

300615



UNIVERSIDAD LA SALLE

ESCUELA DE INGENIERIA  
Incorporada a la U.N.A.M.

1  
2ej

RESPUESTA DE SISTEMAS SUELO-CIMENTACION-  
ESTRUCTURA

**TESIS PROFESIONAL**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A,

**HECTOR RAUL AGUILAR BECERRIL**

ASESOR DE TESIS,

**M. en I. Luis Eduardo Pérez Rocha**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

MEXICO. D. F.

1992



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## CONTENIDO

RESUMEN	1
INTRODUCCION	2
CAPÍTULO 1 ESPECTROS DE RESPUESTA	4
1.1 Descripción de métodos para el cálculo de espectros de respuesta	
1.2 Comparación de espectros de respuesta	
CAPÍTULO 2 INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA	13
2.1 Caracterización del suelo y la estructura	
2.2 Funciones de impedancia	
CAPÍTULO 3 RESPUESTA DE SISTEMAS SUELO-CIMENTACIÓN-ESTRUCTURA	24
3.1 Cálculo Riguroso	
3.2 Cálculo Aproximado	
3.3 Parámetros de interacción suelo-estructura	
3.4 Análisis de espectros de respuesta con interacción suelo-estructura	
CAPÍTULO 4 EFECTOS DE SITIO EN SISTEMAS SUELO-CIMENTACIÓN-ESTRUCTURA	37
4.1 Fuente de excitación	
4.2 Respuesta de sitio	
4.3 Resultados	
CONCLUSIONES	43
AGRADECIMIENTOS	45
BIBLIOGRAFÍA	47
FIGURAS	49
APÉNDICE A	78

## RESUMEN

En este trabajo se discute la importancia de los espectros de respuesta en el diseño de estructuras. Se presentan tres métodos para su cálculo: integración paso-a-paso, transformada de Fourier y teoría de vibraciones casuales.

Se detalla la forma de obtener un modelo suelo-cimentación-estructura simplificado, compuesto por un oscilador de un grado de libertad con cimentación circular enterrada en un manto homogéneo. Ello idealiza a una estructura con N grados de libertad con cimentación superficial, en cajón, desplantada en un depósito estratificado.

Se mencionan aspectos generales de la interacción dinámica suelo-estructura, así como sus principales efectos en la respuesta estructural. Para considerar la interacción se presentan dos métodos; uno riguroso basado en la solución de las ecuaciones de equilibrio dinámico de la estructura en presencia de la cimentación, representada por funciones de impedancia, y otro aproximado, en el que se hace uso de periodos y amortiguamientos de la estructura llamados efectivos que aproximan la condición de interacción con el suelo en una estructura con base rígida. Se comparan espectros de respuesta calculados en dos sitios típicos del valle de México con ambos métodos, haciendo uso de acelerogramas del sismo del 19 de septiembre de 1985.

Se calculan contornos de pseudoaceleraciones espectrales en la superficie de un estrato de suelo elástico homogéneo excitado por la incidencia vertical de ondas de corte. El interés es estudiar los efectos de diferentes configuraciones sitio-cimentación-estructura en la respuesta estructural, para escenarios con características de amplificación dinámica similares al valle de México.

## INTRODUCCIÓN

La formación geológica del valle de México, constituida por depósitos aluviales y lacustres, en combinación con la cercanía relativa a la zona de subducción de la costa del Pacífico, propician condiciones de alto riesgo sísmico.

Al ocurrir un temblor, las ondas sísmicas que llegan a la cuenca del valle son sujetas a amplificación y resonancia en los depósitos arcillosos más superficiales. Por ello, los efectos que provocan en las obras civiles son considerables.

A pesar del largo historial en materia de sismicidad de la Ciudad de México, la gran vulnerabilidad ante este tipo de fenómenos se manifestó, en forma extraordinaria, durante los terremotos de septiembre de 1985, que causaron muertes y daños de magnitud sin precedente. Según el informe que presentó el Comité Metropolitano para emergencias, más de 5,000 edificios fueron dañados o destruidos (SGOP, 1988).

Con el fin de mitigar los efectos de estos fenómenos naturales, el Departamento del Distrito Federal modificó el entonces Reglamento de Construcción vigente desde 1976. Un punto al que se dedicó especial cuidado fue el de espectros para diseño sísmico que, para algunos casos, se encontraban muy por debajo de lo observado en 1985 (CFE, 1988).

Ello ha obligado a realizar estudios sobre el comportamiento real de estructuras ante sollicitaciones sísmicas. Hasta hace algunos años las normas de diseño estructural establecían, para todos sus análisis, el considerar a la estructura apoyada sobre una base rígida. Sin embargo, en diversos estudios se ha determinado que la respuesta de una

estructura está íntimamente relacionada con las características del suelo de desplante. Este problema conduce al análisis de la interacción dinámica suelo-estructura. Se sabe que sus principales efectos son modificaciones en el periodo y el amortiguamiento estructurales.

Las Normas Técnicas Complementarias para diseño por sismo del Reglamento de Construcciones (1987) vigente contemplan, bajo varias hipótesis simplificadoras, los efectos de la interacción en el periodo estructural. El interés de este trabajo es suministrar criterios prácticos que tomen en cuenta las variaciones del periodo y amortiguamiento, considerando además, factores determinantes en el fenómeno de interacción.

Para lograr este objetivo, se hace uso de un modelo compuesto por una estructura de un grado de libertad con cimentación cilíndrica de sección circular enterrada en un manto homogéneo de extensión lateral infinita, que representa las condiciones de una estructura real con cimentación superficial en cajón. Las acciones dinámicas del suelo en la cimentación se evalúan mediante funciones de impedancia.

Las ordenadas espectrales se estiman considerando periodos y amortiguamientos efectivos, es decir, los periodos y amortiguamientos modificados por los efectos de interacción. La estimación se realiza con base en algunos resultados de la teoría de vibraciones casuales.

Se presentan espectros de respuesta para diferentes condiciones de interacción, calculados con los registros de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) y Central de Abastos-Oficinas (CAO) del sismo del 19 de septiembre de 1985.

Para estudiar los efectos de sitio en los espectros de respuesta en sistemas suelo - cimentación - estructura se plantean diferentes características del sistema para estructuras desplantadas en un manto homogéneo.

En adición, en diagramas de contornos se presentan ordenadas espectrales para diferentes condiciones de sitio y de interacción; la respuesta de sitio se calcula con un modelo unidimensional de propagación de ondas de corte excitado con un registro de terreno firme (Ciudad Universitaria) del sismo del 19 de septiembre de 1985.

## 1. ESPECTROS DE RESPUESTA

El diseño sísmico de estructuras hace uso de diferentes recursos; no cabe duda que el espectro de respuesta constituye uno de los más valiosos.

El espectro de respuesta representa la respuesta estructural de sistemas, con diferente periodo e igual amortiguamiento, sometidos a la misma excitación. En realidad se traduce en una gráfica de las aceleraciones máximas (velocidad o desplazamiento) en valor absoluto obtenidas de un conjunto de osciladores de un grado de libertad.

La forma de obtener un espectro de respuesta consiste en excitar un oscilador amortiguado, el cual experimenta una respuesta, en la que se busca el máximo valor absoluto en el tiempo. El periodo del oscilador en las abscisas y el valor obtenido en las ordenadas proporcionan un punto del espectro de respuesta, el procedimiento se repite con nuevos osciladores que poseen periodos de vibración diferentes pero con amortiguamiento y excitación iguales. Nótese que el espectro de respuesta estará determinado por las condiciones de sitio, implícitas en la excitación, y por el periodo de la estructura.

Sin embargo, los espectros de respuesta son un medio para la obtención de un instrumento más práctico y de mayor difusión, conocido como espectro de diseño, el cual es la envolvente de numerosos espectros de respuesta, ya sea para diferentes sismos, o para el mismo registrado en diferentes sitios. Generalmente se obtiene mediante un formato probabilístico en el que se hacen intervenir, de manera muy simple, costos y beneficios. Por ello, se dice que el espectro de diseño proporciona la aceleración correspondiente de una estructura de periodo conocido ante cualquier sismo, este valor representa el coeficiente

sismico utilizado en el cálculo de fuerzas sismicas en el diseño estructural.

En las Normas Técnicas Complementarias para diseño por sismo del Reglamento de Construcciones del D. F. (1987), en su sección correspondiente a espectros para diseño, presenta expresiones para determinar el valor de la ordenada espectral de aceleración a partir del periodo de la estructura y del sitio. Sin embargo, los efectos del suelo en la estructura se consideran en forma gruesa y su uso se hace general para todas las estructuras ubicadas dentro de la misma zona geotécnica.

Para fines prácticos, puede considerarse que los espectros de respuesta son el principal apoyo del diseño sismico. Existen diferentes métodos para calcularlos, cada uno bajo ciertas condiciones, que determinan su grado de exactitud. En este trabajo se estudian tres de ellos, de los cuales dos son rigurosos y el tercero de carácter probabilístico.

## 1.1 Descripción de métodos para el cálculo de espectros de respuesta

### 1.1.1. Integración en el tiempo paso-a-paso

Esta forma de proceder para el cálculo de los espectros de respuesta, hace uso del método de integración paso-a-paso de las ecuaciones de movimiento en el dominio del tiempo. En este trabajo se eligió el método  $\beta$  de Newmark (Newmark, 1959) por su simplicidad y estabilidad numérica en el análisis de osciladores lineales.

Considérese la ecuación de equilibrio dinámico de un oscilador lineal de un grado de libertad al tiempo  $i+1$  (Apéndice A, ec A10).

$$\ddot{x}_{i+1} + 2 \xi \Omega \dot{x}_{i+1} + \Omega^2 x_{i+1} = -\ddot{y}_{i+1} \quad (1.1)$$

De acuerdo con Newmark las relaciones de velocidad y desplazamiento al tiempo  $i+1$  son

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + (1-\beta) \Delta t \ddot{x}_i + \beta \Delta t \ddot{x}_{i+1} \quad (1.2)$$

$$x_{i+1} = x_i + \dot{x}_i \Delta t + (1/2 - \alpha) \Delta t^2 \ddot{x}_i + \alpha \Delta t^2 \ddot{x}_{i+1} \quad (1.3)$$

al sustituir las expresiones 1.2 y 1.3 en la ecuación 1.1 y reagrupar, se obtiene

$$\ddot{x}_{1+1} = \frac{\ddot{y}_{1+1} + 2 \xi \Omega (\dot{x}_1 + \ddot{x}_1 \Delta t (1-\beta)) + \Omega^2 (x_1 + \dot{x}_1 \Delta t + \ddot{x}_1 \Delta t^2 (1/2-\alpha))}{1 + 2 \xi \Omega \beta \Delta t + \Omega^2 \alpha \Delta t^2} \quad (1.4)$$

Para  $\alpha=(1/2)\beta$  y  $\beta=1/2$ , la aceleración es constante en cada paso de integración y el método es incondicionalmente estable en el cálculo de la respuesta libre no amortiguada de un oscilador lineal de un grado de libertad (Clough y Penzien, 1975).

La expresión 1.4 permite conocer la historia de aceleraciones del oscilador relativas a la base, en términos de su periodo y amortiguamiento, y de valores de aceleración, velocidad y desplazamiento ya conocidos. El proceso de integración debe continuar hasta cubrir más allá de la duración de la excitación para tomar en cuenta la duración de la vibración libre.

Si retomamos la ecuación de equilibrio dinámico, la aceleración absoluta se expresa como

$$\ddot{x} + \ddot{y} = \Omega^2 x + 2 \xi \Omega \dot{x} \quad (1.5)$$

donde, para valores de amortiguamiento  $\xi$  pequeños (típicamente 5%), el último término del segundo miembro puede despreciarse obteniéndose

$$S_a = \max_t \left\{ \left| \Omega^2 x(t) \right| \right\} \quad (1.6)$$

$S_a$  representa la pseudoaceleración, que es una aproximación bastante razonable de la aceleración absoluta;  $\max_t \{ \cdot \}$  es el operador para tomar el máximo de la función  $\{ \cdot \}$  en el dominio del tiempo.

### 1.1.2 Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es un instrumento que permite cuantificar el contenido armónico de una serie en el dominio del tiempo. Las relaciones principales son las siguientes

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1.7)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.8)$$

Estas ecuaciones representan la transformada y antitransformada de Fourier, respectivamente, donde  $f(t)$  es la función en el dominio del tiempo y  $F(\omega)$  su espectro en el dominio de la frecuencia. Para el presente estudio,  $f(t)$  es la excitación (acelerograma) y se considera que es un proceso armónico estacionario.

Al obtener el espectro de Fourier de la excitación  $\ddot{Y}(\omega)$ , es necesario realizar el producto con la función de transferencia del oscilador para obtener su respuesta ante la excitación. Este proceso es conocido con el nombre de convolución y es propio de los sistemas lineales. Por otro lado, si  $X(\omega)$  es el espectro de Fourier de los desplazamientos  $x(t)$ , las relaciones para velocidad y aceleración son de la siguiente forma

$$F[\dot{x}(t)] = i\omega X e^{i\omega t} = i\omega X(\omega) \quad (1.9)$$

$$F[\ddot{x}(t)] = -\omega^2 X e^{i\omega t} = -\omega^2 X(\omega) \quad (1.10)$$

Tomando la transformada de Fourier de ambos miembros de la ecuación de equilibrio dinámico de un oscilador (Apéndice A, ec A10) y haciendo uso de las ecs 1.9 y 1.10 se obtiene

$$-\omega^2 X(\omega) + 2i\xi\Omega\omega X(\omega) + \Omega^2 X(\omega) = -\ddot{Y}(\omega) \quad (1.11)$$

de donde:

$$X(\omega) = \left[ \frac{-1}{\Omega^2 + 2i\xi\Omega\omega - \omega^2} \right] \ddot{Y}(\omega) \quad (1.12)$$

Esta expresión representa el desplazamiento del oscilador relativo a la base, con la excitación en términos del espectro de Fourier de aceleraciones. Bajo estas condiciones, el término  $[\cdot]$  es la función de transferencia del oscilador. Si se multiplica por el factor  $\Omega^2$  se obtiene la transferencia de aceleraciones como excitación a pseudoaceleraciones como respuesta, es decir

$$\Omega^2 X(\omega) = \frac{-\Omega^2 \ddot{Y}(\omega)}{\Omega^2 + 2i\xi\Omega\omega - \omega^2} \quad (1.13)$$

entonces el espectro de pseudoaceleraciones se escribe como

$$Sa(\Omega, \xi) = \max_t \left\{ \left| \frac{-\ddot{Y}(\omega)}{1 + 2i\xi \frac{\omega}{\Omega} - \frac{\omega^2}{\Omega^2}} \right| \right\} \quad (1.14)$$

el argumento de la función  $\max_t \{ \cdot \}$  representa la respuesta máxima del oscilador ante la excitación  $\ddot{Y}(\omega)$ . En el tiempo se obtiene con la síntesis de Fourier (ec 1.8).

Para la utilización de las ecs 1.7 y 1.8 se emplea la transformada rápida de Fourier FFT (Claerbout, 1976).

### 1.1.3 Teoría de Vibraciones Casuales

La teoría de vibraciones casuales (TVC) ofrece una alternativa rápida y eficiente para estimar la esperanza de las amplitudes máximas en el dominio del tiempo, correspondientes a un espectro de amplitudes de Fourier. Una limitación de esta teoría en sismología, es que sus hipótesis consideran que las series de tiempo son procesos estacionarios con amplio contenido espectral de frecuencias. A pesar de ello, la utilización de sus resultados en acelerogramas reales ha sido satisfactoria, en particular en registros cuyo espectro de Fourier es de banda angosta (Reinoso *et al*, 1990). Otra limitación proviene de la necesidad de contar con un valor de la duración de la fase intensa del movimiento.

En la TVC, la expresión que relaciona el valor esperado de la amplitud máxima  $E(x_{\max})$  de una serie de tiempo, con su raíz cuadrática media  $x_{rcm}$ , se indica como

$$E(x_{\max}) = f(N)x_{rcm} \quad (1.15)$$

donde el factor pico  $f(N)$  se expresa asintóticamente como

$$f(N) = (2 \ln N)^{1/2} \frac{\gamma}{(2 \ln N)^{1/2}} \quad (1.16)$$

$\gamma$  es la constante de Euler e igual a 0.5772.... y  $N$  es una medida del número de cruces por cero de la serie, determinada por

$$N = 2 \tilde{f} T_r \quad (1.17)$$

el factor 2 indica el máximo positivo y negativo de cada ciclo, la duración del temblor se respresenta por  $T_r$ . La frecuencia predominante del movimiento  $\tilde{f}$  se obtiene de

$$\tilde{f} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{m_2}{m_0} \right]^{1/2} \quad (1.18)$$

$m_0$  y  $m_2$  indican el momento de orden cero y dos del espectro de potencia  $|X(\omega, \Omega, \xi)|^2$ . Los momentos  $m_k$ , se definen mediante

$$m_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{f_{\max}} \omega^k |X(\omega, \Omega, \xi)|^2 d\omega \quad (1.19)$$

$f_{\max}$  es la frecuencia máxima del espectro de excitación.

Para estimar la raíz cuadrática media ( $x_{rcm}$ ), se hace uso del teorema de Parseval, el cual puede expresarse como

$$x_{rcm} = \left[ \frac{m_0}{T_{rcm}} \right]^{1/2} \quad (1.20)$$

donde  $T_{rcm}$  es la duración equivalente del movimiento del oscilador.

Al emplear estos resultados en la obtención de espectros de respuesta, es necesario recurrir nuevamente a la ecuación de equilibrio dinámico para un oscilador de un grado de libertad (Apéndice A, ec A10).

$$\ddot{x} + 2\xi\Omega\dot{x} + \Omega^2 x = y(t) \quad (1.21)$$

Tomando la trasformada de Fourier de la ec 1.21 como en el método anterior, y tomando el módulo de las pseudoaceleraciones en términos del espectro de aceleraciones de excitación  $\ddot{Y}(\omega)$ , se llega a

$$|X(\omega, \Omega, \xi)| = \left| \left[ \frac{-1}{1 + 2i\xi\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\omega^2}{\Omega^2}} \right] \right| \left| \ddot{Y}(\omega) \right| \quad (1.22)$$

Sabemos que una buena estimación de la pseudoaceleración, es su esperanza, de tal forma que si

$$S_a = \Omega^2 \left( \max |x(t)| \right) \quad (1.23)$$

(Newmark y Rosenblueth, 1971), entonces,

$$S_a = \Omega^2 E \left( x_{\max} \right) \quad (1.24)$$

Finalmente, la obtención de la duración del temblor  $T_r$ , en la ec 1.17 y la duración equivalente del movimiento del oscilador  $T_{rcm}$  de la ec 1.20 requieren del siguiente análisis:

$T_r$  es la duración de la etapa intensa del temblor  $\ddot{y}(t)$ , su estimación se realiza satisfactoriamente con la Intensidad de Arias (Arias, 1969 y Trifunac y Brady, 1975), la cual se expresa de la siguiente forma

$$I_A = \frac{2 \pi}{g} \int_0^{T_T} \ddot{y}^2(t) dt \quad (1.25)$$

donde la intensidad de Arias se indica como  $I_A$ ,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $T_T$  es la duración total de la señal y  $\ddot{y}(t)$  es la serie de tiempo de aceleraciones de la excitación en la base del oscilador.

Si se considera que el tiempo comprendido entre el 5 y 95 % de la energía, dada por  $I_A$ , representa la duración de la etapa intensa  $T_r$ , por lo tanto, al normalizar la ec 1.25 respecto a  $I_A$  se obtiene

$$F(t) = \frac{2 \pi}{I_A g} \int_0^{T_T} \ddot{y}^2(t) dt \quad (1.26)$$

En esta ecuación  $F(T_T) = 1$ . Determinando los valores correspondientes a  $F(t_1) = 0.05$  y  $F(t_2) = 0.95$ , el valor de la etapa intensa se evalúa como

$$T_r = t_2 - t_1 \quad (1.27)$$

La duración del movimiento del oscilador es, generalmente, mayor a la duración de la excitación. Para tomar en cuenta la duración adicional debida a la vibración libre del oscilador, Boore y Joyner (1984) proponen la siguiente expresión empírica, donde intervienen la duración de la excitación, el periodo y el amortiguamiento del oscilador.

$$T_{rcm} = T_r + \frac{T_o}{2 \pi \xi} \left[ \frac{r^3}{r^3 + 1/3} \right] \quad (1.28)$$

siendo  $\xi$  la fracción del amortiguamiento crítico del oscilador,  $T_0$  el periodo natural del oscilador y  $r$  un factor de corrección que mide el tiempo de decaimiento de su vibración libre, expresado como

$$r = \frac{T_r}{T_0} \quad (1.29)$$

## 1.2 Comparación de espectros de respuesta

Con el método de la transformada de Fourier se obtienen espectros de respuesta con gran detalle y exactitud. Sin embargo, el proceso de aplicar las transformaciones antes y después de la convolución hacen que el método resulte poco atractivo por su lentitud. Por ello, la elaboración cuantiosa de espectros, como es el caso de este trabajo, se traduce en numerosas horas de cómputo.

Los cálculos obtenidos con el método  $\beta$  de Newmark no requieren de gran memoria y el tiempo de ejecución es, aproximadamente, ocho veces menor que el de transformada de Fourier. Sin embargo, no deja de influir en las horas de cómputo; el método de TVC es en cambio muy práctico. Su tiempo de cómputo se encuentra considerablemente por debajo de los métodos anteriores. Es aproximadamente veinticuatro y tres veces menor a los de transformada de Fourier y  $\beta$  de Newmark, respectivamente, bajo condiciones similares. Presenta como desventaja que su espectro de respuesta es aproximado, pero su forma sigue a la de los espectros calculados con métodos rigurosos. En adición, es factible reducir aún más los tiempos de cómputo si se reduce la frecuencia máxima de integración (ec 1.19) y se hace uso de la integración gaussiana para el cálculo de los momentos de orden  $k$  (Abramowitz y Stegun, 1972).

Para visualizar la comparación de espectros de respuesta, se eligieron los acelerogramas registrados en la componente este-oeste para los sitios de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) y Central de Abastos-Oficinas (CAO) durante el sismo del 19 de septiembre de 1985. Estos sitios están ubicados en la zona de lago y se consideran típicos del Valle de México; han servido de referencia en una gran cantidad de estudios. El sitio de CAO presenta características de no linealidad por ello su periodo fundamental no está definido, pero se

sabe que varía entre 3 y 4 s; para SCT el periodo fundamental es 2 s.

