de las compañías; ha transferido no obstante en los últimos años al reaseguro, negocio de muy mala calidad, sobre todo en los riesgos de Responsabilidad Civil. A la fecha negocios cancelados hacia 1984, todavía generan aproximadamente un 25% de la pérdidas de los reaseguradores europeos en esta área.

Japón, productor de 13 centavos de cada dólar de prima mundial, cedió muy poca prima al mercado internacional de reaseguro, dados los altos niveles de retención y la protección del gobierno hacia el mercado.

Europa, principal proveedor de prima para los reaseguradores, cuenta con una etapa de notable cambio. Destaca la unidad europea, particularmente el sistema monetario, así como la liberación de fronteras, el voto a favor del acuerdo de Maastricht por parte del pueblo francés, han provocado en conjunto la compra de compañías entre los diversos grupos aseguradores europeos en los países miembros de la Comunidad Económica Europea. En consecuencia, al distribuir el riesgo geográfico con la compra de nuevas empresas en otros países,

las compañías europeas, se ven en la posibilidad de retener sus propios negocios, o de reasegurarse con sus mismas filiales, dando con esto que el fondo del principal proveedor del reaseguro internacional haya disminuido notoriamente.

Mención aparte merece la situación de Lloyd's, centro mundial del reaseguro, cuya gran capacidad, provocó la aceptación desmedida de riesgos ocasionando la situación que prevalece hoy en día, en la que en el año de 1989, de reciente cierre, hubo pérdidas superiores a las utilidades conjuntas de los últimos seis años de Lloyd's.

Factor igualmente importante en esta crisis fue la desaparición del llamado London Market Excess, donde la cadena de cesiones y retrocesiones ocasionó que muchos sindicatos tuvieran retenciones muy altas en riesgos siniestrados. También el llamado Company Market de Inglaterra enfrenta fuertes problemas de siniestralidad, en parte por el negocio interno y también por la caída de precios de los bienes raíces en el Reino Unido.

Los anteriormente nombrados (Estados Unidos, Japón, Comunidad Económica Europea - Lloyd's -), constituyen los principales proveedores del reaseguro, ya que la cesión por parte de otros lugares, tales como América Latina, Asia y África es relativamente escasa, siendo su contribución al reaseguro internacional prácticamente nula.

En la actualidad prevalece un panorama de crisis en el mercado internacional de reaseguro, y no puede citarse a ciencia cierta alguna compañía que haya obtenido una utilidad real en los últimos dos años (mucho menos técnica), saliendo adelante gracias a sus productos financieros, lo cual indica, que las compañías mundiales de reaseguro han estado descapitalizándose.

Parte considerable de la situación anterior se muestra claramente con los siguientes ejemplos:

En México en 1985, la presencia de un fuerte temblor genera pérdidas al mercado asegurador y reasegurador del orden de US\$ 800 millones.

El Huracán Gilbert toca Jamaica y México, ocasionado pérdidas del orden de US\$ 700 millones.

Un terremoto afecta a la Bahía de San Francisco, daños del orden de US\$ 1,300 millones.

El Huracán Hugo afecta las islas francesas del Caribe, Puerto Rico y después la costa este de los Estados Unidos, causando daños superiores a los US\$ 4,200 millones.

Las costas del norte de Europa y el Reino Unido, son afectadas en febrero de 1990 por un serie de tormentas invernales con pérdidas por más de US\$ 10,200 millones.

El año pasado, el Japón se ve afectado por el Typhoon llamado Mireille, pérdida estimada de US\$ 5,200 millones.

El huracán Andrew choca con el sur de la Florida y posteriormente con la zona Delta del Río Mississippi en Lousiana, ambos en Estados Unidos. Se estiman pérdidas de al menos US\$ 7,000, con posibilidades de llegar hasta US\$ 14 o 15,000 millones. El mismo huracán posteriormente azota las islas del Hawaii, provocando daños por más de US\$ 600 millones.

