

DISEÑO DE UN MANIPULADOR  
DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD

GUILLERMO MANUEL MARTINEZ DE LA TEJA.

ENERO DE 1993.



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

1. INTRODUCCION	5
2. GENERALIDADES	9
2.1 Antecedentes	10
2.2 Definiciones	14
2.3 Clasificación y tipos de robots	19
2.4 Elementos constitutivos	23
2.4.1 Sistema mecánico o manipulador	25
2.4.2 Control	25
2.4.3 Elementos motrices o actuadores	31
2.4.4 Elemento terminal	33
2.4.5 Sensores de información	33
3. CARACTERISTICAS DEL MANIPULADOR DISEÑADO	37
3.1 Sistema mecánico o manipulador	38
3.2 Control	39
3.3 Elementos motrices o actuadores	39
3.4 Elemento terminal	43
3.5 Sensores de información	43
4. DISEÑO MECANICO	46
4.1 Objetivo del análisis estático	47
4.2 Análisis estático	47
4.2.1 Análisis estático del sistema "mano"	48
4.2.1.1 Datos	49
4.2.1.2 Análisis de fuerzas	51
4.2.1.3 Análisis de momentos	52
4.2.2 Análisis estático del sistema "brazo"	57
4.2.2.1 Datos	57
4.2.2.2 Análisis de fuerzas	63

4.2.2.3	Análisis de momentos	64
4.2.3	Análisis estático del sistema "columna"	70
4.2.3.1	Datos	70
4.2.3.2	Análisis de fuerzas	75
4.2.3.3	Análisis de momentos	76
4.2.4	Análisis estático del sist. "manipulador"	80
4.2.4.1	Análisis de fuerzas	81
4.2.4.2	Análisis de momentos	81
4.3	Programas de cálculo	84
4.4	Análisis dinámico	85
4.4.1	Objetivo del análisis dinámico	85
4.4.2	Análisis dinámico	86
4.4.3	Procedimiento para análisis dinámico	87
4.4.4	Consideraciones para el análisis dinámico	88
4.4.5	Conclusiones del análisis dinámico	89
4.5	Selección de materiales y rodamientos	89
4.5.1	Sistema "mano"	90
4.5.1.1	Datos	90
4.5.1.2	Cálculos	90
4.5.2	Sistema "brazo"	92
4.5.2.1	Datos	92
4.5.2.2	Cálculos	92
4.5.3	Sistema "columna"	93
4.5.3.1	Datos	93
4.5.3.2	Cálculos	94
4.5.4	Sistema "manipulador"	95
4.5.4.1	Datos	95
4.5.4.2	Cálculos	95

4.5.5 Dimensionado de rodamientos	96
4.5.5.1 Cálculo de baleros	97
4.5.6 Conclusiones de la selección de materiales y rodamientos	98
5. DISEÑO ELECTRONICO	100
5.1 Componentes y funcionamiento del sistema electrónico del manipulador	101
5.2 Motores de pasos	110
5.3 "Drives"	114
5.4 Sensores de posición	119
6. CONCLUSIONES	122
REFERENCIAS	125
BIBLIOGRAFIA	127
APENDICES	133
A1. PIEZAS DEL MANIPULADOR	134
A2. CENTROIDES Y MOMENTOS DE INERCIA DE LAS PIEZAS	165
A2.1 Centroides de las piezas	167
A2.2 Momentos de inercia de las piezas	183
A3. LISTA DE MATERIALES	196
A4. PROGRAMAS DE CALCULO Y RESULTADOS	199
A4.1 SISTEMA "MANO"	200
A4.2 SISTEMA "BRAZO"	204
A4.3 SISTEMA "COLUMNA"	210
A4.4 SISTEMA "MANIPULADOR"	216
A5. DISEÑO DE ENGRANES Y TORNILLOS	227

## 1. INTRODUCCION

Desde tiempos prehistóricos el ser humano ha tratado de modificar las condiciones de vida que le resultan adversas, y por medio de su ingenio ha creado instrumentos que le han ayudado a transformar sus condiciones de vida.

Un invento que tiene relativamente muy poco tiempo de existir son las computadoras, las cuales se han introducido en muchas de las actividades del ser humano. Para lograr esto, ha sido necesario en muchas ocasiones acoplarlas con otros equipos que las relacionan con el medio exterior para así poder inter-actuar.

Una de las áreas que se ha desarrollado, gracias a dicha necesidad de poder relacionar la computadora con el medio, es la robótica, la cual se ha hecho presente en muchas de las actividades cotidianas del ser humano. En la actualidad, es posible encontrar robots con mayor o menor grado de complejidad realizando tareas tan diversas como la exploración de medios hostiles al ser humano tales como: el espacio o el fondo del mar; como apoyo en los servicios médicos; formando parte de líneas de producción o en procesos; tomando parte en el proceso educativo como apoyo didáctico e incluso en la diversión, como lo son los llamados "juegos mecánicos".

Debido a la creciente intervención de la robótica en muchas de las actividades del ser humano, se pensó que es necesario y conveniente que se tenga contacto con esta área desde los años de formación escolar, para ir desarrollando la cultura necesaria para una posterior creación, desarrollo, adaptación y aplicación de robots, conocer algunas de las necesidades que implica y de las ventajas que presenta, a la vez de evaluar las

desventajas que presenta en todos los aspectos, incluyendo los problemas técnicos, económicos y sociales que provoca la interacción de robots y seres humanos.

La idea de diseñar este manipulador de seis grados de libertad surgió de un convenio realizado entre los Colegios de Ciencias y Humanidades y el Centro de Instrumentos de la U.N.A.M. que contempla el desarrollo de un modelo que sea utilizado en los laboratorios de dichas instituciones de educación.

Aunque existen modelos de este tipo comercialmente, no son de fabricación nacional y en general son de un costo muy elevado, por lo cual se buscó que el modelo a realizar incluyera investigación, desarrollo, construcción y de ser posible, la utilización de material nacional.

Dada la complejidad de diseño, construcción y aplicaciones que tiene la robótica es un concepto que involucra diferentes disciplinas técnicas y humanísticas, por lo cual se formó un grupo interdisciplinario para la realización de este proyecto. La tesis que se presenta es el resultado del trabajo de la parte mecánica de este grupo interdisciplinario.

Debido a que la finalidad de esta tesis es la de obtener el título de Ingeniero Mecánico Electricista en el área de Mecánica, se abordarán con mayor amplitud los temas correspondientes a dicha área y los temas relacionados con otras especialidades se tratan de manera general en este trabajo. Se tiene la conciencia que la realización de este trabajo no hubiese sido posible sin el apoyo de los especialistas en otras áreas, especialmente la electrónica.

En esta tesis, se describe brevemente los antecedentes

de la robótica, algunas definiciones relacionadas con el tema así como las clasificaciones que se le dan a los diversos tipos de robots y se describe cada una de las partes que constituyen a los robots. Esto en el segundo capítulo.

En el tercer capítulo se describen las características generales del manipulador diseñado.

En el cuarto capítulo se hace el análisis estático y dinámico del manipulador diseñado para finalizar con la selección de materiales y rodamientos adecuados a las características del manipulador.

El sistema electrónico del manipulador y algunas características de sus elementos se describen brevemente en el quinto capítulo de esta tesis.

Las conclusiones de este trabajo se presentan en el capítulo seis.

En los apéndices se presenta el diseño de las piezas, la lista de materiales empleados en el aspecto mecánico del diseño, el listado de los programas de cálculo realizados y los resultados obtenidos con estos programas, así como una descripción del diseño de los engranes y tornillos utilizados en el manipulador para la transmisión de movimiento y potencia.

Agradezco la ayuda brindada por el Dr. Alejandro F. Romero López y por las personas que conformaron el grupo que trabajó en el desarrollo del proyecto y en especial a José Castillo Hernández.

## 2. GENERALIDADES

## 2.1 ANTECEDENTES

Se tiende a pensar que la Robótica es un nuevo concepto incubado en la era de la informática, cuando en realidad es un concepto antiquísimo. En todas las épocas de la historia de la humanidad se encuentra presente la fantasía de poseer una máquina capaz de reproducir los movimientos, y en cierto grado también el comportamiento animal o humano. Posiblemente esta aspiración del ser humano es atribuible a verse libre de realizar tareas desagradables, tediosas o peligrosas, mediante estas máquinas - esclavos.

La palabra "ROBOT" se deriva de esta idea, ya que proviene de la palabra "ROBOTNIK", que en checo significa "siervo"; se cree que esta palabra fue utilizada por primera vez por el escritor Karel Capek en 1923, en su obra "R.U.R" (Rossum's Universal Robots). Esta comedia de ficción especula sobre algunas de las implicaciones sociales que conlleva el desarrollo de andróides, incluyendo la posible obsolescencia y remplazo de la raza humana.

Como antecedentes históricos de los robots, se pueden citar muchos casos de autómatas descritos por fuentes antiguas pero algunos de ellos de dudosa veracidad; algunos ejemplos son los siguientes:

Según una leyenda, el primer "hombre mecánico" fue construido en la antigüedad por Ptolomeo Filadelfo. Se dice que en el siglo II a.C. Hero de Alejandria construyó unas "aves mecánicas" que actuaban como las reales, además de dejar una descripción de un teatro automático, donde se llevaba a cabo una representación basada en la "Iliada" por medio de figuras mecánicas y

después de cada acto se cerraban automáticamente las puertas, cambiaba la decoración, las puertas se abrían por sí mismas y las figuras comenzaban la función.

Arquitas de Tarento, en el año 410 a.C., construyó un palomo que, según se dice, volaba mediante fuerza mecánica.

Dentro de la literatura árabe, de antecedentes hindues, se encuentran en Las mil y una noches, historias escritas en el siglo VIII d.C.; en una de ellas titulada "Los mil sucesos del caballo volador", se habla acerca de un caballo construido en madera y marfil en tamaño natural que era una máquina capaz de volar con un jinete montado sobre su lomo.

Después del año 1000, el automatismo se desborda en la construcción de relojes extraordinarios. Es famoso el de la abadía de Cluny, que data del año 1340, el cual además de señalar las efemérides astronómicas, cada hora estaba anunciada por un ángel que saludaba a la Virgen mientras el Espíritu Santo descendía en forma de Paloma; otro ejemplo es el reloj de la catedral de Estrasburgo, construido en 1354, que reconstruido funciona perfectamente en la actualidad.

Se tienen numerosas referencias de hombres y animales mecánicos construidos durante la Edad Media y el Renacimiento, destinados a la exhibición en las cortes y las ferias, como el "león animado" ideado por Leonardo da Vinci, o sus intentos por lograr máquinas que reprodujeran el vuelo de las aves.

A partir del siglo XVIII se construyen autómatas extraordinarios, especialmente en Francia, donde Vaucanson creó un pato que nadaba, batía las alas, cogía granos con el pico y los comía; en 1738 expuso en París un Flautista que le valió su

ingreso a la Academia de las Ciencias. El Barón Kempelen asombró a Europa con su Jugador de Ajedrez, y ya para terminar el siglo XIX Maskelyne presenta en Londres su autómeta Psycho, que resolvía operaciones matemáticas.

De todos modos, estos dispositivos tenían una grave limitación, no podían realizar más que una sola tarea o un número reducido de ellas, y desde luego, eran máquinas carentes de todo interés, contempladas desde un punto de vista industrial.

El robot nace de la necesidad, no de la fantasía como en los casos descritos anteriormente. La necesidad de aumentar la productividad y mejorar la calidad hace insuficiente la automatización rígida de las primeras décadas del siglo XX, además la aparición de computadoras permite empezar a pensar en una automatización flexible, donde se combine la versatilidad de las máquinas controladas desde un ordenador con las altas velocidades de operación y buena calidad que puedan lograr.

Se suele admitir que el padre de la robótica industrial fue George Devol, en 1960, al tratar de construir una máquina automática cuyas características fundamentales fueran flexibilidad en su adaptación a diversos trabajos y herramientas, es decir que fuera multifuncional y a la vez sencilla de manejar, lo que lo llevó a desarrollar lo que puede considerarse como el primer robot industrial, el cual ya contaba con un ordenador como uno de sus componentes fundamentales.

Una de las bases para el desarrollo de los robots ha sido el rápido avance que se ha tenido en la electrónica. Apenas en 1904, Alexander Fleming inventó el tubo de vacío, que fue perfeccionado poco tiempo después por Lee DeForest; en 1951, el Dr.

Guillermo Shockley inventó el transistor de empalme o simplemente transistor, que sustituiría al tubo de vacío en una gran cantidad de aplicaciones. Con la invención de los microcomponentes se logra aumentar el número de componentes en un espacio extremadamente reducido, lo cual aunado a la industrialización de estos componentes ayuda a la popularización de microprocesadores y elementos de control así como aparatos de comunicación más eficientes y con mejores características que los existentes anteriormente.

Otro de los desarrollos que ha ayudado a la creación y avance de los robots ha sido la tecnología del servo-control, que se basa en la medición continua y comparación contra un patrón los datos acerca del estado "real" de algún objeto. La comparación y corrección constituye un "lazo de realimentación". El inicio de este concepto se remonta por lo menos hasta el gobernador inventado por James Watt que controlaba la velocidad de giro de una máquina de vapor, pero no había sido realmente aplicado en la práctica hasta las décadas recientes, en términos de sensores y transmisores de información electrónicos. La tecnología moderna del servo-control fue desarrollada inicialmente para el control de armas en la Segunda Guerra Mundial y para el control de misiles inmediatamente después. En los Estados Unidos, el centro de estas investigaciones militares fue el Laboratorio de Instrumentación del Instituto Tecnológico de Masachussets, donde trabajaron, entre otros, los matemáticos Claude Shannon y Norbert Weiner, quien popularizó el término "cibernética", que implica toda clase de procesos de control realimentados y sus aplicaciones posibles.

## 2.2 DEFINICIONES

Con la finalidad de lograr mayor claridad, a continuación daremos definiciones de algunos conceptos básicos y léxico utilizados en la robótica:

**AUTOMATA:** Se define como un "conjunto que representa un sistema de mecanismos y dispositivos (electrónicos, eléctricos, neumáticos, hidráulicos), en el cual los procesos de obtención, transformación, transmisión y empleo de la energía, del material o de la información están totalmente mecanizados; esto es, se realizan sin la participación directa del hombre". [1]

**ROBOT:** Realmente hasta el momento no se ha llegado a un acuerdo respecto a una definición única de robot, pero se pueden citar algunas definiciones:

El Instituto Norteamericano de Robótica lo define como "un manipulador multifuncional y reprogramable, diseñado para mover materiales, piezas, herramientas o dispositivos especiales, mediante movimientos programables y variables que permitan llevar a cabo tareas diversas" [2]. De acuerdo con la definición anterior, no se clasifican como "robot" algunos sistemas denominados comúnmente con ese nombre, tales como los manipuladores del tipo "amo-esclavo", donde el manipulador sigue los movimientos realizados por el operador.

Antes se definía al "robot" como un "modelo o autómatas, exteriormente parecido al hombre que con frecuencia realiza trabajos útiles" [3]. Sin embargo, en la actualidad los robots no guardan forzosamente parecido alguno con los seres vivos.

Otra definición de "robot", tal vez más completa es la que lo define como un "dispositivo programable de funciones múltiples. Los "robots" son sistemas híbridos de cómputo independientes, que realizan actividades físicas y de cómputo. Los "robots" emplean sensores analógicos para reconocer los objetos del mundo real, y computadoras digitales para controlar sus actividades. Los convertidores analógico-digitales transforman la temperatura, el movimiento, la presión, el sonido y las imágenes en claves binarias comprensibles para la computadora del robot. Las salidas de las computadoras controlan las acciones físicas impulsando los motores del robot.

Los robots pueden diseñarse con un aspecto semejante al del humano, aún cuando la mayoría de los robots industriales no tienen ningún parecido con el hombre. Ellos tienen uno o más brazos y juntas, diseñados para actividades específicas.

En la actualidad, se están diseñando también robots con inteligencia artificial para que puedan responder de manera efectiva a situaciones no estructuradas, por ejemplo, algunos robots especializados pueden identificar objetos amontonados, seleccionarlos en orden adecuado y ensamblarlos formando una unidad". [3]

**MANIPULADOR:** Se define como un sistema mecánico multifuncional, con un sencillo sistema de control, que permite gobernar el movimiento de sus elementos, de los siguientes modos:

A. Manual: Cuando el operario controla directamente la tarea del manipulador.

B. De secuencia fija: Cuando se repite, de forma invariable, el proceso de trabajo previamente preparado.

C. De secuencia variable: Se pueden alterar algunas características de los ciclos de trabajo.

La diferencia entre un manipulador y una máquina de control numérico (CNC) es que los manipuladores pueden llevar a cabo trabajos completamente diferentes e incluso tomar decisiones según la información procedente del mundo exterior.

En realidad no existe una diferencia clara entre un manipulador y un robot, aunque se les suele llamar manipuladores cuando sus funciones son sencillas y repetitivas, además de que su sistema de control es sencillo.

AUTOMATIZACION: "En el medio electrónico, "automatizar" implica la sustitución de operadores manuales por sistemas de cómputo. El término se emplea de manera informal para describir cualquier tarea realizada por máquinas en lugar de personas". [4]

INTELIGENCIA ARTIFICIAL (IA): El término de "inteligencia artificial" se refiere a las aplicaciones donde la computadora imita la inteligencia humana. Se consideran varias categorías de IA; una de ellas es en la que las máquinas o robots tienen capacidades sensoriales que detectan y reconocen sonidos, imágenes, texturas, etcétera.

Otra categoría son los sistemas basados en la acumulación de conocimientos sobre un tema y son útiles en la solución de problemas específicos. Los sistemas desarrollados a partir de la experiencia de especialistas, se denominan sistemas expertos y pueden realizar tareas como el diagnóstico médico.

**HARDWARE Y SOFTWARE:** Los términos "Hardware" y "Software" provienen del idioma inglés y surgen para definir como hardware a los componentes físicos de la computadora, son todos los dispositivos electrónicos que la componen, y como software al conjunto de programas e instrucciones que permiten obtener de las computadoras los beneficios que pueden dar. El software se almacena en dispositivos mecánicos como discos magnéticos y se copian en la memoria de la computadora, cuando se necesita que el hardware realice algún trabajo.

"Operacionalmente, un sistema de cómputo está constituido tanto por el hardware como por el software. Uno no puede trabajar sin el otro, y cada uno dicta reglas para el otro. El hardware establece las reglas del conjunto de instrucciones que puede ejecutar y las instrucciones del software indican lo que se desea hacer". [5]

**GRADOS DE LIBERTAD:** Es el número de parámetros que es preciso conocer para determinar la posición del robot, es decir, los movimientos básicos independientes que posicionan a los elementos de un robot en el espacio.

**CAPACIDAD DE CARGA:** Es el peso que el robot puede manipular.

**ENTORNO o ESPACIO DE TRABAJO:** Es el universo en el que está sumergido el robot o manipulador físico. Para los robots con puesto fijo se reduce a lo que se encuentra en el espacio alcanzable del robot, definido por el volumen barrido cuando éste pase

por todas las configuraciones posibles.

**PERTURBACIONES:** Una perturbación es una señal que tiende a afectar adversamente el valor de la salida de un sistema. Si la perturbación se genera dentro del sistema, se le denomina interna, mientras que una perturbación externa se genera fuera del sistema y constituye una entrada.

**CONTROL REALIMENTADO:** Es aquel que tiende a mantener una relación preestablecida entre la salida y la entrada de referencia, comparando ambas y utilizando la diferencia como parámetro de control.

**SISTEMAS DE CONTROL DE LAZO CERRADO:** "Un sistema de control de lazo cerrado es aquel en el que la señal de salida tiene efecto directo sobre la acción de control. Esto es, los sistemas de control de lazo cerrado son sistemas de control realimentado. La señal de error actuante, que es la diferencia entre la señal de entrada y la de realimentación, entra al detector o control de manera de reducir el error y llevar la salida del sistema al valor deseado"[6].

**SISTEMAS DE CONTROL DE LAZO ABIERTO:** "Son sistemas de control en los que la salida no tiene efecto sobre la acción de control. Es decir, en un sistema de control de lazo abierto la salida no se mide ni realimenta para compararla con la entrada.

**MANUFACTURA FLEXIBLE:** Existen dos casos que se presen-

tan constantemente en la producción donde se necesita de una gran flexibilidad, con respecto a la colocación de los recursos y a la planeación. Uno de estos casos se presenta cuando se tiene algún recurso, como por ejemplo una máquina, que es utilizada para diferentes tareas sin darle un periodo de tiempo para su adaptación o tratando que este sea el menor posible.

El otro caso se presenta cuando algún recurso es utilizado para realizar únicamente una tarea, pero se desconoce el tiempo que se requerirá para realizar dicha tarea.

La "manufactura flexible" surge del análisis de estos casos y el planteamiento de posibles soluciones, tratando de combinar las ventajas de la manufactura convencional, la tecnología de producción en masa y la versatilidad y rapidez de las computadoras. La manufactura flexible implica el uso de programas, equipo controlado por computadoras para operar las máquinas y coordinar las líneas de producción o de procesos.

Los robots industriales son un componente clave de la tecnología de la manufactura flexible por su facilidad de reprogramación y su rápida adaptación a los cambios en los procesos de producción, lo cual presenta ventajas sobre la producción convencional tales como: ahorro de tiempo, bajo costo y mejor calidad de los productos terminados.

### **2.3 CLASIFICACION Y TIPOS DE ROBOTS**

A lo largo de la historia de los robots, estos han tenido diferentes criterios de fabricación, etapas de desarrollo, generaciones, propiedades y funciones específicas determinadas,

por lo que existen diversas formas de clasificar a los robots. A continuación citamos algunas:

Existe una clasificación que se basa en su complejidad en cuanto a su forma de control:

1. MANIPULADORES: Son sistemas mecánicos multifuncionales, cuyo sencillo sistema de control gobierna el movimiento de sus partes de alguna de las siguientes formas o bien una combinación de ellas:

A. Manual; un operario lo controla directamente.

B. De secuencia fija; repite el proceso de trabajo preparado por un operador.

C. De secuencia variable; es posible alterar algunas características de su ciclo de trabajo.

2. ROBOTS DE APRENDIZAJE O DE REPETICION: Son manipuladores que únicamente repiten una secuencia de movimientos preparada por un operador y "memorizada".

3. ROBOTS CON CONTROL POR COMPUTADORA: Son manipuladores controlados por una computadora, que generalmente es un microordenador.

4. ROBOTS INTELIGENTES: son manipuladores controlados por ordenador, capaces de relacionarse con su entorno a través de sensores y de tomar decisiones . Pueden incluir el uso de inteligencia artificial.

Algunas veces se clasifica a los robots controlados por computador dentro de la primera generación y a los robots inteligentes dentro de la segunda generación.

Otra clasificación de los robots se hace por el tipo de actuadores o la forma de activar los elementos motrices que tiene el robot:

1. HIDRAULICOS: Son robots destinados a tareas que requieren de gran potencia y gran capacidad de carga. Este tipo de robots carecen de precisión en sus movimientos y el costo de construcción de su control resulta elevado.

2. NEUMATICOS: Los robots dotados de actuadores neumáticos tienen gran velocidad de respuesta y bajo costo, pero al igual que en los hidráulicos, su control resulta complicado y caro, además de no poseer mucha precisión en posiciones intermedias.

3. ELECTRICOS: Los motores eléctricos son los que cubren la gama de media y baja potencia; resultan ser los más populares dentro del campo de la robótica por ser de gran precisión, fácil control eléctrico y electrónico, además de las ventajas inherentes a la energía que consumen.

Por el control de sus movimientos, los robots se pueden clasificar como:

1. SIN SERVOCONTROL: El programa que controla el movimiento de los componentes del robot lleva a cabo un control "punto a punto" en el espacio.

2. CON SERVOCONTROL: El cual puede controlar los movimientos del robot en función de sus ejes. Los movimientos pueden realizarse "punto a punto" o con una trayectoria continua.

También existe una clasificación de acuerdo con el

campo de aplicación:

A. CAMPO DE LA PRODUCCION O ROBOTS INDUSTRIALES: Son los que se dedican a trabajos como la manipulación de herramientas. La aplicación de robots en este campo presenta diversas ventajas tales como la automatización casi íntegra de la producción, mayor calidad del producto terminado, rapidez de configuración de la unidad de producción cuando se pasa de la fabricación de un producto a otro similar, etcétera.

B. CAMPO DE LA EXPLORACION: Son robots utilizados para ejecutar trabajos en medios hostiles como trabajos bajo el mar, en el espacio, en ambientes radioactivos, etcétera. Los robots de este campo se subdividen en robots autónomos, que van programados desde antes para realizar su labor, y robots de telepresencia o teleoperación, los cuales son controlados por un operador a distancia.

C. CAMPO DE LA ASISTENCIA INDIVIDUAL: Están destinados a la automatización de servicios, así como a robots "médicos", tales como prótesis, órtesis (estructuras motorizadas que se ponen alrededor del miembro paralizado y lo arrastran en sus movimientos), telétesis (robots manejados a distancia a partir de zonas de motricidad voluntaria en personas paralíticas).

Una forma de clasificar los tipos de robots es por la forma en que "la estructura del manipulador y la relación entre sus elementos proporcionan una configuración mecánica, que da origen al establecimiento de parámetros que hay que conocer para definir la posición y orientación del elemento terminal. Fundamentalmente, existen cuatro estructuras clásicas en los manipula-

dores, que se relacionan con los correspondientes modelos de coordenadas en el espacio... y se citan a continuación:

- CARTESIANAS
- CILINDRICAS
- POLARES
- ANGULARES" [8].

En la figura 2.3.1 se muestran esquemas de las configuraciones básicas de esta clasificación.

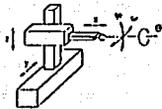
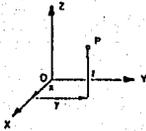
Las clasificaciones mencionadas no son las únicas ni son limitativas, y por supuesto, un robot puede estar dentro de más de una clasificación o ser una mezcla de varias de ellas, pero con estas clasificaciones se tiene una idea del tipo de robot del que se habla.

#### **2.4 ELEMENTOS CONSTITUTIVOS**

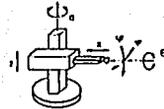
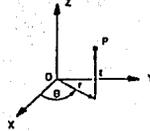
Un robot es una unidad constituida por diversos componentes mecánicos, eléctricos, electrónicos, programas de computadora, etcétera; sin embargo, para fines de explicación, un robot o un manipulador puede representarse por cinco entidades unidas entre sí:

1. Sistema mecánico o Manipulador.
2. Control.
3. Elementos motrices o actuadores.
4. Elemento terminal.
5. Sensores de información.

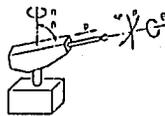
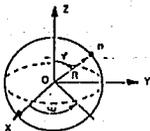
**COORDENADAS  
CARTESIANAS**



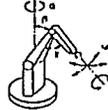
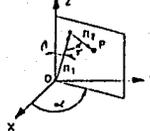
**COORDENADAS  
CILINDRICAS**



**COORDENADAS  
POLARES**



**COORDENADAS  
ANGULARES**



**Configuraciones básicas de  
manipuladores**

FIGURA 2.3.1

En este capítulo se explicará la función de cada una de estas entidades.

#### **2.4.1. SISTEMA MECANICO ARTICULADO O MANIPULADOR**

Es el conjunto de elementos mecánicos que tienen como objetivo proporcionar el movimiento del elemento terminal. Los elementos rígidos se relacionan entre sí mediante articulaciones, las cuales pueden ser giratorias, si sólo permiten la rotación, o prismáticas, en las que existe un movimiento de traslación entre los elementos que relacionan (Fig. 2.4.1).

El número de elementos del brazo y el de las articulaciones que los relacionan, determinan los grados de libertad del manipulador. La figura 2.4.2 representa un manipulador de tipo esférico con seis grados de libertad y los nombres que reciben generalmente cada una de las partes del sistema mecánico.

#### **2.4.2. CONTROL**

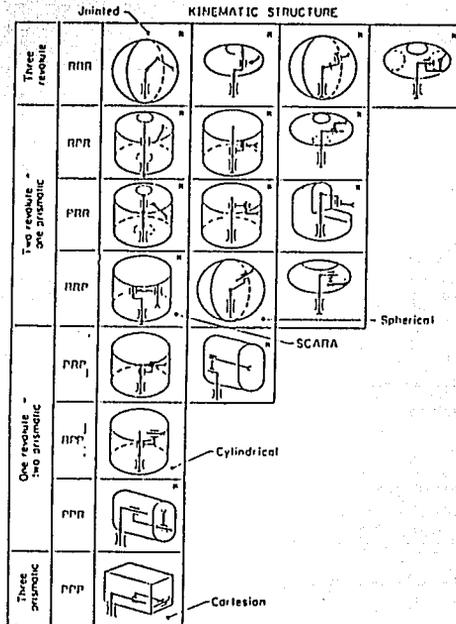
Es el dispositivo que se encarga de regular el movimiento de los elementos del manipulador y todo tipo de acciones, cálculos y procesado de información que se realiza.

La figura 2.4.3 representa la configuración general que se utiliza para el control de un manipulador.

Pueden considerarse varias categorías de control, dependiendo de los parámetros que se controlen, pueden ser:

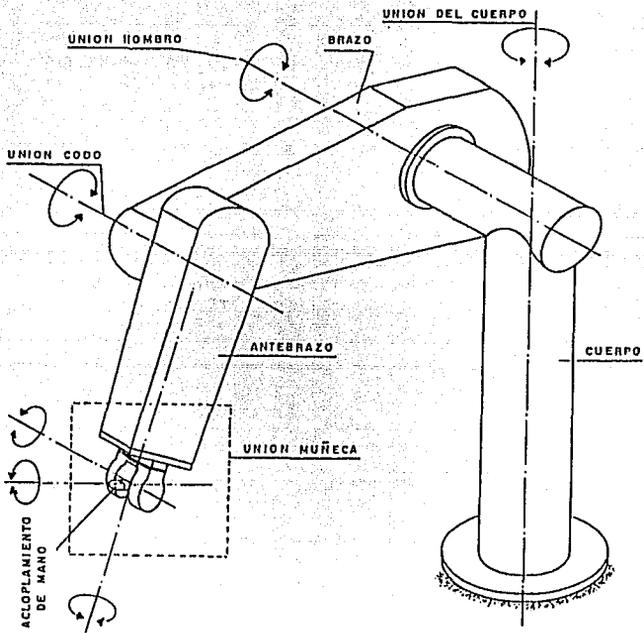
a. Control de posición, en el cual sólo se considera el control de la posición del elemento terminal, pudiendo ser "punto a punto" o de control continuo de trayectoria.

b. Control cinemático, en el cual además de controlar



Configuraciones cinemáticas  
posibles de articulaciones  
en robots

FIGURA 2.4.1



**SISTEMA MECANICO**

Ejemplo de manipulador de tipo esférico  
con seis grados de libertad.

FIGURA 2.4.2

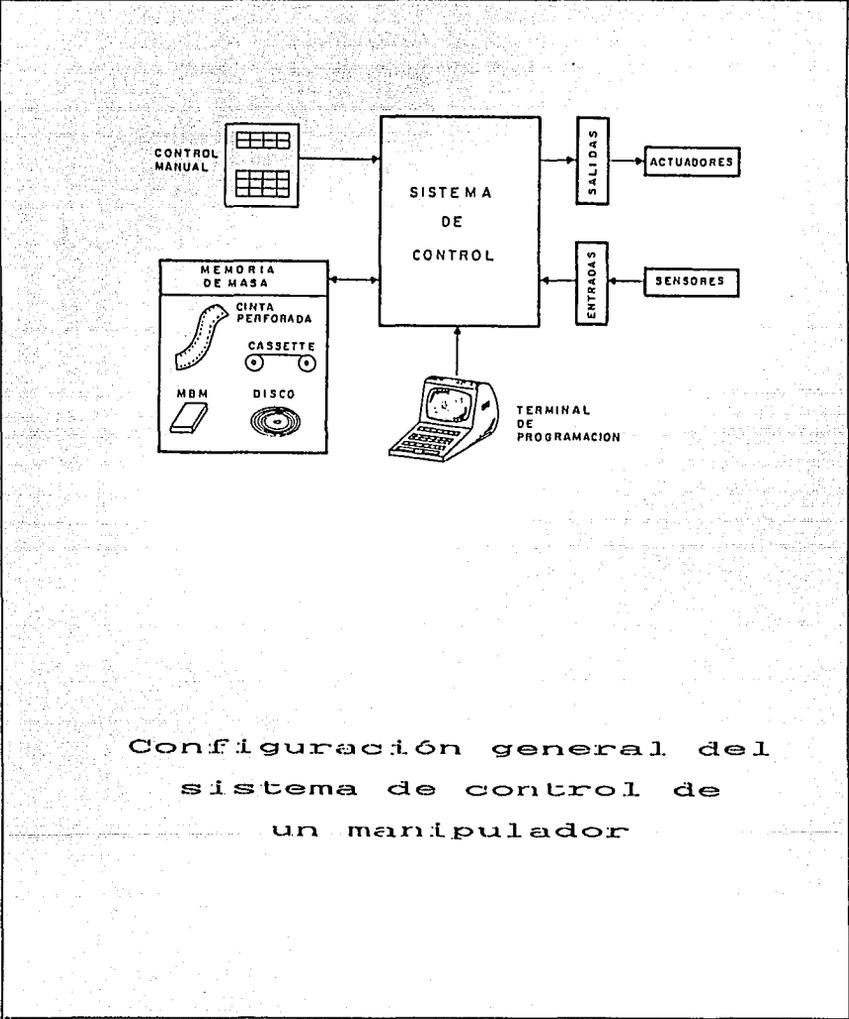


FIGURA 2.4.3

la posición se controla la velocidad.

c. Control dinámico; consideran las propiedades dinámicas del conjunto.

d. Control adaptativo, en el cual se considera la variación de las características del manipulador al cambiar la posición.

Con respecto a la forma en que se lleva a cabo el control, este puede ser de lazo abierto o de lazo cerrado. En el capítulo referente a "definiciones" se habló de las características y propiedades de estas dos formas de control.

La mayoría de los sistemas de robots industriales usan un control de lazo cerrado, con realimentación, utilizando el error entre la señal de la posición deseada y la señal de la posición real para hacer coincidir la posición real con la posición deseada. Este tipo de control se denomina "proporcional" ya que la señal que actúa sobre el motor es proporcional a la señal de error. En la figura 2.4.4 se muestra un esquema de control de tipo proporcional, donde la señal aplicada al motor es proporcional a la señal de error.

Existe también control "integral", donde la señal de salida varía proporcionalmente a la señal de error y el control "derivativo", en el que la señal de salida varía proporcionalmente con la velocidad de variación de la señal de error.

De la combinación de los controles de tipo "proporcional", "derivativo" e "integrativo" dan lugar al control denominado "PID", iniciales de proporcional-integral-derivativo, en el cual se obtiene una combinación de algunas de las ventajas de

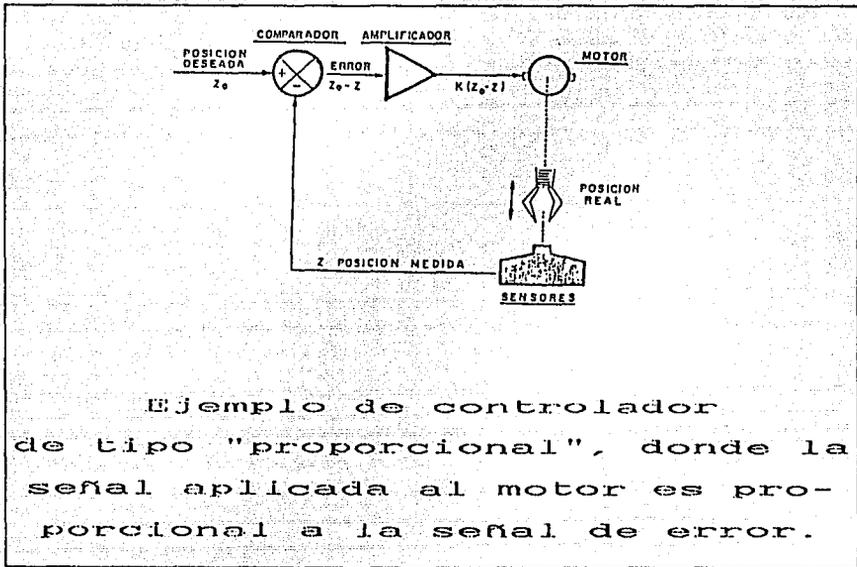


FIGURA 2.4.4

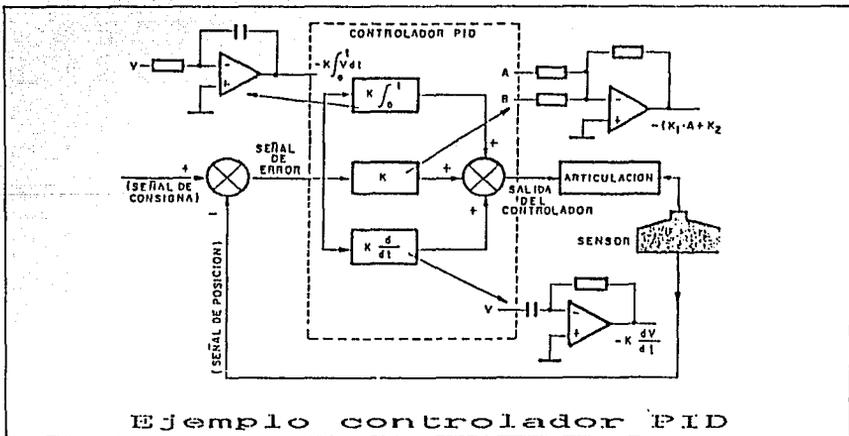


FIGURA 2.4.5

cada uno de los tipos de control. En la figura 2.4.5 se muestra un diagrama general de bloques de un control PID.

Estos circuitos de control se pueden construir con base en amplificadores operacionales, o pueden estar considerados dentro de la computadora, con la utilización de los elementos propios de la computadora, la cual recibe las señales de error y de salida, y envía las señales de entrada a los motores del robot.

### 2.4.3. ELEMENTOS MOTRICES O ACTUADORES

Los elementos motrices o actuadores tienen como objetivo producir el movimiento de las articulaciones; este movimiento puede transmitirse directamente a uno o más de los elementos rígidos que forman las articulaciones, o puede ser transmitido por poleas y bandas, engranes, catarinas y cadenas, cables, etcétera. Estos elementos motrices se clasifican según el tipo de energía que utilizan, que puede ser:

A. Neumáticos, son los que utilizan aire comprimido para provocar el movimiento y lo expanden dentro de cilindros para provocar un movimiento positivo. Este tipo de elementos motrices son indicados para movimientos rápidos, de mediana a gran capacidad de carga pero de muy poca precisión (Fig. 2.4.6).

B. Hidráulicos, los cuales utilizan el desplazamiento de un pistón dentro de un cilindro provocado por aceite o algún otro líquido y se utilizan en manipuladores que requieren de una gran capacidad de carga, con una precisa regulación de la velocidad pero, al igual que en el caso de los neumáticos, de limitada baja precisión (Fig. 2.4.7).

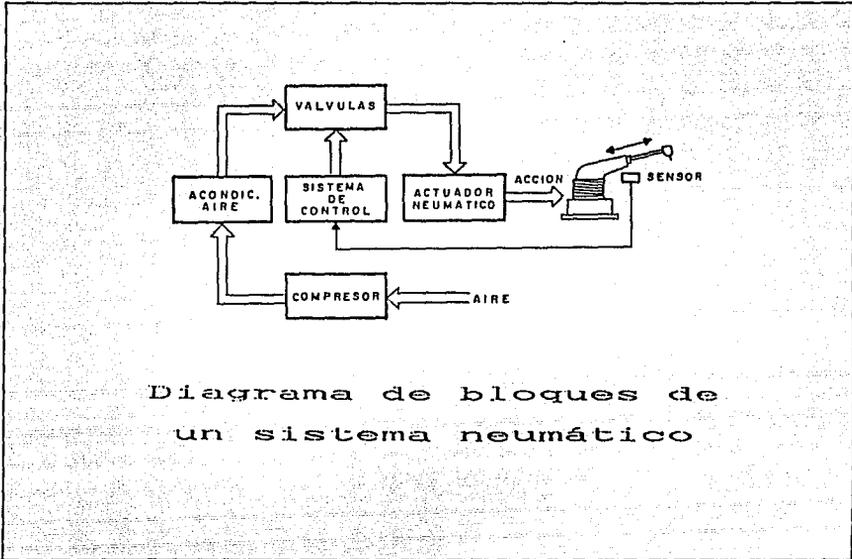


FIGURA 2.4.6

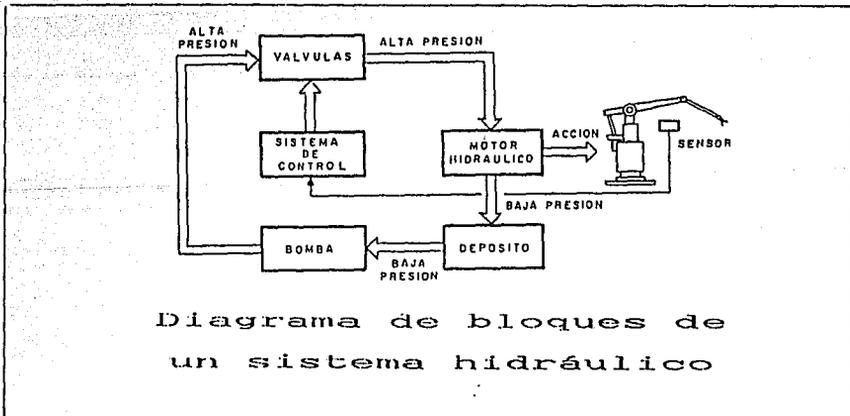


FIGURA 2.4.7

C. Eléctricos. Son aquellos que utilizan motores eléctricos, son los más utilizados por su fácil y preciso control, además de resultar en casi todos los casos más económica y fácil de obtener la energía eléctrica que algún otro tipo de energía.

#### **2.4.4. ELEMENTO TERMINAL**

Los manipuladores cuentan con dispositivos de agarre y sujeción ("gripping mechanisms"), también conocidos como "manos" cuando se destinan a sujetar, orientar y operar piezas manipuladas; cuando se van a destinar para una operación específica, tales como aplicación de pintura, soldadura, o alguna otra actividad específica, se coloca una herramienta como elemento terminal.

Debido a que los robots se pueden destinar a una amplia variedad de tareas, el elemento terminal adopta formas muy diversas, y generalmente es necesario diseñar el elemento terminal a la medida de la operación en la que se aplicará. La figura 2.4.8 presenta algunos ejemplos de elementos terminales y el cuadro 2.1 menciona algunos de los factores a considerar para la selección o el diseño de elementos terminales.

#### **2.4.5. SENSORES DE INFORMACION**

Son aquellos dispositivos que permiten la interacción del robot con su entorno; el poseer sensores de información hace que el robot pueda tomar decisiones en tiempo real, para adaptar sus planes de acción a circunstancias de su entorno. Esto hace que en algunos casos, se disponga de un cierto grado de inteligencia artificial, ya que la información que reciben les permite,

si así están diseñados, autoprogramarse y alterar su actuación en función de la situación externa.

Existen sensores de diferentes tipos, que se utilizan según las necesidades de la aplicación; por ejemplo, existen sensores de fuerza, presión, temperatura, visión, sonido, niveles de radioactividad, acidez, presencia e intensidad de campos magnéticos, etcétera.

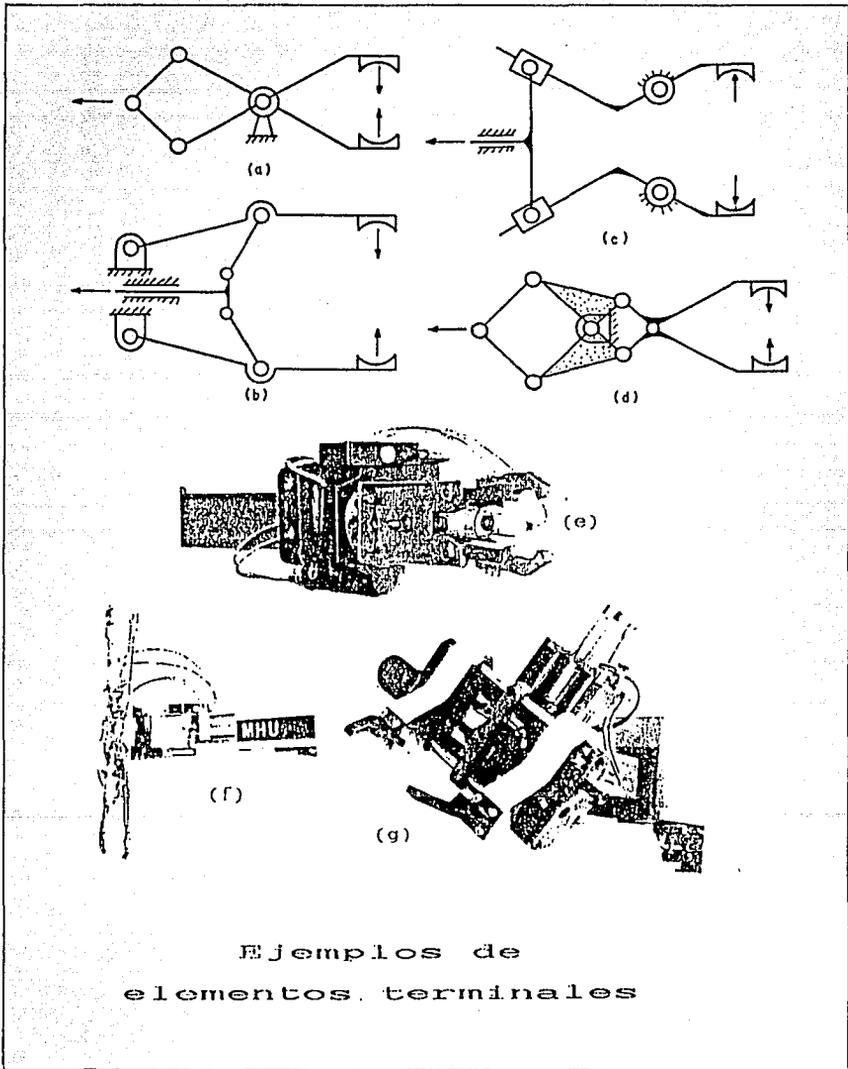


FIGURA 2.4.8

**FACTORES A CONSIDERAR PARA  
SELECCION Y DISEÑO DE  
ELEMENTOS TERMINALES**

FACTOR	CONSIDERACION
Pieza a manipular	Peso y tamaño Forma Cambios en la forma durante el procesamiento Tolerancias en el tamaño de la pieza Condición superficial, protección de superficies delicadas
Método de actuación	Agarre mecánico Ventosa de vacío Imán Otros métodos (adhesivos, cucharas, etcétera)
Transmisión de potencia y señales	Neumática Eléctrica Hidráulica Mecánica
Fuerza de la pinza	Peso del objeto Método de sujeción Coeficiente de rozamiento entre dedos y objeto
Problemas de posicionamiento	Longitud de los dedos Exactitud en posicionamiento Tolerancias en la pieza
Condiciones de servicio	Tiempo de vida útil Posibilidad de sustitución de componentes desgastados Mantenimiento y posibilidad de servicio
Entorno operativo	Temperatura, humedad, corrosión, suciedad, productos químicos
Materiales de fabricación	Resistencia mecánica, rigidez, durabilidad, resistencia a la fatiga Costo y facilidad al fabricar Compatibilidad con entorno
Otras consideraciones	Conexión de montaje e interconexión con robot Mantenimiento y servicio

CUADRO 2.1

### 3. CARACTERISTICAS DEL MANIPULADOR DISEÑADO

Debido a que el manipulador tendrá un uso didáctico no se tienen especificaciones muy estrictas o especiales para su diseño; por el contrario, se requiere que tenga la capacidad de realizar tareas muy diversas aunque esto implique la carencia de características que lo determinen para un trabajo en particular.