Las figs 1a y 1b, muestran, para estos sitios, la comparación de los espectros de respuesta obtenidos con los métodos riguroso y aproximado. La línea continua se refiere al método  $\beta$  de Newmark, mientras que la discontinua presenta la TVC con duraciones ( $T_r$ ) para SCT de 50 s y 140 para CAO. En estas figuras puede apreciarse como la TVC traza una curva suave que sigue la forma del espectro riguroso. Por ello, el espectro calculado con TVC es una aproximación racional al obtenido con el método de  $\beta$  de Newmark. En vista de la semejanza entre espectros y el ahorro considerable en tiempos de cómputo, los espectros posteriores se obtendrán con base en la teoría de vibraciones casuales.

## 2. INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA

Diseñar estructuras, con la suposición de base rígida, es el criterio que comúnmente se adopta. Sin embargo, en México, el interés por conocer cuál es el comportamiento real de las estructuras ante una excitación ha tomado fuerza desde la década pasada. En realidad el suelo dista mucho de comportarse como una base firme ante un sismo. Su carácter flexible provoca efectos inerciales y cinemáticos en las estructuras, que se traducen en modificaciones de su comportamiento dinámico. Este fenómeno se conoce con el nombre de interacción dinámica suelo-estructura.

El término interacción dinámica suelo-estructura identifica de manera genérica a los mecanismos que controlan la respuesta de un sistema integral, en el que intervienen las acciones producidas por el suelo y la estructura. Por ello se considera que el fenómeno de la interacción es producto principalmente del acoplamiento entre el suelo y la cimentación.

El objetivo del análisis de la interacción dinámica consiste en determinar el comportamiento sísmico real de estructuras cuando las condiciones del suelo influyen, como en el caso de los depósitos blandos. Conocer el comportamiento de manera más fidedigna lleva al diseño de estructuras con mayor certidumbre y reditúa en el objetivo de cualquier obra civil: realizar construcciones que salvaguarden la vida humana a bajo costo.

En las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento del Distrito Federal (1987) existe un apéndice concentrado en el tratamiento de la interacción suelo-estructura donde, mediante expresiones semiempíricas, el periodo fundamental de vibración de la

estructura se incrementa. Sin embargo, no considera aspectos importantes como son: la profundidad de desplante de la cimentación, la flexibilidad del suelo, y la masa de la estructura, entre otros. Este trabajo pretende determinar, de forma más estricta, el periodo modificado así como el amortiguamiento, en estructuras con cimentación superficial tipo cajón.

El problema de la interacción dinámica suelo-estructura se compone de la interacción inercial y la interacción cinemática. Los efectos inerciales afectan directamente al comportamiento de la estructura; aumentan el periodo fundamental de vibración y modifican el amortiguamiento. Estos fenómenos se provocan por el aumento de flexibilidad que sufre la estructura al no encontrarse empotrada en su base. En estas condiciones el amortiguamiento disminuye, sin embargo, por efecto de los amortiguamientos material y geométrico del suelo, el amortiguamiento global puede aumentar. La reducción de la ductilidad es una consecuencia más de la interacción inercial y es función decreciente del alargamiento del periodo por interacción (Rosenblueth y Reséndiz, 1988). En este trabajo, el efecto de la ductilidad no se considera debido a que son desconocidos sus efectos reales en la respuesta estructural. Su estudio está en proceso.

Por su parte, la interacción cinemática se refiere al comportamiento de la cimentación, la cual por su geometría y rigidez filtra las altas frecuencias de la excitación. La cimentación, al incorporarse en el sistema, experimenta efectos de torsión y cabeceo, lo que origina, generalmente, reducción en su movimiento.

Para considerar los efectos de la interacción suelo-estructura es necesario utilizar modelos, que evaluados en forma adecuada, representen las condiciones reales de un sistema. El modelo utilizado en este trabajo consiste en un oscilador de un grado de libertad amortiguado, para el que se obtienen periodos y amortiguamientos, llamados efectivos, en la condición de interacción. El oscilador idealiza a una estructura de varios grados de libertad en su modo fundamental con cimentación de tipo superficial en cajón. Dicha cimentación se hace equivalente con una de geometría circular y se representa por resortes y amortiguadores, obtenidos a partir de funciones de impedancia que reflejan la rigidez dinámica del conjunto

suelo-cimentación. El suelo se caracteriza como un manto homogéneo con propiedades dinámicas equivalentes a las de un depósito estratificado horizontalmente.

La forma de calcular los parámetros del modelo se describe detalladamente en este trabajo.

## **2.1 Caracterización del suelo y la estructura**

En el problema de la interacción entre el suelo y la estructura, se requiere de un análisis cuidadoso del comportamiento de ambos elementos. Sin embargo, el realizar un estudio detallado necesita de grandes recursos de cómputo. Afortunadamente, existen idealizaciones que permiten obtener excelentes resultados. En efecto, es posible realizar una analogía entre una estructura con  $N$  grados de libertad en traslación horizontal, con cimentación de dos grados de libertad, uno en traslación horizontal y el otro en rotación, enterrada en un depósito con  $M$  estratos horizontales, donde se desprecian las irregularidades laterales, como se muestra en la fig 2, y un modelo compuesto por un oscilador de un grado de libertad en su condición de base rígida y un sólo estrato homogéneo (fig 3).

La equivalencia será válida sólo si el oscilador de un grado de libertad responde igual que la estructura de  $N$  grados en su modo fundamental y el estrato equivalente refleja el comportamiento dinámico del depósito estratificado. En conjunto, la estructura de varios grados de libertad y el depósito estratificado deben tener una respuesta similar a la del oscilador de un grado de libertad apoyado en un depósito elástico homogéneo, ante la misma excitación.

### **2.1.1 Idealización del suelo**

Las características del suelo, así como su estratigrafía, constituyen una parte importante en el estudio de la interacción dinámica suelo-estructura. Las propiedades mecánicas de un depósito estratificado pueden conocerse por medio de un modelo equivalente.

Considerando un depósito estratificado horizontalmente de extensión infinita, se pueden determinar las características dinámicas más relevantes del suelo (periodo dominante de vibrar del sitio y velocidad media de propagación del sitio), con el fin de obtener un sólo estrato equivalente.

La fig 2 muestra un depósito apoyado en una base rígida que representa la roca basal. Está compuesto por una serie de estratos, cada uno con espesor  $h_n$ , velocidad  $\beta_n$ , relación de Poisson  $\nu_n$ , peso volumétrico  $\gamma_n$  y amortiguamiento  $\zeta_n$ . El estrato homogéneo equivalente aparece en la fig 3, se caracteriza por el periodo fundamental de vibrar  $T_g$  y su espesor  $H_g$ . Se busca que estos valores sean los mismos que los de la estratigrafía original, pues controlan la mayor parte de la respuesta dinámica unidimensional. Existen además otras características como la relación de Poisson, el peso volumétrico y el amortiguamiento que pueden obtenerse de los promedios pesados de los valores originales, siempre y cuando su variación no sea considerable. La velocidad efectiva  $\beta$ , es la velocidad media de propagación de ondas de corte en el estrato equivalente y es función de  $T_g$  y  $H_g$ .

Con fines prácticos puede aplicarse el método aproximado para la obtención de  $\beta$  y  $T_g$  equivalentes. Sin embargo, cuando la rigidez entre estratos varía en gran medida es conveniente recurrir al uso de técnicas rigurosas, con las que pueden determinarse los modos naturales de vibrar mediante la aplicación del método del elemento finito, y resolviendo un problema de valores y vectores característicos (Lysmer y Drake, 1972), o bien un problema de valores en la frontera (Aki y Richards, 1980).

#### 2.1.1.1 Periodo dominante y velocidad media del sitio

Si el tiempo que requiere una onda de corte, con velocidad de propagación  $\beta$ , para recorrer verticalmente el depósito equivalente de espesor  $H_g$ , es igual al necesario para que una onda se propague por los estratos de espesor  $h_n$  del depósito original con velocidades  $\beta_n$ , tenemos que

$$\frac{H_s}{\beta} = \sum_{m=1}^N \frac{h_m}{\beta_m} \quad (2.1)$$

por tanto, la velocidad media de propagación es igual a

$$\beta = \frac{H_s}{\sum_{m=1}^N \frac{h_m}{\beta_m}} \quad (2.2)$$

Esta ecuación representa el promedio del inverso de las velocidades, conocidas como lentitudes. Cuando el contraste de velocidades no es muy grande es posible obtener la velocidad media de propagación del estrato equivalente integrando la gráfica velocidad-espesor del estrato original y dividir entre la profundidad del depósito.

$$\beta = \frac{\sum_{m=1}^N \beta_m h_m}{H_s} \quad (2.3)$$

Las ecuaciones 2.2 y 2.3 son aplicables cuando la variación de velocidades entre los depósitos y la roca basal es muy marcada, sin embargo la diferencia de velocidades entre estratos no debe ser significativa, tal es el caso del valle de México.

Una vez determinada la velocidad media de propagación del estrato equivalente homogéneo, el periodo fundamental de vibración  $T_s$  se calcula con buena aproximación como

$$T_s = \frac{4 H_s}{\beta} \quad (2.4)$$

Los datos del perfil estratigráfico determinan la aproximación del método.

### 2.1.2 Idealización de la estructura

El periodo fundamental de vibración, la altura, el amortiguamiento y la masa son los cuatro parámetros fundamentales que caracterizan a una estructura real con N grados de libertad (fig 2). Para idealizarla como un oscilador de un grado de libertad, en su condición de base rígida

(fig 3), es necesario partir del periodo y amortiguamiento en su modo fundamental, además de considerar que el momento de volteo y el cortante basal reales deben igualarse a los correspondientes del sistema propuesto; esto determina que la respuesta del oscilador y la estructura real, en su modo fundamental, sean las mismas.

Con estas simplificaciones se determinan los parámetros que participan (CIS, 1991). Estos se expresan de la siguiente forma

$$M_e = \frac{(Z_1^T M_o J)^2}{Z_1^T M_o Z_1} \quad (2.5)$$

$$K_e = 4\pi^2 \frac{M_e}{T_e^2} \quad (2.6)$$

$$C_e = 4\pi\xi \frac{M_e}{T_e} \quad (2.7)$$

$$H_e = \frac{Z_1^T M_o H}{Z_1^T M_o J} \quad (2.8)$$

en estas expresiones,  $Z_1$  indica el modo fundamental de la estructura real con base rígida,  $M_o$  es la matriz de masas que la componen,  $J$  es un vector formado por unos,  $T_e$  representa el periodo de la estructura y  $\xi$  el amortiguamiento.  $H$  está constituido por las alturas de cada entrepiso, representadas como un vector. Los valores obtenidos de las ecuaciones anteriores corresponden a la masa ( $M_e$ ), rigidez ( $K_e$ ), amortiguamiento ( $C_e$ ), y altura ( $H_e$ ) equivalentes del oscilador de un grado de libertad.

Las expresiones que determinan la masa y altura equivalentes pueden modificarse, si el proceso de análisis sísmico se realiza por medio del método estático, el cual no requiere del modo fundamental. Las ecuaciones que expresan estos valores son las siguientes

$$M_e = \frac{(X^T M_o J)^2}{X^T M_o X} \quad (2.9)$$

$$H_o = \frac{X^T M_o H}{X^T M_o J} \quad (2.10)$$

donde el vector que respresenta los desplazamientos que corresponden a las fuerzas sísmicas obtenidas por el análisis mencionado se representa por X.

En este trabajo, se hará uso de estas idealizaciones para representar el sistema suelo-estructura real mediante un modelo simplificado.

## 2.2 Funciones de impedancia

El comportamiento de una cimentación en el problema de interacción suelo-estructura está controlado por las funciones de impedancia. Conceptualmente, pueden definirse como la relación entre la fuerza aplicada y el desplazamiento para una cimentación rígida, carente de masa y excitada armónicamente. Suelen denominarse también como rigideces dinámicas.

Las funciones de impedancia son cantidades complejas y dependen de la frecuencia. La parte real representa la rigidez e inercia del suelo idealizados como resortes. La parte imaginaria se refiere al amortiguamiento material, por comportamiento histerético, y al geométrico, por irradiación de ondas, e indica los amortiguadores idealizados del suelo.

Realizando una analogía con un sistema de un grado de libertad (Apéndice A), donde para una excitación armónica  $p(t) = P e^{i\omega t}$  se tiene en el estado estacionario una respuesta  $x(t) = X e^{i\omega t}$ , la ecuación de equilibrio dinámico en función de la frecuencia  $\omega$ , se escribe como

$$(K + i \omega C - \omega^2 M) X = P \quad (2.11)$$

donde la rigidez, amortiguamiento y masa se identifican por K, C y M respectivamente. La rigidez dinámica ( $\bar{K}$ ) del sistema se representa con la relación fuerza (P) - desplazamiento (X) (Aviles y Pérez-Rocha, 1992), por ello

$$\bar{K}(\omega) = \frac{P}{X} = (K - \omega^2 M) + i \omega C \quad (2.12)$$

que en términos de la rigidez estática se escribe como

$$\tilde{K}(\omega) = K (k - i \omega c) \quad (2.13)$$

donde  $k = 1 - \omega^2/\omega_0^2$  y  $c = 2\xi/\omega_0$  son los coeficientes de rigidez y de amortiguamiento respectivamente, siendo  $\omega_0$  la frecuencia natural y  $\xi$  el amortiguamiento del oscilador. La rigidez dinámica en la ec 2.13, se encuentra en términos de la rigidez estática ( $K$ ) afectada por un factor dinámico que considera las características de inercia y amortiguamiento del sistema.

Por analogía con un sistema discreto de un grado de libertad, en excitación armónica, es posible expresar la rigidez dinámica en función de la frecuencia de un sistema suelo-cimentación (fig 4) de la siguiente forma

$$\tilde{K}_n(\omega) = K_n^0 \left[ k_n + i \eta_n c_n \right] (1 + i 2 \zeta) \quad (2.14)$$

donde  $n$  es el modo de vibración de la cimentación,  $K_n^0$  es la rigidez estática,  $\eta_n$  es la frecuencia normalizada y  $(1 + i 2 \zeta)$  es el factor de normalización que aísla el amortiguamiento material en los coeficientes de impedancia en términos del amortiguamiento del suelo  $\zeta$ .

Para el estudio de la cimentación, las impedancias que deben considerarse de acuerdo con los modos de vibración, son la de traslación horizontal  $\tilde{K}_h$ , la cual actúa a lo largo de los ejes principales de la base de la cimentación por causa de las fuerzas que actúan en ella, la de rotación  $\tilde{K}_r$ , alrededor de los ejes mencionados, ocasionada por momentos, y la de acoplamiento  $\tilde{K}_{hr}$  que involucra la interacción entre el modo de rotación y traslación. Esta última es aproximadamente proporcional al enterramiento de la cimentación.

Desarrollando la ec 2.14 y separando la parte real de la imaginaria tenemos

$$\tilde{K}_n(\omega) = K_n^0 \left[ k_n - 2 \zeta \eta_n c_n \right] + K_n^0 \left[ i \eta_n c_n + 2 i \zeta k_n \right] \quad (2.15)$$

La fig 5 ilustra la idealización de los resortes  $K_n$  y amortiguadores  $C_n$  equivalentes del suelo; con estas constantes la función de impedancia se escribe de la siguiente forma

$$\tilde{K}_{\square}(\omega) = K_{\square}(\omega) + i \omega C_{\square}(\omega) \quad (2.16)$$

Las ecuaciones que relacionan los coeficientes de impedancia con el resorte y amortiguador que actúan en la cimentación, de acuerdo con las ecu 2.15 y 2.16 son

$$K_{\square} = K_{\square}^0 \left[ k_{\square} - 2 \zeta \eta_{\square} c_{\square} \right] \quad (2.17)$$

$$\omega C_{\square} = K_{\square}^0 \left[ \eta_{\square} c_{\square} + 2 \zeta k_{\square} \right] \quad (2.18)$$

Existen expresiones aproximadas para calcular las rigideces estáticas para una cimentación circular enterrada en un depósito homogéneo con base rígida. En este trabajo se adoptaron las obtenidas por Kausel et al (1978). Estas corresponden a los tres modos de vibración de interés y son las siguientes

$$K_h^0 = \frac{8GR_h}{2-\nu} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{R_h}{H} \right] \left[ 1 + \frac{2}{3} \frac{D}{R_h} \right] \left[ 1 + \frac{5}{4} \frac{D}{H} \right] \quad (2.19)$$

$$K_r^0 = \frac{8GR_r^3}{3(1-\nu)} \left[ 1 + \frac{1}{6} \frac{R_r}{H} \right] \left[ 1 + 2 \frac{D}{R_r} \right] \left[ 1 + 0.71 \frac{D}{H} \right] \quad (2.20)$$

$$K_{hr}^0 = K_h^0 R_h \left[ \frac{2}{5} \frac{D}{R_h} - 0.03 \right] \quad (2.21)$$

Las rigideces estáticas para los modos de traslación horizontal, rotación y acoplamiento corresponden a  $K_h^0$ ,  $K_r^0$ , y  $K_{hr}^0$  respectivamente.  $G = \rho \beta^2$  es el módulo de rigidez del suelo en términos de la densidad de masa  $\rho$  y la velocidad de propagación de ondas de corte  $\beta$ ,  $D$  representa la profundidad de enterramiento del cimiento,  $R_h$  y  $R_r$  son radios de círculos equivalentes con superficie y momento de inercia igual al de la cimentación. Su cálculo se realiza con las siguientes relaciones

$$R_h = \left[ \frac{A}{\pi} \right]^{1/2} \quad (2.22)$$

$$R_r = \left[ \frac{4 I}{\pi} \right]^{1/4} \quad (2.23)$$

A e I indican el área y momento de inercia de la superficie de la cimentación, respectivamente. Con los radios equivalentes es posible

obtener la frecuencia normalizada, que se expresa como

$$\eta_{h,r} = \frac{\omega R_{h,r}}{\beta} \quad (2.24)$$

La frecuencia normalizada en traslación horizontal será la misma para la acoplada.

Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento pueden ser calculados en forma práctica gracias a expresiones desarrolladas por Kausel et al (1978). Los coeficientes de los modos de interés se definen como:

$$k_h = 1 \quad (2.25)$$

$$k_r = \begin{cases} 1 - 0.2 \eta_r; & \text{si } \eta_r \leq 2.5 \\ 0.5; & \text{si } \eta_r \geq 2.5 \text{ y } \nu \leq 1/3 \\ 1 - 0.2 \eta_r; & \text{si } \eta_r \geq 2.5 \text{ y } \nu \geq 0.45 \end{cases} \quad (2.26)$$

$$k_{hr} = k_h \quad (2.27)$$

$$c_h = \begin{cases} \frac{0.65 \xi \eta_{hs}}{1 - (1 - 2 \zeta) \eta_{hs}^2}; & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h / \eta_s \leq 1 \\ 0.576; & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h / \eta_s > 1 \end{cases} \quad (2.28)$$

$$c_r = \begin{cases} \frac{0.5 \zeta \eta_{rp}}{1 - (1 - 2 \zeta) \eta_{rp}^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \eta_r / \eta_p \leq 1 \\ \frac{0.3 \eta_r^2}{1 + \eta_r^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \eta_r / \eta_p > 1 \end{cases} \quad (2.29)$$

$$c_{hr} = c_h \quad (2.30)$$

$\eta_s$  y  $\eta_p$  son sus frecuencias fundamentales, adimensionales, en vibración transversal y vertical. Se obtienen de

$$\eta_s = \frac{\pi R_h}{2 H_s} \quad (2.31)$$

$$\eta_p = \eta_s \frac{\alpha}{\beta} \quad (2.32)$$

donde  $H_s$  es la profundidad del depósito. La relación de velocidades de ondas medias de propagación de compresión ( $\alpha$ ) y cortante ( $\beta$ ) está

determinada por

$$\frac{\alpha}{\beta} = \left( \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \right)^{1/2} \quad (2.33)$$

### 3. RESPUESTA DE SISTEMAS SUELO-CIMENTACIÓN-ESTRUCTURA

Al considerar la interacción de una estructura con el suelo, su periodo fundamental de vibración y su amortiguamiento se modifican. Son estas variaciones, en esencia, el resultado de la interacción dinámica.

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento del D.F. (1987), muestran en su sección A7 un procedimiento para incluir la interacción suelo-estructura en el periodo fundamental de vibración del sistema. Por simplicidad, se ha buscado que la determinación del periodo efectivo, incrementado por efectos de interacción sea directa. Así, su estimación se realiza considerando el periodo  $T_e$  evaluado con base rígida, así como mediante el cálculo de los periodos correspondientes a movimientos de traslación  $T_h$  y rotación  $T_r$  de la base considerando a la estructura perfectamente rígida.

La obtención de los periodos en traslación y rotación, se realiza mediante expresiones semiempíricas sencillas que involucran un elemento elástico con rigidez conocida, la cual se determina de acuerdo con los parámetros característicos del suelo y por los radios equivalentes de la cimentación. Esta forma de proceder para la evaluación de las rigideces es poco precisa, ya que factores como la profundidad de enterramiento de la cimentación, que es determinante en la interacción suelo-estructura, no se considera en forma explícita.

Finalmente, por simplicidad, las Normas Técnicas Complementarias sustituyen el periodo original por el periodo efectivo, en el espectro de diseño correspondiente al mismo valor de amortiguamiento que la condición sin interacción. Así se obtiene la pseudoaceleración espectral. Sin embargo, el espectro de diseño que se emplea está determinado por valores que se basan en una serie de espectros de

respuesta elásticos, calculados con osciladores de un grado de libertad amortiguados y apoyados en base rígida.

En este trabajo se estudian dos métodos para tomar en cuenta la interacción suelo-estructura en el cálculo de espectros de respuesta. Los dos métodos resuelven la ecuación de equilibrio dinámico descrita en el apéndice A. Podemos llamar a estos métodos como riguroso y aproximado. Ambos métodos hacen uso de las funciones de impedancia aproximadas (Capítulo II).

Con el método riguroso se calculó la respuesta de sistemas con interacción suelo-estructura y se observó que existe un aumento en el periodo fundamental de vibración ( $T_e$ ) y una modificación en el amortiguamiento estructural ( $\xi$ ), de tal forma que los parámetros dinámicos modificados pueden interpretarse como periodo ( $\tilde{T}_e$ ) y amortiguamiento ( $\tilde{\xi}$ ) efectivos.