Los disturbios raciales, suscitados recientemente en Los Angeles, provocaron pérdidas en exceso de US\$ 400 millones.

Asimismo podríamos agregar a la lista la planta de Phillips Petroleum en Texas, o Sandoz y Ciba-Geigi en Suiza, el derrame petrolero del Exxon Valdez en Alaska, siniestros todos ellos que han contribuido grandemente a descapitalizar la industria internacional de reaseguro, ocasionando una falta de capacidad en la aceptación de riesgos.

Lo anterior ha traído como consecuencia una descapitalización en la industria del reaseguro, que aunado a importantes demandas de protección que el reaseguro brinda, ocasiona que los precios tiendan a incrementarse, así como a suscitarse un cambio en la redistribución de los riesgos.

El panorama descrito hace necesario un incremento en los precios por un tiempo más o menos considerable, lo cual haga que se obtengan utilidades que permitan incrementar reservas y recapitalizar los patrimonios tanto de aseguradoras como de reaseguradoras.

Habrán de mejorarse las políticas y condiciones de suscripción, que hagan que permitan una adecuada selección de los riesgos. Y una continua revisión a los aspectos técnicos (estados de resultados, tarifas, etc.), podrá en la medida de la correcta aplicación de los mismos, permitir que los resultados no dependan en gran medida de los productos financieros, tendencia que ha sido característica de tiempo atrás, tanto del mercado asegurador como del mercado reasegurador.

Dentro del mercado mexicano, la puesta en marcha del Tratado del Libre Comercio, y con ello la apertura de mercado y desregulación harán más competitivo el mercado al haber mayor flexibilidad en el diseño de productos y servicios, la elaboración de tarifas, la suscripción de riesgos y la selección de reaseguradores, factores que en conjunto tendrán reflejo en un reaseguro más sano, en cuanto a índices de siniestralidad, costos más bajos y negocio rentable para cedente y reaseguradora, aunque no se puede dejar de lado el panorama mundial anteriormente descrito, que ante la situación de crisis, exige una mayor creatividad de las empresas, buscando simultáneamente ser rentables, con mayor eficiencia operativa y competitivas en coberturas y costos.

APENDICE.

1. LA PROBABILIDAD DE RUINA.

Al considerar la probabilidad de ruina como un criterio de estabilidad en base a:

$$Z_t = Q_{0t} + P_t - S_t$$

donde Q_{0t} = reservas libres iniciales
 P_t = ingreso de primas en el periodo t
 S_t = monto de siniestros en el periodo t

evaluado con muestras de la cartera (como se menciona), presenta el inconveniente de que la probabilidad de ruina es casi siempre muy cercana a uno. De Finetti desarrolla una teoría alternativa que considera: En el periodo de estudio considerado se presentan decrementos sobre los recursos de la compañía los cuales son llamados dividendos, y el considerar este factor genera un criterio de estabilidad más adecuado.

Consideremos el periodo de tiempo infinito caso continuo.

Sea $V(Q_0, a_0)$ la suma de los dividendos esperados para una reserva inicial Q_0 y una barrera (estrategia) en a_0

C el ingreso de primas en un periodo de tiempo
 Y variable asociada al monto de reclamaciones

consideremos el intervalo de tiempo $(0, h)$

$$e^{-(\mu+\beta)h} V(Q+ch, a) \leq V(Q, a) \leq V(Q+ch, a)$$

cuando $h \rightarrow \infty$, con un monto Y variable de reclamaciones y $0 \leq Q \leq a$

$$V(Q, a) = (1-\mu^* h) e^{-\beta h} V(Q+ch, a) + \mu^* h e^{-\beta h} \int_0^Q V(Q-y, a) dF(y) + R$$

con R residuo

como $e = 1 - \beta h + O(h^2)$

$$V(Q, a) = (1-\mu^* h - \beta h) V(Q+ch, a) + \mu^* h \int_0^Q V(Q-y, a) dF(y) + O(h^2)$$

por la continuidad de $V(Q,a)$ en Q , y tomando

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{V(Q+ch,a) - V(Q,a)}{ch}$$

$$\delta V(Q,a) / \delta Q = [(\mu^* + \beta)/c] V(Q,a) - \mu^*/c \int_0^Q V(Q-y,a) dF(y)$$

para $0 \leq Q \leq a$

Sea $\delta V(Q,a) / \delta Q = h'(x)$, entonces

$$h'(x) = [(\mu^* + \beta)/c] h(x) - \mu^*/c \int_0^x h(x-y) dF(y) \quad x \in (0, \infty)$$