Con base en lo anterior se llegó al diseño que se propone, el cual tiene las siguientes características:

### 3.1. SISTEMA MECANICO O MANIPULADOR

El manipulador diseñado es una combinación de los tipos denominados "de coordenadas cartesianas" y "de coordenadas cilíndricas"; en él se combinan las ventajas que presenta cada uno de ellos en cuanto al espacio que pueden cubrir.

Un manipulador del tipo de coordenadas cartesianas cubre el volumen contenido en un paralelepípedo, o en un caso particular, un cubo. En tanto que uno de coordenadas cilíndricas cubre un espacio en forma de cilindro, con un radio máximo igual a la longitud máxima de alcance del brazo, pero deja sin cubrir un cilindro concéntrico al anterior, con un radio igual a la mínima distancia que se pueda lograr considerando la columna del manipulador, su mano y en algunos casos una parte del brazo.

Al combinar estos dos tipos en nuestro diseño, se logra que el manipulador cubra un espacio compuesto por un paralelepípedo y una mitad de cilindro en dos de sus lados, eliminando el espacio cilíndrico que no puede cubrir el manipulador de coordenadas cilíndricas.

El manipulador diseñado es de coordenadas cilíndricas, puede desplazarse sobre una bancada horizontal, tal como lo hace

uno de coordenadas cartesianas a lo largo de alguno de sus ejes horizontales (Fig. 3.1).

### 3.2. CONTROL

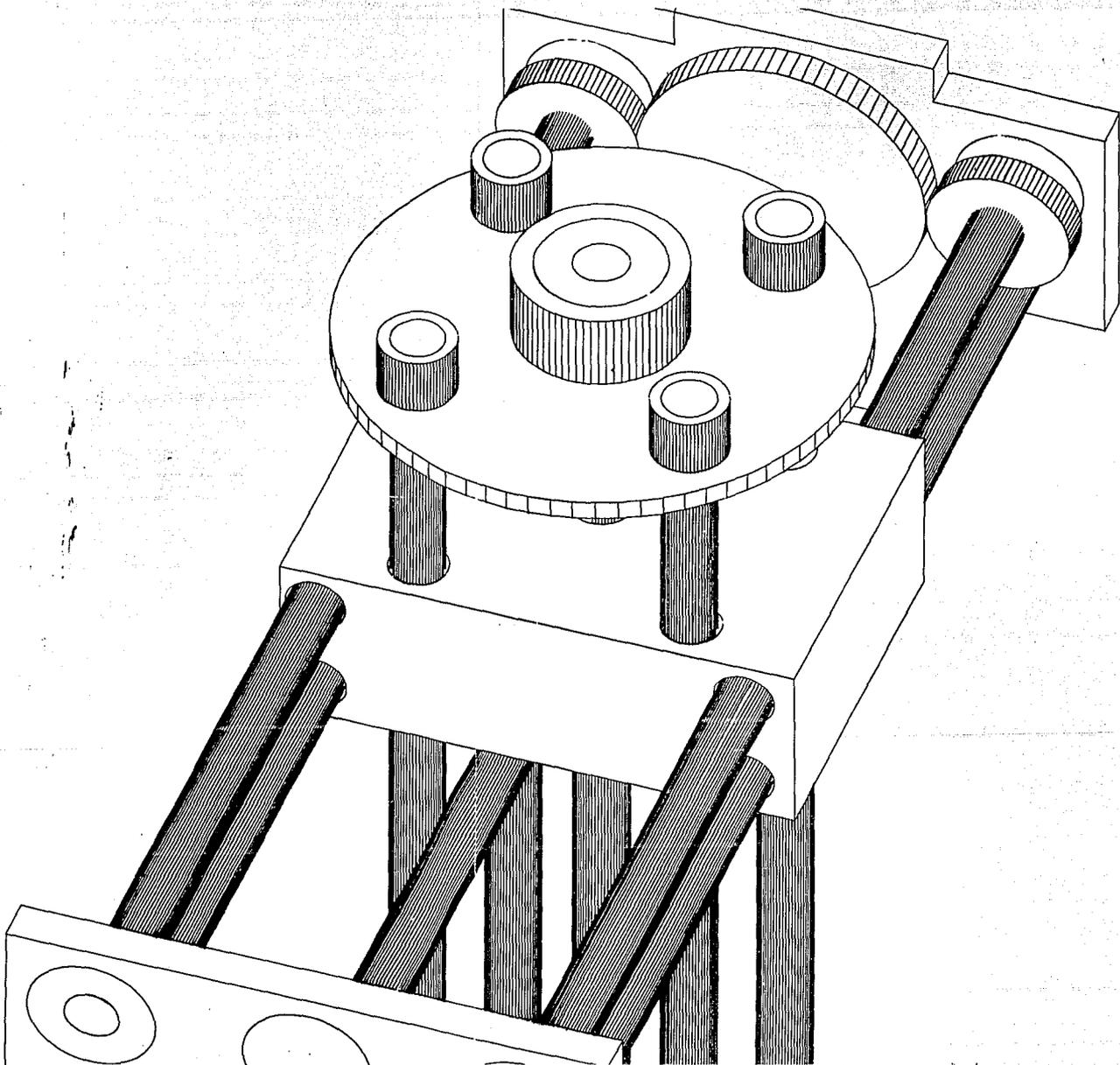
El control del manipulador se lleva a cabo por medio de un control de lazo cerrado sobre la posición, con realimentación que utiliza el error entre la señal que indica la posición de salida y la señal que indica la posición deseada o de entrada. Al mismo tiempo envía una señal al motor hasta hacer coincidir la posición real del manipulador con la deseada.

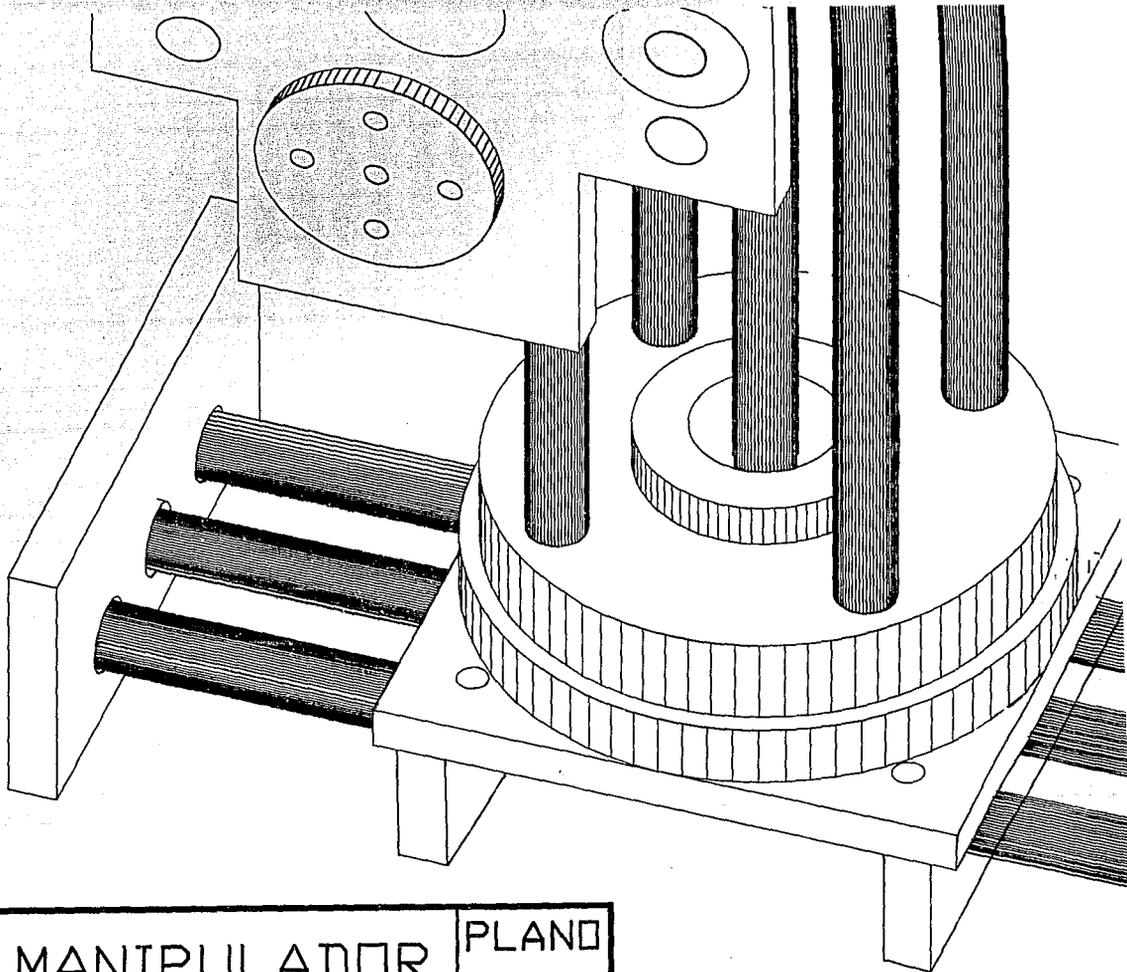
El manipulador cuenta con potenciómetros acoplados a cada una de las piezas que son impulsadas directamente por alguno de los motores; la finalidad de estos potenciómetros es la de proporcionar la señal de salida o de la posición real para ser utilizada como realimentación (Fig. 3.2).

En el capítulo referente al diseño electrónico del manipulador, se definirá más detalladamente el control diseñado.

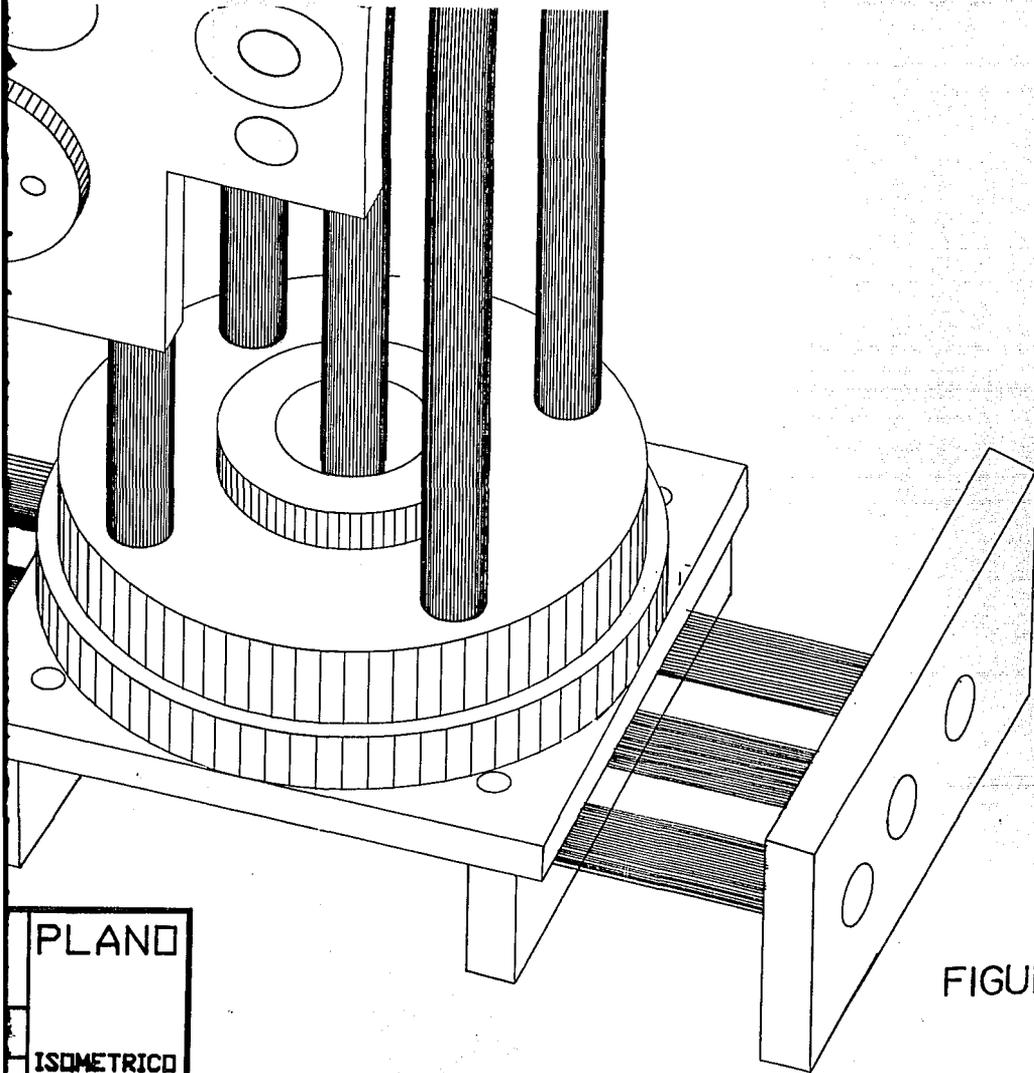
### 3.3. ELEMENTOS MOTRICES O ACTUADORES

Se utilizan motores eléctricos denominados "de pasos" o "steppers", que son un tipo especial de la familia de los motores de corriente continua. Para girar este tipo de motor se aplican pulsos eléctricos de corriente continua, cada uno de los cuales hace que gire el eje un ángulo preciso que varía normalmente entre 1.8 y 7.5 grados. Con una secuencia apropiada de pulsos, se puede lograr que el eje gire en cualquier dirección, y además, se ubique en lugares precisos, múltiplos del valor de paso (Fig. 3.3).





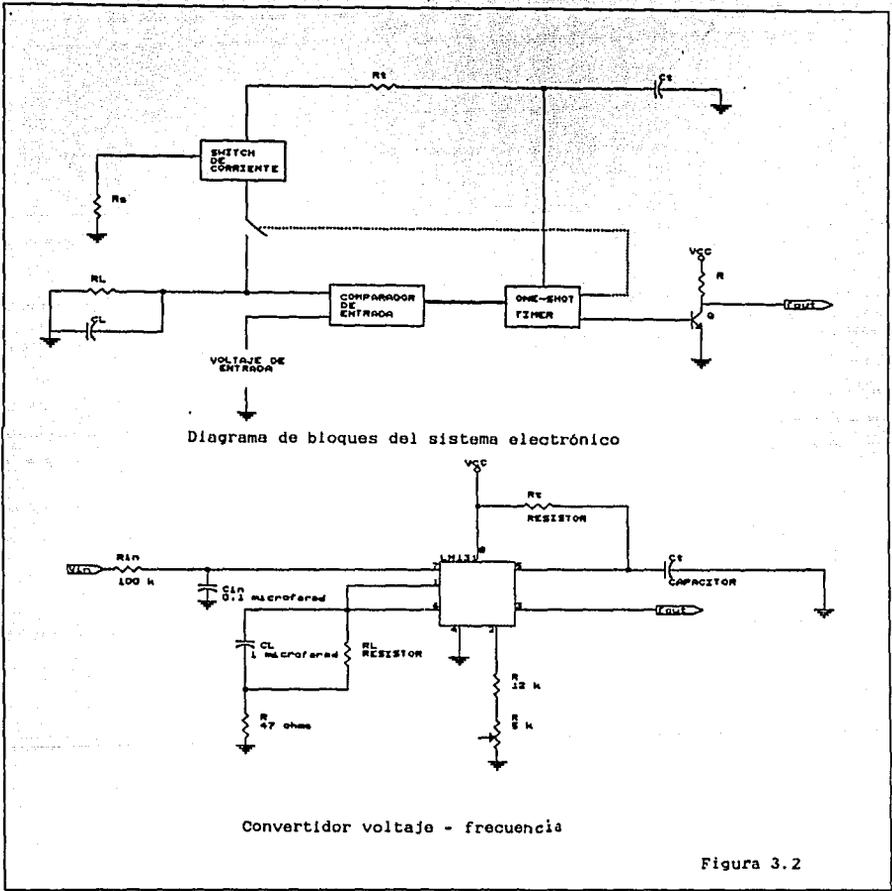
MANIPULADOR			PLANO
Esc. 6:1	Acot. mm	Enero 1993	ISOMETRICO
Dibujo GMMT			



PLANO

ISOMETRICO

FIGURA 3.1



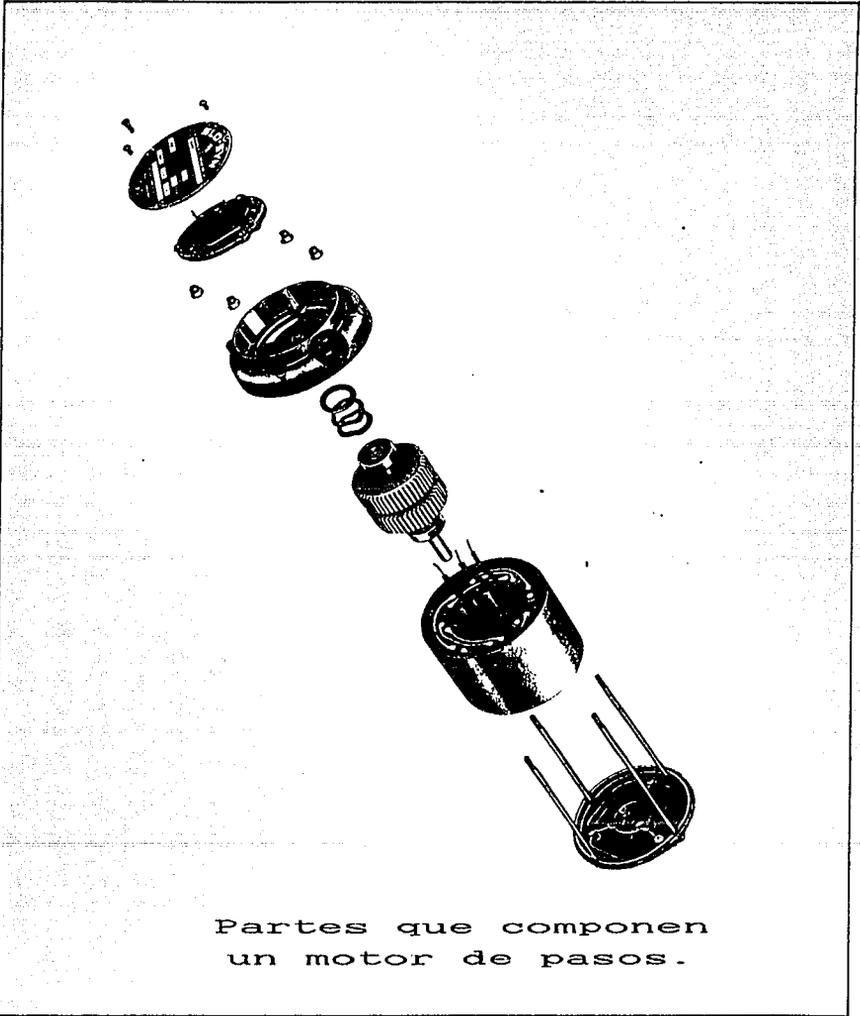


FIGURA 3.3

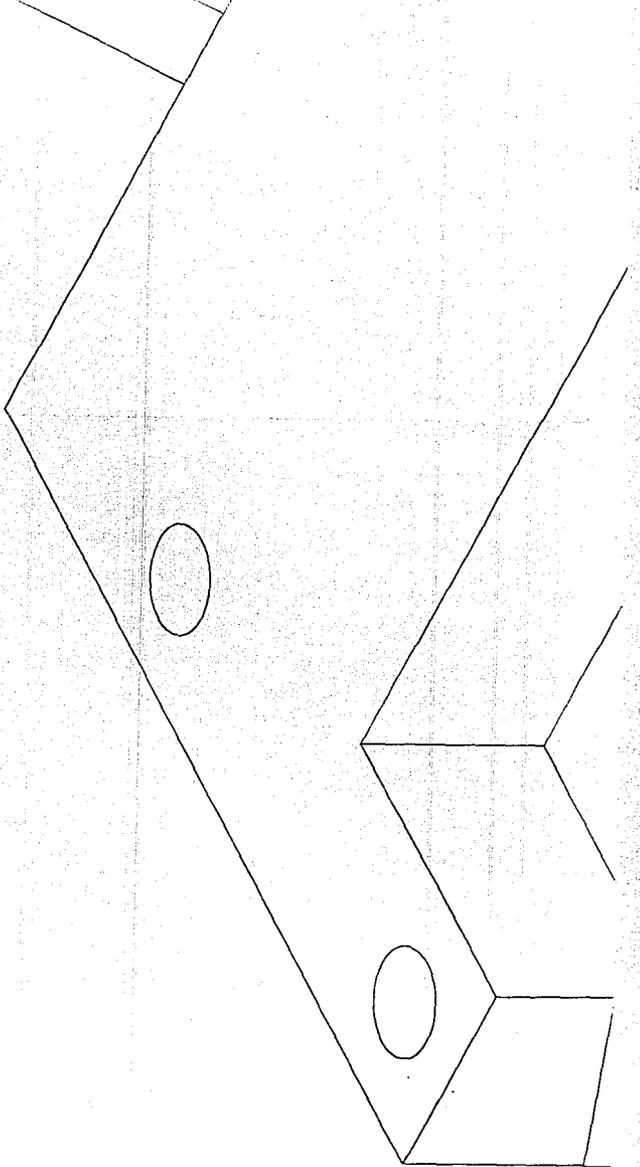
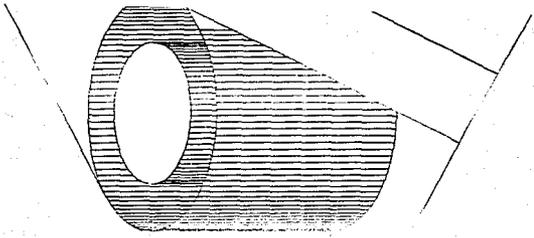
En el capítulo referente al diseño electrónico del manipulador se explicará más detalladamente el funcionamiento de este tipo de motores.

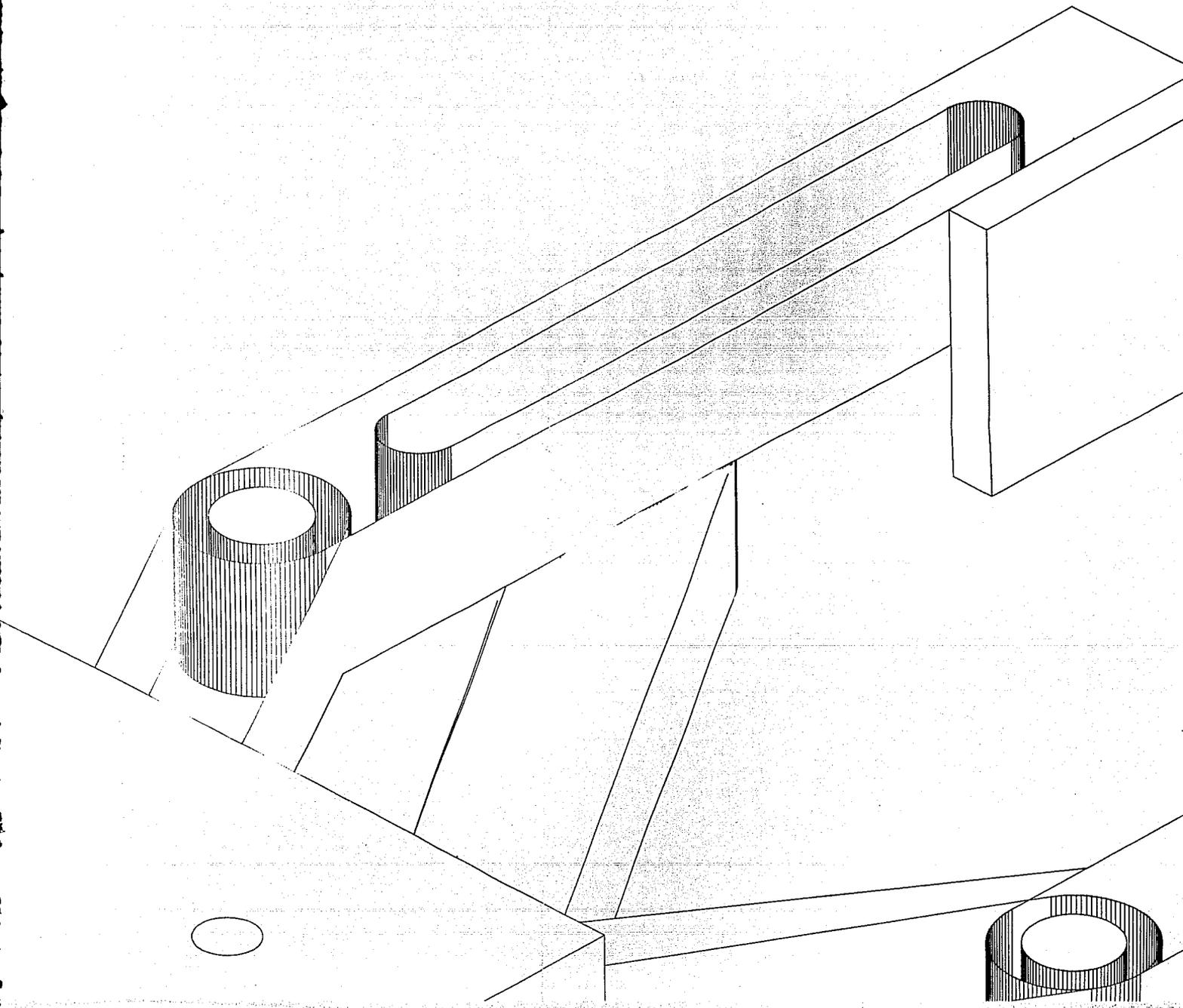
#### **3.4. ELEMENTO TERMINAL**

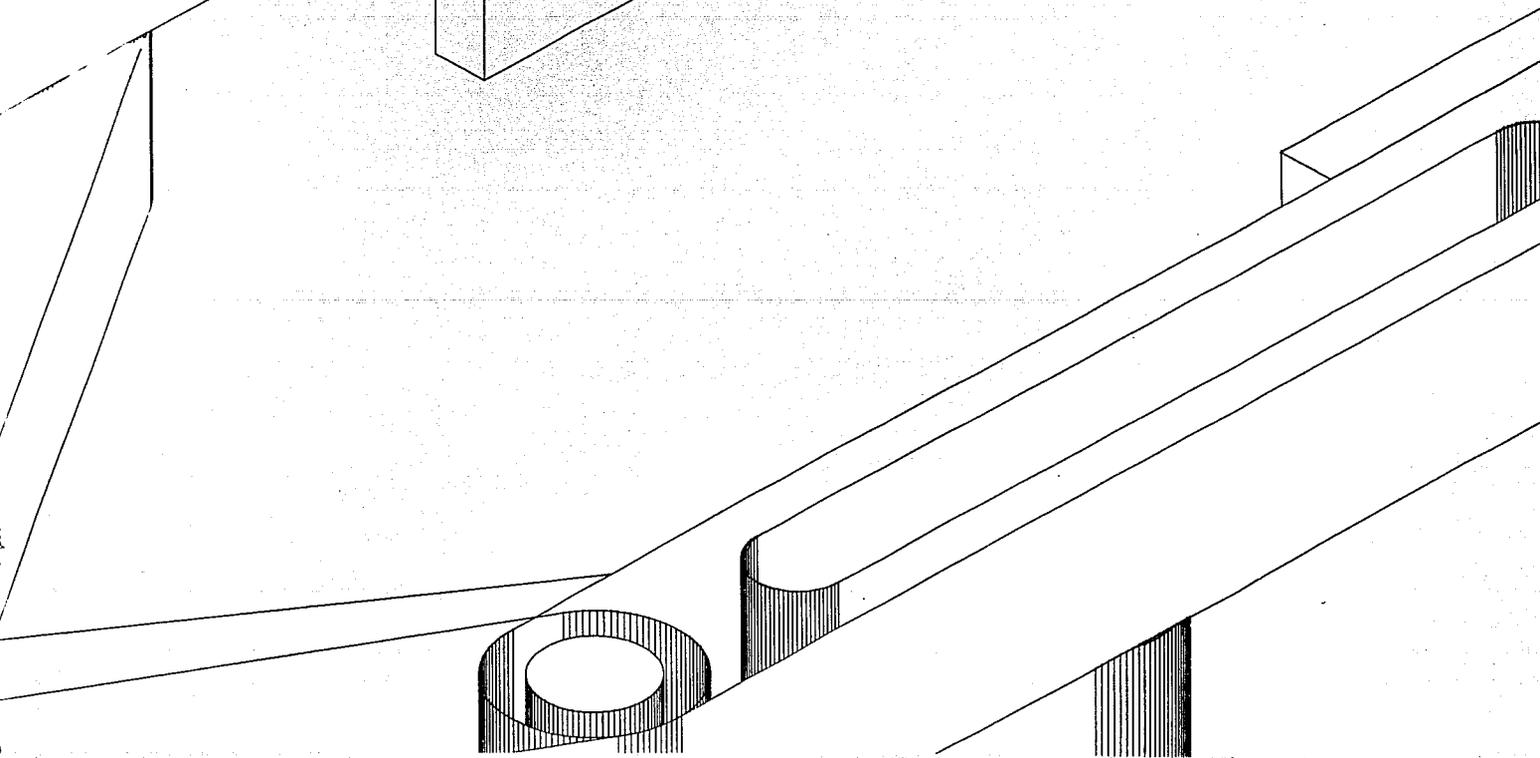
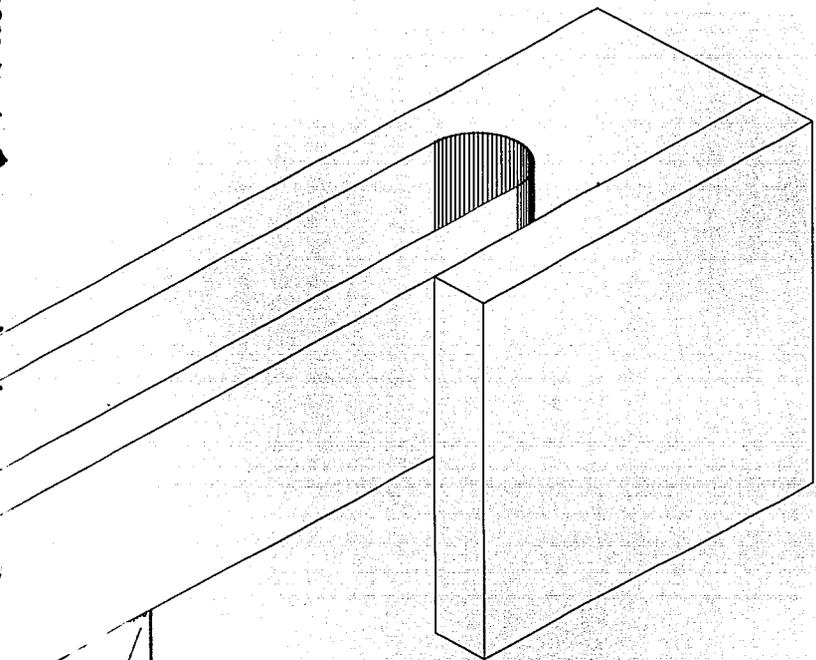
Debido a que el manipulador no se requiere para el desempeño de una tarea específica se diseñó una mano que se caracteriza por trabajar como pinza para poder sujetar piezas con diferentes geometrías (Fig. 3.4).

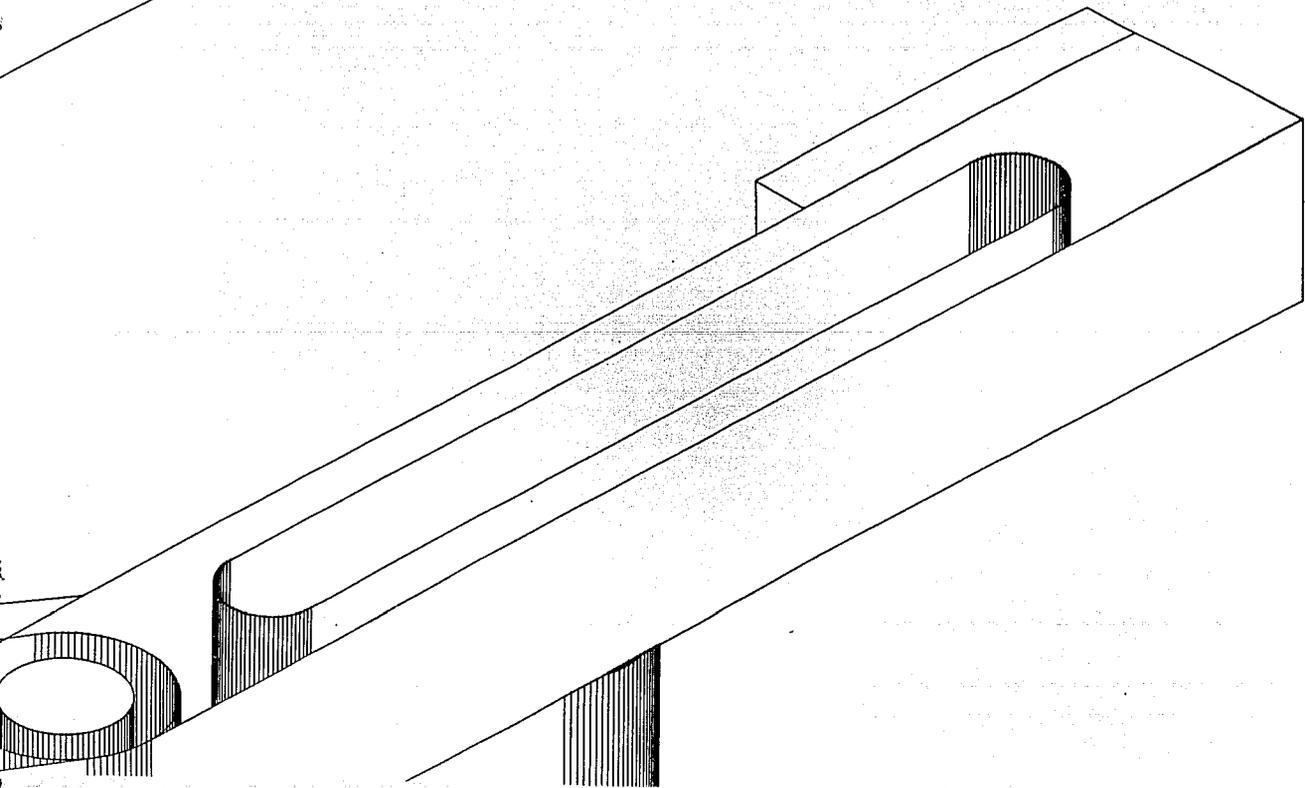
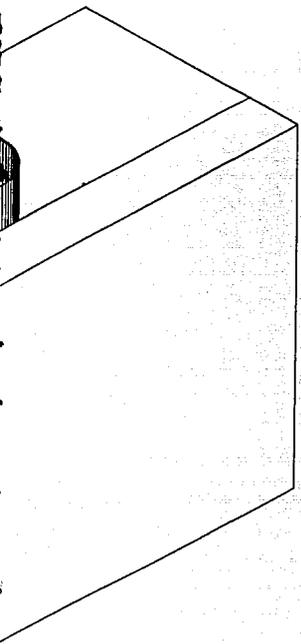
#### **3.5. SENSORES DE INFORMACION**

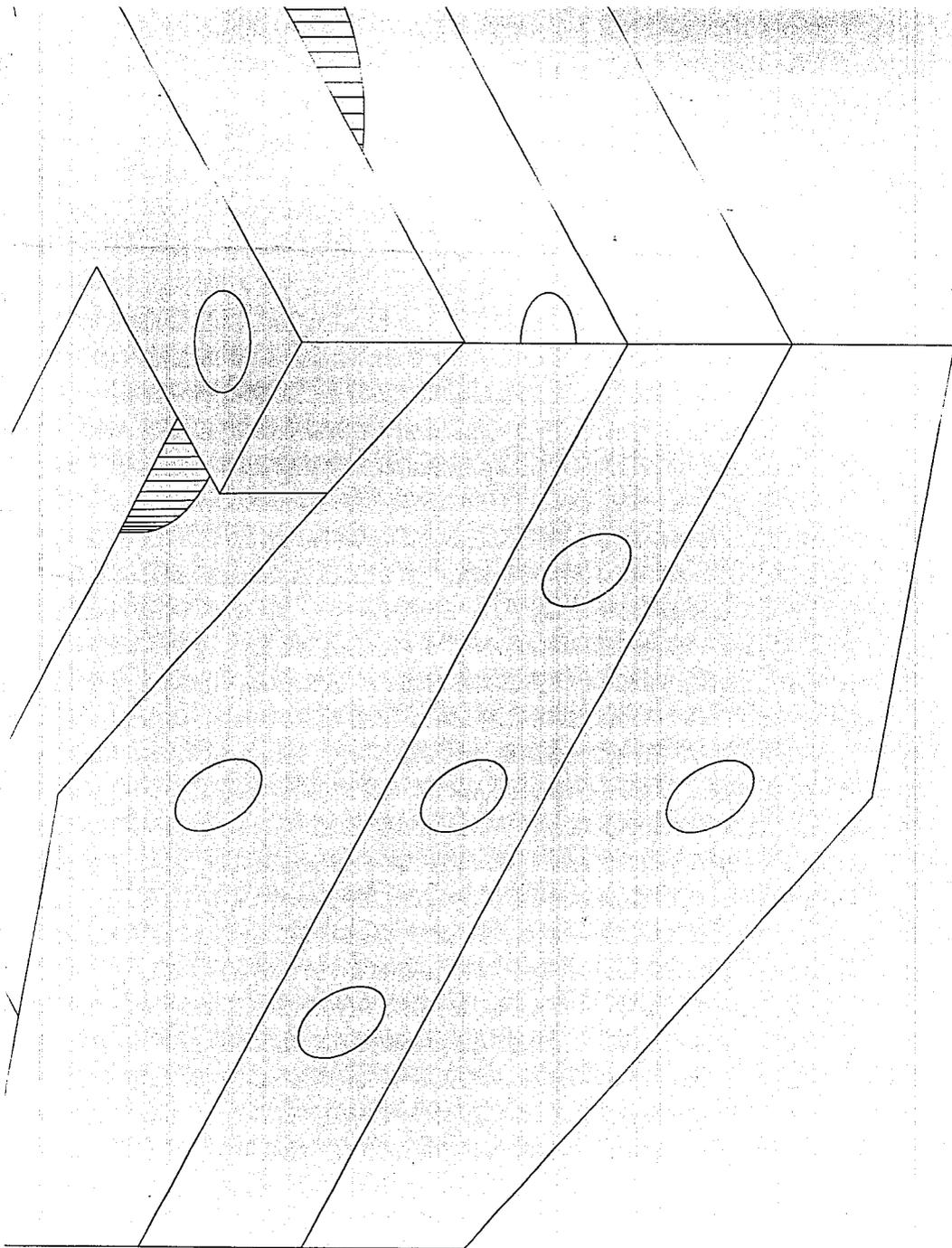
El manipulador únicamente cuenta con los potenciómetros que son sensores posición; no cuenta con ningún otro tipo de sensores ya que no se requieren para el fin que se diseñó (Fig. 3.5).



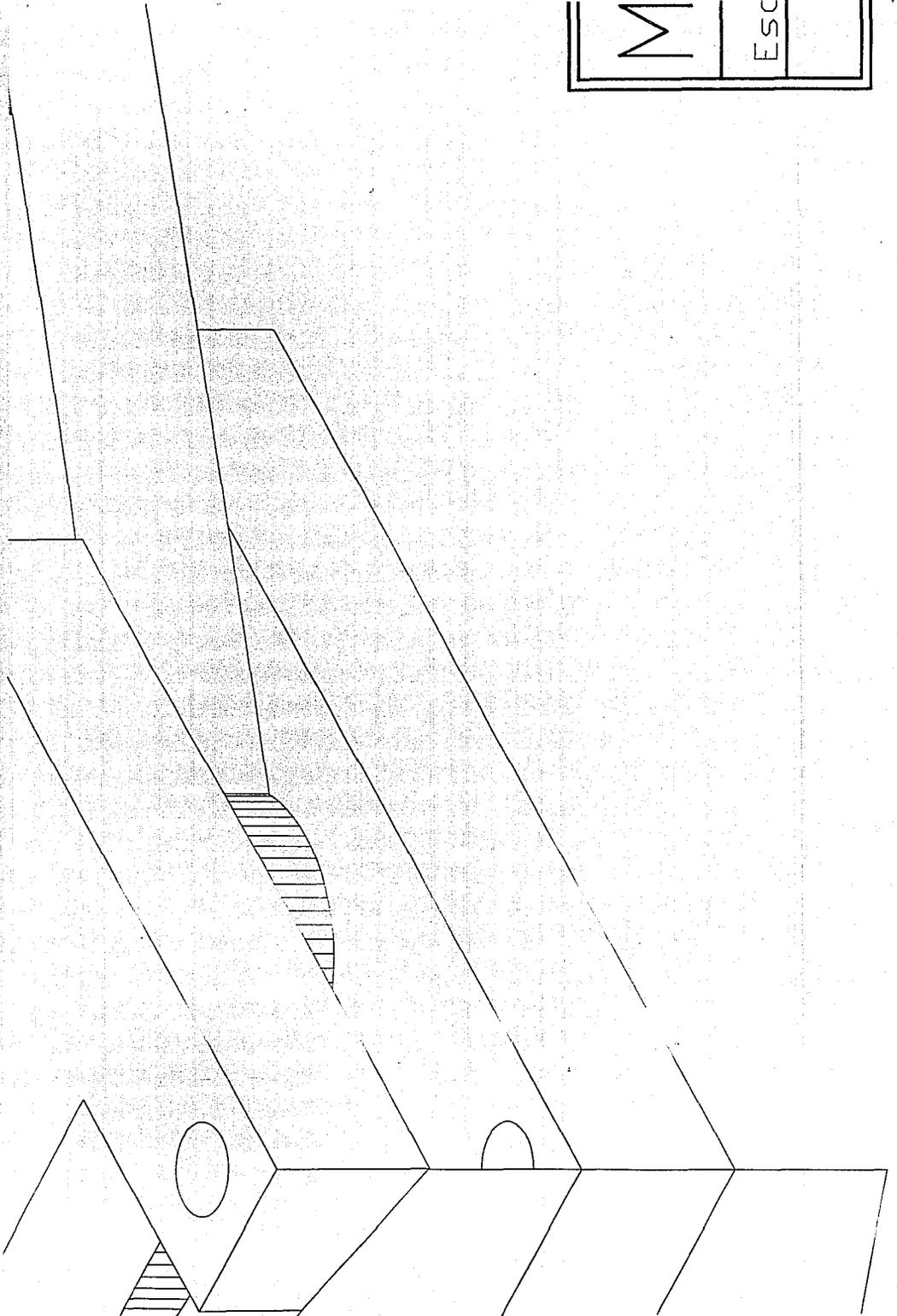


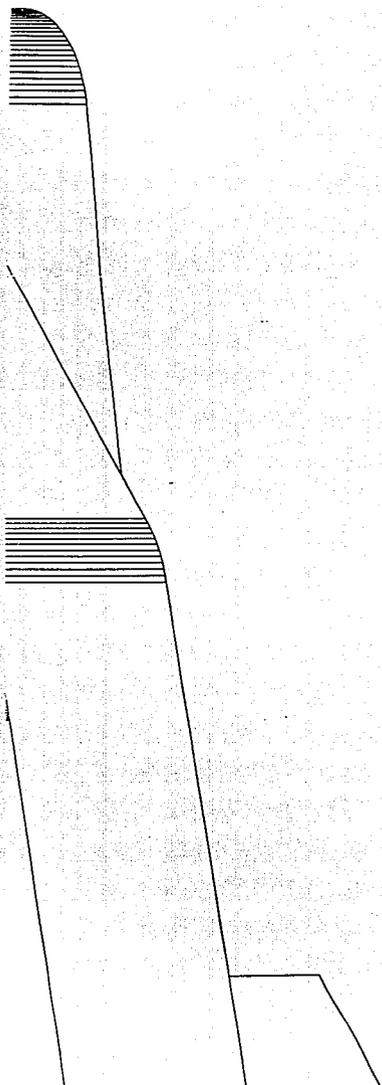






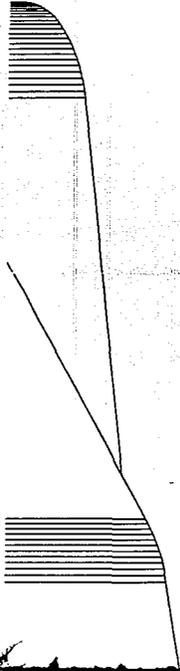
M	ESC
---	-----





PL		MANIPULADOR		Mr	
Esc. 4:1	Acot. mm	Enero 1993			
		Dibujo GMMT			

FIGUR



MANIPULADOR

PLANO

Esc. 4:1

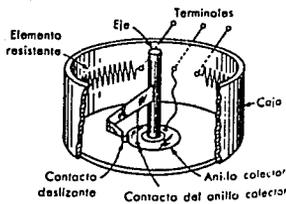
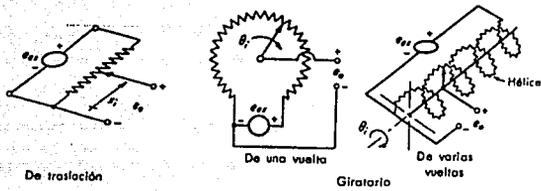
Acot. mm

Enero 1993

MANO

Dibujo GMMT

FIGURA 3.4



**Ejemplos de  
potenciómetros**

FIGURA 3.5

## 4. DISEÑO MECANICO

#### 4.1 OBJETIVO DEL ANALISIS ESTATICO

Un cuerpo se encuentra en condición de equilibrio cuando la resultante general de fuerzas y momentos que actúan sobre él son nulos; esto significa que en todo cuerpo en equilibrio hay tanta fuerza actuando en una dirección y sentido determinados como en el sentido contrario y que hay tanta torsión o momento aplicado respecto a un eje en un sentido como en el opuesto, lo cual implica una compensación de momentos.

Para el diseño y construcción del manipulador, es necesario realizar este análisis estático con el fin de conocer la magnitud y dirección de las fuerzas a las que estarán sometidas sus piezas, baleros y bujes.

#### 4.2 ANALISIS ESTATICO

En términos de mecánica, siempre es posible reducir un sistema formado por fuerzas y pares que actúan sobre un cuerpo rígido, a una sola fuerza resultante que actúa en un punto arbitrario  $O$  y un sólo par resultante.

Existen cuatro casos de sistemas equivalentes:

1. Equilibrio, cuando la fuerza resultante  $R=0$  y el momento resultante  $R_o=0$ .

2. Par, cuando la fuerza resultante  $R=0$  y el momento resultante  $R_o \neq 0$ .

3. Fuerza, cuando la fuerza resultante  $R \neq 0$  y la fuerza resultante por el momento resultante  $R \cdot R_o = 0$ .

4. Fuerza y par no coplanos, cuando la fuerza resultante  $R \neq 0$  y la fuerza resultante por el momento resultante

**R.Ro $\neq$ 0.**

Donde la fuerza resultante R es equivalente a la suma vectorial de todas las fuerzas del sistema, y el par resultante Ro, con respecto al punto O es equivalente a la suma vectorial de los momentos con respecto a O provocados por todas las fuerzas del sistema más los momentos que incluya el sistema.

Se considerarán cuatro "sistemas", que son: "mano", "brazo", "columna" y "manipulador". Se analiza estáticamente cada uno de estos sistemas utilizando variables que representen o describan las diferentes posiciones que puede tomar el manipulador, para después hacer el cálculo estático de cada uno de los sistemas considerados en todas las posibles posiciones con la ayuda de un programa de computadora. Esto es con el fin de encontrar las posiciones más críticas que pueda presentar cada uno de dichos sistemas y posteriormente basarse en los resultados de esas posiciones para verificar si es correcta la selección de materiales propuesta o realizar cambios.

#### **4.2.1 ANALISIS ESTATICO DEL SISTEMA "MANO"**

Si consideramos los ejes como se muestran en la figura 4.1, las únicas fuerzas que actúan sobre el sistema "mano" son los pesos de cada una de las piezas, los cuales se considerarán ubicados en el centroide de cada una de ellas, y el peso de la carga.