El método aproximado para evaluar el espectro de respuesta, consiste en determinar a partir del periodo y amortiguamiento del modo fundamental de cierta estructura con base rígida, los valores correspondientes efectivos, que representan ahora al modo fundamental de la estructura en su condición de base flexible.

Con ambos métodos puede obtenerse la función de transferencia de un oscilador de un grado de libertad, bajo las condiciones de interacción. La amplitud de la función de transferencia se multiplica por el espectro de amplitudes de Fourier de la excitación y se hace uso de la teoría de vibraciones casuales para el cálculo de las ordenadas espectrales.

Para visualizar la diferencia que guardan estos métodos con respecto al indicado por el Reglamento de Construcciones, en la fig 6a aparece un espectro de respuesta sin interacción suelo-estructura (sitio SCT), donde se indica el periodo de cierta estructura ( $T_e = 1.15$  s) bajo condición de base rígida y su pseudoaceleración correspondiente ( $S_a = 2.1$  m/s<sup>2</sup>). En el mismo espectro se indica el periodo modificado por interacción aplicando el Reglamento a la misma estructura ( $\tilde{T}_e = 1.8$  s) con su ordenada espectral ( $S_a = 7$  m/s<sup>2</sup>). Puede observarse que a pesar de la modificación del periodo, la obtención de la aceleración se remite al mismo espectro de respuesta, de acuerdo con las Normas para diseño por sismo.

En los métodos discutidos, los parámetros de interacción del sitio y estructura, que se puntualizan posteriormente, determinan la forma del espectro de respuesta con interacción. La aceleración espectral se determina directamente a partir del periodo de la estructura sin interacción. En la fig 6b se muestra el espectro con interacción calculado rigurosamente. Se indican el periodo de la estructura con base rígida ( $T_0 = 1.15$  s) y su ordenada espectral ( $S_a = 6.5$  m/s<sup>2</sup>).

### 3.1 Cálculo Riguroso

La ecuación matricial de equilibrio dinámico para un oscilador de un grado de libertad amortiguado y con interacción, se expresa como

$$M_b \ddot{x}_b + C_b \dot{x}_b + K_b x_b = -\ddot{x}_0(t) M_0 \quad (3.1)$$

Aquí,  $x_b$  es un vector de coordenadas compuesto por  $\{x_e, x_c, \phi_c\}^T$  donde  $x_e$  es el desplazamiento de la estructura con respecto a la base,  $x_c$  el desplazamiento de la base de la cimentación relativo al movimiento horizontal de campo libre  $x_0$  y  $\phi_c$  la rotación de la cimentación;  $M_b$  representa la matriz de masa,  $C_b$  y  $K_b$  las correspondientes a las de amortiguamiento y rigidez. Por su parte, el término independiente  $M_0$  es un vector de carga expresado como

$$M_0 = \begin{Bmatrix} M_e \\ M_e + M_c \\ M_e (H_e + D) + M_c D/2 \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

donde  $M_e$  y  $H_e$  son la masa y la altura equivalentes del modo fundamental de la estructura, respectivamente, y  $M_c$  la masa de la cimentación. Estas matrices se expresan de la siguiente forma

$$M_b = \begin{bmatrix} M_e & M_e & M_e (H_e + D) \\ M_e & M_e + M_c & M_e (H_e + D) + M_c D/2 \\ M_e (H_e + D) & M_e (H_e + D) + M_c D/2 & M_e (H_e + D)^2 + J_c \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$C_b = \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & C_{hr} \\ 0 & C_{rh} & C_r \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$K_s = \begin{bmatrix} K_o & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_{hr} \\ 0 & K_{rh} & K_r \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$J_c$  es el momento de inercia de la masa de la cimentación,  $C_o$  y  $K_o$  son el amortiguamiento y rigidez del oscilador sin interacción (equivalente a la estructura). Los subíndices h, r y hr o rh indican el modo de las funciones de impedancia. Bajo una excitación armónica, con dependencia del tiempo dada por el factor  $e^{i\omega t}$  la ec 3.1 puede expresarse como

$$\left[ K_s + i\omega C_o - \omega^2 M_s \right] X_s = -\ddot{X}_o M_o \quad (3.6)$$

En el método riguroso se requiere resolver esta ecuación en la frecuencia a fin de obtener funciones de transferencia para cada periodo del oscilador. La forma de resolver el sistema puede realizarse con procedimientos estándar de eliminación gaussiana (Crandall, 1956).

La solución del sistema proporciona los espectros de amplitudes del desplazamiento relativo de la estructura  $X_o$ , del desplazamiento relativo de la cimentación  $X_c$  y de su rotación  $\phi_c$ .

El valor complejo de  $X_c$  se multiplica por el cuadrado de la frecuencia de excitación, obteniendo de esta forma la pseudoaceleración requerida para construir la función de transferencia de un oscilador con interacción suelo-estructura.

La fig 7 ilustra al oscilador real con base flexible, caracterizado con el periodo y amortiguamiento fundamental del correspondiente con base empotrada.

Para incluir la interacción cinemática en este análisis, se requiere que el segundo miembro de la ec 3.6 se modifique, sumando al término independiente el término  $-J_o\phi$ , que involucra el movimiento en la vecindad de la cimentación.

### 3.2 Cálculo Aproximado

Es posible estimar los valores de periodo y amortiguamiento efectivos a partir de las siguientes hipótesis: se desprecian la masa de la

cimentación y su momento de inercia, así como el modo acoplado en el cálculo de las funciones de impedancia. Obtenidos los parámetros efectivos, se emplean en el cálculo de la respuesta para un oscilador de un grado de libertad con base rígida. Comparando este método con el riguroso, como se muestra más adelante, puede demostrarse que la respuesta obtenida refleja las condiciones de interacción.

Si se desprecia en las matrices de la ec 3.6 tales parámetros (Avilés, Pérez-Rocha y Aguilar, 1992), el sistema de ecuaciones se expresa como

$$\left[ \begin{array}{ccc} K_e & 0 & 0 \\ 0 & K_h & 0 \\ 0 & 0 & K_r \end{array} \right] + i\omega \left[ \begin{array}{ccc} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & 0 \\ 0 & 0 & C_r \end{array} \right] - \omega^2 \left[ \begin{array}{ccc} M_e & M_e & M_e(H_e+D) \\ M_e & M_e & M_e(H_e+D) \\ M_e(H_e+D) & M_e(H_e+D) & M_e(H_e+D)^2 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} X_e \\ X_c \\ \Phi_c \end{array} \right\} = -\ddot{X}_0 \left\{ \begin{array}{c} M_e \\ M_e \\ M_e(H_e+D) \end{array} \right\} \quad (3.7)$$

donde la frecuencia de excitación se identifica por  $\omega$ ;  $X_e$ ,  $X_c$ ,  $\Phi_c$  y  $\ddot{X}_0$  representan las amplitudes de  $x_e$ ,  $x_c$ ,  $\phi_c$  y  $\ddot{x}_0$ , respectivamente. Al dividir la ec 3.7 entre  $\omega^2 M_e$  los dos primeros renglones, entre  $\omega^2 M_e (H_e+D)$  el tercero y sumando se obtiene

$$\left[ \begin{array}{ccc} \omega_e^2/\omega^2(1+i2\xi\omega/\omega_e) - 1 & -1 & -1 \\ -1 & \omega_h^2/\omega^2(1+i2\xi\omega/\omega_h) - 1 & -1 \\ -1 & -1 & \omega_r^2/\omega^2(1+i2\xi\omega/\omega_r) - 1 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} X_e \\ X_c \\ H_e\Phi_c \end{array} \right\} = -\frac{\ddot{X}_0}{\omega^2} \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right\} \quad (3.8)$$

en estas expresiones se ha tomado en cuenta que  $\omega^2 = K/M$  y  $C = 2\xi\omega M$ . Las frecuencias  $\omega_e$ ,  $\omega_h$  y  $\omega_r$  son las frecuencias fundamentales de la estructura. La primera se refiere a la frecuencia fundamental de vibración y las dos últimas a la estructura infinitamente rígida ante traslación y rotación en su base, respectivamente. Por su parte,  $\xi$  es el amortiguamiento histerético de la estructura y  $\zeta_h$  y  $\zeta_r$  son los amortiguamientos viscosos del suelo en los modos de traslación y rotación de la cimentación. Las expresiones de los nuevos valores de

estas frecuencias y amortiguamientos se calculan mediante

$$\omega_h^2 = \frac{K_h}{M_o} \quad (3.9)$$

$$\omega_r^2 = \frac{K_r}{M_o (H+D)^2} \quad (3.10)$$

$$\zeta_h = \frac{\omega C_h}{2K_h} \quad (3.11)$$

$$\zeta_r = \frac{\omega C_r}{2K_r} \quad (3.12)$$

donde  $K_h, K_r, C_h$  y  $C_r$  son las rigideces y amortiguamientos dinámicos en su modo correspondiente, es decir, las funciones de impedancia.

Conocidos estos parámetros, al resolver el sistema de ecuaciones (ec 3.8), la deformación de la estructura se expresa de la siguiente forma

$$\left[ 1 + i2\xi' - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} \frac{1 + i2\xi'}{1 + i2\zeta_h} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \frac{1 + i2\xi'}{1 + i2\zeta_r} \right] \omega_e^2 X_o = - \ddot{X}_o \quad (3.13)$$

en donde  $\xi' = \xi \omega / \omega_e$ .

Despreciando los términos de amortiguamiento de segundo orden la ec 3.13 se representa como

$$\omega_e^2 X_o = -\ddot{X}_o \left[ 1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} + i2 \left[ \xi' + (\zeta_h - \xi') \frac{\omega^2}{\omega_h^2} + (\zeta_r - \xi') \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \right] \right]^{-1} \quad (3.14)$$

Es posible determinar el periodo y amortiguamiento con interacción suelo-estructura, igualando la parte real e imaginaria de la pseudoaceleración en resonancia de este sistema con otro de remplazo, donde su periodo y amortiguamiento representan a los efectivos. La ecuación del sistema de remplazo sometido a la misma excitación  $\ddot{X}_o$  se escribe como

$$\tilde{\omega}_e^2 \tilde{X}_e = -\ddot{X}_o \left[ 1 - \frac{\omega^2}{\tilde{\omega}_e^2} + i2 \tilde{\xi} \frac{\omega}{\tilde{\omega}_e} \right]^{-1} \quad (3.15)$$

donde  $\tilde{\omega}_e$  es la frecuencia efectiva. Al igualar las partes reales de estas ecuaciones para  $\omega = \tilde{\omega}_e$ , se obtiene el periodo efectivo del sistema considerando la interacción suelo-estructura, el cual se expresa de la siguiente forma

$$\tilde{T}_e = \left[ T_e^2 + T_h^2 + T_r^2 \right]^{1/2} \quad (3.16)$$

donde

$$T_h = \frac{2 \pi}{\omega_h} \quad (3.17)$$

$$T_r = \frac{2 \pi}{\omega_r} \quad (3.18)$$

corresponden a los periodos naturales de vibración bajo las condiciones mencionadas.

La forma de obtener el periodo efectivo  $\tilde{T}_e$  es iterativa. Como en un principio son desconocidas las frecuencias  $\omega_r$  y  $\omega_h$ , la primera aproximación puede hacerse considerando las rigideces estáticas y obteniendo un primer periodo efectivo, que posteriormente se utilizará para evaluar las rigideces dinámicas y obtener un nuevo periodo efectivo. El procedimiento continúa sucesivamente hasta que los dos miembros de la ec 3.16 sean similares.

Con el periodo efectivo, es posible obtener el amortiguamiento efectivo correspondiente, con la siguiente expresión

$$\tilde{\xi}_e = \xi_e \left[ \frac{T_e}{\tilde{T}_e} \right]^3 + \zeta_h \left[ \frac{T_h}{\tilde{T}_e} \right]^2 + \zeta_r \left[ \frac{T_r}{\tilde{T}_e} \right]^2 \quad (3.19)$$

esta ecuación resulta al igualar las partes imaginarias de las ecs 3.14 y 3.15 para  $\omega = \tilde{\omega}_e$ .

Despreciar la influencia de los amortiguamientos de segundo orden conlleva a errores en la ec 3.19 cuando el contraste de rigidez relativa del suelo y la estructura ( $\beta_v T_e / H_e$ ) es menor que cinco. Este caso ocurre porque el intervalo de variación del amortiguamiento del suelo es mayor que el de la estructura. Por ello, para fines de diseño puede adoptarse la ecuación calibrada (Avilés, Pérez-Rocha y Aguilar, 1992)

$$\xi = \xi \left[ \frac{T_e}{\bar{T}_e} \right]^3 + \frac{\zeta_h}{1 + 2\zeta_h^2} \left[ \frac{T_h}{\bar{T}_e} \right]^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left[ \frac{T_r}{\bar{T}_e} \right]^2 \quad (3.20)$$

Esta ecuación cubre la mayoría de los casos de interés práctico.

La fig 8 ilustra al oscilador de remplazo con base empotrada y caracterizado con periodo y amortiguamiento efectivos.

Por los efectos de la interacción el periodo y amortiguamiento de una estructura se modifican. En la fig 9. se muestran funciones de transferencia de osciladores con y sin interacción, donde se aprecian mejor estos efectos. El eje de las abscisas está normalizado con el periodo de la estructura sin interacción. El amortiguamiento efectivo puede determinarse conociendo la pseudoaceleración máxima correspondiente al periodo resonante de una función de transferencia con interacción, mediante la expresión

$$\xi = \frac{\ddot{X}_0}{2 \omega_e^2 X_0^{\max}} \quad (3.21)$$

### 3.3 Parámetros de interacción suelo-estructura

Es conveniente determinar las relaciones adimensionales del suelo, la cimentación y la estructura que resultan ser comunes en la práctica, con el fin de estudiar el mayor número de casos posibles. Los parámetros de interés son los siguientes (CIS, 1991):

1. La relación de masas de la cimentación y la estructura, presenta una variación entre 0.1 y 0.3; su expresión se define como

$$\tilde{m} = \frac{M_c}{M_e} \quad (3.22)$$

2. Relación de momentos de inercia de masa entre la cimentación y la estructura, definida por

$$\tilde{j} = \frac{J_c}{M_e (H_e + D)^2} \quad (3.23)$$

y comprende valores menores que 0.1

3. La densidad relativa de la estructura y el suelo se expresa con la ecuación

$$\tilde{\rho} = \frac{M_e}{\rho_s \pi R^2 H_e} \quad (3.24)$$

cuyos valores varían entre 0.1 y 0.2.

4. La profundidad relativa del depósito del suelo con respecto al radio equivalente de la cimentación se expresa como

$$\tilde{h}_s = \frac{H_s}{R} \quad (3.25)$$

5. La relación de desplante de la cimentación se evalúa como

$$\tilde{d} = \frac{D}{R} \quad (3.26)$$

6. La relación de esbeltez se define similarmente por la expresión

$$\tilde{h}_e = \frac{H_e}{R} \quad (3.27)$$

Como se observa, el tamaño de la estructura está dado por el radio de la cimentación  $R$ , y por su importancia, se ha adoptado como parámetro de normalización.

### 3.4 Análisis de espectros de respuesta con interacción suelo-estructura

Los factores que determinan las condiciones de interacción (ecs 3.22 a 3.27) son una referencia apropiada para los análisis paramétricos, pues permiten identificar las relaciones que controlan principalmente los mecanismos de interacción de un sistema suelo-cimentación-estructura.

En el cálculo riguroso de espectros de respuesta se utilizan todos los coeficientes mencionados. Los términos descritos por las ecs 3.22, 3.23 y 3.24 no influyen de manera importante (Wolf, 1985, Veletsos, 1977).

Para los fines de este trabajo se consideran los valores intermedios,

$$\tilde{m} = 0.2$$

$$\tilde{j} = 0.05$$

$$\tilde{\rho} = 0.15$$

Por su parte, el espesor del estrato, la profundidad de desplante de la cimentación y la altura de la estructura son factores de principal importancia en el problema de interacción, además del tamaño de la estructura dado por el radio R.

El parámetro  $\tilde{h}_a$  es determinante en los efectos de sitio;  $\tilde{h}_e$  y  $\tilde{d}$  se encuentran estrechamente relacionados con el alargamiento del periodo y la modificación del amortiguamiento.

Con el fin de estudiar la mayor parte de los casos reales, se consideran en los ejemplos de este trabajo los siguientes valores,

$$\tilde{h}_a = 3, 4, 5, 7 \text{ y } 10$$

$$\tilde{h}_e = 1, 2, 3, 4 \text{ y } 5$$

$$\tilde{d} = 0, 1/2, 1$$

Otros valores que influyen en forma importante en la respuesta de un sistema con interacción son los coeficientes de amortiguamiento del suelo y la estructura,  $\zeta$  y  $\xi$ , respectivamente, cuyos valores adoptados son del 5 % para ambos casos.

La intención de estudiar los efectos de interacción en estructuras desplantadas en el valle de México sugiere tomar la relación de Poisson del suelo,  $\nu$  cercana a 1/2; para los cálculos efectuados en este trabajo se considera  $\nu = 0.49$ .

El cálculo aproximado del periodo y amortiguamiento efectivos no considera la masa ni el momento de inercia de la cimentación, pero debido a que estos parámetros no son trascendentes, el espectro de respuesta no presenta variaciones importantes. En la fig 10 se muestran con línea continua espectros calculados con el método riguroso para diferentes relaciones relativas de masa. Los espectros con línea discontinua se obtienen a partir del método aproximado. Puede concluirse que las diferencias entre ambos espectros son despreciables.

Con el fin de ilustrar los efectos que provoca la interacción dinámica suelo-estructura, en las figs 11 y 12 se muestran con líneas

discontinuas espectros de respuesta en los sitios de SCT y CAO para estructuras con diferente radio de cimentación. Los acelerogramas utilizados son los componentes este-oeste de los registros del sismo del 19 de septiembre de 1985. En el cálculo de las funciones de impedancia, el espesor de los depósitos blandos se consideró de 40 m para SCT y 63 para CAO, las velocidades medias de propagación corresponden a 80 y 72 m/s, respectivamente. Con línea continua aparece el espectro de respuesta correspondiente a una estructura empotrada rígidamente, es decir, sin interacción.

En cada caso aparecen cinco espectros con interacción, cada uno con diferente relación de esbeltez ( $H_e/R = 1, 2, 3, 4, \text{ y } 5$ ).

Se ha mencionado que el periodo de la estructura se alarga por la interacción. Por ello, en las figuras citadas se aprecia un corrimiento del espectro hacia la izquierda. Esto se debe a que al periodo inicial le corresponde ahora la pseudoaceleración calculada para el periodo efectivo, el cual es mayor que el original. A partir de las figs 11 y 12 pueden determinarse algunos criterios de comportamiento en espectros con interacción dinámica suelo-estructura.

1. El alargamiento del periodo de una estructura está determinado principalmente por tres factores: la profundidad de enterramiento, el espesor del manto y la relación de esbeltez.

Los efectos de la interacción en el alargamiento del periodo se acentúan cuando el espesor del estrato es pequeño comparado con el radio de la cimentación. Por su parte, la modificación del periodo crece inversamente con la profundidad de enterramiento de la cimentación, de tal forma que la condición más crítica se presenta cuando la estructura se encuentra sobre un depósito de poco espesor y su cimentación es muy superficial.

En estructuras con alta relación de esbeltez y bajo las condiciones anteriores, las respuestas espectrales son muy pequeñas.

2. Al parecer, en estructuras cuya relación de esbeltez es similar a la unidad, los efectos de la interacción son despreciables bajo cualquiera de las condiciones estudiadas.
3. Los cambios en el amortiguamiento son variables. Sin embargo, es posible apreciar que aumenta cuando la profundidad de enterramiento

es pequeña; este efecto se acentúa en estructuras altas. Por el contrario, cuando la profundidad de enterramiento es mayor, el amortiguamiento se conserva. No obstante, para algunos casos disminuye.

4. Se observa que el espectro se ensancha mientras mayores son los efectos de la interacción. Inclusive, para algunos casos se manifiesta una meseta en el pico del espectro, especialmente cuando la relación de esbeltez es mayor. Esto indica que el conjunto de periodos estructurales mayormente afectados se incrementa.
5. En los espectros de respuesta, la aceleración del terreno sólo puede determinarse con el periodo de la estructura igual a cero en la condición sin interacción. Las pseudoaceleraciones que presentan los espectros con interacción para el periodo cero de la estructura indican la ordenada correspondiente a una masa a cierta altura de la cimentación, conectada a ella con rigidez infinita; es decir, para este periodo sólo se considera la flexibilidad de la cimentación con el suelo.
6. Los efectos provocados por la interacción suelo-estructura afectan fuertemente a estructuras con alta relación de esbeltez y cimentación muy superficial, ubicadas sobre un manto delgado. Bajo condiciones contrarias el efecto es casi despreciable.
7. El fenómeno de la interacción suelo-estructura provoca el aumento o disminución de la aceleración espectral en función de la posición del periodo de vibración fundamental de la estructura con base rígida con respecto al periodo característico de la excitación.

Calcular espectros de respuesta con interacción suelo-estructura, en forma rigurosa, muestra claramente los principales efectos. Sin embargo, el tiempo de cómputo requerido se incrementa considerablemente.

El cálculo aproximado haciendo uso de los parámetros dinámicos efectivos, es en cambio, muy práctico y el tiempo requerido para el cálculo de espectros de respuesta es considerablemente menor al que requiere el método riguroso, que toma en cuenta explícitamente, la presencia de la cimentación en un manto elástico.

La comparación entre los espectros calculados con los dos métodos

aparece en las figs 13 y 14 para los sitios en estudio. Las líneas continuas indican espectros evaluados con el método riguroso y las líneas discontinuas el método aproximado. El comportamiento entre espectros es muy similar y las observaciones hechas prevalecen en los espectros calculados con amortiguamientos y periodos efectivos. También puede apreciarse que existen diferencias en las amplitudes. Estas diferencias se atribuyen al amortiguamiento en los espectros calculados por el método aproximado. Afortunadamente, en la mayoría de los casos, las ordenadas espectrales sobreestiman a las obtenidas con el método riguroso, lo que se traduce en errores por el lado de la seguridad.

Se concluye que debido al gran ahorro en tiempo de cómputo, el empleo de periodos y amortiguamientos efectivos puede ser de gran utilidad para el cálculo práctico de espectros de respuesta que tomen en cuenta los efectos de la interacción en la estructura.