$V(Q,a) = C(a)h(Q)$ donde se debe determinar $C(a)$

$$C(a)h(Q) = c/(\mu^* + \beta) + \mu^*/(\mu^* + \beta) \int_0^a h(a-y) dF(y) \quad \dots (1)$$

(1) es una ecuación integro-diferencial

$$C(a) = c / [(\mu^* + \beta)h(a) - \mu^* \int_0^a h(a-ya) dF(y)]$$

$$= 1 / h'(a)$$

$V(Q,a) = h(Q)/h'(a)$ para $0 \leq Q \leq a$

para resolver (1), considerando la función $F(x) = 1 - e^{-rx}$, la óptima se reduce a calcular:

- una solución positiva para $h(x)$
- a_0 tal que $h'(a_0)$ sea mínima

de la ecuación (1)

$$ch'(x) = (\mu^* + \beta)h(x) - \mu^* r \int_0^x h(x-y) e^{-ry} dy \quad \text{diferenciando}$$

$$ch''(x) = (\mu^* + \beta)h'(x) - \mu^* rh(0)e^{-rx} - \mu^* r \int_0^x h'(x-y) e^{-ry} dy$$

integrando (por partes) los últimos términos tenemos:

$$ch''(x) - (\mu^* + \beta - cr)h'(x) - \beta rh(x) = 0$$

Sean r_1 y r_2 las raíces de la ecuación característica
cuya solución general es:

$$h(x) = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x} \quad \text{donde } r_1 \text{ y } r_2 \text{ son las raíces de la ecuación característica}$$

las raíces satisfacen $r_2 < 0 < r_1$ y $h'(x)$ tiene su valor mínimo en el punto $a_0 \in (0, \infty)$ y $h''(a_0) = 0$ cuando:

$$a_0 = 1 / (r_1 - r_2) \ln (-c_2 r_2^2 / c_1 r_1^2)$$

A fin de ejemplificar como obtener la función $V(Q, a)$ resolviendo la ecuación integro-diferencial, se muestra un ejemplo sencillo:

La ecuación integro-diferencial:

$$\delta V(Q, a) / \delta Q = [(\mu^* + \beta)/c] V(Q, a) - \mu^*/c \int_0^Q V(Q-y, a) dF(y)$$

que puede ser escrita como:

$$\delta V(Q, a) / \delta Q + \mu^*/c \int_0^Q V(Q-y, a) dF(y) = [(\mu^* + \beta)/c] V(Q, a)$$

será la base del ejemplo.

Sea $V(Q_0, a_0) = 10e^{-aq}$ $q \geq 0$ con la condición inicial $C(0)=10$

dando valores arbitrarios a los coeficientes determinamos la ecuación

$$\delta C(a)/\delta a + 6 \int_0^{aq} C(a) da + 5C(a) + 10 = 10 e^{-aq}$$

aplicando la transformada L de Laplace

$$s L \{C(a)\} - C(0) + 6/s L \{C(a)\} + 5 L \{C(a)\} + 10/s = 10/s+1$$

sustituyendo $C(0) = 10$ y multiplicando ambos miembros por s

$$s^2 L \{C(a)\} - 10s + 6 L \{C(a)\} + 5s L \{C(a)\} = 10s/s+1$$

de donde $L \{C(a)\} = (10s^2+10s-10) / (s+1)(s^2+5s+6)$

antitransformando (transformada inversa de Laplace)