Este manipulador se diseñó para soportar una carga de dos kilogramos; esta carga no puede ser muy grande por el tamaño de la mano, pero debido a que se desconoce la geometría de la

carga se considera que siempre quedará al centro de la mano y no provoca ningún otro momento más que el de su peso ubicado en el centro de la mano.

Las piezas que constituyen este sistema son las número: 24, 25, 26, 27, 28, dos piezas 29 y dos piezas 30. Los planos de estas piezas se muestran en el Anexo A al final de esta tesis.

#### **4.2.1.1 DATOS**

Las coordenadas que se presentan son a partir de los ejes de referencia absolutos de la mano y se dan en milímetros.

##### **Pieza 24.**

Peso 24 = 0.0995 [kg]

Las coordenadas de su centroide coinciden con los de los ejes de la mano.

##### **Pieza 25.**

No se considera dentro del análisis estático debido a que es una pieza de muy poco peso.

##### **Pieza 26.**

Peso 26 = 0.0236 [kg]

El centroide de la pieza se encuentra en las coordenadas (-2.175, 0.544, 9.871).

##### **Pieza 27.**

Peso 27 = 0.0544 [kg]

El centroide de la pieza se encuentra en las coordenadas (25.722, 0, 0) de los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$x = (25.722 \cos \alpha)$$

$$y = -15$$

$$z = 5$$

**Pieza 28.**

$$\text{Peso 28} = 0.00584 \text{ [kg]}$$

El centroide de la pieza se encuentra en las coordenadas (14.734,0,-0.522) de los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$x = (14.734 \cos a)$$

$$y = 0$$

$$z = -0.522+10 = 9.478$$

**Pieza 29 izquierda.**

$$\text{Peso 29 izq} = 0.0029 \text{ [kg]}$$

El centroide de la pieza se encuentra en las coordenadas (0,0,0) de los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$x = (25 \cos \beta) + 25.2$$

$$y = (25 \text{ sen } \beta) - 7.5$$

$$z = 10$$

**Pieza 29 derecha.**

$$\text{Peso 29 der} = 0.0029 \text{ [kg]}$$

El centroide de la pieza se encuentra en las coordenadas (0,0,0) de los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$x = (25 \cos \beta_1) + 25.2$$

$$y = -(25 \text{ sen } \beta_1) - 7.5$$

$$z = -10$$

**Pieza 30 izquierda.**

$$\text{Peso 30 izq} = 0.0101 \text{ [kg]}$$

El centroide de la pieza se encuentra en las coordenadas (0,0,0) de los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$x = (45 \cos a) + 30$$

$$y = (45 \operatorname{sen} a)$$

$$z = 0$$

#### **Pieza 30 derecha.**

Peso 30 der = 0.0101 [kg]

El centroide de la pieza se encuentra en las coordenadas (0,0,0) de los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$x = (45 \cos a_1) + 30$$

$$y = -(45 \operatorname{sen} a_1)$$

$$z = 0$$

#### **4.2.1.2 ANALISIS DE FUERZAS**

Al ángulo de giro de la mano completa se le llamará  $\theta$  y se considera positivo en sentido antihorario y  $0^\circ$  a partir de la posición horizontal de la mano.

Para el caso estático se tiene que  $\Sigma F = 0$ , lo cual implica que  $\Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma F_z = 0$ .

En este caso no existen fuerzas que actúen en las direcciones de los ejes X ó Y, únicamente en dirección del eje Z:

$$\begin{aligned} & - (\text{Peso } 24 + \text{Peso } 26 + \text{Peso } 27 + \text{Peso } 28 + 2(\text{Peso } 29) + \\ & + 2(\text{Peso } 30) + \text{Carga} + \text{Balero}) + R_m = 0 \quad \dots(E1) \end{aligned}$$

Al despejar la fuerza resultante  $R_m$  y sustituir:

$$R_m = -(0.0995 + 0.0236 + 0.0544 + 0.00584 + 2(0.0029) + 2(0.0101) + 2 + 0.068) \text{ [kg]} \quad \dots\dots(E1')$$

De donde se obtiene:  $R_m = -2.2773 \text{ k [kg]}$ .  $\dots\dots(E2)$

#### 4.2.1.3 ANALISIS DE MOMENTOS

Se designará  $\theta$  al ángulo de giro de la mano completa. Se considera positivo el sentido de giro antihorario y  $0^\circ$  a partir de la posición horizontal de la mano. Este ángulo varía de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

Los momentos provocados por las fuerzas se considerarán positivos en sentido antihorario.

Analizando la suma de momentos con respecto al eje X se tiene:

$$\begin{aligned} \Sigma M_x = & [(F_{24} \times Y_{24}) - (F_{26} \times Y_{26}) + (F_{27} \times Y_{27}) - (F_{28} \times Y_{28}) + \\ & - (F_{29} \times Y_{29})_{izq} + (F_{29} \times Y_{29})_{der} - (F_{30} \times Y_{30})_{izq} + \\ & + (F_{30} \times Y_{30})_{der}] \cos \theta \quad \dots\dots(E3) \end{aligned}$$

Al sustituir en (E3):

$$\begin{aligned} \Sigma M_x = & [0 - (0.0236 \times 0.544) + (0.0544 \times 15) + (0.00584 \times 0) + \\ & - (0.0029 \times [-7.5 + 25(\text{sen } \beta)]) + (0.0029 \times [7.5 + 25(\text{sen } \beta_1)]) + \\ & + (0.0101 \times 45(\text{sen } a) + (0.0101 \times (-45 \text{ sen } a_1))] \cos \theta \quad \dots\dots(E4) \end{aligned}$$

De donde se obtiene:

$$\begin{aligned} \Sigma M_x = & [0.846662 - 0.0725(\text{sen } \beta) + 0.0725(\text{sen } \beta_1) + \\ & + 0.4545(\text{sen } a) - 0.4545(\text{sen } a_1)] \cos \theta \quad \dots\dots(E4') \end{aligned}$$

Al simplificar se obtiene finalmente:

$$\Sigma M_x = [0.846662 + 0.4545(\text{sen } a - \text{sen } a1) + \\ + 0.0725(\text{sen } \beta 1 - \text{sen } \beta)] \cos \theta \quad \dots (E4'')$$

Al analizar la suma de momentos, con respecto al eje Y se obtiene:

$$\Sigma M_y = (F_{24} \times X_{24}) + (F_{26} \times X_{26}) + (F_{27} \times X_{27}) + (F_{28} \times X_{28}) + \\ + (F_{29} \times X_{29})_{\text{izq}} + (F_{29} \times X_{29})_{\text{der}} + (F_{30} \times X_{30})_{\text{izq}} + \\ + (F_{30} \times X_{30})_{\text{der}} \quad \dots (E5)$$

Al sustituir:

$$\Sigma M_y = (0.0995 \times 0) + (0.0236 \times -2.175) + (0.0544 \times 25.722(\cos a1) + \\ + (0.00584 \times 14.734(\cos a) + (0.0029 \times [25.2 + 25(\cos \beta)]) + \\ + (0.0029 \times [25.2 + 25(\cos \beta 1)]) + (0.0101 \times [30 + 45(\cos a)]) + \\ + (0.0101 \times [30 + 45(\cos a1)]) \quad \dots (E5')$$

Al realizar las operaciones se obtiene:

$$\Sigma M_y = 0.70083 + 0.54054(\cos a) + 1.85377(\cos a1) + \\ + 0.0725(\cos \beta) + 0.0725(\cos \beta 1)$$

Finalmente se obtiene:

$$\Sigma M_y = 0.70083 + 0.54054(\cos a) + 1.85377(\cos a1) + \\ + 0.0725(\cos \beta + \cos \beta 1) \quad \dots (E5'')$$

Al analizar la suma de momentos con respecto al eje Z se obtiene  $\Sigma M_z = 0$  ya que ninguna de las fuerzas que actúan sobre

el sistema causa momentos alrededor de este eje. Así:

$$\Sigma M_z = 0$$

En resumen, de los análisis anteriores se obtiene:

$$\Sigma R = -2.2773 \text{ k} \quad [\text{kg}] \quad \dots (E6)$$

$$\Sigma M = EM_x i + EM_y j + EM_z k =$$

$$\begin{aligned} &= [0.846662 + 0.4545(\sin a - \sin a_1) + \\ &\quad + 0.0725(\sin \beta_1 - \sin \beta)] \cos \theta i + \\ &\quad [0.70083 + 0.54054(\cos a) + 1.85377(\cos a_1) + \\ &\quad + 0.0725(\cos \beta + \cos \beta_1)] j + \\ &\quad + 0 \text{ k} \quad [\text{kg}\cdot\text{mm}] \quad \dots (E7) \end{aligned}$$

Del resultado anterior, se observa que el sistema equivalente más simple es una fuerza, ya que R es diferente de cero y al realizar el producto punto de R.EM es cero.

La fuerza del sistema equivalente tendrá la misma magnitud y dirección que la resultante R, pero se debe conocer el punto de aplicación de esta fuerza, así:

$$F = R = -2.2773 \text{ k} \quad [\text{kg}]$$

$$\text{y} \quad \Sigma M = r \times R \quad \dots (E8)$$

donde  $\Sigma M$  es el momento resultante del sistema original (ecuación B).

r es el vector de posición del origen del sistema al punto donde se aplica la fuerza del sistema equivalente.

R es la fuerza resultante (ecuación A).

Al desarrollar la ecuación anterior y sustituir:

$$\mathbf{r} \times \mathbf{R} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ 0 & 0 & -2.2773 \end{vmatrix} = \mathbf{i} (-2.2773y - 0) + \mathbf{j} (-2.2773x - 0) + \mathbf{k} (0 - 0)$$

$$\mathbf{r} \times \mathbf{R} = -2.2773y \mathbf{i} + 2.2773x \mathbf{j} = \Sigma \dots (E9)$$

Al igualar en i:

$$-2.2773 y = 0.846662 + 0.4545(\sin a - \sin a1) + 0.0725(\sin \beta1 - \sin \beta) \cos \theta$$

de donde se obtiene:

$$y = [-0.37178 - 0.19957(\sin a - \sin a1) - 0.031835(\sin \beta1 - \sin \beta)] \cos \theta \dots (E10)$$

en j:  $2.2773 x = 0.70083 + 0.54054(\cos a) + 1.85377(\cos a1) + 0.0725(\cos \beta + \cos \beta1)$

de donde se obtiene:

$$x = 0.307746 + 0.23736(\cos a) + 0.81402(\cos a1) + 0.031835(\cos \beta + \cos \beta1) \dots (E11)$$

Al tener la fuerza de este sistema equivalente aplicada en el punto de coordenadas encontradas anteriormente esta provoca un momento con respecto al origen, que es

$$\mathbf{F}_o = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

donde  $\mathbf{F}_o$  es el momento del sistema equivalente con respecto al origen.

$\mathbf{r}$  es el vector de posición que va del origen del

sistema a las coordenadas calculadas antes, (E10) y (E11).

$F$  es la fuerza del sistema equivalente.

Calculando el momento con respecto al origen:

$$\begin{aligned} F_o = r \times F = & ([0.307746 + 0.23736(\cos a) + \\ & + 0.81402(\cos a_1) + 0.031835(\cos \beta + \cos \beta_1)] i + \\ & + [-0.37178 - 0.19957(\sin a - \sin a_1) + \\ & - 0.031835(\sin \beta_1 - \sin \beta)] \cos \theta j) \times (-2.2773 k) \\ & \dots (E12) \end{aligned}$$

de donde se obtiene:

$$\begin{aligned} F_o = & [0.8466 + 0.4544(\sin a - \sin a_1) + \\ & + 0.0724(\sin \beta_1 - \sin \beta)] \cos \theta i + \\ & + [0.7008 + 0.5405(\cos a) + 1.8537(\cos a_1) + \\ & + 0.0724(\cos \beta + \cos \beta_1)] j \quad \dots (E13) \end{aligned}$$

Por lo cual el sistema equivalente en el origen del sistema "mano" es:

$$F = - 2.2773 k \quad [kg]$$

$$\begin{aligned} F_o = & [0.8466 + 0.4544(\sin a - \sin a_1) + \\ & + 0.0724(\sin \beta_1 - \sin \beta)] i + [0.7008 + 0.5405(\cos a) + \\ & + 1.8537(\cos a_1) + 0.0724(\cos \beta + \cos \beta_1)] j \quad [kg-mm] \end{aligned}$$

Con este sistema equivalente "mano" se hizo el programa de computadora para el cálculo estático, el cual se presenta en un anexo al final de esta tesis así como los resultados obtenidos.

#### 4.2.2 ANALISIS ESTATICO DEL SISTEMA "BRAZO"

El sistema "brazo" lo consideramos constituido por el sistema "mano y carga" y las piezas número 6, 7, dos piezas 8, dos piezas 9, 11, dos piezas 12, 14, 15, 18, dos piezas 19, y dos motores. Los planos de las piezas se muestran en un apéndice al final de esta tesis.

Para el análisis estático no se considerarán los baleros ni los bujes de deslizamiento debido a que es muy poco su peso y no influyen considerablemente en el resultado final.

##### 4.2.2.1 DATOS

Se considerará el ángulo  $\theta_1$  como el ángulo que gira el brazo a partir de  $0^\circ$  y positivo en dirección antihoraria.

**Sistema "Mano y Carga":**

$$\begin{aligned} F &= -2.2773 \text{ k [kg]} \\ F_o &= [0.8466 + 0.4544 (\text{sen } a - \text{sen } a_1) + \\ &\quad 0.0724 (\text{sen } \beta_1 - \text{sen } \beta)] (\cos \theta) i + \\ &\quad + [0.7008 + 0.5405 (\cos a) + \\ &\quad 1.8537 (\cos \beta + \cos \beta_1)] j \text{ [kg-mm]} \end{aligned}$$

Este sistema es equivalente con referencia a los ejes de la mano y con referencia al sistema de los ejes del sistema brazo se encuentra en las coordenadas:

$[(92+X_1), 0, 0]$ , donde  $X_1$  es la distancia que se aleja el brazo de los ejes de referencia del mismo

**PIEZA 6:**

$$\text{Peso 6} = 0.156 \text{ [kg]}$$

El centroide está en las coordenadas  
(0,0.815,32.224) con respecto a los ejes de  
referencia de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 82+X1 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0.0815 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 17.224 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 7:**

Peso 7 = 0.263 [kg]

El centroide está en las coordenadas  
(0,-2.965,13.378) con respecto a los ejes de  
referencia de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = -267+X1 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = -2.965 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = -1.622 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 8:**

Peso 8 = 0.326 [kg]

El centroide está en las coordenadas (0,0,0) con  
respecto a los ejes de referencia de la pieza, y  
en las coordenadas:

$$X = -76+X1 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = -47.5 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 25 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 8 izq:**

Peso 8 = 0.326 [kg]

El centroide está en las coordenadas (0,0,0) con respecto a los ejes de referencia de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = -76+X1 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 47.5 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 25 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 9 izquierda:**

Peso 9 izq = 0.326 [kg]

El centroide está en las coordenadas (0,0,0) con respecto a los ejes de referencia de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = -78+X1 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 47.5 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = -25 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 9 derecha:**

Peso 9 der = 0.326 [kg]

El centroide está en las coordenadas (0,0,0) con respecto a los ejes de referencia de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = -78+X1 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = -47.5 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = -25 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 11:**

Peso 11 = 0.082 [kg]

El centroide está en las coordenadas (0.139,0,0)  
con respecto a los ejes de referencia de la pieza,  
y en las coordenadas:

$$X = X1 - 17.639 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 0 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 12 izq:**

Peso 12 izq = 0.020 [kg]

El centroide está en las coordenadas (0.626,0,0)  
con respecto a los ejes de referencia de la pieza,  
y en las coordenadas:

$$X = X1 - 18.126 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 50 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 0 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 12 der:**

Peso 12 der = 0.020 [kg]

El centroide está en las coordenadas (0.626,0,0)  
con respecto a los ejes de referencia de la pieza,  
y en las coordenadas:

$$X = X1 - 18.126 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = -50 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 0 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 14:**

$$\text{Peso 14} = 0.6544 \text{ [kg]}$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,0) con respecto a los ejes de referencia de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 0 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 15:**

$$\text{Peso 15} = 0.336 \text{ [kg]}$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,0) con respecto a los ejes de referencia de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = -81+X1 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = -10 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = -47.5 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 16:**

No se consideran por su poco peso.

**PIEZA 18:**

Peso 18 = 0.091 [kg]

El centroide está en las coordenadas

(-4.385,0,4.66) con respecto a los ejes de referencia de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 81.84 + X1 \text{ [mm]}$$

$$Y = 0 \quad \text{[mm]}$$

$$Z = 17.5 \quad \text{[mm]}$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 19 abajo:**

Peso 19 abajo = 0.153 [kg]

El centroide está en las coordenadas (0,0,0.883) con respecto a los ejes de referencia de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = X1 + 81.84 \text{ [mm]}$$

$$Y = 0 \quad \text{[mm]}$$

$$Z = 0 \quad \text{[mm]}$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**PIEZA 19:**

Peso 19 = 0.153 [kg]

El centroide está en las coordenadas (0,0,0.883) con respecto a los ejes de referencia de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = X1 + 81.84 \text{ [mm]}$$

$$Y = 0 \quad \text{[mm]}$$

$$Z = 0 \quad \text{[mm]}$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**MOTOR arriba:**

Peso motor arr = 0.5 [kg]

$$X = -268 + X1 \text{ [mm]}$$

$$Y = 0 \text{ [mm]}$$

$$Z = 12.5 \text{ [mm]}$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**MOTOR abajo:**

Peso motor abajo = 0.5 [kg]

$$X = -268 + X1 \text{ [mm]}$$

$$Y = - 10 \text{ [mm]}$$

$$Z = - 12.5 \text{ [mm]}$$

con respecto al sistema de referencia "brazo".

**4.2.2.2. ANALISIS DE FUERZAS**

$$EFx = EFy = 0$$

Unicamente se tienen fuerzas actuando en dirección del eje Z, que son el peso de cada una de las piezas, más la fuerza equivalente del sistema "Mano y Carga".

$$\begin{aligned} EFz = & F_{\text{mano}} + P_6 + P_7 + P_8 + P_8 \text{ izq} + P_9 \text{ izq} + P_{11} + \\ & + P_{12} \text{ izq} + P_{12} \text{ der} + P_{14} + P_{15} + P_{18} + P_{19} + P_{19a} + \\ & + 2 P_{\text{motor}} \qquad \qquad \qquad \dots (E14) \end{aligned}$$

Al sustituir los datos:

$$\begin{aligned}
 EFz = & -2.2773 - 0.156 - 0.263 - 0.326 - 0.326 - 0.326 + \\
 & - 0.326 - 0.082 - 0.020 - 0.020 - 0.6544 - 0.336 + \\
 & - 0.091 - 0.153 - 0.153 - 2(0.5)
 \end{aligned}$$

Así la fuerza resultante equivalente del sistema es:

$$R = EFz = -6.4917 \text{ [kg]} \quad \dots(E15)$$

#### 4.2.2.3 ANALISIS DE MOMENTOS

El peso de cada una de las piezas producirá momentos alrededor de los ejes del sistema de referencia del sistema "brazo", además del momento provocado por la fuerza equivalente del sistema "Mano y Carga":

$$EM = EMx \ i + EMy \ j + EMz \ k + F_o \ \text{mano} \quad \dots(E16)$$

Para este sistema se tienen que analizar dos casos, cuando  $X1 < 165$  [mm] y cuando  $X1 > 165$  [mm], debido a que el centroide de las piezas que se mueven puede pasar de la parte negativa del eje de referencia a la parte positiva, cambiando con ello el momento que provocan con respecto a los ejes de referencia.

Al analizar primero con respecto al eje X, considerando positivo el giro en sentido antihorario:

$$\begin{aligned}
 EMx = & [-(P19a \ x \ Y19a) -(P12izq \ x \ Y12izq) + (P12der \ x \ Y12der) + \\
 & + (P15 \ x \ Y15) + (P8der \ x \ Y8der) - (P8izq \ x \ Y8izq) + (P9der \ x \ Y9) \\
 & - (P9izq \ x \ Y9) + (Pmotor \ \text{abajo} \ x \ Y \ \text{motor} \ \text{abajo})] \ x \ \text{sen } \theta_1
 \end{aligned}$$

.....(E17)

Al sustituir:

$$EMx = [-(0.153 \times 10) - (0.020 \times 50) + (0.020 \times 50) + \\ - (0.336 \times 10) + (0.326 \times 47.5) - (0.326 \times 47.5) + (0.326 \times 47.5) + \\ - (0.326 \times 47.5) - (0.5 \times 10)] \text{ sen } \theta_1$$

Así:

$$EMx = 3.17 \text{ sen } \theta_1 \quad [\text{kg} \cdot \text{mm}] \quad \dots (E18)$$

Al analizar los momentos provocados con respecto al eje Y, se tienen dos casos:

1. Si  $X_1 < 165$  [mm], que se indicará por el signo inferior, y
2. Si  $X_1 > 165$  [mm], que se indicará por el signo superior.

Considerando positivo el sentido de giro antihorario:

$$EMy = [(F_{\text{mano}} \times [114.34 + X_1]) + (P_{18} \times X_{18}) + \\ + (P_6 \times X_6) + 2(P_{19} \times X_{19}) - (P_{11} \times X_{11}) - 2(P_{12} \times X_{12}) + \\ \pm (P_{15} \times X_{15}) \pm 2(P_8 \times X_8) \pm 2(P_9 \times X_9) - (P_7 \times X_7) + \\ - (P_{\text{mot abajo}} \times X_{\text{mot abajo}}) \quad \dots (E19)$$

Al sustituir los datos:

$$EMy = [(2.277 \times [114.34 + X_1]) + (0.091 \times [81.84 + X_1]) + \\ + (0.156 \times [82 + X_1]) + 2(0.153 \times [81.84 + X_1]) - (0.082 \times [X_1 - 17.639]) + \\ - 2(0.020 \times [X_1 - 18.126]) \pm (0.336 \times [-81 + X_1]) \pm 2(0.326 \times [-76 + X_1]) \\ \pm 2(0.326 \times [-78 + X_1]) - (0.263 \times [-267 + X_1]) - (0.5 \times [-268 + X_1])] \text{ cos } \theta_1$$

Al realizar las operaciones:

$$\begin{aligned}
 EMy = & [260.352 + 2.277(X1) + 7.447 + 0.091(X1) + 12.792 \\
 & + 0.156(X1) + 25.043 + 0.306(X1) - 0.082(X1) + 1.446 - 0.04(X1) + \\
 & + 0.725 \pm (-27.216) \pm 0.336(X1) \pm (-49.552) \pm 0.652(X1) \pm \\
 & (-50.856) \pm 0.652(X1) + 70.221 - 0.263(X1) + 134 - 0.5(X1)] \cos \theta_1
 \end{aligned}$$

Al simplificar:

$$\begin{aligned}
 EMy = & [512.026 \pm 127.624 + 1.945(X1) \pm 1.64(X1)] \cos \theta_1 \\
 & \dots (E19')
 \end{aligned}$$

Por lo cual los dos casos a analizar son:

1. Si  $X1 < 165$  [mm]:

$$EMy = [639.650 + 0.305(X1)] \cos \theta_1 \dots (E20)$$

2. Si  $X1 > 165$  [mm]:

$$EMy = [384.402 + 3.585(X1)] \cos \theta_1 \dots (E20')$$

Y no existen momentos alrededor del eje Z:

$$EMz = 0$$

Si analizamos primero el caso donde  $X1 < 165$  [mm] y sustituimos los datos en (E20) se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 EM = & [3.17 \sin \theta_1] i + [\cos \theta_1 (639.65 + 0.305(X1))] j + 0 k + \\
 & ([0.846 + 0.454(\sin a - \sin a_1) + 0.072(\sin \beta_1 - \sin \beta)] \cos \theta) i \\
 & + [0.7 + 0.54 \cos a + 1.853 \cos a_1 + 0.072 (\cos \beta + \cos \beta_1)] j
 \end{aligned}$$

De donde se concluye que el momento resultante equivalente del sistema "brazo" cuando  $X1 < 165$  [mm] es:

$$\begin{aligned}
 EM = & [(0.846 + 0.454(\sin a - \sin a_1) + \\
 & + 0.072(\sin \beta_1 - \sin \beta)) \cos \theta + 3.17 \sin \theta_1] i + \\
 & + [0.7 + 0.54 \cos a + 1.853 \cos a_1 + 0.072 (\cos \beta + \cos \beta_1) + \\
 & + \cos \theta_1 (639.65 + 0.305(X1))] j \quad [\text{kg.mm}] \dots (E21)
 \end{aligned}$$

Y el momento resultante equivalente del sistema "brazo" cuando  $X_1 > 165$  [mm] es:

$$EM = [3.17 \text{ sen } \theta_1] i + [384.402 + 3.585(X_1)]j + \\ + [\cos \theta(0.846 + 0.454(\text{sen } a - \text{sen } a_1) + 0.072(\text{sen } \beta_1 - \text{sen } \beta))] i \\ + [0.7 + 0.54 \cos a + 1.853 \cos a_1 + 0.072(\cos \beta + \cos \beta_1)] j \\ \dots\dots(E22)$$

Del análisis de la fuerza y el momento resultantes (ecuaciones E15, E21 y E22) se obtiene que el sistema más simple equivalente es una FUERZA, ya que  $R \neq 0$  y  $R \cdot EM = 0$ .

Para conocer la posición de la fuerza se tiene que

$$EM = r \times R$$

Al desarrollar y sustituir:

$$r \times R = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ 0 & 0 & -6.4917 \end{vmatrix} = \begin{matrix} i (-6.4917 y - 0) + \\ -j (-6.4917 x - 0) + \\ k (0 - 0) \end{matrix}$$

$$\text{Así: } EM = -6.4917 y i + 6.4917 x j \quad \dots\dots(E23)$$

Se debe encontrar la posición de la fuerza para los dos casos, cuando  $X_1 < 165$  [mm] y cuando  $X_1 > 165$  [mm]. Primero se encontrará para el caso en que sea menor a 165 [mm]:

Al sustituir el valor de EM (E21), y desarrollar:

$$[\cos \theta(0.846 + 0.454(\text{sen } a - \text{sen } a_1) + 0.072(\text{sen } \beta_1 - \text{sen } \beta)) + \\ 3.17 \text{ sen } \theta_1] i + [0.7 + 0.54 \cos a + 1.853 \cos a_1 + 0.072(\cos \beta + \\ \cos \beta_1) + \cos \theta_1[639.65 + 0.305(X_1)]]j = \\ = -6.4917 y i + 6.4917 x j$$

Al realizar las operaciones se obtiene que:

$$x = 0.107 + 0.083 \cos a + 0.285 \cos a_1 + 0.011(\cos \beta + \cos \beta_1) + \cos \theta_1[98.533 + 0.047(X_1)] \quad \dots (E24)$$

$$y = -0.488 \sin \theta_1 - \cos \theta [0.130 + 0.069(\sin a - \sin a_1) + 0.011(\sin \beta_1 - \sin \beta)] \quad \dots (E25)$$

El momento con respecto al origen es:  $F_o = r \times F$ :

$$F_o = r \times F = [(0.107 + 0.083 \cos a + 0.285 \cos a_1 + 0.011(\cos \beta + \cos \beta_1) + \cos \theta_1(98.533 + 0.047(X_1))] i + [-0.488 \sin \theta_1 + \cos \theta(0.130 + 0.069(\sin a - \sin a_1) + 0.011(\sin \beta_1 - \sin \beta))] j \quad \times (-6.4917 k)$$

Finalmente, el sistema equivalente más simple para el sistema "brazo" cuando  $X_1 < 165$  [mm] es:

$$F_o = [3.167 \sin \theta_1 + \cos \theta(0.843 + 0.447(\sin a - \sin a_1) - 0.071(\sin \beta_1 - \sin \beta))] i + [0.694 + 0.538 \cos a + 1.85 \cos a_1 + 0.071(\cos \beta + \cos \beta_1) + \cos \theta_1(639.646 + 0.305(X_1))] j \quad \dots (E26)$$

$$F = -6.4917 k \quad [\text{kg}] \quad \dots (E27)$$

Para el segundo caso, cuando  $X_1 > 165$  [mm]:

Al sustituir el valor de  $\Sigma M(E22)$ , y desarrollar:

$$[3.17 \sin \theta_1 + \cos \theta (0.846 + 0.454(\sin a - \sin a_1) + 0.072(\sin \beta_1 - \sin \beta))] i + [385.102 + 3.585(X_1) + 0.54 \cos a + 1.853 \cos a_1 + 0.072(\cos \beta + \cos \beta_1)] j = -6.4917 y i + 6.4917 x j$$

Al realizar las operaciones se obtiene que:

$$x = 59.322 + 0.522(X1) + 0.083 \cos a + 0.285 \cos a1 + \\ + 0.011(\cos \beta + \cos \beta1) \quad \dots (E28)$$

$$y = -0.488 \sin \theta1 - \cos \theta(0.13 + 0.069(\sin a - \sin a1) + \\ + 0.011(\sin \beta1 - \sin \beta)) \quad \dots (E29)$$

El momento con respecto al origen es:  $F_o = r \times F$ :

$$F_o = r \times F = ([59.322 + 0.522(X1) + 0.083 \cos a1 + \\ + 0.0011(\cos \beta + \cos \beta1)] i + \\ + [-0.488 \sin \theta1 - \cos \theta(0.13+0.069(\sin a - \sin a1) + \\ + 0.011(\sin \beta1 - \sin \beta))] j ) \times (-6.4917 k)$$

Finalmente, el sistema equivalente del brazo cuando  $X1 > 165$  [mm] es:

$$F_o = [3.167 \sin \theta1 + \cos \theta(0.843 + 0.447(\sin a - \sin a1) + \\ + 0.071(\sin \beta1 - \sin \beta))] i + \\ + [385.1 + 3.583(X1) + 0.538 \cos a + 1.85 \cos a1 + 0.071(\cos \beta + \\ + \cos \beta1)] j \quad [\text{kg-mm}] \quad \dots (E30)$$

$$F = -6.4917 k \quad [\text{kg}] \quad \dots (E31)$$

Con este sistema equivalente "Brazo" se hizo el programa de computadora para el cálculo estático; en un anexo al final de esta tesis se se presenta el listado de este programa y los resultados obtenidos.

#### 4.2.3 ANALISIS ESTÁTICO DEL SISTEMA "COLUMNA"

El sistema "Columna" lo consideramos constituido por el sistema equivalente "Brazo" y las piezas número 1, 2, 3, cuatro piezas 4, 5, dos piezas 10, 20 y dos motores.

Z<sub>1</sub> es la distancia vertical que se desplaza el brazo por la columna, considerándose positiva hacia arriba.

No se considerarán los baleros ni los bujes por ser piezas de muy poco peso que no influyen sustancialmente en el resultado final del sistema equivalente.

Los planos de las piezas se presentan en un anexo al final de esta tesis.

##### 4.2.3.1 DATOS

**Sistema Brazo.**

Si  $X_1 < 165$  [mm]:

$$F = -6.4917 k \quad [\text{kg}]$$

$$F_o = [3.167 \text{ sen } \theta_1 + \cos \theta (0.843 + 0.447(\text{sen } a + \\ - \text{sen } a_1) - 0.071(\text{sen } \beta_1 - \text{sen } \beta))] i + \\ + [0.694 + 0.538 \cos a + 1.85 \cos a_1 + 0.071(\cos \beta + \\ + \cos \beta_1) + \cos \theta_1(639.646 + 0.605(X_1))] j \quad [\text{kg-mm}]$$

Si  $X_1 > 165$  [mm]:

$$F = -6.4917 k \quad [\text{kg}]$$

$$F_o = [3.167 \text{ sen } \theta_1 + \cos \theta [0.843 + 0.447(\text{sen } a + \\ - \text{sen } a_1) + 0.071(\text{sen } \beta_1 - \text{sen } \beta)] j \quad [\text{kg-mm}]$$

Con referencia a los ejes del sistema "Columna" se encuentra en las coordenadas:

$$X = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 120 + Z_1 \quad [\text{mm}]$$

### **Pieza 1.**

$$\text{Peso } P_1 = 0.392 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,0) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 20 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

### **Pieza 2.**

$$\text{Peso } P_2 = 0.476 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,0.419) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 32.919 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

### **Pieza 3.**

$$\text{Peso } P_3 = 0.231 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,1.359) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 51.359 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

**Pieza 4.(3)**

$$\text{Peso P4} = 0.373 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,-0.861) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 45 \cos \theta_1 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 45 \sin \theta_1 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 229.139 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

**Pieza 4.(3)**

$$\text{Peso P4} = 0.373 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,-0.861) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 45 \cos \theta_1 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 45 \sin \theta_1 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 229.139 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

**Pieza 4.(6)**

$$\text{Peso P4} = 0.373 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,-0.861) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 45 \text{ sen } \theta_1 \text{ [mm]}$$

$$Y = 45 \text{ cos } \theta_1 \text{ [mm]}$$

$$Z = 229.139 \text{ [mm]}$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

#### **Pieza 4.(9)**

$$\text{Peso } P_4 = 0.373 \text{ [kg]}$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,-0.861) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = -45 \text{ cos } \theta_1 \text{ [mm]}$$

$$Y = -45 \text{ sen } \theta_1 \text{ [mm]}$$

$$Z = 229.139 \text{ [mm]}$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

#### **Pieza 4.(12)**

$$\text{Peso } P_4 = 0.373 \text{ [kg]}$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,-0.861) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = -45 \text{ sen } \theta_1 \text{ [mm]}$$

$$Y = -45 \text{ cos } \theta_1 \text{ [mm]}$$

$$Z = 229.139 \text{ [mm]}$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

#### **Pieza 5.**

$$\text{Peso } P_5 = 0.375 \text{ [kg]}$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,0) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coorde-

nadas:

$$X = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 235 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

**Pieza 10 adelante.**

$$\text{Peso P10} = 0.217 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,0) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 45 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 0 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

**Pieza 10 atrás.**

$$\text{Peso P10} = 0.217 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,0) con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = -45 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 0 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

**Pieza 20.**

$$\text{Peso P20} = 0.197 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas (0,0,2.22)

con respecto a los ejes de la pieza, y en las coordenadas:

$$X = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 404.72 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

#### **Motor superior.**

$$\text{Peso } P_m = 0.5 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas:

$$X = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 450 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

#### **Motor inferior.**

$$\text{Peso } P_m = 0.5 \quad [\text{kg}]$$

El centroide está en las coordenadas:

$$X = 0 \quad [\text{mm}]$$

$$Y = 90 \quad [\text{mm}]$$

$$Z = 37 \quad [\text{mm}]$$

con respecto al sistema de referencia "Columna".

#### **4.2.3.2 ANALISIS DE FUERZAS**

$$E_{Fx} = E_{Fy} = 0$$

Unicamente se tienen fuerzas actuando en la dirección del eje Z, que son el peso de cada una de las piezas y la fuerza equivalente al sistema "Brazo":

$$EFz = -(F \text{ brazo} + P1 + P2 + P3 + 4(P4) + P5 + 2(P10) + \\ + P20 + 2(Pm) k \quad \dots\dots(E32)$$

Al sustituir:

$$EFz = - (6.4917 + 0.392 + 0.476 + 0.231 + 4(0.373) + \\ + 0.375 + 2(0.217) + 0.197 + 2(0.5) = -11.088 \text{ [kg]}$$

Así, la fuerza resultante equivalente es:

$$R = EFz = -11.088 \text{ k [kg]} \quad \dots\dots(E33)$$

#### 4.2.3.3 ANALISIS DE MOMENTOS

$$EM = EMx i + EMy j + EMz k + Fo \text{ brazo} \quad \dots\dots(E34)$$

Si consideramos positivos los momentos provocados por las fuerzas en sentido antihorario respecto a los ejes de referencia tenemos:

Momentos alrededor del eje X:

$$EMx = - (P 4.(3) \times Y 4.(3)) + (P 4.(6) \times Y 4.(6)) + \\ + (P4.(9) \times Y4.(9)) - (P4.(12)) \times Y4.(12)) - (P \text{ motor} \times Y \text{ motor})$$

Al sustituir:

$$EMx = -(0.373 \times 45 \text{ sen}\theta_1) + (0.373 \times 45 \text{ cos}\theta_1) + \\ + (0.373 \times [-45 \text{ cos } \theta_1]) - (0.5 \times 90)$$

Al realizar las operaciones y simplificar se obtiene:

$$EMx = 33.57 (\text{cos } \theta_1 - \text{sen } \theta_1) - 45 \quad \dots\dots(E35)$$

Momentos alrededor del eje Y:

$$\begin{aligned}
 E_{My} = & (P_{4.(3)} \times X_{4.(3)}) + (P_{4.(6)} \times X_{4.(6)}) + \\
 & - (P_{4.(9)} \times X_{4.(9)}) - (P_{4.(12)} \times X_{4.(12)}) + \\
 & + (P_{10adel} \times X_{10adel}) - (P_{10atr} \times X_{10atr})
 \end{aligned}$$

Al sustituir:

$$\begin{aligned}
 E_{My} = & (0.373 \times 45 \cos \theta_1) + (0.373 \times 45 \sin \theta_1) + \\
 & - (0.373 \times [-45 \cos \theta_1]) - (0.373 \times [-45 \sin \theta_1]) + \\
 & + (0.217 \times 45) - (0.217 \times -45)
 \end{aligned}$$

Al realizar las operaciones y simplificar se obtiene:

$$E_{My} = 33.57 (\cos \theta_1 + \sin \theta_1) + 19.53 \quad \dots (E36)$$

$$E_{Mz} = 0$$

Al sustituir las ecuaciones (E35) y (E36) en (E34):

Si  $X_1 < 165$  [mm]:

$$\begin{aligned}
 E_M = & [33.57(\cos \theta_1 - \sin \theta_1) - 45] i + \\
 & + [33.57(\cos \theta_1 + \sin \theta_1) + 19.53] j + 0 k + \\
 & + [3.167 \sin \theta_1 + \cos \theta (0.843 + 0.447[\sin a - \sin a_1] + \\
 & - 0.071[\sin \beta_1 - \sin \beta])] i + [0.694 + 0.538 \cos a + \\
 & + 1.85 \cos a_1 + 0.071(\cos \beta + \cos \beta_1) + \cos \theta_1(639.646 + \\
 & + 0.305(X_1))] j
 \end{aligned}$$

Al realizar las operaciones y simplificar:

$$\begin{aligned}
 E_M = & [33.57 (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) - 45 + 3.167 \sin \theta_1 + \\
 & \cos \theta (0.843 + 0.447(\sin a - \sin a_1) - 0.071(\sin \beta_1 - \sin \beta))] i + \\
 & + [0.538 \cos a + 1.85 \cos a_1 + 0.071 (\cos \beta + \cos \beta_1) + \\
 & + \cos \theta_1 (639.646 + 0.305 (X_1)) + 33.57 (\cos \theta_1 + \sin \theta_1) + \\
 & + 20.224] j \quad \dots (E37)
 \end{aligned}$$

Si  $X_1 > 165$  [mm]:

$$EM = [33.57 (\cos \theta_1 - \text{sen } \theta_1) - 45] i + \\ + [33.57 (\cos \theta_1 + \text{sen } \theta_1) + 19.53] j + [3.167 \text{sen } \theta_1 + \\ + \cos \theta (0.843 + 0.447 (\text{sen } a - \text{sen } a_1) + 0.071 (\text{sen } \beta_1 + \\ - \text{sen } \beta))] j \quad \dots (E38)$$

El sistema más simple equivalente es una FUERZA ya que se tiene que  $R \neq 0$  y  $R \cdot EM = 0$ .

Para conocer la posición de la fuerza se tiene que

$$EM = r \times R$$

Al desarrollar:

$$r \times R = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ 0 & 0 & -11.088 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i (-11.088y - 0) + \\ -j (-11.088x - 0) + \\ k (0-0) \end{vmatrix}$$

$$r \times R = -11.088y i + 11.088x j = EM \quad \dots (E39)$$

Si  $X_1 < 165$  [mm]:

$$[33.57 (\cos \theta_1 - \text{sen } \theta_1) - 45 + 3.167 \text{sen } \theta_1 + \cos \theta (0.843 + \\ + 0.447 (\text{sen } a - \text{sen } a_1) + 0.071 (\text{sen } \beta_1 - \text{sen } \beta))] i + \\ + [0.538 \cos a + 1.85 \cos a_1 + 0.070 (\cos \beta + \cos \beta_1) + \\ + \cos \theta_1 (639.646 + 0.305 (X_1) + 33.57 (\cos \theta_1 + \text{sen } \theta_1) + \\ + 20.224))] j$$

De donde se obtiene que la posición es:

$$x = 0.048 \cos a + 0.166 \cos a_1 + 0.06 (\cos \beta + \cos \beta_1) + \\ + \cos \theta_1 (57.688 + 0.027 (X_1)) + 3.027 (\cos \theta_1 + \text{sen } \theta_1) + 1.823$$

$$y = 3.027 (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) + 4.058 - 0.285 \sin \theta_1 + \\ + \cos \theta (-0.076 - 0.04(\sin a - \sin a_1) + 0.006 (\sin \beta_1 - \sin \beta))$$

El momento con respecto al origen es  $F_o = r \times F$ :

$$F_o = r \times F = \{ [0.048 \cos a + 0.166 \cos a_1 + 0.06(\cos \beta + \cos \beta_1) \\ + \cos \theta_1(57.688 + 0.027(X_1))] + 3.027(\cos \theta_1 + \sin \theta_1) + 1.823 \} i + \\ + [-3.027(\cos \theta_1 - \sin \theta_1) + 4.058 - 0.285 \sin \theta_1 + \cos \theta(-0.076 + \\ - 0.04 (\sin a - \sin a_1) + 0.006 (\sin \beta_1 - \sin \beta))] j \} \times (-11.088k)$$

De donde el sistema más simple equivalente del sistema "Columna" cuando  $X_1 < 165$  [mm] es:

$$F = -11.088 k \quad [kg] \quad \dots (E40)$$

$$F_o = [33.563 (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) - 44.995 + 3.16 \sin \theta_1 + \\ + \cos \theta(0.842 + 0.443(\sin a - \sin a_1) + 0.006(\sin \beta_1 - \sin \beta))] i \\ + 0.532 \cos a + 1.84 \cos a_1 + 0.665 (\cos \beta + \cos \beta_1) + \\ + \cos \theta_1 (639.644 + 0.299 (X_1) + 33.563 (\cos \theta_1 + \sin \theta_1) + \\ + 20.213] j \quad [kg\text{-mm}] \quad \dots (E41)$$

Si  $X_1 > 165$  [mm]:

$$[33.57 (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) - 45 + 3.167 \sin \theta_1 + \cos \theta (0.843 + \\ + 0.447 (\sin a - \sin a_1) + 0.071 (\sin \beta_1 - \sin \beta))] i + \\ + [404.63 + 33.57 (\cos \theta_1 + \sin \theta_1) + 3.583 (X_1) + 0.538 \cos a + \\ + 1.85 \cos a_1 + 0.071 (\cos \beta + \cos \beta_1)] j = \\ = -11.088 y i + 11.088 x j$$

De donde se obtiene que la posición es:

$$x = 36.492 + 3.027 (\cos \theta_1 + \sin \theta_1) + 0.323 (X_1) + 0.048 \cos a + \\ + 0.166 \cos a_1 + 0.006 (\cos \beta + \cos \beta_1)$$

$$y = -3.027 (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) + 4.058 - 0.285 \sin \theta_1 + \cos \theta (-0.076 + -0.04 (\sin a - \sin a_1) - 0.006 (\sin \beta_1 - \sin \beta))$$

El momento con respecto al origen es  $F_o = r \times F$ :

$$F_o = r \times F = ([36.492 + 3.027(\cos \theta_1 + \sin \theta_1) + 0.323 (X_1) + 0.048 \cos a + 0.166 \cos a_1 + 0.006(\cos \beta + \cos \beta_1)] i + [3.027 (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) - 4.058 + 0.285 \sin \theta_1 + \cos \theta(0.076 + 0.04(\sin a - \sin a_1) + 0.006(\sin \beta_1 - \sin \beta))] j) \times (-11.088k)$$

De donde el sistema más simple equivalente del sistema "Columna" cuando  $X_1 > 165$  [mm] es:

$$F = -11.088 k \quad [\text{kg}] \quad \dots(E42)$$

$$F_o = [33.563 (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) - 44.995 + 3.16 \sin \theta_1 + \cos \theta (0.842 + 0.443(\sin a - \sin a_1) + 0.066(\sin \beta_1 - \sin \beta))] i + [404.623 + 33.563 (\cos \theta_1 + \sin \theta_1) + 3.581 (X_1) + 0.532 \cos a + 1.84 \cos a_1 + 0.066 (\cos \beta + \cos \beta_1)] j \quad [\text{kg-mm}] \quad \dots(E43)$$

Con estos sistema equivalentes de "Columna" se hizo el programa de computadora para el cálculo estático; en un anexo al final de esta tesis se presenta el listado de este programa y los resultados obtenidos.

#### 4.2.4 ANALISIS ESTÁTICO DEL SISTEMA "MANIPULADOR"

El sistema "Manipulador" está constituido por el sistema equivalente "Columna" y dos piezas número 13, una pieza número 21 y dos piezas 22. Se considerará que estas piezas soportarán todos los esfuerzos y peso de las demás piezas, es decir, es la base del manipulador.

Los planos de las piezas se presentan en un anexo al

final de esta tesis.

#### 4.2.4.1 ANALISIS DE FUERZAS

Para el caso estático:  $\Sigma F = 0$

$$\Sigma F_x = \Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma F_z = -F + R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 0 \quad \dots(E44)$$

Por tener en este caso más incógnitas que ecuaciones es necesario realizar el análisis de momentos para combinar las ecuaciones y obtener el valor de las resultantes.