#### 4. EFECTOS DE SITIO EN SISTEMAS SUELO-CIMENTACIÓN-ESTRUCTURA

El estudio del fenómeno de la interacción suelo-estructura conduce a un problema integral, en el que numerosos factores influyen para el análisis.

Los factores que constituyen el escenario de la interacción dinámica son esencialmente los relacionados con la geometría: la relación de esbeltez de la estructura, la profundidad de enterramiento de la cimentación y el espesor del depósito blando del sitio en estudio. Otros parámetros no menos importantes son aquéllos relacionados con los materiales, en particular, la relación de Poisson ( $\nu$ ) y los amortiguamientos de suelo ( $\zeta$ ) y estructura ( $\xi$ ). En adición, la relación que controla realmente la intensidad de la interacción, es la relación de rigideces entre la estructura y el suelo.

Poder determinar en forma sencilla y eficiente cuál es el espectro con interacción suelo-estructura correspondiente a un sitio cualquiera sería, sin duda alguna, un instrumento muy valioso para el calculista. El objetivo de este trabajo es contribuir en el desarrollo de herramientas para estos fines, en particular, aplicables al Valle de México.

Es conocido que los periodos fundamentales para sitios del valle, alcanzan valores de hasta cinco segundos (Reinoso y Lermo, 1991). Similarmente, las estructuras presentan en su modo fundamental de vibración valores del mismo orden. En este trabajo, es de especial interés destacar la importancia de la rigidez relativa entre el suelo y la estructura en la interacción dinámica. Esto sugiere realizar análisis paramétricos de los efectos de sitios sobre la interacción, en el intervalo de periodos de estructuras y sitios comprendido entre

0 y 5 s, tomando en cuenta las principales características dinámicas de los depósitos lacustres del valle de México.

Este estudio es posible si se fijan los parámetros de relación de Poisson, densidad del suelo ( $\gamma$ ), y amortiguamientos del suelo y de la estructura, mientras se varían racionalmente las relaciones geométricas  $H_b/R$ ,  $H_s/R$  y  $D/R$ . Para un conjunto de valores de estas relaciones y un valor arbitrario del radio de la cimentación ( $R$ ), se determina la profundidad del depósito ( $H_b$ ). Se toma un valor para el periodo del sitio ( $T_s$ ) y se relaciona la velocidad media de propagación ( $\beta$ ) expresada como

$$\beta = \frac{4 H_b}{T_s} \quad (4.1)$$

Estos parámetros y el amortiguamiento del suelo caracterizan al depósito. Calculando con ellos la función de transferencia del sitio. Con esta función, el espectro de amplitudes de la excitación y un periodo y amortiguamiento estructurales se estima el espectro de respuesta aplicando los resultados de la teoría de vibraciones casuales.

El procedimiento se hace para cada periodo de sitio. Por lo tanto, pueden obtenerse diferentes espectros de respuesta bajo las mismas condiciones de la estructura e igual espesor del depósito, para sitios con diferente periodo y sometidos a la misma excitación.

En este trabajo la representación gráfica de estos espectros se realiza con líneas de isoseudoaceleración, las cuales están referidas a dos ejes ortogonales correspondientes a los periodos del sitio y la estructura. A estas isolíneas se les ha denominado como contornos de respuestas espectrales (CIS, 1992).

En resumen, el cálculo de estos espectros requiere de una excitación en la base de los depósitos, de la función de transferencia del sitio y de la función de transferencia de la estructura en su condición de interacción. Para el tratamiento de esta última se empleará el método de los periodos y amortiguamientos efectivos, por su rapidez y confiabilidad.

#### 4.1 Fuente de excitación

Los espectros de respuesta con interacción suelo-estructura, calculados en el capítulo anterior para los sitios de SCT y CAO, utilizan en su análisis el acelerograma registrado *in situ* por las estaciones del Instituto de Ingeniería, UNAM. Al suponer estratos con diferente periodo natural y generalizar el cálculo de espectros de respuesta con interacción, no se cuenta con la excitación del sitio. No obstante, se obtienen buenos resultados si el movimiento provocado por el sismo se considera como el que ocurre en la roca basal, es decir, en el apoyo sobre la que yace el depósito blando, y se modifica por las características de este último haciendo el producto con su función de transferencia.

Es válido considerar esta excitación como la que se observa en la zona de terreno firme. Para este estudio, se ha tomado el componente este-oeste del registro de Ciudad Universitaria (CU) correspondiente al sismo del 19 de septiembre de 1985 ( $M_s = 8.1$ ).

#### 4.2 Respuesta de sitio

El depósito y la roca basal sobre la que se apoya se consideran como un estrato elástico homogéneo de espesor  $H_g$  y un semiespacio, respectivamente, cada uno caracterizado por su velocidad de propagación de ondas de corte ( $\beta$ ) y densidad de masa ( $\rho$ ). Para obtener la función de transferencia se adopta como eje de las abscisas la frontera entre los dos medios. La profundidad en el eje de las ordenadas  $z$ , es positiva en dirección al semiespacio. Por ello, la superficie del depósito esta en  $z = -H_g$ . La excitación está dada por la incidencia vertical de onda de corte. Bajo estas condiciones la ecuación de onda se expresa como

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (4.2)$$

donde  $v$  es el campo de desplazamiento en dirección perpendicular al plano de la incidencia. Si se acepta una dependencia del tiempo armónica, dada por el factor  $e^{i\omega t}$ , las soluciones a esta ecuación son

$$v_1 = (v_0 e^{-ik_1 z} + A e^{ik_1 z}) e^{i\omega t} \quad (4.3)$$

$$v_2 = (B e^{-ik_2(z-H_s)} + C e^{ik_2(z+H_s)}) e^{i\omega t} \quad (4.4)$$

Donde  $v_1$  y  $v_2$  son los desplazamientos en el semiespacio y el depósito, respectivamente.  $K_1 = \omega/\beta_1$  y  $K_2 = \omega/\beta_2$ , son los números de onda verticales para el semiespacio y el depósito respectivamente.

Las condiciones de frontera son continuidad de esfuerzos y desplazamientos en  $z = 0$  y esfuerzos nulos en  $z = -H_s$ ; es decir

$$\begin{aligned} \text{en } z = 0, \quad v_1 &= v_2 \\ \tau_1 &= \tau_2 \\ \text{y en } z = -H_s, \quad \tau &= \mu \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

La solución para el depósito se expresa como

$$v_2 = \frac{2 v_0 \cos k_2(z+H_s)}{\cos k_2 H_s + i \psi \sin k_2 H_s} e^{i\omega t} \quad (4.6)$$

donde  $\psi = \rho_2 \beta_2 / \rho_1 \beta_1$  es el contraste de impedancias entre el suelo y el semiespacio o roca.

Para este estudio interesa conocer la solución en la superficie ( $z = -H_s$ )

$$v = \frac{2 v_0}{\cos k_2 H_s + i \psi \sin k_2 H_s} e^{i\omega t} \quad (4.7)$$

Es común expresar el desplazamiento en términos del que habría en la superficie del semiespacio en ausencia del estrato. La intención es anular el factor de superficie libre que es 2, así, se escribe que

$$v = \frac{v_0}{\cos k_2 H_s + i \psi \sin k_2 H_s} e^{i\omega t} \quad (4.8)$$

Finalmente, para el cálculo de las ordenadas espectrales con teoría de vibraciones casuales, se requiere el valor de la duración del movimiento en la superficie del estrato. Se ha encontrado mediante calibraciones que ésta puede estimarse como

$$T_r = T_m + \frac{0.2 T_m}{\zeta} \quad (4.9)$$

donde  $T_m$  representa la duración de la fase intensa del movimiento de la excitación en la base del estrato (para el registro de CU se obtuvo  $T_m = 40$  s). El segundo término representa el aumento en la duración debida a la presencia del estrato (caracterizado por el periodo  $T_g$  y el amortiguamiento  $\zeta$ ).

### 4.3 Resultados

La fig 15a muestra contornos de respuestas espectrales sin interacción dinámica. El periodo de sitio  $T_g$  se representa en el eje de las ordenadas y el de la estructura  $T_e$  en las abscisas. Si se realiza un corte por el eje de las ordenadas donde el periodo de sitio es 2 s, se observa el espectro de respuesta que se esperaría en ese lugar. Es una buena aproximación del espectro de SCT calculado con la excitación registrada *in situ* para el mismo temblor (fig 15b). Haciendo una sección para obtener el espectro en un sitio de 3.5 s de periodo fundamental, es posible señalar similitudes al espectro observado con el registro de CAO (fig 15c). Pese a las diferencias obtenidas el modelo propuesto para estimar la respuesta estructural es adecuado.

En la fig 16a se muestran contornos de respuestas espectrales con interacción definidos por las relaciones  $H_e/R = 5$ ,  $D/R = 1/2$  y  $H_g/R = 4$ . Si se realiza el mismo procedimiento, pueden apreciarse aproximaciones razonables con los espectros de respuesta observados en SCT (fig 16b) y CAO (fig 16c), calculados con la excitación registrada *in situ* para el mismo temblor y las mismas condiciones de interacción.

Las figs 17 a 31 ilustran contornos de respuestas espectrales que cubren la mayor parte de casos reales para estructuras con cimentación superficial tipo cajón, enterradas en depósitos blandos típicos del valle de México.

Cada figura presenta una profundidad de enterramiento diferente, determinada por la relación  $D/R$ ; así como un espesor del estrato particular evaluado por la expresión  $H_g/R$ . Estos parámetros son los

mismos para estructuras con diferente relación de esbeltez  $H_e/R$ .

Los contornos se calcularon para  $D/R = 0, 1/2$  y  $1$ ;  $H_e/R = 1, 2, 3, 4$  y  $5$  y  $H_b/R = 3, 4, 5, 7$  y  $10$ .

En la parte inferior derecha de estas figuras se muestran, esquemáticamente, las dimensiones relativas de las alturas de las estructuras estudiadas y la profundidad del depósito en que se encuentran, así como el enterramiento de la cimentación. Bajo este esquema se indican las relaciones  $H_e/R$  y  $D/R$  correspondientes a la figura.

Para relaciones de esbeltez pequeñas ( $H_e/R = 1, 2$ ), se observan modos superiores de vibración de la estructura. El segundo modo de vibración se identifica claramente con líneas de aceleraciones que marcan una pendiente aproximada de 3, en el plano  $T_e - T_b$ , que aumenta al incrementarse la intensidad de la interacción.

Cuando la profundidad del depósito es grande con respecto al radio de la cimentación, los efectos de interacción en los contornos de respuestas espectrales se mantienen, aún modificando los parámetros de esbeltez y profundidad de enterramiento; únicamente se aprecia la atenuación del segundo modo, al aumentar la relación de esbeltez.

Los efectos de la interacción son más sensibles cuando el depósito es poco profundo con respecto al radio de la cimentación, y se acentúan conforme disminuye la profundidad de enterramiento y aumenta la relación de esbeltez.

En contornos donde el efecto de interacción es poco apreciable,  $H_e/R = 1$  principalmente, las amplitudes mayores se registran sobre una línea de pendiente aproximada a uno en el plano  $T_e - T_b$ , que es donde coinciden el periodo de sitio y de estructura. Esta pendiente crece cuando aumenta la relación de esbeltez y cuando disminuye el espesor relativo del estrato, situación donde el efecto de interacción es mayor.

En periodos de sitio y estructura mayores a cuatro segundos, no se presentan grandes aceleraciones, ello se debe al contenido de frecuencias de la excitación.

## CONCLUSIONES

Se ha discutido la importancia de conocer el comportamiento real de las estructuras, en particular, el análisis de la interacción dinámica suelo-cimentación-estructura. Para su estudio se utilizó un modelo constituido por una estructura de un grado de libertad, con cimentación circular enterrada en un depósito homogéneo. La idealización es válida, pues se buscó que la respuesta fuera similar a la de una estructura de  $N$  grados de libertad, con cimentación superficial tipo cajón y enterrada en un depósito estratificado.

Para conocer la contribución de la cimentación del modelo se calcularon funciones de impedancia, que representan los resortes y amortiguadores del suelo.

Se estudiaron dos métodos para evaluar el comportamiento de la estructura cuando interactúa con el suelo, uno de ellos de carácter riguroso, que consiste en resolver un sistema de ecuaciones de equilibrio dinámico entre el suelo y la estructura. Sin embargo, su proceso es costoso.

El otro método surge de los resultados del método riguroso, pues se aprecia que los efectos de interacción se traducen en una modificación del periodo y el amortiguamiento de la estructura. Con el método aproximado se obtienen estos parámetros, llamados efectivos, y se sustituyen en un sistema sin interacción para obtener una respuesta equivalente.

Los resultados entre ambos métodos han sido muy similares. Por tanto, el método aproximado puede sustituir al método riguroso en la obtención de espectros de respuesta con errores despreciables.

Los resultados obtenidos en espectros de respuesta a partir de acelerogramas en sitios típicos del valle de México, reflejan que el uso de funciones de impedancias, en combinación con el método aproximado para la obtención de periodos y amortiguamientos efectivos, y el uso de la teoría de vibraciones casuales, es una buena alternativa, eficiente y confiable en el cálculo de ordenadas espectrales con interacción dinámica suelo-estructura.

Con el fin de generalizar la obtención de espectros de respuesta con interacción suelo-estructura para el valle de México, se empleó el procedimiento descrito, considerando como excitación a un acelerograma en terreno firme que se modificó por las características de un estrato caracterizado por su periodo dominante. De este análisis se obtuvieron contornos que indican las pseudoaceleraciones correspondientes a un sitio y una estructura caracterizados por sus respectivos periodos. Las secciones de estos contornos, para periodo de sitio constante, muestran que los espectros de respuesta obtenidos con un estrato simple que representa los efectos de sitio son comparables con los obtenidos considerando excitaciones reales que ya contienen estos efectos.

La aplicación práctica del periodo y amortiguamiento efectivos esta restringida a estructuras con cimentación superficial, considerando además que en este trabajo se analiza sólo el comportamiento lineal del oscilador.

El estudio del efecto de la ductilidad en la interacción suelo-estructura esta aún en proceso, sin embargo, en un futuro próximo al conjuntar todos los efectos que intervienen en este fenómeno, será posible realizar modificaciones prácticas al reglamento de construcciones vigente y conocer en forma más precisa el comportamiento real de estructuras afectadas por la interacción dinámica.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco infinitamente a mi director de tesis y amigo Luis Eduardo Pérez Rocha todas sus enseñanzas, además del interés y confianza que ha depositado en mí, de la misma forma reitero mi agradecimiento por el tiempo y especial atención dedicados a cada detalle de este trabajo. Sin sus valiosos comentarios y orientaciones la realización del mismo habría sido una labor difícil.

Particularmente, agradezco al Dr. Javier Avilés sus sugerencias, explicaciones y principalmente, el permitirme expresar sus importantes aportaciones a la investigación, que constituyen la parte medular de esta tesis.

Al Dr. Francisco J. Sánchez Sesma, agradezco profundamente la gran disponibilidad que siempre me ha brindado, además de las interesantes y minuciosas observaciones a la versión preliminar de este trabajo.

Al Dr. Emilio Rosenblueth, agradezco la gentileza de haber dedicado una parte de su valioso tiempo a la lectura de este trabajo, así como sus comentarios al respecto.

Agradezco también a mis compañeros del Centro de Investigación Sísmica A. C. de la Fundación Javier Barros Sierra la ayuda que cada uno me proporcionó en su momento, y en especial al Ing. Luis Vieitez, por permitirme laborar en un lugar con el prestigio del Centro a su cargo y facilitarme los medios para la realización del presente, además de sus importantes sugerencias.

Finalmente agradezco a profesores, familiares, amigos y en general a todas aquellas personas que de alguna forma han contribuido en el desarrollo de mi carrera profesional, que en esta primera etapa culmina

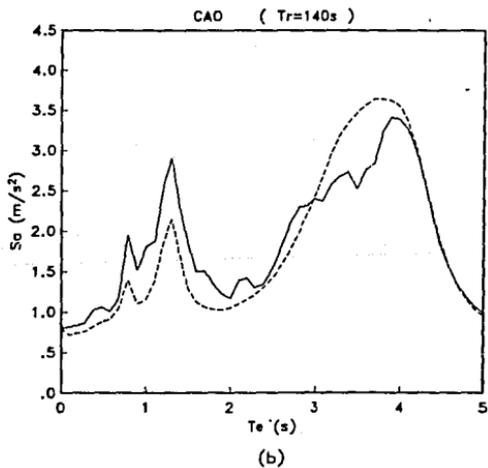
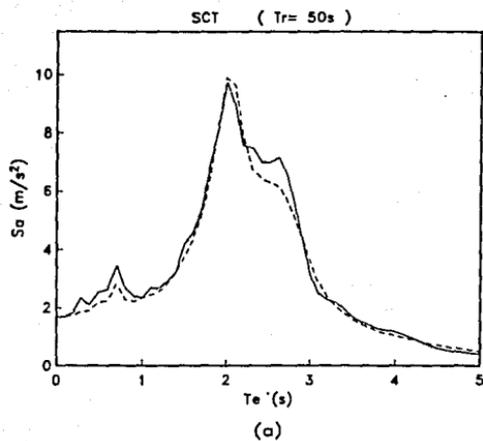
con la realización de esta tesis.

Este trabajo forma parte del proyecto de investigación *Interacción suelo-estructura en el Valle de México* patrocinado conjuntamente por el Departamento del Distrito Federal y el Consejo Nacional de Ciencia Y Tecnología.

## BIBLIOGRAFÍA

- Abramowitz M y Stegun I (1972), *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables*, Dover Publications, Washington.
- Aki, K y P G Richards (1980). *Quantitative Seismology: Theory and Methods*, W H Freeman, San Francisco, CA.
- Arias A (1969), "A measure of earthquake intensity", *Seismic Design for Nuclear Power Plants*, R Hansen, editor, Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, Massachusetts.
- Avilés J y Pérez-Rocha E (1992), "Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo", *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, Fundación Javier Barros Sierra, Vol. 2, No. 1, 22-81.
- Avilés J, Pérez-Rocha E y Aguilar H R (1992), "Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura", *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, Fundación Javier Barros Sierra, enviado para su publicación.
- Boore J B y Joyner W B (1984) "A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals", *Bulletin Seismological Society of America*, Vol. 74, 2035-2039.
- CFE (1988), *Estudios Geofísicos del Valle de México*. Publicación de la Comisión Federal de Electricidad, Departamento de Geofísica. México, D.F.
- CIS (1991), "Interacción suelo-estructura en la respuesta dinámica de estructuras de concreto". Centro de Investigación Sísmica. Fundación Javier Barros Sierra A C. Informe final del proyecto de investigación presentado a la Secretaría General de Obras Públicas del DDF.
- CIS (1992), "Interacción suelo-estructura en la respuesta dinámica de estructuras de concreto". Centro de Investigación Sísmica. Fundación Javier Barros Sierra A C. Primer informe parcial del proyecto de investigación presentado a la Secretaría General de Obras Públicas del DDF.
- Claerbout J F (1976), "Fundamentals of geophysical data processing", McGraw-Hill Book Company, Nueva York.
- Clough R W y Penzien J (1975), *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, Inc., Nueva York.

- Crandall S H (1956), *Engineering Analysis*, McGraw-Hill, Inc., Nueva York.
- Kausel E, Whitman R, Morray J y Elsabee F (1978), "The spring method for embedded foundations", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 48, 377-392.
- Lysmer J y Drake L (1972), "A finite element method for seismology", *Methods in Computational Physics*, Vol. 11: Surface Waves and Earth Oscillations, Academic Press, Nueva York.
- Newmark N M (1959), "A method of computation for structural dynamics", *Proc. ASCE*, 85 (EM3), 67-94.
- Newmark N M y Rosenblueth E (1971), *Fundamentos de Ingeniería Sísmica*, Ed. Diana S A, México D F.
- "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo 1987", *Diario Oficial del 28 de septiembre, México, D.F.*
- "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal 1987", *Diario Oficial del 3 de julio, México, D.F.*
- Reinoso E, Ordaz M y Sánchez-Sesma F J (1990), "A note on the fast computation of response spectra estimates", *Earthquake Engineering and Structural Dynamic*, Vol. 19.
- Reinoso E y Lermo J (1991), "Periodos del suelo del valle de México medidos en sismos y con vibración ambiental", *Memorias del IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Manzanillo, Col.
- Rosenblueth E y Reséndiz D (1988), "Disposiciones reglamentarias de 1987 para tener en cuenta interacción dinámica suelo-estructura", *Series del Instituto de Ingeniería*, No. 509.
- SGOP (1988), *Estudios sobre sismicidad en el Valle de México*. Secretaría General de Obras Públicas del DDF, Ed. Internacional, México, D.F.
- Trifunac M D y Brady A G (1975), "A study of the duration of strong earthquake ground motion", *Bulletin Seismological Society of America*, Vol. 65.
- Veletsos A S (1977), "Dynamics of structure-foundation systems", *Structural and Geotechnical Mechanics*, Ed. W J Hall, Inc., Englewood Cliffs, Nueva Jersey.
- Wolf J P (1985), *Dynamic soil-structure interaction*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, Nueva Jersey.