$$\begin{aligned} V(Q, a) &= L^{-1}\{C(a)\} = L^{-1}\{(10s^2+10s-10) / (s+1)(s^2+5s+6)\} \\ &= L^{-1}\{-5/s+1 - 10/s+2 + 25/s+3\} \end{aligned}$$

$$\text{Por tanto } V(Q, a) = -5e^{-aq} - 10e^{-2aq} + 25e^{-3aq}$$

2. EL FACTOR DE AJUSTE EN LA PROBABILIDAD DE RUINA.

Como se mencionó, una aproximación para estimar la probabilidad de ruina es:

$$\phi(u_t) \approx e^{-Ru_t}$$

$\phi(u_t)$ es evaluada a través de: $\phi(u_t) = U_t + C_t - S(t) \quad t \geq 0$

donde: U_t reservas en el periodo t
 C_t ingreso de primas en el periodo t
 $S(t)$ siniestros en el periodo t

Consideremos un recargo β aplicado a las primas, C será entonces:

$$C_t = (1+\beta) p_1 r \quad \text{con } p_1 \text{ valor esperado de primas}$$

Consideremos el intervalo para el cual la función generadora de momentos $Mx(r)$ de $P(x)$ existe ($r > 0$)

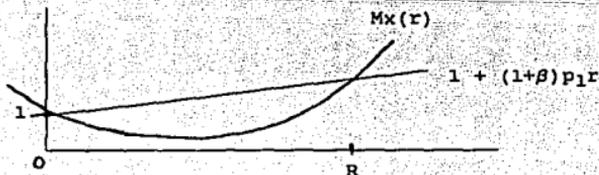
Supongamos que $P(x)$ es continua con una función de densidad de probabilidad $p(x)$, y consideremos la ecuación:

$$r + C_t r = r \int_0^{\infty} e^{-rx} p(x) dx = r Mx(r)$$

sustituyendo $C_t = (1+\beta) p_1 r$ se tiene

$$1 + (1+\beta) r p_1 = Mx(r)$$

cuya gráfica puede ser representada por:



Los puntos de intersección de la recta: $1 + (1+\beta) p_1 r$ y la curva $Mx(r)$ generan dos soluciones: r_1 y r_2 , una de ellas es $r_1 = 0$, la segunda solución $r_2 = R$ es el llamado factor de ajuste.

Ejemplo:

Consideremos la ecuación $f(x) = ae^{-ax}$ $a > 0$
se determinará el factor de ajuste.

Partimos de: $1 + (1+\beta)p_1r = Mx(r) \dots (1)$

donde p_1 es el valor esperado de la función $f(x)$

$$\text{i.e. } p_1 = E[x] = \int_0^{\infty} x \cdot ae^{-ax} dx$$

y $Mx(r)$ es la función generadora de momentos (transformada de Laplace) de la función $f(x)$

$$\text{i.e. } Mx(r) = \int_0^{\infty} e^{rx} \cdot ae^{-ax} dx$$

resolviendo las integrales, se obtiene:

$$p_1 = 1/a ; \quad Mx(r) = a/(a-r)$$

sustituyendo en (1)

$$1 + (1+\beta)r/a = a/(a-r)$$

simplificado:

$$a(a-r) + (a-r)(1+\beta)r = a^2$$

$$r^2\beta + r^2 - a\beta r = 0 \quad \text{cuyas soluciones son:}$$

$$\begin{aligned} r_1 &= 0 \\ r_2 &= R = a\beta / (1+\beta) \end{aligned}$$

y R es el factor de ajuste.

3. CONVOLUCIONES.

Sean ξ_i con $i = 1, 2, \dots, n$ variables aleatorias independientes, $p_i(x)$ sus densidades de probabilidad y $P_i(x)$ sus funciones de distribución.

Se define la convolución de las funciones de densidad de probabilidad $p_i(x)$ como:

$$p_1(x) * \dots * p_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dp_1(\xi) \int_{-\infty}^{\infty} dp_2(\xi) \dots \int_{-\infty}^{\infty} p_n(x - \xi_1 - \dots - \xi_{n-1}) dp_{n-1}(\xi_{n-1})$$

cuando las variables aleatorias tienen una distribución común, la k -ésima convolución de $p(x)$ consigo mediante el símbolo

p_k^* y se define como

$$p_k^*(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{k-1}^*(x - \xi) p(\xi) d\xi$$

Un caso particular se presenta cuando se tienen funciones continuas: Si se tienen dos funciones $f(t)$ y $g(t)$ continuas en $(0, \infty)$, la convolución de f y g denotada por $f * g$ se define como:

$$f * g = \int_0^t f(t-u)g(u) du$$

además si f y g son funciones de clase A (seccionalmente continuas y de orden exponencial) con transformadas de Laplace $F(s)$ y $G(s)$ respectivamente, la transformada de la convolución de f y g es:

$$L(f * g) = F(s) G(s)$$

y aplicando la transformada inversa de Laplace L^{-1} se tiene:

$$L^{-1}(F(s) G(s)) = \int_0^{\infty} f(t-u)g(u) du$$

donde $F(s) = L(f(t))$ y $G(s) = L(g(t))$. Es decir la transformada inversa de un producto de funciones de clase A se obtiene mediante la integral de convolución.

CONCLUSIONES:

El desarrollo del presente trabajo ha pretendido mostrar lo amplio que es el reaseguro, aún y cuando los temas fueron tratados someramente y algunos otros aspectos no fueron siquiera comentados. La principal inquietud que motivó la elaboración de esta tesis, fue notar la falta de material accesible con tópicos de reaseguro.

Ante la dinámica del mundo actual, el estudio y la práctica del reaseguro debe comprender principalmente:

- Un amplio conocimiento del acontecer internacional, que principalmente en lo económico permitirá entender gran parte de los cambios que se generan en el reaseguro, y en base a tal conocimiento adaptar dichos cambios de la mejor manera posible a las necesidades y realidades del país.

- Un conocimiento de las legislaciones que regulan la operación de reaseguro, pues toda actividad en tal ámbito deberá estar sustentada legalmente.

- Una adecuada preparación matemática que permita aplicar modelos que usualmente se dejen de lado en la práctica, muchas de las veces por lo absorbente de la operación reaseguro, y en otras ocasiones por la falta de preparación para investigar y aplicar teorías, y.

- Conciencia de la importancia que la operación de reaseguro produce en los resultados de una compañía, a fin de que toda práctica contable refleje fielmente las actividades desarrolladas.

Espero finalmente que este trabajo motive la elaboración de otros similares o más completos que divulguen la importancia del reaseguro, que muestren lo mucho que falta por investigar y aplicar, y que sirva de consulta a todos aquellos que se inician dentro de la actividad reaseguradora.

BIBLIOGRAFIA

1. Carter R.L.
El Reaseguro.
Madrid. Mapfre. 1979.
2. Bühlmann, H.
Mathematical Methods in Risk Theory.
New York: Springer. 1970.
3. Beard, R.E.; Pentikainen, T.; and Pesonen, E.
Risk Theory.
London: Methuen. 1977.
4. Bowers, N.L.; Gerber, H.U.; Hickman, J.C.;
Jones, D.A.; Nesbitt C.J.
Actuarial Mathematics.
Itasa. Society of Actuaries. 1986
5. V. Hogg Robert
Loss Distributions.
New York. John Wiley & Sons. 1986
6. American Mathematical Society
Actuarial Mathematics.
Vol. 35. 1985
7. Kreyszig Erwin
**Introducción a la Estadística Matemática. Principios y
Métodos.**
México. Limusa. 1985
8. Weston, J.F.; Brigham
Finanzas en Administración.
México. Interamericana. 1987.
9. Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros A.C.
**Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de
Seguros.**
México. 1990.
10. **Diario Oficial de la Federación**
12 de noviembre de 1990
11. **Notas de cursos:**