#### 4.2.4.2 ANALISIS DE MOMENTOS

Si consideramos positivos los momentos que provoquen giros en sentido antihorario alrededor del eje de referencia (Fig. 4.2.1) tenemos:

$$\Sigma M = \Sigma M_x i + \Sigma M_y j + \Sigma M_z k$$

Momentos con respecto al eje X en el punto 1:

$$\Sigma M_{x_1} = F_0/4 \text{ columna } i + [(F/4) \times 60] + [(F/4) \times 60] - [R_3 \times 60] - [R_4 \times 60] = 0 \quad \dots(E45)$$

Momentos con respecto al eje Y en el punto 1:

$$\Sigma M_{y_1} = F_0/4 \text{ columna } j - 2[(F/4) \times (W+15)] + - 2[(F/4) \times (W+105)] + [R_2 \times 580] + [R_4 \times 580] = 0 \quad \dots(E46)$$

Momentos con respecto al eje X en el punto 3:

$$\Sigma M_{x_3} = F_0/4 \text{ columna } i + 2[(F/4) \times 60] - [R_1 \times 60] + - [R_2 \times 60] = 0 \quad \dots(E47)$$

De la ecuación (E47):

$$F_0/4 \text{ columna } i + (30 \times F) - (60 \times R_1) - (60 \times R_2) = 0$$

$$R2 = (Fo/4 \text{ columna } i + (30 \times F) - (60 \times R1) (1/60) =$$

$$R2 = Fo \text{ columna } i / 240 + F/2 - R1 \quad \dots\dots(E47')$$

Al sustituir E47' en E46 y simplificar:

$$Fo/4 \text{ columna } j + (F/2) \times (580 - [W+15] - [W+105]) +$$

$$- 580 \times (R1 + R4) + 2.416 \text{ Fo columna } i$$

De donde se obtiene al despejar que R4 es:

$$R4 = -0.0004 \text{ Fo } j + F([W+15]/1160 + [W+105]/1160 - 1/2)$$

$$\dots\dots(E48)$$

Al sustituir la ecuación (E48) en (E45) y despejar R3:

$$R3 = 0.004 \text{ Fo } i + F/2 - (-0.004 \text{ Fo } j + F([W+15]/1160 +$$

$$[W+105]/1160 - 1/2) \quad \dots\dots(E49)$$

Al sustituir la ecuación (E49) en la ecuación (E44) y simplificar se obtiene el valor de R1:

$$R1 = - 0.004 (Fo i) \quad \dots\dots(E50)$$

Al sustituir el valor de (R1) para conocer el valor de las demás reacciones se obtiene:

$$R2 = (F/2) + 0.008 \text{ Fo } i \quad \dots\dots(E51)$$

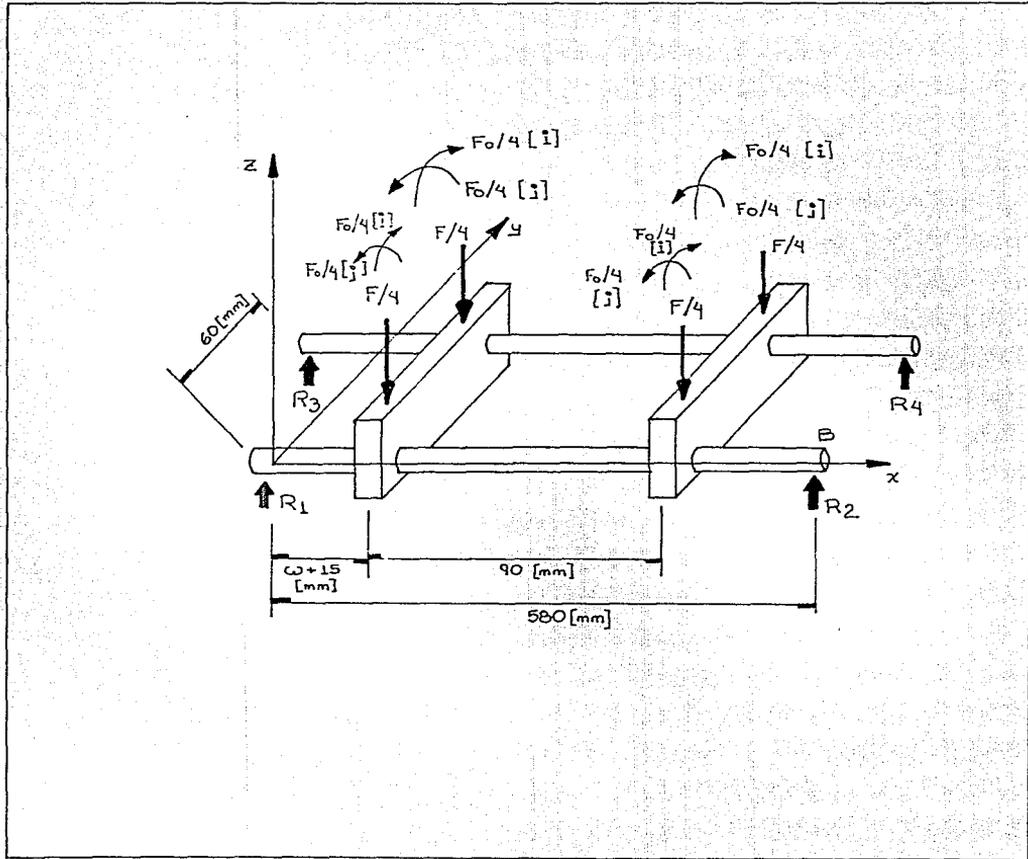
$$R3 = 0.004 (Fo j) + F([W+15]/1160 + [W+105]/1160) k$$

$$\dots\dots(E52)$$

$$R4 = - 0.004 \text{ Fo } i - 0.004 \text{ Fo } j + F([W+15]/1160 +$$

$$+ [W+105]/1160 - 1/2) k \quad \dots\dots(E53)$$

FIGURA 4.1



Con estos valores de reacciones encontrados en el sistema "Manipulador" se hizo el programa de computadora para el cálculo estático; en un anexo al final de esta tesis se presenta el listado de este programa y los resultados obtenidos.

#### 4.3 PROGRAMAS DE CALCULO

Los programas que se presentan en un anexo al final de esta tesis se hicieron con el fin de encontrar las posiciones que resultan más críticas en cuanto a los esfuerzos provocados sobre algunas piezas o los esfuerzos y momentos que resulten mayores sobre todo el manipulador.

Se encuentran los cuatro valores más altos en cada dirección (dirección i y dirección j), y estos valores se presentan después de cada listado de programa.

A continuación se listan las variables que se utilizan, el significado de ellas y su rango de variación, así como las relaciones trigonométricas que se utilizaron:

VARIABLE	CONCEPTO	RANGO DE VARIACION
e1	Angulo de giro del brazo y columna Positivo en sentido antihorario	0° A 360°
e	Angulo de giro de la mano completa a partir de la posición horizontal	0° a 360°
a	Angulo que forma la pieza 28 de la mano con respecto al eje de refe- rencia X. Varía igual que a1.	63° a 0°

a1	Angulo que forma la pieza 27 de la mano con respecto al eje de referencia X. Varía igual que a.	63° a 0°
$\beta$	Angulo que forma la pieza 29 izquierda de la mano con respecto al eje de referencia X. $\beta = \text{ang sen } [0.1728 + 0.9 \text{ sen } a] [^\circ]$ $\beta = \text{ang sen } [0.003 + 0.9 \text{ sen } a] [\text{rad}]$	Depende de a
$\beta 1$	Angulo que forma la pieza 29 derecha de la mano con respecto al eje de referencia X. $\beta 1 = \text{ang sen } [0.164 + 0.9 \text{ sen } a 1] [^\circ]$ $\beta 1 = \text{ang sen } [0.002 + 0.9 \text{ sen } a 1] [\text{rad}]$	Depende de a1
X1	Distancia que avanza o retrocede el brazo con respecto a la columna. Se mide en [mm]	0 a 314
Z1	Distancia que se eleva o desciende el brazo por la columna. No influye en el análisis estático del manipulador. Se mide en [mm].	0 a 255
W	Distancia que avanza o retrocede el sistema "columna" con respecto a la base fija. Se mide en [mm].	0 a 460

#### 4.4 ANALISIS DINAMICO

##### 4.4.1 OBJETIVO DEL ANALISIS DINAMICO

La rama de la dinámica que estudia el movimiento de cuerpos rígidos tomando en cuenta las fuerzas y momentos que causan el movimiento es la cinética. Se considera una idealiza-

ción de cuerpo al cuerpo rígido el cual está formado por un número infinito de partículas que ocupan un volumen finito, en el cual la distancia entre dos partículas permanece constante bajo cualquier circunstancia, es decir, el cuerpo no sufre deformación.

#### 4.4.2 ANALISIS DINAMICO

Las ecuaciones en las que se basa el análisis del movimiento del cuerpo rígido son:

$$EF = ma \quad \dots (E54)$$

$$EMg = \dot{H}_g \quad \dots (E55)$$

en donde:  $EF$  es la resultante del sistema de fuerzas externas aplicadas sobre el cuerpo rígido;

$m$  es la masa del cuerpo;

$a$  es la aceleración que actúa sobre el cuerpo, y

$\dot{H}_g$  es la derivada del momentum angular del cuerpo rígido con respecto a su centro de masa.

La derivada del momentum angular se define como:

$$\dot{H}_g = (H_g)_{Gxyz} + \underline{n} \times H_g \quad \dots (E56)$$

donde:  $(H_g)_{Gxyz}$  es la tasa de cambio de  $H_g$  con respecto al sistema  $Gxyz$  en rotación;

$\underline{n}$  es la velocidad angular del sistema  $Gxyz$  en rotación, y

$H_g$  es el momentum angular del cuerpo con respecto al sistema fijo de referencia, el cual se calcula de la siguiente

forma:

$$H_G = I_x \omega_x i + I_y \omega_y j + I_z \omega_z k \quad \dots (E57)$$

donde  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  representan los momentos centroidales principales de inercia del cuerpo.

Si se considera que el sistema de rotación está fijo al cuerpo, su velocidad angular  $\omega$  es igual a la velocidad angular del cuerpo  $\omega$ , y las ecuaciones (E54) y (E55) se pueden escribir en forma escalar como:

$$E F_x = m a_x \quad \dots (E58)$$

$$E F_y = m a_y \quad \dots (E59)$$

$$E F_z = m a_z \quad \dots (E60)$$

$$E M_x = I \dot{\omega}_x - (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \quad \dots (E61)$$

$$E M_y = I \dot{\omega}_y - (I_z - I_x) \omega_z \omega_x \quad \dots (E62)$$

$$E M_z = I \dot{\omega}_z - (I_x - I_y) \omega_x \omega_y \quad \dots (E63)$$

Las ecuaciones (E61), (E62) y (E63) son conocidas como ecuaciones de Euler del movimiento. Con estas seis ecuaciones escalares (E58 a E63) se define la fuerza resultante y el momento resultante de las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo rígido.

#### 4.4.3 PROCEDIMIENTO PARA ANALISIS DINAMICO

El procedimiento para el análisis dinámico es el siguiente:

1°. Se calcula la aceleración lineal  $a$ . Si se trata de movimientos giratorios esta se calcula como:

$$a = a \times r \quad \dots(E64)$$

2°. Se calcula el producto  $ma$  para determinar la fuerza resultante.

3°. Se calcula  $H_g$  utilizando la ecuación (E57).

4°. Con las ecuaciones (E61), (E62) y (E63) se calcula EM.

#### 4.4.4 CONSIDERACIONES PARA EL ANALISIS DINAMICO

1. Por las características del diseño del sistema electrónico del manipulador no se pueden tener movimientos de diferentes sistemas simultaneamente, es decir, sólo puede ser activado un motor y no varios de ellos al mismo tiempo.

2. Por el funcionamiento de un motor de pasos, el cual se explicará más detalladamente en un capítulo posterior, la velocidad angular del movimiento que proporciona es constante y no tiene aceleración angular. Debido a que todos los movimientos que tiene el manipulador son provocados por motores de este tipo, también los desplazamientos lineales son a velocidad constante y aceleración lineal cero.

3. La velocidad de trabajo que se considera de los motores elegidos para el manipulador es de 25 [RPM] ó 2.618 [rad/s].

#### **4.4.5 CONCLUSIONES DEL ANALISIS DINAMICO**

Como se mencionó, tanto la aceleración lineal como la angular son nulas, por lo cual todos los términos de las ecuaciones donde intervienen valen cero.

De los momentos de inercia de las piezas (ver apéndice), se puede observar que todos son cero o prácticamente cero, por lo cual también los términos donde intervienen son nulos o casi nulos.

Como conclusión, la fuerza resultante y los momentos resultantes en cada uno de los sistemas son menores en el caso del análisis dinámico que en el del análisis estático, por lo que no se presenta el análisis dinámico del manipulador y para la selección de materiales y de rodamientos se utilizaron los resultados derivados del análisis estático.

#### **4.5 SELECCION DE MATERIALES Y RODAMIENTOS**

En la selección de un material para el diseño de una pieza se toma en cuenta que este cumpla con las características requeridas por la función o condiciones de trabajo donde se va a utilizar; algunas de las características que se deben considerar en la selección de un material son: que los esfuerzos y deformaciones a los que sea sometida la pieza tengan valores razonables y satisfactorios para el material elegido, resistencia a la corrosión, los efectos de la temperatura sobre el material, etcétera.

Por las características de trabajo que tendrá este manipulador, únicamente se comprobará que el material elegido y las dimensiones de diseño en los ejes que soportan el peso de los

diferentes sistemas es el adecuado. Esta comprobación se realiza aplicando la "teoría de esfuerzo cortante máximo", la cual se encuentra explicada detalladamente en algunos de los libros citados en la bibliografía.

El valor de los esfuerzos a los que es sometida cada una de las piezas es el máximo obtenido de los programas de cálculo para cada uno de los sistemas, con lo cual se asegura que en ninguna otra de las posibles posiciones que pueda encontrarse el manipulador los esfuerzos serán mayores y se calcula para el caso más crítico.

#### 4.5.1 SISTEMA "MANO"

##### 4.5.1.1 DATOS

Pieza 18

Diámetro  $\emptyset = 1.2$  [cm]

F = 2.2773 [kg]

JFol = 0.33485 [kg-cm]

Excentricidad e = 0.0 [cm]

Brazo de palanca d = 5.5 [cm]

Material: Acero SAE 1020

Se considera que no hay pandeo.

##### 4.5.1.2 CALCULOS

Z = módulo de sección, I/c

$$Z = \frac{\pi D^3}{32} = \frac{\pi (1.2)^3}{32} = 0.169 \text{ [cm]}^3$$

Z' = modulo de sección, basado en el momento polar de inercia, J/c.

$$Z' = 2 Z = 2 (0.169) = 0.338 \text{ [cm]}^3$$

+ Esfuerzo de flexión:

$$S = M / Z = [(Fxd) + Fo] / Z$$

$$S = [(2.2773 \times 3) \text{ [kg-cm]} + 0.33485 \text{ [kg-cm]}] / 0.169 \text{ [cm]}^3$$

$$S = 42.4068 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

+ Esfuerzo de torsión:

$$Ss = T / Z' = [(2.2773 \times 3) + 0.33485] / 0.338$$

$$Ss = 21.2034 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

De tablas de materiales se obtiene que la resistencia de fluencia en tracción para el acero SAE 1020 laminado simple es  $Sy = 3374 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ .

Al aplicar la teoría del esfuerzo cortante máximo para determinar el factor de seguridad o factor de diseño N se tiene:

$$Sys = 0.5 \times 3374 \text{ [kg/cm}^2\text{]} = 1687 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

$$1/N = \sqrt{[(S/Sy)^2 + (Ss/Sys)^2]}$$

Al sustituir los datos se obtiene el valor de N:

$$1/N^2 = (42.4068/3374)^2 + (21.2034/1687)^2$$

$$N = 56.259$$

ya que el factor de diseño es mayor que 1, queda demostrado que el material y dimensiones elegidas pueden soportar los esfuerzos a los que será sometida la pieza.

## 4.5.2 SISTEMA "BRAZO"

### 4.5.2.1 DATOS

Pieza 9

Diámetro  $\emptyset = 1.27$  [cm]       $F = 6.4917/2$  [kg]

$|F_0| = 56.2516/2$  [kg-cm]       $e = 0.1622$  [cm]

Brazo de palanca  $d = 5.0$  [cm]

Material: Acero SAE 1020

Se considera que no hay pandeo.

### 4.5.2.2 CALCULOS

$Z =$  módulo de sección, I/c

$$Z = \pi D^3 / 32 = \pi (1.27)^3 / 32 = 0.2011 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$Z' =$  modulo de sección, basado en el momento polar de inercia, J/c.

$$Z' = 2 Z = 2 (0.2011) = 0.4022 \text{ [cm}^3\text{]}$$

+ Esfuerzo de flexión:

$$S = M / Z = [(Fxd) + F_0] / Z$$

$$S = [(6.4917/2 \times 5) \text{ [kg-cm]} + 56.2516/2 \text{ [kg-cm]}] / 0.4022 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$S = 220.5622 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

+ Esfuerzo de torsión:

$$S_s = T / Z' = [(6.4917/2 \times 5) + 56.2516/2] / 0.4022$$

$$S_s = 110.2811 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

De tablas de materiales se obtiene que la resistencia

de fluencia en tracción para el acero SAE 1020 laminado simple es  $S_y = 3374 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ .

Al aplicar la teoría del esfuerzo cortante máximo para determinar el factor de seguridad o factor de diseño  $N$  se tiene:

$$S_{ys} = 0.5 \times S_y = 0.5 \times 3374 \text{ [kg/cm}^2\text{]} = 1687 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

$$1/N = \sqrt{[(S/S_y)^2 + (S_s/S_{ys})^2]}$$

Al sustituir los datos se obtiene el valor de  $N$ :

$$1/N^2 = (220.5622/3374)^2 + (110.2811/1687)^2$$

$$N = 10.8172$$

ya que el factor de diseño es mayor que 1, queda demostrado que el material y dimensiones elegidas pueden soportar los esfuerzos a los que será sometida la pieza.

#### 4.5.3 SISTEMA "COLUMNNA"

##### 4.5.3.1 DATOS

Pieza 5

Diámetro  $\emptyset = 1.27 \text{ [cm]}$   $F = 11.088 \text{ [kg]}$

$|F_0| = 0 \text{ [kg-cm]}$   $e = 0.1622 \text{ [cm]}$

Brazo de palanca  $d = 35.0 \text{ [cm]}$

Carga vertical  $W = 7.1461 \text{ [kg]}$

Material: Acero SAE 1020

Se considera que no hay pandeo.

Para rosca ACME de  $\emptyset 0 1.27 \text{ [cm]}$  el diámetro menor es:

$$\emptyset' = 1.016 \text{ [cm]}$$

#### 4.5.3.2 CALCULOS

A = Area

$$A \text{ rosca} = \pi D^2/4 = \pi (1.016)^2/4 = 0.8107 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Z = módulo de sección, I/c

$$Z = \pi D^3 / 32 = \pi (1.016)^3 / 32 = 0.1029 \text{ [cm}^3\text{]}$$

Z' = modulo de sección, basado en el momento polar de inercia, J/c.

$$Z' = 2 Z = 2 (0.1029) = 0.2058 \text{ [cm}^3\text{]}$$

+ Esfuerzo de compresión:

$$S = (W + F) / Ar$$

$$S = (7.1461 \text{ [kg]} + 11.088 \text{ [kg]}) / 0.8107 \text{ [cm}^2\text{]} = 22.49179 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

De tablas de materiales se obtiene que la resistencia de fluencia en tracción para el acero SAE 1020 laminado simple es  $S_y = 3374 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ .

Al aplicar la teoría del esfuerzo cortante máximo para determinar el factor de seguridad o factor de diseño N se tiene:

$$S_{ys} = 0.5 \times S_y = 0.5 \times 3374 \text{ [kg/cm}^2\text{]} = 1687 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

$$1/N = \sqrt{[(S/S_y)^2 + (S_s/S_{ys})^2]}$$

Al sustituir los datos se obtiene el valor de N:

$$1/N^2 = (22.49179/3374)^2 + (0/1687)^2$$

$$N = 150.01029$$

ya que el factor de diseño es mayor que 1, queda demostrado que

el material y dimensiones elegidas pueden soportar los esfuerzos a los que será sometida la pieza.

#### 4.5.4 SISTEMA "MANUPULADOR"

##### 4.5.4.1 DATOS

Pieza 22

Diámetro  $\emptyset = 1.27$  [cm]       $F = 11.0608/3$  [kg]

$\{F\} = 88.3923/3$  [kg-cm]       $e = 0.0$  [cm]

Brazo de palanca  $d = 0.0$  [cm]

Material: Acero SAE 1020

Se considera que no hay pandeo.

Para rosca ACME de  $\emptyset 0 1.27$  [cm] el diámetro menor es:

$$\emptyset' = 1.016 \text{ [cm]}$$

##### 4.5.4.2 CALCULOS

A = Area

$$A \text{ rosca} = \pi D^2/4 = \pi (1.016)^2/4 = 0.8107 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Z = módulo de sección, I/c

$$Z = \pi D^3 / 32 = \pi (1.016)^3 / 32 = 0.1029 \text{ [cm}^3\text{]}$$

Z' = modulo de sección, basado en el momento polar de inercia, J/c.

$$Z' = 2 Z = 2 (0.1029) = 0.2058 \text{ [cm}^3\text{]}$$

+ Esfuerzo de flexión:

$$S = M / Z = [(Fxd) + F\{e\}] / Z$$

$$S = [(11.0608 \times 0) \text{ [kg-cm]} + 88.3923/3 \text{ [kg-cm]}] / 0.1029 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$S = 286.3372 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

+ Esfuerzo de torsión:

$$S_s = T / Z' = (88.3923/3) / 0.2058$$

$$S_s = 143.1686 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

De tablas de materiales se obtiene que la resistencia de fluencia en tracción para el acero SAE 1020 laminado simple es  $S_y = 3374 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ .

Al aplicar la teoría del esfuerzo cortante máximo para determinar el factor de seguridad o factor de diseño N se tiene:

$$S_{ys} = 0.5 \times S_y = 0.5 \times 3374 \text{ [kg/cm}^2\text{]} = 1687 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

$$1/N = \sqrt{[(S/S_y)^2 + (S_s/S_{ys})^2]}$$

Al sustituir los datos se obtiene el valor de N:

$$1/N^2 = (286.3372/3374)^2 + (143.1686/1687)^2$$

$$N = 8.3320$$

ya que el factor de diseño es mayor que 1, queda demostrado que el material y dimensiones elegidas pueden soportar los esfuerzos a los que será sometida la pieza.

#### 4.5.5 DIMENSIONADO DE RODAMIENTOS

Para dimensionar los rodamientos que se encuentran en reposo o giran muy lentamente, se calcula el factor de esfuerzos estáticos  $f_s$ :

$$f_s = C_o / P_o$$

donde:  $f_s$  es el factor de esfuerzos estáticos. Se toma como valor de seguridad contra deformaciones plásticas demasiado elevadas en los puntos de contacto de los cuerpos rodantes:

$f_s = 1.5$  hasta  $2.5$  para exigencias elevadas.

$f_s = 1.0$  hasta  $1.5$  para exigencias normales.

$f_s = 0.7$  hasta  $1.0$  para exigencias reducidas.

$C_o$  es la capacidad de carga estática en [kN]. Viene indicada en las tablas de cada rodamiento. Una carga de igual magnitud origina entre los cuerpos rodantes y el camino de rodadura en el punto de contacto una deformación plástica igual a  $1/10\ 000$  del diámetro del cuerpo rodante.

$P_o$  es la carga estática equivalente en [kN]. Es un valor ficticio que se calcula en el caso de actuar una carga combinada, es decir, cuando el rodamiento está solicitado radial y axialmente. Si la relación de carga axial entre cara radial en baleros de bolas para carga radiale es menor o igual a  $0.8$ ,  $P_o$  se considera igual a la carga radial. En el caso de los baleros axiales  $P_o$  se considera igual a la fuerza axial ejercida sobre el balero.

#### 4.5.5.1. CALCULO DE BALEROS

Debido a que todos los baleros utilizados son iguales, únicamente se calcula el factor de esfuerzos estáticos para el sistema "mano" que es el sometido a una carga menor y el del sistema "manipulador", que es el sometido a la carga mayor.

Los rodamientos utilizados son modelo FAG 61801T, cuyas características principales son:

Peso = 0.006 [kg]

[rev/min] máximas = 3 200

Co = 0.95 [kN]

+ Rodamiento unión mano-brazo:

Po = Fr = 0.20934 [kg] = 0.002053 [kN]

fs = 0.95 [kN] / 0.002053 [kN] = 462.737

+ Rodamiento base manipulador:

Po = Fr = 11.608 [kg] = 0.11387 [kN]

fs = 0.95 [kN] / 0.11387 [kN] = 8.3425

+ Rodamiento axial base de columna:

Modelo: FAG 51205

Peso = 0.115 [kg]

[rev/min] máximas = 3 800

Co = 50 [kN]

Po = Fa = 11.088 [kg] = 0.11387 [kN]

fs = 50 [kN] / 0.11387 [kN] = 439.097

#### 4.5.6 CONCLUSIONES DE LA SELECCION DE MATERIALES Y RODAMIENTOS

Los factores de seguridad que se obtuvieron con los materiales y rodamientos seleccionados fueron bastante altos, sin embargo, estos materiales y rodamientos fueron seleccionados por la facilidad de encontrarse comercialmente.

Las barras que se utilizaron en la construcción de los ejes y baleros es de 1.27 [cm] o  $\frac{1}{2}$  [pulgada] de diámetro, que es una de las medidas comerciales del material más comunes y fáciles

de encontrar en el mercado. Así mismo, los rodamientos se eligieron por el diámetro interior requerido que también existe comercialmente.

El costo de este manipulador se hubiera sido mucho mayor si se hubieran fabricado rodamientos especiales para este diseño por lo cual se decidió utilizar los materiales y rodamientos elegidos.

## 5. DISEÑO ELECTRONICO

### 5.1 COMPONENTES Y FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA ELECTRONICO DEL MANIPULADOR.

El sistema electrónico del manipulador tiene tres objetivos: el de transformar las señales provenientes de la computadora, con la que se va a controlar el manipulador, en señales de voltaje y de corriente que provoquen el movimiento de los motores del manipulador; el de suministrar la energía requerida por los motores para llevar el manipulador a la posición deseada y realizar las tareas programadas; y el de proporcionar una señal de realimentación a la computadora, con el fin de conocer la posición del manipulador y corregirla en caso de no corresponder a la deseada o partir de esa posición para llegar a una nueva.

Se puede dividir el sistema electrónico del robot en cuatro bloques principales (Fig. 5.1):

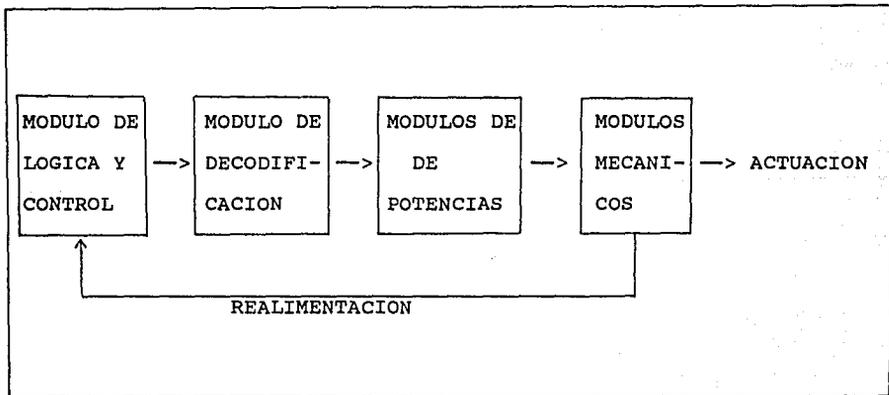


Figura 5.1

El módulo de lógica y control es responsable de todas las actividades de control del manipulador, almacenamiento del programa de actuaciones a ser realizadas y la interpretación de las señales de realimentación.

Este módulo está representado por un microprocesador y circuitos de apoyo, tales como memoria, interfases, etcétera.

El módulo de decodificación interpreta los comandos del módulo de lógica y control, en lenguaje binario, identificando cuales módulos deben ser accionados.

Los módulos de potencia, cuando son accionados, proporcionan la energía necesaria al accionamiento de los módulos mecánicos.

Los módulos mecánicos están constituidos por motores de pasos, los cuales ejecutan los movimientos ordenados. Las funciones de realimentación permiten que las señales generadas por sensores colocados en las partes mecánicas informen al módulo de control situaciones que necesiten ser interpretadas y evaluadas.

El diagrama de bloques del circuito electrónico del manipulador se presenta en la figura 5.2.

Para explicar el sistema electrónico del manipulador comenzaremos por la PC. La computadora únicamente puede entregar señales lógicas en sistema binario (0 y 1) representadas por una señal eléctrica de 0 V para el cero lógico o de 3 a 5 V para representar el uno lógico.

Un bit es la mínima unidad de almacenamiento en una computadora; cada bit puede representar un 1 ó un 0, y un byte es la agrupación de ocho bits.

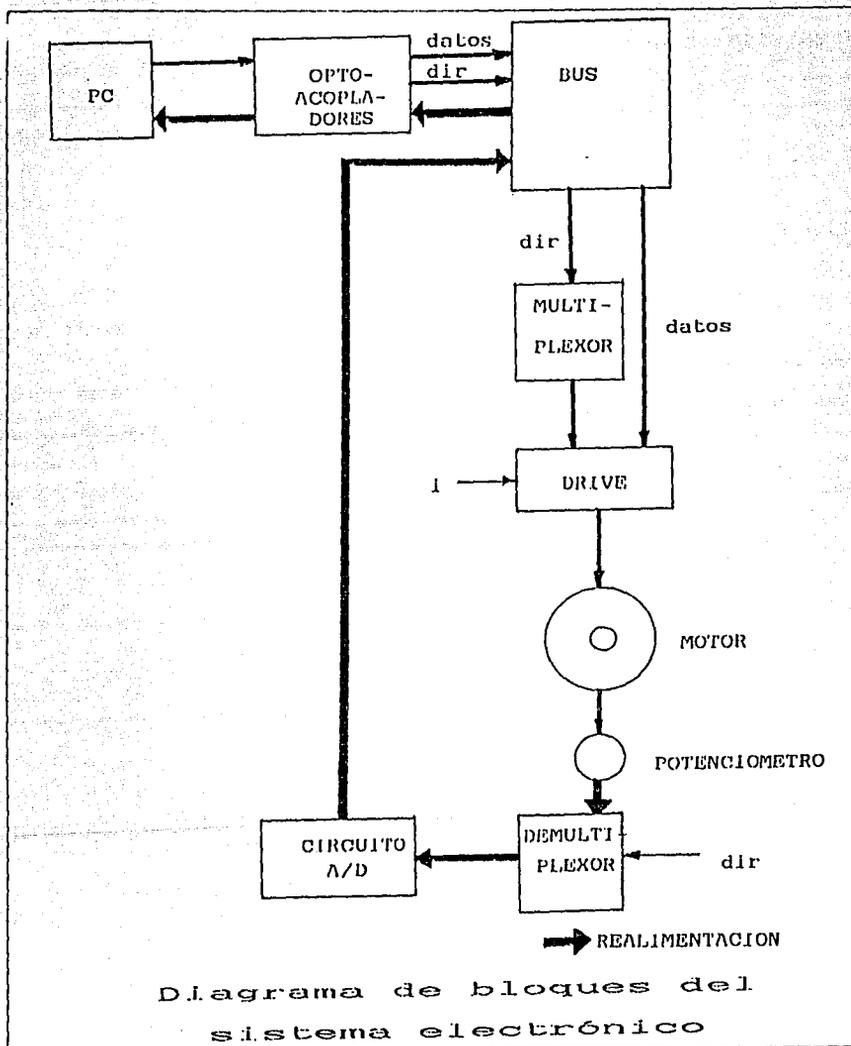


Figura 5.2

El sistema de buses con el cual está diseñado la computadora le permite comunicarse con las diferentes partes que la componen y con los periféricos; sin embargo, la comunicación entre la computadora y un periférico requiere de una interfase o adaptador que conecte el periférico al sistema de buses de la computadora. A la conexión de la computadora con la interfase se le llama "puerto".

En una computadora del tipo PC-XT se tiene un canal de transmisión de datos o "bus" que puede manejar ocho bits de datos al mismo tiempo, y por lo tanto los puertos para conexión de periféricos cuentan con ocho bits que se pueden configurar dependiendo del trabajo que se desee realizar.

En el caso del manipulador, se requiere de:

3 bits para dirección (DIR)

4 bits para datos de salida (D/S)

1 bit para entrada de realimentación (D/E)

---

8 bits en total ó 1 byte.

En el diseño del sistema electrónico del manipulador se pensó en utilizar dos puertos; uno para los datos de salida que ocupe siete bits; y el otro para los datos de entrada, de únicamente un bit.

Se utilizan tres bits para dirección porque el manipulador cuenta con seis motores, identificados con números del cero al cinco cada uno, con el fin de poder dirigir la información proveniente de la computadora hacia el motor que va destina-

do por medio de una señal en sistema binario. Para tener seis posibles combinaciones de números en sistema binario se tiene:

$$2^3 = 8 \text{ posibles combinaciones}$$

Con seis combinaciones se controlan los motores y sobran dos posibles combinaciones que no se utilizarán.

Las funciones de lógica y control del manipulador son realizadas por los elementos descritos hasta este punto, más la señal de realimentación, de la cual se hablará posteriormente.

La señal generada por la computadora pasa a los optoacopladores, los cuales funcionan con una señal luminosa emitida por una de las partes y recibida por la otra sin modificar las características de la señal proveniente de la computadora. Su función es la de proteger a la PC contra una corriente mayor a la que puede soportar provocada por alguna falla en el resto del circuito.

Después de haber pasado por los optoacopladores, la señal llega al bus del circuito, el cual tiene como función la de suministrar al motor la corriente necesaria a partir de las señales de accionamiento de la computadora. Esta es uno de los módulos de potencia.

Como el manipulador cuenta con seis motores y únicamente se generará una señal desde la computadora, con la indicación de la dirección del motor a la que va dirigida, se debe crear un sistema que pueda identificar la dirección y dirija la señal hacia ella. Para lograr esto, se crea un sistema de "multiplexaje de señales", el cual identifica la dirección y permite el

paso de la señal hacia la salida correspondiente a la dirección indicada. Para explicar este sistema, se puede hacer una comparación con una tubería de agua con varias llaves de salida; en este caso se dibuja con cuatro (Fig. 5.3):

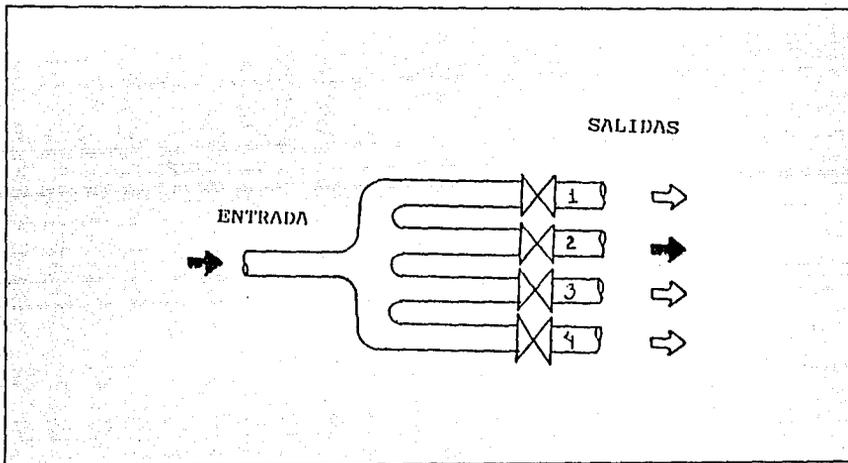


Figura 5.3

Para que el agua salga únicamente por la llave deseada se cierran las otras tres llaves; si se elige alguna otra llave se cierran las otras y se abre la deseada, etcétera.

Electrónicamente, un sistema multiplexor realiza este trabajo, se tiene una entrada de datos y varias salidas (Fig. 5.4):

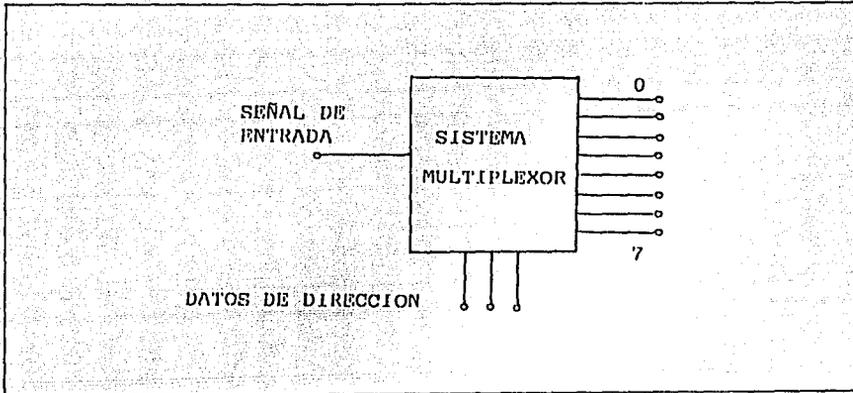


Figura 5.4

Se tienen tres entradas para indicar la dirección en sistema binario, con las cuales se pueden crear hasta siete números que definan la salida deseada. Por ejemplo, si a las entradas se aplica el número 000 y la señal a transmitir es un 1 lógico (5 V), en la salida "0" se tiene una señal de 5 volts y en todas las demás salidas 0 volts; si se aplica el número 011 se activa la salida "3", con lo cual se tendría una señal de 5 volts en la salida "3" y 0 volts en todas las demás salidas.

Con este sistema multiplexor no pueden elegirse varias salidas a la vez.

En el manipulador se van a tener seis "drives", uno conectado a cada salida del sistema multiplexor. El drive tiene la función de aumentar la potencia ya que el motor de pasos no puede ser activado por los niveles de potencia de las señales lógicas, se requiere de una mayor cantidad de corriente para

moverlos.

Un drive está formado por cuatro transistores, un registro y resistencias.

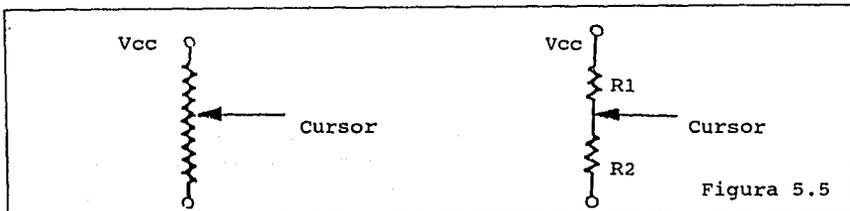
Los registros tienen una placa; esta placa se activa con un nivel alto (5 volts) y permite el paso de la señal; al recibir un nivel bajo (0 volts) se desactiva y no permite el paso de la señal, pero cuenta con memoria en la que se guarda el último dato que se transmitió, en sistema binario, hasta que el registro vuelva a ser habilitado.

La acción de amplificación de la señal se produce por medio de los transistores, los cuales "transfieren" una corriente de un circuito de baja resistencia a uno de alta resistencia.

Posteriormente, se explicará más detalladamente el funcionamiento del drive.

El motor va a girar en una u otra dirección dependiendo del código con que se le alimente. En una sección posterior se dará una explicación más amplia acerca de los motores de pasos.

Al activarse el motor va a provocar que gire un potenciómetro, el cual está alimentado por un voltaje de referencia y al variar girar el potenciómetro el voltaje que se tenga a la salida va a estar en función de la resistencia. En un diagrama eléctrico el potenciómetro se representaría de la siguiente manera (Fig. 5.5):



donde: Vcc es el voltaje de referencia,  
Cursor es la conexión que se mueve del potenciómetro,  
de la cual se obtiene la señal de realimentación,  
R1 y R2 son las resistencias equivalentes a la resistencia variable del potenciómetro.

Si se analiza el diagrama anterior, se obtiene que el voltaje del cursor es:

$$V \text{ cursor} = V_{cc} (R2/[R1 + R2])$$

Al girar el potenciómetro varía el valor de V cursor, pero nunca va a ser mayor que el voltaje de referencia Vcc.

El voltaje del cursor se conecta al sistema demultiplexor, el cual funciona en forma inversa que el multiplexor, explicado anteriormente, ya que tiene seis entradas y una salida, con tres entradas para dirección que permitirán el acceso únicamente por una de las entradas a la vez.

El demultiplexor es analógico, por lo que puede manejar señales continuas (analógicas) dentro del rango especificado por el circuito, que en este caso son señales hasta de ocho volts. El demultiplexor no altera la señal de entrada y a la salida se tiene exactamente la misma señal.

La señal pasa del demultiplexor al circuito analógico digital, que se encarga de transformar la señal de voltaje a frecuencia ya que en la PC se tiene un sistema para este tipo de señal.

Si el convertidor analógico digital recibe una señal de cinco volts, la transforma en una señal de un kilohertz, si recibe una señal de dos y medio volts la transforma en una señal



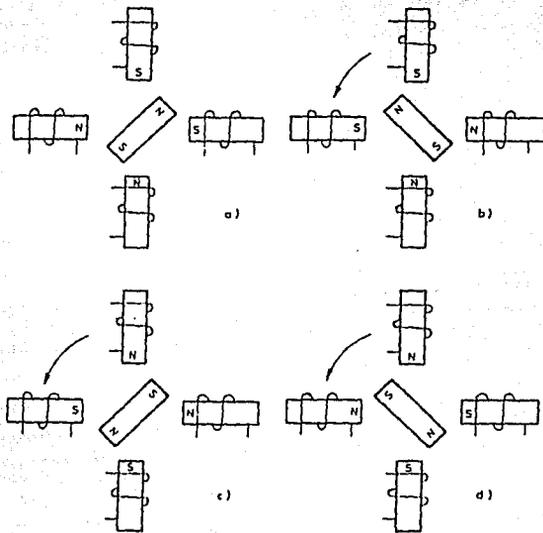
ción digital) en movimientos mecánicos, son elementos especiales de la familia de los motores de corriente continua y tienen como característica especial que el eje del motor gira un determinado ángulo por cada impulso de entrada. El resultado de este movimiento, fijo y repetible, es un posicionamiento preciso y fiable. Puede girar, en ambos sentidos, un número exacto de grados, con incrementos mínimos determinados por el diseño, los cuales pueden ser desde  $0.72^\circ$  hasta  $90^\circ$ , correspondientes a 500 y 4 pasos por revolución respectivamente.

El principio de funcionamiento de los motores de pasos se basa en las fuerzas de atracción y repulsión ejercidas entre polos magnéticos. Los embobinados del estator se alimentan de tal manera que se comporten como polo Sur y polo Norte, el rotor imantado girará hasta alcanzar la posición hacia donde sea atraído por los polos opuestos; si se vuelve a cambiar la polaridad en el estator, se tendrá un nuevo movimiento, como se indica en la figura 5.7.

Para permitir una mejor resolución por paso, se añaden más polos al estator.

Los motores de pasos que se utilizan en este manipulador son de imán permanente y están formados por un estator de forma cilíndrica, con un cierto número de embobinados alimentados en secuencia, que crean un campo magnético giratorio de manera discontinua. El rotor, concéntrico con el estator y situado sobre el eje, contiene un imán permanente magnetizado que en cada instante tenderá a alinearse con el campo magnético creado.

Un motor de pasos recibe una señal de voltaje en forma de pulso y gira un determinado ángulo, como ya se había



Principio de funcionamiento  
de un motor de pasos de  
imán permanente con  
dos fases

Figura 5.7

mencionado. Si el motor recibe un tren de pulsos, girará tantos "pasos" como pulsos haya recibido, pero moviéndose el ángulo determinado al recibir cada uno de ellos y deteniéndose después de cada pulso, para iniciar su movimiento nuevamente al recibir el siguiente. Esto implica que el motor parte de una velocidad cero al iniciar su movimiento, alcanza una aceleración máxima y luego una desaceleración de la misma magnitud para frenar y volver a una velocidad cero antes de iniciar nuevamente su movimiento; si se grafica la aceleración angular de este tipo de motores contra el tiempo, se obtiene una gráfica del tipo de la figura 5.8. Si se considera la aceleración promedio durante un intervalo de tiempo que dura uno de los pulsos del tren de señales se tiene que la aceleración es cero, y por lo mismo la velocidad es constante.

Los fabricantes de los motores de pasos hacen esta consideración ya que en la práctica estos motores pueden tener un movimiento con velocidad angular "constante" en periodos de tiempo mayores a los que requiere cada uno de los pulsos de la señal para llegar al motor. Se hizo referencia a esta consideración en el capítulo referente al análisis dinámico.

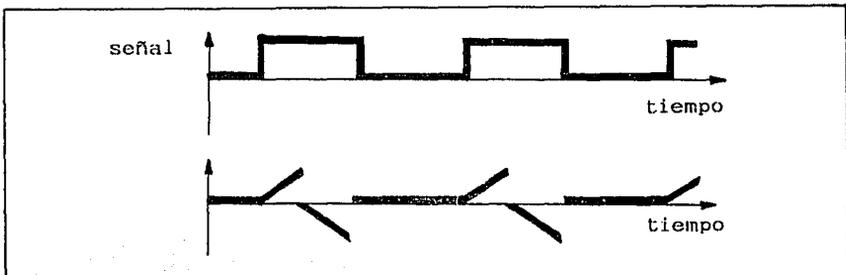


Figura 5.8

### 5.3 DRIVES

Como se mencionó anteriormente, un drive está constituido por un registro de memoria, resistencias y cuatro transistores. Ya se explicó el funcionamiento de los registros de memoria; ahora se explicará la función de los transistores en los drives.

Un transistor puede considerarse como un dispositivo de control del estado sólido con dos junturas rectificadoras P-N; el material N tiene impurezas que tienen cinco electrones de valencia, y el material P tiene impurezas con tres electrones de valencia. Una juntura P-N es la unión o juntura de un semiconductor tipo P y uno N. El transistor tiene tres terminales: emisor, base y colector, y los transistores de juntura se designan como PNP o NPN, dependiendo del arreglo físico del material semiconductor, como se muestra en la figura 5.9:

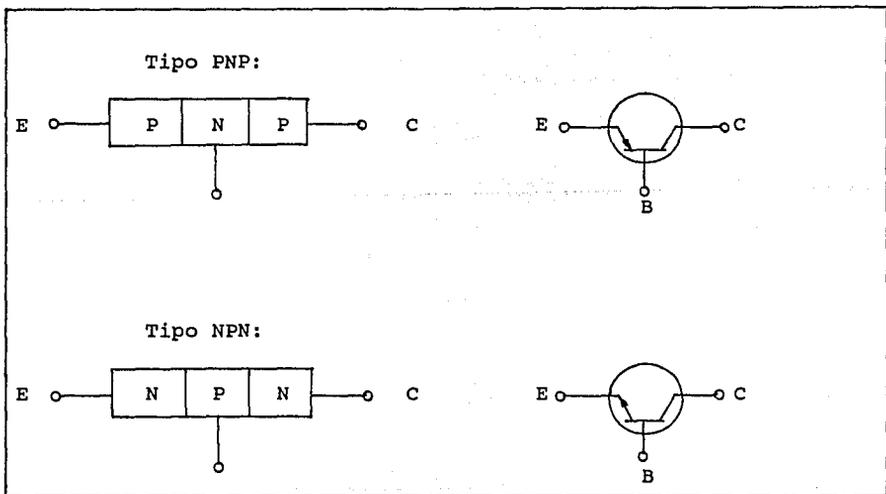


Figura 5.9

Las dos primeras letras de las designaciones N-P-N y P-N-P indican las respectivas polaridades de las tensiones aplicadas al emisor y al colector en condiciones normales de funcionamiento. En un transistor N-P-N el emisor se hace negativo con respecto al colector y a la base, siendo el colector positivo con respecto a la base y al emisor. En un transistor P-N-P, el emisor se hace positivo tanto con respecto al colector como a la base, mientras que el colector debe ser negativo con respecto a los dos electrodos restantes.

El transistor puede utilizarse para una amplia variedad de funciones de control, incluyendo amplificación, oscilación y conversión de frecuencia. Cuando se aplica corriente de señal débil a las terminales de entrada de un transistor, en sus terminales de salida aparecerá una reproducción amplificada de la misma señal.

Una forma de conexión para que el transistor trabaje en amplificación es la de "emisor común" (Fig. 5.10):

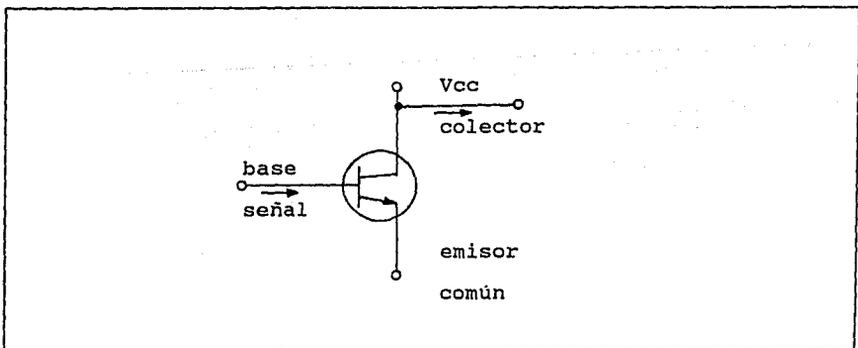


Figura 5.10

En este circuito, se introduce la señal en el circuito base-emisor y se extrae en el colector-emisor. En esta conexión, la ganancia de corriente se mide entre base y colector. Debido a que una pequeña variación en la corriente de base produce otra relativamente grande en la corriente de colector, en un circuito de emisor común la ganancia de corriente es siempre mayor que la unidad. En el circuito del drive, se colocan dos transistores con el fin de obtener una amplificación mayor de corriente.

Cuando la señal de entrada a la base es de cero volts, se dice que el transistor está en corte por estar polarizado, en condición no conductiva, lo cual quiere decir que hay una diferencia de potencial entre el colector y el emisor; es alta la diferencia de potencial pero baja la corriente.