**Fig. 1** Espectros de Respuesta. Integración paso a paso (—) y Teoría de Vibraciones Casuales (-----)

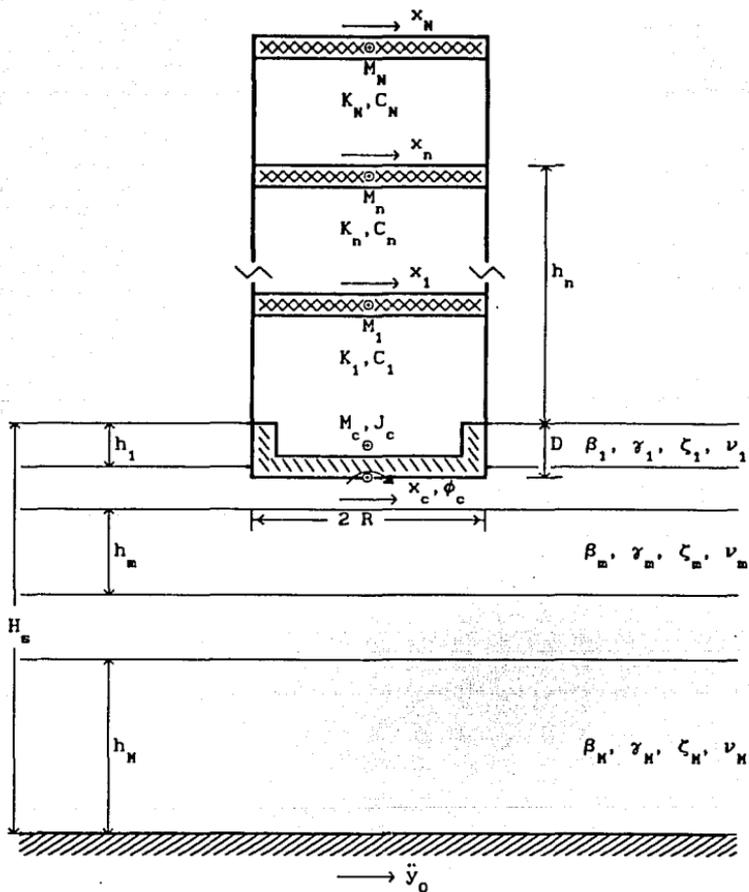


Fig. 2 Sistema suelo-estructura original

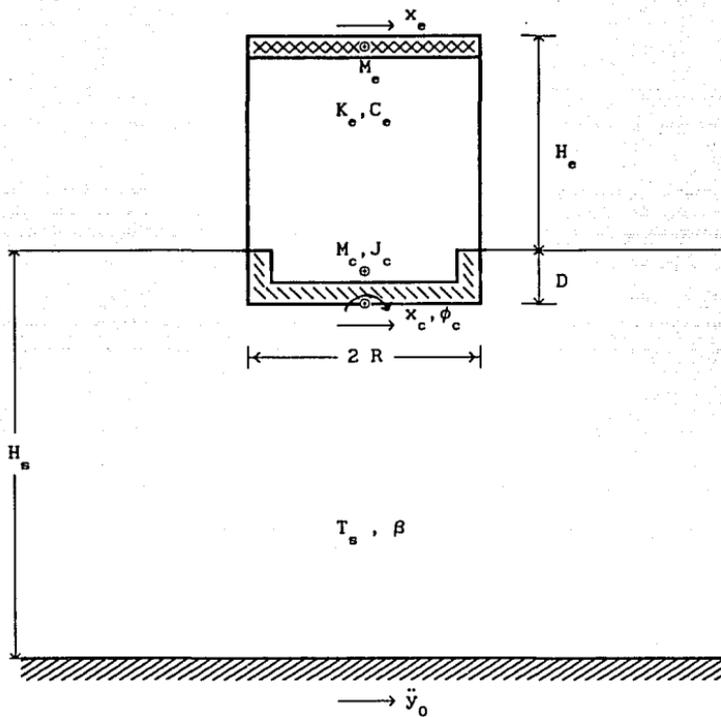


Fig. 3 Sistema suelo-estructura equivalente

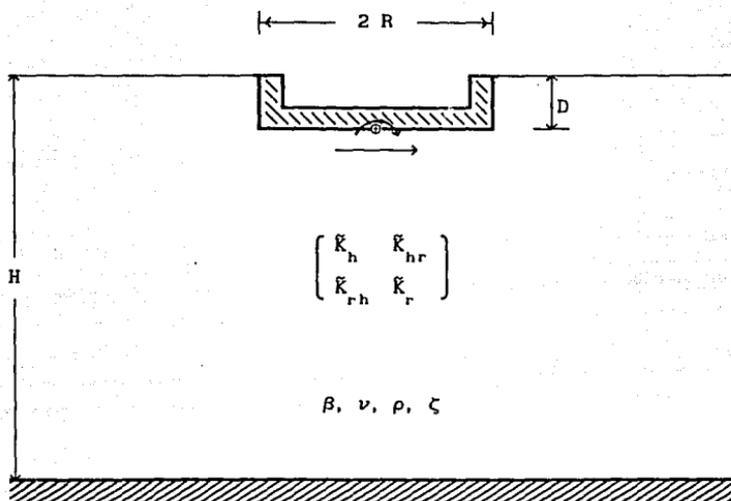


Fig. 4 Sistema suelo-cimentación

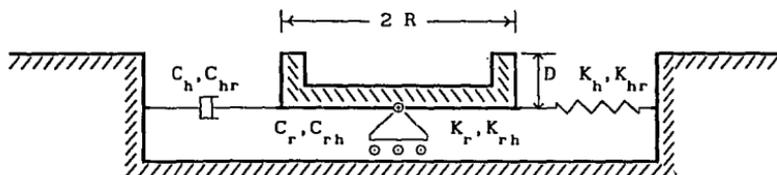
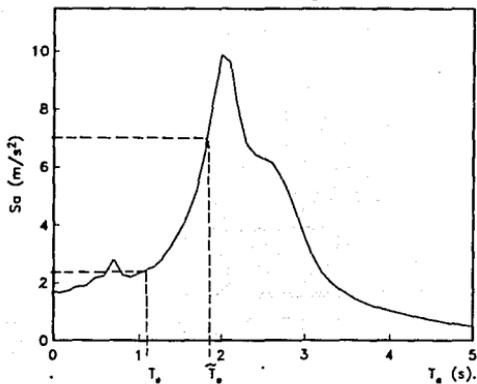


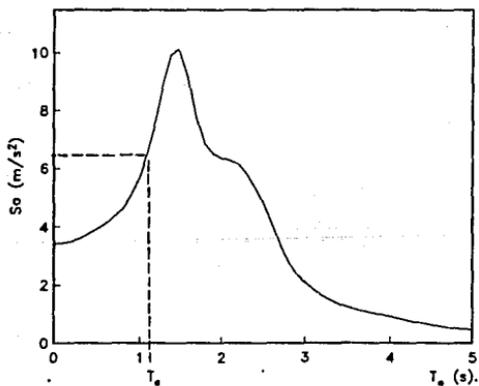
Fig. 5 Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo

**Espectro sin Interacción (Reglamento D.F. 1987)**



(a)

**Espectro con Interacción**



(b)

**Fig. 6 Seudoaceleración espectral con interacción suelo-estructura**

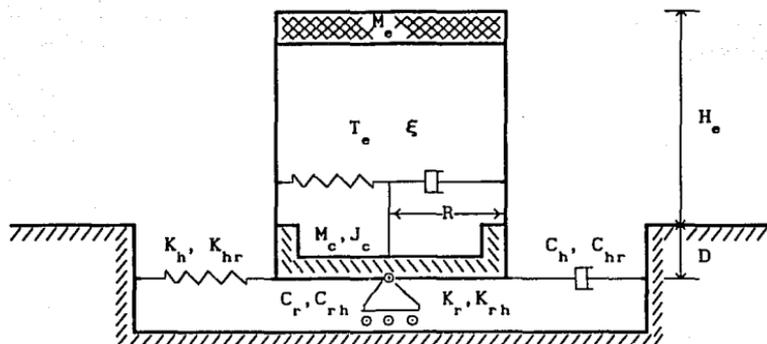


Fig. 7 Oscilador real con base flexible

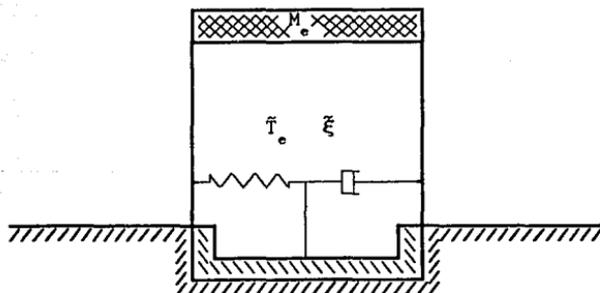
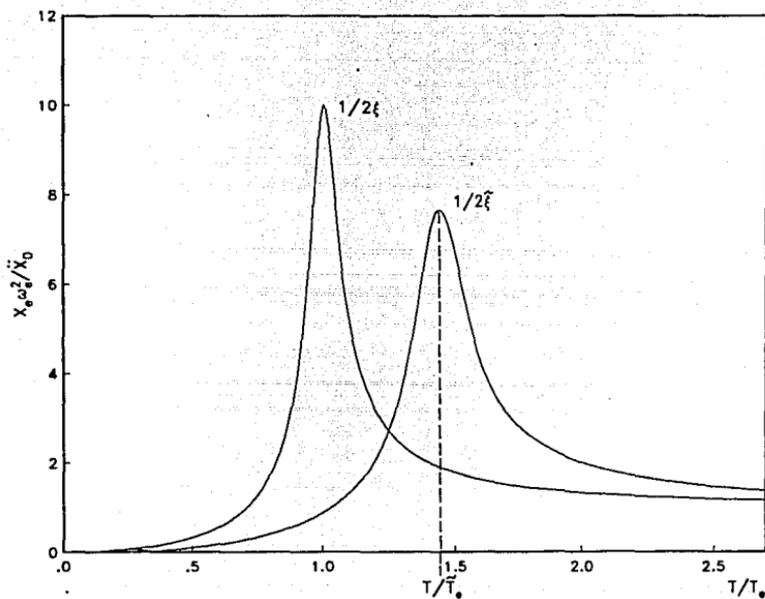
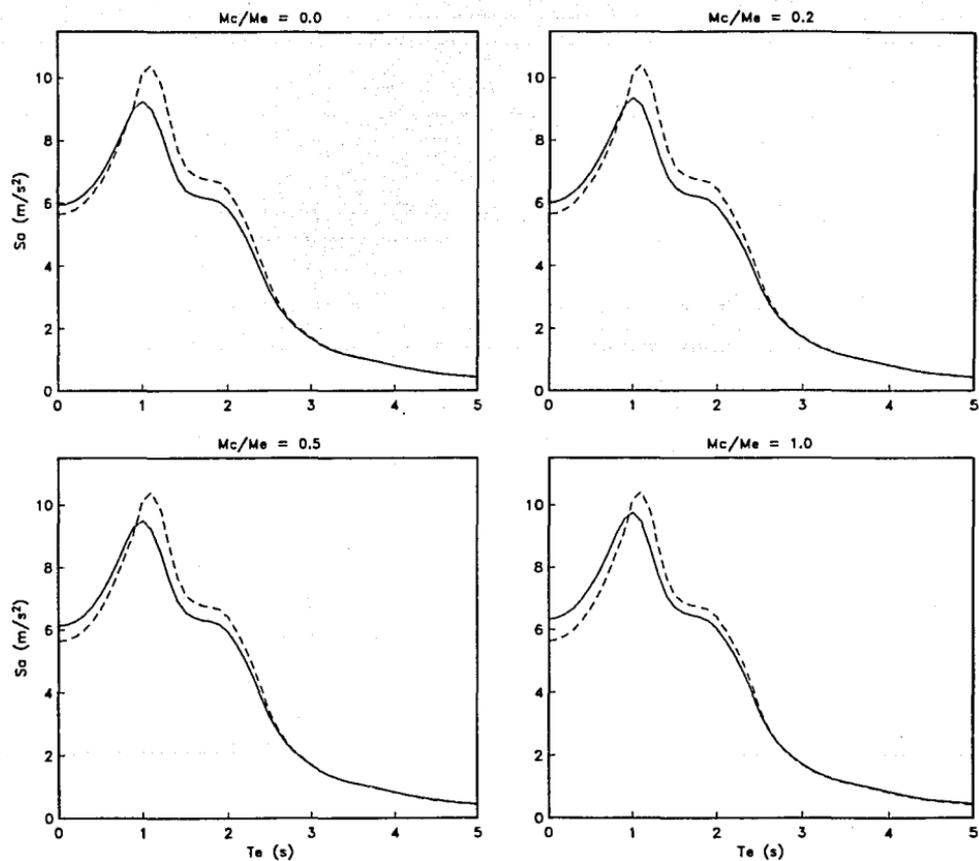


Fig. 8 Oscilador equivalente con base rígida



**Fig. 9 Funciones de transferencia de un sistema equivalente para la determinación del periodo y amortiguamiento efectivos**



$H_s/R = 3$ ,  $H_e/R = 3$ ,  $D/R = 0.0$

Fig. 10 Método riguroso para diferentes relaciones  $M_c/M_e$  (—) y método aproximado (-----)

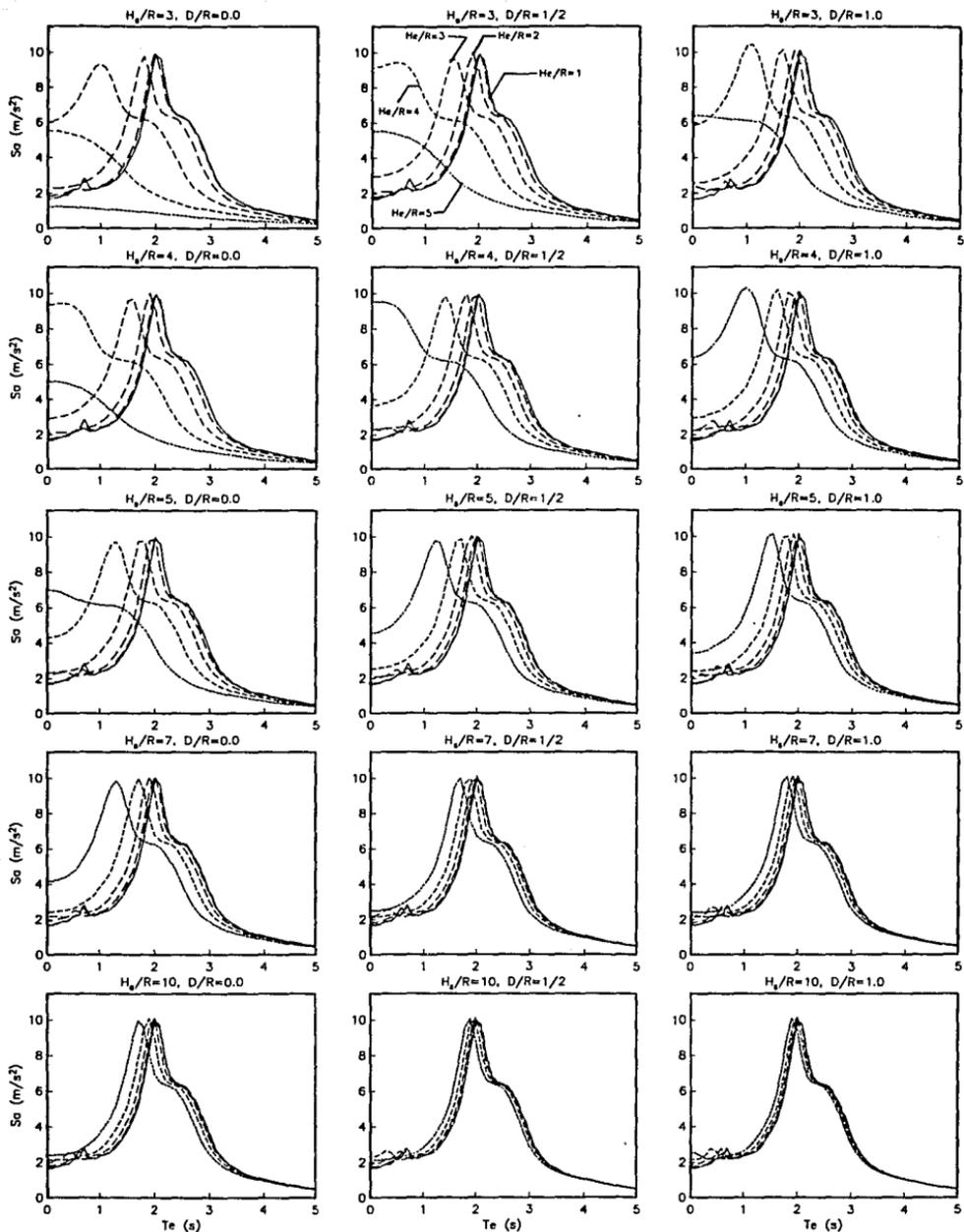


Fig. 11 Espectros de Respuesta rigurosos con ISE

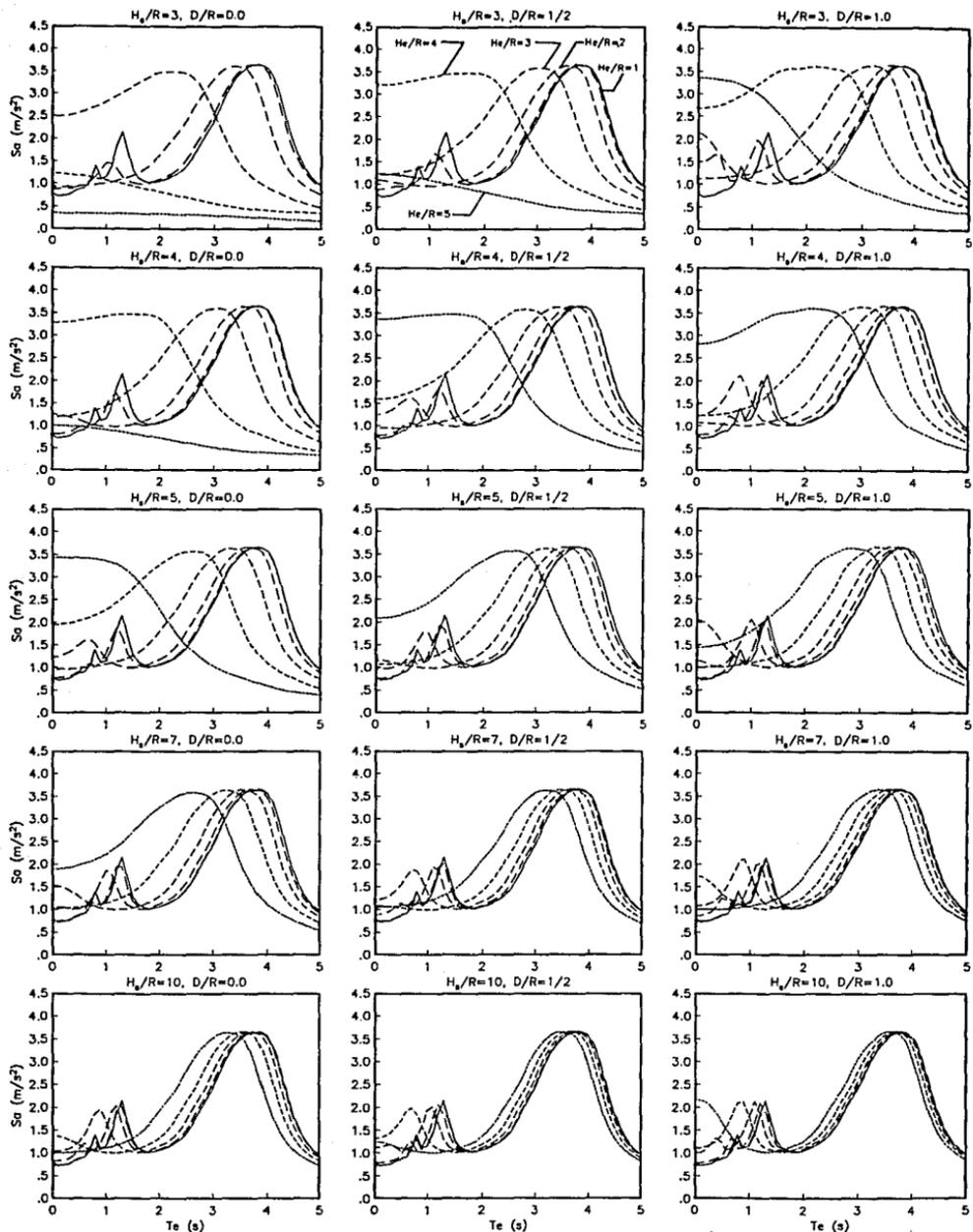


Fig. 12 Espectros de Respuesta rigurosos con ISE

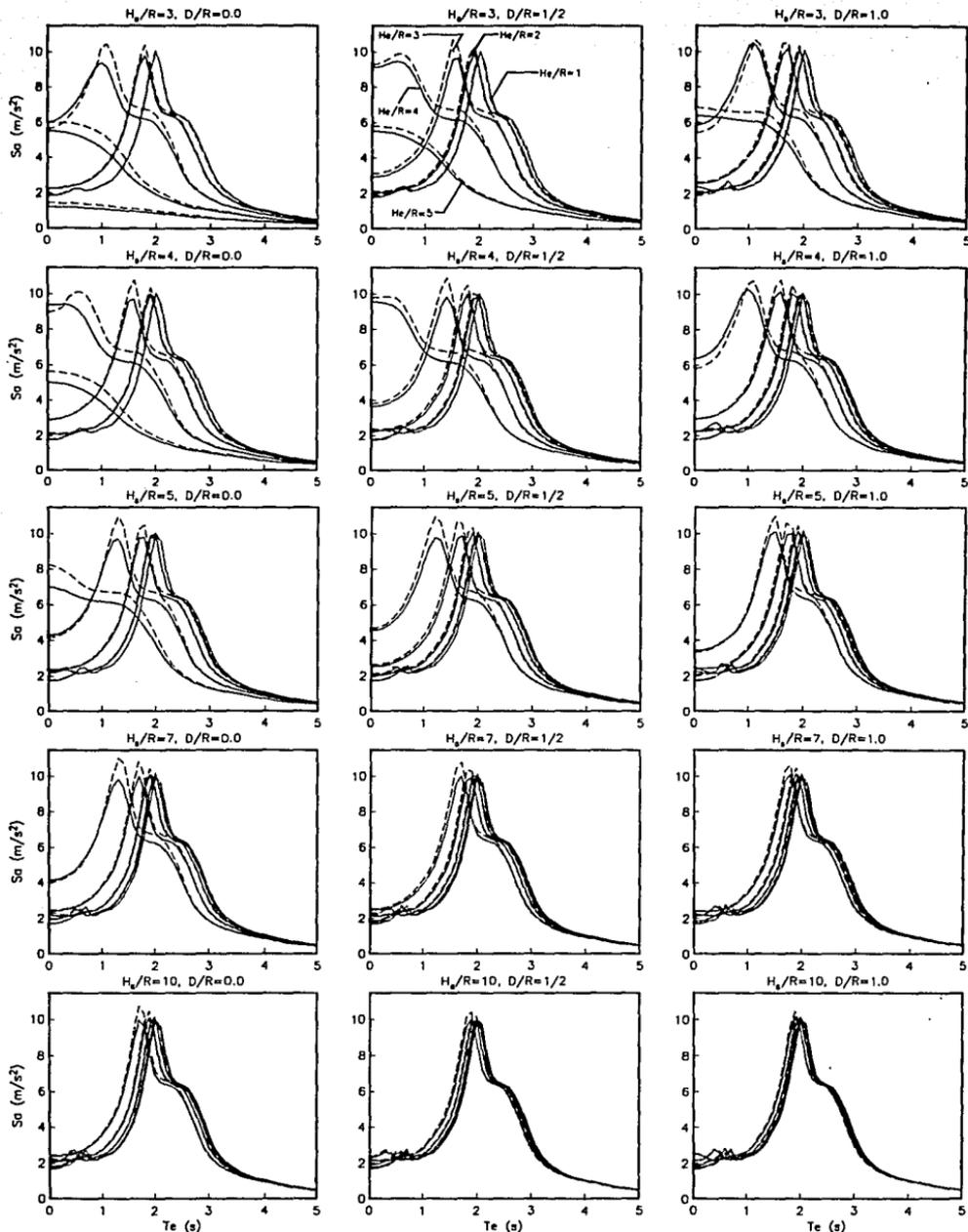


Fig. 13 Espectros de Respuesta con ISE rigurosos (—) y aproximados (-----) en SCT