Si la señal que entra a la base es diferente de cero volts, se dice que el transistor está en saturación, la diferencia de potencial entre colector y emisor es baja pero la corriente es alta, lográndose así la amplificación de corriente. Si la base se alimenta con un tren de pulsos, por ejemplo de cinco y cero volts, se tiene como resultado lo indicado en la figura 5.11.

Cada uno de los drives tiene cuatro transistores, que se encuentran dos en una terminal de las bobinas para que el motor gire en una dirección, y los otros en otra terminal para que el motor gire en la otra dirección, como se puede ver en la figura 5.12.

El transistor "1" se encuentra en corte, por lo cual la corriente no fluye hacia el emisor del transistor "1", pero fluye hacia el embobinado del motor hacia el colector del transmisor

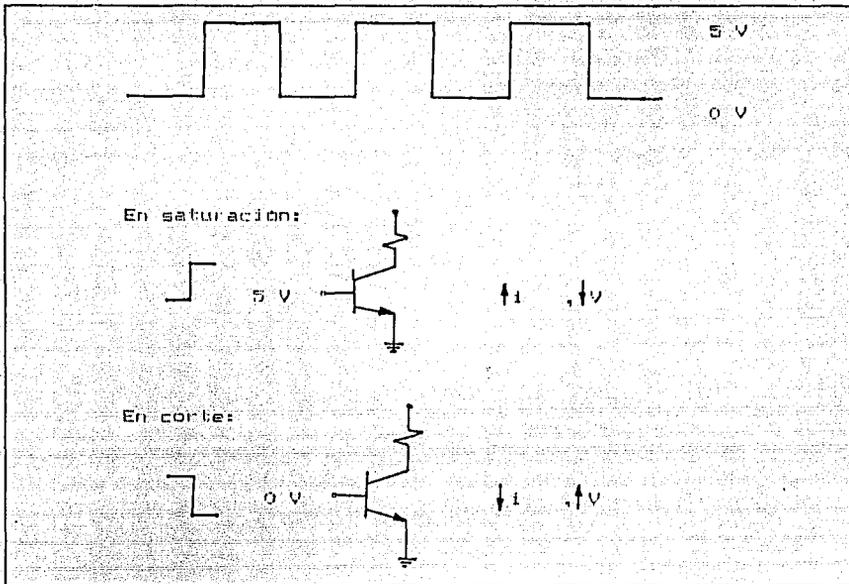


Figura 5.11

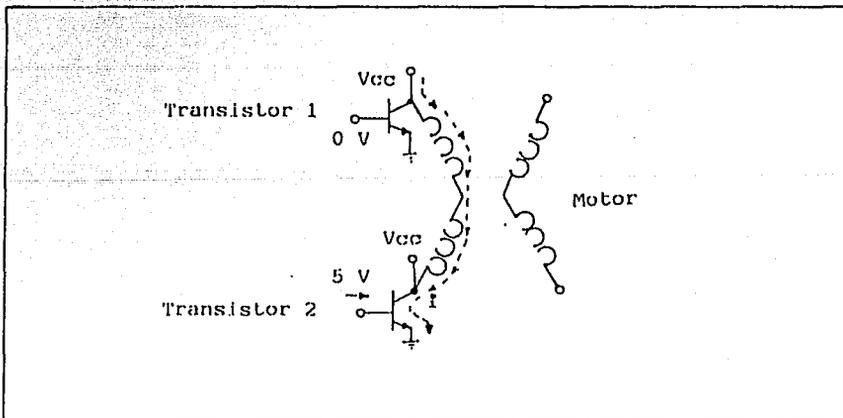


Figura 5.12

"2", que se encuentra en saturación y luego hacia el emisor conectado en común. Con esto se logra que el motor gire en una dirección, si se invierten las señales de alimentación a los transistores, el giro del motor se da en la dirección contraria.

Si las dos señales son iguales, de cinco volts, la corriente no puede fluir hacia ningún lado y el motor se mantiene estático. En el caso del manipulador hay que mantener activados los motores todo el tiempo aunque estén estáticos para que no pueda desplazarse alguna de sus partes por el peso de la carga y de las piezas del manipulador.

El circuito del drive, las corrientes y amplificación que se manejan en el manipulador se muestran en la figura 5.13:

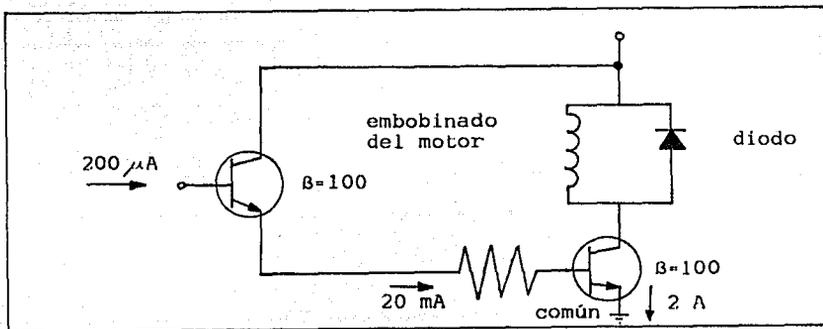


Figura 5.13

La función del diodo es la de descargar la bobina, con lo cual se eliminan los picos de voltaje que se tienen durante el estado transitorio de las señales y que puedan dañar algunas partes del circuito. La señal que se obtiene sin el diodo y la

que se obtiene con él, que es la deseada, tienen las formas mostradas en la figura 5.14:

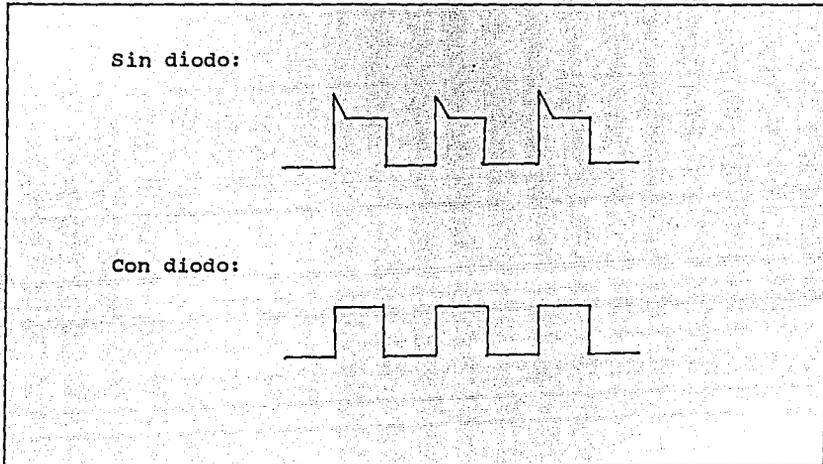


Figura 5.14

#### 5.4 SENSORES DE POSICION

Para el uso del manipulador un interés primario es el de controlar la posición del brazo, para lo cual en el diseño del manipulador se consideró la utilización de potenciómetros.

Los potenciómetros son dispositivos analógicos cuyo voltaje de salida es proporcional a la posición del cursor. La figura 5.15 muestra un diagrama de un potenciómetro.

Se aplica una diferencia de potencial a través del elemento resistivo y el voltaje entre el cursor y tierra es proporcional a la relación entre la resistencia en un lado del cursor y la resistencia total del elemento resistivo.

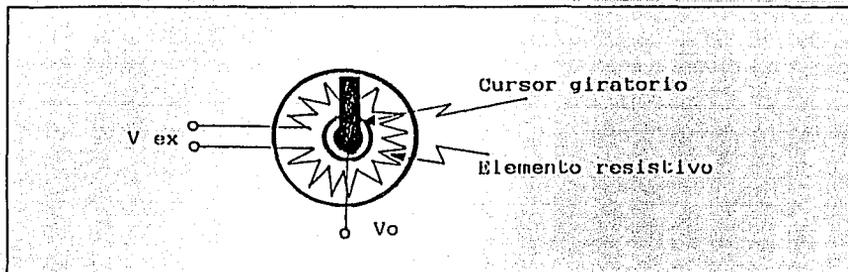


Figura 5.15

La energía que cruza el elemento resistivo es dividida en dos partes por el cursor, y la medición de esta energía proporciona el posicionamiento del cursor. La función del potenciómetro se puede representar mediante la función:

$$V_o(t) = K_p \theta(t)$$

donde  $V_o(t)$  es el voltaje de salida,

$K_p$  es la constante de tensión del potenciómetro en volts por radianes (o en volts por unidad de longitud en caso de potenciómetros lineales), y

$\theta(t)$  es la situación del potenciómetro en radianes (o en unidades de longitud).

Debido a que un potenciómetro requiere de una diferencia de potencial de excitación, se tiene que:

$$V_o = V_{ex} (\theta_{act} / \theta_{tot})$$

donde  $V_{ex}$  es el voltaje de excitación,

$\theta_{tot}$  es el avance total disponible del cursor, y

o act es la posición actual del cursor.

En el caso de este manipulador se utilizan potenciómetros de diez vueltas, las cuales cubren todo el desplazamiento posible en cada uno de los elementos móviles.

## 6. CONCLUSIONES

1. De los análisis estático, dinámico y del dimensionamiento de rodamientos utilizados en este manipulador se observa que los materiales elegidos superan los requerimientos mínimos en cuanto a propiedades mecánicas, por lo cual se concluye que este diseño cumple con un amplio margen los requisitos para trabajar con seguridad.

2. Por las características del diseño, el manipulador puede utilizarse para una gran variedad de funciones, ya que no fue diseñado para realizar una operación única y específica, sino por el contrario, con la idea de tener una amplia gama de aplicaciones.

3. Como se planteó desde el principio, se buscó que los materiales y elementos que constituyen el manipulador fueran preferentemente de fabricación nacional, aunque esto no fue posible llevarlo a cabo en su totalidad puesto que varios elementos, principalmente los electrónicos y los motores, no se fabrican en México.

4. El propósito de esta tesis es el de diseñar un prototipo de manipulador, por lo que la forma de producirlo a mayores escalas queda fuera del alcance de este trabajo. No se contemplan los aspectos que involucraría una producción de este tipo.

5. El campo de la robótica es muy amplio, y aunque esta tesis consiste únicamente en crear un diseño mecánico de un

manipulador, es parte de ese campo nuevo sobre el que convendría reflexionar. Sin duda, una nueva era de automatización y robótica en grandes dimensiones traerá consigo nuevos problemas, dificultades y trastornos sociales. Los problemas que se presentarán sobre lo que es bueno para los individuos y lo que es bueno para la sociedad, en conjunto, pueden resultar variados y algunos irresolubles para nuestra época y alcances.

6. El desarrollo de la robótica y la inteligencia artificial plantea muchas interrogantes, como por ejemplo: ¿Qué tipo de legislación se debe crear para la robótica?, ¿con qué características se deben crear los robots o con cuáles características no se deben crear?, ¿qué tareas únicamente deben ser desarrolladas por los seres humanos?, ¿qué pasará con las personas que sean desplazadas de sus labores por robots?, ¿cómo se comparará la inteligencia humana con la artificial, cuál será superior?, y muchas más, que al parecer los únicos pensadores que han intentado discutir estos cambios tecnológicos tan drásticos son los escritores de ciencia ficción.

## REFERENCIAS

1. Pékelis, V., PEQUEÑA ENCICLOPEDIA DE LA GRAN CIBERNETICA. Moscú. Editorial MIR, 1977. Página 19.
2. Angulo, J.A., Avilés, R., CURSO DE ROBOTICA. Madrid. Editorial Paraninfo, 1988. Página 14.
3. Freedman, A., GLOSARIO DE COMPUTACION. México. Editorial McGraw Hill, 1984. Página 282.
4. Ibidem, página 22.
5. Ibidem, página 160.
6. Ogata, K., INGENIERIA DE CONTROL MODERNA". México. Editorial Prentice Hall, 1987. Página 4.
7. Ibidem, página 6.
8. Angulo, J.A., ROBOTICA PRACTICA. Madrid. Editorial Paraninfo, 1986. Página 39.

## BIBLIOGRAFIA

- + Anand, C.  
Mecánica para ingenieros. Dinámica.  
México, Cía. Editorial Continental, 1976. 303 páginas.
  
- + Anand, Cunniff,  
Mecánica para ingenieros. Estática.  
México, Cía. Editorial Continental, 1976. 303 páginas.
  
- + Angulo, J.M., R. Avilés,  
Curso de robótica.  
Madrid, Editorial Paraninfo, 1988. 430 páginas.
  
- + Angulo, J. M.,  
Robótica práctica.  
Madrid, Editorial Paraninfo, 1986. 405 páginas.
  
- + Artobolevski,  
Mecanismos en la técnica moderna. 6 volúmenes.  
Moscú, Editorial MIR, 1977.
  
- + Asimov, I.  
Los robots.  
México, Editorial Roca, 1989. 536 páginas.
  
- + Ayres, Miller,  
Robotics. Applications and social implications.  
Cambridge, Massachusetts, Ballinger Publishing Company,  
1983. 339 páginas.

- + Braga, Newton C.,  
"Control de motores en robots paso a paso", en:  
Saber electrónica, México, Año 2, Número 13, 1991.  
Páginas 5 - 11.
- + Faires, V.M.,  
Diseño de elementos de máquinas.  
México, Editorial UTEHA, 1987. 802 páginas.
- + Freedman, A.,  
Glosario de computación.  
México, Mc Graw Hill, 1984. 396 páginas.
- + Galiana Mingot, T.  
Diccionario ilustrado de las ciencias. 2 volúmenes.  
México, Ediciones Larousse, 1987.
- + Greenwood, D.,  
Dispositivos electromecánicos.  
Buenos Aires, Editorial Hispano Americana S.A., 1966.  
345 páginas.
- + Groover, M.P.,  
Robótica industrial. Tecnología, programación y aplicaciones.  
Madrid, Mc Graw Hill, 1989. 600 páginas.

- + Herrán, José de la,  
"La robótica industrial", en:  
Cero uno cero, México, volumen IV, Número 7,  
septiembre, 1984. Páginas 26 y 27.
- + Hibbeler, R.C.,  
Mecánica para ingenieros. Dinámica.  
México, Cía. Editorial Continental, 1978. 599 páginas.
- + Hibbeler, R.C.,  
Mecánica para ingenieros. Estática.  
México, Cía. Editorial Continental, 1978. 495 páginas.
- + Marques de Souza, M. A.,  
"Brazo mecánico para MSX o PC", en:  
Saber electrónica, México, Año 2, Número 16, 1991.  
Páginas 5 - 14.
- + Meriam, J.L.,  
Mecánica. Dinámica.  
Barcelona, Editorial Reverté, 1965. 438 páginas.
- + Meriam, J.L.,  
Mecánica. Estática.  
Barcelona, Editorial Reverté, 1965. 405 páginas.

- + Minsky, M.  
Robótica. La última frontera de la alta tecnología.  
México, Editorial Planeta, 1987. 330 páginas.
  
- + Norton, P.,  
Inside the IBM PC and PS/2.  
Nueva York, Editorial Brady, 1990. 379 páginas.
  
- + Nueva enciclopedia temática. Volumen 7.  
México, Editorial Cumbre, 1976. 582 páginas.
  
- + Ogata, K.,  
Ingeniería de control moderna.  
México, Prentice Hall, 1988. 650 páginas.
  
- + Pékelis, V.  
Pequeña enciclopedia de la gran cibernética.  
Moscú, Editorial MIR, 1977. 423 páginas.
  
- + Programa standard FAG. Catálogo.  
Miami, FAG Interamericana AG, 1988. 796 páginas.
  
- + Rivin, E.I.,  
Mechanical design of robots.  
Nueva York, Mc Graw Hill, 1988. 325 páginas.

+ Shigley, Mitchell,

Diseño en ingeniería mecánica.

México, Mc Graw Hill, 1989. 915 páginas.

+ Shigley, Vicker,

Teoría de máquinas y mecanismos.

México, Mc Graw Hill, 1989. 613 páginas.

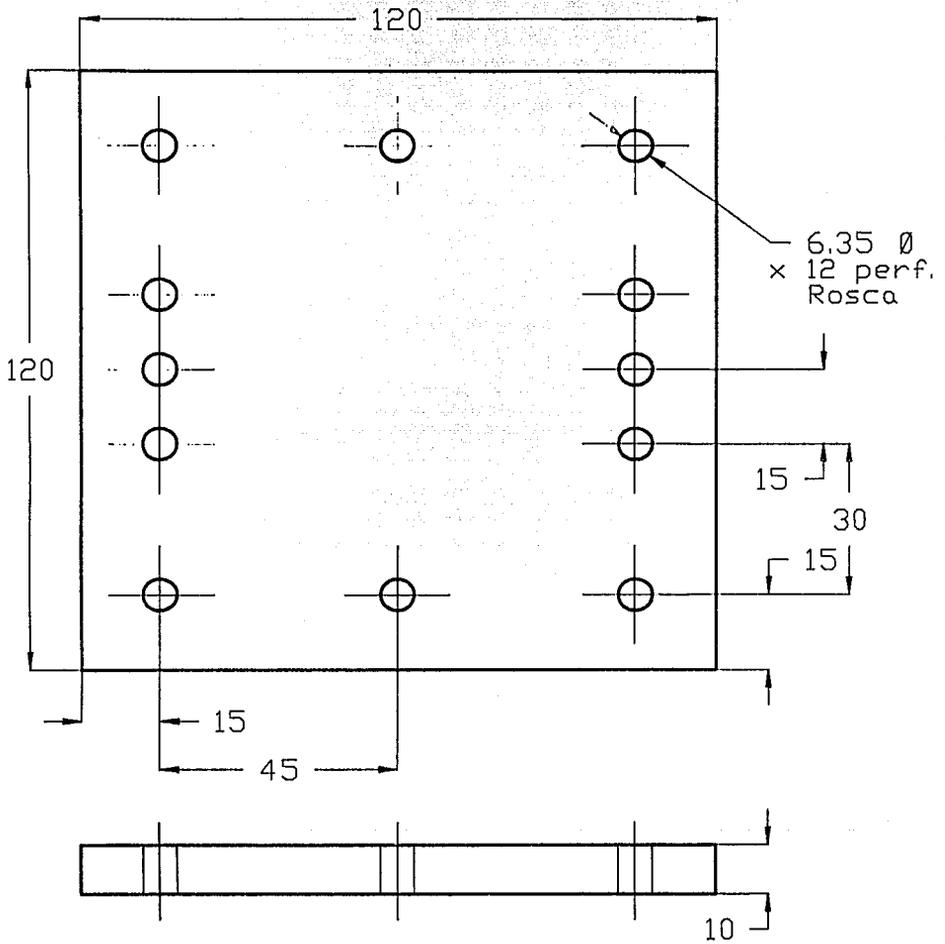
+ Williams, T.,

Historia de la tecnología, Volumen 5.

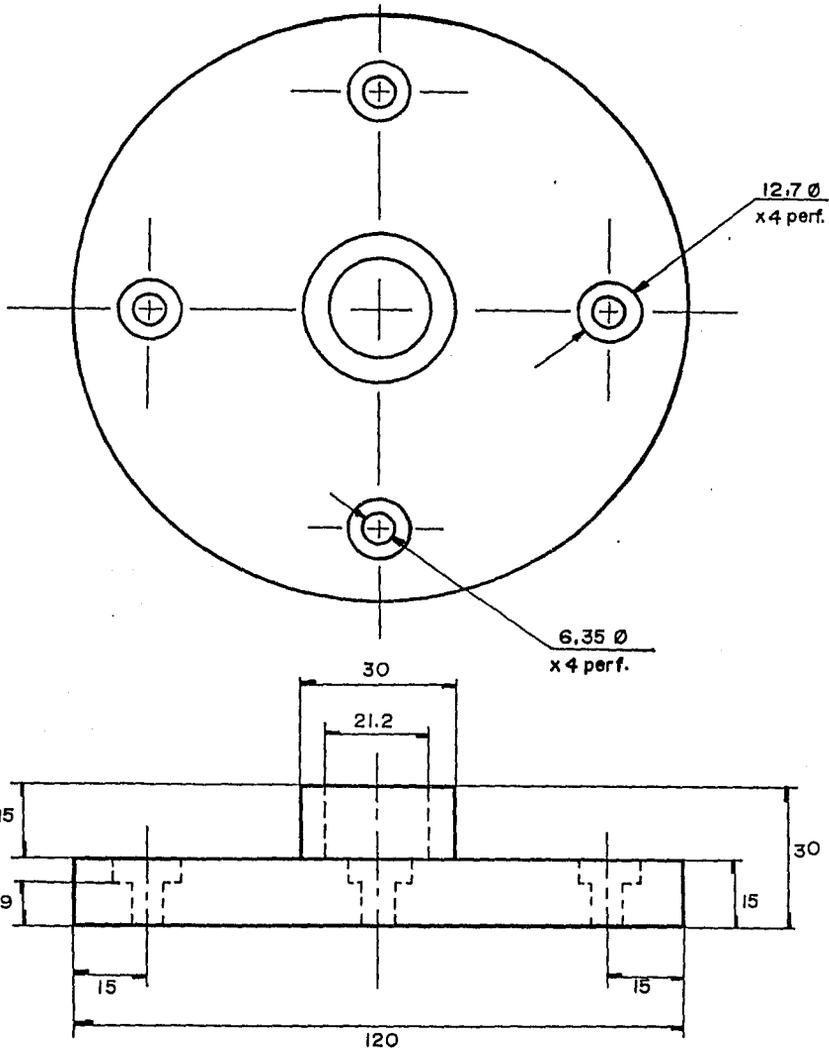
México, Editorial Siglo XXI, 1988. 607 páginas.

## APENDICES

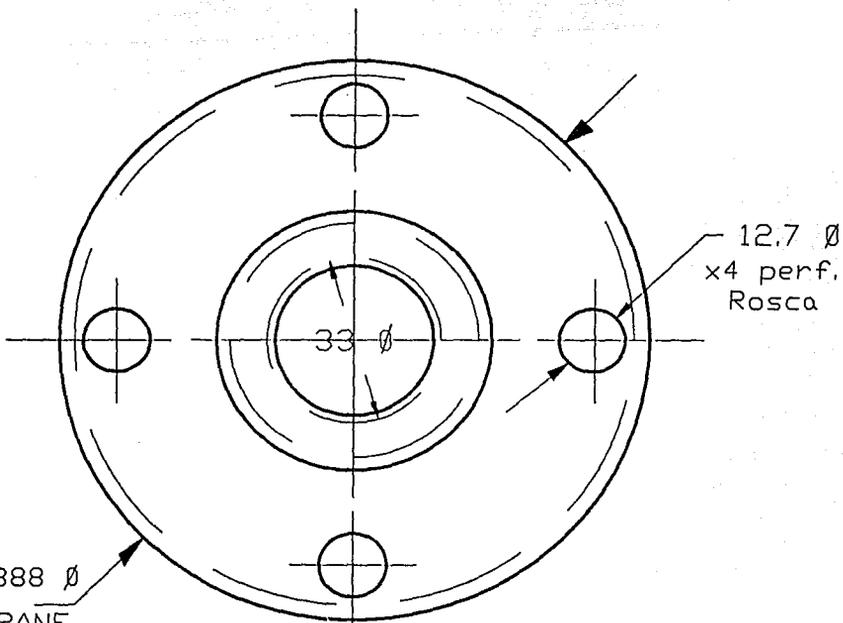
## A1. PIEZAS DEL MANIPULADOR



<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA  1
Esc. 1:1	Acot. mm	Enero 1993	Cantidad: 1 pieza	
Rosca: UNC 20 hilos/pul			Dibujó GMT	

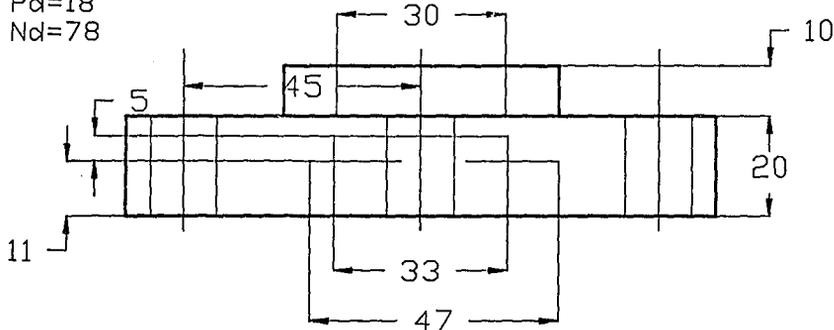


<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA
Esc. 1:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 1 pieza	
			Dibujo GMM	2

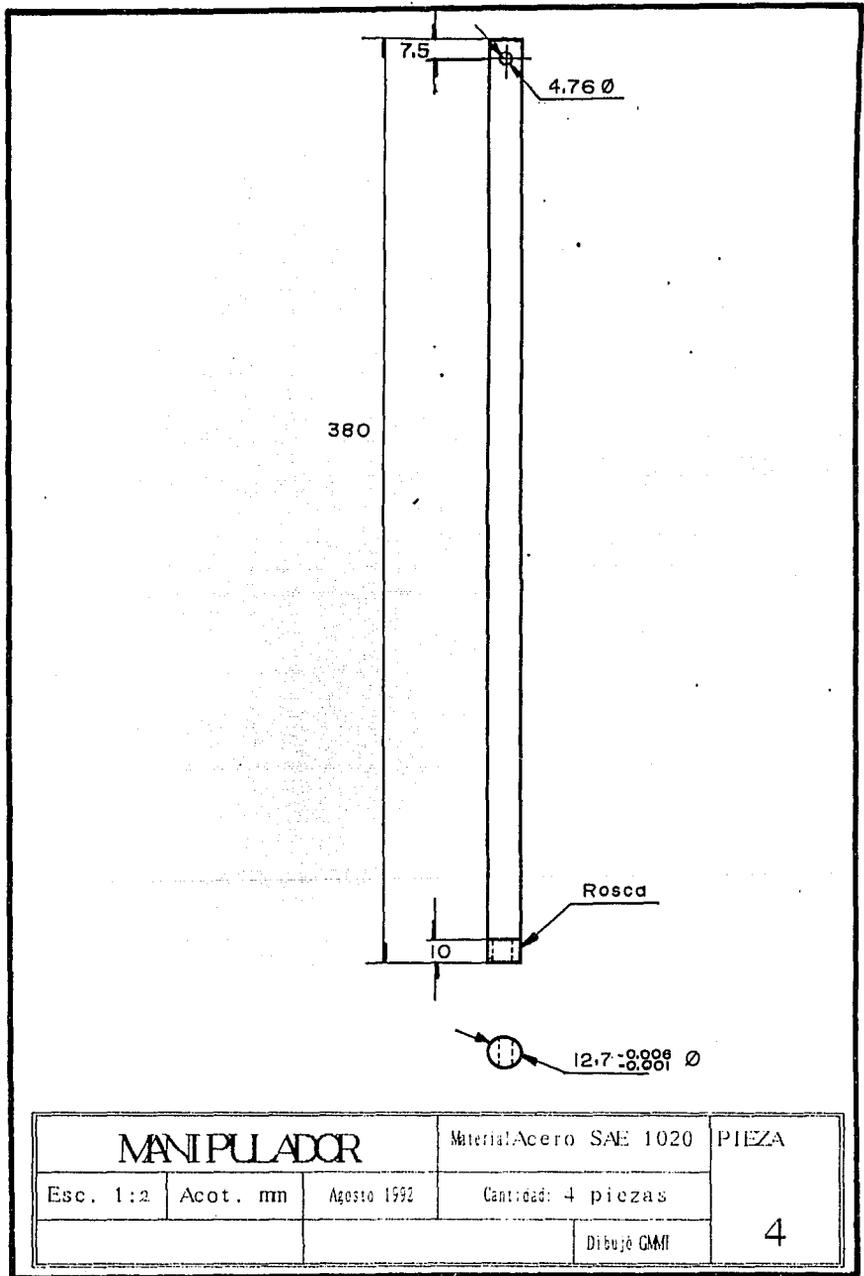


112.888  $\emptyset$   
 ENGRANE  
 Pd=18  
 Nd=78

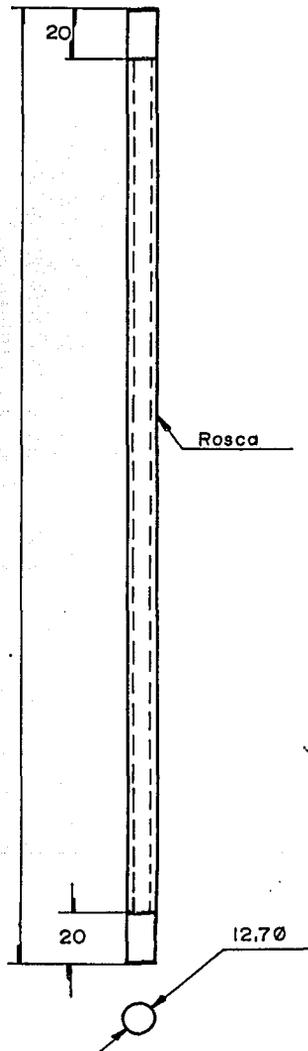
12.7  $\emptyset$   
 x4 perf.  
 Rosca



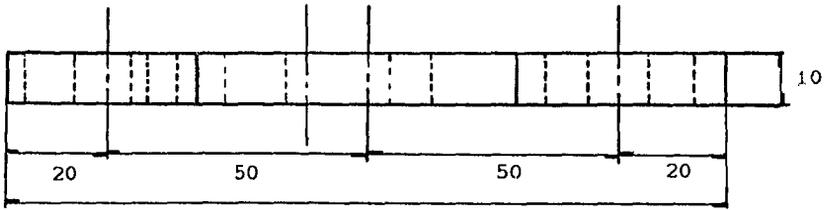
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA
Esc. 1:1	Acot. mm	Enero 1993	Cantidad: 1 pieza	
Rosca: UNC 24 hilos/pul			Dibujo GMMI	3



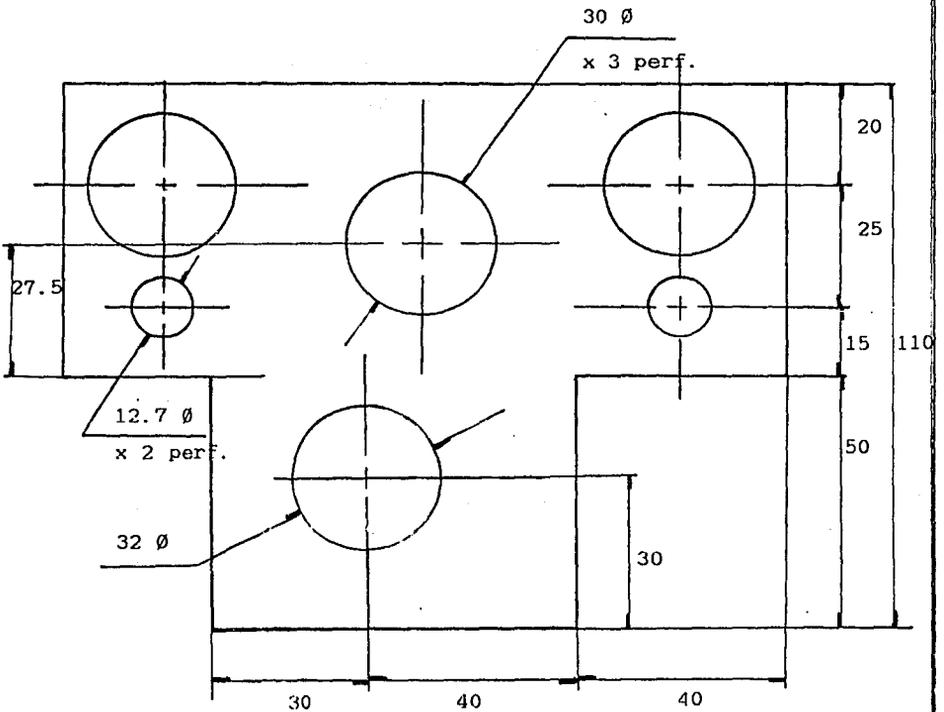
<b>MANIPULADOR</b>			Materia: Acero SAE 1020	PIEZA
Esc. 1:2	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 4 piezas	
			Dibujó GMI	4



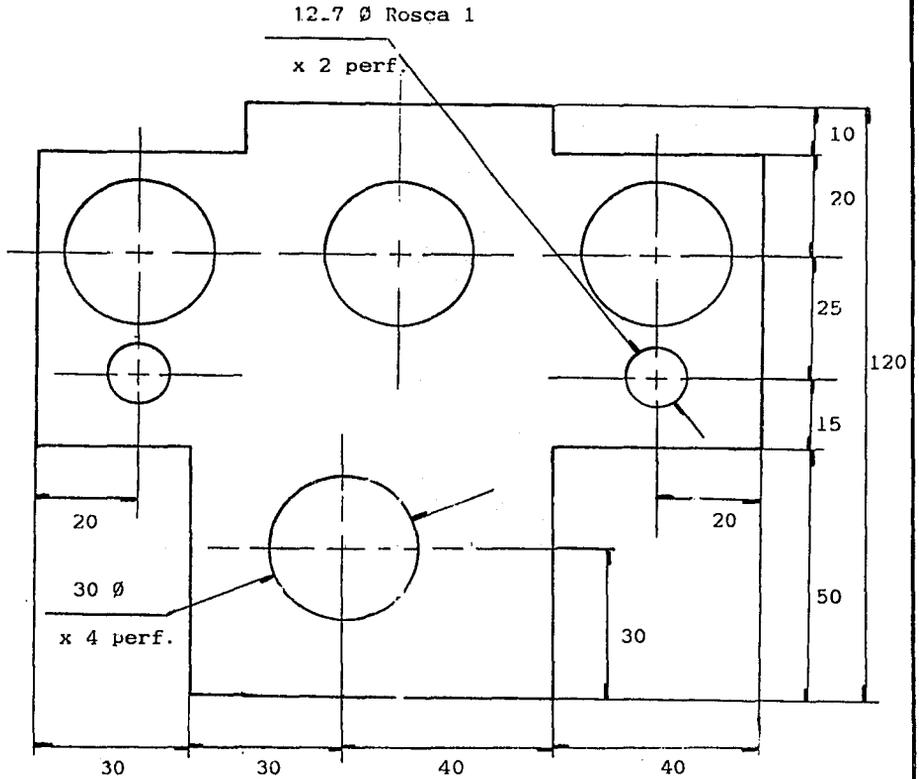
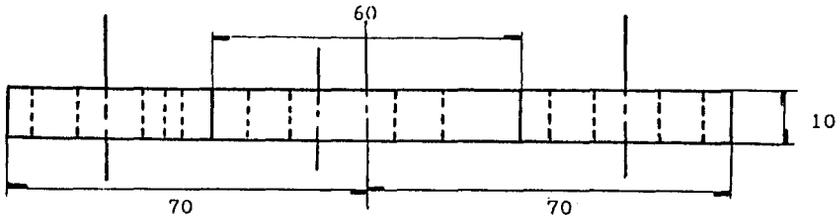
<b>MANIPULADOR</b>		Material Acero SAE 1020		PIEZA  5
Esc. 1:2	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 1 pieza	
Rosca: ACME 10 hilos/pul			Dibujó GMPT	



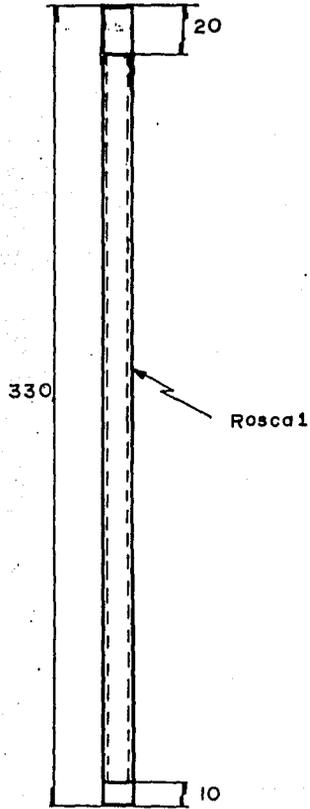
140



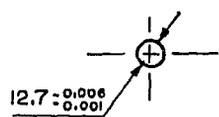
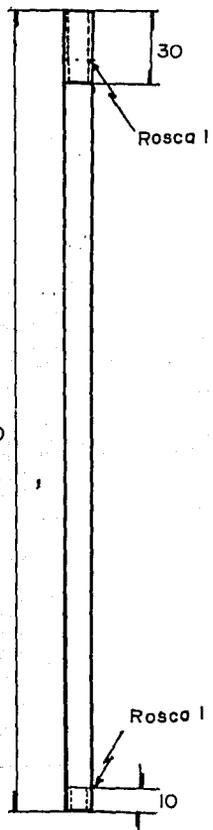
<b>MANIPULADOR</b>			Material Aluminio	PIEZA
Esc. 1:1	Acot. mm	Nov. 1992	Cantidad: 1 pieza	
			Dibujó GMMF	6



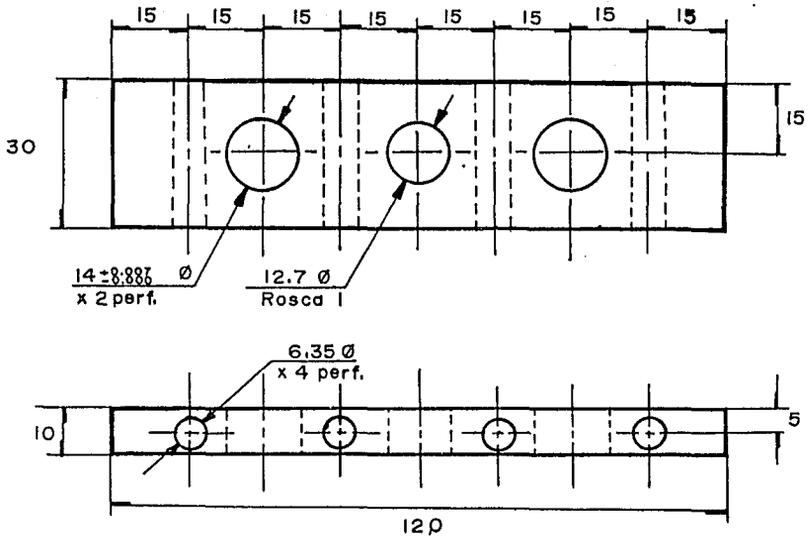
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA
Esc. 1:1	Acot. mm	Nov 1992	Cantidad: 1 pieza	
Rosca 1: UNC 24 hilos/pul			Dibujó GMMT	7



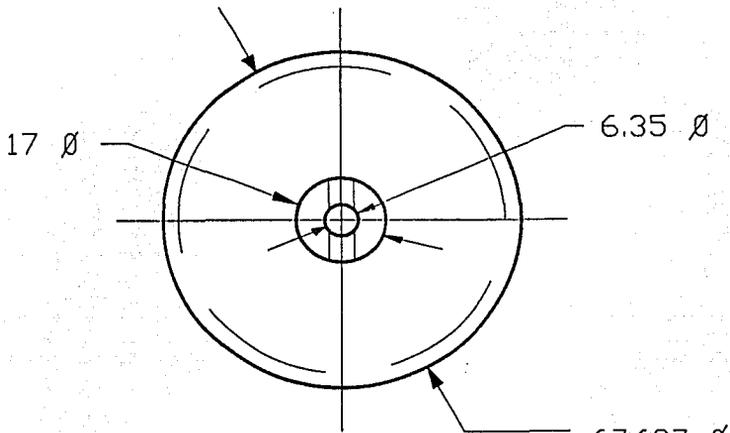
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Acero SAE 1020	PIEZA  8
Esc. 1:2	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 1 pieza	
Rosca 1: ACME 10 hilos/pul			Dibujo GMI	



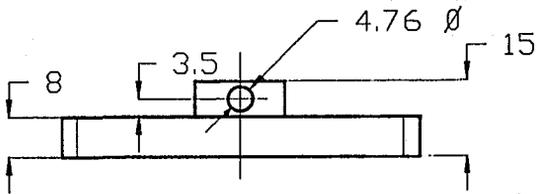
<b>MANIPULADOR</b>			Material Acero SAE 1020	PIEZA  9
Esc. 1:2	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 2 piezas	
Rosca 1: UNC 13 hilos/pul			Dibaje GMMI	



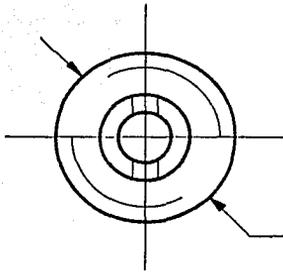
<b>MANIPULADOR</b>			Material Acero SAE 1020	PIEZA
Esc. 1:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 2 piezas	
Rosca 1: ACME 10 hilos/pul			Dibujo GMMI	10



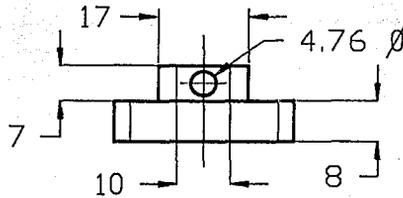
67.627  $\emptyset$   
 ENGRANE  
 Pd = 18  
 N = 46



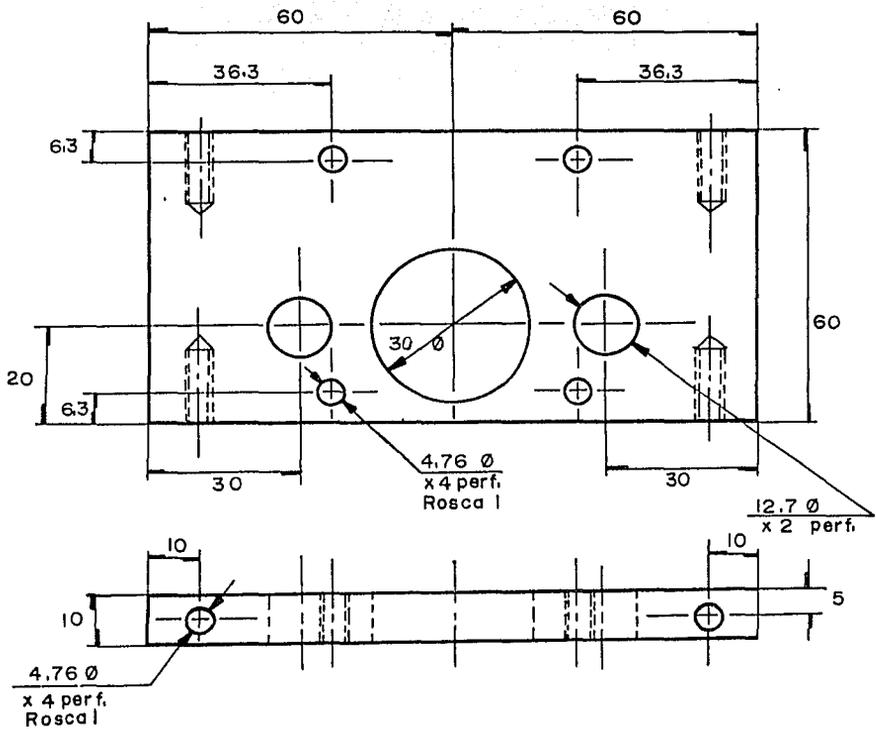
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA
Esc. 2:1	Acot. mm	Enero 1993	Cantidad: 1 pieza	
			Dibujó GMMT	11



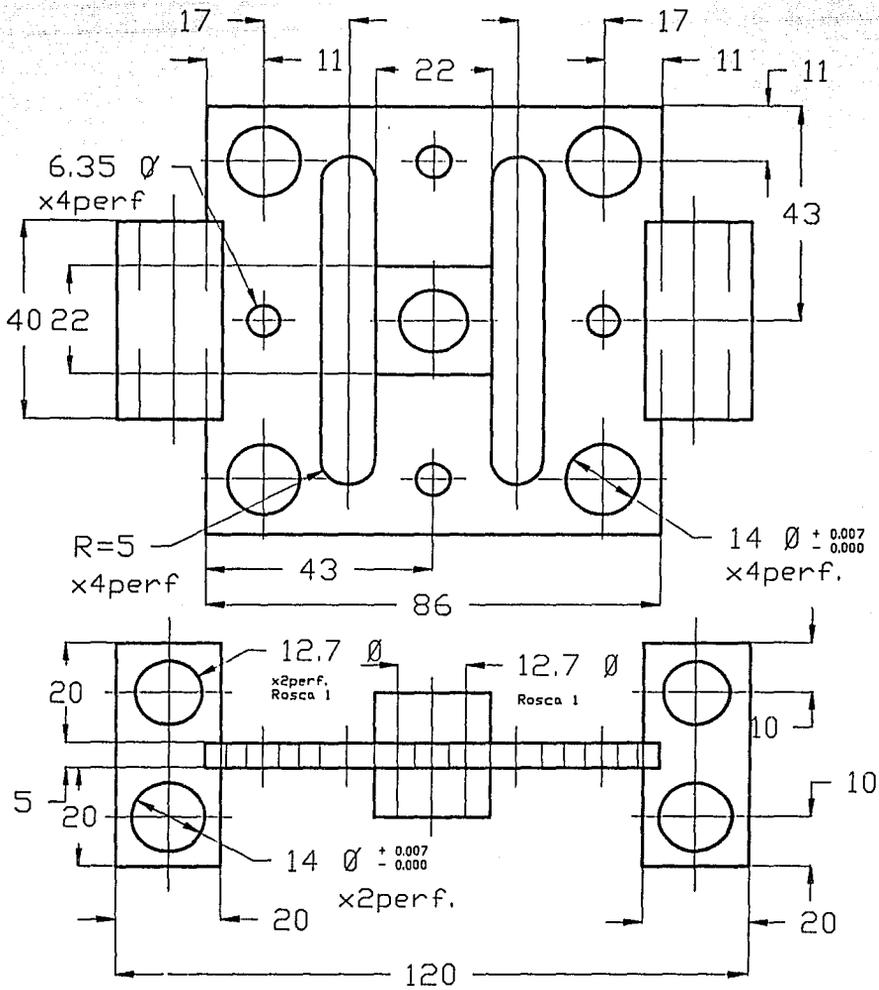
33.760  $\varnothing$   
 ENGRANE  
 Pd = 18  
 N = 22



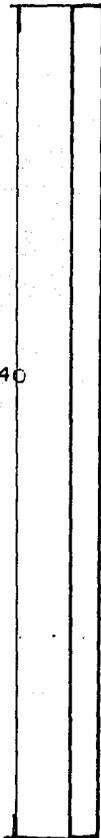
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA
Esc. 2:1	Acot. mm	Enero 1993	Cantidad: 2 piezas	
			Dibujo GMT	12



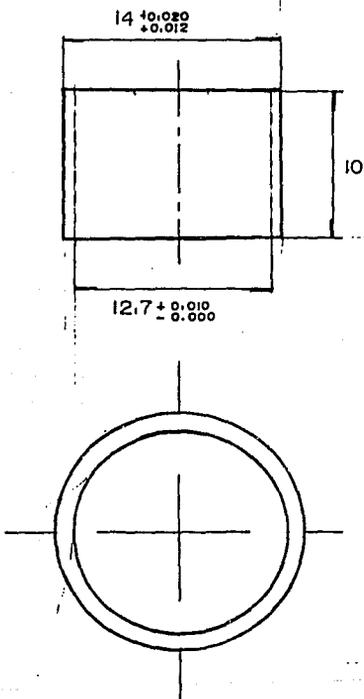
<b>MANIPULADOR</b>			Material Acero SAE 1020	PIEZA
Esc. 1:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 2 piezas	13
Rosca 1: UNC 20 hilos/pul			Dibujo CMMI	



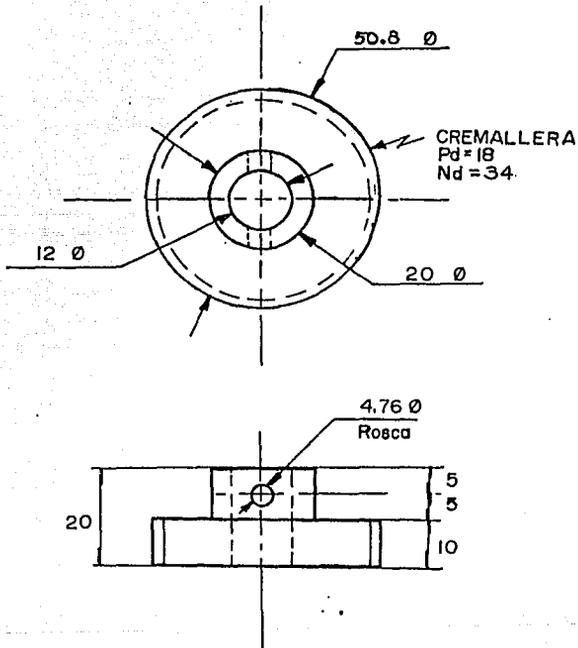
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Acero SAE 1020	PIFZA
Esc. 1:1	Acot. mm	Enero 1993	Cantidad: 1 piezas	
Rosca 1: ACME 10 hilos/pul			Dibujo GMMT	
				<b>14</b>



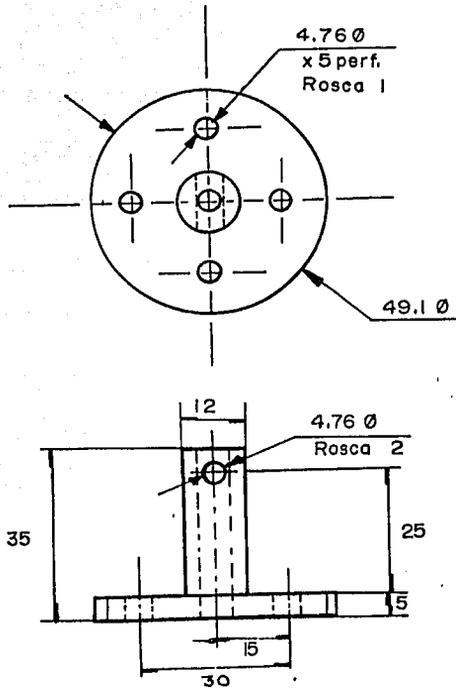
<b>MANIPULADOR</b>			Material Acero SAE 1020	PIEZA
Esc. 1:2	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 1 pieza	
			Dibujo GMT	15



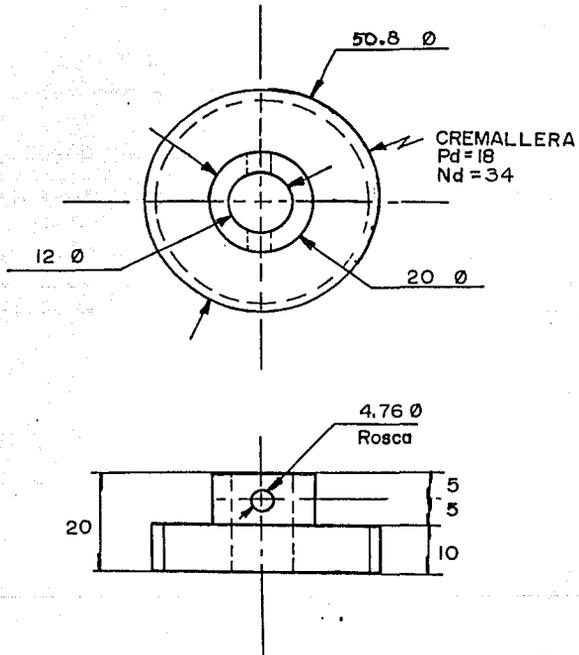
MANIPULADOR			Material: Bronce	PIEZA
Esc. 3:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 12 piezas	
			Dibujó CMMI	16



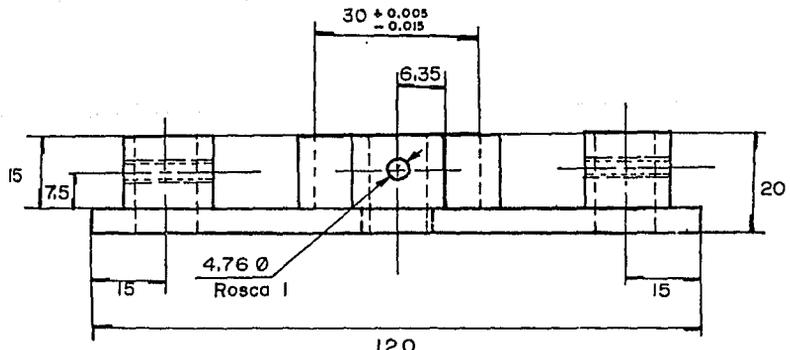
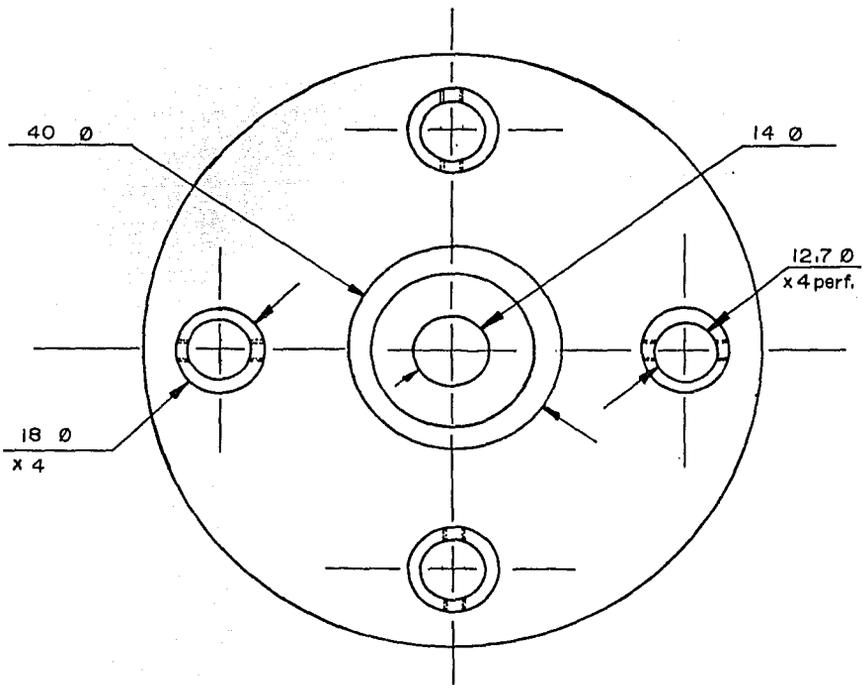
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA  17
Esc. 1:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 1 pieza	
Rosca 1: UNC 24 hilos/pul			Dibujó GMT	



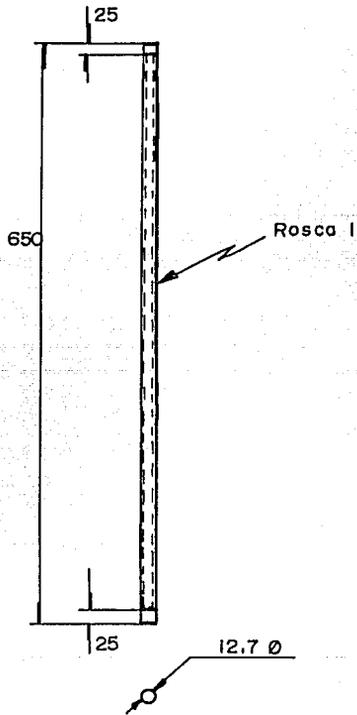
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Acero SAE 1020	PIEZA  18
Esc. 1:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 1 pieza	
Rosca 1: UNC 24 hilos/pul		Rosca 2: UNC 24 hilos/pul	Dibujó GMMF	



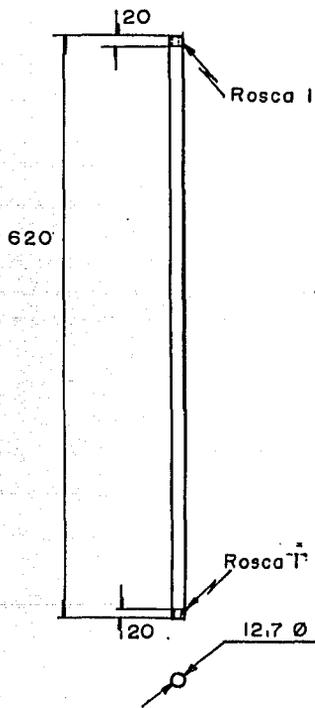
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA  19
Esc. 1:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 2 piezas	
Rosca 1: UNC 24 hilos/pul			Dibujo GMT	



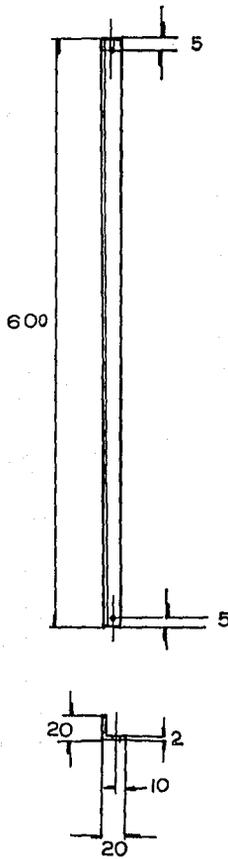
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA  20
Esc. 1:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 1 pieza	
Rosca 1: UNC 24 hilos/pu!			Dibujo GMT	



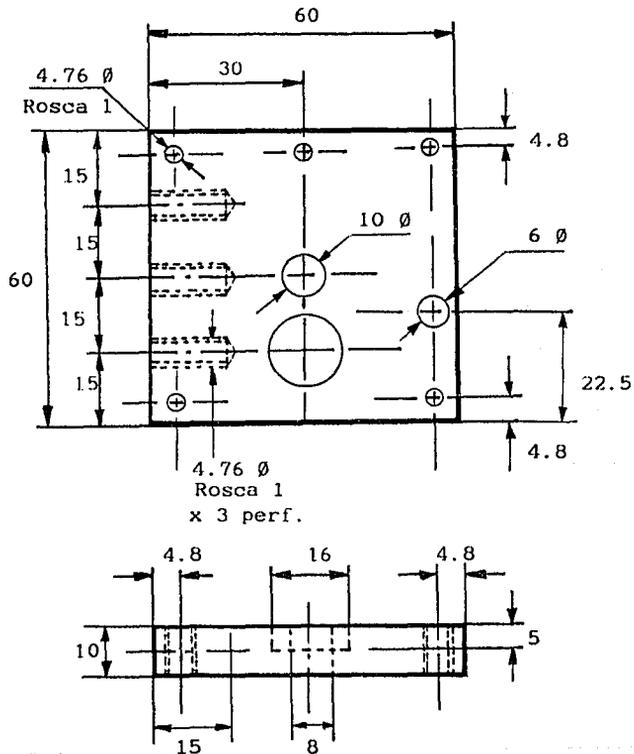
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Acero SAE 1020	PIEZA  21
Esc. 1:2	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 1 pieza	
Rosca 1: ACME 10 hilos/pui			Dibujo GAMI	



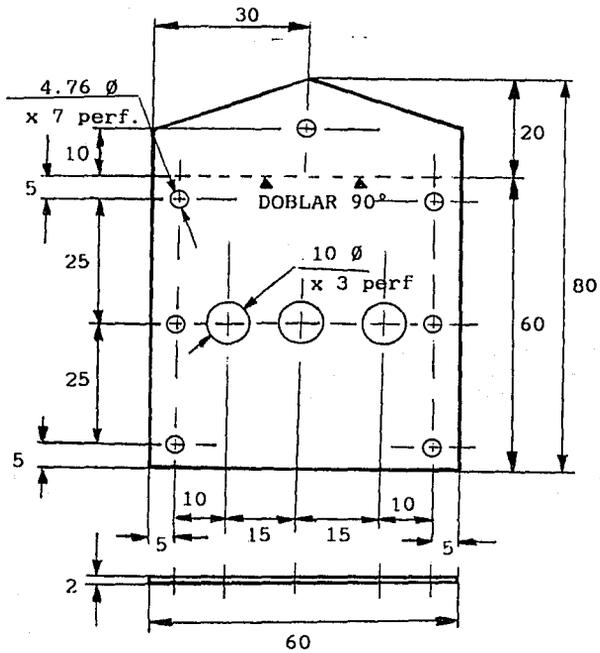
<b>MANIPULADOR</b>			Material: Acero SAE 1020	PIEZA  22
Esc. 1:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 2 piezas	
Rosca 1: UNC 13 hilos/pul			Dibujo GMM	



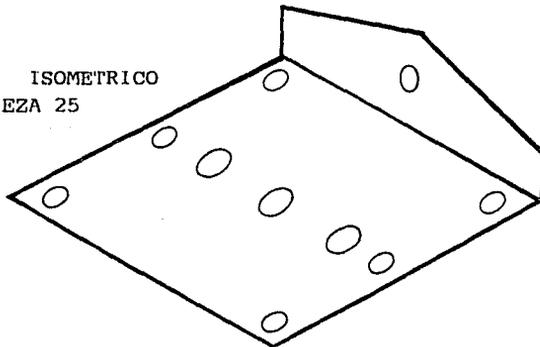
MANIPULADOR			Material: Acero SAE 1020	PIEZA
Esc. 1:5	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 4 piezas	
			Dibajó GMM	23



<b>MANIPULADOR</b>			Materia: Aluminio	PIEZA  24
Esc. 1:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 1 pieza	
Rosca 1: UNC 24 hilos/pul			Dibujo GMMI	



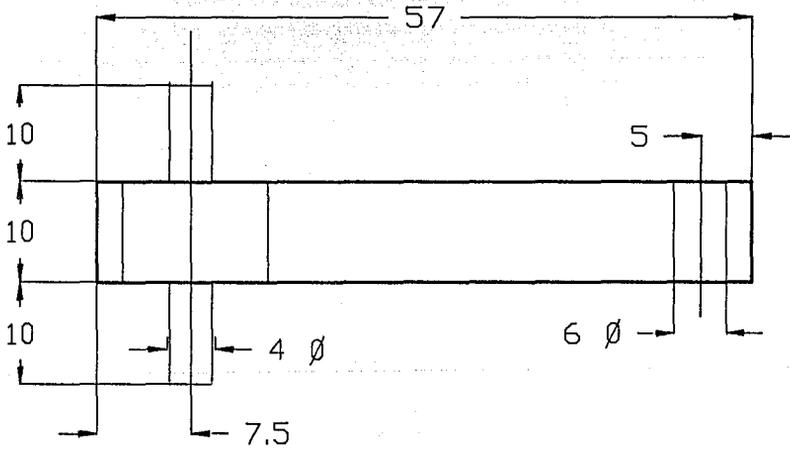
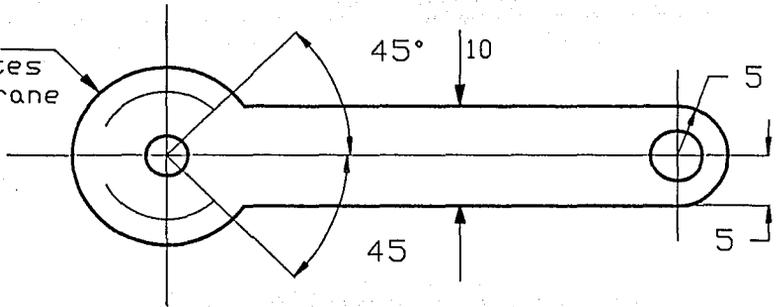
ISOMETRICO  
PIEZA 25



<b>MANIPULADOR</b>		Material: Aluminio		PIEZA
Esc. 1:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 2 piezas	
			Dibujo GAMI	25

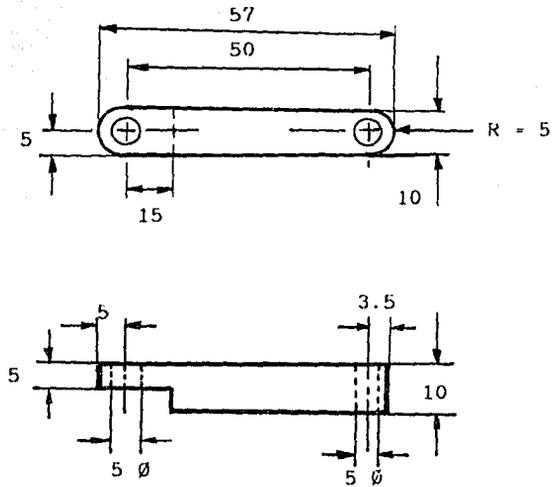


R=8.89  
 10 dientes  
 de engrane  
 Pd=18

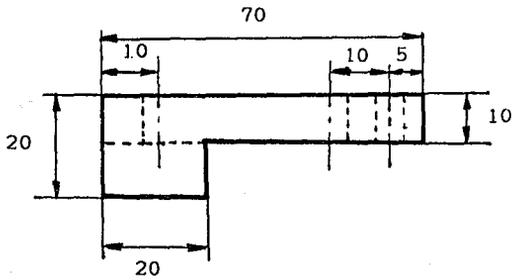
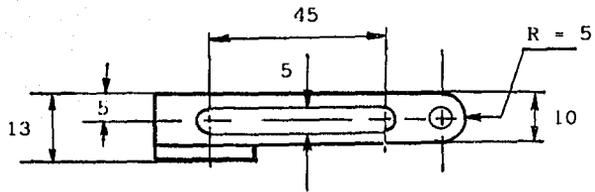


<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA
Esc. 2:1	Acot. mm	Enero 1993	Cantidad: 1 pieza	
			Dibujo GMM	27





<b>MANIPULADOR</b>			Material: Aluminio	PIEZA
Esc. 2:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 2 piezas	
			Dibujó GMP	29



<b>MANIPULADOR</b>			Materia: Aluminio	PIEZA
Esc. 2:1	Acot. mm	Agosto 1992	Cantidad: 2 piezas	
			Dibujo GMM	30

**A2. CENTROIDES Y MOMENTOS  
DE INERCIA DE LAS PIEZAS**

El centroide de un sistema es un punto en el que se puede considerar que un sistema de fuerzas distribuidas está concentrado, con el mismo efecto exactamente.

Para encontrar las coordenadas del centroide en una figura volumétrica compuesta se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$X = \frac{\sum_{i=1}^n V_i X_i}{\sum_{i=1}^n V_i}$$

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^n V_i Y_i}{\sum_{i=1}^n V_i}$$

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n V_i Z_i}{\sum_{i=1}^n V_i}$$

donde:  $n$  es el número de figuras,  $V_i$  el volumen de la figura número "i",  $X, Y$  y  $Z$  las coordenadas del centroide de la figura.

El momento de inercia de un cuerpo es una medida de la resistencia inercial a la aceleración. Para calcular los momentos de inercia de las piezas del manipulador, se utilizaron las tablas de momentos de inercia de masas que se encuentran en los libros de mecánica citados en la bibliografía.

## A2.1 Centroides de las piezas

PIEZA 1

Material: ALUMINIO                      Densidad: 2800 [kg/m cub]  
 Volumen = 0.00014 [m cub]              Peso = 0.392 [kg]

F	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	144000.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	-316.692	-45.000	45.000	0.000	14251.148	-14251.148	0.000
3	-316.692	-45.000	15.000	0.000	14251.148	-4750.383	0.000
4	-316.692	-45.000	0.000	0.000	14251.148	0.000	0.000
5	-316.692	-45.000	-15.000	0.000	14251.148	4750.383	0.000
6	-316.692	-45.000	-45.000	0.000	14251.148	14251.148	0.000
7	-316.692	0.000	45.000	0.000	0.000	-14251.148	0.000
8	-316.692	0.000	-45.000	0.000	0.000	14251.148	0.000
9	-316.692	45.000	45.000	0.000	-14251.148	-14251.148	0.000
10	-316.692	45.000	15.000	0.000	-14251.148	-4750.383	0.000
11	-316.692	45.000	0.000	0.000	-14251.148	0.000	0.000
12	-316.692	45.000	-15.000	0.000	-14251.148	4750.383	0.000
13	-316.692	45.000	-45.000	0.000	-14251.148	14251.148	0.000
T	140199.694				0.000	0.000	0.000

Coordenadas del Centroide  
 (ejes en el centro de la pieza)

X=xV/V = 0.000  
 Y=yv/V = 0.000  
 Z=zV/V = 0.000

\*\*\*\*\*

PIEZA 2

Material: ALUMINIO                      Densidad: 2800 [kg/m cub]  
 Volumen = 0.000169 [m cub]              Peso = 0.476 [kg]

F	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	164351.165	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	10602.875	0.000	0.000	15.000	0.000	0.000	159043.130
3	-5234.840	0.000	0.000	15.000	0.000	0.000	-79422.605
4	-760.061	-45.000	0.000	4.500	34202.755	0.000	-3420.276
5	-760.061	0.000	-45.000	4.500	0.000	34202.755	-3420.276
6	-760.061	45.000	0.000	4.500	-34202.755	0.000	-3420.276
7	-760.061	0.000	45.000	4.500	0.000	-34202.755	-3420.276
8	-285.023	-45.000	0.000	-3.000	12826.033	0.000	855.069
9	-285.023	0.000	-45.000	-3.000	0.000	12826.033	855.069
10	-285.023	45.000	0.000	-3.000	-12826.033	0.000	855.069
11	-285.023	0.000	45.000	-3.000	0.000	-12826.033	855.069
T	165478.864				0.000	0.000	69359.699

Coordenadas del Centroide  
 (ejes en el centro de la pieza)

X=xV/V = 0.000  
 Y=yv/V = 0.000  
 Z=zV/V = 0.419

PIEZA 3

Material: ALUMINIO      Densidad: 2800 [kg/m cub]

Volumen = 0.000828 [m cub]      Peso = 0.2318 [kg]

F	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	200574.986	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	21237.166	0.000	0.000	15.000	0.000	0.000	318557.495
3	-7068.583	0.000	0.000	15.000	0.000	0.000	-106026.752
4	-4021.239	0.000	0.000	12.500	0.000	0.000	-50265.482
5	-17349.445	0.000	0.000	-5.000	0.000	0.000	86747.227
6	-2533.537	0.000	45.000	0.000	0.000	-114009.183	0.000
7	-2533.537	-45.000	0.000	0.000	114009.183	0.000	0.000
8	-2533.537	0.000	-45.000	0.000	0.000	114009.183	0.000
9	-2533.537	45.000	0.000	0.000	-114009.183	0.000	0.000
T	183238.735				0.000	0.000	249010.488

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

X=xV/V = 0.000  
Y=yv/V = 0.000  
Z=zV/V = 1.359

\*\*\*\*\*

PIEZA 4

Material: ACERO SAE 1020      Densidad: 7800 [kg/m cub]

Volumen = 0.000479 [m cub]      Peso = 0.373 [kg]

F	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	48137.211	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	-226.000	0.000	0.000	182.500	0.000	0.000	-41244.912
T	47911.211				0.000	0.000	-41244.912

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

X=xV/V = 0.000  
Y=yv/V = 0.000  
Z=zV/V = -0.861

PIEZA 5

Material: ACERO SAE 1020      Densidad: 7800 (kg/m cub)

Volumen = 0.000481 (m cub)      Peso = 0.375 (kg)

F	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	48137.211	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
T	48137.211				0.000	0.000	0.000

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X &= xV/V &= & 0.000 \\ Y &= yV/V &= & 0.000 \\ Z &= zV/V &= & 0.000 \end{aligned}$$

PIEZA 6

Material: ALUMINIO      Densidad: 2800 (kg/m cub)

Volumen = 0.000557 (m cub)      Peso = 0.156 (kg)

F	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	84000	0	0	30	0.000	0.000	2520000.00
2	3500	0	-10	-25	0.000	-35000.000	-87500.00
3	-7068.58347	0	-50	40	0.000	353429.174	-282743.34
4	-7068.58347	0	0	27.5	0.000	0.000	-194386.05
5	-7068.58347	0	50	40	0.000	-353429.174	-282743.34
6	-8042.47719	0	-10	-20	0.000	80424.772	160849.54
7	-1266.76869	0	-50	15	0.000	63338.435	-19001.53
8	-1266.76869	0	50	15	0.000	-63338.435	-19001.53
T	55718.235				0.000	45424.772	1795473.760

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X &= xV/V &= & 0.000 \\ Y &= yV/V &= & 0.815 \\ Z &= zV/V &= & 32.224 \end{aligned}$$

FIEZA 7

Material: ALUMINIO      Densidad: 2800 (kg/m cub)  
 Volumen = 0.000941 (m cub)      Peso = 0.263 (kg)

F	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	6000	0	0	60	0.000	0.000	360000.000
2	84000	0	0	30	0.000	0.000	2520000.000
3	35000	0	-10	-25	0.000	-350000.000	-875000.000
4	-7068.58347	0	-50	40	0.000	353429.174	-282743.339
5	-7068.58347	0	0	40	0.000	0.000	-282743.339
6	-7068.58347	0	50	40	0.000	-353429.174	-282743.339
7	-7068.58347	0	-10	-20	0.000	70685.835	141371.669
8	-1266.76869	0	-50	15	0.000	63338.435	-19001.530
9	-1266.76869	0	50	15	0.000	-63338.435	-19001.530
T	94192.129				0.000	-279314.165	1260138.592

Coordenadas del Centroides  
 (ejes en el centro de la pieza)

X=xV/V = 0.000  
 Y=yv/V = -2.965  
 Z=zV/V = 13.378

PIEZA 8

Material: ACERO SAE 1020      Densidad: 7800 (kg/m cub)  
 Volumen = 0.000041 (m cub)      Peso = 0.326 (kg)

F	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	41803.36702	0	0	0	0.000	0.000	0.000
T	41803.367				0.000	0.000	0.000

Coordenadas del Centroides  
 (ejes en el centro de la pieza)

X=xV/V = 0.000  
 Y=yv/V = 0.000  
 Z=zV/V = 0.000

PIEZA 9

Material: ACERO SAE 1020 Densidad: 7800 (kg/m cub)

Volumen = 0.000095 (m cub) Peso = 0.266 (kg)

F	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	41803.367	0	0	0	0.000	0.000	0.000
T	41803.367				0.000	0.000	0.000

Coordenadas del Centroida  
(ejes en el centro de la pieza)

$X=xV/V = 0.000$   
 $Y=yv/V = 0.000$   
 $Z=zV/V = 0.000$

\*\*\*\*\*

PIEZA 10

Material: ALUMINIO Densidad: 2800 (kg/m cub)

Volumen = 0.000027 (m cub) Peso = 0.217 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	36000.000	0	0	0	0.000	0.000	0.000
2	-1539.380	-30	0	0	46181.412	0.000	0.000
3	-1266.769	0	0	0	0.000	0.000	0.000
4	-1266.769	30	0	0	-38003.061	0.000	0.000
5	-950.077	-45	0	0	42753.444	0.000	0.000
6	-950.077	-15	0	0	14251.148	0.000	0.000
7	-950.077	15	0	0	-14251.148	0.000	0.000
8	-950.077	45	0	0	-42753.444	0.000	0.000
T	28126.776				8178.351	0.000	0.000

Coordenadas del Centroida  
(ejes en el centro de la pieza)

$X=xV/V = 0.291$   
 $Y=yv/V = 0.000$   
 $Z=zV/V = 0.000$

PIEZA 11

Material: ALUMINIO                      Densidad: 2800 [kg/m cub]

Volumen = 0.000293 [m cub]              Peso = 0.082 [kg]

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV
1	28586.215	0	0	0	0.000	0.000
2	1588.860	4	0	0	6355.442	0.000
3	-475.038	0	0	0	0.000	0.000
4	-302.519	7.5	0	0	-2268.893	0.000
sum	29397.518				4086.549	0.000

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X=&xV/V = 0.139 \\ Y=&yV/V = 0.000 \\ Z=&zV/V = 0.000 \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

PIEZA 12

Material: ALUMINIO                      Densidad: 2800 [kg/m cub] -

Volumen = 0.000072 [m cub]              Peso = 0.020 [kg]

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV
1	7086.711	0	0	0	0.000	0.000
2	1588.860	3.5	0	0	5561.012	0.000
3	-1178.097	0	0	0	0.000	0.000
4	-302.519	3.5	0	0	-1058.817	0.000
sum	7194.955				4502.195	0.000

(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X=&xV/V = 0.626 \\ Y=&yV/V = 0.000 \\ Z=&zV/V = 0.000 \end{aligned}$$

FIEZA 13

Material: ACERO SAE 1020 Densidad: 7800 (kg/m cub)

Volumen = 0.000059 (m cub) Peso = 0.462 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	72000.000	0	0	0	0.000	0.000	0.000
2	-7068.583	0	0	-10	0.000	0.000	70685.835
3	-177.952	-23.7	0	-23.7	4217.471	0.000	4217.471
4	-177.952	-23.7	0	23.7	4217.471	0.000	-4217.471
5	-177.952	23.7	0	23.7	-4217.471	0.000	-4217.471
6	-177.952	23.7	0	-23.7	-4217.471	0.000	4217.471
7	-1266.769	-30	0	-10	38003.061	0.000	12667.687
8	-1266.769	30	0	-10	-38003.061	0.000	12667.687
9	-266.929	-50	0	-22.5	13346.428	0.000	6005.893
10	-266.929	-50	0	22.5	13346.428	0.000	-6005.893
11	-266.929	50	0	22.5	-13346.428	0.000	-6005.893
12	-266.929	50	0	-22.5	-13346.428	0.000	6005.893
sum	60618.355				0.000	0.000	96021.209

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X &= xV/V = 0.000 \\ Y &= yV/V = 0.000 \\ Z &= zV/V = 1.584 \end{aligned}$$

FIEZA 15

Material: ACERO SAE 1020 Densidad: 7800 (kg/m cub)

Volumen = 0.000043 (m cub) Peso = 0.336 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	43070.136	0	0	0	0	0	0
sum	43070.136				0.000	0.000	0.000

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X &= xV/V = 0.000 \\ Y &= yV/V = 0.000 \\ Z &= zV/V = 0.000 \end{aligned}$$

PIEZA 14

Materia: ACERO SAE 1020      Densidad: 7800. (kg/m cub)

Volumen = 0.000839 (m cub)      Peso = 0.6544 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	36980.000	0	0	0	0.000	0.000	0.000
2	16000.000	0	-43	12.5	0.000	-688000.000	200000.000
3	16000.000	0	43	12.5	0.000	688000.000	200000.000
4	16000.000	0	-43	-12.5	0.000	-688000.000	-200000.000
5	16000.000	0	43	-12.5	0.000	688000.000	-200000.000
6	4840.000	0	0	-7.5	0.000	0.000	36300.000
7	4840.000	0	0	-7.5	0.000	0.000	-36300.000
8	3400.000	0	-51.5	0	0.000	-175100.000	0.000
9	3400.000	0	51.5	0	0.000	175100.000	0.000
10	-3166.922	0	0	0	0.000	0.000	0.000
11	-5067.075	0	-49.35	12.5	0.000	250060.141	-63338.435
12	-5067.075	0	49.35	12.5	0.000	-250060.141	-63338.435
13	-5067.075	0	-49.35	-12.5	0.000	250060.141	63338.435
14	-5067.075	0	49.35	-12.5	0.000	-250060.141	63338.435
15	-769.690	-32	-32	0	24630.086	24630.086	0.000
16	-769.690	-32	32	0	24630.086	-24630.086	0.000
17	-769.690	32	32	0	-24630.086	-24630.086	0.000
18	-769.690	32	-32	0	-24630.086	24630.086	0.000
19	-158.346	-32	0	0	5067.075	0.000	0.000
20	-158.346	0	32	0	0.000	-5067.075	0.000
21	-158.346	32	0	0	-5067.075	0.000	0.000
22	-158.346	0	-32	0	0.000	5067.075	0.000
23	-200.277	-30.12	-15	0	6032.743	3004.148	0.000
24	-200.277	-30.12	15	0	6032.743	-3004.148	0.000
25	-200.277	30.12	-15	0	-6032.743	3004.148	0.000
26	-200.277	30.12	15	0	-6032.743	-3004.148	0.000
27	-2800.000	0.00	-15	0	0.000	42000.000	0.000
28	-2800.000	0.00	15	0	0.000	-42000.000	0.000
sum	83911.528				0.000	0.000	0.000

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X &= xV/V &= & 0.000 \\ Y &= yV/V &= & 0.000 \\ Z &= zV/V &= & 0.000 \end{aligned}$$

PIEZA 16

Material: BRONCE Densidad: 8530 [kg/m cub]

Volumen = 0.0000027 [m cub] Peso = 0.336 [kg]

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	1539.380	0	0	0	0	0	0
2	-1266.769	0	0	0	0	0	0
sum	272.612				0.000	0.000	0.000

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X=xV/V &= 0.000 \\ Y=yv/V &= 0.000 \\ Z=zV/V &= 0.000 \end{aligned}$$

PIEZA 17

Material: ALUMINIO Densidad: 2800 [kg/m cub]

Volumen = 0.0000114 [m cub] Peso = 0.0319 [kg]

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	24550.000	0	0	0	0.000	0.000	0.000
2	-307.876	-47.5	17.5	0	14624.114	-5387.831	0.000
3	-307.876	0	17.5	0	0.000	-5387.831	0.000
4	-307.876	47.5	17.5	0	-14624.114	-5387.831	0.000
5	-177.952	-65.5	35.5	0	11655.881	-6317.309	0.000
6	-177.952	-18.1	35.5	0	3220.938	-6317.309	0.000
7	-177.952	18.1	35.5	0	-3220.938	-6317.309	0.000
8	-177.952	65.5	35.5	0	-11655.881	-6317.309	0.000
9	-177.952	-65.5	-11.9	0	11655.881	2117.633	0.000
10	-177.952	-18.1	-11.9	0	3220.938	2117.633	0.000
11	-177.952	18.1	-11.9	0	-3220.938	2117.633	0.000
12	-177.952	65.5	-11.9	0	-11655.881	2117.633	0.000
13	-307.876	-47.5	-32.5	0	14624.114	10005.973	0.000
14	-307.876	47.5	-32.5	0	-14624.114	10005.973	0.000
sum	21687.001				0.000	-12950.253	0.000

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X=xV/V &= 0.000 \\ Y=yv/V &= -0.597 \\ Z=zV/V &= 0.000 \end{aligned}$$

PIEZA 18

Material: ACERO SAE 1020 Densidad: 7800 (kg/m cub)

Volumen = 0,0000116 (m cub) Peso = 0,0903 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	9467,229	0	0	0	0,000	0,000	0,000
2	3392,920	-17,5	0	17,5	-59376,101	0,000	59376,101
3	-213,543	-27,5	0	0	5872,428	0,000	0,000
4	-88,976	-15	0	0	1334,643	0,000	0,000
5	-88,976	0	15	0	0,000	-1334,643	0,000
6	-88,976	15	0	0	-1334,643	0,000	0,000
7	-88,976	0	-15	0	0,000	1334,643	0,000
8	-88,976	0	0	27,5	0,000	0,000	-2446,845
sum	12201,725				-53503,673	0,000	56329,256

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X=xV/V &= -4,385 \\ Y=yv/V &= 0,000 \\ Z=zV/V &= 4,666 \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*  
PIEZA 19

Material: ACERO SAE 1020 Densidad: 7800 (kg/m cub)

Volumen = 0,0000196 (m cub) Peso = 0,1534 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	18934,457	0	0	0	0,000	0,000	0,000
2	3141,593	0	0	5	0,000	0,000	15707,963
3	-2261,947	0	0	5	0,000	0,000	-11309,734
4	-284,724	0	0	10	0,000	0,000	-2847,238
sum	19529,380				0,000	0,000	1550,992

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X=xV/V &= 0,000 \\ Y=yv/V &= 0,000 \\ Z=zV/V &= 0,079 \end{aligned}$$

PIEZA 20

Material: ALUMINIO      Densidad: 2800 (kg/m cub)

Volumen = 0.00007 (m cub)      Peso = 0.1977 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	56548.668	0	0	0	0.000	0.000	0.000
2	18849.356	0	0	10	0.000	0.000	188495.559
3	-10602.875	0	0	10	0.000	0.000	-106028.752
4	3817.035	-45	0	10	-171766.578	0.000	38170.351
5	3817.035	0	45	10	0.000	171766.578	38170.351
6	3817.035	45	0	10	171766.578	0.000	38170.351
7	3817.035	0	-45	10	0.000	-171766.578	38170.351
8	-1900.153	-45	0	10	85506.887	0.000	-19001.530
9	-1900.153	0	45	10	0.000	-85506.887	-19001.530
10	-1900.153	45	0	10	-85506.887	0.000	-19001.530
11	-1900.153	0	-45	10	0.000	85506.887	-19001.530
12	-769.690	0	0	0	0.000	0.000	0.000
sum	71693.186				0.000	0.000	159142.088

Coordenadas del Centroides  
(ejes en el centro de la pieza)

X=xV/V = 0.000  
Y=yV/V = 0.000  
Z=zV/V = 2.220

\*\*\*\*\*

PIEZA 21

Material: ACERO SAE 1020      Densidad: 7800 (kg/m cub)

Volumen = 0.000082 (m cub)      Peso = 0.642 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	82339.965	0	0	0	0.000	0.000	0.000
sum	82339.965				0.000	0.000	0.000

Coordenadas del Centroides  
(ejes en el centro de la pieza)

X=xV/V = 0.000  
Y=yV/V = 0.000  
Z=zV/V = 0.000

PIEZA 22

Material: ACERO SAE 1020 Densidad: 7800 (kg/m cub)

Volumen = 0.000061 (m cub) Peso = 0.0482 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	78539.659	0	0	0	0.000	0.000	0.000
sum	78539.659				0.000	0.000	0.000

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X &= xV/V &= & 0.000 \\ Y &= yv/V &= & 0.000 \\ Z &= zV/V &= & 0.000 \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

PIEZA 23

Material: ACERO SAE 1020 Densidad: 7800 (kg/m cub)

Volumen = 0.0000456 (m cub) Peso = 0.356 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	22800.000	0	0	10	0.000	0.000	228000.000
2	22800.000	10	0	0	228000.000	0.000	0.000
sum	45610.000				228000.000	0.000	228000.000

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X &= xV/V &= & 4.999 \\ Y &= yv/V &= & 0.000 \\ Z &= zV/V &= & 4.999 \end{aligned}$$

PIEZA 24

Material: ALUMINIO      Densidad: 2800 [kg/m cub]  
 Volumen = 0.000032 [m cub]      Peso = 0.0995 [kg]

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	36000.000	0	0	0	0.000	0.000	0.000
2	-785.398	0	0	0	0.000	0.000	0.000
3	-177.952	-25.2	25.2	0	4484.390	-4484.390	0.000
4	-177.952	-25.2	-25.2	0	4484.390	4484.390	0.000
5	-177.952	25.2	-25.2	0	-4484.390	4484.390	0.000
6	-177.952	25.2	25.2	0	-4484.390	-4484.390	0.000
7	-177.952	0	25.2	0	0.000	-4484.390	0.000
8	-1005.309	0	-15	2.5	0.000	15079.635	-2513.273
9	-282.743	25.2	-7.5	0	-7125.124	2120.573	0.000
10	-266.928	-22.5	0	0	6005.880	0.000	0.000
11	-266.928	-22.5	15	0	6005.880	-4003.920	0.000
12	-266.928	-22.5	-15	0	6005.880	4003.920	0.000
sum	32236.006				10892.516	12715.817	-2513.273

Coordenadas del Centroide  
 (ejes en el centro de la pieza)

X=xV/V = 0.338  
 Y=yv/V = 0.394  
 Z=zV/V = -0.078

PIEZA 26

Material: ALUMINIO      Densidad: 2800 [kg/m cub]  
 Volumen = 0.000019 [m cub]      Peso = 0.0236 [kg]

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	27000.000	-7.5	0	0	-202500.000	0.000	0.000
2	-6000.000	-25.2	0	0	151200.000	0.000	0.000
3	-177.952	-25.2	25.2	0	4484.390	-4484.390	0.000
4	-177.952	-25.2	-25.2	0	4484.390	4484.390	0.000
5	-177.952	0	25.2	0	0.000	-4484.390	0.000
6	-1005.309	0	-15	2.5	0.000	15079.635	-2513.273
sum	19460.835				-42331.219	10595.245	-2513.273

Coordenadas del Centroide  
 (ejes en el centro de la pieza)

X=xV/V = -2.175  
 Y=yv/V = 0.544  
 Z=zV/V = -0.129

FIEZA 27

Material: ALUMINIO Densidad: 2800 (kg/m cub)

Volumen = 0.000072 (m cub) Peso = 0.0544 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	883.572	-4.774	0	0	-4218.173	0.000	0.000
2	441.786	4.774	4.774	0	2109.086	2109.086	0.000
3	441.786	4.774	-4.774	0	2109.086	-2109.086	0.000
4	125.663	0	0	10	0.000	0.000	1256.630
5	125.663	0	0	-10	0.000	0.000	-1256.630
6	1125.000	0.333	0	0	374.625	0.000	0.000
7	4000.000	45	0	0	180000.000	0.000	0.000
8	392.639	48.183	0	0	18921.416	0.000	0.000
9	-282.743	45	0	0	-12723.435	0.000	0.000
sum	7253.426				186572.606	0.000	0.000

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X=xV/V &= 25.722 \\ Y=yv/V &= 0.000 \\ Z=zV/V &= 0.000 \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

FIEZA 28

Material: ALUMINIO Densidad: 2800 (kg/m cub)

Volumen = 0.0000657 (m cub) Peso = 0.00584 (kg)

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	883.572	-4.774	0	0	-4218.173	0.000	0.000
2	441.786	4.774	4.774	0	2109.086	2109.086	0.000
3	441.786	4.774	-4.774	0	2109.086	-2109.086	0.000
4	112.500	0.333	0	0	37.463	0.000	0.000
5	4000.000	25	0	0	100000.000	0.000	0.000
6	392.639	48.183	0	0	18921.416	0.000	0.000
7	-785.398	45	0	0	-35342.910	0.000	0.000
8	502.654	0	0	-10	0.000	0.000	-5026.540
9	-251.327	0	0	-5	0.000	0.000	1256.635
10	-63.338	0	0	-10	0.000	0.000	633.380
sum	5738.272				83615.968	0.000	-3769.905

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X=xV/V &= 14.572 \\ Y=yv/V &= 0.000 \\ Z=zV/V &= -0.657 \end{aligned}$$

PIEZA 29

Material: ALUMINIO                      Densidad: 2800 [kg/m cub]

Volumen = 0.00000108 [m cub]    Peso = 0.0029 [kg]

FIG	VOLUMEN	Xm	Ym	Zm	xV	yV	zV
1	1000.000	0	0	0	0.000	0.000	0.000
2	78.539	0	28.183	0	0.000	2213.465	0.000
3	78.539	0	-28.183	0	0.000	-2213.465	0.000
4	-35.590	0	25	0	0.000	-889.750	0.000
5	-35.590	0	-25	0	0.000	889.750	0.000
sum	1085.898				0.000	0.000	0.000

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X=xV/V &= 0.000 \\ Y=yv/V &= 0.000 \\ Z=zV/V &= 0.000 \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

PIEZA 30

Material: ALUMINIO                      Densidad: 2800 [kg/m cub]

Volumen = 0.0000036 [m cub]    Peso = 0.0101 [kg]

Coordenadas del Centroide  
(ejes en el centro de la pieza)

$$\begin{aligned} X=xV/V &= 0.000 \\ Y=yv/V &= 0.000 \\ Z=zV/V &= 0.000 \end{aligned}$$

## A2.2 Momentos de inercia de las piezas

PIEZA 1

FIG	m	Ix'	Iy'	Iz'	x	y	z	m dx <sup>2</sup>	m dy <sup>2</sup>	m dz <sup>2</sup>	m x y	m y z	m x z
	[kg]				[m]	[m]	[m]	[kg m <sup>2</sup> ]					
1	0,4032	0,0005	0,0005	0,0010	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	-0,045	0,045	0	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	0	0
3	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	0	0,045	0	-0,00000	0	-0,00000	0	0	0
4	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	0,045	0,045	0	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0	0
5	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	0,045	0,015	0	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0	0
6	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	0,045	0	0	0	-0,00000	-0,00000	0	0	0
7	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	0,045	-0,015	0	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	0	0
8	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	0,045	-0,045	0	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	0	0
9	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,045	0	-0,00000	0	-0,00000	0	0	0
10	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	-0,045	-0,045	0	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0	0
11	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	-0,045	-0,015	0	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0	0
12	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	-0,045	0	0	0	-0,00000	-0,00000	0	0	0
13	-0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	-0,045	0,015	0	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	0	0
T	0,3926	0,0005	0,0005	0,0010				0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Ix= 0,0005 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0,0005 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0,0009 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixy= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iyz= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixz= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]

PIEZA 2

FIG	m	Ix'	Iy'	Iz'	x	y	z	m dx <sup>2</sup>	m dy <sup>2</sup>	m dz <sup>2</sup>	m x y	m y z	m x z
	[kg]				[m]	[m]	[m]	[kg m <sup>2</sup> ]					
1	0,4750	0,0004	0,0004	0,0009	0	0	-0,000	0,000000	0,000000	0	0	0	0
2	0,0297	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0,0145	0,000006	0,000006	0	0	0	0
3	-0,0148	0,0000	0,0000	0,0000	0	0	0,0145	-0,000006	-0,000006	0	0	0	0
4	-0,0621	0,0000	0,0000	0,0000	0	0,045	0,0010	-0,000000	-0,000000	-0,000000	0	-0,000000	0
5	-0,0021	0,0000	0,0000	0,0000	0,045	0	0,0010	-0,000006	-0,000006	-0,000000	0	0	-0,000000
6	-0,0021	0,0000	0,0000	0,0000	0,045	0	-0,0010	-0,000006	-0,000006	-0,000000	0	0	-0,000000
7	-0,0021	0,0000	0,0000	-0,0000	-0,045	0	0,0010	-0,000006	-0,000006	-0,000000	0	0	-0,000000
8	-0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0	0,045	0,0034	-0,000000	-0,000000	-0,000000	0	-0,000000	0
9	-0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,045	0	0,0034	-0,000000	-0,000000	-0,000000	0	0	-0,000000
10	-0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,045	0,0034	-0,000000	-0,000000	-0,000000	0	0,000000	0
11	-0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	-0,045	0	0,0034	-0,000000	-0,000000	-0,000000	0	0	0,000000
T	0,4782	0,0004	0,0004	0,0009				0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Ix= 0,0004 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0,0004 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0,0008 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixy= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iyz= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixz= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]

PIEZA 3

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	1.5369	0.0014	0.0014	0.0028	0	0	-0.001	0.000002	0.000002	0	0	0	0
2	0.1656	0.0000	0.0000	0.0001	0	0	0.0136	0.000030	0.000030	0	0	0	0
3	-0.0551	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0.0136	-0.000001	-0.000001	0	0	0	0
4	-0.03136	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0.0038	-0.000000	-0.000000	0	0	0	0
5	-0.13532	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	-0.003	-0.000000	-0.000000	0	0	0	0
6	-0.01976	0.0000	0.0000	0.0000	0	0.045	0	-0.000004	0	-0.000004	0	0	0
7	-0.01976	0.0000	0.0000	0.0000	-0.045	0	0	0	-0.000004	-0.000004	0	0	0
8	-0.01976	0.0000	0.0000	0.0000	0	-0.045	0	-0.000004	0	-0.000004	0	0	0
9	-0.01976	0.0000	0.0000	0.0000	0.045	0	0	0	-0.000004	-0.000004	0	0	0
T	1.4017	0.0014	0.0014	0.0028				-0.0001	-0.0001	-0.0002	0.0000	0.0000	0.0000

Ix= 0.0014 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0.0014 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0.0026 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixy= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iyz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]

PIEZA 4

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	0.3755	0.0045	0.0045	0.0000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-0.0018	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0.1825	-0.000005	-0.000005	0	0	0	0
T	0.3737	0.0045	0.0045	0.0000				-0.0001	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Ix= 0.0045 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0.0045 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0.0000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixy= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iyz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]

PIEZA 5

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	0.3854	0.0049	0.0049	0.0000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T	0.3854	0.0049	0.0049	0.0000				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Ix= 0.0049 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0.0049 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0.0000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixy= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iyz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]

PIEZA 6

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	0,2352	0,0005	0,0001	0,0004	0	-0,0008	-0,002	0,000001	0,000001	0,000000	0	0,000000	0
2	0,0098	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0108	-0,057	0,000033	0,000032	0,000001	0	0,000006	0
3	-0,0198	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0508	0,0077	-0,00005	-0,00000	-0,00005	0	0,000007	0
4	-0,0198	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0081	-0,004	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0	-0,00000	0
5	-0,0198	0,0000	0,0000	0,0000	0	0,04918	0,0077	-0,00004	-0,00000	-0,00004	0	-0,00000	0
6	-0,02251	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0091	-0,052	-0,00006	-0,00006	-0,00000	0	-0,00001	0
7	-0,00354	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0508	-0,017	-0,00001	-0,00000	-0,00000	0	-0,00000	0
8	-0,00354	0,0000	0,0000	0,0000	0	0,05081	-0,017	-0,00001	-0,00000	-0,00000	0	0,000003	0
T	0,1560	0,0005	0,0001	0,0004				-0,0002	0,0000	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
Ix=	0,0003	[kg m <sup>2</sup> ]			Ixy=	0,000	[kg m <sup>2</sup> ]						
Iy=	0,0000	[kg m <sup>2</sup> ]			Iyz=	0,000	[kg m <sup>2</sup> ]						
Iz=	0,0003	[kg m <sup>2</sup> ]			Ixz=	0,000	[kg m <sup>2</sup> ]						

PIEZA 7

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	0,0168	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0008	-0,002	0,000000	0,000000	0,000000	0	0,000000	0
2	0,2352	0,0001	0,0001	0,0004	0	-0,0108	-0,057	0,000797	0,000770	0,000027	0	0,000145	0
3	0,0980	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0508	0,0077	0,000258	0,000005	0,000253	0	-0,000003	0
4	-0,0198	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0081	-0,004	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0	-0,00000	0
5	-0,0198	0,0000	0,0000	0,0000	0	0,04918	0,0077	-0,00004	-0,00000	-0,00004	0	-0,00000	0
6	-0,0198	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0091	-0,052	-0,00005	-0,00005	-0,00000	0	-0,00000	0
7	-0,0198	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0508	-0,017	-0,00005	-0,00000	-0,00005	0	-0,00001	0
8	-0,00354	0,0000	0,0000	0,0000	0	0,05081	-0,017	-0,00001	-0,00000	-0,00000	0	0,000003	0
9	-0,00354	0,0000	0,0000	0,0000	0	0,05081	-0,017	-0,00001	-0,00000	-0,00000	0	0,000003	0
T	0,2637	0,0002	0,0001	0,0004				0,0009	0,0007	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000
Ix=	0,0011	[kg m <sup>2</sup> ]			Ixy=	0,000	[kg m <sup>2</sup> ]						
Iy=	0,0008	[kg m <sup>2</sup> ]			Iyz=	0,000	[kg m <sup>2</sup> ]						
Iz=	0,0006	[kg m <sup>2</sup> ]			Ixz=	0,000	[kg m <sup>2</sup> ]						

PIEZA 8

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
I	0,3261	0,0000	0,0030	0,0030	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T	0,3261	0,0000	0,0030	0,0030				0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Ix=		0,0000 [kg m <sup>2</sup> ]		Ixy=		0,000 [kg m <sup>2</sup> ]							
Iy=		0,0030 [kg m <sup>2</sup> ]		Iyz=		0,000 [kg m <sup>2</sup> ]							
Iz=		0,0030 [kg m <sup>2</sup> ]		Ixz=		0,000 [kg m <sup>2</sup> ]							

PIEZA 9

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
I	0,3261	0,0000	0,0030	0,0030	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T	0,3261	0,0000	0,0030	0,0030				0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Ix=		0,0000 [kg m <sup>2</sup> ]		Ixy=		0,000 [kg m <sup>2</sup> ]							
Iy=		0,0030 [kg m <sup>2</sup> ]		Iyz=		0,000 [kg m <sup>2</sup> ]							
Iz=		0,0030 [kg m <sup>2</sup> ]		Ixz=		0,000 [kg m <sup>2</sup> ]							

PIEZA 10

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	0,2808	0,0004	0,0001	0,0005	0	-0,0002	0	0,000000	0	0,000000	0	0	0
2	-0,0120	0,0000	0,0000	0,0000	-0,03	-0,0002	0	-0,000000	-0,000001	-0,000001	-0,000000	0	0
3	-0,0059	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0002	0	-0,000000	0	-0,000000	0	0	0
4	-0,0099	0,0000	0,0000	0,0000	0	-0,0002	0	-0,000000	0	-0,000000	0	0	0
5	-0,0074	0,0000	0,0000	0,0000	-0,045	-0,0002	0	-0,000000	-0,000001	-0,000001	-0,000000	0	0
6	-0,0074	0,0000	0,0000	0,0000	-0,015	-0,0002	0	-0,000000	-0,000000	-0,000000	-0,000000	0	0
7	-0,0074	0,0000	0,0000	0,0000	0,015	-0,0002	0	-0,000000	-0,000000	-0,000000	0,000000	0	0
8	-0,0074	0,0000	0,0000	0,0000	0,045	-0,0002	0	-0,000000	-0,000001	-0,000001	0,000000	0	0
T	0,2194	0,0004	0,0001	0,0005				0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Ix=		0,0004 [kg m <sup>2</sup> ]		Ixy=		0,000 [kg m <sup>2</sup> ]							
Iy=		0,0000 [kg m <sup>2</sup> ]		Iyz=		0,000 [kg m <sup>2</sup> ]							
Iz=		0,0004 [kg m <sup>2</sup> ]		Ixz=		0,000 [kg m <sup>2</sup> ]							

PIEZA 11

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0,0800	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	0	0	0 0,000000	0,000000	0	0	0	0
2	0,0044	0,0000	0,0000	0,0000	0,00386	0	0	0 0,000000	0,000000	0	0	0	0
3	-0,0013	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	0	0	0 0,000000	0,000000	0	0	0	0
4	-0,0008	0,0000	0,0000	0,0000	0,00736	0	0	0 -0,000000	-0,000000	0	0	0	0
T	0,0823	0,0000	0,0000	0,0000				0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Ix= 0,0000 [kg m<sup>2</sup>]                      Ixy= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0,0000 [kg m<sup>2</sup>]                      Iyz= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0,0000 [kg m<sup>2</sup>]                      Izx= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]

\*\*\*\*\*

PIEZA 12

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0,0198	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	0	0	0 0,000000	0,000000	0	0	0	0
2	0,0044	0,0000	0,0000	0,0000	0,00386	0	0	0 0,000000	0,000000	0	0	0	0
3	-0,0033	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	0	0	0 0,000000	0,000000	0	0	0	0
4	-0,0008	0,0000	0,0000	0,0000	0,00736	0	0	0 -0,000000	-0,000000	0	0	0	0
T	0,0201	0,0000	0,0000	0,0000				0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Ix= 0,0000 [kg m<sup>2</sup>]                      Ixy= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0,0000 [kg m<sup>2</sup>]                      Iyz= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0,0000 [kg m<sup>2</sup>]                      Izx= 0,000 [kg m<sup>2</sup>]

PIEZA 13

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0.5616	0.0008	0.0002	0.0007	-0.0001	0.0000	0	0	0.000000	0.000000	0	0	0
2	-0.0551	0.0000	0.0000	0.0000	0.00386	0.0000	0	0	-0.00000	-0.00000	0	0	0
3	-0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0001	-0.0237	0	-0.00000	0.00000	0.00000	-0.00000	0	0
4	-0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	0.00736	-0.0237	0	-0.00000	-0.00000	-0.00000	0.00000	0	0
5	-0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	0.00736	0.0237	0	-0.00000	-0.00000	-0.00000	-0.00000	0	0
6	-0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	0.00736	0.0237	0	-0.00000	-0.00000	-0.00000	-0.00000	0	0
7	-0.0099	0.0000	0.0000	0.0000	0.00736	-0.0300	0	-0.00000	-0.00000	-0.00000	0.00000	0	0
8	-0.0099	0.0000	0.0000	0.0000	0.00736	0.0300	0	-0.00000	-0.00000	-0.00000	-0.00000	0	0
9	-0.0021	0.0000	0.0000	0.0000	0.00736	-0.0500	0	-0.00000	-0.00000	-0.00000	0.00000	0	0
10	-0.0021	0.0000	0.0000	0.0000	0.00736	-0.0500	0	-0.00000	-0.00000	-0.00000	0.00000	0	0
11	-0.0021	0.0000	0.0000	0.0000	0.00736	0.0500	0	-0.00000	-0.00000	-0.00000	-0.00000	0	0
12	-0.0021	0.0000	0.0000	0.0000	0.00736	0.0500	0	-0.00000	-0.00000	-0.00000	-0.00000	0	0
T	0.4728	0.0008	0.0001	0.0007				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Ix= 0.0008 [kg m<sup>2</sup>]                      Ixy= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0.0001 [kg m<sup>2</sup>]                      Iyz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0.0006 [kg m<sup>2</sup>]                      Izx= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]

PIEZA 15

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0.3359	0.0000	0.0032	0.0032	0	0.0000	0	0	0	0	0	0	0
T	0.3359	0.0000	0.0032	0.0032				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Ix= 0.0000 [kg m<sup>2</sup>]                      Ixy= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0.0032 [kg m<sup>2</sup>]                      Iyz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0.0032 [kg m<sup>2</sup>]                      Izx= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]

PIEZA 16

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0.0131	0.0000	0.0000	0.0000	0	0.0000	0	0	0	0	0	0	0
2	-0.0108	0.0000	0.0000	0.0000	0	0.0000	0	0	0	0	0	0	0
T	0.0131	0.0000	0.0000	0.0000				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Ix=		0.0000 [kg m <sup>2</sup> ]		Ixy=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]							
Iy=		0.0000 [kg m <sup>2</sup> ]		Iyz=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]							
Iz=		0.0000 [kg m <sup>2</sup> ]		Ixz=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]							

PIEZA 18

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0.0738	0.0000	0.0000	0.0000	0.00438	0.0000	0	0	0.000001	0.000001	0	0	0
2	0.0265	0.0000	0.0000	0.0000	0.01311	0.0000	0	0	0.000004	0.000004	0	0	0
3	-0.0017	0.0000	0.0000	0.0000	0.02311	0.0000	0	0	0.000000	0.000000	0	0	0
4	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	0.01061	0.0000	0	0	-0.000000	-0.000000	0	0	0
5	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	0.00438	0.0150	0	-0.000000	-0.000000	-0.000000	-0.000000	0	0
6	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	0.0106	0.0000	0.015	-0.000000	-0.000000	-0.000000	0	0	-0.000000
7	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	0.00438	-0.0150	0	-0.000000	-0.000000	-0.000000	0.000000	0	0
8	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	0.00438	0.0000	-0.015	-0.000000	-0.000000	-0.000000	0	0	0.000000
T	0.0952	0.0000	0.0000	0.0000				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Ix=		0.0000 [kg m <sup>2</sup> ]		Ixy=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]							
Iy=		0.0000 [kg m <sup>2</sup> ]		Iyz=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]							
Iz=		0.0000 [kg m <sup>2</sup> ]		Ixz=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]							

## PIEZA 19

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0.1477	0.0000	0.0000	0.0000	0.00007	0.0000	0	0	0.000000	0.000000	0	0	0
2	0.0245	0.0000	0.0000	0.0000	0.00492	0.0000	0	0	0.000000	0.000000	0	0	0
3	-0.0176	0.0000	0.0000	0.0000	0.00492	0.0000	0	0	0.000000	0.000000	0	0	0
4	-0.0022	0.0000	0.0000	0.0000	0.00992	0.0000	0	0	-0.000000	-0.000000	0	0	0
T	0.1523	0.0000	0.0000	0.0000				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Ix= 0.0000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0.0000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0.0000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixy= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iyz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]

## PIEZA 20

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0.1583	0.0001	0.0001	0.0003	0.0000	0.0000	-0.002	0.000000	0.000000	0	0	0	0
2	0.0528	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0077	0.000003	0.000003	0	0	0	0
3	-0.0297	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0077	-0.000000	0.000000	0.000000	0	0	0
4	0.0107	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0450	0.0000	0.0077	0.000000	0.000022	0.000021	0	0	-0.000000
5	0.0107	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0450	0.0077	0.000022	0.000000	0.000021	0	0	0.000000
6	0.0107	0.0000	0.0000	0.0000	0.0450	0.0000	0.0077	0.000000	0.000022	0.000021	0	0	0.000000
7	0.0107	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0450	0.0077	0.000022	0.000000	0.000021	0	-0.000000	0
8	-0.0053	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0450	0.0000	0.0077	-0.000000	-0.000001	-0.000001	0	0	0.000000
9	-0.0053	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0450	0.0077	-0.000001	-0.000000	-0.000001	0	-0.000000	0
10	-0.0053	0.0000	0.0000	0.0000	0.0450	0.0000	0.0077	-0.000000	-0.000001	-0.000001	0	0	-0.000000
11	-0.0053	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0450	0.0077	-0.000001	-0.000000	-0.000001	0	0.000000	0
12	-0.0022	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0077	-0.000000	-0.000000	0	0	0	0
T	0.2007	0.0001	0.0001	0.0003				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Ix= 0.0002 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iy= 0.0002 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iz= 0.0003 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixy= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Iyz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]  
 Ixz= 0.000 [kg m<sup>2</sup>]

PIEZA 21

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0.6423	0.0000	0.0226	0.0226	0	0.0000	0	0	0	0	0	0	0
T	0.6423	0.0000	0.0226	0.0226				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Ix=		0.0000 [kg m <sup>2</sup> ]	Ixy=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]								
Iy=		0.0226 [kg m <sup>2</sup> ]	Iyz=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]								
Iz=		0.0226 [kg m <sup>2</sup> ]	Ixz=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]								

PIEZA 22

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0.6126	0.0000	0.0196	0.0196	0	0.0000	0	0	0	0	0	0	0
T	0.6126	0.0000	0.0196	0.0196				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Ix=		0.0000 [kg m <sup>2</sup> ]	Ixy=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]								
Iy=		0.0196 [kg m <sup>2</sup> ]	Iyz=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]								
Iz=		0.0196 [kg m <sup>2</sup> ]	Ixz=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]								

PIEZA 23

FIG	m [kg]	Ix'	Iy'	Iz'	x [m]	y [m]	z [m]	m dx <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dy <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m dz <sup>2</sup> [kg m <sup>2</sup> ]	m x y [kg m <sup>2</sup> ]	m y z [kg m <sup>2</sup> ]	m x z [kg m <sup>2</sup> ]
1	0.1778	0.0000	0.0000	0.0000	0.03	0.0050	0.005	0.000008	0.000164	0.000164	0.000026	0.000004	0.000026
2	0.1778	0.0000	0.0000	0.0000	0.03	0.0050	0.005	0.000008	0.000164	0.000164	0.000026	0.000004	0.000026
T	0.3557	0.0000	0.0000	0.0000				0.0000	0.0003	0.0003	0.0001	0.0000	0.0001
Ix=		0.0000 [kg m <sup>2</sup> ]	Ixy=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]								
Iy=		0.0003 [kg m <sup>2</sup> ]	Iyz=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]								
Iz=		0.0004 [kg m <sup>2</sup> ]	Ixz=		0.000 [kg m <sup>2</sup> ]								

PIEZA 24

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	0.1008	0.0000	0.0000	0.0001	-0.0003	-0.0004	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	-0.0022	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0003	-0.0004	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	-0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0255	0.0248	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
4	-0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0255	-0.0256	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
5	-0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0249	-0.0256	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	-0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0249	0.0248	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
7	-0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0003	0.0248	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	-0.0028	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0003	-0.0154	0.0025	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
9	-0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0249	-0.0073	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
10	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0228	-0.0004	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
11	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0228	0.0146	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
12	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0228	-0.0154	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
T	0.0903	0.0000	0.0000	0.0001				0.00000	0.00000	-0.00001	0.00000	0.00000	0.00000

Ix= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Ixy= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)  
 Iy= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Iyz= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)  
 Iz= 0.0001 (kg m<sup>2</sup>)                      Ixz= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)

PIEZA 26

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	0.0756	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0053	-0.0005	-0.000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	-0.0168	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0230	-0.0005	0.0001	0.00000	-0.00001	-0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
3	-0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0230	0.0248	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
4	-0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0230	0.0257	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
5	-0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0022	0.0248	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	-0.0028	0.0000	0.0000	0.0000	0.0022	0.0155	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
T	0.0545	0.0000	0.0000	0.0000				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Ix= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Ixy= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)  
 Iy= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Iyz= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)  
 Iz= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Ixz= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)

PIEZA 27

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	0.0025	0.0000	0.0000	0.0000	0.0205	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0.0209	0.0048	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0.0209	-0.0048	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
4	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0257	0.0000	0.0100	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
5	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0257	0.0000	-0.010	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	0.0032	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0254	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
7	0.0112	0.0000	0.0000	0.0000	0.0193	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.0011	0.0000	0.0000	0.0000	0.0225	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
9	-0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0193	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
T	0.0203	0.0000	0.0000	0.0000				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Ix=	0.0000	[kg m <sup>2</sup> ]			Ixy=	0.000	[kg m <sup>2</sup> ]						
Iy=	0.0000	[kg m <sup>2</sup> ]			Iyz=	0.000	[kg m <sup>2</sup> ]						
Iz=	0.0000	[kg m <sup>2</sup> ]			Ixz=	0.000	[kg m <sup>2</sup> ]						

PIEZA 28

FIG	m (kg)	Ix'	Iy'	Iz'	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	0.0025	0.0000	0.0000	0.0000	0.0193	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0.0093	0.0048	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0.0093	-0.0048	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
4	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0142	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
5	0.0112	0.0000	0.0000	0.0000	0.0104	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	0.0011	0.0000	0.0000	0.0000	0.0336	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
7	-0.0022	0.0000	0.0000	0.0000	0.0336	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0146	0.0000	0.0053	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
9	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0146	0.0000	0.0043	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
10	-0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0146	0.0000	0.0093	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
T	0.0161	0.0000	0.0000	0.0000				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Ix=	0.0000	[kg m <sup>2</sup> ]			Ixy=	0.000	[kg m <sup>2</sup> ]						
Iy=	0.0000	[kg m <sup>2</sup> ]			Iyz=	0.000	[kg m <sup>2</sup> ]						
Iz=	0.0000	[kg m <sup>2</sup> ]			Ixz=	0.000	[kg m <sup>2</sup> ]						

PIEZA 29

FIG	m (kg)	Ix' (kg m <sup>2</sup> )	Iy' (kg m <sup>2</sup> )	Iz' (kg m <sup>2</sup> )	x (m)	y (m)	z (m)	m dx <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dy <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m dz <sup>2</sup> (kg m <sup>2</sup> )	m x y (kg m <sup>2</sup> )	m y z (kg m <sup>2</sup> )	m x z (kg m <sup>2</sup> )
1	0.0028	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0282	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0282	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
4	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0250	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
5	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0250	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
T	0.0030	0.0000	0.0000	0.0000				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Ix= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Ixy= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)  
 Iy= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Iyz= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)  
 Iz= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Ixz= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)

\*\*\*\*\*

PIEZA 30

Ix= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Ixy= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)  
 Iy= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Iyz= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)  
 Iz= 0.0000 (kg m<sup>2</sup>)                      Ixz= 0.000 (kg m<sup>2</sup>)

### A3. LISTA DE MATERIALES

LISTA DE MATERIALES  
PARA CONSTRUCCION DE LAS  
PIEZAS DEL MANIPULADOR

PIEZA NUMERO	CANTIDAD PIEZAS	MATERIAL	MEDIDAS MATERIAL [mm]	VOLUMEN [mm cub]	PESO APROX POR PIEZA [kg]
1	1	Aluminio	120 x 120 x 10	144000	0.403
2	1	Aluminio	120 d x 30	339292	0.950
3	1	Aluminio	11.4 d x 30	3062	0.009
4	4	Acero SAE 1020	12.7 d x 380	48137	0.375
5	1	Acero SAE 1020	12.7 d x 390	49404	0.385
6	1	Aluminio	140 x 110 x 10	154000	0.156
7	1	Aluminio	140 x 120 x 10	168000	0.263
8	1	Acero SAE 1020	12.7 d x 330	41803	0.326
9	2	Acero SAE 1020	12.7 d x 330	41803	0.326
10	2	Acero SAE 1020	120 x 30 x 10	36000	0.281
11	1	Aluminio	67.63 d x 15	53879	0.082
12	2	Aluminio	33.76 d x 15	13427	0.020
13	2	Acero SAE 1020	120 x 60 x 10	72000	0.562
14	1	Acero SAE 1020	120 x 86 x 45	28800	0.225
15	1	Acero SAE 1020	12.7 d x 340	43070	0.336
16	12	Bronce	14 d x 10	1539	0.013
17	3	Acero SAE 1020	145 x 84 x 1	12180	0.095
18	1	Acero SAE 1020	49.1 d x 35	66270	0.091
19	2	Acero SAE 1020	50.8 d x 20	40536	0.153
20	1	Aluminio	120 d x 20	226195	0.633
21	1	Acero SAE 1020	12.7 d x 650	82340	0.642
22	2	Acero SAE 1020	12.7 d x 620	78540	0.613
23	4	Acero SAE 1020	20x20x600	240000	1.872
24	1	Aluminio	60x60x10	36000	0.101
25	2	Aluminio	60x80x2	9600	0.027
26	1	Aluminio	60x45x10	27000	0.076
27	1	Aluminio	15x57x30	25650	0.072
28	1	Aluminio	15x57x20	17100	0.048
29	2	Aluminio	10x57x10	5700	0.016
30	2	Aluminio	13x70x20	18200	0.051
31	5	Bronce	8 d x 21	1056	0.009

LISTA DE MATERIALES  
 PARA CONSTRUCCION DE LAS  
 PIEZAS DEL MANIPULADOR  
 (CONTINUACION)

TIPO DE PIEZA	CANTIDAD DE PIEZAS	MATERIAL	DIMENSIONES (diámetro [mm] x longitud [mm])	TIPO DE ROSCA
Tornillos	5	Acero	3.175 d x 10	UNC 20 hilos/pul
Tornillos	20	Acero	4.76 d x 15	UNC 20 hilos/pul
Tornillos	19	Acero	4.76 d x 20	UNC 20 hilos/pul
Tornillos	5	Acero	4.76 d x 30	UNC 20 hilos/pul
Tornillos	2	Acero	6.35 d x 15	UNC 20 hilos/pul
Tornillos	4	Acero	6.35 d x 25	UNC 20 hilos/pul
Tornillos	8	Acero	6.35 d x 40	UNC 20 hilos/pul
Tornillos	3	Acero	6.35 d x 80	UNC 20 hilos/pul
Tuercas	4	Acero	4.76 d	UNC 20 hilos/pul
Tuercas	8	Acero	6.35 d	UNC 20 hilos/pul

## A4. PROGRAMAS DE CALCULO Y RESULTADOS

## **A4.1 SISTEMA "MANO"**

```

10 CLS
20 PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
30 PRINT"
PROGRAMA PARA EL CALCULO"
35 PRINT:PRINT
40 PRINT"
ESTATICO DE LA MANO EN"
45 PRINT:PRINT
47 PRINT"
MANIPULADOR EN"
48 PRINT:PRINT
50 PRINT"
TODAS SUS POSIBLES POSICIONES"
55 PRINT:PRINT:PRINT
60 PRINT"
Realizado por Guillermo Manuel"
70 PRINT"
Martinez de la Teja en"
80 PRINT"
Agosto de 1992."
82 PRINT:PRINT:PRINT
85 PRINT"
+++++ +++++ (pulse una tecla para continuar) +++++ +++++"
90 IF INKEY$=""GOTO 90
110 CLS
115 PRINT:PRINT
1000 INPUT "VALOR INICIAL DE ANGULO a (entre 0 y 63)";W1
1005 PRINT:PRINT
1010 INPUT "VALOR FINAL DE ANGULO a (ENTRE 0 Y 63)";W2
1015 PRINT:PRINT
1020 INPUT "MODULO DE VARIACION DE ANGULO a";W3
1025 CLS
1027 PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT"Calculando. Espere un momento."
1030 FOR A=W2 TO W1 STEP-W3
1040 A1=A*3.141592/180
1050 B=ATN((.003+.9*SIN(A1))/SQRT(1-(.003+.9*SIN(A1))))
1060 B1=ATN((.002+.9*SIN(A1))/SQRT(1-(.002+.9*SIN(A1))))
1070 FOI=.8466+7.240001E-02*(SIN(B1)-SIN(B))
1080 FOJ=.7008+5405*COS(A1)+1.8537*COS(A1)+7.240001E-02*(COS(B)+COS(B1))
1090 IF ABS(FOI)>ABS(R1) THEN GOTO 3000
1100 IF ABS(FOI)>ABS(R2) AND ABS(FOI)<ABS(R1) THEN GOTO 3100
1110 IF ABS(FOI)>ABS(R3) AND ABS(FOI)<ABS(R2) THEN GOTO 3200
1120 IF ABS(FOI)>ABS(R4) AND ABS(FOI)<ABS(R3) THEN GOTO 3300
1121 IF ABS(FOJ)>ABS(P1) THEN GOTO 5000
1122 IF ABS(FOJ)>ABS(P2) AND ABS(FOJ)<ABS(P1) THEN GOTO 5100
1123 IF ABS(FOJ)>ABS(P3) AND ABS(FOJ)<ABS(P2) THEN GOTO 5200
1124 IF ABS(FOJ)>ABS(P4) AND ABS(FOJ)<ABS(P3) THEN GOTO 5300
1130 NEXT A
1135 CLS
1140 PRINT"Las posiciones de la mano donde los momentos son mayores en dirección
1' son:"
1142 PRINT "
1145 PRINT " 1) ";
1150 PRINT " a=";A1;" "; β=";B1*180/3.1415927#;" "
1160 PRINT " F=";R1;" i +";R11;" j [kg·mm]"
1175 PRINT " 2) ";
1180 PRINT " a=";A2;" ";
1190 PRINT " β=";B12*180/3.1415927#;" "
1200 PRINT " F=";R2;" i +";R12;" j [kg·mm]"
1215 PRINT " 3) ";
1220 PRINT " a=";A3;" ";
1230 PRINT " β=";B13*180/3.1415927#;" "
1240 PRINT " F=";R3;" i +";R13;" j [kg·mm]"
1255 PRINT " 4) ";
1260 PRINT " a=";A4;" ";

```

```

1270 PRINT "      β=";B14^180/3.1415927#;" "
1280 PRINT "      F=";R4;" i + ";R14;" j [kg·mm]"
1290 PRINT:PRINT
1295 PRINT"Las posiciones de la mano donde es mayor el momento en la dirección
j' son:"
1296 PRINT
1298 PRINT "      1) ";
1300 PRINT "α=";C1;" "
1310 PRINT "      β=";DI1^180/3.1415927#;" "
1320 PRINT "      F=";P11;" i + ";P1;" j [kg·mm]"
1340 PRINT "      2) ";
1350 PRINT "α=";C2;" "
1360 PRINT "      β=";DI2^180/3.1415927#;" "
1370 PRINT "      F=";P12;" i + ";P2;" j [kg·mm]"
1390 PRINT "      3) ";
1400 PRINT "α=";C3;" "
1410 PRINT "      β=";DI3^180/3.1415927#;" "
1420 PRINT "      F=";P13;" i + ";P3;" j [kg·mm]"
1440 PRINT "      4) ";
1450 PRINT "α=";C4;" "
1460 PRINT "      β=";DI4^180/3.1415927#;" "
1470 PRINT "      F=";P14;" i + ";P4;" j [kg·mm]"
1500 PRINT:INPUT"      Opciones: 'C' para continuar o 'T' para terminar";Y$
1510 IF Y$="C" THEN LOAD "MANIPULA"
1520 END
3000 A4=A3:A3=A2:A2=A1:A1=A
3010 B4=B3:B3=B2:B2=B1:B1=B
3020 R4=R3:R3=R2:R2=R1:R1=F0I
3030 R14=R13:R13=R12:R12=R11:R11=F0J
3040 GOTO 1121
3100 A4=A3:A3=A2:A2=A
3110 B4=B3:B3=B2:B2=B
3120 R4=R3:R3=R2:R2=F0I
3130 R14=R13:R13=R12:R12=F0J
3140 GOTO 1121
3200 A4=A3:A3=A
3210 B4=B3:B3=B
3220 R4=R3:R3=F0I
3230 R14=R13:R13=F0J
3240 GOTO 1121
3300 A4=A
3310 B4=B
3320 R4=F0I
3330 R14=F0J
3340 GOTO 1121
5000 C4=C3:C3=C2:C2=C1:C1=A
5010 D4=D3:D3=D2:D2=D11:D11=B
5020 P4=P3:P3=P2:P2=P1:P1=F0J
5030 P14=P13:P13=P12:P12=P11:P11=F0I
5040 GOTO 1130
5100 C4=C3:C3=C2:C2=A
5110 D4=D3:D3=D2:D2=B
5120 P4=P3:P3=P2:P2=F0J
5130 P14=P13:P13=P12:P12=F0I
5140 GOTO 1130
5200 C4=C3:C3=A
5210 D4=D3:D3=B
5220 P4=P3:P3=F0J
5230 P14=P13:P13=F0I
5240 GOTO 1130
5300 C4=A
5310 D4=B
5320 P4=F0J
5330 P14=F0I

```

Las posiciones de la mano donde los momentos son mayores en dirección 'i' son:

- 1)  $\alpha = 1.745264E-05$        $\beta = .1974263683969528$   
F= .8465274 i + 3.239799 j [kg·mm]
- 2)  $\alpha = 4.886916E-04$        $\beta = 0$   
F= .8465273 i + 3.239799 j [kg·mm]
- 3)  $\alpha = 8.726645E-04$        $\beta = 0$   
F= 0 i + 0 j [kg·mm]
- 4)  $\alpha = 0$        $\beta = 0$   
F= 0 i + 0 j [kg·mm]

Las posiciones de la mano donde es mayor el momento en la dirección 'j' son:

- 1)  $\alpha = 1.399997E-02$        $\beta = .1847843904216817$   
F= .8465274 i + 3.2398 j [kg·mm]
- 2)  $\alpha = 2.599997E-02$        $\beta = 0$   
F= .8465274 i + 3.2398 j [kg·mm]
- 3)  $\alpha = 2.499997E-02$        $\beta = 0$   
F= .8465274 i + 3.239799 j [kg·mm]
- 4)  $\alpha = 4.099999E-02$        $\beta = 0$   
F= .8465273 i + 3.239799 j [kg·mm]

Opciones: 'C' para continuar o 'T' para terminar?

## A4.2 SISTEMA "BRAZO"

```

10 CLS
20 PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
30 PRINT"
40 PRINT:PRINT          PROGRAMA PARA EL CALCULO"
50 PRINT"
60 PRINT:PRINT          ESTATICO DEL BRAZO DEL"
70 PRINT"
80 PRINT:PRINT          MANIPULADOR EN"
90 PRINT"
100 PRINT:PRINT:PRINT          TODAS SUS POSIBLES POSICIONES"
102 PRINT"
103 PRINT"
104 PRINT"
105 PRINT:PRINT:PRINT          Realizado por Guillermo Manuel"
106 PRINT"
107 PRINT"
108 PRINT"
109 PRINT"
110 PRINT"          +++++ +++++ (presione una tecla para continuar) +++++ +++++"
120 IF INKEY$="" GOTO 120
130 CLS
990 REM ***** SE PREGUNTAN DATOS *****
995 CLS: PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
998 PRINT "El ángulo a representa el ángulo de abertura de la mano":PRINT:PRINT
999 PRINT:PRINT:PRINT
1000 INPUT "VALOR INICIAL DE ANGULO a (entre 0 y 63)";W1
1005 PRINT:PRINT
1010 INPUT "VALOR FINAL DE ANGULO a (entre 0 y 63)";W2
1015 PRINT:PRINT
1020 INPUT "MODULO DE VARIACION DE ANGULO a";W3
1025 CLS: PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1027 PRINT "El ángulo θ representa el ángulo de giro de la mano":PRINT:PRINT
1028 PRINT:PRINT:PRINT
1030 INPUT "VALOR INICIAL DE ANGULO θ (entre 0 y 360)";W4
1035 PRINT:PRINT
1040 INPUT "VALOR FINAL DE ANGULO θ (entre 0 y 360)";W5
1045 PRINT:PRINT
1050 INPUT "MODULO DE VARIACION DE ANGULO θ";W6
1055 CLS: PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1057 PRINT "El ángulo θ1 representa el ángulo de giro de la columna":PRINT:PRINT
1058 PRINT:PRINT:PRINT
1060 INPUT "VALOR INICIAL DE ANGULO θ1 (entre 0 y 360)";W7
1065 PRINT:PRINT
1070 INPUT "VALOR FINAL DE ANGULO θ1 (entre 0 y 360)";W8
1075 PRINT:PRINT
1080 INPUT "MODULO DE VARIACION DE ANGULO θ1";W9
1085 CLS: PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1087 PRINT "La distancia X1 representa la distancia de estiramiento del brazo":P
RINT:PRINT
1088 PRINT:PRINT:PRINT
1090 INPUT "VALOR INICIAL DE DISTANCIA X1 (entre 0 y 314)";W10
1095 PRINT:PRINT
1100 INPUT "VALOR FINAL DE DISTANCIA X1 (entre 0 y 314)";W11
1110 PRINT:PRINT
1120 INPUT "MODULO DE VARIACION DE DISTANCIA X1";W12
1125 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT"Calculando. Espere un momento."
1130 REM ***** ESTABLECIMIENTO DE LOOPS *****
1140 FOR X1=W10 TO W11 STEP W12
1150 A1=W7*3.1415927#/180
1160 A2=W8*3.1415927#/180
1165 A3=W9*3.1415927#/180
1170 FOR T1= A1 TO A2 STEP A3
1180 A4=W4*3.1415927#/180
1190 A5=W5*3.1415927#/180

```

```

1200 A6=W6*3.1415927#/180
1210 FOR T= A4 TO A5 STEP A6
1220 A7=W1*3.1415927#/180
1230 A8=W2*3.1415927#/180
1240 A9=W3*3.1415927#/180
1250 FOR ALFA=A7 TO A8 STEP A9
1260 B=ATN((.003+.9*SIN(ALFA))/SQR(1-(.003+.9*SIN(ALFA))))
1270 B1=ATN((.002+.9*SIN(ALFA))/SQR(1-(.002+.9*SIN(ALFA))))
1280 IF X1>165 THEN GOTO 3000
1290 IF X1<165 THEN GOTO 4000
1295 REM ***** ***** COMPARACIONES ***** *****
1300 IF ABS(F0I)>ABS(Q1) THEN GOTO 1400
1310 IF ABS(F0I)>ABS(Q2) THEN GOTO 1500
1320 IF ABS(F0I)>ABS(Q3) THEN GOTO 1600
1330 IF ABS(F0I)>ABS(Q4) THEN GOTO 1700
1340 IF ABS(F0J)>ABS(P1) THEN GOTO 1800
1350 IF ABS(F0J)>ABS(P2) THEN GOTO 1900
1360 IF ABS(F0J)>ABS(P3) THEN GOTO 2000
1370 IF ABS(F0J)>ABS(P4) THEN GOTO 2100
1375 NEXT ALFA
1380 NEXT T
1385 NEXT T1
1390 NEXT X1
1395 GOTO 6000
1399 REM ***** ***** VALORES MAS ALTOS ***** *****
1400 ALFA4=ALFA3:ALFA3=ALFA2:ALFA2=ALFA1:ALFA1=ALFA
1410 B4=B3:B3=B2:B2=BX1:BX1=B
1420 Q4=Q3:Q3=Q2:Q2=Q1:Q1=F0I
1425 T4=T3:T3=T2:T2=TX1:TX1=T
1427 T14=T13:T13=T12:T12=T11:T11=T1
1429 X14=X13:X13=X12:X12=X11:X11=X1
1430 P14=P13:P13=P12:P12=P11:P11=F0J
1440 GOTO 1340
1500 ALFA4=ALFA3:ALFA3=ALFA2:ALFA2=ALFA
1510 B4=B3:B3=B2:B2=B
1520 Q4=Q3:Q3=Q2:Q2=F0I
1525 T4=T3:T3=T2:T2=T
1527 T14=T13:T13=T12:T12=T1
1529 X14=X13:X13=X12:X12=X1
1530 P14=P13:P13=P12:P12=F0J
1540 GOTO 1340
1600 ALFA4=ALFA3:ALFA3=ALFA
1610 B4=B3:B3=B
1620 Q4=Q3:Q3=F0I
1625 T4=T3:T3=T
1627 T14=T13:T13=T1
1629 X14=X13:X13=X1
1630 P14=P13:P13=F0J
1640 GOTO 1340
1700 ALFA4=ALFA
1710 B4=B
1720 Q4=Q=F0I
1725 T4=T
1727 T14=T1
1729 X14=X1
1730 P14=F0J
1740 GOTO 1340
1800 ALFA14=ALFA13:ALFA13=ALFA12:ALFA12=ALFA11:ALFA11=ALFA
1810 B14=B13:B13=B12:B12=B1X1:B1X1=B

```

```

1820 Q14=Q13:Q13=Q12:Q12=Q11:Q11=F0I
1825 TJ4=TJ3:TJ3=TJ2:TJ2=TJ1:TJ1=T
1827 TJ14=TJ13:TJ13=TJ12:TJ12=TJ11:TJ11=T1
1829 X18=X17:X17=X16:X16=X15:X15=X1
1830 P4=P3:P3=P2:P2=P1:P1=F0J
1840 GOTO 1375
1900 ALFA14=ALFA13:ALFA13=ALFA12:ALFA12=ALFA
1910 B14=B13:B13=B12:B12=B
1920 Q14=Q13:Q13=Q12:Q12=F0I
1925 TJ4=TJ3:TJ3=TJ2:TJ2=T
1927 TJ14=TJ13:TJ13=TJ12:TJ12=T1
1929 X18=X17:X17=X16:X16=X1
1930 P4=P3:P3=P2:P2=F0J
1940 GOTO 1375
2000 ALFA14=ALFA13:ALFA13=ALFA
2010 B14=B13:B13=B
2020 Q14=Q13:Q13=F0I
2025 TJ4=TJ3:TJ3=T
2027 TJ14=TJ13:TJ13=T1
2029 X18=X17:X17=X1
2030 P4=P3:P3=F0J
2040 GOTO 1375
2100 ALFA14=ALFA
2110 B14=B
2120 Q14=F0I
2125 TJ4=T
2127 TJ14=T1
2129 X18=X1
2130 P4=F0J
2140 GOTO 1375
2190 REM ***** ***** X1>165 ***** *****
3000 F0I=-31.297*SEN(T1)-COS(T)*(.841+.07*(SIN(B1)-SIN(B)))
3010 F0J=-COS(T1)*(-556.771-2.713*(X1)+.539*COS(ALFA)+1.85*COS(ALFA)-.07*(COS(B)
+COS(B1)))
3020 GOTO 1300
3190 REM ***** ***** X1<165 ***** *****
4000 F0I=-31.297*SEN(T1)+COS(T)*(.841+.07*(SIN(B1)-SIN(B)))
4010 F0J=COS(T1)*(763.168+.084*(X1)+.694+.539*COS(ALFA)+1.85*COS(ALFA)+.07*(COS(
B)+COS(B1)))
4020 GOTO 1300
6000 CLS
6010 PRINT"Las posiciones del brazo donde los momentos son mayores en direcci3n
'i' son:"
6020 PRINT:PRINT" 1) ";
6030 PRINT"a=";ALFA1*180/3.1415927#;" "; "      β=";BX1*180/3.1415927#;" "
6040 PRINT"      θ=";TX1*180/3.1415927#;" "; "
6050 PRINT"      θ1=";T11*180/3.1415927#;" "; "
6055 PRINT"      X1=";X11;" [mm]";
6060 PRINT"      F resultante= - 7.011 k [kg]"
6070 PRINT"      Fo=";Q1;"i +";P11;"j [kg·mm]"
6080 PRINT:PRINT" 2) ";
6090 PRINT"a=";ALFA2*180/3.1415927#;" "; "      β=";B2*180/3.1415927#;" "
6100 PRINT"      θ=";T2*180/3.1415927#;" "; "
6110 PRINT"      θ1=";T12*180/3.1415927#;" "; "
6115 PRINT"      X1=";X12;" [mm]";
6120 PRINT"      F resultante= - 7.011 k [kg]"
6130 PRINT"      Fo=";Q2;"i +";P12;"j [kg·mm]"

```

```

6140 PRINT:PRINT" 3) ";
6150 PRINT"a=";ALFA3*180/3.1415927#;" "; " β=";B3*180/3.1415927#;" "
6160 PRINT" θ=";T3*180/3.1415927#;" ";
6170 PRINT" θ1=";T13*180/3.1415927#;" "
6175 PRINT" X1=";X13;" [mm]";
6180 PRINT" F resultante= - 7.011 k [kg]"
6190 PRINT" Fo=";Q3;"i +";P13;"j [kg*mm]"
6200 PRINT:PRINT" 4) ";
6210 PRINT"a=";ALFA4*180/3.1415927#;" "; " β=";B4*180/3.1415927#;" "
6220 PRINT" θ=";T4*180/3.1415927#;" ";
6230 PRINT" θ1=";T14*180/3.1415927#;" "
6235 PRINT" X1=";X14;" [mm]";
6240 PRINT" F resultante= - 7.011 k [kg]"
6250 PRINT" Fo=";Q4;"i +";P14;"j [kg*mm]"
6260 PRINT:PRINT" +++++ +++++ (presione una tecla para continuar) +++++ +++++"
6270 IF INKEY$=""GOTO 6270
6280 CLS
6290 PRINT"Las posiciones del brazo donde los momentos son mayores en dirección
'j' son:"
6300 PRINT:PRINT" 1) ";
6310 PRINT"a=";ALFA11*180/3.1415927#;" "; " β=";B1X1*180/3.1415927#;" "
6320 PRINT" θ=";TJ1*180/3.1415927#;" ";
6330 PRINT" θ1=";TJ11*180/3.1415927#;" "
6335 PRINT" X1=";X15;" [mm]";
6340 PRINT" F resultante= - 7.011 k [kg]"
6350 PRINT" Fo=";Q11;"i +";P1;"j [kg*mm]"
6360 PRINT:PRINT" 2) ";
6370 PRINT"a=";ALFA12*180/3.1415927#;" "; " β=";B12*180/3.1415927#;" "
6380 PRINT" θ=";TJ2*180/3.1415927#;" ";
6390 PRINT" θ1=";TJ12*180/3.1415927#;" "
6395 PRINT" X1=";X16;" [mm]";
6400 PRINT" F resultante= - 7.011 k [kg]"
6410 PRINT" Fo=";Q12;"i +";P2;"j [kg*mm]"
6420 PRINT:PRINT" 3) ";
6430 PRINT"a=";ALFA13*180/3.1415927#;" "; " β=";B13*180/3.1415927#;" "
6440 PRINT" θ=";TJ3*180/3.1415927#;" ";
6450 PRINT" θ1=";TJ13*180/3.1415927#;" "
6455 PRINT" X1=";X17;" [mm]";
6460 PRINT" F resultante= - 7.011 k [kg]"
6470 PRINT" Fo=";Q13;"i +";P3;"j [kg*mm]"
6480 PRINT:PRINT" 4) ";
6490 PRINT"a=";ALFA14*180/3.1415927#;" "; " β=";B14*180/3.1415927#;" "
6500 PRINT" θ=";TJ4*180/3.1415927#;" ";
6510 PRINT" θ1=";TJ14*180/3.1415927#;" "
6515 PRINT" X1=";X18;" [mm]";
6520 PRINT" F resultante= - 7.011 k [kg]"
6530 PRINT" Fo=";Q14;"i +";P4;"j [kg*mm]"
6540 PRINT:INPUT"[[ 'I' para ver tabla anterior o 'T' para terminar ]]]";RS
6550 IF RS="I" THEN GOTO 6000
6560 IF RS="T" THEN GOTO 6570
6565 IF INKEY$=""THEN GOTO 6550
6570 CLS:END

```

Las posiciones del brazo donde los momentos son mayores en dirección 'i' son:

- 1)  $\alpha = 20.00000056465811$        $\beta = 20.52605261984232$   
 $\theta = 35.99999955927759$        $\theta_1 = 89.99999161265896$   
 $X_1 = 170$  [mm]      F resultante = - 6.4917 k [kg]  
 $F_o = 3.849071 i + 562.503 j$       [kg·mm]
- 2)  $\alpha = 22.00000134967742$        $\beta = 22.72086375392687$   
 $\theta = 35.99999955927759$        $\theta_1 = 89.99999161265896$   
 $X_1 = 170$  [mm]      F resultante = - 6.4917 k [kg]  
 $F_o = 3.849071 i + 562.4711 j$       [kg·mm]
- 3)  $\alpha = 24.00000213469673$        $\beta = 24.92100789963658$   
 $\theta = 35.99999955927759$        $\theta_1 = 89.99999161265896$   
 $X_1 = 170$  [mm]      F resultante = - 6.4917 k [kg]  
 $F_o = 3.849071 i + 562.4364 j$       [kg·mm]
- 4)  $\alpha = 61.99999519345862$        $\beta = 60.57951500504028$   
 $\theta = 105.9999881787668$        $\theta_1 = 99.9999068073218$   
 $X_1 = 250$  [mm]      F resultante = - 6.4917 k [kg]  
 $F_o = 0 i + -195.4426 j$       [kg·mm]

++++ +++++ (presione una tecla para continuar) +++++ +++++

Las posiciones del brazo donde los momentos son mayores en dirección 'j' son:

- 1)  $\alpha = 20.00000056465811$        $\beta = 20.52605261984232$   
 $\theta = 35.99999955927759$        $\theta_1 = 69.99999833353586$   
 $X_1 = 160$  [mm]      F resultante = - 6.4917 k [kg]  
 $F_o = 3.657939 i + 960.7569 j$       [kg·mm]
- 2)  $\alpha = 20.00000056465811$        $\beta = 20.52605261984232$   
 $\theta = 40.9999990933142$        $\theta_1 = 69.99999833353586$   
 $X_1 = 160$  [mm]      F resultante = - 6.4917 k [kg]  
 $F_o = 3.612162 i + 960.7569 j$       [kg·mm]
- 3)  $\alpha = 20.00000056465811$        $\beta = 20.52605261984232$   
 $\theta = 45.99999862735081$        $\theta_1 = 69.99999833353586$   
 $X_1 = 160$  [mm]      F resultante = - 6.4917 k [kg]  
 $F_o = 3.561544 i + 960.7569 j$       [kg·mm]
- 4)  $\alpha = 20.00000056465811$        $\beta = 20.52605261984232$   
 $\theta = 50.99999816138742$        $\theta_1 = 69.99999833353586$   
 $X_1 = 160$  [mm]      F resultante = - 6.4917 k [kg]  
 $F_o = 3.50647 i + 960.7569 j$       [kg·mm]

[[[ 'I' para ver tabla anterior o 'T' para terminar ]]]?

### A4.3 SISTEMA "COLUMNNA"

```

10 CLS
20 PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
30 PRINT"          PROGRAMA PARA EL CALCULO"
35 PRINT:PRINT
40 PRINT"          ESTATICO DE LA COLUMNA"
50 PRINT:PRINT
60 PRINT"          EN MANIPULADOR EN TODAS"
70 PRINT:PRINT
80 PRINT"          SUS FOSIBLES POSICIONES"
90 PRINT:PRINT:PRINT
100 PRINT"
110 PRINT"          Realizado por Guillermo Manuel"
120 PRINT"          Martinez de la Teja en"
130 PRINT:PRINT:PRINT
140 PRINT"          Agosto de 1992"
140 PRINT"          +++++ +++++ (presione cualquier tecla para continuar) +++++ +++++"
150 IF INKEY$="" THEN GOTO 150
1000 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1010 PRINT"El ángulo  $\alpha$  representa el ángulo de abertura de la mano":PRINT:PRINT:
PRINT:PRINT:PRINT
1020 INPUT"VALOR INICIAL DEL ANGULO  $\alpha$  (entre 0 y 63')";W1
1030 PRINT:PRINT
1040 INPUT"VALOR FINAL DEL ANGULO  $\alpha$  (entre 0 y 63')";W2
1050 PRINT:PRINT
1060 INPUT"MODULO DE VARIACION DEL ANGULO  $\alpha$  (en grados)";W3
1070 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1080 PRINT"El ángulo  $\theta$  representa el ángulo de giro de la mano":PRINT:PRINT:PRIN
T:PRINT:PRINT
1090 INPUT"VALOR INICIAL DEL ANGULO  $\theta$  (entre 0 y 360')";W4
1100 PRINT:PRINT
1110 INPUT"VALOR FINAL DEL ANGULO  $\theta$  (entre 0 y 360')";W5
1120 PRINT:PRINT
1130 INPUT"MODULO DE VARIACION DEL ANGULO  $\theta$  (en grados)";W6
1140 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1150 PRINT"El ángulo  $\theta_1$  representa el ángulo de giro de la columna":PRINT:PRINT:
PRINT:PRINT:PRINT
1160 INPUT"VALOR INICIAL DEL ANGULO  $\theta_1$  (entre 0 y 360')";W7
1170 PRINT:PRINT
1180 INPUT"VALOR FINAL DEL ANGULO  $\theta_1$  (entre 0 y 360')";W8
1190 PRINT:PRINT
1200 INPUT"MODULO DE VARIACION DEL ANGULO  $\theta_1$  (en grados)";W9
1210 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1220 PRINT"La distancia X1 representa la distancia de estiramiento del brazo":P
RINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1230 INPUT"VALOR INICIAL DE DISTANCIA X1 (entre 0 y 314 mm)";W10
1240 PRINT:PRINT
1250 INPUT"VALOR FINAL DE DISTANCIA X1 (entre 0 y 314 mm)";W11
1260 PRINT:PRINT
1270 INPUT"MODULO DE VARIACION DE DISTANCIA X1 (en milímetros)";W12
1275 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT"Calculando. Espere un momento."
1280 FOR X1=W10 TO W11 STEP W12
1290 AR1=W7*3.1415927#/180
1300 AR2=W8*3.1415927#/180
1310 AR3=W9*3.1415927#/180
1320 FOR TX1=AR1 TO AR2 STEP AR3
1330 BR1=W4*3.1415927#/180
1340 BR2=W5*3.1415927#/180
1350 BR3=W6*3.1415927#/180
1360 FOR TETA=BR1 TO BR2 STEP BR3
1370 ALF1=W1*3.1415927#/180

```

```

1380 ALF2=W2*3.1415927#/180
1390 ALF3=W3*3.1415927#/180
1400 FOR ALFA=ALF1 TO ALF2 STEP ALF3
1410 B=ATN((.003+.9*SIN(ALFA))/SQR(1-(.003+.9*SIN(ALFA))))
1420 B1=ATN((.002+.9*SIN(ALFA))/SQR(1-(.002+.9*SIN(ALFA))))
1430 IF X1>165 THEN GOTO 4000
1440 IF X1<165 THEN GOTO 5000
1450 IF ABS(FOI)>ABS(Q1) THEN GOTO 2500
1460 IF ABS(FOI)>ABS(Q2) THEN GOTO 2600
1470 IF ABS(FOI)>ABS(Q3) THEN GOTO 2700
1480 IF ABS(FOI)>ABS(Q4) THEN GOTO 2800
1490 IF ABS(FOJ)>ABS(P1) THEN GOTO 2900
1500 IF ABS(FOJ)>ABS(P2) THEN GOTO 3000
1510 IF ABS(FOJ)>ABS(P3) THEN GOTO 3100
1520 IF ABS(FOJ)>ABS(P4) THEN GOTO 3200
1530 NEXT ALFA
1540 NEXT TETA
1550 NEXT TX1
1560 NEXT X1
1570 CLS
1580 PRINT"Las posiciones de columna donde los momentos son mayores en direcci3n
'i' son:"
1590 PRINT:PRINT" 1) ";
1600 PRINT"a=";ALFA1*180/3.1415927#;" ";
1610 PRINT "  β=";BETA1*180/3.1415927#;" "
1620 PRINT "  θ=";TETA1*180/3.1415927#;" ";
1630 PRINT "  θ1=";TXX1*180/3.1415927#;" "
1640 PRINT " F resultante = -11.608 k [kg]"
1650 PRINT " Fo = ";Q1;" i + ";P11;" j [kg*mm]"
1660 PRINT:PRINT" 2) ";
1670 PRINT"a=";ALFA2*180/3.1415927#;" ";
1680 PRINT "  β=";BETA2*180/3.1415927#;" "
1690 PRINT "  θ=";TETA2*180/3.1415927#;" ";
1700 PRINT "  θ1=";TXX2*180/3.1415927#;" "
1710 PRINT " F resultante = -11.608 k [kg]"
1720 PRINT " Fo = ";Q2;" i + ";P12;" j [kg*mm]"
1730 PRINT:PRINT" 3) ";
1740 PRINT"a=";ALFA3*180/3.1415927#;" ";
1750 PRINT "  β=";BETA3*180/3.1415927#;" "
1760 PRINT "  θ=";TETA3*180/3.1415927#;" ";
1770 PRINT "  θ1=";TXX3*180/3.1415927#;" "
1780 PRINT " F resultante = -11.608 k [kg]"
1790 PRINT " Fo = ";Q3;" i + ";P13;" j [kg*mm]"
1800 PRINT:PRINT" 4) ";
1810 PRINT"a=";ALFA4*180/3.1415927#;" ";
1820 PRINT "  β=";BETA4*180/3.1415927#;" "
1830 PRINT "  θ=";TETA4*180/3.1415927#;" ";
1840 PRINT "  θ1=";TXX4*180/3.1415927#;" "
1850 PRINT " F resultante = -11.608 k [kg]"
1860 PRINT " Fo = ";Q4;" i + ";P14;" j [kg*mm]"
1870 PRINT:PRINT" +++++ +++++ (presione cualquier tecla para continuar) +++++ ++
++++"
1880 IF INKEYS="" THEN GOTO 1880
1890 CLS
1900 PRINT"Las posiciones de columna donde los momentos son mayores en direcci3n
'j' son:"
1910 PRINT:PRINT" 1) ";
1920 PRINT"a=";ALFA1J*180/3.1415927#;" ";

```

```

1930 PRINT "      g=";BETA1J*180/3.1415927#;" ";
1940 PRINT "      0=";TETA1J*180/3.1415927#;" ";
1950 PRINT "      01=";TXX1J*180/3.1415927#;" ";
1960 PRINT "      F resultante = -11.608 k [kg]"
1970 PRINT "      Fo = ";Q11;" i + ";P1;" j [kg*mm]"
1980 PRINT:PRINT"      2) ";
1990 PRINT"a=";ALFA2J*180/3.1415927#;" ";
2000 PRINT "      g=";BETA2J*180/3.1415927#;" ";
2010 PRINT "      0=";TETA2J*180/3.1415927#;" ";
2020 PRINT "      01=";TXX2J*180/3.1415927#;" ";
2030 PRINT "      F resultante = -11.608 k [kg]"
2040 PRINT "      Fo = ";Q12;" i + ";P2;" j [kg*mm]"
2050 PRINT:PRINT"      3) ";
2060 PRINT"a=";ALFA3J*180/3.1415927#;" ";
2070 PRINT "      g=";BETA3J*180/3.1415927#;" ";
2080 PRINT "      0=";TETA3J*180/3.1415927#;" ";
2090 PRINT "      01=";TXX3J*180/3.1415927#;" ";
2100 PRINT "      F resultante = -11.608 k [kg]"
2110 PRINT "      Fo = ";Q13;" i + ";P3;" j [kg*mm]"
2120 PRINT:PRINT"      4) ";
2130 PRINT"a=";ALFA4J*180/3.1415927#;" ";
2135 PRINT "      g=";BETA4J*180/3.1415927#;" ";
2137 PRINT "      0=";TETA4J*180/3.1415927#;" ";
2140 PRINT "      01=";TXX4J*180/3.1415927#;" ";
2150 PRINT "      F resultante = -11.608 k [kg]"
2160 PRINT "      Fo = ";Q14;" i + ";P4;" j [kg*mm]"
2170 PRINT:PRINT"++ escriba 'I' para ver tabla anterior o cualquier otra tecla p
ara terminar ++";
2180 INPUT R$
2190 IF R$="I" THEN GOTO 1580
2200 END
2500 ALFA4=ALFA3:ALFA3=ALFA2:ALFA2=ALFA1:ALFA1=ALFA
2510 B4=B3:B3=B2:B2=B1X:B1X=B
2520 TETA4=TETA3:TETA3=TETA2:TETA2=TETA1:TETA1=TETA
2530 TXX4=TXX3:TXX3=TXX2:TXX2=TXX1:TXX1=TX1
2540 Q4=Q3:Q3=Q2:Q2=Q1:Q1=F0I
2550 P14=P13:P13=P12:P12=P11:P11=F0J
2560 GOTO 1490
2600 ALFA4=ALFA3:ALFA3=ALFA2:ALFA2=ALFA
2610 B4=B3:B3=B2:B2=B
2620 TETA4=TETA3:TETA3=TETA2:TETA2=TETA
2630 TXX4=TXX3:TXX3=TXX2:TXX2=TX1
2640 Q4=Q3:Q3=Q2:Q2=F0I
2650 P14=P13:P13=P12:P12=F0J
2660 GOTO 1490
2700 ALFA4=ALFA3:ALFA3=ALFA
2710 B4=B3:B3=B
2720 TETA4=TETA3:TETA3=TETA
2730 TXX4=TXX3:TXX3=TX1
2740 Q4=Q3:Q3=F0I
2750 P14=P13:P13=F0J
2760 GOTO 1490
2800 ALFA4=ALFA
2810 B4=B
2820 TETA4=TETA
2830 TXX4=TX1
2840 Q4=F0I
2850 P14=F0J
2860 GOTO 1490
2900 ALFA4J=ALFA3J:ALFA3J=ALFA2J:ALFA2J=ALFA1J:ALFA1J=ALFA
2910 B4J=B3J:B3J=B2J:B2J=B1XJ:B1XJ=B

```

```

2920 TETA4J=TETA3J:TETA3J=TETA2J:TETA2J=TETA1J:TETA1J=TETA
2930 TXX4J=TXX3J:TXX3J=TXX2J:TXX2J=TXX1J:TXX1J=TX1
2940 Q14=Q13:Q13=Q12:Q12=Q11:Q11=F0I
2950 P4=P3:P3=P2:P2=P1:P1=F0J
2960 GOTO 1530
3000 ALFA4J=ALFA3J:ALFA3J=ALFA2J:ALFA2J=ALFA
3010 B4J=B3J:B3J=B2J:B2J=B
3020 TETA4J=TETA3J:TETA3J=TETA2J:TETA2J=TETA
3030 TXX4J=TXX3J:TXX3J=TXX2J:TXX2J=TX1
3040 Q14=Q13:Q13=Q12:Q12=F0I
3050 P4=P3:P3=P2:P2=F0J
3060 GOTO 1530
3100 ALFA4J=ALFA3J:ALFA3J=ALFA
3110 B4J=B3J:B3J=B
3120 TETA4J=TETA3J:TETA3J=TETA
3130 TXX4J=TXX3J:TXX3J=TX1
3140 Q14=Q13:Q13=F0I
3150 P4=P3:P3=F0J
3160 GOTO 1530
3200 ALFA4J=ALFA
3210 B4J=B
3220 TETA4J=TETA
3230 TXX4J=TX1
3340 Q14=F0I
3350 P4=F0J
4000 F0I=33.558*COS(TX1)-64.865*SEN(TX1)-44.992-COS(TETA)*( .835+.069*(SEN(B1)-SEN(B)))
4010 F0J=COS(TX1)*(523.195+2.704*X1)-.533*COS(ALFA)-1.845*COS(ALFA)+.069*(COS(B)+COS(B1))+33.558*SEN(TX1)+19.524
4020 GOTO 1450
5000 F0I=33.558*COS(TX1)-64.865*SEN(TX1)-44.992+COS(TETA)*( .835+.069*(SEN(B)-SEN(B1)))
5010 F0J=COS(TX1)*(796.726+.081*X1)+33.558*SEN(TX1)+20.221+.533*COS(ALFA)+1.845*COS(ALFA)+.069*(COS(B)+COS(B1))
5020 GOTO 1450

```

Las posiciones de columna donde los momentos son mayores en dirección 'i' son:

- 1)  $\alpha = 0$        $\beta = 0$   
 $\theta = 0$        $\theta_1 = 39.00001045085323$        $X_1 = 295$   
 $X_1 = 295$  [mm]       $F$  resultante = -11.088 k [kg]  
 $F_0 = -37.20295$  i + 1510.727 j [kg·mm]
- 2)  $\alpha = .9999999371637177$        $\beta = 0$   
 $\theta = 0$        $\theta_1 = 39.00001045085323$        $X_1 = 295$   
 $X_1 = 295$  [mm]       $F$  resultante = -11.088 k [kg]  
 $F_0 = -37.20295$  i + 1510.727 j [kg·mm]
- 3)  $\alpha = 0$        $\beta = 0$   
 $\theta = 5.000000141164526$        $\theta_1 = 39.00001045085323$        $X_1 = 295$   
 $X_1 = 295$  [mm]       $F$  resultante = -11.088 k [kg]  
 $F_0 = -37.20295$  i + 1510.727 j [kg·mm]
- 4)  $\alpha = .9999999371637177$        $\beta = 0$   
 $\theta = 5.000000141164526$        $\theta_1 = 39.00001045085323$        $X_1 = 295$   
 $X_1 = 295$  [mm]       $F$  resultante = -11.088 k [kg]  
 $F_0 = -37.20295$  i + 1510.727 j [kg·mm]

++++ +++++ (presione cualquier tecla para continuar) +++++ +++++

Las posiciones de columna donde los momentos son mayores en dirección 'j' son:

- 1)  $\alpha = 0$        $\beta = 0$   
 $\theta = 0$        $\theta_1 = 39.00001045085323$        $X_1 = 305$   
 $X_1 = 305$  [mm]       $F$  resultante = -11.088 k [kg]  
 $F_0 = -37.20295$  i + 1546.537 j [kg·mm]
- 2)  $\alpha = 0$        $\beta = 0$   
 $\theta = 5.000000141164526$        $\theta_1 = 39.00001045085323$        $X_1 = 305$   
 $X_1 = 305$  [mm]       $F$  resultante = -11.088 k [kg]  
 $F_0 = -37.20295$  i + 1546.537 j [kg·mm]
- 3)  $\alpha = 0$        $\beta = 0$   
 $\theta = 10.00000028232305$        $\theta_1 = 39.00001045085323$        $X_1 = 305$   
 $X_1 = 305$  [mm]       $F$  resultante = -11.088 k [kg]  
 $F_0 = -37.20295$  i + 1546.537 j [kg·mm]
- 4)  $\alpha = 0$        $\beta = 0$   
 $\theta = 14.99999981636566$        $\theta_1 = 39.00001045085323$        $X_1 = 305$   
 $X_1 = 305$  [mm]       $F$  resultante = -11.088 k [kg]  
 $F_0 = -37.20295$  i + 1546.537 j [kg·mm]

!! escriba 'I' para ver tabla anterior o cualquier otra tecla para terminar !!

#### A4.4 SISTEMA "MANIPULADOR"

```

10 CLS
20 PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
30 PRINT"          PROGRAMA PARA EL CALCULO"
35 PRINT:PRINT
40 PRINT"          ESTATICO DEL MANIPULADOR EN"
50 PRINT:PRINT
60 PRINT"          TODAS SUS POSIBLES POSICIONES"
90 PRINT:PRINT:PRINT
100 PRINT"
110 PRINT"          Realizado por Guillermo Manuel"
120 PRINT"          Martinez de la Teja en"
130 PRINT:PRINT:PRINT
140 PRINT"          Agosto de 1992"
150 PRINT"          +++++ +++++ (presione cualquier tecla para continuar) +++++ +++++"
150 IF INKEY$="" THEN GOTO 150
1000 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1010 PRINT"El ángulo  $\alpha$  representa el ángulo de abertura de la mano":PRINT:PRINT:
PRINT:PRINT:PRINT
1020 INPUT"VALOR INICIAL DEL ANGULO  $\alpha$  (entre 0 y 63)";W1
1030 PRINT:PRINT
1040 INPUT"VALOR FINAL DEL ANGULO  $\alpha$  (entre 0 y 63)";W2
1050 PRINT:PRINT
1060 INPUT"MODULO DE VARIACION DEL ANGULO  $\alpha$  (en grados)";W3
1070 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1080 PRINT"El ángulo  $\theta$  representa el ángulo de giro de la mano":PRINT:PRINT:PRINT:
PRINT:PRINT:PRINT
1090 INPUT"VALOR INICIAL DEL ANGULO  $\theta$  (entre 0 y 360)";W4
1100 PRINT:PRINT
1110 INPUT"VALOR FINAL DEL ANGULO  $\theta$  (entre 0 y 360)";W5
1120 PRINT:PRINT
1130 INPUT"MODULO DE VARIACION DEL ANGULO  $\theta$  (en grados)";W6
1140 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1150 PRINT"El ángulo  $\theta_1$  representa el ángulo de giro de la columna":PRINT:PRINT:
PRINT:PRINT:PRINT
1160 INPUT"VALOR INICIAL DEL ANGULO  $\theta_1$  (entre 0 y 360)";W7
1170 PRINT:PRINT
1180 INPUT"VALOR FINAL DEL ANGULO  $\theta_1$  (entre 0 y 360)";W8
1190 PRINT:PRINT
1200 INPUT"MODULO DE VARIACION DEL ANGULO  $\theta_1$  (en grados)";W9
1210 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1220 PRINT"La distancia  $X_1$  representa la distancia de estiramiento del brazo":P
RINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1230 INPUT"VALOR INICIAL DE DISTANCIA  $X_1$  (entre 0 y 314 mm)";W10
1240 PRINT:PRINT
1250 INPUT"VALOR FINAL DE DISTANCIA  $X_1$  (entre 0 y 314 mm)";W11
1260 PRINT:PRINT
1270 INPUT"MODULO DE VARIACION DE DISTANCIA  $X_1$  (en milímetros)";W12
1271 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1272 PRINT"La distancia  $W$  representa la distancia de desplazamiento en la banca
da":PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
1273 INPUT"VALOR INICIAL DE DISTANCIA  $W$  (entre 0 y 460 mm)";W13
1274 PRINT:PRINT
1275 INPUT"VALOR FINAL DE DISTANCIA  $W$  (entre 0 y 460 mm)";W14
1276 PRINT:PRINT
1277 INPUT"MODULO DE VARIACION DE DISTANCIA  $W$  (en milímetros)";W15
1278 CLS:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT"Calculando. Espere un momento."
1279 FOR W=W13 TO W14 STEP W15
1280 FOR X1=W10 TO W11 STEP W12
1290 AR1=W7*3.1415927#/180
1300 AR2=W8*3.1415927#/180
1310 AR3=W9*3.1415927#/180

```

```

1320 FOR TX1=AR1 TO AR2 STEP AR3
1330 BR1=W4*3.1415927#/180
1340 BR2=W5*3.1415927#/180
1350 BR3=W6*3.1415927#/180
1360 FOR TETA=BR1 TO BR2 STEP BR3
1370 ALF1=W1*3.1415927#/180
1380 ALF2=W2*3.1415927#/180
1390 ALF3=W3*3.1415927#/180
1400 FOR ALFA=ALF1 TO ALF2 STEP ALF3
1410 B=ATN((.003+.9*SIN(ALFA))/SQR(1-(.003+.9*SIN(ALFA))))
1420 BI=ATN((.002+.9*SIN(ALFA))/SQR(1-(.002+.9*SIN(ALFA))))
1430 IF X1>165 THEN GOTO 4000
1440 IF X1<165 THEN GOTO 5000
1450 IF ABS(FOI)>ABS(Q1) THEN GOTO 2500
1460 IF ABS(FOI)>ABS(Q2) THEN GOTO 2600
1470 IF ABS(FOI)>ABS(Q3) THEN GOTO 2700
1480 IF ABS(FOI)>ABS(Q4) THEN GOTO 2800
1490 IF ABS(FOJ)>ABS(P1) THEN GOTO 2900
1500 IF ABS(FOJ)>ABS(P2) THEN GOTO 3000
1510 IF ABS(FOJ)>ABS(P3) THEN GOTO 3100
1520 IF ABS(FOJ)>ABS(P4) THEN GOTO 3200
1530 NEXT ALFA
1540 NEXT TETA
1550 NEXT TX1
1560 NEXT X1
1565 NEXT W
1570 CLS
1580 PRINT"Las posiciones del manipulador donde los momentos son mayores en"
1585 PRINT"dirección 'i' son:"
1586 PRINT:PRINT
1590 PRINT"      1) ";
1600 PRINT"α=";ALFA1*180/3.1415927#;"°";
1610 PRINT "      β=";BETA1*180/3.1415927#;"°"
1615 PRINT
1620 PRINT "      θ=";TETA1*180/3.1415927#;"°";
1630 PRINT "      θ1=";TXX1*180/3.1415927#;"°";
1635 PRINT "      W=";WX1;"[mm]"
1636 PRINT
1640 PRINT "      F resultante = -11.608 k [kg]"
1645 PRINT
1650 PRINT "      Fo = ";Q1;" i + ";P1;" j [kg·mm]"
1654 PRINT
1655 PRINT "      R1 =";.004*Q1:PRINT
1656 PRINT "      R2 =";8.000001E-03*Q1;"i -";5.804;"j [kg]":PRINT
1657 PRINT "      R3 =";.004*P1;"j +";-.01*(2*WX1+120);"k [kg]":PRINT
1658 PRINT "      R4 =";-.004*Q1;"i +";-.004*P1;"j +";-.01*(WX1+120)-5.804;"k [
kg]"
1659 PRINT:PRINT:PRINT"      ++++ ((({ presione cualquier tecla para continuar }
))) +++++"
1660 IF INKEY$="" THEN GOTO 1660
1662 CLS:PRINT:PRINT:PRINT
1669 PRINT:PRINT"      2) ";
1670 PRINT"α=";ALFA2*180/3.1415927#;"°";
1680 PRINT "      β=";BETA2*180/3.1415927#;"°"
1685 PRINT
1690 PRINT "      θ=";TETA2*180/3.1415927#;"°";
1700 PRINT "      θ1=";TXX2*180/3.1415927#;"°";
1705 PRINT "      W=";WX2;"[mm]"
1706 PRINT
1710 PRINT "      F resultante = -11.608 k [kg]"

```

```

1715 PRINT
1720 PRINT " Fo = ";Q2;" i + ";P12;" j [kg*mm]"
1722 PRINT
1725 PRINT " R1 =";.004*Q2:PRINT
1726 PRINT " R2 =";8.000001E-03*Q2;"i -";5.804;"j [kg]":PRINT
1727 PRINT " R3 =";.004*P12;"j +";-.01*(2*WX2+120);"k [kg]":PRINT
1728 PRINT " R4 =";-.004*Q2;"i+";-.004*P12;"j+";-.01*(WX2+120)-5.804;"k [
kg]"
1730 PRINT:PRINT:PRINT" +++++ ((((( presione cualquier tecla para continuar ))
))) +++++"
1731 IF INKEY$="" THEN GOTO 1731
1732 CLS:PRINT:PRINT:PRINT
1739 PRINT:PRINT" 3) ";
1740 PRINT"a=";ALFA3*180/3.1415927#;" ";
1750 PRINT " β=";BETA3*180/3.1415927#;" "
1755 PRINT
1760 PRINT " θ=";TETA3*180/3.1415927#;" ";
1770 PRINT " θ1=";TXX3*180/3.1415927#;" ";
1775 PRINT " W=";WX3;"[mm]"
1778 PRINT
1780 PRINT " F resultante = -11.608 k [kg]"
1782 PRINT
1790 PRINT " Fo = ";Q3;" i + ";P13;" j [kg*mm]"
1792 PRINT
1795 PRINT " R1 =";.004*Q3:PRINT
1796 PRINT " R2 =";8.000001E-03*Q3;"i -";5.804;"j [kg]":PRINT
1797 PRINT " R3 =";.004*P13;"j +";-.01*(2*WX3+120);"k [kg]":PRINT
1798 PRINT " R4 =";-.004*Q3;"i+";-.004*P13;"j+";-.01*(WX3+120)-5.804;"k [
kg]"
1800 PRINT:PRINT:PRINT" +++++ ((((( presione cualquier tecla para continuar ))
))) +++++"
1802 IF INKEY$="" THEN GOTO 1802
1803 CLS:PRINT:PRINT:PRINT
1809 PRINT:PRINT" 4) ";
1810 PRINT"a=";ALFA4*180/3.1415927#;" ";
1820 PRINT " β=";BETA4*180/3.1415927#;" "
1825 PRINT
1830 PRINT " θ=";TETA4*180/3.1415927#;" ";
1840 PRINT " θ1=";TXX4*180/3.1415927#;" ";
1845 PRINT " W=";WX4;"[mm]"
1846 PRINT
1850 PRINT " F resultante = -11.608 k [kg]"
1855 PRINT
1860 PRINT " Fo = ";Q4;" i + ";P14;" j [kg*mm]"
1864 PRINT
1865 PRINT " R1 =";.004*Q4:PRINT
1866 PRINT " R2 =";8.000001E-03*Q4;"i -";5.804;"j [kg]":PRINT
1867 PRINT " R3 =";.004*P14;"j +";-.01*(2*WX4+120);"k [kg]":PRINT
1868 PRINT " R4 =";-.004*Q4;"i+";-.004*P14;"j+";-.01*(WX4+120)-5.804;"k [
kg]"
1870 PRINT:PRINT" +++++ +++++ (presione cualquier tecla para continuar) +++++ ++
++++"
1880 IF INKEY$="" THEN GOTO 1880
1890 CLS
1900 PRINT"Las posiciones de columna donde los momentos son mayores en dirección
'j' son:"
1910 PRINT:PRINT" 1) ";
1920 PRINT"a=";ALFA1J*180/3.1415927#;" ";
1930 PRINT " β=";BETA1J*180/3.1415927#;" "
1934 PRINT
1940 PRINT " θ=";TETA1J*180/3.1415927#;" ";

```

```

1950 PRINT " Q1=";TXX1J*180/3.1415927#;" ";
1955 PRINT " W=";W1J;"[mm]"
1956 PRINT
1960 PRINT " F resultante = -11.608 k [kg]"
1966 PRINT
1970 PRINT " Fo = ";Q11;" i + ";P1;" j [kg*mm]"
1972 PRINT
1975 PRINT " R1 =";.004*Q11;PRINT
1976 PRINT " R2 =";8.000001E-03*Q11;"i -";5.804;"j [kg]";PRINT
1977 PRINT " R3 =";.004*P1;"j +";-.01*(2*W1J+120);"k [kg]";PRINT
1978 PRINT " R4 =";-.004*Q11;"i +";-.004*P1;"j +";-.01*(W1J+120)-5.804;"k [
kg]"
1980 PRINT:PRINT" ++++ ++++ (presione cualquier tecla para continuar) ++++ ++
+++ "
1982 IF INKEYS="" THEN GOTO 1982
1983 CLS:PRINT:PRINT:PRINT
1989 PRINT:PRINT" 2) ";
1990 PRINT"a=";ALFA2J*180/3.1415927#;" ";
2000 PRINT " β=";BETA2J*180/3.1415927#;" "
2005 PRINT
2010 PRINT " θ=";TETA2J*180/3.1415927#;" ";
2020 PRINT " θ1=";TXX2J*180/3.1415927#;" ";
2025 PRINT " W=";W2J;"[mm]"
2026 PRINT
2030 PRINT " F resultante = -11.608 k [kg]"
2035 PRINT
2040 PRINT " Fo = ";Q12;" i + ";P2;" j [kg*mm]"
2042 PRINT
2045 PRINT " R1 =";.004*Q12;PRINT
2046 PRINT " R2 =";8.000001E-03*Q12;"i -";5.804;"j [kg]";PRINT
2047 PRINT " R3 =";.004*P2;"j +";-.01*(2*W2J+120);"k [kg]";PRINT
2048 PRINT " R4 =";-.004*Q12;"i +";-.004*P2;"j +";-.01*(W2J+120)-5.804;"k [
kg]"
2050 PRINT:PRINT" ++++ ++++ (presione cualquier tecla para continuar) ++++ ++
+++ "
2052 IF INKEYS="" THEN GOTO 2052
2053 CLS:PRINT:PRINT:PRINT
2059 PRINT:PRINT" 3) ";
2060 PRINT"a=";ALFA3J*180/3.1415927#;" ";
2070 PRINT " β=";BETA3J*180/3.1415927#;" "
2075 PRINT
2080 PRINT " θ=";TETA3J*180/3.1415927#;" ";
2090 PRINT " θ1=";TXX3J*180/3.1415927#;" ";
2095 PRINT " W=";W3J;"[mm]"
2096 PRINT
2100 PRINT " F resultante = -11.608 k [kg]"
2105 PRINT
2110 PRINT " Fo = ";Q13;" i + ";P3;" j [kg*mm]"
2112 PRINT
2115 PRINT " R1 =";.004*Q13;PRINT
2116 PRINT " R2 =";8.000001E-03*Q13;"i -";5.804;"j [kg]";PRINT
2117 PRINT " R3 =";.004*P3;"j +";-.01*(2*W3J+120);"k [kg]";PRINT
2118 PRINT " R4 =";-.004*Q13;"i +";-.004*P3;"j +";-.01*(W3J+120)-5.804;"k [
kg]"
2120 PRINT:PRINT" ++++ ++++ (presione cualquier tecla para continuar) ++++ ++
+++ "
2122 IF INKEYS="" THEN GOTO 2122
2123 CLS:PRINT:PRINT:PRINT
2129 PRINT:PRINT" 4) ";
2130 PRINT"a=";ALFA4J*180/3.1415927#;" ";

```

```

2135 PRINT "      θ=";BETA4J*180/3.1415927#;" "
2136 PRINT
2137 PRINT "      θ=";'TETA4J*180/3.1415927#;" "
2140 PRINT "      θ1=";TXX4J*180/3.1415927#;" "
2145 PRINT "      W=";W4J;"[mm]"
2146 PRINT
2150 PRINT "      F resultante = -11.608 k [kg]"
2156 PRINT
2160 PRINT "      Fo = ";Q14;" i + ";P4;" j [kg*mm]"
2164 PRINT
2165 PRINT "      R1 = ";.004*Q14;PRINT
2166 PRINT "      R2 = ";8.000001E-03*Q14;" i -";5.804;" j [kg]";PRINT
2167 PRINT "      R3 = ";.004*P4;" j i";-.01*(2*W4J+120);" k [kg]";PRINT
2168 PRINT "      R4 = ";-.004*Q14;" i";-.004*P4;" j";-.01*(W4J+120)-5.804;" k [
kg]"
2170 PRINT;PRINT"Opciones: 'i' para ver tabla anterior, 'M' para otro cálculo, '
T' para terminar";
2180 INPUT R$
2185 IF R$="I" THEN GOTO 1570
2190 IF R$="M" THEN LOAD "MANIPULA"
2195 IF R$="T" THEN CLS:SYSTEM
2200 END
2500 ALFA4=ALFA3:ALFA3=ALFA2:ALFA2=ALFA1:ALFA1=ALFA
2505 WX4=WX3:WX3=WX2:WX2=WX1:WX1=W
2510 B4=B3:B3=B2:B2=B1:B1=B
2520 TETA4=TETA3:TETA3=TETA2:TETA2=TETA1:TETA1=TETA
2530 TXX4=TXX3:TXX3=TXX2:TXX2=TXX1:TXX1=TX1
2540 Q4=Q3:Q3=Q2:Q2=Q1:Q1=F0I
2550 P14=P13:P13=P12:P12=P11:P11=F0J
2560 GOTO 1490
2600 ALFA4=ALFA3:ALFA3=ALFA2:ALFA2=ALFA
2605 WX4=WX3:WX3=WX2:WX2=W
2610 B4=B3:B3=B2:B2=B
2620 TETA4=TETA3:TETA3=TETA2:TETA2=TETA
2630 TXX4=TXX3:TXX3=TXX2:TXX2=TX1
2640 Q4=Q3:Q3=Q2:Q2=F0I
2650 P14=P13:P13=P12:P12=F0J
2660 GOTO 1490
2700 ALFA4=ALFA3:ALFA3=ALFA
2705 WX4=WX3:WX3=W
2710 B4=B3:B3=B
2720 TETA4=TETA3:TETA3=TETA
2730 TXX4=TXX3:TXX3=TX1
2740 Q4=Q3:Q3=F0I
2750 P14=P13:P13=F0J
2760 GOTO 1490
2800 ALFA4=ALFA
2805 WX4=W
2810 B4=B
2820 TETA4=TETA
2830 TXX4=TX1
2840 Q4=F0I
2850 P14=F0J
2860 GOTO 1490
2900 ALFA4J=ALFA3J:ALFA3J=ALFA2J:ALFA2J=ALFA1J:ALFA1J=ALFA
2905 W4J=W3J:W3J=W2J:W2J=W1J:W1J=W
2910 B4J=B3J:B3J=B2J:B2J=B1J:B1J=B
2920 TETA4J=TETA3J:TETA3J=TETA2J:TETA2J=TETA1J:TETA1J=TETA
2930 TXX4J=TXX3J:TXX3J=TXX2J:TXX2J=TXX1J:TXX1J=TX1
2940 Q14=Q13:Q13=Q12:Q12=Q11:Q11=F0I
2950 P4=P3:P3=P2:P2=P1:P1=F0J

```

```

2950 P4=P3:P3=P2:P2=P1:P1=F0J
2960 GOTO 1530
3000 ALFA4J=ALFA3J:ALFA3J=ALFA2J:ALFA2J=ALFA
3005 W4J=W3J:W3J=W2J:W2J=W
3010 B4J=B3J:B3J=B2J:B2J=B
3020 TETA4J=TETA3J:TETA3J=TETA2J:TETA2J=TETA
3030 TXX4J=TXX3J:TXX3J=TXX2J:TXX2J=TX1
3040 Q14=Q13:Q13=Q12:Q12=F0I
3050 P4=P3:P3=P2:P2=F0J
3060 GOTO 1530
3100 ALFA4J=ALFA3J:ALFA3J=ALFA
3105 W4J=W3J:W3J=W
3110 B4J=B3J:B3J=B
3120 TETA4J=TETA3J:TETA3J=TETA
3130 TXX4J=TXX3J:TXX3J=TX1
3140 Q14=Q13:Q13=F0I
3150 P4=P3:P3=F0J
3160 GOTO 1530
3200 ALFA4J=ALFA
3205 W4J=W
3210 B4J=B
3220 TETA4J=TETA
3230 TXX4J=TX1
3340 Q14=F0I
3350 P4=F0J
4000 F0I=33.558*COS(TX1)-64.865*SEN(TX1)-44.992*COS(TETA)^(.835+.069*(SEN(B1)-SE
N(B)))
4010 F0J=COS(TX1)*(523.195+2.704*XI)-.533*COS(ALFA)-1.845*COS(ALFA)+.069*(COS(B)
+COS(B1))+33.558*SEN(TX1)+19.524
4020 GOTO 1450
5000 F0I=33.558*COS(TX1)-64.865*SEN(TX1)-44.992*COS(TETA)^(.835+.069*(SEN(B)-SE
N(B1)))
5010 F0J=COS(TX1)*(796.726+.081*XI)+33.558*SEN(TX1)+20.221+.533*COS(ALFA)+1.845*
COS(ALFA)+.069*(COS(B)+COS(B1))
5020 GOTO 1450

```

Las posiciones del manipulador donde los momentos son mayores en dirección 'i' son:

1)  $\alpha = 0^\circ$                        $\beta = 0^\circ$   
 $\theta = 0^\circ$                        $\theta_1 = 149.9999374508649^\circ$   
 $X_1 = 185$  [mm]                       $W = 0$  [mm]  
F resultante =  $-11.608$  k [kg]  
 $F_0 = -74.88906$  i +  $-869.0362$  j [kg·mm]  
 $R_1 = -.2995563$   
 $R_2 = -.5991126$  i -  $5.804$  j [kg]  
 $R_3 = -3.476145$  j +  $-1.2$  k [kg]  
 $R_4 = .2995563$  i +  $3.476145$  j +  $-7.004$  k [kg]

++++ ((((( presione cualquier tecla para continuar ))))) +++++

2)  $\alpha = 1.999999874327435^\circ$                        $\beta = 0^\circ$   
 $\theta = 0^\circ$                        $\theta_1 = 149.9999374508649^\circ$   
 $X_1 = 185$  [mm]                       $W = 0$  [mm]  
F resultante =  $-11.608$  k [kg]  
 $F_0 = -74.88906$  i +  $-869.0348$  j [kg·mm]  
 $R_1 = -.2995563$   
 $R_2 = -.5991126$  i -  $5.804$  j [kg]  
 $R_3 = -3.476139$  j +  $-1.2$  k [kg]  
 $R_4 = .2995563$  i +  $3.476139$  j +  $-7.004$  k [kg]

++++ ((((( presione cualquier tecla para continuar ))))) +++++

```

3)  $\alpha = 3.999999748654871$        $\beta = 0$ 
 $\theta = 0$        $\theta_1 = 149.9999374508649$ 
X1= 185 [mm]      W= 0 [mm]
F resultante = -11.608 k [kg]
Fo = -74.88906 i + -869.0307 j [kg*mm]
R1 = -.2995563
R2 = -.5991126 i - 5.804 j [kg]
R3 = -3.476123 j + -1.2 k [kg]
R4 = .2995563 i + 3.476123 j + -7.004 k [kg]

```

++++ ((((( presione cualquier tecla para continuar ))))) +++++

```

4)  $\alpha = 5.999999926546265$        $\beta = 0$ 
 $\theta = 0$        $\theta_1 = 149.9999374508649$ 
X1= 185 [mm]      W= 0 [mm]
F resultante = -11.608 k [kg]
Fo = -74.88906 i + -869.0239 j [kg*mm]
R1 = -.2995563
R2 = -.5991126 i - 5.804 j [kg]
R3 = -3.476096 j + -1.2 k [kg]
R4 = .2995563 i + 3.476096 j + -7.004 k [kg]

```

++++ +++++ (presione cualquier tecla para continuar) +++++ +++++

Las posiciones del manipulador donde momentos son mayores en dirección 'j' son:

1)  $\alpha = 0^\circ$                      $\beta = 0^\circ$   
 $\theta = 0^\circ$                      $\theta_1 = 149.9999374508649^\circ$   
 $X_1 = 0$  [mm]                     $W = 0$  [mm]  
F resultante = -11.608 k [kg]  
 $F_0 = -74.88906$  i + -880.7449 j [kg·mm]  
 $R_1 = -.2995563$   
 $R_2 = -.5991126$  i - 5.804 j [kg]  
 $R_3 = -3.52298$  j +-1.2 k [kg]  
 $R_4 = .2995563$  i+ 3.52298 j+-7.004 k [kg]

+++++ +++++ (presione cualquier tecla para continuar) +++++ +++++

2)  $\alpha = 0^\circ$                      $\beta = 0^\circ$   
 $\theta = .9999999371637177^\circ$                      $\theta_1 = 149.9999374508649^\circ$   
 $X_1 = 0$  [mm]                     $W = 0$  [mm]  
F resultante = -11.608 k [kg]  
 $F_0 = -74.88893$  i + -880.7449 j [kg·mm]  
 $R_1 = -.2995558$   
 $R_2 = -.5991116$  i - 5.804 j [kg]  
 $R_3 = -3.52298$  j +-1.2 k [kg]  
 $R_4 = .2995558$  i+ 3.52298 j+-7.004 k [kg]

+++++ +++++ (presione cualquier tecla para continuar) +++++ +++++

3)  $\alpha = 0^\circ$                      $\beta = 0^\circ$   
 $\theta = 0^\circ$                      $\theta_1 = 149.9999374508649^\circ$   
 $X_1 = 0$  [mm]                     $W = 1$  [mm]  
**F resultante = -11.608 k [kg]**  
 $F_o = -74.88906$  i +  $-880.7449$  j [kg·mm]  
 $R_1 = -.2995563$   
 $R_2 = -.5991126$  i -  $5.804$  j [kg]  
 $R_3 = -3.52298$  j +  $-1.22$  k [kg]  
 $R_4 = .2995563$  i +  $3.52298$  j +  $-7.014$  k [kg]

+++++ +++++ (presione cualquier tecla para continuar) +++++ +++++

4)  $\alpha = 0^\circ$                      $\beta = 0^\circ$   
 $\theta = .9999999371637177^\circ$                      $\theta_1 = 149.9999374508649^\circ$   
 $X_1 = 0$  [mm]                     $W = 1$  [mm]  
**F resultante = -11.608 k [kg]**  
 $F_o = -74.88893$  i +  $-880.7449$  j [kg·mm]  
 $R_1 = -.2995558$   
 $R_2 = -.5991116$  i -  $5.804$  j [kg]  
 $R_3 = -3.52298$  j +  $-1.22$  k [kg]  
 $R_4 = .2995558$  i +  $3.52298$  j +  $-7.014$  k [kg]

Opciones: 'I' para ver tabla anterior, 'M' para otro cálculo, 'T' para terminar?

## A5. DISEÑO DE ENGRANES Y TORNILLOS

### **A5.1 SISTEMAS DE TRANSMISION DE POTENCIA**

En muchos casos, no es posible encontrar un actuador con las características exactas de velocidad, fuerza o par motor, según sea el caso, para realizar las tareas deseadas; en otros casos, es necesario situar el actuador alejado de la articulación prevista del manipulador. Por estas razones, resulta necesario utilizar algún tipo de transmisión de potencia y en algunos casos actuar como transformador de potencia.

Existen varias formas de efectuar la transmisión de potencia mecánica, entre las cuales se cuentan las poleas y bandas, las ruedas dentadas y cadenas, los engranes y los tornillos.

En el diseño de este manipulador se aplicaron engranes y tornillos, por lo cual se dará una breve explicación sobre ellos y posteriormente los cálculos y datos para el diseño de estas piezas del manipulador.

### **A5.2 ENGRANES**

Los engranes se utilizan para transmitir movimiento giratorio desde un eje a otro, los cuales pueden ser paralelos, perpendiculares o sesgados.

El tipo de engranes que se diseñaron para este manipulador se conocen como engranes "rectos" o "cilíndricos", cuyos elementos de dientes son rectos y paralelos al eje del árbol correspondiente. Estos engranes se emplean para transmitir potencia entre ejes paralelos, la cual se transmite al girar uno de los engranes e impulsar al otro sin deslizarse sobre él. La superficie de contacto entre los engranes se sitúa en la "circun-

ferencia primitiva", que se encuentra aproximadamente a la altura media de los dientes.

El engrane impulsor se conoce como piñón y el otro como engrane conducido. Si ambos engranes son del mismo diámetro, no se alteran las características de la velocidad o par motor transmitidos, pero si son de diferente diámetro se alteran estas características; por ejemplo, si el piñón es 1/4 del tamaño del engrane conducido, por cada revolución realizada por el piñón el engrane conducido girará solamente 1/4 de revolución. Este tipo de tren de engranes se conoce como un reductor de velocidad. El par motor aplicado por el piñón se multiplica por 4 en el eje del engrane conducido. Puesto que la velocidad se reduce en 1/4 y el par motor se multiplica por 4, la potencia de salida del tren de engranes sigue siendo la misma.

La figura A5.1 muestra la nomenclatura utilizada en este tipo de engranes.

Para el diseño de los engranes de este manipulador se utilizaron las siguientes relaciones:

1. Relación de velocidad:

$$m = D2 / D1 = N2 / N1$$

donde:  $m$  es la relación de velocidad angular del engranaje motor y la velocidad angular del engranaje conducido.

$D$  es el diámetro primitivo de cada uno de los engranes.

$N$  es el número de dientes de cada uno de los engranes.

2. Paso diametral:

El paso diametral  $P_d$  es la relación que representa el número de dientes por pulgada de diámetro primitivo:

$$Pd = N / D$$

donde: N es el número de dientes del engrane y D el diámetro primitivo expresado en pulgadas.

Las dimensiones recomendadas para dientes de altura completa en base al paso diametral son:

$$\text{Addendum } a = 1/Pd \qquad \text{Altura de trabajo} = 2/Pd$$

$$\text{Dedendum } d = 1.25/Pd \qquad \text{Altura total} = 2.25/Pd$$

$$\text{Diámetro exterior} = D + 2a$$

$$\text{Espacio libre (mínimo)} = 0.25/Pd$$

El ángulo de presión normalizado por la AGMA (American Gear Manufacturers Association) es de 20°.

Para mayor facilidad en la construcción de los engranes con un sólo tipo de cortador, se buscó que el paso diametral en los engranes diseñados fuera el mismo para todos, encontrando que el paso diametral 18 es el más conveniente. Se aplicaron las relaciones para engranes rectos con el fin de encontrar los diámetros adecuados de los engranes motores y de los inducidos.

### A5.3 TORNILLOS DE POTENCIA

Los tornillos de potencia se utilizan para convertir un movimiento giratorio en un movimiento lineal. Los tornillos de transmisión de potencia generalmente están sometidos a combinaciones de esfuerzos, por lo que son diferentes a las que se utilizan para tornillos de fijación. La rosca de tipo Acme es una de las más utilizadas para este tipo de trabajo, ya que puede ser tallada con terrajas o cojinetes de roscar y su fabricación es más barata y sencilla que otros tipos de rosca para transmisión de potencia.

Para el diseño de los tornillos de transmisión de potencia se utilizaron las tablas donde se indican las proporciones de las roscas de potencia en función del diámetro exterior, que en todas las piezas diseñadas de este tipo se eligió de 1.27 [cm] ó  $\frac{1}{2}$  [pulgada]. Para este tamaño se encontró en rosca Acme las siguientes características:

10 hilos/pulgada

Diámetro menor: 1.016 [cm] ó 0.4 [pulgadas]

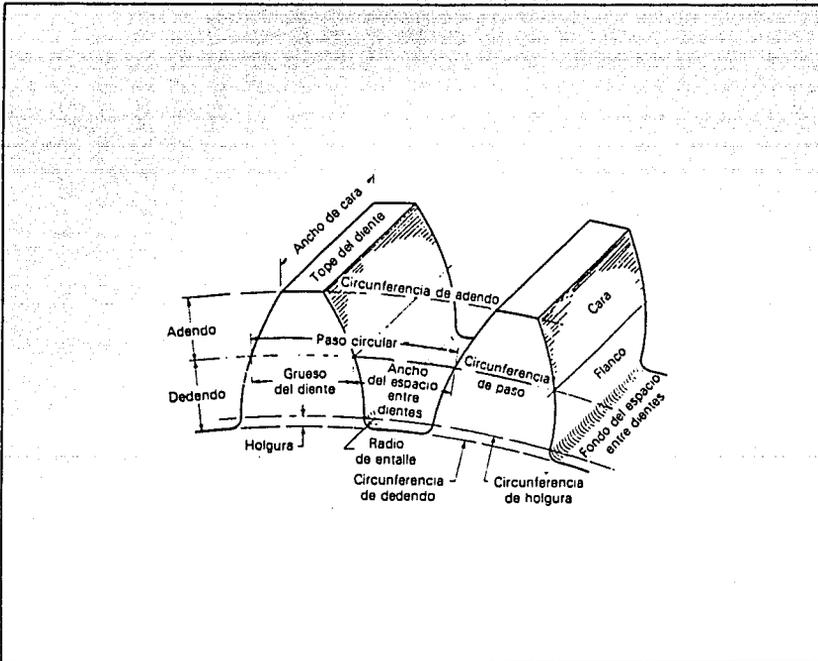


Figura A5.1