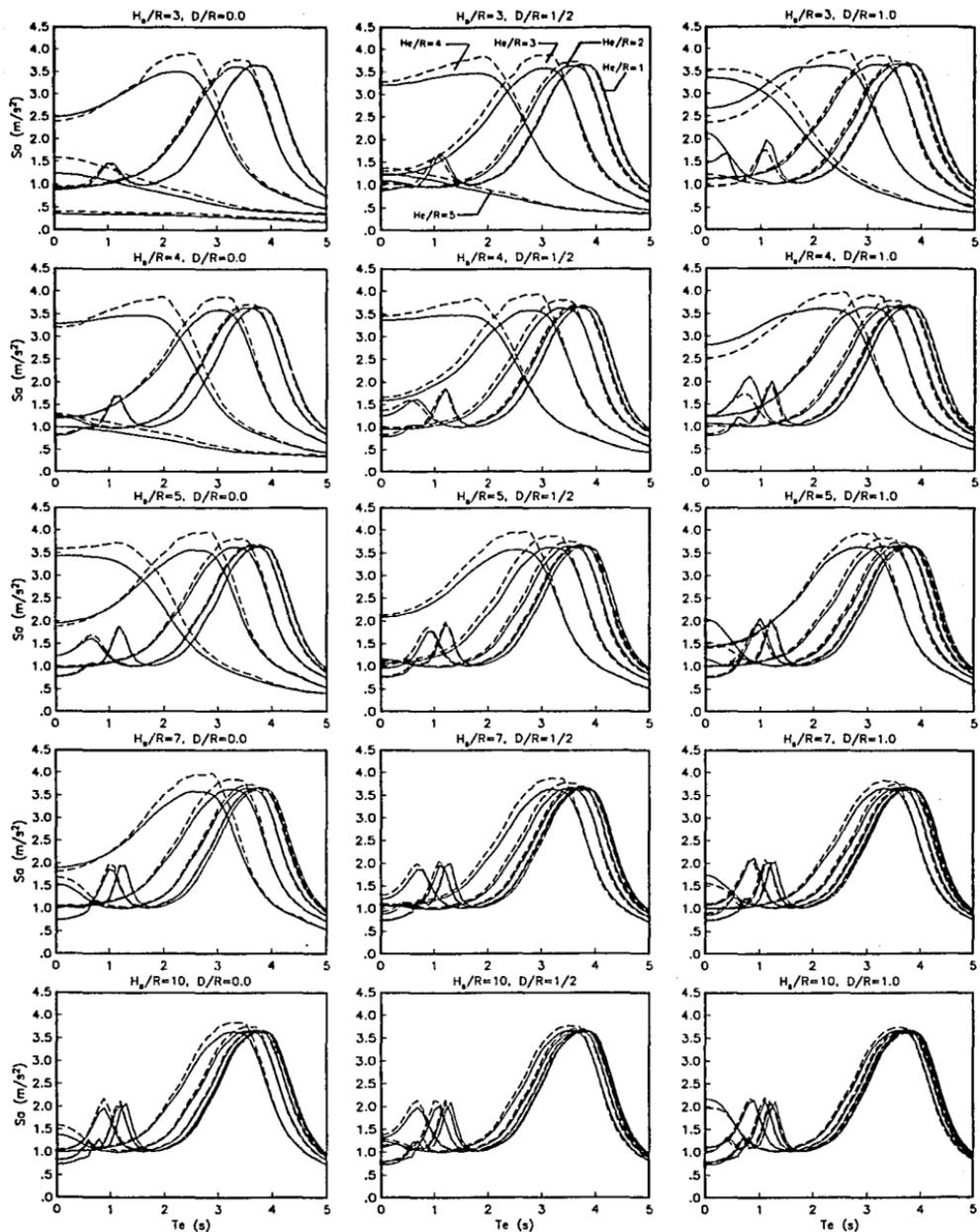
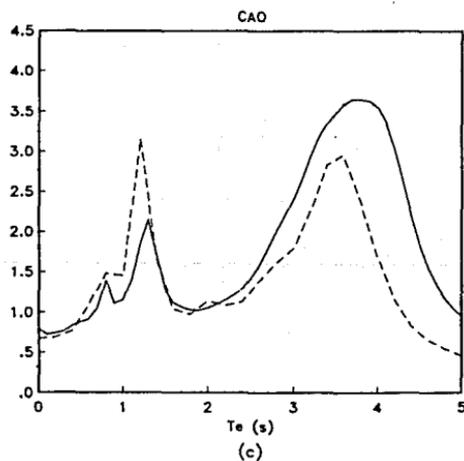
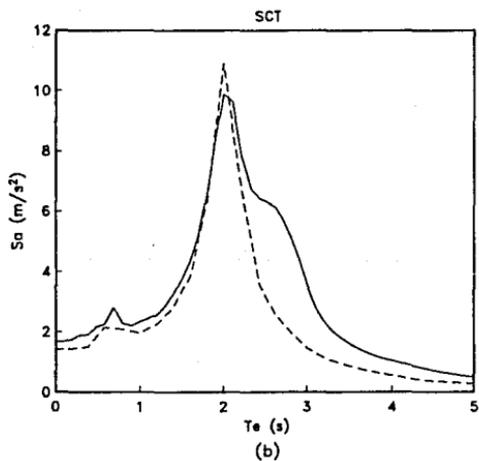
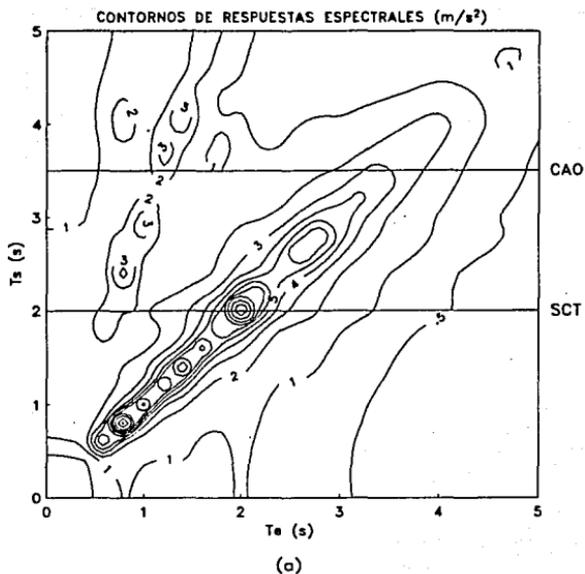
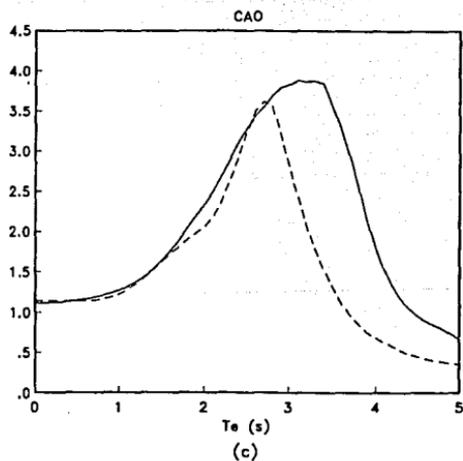
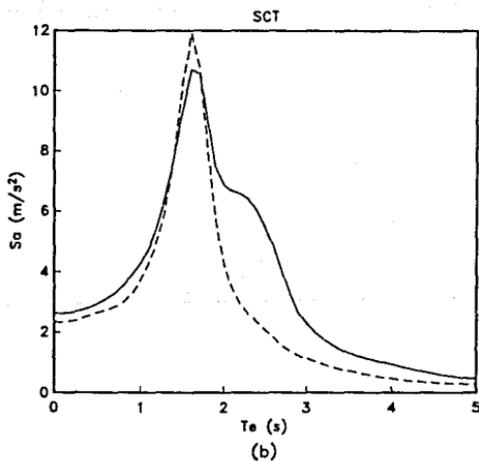
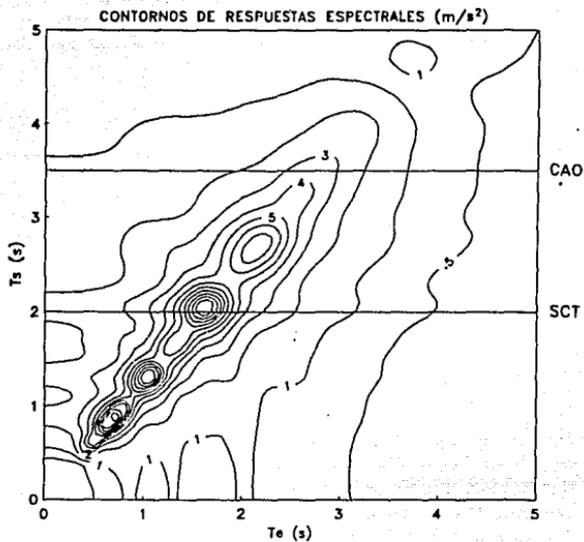


Fig. 14 Espectros de Respuesta con ISE rigurosos (—) y aproximados (-----) en SCT



Espectros calculados con registros (—)  
 Espectros calculados con secciones (---)

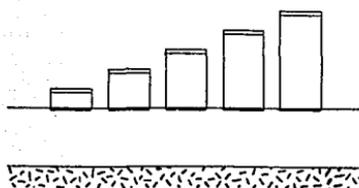
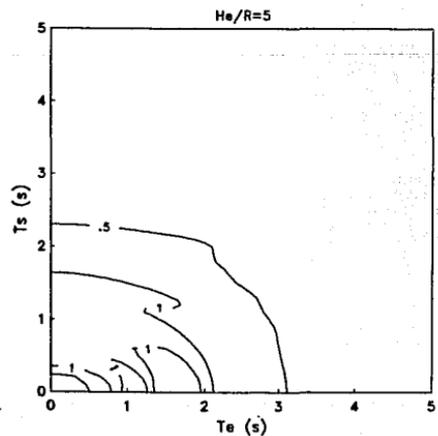
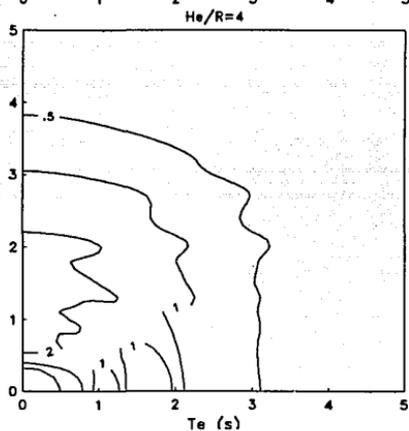
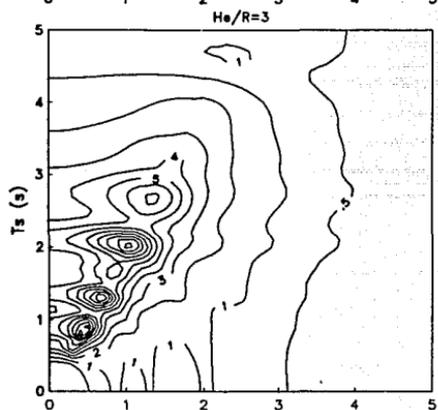
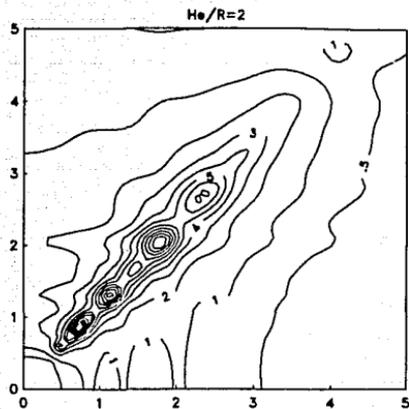
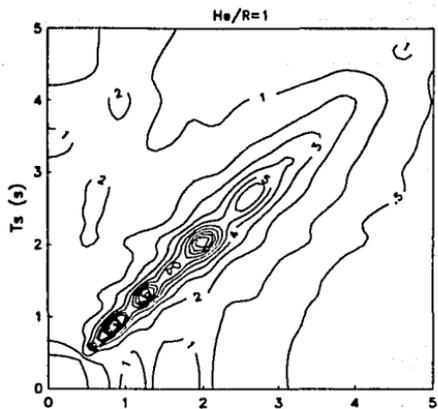
**Fig. 15 Espectros de respuesta en contornos sin interacción**



Espectros calculados con registros (—)  
Espectros calculados con secciones (---)

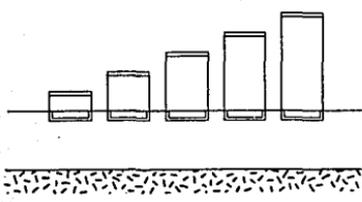
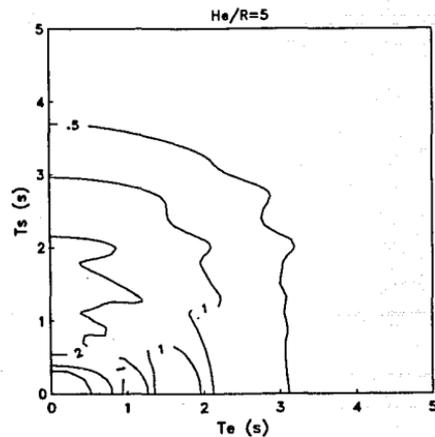
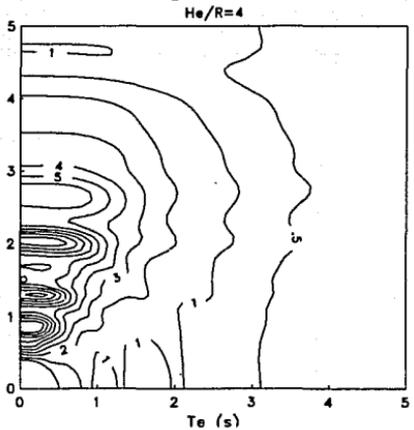
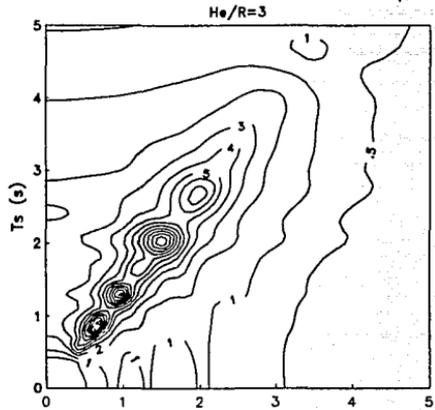
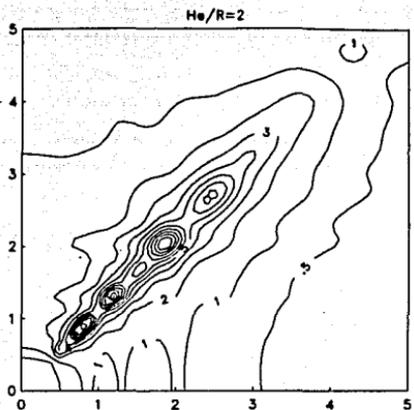
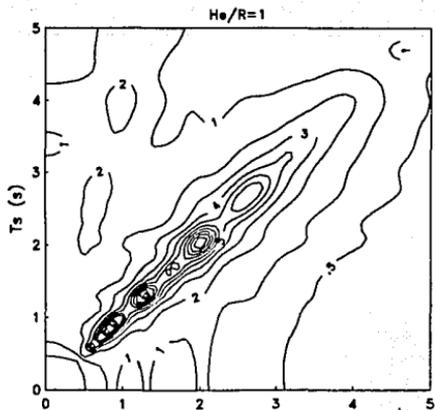
$H_s/R=5, H_e/R=4, D/R=1/2$

**Fig. 16** Espectros de respuesta en contornos con interacción



He/R=3, D/R=0

Fig. 17 Contornos de respuestas espectrales



He/R=3. D/R=1/2

Fig. 18 Contornos de respuestas espectrales

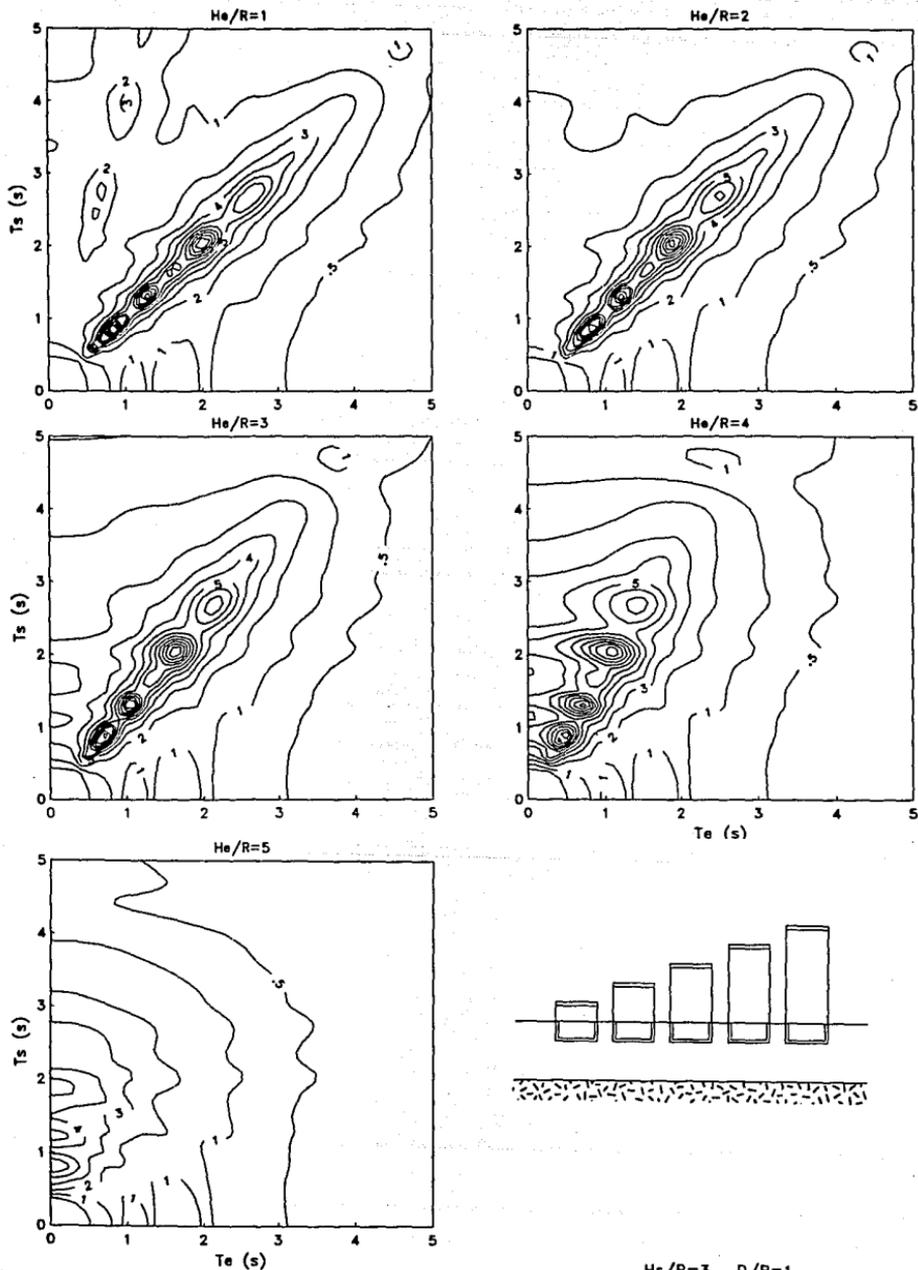


Fig. 19 Contornos de respuestas espectrales

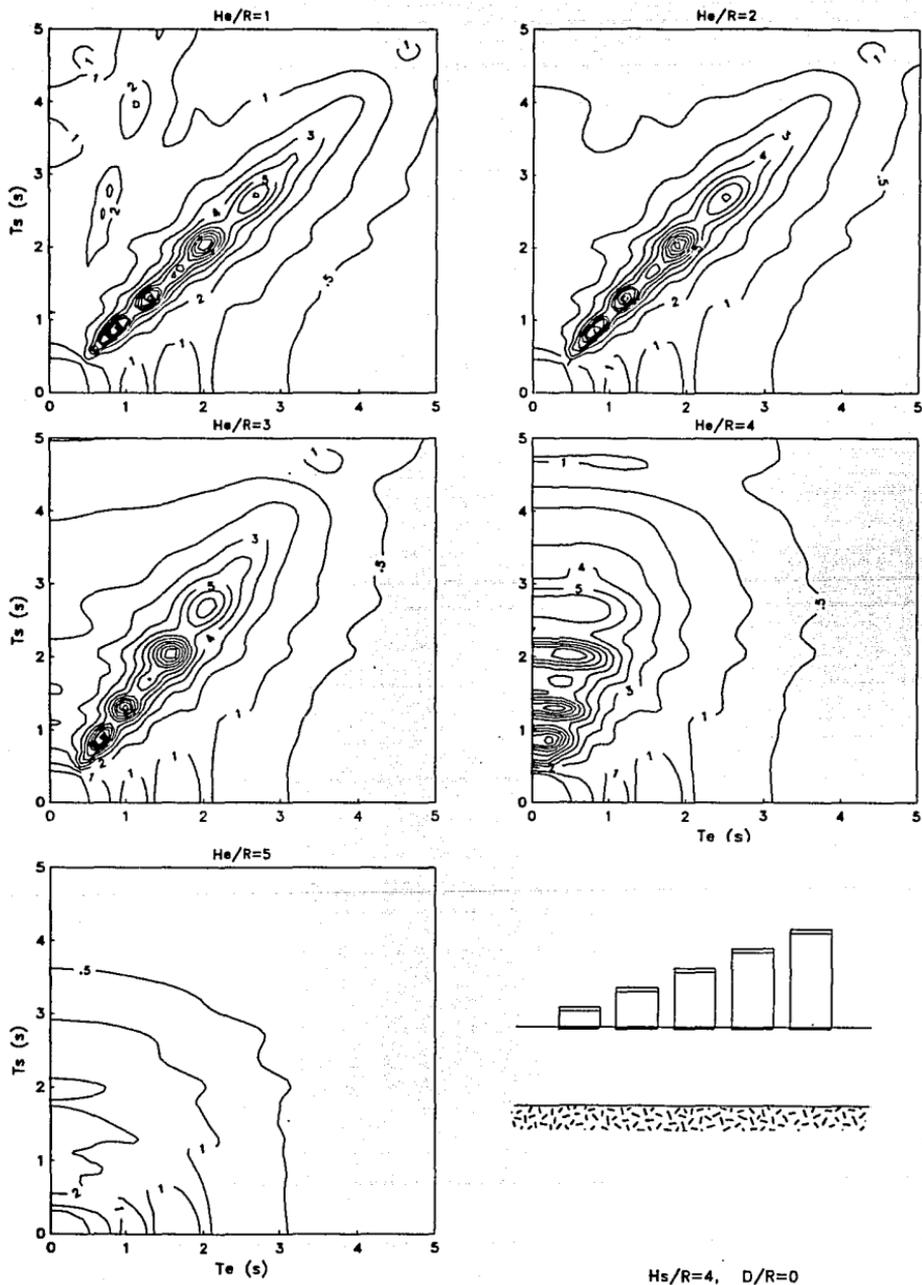
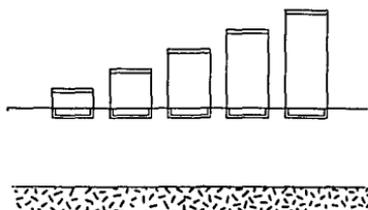
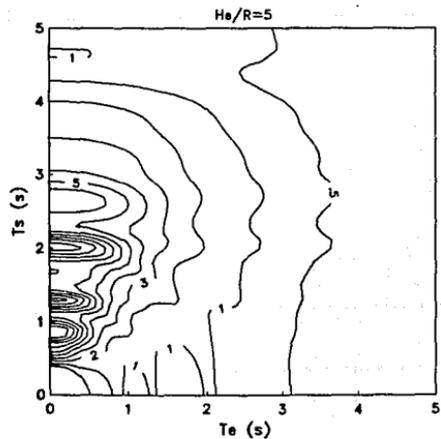
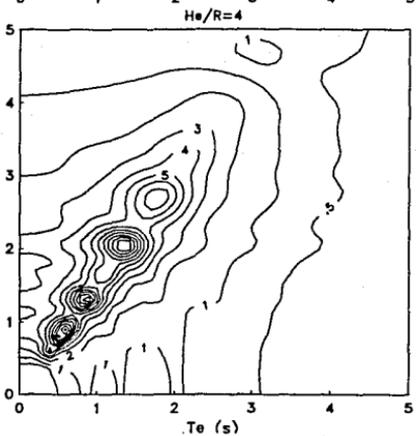
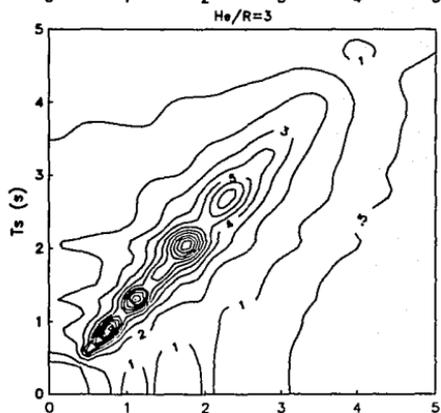
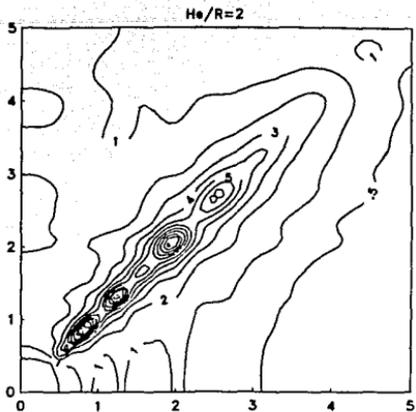
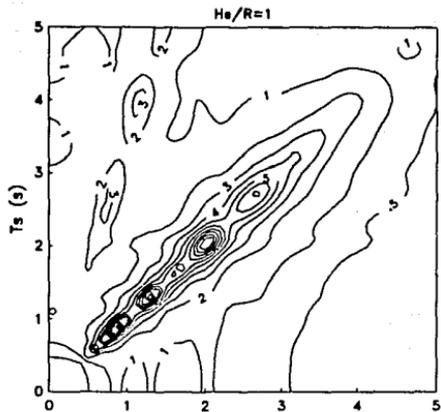


Fig. 20 Contornos de respuestas espectrales

He/R=4, D/R=0



He/R=4, D/R=1/2

Fig. 21 Contornos de respuestas espectrales

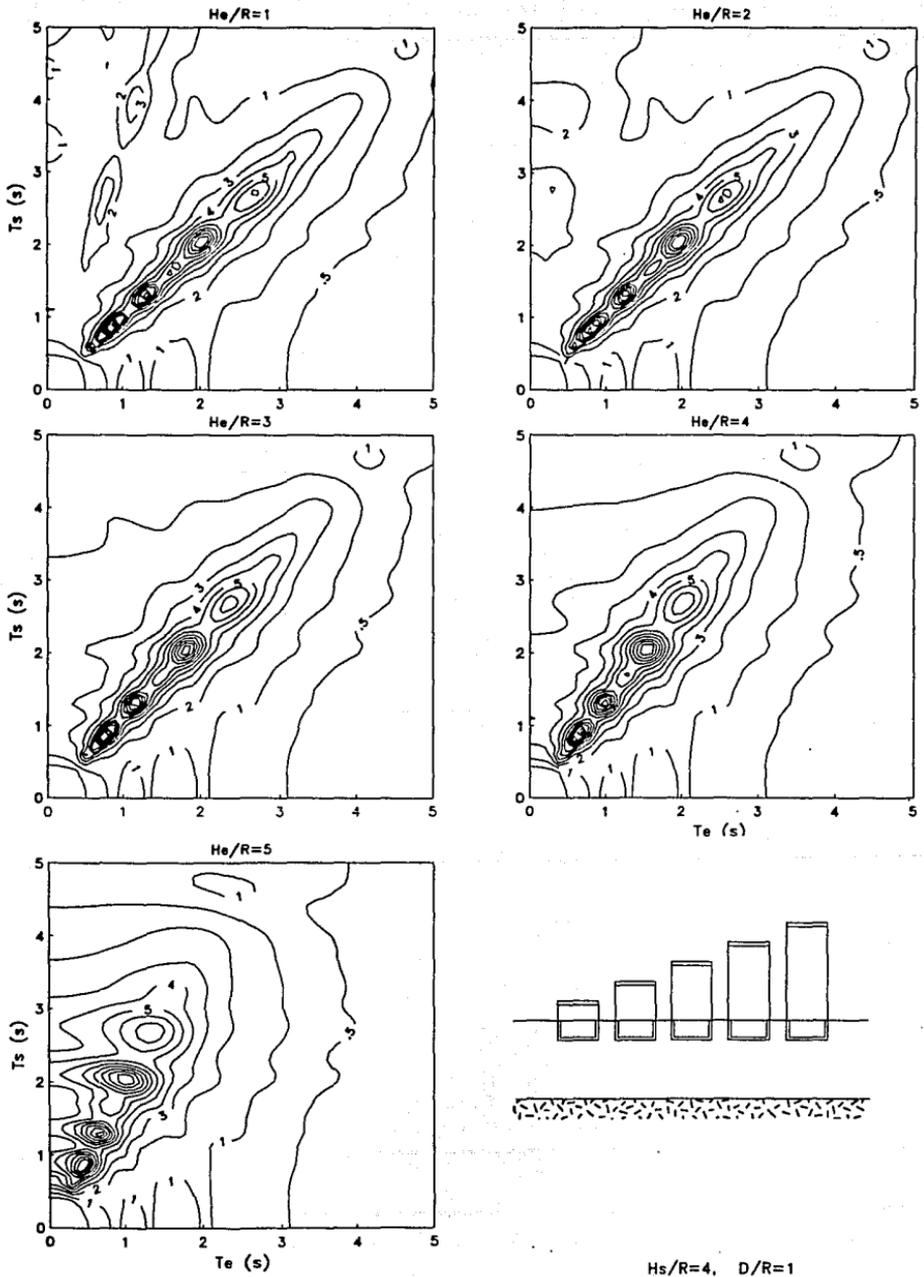


Fig. 22 Contornos de respuestas espectrales

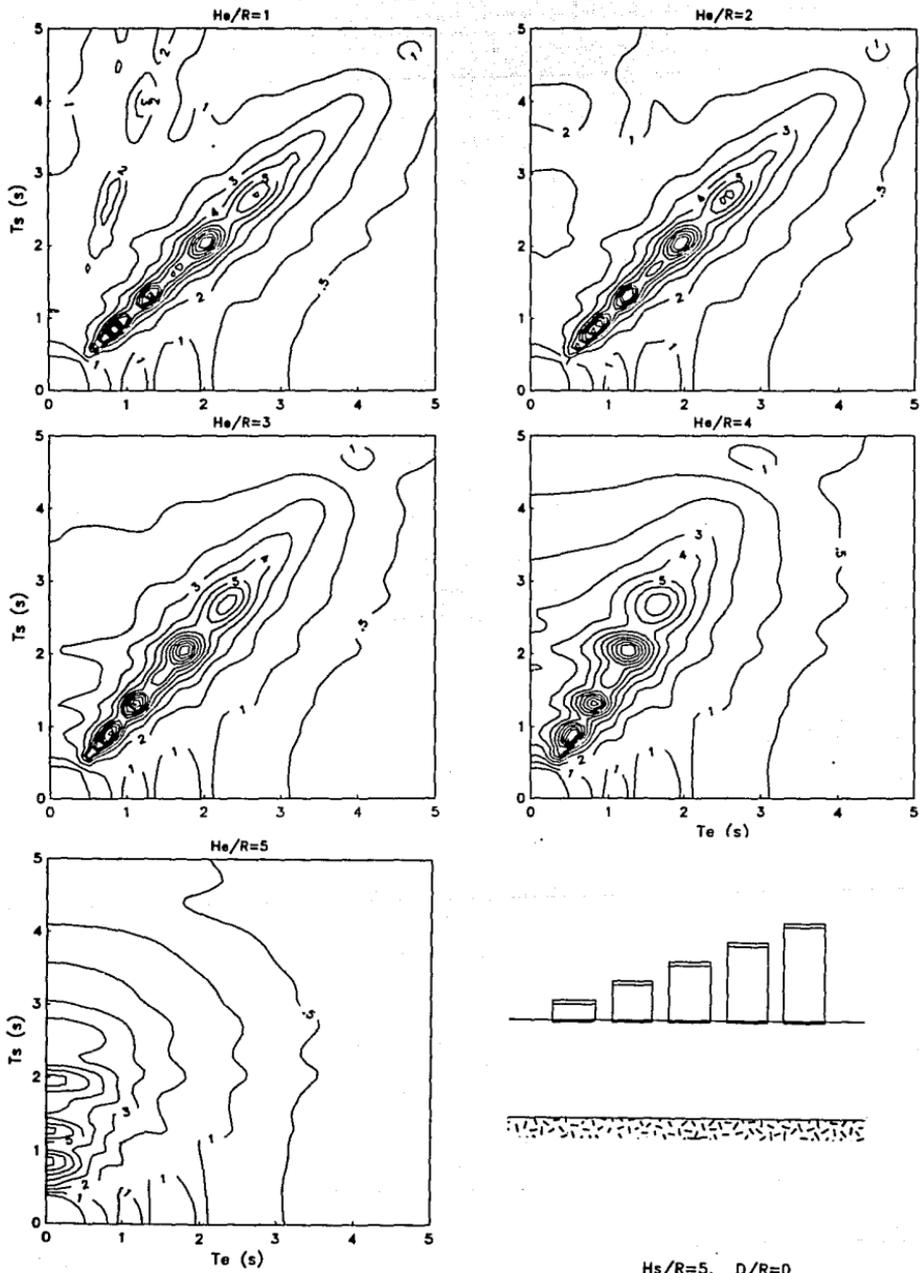


Fig. 23 Contornos de respuestas espectrales

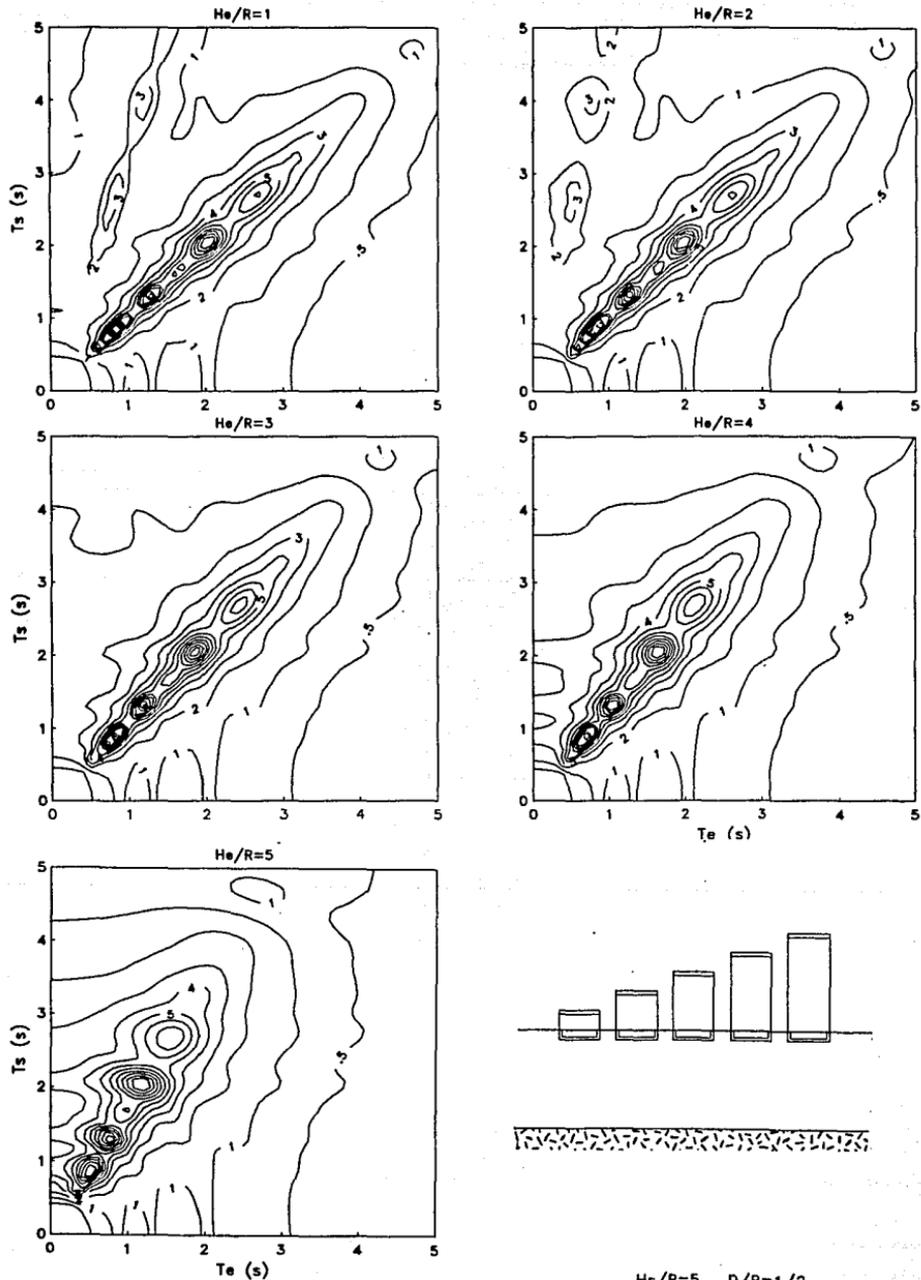


Fig. 24 Contornos de respuestas espectrales

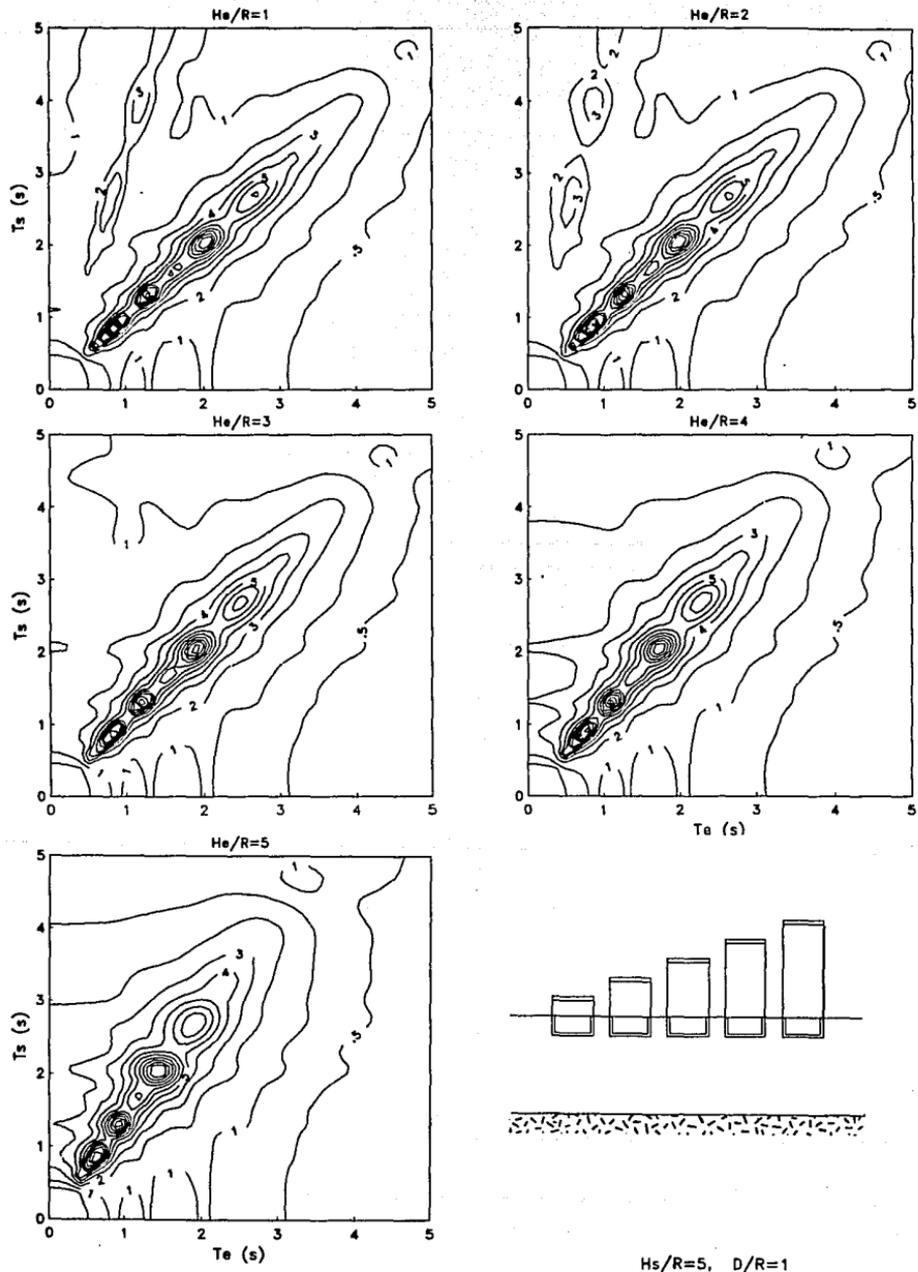


Fig. 25 Contornos de respuestas espectrales

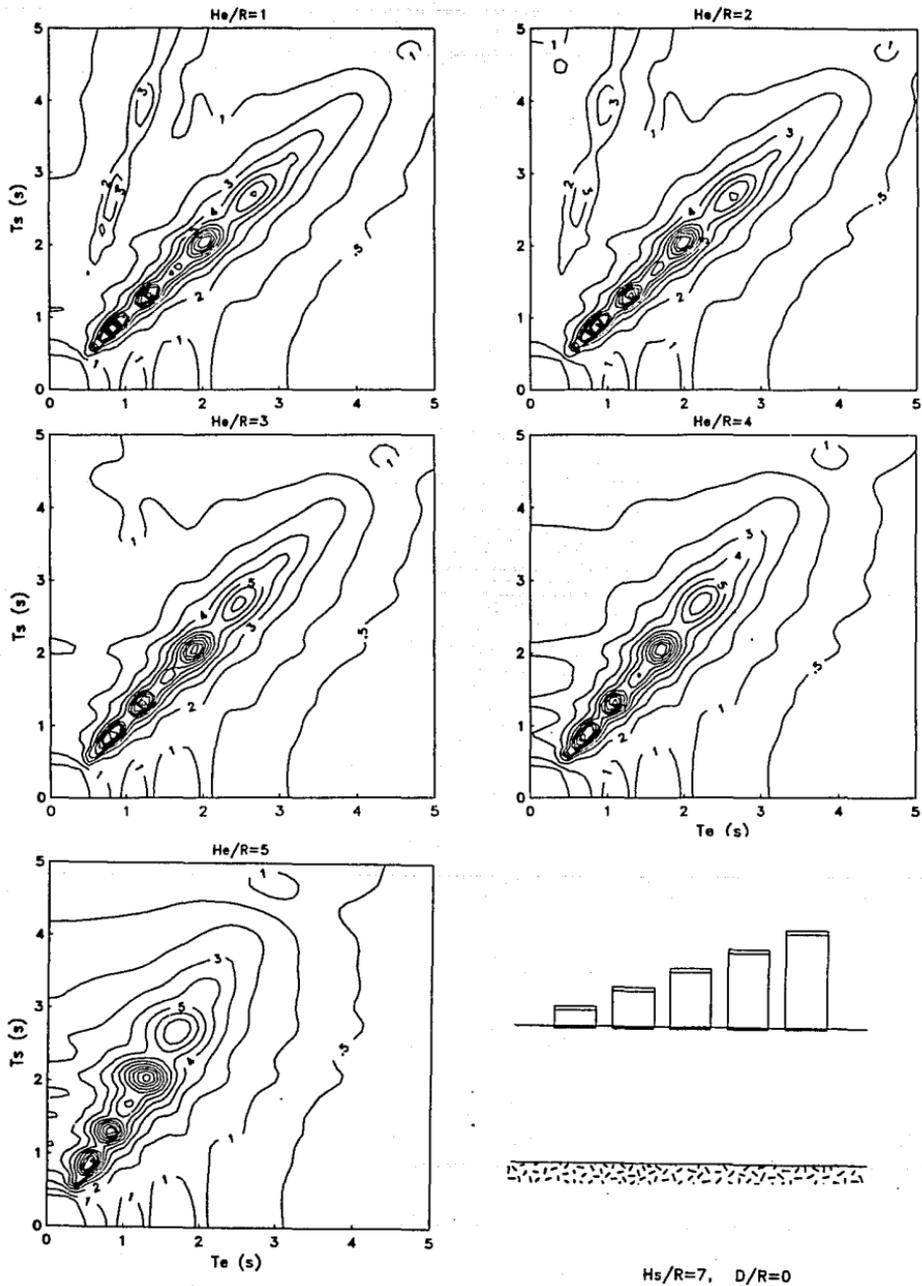


Fig. 26 Contornos de respuestas espectrales

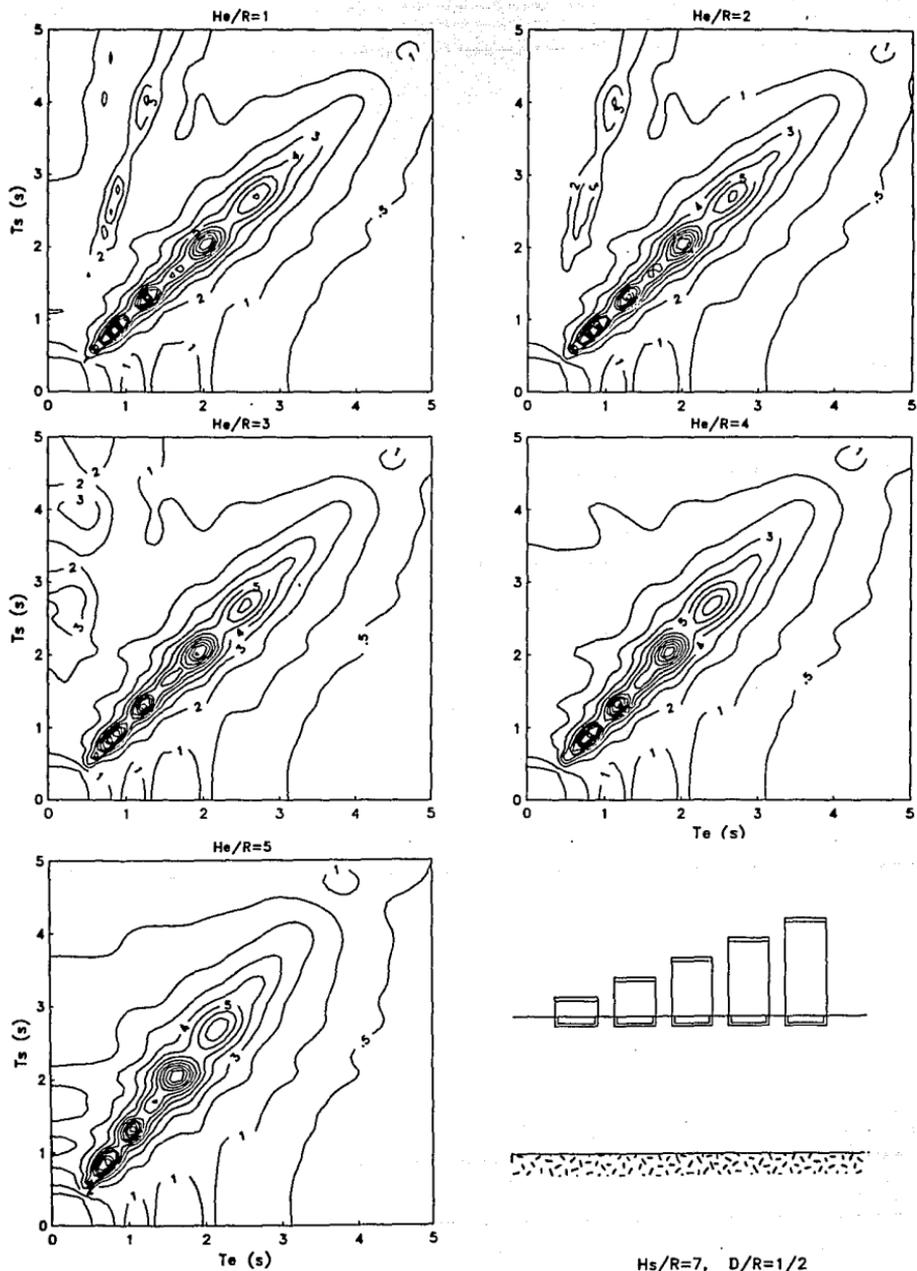
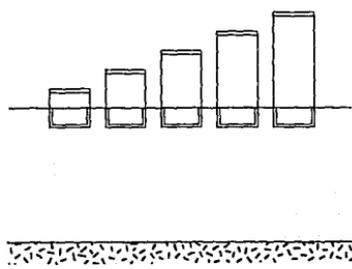
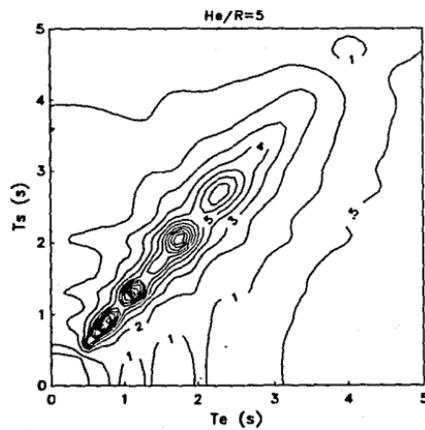
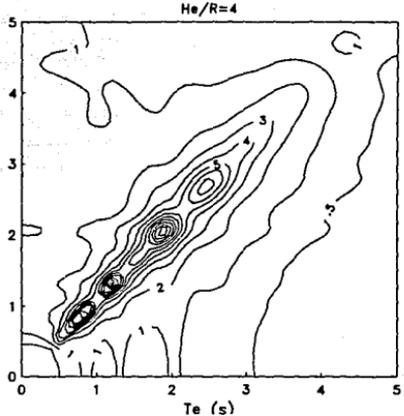
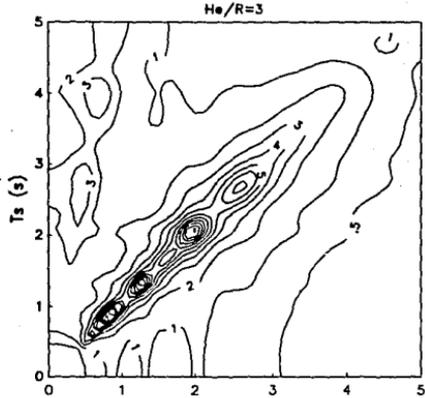
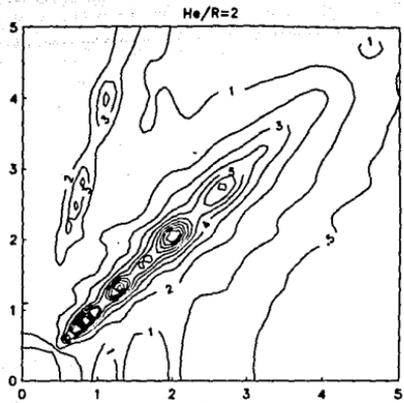
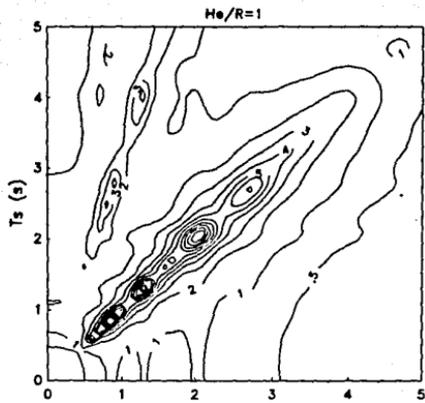


Fig. 27 Contornos de respuestas espectrales



He/R=7, D/R=1

Fig. 28 Contornos de respuestas espectrales

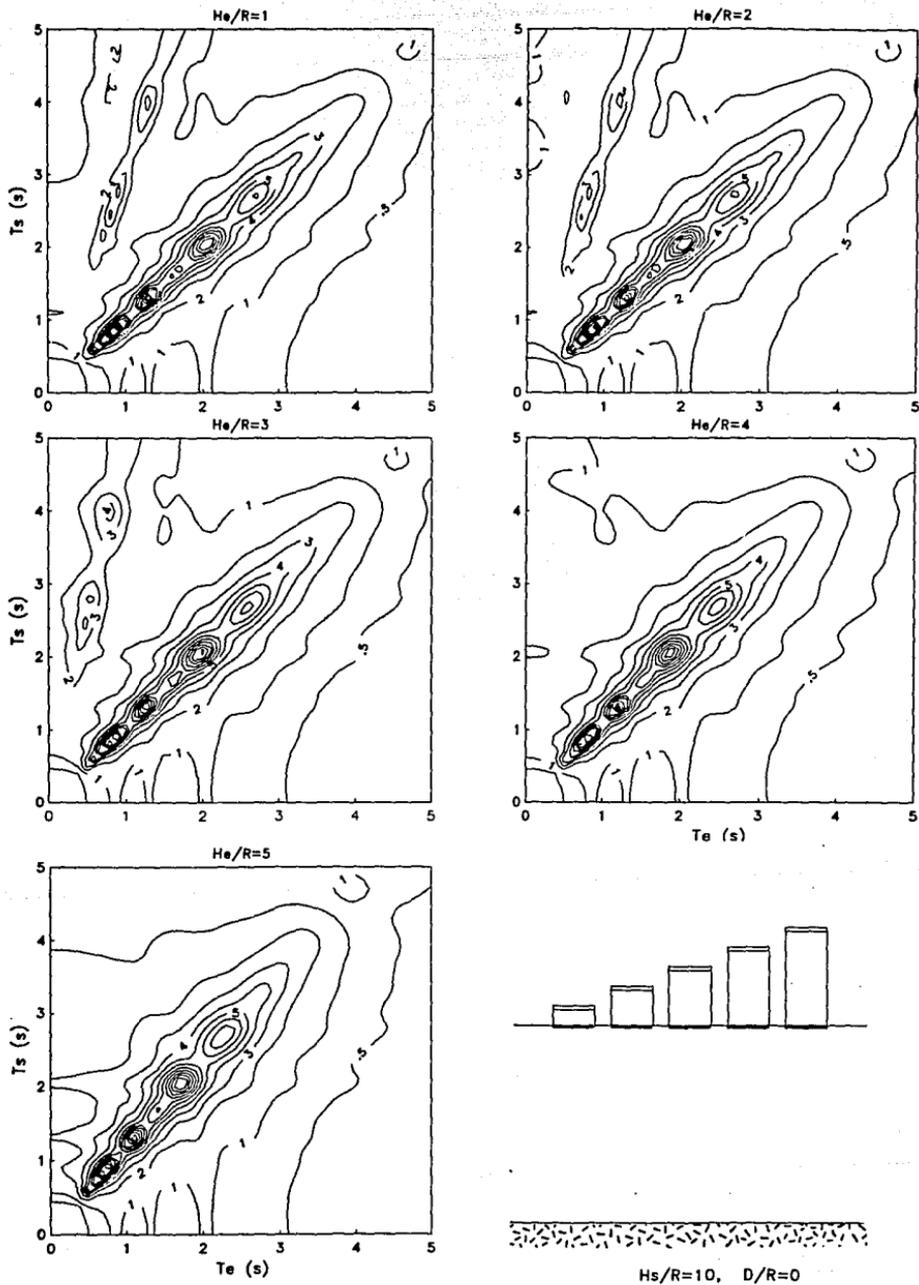


Fig. 29 Contornos de respuestas espectrales

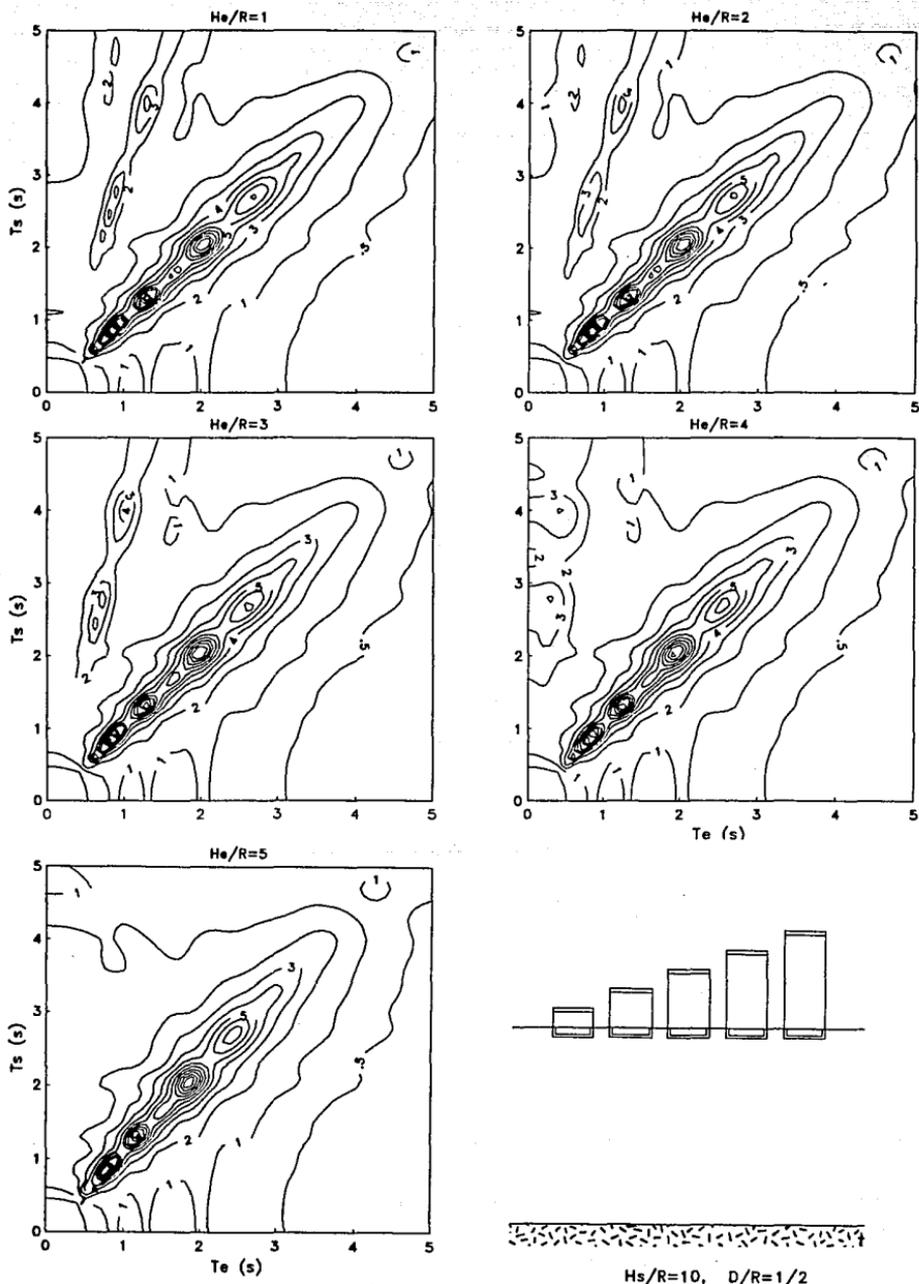


Fig. 30 Contornos de respuestas espectrales

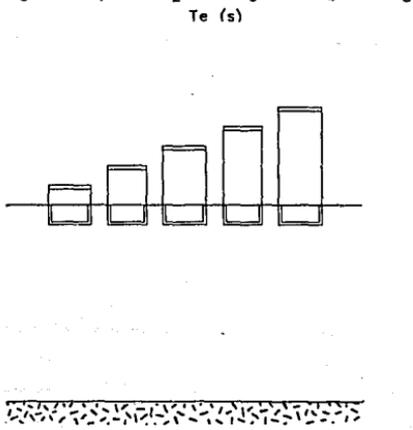
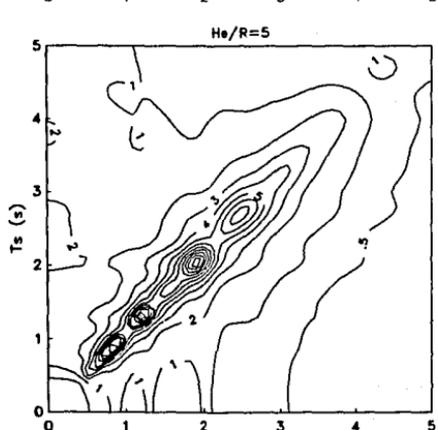
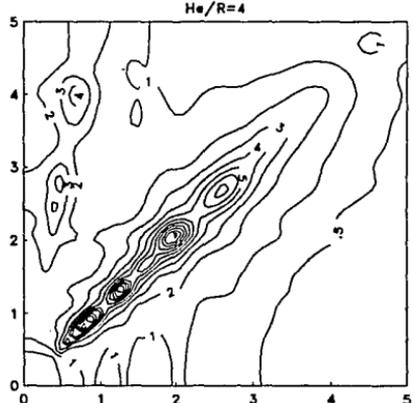
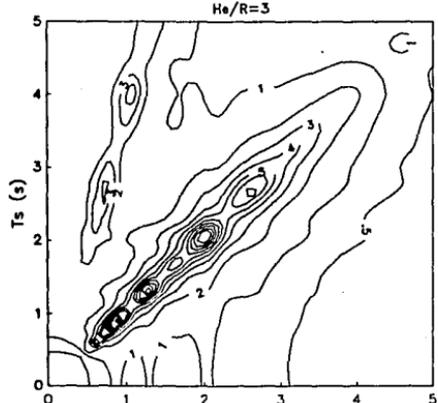
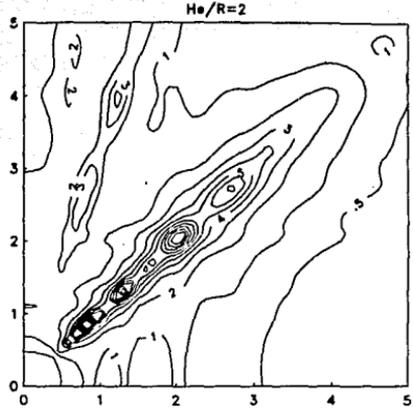
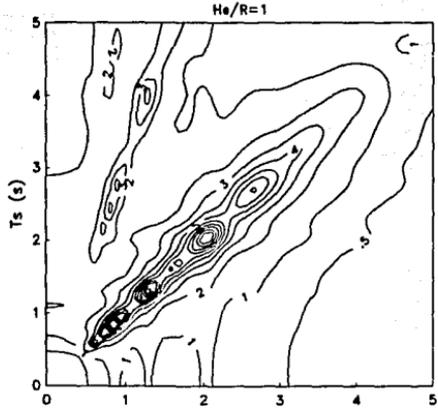


Fig. 31 Contornos de respuestas espectrales

## APÉNDICE A

En la fig A1 aparece un oscilador de un grado de libertad con amortiguamiento, cuyo diagrama de cuerpo libre se ilustra en la fig A2 las fuerzas que intervienen se representan como:

$$F_I = m (\ddot{x} + \ddot{y}) \quad (\text{A.1})$$

$$F_v = c \dot{x} \quad (\text{A.2})$$

$$F_R = k x \quad (\text{A.3})$$

La ec A1 expresa la fuerza de inercia, que es proporcional a la aceleración  $\ddot{x}$  o  $\ddot{y}$  dependiente de la masa  $m$ . La ec A2 se refiere a la fuerza de viscosidad que es proporcional a la velocidad  $\dot{x}$  y cuya linealidad está dada por la constante  $c$  del amortiguador. Finalmente, la ec A3 corresponde a la fuerza restitutiva, que es proporcional al desplazamiento que experimenta  $x$ , y que depende de la rigidez  $k$  del resorte. La ecuación de equilibrio dinámico del sistema queda representada como

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = - m \ddot{y} \quad (\text{A.4})$$

dividiendo esta expresión entre  $m$ ,

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = - \ddot{y} \quad (\text{A.5})$$

si hacemos,

$$\frac{c}{m} = 2 \xi \Omega \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{k}{m} = \Omega^2 \quad (\text{A.7})$$

$\Omega$  representa la frecuencia natural angular del oscilador y se relaciona con la frecuencia natural  $f$  y el período natural de vibración  $T_n$ , con

las expresiones

$$f = \frac{\Omega}{2\pi} \quad (\text{A.8})$$

$$T_c = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{1}{f} \quad (\text{A.9})$$

La ec A5 se describe como:

$$\ddot{x} + 2\xi\Omega\dot{x} + \Omega^2 x = -\ddot{y} \quad (\text{A.10})$$

la fracción del amortiguamiento crítico se representa por  $\xi$  y se define como el cociente de  $c/c_r$ , donde  $c_r$  es el amortiguamiento crítico, e indica el estado donde no se presenta oscilación en el sistema. Este ocurre cuando  $c = c_r$ , es decir  $\xi = 100\%$ , por lo tanto,

$$\frac{c}{c_r} = \frac{c}{2\Omega m} = 1 \quad (\text{A.11})$$

se deduce que,

$$c_r = 2(km)^{1/2} \quad (\text{A.12})$$

Para valores de  $\xi$  mayores al 100 % el sistema se encuentra en el caso sobreamortiguado, y para valores menores será subamortiguado, es decir oscilatorio.

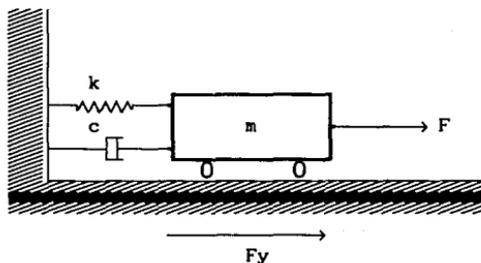


Fig A1. OSCILADOR DE UN GRADO DE LIBERTAD



Fig 2A. DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE