

32
2 es.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**RECONOCIMIENTO DE FIGURAS SIMPLES
A PARTIR DE LAS FRANJAS DE MACH**

**TESIS
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
FÍSICO**

**PRESENTA
FRANCISCO JAVIER MALPICA MAURY**

**ASESOR DE TESIS:
RAFAEL CABELLO STEPHENSON**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN
MÉXICO D. F.**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

1993



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

INDICE.

INTRODUCCION	1)
CAPITULO I: GENERALIDADES.....	4)
CAPITULO II: RECONOCIMIENTO DE FIGURAS SIMPLES EN IMAGENES BINARIAS DIGITALIZADAS A PARTIR DEL USO DE VENTANAS BUJERANAS.....	22)
CAPITULO III: RECONOCIMIENTO DE FIGURAS SIMPLES EN IMAGENES DIGITALIZADAS, A LAS QUE SE LES HA APLICADO LA SIMULACION DE LA INHIBICION LATERAL, A PARTIR DEL USO DE LAS FRANJAS DE MACH.....	48)
CAPITULO IV: RESULTADOS.....	71)
CAPITULO V: CONCLUSIONES.....	86)
CONCLUSION GENERAL.....	92)
APENDICE A).....	94)
APENDICE B).....	95)
APENDICE C).....	96)
APENDICE D).....	97)
BIBLIOGRAFIA.....	98)

INTRODUCCION

Los sistemas de visión usualmente son empujados en la industria para la identificación (reconocimiento), clasificación, separación, medición, inspección, verificación, control de calidad, etc. Una de las tareas más importantes es el reconocimiento de partes u objetos (19).

Los procedimientos más populares en el reconocimiento de objetos se basan en la detección de el contorno de la figura (donde el reconocimiento se hace al comparar características de forma), o en el agrupamiento de imágenes, (donde el reconocimiento se hace al comparar contrastes en los niveles de intensidad luminosa en las imágenes) (22).

Si se busca reconocer a un objeto a partir de la identificación del contorno se suele recurrir, ya sea a uno o a otro, de dos métodos generales; en el primero se busca detectar las variaciones en los niveles de gris en imágenes digitalizadas (14), mientras que en el segundo se busca detectar ciertas ventanas booleanas en imágenes binarias (8).

El presente trabajo propone presentar un procedimiento, por medio de computadora, que permite el reconocimiento de figuras geométricas en un plano, mediante el uso de una serie de algoritmos que utilizan las franjas de Mach, que se producen al observar imágenes de objetos oscuros sobre un fondo claro (10), es decir, se aprovecha las variaciones en los niveles de gris. Al mismo tiempo se pretende revisar y analizar otros algoritmos propuestos por Soussa Y Venegas (8), basados en los ya antes propuestos por Hu (9), Yang y Sengupta (6), y que resultan ser una solución análoga del mismo problema: Reconocimiento de formas a partir de su imagen, solo que en este caso se parte de una imagen binaria digitalizada de la figura; y el reconocimiento se hace utilizando ventanas booleanas (arreglos de elementos binarios en forma matricial) (8).

La presentación de ambos procedimientos se hace con el fin de entender

las ventajas que ofrece el procedimiento aquí sugerido respecto a otro específico en el reconocimiento de figuras poligonales, y al mismo tiempo visualizar otras opciones que pueden resultar más efectivas y convenientes para ciertas situaciones.

La mayoría de los métodos de reconocimiento buscan la igualdad de imágenes problema con un conjunto predefinido de modelos de objetos, es decir, se busca la correspondencia de un objeto incognita con un objeto de los pertenecientes a un conjunto a partir de la comparación de ciertas características. Dichas características pueden ser globales; como los momentos, el factor de compactación, los descriptores de Fourier; o locales, como los puntos críticos, los agujeros y los vértices (18). Los procedimientos aquí presentados buscan el reconocimiento de un objeto a partir de dicha idea de correspondencia y comparación de propiedades, en general globales.

Para la presentación de los procedimientos el trabajo se divide en dos partes: En la primera parte, se discute el procedimiento que permite reconocer formas a partir de el uso de ventanas booleanas sobre imágenes binarias digitalizadas, presentándose primero una serie de algoritmos que permiten encontrar una serie de características de forma de la figura que se desea reconocer, y después el procedimiento que en sí realiza el reconocimiento de la figura a partir de la comparación de las características de esta, obtenidas a partir de los algoritmos anteriormente mencionados. La segunda parte trata sobre el reconocimiento de formas a partir de las franjas de Mach que se producen en la imagen de una figura, analizando primero la serie de algoritmos que permiten encontrar la serie de características de forma de la figura que se desea reconocer, y después el procedimiento que permite en sí realizar el reconocimiento de la figura a partir de las comparación de las características de esta. Donde para ambos procedimientos se tiene que las características de forma obtenidas son las mismas, pero la manera de obtenerlas es diferente.

En los procedimientos aquí presentados el reconocimiento de una figura se puede hacer de dos formas: identificando directamente a la figura por su geometría, en el caso que se trate de un polígono, la figura es

reconocida por su nombre o numero de lados. O comparando las características de forma de la figura con las de una serie de figuras, agrupadas y almacenadas, en cuyo caso la figura es reconocida como una de las figuras con las que previamente fue comparada.

Esta correspondencia que se hace entre un objeto incógnita y un objeto de un conjunto preestablecido, y que constituye el reconocimiento del objeto se realiza normalmente por dos caminos: a través de un modelo estadístico (8), o a través de un modelo de red neuronal (18). Para los procedimientos aquí presentados el reconocimiento se realiza a través de un modelo estadístico.

Antes de analizar los algoritmos mencionados, se presenta la definición de las características involucradas en los procedimientos y los fundamentos sobre el reconocimiento y descripción de figuras a partir de sus imágenes.

Después de analizar ambos procedimientos, como último punto se discutirá las conveniencias que tiene uno sobre otro, en base a los resultados obtenidos. Haciendo destacar antes que nada, que el procedimiento que pretende reconocer figuras basado en los efectos que provocan las franjas de Mach en las imágenes de estas, resulta ser mucho más sencillo, práctico y rápido que el otro método, sobre todo cuando se trata de identificar polígonos regulares.

Lo que se pretende en este trabajo es presentar una solución en el problema del reconocimiento de figuras, una solución práctica y sencilla, que implementada en la visión de robots pueda permitirles el realizar tareas de importancia en la industria, como el reconocimiento de piezas con efectividad, tareas que para un trabajador resultan tediosas, en ocasiones peligrosas y nunca de realización o de enriquecimiento personal. Por lo que se debe pensar que en el futuro solo los robots las realizarán. De aquí la importancia que considero que tiene este trabajo.

1. GENERALIDADES.

El procesamiento de una imagen consiste en realizar cualquier serie de operaciones sobre dicha imagen, desde su misma obtención, de manera que sea posible obtener ciertas propiedades de esta, describirla, modificarla, reconocerla, etc. En nuestro caso buscamos las tareas que nos permitirán, mediante un proceso, reconocer una serie de objetos. Las tareas dentro del procesamiento de imágenes que son de nuestro interés son: La descripción de la imagen o mejor dicho la descripción del objeto o figura en la imagen y el reconocimiento de dicho objeto o figura en la imagen.

Una imagen se forma cuando un sensor registra la radiación que ha interactuado con algún objeto.

Cuando una escena es vista desde un punto, la luz recibida por el observador varía en brillantez y color conforme varía la dirección. Es por ello que la información recibida puede expresarse como una función de dos variables, que permiten establecer la dirección, es decir, dos variables espaciales. Dicha función es la función imagen y es una representación matemática de la imagen. Esta resulta ser una función vectorial $f(x)=f(x,v)$, donde en general esta función es la brillantez que presenta la imagen en el punto (x,v) ; y que es el nivel de gris en dicho punto cuando se trata de una imagen en blanco y negro, en tanto que al tratarse de una imagen a color la función imagen es una función multiespectral vectorial con un determinado número de componentes.

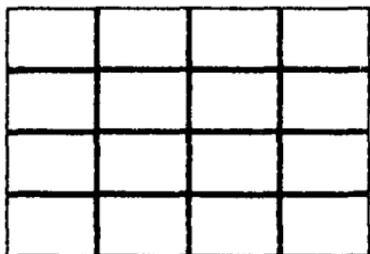
La función imagen, en general, es continua; pero siempre será más conveniente transformarla a una función discreta, lo cual facilita su manejo para el posterior procesamiento de la imagen.

Una vez que la función imagen ha sido transformada, ya puede ser considerada como una función que toma una serie de valores finitos, valores discretos. Este proceso que permite obtener funciones imágenes discretas, constituye la digitalización de una imagen. Es decir, que la

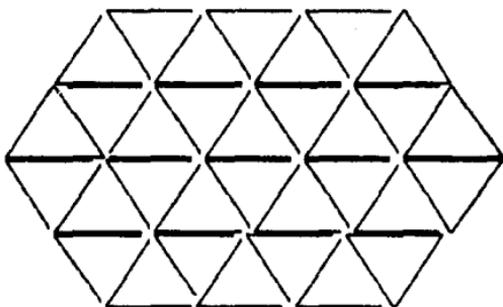
imagen es muestreada, y la intensidad, que es la propiedad generalmente medida, es cuantizada en diferentes niveles, llamados niveles de gris. La función que describe a la imagen, $f(x)$, es entonces discreta, y toma solo ciertos valores, en general enteros, donde cada valor corresponde a un nivel de gris y donde $x=(x,y)$ es un par de coordenadas enteras que representan un punto muestral tomado de una determinada región en el plano bidimensional imagen.

La manera más simple de considerar a los puntos muestrales es a través de celdas de cierto tamaño finito; donde a cada celda le corresponderá un valor numérico único de la función imagen, es decir, un nivel de gris. A dichas celdas se les llama píxeles, que por sus siglas en inglés resulta ser una abreviatura de "elementos de la imagen" (picture elements). Donde se tiene que la manera en que estos elementos dividen el plano de la imagen determina en sí el patrón espacial. La división del plano imagen está determinada por la forma de los píxeles, que puede ser: rectangular, triangular, o hexagonal. Como muestra la figura 1).

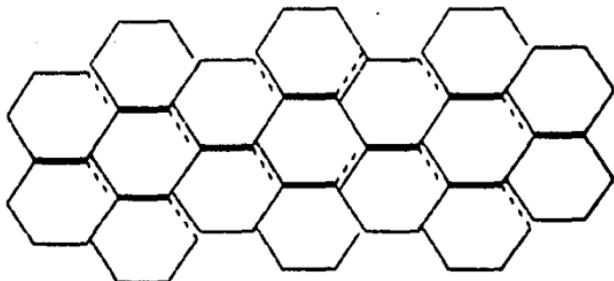
Una típica escena puede consistir desde 16,000 hasta arriba de un millón de píxeles. Una imagen de video típica es electrónicamente congelada y dividida en una red de 254 líneas verticales y 254 líneas horizontales, dando como resultado 64,516 píxeles. El número de píxeles en la imagen vertical u horizontal determina la resolución de la imagen. Es obvio que un análisis de la imagen pixel por pixel dará la mejor información sobre la escena analizada, sin embargo, resulta también en una carga considerable en el tiempo. Es por ello que en ocasiones a la imagen se le considera formada por una serie de regiones, que llamaremos celdas o elementos, consistentes, cada celda o elemento, de un número finito de píxeles, donde para cada celda o elemento el valor asignado es un promedio de los valores asignados a los píxeles que abarca y por tanto el valor asignado es uno solo y entonces la información se reduce y simplifica. Si una imagen consistente de 64,000 píxeles es dividida en 2000 celdas, la resolución de esta disminuye y por tanto la información que se pueda obtener de la escena analizada, sin embargo, el tiempo requerido para analizar 2000 elementos es mucho menor al tiempo requerido para analizar 64,000 elementos, y en general, para tareas como reconocimiento de figuras, la información que 2000 elementos puedan



Celdas rectangulares.



Celdas triangulares.



Celdas hexagonales.

Figura 1.

proporcionar es suficiente. El tamaño que cada celda tenga determinará la resolución en la imagen, así que si la situación lo requiere y se desea obtener mayor información a costa de aumentar el tiempo en el análisis, se puede pensar en aumentar la resolución de la imagen reduciendo el tamaño de las celdas, mientras que si la situación lo requiere y se desea reducir el tiempo de análisis a costa de perder información, la resolución se reduce aumentando el tamaño de las celdas.

El análisis de una figura puede hacerse a partir de los píxeles, (celdas elementales) o a través de celdas de mayor tamaño, es por ello que cualquier concepto o procedimiento que involucre píxeles se puede aplicar a celdas y viceversa.

Existen dos problemas importantes que deben ser solucionados, independientemente de la forma de los píxeles involucrados. El primero es el de la determinación de una norma que permita obtener la distancia entre píxeles o celdas. Y el segundo el de definir una manera de conectar píxeles o celdas próximas entre sí.

La norma que define la distancia d , entre dos puntos o píxeles definidos a partir de vectores, es la que cumple las siguientes propiedades:

- 1) $d(x, y) = 0$ si y solo si $x = y$... 1.1)
- 2) $d(x, y) = d(y, x)$... 1.2)
- 3) $d(x, y) + d(y, z) \geq d(x, z)$... 1.3)

y puede ser definida como:

$$d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2} \quad \dots 1.4)$$

o por:

$$d(x, y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + \dots + |x_n - y_n| \quad \dots 1.5)$$

La conectividad entre celdas o píxeles cuando estos tienen una forma rectangular o cuadrada puede definirse de dos modos: El de cuatro conexiones, donde a cada píxel o celda se le asignan solo cuatro posibles conexiones a través de cuatro píxeles o celdas, y el de ocho conexiones.

que asigna a cada píxel o celda ocho píxeles o celdas vecinos, es decir, ocho conexiones. Ambas definiciones se ilustran en la figura 2).

Estos aspectos son instrumentos importantes en el momento que se desea describir o reconocer una imagen; por lo que serán utilizados más adelante (Para más detalle; ver (1)).

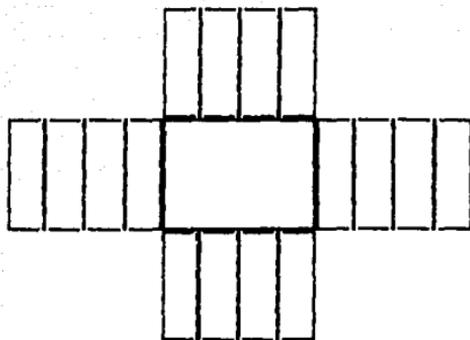
Para este trabajo, se parte de la imagen de un objeto, (que se desea reconocer), que se encuentra digitalizada y segmentada.

La segmentación de una imagen es la clasificación de píxeles o celdas, basada en los niveles de gris que tienen. Esta clasificación es lo que se conoce como, separación por umbral.

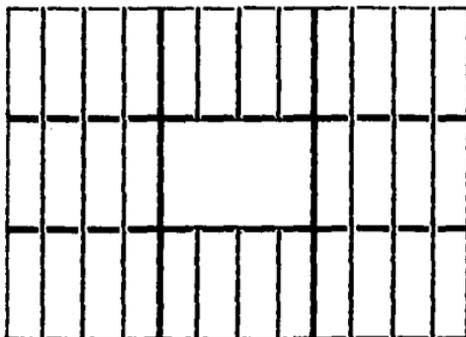
En general toda imagen puede presentarse como mínimo a través de dos regiones: una clara y otra oscura, una correspondiente al objeto u objetos de importancia en la escena y otra correspondiente al fondo de la escena. Lo cual significa que una imagen, como mínimo, puede representarse a partir de dos niveles de gris; correspondientes a las regiones mencionadas. Solo así la imagen podrá aportar información sobre el objeto o los objetos en la escena.

La segmentación en sí consiste en separar en varios conjuntos a los puntos (píxeles o celdas) en una imagen, donde el criterio que determinará a cual de los conjuntos pertenecerá cada punto, será el nivel de gris que tenga. Siendo la segmentación más sencilla la que separa a los puntos de una imagen en dos conjuntos, donde aquellos píxeles o celdas que tienen un nivel de gris más oscuro que el correspondiente a un determinado valor M previamente escogido son transformados en celdas o píxeles negros, asignándoseles el nivel de gris más alto (en general se les da un valor numérico de uno); mientras que aquellos píxeles o celdas con un nivel menos oscuro que el correspondiente a M , son transformados en celdas o píxeles blancos, píxeles o celdas con el nivel de gris más bajo (en general se les da un valor numérico de cero). A esta segmentación se le llama binaria.

Si la imagen analizada presenta más de dos regiones importantes, quizás



Conectividad cuatro.



Conectividad ocho.

FIGURA 2

sea entonces necesaria una mayor segmentación de la imagen. Esto lleva al problema de la segmentación múltiple, que no es sino la clasificación de píxeles o celdas en varias regiones.

Una vez que la imagen se ha formado, se ha digitalizado y se ha segmentado; prácticamente se puede decir que lo que se ha logrado es haber capturado y transformado una buena parte de la información que tiene la escena o el objeto de interés. Sin embargo esta información sigue siendo una función imagen con una serie de valores, que así vistos no dicen nada sobre el objeto analizado. Es por ello que la información puede ser traducida, siendo llevada a una forma tal que sea posible obtener ciertas características del objeto analizado y de esta manera poder reconocerlo e identificarlo. En otras palabras, puede resultar útil representar de otra forma a los objetos en la imagen de manera que resulte más fácil realizar el reconocimiento y descripción de los objetos en la escena analizada.

El problema que se trata en este trabajo es el de reconocimiento de figuras geométricas simples. Es por ello que una vez que se cuenta con la imagen digitalizada y segmentada de un objeto, resulta conveniente preguntarse qué tipo de información es necesaria obtener de las figuras que se encuentran en la imagen para poder reconocerlas y cómo puede obtenerse dicha información; si esta se puede obtener directamente de las figuras a partir de la imagen segmentada, o si es necesario el tomar a las figuras en la imagen segmentada separarlas del resto de la imagen y describirlas de alguna forma más útil. Si se trata de este último caso, será entonces necesario la aplicación de un algoritmo que transforme la información y que describa a las figuras involucradas.

Una figura geométrica puede en general representarse a partir de su contorno, o la región que ocupa. A continuación se mencionan y explican brevemente las herramientas utilizadas en el trabajo y que permiten realizar la representación de las figuras en una imagen facilitando con ello su identificación:

Códigos de cadena:

Un código de cadena es una herramienta útil cuando se trata de

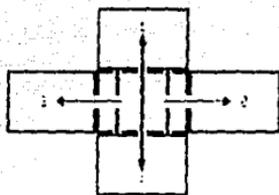
describir o representar el contorno de una figura. Un código de cadena consiste de una línea o cadena de números que indican una serie de segmentos o líneas interconectados, y que permite la representación del contorno de la figura. Para representar un contorno sólo es necesario determinar un punto de inicio que se representa por su posición; ya que los demás puntos quedan representados por las celdas o píxeles consecutivos que siguen el camino de la línea de contorno y que están determinados por una serie de números que son asignados a través de uno de los criterios de conectividad. Una vez que la primer celda o píxel está determinado, el siguiente se determina a partir de la conexión que tenga con el primero; ya sea por el criterio de conectividad cuatro (cuatro conexiones), o por el criterio de conectividad ocho (ocho conexiones), o por alguna derivación de estos. El siguiente píxel o celda se determina de la misma manera, siguiendo el mismo criterio de conectividad, y así los demás en forma sucesiva hasta que se determine o complete la línea de contorno. Los criterios de conectividad cuatro y ocho se esquematizan en la figura 3).

Los códigos de cadena pueden ser independientes de la posición si se ignora el problema del primer punto. Un ejemplo de la representación de un contorno a través del código de cadena se representa en la figura 4).

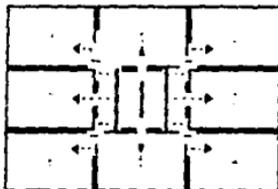
Ventanas Booleanas:

Las ventanas booleanas resultan un recurso útil cuando se desea reconocer el contorno de una figura. Una ventana booleana no es sino un arreglo de valores binarios en columnas y renglones, es decir, no es sino una matriz de ceros y unos. Donde dicha matriz puede tener la dimensión que se desee.

Si se piensa en una matriz de 2×2 , donde cada uno de sus elementos solo puede tomar uno de dos valores (cero o uno), entonces se tendrá que existen $2 \times 2 \times 2 \times 2$ (2 a la cuarta potencia), es decir, 16 diferentes matrices o ventanas booleanas (figura 5). Mientras que para un arreglo de 3×3 , el número de posibles ventanas booleanas diferentes, será de $2 \times 2 \times 2$ (2 a la novena potencia), es decir, de 512. Y en general, para un arreglo de $N \times N$, el número de posibles matrices binarias que se pueden construir es de 2 elevado a la $N \times N$ potencia.



Criterio de conectividad cuatro.

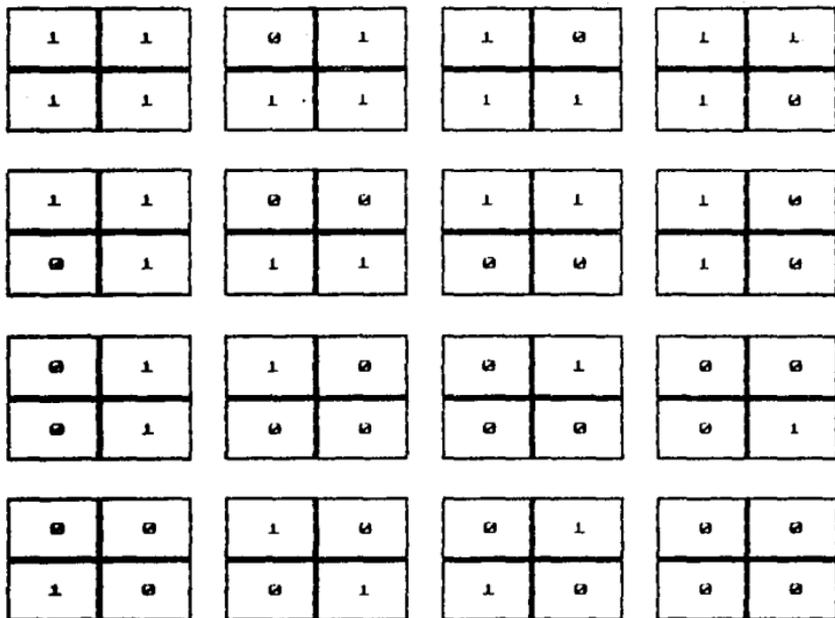


Criterio de conectividad ocho.



0, MISMA DIRECCIÓN; 1 (3), CAMBIO DE DIRECCIÓN, 90
GRADOS EN EL SENTIDO DE LAS MANECILLAS DEL RELOJ;
198 GRADOS EN EL SENTIDO CONTRARIO A LAS MANECILLAS.

Figura 3.



Las 16 diferentes ventanas booleanas que pueden tomarse en arreglos de 2 columnas por 2 renglones

Figure 5.

Las ventanas booleanas permitirán identificar el contorno de una figura binaria digitalizada (si los píxeles o celdas son cuadrados o rectangulares), en la medida de que se consideren a las ventanas como patrones de identificación. Es decir, que en una figura binaria digitalizada, siempre es posible identificar alguno de los patrones representados por las diferentes ventanas booleanas, cuando la matriz que representaría a la figura se subdivide en matrices con la dimensión correspondiente a dichas ventanas, y donde cada píxel o celda correspondería a un elemento del arreglo.

Tal y como se ha visto, a medida que aumenta la dimensión del arreglo, el número de posibles ventanas aumenta, de modo que la dificultad para identificar patrones en una figura también aumenta y por lo tanto la utilidad como patrones de identificación para las ventanas disminuye. Es por ello que las ventanas más utilizadas como patrones de identificación son aquellas cuya dimensión es de 2×2 . Dichas ventanas nos permiten identificar el contorno de figuras (cuya imagen ha sido previamente digitalizada y binarizada). Para ello, se observa que si se recorre la imagen que contiene a la figura por medio de una matriz imaginaria de 2×2 , el contorno de la figura obedece solo a ciertos patrones de todos los posibles, que se pueden obtener de las ventanas booleanas que existen con dimensión de 2×2 . Si consideramos a la región ocupada por la figura, formada por unos y a la región complementaria formada por ceros, entonces es fácil ver que las ventanas (de 2×2) que permiten identificar al contorno de la figura son las representadas en la figura 61. Es decir, que si se barre a la imagen binaria a partir de una matriz imaginaria de 2×2 , cada vez que se encuentre que los elementos barridos corresponden a uno de dichos patrones, entonces se puede asegurar que se está detectando a las orillas, las fronteras o el contorno de la figura representada por dicha imagen.

En el proceso de reconocimiento de una figura, a partir de su imagen, se pretende obtener ciertas características o propiedades, geométricas o de forma, de dicha figura; para que en base a estas se pueda realizar su identificación o clasificación.

1	1
0	0

0	0
1	1

0	1
0	1

1	0
1	0

0	1
1	1

1	0
1	1

1	1
1	0

1	1
0	1

1	0
0	0

0	1
0	0

0	0
0	1

0	0
1	0

Ventanas booleanas que permiten determinar el contorno de una figura
 Figura 6).

Una figura puede ser reconocida de dos formas: Directamente. Esto significa, que después de obtener ciertas propiedades geométricas de la figura, los resultados obtenidos, permitirán etiquetarla con un nombre inmediatamente. Indirectamente: Esto significa, que después de obtener ciertas propiedades geométricas de la figura, los resultados obtenidos, permitirán reconocer a la figura, pero sólo a través de su comparación con los resultados obtenidos previamente para un conjunto de figuras. Es decir, que la figura es identificada como una de las figuras de dicho conjunto; es etiquetada con el nombre de aquella figura del conjunto cuyas propiedades geométricas sean más semejantes a las propiedades geométricas obtenidas de la figura en cuestión.

Como ya se mencionó, para realizar el reconocimiento de una figura, a partir de su imagen, es necesario obtener de esta una serie de propiedades geométricas. Las propiedades a las que se puede recurrir para este propósito son numerosas. Siendo las propiedades usadas en este trabajo las que a continuación se mencionan.

Propiedades básicas de forma.

Área: Es una propiedad descriptiva básica. Tiene la siguiente definición: Dada una curva parametrizada por una longitud de arco s , de modo que puntos (x, y) estén determinados a partir de funciones $(x(s), y(s))$, se tiene que, el área descrita por la curva está dada por:

$$\text{Área} = \int_0^P ((x(y)/ds) - (y(x)/ds)) ds \dots \dots \dots 1.0)$$

donde P es el perímetro de la figura definida por la curva.

Si las figuras involucradas son polígonos regulares, la obtención del área es simple cuando se cuenta con las medidas de sus lados, ángulos, apotemas, etc.

Sin embargo en general puede no contarse con los lados de una figura regular para así obtener su área, y en general los problemas de reconocimiento de figuras involucrarán figuras irregulares, es por ello que la obtención del área de una figura a partir de su imagen debe de ser

pensada de otra forma.

En una imagen donde los elementos sean píxeles o celdas cuadradas, si se considera a cada píxel o celda como una unidad cuadrada y si la imagen está segmentada en forma binaria, el área de la figura puede obtenerse simplemente, al contar el número de píxeles o celdas que ocupa la figura en la imagen, es decir, al contar el número de píxeles o celdas que tienen un determinado valor numérico (en general de uno). De modo que el área de la figura se puede reportar como de k píxeles cuadrados, si el número de celdas o píxeles ocupados por la figura se encontró que es de k . Esta sería la manera más fácil de encontrar el área de una figura. (1, capítulo 8) (8).

Dos propiedades de interés que pueden ser mencionadas desde este instante, debido a la utilidad que pueden representar para reconocer figuras, sobre todo polígonos regulares, son: el perímetro y el número de vértices o lados. El perímetro está definido, como la suma de la medida de los lados de un polígono o como la longitud del contorno de la figura (ver 8), y el número de vértices, simplemente es el número de puntos, donde lados consecutivos coinciden.

Obviamente la mejor manera de diferencia entre polígonos y realizar así su reconocimiento es a través del número de vértices o de lados y de la longitud de estos. Esto significa que si se detectan tres vértices o lados en un polígono, este será etiquetado como un triángulo, y dependiendo de la longitud de estos lados será reconocido como un triángulo equilátero (si los tres lados miden lo mismo), como un triángulo isósceles (si sólo dos lados tienen la misma medida), o como un triángulo escaleno (si las medidas de los tres lados son diferentes). Por otro lado, si se detectan cuatro vértices o lados, la figura será etiquetada como un cuadrilátero, y dependiendo de la longitud de sus lados y de la dirección de estos con respecto a los demás lados será reconocido el polígono como: un cuadrado (si la longitud de todos los lados es igual y si los lados forman ángulos internos rectos, siendo los lados opuestos paralelos), como un rectángulo (si los lados forman ángulos internos rectos; siendo los lados opuestos paralelos, midiendo estos lo mismo y si los lados contiguos miden diferente), como un

romboide (si los lados opuestos son paralelos y miden lo mismo), como un trapecio (si dos lados opuestos son paralelos, sin medir lo mismo y los otros dos lados opuestos miden lo mismo, sin ser paralelos), como un rombo (si los cuatro lados miden lo mismo y los lados opuestos son paralelos, pero no forman ángulos internos rectos), o como un cuadrilátero (si sus características no concuerdan con alguna de las anteriores). Ahora que en el caso de detectarse cinco vértices o lados, la figura será etiquetada como un pentágono, donde dependiendo de la longitud de sus lados, será reconocido como: un pentágono regular (si la longitud de todos sus lados es la misma), o como un pentágono irregular (si la longitud de sus lados es desigual). En el caso de detectarse un mayor número de vértices o lados x , la figura simplemente será reconocida como un polígono de x lados, donde la longitud de estos determinará si se trata de un polígono regular (si la longitud de los lados es la misma) o si se trata de un polígono irregular (si la longitud de los lados es diferente).

Número de Euler: Es esta característica, una de las nociones más importantes para conjuntos en el anillo de los conjuntos convexos: donde un conjunto X se dice que pertenece a dicho anillo, si puede ser descompuesto en una unión finita de conjuntos convexos (un conjunto es definido como convexo, si para cualquier par de puntos x_1, x_2 que pertenezcan a dicho conjunto, se tiene que el segmento que los une está completamente contenido en el conjunto). Compactos (un conjunto es compacto, si es cerrado y acotado). (Para mayor detalle ver [3]). El número o constante de Euler $N(n)(X)$, de un conjunto convexo compacto situado en un espacio de dimensión n , está definido por inducción en la dimensión del espacio. La inducción empieza en \mathbb{P}^0 , es decir, en un espacio de dimensión cero, con el siguiente algoritmo:

$$N(0)(X \cap \{x\}) = \begin{cases} 1 & \text{si } X \cap \{x\} = \{x\} \\ 0 & \text{si } X \cap \{x\} = \emptyset \text{ (Conjunto vacío).} \end{cases} \quad \dots 1.1)$$

donde X es un conjunto convexo compacto, $\{x\}$ es un punto, y \cap simboliza la intersección entre conjuntos. Este algoritmo no es si no un conteo de puntos de X .

Suponiendo que X está definido en \mathbb{P}^1 (en un espacio de dimensión 1),

y que es la unión finita de segmentos desconectados. Si se define a $h(x)$ como el siguiente límite:

$$h(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (N(\epsilon)(X \cap (x, x+\epsilon)) - N(\epsilon)(X \cap (x-\epsilon, x)), \quad \dots 1.8$$

donde es claro que $h(x)$ es igual a uno en el extremo derecho x de cada segmento del conjunto X y es igual a cero en cualquier otro lado, entonces, si x_i es el extremo i -ésimo del i -ésimo segmento en el conjunto X , el número de conectividad $N(x_i)(X)$ (Ver Figura 7) se define como la sumatoria siguiente:

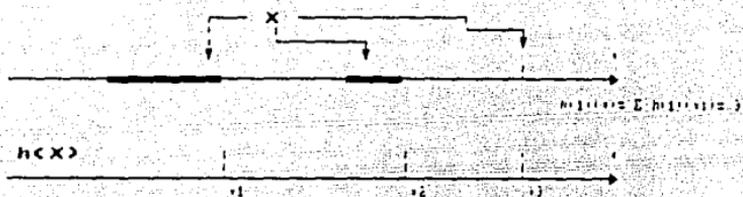
$$N(x_i) = \sum_{i=1}^n h(x_i) \quad \dots 1.9$$

donde la suma se hace a lo largo de los n puntos x_i , donde $h(x_i) < 0$.

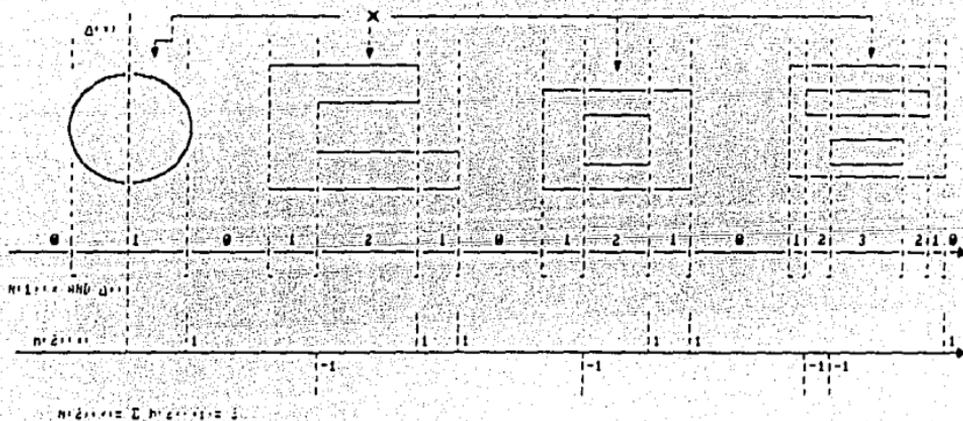
En el ejemplo ilustrado en la figura 7) X está formado por dos segmentos y un punto. Es fácil ver como el valor que toma $h(x)$ al recorrer todos los puntos en X y fuera de X es de +1 en el extremo izquierdo de los segmentos y en el punto separado, y de cero en todos los demás puntos. Lo cual se debe a que $N(\epsilon)$ toma un valor de uno en todos los puntos en X y de cero en cualquier punto fuera de X . Resulta pues que $h(x)$ es diferente de cero en sólo tres puntos y la suma de los tres valores que toma dan el número de conectividad de X , $N(x_i)(X)$, es decir, $N(x_i)(X) = 3$.

En el caso de un conjunto X en F^2 (en un espacio bidimensional), si se escoge arbitrariamente el eje de las abscisas, y se define a $\Delta(x)$ como la línea recta perpendicular al eje de las x en el punto (x) ; conforme (x) se mueve a lo largo del eje, la línea $\Delta(x)$ barre el plano y se intersecta con el conjunto X bidimensional, y entonces el conjunto $(X \cap \Delta(x))$ tiene un número de conectividad igual a $N(x)(X \cap \Delta(x))$ (Ver figura 8).

Si se procede en forma análoga al caso unidimensional, se define entonces a $h(x)$, en términos de $N(x)$, como el siguiente límite:



Número de conectividad $N(1)$ para un conjunto unidimensional
 Figura 7).



Número de conectividad $N(2)$ para un conjunto bidimensional.
 Figura 8).

$$h(z)(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (N(z)(X \cap \Delta(x)) - N(z)(X \cap \Delta(x+\epsilon))) \leq 0 \quad \dots 1.10$$

Dicho límite es distinto de cero en un número finito de puntos (x_i) ; su valor es igual a $+1$ cuando $\Delta(x_i)$ está dejando el conjunto X , o una de sus partículas, en un punto del contorno que es localmente convexo, y su valor es igual a -1 cuando $\Delta(x_i)$ está abandonando el conjunto X , o una de sus partículas, en un punto que es localmente cóncavo. De aquí que pueda definirse al número de Euler o de conectividad $N(z)$ o E , para un conjunto X definido en un espacio bidimensional, como la suma:

$$N(z)(X) = \sum_{i=1}^n h(z)(x_i) \dots 1.11$$

donde la suma se hace a lo largo de todos los n puntos x_i , donde $h(z)$ es distinta de cero.

En la figura B) se representa un conjunto X formado por cuatro partículas, el cálculo de su número de Euler, en base a la definición anterior como puede verse es sencillo:

Es fácil ver como el barrido de la línea $\Delta(x)$ a lo largo del eje x , permite determinar primero el valor de $N(z)(X \cap \Delta(x))$ en cada región. Cada vez que la intersección de la línea $\Delta(x)$ con el conjunto X da como resultado un segmento recto, el valor de $N(z)$ aumenta en uno. Esto es claro por la definición de $N(z)$ ya que $h(z)$ es igual a uno para cada extremo izquierdo de cada segmento encontrado y $N(z)$ es la suma de dichas $h(z)$. Esto significa que si en el punto x_i la línea $\Delta(x_i)$ corta al conjunto X una vez, formando un segmento, el valor en ese punto para $N(z)(X \cap \Delta(x_i))$ será de uno; si en cambio, la línea $\Delta(x_i)$ corta dos veces al conjunto X en el punto (x_i) , formando dos segmentos rectos, entonces el valor de $N(z)(X \cap \Delta(x_i))$ será de dos, en ese punto; por otro lado, si la línea $\Delta(x_i)$ no corta al conjunto X en el punto (x_i) , entonces el valor de $N(z)(X \cap \Delta(x_i))$ será de cero en ese punto. Esto permite obtener el valor de $N(z)(X \cap \Delta(x))$ en regiones completas.

Ahora, de acuerdo a la definición de $h(z)$, se obtiene que hay un número finito de puntos donde $h(z)$ toma un valor distinto de cero. Dichos puntos son puntos en el contorno en los que hay una localidad convexa o cóncava y que se presentan cuando en el barrido la línea $\Delta(x)$ sale o abandona a una partícula del conjunto X . De modo que el valor de $h(z)$ será de $+1$ o de -1 en esos puntos, y de cero en cualquier otro lugar.

Finalmente, el valor del número de Euler, para X , se obtiene al sumar los valores obtenidos para $h(z)$ en el barrido. En el ejemplo el valor de $N(z)(X) = E$ es igual a 2.

Cabe aclarar que el barrido a lo largo del eje x , es una decisión arbitraria. El barrido puede hacerse igualmente a lo largo del eje y .

Para el espacio \mathbb{P}^3 se sigue el mismo proceso de inducción para determinar $N(z)$ en un conjunto X tridimensional.

El número de Euler es pues una propiedad topológica que define la conectividad de un conjunto, no su forma. La región conectada de un conjunto es aquella en la que todos los pares de puntos pueden conectarse por una curva que se encuentre completamente en la región. En tanto que la región de un conjunto donde ocurre lo contrario se dice simplemente que presenta agujeros.

Si una figura es considerada como un conjunto de regiones conectadas, donde cada una puede tener agujeros, entonces el número de Euler de este objeto se define también por:

$$E = L - H \quad \dots 1.12$$

- donde: E = Número de Euler.
 L = Número de regiones conectadas.
 H = Número de agujeros. (ver (8), (1, capítulo 8), (13) o (6)).

Compacticidad: Es una medida que no tiene que ver con la compacticidad en el sentido topológico, y que está definida por:

$$L = (P \setminus P) / A \quad \dots 1.13$$

donde: C = Factor de compactación o compacticidad.
 P = Perímetro.
 A = Área.

Este número es adimensional y presenta un valor mínimo para el caso de un disco. (Ver (1, capítulo 9) o (8)).

Momentos invariantes: Los momentos bidimensionales de orden $(i+j)$ de un patrón que es descrito por una función de distribución de densidad, $f(x,y)$ (que puede ser el histograma de niveles de gris de el patrón o imagen) en una región D finita, se define por la siguiente integral:

$$\int \int_D x^i y^j f(x,y) dx dy \quad (i, j = 0, 1, 2, \dots, 1, 14)$$

donde la región de integración es toda la región D , que por simplicidad se supone compuesta de pequeños cuadrados (píxeles o celdas). Además también se supone que la función $f(x,y)$ es constante en cada cuadrado (nivel de gris del pixel o celda) e igual a M_0 , por lo que la ecuación puede escribirse para el caso discreto como:

$$\sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} M_0(x,y) \quad (i, j = 0, 1, 2, \dots, 1, 15)$$

donde n y m definen los límites del arreglo de los pequeños cuadrados que contiene a la región D . Es decir, se supone a la región D como completamente contenida dentro de otra región rectangular cuadrículada, donde para cada renglón en la cuadrícula (dirección del eje X) hay n pequeños cuadrados mientras que para cada columna (dirección del eje Y) hay m pequeños cuadrados.

Es posible demostrar que sólo existe una $f(x,y)$ tal que produzca los mismos momentos de todos los ordenes, bajo las condiciones anteriores. Si tenemos:

$$M_{i,j} = \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} M_0(x,y) x^i y^j \quad \dots 1.16)$$

$$Y_o = (Y) - \left(\frac{\sum_{i,j=1}^{n,m} M_{ij} Y}{\sum_{i,j=1}^{n,m} M_{ij}} \right) \quad \dots 1.17)$$

entonces los momentos centrales (momentos respecto a un centroide) están definidos por:

$$\sum_{i,j=1}^{n,m} M_{ij} (x_o) (y_o) \quad j = 0, 1, 2, \dots, 1, 18)$$

Estos momentos son invariantes bajo traslaciones, por lo que bajo la siguiente transformación:

$$X_1 = Ax_o \quad \dots 1.19)$$

$$Y_1 = Hy_o \quad \text{con } A = \text{cte.} \quad \dots 1.20)$$

se tiene que $M = (M_o)(A)^2$ y la relación de momento invariante para esta transformación es:

$$\sum_{i,j=1}^{n,m} (M_1)(X_1)(Y_1) / \sum_{i,j=1}^{n,m} M_1 = \sum_{i,j=1}^{n,m} (A)^2 (M_o)(Ax_o)(Ay_o) / \sum_{i,j=1}^{n,m} (A)^2 (M_o)$$

$$= \sum_{i,j=1}^{n,m} (A)^{2+1+1} (M_o)(x_o)(y_o) / \sum_{i,j=1}^{n,m} (A)^{2+1+1} (M_o) \quad \dots 1.21)$$

$$= \sum_{i,j=1}^{n,m} (M_o)(x_o)(y_o) / \sum_{i,j=1}^{n,m} M_o \quad \dots 1.22)$$

Estas invariantes de momentos centrales permiten identificar patrones, independientemente de traslaciones y cambio de tamaño. Ahora que la independencia de la orientación se logra mediante las siguientes variantes ortogonales:

Si tenemos:

$$X_2 = (X_1)(\cos\theta) - (Y_1)(\sin\theta) \quad \dots 1.23)$$

$$Y2 = (X1)(\text{sen}\theta) + (Y1)(\text{cos}\theta) \quad \dots 1.24$$

para los momentos siguientes:

$$\mu_{12}' = \sum_{x,y=1}^{n,m} (M)(X2)(Y2) \quad \dots 1.25$$

$$\mu_{11}' = \sum_{x,y=1}^{n,m} (M)(X1)(Y1) \quad \dots 1.26$$

se cumplen las siguientes relaciones:

$$2\mu_{11}' = (\mu_{20} - \mu_{02})(\text{sen}2\theta) + (2\mu_{11})(\text{cos}2\theta) \quad \dots 1.27$$

$$(\mu_{20}') + (\mu_{02}') = (\mu_{20}) + (\mu_{02}) \quad \dots 1.28$$

$$(\mu_{20}' - \mu_{02}')(\mu_{20}' - \mu_{02}') + 4(\mu_{11}')(\mu_{11}') = (\mu_{20} - \mu_{02})(\mu_{20} - \mu_{02}) + 4(\mu_{11})(\mu_{11}) \quad 1.29$$

Relaciones que pueden ser fácilmente demostradas a partir de las identidades trigonométricas. Dichas invariantes pueden ser utilizadas como patrones para realizar identificación de imágenes. Se puede determinar un valor único de θ , haciendo a μ_{11}' igual a cero, teniendo entonces:

$$\tan 2\theta = -2\mu_{11}' / (\mu_{20} - \mu_{02}) \quad \dots 1.30$$

donde los ejes X2, Y2 son los ejes principales de el patrón, lo cual permite determinar una θ única; ya que los momentos son independientes de la rotación, todo esto bajo las restricciones: $\mu_{20} \neq \mu_{02}$, y $\mu_{30} \neq 0$.

Se puede usar alguna de las invariantes como patrón o una característica de la imagen que se analice. Es común, por ejemplo, usar la siguiente relación y tomarla como característica de los objetos analizados:

$$\chi = \mu_{20} + \mu_{02} \quad \dots 1.31$$

A " χ " se le llama momento invariante. Cuando las figuras que se analizan son tan semejantes que estas medidas resultan similares o

iguales, es necesario recurrir a relaciones que involucren momentos de orden superior para poder realizar la correcta identificación de las figuras. (Para más detalles, ver (5)).

Una vez que ha sido posible medir las características de ciertas figuras a partir de su imagen, es entonces que surge el problema propiamente dicho de la identificación o reconocimiento de estas, sobre todo cuando se trata de una identificación indirecta. Dicho problema enfrenta las siguientes preguntas obvias: ¿Qué medidas debe tener una figura en alguna de sus características para que pueda ser etiquetada de alguna forma? ¿Qué margen se le debe dar a dichas medidas de modo que los muchos errores involucrados no sean factor importante en el momento de etiquetar o identificar una figura?. Dichas preguntas tienen solución en la teoría del reconocimiento, que se trata a continuación.

En general, los valores obtenidos sobre una de las características de un objeto y las medidas estadísticas obtenidas de estos no pueden ser utilizadas por sí solos como patrones de reconocimiento, todos aportan información del objeto que se desea reconocer, pero debido a las variaciones en las mediciones de cada característica y a los traslapes entre ellas, es que no se pueden utilizar por separado y tener éxito en el reconocimiento del objeto en cuestión. Sin embargo, si se juntan los parámetros, se obtiene una información confiable del objeto.

Supongamos que se desea identificar un objeto determinado de entre un conjunto de n objetos (identificación indirecta de una figura). Sea X_i el parámetro o característica i -ésima medida para el objeto problema, entonces el nivel de error H para el j -ésimo objeto del conjunto es:

$$H_j = \sqrt{\sum_{i=1}^m (X_j - \bar{X}_i)^2 / \sigma_i^2} \quad \dots 1.32)$$

Donde m es el número de características, \bar{X}_i y σ_i son la media y la desviación standard de las medidas obtenidas de la i -ésima característica para el j -ésimo objeto.

Si se realiza el cálculo para los n objetos del conjunto. Podría considerarse que la mejor estimación se consigue cuando el nivel de error H_j es mínimo. Es decir que una vez que sean comparadas las diferentes H_j el objeto problema será reconocido o identificado como aquel objeto de el conjunto de comparación para el que el nivel de error es el más pequeño de todos.

Supongamos ahora que se desea reconocer una serie de m objetos problema de entre un conjunto de n objetos conocidos. Obviamente será necesario obtener los niveles de error de cada uno de los m objetos problema. Siendo cada objeto problema claramente etiquetado o reconocido como aquel objeto del conjunto (de objetos conocidos) para el que se haya obtenido un nivel de error mínimo. Es decir que en el conjunto de objetos problema es factible encontrar varios objetos semejantes que sean identificados como un solo objeto del conjunto de objetos conocidos (Para más detalle, ver (7) o (8)).

Una vez que se han expuesto una serie de fundamentos, necesarios para entender en que consiste el reconocimiento de imágenes y como puede ser realizado, es posible ya exponer los procedimientos que permitan realizar el reconocimiento de objetos a partir de su imagen. Primero se presenta un procedimiento basado en algoritmos ya antes propuestos y que se ha desarrollado a través de un programa en lenguaje BASIC (Apendice A) y que pretende realizar el reconocimiento de objetos (polígonos), a partir de sus imágenes binarias digitalizadas. Más adelante, en la segunda parte de este trabajo, se presenta un segundo procedimiento basado en nuevos algoritmos y que pretende igualmente el reconocimiento de objetos pero a partir de imágenes digitalizadas no segmentadas (donde se aprovecha las franjas de Mach que se forman en la imagen del objeto en cuestión).

Los dos procedimientos aquí sugeridos varían en los patrones de reconocimiento empleados, y en la manera en que estos son obtenidos, sin embargo, ambos pretenden realizar el reconocimiento de imágenes, ambos pretenden llegar a un mismo resultado a través de diferentes caminos.

II. RECONOCIMIENTO DE FIGURAS SIMPLES EN IMÁGENES BINARIAS DIGITALIZADAS A PARTIR DEL USO DE VENTANAS BOOLEANAS.

El procedimiento que permite reconocer figuras a partir de sus imágenes binarias digitalizadas, se basa en la obtención de tres características de forma de la figura en cuestión: el momento invariante, el factor de compactación y el número de Euler a partir del uso de ventanas booleanas. Para poder explicar como se efectúa dicho reconocimiento, antes se debe explicar en que consisten los algoritmos que permiten encontrar en una figura las características de forma antes mencionadas y que funcionarán como patrones para el reconocimiento de la figura.

En las siguientes páginas se explican los algoritmos que permiten encontrar las características de forma, ya antes mencionadas, de una figura a partir de su imagen binaria digitalizada; además se explica el algoritmo que permite localizar los vértices en una figura poligonal, lo cual puede ser de utilidad para encontrar la longitud de los lados de dicha figura, para encontrar bajo otro método su perímetro, para poder dar una idea de la posición de la figura en caso de que se requiera o simplemente para poder determinar con precisión el contorno de dicha figura, o para realizar un gráfico de la figura con facilidad. Pero sobre todo para poder realizar el reconocimiento directo de una figura.

Todos los algoritmos parten del hecho de que se cuenta con la imagen binaria digitalizada de la figura que se desea reconocer. Dicha imagen se presenta como una matriz, es decir, como un arreglo por columnas y renglones de números, unos y ceros, donde cada elemento de la matriz corresponde a un elemento de la imagen, una celda; y donde los números uno en la matriz representan la región en la imagen ocupada por la figura, y los ceros en la matriz representan la región en la imagen no ocupada por la figura.

La matriz que representa la imagen de la figura se le llama M y tiene una dimensión de $N1$ renglones por $N2$ columnas.

1. OBTENCION DEL MOMENTO INVARIANTE.

La obtención de esta característica se basa en una propuesta hecha por Hu (5).

El momento invariante de una figura (representada matricialmente) calculado a partir de su centroide, se define (ver capítulo 1 o (5)) por:

$$\mu_2 = \mu_{02} - \mu_{20} \quad \dots 1.31)$$

donde basados en las fórmulas 1.19), 1.20), 1.25) y 1.26) se define a:

$$\mu_{02} = M(X^2) = M(X - X_c)^2 \quad \dots 2.1)$$

$$\mu_{20} = M(Y^2) = M(Y - Y_c)^2 \quad \dots 2.2)$$

a partir de 1.16) y 1.19) se define a:

$$X_i = A_{X0} = A(X - (\sum_{j=0}^{r,m} M_o X_o / \sum_{j=0}^{r,m} M_o)) \quad \dots 2.3)$$

y a partir de 1.17) y 1.20) se define a:

$$Y_i = A_{Y0} = A(Y - (\sum_{j=0}^{r,m} M_o Y_o / \sum_{j=0}^{r,m} M_o)) \quad \dots 2.4)$$

Definiendo además a:

$$X_c = \sum_{j=0}^{r,m} M_o X_o / \sum_{j=0}^{r,m} M_o \quad \dots 2.5)$$

$$Y_c = \sum_{j=0}^{r,m} M_o Y_o / \sum_{j=0}^{r,m} M_o \quad \dots 2.6)$$

siendo que para las fórmulas 2.3) y 2.5) la sumatoria se hace desde el primer renglón (i=0) hasta el último renglón (i=r) de la matriz, y para las fórmulas 2.4) y 2.6) la sumatoria se hace desde la primera columna (j=0) hasta la última columna (j=m) de la matriz. X_c y Y_c son las coordenadas de el centroide de la figura. X_i y Y_i son las coordenadas de los diferentes elementos de la matriz. M_o constituye el elemento de peso por coordenada (X,Y) en la figura, es decir, el valor de el elemento de la matriz (celda) en esa posición. Siendo la matriz, una matriz binaria.

el valor de M_0 es uno, o cero. A es una constante, que para efectos prácticos se hace igual a uno. X_0, Y_0, X_1 y Y_1 son variables que permiten la obtención de los momentos μ_{02} y μ_{20} .

Entonces, para calcular el momento de la figura, representada a partir de la matriz M , en base a lo señalado anteriormente se procede como sigue:

Primero se deben obtener los valores de x_c y y_c , de acuerdo a las fórmulas 2.5) y 2.6): a través de tres variables: A , B , y C (inicialmente iguales a cero), que se obtienen iterativamente al recorrer todos los elementos de la matriz M de acuerdo a las siguientes fórmulas:

$$A = \sum_{I=1}^{N_1} \sum_{J=1}^{N_2} M(I,J) \quad \dots 2.7)$$

$$B = \sum_{I=1}^{N_1} \sum_{J=1}^{N_2} (I) M(I,J) \quad \dots 2.8)$$

$$C = \sum_{I=1}^{N_1} \sum_{J=1}^{N_2} (J) M(I,J) \quad \dots 2.9)$$

Con los valores que hayan tomado las variables: A , B , y C al recorrer toda la matriz, es posible obtener los valores de x_c y de y_c con las siguientes relaciones.

$$x_c = B/A \quad \dots 2.10)$$

$$y_c = C/A \quad \dots 2.11)$$

que nos dan directamente las coordenadas en la matriz de el centroide de la figura, que está localizado en el elemento de la matriz cuya posición es el renglón $x+1$, columna $y+1$. Es decir, que las coordenadas del centroide están dadas por: $(x+1, y+1)$.

A continuación se debe encontrar el valor de los momentos μ_{02} y μ_{20} de segundo orden, que de acuerdo a los fórmulas 2.1) y 2.2) se pueden obtener recorriendo todos los valores de la matriz. Para ello, si se hace que: $U_1 = \mu_{20}$ y $U_2 = \mu_{02}$, (U_1 y U_2 inicialmente son cero), entonces los

valores de dichas variables, se obtienen de acuerdo a las fórmulas:

$$U1 = \sum_{I=1}^{N1} \sum_{J=1}^{N2} M(I,J) (I-xc)^2 \quad \dots 2.12)$$

$$U2 = \sum_{I=1}^{N1} \sum_{J=1}^{N2} M(I,J) (J-yc)^2 \quad \dots 2.13)$$

Las expresiones 2.12) y 2.13) permiten calcular inmediatamente el valor de el momento invariante $X1(x)$, cuyo valor es, de acuerdo a (3.31):

$$X1 = U1 + U2 \quad \dots 2.14)$$

Este algoritmo está esquematizado en el diagrama de flujo de la figura 9).

2. OBTENCION DE: POSICION DE LOS VERTICES, LONGITUD DE LOS LADOS Y FACTOR DE COMPACTACION.

2.A) Vértices de la figura.

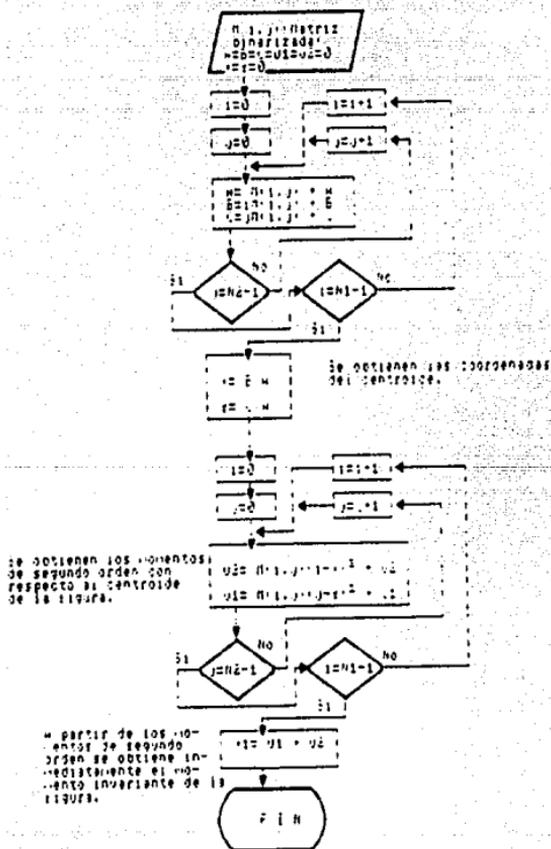
Para poder llegar a encontrar los vértices de una figura poligonal, se recurre a la representación del contorno de la figura a través de su código de cadena (concepto ya definido en el capítulo 1 (pág.9). Ver (1, capítulo 2)). El procedimiento pretende determinar la posición de los vértices de la figura (la localización del elemento de matriz correspondiente), bajo la idea de que siempre que en un código de cadena se presente un cambio en la dirección, es decir, un cambio en la secuencia numérica, es debido a la presencia de un vértice en el contorno de la figura.

El proceso de identificación de vértices es el siguiente:

Se barre la imagen binaria digitalizada de la figura de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, identificándose el primer elemento de la matriz o celda ocupada por la figura, es decir, la primera celda en la imagen con valor uno. Es fácil comprobar que dicha celda corresponde a un vértice y al contorno de la figura, por lo que sus coordenadas son

Figura 9).

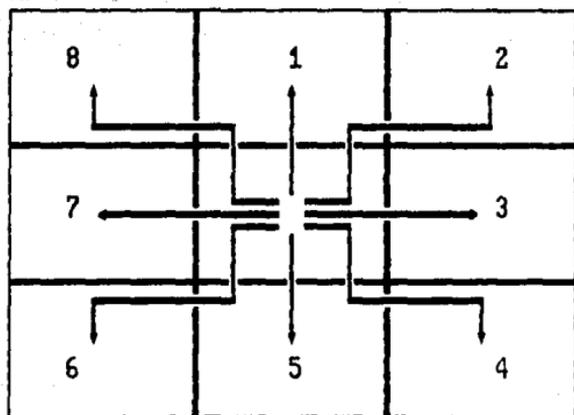
Para más detalle ver apéndice M.



apuntadas en cuatro vectores: Dos vectores que almacenan las coordenadas, posición del elemento de matriz, de los puntos que forman el contorno: X9, y Y9; y dos vectores que almacenarán las coordenadas de los vértices de la figura: X10, y Y10.

A partir de este primer elemento se procede a encontrar el contorno de la figura. Si se tiene en cuenta que la siguiente celda en el contorno debe ser una celda vecina de la primera celda encontrada como parte del contorno, y recordando que en base a la definición de celda o pixel vecino, las diferentes direcciones posibles que puede seguir el contorno quedan entonces definidas por la posición de dichas celdas vecinas de la manera representada en la figura 10), y que corresponde al criterio de conectividad 8. (Ver capítulo 1. o (1. capítulo 2). Si se siguiera el contorno de la figura a partir de el primer elemento, es fácil darse cuenta que se puede seguir dos direcciones, ya que dos celdas vecinas de esta primera celda forman parte del contorno. Considerando la dirección del barrido que se eligió en un principio, se puede dar preferencia a la dirección del barrido y preguntar por la siguiente celda de contorno recorriendo las posibles direcciones en el sentido de giro de las manecillas de el reloj). Por la forma en que se realiza el barrido, la siguiente celda en el contorno puede solo encontrarse en la dirección 3, 4, 5, 6, 7 u 8 de la primera celda. Para averiguar en que dirección se encuentra dicha celda, se pregunta si el valor de la celda vecina en la dirección 3) tiene valor igual a uno, si esto es cierto, se ha encontrado la siguiente celda o elemento de contorno y el proceso sigue adelante. Si es falso, se procede a preguntar por la celda vecina colocada en la dirección 4). Si su valor es uno, se ha encontrado la siguiente celda o elemento de contorno y el proceso sigue adelante. Si su valor no es uno se procede entonces a preguntar por el valor de la celda en la dirección 5), y así sucesivamente hasta encontrar la siguiente celda o elemento de contorno.

Una vez que se ha encontrado la segunda celda o elemento de contorno, se apunta la dirección en que este se encuentra con respecto a la primera celda, (con ayuda de una variable D), de modo que se tiene de esta manera registrada la dirección que el seguimiento del contorno lleva.



Criterio para determinar la posición de píxeles vecinos.

Figura 10).

A partir de la segunda celda o elemento del contorno, se procede a identificar la siguiente celda o elemento de contorno, preguntando sobre el valor que toman las celdas o elementos vecinos, pero de la siguiente forma, ya que el seguimiento del contorno se va a hacer en el sentido de las manecillas del reloj:

Se averigua el estado de la celda o elemento vecino que se encuentre en la dirección siguiente (en el sentido de las manecillas del reloj) a la dirección opuesta de la última dirección anotada (el valor de Q). Es decir, que se pregunta por la celda en la posición B , si la última dirección anotada fue 3) ($Q=3$): se pregunta por la celda en la posición 1), si la última dirección anotada fue la dirección 4) ($Q=4$): etc. Si la celda o elemento que se encuentra en esta dirección es igual a cero se pregunta entonces por la celda o elemento vecino en la siguiente dirección (siguiendo el sentido de giro de las manecillas del reloj). Si en cambio la celda que se encuentra en esta dirección es uno, entonces la celda o elemento encontrado se considera como la siguiente celda o elemento de contorno, se pregunta entonces por la dirección anterior anotada, seguida por el contorno, es decir, se pregunta por el valor de Q : Si el valor de Q corresponde a la misma dirección seguida por la nueva celda, entonces la celda encontrada se considera como la siguiente celda o elemento del contorno, y sus coordenadas se apuntan como nuevas componentes de los vectores $X9$ y $Y9$. Sin embargo se considera que el contorno que define a la figura sigue una misma línea, es decir, que no ha ocurrido un cambio en la dirección del seguimiento del contorno, y por tanto, no se ha encontrado un nuevo vértice. Si por otro lado el valor de Q corresponde a una diferente dirección a la seguida por esta nueva celda, entonces se ha encontrado un vértice en la figura, cuyas coordenadas corresponden justamente a las coordenadas de la anterior celda o elemento de contorno, por lo que las coordenadas del vértice encontrado se apuntan como nuevas componentes de los vectores $X10$ y $Y10$, anotándose además las coordenadas de la última celda o elemento de contorno encontrado como nuevas componentes de los vectores $X9$ y $Y9$, y la dirección de esta celda como el nuevo valor de Q .

Para averiguar si el proceso ha terminado se pregunta si las coordenadas de la última celda o elemento de contorno encontrado

coinciden con las coordenadas de la primera celda o elemento de contorno encontrado, es decir si las últimas componentes encontradas para X_{i-1} y Y_{i-1} coinciden con las primeras componentes de estos mismos vectores. Si esto es falso, significa que el seguimiento del contorno no ha terminado y el proceso continúa. Si esto es cierto, significa que se ha completado el seguimiento del contorno de la figura, y por tanto se han encontrado prácticamente todos los vértices de la figura.

El algoritmo anteriormente descrito se encuentra esquematizado por el diagrama de flujo de la figura 11).

2.B) Vértices cóncavos.

Hasta este momento prácticamente se han obtenido todos los vértices de la figura, solo han escapado de la identificación los vértices que son formados por lados que se encuentran formando un ángulo interno de 270° grados, es decir, un ángulo externo recto. A dicho tipo de vértices se les llama, sólo para su identificación, "vértices cóncavos". El algoritmo que permitió obtener la mayor parte de los vértices, confunde este último tipo de vértices y los reporta erróneamente: en lugar de dar un solo vértice, reporta dos vértices, cuyas coordenadas corresponden a celdas o elementos vecinos al verdadero vértice.

Si se recorre a la matriz imagen a partir de una submatriz imaginaria de la forma representada en la figura 12), donde cada elemento de dicha matriz (A,B,C y D) abarca una celda de la imagen digitalizada, y donde dichas celdas son siempre vecinas, entonces se pueden identificar una serie de patrones en el contorno de la figura, donde un patrón es una matriz de la forma representada en la figura 12), siendo que los elementos (A,B,C y D) tienen un valor específico. Cuando dichos valores solo pueden ser dos (en este caso cero o uno), entonces a dichos patrones se les conoce como ventanas booleanas (Ver capítulo 1).

Si se piensa en ventanas booleanas, recorriendo a la matriz imagen a partir de la submatriz imaginaria antes mencionada, es posible identificar patrones específicos en la imagen de la figura, específicamente en su contorno, y así de esa manera identificar los vértices cóncavos. Cada vez que en el recorrido de la imagen a partir de

A	C
B	D

Matriz patrón

Figura 12).

0	1
1	1 Vértice

1	0
1 Vértice	1

1	1 Vértice
0	1

1 Vértice	1
1	0

Patrones utilizados para localizar vértices cóncavos

Figura 13).

la matriz imaginaria se encuentre una de los cuatro patrones representados en la figura 13), se puede asegurar que se ha encontrado un vértice cóncavo, si es que cumple con las condiciones del siguiente párrafo.

Si en el recorrido de la matriz imaginaria a lo largo de la matriz imagen se encuentra uno de los patrones anteriormente determinados, no es posible asegurar que se ha encontrado un vértice cóncavo, a menos que algunas de las celdas involucradas en el patrón hayan sido identificadas a través del algoritmo 2.A) como vértices de la figura. Como ya se mencionó antes, el algoritmo 2.A) identifica dos vértices en lugar de uno cuando se trata de encontrar vértices cóncavos. Es decir, que cada vez que en la identificación de un vértice en la figura se presenta el primer patrón, el algoritmo 2.A) reporta como vértices a las celdas o elementos en las posiciones C y B (de acuerdo con la matriz representada en la figura 11), cuando lo deseable es que se reportara como vértice solo a la celda en la posición D; igualmente, cada vez que en la figura se presenta el segundo patrón el algoritmo reporta como vértices a las celdas o elementos localizados en las posiciones A y D, cuando lo deseable es que se reportara solo un vértice, la celda en la posición C; cada vez que se presenta el tercer patrón en el contorno de la figura, el algoritmo reporta como vértices a las celdas o elementos en las posiciones B y C, cuando lo deseable es que se reportara como vértice solo a la celda localizada en la posición A; y finalmente, cada vez que en el contorno de la figura se presenta el último patrón el algoritmo reporta como vértices a las celdas o elementos localizados en las posiciones A y D, cuando lo deseable es que se reportara como vértice solo a la celda en la posición B.

Lo anterior arroja como resultado que en el proceso de identificar los vértices cóncavos se siga el siguiente proceso:

Encontrar dos vértices localizados a partir del algoritmo explicado en 2.A) que cumplan con ser celdas o elementos vecinos, (es decir, que la distancia que los separa no sea mayor que 2 (cuando se utiliza la definición 1.5) de distancia entre (dos puntos) y que obedezcan a alguno de los cuatro patrones que permiten identificar vértices cóncavos por la

posición que guardan entre sí. Por ejemplo, dos vértices identificados a partir del inciso 2.A) que cumplan con ser vecinos y además concuerden con el primer patrón que sirve para identificar vértices cóncavos, es decir, se encuentren en las posiciones B y C (de acuerdo a la matriz representada en la figura 12). Esto se logra al comparar los valores de componentes consecutivas en los vectores X10 y Y10, ya que dichos vectores almacenan las coordenadas de los vértices encontrados a través del algoritmo en 2.A).

Una vez encontrados dichos vértices, y después de identificar a cual de los cuatro patrones que permiten identificar los vértices cóncavos obedecen, se pregunta sobre el valor de la celda o elemento, en la matriz imagen, que de acuerdo al patrón del que se trate, se sospecha que debe ser identificado como el verdadero vértice de la figura: Si su valor es cero, entonces en realidad no se ha encontrado un vértice cóncavo y los vértices originalmente obtenidos por el algoritmo en 2.A) son respetados. Si en cambio su valor es uno, entonces se ha encontrado un vértice cóncavo, cuya posición corresponde a la posición de la celda o elemento del que se sospechaba fuera un vértice, y este se considera un nuevo vértice; el cual se agrega a la lista de vértices, mientras que se eliminan de la lista de vértices a los dos vértices (obtenidos de acuerdo a 2.A) que permitieron obtener este vértice cóncavo. Por ejemplo, si dos vértices identificados como celdas o elementos vecinos, guardan las posiciones B y C (de acuerdo a la matriz representada en la figura 12), y además se cumple que la celda situada en la posición D tiene valor de uno, entonces se ha identificado a un vértice cóncavo cuya posición es la posición que guarda la celda situada en la posición D, en la matriz imaginaria, dentro de la matriz imagen. Las coordenadas de esta celda o elemento se almacenan y las coordenadas de las celdas o elementos originalmente identificados como vértices, se eliminan. Para ello se utilizan dos vectores X12 y Y12.

El proceso sigue hasta que se determinen todos los posibles vértices cóncavos, cuyas coordenadas quedarán entonces almacenadas en dos vectores junto con las de los vértices (no eliminados) obtenidos a través del algoritmo 2.A).

El algoritmo que se describió anteriormente, se encuentra esquematizado en el diagrama de flujo de la figura 14).

Longitud de los lados.

2.C) Este algoritmo permite obtener los lados de la figura siempre y cuando no existan más de una figura en la matriz imagen y siempre y cuando la longitud de los lados del objeto no tengan una longitud menor o igual de 2 pixeles en la matriz imagen que lo representa. En caso de que esto no ocurriera, la longitud de los lados obtenidos puede no ser la correcta.

Partiendo de que se cuenta con el número de vértices de la figura y con las coordenadas de estos, es decir, partiendo que se cuenta con los vectores X10 y Y10. Se tiene que el número de componentes en los vectores X10 y Y10 nos da justamente el número de vértices en la figura.

Con la fórmula de distancia entre dos puntos en un plano (fórmula 1.5) se calcula la longitud de los lados de la figura, apuntándose como componentes de un vector L, componentes que correrán bajo un índice K2. Gracias a la manera en que los vértices fueron obtenidos, es posible obtener fácilmente la longitud de todos los lados de la figura, a excepción del último; utilizando las coordenadas de los vértices consecutivos de la figura. Si denotamos a la k2-ésima componente de los vectores L, X10 y Y10 con las expresiones: L(K2), X10(K2) y Y10(K2), entonces la siguiente fórmula iterativa nos da el valor de todos los lados de la figura (a excepción del último):

$$L(K2-1) = \sqrt{(L6)^2 + (L7)^2} \quad \dots 2.15)$$

donde:

$$L6 = X10(K2) - X10(K2-1) \quad \dots 2.16)$$

$$L7 = Y10(K2) - Y10(K2-1) \quad \dots 2.17)$$

Mientras que la longitud del último lado se obtiene a partir del primero y último vértice de la figura, con la siguiente fórmula:

$$L(k,3) = \sqrt{(L4)^2 + (L5)^2} \quad \dots 2.18)$$

donde:

$$L4 = X10(2) - X10(k,3) \quad \dots 2.19)$$

$$L5 = Y10(2) - Y10(k,3) \quad \dots 2.20)$$

Donde 1,3 designa el número de vértices en la figura.

Las longitudes de los lados entonces quedan registradas en el vector L, donde la unidad de longitud esté en función de la longitud que presenta cada celda.

El algoritmo anteriormente descrito se encuentra esquematizado en el diagrama de flujo de la figura 15).

Factor de compactación. (La obtención de esta característica se basa en la propuesta hecha por Sossa y Venegas, (8)).

2.D) Para obtener el factor de compactación es necesario obtener antes el perímetro y el área de la figura. Para ello se siguen los procesos que a continuación se explican:

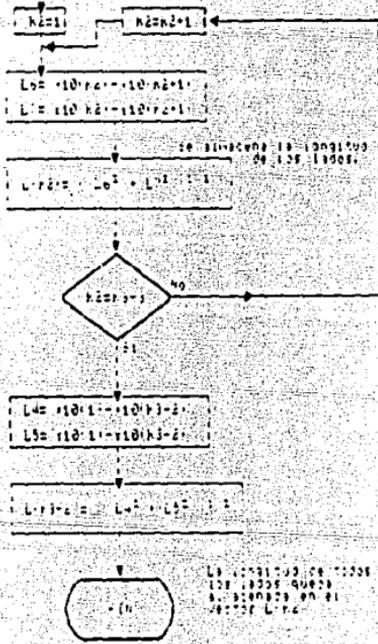
Obtención del perímetro.

De acuerdo a la definición de perímetro de una figura poligonal (ver capítulo I ó (1, capítulo 8)): Para obtener el perímetro de una figura digitalizada y que se presenta como una matriz de elementos binarios, es necesario encontrar el contorno de la figura, para lo cual es necesario recorrer toda la matriz. Una manera útil de reconocer el contorno, es analizando la matriz pero a través de sus submatrices: submatrices de 2x2, cuyos elementos sean vecinos, de acuerdo al criterio de conectividad ocho. Resultando muy útil el utilizar una matriz imaginaria de 2x2 que, recorriendo a la matriz, permita analizar las submatrices en cuestión. Dicha matriz imaginaria tendría la forma que se muestra en la figura 12). El contorno de la figura es identificado, cuando los valores de los elementos de una submatriz que recorra la matriz imaginaria tengan un valor determinado, es decir, cuando la submatriz iguale a un patrón que está previamente determinado. A dicho patrón, tal y como ya se mencionó

número de
 vértices.
 #10*r2 #10*r2
 #coordenadas de
 los vértices.

Figura 15).

Para más detalle
 ver apéndice #1.



anteriormente (ver capítulo I), se le llama ventana booleana. Siendo entonces que, cada vez que esta situación se presente, el perímetro de la figura se incrementa en un factor: de la siguiente forma:

Cada vez que en el recorrido de la matriz a partir de la matriz imaginaria de 2×2 , se presente cualquiera de las configuraciones mostradas en la figura 16), (es decir, cada vez que $A=B=1$ y $C=D=0$ ó viceversa), el valor de una variable Q1 se incrementa en uno.

Cada vez que en el recorrido se presente cualquiera de las configuraciones mostradas en la figura 17), (es decir cada vez que $A=C=0$ y $B=D=1$ ó viceversa), el valor de una variable Q2 se incrementa en uno.

Cada vez que se presente en el recorrido cualquiera de las configuraciones que se muestran en la figura 18), (es decir, cada vez que cualquiera de las cuatro variables sea igual a uno, siendo las demás iguales a cero), la variable Q3 se incrementa en uno.

Es importante aclarar que por facilidad, para identificar las diferentes configuraciones, la imagen es recorrida tres veces. Una vez para cada uno de los tres grupos de configuraciones mencionados.

Al final de los recorridos, el valor del perímetro de la figura, en unidades elementales (elementos de imagen), se calcula directamente de acuerdo con la fórmula siguiente:

$$P = (0,85)(Q1) + (1,11)(Q2) + (1,37)(Q3) \dots (2,21)$$

donde los factores de peso o constantes son valores encontrados experimentalmente. (Los valores de los factores son diferentes a los propuestos en 18), por que los valores propuestos no arrojaron los resultados esperados: así que por ensayo y error, se obtuvieron estos nuevos valores para dichos factores de peso).

Obtención del área de la figura.

Para la obtención del área (ver capítulo I ó (1, capítulo B), simplemente se recorre la matriz que contiene la imagen binarizada y se hace un conteo de todas las celdas o unidades de imagen que tengan un

1	0
1	0

0	1
0	1

Patrones utilizados para identificar el contorno de una figura

Figura 16).

0	0
1	1

1	1
0	0

Patrones utilizados para identificar el contorno de una figura

Figura 17).

1	0
0	0

0	1
0	0

0	0
1	0

0	0
0	1

Patrones utilizados para identificar el contorno de una figura

Figura 18).

valor igual a uno, es decir, se cuenta a las celdas que contienen a la figura a través de un contador R. Como cada celda es considerada como una unidad cuadrada, es entonces que el área total de la figura es reportada directamente por el valor de R; es reportada con un valor de R unidades cuadradas.

Finalmente el factor de compactación se obtiene fácilmente al dividir el cuadrado del perímetro entre el área de la figura (fórmula 1.13. Ver (1, capítulo 8)).

El algoritmo anteriormente presentado, y que permite obtener el factor de compactación de una figura, se encuentra esquematizado en el diagrama de flujo de la figura 19).

3. OBTENCIÓN DEL NÚMERO DE EULER.

Obtención del número de Euler. (En base a una propuesta hecha por Yang y Sengupta (6)).

3) A continuación se obtiene la última característica de forma de la figura, que es el número de Euler. Primero se inicializan las variables involucradas en el proceso (A, B, C, D, ..., H) igualándolas a cero.

Como ya se dijo en los fundamentos del trabajo (ver (1, capítulo 8), (6)) el número de Euler está dado por el número que resulta de restar el número de agujeros que hay en una figura al número de regiones conectadas que la figura tenga. Por tanto el problema para encontrar el número de Euler de una figura, se transforma en el problema de encontrar el número de regiones conectadas y el número de agujeros que la figura tenga. Para encontrar estos números, podría hacerse un etiquetado sobre las regiones conectadas y los agujeros, pero esto resultaría difícil y tardado. Sin embargo, si se considera que el número de regiones conectadas menos el número de agujeros (número de Euler) arroja el mismo resultado que la resta de el número de convexidades menos el número de concavidades que se detecten en la figura cuando esta se recorre en una dirección específica, (Ver 13, capítulo VI), entonces se puede usar otro método para calcular el número de Euler.

Las convexidades y concavidades de una figura pueden ser detectadas fácilmente si es recorrida la matriz de la imagen binarizada por una matriz imaginaria de 2×2 de la forma ilustrada en la figura 12) (tal y como se hizo para encontrar el perímetro de la figura en el inciso 2.D)) Es decir, de arriba hacia abajo y de derecha a izquierda.

Gracias a que el recorrido de la matriz se hace de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, se pueden encontrar tanto el número de convexidades (variable X), como el número de concavidades (variable H) de la figura usando dos ventanas booleanas como patrones. De manera que cada vez que en el recorrido que la matriz imaginaria hace de la matriz imagen, se encuentre el patrón ilustrado en la figura 20) ($A = B = C = 0$ y $D = 1$), se dice que se ha detectado una convexidad y el número de convexidades detectado aumenta en uno (es decir, que la variable X inicialmente igual a cero aumenta en uno). Y cada vez que en el recorrido que la matriz imaginaria hace de la matriz imagen se encuentre el patrón ilustrado en la figura 21) ($A = 0$, $B = C = 1$), se dice que se ha encontrado una concavidad en la figura, y el número de concavidades detectadas aumenta en uno (es decir, que la variable H inicialmente cero se incrementa en uno).

Al terminar el recorrido, el número de Euler (variable E) se obtiene directamente restando el número de concavidades al número de convexidades encontrados, es decir, que: $E = X - H$ (fórmula 1.12. Ver (1, capítulo 8) o (6)). El procedimiento se ilustra en la figura 22).

Debe aclarar dos puntos:

Primero, la elección de las ventanas que permiten determinar las convexidades y concavidades en una figura está directamente relacionada con el sentido de barrido, que es arbitrario. En el algoritmo expuesto aquí se usa el barrido de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. Sin embargo otros autores (Ver 13), capítulo VI) utilizan el barrido de derecha a izquierda y de abajo hacia arriba, siendo necesario para este caso el uso de otras ventanas booleanas ($A=1$, $B=C=D=0$ y $A=B=C=1$, $D=0$; de acuerdo al patrón de la figura 12)). Ambos barridos permiten determinar

0	0
0	1

ventana usada para detectar convexidades

Figura 20).

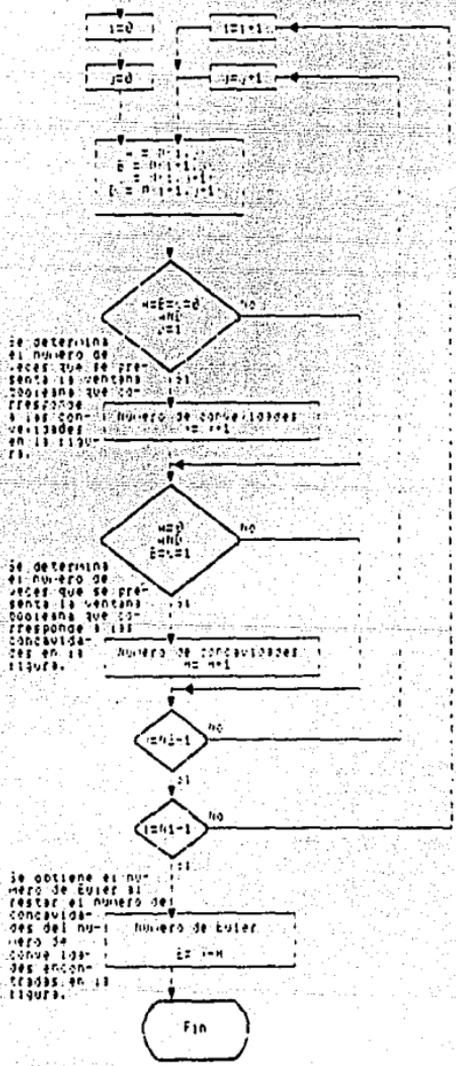
0	1
1	X

ventana usada para detectar concavidades

Figura 21).

Hacer un algoritmo
 que determine si
 un número es
 divisible por 11.

Figura 22).
 Flujograma Detalle
 del algoritmo



el mismo número de convexidades y concavidades.

Segundo, algunos autores considerando la posibilidad de que una figura este formada por varias regiones separadas, consideran otra ventana booleana en el cálculo del número de Euler ($A=D+1$, $B=C+0$; de acuerdo a la figura 12)), dicha ventana determina una convexidad, es decir, aumenta en uno al número de Euler cada vez que se presenta; en realidad esta ventana detecta dos regiones conectadas que se tocan (Ver 13) capítulo VI). Esta ventana no es considerada en el algoritmo que aquí se presenta, pues de antemano se evitará considerar figuras formadas por varias regiones conectadas.

Una vez que se han presentado los algoritmos que permiten obtener una serie de características de forma de una figura analizada, es posible ya enunciar el procedimiento que permite el reconocimiento de dicha figura, a través de su imagen.

El procedimiento de reconocimiento de figuras a partir de la obtención de las tres características de forma ya antes mencionadas (momento invariante, factor de compactación y número de Euler) y de la forma descrita, es el que a continuación se presenta.

RECONOCIMIENTO DE FIGURAS A PARTIR DE TRES CARACTERÍSTICAS DE FORMA OBTENIDAS EN BASE AL USO DE VENTANAS BOOLEANAS.

La siguiente es la explicación del procedimiento (basado en una propuesta de Soussa y Venegas, (8)) que permite el reconocimiento de imágenes previamente digitalizadas y segmentadas de figuras geométricas simples (Polígonos) mediante el uso de ventanas booleanas, es decir, mediante el análisis del estado de elementos de imagen próximos entre sí, (Píxeles vecinos).

El procedimiento permite reconocer figuras mediante dos opciones. En la primera opción (Reconocimiento directo), la figura puede ser reconocida directamente de acuerdo al número de sus lados, las longitudes de estos y la posición que guardan los lados entre sí. En la segunda opción

(Reconocimiento indirecto). la figura puede ser reconocida como una, de un grupo de figuras, las cuales forman un archivo previamente creado. Dicho reconocimiento se hace a partir de la comparación de tres características de la figura problema con las mismas características de las figuras que forman el archivo. Dichas características son: Número de Euler, factor de compactación y momento invariante. Obviamente la figura problema será reconocida como aquella figura del archivo con la que existe mayor similitud en la medida de las características mencionadas.

El reconocimiento directo solo es útil cuando se trata de reconocer figuras geométricas regulares, en tanto que el reconocimiento indirecto tiene utilidad en el reconocimiento de cualquier figura (regular o irregular).

En base a las dos opciones de reconocimiento anteriores, surgen cuatro opciones en el procedimiento de reconocimiento:

- 1) Se puede reconocer una figura directamente y obtener las tres características de comparación.
- 2) Se puede crear un archivo de hasta diez figuras. Un archivo consistente de 6 mediciones, que consisten en la desviación estándar y la media de dos mediciones de cada una de las tres características de forma de la figura, obtenidas de dos imágenes distintas de la misma figura.
- 3) Se puede crear al archivo anteriormente mencionado y al mismo tiempo hacer el reconocimiento de una figura en forma indirecta.
- 4) Se puede reconocer indirectamente una figura a partir de un archivo de comparación ya existente.

A continuación se explica que es lo que hace cada una de las opciones mencionadas a través de una serie de incisos.

Opción 1).

Mediante esta opción se pretende identificar una figura directamente, de acuerdo a su geometría.

Si se considera que se parte del hecho de que va se cuenta con la imagen binaria digitalizada de la figura en cuestión, es decir, que se cuenta con la matriz binaria M que la representa, y se considera a dicha matriz como el dato de entrada en el proceso, entonces se procede como sigue:

Una vez que se cuenta con la matriz M (matriz imagen de la figura), se procede de acuerdo a los algoritmos 1) 2) y 3), presentados anteriormente, a obtener el momento invariante, el factor de compactación y el número de Euler de la figura en cuestión.

En base a los resultados obtenidos en el algoritmo 2.C) se realiza el reconocimiento de la figura de la siguiente forma:

Se averigua el número de lados que tiene el objeto, se compara la longitud de estos y de ser necesario se determina la posición relativa de estos:

A) Si el número de lados es tres, la figura es un triángulo. Para determinar que tipo de triángulo, se compara la longitud de los lados: Si los tres lados son iguales, se identifica a la figura como un triángulo equilátero. Si solo dos lados son iguales, a la figura se le identifica como un triángulo isósceles, pero si las longitudes de los lados son diferentes, entonces se identifica a la figura como un triángulo escaleno.

B) Si el número de lados en la figura es de cuatro, la figura es un cuadrilátero. Para determinar que tipo de cuadrilátero, se comparan las longitudes de los lados y las posiciones relativas de estos: Si los cuatro lados son iguales y además forman ángulos rectos los lados adyacentes, entonces a la figura se le identifica como un cuadrado. (Para averiguar si dos lados adyacentes forman un ángulo recto se usa la definición de perpendicularidad entre dos rectas: Se obtienen las pendientes asociadas a los lados y se multiplican; si el resultado es uno, entonces los lados son perpendiculares entre sí (para más detalle ver (12)). Si los cuatro lados son iguales, pero los lados no forman

ángulos internos rectos, entonces a la figura se le identifica como un rombo. Si los cuatro lados no son todos iguales, pero si los lados opuestos y además todos los lados forman ángulos internos rectos, entonces la figura es identificada como un rectángulo. Si los cuatro lados no son todos iguales, pero si los lados opuestos y además los ángulos internos que forman los lados no son rectos, entonces a la figura se le identifica como un romboide. Si solo un par de lados opuestos son iguales, entonces la figura es identificada como un trapecio. Si todos los lados son distintos en magnitud, entonces la figura es identificada como un cuadrilátero irregular.

C) Si el número de lados de la figura es de cinco, la figura es entonces un pentágono. Para determinar que tipo de pentágono, se compara la longitud de los lados de la figura: Si todos los lados son iguales, entonces la figura es identificada como un pentágono regular. Si no todos los lados son iguales, entonces la figura es identificada como un pentágono irregular.

D) Si el número de lados de la figura es de seis, entonces la figura es un hexágono. Para determinar de que tipo de hexágono se trata, se comparan las longitudes de los lados: Si todos los lados son iguales en magnitud, entonces la figura es identificada como un hexágono regular. Si en cambio los lados no son todos iguales, entonces la figura es identificada como un hexágono irregular.

E) Si el número de lados de la figura es mayor de seis entonces la figura simplemente es identificada como un polígono de más de seis lados.

F) Si en la figura no se identifican más de dos lados, entonces se determina que la figura no es un polígono.

Una vez que la figura ha sido etiquetada de acuerdo al número de sus lados, de su longitud y de su posición relativa, se ha terminado con la identificación directa de la figura y con la opción 1).

Opción 2)

Esta opción permite crear un archivo de hasta diez figuras, un archivo consistente de las mediciones hechas sobre tres características de forma en cada figura.

Bajo la suposición de que se desea crear un archivo con N_3 figuras diferentes, donde la imagen de cada figura es binaria y digitalizada, es decir, donde la imagen de cada figura es una matriz M consistente de unos y ceros, se hace a continuación mención de los procedimientos seguidos para poder realizar la opción dos:

Desde el primero hasta el último objeto se introduce su imagen binaria digitalizada como dato de entrada.

Después, para cada objeto, se obtienen las características de forma en dos imágenes distintas del mismo objeto. Primero, se obtiene el número de Euler el momento invariante y el factor de compactación de la imagen del objeto en cuestión. Después, se obtiene el valor de las mismas características de forma, exceptuando al número de Euler, pero para una imagen distinta del mismo objeto (puede ser una imagen del mismo objeto pero en otra posición, o puede ser exactamente la misma imagen, en la misma posición). Es decir, que el número de Euler es obtenido para un objeto solo una vez: esto se debe a que esta característica de forma difícilmente cambia de una medición a otra.

Para obtener las características de forma para la primera imagen del objeto, se procede de acuerdo al algoritmo 3) (se obtiene el número de Euler E , de la figura en cuestión) y después de acuerdo a los algoritmos 1) y 2) (se obtiene el momento invariante X_1 , y el factor de compactación C_1 , de dicha figura).

Para obtener las características de forma para la siguiente imagen del objeto, se procede entonces de acuerdo a los algoritmos 1) y 2) (se obtienen el factor de compactación C_1 , y el momento invariante X_1 , de la figura, por segunda vez). Obviamente en este segundo cálculo es necesario introducir una nueva matriz imagen M , correspondiente a una segunda imagen de la misma figura en cuestión.

Una vez que se realizan los dos cálculos de las características de forma de un objeto, entonces (de acuerdo a lo sugerido por Sousa y Venegas, (8)) se obtienen los valores de las variables M1, M2, T1 y T2, de la siguiente manera:

$$M1 = \sum_{i=1}^2 X1(i) \quad \dots 2.22)$$

$$M2 = \sum_{i=1}^2 C1(i) \quad \dots 2.23)$$

$$T1 = \sum_{i=1}^2 X1(i)^2 \quad \dots 2.24)$$

$$T2 = \sum_{i=1}^2 C1(i)^2 \quad \dots 2.25)$$

donde las sumatorias se hacen desde el primer cálculo obtenido para la primera imagen de la figura en cuestión, hasta el segundo cálculo obtenido para la segunda imagen.

Una vez que se obtienen los valores de las variables M1, M2, T1 y T2, se procede a obtener los valores de la media aritmética y la desviación standard para las dos mediciones obtenidas de las dos características de forma de la figura en cuestión: el momento invariante y el factor de compactación.

Basados en las definiciones de media aritmética y desviación standard de una serie de datos, (Para más detalle ver 11), resulta que:

La media aritmética (X2) y la desviación standard (S1) del momento invariante (X1), están dadas por:

$$X2 = M1/2 = \sum_{i=1}^2 X1(i) / N \quad \dots 2.26)$$

$$S1 = \sqrt{(T1/2) - (X2)^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^2 (X1(i)/N) - (X2)^2 \right)} \quad \dots 2.27)$$

donde N es el número total de mediciones de X1 (N=2) y las sumatorias se hacen desde el primer cálculo (el momento invariante X1, obtenido para el primer cálculo) hasta el último cálculo (el momento invariante X1, obtenido para el segundo cálculo).

Por otro lado la media aritmética (C2) y la desviación standard (S2) del factor de compactación (C1), están dadas por:

$$C2 = M2/2 = \sum_{i=1}^2 C1(i)/N \quad \dots 2.28$$

$$S2 = \sqrt{(T2/2) - (C2)^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^2 (C1(i)/N)^2 - (C2)^2 \right)} \quad \dots 2.29$$

donde N es el número total de mediciones de C1 (N=2) y las sumatorias se hacen desde el primer cálculo (el factor de compactación C1, obtenido para el primer cálculo) hasta el último cálculo (el factor de compactación C1, obtenido para el segundo cálculo).

Es entonces que son obtenidas además de el número de Euler, la media aritmética y la desviación standard de dos características de forma (momento invariante y factor de compactación) para cada figura, obtenidas de dos imágenes diferentes. Dichas mediciones formarán parte de un archivo que puede ser utilizado como objeto de comparación para el reconocimiento de un objeto incógnita.

Es pues que con los valores anteriores y los números de Euler de las diferentes figuras u objetos, se construyen seis vectores que conformarán el archivo de datos: Uno que contendrá todos los números Euler, de todas las figuras, dicho archivo será el archivo (E1). Otros dos que contendrán respectivamente, las medias aritméticas y las desviaciones standard (de las dos mediciones obtenidas) del momento invariante para cada figura (X2 y S1). Otros dos cuyas componentes serán, respectivamente, las medias aritméticas y las desviaciones standard (de las dos mediciones realizadas) del factor de compactación para cada figura (C2 y S2). Y finalmente un vector que tendrá como componentes a los nombres de las

diferentes figuras (MS) Las mediciones obtenidas para cada objeto, dan entonces una nueva componente a los seis vectores.

Al terminar con el cálculo de todas las características para todos los objetos que conformarán el archivo, se cuenta con todas las componentes de los seis vectores: E1, X2, C2, S1, S2 y MS. Se procede a guardar en un archivo a dichos vectores, para su posterior uso.

Opción 3:

Esta opción permite crear el mismo archivo mencionado en la opción dos y al mismo tiempo realizar el reconocimiento indirecto de un objeto incógnita.

Bajo esta opción primero se hace la construcción de un archivo consistente en las mediciones de tres características de forma de hasta diez figuras diferentes. La construcción de este archivo se realiza tal y como se explica en la opción 2). Donde se tiene que una vez que se cuenta con dicho archivo este puede ser utilizado como patrón para poder realizar la identificación indirecta inmediata de una figura incógnita, es decir, es posible que una figura incógnita sea identificada como una de las figuras que forman el archivo.

Al contar con el archivo de comparación, consistente de digamos N3 objeto o figuras, la identificación de una figura incógnita es posible a través de su imagen binaria digitalizada. Si se considera a la imagen de esta figura (una matriz binaria M1, como el dato de entrada; entonces la identificación de la figura incógnita se hace como sigue:

De acuerdo a los algoritmos 1), 2) y 3) se obtienen las medidas de las características de forma: momento invariante, factor de compactación y número de Euler; de la figura incógnita.

Desde el primer objeto hasta el último objeto del archivo se hace una comparación entre la medida de las características obtenidas para estos y las características de forma obtenidas para el objeto incógnita. Dicha comparación se hace a partir de la obtención de un parámetro llamado

nivel de error. Donde para cada objeto del archivo se obtiene un nivel de error. Dicho parámetro (como va se vió en los fundamentos del trabajo y de acuerdo a (7)) está definido por:

$$H_j = \sqrt{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X}_j - \sigma_j)^2} \quad \dots 1.32)$$

donde la sumatoria corre sobre el índice i; desde que vale uno, hasta que vale m. Donde: m es el número de características. H_j es el nivel de error para el j-ésimo objeto del archivo. X_i es la i-ésima característica de forma medida para el objeto incógnita. \bar{X}_j y σ_j son la media y la desviación standard de las medidas obtenidas de la i-ésima característica para el j-ésimo objeto del archivo.

Las características involucradas en esta fórmula son sólo dos: Momento invariante y factor de compactación, cuyas medias y desviaciones típicas obtenidas para cada objeto están dadas en los vectores creados: X2 (medias de los momentos invariantes de los objetos del archivo), C2 (medias de los factores de compactación), S1 (desviaciones típicas de los momentos invariantes) y S2 (desviaciones típicas de los factores de compactación). Siendo el número de objetos en el archivo igual a N3.

Se tiene entonces que, desarrollando la fórmula anterior, se puede expresar al nivel de error de cada objeto del archivo (para este caso en particular) con la fórmula siguiente:

$$H_{11} = \sqrt{((X2(11) - \bar{X}_1) / S1(11))^2 + ((C2(11) - \bar{C}_1) / S2(11))^2} \quad \dots 2.30)$$

donde 11 toma valor desde uno hasta N3. H₁₁ es el nivel de error para el 11-ésimo objeto del archivo. X2(11) y S1(11) son la media y la desviación típica de los momentos invariantes medidos para el objeto 11-ésimo del archivo. C2(11) y S2(11) son la media y la desviación típica de los factores de compactación medidos para el objeto 11-ésimo del archivo. \bar{X}_1 es el momento invariante medido para el objeto incógnita y \bar{C}_1

es el factor de compactación medido para el objeto incógnita.

Si se calcula el nivel de error para todos los objetos del archivo, se tiene que, aquel i -ésimo objeto para el que H_i tenga un valor mínimo será considerado como el objeto más probable de igualar con el objeto problema. De manera que el objeto problema será reconocido como dicho objeto i -ésimo del archivo de comparación.

El número de Euler no es involucrado en la fórmula que calcula el nivel de error, ya que a dicha medida se le utiliza como primer filtro en la identificación del objeto incógnita, es decir, que el número de Euler es utilizado por sí sólo como primer patrón de comparación entre los objetos del archivo y el objeto incógnita.

La manera como se realiza este reconocimiento es la siguiente:

Desde el primer hasta el último objeto del archivo se averigua si alguna de las desviaciones standard o típicas de las características medidas, para algún objeto i : $S1(i)$ o $S2(i)$ son iguales a cero. Si esto es cierto para algún objeto i , significa simplemente que las imágenes que se consideraron para este objeto son las mismas. Así que simplemente para evitar una división por cero se le asigna un valor pequeño a la variable con valor cero ya sea $S1(i)$ o $S2(i)$. Si en cambio resulta que para el objeto i -ésimo los valores $S1(i)$ y $S2(i)$ son distintos de cero, el valor que toman se conserva.

Para el objeto i -ésimo se calculan las variables $H2$ y $H3$ con los valores de $S2(i)$, $S1(i)$, $C2(i)$ y $X2(i)$ (obtenidos del objeto i -ésimo) y los valores de $X1$ y $C1$ (obtenidos del objeto problema o incógnita). Dichos valores están dados por las fórmulas siguientes:

$$H2 = (X2(i) - X1) / (S1(i)) \quad \dots 2.31$$

$$H3 = (C2(i) - C1) / (S2(i)) \quad \dots 2.32$$

De modo que $H2$ está asociado al nivel de error del momento invariante y

H3 al nivel de error en el nivel de compactación.

Por tanto el nivel de error para el objeto l_1 -ésimo se obtiene con la fórmula:

$$H_{l_1} = H_1(l_1) = \sqrt{(H_2)^2 + (H_3)^2} \quad \dots 2.33)$$

Almacenándose este valor en un vector H_1 , cuyas componentes no serán otras que los niveles de error de todos los objetos del archivo.

El proceso sigue hasta haber encontrado todos los niveles de error de todos los objetos del archivo y así haber completado el vector H_1 .

Una vez que se cuenta con todos los niveles de error, entonces se procede a buscar el nivel de error l_1 -ésimo que cumpla con ser el menor de todos siendo que el objeto l_1 -ésimo asociado a este error, tenga un número de Euler igual al número de Euler del objeto incógnita (Es decir, que antes de comparar los niveles de error asociados a los objetos del archivo, se comparan los números de Euler de los objetos del archivo con el número de Euler del objeto incógnita).

Si lo anterior se cumple para el objeto l_1 -ésimo, entonces, este objeto es considerado como el más semejante al objeto problema.

Se procede a etiquetar al objeto problema una vez que ha sido reconocido.

Considerando que los objetos del archivo de comparación guardaban un orden conocido en el archivo, entonces se etiqueta al objeto problema con el número correspondiente al objeto l_1 -ésimo del archivo con el que se le encontró mayor semejanza. Así, si el objeto l_1 -ésimo es el primer objeto del archivo, al objeto problema se le etiqueta como: "el primer objeto del archivo"; si el objeto l_1 -ésimo es el segundo objeto del archivo, al objeto problema se le etiqueta como: "el segundo objeto del archivo"; y así sucesivamente. Además al objeto problema se le da otra etiqueta. Se

le da el nombre del objeto i -ésimo del archivo que resultó más semejante a él. Dicho nombre se encuentra almacenado también en el archivo de comparación bajo la componente i -ésima del vector MS.

De esta manera el objeto problema finalmente ha sido reconocido.

Opción 4)

Esta opción permite realizar el reconocimiento de una figura de una manera indirecta, a partir de un archivo de comparación ya existente.

Bajo esta opción, la imagen binaria digitalizada de una figura puede ser reconocida o identificada como una de las figuras que se encuentran en un archivo previamente creado. Es decir, que para la realización de este procedimiento es necesario contar de antemano con un archivo de comparación, creado ya sea a partir de la opción 2) o de la opción 3).

Para realizar el reconocimiento de un objeto incógnita bajo este procedimiento es necesario introducir su imagen binaria digitalizada como dato de entrada. Donde dicho reconocimiento se realiza de la manera que se explica en la opción 2).

De esta manera termina la presentación del método que permite el reconocimiento directo o indirecto de una figura a partir del uso de ventanas booleanas. En el siguiente capítulo se presenta la solución del mismo problema pero a partir de un nuevo camino.

III. RECONOCIMIENTO DE FIGURAS SIMPLES EN IMAGENES DIGITALIZADAS. A LAS QUE SE LES HA APLICADO LA SIMULACION DE LA INHIBICION LATERAL. A PARTIR DEL USO DE LAS FRANJAS DE MACH.

Por medio de las franjas de Mach que aparecen en una figura oscura situada sobre un fondo claro, después de que se realiza la inhibición lateral, es posible efectuar el reconocimiento de formas, siendo este el segundo método utilizado.

El interés de Mach en el conocimiento de la naturaleza le hicieron en ocasiones volver la mirada al estudio de los sentidos, en particular al estudio de la vista. A pesar de no contar con más equipo que sus ojos, muchas de sus observaciones y conclusiones son correctas.

Para determinar los efectos visuales de combinar campos de diferente intensidad, Mach comenzó a experimentar con un disco formado por dos sectores, uno claro y otro oscuro. En dichos experimentos Mach observó que los sectores de diferente intensidad en un disco son combinados al girar este rápidamente. A una alta velocidad de rotación, los diferentes sectores se parecen fusionar en uno sólo; un sólo sector con una intensidad constante. Si se piensa en un disco blanco con un sector negro (figura 23) al hacerlo girar, el disco parecerá ser gris y tener una determinada intensidad que dependerá de la magnitud del sector negro u oscuro del disco (figura 24). A mayor proporción de blanco sobre negro en el disco mayor será la intensidad, la brillantez, en el disco cuando gire. Esto es, las variaciones en las proporciones de blanco a negro a lo largo del radio del disco, variaciones en los ángulos centrales subtendidos por los sectores componentes, producen las correspondientes variaciones en la brillantez en el área del disco cuando este está rotando.

La brillantez que se tiene en un disco rotando, con una frecuencia superior a un determinado umbral, es obtenida a través de la ley de

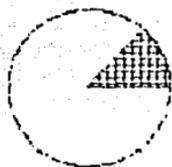


Figura 23).

**Disco con sector
de diferente brillantez**

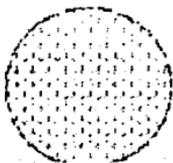


Figura 24).

**Disco con sector
de diferente brillantez
girando**



Talbot-Plateau (Ver 10), y establece que: "La luminosidad constante aparente, de una sucesión de destellos de pequeña duración, con una frecuencia mayor a la frecuencia de fusión (valor umbral), es el valor medio (I_m) de la iluminación real, tomada durante un periodo de tiempo." La expresión matemática de dicha ley es:

$$I_m = (1/T) \int_0^T I dt \quad \dots 3.11$$

I_m es la luminosidad aparente; I es la luminosidad real y T el periodo. De acuerdo a esta ley, el disco en la figura 25) al rotar adquirirá una brillantez aparente constante, desde el centro A hasta la circunferencia B (figura 26). Si se considera otro disco (figura 27) con un sector oscuro mayor que el del primer disco, se observa al girarlo que la brillantez aparente del disco es menor, pero también uniforme (figura 28). Entonces la gráfica de la iluminación aparente con respecto al radio, para ambos discos, mostrará una línea constante y paralela al eje de las abscisas (figura 29).

Mach consideró un disco giratorio más complejo, un disco donde resulta que el sector oscuro es una combinación de los dos sectores oscuros de los dos discos anteriormente mencionados: la zona interna del sector oscuro del primer disco y la zona externa del sector oscuro del segundo disco, son combinadas a través de una zona intermedia donde el ángulo subtendido por el sector varía linealmente con el radio del disco (figura 30). Si la ley de Talbot-Plateau es cierta en general, entonces se asumiría que el valor que la brillantez aparente (I_m) toma, al variar el radio (R) en este disco en rotación, sería la expresada en la gráfica de la figura 31). Donde se puede ver que en las zonas internas y externas del disco la brillantez es constante y correspondiente a los valores ya encontrados para los dos primeros discos mencionados, mientras que para la zona intermedia, una línea recta que une los valores constantes de las zonas interna y externa, es el valor de la brillantez aparente. Es decir que para el disco mostrado en la figura 30) se esperaría que al rotar rápidamente apareciera en la zona que abarca desde A hasta B una región gris clara uniforme; que apareciera en la zona que va desde C hasta D una región uniforme gris oscura; y que apareciera una zona, que abarcaría



Figura 25).

**Disco X con sector
de diferente brillantez**



Figura 26).

**Disco X con sector
de diferente brillantez
girando**



Figura 27).

Disco γ con sector
de diferente brillantez

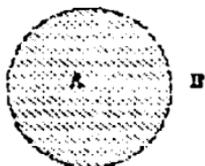


Figura 28).

Disco γ con sector
de diferente brillantez
girando

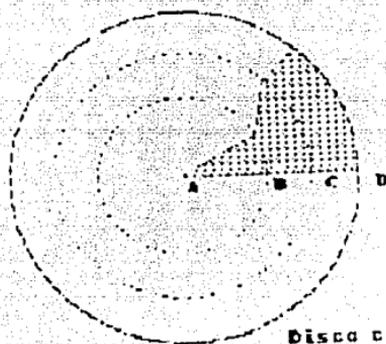
**Brillan
tez apa
rente**

Disco X

Disco Y

Figura 29).

**Radio de
el disco**



Disco complejo

Figura 30).

Brillan
tez apa
rente

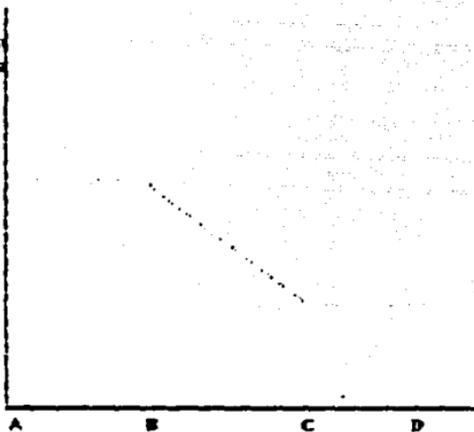


Figura 31).

Radio del disco

desde B hasta C, donde la brillantez gradualmente disminuyera, donde el disco se oscureciera gradualmente.

Cuando el disco giratorio completo se hace girar, efectivamente se observan tres regiones donde se cumple muy aproximadamente lo que se esperaba de acuerdo a la ley de Talbot-Plateau. Sin embargo se observa además que los puntos de transición son interrumpidos por anillos de diferente brillantez, uno brillante en el punto B y otro oscuro en el punto C. De acuerdo a la ley de Talbot-Plateau, se esperaría que en todo el disco no se presentara una región más brillante que la que se presenta en la zona que va desde A hasta B, y que no se presentara una región más oscura que la que se presenta en la zona que va desde C hasta D. Sin embargo en la realidad ocurre que la zona más brillante en el disco giratorio es un anillo que se encuentra localizado en el punto B, y que la zona más oscura es un anillo que se encuentra localizado en el punto C. Dichos anillos son conocidos como bandas o franjas de Mach. La gráfica de la luminosidad aparente (I_m) con respecto al radio (R) de dicho disco en rotación (figura 32) presenta dichas franjas como puntos donde la gráfica se hace cóncava o convexa.

Las franjas de Mach son pues zonas que se presentan cuando ocurre una transición entre regiones de diferente brillantez, y que tienen o mayor o menor brillantez que las de las zonas entre las que se presentan. De hecho Mach concluyó, en un principio, que donde quiera que se presente una flexión va sea de concavidad o de convexidad, con respecto a las abscisas, en la curva de la intensidad de la luz de la superficie iluminada (variando esta en una sola dirección), se presentará una región más oscura o brillante que los alrededores. De hecho esto significa que la localización y magnitud de la intensidad luminosa de las franjas de Mach, están dadas por la ubicación del máximo y del mínimo al aplicar la segunda derivada a la curva de la intensidad luminosa (Ver figura 32). Por lo tanto las franjas de Mach, de acuerdo al principio que las produce, son más fácilmente observables cuando la diferencia de luminosidad entre dos áreas adyacentes, de una respecto a otra, es grande.

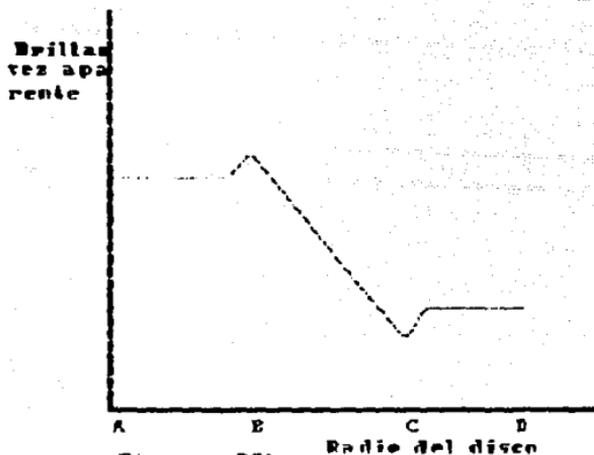


Figura 32).

Después de una serie de resultados obtenidos de experimentos realizados, involucrando incluso luz fluorescente, Mach concluyó que la aparición de las franjas no se debía a un fenómeno físico, sino que estas eran causadas por nuestro sistema visual, y que por lo tanto se trataba de un fenómeno subjetivo. Hecho, la marcada dependencia entre las franjas brillantes y oscuras en la distribución de iluminación llevaron a Mach a sospechar que la producción de ambas franjas se debía a una interdependencia funcional entre los elementos vecinos en la retina del ojo.

Como ya se mencionó anteriormente, Mach observó que en las flexiones o puntos de inflexión que presenta la curva que representa la intensidad de la luz en una superficie iluminada, indican las regiones que aparecen, o más claras o más oscuras que sus alrededores. Esto hizo pensar a Mach que podía establecerse una relación entre la brillantez aparente de la distribución en la superficie de la retina y la intensidad en dicha superficie iluminada a partir de la segunda derivada de la curva de la intensidad.

Si I es la intensidad de la luz en la superficie iluminada, en un espacio bidimensional, I es una función espacial $I(x, y)$. Si R es la brillantez aparente o la sensación de brillantez (la respuesta neural a la distribución luminosa), entonces, se tiene que:

$$R = I - m(I''_{xx} + I''_{yy}) \quad \dots 3.2)$$

Donde m es una constante, I''_{xx} es la segunda derivada de I respecto a x y I''_{yy} es la segunda derivada de I respecto a y . Así que cuando la expresión entre paréntesis es positiva, la sensación de brillantez disminuye mientras que cuando la expresión entre paréntesis es negativa, la sensación de brillantez aumenta.

Debido a que la retina no es un continuo, la ecuación 3.2) no puede ser tomada tal cual. La retina es un conjunto discreto de elementos perceptivos de extensión finita. Así que lo más correcto es hablar de la iluminación en elementos $\Delta x, \Delta y$ (en vez de la iluminación en dx, dy).

Mach observó que la brillantez aparente en la distribución de iluminación en el estímulo se debe más al estímulo mismo que a la distribución de los estímulos. Supuso que la aparición de las franjas se debía a una función de la red neuronal que existe en la retina. Sin embargo, no le fue posible estudiar dicha red neuronal. Esto lo llevó a concluir que la formación de las franjas solo podía ser explicada en base a la acción inhibitoria recíproca de regiones vecinas en la retina.

La influencia inhibitoria de los elementos de la retina fue explicado por Mach de diversas formas, una de ellas es a través de la suposición de la existencia de una función dependiente de la distancia entre los elementos retinales y que determina la relación recíproca entre estos elementos. A partir de esta función Mach determinó que la respuesta de un elemento particular r de la retina a la distribución luminosa, está determinada por el producto de la intensidad del estímulo en él, por una fracción que representa dos influencias recíprocas. Una de estas influencias, es excitatoria, y se debe a la respuesta del elemento r a la distribución; y la otra es inhibitoria, y se debe a la acción de cada elemento vecino en dicho elemento, y donde entonces la suma total de estos productos a lo largo de la red darán como resultado el efecto inhibitorio que la red ejerce sobre el elemento r .

Mach concluyó que la red neuronal en la retina, debe ser concebida como compuesta por redes elementales, en donde cada red cuenta con una componente central excitatoria rodeada por una componente inhibitoria que disminuye con la distancia.

Es entonces que en un sistema visual, en las diferentes capas neuronales de la retina, ocurre un proceso de interdependencia entre los elementos que forman la retina, siendo dicha interdependencia una influencia inhibitoria recíproca, proporcional a la excitación que cada elemento recibe y que disminuye según se propaga lateralmente en la red neuronal que constituye la retina. Dicho proceso realiza la transformación de la información óptica recibida, mediante la cual su parte más importante y significativa se mantiene y es realizada, y donde un número de detalles menos significativos son suprimidos, es decir

ciertas características son resaltadas, facilitando con ello la percepción y reconocimiento de formas y movimientos. Dicho proceso es conocido como inhibición lateral.

Por lo tanto, ya que las franjas de Mach ocasionadas por la inhibición lateral tienen como fin el resaltar ciertas características de forma en los objetos observados, resulta natural que se busque aprovechar este fenómeno y que a partir de este se busque encontrar un método de reconocimiento de formas. Este método obviamente necesitaría que las imágenes de los objetos analizados presentaran las franjas de Mach, que como ya se ha visto, se deben a un fenómeno subjetivo ocasionado por nuestro sistema visual, y por lo que tendrían que ser entonces, simuladas, es decir, construidas a partir de algún procedimiento. Justamente un programa realizado por Kurz y Cabello (Ver 9) realiza la simulación de la inhibición lateral en la imagen de figuras, es decir, da lugar a la aparición de las franjas de Mach. En este procedimiento la imagen digitalizada de un objeto colocado sobre un fondo de diferente brillantez es el dato de entrada que después de aplicado el proceso, se traduce en una imagen de salida, donde aparecen las franjas de Mach.

Dicha simulación se hace por computadora, lo cual permite el análisis punto por punto de la distribución de luz recibida en la retina y de su transformación por inhibición lateral.

Cuando la imagen de una figura es transformada a través de la inhibición lateral, los efectos que dicha transformación provocan (la formación de las franjas de Mach), resultan de gran utilidad, pues a través de estos es posible obtener información de dicha figura con facilidad. Es posible, determinar el contorno de la figura, determinar la posición de los vértices (en el caso de ser una figura poligonal), obtener los datos esenciales de orientación y determinar los ejes principales. De hecho la simulación de la inhibición lateral justamente pretende imitar el comportamiento de la retina en la observación de figuras. Dicho comportamiento es justamente el que hace que ciertas características de forma de la figura observada sean resaltadas y fácilmente identificables para quien las observa.

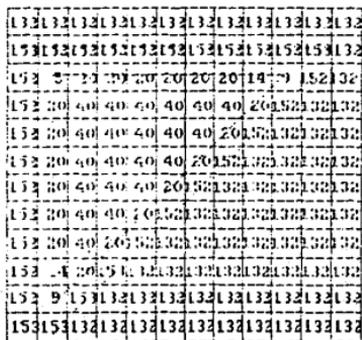
Un ejemplo de como dichas características de forma en una figura son resaltadas en una imagen a la que se ha transformado por la simulación de inhibición lateral, es la imagen de un triángulo situado en un fondo blanco. Considerando el procedimiento mencionado de simulación, la imagen transformada de dicha figura está representada por una matriz M , donde a cada elemento de la matriz se le ha hecho corresponder un valor entero obtenido a través de la resta que se efectúa sobre el valor entero de la excitación en dicho elemento, de el valor entero de la inhibición provocada por todos los elementos vecinos (figura 33). Dicha figura muestra el aspecto de las franjas de Mach en polígonos. En dicha figura la distribución de la luz toma un valor constante de 200 (para el fondo) y un valor de 40 (para la figura).

Como se puede observar de la figura 33) las franjas de Mach aparecen a una distancia igual del contorno y son paralelas a los lados. Dichas franjas son fácilmente identificables, ya que como se mencionó antes, las franjas de Mach que resultan para una distribución en la que se presentan dos áreas adyacentes uniformes de diferente nivel de iluminación, en este caso dichas áreas son la figura y el fondo en que se encuentra, tienen dos niveles de iluminación, uno más brillante que el nivel del área más brillante y otro más oscuro que el nivel del área más oscura. De manera que si la figura tiene un nivel de iluminación bajo (40) y el fondo un nivel de iluminación alto (132), dichas franjas se presentan como líneas con un nivel de iluminación más alto (152) que el nivel del fondo y como líneas con un nivel de iluminación más bajo (20) que el nivel de la figura. Los valores máximos de las franjas brillantes (152) se encuentran localizados en el centro de cada uno de los lados y los valores mínimos (5,9,14), correspondientes a las franjas oscuras, se encuentran localizados en los vértices de la figura.

A través de el anterior ejemplo, es fácil notar como las franjas de Mach obtenidas, efectivamente resaltan el contorno de una figura, y en el caso de una figura poligonal, no solo resaltan el contorno, si no también los vértices y los puntos medios de los lados. Es por ello evidente que es posible la aplicación de este procedimiento de simulación de la

Figura 33.

Franjas de Mach en la imagen de un polígono al que se le aplicó la inhibición lateral.



Franja brillante

Franja obscura

inhibición lateral en el reconocimiento de figuras, y de una manera sencilla. El procedimiento de reconocimiento que permite encontrar las características de forma usando dicha simulación se expresa a continuación.

El procedimiento de reconocimiento igual que el sugerido en el capítulo II se basa en la obtención de tres características de forma: el momento invariante, el factor de compactación y el número de Euler. Sin embargo en este caso dichas características se obtienen a partir de diferentes algoritmos. Partiendo del hecho de que se cuenta con la imagen de una figura a la que se le ha aplicado la inhibición lateral, es decir, partiendo de que se cuenta con una matriz M que ha sido obtenida de la imagen digitalizada original de la figura, representada por la matriz K , a partir del procedimiento de simulación de la inhibición lateral. Por lo que dicha matriz M presenta explícitamente a las franjas de Mach.

Los tres algoritmos aprovechan las ventajas que ofrecen las franjas de Mach presentes en la matriz M , de modo que se espera que la obtención de las características no solo sea sencilla si no rápida.

La matriz M (representando a la imagen de la figura de la que se desean obtener las características de forma) es el dato de entrada para los algoritmos y se considera que sus dimensiones son de N_1 renglones por N_2 columnas.

1. OBTENCIÓN DEL MOMENTO INVARIANTE.

Para la obtención de esta característica el algoritmo utilizado es exactamente el mismo que el mencionado en el capítulo II, pero con una pequeña variante.

Debido a la definición de momento invariante de una figura, las regiones en la imagen que no contengan a la figura no deben de tener peso en el cálculo, en tanto que la región en la imagen, que contenga a la figura debe de tener un peso uniforme en el cálculo. Es por ello que al recorrer la matriz M , cada vez que se encuentre un elemento que

corresponda a una región que no contiene a la figura, el peso que se le debe dar es de cero; mientras que cada vez que se encuentre un elemento que corresponda a una región que contiene a la figura se le debe dar un peso (por simplicidad) de uno. De este modo, el valor que toman las variables A, B, y C, definidas en el algoritmo sugerido en el capítulo II, resulta ser el mismo que el que en este procedimiento adquieren.

Para calcular el momento invariante es entonces importante aclarar cómo es que se puede saber, a partir de la matriz M, que elementos pertenecen a la figura y que elementos pertenecen al fondo. Para contestar a ello, solo es necesario observar los valores numéricos de la matriz M y recordar que la región que corresponda a la figura tendrá un nivel prácticamente uniforme y bajo, y que la región que no corresponda a la figura tendrá un nivel prácticamente uniforme y alto. Donde, como el contraste entre ambos niveles es alto, es posible hacer la separación de las regiones simplemente bajo la elección de un valor umbral que separe a los valores numéricos de los elementos de la matriz M.

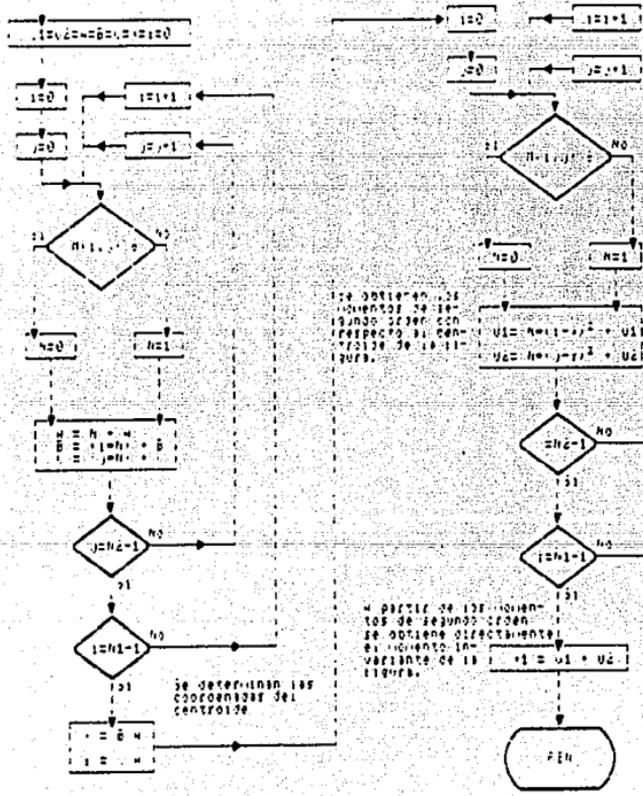
En este caso el valor numérico que toman los elementos que corresponden a la figura es siempre menor que 8, mientras que el valor numérico que toman los elementos que no corresponden a la figura es siempre mayor que 23. Por lo tanto el algoritmo sugiere, simplemente, que cada vez que en el recorrido de la matriz, el elemento que se encuentre tenga un valor numérico mayor que 8, se le de un peso de cero en el cálculo del momento invariante; mientras que cada vez que se encuentre en el recorrido de M, un elemento cuyo valor asociado sea menor o igual que 8, se le de un peso de uno en el cálculo de el momento invariante.

Con la anterior asignación, y procediendo como en el algoritmo mencionado en el capítulo II, se obtiene fácilmente el momento invariante de la figura considerada.

El algoritmo que permite obtener el momento invariante de la figura considerada se esquematiza en la figura 34).

n-1, j = "matriz
 imagen" a la que
 se va aplicando
 la transformación
 inversa.

Figura 34).
 Para el cálculo
 de la inversa.



2. OBTENCION DEL FACTOR DE COMPACTACION, LA POSICION DE LOS VERTICES Y LA LONGITUD DE LOS LADOS.

El siguiente algoritmo pretende la obtención de la posición de los vértices, la longitud de los lados y el factor de compactación en una figura poligonal. La obtención del factor de compactación, permite contar con un parámetro de comparación eficiente, que permitirá el reconocimiento de una figura o un objeto; ya que el factor de compactación es una característica de forma invariante ante transformaciones elementales.

La obtención de la posición de los vértices podría parecer una operación innecesaria, sin embargo no lo es. El obtener dicha característica ciertamente no permite realizar la identificación de figuras en una forma indirecta (como se explicó en el capítulo II) es decir, no permite identificar a una figura como una de las que forman un grupo, debido a que la posición de los vértices cambia con ciertas transformaciones. Pero como ya se ha explicado, en un momento dado, el dar a conocer la posición de una figura puede facilitar tareas como la de recolección, además, contar con la posición de los vértices permite bajo algún programa de programación determinar el contorno de la figura. Por otro lado si se conoce la posición de los vértices se puede conocer la longitud de los lados de la figura y en base a estos y a la posición relativa de los vértices, es posible identificar a una figura directamente, es decir, identificarla en base al número de lados y la dirección relativa de estos.

2.1 OBTENCION DE LA POSICION DE LOS VERTICES DE LA FIGURA.

Para encontrar los vértices de una figura poligonal a partir de la matriz M (obtenida por simulación de inhibición lateral), todo lo que se tiene que hacer es encontrar los mínimos y máximos en las franjas de Mach formadas en la imagen de la figura y fácilmente detectables en la matriz, por ser líneas (en este caso sobre el contorno) con nivel de iluminación menor que el nivel uniforme correspondiente a la región donde se

encuentra la figura.

Observando la matriz M se puede ver que existen dos regiones con niveles de iluminación uniformes, uno alto (mayor a 23) correspondiente al fondo y otro bajo (igual a 8) correspondiente a la figura. Dentro de esta región (justamente en el contorno de la figura), se encuentran líneas con un nivel de iluminación ligeramente menor (5 o 6) y que corresponden a las franjas de Mach. En la intersección de estas líneas se presentan puntos singulares máximos (7) o mínimos (menores o iguales a 4) y que justamente dan la posición de vértices en la figura.

El procedimiento que permite la obtención de la posición de los vértices de la figura es el siguiente:

Se recorre toda la matriz M buscandose los siguientes valores asociados a sus elementos:

1) Se buscan todos los elementos que presenten un valor menor que cuatro. Cada vez que se encuentra dicho elemento, se ha encontrado un vértice de la figura y se almacena en dos vectores X10 y Y10, que son las coordenadas de el elemento o celda encontrada como vértice.

2) Se buscan todos los elementos que presenten un valor igual a cuatro. Cada vez que se encuentra un elemento con dicho valor, es posible que se trate de un vértice, es por ello que se pregunta si alguno de sus vecinos en el sentido de conectividad cuatro (ver generalidades) tiene un valor menor que cuatro. Si esto es cierto, entonces el elemento encontrado no es realmente un vértice, si no un vecino de un vértice por lo que se debe continuar el recorrido de la matriz. Pero si esto no es cierto, entonces se ha encontrado un vértice y se almacenan en dos vectores X10 y Y10 las coordenadas de el elemento o celda encontrada como vértice.

3) Se buscan todos los elementos que presenten un valor igual a siete. Cada vez que se encuentra un elemento con dicho valor, es posible que se haya encontrado un vértice, y esto sólo se puede averiguar a partir de los elementos vecinos. Cada vez que ocurre que un vértice está localizado

en un elemento cuyo valor numérico es de siete, ocurre que se trata de un vértice cóncavo (ver algoritmo 2.B, capítulo II) sucediendo además que uno de las celdas o elementos vecinos resulta tener un valor ligeramente mayor (mayor que 27) al valor que se presenta uniformemente (24) en la región que corresponde al fondo. Esto sucede por que siempre cerca de la franja oscura de Mach se encuentra paralela a esta la franja brillante de Mach.

Es por ello que siempre que se encuentre un elemento o celda A cuyo valor numérico sea de siete, se pregunta si alguno de los elementos vecinos localizados en las posiciones 1, 3, 5 o 7 (de acuerdo al criterio de conectividad ocho) respecto al elemento A, tiene un valor numérico mayor que 27; Si esto es cierto, entonces se ha encontrado en la posición que ocupa el elemento A un vértice y se almacenan en dos vectores X10 y Y10 las coordenadas de el elemento encontrado como vértice. Si esto es falso, entonces en realidad no se ha encontrado un vértice en la posición del elemento o celda A. Se ha encontrado un elemento de contorno, o cercano al contorno, y cuya posición no es de interés.

Este procedimiento se sigue hasta que se haya recorrido totalmente la matriz M. De este modo, al terminar el recorrido, se tienen almacenados en dos vectores las coordenadas de todos los vértices de la figura. Además con ayuda de un contador U1 se cuenta el número de vértices.

UBIENCIÓN DE LA LONGITUD DE LOS LADOS.

Una vez que se cuenta con las coordenadas de los vértices de la figura, es posible encontrar la longitud de sus lados. Sin embargo el siguiente algoritmo permite solamente encontrar la longitud de lados cuya longitud no sea menor de tres elementos o celdas y permite encontrar la longitud de los lados sin error si es que en la figura no existen concavidades.

El procedimiento que permite encontrar la longitud de los lados es el siguiente:

Se recorren las componentes de los vértices almacenadas en los vectores

X10 y Y10 y a partir de la definición de distancia entre dos puntos (ver generalidades), se calcula la longitud de los lados entre vértices consecutivos (ver generalidades).

Se utilizan las siguientes fórmulas recurrentes para obtener la longitud de los lados:

$$L4 = X10(J-k) - X10(I) \quad \dots 3.9)$$

$$L5 = Y10(J-k) - Y10(I) \quad \dots 3.10)$$

$$L(J) = \sqrt{(L4)^2 + (L5)^2} \quad \dots 3.11)$$

Desde el segundo (J=2) hasta el penúltimo vértice (J=Q1-1), el valor de k es igual a cero y el valor de I es igual a J+2. Esto permite encontrar la longitud de los lados L(2) hasta L(Q1-1). Con ayuda del primer (J=1) y el último (J=Q1) vértice, se obtiene la longitud del primer lado L(1), para este caso el valor de k es igual a uno y el valor de I es igual a J. Finalmente con la ayuda del penúltimo (J=Q1-1) y el último (J=Q1) vértice, se obtiene la longitud del último lado L(Q1), para este caso el valor de k es igual a Q1-2 y el valor de I es igual a J-1+1.

Una vez que se ha recorrido a todos los vértices y se han calculado las longitudes entre vértices consecutivos, entonces estas longitudes son almacenadas en un vector L y la unidad de longitud usada es la longitud que presenta cada celda o elemento. La longitud del i-ésimo lado es reportada entonces, como de L(i) + i elementos o unidades lineales.

Cabe aclarar que el hecho de que se obtenga la longitud de los lados a partir de la distancia entre vértices consecutivos, obtenidos a partir de un barrido de la imagen de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha, hace que la presencia de concavidades en la figura lleve al cálculo equivocado de alguno de los lados. Esto significa que este procedimiento solo permite la obtención de los lados de la figura si esta es convexa. Esto, sin embargo no es un inconveniente, ya que el reconocimiento directo de figuras solo se hace para figuras convexas y el reconocimiento indirecto no considera en ningún momento estas longitudes.

OBTENCIÓN DEL FACTOR DE COMPACTACIÓN.

Obtención del perímetro: Para la obtención del factor de compactación, es necesario primero la obtención del perímetro. Dicha característica de forma es fácilmente obtenible para el caso de contar con una matriz M que ha resultado de la aplicación de la simulación de la inhibición lateral a la matriz imagen de una figura. Ya que en dicha matriz, la presencia de las franjas de Mach hacen evidente el contorno de la figura.

En este caso la matriz M de cualquier figura presenta al contorno de dicha figura a través de una franja de bajo nivel de iluminación prácticamente uniforme (valor numérico menor a ocho). Esto hace posible que el simple conteo de las celdas o elementos matriciales cuyo valor numérico entre dentro de ese nivel de iluminación, nos lleve directamente a la determinación de el perímetro de la figura considerada en unidades lineales.

De hecho la determinación de el perímetro obedece al siguiente procedimiento:

Se recorre la matriz M y con ayuda de una serie de contadores se determina los elementos de imagen que corresponden al contorno de la figura. Cada contador tiene la tarea de determinar el número de elementos o celdas que siendo parte del contorno de la figura obedezcan a una determinada clasificación. Podría pensarse que un simple conteo de los elementos de contorno (elementos que determinan el contorno de la figura) sería suficiente para determinar el perímetro de la figura, sin embargo esto no es tan cierto, ya que un elemento de contorno contribuirá en forma diferente al perímetro de la figura, dependiendo de su posición en el contorno de la figura. Un elemento o celda que se encuentre localizado en un lado paralelo a los renglones o columnas, de la matriz que representa a la figura, tiene una contribución diferente al perímetro, a la de un elemento que se encuentre en un lado no paralelo a los renglones o columnas matriciales, y a la de un elemento localizado en un vértice.

Para determinar el perímetro de una figura simplemente se debe determinar el número de elementos de contorno de la figura que obedecen a cierta clasificación. Donde dicha clasificación se hace de acuerdo a la localización de los elementos o celdas en el mismo contorno. Dado que cada elemento que obedezca a cierta clasificación contribuirá de una manera específica al perímetro de la figura, simplemente entonces, para determinar el perímetro solo deben de sumarse todas las diferentes contribuciones hechas por todos los elementos o celdas de contorno.

Si se considera a cada elemento matricial, a cada celda o elemento, como una unidad cuadrada de área, es decir, si se considera que un elemento de la matriz imagen esta formado por cuatro unidades lineales, entonces, la contribución que los diferentes elementos o celdas hacen al perímetro de la figura, está dada en dichas unidades lineales, a las que simplemente se les llama así. Es decir una figura con un perímetro de 25 unidades lineales es reportada simplemente como una figura con un perímetro de 25 unidades.

Las diferentes contribuciones hechas por cada elemento o celda de contorno al perímetro de una figura, de acuerdo a su localización en dicho contorno ha determinado que los elementos o celdas de contorno se clasifiquen de la siguiente manera:

1) Celdas o elementos que forman parte de lados paralelos a los renglones o columnas de la matriz. Cada elemento contribuye al perímetro en (1) unidad lineal.

2) Celdas o elementos que forman parte de lados no paralelos a los renglones o columnas de la matriz imagen: Cada elemento contribuye al perímetro en ($\sqrt{2}$) unidades lineales.

3) Celdas o elementos que constituyen vértices rectos convexos: Cada elemento contribuye al perímetro en (2) unidades lineales.

4) Celdas o elementos que constituyen vértices agudos, donde ninguno de los lados que determinan el vértice es paralelo a ninguno de los ejes:

Cada elemento contribuye al perímetro en $2(\sqrt{2})$ unidades lineales.

5) Celdas o elementos que constituyen vértices obtusos (los lados que lo determinan forman un ángulo obtuso): Cada elemento contribuye al perímetro en $(\sqrt{2})$ unidades lineales.

6) Celdas o elementos que constituyen vértices agudos donde uno de los dos lados que determinan al vértice es paralelo a uno de los ejes: Cada celda contribuye al perímetro en $(\sqrt{2} + 1)$ unidades lineales.

Los diferentes valores numéricos que se presentan en la matriz imagen permiten determinar cuantos elementos en la matriz corresponden a elementos de contorno y cuantos de estos corresponden a cada una de las diferentes clasificaciones mencionadas, debido a que la imagen (obtenida a partir de la simulación de la inhibición lateral) presenta por la presencia de la franjas de Mach un comportamiento regular. Es decir, que mediante la simple identificación de los diferentes niveles (valores numéricos) en los elementos de la imagen, se puede determinar donde se encuentran cada una de las diferentes categorías de celdas o elementos de contorno, ya que determinados valores numéricos (2, 3, 4, 5, 7, 26 y 29) van a anunciar de una u otra forma la presencia de un elemento de contorno.

Los contadores utilizados para detectar los diferentes elementos o celdas de contorno, son los siguientes: Q3, que cuenta los elementos con un nivel de 5; Q5, que cuenta los elementos con un nivel de 7; Q6, que cuenta los elementos con un nivel de 29; Q7, que cuenta los elementos con un nivel de 26; Q8, que cuenta los elementos con un nivel de 3; Q9, que cuenta los elementos con un nivel de 2; y Q10, que cuenta los elementos con un nivel de 4.

En base a esos contadores y de acuerdo a como se presentan dichos valores en las matrices imágenes de figuras analizadas, se determinó que el número de elementos o celdas que corresponden a cada una de las cuatro categorías antes mencionadas es posible obtenerlo en base a sencillos cálculos.

Para determinar el número de elementos (P1, P2, P3, P4 y P5) que forman parte de cada una de las categorías (1), (2), (3), (4) y (5) se utilizan una serie de relaciones que fueron encontradas a través de un análisis de la contribución que cada una de las variables contadoras (Q3, Q5, Q6, Q7, Q8, Q9, Q10) hace en el perímetro de la figura y a partir de una serie de ensayos experimentales: las relaciones encontradas se resumen en las siguientes fórmulas:

$$P1 = (Q3-Q4) + Q9 + 2Q6 \quad \dots 3.12)$$

$$P2 = Q4 \quad \dots 3.13)$$

$$P3 = Q8 - Q11 \quad \dots 3.14)$$

$$P4 = (Q7 - Q10)/2 \quad \dots 3.15)$$

$$P5 = Q7 - (Q9 + 2Q11) \quad \dots 3.16)$$

$$P6 = Q9 \quad \dots 3.17)$$

$$\text{donde } Q4 = (Q5-Q6) - (Q7/2) + (Q8) + (Q9) \quad \dots 3.18)$$

$$\text{y } Q11 = (Q7 - Q10)/2 \quad \dots 3.19)$$

En base al peso que se determinó que debía tener cada categoría de elementos o celdas, y a las fórmulas anteriores se puede determinar fácilmente el perímetro P (en unidades lineales) de la figura, a partir del siguiente cálculo:

$$P = (\sqrt{2})(P2+P5) + P1 + (2)P3 + (2\sqrt{2})P4 + (\sqrt{2}+1)P6 \text{ unidades} \quad 3.20)$$

Obtención del área: Una vez que se cuenta con el perímetro de la figura es necesario el cálculo del área de la figura para obtener su factor de compactación.

Así como el contorno de una figura es fácilmente identificable a partir de la matriz M, obtenida a partir de la simulación de la inhibición lateral, resulta aún más obvia cual es la región que ocupa la figura en dicha matriz. Como la figura está determinada por la región de la matriz

donde los elementos presentan un valor numérico prácticamente uniforme y bajo (menor o igual a 8); correspondiente a un nivel de iluminación bajo, es entonces que para determinar el área de la figura simplemente se deben determinar los elementos que forman parte de la figura de la manera siguiente:

Se recorre la matriz M y con ayuda de un contador R se determina el número de elementos o celdas que presenten un valor numérico inferior o igual a ocho. Y a partir de este valor se reporta al área de la figura como de R unidades cuadradas (un elemento o celda es considerada como una unidad de área).

Obtención del factor de compactación: Una vez que se cuenta con el área y el perímetro de la figura, el factor de compactación C se obtiene inmediatamente a partir de la relación ya conocida:

$$C = \frac{P^2}{4A} \quad \dots 3.21)$$

El algoritmo que permite la obtención del factor de compactación, la posición de los vértices y la longitud de los lados de una figura, se esquematiza en la figura 35).

3. OBTENCIÓN DE EL NÚMERO DE EULER.

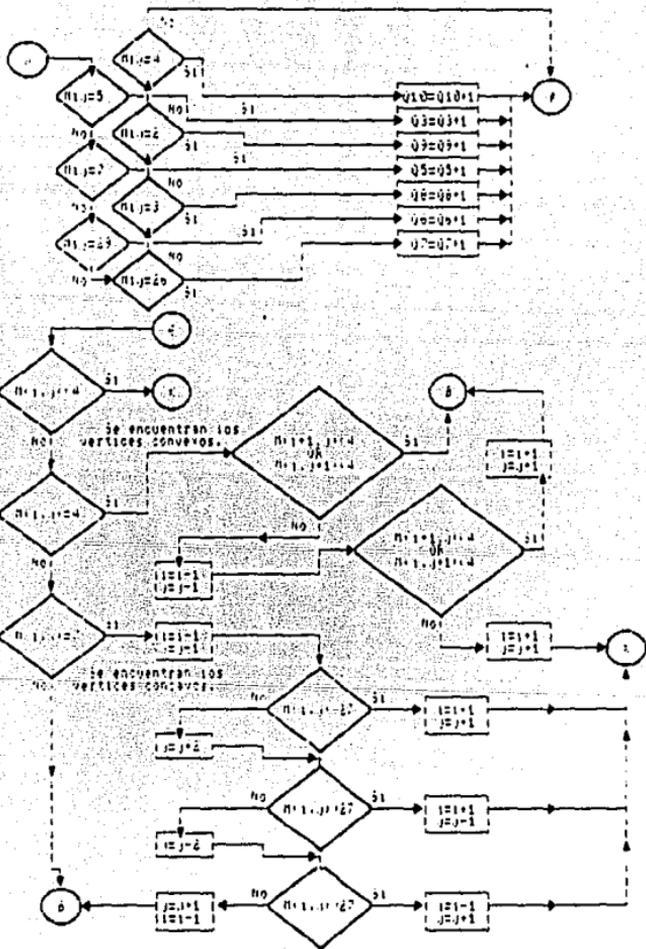
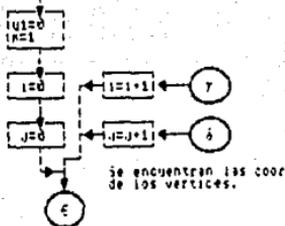
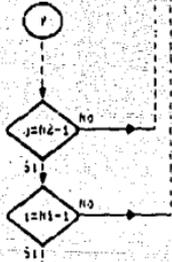
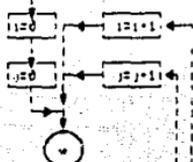
El siguiente algoritmo permite obtener la última de las características de forma, que utilizada como patrón permite la identificación o reconocimiento de figuras u objetos.

En el tercer algoritmo presentado en el capítulo II se explicó como se obtenía el número de Euler a partir de la identificación de ciertas ventanas booleanas en el barrido de una matriz binaria digitalizada y que representaba la imagen de la figura en cuestión. En esta ocasión se presenta un algoritmo que basado en la definición topológica del número de Euler en un espacio bidimensional, permite obtener dicho número de una manera sencilla, sin el uso de ventanas booleanas. Dicho procedimiento es

Figura 35a).
Para más detalle ver
apendice B).

$n1, j1$ Matriz
imagen a la que
se ha aplicado
la inhibición
lateral.

$v1=v4=v5=v6=v7=v8=v9=v10=v11=d$.



Las coordenadas de los vertices
 son almacenadas en un vector.

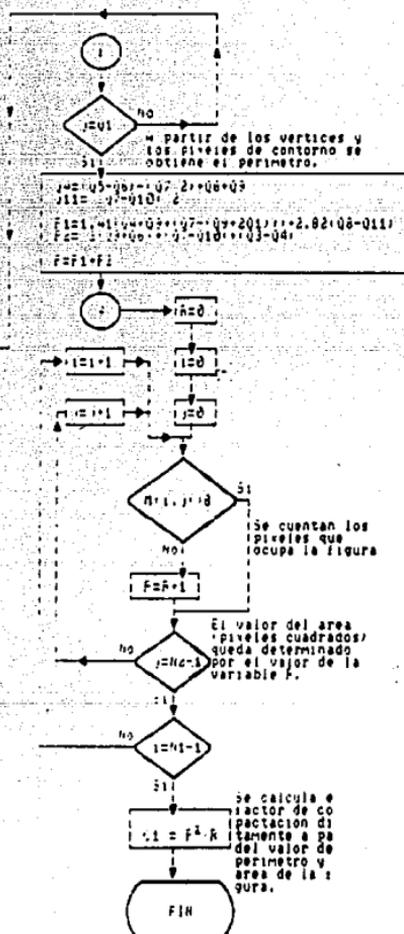
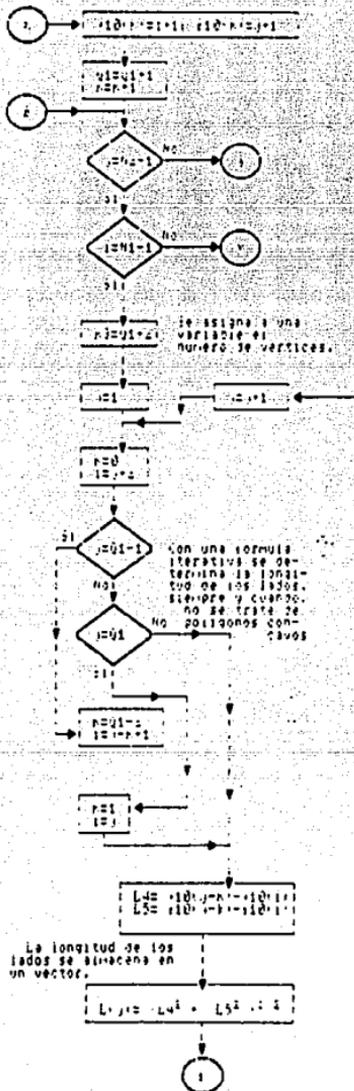


Figura 35b)
 para mayor detalle
 ver apéndice E.

el siguiente:

Recordando la definición de número de Euler, se tiene que el primer paso a la obtención de este número es el cálculo de el número de intersecciones $N(i)(X \cap \Delta(j))$ que una línea $\Delta(j)$ colocada sobre cada punto j en un eje horizontal, presenta sobre un conjunto X bidimensional (ver capítulo 1).

Considerando que la imagen de la figura está representada matricialmente, se tiene que, para hacer este cálculo, sólo se debe de hacer un barrido sobre cada columna de la matriz y averiguar cuantas veces cortaría una línea imaginaria trazada sobre dicha columna a la figura representada.

Sabiendo que para la matriz M , (obtenida por la simulación de la inhibición lateral), el valor numérico que toman sus elementos cuando estos forman parte de la región ocupada por la figura es siempre menor o igual a ocho, y que los elementos que se encuentran en la región correspondiente al fondo toman siempre un valor mayor a ocho, es entonces que para encontrar el valor $N(i)(X \cap \Delta(j))$ correspondiente a cada columna j , es decir, el número de veces que una línea imaginaria trazada sobre esa columna cruzaría o interseccionaría a la figura, se debe simplemente identificar cuantas veces, para cada columna, ocurre que al barrerla de arriba hacia abajo (o viceversa), de un punto (elemento matricial) que corresponda al fondo se pasa directamente a un punto (elemento matricial) que corresponda a la figura, es decir, cuantas veces, al barrer cada columna, ocurre que se pasa directamente de un elemento con valor mayor a ocho a un elemento con valor menor a nueve. Para poder realizar este conteo, se realiza entonces lo siguiente:

Desde la primera columna ($J=1$) hasta la última ($J=N2$), se barre cada columna desde el primer renglón ($I=1$) hasta el penúltimo ($I=N1-1$) contándose, a través de un contador $K5$, el número de veces que ocurre que inmediatamente después de un elemento cuyo valor numérico asociado es mayor a ocho, se encuentra un elemento cuyo valor asociado es menor a

nueve. El conteo n_5 obtenido para cada columna J , es asociado a ella a través de un vector $Z_i(J)$ y almacenado temporalmente.

El siguiente paso para obtener el número de Euler, una vez que ya se cuenta con el valor de $N(i)(x \cap \Delta(J))$ correspondiente a cada punto (cada columna) J en el eje, es el de proceder a encontrar el valor de $h(z)$ para cada punto en la recta. Donde recordamos que $h(z)$ está definida por :

$$h(z) = \lim_{z \rightarrow 0} (N(i)(x \cap \Delta(x)) - N(i)(x \cap \Delta(x+z))) \quad z > 0 \dots 1.9)$$

Esta fórmula en realidad pide determinar los puntos x donde la línea $\Delta(x)$ abandona al conjunto x cuando esta lo barre en una dirección, y el valor numérico que se le asocia. Esto se obtiene simplemente detectando los puntos x donde ocurre que el valor $N(i)$ que se le asocia, cambia en el siguiente punto $x+z$ (con z tendiendo a cero). Esto ocurre sólo en los puntos en los que en el barrido que la línea $\Delta(x)$ hace sobre todo el eje x , sucede que la línea abandona al conjunto x en un punto localmente convexo, (en cuyo caso el valor $h(z)$ asociado es $+1$), o localmente cóncavo, (en cuyo caso el valor $h(z)$ asociado es igual a -1).

Bajo la consideración de que se desea hacer este cálculo para una figura, cuya imagen esta representada matricialmente, el problema que se tiene de encontrar $h(z)$ en cada punto x de un eje, se transforma en el problema de encontrar $h(z)$ para cada columna J de una matriz M . Es decir, el cálculo pasa de ser un problema con valores reales, a un problema con valores enteros.

Por lo tanto para dichos valores discretos la definición 1.9) se puede plantear como:

$$h(z) = \lim_{z \rightarrow 0} (N(i)(x \cap \Delta(J)) - N(i)(x \cap \Delta(J+z))) \quad z > 0 \dots 3.22)$$

donde por tratarse de un caso discreto donde J toma valores enteros (desde 1 hasta N_2), el valor de z debe ser de 1 (por ser el entero más

pequeño mayor que cero). Sin embargo determinar las columnas J para las que $h(z)$ es distinto de cero, es decir, el determinar un límite en un conjunto discreto de números no es tan inmediato. La definición de $h(z)$, indica que en un caso real los únicos puntos en los que el valor del límite es distinto de cero, son los puntos en los que $\Delta(x)$ abandona al conjunto cuando lo barre. Por lo tanto, para obtener una equivalencia con el caso discreto, el determinar los puntos en los que $h(z)$ es distinto de cero para una imagen, representada a partir de una matriz y por tanto de un conjunto de números finito y discreto, debe traducirse en determinar para que columna ocurre que $\Delta(J)$ abandona al conjunto X cuando lo barre, lo cual se podría pensar que es simplemente determinar las columnas J de la matriz para las que ocurra que su valor asociado $N(i)$ ($Z(J)$), es diferente al valor $N(i)$ asociado a la siguiente columna $J+1$ ($Z(J+1)$), es decir se podría pensar que el determinar $h(z)$ para una columna J se traduce en la siguiente fórmula:

$$h(z) = (N(i)(X \cap \Delta(J)) - N(i)(X \cap \Delta(J+1))) \quad \dots 3.23$$

Sin embargo, no es tan simple; ya que dicho límite al ser distinto de cero, no determina solamente las columnas J para las que ocurre que $\Delta(J)$ en el barrido abandona al conjunto X , determina además las columnas J para las que ocurre que $\Delta(J)$ en el barrido entra al conjunto X . Por tanto para hacer el cálculo correcto de $h(z)$ se requiere hacer la discriminación de los casos en los que se detecta que $\Delta(J)$ entra al conjunto, lo cual se logra si se elimina a las columnas J (columnas de la matriz M) para las que se detecta que siendo $Z(J+1)$ diferente a $Z(J)$, ocurre que, para un mismo renglón i , un elemento $M(i,J)$ no resulta ser elemento de la figura (valor asociado mayor que ocho), mientras que el elemento $M(i,J+1)$ resulta ser elemento de la figura (valor asociado menor que nueve).

Puede sin embargo, ocurrir en este caso discreto, que para una columna J , la línea $\Delta(J)$ abandone al conjunto X y al mismo tiempo entre en él. En este caso, el valor $h(z)$ asociado estaría indeterminado para el caso discreto y el cálculo del número de Euler que se pretende puede ser equivocado. Sin embargo los casos donde ocurre que un punto sea tanto de

salida como de entrada corresponden a figuras complejas. Es por tanto que el procedimiento ignora estos casos ya que el considerarlos haría del algoritmo un procedimiento poco práctico.

Es entonces que si se obtienen todos los valores $h(z)$ diferentes de cero es posible calcular el número de Euler: simplemente sumando todos los valores de $h(z)$ (distintos de cero) encontrados:

Entonces el proceso se puede enunciar de la siguiente manera:

Desde la primera columna ($J=1$) hasta la última ($J=N2$), se pregunta para que columna J , ocurre que la componente asociada del vector Z es diferente a la componente del vector Z asociada a la columna siguiente $J+1$, y se calcula la variable h asociada a la columna J a partir de la siguiente fórmula:

$$h = Z(J) - Z(J+1) \quad \dots 3.24$$

Dicho valor es asociado a la columna J a partir de un vector h . Que es almacenado.

Se elimina el caso en que siendo $Z(J) > Z(J+1)$, suceda que para alguna l , $M(l, J)$ sea mayor que ocho, siendo $M(l, J+1)$ menor que nueve. Es decir, que para este caso (punto de entrada a la figura), no se calcula $h(z)$.

Una vez que se cuenta con los valores $h(z)$ para todos los puntos en el eje, donde en realidad, solo en las columnas J donde $\Delta(J)$ abandona la figura al barrerla (puntos de salida) el valor de $h(z)$ resultó diferente de cero, es posible entonces calcular el número de Euler: simplemente sumando todos los valores de $h(z)$ encontrados:

$$E = N(z) = \sum h(z) (J) \quad \dots 1.10$$

donde la suma corre sobre todos las columnas (puntos) J donde $h(z)$ es diferente de cero.

Entonces, el procedimiento es el que sigue:

Desde la primera componente obtenida para el vector h hasta la última, se realiza su sumatoria y el valor obtenido se reporta como el número de Euler asociado a la figura en cuestión.

El algoritmo que permite la obtención de el número de Euler se esquematiza en la figura 301.

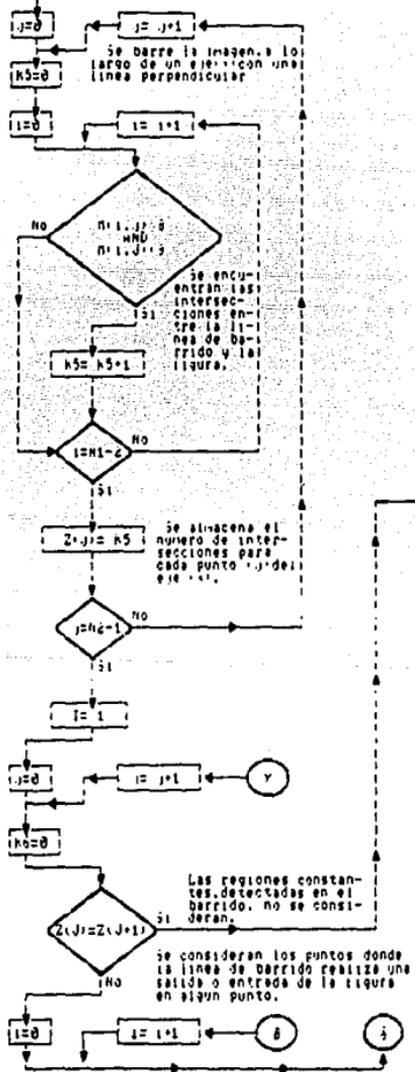
RECONOCIMIENTO DE FIGURAS A PARTIR DE TRES CARACTERÍSTICAS DE FORMA ORIENTADAS A PARTIR DEL VECTOR DE LAS FECHAS DE NA

Una vez expuestos los algoritmos que permiten el cálculo de una serie de características de forma para figuras u objetos, es posible determinar un procedimiento que permita el realizar el reconocimiento indirecto o directo de una figura incógnita.

El procedimiento que permite reconocer figuras cuya imagen se encuentra expresada a través de una matriz M , obtenida de la simulación de la inhibición lateral aplicada a una matriz imagen K original, es exactamente el mismo que el expresado en el capítulo II, sólo cambian los algoritmos de obtención de las características para la figura que se desea identificar. Los tres algoritmos de obtención de características de forma pasan de ser los enunciados en el capítulo II a ser los enunciados en este capítulo III, pero las cuatro opciones de reconocimiento son las mismas, y la manera en que se realiza el reconocimiento es la misma. Es por ello que es imprescindible repetir dicho procedimiento.

$N_{i,j}$ matriz imagen a la que se le va aplicando la inhibición lateral.

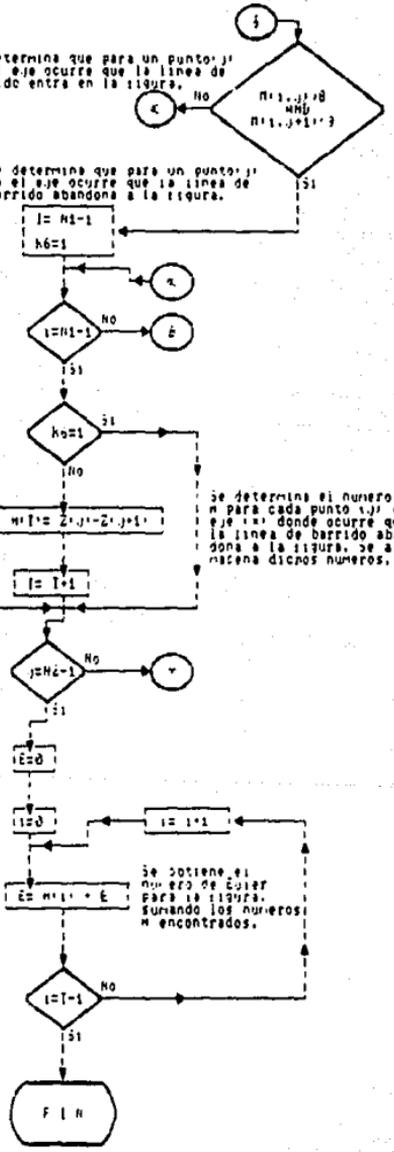
Figura 36).
Para más detalle ver apéndice B).



Se determina que para un punto j en el eje ocurre que la línea de barrido entra en la figura.

Se determina que para un punto j en el eje ocurre que la línea de barrido abandona a la figura.

Se determina si número M para cada punto j del eje i donde ocurre que la línea de barrido abandona a la figura, se almacena dichos números.



IV RESULTADOS.

Una vez que se han presentado dos procedimientos que permiten realizar el reconocimiento de figuras a partir de la comparación de sus características de forma, se realiza a continuación la comparación entre ambos métodos en base a los resultados que arrojan, siendo los aspectos de comparación la efectividad y la rapidez del método.

Los procedimientos anteriormente presentados son idénticos en el método que siguen para realizar el reconocimiento de una figura ya sea indirectamente (al etiquetarla como una de las figuras constituyentes de un conjunto) o directamente (al etiquetarla por el número de lados que tiene y la posición relativa de estos; cuando se trata de un polígono). Ambos métodos realizan la identificación de la figura en cuestión a partir de la obtención de tres características de forma: Momento invariante, factor de compactación y número de Euler. Sin embargo, la obtención de estas características se realiza de modo diferente en ambos métodos y es ahí donde radica su diferencia.

En el primer procedimiento la obtención de las características se hace básicamente a partir del uso de ventanas booleanas, mientras que en el segundo procedimiento la obtención de las características se hace a partir de las franjas de Mach, obtenidas como un efecto de la simulación de la inhibición lateral en la imagen.

El primer procedimiento (basado en el uso de las ventanas booleanas), está constituido por una serie de algoritmos que en general han sido ya antes sugeridos por otros autores y que han constituido una respuesta al problema de reconocimiento de figuras, en tanto que el segundo procedimiento (basado en el uso de las franjas de Mach), nunca antes había sido sugerido por otro autor para dar respuesta al mismo problema.

En este capítulo se pretende presentar los resultados que arrojan ambos procedimientos en el reconocimiento de figuras. Buscando sobre todo

mostrar la efectividad de ambos procedimientos y su rapidez, para de esta manera poder determinar la conveniencia de un método sobre otro, en determinadas circunstancias.

Para la presentación de los resultados se realizó la identificación de ocho figuras distintas. Con el fin de que sea posible una comparación entre ambos métodos, se realizó la identificación de las mismas ocho figuras tanto directamente como indirectamente. Para el caso del reconocimiento directo se utilizó, en ambos métodos, la opción 1) y para el caso del reconocimiento indirecto se utilizó, en ambos métodos, la opción 4), siendo necesario para este caso, obviamente la creación de un archivo de comparación que se creó de acuerdo a la opción 2) y que constó de las características de forma de las ocho figuras involucradas.

Para el reconocimiento directo, la identificación de las ocho figuras incógnita se basó en el reconocimiento de su geometría, bajo la suposición de que dichas figuras son polígonos; ya que son etiquetadas de acuerdo al número de lados, su longitud y la posición relativa de estos.

Para el reconocimiento indirecto, fue considerado un conjunto de ocho figuras, a partir del cual fue creado un archivo consistente de las características de forma de dichas figuras, de modo que la identificación de una figura incógnita se basó en la comparación de sus características con las de las figuras del conjunto, de modo que fuera identificada como una de las figuras del conjunto. Dicha identificación indirecta se realizó, considerando a cada una de las ocho figuras del conjunto como una figura incógnita, y efectuando su reconocimiento a partir de su comparación con el archivo creado con las mismas ocho figuras.

Las ocho figuras consideradas, que arrojaron los resultados para ambos métodos, y el valor de sus características de forma, invariantes ante transformaciones elementales, son las que a continuación se presentan en la siguiente lista y en la figura 37):

Figura 37)
Figuras involucradas en la prueba
de reconocimiento.



Figura 1



Figura 2

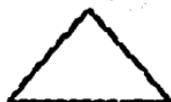


Figura 3



Figura 4



Figura 5



Figura 6

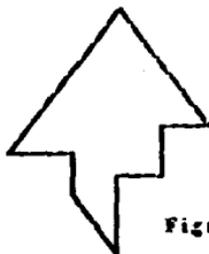


Figura 7



Figura 8

Figura 1): Cuadrado.

Momento invariante: 1080

Factor de compactación: 16

Número de Euler: 1

Figura 2): Triangulo Rectángulo.

Momento invariante: 440

Factor de compactación: 22.68934

Número de Euler: 1

Figura 3): Triángulo isósceles.

Momento invariante: 3230

Factor de compactación: 23.92198

Número de Euler: 1

Figura 4): Rombo.

Momento invariante: 2128

Factor de compactación: 19.632651

Número de Euler: 1

Figura 5): Hexágono.

Momento invariante: 1540

Factor de compactación: 15.838894

Número de Euler: 1

Figura 6): Octágono.

Momento invariante: 1492

Factor de compactación: 13.47256

Número de Euler: 1

Figura 7): Polígono irregular (Nonágono).

Momento invariante: 1696.124

Factor de compactación: 26.485824

Número de Euler: 1

Figura 8): Iuerca.

Momento invariante: 16232.43

Factor de compactación: 38.4

Número de Euler: 0.

Ambos métodos de reconocimiento han sido traducidos en dos programas en lenguaje BASIC, de modo que el reconocimiento de figuras por ambos métodos es la ejecución de dichos programas en computadora. El programa que realiza la identificación de figuras a partir del uso de ventanas booleanas, es decir, a partir del primer método, ha sido bautizado por RCF2 (Apéndice A), en tanto que el programa que realiza el reconocimiento de figuras a partir del uso de las franjas de Mach, es decir, a partir del segundo método, ha sido bautizado por RCF3 (Apéndice B). Los procedimientos de reconocimiento fueron realizados a través de una computadora personal modelo AT-286. Las imágenes analizadas están representadas por arreglos matriciales cuyas dimensiones van desde arreglos de celdas de 13 x 13 hasta arreglos de 21 x 36. Cada celda de las imágenes representadas, en su representación gráfica, presenta una dimensión aproximada de 0.5 cm. x 0.7 cm.

Para poder entender más claramente como es que los dos métodos obtienen las características de formas de las figuras, se presenta a continuación un ejemplo, donde se muestra explícita y gráficamente como es que los algoritmos de los métodos considerados permiten obtener dichas características de forma. Para ello se consideró una de las figuras de las pertenecientes al conjunto considerado en este trabajo. Se consideró a la segunda figura, un triángulo rectángulo.

El primer método, aquel que considera el uso de ventanas booleanas, requiere que la imagen de la figura considerada sea una imagen binaria digitalizada. Las matrices imagen que determinan a las ocho figuras involucradas se encuentran representadas en el apéndice C.

En el ejemplo, la imagen considerada es la representada en la figura 38), (representada por un arreglo de celdas de 13 x 13), donde es claro que los elementos que forman parte de la figura tienen un nivel de uno.

mientras que los elementos que forman parte del fondo tienen un valor de cero. El método requiere la obtención de las características de forma en el siguiente orden:

Obtención del momento invariante.

La obtención del momento invariante exige primero la obtención del centroide de la figura, para ello, se da primero un mismo peso a cada elemento que contiene a la figura (1), y un peso nulo (0) a cada elemento que no contiene a la figura, y después se aplican las fórmulas recursivas 2.7), 2.8) y 2.9), para que a partir de estas se obtengan a partir de las fórmulas 2.10) y 2.11) las coordenadas del centroide (dichas coordenadas y las de cualquier elemento de la imagen están referidas a la posición que tiene dicho elemento, como elemento matricial, en la matriz imagen). En este caso los resultados son:

$$A = 45 \quad B = 375 \quad C = 255 \quad \text{con lo que:}$$

$$x = 375/45 = 8.333$$

$$y = 255/45 = 5.666$$

por lo que las coordenadas del centroide son: (8.333, 5.666) (Ver figura 39).

A partir del centroide se obtiene el momento invariante con el uso de las fórmulas 2.12), 2.13) y 2.14), recordando que cada elemento que contiene a la figura tiene un peso de uno, en tanto que los elementos del fondo tienen un peso de cero. El momento invariante para el ejemplo es de: 440.

Obtención del factor de comparación:

Obtención de los vértices convexos:

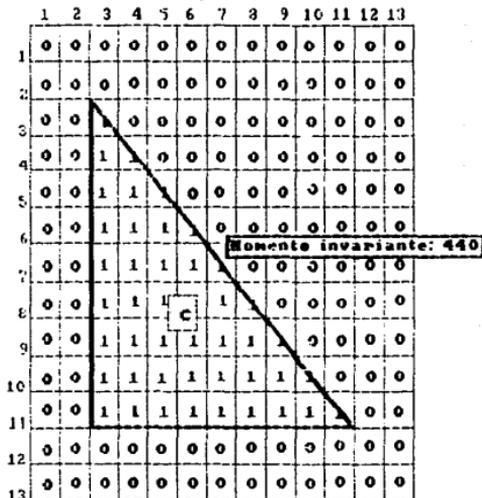
Para obtener los vértices convexos de la figura se recorre la imagen de izquierda a derecha y de arriba a abajo hasta encontrar el primer elemento o celda con valor de uno. Dicho elemento corresponde al primer vértice. En el ejemplo dicho elemento tiene las coordenadas de: (3,3), (ver figura 40).

Se obtiene la posición del segundo elemento de contorno preguntando por el valor de los elementos vecinos al vértice detectado, colocados en las

Figura 39).

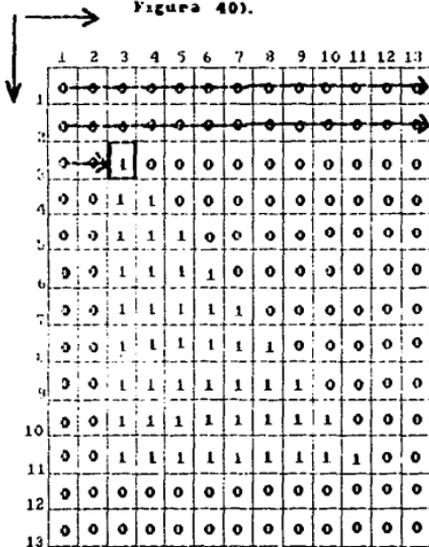
Al hacerse la imagen y al darle un mismo peso a cada elemento que contiene a la figura, se obtiene el centroide.

Centroide: (8.33,5.66)



A partir del centroide se calcula el momento invariante de la figura, que depende de la posición relativa al centroide de cada elemento de la figura.

Figura 40).



posicion del primer vertice: (3,3)

posiciones 3, 4, 5, 6, 7 u 8. (ver figura 3), las celdas se examinan en ese orden hasta encontrar el primer elemento cuyo valor sea uno. En el ejemplo el segundo elemento de contorno tiene coordenadas de: (4,4). (ver figura 41).

Se obtiene la posición del siguiente elemento o celda de contorno preguntando por el valor de los elementos vecinos situados en las siguientes direcciones y siguiendo este orden: dirección contraria a la dirección anterior encontrada, más una dirección en el sentido de giro de las manecillas del reloj. El primer elemento cuyo valor sea de uno es el siguiente elemento de contorno, y la dirección en que fue encontrado se anota. En el ejemplo el siguiente elemento encontrado tiene coordenadas de: (5,5). (ver figura 42).

Si siguiendo este proceso se encuentran todos los elementos de contorno. En el momento en que se detecta un cambio de dirección, se encuentra un vértice. En el ejemplo el siguiente vértice encontrado tiene coordenadas de (11,11) que es donde se detecta el cambio de dirección (ver figura 43). El proceso de seguimiento del contorno continúa hasta que se regresa al primer vértice. Todos los cambios de dirección son anotados y considerados los elementos donde se detecta ese cambio como los vértices convexos de la figura. (ver figura 44).

En el ejemplo los vértices encontrados tienen las coordenadas de (1,3), (11,11) y (11,3).

Obtención de los vértices cóncavos:

Cuando una figura presenta concavidades, el seguimiento de el contorno a partir del método anteriormente presentado lleva a un error, ya que en el punto donde se presenta la concavidad, es decir, en el punto que debe ser considerado como el vértice (vértice cóncavo) se reportan dos vértices en lugar de uno. Dicho error se debe solamente a la manera en que se hace el seguimiento del contorno, este sentido detecta siempre primero a las salientes (convexidades) que a las entrantes (concavidades) en una figura. Sin embargo, este reporte erróneo es fácilmente detectable.



Primer elemento vecino
 analizado y dirección que
 sigue el resto del aná-
 lisis para encontrar el
 segundo pixel de contorno

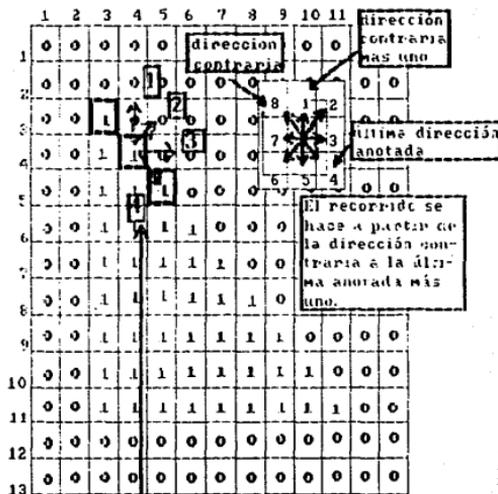
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	4	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
8	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
9	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
10	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
11	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Posición del segundo elemento del contorno: (4,3)

Figura 411.

última dirección anotada: 4

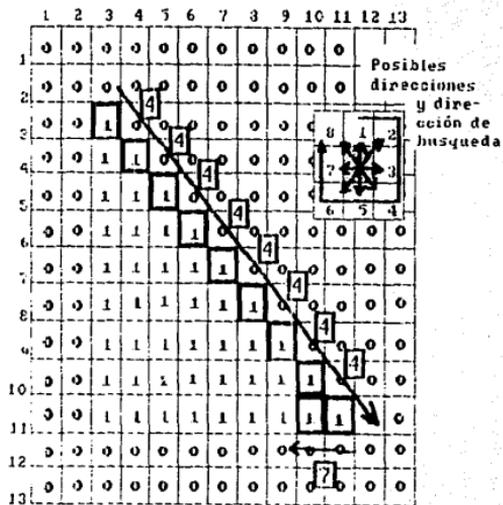
dirección contraria más uno: 1



siguiente dirección : 4

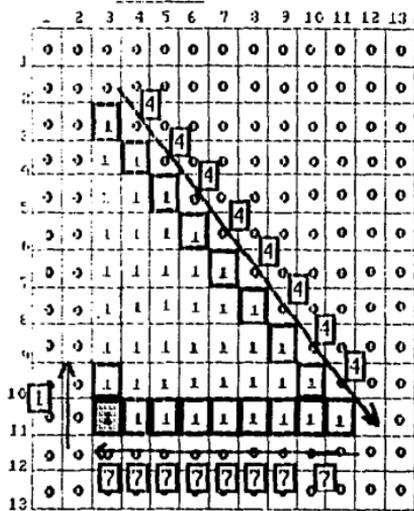
Figura 42).

Figura 43).



Se detecta el cambio de dirección; de 4 a 7.
 Posición del segundo vértice: (11,11)

Figura 44) Posibles direcciones.



Se detecta el cambio de dirección; de 7 a 1.
 Posición del tercer vértice: (11,3)

En el ejemplo hasta ahora considerado (triángulo rectángulo), dicho problema no se presenta, ya que la figura no presenta ninguna concavidad, es por ello que se presenta otro ejemplo, en este caso el de una figura a la que se le ha aplicado el seguimiento de contorno anteriormente explicado, pero que presenta en su contorno dos concavidades (ver figura 45). Es fácil ver que la aplicación del procedimiento de seguimiento de contorno para detectar los vértices, lleva a detectar correctamente los vértices localizados en puntos de convexidad, sin embargo, los vértices localizados en puntos de concavidad, no son detectados correctamente, y en cambio para cada concavidad se reportan dos supuestos vértices. Dichos supuestos vértices pueden ser fácilmente sustituidos por el verdadero vértice, ya que la simple presencia de estos indica la existencia del vértice cóncavo que se desea reportar.

Siempre que se presentan dos supuestos vértices que indican la presencia de un vértice cóncavo, lo hacen obedeciendo a un patrón preestablecido y que puede ser fácilmente identificado a partir del uso de la matriz imaginaria representada en la figura 12) y de los patrones dados a partir de las ventanas booleanas representadas en la figura 13). Los vértices erróneamente reportados como tales y el vértice cóncavo se encuentran localizados en elementos vecinos, así que para detectar un vértice cóncavo, se toman los vértices erróneamente reportados (identificables por su cercanía) y se determina a cual de los patrones ilustrados en la figura 13) corresponden, cuando la matriz imaginaria (figura 12) recorre a la matriz imagen. Cuando el patrón es identificado, inmediatamente el vértice cóncavo queda determinado por el mismo patrón.

En el ejemplo, cada uno de los vértices cóncavos junto con los vértices erróneamente reportados corresponden a uno de los patrones de la figura 13), lo cual determina inmediatamente la posición del verdadero vértice (ver figura 46).

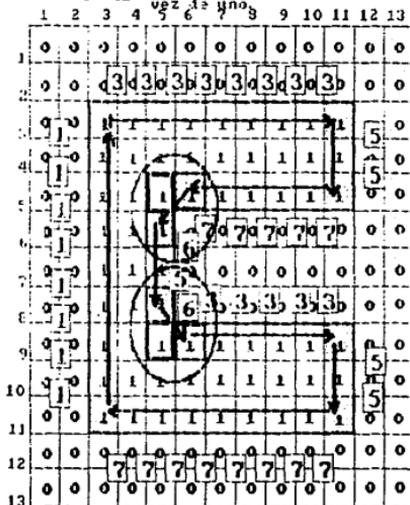
Obtención del perímetro.

Cada vez que la matriz imaginaria (figura 12) en el recorrido que hace de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, encuentra a una de las

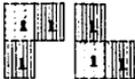
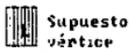


Posibles direcciones.

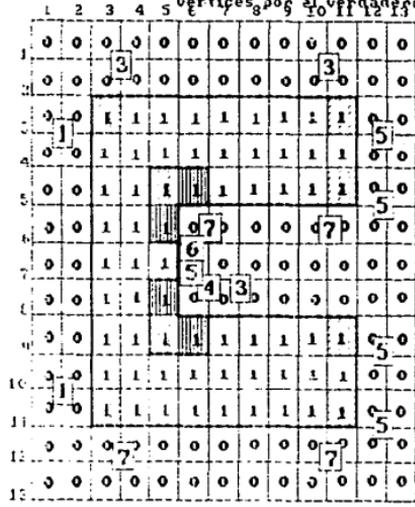
El seguimiento del contorno de la figura, lleva en las concavidades a reportar dos vértices en vez de uno.



Vértices reportados; correctos: (3,3) (3,11) (5,11) (9,11) (11,11) (11,3); incorrectos: (5,6) (6,5) (8,5) (9,6). **Figura 45).**



Cuando en un segundo análisis de la figura se encuentran estos patrones se sustituyen los supuestos vértices por el verdadero.



Los supuestos vértices: (3,6) (6,5) (6,5) y (9,6) son sustituidos por los vértices reales: (5,5) y (9,5). **Figura 46).**

cuatro ventanas patrón (figura 18) se incrementa un contador Q3 en uno. En el ejemplo, se encontró en el recorrido a 11 ventanas (ver figuras 47 y 48).

Cada vez que se encuentra a una de las ventanas patrón ilustradas en la figura 16), se incrementa un contador Q1 en uno. En el ejemplo se encontró en el recorrido a 8 ventanas (ver figura 49).

Cada vez que se encuentra a una de las ventanas patrón ilustradas en la figura 17), se incrementa en uno un contador Q2. En el ejemplo se encontró a 8 ventanas (ver figura 50).

Entonces el perímetro resulta ser de acuerdo a la fórmula 2.21) igual a:

$$P = (0.85)(8) + (1.11)(8) + (1.37)(11) = 32.12 \text{ unidades lineales.}$$

Obtención del área:

La imagen se recorre de izquierda a derecha y de arriba a abajo, cada vez que se encuentra a un elemento con valor de uno, un contador K se incrementa en uno. En el ejemplo, se detectaron 45 elementos, por lo que el área de la figura se considera de 45 unidades cuadradas, considerando el área de elemento como de una unidad cuadrada (ver figura 51).

Es entonces, que el factor de compactación de la figura, de acuerdo con la fórmula 1.13), en el ejemplo, dicho valor es de:

$$C = (32.12)(32.12)/(45) = 22.9266$$

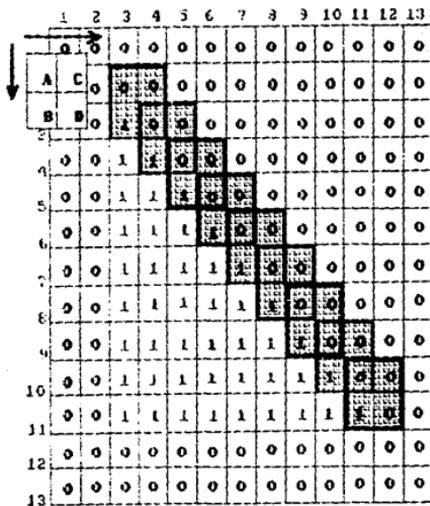
Obtención del número de Euler:

Para encontrar el número de Euler se recorre la matriz imagen a partir de la matriz imaginaria (figura 12), de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. Cada vez que se encuentra a la ventana patrón representada en la figura 20), se incrementa un contador X (contador de convexidades o piezas conectadas) en uno; mientras que cada vez que se detecta a la ventana representada por la figura 21), se incrementa un contador H (contador de concavidades o agujeros). En el ejemplo, solo se detecta una



Figura 47).

Cada vez que se detecta esta ventana el contador Q3 se incrementa en uno.



Número de veces que se detecta en la figura la ventana: 9.



Figura 48).

Cada vez que se encuentra una de estas ventanas el cortador Q3 se incrementa en uno.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B D	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Número de ventanas encontradas: 3.

0	1	1	0
0	1	1	0

Cada vez que se encuentra una de estas ventanas se incrementa el contador Q1 en uno.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
8	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
9	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
10	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
11	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Numero de ventanas encontradas: 8

Figura 49).

1	1	0	0
0	0	1	1

Figura 50).

Cada vez que se encuentra una de estas ventanas, se incrementa el contador Q2 en uno.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C E	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
8	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
9	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
10	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
11	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Numero de ventanas encontradas: 8.

Figura 51).

- 1 Cada vez que se encuentra un elemento con valor uno, se incrementa en uno el contador R.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
8	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
9	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
10	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
11	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Número de elementos encontrados con valor de uno: 45.

ventana del tipo del patrón que representa la figura 20) ($X = 1$) y ninguna del otro tipo representada en la figura 21) ($H = 0$); por lo que de acuerdo a la fórmula 1.12) el valor del número de Euler de la figura es de:

$$E = 1 - 0 = 1 \quad (\text{ver figura 52}).$$

Para ilustrar como es que dicho procedimiento puede detectar concavidades, se presenta en la figura 53) otro ejemplo. En este ejemplo se determina el número de Euler para una figura conectada que presenta un agujero. En este caso el recorrido que hace de la imagen la matriz imaginaria (figura 12) detecta una convexidad al detectar la presencia de una ventana representada por la figura 20) ($X = 1$) y una concavidad al detectar la presencia de una ventana patrón representada por la figura 21) ($H = 1$). Es entonces que el número de Euler para esta figura es de:

$$E = 1 - 1 = 0 \quad (\text{ver figura 53}).$$

El segundo método, aquel que considera el uso de las franjas de Mach, requiere que la imagen de la figura considerada sea una imagen a la que se le ha aplicado el procedimiento de simulación de inhibición lateral.

Las matrices imagen que determinan a seis de las ocho figuras involucradas, se encuentran representadas en el apéndice D.

En el ejemplo que ilustra el procedimiento, la imagen considerada es la representada en la figura 54), representada por un arreglo de celdas de 13×13 , donde es claro que los elementos que forman parte de la figura tienen un nivel menor o igual a ocho, mientras que los elementos que forman parte del fondo tienen un valor mayor o igual a 24. En la figura se presentan dos franjas de Mach, una se sitúa en todo el contorno de la figura y es oscura, ya que los elementos de la imagen que la forman tienen un valor menor al valor de los elementos que forman el interior de la figura, la otra franja se encuentra rodeando a la primera y es brillante, los elementos que la forman presentan un nivel mayor que el nivel que presentan los elementos del fondo. El método requiere la obtención de las características de forma en el siguiente orden:

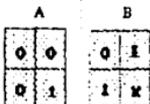


Figura 52).

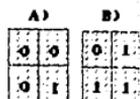
Cada vez que en el barrido se encuentra una de estas ventanas se incrementan dos contadores X y H (respectivamente).

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2		0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3		0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4		0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5		0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
6		0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
7		0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
8		0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
9		0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
10		0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
11		0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
12		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Ventanas detectadas del tipo A): 1 (Valor de X)

Ventanas detectadas del tipo B): 0 (Valor de H)

Numero de Euler: $X-H = 1$



Al encontrar el patrón A) (B)), se incrementa el contador X (H) en uno. Dicho contador detecta las convexidades (concavidades) en la figura.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Número de convexidades (X): 1
 Número de concavidades (H): 1
 Número de Euler (E = X - H): 0

Figura 53).

Obtención del momento invariante:

La obtención del momento invariante exige primero la obtención del centroide de la figura. para ello, se da primero un mismo peso a cada elemento que contiene a la figura (cualquier elemento cuyo valor sea menor o igual a ocho) (1), y un peso nulo (0) a cada elemento que no contiene a la figura (cualquier elemento cuyo valor sea mayor o igual a 24), y después se aplican las fórmulas recursivas 2.7), 2.8) y 2.9), para que a partir de estas se obtengan a partir de las fórmulas 2.10) y 2.11) las coordenadas del centroide (Dichas coordenadas y las de cualquier elemento de la imagen están referidas a la posición que tiene dicho elemento, como elemento matricial, en la matriz imagen). En el ejemplo considerado los resultados son:

$$A = 45 \quad B = 375 \quad C = 255 \quad \text{con lo que:}$$

$$X = 375/45 = 8.333$$

$$Y = 255/45 = 5.666$$

por lo que las coordenadas del centroide son: (8.333, 5.666) (Ver figura 55).

A partir del centroide se obtiene el momento invariante con el uso de las fórmulas 2.12), 2.13) y 2.14), recordando que cada elemento que contiene a la figura (cualquier elemento cuyo valor sea menor o igual a ocho) tiene un peso de uno, en tanto que los elementos del fondo (cualquier elemento cuyo valor sea mayor o igual a 24) tienen un peso de cero. El momento invariante para el ejemplo es de: 440.

Obtención del factor de comparación:

Obtención de los vértices:

Para determinar los vértices, simplemente hay que identificar los elementos en la imagen que presenten unos niveles determinados.

Cualquier elemento con un nivel de 2 o 3 determina directamente la posición de un vértice. Cualquier elemento con un nivel de 4, 6, 26, o 29 determina indirectamente la posición de un vértice. En el ejemplo se detectan inmediatamente al recorrer la imagen tres elementos con niveles de 2 y 3, lo cual determina los tres vértices de la figura (ver figura

Al barrerse la imagen y darle un mismo peso a cada elemento que contiene a la figura (Cualquier elemento menor o igual a ocho) se obtiene el centroide:

Centroide: (8.33,5.66) Figura 55).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
2	24	25	25	25	24	24	24	24	24	24	24	24	24
3	24	26	3	27	25	24	24	24	24	24	24	24	24
4	24	27	4	5	27	25	24	24	24	24	24	24	24
5	24	27	5	7	5	27	25	24	24	24	24	24	24
6	24	27	5	8	7	5	27	25	Momento invariante: 440				
7	24	27	5	8	8	7	5	27	25	24	24	24	24
8	24	27	5	8	8	8	7	5	27	25	24	24	24
9	24	27	5	8	8	8	8	7	5	27	25	24	24
10	24	27	5	8	8	8	8	7	5	27	25	24	24
11	24	26	4	5	5	5	5	5	4	2	25	24	24
12	24	25	26	27	27	27	27	27	27	27	26	25	24
13	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24

A partir del centroide se calcula el momento invariante de la figura que depende de la posición relativa al centroide de cada elemento de la figura.

56).

Obtención del perímetro.

Para determinar el perímetro, basta con identificar todos los elementos que forman el contorno de la figura, para ello se utilizan una serie de contadores que permiten determinar el número de elementos en la imagen que presentan un nivel determinado. Cualquier elemento que presenta uno de estos niveles de alguna manera permite identificar al contorno. Los contadores utilizados (y los niveles que detectan en los elementos de la imagen) son los siguientes: Q3 (nivel 5), Q5 (nivel 7), Q6 (nivel 29), Q7 (nivel 26), Q8 (nivel 3), Q9 (nivel 2) y Q10 (nivel 4).

En el ejemplo se determina el contorno a partir de 19 elementos con nivel 5, 6 elementos con nivel 7, 4 elementos con nivel 26, 1 elemento con nivel 3, 2 elementos con nivel 2, y 2 elementos con nivel 4 (ver figura 57). dichos contadores, sin embargo, por si solos no permiten determinar directamente el perímetro, sin embargo, si permiten obtener seis categorías de elementos, seis conjuntos de elementos. Donde a cada categoría la conforman elementos del contorno con una característica común en la geometría del contorno (ver capítulo III). Cada categoría tiene una contribución específica al perímetro de la figura, dicha contribución está determinada en el capítulo III, en la sección correspondiente a la obtención del perímetro. En el ejemplo se pueden observar el número de elementos con que cuenta cada categoría que determina el contorno de la figura (ver figura 58). El número de elementos con que cuenta cada categoría está determinado justamente por una serie de fórmulas obtenidas experimentalmente y que relacionan a los distintos contadores que involucran a los elementos de contorno.

La observación de los elementos vecinos a los elementos que forman parte del contorno, hace clara la existencia de un patrón constante en los contornos de las figuras. Es decir, que siempre que un determinado nivel se presenta en un elemento de la imagen, lo hace indicando una bien determinada configuración en la imagen: una región de la figura con una geometría específica. Estos comportamientos regulares o patrones, se pueden observar en las figuras 59) y 60)).

Se recorre la imagen, reportándose la presencia de un vértice, si el elemento presenta un valor de:

2, 3

No importando el valor de elementos vecinos.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
2	24	25	25	25	24	24	24	24	24	24	24	24	24
3	24	26	3	27	25	24	24	24	24	24	24	24	24
4	24	27	4	5	27	25	24	24	24	24	24	24	24
5	24	27	5	7	5	27	25	24	24	24	24	24	24
6	24	27	5	3	7	5	27	25	24	24	24	24	24
7	24	27	5	8	8	7	5	27	25	24	24	24	24
8	24	27	5	8	8	8	7	5	27	25	24	24	24
9	24	27	5	3	8	8	8	7	5	27	25	24	24
10	24	27	5	8	8	8	8	7	5	27	25	24	24
11	24	26	3	5	5	5	5	5	4	2	25	24	24
12	24	25	26	27	27	27	27	27	27	27	26	25	24
13	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24

Vértices encontrados: (3,3) (11,11) y (11,3).

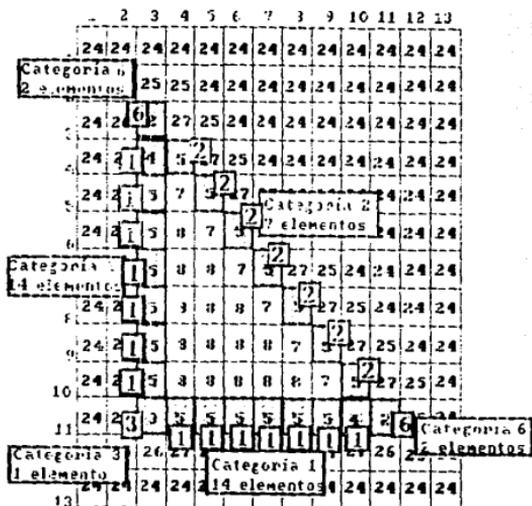
Figura 56.

Los siguientes contadores ayudan a determinar el número de elementos de contorno que pertenecen a cada categoría (entre paréntesis se señala el valor numérico de los elementos considerados): Q3(5), Q5(7), Q6(29), Q7(25), Q8(3), Q9(2), Q10(4).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
2	24	25	25	25	24	24	24	24	24	24	24	24	24
3	24	26	8	27	25	24	24	24	24	24	24	24	24
4	24	27	4	5	27	25	24	24	24	24	24	24	24
5	24	27	5	7	5	27	25	24	24	24	24	24	24
6	24	27	5	8	7	5	27	25	24	24	24	24	24
7	24	27	5	8	8	7	5	27	25	24	24	24	24
8	24	27	5	8	8	8	7	5	27	25	24	24	24
9	24	27	5	8	8	8	7	5	27	25	24	24	24
10	24	27	5	8	8	8	8	7	5	27	25	24	24
11	24	28	5	5	5	5	5	5	4	2	25	24	24
12	24	25	26	27	27	27	27	27	27	27	26	25	24
13	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24

Valor de los contadores: Q3=19, Q5=6, Q6=0
Q7=4, Q8=1, Q9=2, Q10=2. **Figura 57).**

Es claro que no todos los elementos de contorno contribuyen en la misma forma al perímetro, es por eso que se determinan 4 categorías. Es claro que para esta figura se tiene que los elementos que forman cada categoría son:



Por lo tanto el perímetro debe ser de:

$$P = (1)(14) + (1.41...)(7) + (2)(1) + (1.41...)(1)(2)$$

$$P = 30.72 \text{ elementos. Figura 58.}$$

8	8	8		5	27	25
5	5	5		7		27
27	27	27		8	7	

Cada vez que el nivel 5 se presenta lo hace indicando una línea de contorno paralela a los ejes o en diagonal a estos.

7	5	27	5	27	25
5	4	2	7	4	26
27	27	26	8	5	27

Cada vez que el nivel 4 se presenta lo hace indicando la línea paralela a uno de los ejes y que forma un vértice agudo, o un vértice obtuso.

25	25	25			
26	2	27			
27	4	5			

Cada vez que el nivel 2 se presenta lo hace indicando un vértice agudo, donde uno de las líneas de contorno que lo forman es paralela a los ejes.

27	3	8	5	6	5
26	3	5	27	3	27
25	26	27	25	25	25

Cada vez que el nivel 3 se presenta lo hace indicando un vértice agudo cuyos lados no son paralelos a los ejes, o un vértice recto.

Figura 59).

Figura 60.

7	5	27
8	7	5
8	8	7

8	8	8
8	7	6
8	5	29

7	6	5
6	29	27
5	27	24

25	25	25
27	3	27
5	6	5

Cada vez que se presenta el nivel 7, se indica la presencia de un lado diagonal a los ejes o de un vértice cóncavo.

Cada vez que se presenta el nivel 6, se indica la presencia de un vértice cóncavo o de un vértice convexo agudo donde los lados que lo determinan no son paralelos a los ejes.

5	27	25
7	4	26
8	5	27

7	5	27
5	4	2
27	27	26

27	5	8
26	5	5
25	26	27

7	6	5
6	29	27
5	27	24

Cada vez que se presenta el nivel 26, se indica la presencia de un vértice convexo obtuso, un vértice convexo agudo con uno de los lados que lo forman paralelo a uno de los ejes, o de un vértice convexo recto.

Cada vez que se presenta el nivel 29, se indica la presencia de un vértice cóncavo.

Es mediante la observación de los patrones que se llega a las fórmulas 3.12) a 3.19), que determinan el número de elementos con los que cuenta cada una de las seis categorías. En el ejemplo, se observa como a partir de los contadores es posible determinar el número de elementos de cada categoría y por tanto el perímetro de la figura (ver figura 6)).

Obtención del área.

Para encontrar el área de una figura, se recorre la matriz imagen y cada vez que se encuentre un elemento cuyo valor sea menor o igual a ocho, un contador K se incrementará en uno. En el ejemplo se detectan 45 elementos por lo que el área de la figura se considera de 45 unidades cuadradas, es decir, se considera que el área de cada elemento de imagen es de una unidad cuadrada (ver figura 6)).

Por tanto el factor de compactación en el ejemplo (triángulo rectángulo) es de:

$$C = (30,72) / (30,72) / (45) = 20,98$$

Obtención del número de Euler:

Para encontrar el número de Euler, se procede a recorrer todas las columnas, y de acuerdo a lo estipulado en el capítulo III, se determina el valor de $N(i)$ para cada columna, es decir, se determina cuantas veces una línea que corriera a lo largo de toda la columna, al intersectar a la figura, la abandona; esto es, se determina cuantas veces para una columna ocurre una transición, al ser esta recorrida de arriba hacia abajo (o viceversa), de un elemento que forma parte de la figura a un elemento que forma parte del fondo.

En el ejemplo, para las dos primeras columnas no se detecta una intersección de las líneas, que las recorren, con la figura, por ello, el valor de $N(i)$ para estas columnas es de cero. Para la tercera columna se detecta que la línea que la recorre, intersecta a la figura y la abandona (después de dicha intersección) una sola vez, es decir, hay una sola transición de: elemento de figura a elemento de fondo, dicha transición se da de un elemento con nivel de 2 a un elemento con nivel de 45 (ver

De acuerdo a los valores de los contadores se tiene que el determinar el número de elementos que forman cada categoría lo determinará una fórmula experimental: **Figura 61).**

Siendo: $Q4 = (Q5 - Q6) - (Q7/2) + Q8 + Q9$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
				$Q11 = (Q7 - Q10)/2$									
1	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
2	24	25	25	25	Categoría 1: $(Q8 - Q4) + Q9 + 206$ $(19 - 7) + 2 + 0 = 14$ elementos								
3	24	26	27	25	24	24	24	24	24	24	24	24	24
4	24	27	4	5	27	25	24	Categoría 2: $Q4$ 7 elementos					24
5	24	27	5	7	5	27	25	24	24	24	24	24	24
6	24	27	5	8	7	5	27	25	Categoría 3: $(Q7 - Q10)/2$ $(4 - 2)/2 = 1$ elemento				
7	24	27	5	8	8	7	5	27	25	Categoría 4: $(Q8 - Q11)$ $(1 - 1) = 0$ elementos			
8	24	27	5	8	8	8	7	5	27	25	24	24	24
9	24	27	5	8	8	8	8	7	5	2	Categoría 6: $Q9$ 2 elementos.		
10	24	27	5	8	8	8	8	7	5	4	2	25	24
11	24	26	3	5	5	5	5	5	5	4	2	25	24
12	24	25	26	27	27	27	27	27	27	Categoría 5: $(Q7 - (Q9 + 2Q11))$ $(4 - (2 + 2(1))) = 0$ elementos.			
13	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24

Si Categoría 1 = P1, Categoría 2 = F2, etc. entonces:

si P = $P1 + (1.41..)P2 + 2P3 + 2(1.41..)P4 + (1.41..)P5 +$

$(1 + 1.41..)P6$ entonces P = 36.72 elementos.

Figura 62).

Se recorre la matriz y cada vez que se encuentra un elemento cuyo valor sea menor o igual a ocho un contador R se incrementa en uno.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
24	25	25	25	24	24	24	24	24	24	24	24	24
24	26	27	25	24	24	24	24	24	24	24	24	24
24	27	4	5	27	25	24	24	24	24	24	24	24
24	27	5	7	5	27	25	24	24	24	24	24	24
24	27	5	8	7	5	27	25	24	24	24	24	24
24	27	5	8	8	7	5	27	25	24	24	24	24
24	27	5	8	8	8	7	5	27	25	24	24	24
24	27	5	8	8	8	8	7	5	27	25	24	24
24	26	3	5	5	5	5	5	4	2	25	24	24
24	25	26	27	27	27	27	27	27	27	26	25	24
24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24

Al final del recorrido se tiene que el valor de R es de 45. Por lo que se tiene que Area = 45 elementos cuadrados.

figura 03).

Al recorrerse todas las columnas se determina todos los valores de $N(i)$. En el ejemplo los valores que toma $N(i)$ solo son dos: uno y cero; ya que solo se dan para cada columna o una sola intersección o ninguna (ver figura 04).

Para determinar el valor de $N(i)$ se necesita determinar todos los valores donde $h(i)$ (ver fórmula 1.9)) sea distinto de cero. Dicho límite en un caso discreto cambia de configuración, y es por ello que se observa que $h(i)$ es distinto de cero solo en los puntos o columnas J donde una línea de barrido, perpendicular al eje x que se mueve a lo largo de dicho eje, abandona a la figura en la siguiente columna $J+1$. Es decir, que $h(i)$ es distinto de cero solo para aquella columna que presenta un valor $N(i)$ distinto al valor $N(i)$ de la siguiente columna, donde además ocurre que, en el barrido que hace la línea imaginaria, en algún punto se presenta una transición de dicha columna a la siguiente, de: elemento de figura a elemento de fondo (ver fórmula 3.22)). En el ejemplo se observa que esta situación ocurre para la columna 11; ya que, se tiene que para dicha columna y la siguiente ocurre que sus números $N(i)$ asociados son distintos: $N(i)(11) = 1$ y $N(i)(12) = 0$ y además la transición buscada ocurre, ya que la línea de barrido detecta abandono de la figura. Esto es notorio en la transición del elemento con valor 2 (elemento de la figura en la columna 11) al elemento con valor 25 (elemento de fondo en la columna 12). Es por ello que aplicando la fórmula 3.22) se tiene que:

$$h(i)(11) = N(i)(11) - N(i)(12) = 1 - 0 = 1$$

donde es este el único valor $h(i)$ distinto de cero (ver figura 05).

De acuerdo a la fórmula 1.20), resulta que el número de Euler (suma de todos los $h(i)$) es para el ejemplo igual a 1.

Para realizar la comparación entre los dos métodos, se realizó tanto la identificación de las ocho figuras mencionadas en forma directa, como la identificación de las ocho figuras en forma indirecta, en base a un archivo antes creado y que constaba de las características de forma de

Para cada valor de X se determina el valor de $H(X)$. El número de veces que la línea abandona a la figura cuando se interseccion.

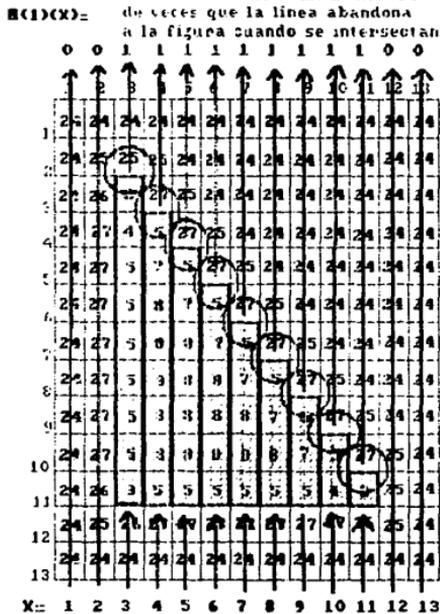


Figura 64).

Para obtener: $h(2)(X) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (N(1)(X) - N(1)(X+\epsilon))$

se usa la fórmula del cuadro, que se aplica al caso discreto. Donde $h(2)(X)$ sería $\neq 0$ solo en los puntos X donde la línea de barrido abandona la figura.

$N(1)(X) = 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0$ para.
 $X = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13$

1	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
2	24	25	25	25	24	24	24	24	24	24	24	24	24
3	24	26	27	27	25	24	Caso discreto: $h(2)(X) = N(1)(X) - N(1)(X+1)$ distinto de cero solo para dos columnas consecutivas donde los $N(1)$ sean distintos						
4	24	27	4	5	27	25							
5	24	27	3	7	5	27							
6	24	27	5	8	7	5	27	25	24	24	24	24	24
7	24	27	5	8	8	7	5	27	25	24	24	24	24
8	24	27	5	8	8	8	7	5	27	25	24	24	24
9	24	27	5	8	8	8	8	7	5	27	25	24	24
10	24	27	5	8	8	8	8	7	5	27	25	24	24
11	24	26	3	5	5	5	5	4	3	2	2	24	24
12	24	25	26	27	27	27	27	27	27	26	25	24	24
13	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24

Fig 65).

El único punto donde $h(2)(X) \neq 0$ es en $X=11$
 donde $h(2)(11) = N(1)(11) - N(1)(12) = 1 - 0 = 1$
 Como E es igual a la suma de las $h(2) \rightarrow E = 1$

estas mismas ocho figuras. Para cada reconocimiento se obtuvo: la magnitud de cada una de las características medidas (Momento invariante, factor de compactación, y número de Euler); además el valor del área y del perímetro; la localización en la matriz imagen del centroide y de los vértices; así como el reconocimiento de la figura (directa o indirectamente), junto con el tiempo que le tomó al programa, tanto obtener cada una de las tres características de forma, como realizar el reconocimiento de la figura.

Los tiempos que se precisaron para la obtención de cada una de las características, el tiempo que se necesitó para realizar la identificación y el tiempo total que le llevó al método obtener las características de la figura y realizar su identificación se obtuvieron al asignar, en los programas, el valor del contador o reloj interno de la máquina (TIMER) a dos variables en dos momentos diferentes; antes y después de la obtención de cada característica medida. De esa manera la simple diferencia entre las dos variables, dio el tiempo que le llevó al programa encontrar cada característica.

Es importante aclarar que en el reconocimiento indirecto, la construcción de el archivo de comparación se hizo a partir de las mismas ocho figuras y que el orden de estas en el archivo es exactamente el mismo, que el usado para presentarlas. El nombre de dicho archivo de comparación en los programas es: LUMP2.XXX (para RLF2) y LUMP5.XXX (para RLF3).

A partir de los resultados obtenidos es fácil notar que ambos métodos resultan ser igualmente eficientes en el momento de realizar el reconocimiento de figuras tanto directamente como indirectamente, ya que ninguno de los métodos confundió a las figuras o sus características geométricas. Sin embargo si se desea realizar una comparación entre ambos métodos, para determinar cual es el más exacto, lo que se tendría que hacer es comparar las medidas que ambos métodos arrojaron de las características de forma involucradas, con los valores reales de estas características para cada figura. Observando dichas medidas es fácil notar, que la diferencia básica, en este aspecto, entre los dos métodos

está en la obtención del factor de compactación. Es por ello que la determinación de la exactitud de los métodos se hará a partir de la comparación de los valores obtenidos del factor de compactación, a partir de los dos métodos, con el valor esperado para cada figura. Para ello se presentan a continuación dichos valores, así como el error relativo de cada medición. Finalmente se presenta el error relativo promedio para cada método.

Reconocimiento a partir del uso de ventanas booleanas (Programa RCF2).
Factor de compactación.

Figura	Valor real	Valor medido	Error relativo.
Cuadrado	16.0000	16.7554	0.04721
Triángulo Rectángulo	22.6894	22.9266	0.01045
Triángulo Isósceles	23.9220	23.0728	0.04810
Rombo	19.6326	17.0084	0.1336
Hexágono	15.8388	14.8817	0.06043
Octágono	13.4726	14.5748	0.08182
Polígono Irregular	26.4858	23.7229	0.1043
Tuerca	38.4000	36.6601	0.04531

Error relativo promedio = 0.06445

Donde, Error relativo = $|\text{Valor real} - \text{Valor medido}| / |\text{Valor real}| \cdot 100$

Reconocimiento a partir del uso de las franjas de Mach (Programa RCF3).
Factor de compactación.

Figura	Valor real	Valor medido	Error relativo
Cuadrado	16.0000	16.0000	0
Triángulo Rectángulo	22.6894	20.7823	0.07524
Triángulo Isósceles	23.9220	22.4441	0.06178
Rombo	19.6326	18.1239	0.07684
Hexágono	15.8388	15.4283	0.02591

Octágono	13.4726	12.3614	0.08247
Polígono Irregular	26.4858	24.4489	0.07690
Tuerca	38.4000	38.8987	0.01299

Error relativo promedio = 0.05152

Es entonces claro que el segundo método, basado en el uso de las franjas de Mach (Programa RCF3), es ligeramente más exacto que el primer método, basado en el uso de ventanas booleanas (Programa RCF2).

Otro punto de comparación importante entre los dos métodos está en el tiempo que emplean ambos para obtener las características de forma de una figura y a partir de estas poder reconocerla. Una observación rápida de los tiempos empleados por ambos métodos en la obtención de las características de forma de las diez figuras y en los tiempos empleados en el reconocimiento de dichas figuras, arroja como resultado que el tiempo propiamente empleado en ambos métodos para reconocer una figura directa o indirectamente es el mismo. Que el tiempo empleado por el primer método en la obtención del momento invariante es ligeramente menor que el tiempo empleado por el segundo método, sin embargo tan ligeramente que es posible considerar a los tiempos como iguales. Que el tiempo empleado por el segundo método en la obtención del número de Euler es poco más de tres veces menor que el tiempo empleado por el primer método para obtener esta característica, y que el tiempo empleado por el segundo método en la obtención del factor de compactación es poco menos de la mitad del tiempo empleado por el primer método en la obtención de dicho factor.

Para determinar en una forma más precisa qué tan más rápido es un método con respecto al otro se hará la comparación de los tiempos totales empleados por ambos métodos en realizar la tarea de identificar una figura, que incluye la obtención de las tres características de forma y el reconocimiento directo o indirecto propiamente dicho de la figura. Para ello se obtienen los tiempos totales empleados por ambos métodos en el reconocimiento de las diez figuras directa o indirectamente, se

realiza la comparación de los tiempos para cada figura y finalmente se obtiene un promedio de dichas comparaciones.

El reconocimiento hecho para dicha comparación de tiempos, es el reconocimiento indirecto, en base a un archivo de datos. Dado que la diferencia de tiempos entre ambos métodos es prácticamente nula en lo que se refiere a la identificación propiamente de la figura, para el caso directo e indirecto, resulta indistinto qué tipo de reconocimiento se use. La diferencia entre los tiempos empleados por ambos métodos está realmente en los tiempos empleados para la obtención de las características de forma.

Reconocimiento indirecto de diez figuras, a partir de dos métodos: empleando las ventanas booleanas (Programa RCF2) y empleando las franjas de Mach (Programa RCF3).

Figura	Tiempo empleado por RCF2 (12) (segundos)	Tiempo empleado por RCF3 (13) (segundos)	T2/T3
Cuadrado	4.2734	5.3164	1.7443
Triángulo Rectángulo	4.1719	5.3281	1.7214
Triángulo Isósceles	15.7266	10.1172	1.9499
Rombo	26.4336	13.5398	1.9816
Hexágono	26.4805	13.3098	1.9909
Octágono	26.6953	13.4570	1.9837
Polígono Irregular	26.8203	13.4414	1.9953
Tuerca	22.6287	10.2031	2.2178

Promedio de (12/13) = 1.9481

Se puede decir, en general, que el método basado en el uso de las franjas de Mach (Programa RCF3) es prácticamente dos veces más rápido que el método basado en el uso de ventanas booleanas (Programa RCF2) cuando se trata de reconocer una figura.

V. CONCLUSIONES.

Ya se ha mencionado que los métodos más populares en el reconocimiento de figuras se basan en la detección del contorno, donde dicha detección se aprovecha, para la obtención de características locales o globales de la figura; con lo cual el reconocimiento de la figura es posible al compararse dichas características. Tanto la detección del contorno, como la obtención de características útiles, así como el mismo reconocimiento no son problemas totalmente resueltos.

El problema de la detección del contorno en las figuras ha encontrado respuesta en métodos tan variados como el método de curvatura, el método de partición, el método de la función de arco de altura (15), el método de estructura de árbol (14), el método de ventanas booleanas (6, 8), etc. Métodos que dan una buena descripción del contorno permiten obtener fácilmente características de forma de la figura y que sin embargo precisan de que la imagen del objeto del que se desea describir el contorno sea una imagen binaria. Solo algunos métodos obtienen una descripción del contorno mediante la utilización de toda la información que los diferentes niveles de intensidad luminosa pueda darles una imagen digitalizada no binarizada, algunos de estos métodos usan el realce de dichos niveles (16), y es justamente el método aquí propuesto uno de dichos métodos. El trabajo busca simplemente una comparación entre un nuevo método que realiza la identificación de un objeto a partir de su imagen no binarizada y un método que realiza la identificación del objeto pero a partir de su imagen binarizada. Ambas tendencias son adoptadas en la solución de el problema de identificación de contornos y por tanto en el problema de reconocimiento de figuras.

En base a la comparación de los resultados de los dos métodos presentados, se pretendió llegar a una conclusión respecto a la conveniencia de un método sobre otro.

Los dos aspectos de comparación entre los dos métodos y que en realidad

marcaron la pauta para decidir si uno de los métodos resulta más conveniente, más práctico, de utilizar que el otro, son: efectividad en el reconocimiento y rapidez en el reconocimiento.

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede concluir, que en lo que se refiere a la efectividad del reconocimiento, ambos métodos resultan prácticamente igual de buenos: ya que ambos realizaron con éxito la identificación directa e indirecta de diez diferentes figuras. Ambos métodos obtienen con igual exactitud el momento invariante y el número de Euler de una figura; sin embargo el segundo método, basado en el uso de las franjas de Mach, resulta ser poco más exacto, es decir, presenta un error menor (1.3% menor), que el primer método, basado en el uso de ventanas booleanas, en lo que se refiere a la obtención del factor de compactación. Es decir, que si se es estricto, el método que resulta ser más exacto en el reconocimiento de una figura es el segundo método.

Por otro lado considerando los resultados obtenidos para ambos métodos en lo que se refiere al tiempo empleado para obtener las tres características de forma de una figura y realizar su reconocimiento, se podría concluir sin problemas que el segundo método, basado en el uso de las franjas de Mach, resulta ser prácticamente dos veces mejor (1.94 veces más rápido) que el primer método, basado en el uso de ventanas booleanas.

Es entonces claro que el segundo método resultaría una mejor opción sobre el primer método por ser ligeramente más exacto en el proceso de reconocimiento y por ser significativamente más rápido en la realización de este reconocimiento. Lo interesante resulta ser que el segundo método es una opción que no ha sido contemplada como una alternativa para la solución del problema de reconocimiento de figuras, una gran cantidad de los métodos empleados para resolver este problema son métodos que, como el primer método, basan el reconocimiento en el uso de ventanas booleanas y otras herramientas semejantes.

Sin embargo es justo, hacer notar que ambos métodos fueron probados no sólo a partir de las diez figuras mencionadas, sino que además fueron

probados para otras figuras de formas y geometrías muy variadas, obteniéndose resultados satisfactorios en cuanto a la identificación de dichas figuras; sin embargo el procedimiento fue pensado para identificación de figuras simples, en general: figuras regulares, figuras convexas irregulares, o figuras con pocas concavidades. Es decir, que aunque los cálculos son en general acertados para otro tipo de figuras no se puede asegurar que los cálculos resulten ser correctos para cualquier figura, los resultados y conclusiones solo son seguramente correctos si pensamos que se aplican a figuras simples. Esto no significa que los métodos, no permitan reconocer figuras con efectividad cuando estas figuras no son simples, pero quizás significa que los resultados pueden variar.

Es conveniente decir que para figuras cóncavas con una forma muy específica la obtención del número de Euler a partir del segundo método puede ser incorrecta (dicho problema se mencionó en su momento), sin embargo esto ocurriría para casos muy especiales, es decir, esto no altera la efectividad del segundo método en el reconocimiento de figuras simples.

Por otro lado es conveniente también decir que, el primer método, por la forma en que realiza la obtención de las características de las figuras, se verá afectado mucho más que el segundo método, en cuanto al tiempo que emplea para realizar el reconocimiento de la figura, si la imagen matricial crece, siendo por tanto necesario para este método que las imágenes matriciales sean lo más pequeñas posibles.

En el procedimiento basado en el uso de las franjas de Mach se detectó a partir de ellas el contorno de la figura y con ello se obtuvieron una serie de características de forma que es conveniente decir que no siempre son usadas. El usar dichas características se basó en la sugerencias hechas por Sossa (8) Sen Gupta (6) y Hu (5). (también es importante decir que el reconocimiento en sí, es decir, la comparación entre el objeto incógnita y una serie de objetos se realizó por un método estadístico, en base a las sugerencias de Sossa (8) y Sziranvi (7), sin embargo es también conveniente aclarar que actualmente dicha tarea se realiza a

través de modelos de redes neuronales (18), ya que estos han demostrado ser muy efectivos. Lo cual significa que el procedimiento que este trabajo sugiere puede ser mejorado si se buscan alternativas en el proceso de reconocimiento y si se analiza la conveniencia de el uso de otras características de forma, ya sea locales o globales.

De hecho una más exhaustiva comparación de el procedimiento aquí sugerido, y que utiliza las franjas de Mach, con los otros populares procedimientos que obtienen los contornos de las figuras a partir de imágenes binarias, llevará muy posiblemente a la conclusión de su competitividad con dichos métodos de reconocimiento, ya que el principio general de seguimiento es el mismo para todos esos métodos (todos requieren del uso de las definiciones de conectividad entre elementos de imagen). Esto es lo que hace que el procedimiento sugerido en este trabajo, cuando menos pueda considerarse como otra posible opción ante el problema de reconocimiento de figuras bidimensionales.

Surge entonces la duda sobre si el método sugerido podrá tener aplicación en la identificación de figuras tridimensionales. En general se sabe que esta identificación se hace a partir de métodos que pueden clasificarse en tres categorías: métodos de multivistas (donde el reconocimiento se hace al igualar los contornos, o las propiedades de forma, de proyecciones bidimensionales obtenidas de diferentes vistas), métodos de una sola vista (donde el reconocimiento se hace por la igualación de las características o contornos obtenidos a partir de una sola proyección bidimensional), y los métodos basados en el uso de propiedades de la superficie tridimensional (donde el reconocimiento se hace a partir de los datos obtenidos de la superficie tridimensional, en general los vértices). En cualquiera de estos métodos o en la combinación de estos (19), es necesaria la obtención de el contorno ya sea de proyecciones bidimensionales o de la superficie tridimensional, es decir, siempre es necesaria la detección de vértices y contornos a partir de alguna herramienta como la que el procedimiento aquí sugerido ofrece a través de las franjas de Mach. Es decir, que el uso de franjas de Mach puede ser implementado en el reconocimiento de figuras tridimensionales, y su conveniencia puede ser analizada.

En este trabajo no se consideró la solución de otros problemas normalmente presentes en el reconocimiento de imagen, como son: la presencia de ruido en las imágenes, el traslape de objetos en la misma imagen, el reconocimiento de varios objetos en la misma imagen. El trabajo no pretendía profundizar a ese grado, pero sin embargo es conveniente decir que el aplicar las franjas de Mach, conjuntamente a procedimientos ya aceptados que solucionen esos problemas (15, 14, y 7. B) podría llevar a procedimientos mejores.

CONCLUSION GENERAL.

En este trabajo se presentó un método posiblemente no antes aplicado en el reconocimiento de formas (basado en el uso de las franjas de Mach), demostrándose que resulta ser una buena alternativa en la solución de dicho problema, ya que iguala, e incluso supera algunos otros métodos desarrollados y que pretenden ser la solución del problema. Es importante decir que el método sugerido, en realidad es una muy pequeña respuesta a la solución de dicho problema ya que simplemente permite la identificación de figuras (una a la vez) simples y bidimensionales. Lo deseable sería que el método aquí sugerido sirviera de base para otros métodos que solucionen problemas de reconocimiento de formas, pero a un nivel superior: reconocimiento de las figuras integrantes de un conjunto que se encuentre en una misma imagen, reconocimiento de figuras cuando estas se traslapan, reconocimiento de figuras tridimensionales, etc.

APENDICE A

```

10 REM PROGRAMA RCF2.BAS
20 REM RECONOCIMIENTO DE FORMAS POR MEDIO DE VENTANAS BOOLEANAS
30 REM RECONOCIMIENTO DE FIGURAS POR MEDIO DE VENTANAS BOOLEANAS
40 REM EL SIGUIENTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR UNA SERIE DE CARACTERISTICAS,
50 REM SOBRE LA FORMA DE UNA FIGURA DIGITALIZADA (ALMACENADA EN UN ARCHIVO
60 REM PREVIAMENTE CREADO): MOMENTO INVARIANTE, AREA, PERIMETRO, FACTOR DE
70 REM COMPACTACION, NUMERO DE EULER, POSICION DE SU CENTROIDE Y LOCALIZACION
80 REM DE SUS VERTICES, ASI COMO EL NUMERO Y LA LONGITUD DE SUS LADOS. (EN EL
90 REM CASO DE TRATARSE DE UNA FIGURA POLIGONAL ESTO ES POSIBLE).
100 Z1=0 : Z2=0 : Z3=0
110 CLS : PRINT
120 PRINT "          MENU DE FUNCIONES:" : PRINT
130 PRINT "1. RECONOCER A UNA FIGURA EN BASE A SU GEOMETRIA, SI ES UN POLIGONO."
140 PRINT "2. CREAR UN ARCHIVO DE DATOS QUE CONSTARA DE LAS PRINCIPALES "
150 PRINT "   PROPIEDADES DE FORMA DE HASTA 10 FIGURAS, CONSTANDO ESTE ARCHIVO "
160 PRINT "   DE LA MEDIA ARITMETICA Y LA DESVIACION TIPICA OBTENIDAS DE DOS "
170 PRINT "   CALCULOS (HECHOS A PARTIR DE DOS IMAGENES O ARCHIVOS DISTINTOS) "
180 PRINT "   DE LAS SIGUIENTES PROPIEDADES: FACTOR DE COMPACTACION Y MOMENTO "
190 PRINT "   INVARIANTE; CONTANDO EL ARCHIVO ADMAS CON EL NUMERO DE EULER "
200 PRINT "   DE LA FIGURA."
210 PRINT "3. CREAR EL ARCHIVO ANTERIOR Y AL MISMO TIEMPO RECONOCER UNA "
220 PRINT "   FIGURA POR LA COMPARACION DE SUS PROPIEDADES CON LAS MISMAS "
230 PRINT "   PROPIEDADES DE LAS FIGURAS DEL ARCHIVO."
240 PRINT "4. RECONOCER UNA FIGURA EN BASE A LA COMPARACION DE SUS "
250 PRINT "   PROPIEDADES CON LAS DE UN ARCHIVO CREADO POR LA OPCION #2 "
260 PRINT "   NOTA: LAS FIGURAS QUE SEAN INTRODUCIDAS EN EL PROGRAMA DEBEN "
270 PRINT "   ESTAR DIGITALIZADAS POR DOS VALORES: 1 PARA LA ZONA OSCURA "
280 PRINT "   DE LA FIGURA Y 0 PARA LA ZONA QUE REPRESENTA EL FONDO. ADMAS "
290 PRINT "   LA DIMENSION DE LA IMAGEN NO DEBE DE SER MAYOR DE 60*60."
300 PRINT
310 INPUT " CUAL DE LAS CUATRO OPCIONES DESEA?":OP
320 IF (OP<1) OR (OP>4) THEN GOTO 310
330 CLS
340 ON OP GOTO 350,360,370,380
350 G8=1 : GOTO 400
360 L1=1 : GOTO 400
370 L1=0 : L2=0 : GOTO 400
380 L2=1 : GOTO 400
390 GOTO 4670
400 REM **CREACION DE UN ARCHIVO.**
410 IF Z1<>0 THEN 470
420 DIM E1(10):DIM X2(10):DIM C2(10):DIM S1(10):DIM S2(10):DIM M*(10)
430 DIM H1(10):
440 DIM X9(360) : DIM Y9(360) : DIM X12(360) : DIM Y12(360)
450 DIM X10(360) : DIM Y10(360) : DIM L(360)
460 Z1=1
470 G1=0: G2=0: G3=0 : IF L2=1 THEN 3190
480 IF G7=1 THEN 3230
490 IF G8=1 THEN 3190
500 INPUT "CUANTOS OBJETOS SERAN PARTE DEL ARCHIVO DE COMPARACION?":N3
510 IF Z2<>0 OR Z3<>0 THEN 540
520 DIM M(60,60)
530 Z2=1
540 FOR I1=1 TO N3
550 IF I1=1 THEN 590
560 FOR I=0 TO N1-1 : FOR J=0 TO N2-1
570 M(I,J)=0
580 NEXT J: NEXT I
590 PRINT "INTRODUZCA EL OBJETO #":I1:" AL ARCHIVO "
600 INPUT "EL TAMAÑO DE LA MATRIZ ES: N1,N2":N1,N2
610 INPUT "NOMBRE DEL OBJETO QUE SE VA A SOLVAR EN EL ARCHIVO.":I1

```

```

530 OPEN "1",#1,B#
540 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
550 INPUT #1,M(I,J)
560 NEXT J: NEXT I
570 CLOSE
580 M1=0:M2=0:T1=0:T2=0
590 GOTO 2870
700 FOR J1=1 TO 2
710 IF J1=2 THEN B10
720 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1: M(I,J)=0: NEXT J: NEXT I
730 PRINT "INTRODUCCION DE LA NUEVA IMAGEN(ARCHIVO) PARA EL MISMO OBJETO."
740 INPUT "EL TAMAÑO DE LA MATRIZ DE LA NUEVA IMAGEN(ARCH.) ES: N1,N2" N1,N2
750 INPUT "INTRODUCIR LA NUEVA(O MISMA) IMAGEN DEL MISMO OBJETO(N.ARCH.):" J#
760 OPEN "1",#2,J#
770 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
780 INPUT #2,M(I,J)
790 NEXT J: NEXT I
800 CLOSE
810 PRINT "CALCULO #":J1"DE LAS CARACTERISTICAS DEL OBJETO #":J1
820 REM OBTENCION DEL MOMENTO INVARIANTE
830 W1=TIMER
840 U2=0:U1=0:A=0:B=0:C=0:X=0:Y=0:
850 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
860 A=M(I,J)+A
870 B=I*M(I,J)+B
880 C=J*M(I,J)+C
890 NEXT J: NEXT I
900 X=B/A
910 Y=C/A
920 PRINT "CENTROIDE EN: "("X+1","Y+1")"
930 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
940 READ M(I,J)
950 NEXT J: NEXT I
960 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
970 U1=M(I,J)*(I-X)*(I-X)+U1
980 U2=M(I,J)*(J-Y)*(J-Y)+U2
990 NEXT J: NEXT I
1000 X1=U1+U1
1010 PRINT "MOMENTO INVARIANTE =" : X1
1020 W4=TIMER
1030 REM OBTENCION DEL FACTOR DE COMPACTACION
1040 PRINT "POSICION DE LOS VERTICES:"
1050 A=0:U1=0:U2=0:U3=0:A=0:A=0:C=0:D=0:Q4=0:I=0:M=1:N=0
1060 FOR I=0 TO N1-1 STEP 1: FOR J=0 TO N2-1 STEP 1
1070 A=M(I,J):I=I+1
1080 B=M(I,J):I=I-1:J=J+1
1090 C=M(I,J):I=I+1
1100 D=M(I,J):I=I-1:J=J-1
1110 IF B*D=1 THEN 1140
1120 IF A*C=1 AND B*D=0 THEN 1160
1130 GOTO 1170
1140 IF A+C=0 THEN 1160
1150 GOTO 1170
1160 Q2=Q2+1
1170 NEXT J: NEXT I
1180 FOR I=0 TO N1-1 STEP 1: FOR J=0 TO N2-1 STEP 1
1190 A=M(I,J):I=I+1
1200 B=M(I,J):I=I-1:J=J+1
1210 C=M(I,J):I=I+1
1220 D=M(I,J):I=I-1:J=J-1
1230 IF A*B=1 THEN 1260
1240 IF C*D=1 AND A*B=0 THEN 1280
1250 GOTO 1290
1260 IF C*D=0 THEN 1280
1270 GOTO 1290

```

```

1290 NEXT J: NEXT I
1300 FOR I=1 TO 260 : X9(I)=0: Y9(I)=0: NEXT I
1310 FOR I=1 TO 260 : X10(I)=0: Y10(I)=0: X11(I)=0: Y11(I)=0: NEXT I
1320 FOR I=1 TO 260 : L(I)=0: NEXT I
1330 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
1340 A=M(I,J): I=I+1
1350 B=M(I,J): I=I-1: J=J+1
1360 C=M(I,J): I=I+1
1370 D=M(I,J): I=I-1: J=J-1
1380 IF B+C+D=0 AND A=1 THEN 1430
1390 IF A+C+D=0 AND B=1 THEN 1430
1400 IF A+B+C=0 AND D=1 THEN 1430
1410 IF A+B+D=0 AND C=1 THEN 1430
1420 GOTO 1440
1430 O3=O3+1
1440 NEXT J: NEXT I
1450 I=1: J=1
1460 IF M(I,J)=1 THEN 1510
1470 IF J=N2 THEN 1490
1480 J=J+1: GOTO 1460
1490 J=1: IF I=N1 THEN 2100
1500 I=I+1: GOTO 1460
1510 X9(I)=I+1: Y9(I)=J+1
1520 K1=2: K2=2
1530 X10(K1)=X9(I): Y10(K1)=Y9(I)
1540 IF M(I-1,J)=1 THEN 1560
1550 GOTO 1600
1560 IF O<>1 THEN 1580
1570 GOTO 2020
1580 X10(K2)=X9(K1-1): Y10(K2)=Y9(K1-1)
1590 K2=K2+1: GOTO 2020
1600 IF M(I-1,J+1)=1 THEN 1620
1610 GOTO 1660
1620 IF O<>2 THEN 1640
1630 GOTO 2040
1640 X10(K2)=X9(K1-1): Y10(K2)=Y9(K1-1)
1650 K2=K2+1: GOTO 2040
1660 IF M(I,J+1)=1 THEN 1680
1670 GOTO 1720
1680 IF O<>3 THEN 1700
1690 GOTO 2060
1700 X10(K2)=X9(K1-1): Y10(K2)=Y9(K1-1)
1710 K2=K2+1: GOTO 2060
1720 IF M(I+1,J+1)=1 THEN 1740
1730 GOTO 1780
1740 IF O<>4 THEN 1760
1750 GOTO 2080
1760 X10(K2)=X9(K1-1): Y10(K2)=Y9(K1-1)
1770 K2=K2+1: GOTO 2080
1780 IF M(I+1,J)=1 THEN 1800
1790 GOTO 1840
1800 IF O<>5 THEN 1820
1810 GOTO 2100
1820 X10(K2)=X9(K1-1): Y10(K2)=Y9(K1-1)
1830 K2=K2+1: GOTO 2100
1840 IF M(I+1,J-1)=1 THEN 1860
1850 GOTO 1900
1860 IF O<>6 THEN 1880
1870 GOTO 2120
1880 X10(K2)=X9(K1-1): Y10(K2)=Y9(K1-1)
1890 K2=K2+1: GOTO 2120
1900 IF M(I,J-1)=1 THEN 1920
1910 GOTO 1960
1920 IF O<>7 THEN 1940
1930 GOTO 2140
1940 X10(K2)=X9(K1-1): Y10(K2)=Y9(K1-1)

```

```

1950 K2=K2+1: GOTO 2140
1960 IF M(I-1,J-1)=1 THEN 1980
1970 GOTO 1540
1980 IF Q<>8 THEN 2000
1990 GOTO 2160
2000 X10(K2)=X9(K1-1) : Y10(K2)=Y9(K1-1)
2010 K2=K2+1: GOTO 2160
2020 X9(K1)=1 : Y9(K1)=J+1 : Q=1
2030 I=I-1 : J=J : GOTO 2180
2040 X9(K1)=1 : Y9(K1)=J+2 : Q=2
2050 I=I-1 : J=J+1: GOTO 2180
2060 X9(K1)=I+1 : Y9(K1)=J+2 : Q=3
2070 I=1 : J=J+1 : GOTO 2180
2080 X9(K1)=I+2: Y9(K1)=J+2 : Q=4
2090 I=I+1: J=J+1 : GOTO 2180
2100 X9(K1)=I+2 : Y9(K1)=J+1 : Q=5
2110 I=I+1: J=J : GOTO 2180
2120 X9(K1)=I+2 : Y9(K1)=J : Q=6
2130 I=I+1: J=J-1: GOTO 2180
2140 X9(K1)=I+1 : Y9(K1)=J : Q=7
2150 I=1: J=J-1: GOTO 2180
2160 X9(K1)=I : Y9(K1)=J : Q=8
2170 I=I-1: J=J-1: GOTO 2180
2180 IF X9(K1)=X9(1) AND Y9(K1)=Y9(1) THEN 2200
2190 K1=K1+1 : GOTO 2210
2200 GOTO 2290
2210 IF Q=1 THEN 1840
2220 IF Q=2 THEN 1900
2230 IF Q=3 THEN 1960
2240 IF Q=4 THEN 1540
2250 IF Q=5 THEN 1600
2260 IF Q=6 THEN 1660
2270 IF Q=7 THEN 1720
2280 IF Q=8 THEN 1780
2290 K3=K2: GOTO 4830
2300 FOR K2=1 TO K3-2
2310 PRINT "(",X10(K2),"",Y10(K2))";
2320 NEXT K2 : PRINT: GOTO 2370
2330 FOR X=0 TO N1-1: FOR Y=0 TO N2-1
2340 PRINT M(X,Y);
2350 NEXT Y : PRINT : NEXT X
2360 PRINT "SI NINGUN LADO MIDE MENOS DE 3 PIXELES, ENTONCES HAY";K3-2;"LADOS"
2370 FOR K2=1 TO K3-3
2380 L6= X10(K2)-X10(K2+1)
2390 L7= Y10(K2)-Y10(K2+1)
2400 L= SQR((L6*L6)+(L7*L7))
2410 L(K2)=L
2420 NEXT K2
2430 L4= X10(1)-X10(K3-2)
2440 L5= Y10(1)-Y10(K3-2)
2450 L(K3-2)= SQR((L4*L4)+(L5*L5)) : GOTO 2500
2460 PRINT "Y LA LONGITUD DE LOS LADOS ES;"
2470 FOR I=1 TO K3-2
2480 PRINT "L";I="";L(I)+1;"PIXELES"
2490 NEXT I
2500 F=(.85*Q1)+(1.11*Q2)+(1.37*Q3)
2510 PRINT "PERIMETRO=";P;"PIXELES"
2520 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
2530 IF M(I,J)=0 THEN 2550
2540 R=R+1
2550 NEXT J: NEXT I
2560 PRINT "AREA=";R;"PIXELES CUADRADOS"
2570 C1=(P*P)/R
2580 PRINT "FACTOR DE COMPACTACION ="; C1
2590 W5=TIMER
2600 IF GB<1 THEN 2620

```

```

2610 GOTO 4130
2620 IF G1=1 THEN 2880
2630 IF G8=1 THEN 2860
2640 M1=M1+x1: M2=M2+C1: T1=T1+(x1*x1): T2=T2+(C1*C1)
2650 NEXT J1: X2=M1/2: C2=M2/2
2660 S1=SQR(T1/2 -(X2*X2)): S2=SQR(T2/2 -(C2*C2))
2670 E1(I1)=E: X2(I1)=X2: C2(I1)=C2:
2680 S1(I1)=S1: S2(I1)=S2
2690 PRINT "LA MEDIA DE LOS MOMENTOS INVARIANTES ES:":X2
2700 PRINT "LA DESVIACION TIPICA DE LOS MOMENTOS ES:":S1
2710 PRINT "LA MEDIA DE LOS FACTORES DE COMPACTACION ES:":C2
2720 PRINT "LA DESVIACION TIPICA DE LOS FACTORES DE COMP. ES:":S2
2730 INPUT "CUAL ES EL NOMBRE DE ESTE OBJETO":M(I1)
2740 NEXT I1
2750 INPUT "SE DESEA GUARDAR EL ARCHIVO DE DATOS: S/N":M
2760 IF M<>"S" AND M<>"N" THEN 2750
2770 IF M="N" THEN 2840
2780 INPUT "NOMBRE DEL ARCHIVO DE COMPARACION QUE SE VA A GUARDAR:":I
2790 OPEN "O",#3,I*
2800 FOR I1=1 TO N3
2810 PRINT #3, E1(I1),X2(I1),C2(I1),S1(I1),S2(I1),M(I1)
2820 NEXT I1
2830 CLOSE
2840 IF L1<>1 THEN 2860
2850 GOTO 4670
2860 GOTO 3100
2870 PRINT "OBJETO #":I1
2880 REM OBTENCION DEL NUMERO DE EULER
2890 W6=TIMER
2900 X=0:H=0:A=0:B=0:C=0:D=0:
2910 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
2920 A=M(I,J): I=I+1
2930 B=M(I,J): I=I-1: J=J+1
2940 C=M(I,J): I=I+1
2950 D=M(I,J): I=I-1: J=J-1
2960 IF A+B+C=0 AND D=1 THEN 2990
2970 IF B*C=1 AND A=0 THEN 3010
2980 GOTO 3020
2990 X=X+1
3000 GOTO 3020
3010 H=H+1
3020 NEXT J: NEXT I
3030 E=A-H
3040 PRINT "NUMERO DE EULER =": E
3050 W2=TIMER
3060 IF L2=1 THEN 3390
3070 IF G8=1 THEN 4590
3080 IF G2=1 THEN GOTO 3500
3090 GOTO 700
3100 REM RECONOCIMIENTO DE UN OBJETO
3110 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
3120 M(I,J)=0
3130 NEXT J: NEXT I
3140 PRINT "RECONOCIMIENTO DE UN OBJETO EN BASE AL ARCHIVO"
3150 INPUT "SE DESEA RECONOCER UN OBJETO: S/N":K*
3160 IF K<>"S" AND K<>"N" THEN 3150
3170 IF K="S" THEN 3230
3180 GOTO 4670
3190 IF Z3<>0 THEN 3230
3200 IF Z2<>0 THEN 3220
3210 DIM M(60,60)
3220 Z3=1
3230 INPUT "DIMENSION DE LA MATRIZ: I,J":I,J
3240 INPUT "OBJETO QUE SE DESEA RECONOCER (NOM. ARCHIVO)":D*
3250 CLS
3260 OPEN "I",#7,D*

```

```

3930 PRINT "EL OBJETO ES EL SEXTO OBJETO DEL ARCHIVO"
3940 GOTO 4030
3950 PRINT "EL OBJETO ES EL SEPTIMO OBJETO DEL ARCHIVO"
3960 GOTO 4030
3970 PRINT "EL OBJETO ES EL OCTAVO OBJETO DEL ARCHIVO"
3980 GOTO 4030
3990 PRINT "EL OBJETO ES EL NOVENO OBJETO DEL ARCHIVO"
4000 GOTO 4030
4010 PRINT "EL OBJETO ES EL DECIMO OBJETO DEL ARCHIVO"
4020 GOTO 4030
4030 PRINT "SE TRATA DE UN: ";M$(I1)
4040 W7=TIMER
4050 INPUT "SE DESEA RECONOCER OTRO OBJETO: S/N";Q$
4060 IF Q$="S" AND Q$<>"N" THEN 4050
4070 IF Q$="N" THEN 4120
4080 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
4090 M(I,J)=0
4100 NEXT J: NEXT I
4110 L3=1: GOTO 3100
4120 GOTO 4670
4130 W9=TIMER
4140 PRINT "RECONOCIMIENTO DIRECTO DE LA FIGURA": IF I=2: G THEN 4250
4150 IF L(1)=L(2) AND L(2)=L(3) AND L(3)=L(1) THEN 4170
4160 GOTO 4180
4170 PRINT "LA FIGURA ES UN TRIANGULO EQUILATERO": GOTO 4570
4180 IF L(1)=L(2) AND L(1)<>L(3) THEN 4230
4190 IF L(1)=L(3) AND L(1)<>L(2) THEN 4220
4200 IF L(2)=L(3) AND L(2)<>L(1) THEN 4220
4210 GOTO 4230
4220 PRINT "LA FIGURA ES UN TRIANGULO ISOSCELES": GOTO 4570
4230 IF L(1)<>L(2) AND L(1)<>L(3) THEN 4240
4240 PRINT "LA FIGURA ES UN TRIANGULO ESCALENO": GOTO 4570
4250 IF K3=2<4 THEN 4450
4260 IF L(1)=L(2) AND L(2)=L(3) AND L(3)=L(4) AND L(4)=L(1) THEN 4280
4270 GOTO 4350
4280 A=X10(2):B=X10(1):C=Y10(2):D=Y10(1):E=X10(3):F=Y10(3)
4290 IF A=B AND C=F THEN 4320
4300 IF (C-D)*(F-C)/(A-B)*(E-A)=-1 THEN 4320
4310 PRINT "LA FIGURA ES UN ROMBO": GOTO 4570
4320 PRINT "LA FIGURA ES UN CUADRADO": GOTO 4570
4330 IF L(1)=L(3) AND L(2)=L(4) THEN 4350
4340 GOTO 4400
4350 A=X10(2):B=X10(2):C=Y10(2):D=Y10(1):E=X10(3):F=Y10(3)
4360 IF A=B AND C=F THEN 4390
4370 IF (C-D)*(F-C)/(A-B)*(E-A)=-1 THEN 4390
4380 PRINT "LA FIGURA ES UN ROMBOIDE": GOTO 4570
4390 PRINT "LA FIGURA ES UN RECTANGULO": GOTO 4570
4400 IF L(1)=L(3) AND L(2)=L(4) THEN 4430
4410 IF L(2)=L(4) AND L(3)=L(1) THEN 4430
4420 GOTO 4440
4430 PRINT "LA FIGURA ES UN TRAPEZIO": GOTO 4570
4440 IF L(1)=L(2) AND L(2)=L(3) AND L(3)=L(4) AND L(4)=L(1) THEN 4450
4450 PRINT "LA FIGURA ES UN CUADRIANGULO IRREGULAR": GOTO 4570
4460 IF K3=2<5 THEN 4500
4470 IF L(1)=L(2) AND L(2)=L(3) AND L(3)=L(4) AND L(4)=L(5) THEN 4490
4480 PRINT "LA FIGURA ES UN PENTAGONO IRREGULAR": GOTO 4570
4490 PRINT "LA FIGURA ES UN PENTAGONO REGULAR": GOTO 4570
4500 IF K3=2<6 THEN 4540
4510 IF L(1)=L(2) AND L(2)=L(3) AND L(3)=L(4) AND L(4)=L(5) THEN 4530
4520 PRINT "LA FIGURA ES HEXAGONO IRREGULAR": GOTO 4570
4530 PRINT "LA FIGURA ES UN HEXAGONO REGULAR": GOTO 4570
4540 IF K3=2<7 THEN 4560
4550 PRINT "NO SE TRATA DE NINGUN POLIGONO":GOTO 4570
4560 PRINT "LA FIGURA ES UN POLIGONO CON MAS DE 6 LADOS": GOTO 4570
4570 W10=TIMER
4580 GOTO 670

```

```

4590 INPUT "SE DESEA RECONOCER OTRO OBJETO: S/N": F$
4600 IF F$ <> "S" AND F$ <> "N" THEN 4590
4610 IF F$ = "N" THEN 4570
4620 FOR I=0 TO N1-1 : FOR J=0 TO N2-1
4630 M(I,J)=0
4640 NEXT J: NEXT I
4650 G7=1
4660 GOTO 470
4670 INPUT " DESEA TERMINAR LA SESION DE RECONOCIMIENTO DE FORMAS SI O NO ": A$
4680 IF (A$ <> "SI") AND (A$ <> "NO") THEN GOTO 4670
4690 IF A$ = "SI" THEN GOTO 4710
4700 G8=3 : L1=3 : L2=3 : GOTO 110
4710 PRINT "TIEMPO UTILIZADO PARA:"
4720 PRINT "OBTENER EL MOMENTO INVARIANTE:": W4-W1
4730 PRINT "OBTENER EL FACTOR DE COMPACTACION:": W5-W4
4740 PRINT "OBTENER EL NUMERO DE LADOS:": W6-W5
4750 IF G8=1 THEN 4760
4760 IF L2=1 THEN 4770
4770 GOTO 4820
4780 PRINT "RECONOCER LA FIGURA:": W10-W7: GOTO 4800
4790 PRINT "RECONOCER LA FIGURA:": W2-W8: GOTO 4810
4800 PRINT : PRINT "TIEMPO TOTAL:": (W4-W1)+(W5-W4)+(W2-W8)+(W10-W7): GOTO 4820
4810 PRINT : PRINT "TIEMPO TOTAL:": (W4-W1)+(W5-W4)+(W2-W8)+(W7-W8)
4820 END
4830 K4=1
4840 FOR K2=2 TO K3-1
4850 IF X10(K2)=X10(K2+1)+1 AND Y10(K2)=Y10(K2+1)-1 THEN 4900
4860 IF X10(K2)=X10(K2+1)-1 AND Y10(K2)=Y10(K2+1)-1 THEN 4910
4870 IF X10(K2)=X10(K2+1)-1 AND Y10(K2)=Y10(K2+1)+1 THEN 4920
4880 IF X10(K2)=X10(K2+1)+1 AND Y10(K2)=Y10(K2+1)+1 THEN 4930
4890 GOTO 4940
4900 O1=X10(K2)-1: O2=Y10(K2): IF M(O1,O2)=1 THEN 4950
4910 O1=X10(K2): O2=Y10(K2)-1: IF M(O1,O2)=1 THEN 4960
4920 O1=X10(K2)-1: O2=Y10(K2)-2: IF M(O1,O2)=1 THEN 4970
4930 O1=X10(K2)-2: O2=Y10(K2)-1: IF M(O1,O2)=1 THEN 4980
4940 X12(K4)=X10(K2) : Y12(K4)=Y10(K2) : K4=K4+1: GOTO 4990
4950 X12(K4)=X10(K2) : Y12(K4)=Y10(K2)+1 : K4=K4+1 : K2=K2+1: GOTO 4990
4960 X12(K4)=X10(K2)+1 : Y12(K4)=Y10(K2) : K4=K4+1 : K2=K2+1: GOTO 4990
4970 X12(K4)=X10(K2) : Y12(K4)=Y10(K2)-1 : K4=K4+1 : K2=K2+1: GOTO 4990
4980 X12(K4)=X10(K2)-1 : Y12(K4)=Y10(K2) : K4=K4+1 : K2=K2+1: GOTO 4990
4990 NEXT K2 : K3 = K4+1
5000 FOR K2=1 TO K3-2: X10(K2)=X12(K2): Y10(K2)=Y12(K2): NEXT K2
5010 GOTO 2300

```

APENDICE B

```

10 REM PROGRAMA RCF3.BAS
20 REM RECONOCIMIENTO DE FORMAS POR MEDIO DE LAS FRANJAS DE MACH
30 REM RECONOCIMIENTO DE FIGURAS POR MEDIO DE LAS FRANJAS DE MACH
40 REM EL SIGUIENTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR UNA SERIE DE CARACTERISTICAS,
50 REM SOBRE LA FORMA DE UNA FIGURA DIGITALIZADA (ALMACENADA EN UN ARCHIVO
60 REM PREVIAMENTE CREADO): MOMENTO INVARIANTE, AREA, PERIMETRO, FACTOR DE
70 REM COMPACTACION, NUMERO DE EULER, POSICION DE SU CENTROIDE Y LOCALIZACION
80 REM DE SUS VERTICES, ASI COMO EL NUMERO Y LA LONGITUD DE SUS LADOS. TEN EL
90 REM CASO DE TRATARSE DE UNA FIGURA POLIGONAL, ESTO ES POSIBLE.
100 L1=0 : L2=0 : Z=0
110 CLS : PRINT
120 PRINT "          MENU DE FUNCIONES:" : PRINT
130 PRINT "1. RECONOCEN A UNA FIGURA EN BASE A SU GEOMETRIA, SI ES UN POLIGONO."
140 PRINT "2. CREAM UN ARCHIVO DE DATOS QUE CONSTARA DE LAS PRINCIPALES "
150 PRINT "   PROPIEDADES DE FORMA DE HASTA 10 FIGURAS, CONSTANDO ESTE ARCHIVO "
160 PRINT "   DE LA MEDIA ARITMETICA Y LA DESVIACION TIPICA OBTENIDOS DE DOS "
170 PRINT "   CALCULOS HECHOS A PARTIR DE DOS IMAGENES O ARCHIVOS DISTINTOS "
180 PRINT "   DE LAS SIGUIENTES PROPIEDADES: FACTOR DE COMPACTACION Y MOMENTO "
190 PRINT "   INVARIANTE; CANTANDO EL ARCHIVO ADEMÁS CON EL NUMERO DE EULER "
200 PRINT "   DE LA FIGURA."
210 PRINT "3. CREAM EL ARCHIVO ANTERIOR Y AL MISMO TIEMPO RECONOCER UNA "
220 PRINT "   FIGURA POR LA COMPARACION DE SUS PROPIEDADES CON LAS MISMAS "
230 PRINT "   PROPIEDADES DE LAS FIGURAS DEL ARCHIVO."
240 PRINT "4. RECONOCER UNA FIGURA EN BASE A LA COMPARACION DE SUS "
250 PRINT "   PROPIEDADES CON LAS DE UN ARCHIVO CREADO POR LA OPCION #2 "
260 PRINT "   NOTA: LAS FIGURAS QUE SEAN INTRODUCIDAS EN EL PROGRAMA DEBEN "
270 PRINT "   ESTAR DIGITALIZADAS POR DOS VALORES: 1 PARA LA ZONA OSCURA "
280 PRINT "   DE LA FIGURA Y 0 PARA LA ZONA QUE REPRESENTA EL FONDO, ADEMÁS "
290 PRINT "   LA DIMENSION DE LA IMAGEN NO DEBE SER MAYOR DE 64*60."
300 PRINT
310 INPUT " CUAL DE LAS CUATRO OPCIONES DESEA":O
320 IF (O#1) OR (O#4) THEN GOTO 310
330 CLS
340 O#1 GOTO 350,360,370,380
350 G#1 : GOTO 400
360 L#1 : GOTO 400
370 L#0 : L#0 : GOTO 400
380 L#1 : GOTO 400
390 GOTO 380
400 REM **CREACION DE UN ARCHIVO.**
410 IF Z=0 THEN 460
420 DIM E1(10):DIM X2(10):DIM C2(10):DIM S1(10):DIM M(10)
430 DIM X1(360): DIM Y1(360): DIM X12(360): DIM Y12(360)
440 DIM X10(360): DIM Y10(360): DIM L(360): DIM Z(60)
450 Z=1
460 G1=0: G2=0: G3=0 : IF L2=1 THEN 2390
470 IF G7=1 THEN 2430
480 IF G8=1 THEN 2390
490 INPUT "CUANTOS OBJETOS SERAN PARTE DEL ARCHIVO DE COMPARACION":N3
500 IF Z=0 OR Z=00 THEN 530
510 DIM M(60,60)
520 Z=1
530 FOR I=1 TO N3
540 IF I=1 THEN 580
550 FOR I=0 TO N1-1 : FOR J=0 TO N2-1
560 M(I,J)=0
570 NEXT J: NEXT I
580 PRINT "INTRODUZCA EL OBJETO #":I;" AL ARCHIVO "
590 INPUT "EL TAMARO DE LA MATRIZ ES: N1,N2":N1,N2
600 INPUT "NUMBRE DEL OBJETO QUE SE VA A SALVAR EN EL ARCHIVO.":B#
610 CLS

```

```

620 OPEN "I",#1,B*
630 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
640 INPUT #1,M(I,J)
650 NEXT J: NEXT I
660 CLOSE
670 M1=0:M2=0:Y1=0:T2=0
680 GOTO 2220
690 FOR J1=1 TO 2
700 IF J1=2 THEN GOO
710 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1: M(I,J)=0: NEXT J: NEXT I
720 PRINT "INTRODUCCION DE LA NUEVA IMAGEN(ARCHIVO) PARA EL MISMO OBJETO."
730 INPUT "EL TAMAÑO DE LA MATRIZ DE LA NUEVA IMAGEN(ARCH.) ES: N1,N2":N1,N2
740 INPUT "INTRODUCIR LA NUEVA(O MISMA) IMAGEN DEL MISMO OBJETO(ARCH.):":J4
750 OPEN "I",#2,J4
760 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
770 INPUT #2,M(I,J)
780 NEXT J: NEXT I
790 CLOSE
800 PRINT "CALCULO #":J1"DE LAS CARACTERISTICAS DEL OBJETO #":I1
810 REM OBTENCION DEL MOMENTO INVARIANTE
820 W1=TIMER
830 U2=0:U1=0:A=0:B=0:C=0:X=0:Y=0
840 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
850 IF M(I,J) > 8 THEN 870
860 N=1: GOTO 880
870 N=0
880 A=N + A
890 B=I*N + B
900 C=J*N + C
910 NEXT J: NEXT I
920 X=B/A
930 Y=C/A
940 PRINT "CENTROIDE EN:": "(";X+1";";Y+1")"
950 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
960 READ M(I,J)
970 NEXT J: NEXT I
980 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
990 IF M(I,J) > 8 THEN 1010
1000 N=1: GOTO 1020
1010 N=0
1020 U1=N*(I-X)*(I-X)+U1
1030 U2=N*(J-Y)*(J-Y)+U2
1040 NEXT J: NEXT I
1050 X1=U2+U1
1060 PRINT "MOMENTO INVARIANTE #": X1
1070 W4=TIMER
1080 REM OBTENCION DEL FACTOR DE COMPACTACION
1090 FOR I=1 TO 360
1100 X9(I)=0: Y9(I)=0: X10(I)=0: Y10(I)=0: X12(I)=0: Y12(I)=0: L(I)=0
1110 NEXT I
1120 FOR I=1 TO 60: Z(I)=0: NEXT I
1130 PRINT "POSICION DE LOS VERTICES:"
1140 Q3=0: Q4=0: Q5=0: Q6=0: Q7=0: Q8=0: Q9=0: Q10=0
1150 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
1160 IF M(I,J)=5 THEN 1240
1170 IF M(I,J)=7 THEN 1250
1180 IF M(I,J)=29 THEN 1260
1190 IF M(I,J)=26 THEN 1270
1200 IF M(I,J)=3 THEN 1280
1210 IF M(I,J)=2 THEN 1290
1220 IF M(I,J)=4 THEN 1300
1230 GOTO 1310
1240 Q3=Q3+1: GOTO 1310
1250 Q5=Q5+1: GOTO 1310
1260 Q6=Q6+1: GOTO 1310
1270 Q7=Q7+1: GOTO 1310

```

```

1280 08=08+1: GOTO 1310
1290 09=09+1: GOTO 1310
1300 010= 010+1: GOTO 1310
1310 NEXT J: NEXT I
1320 01=0 : K=1
1330 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
1340 IF M(I,J)<4 THEN 1520
1350 IF M(I,J)=4 THEN 1430
1360 IF M(I,J)=7 THEN 1380
1370 GOTO 1540
1380 I=I-1: J=J-1: IF M(I,J)>27 THEN 1480
1390 J=J+2: IF M(I,J)>27 THEN 1490
1400 I=I+2: IF M(I,J)>27 THEN 1500
1410 J=J-2: IF M(I,J)>27 THEN 1510
1420 J=J+1: I=I-1: GOTO 1540
1430 IF M(I+1,J)<4 OR M(I,J+1)<4 THEN 1540
1440 I=I-1: J=J-1
1450 IF M(I+1,J)<4 OR M(I,J+1)<4 THEN 1470
1460 I=I+1: J=J+1: GOTO 1520
1470 I=I+1: J=J+1: GOTO 1540
1480 I=I+1: J=J+1: GOTO 1520
1490 I=I+1: J=J-1: GOTO 1520
1500 I=I-1: J=J-1: GOTO 1520
1510 I=I-1: J=J+1: GOTO 1520
1520 X10(K)=I+1 : Y10(K)=J+1
1530 PRINT "(",I+1;",",J+1;");";01=01+1: K=K+1
1540 NEXT J: NEXT I: PRINT: K3=01+2
1550 FOR J=1 TO 01
1560 K=0: I=J+2
1570 IF J=01-1 THEN 1600
1580 IF J=01 THEN 1610
1590 GOTO 1620
1600 K=01-2: I=J-K+1 : GOTO 1620
1610 K=1: I=J
1620 L4= X10(J-K)-X10(I)
1630 L5= Y10(J-K)-Y10(I)
1640 L= SQRT((L4*L4)+(L5*L5))
1650 L(J)=L
1660 NEXT J
1670 GOTO 1800
1680 FOR X=0 TO N1-1: FOR Y=1 TO N2-1
1690 PRINT M(X,Y);
1700 IF M(X,Y)>9 THEN 1720
1710 PRINT " ";
1720 NEXT Y : PRINT : NEXT X
1730 END
1740 PRINT "SI NINGUN LADO MIDE MENOS DE 3 PIXELES Y NO EXISTEN CONCAVIDADES"
1750 PRINT "ENTONCES HAY";K3-2;"LADOS"
1760 PRINT " Y LA LONGITUD DE LOS LADOS ES:"
1770 FOR I=1 TO 01
1780 PRINT "L";I;"=";L(I)+1;"PIXELES"
1790 NEXT I
1800 Q4=(05-06)-(07/2)+(08)+(09)
1810 Q11=(07-010)/2
1820 P1=(1.41421354)*(04+09+(07-(09+(2*011))))+(2.828427)*(08-011)
1830 P2=2*(09+06)+(07-010)+(03-04)
1840 PRINT "PERIMETRO =" ;P1+P2;"PIXELES"
1850 P=P1+P2
1860 R=0
1870 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
1880 IF M(I,J)>8 THEN 1900
1890 R=R+1
1900 NEXT J: NEXT I
1910 PRINT "AREA=";R;"PIXELES CUADRADOS"
1920 C1=(P*P)/R : K3=01+2
1930 PRINT "FACTOR DE COMPACTACION =" ;C1

```

```

3270 FOR X=0 TO I-1: FOR Y=0 TO J-1
3280 INPUT #2, M(X,Y)
3290 NEXT Y: NEXT X
3300 CLOSE
3310 IF G1=1 AND G2=1 AND G3=1 THEN 3360
3320 G1=G1+1: G2=G2+1 : G3=G3+1
3330 IF L2<>1 THEN 3350
3340 N1=I : N2=J : GOTO 3370
3350 IF G8<>1 THEN 3370
3360 N1=I: N2=J
3370 PRINT "CALCULO DE LAS CARACTERISTICAS DEL OBJETO A RECONOCER"
3380 GOTO B20
3390 IF L3=1 THEN 3430
3400 IF Z1=1 THEN 3430
3410 DIM E1(10):DIM X2(10):DIM C2(10):DIM S1(10)
3420 DIM S2(10):DIM M5(10)
3430 INPUT "CON CUANTOS OBJETOS CUENTA EL ARCHIVO DE COMPARACION?":I4
3440 INPUT "NOMBRE DEL ARCHIVO DE COMPARACION":Y4
3450 W8=TIMER
3460 OPEN "I",#2,Y4
3470 FOR I1=1 TO N3
3480 INPUT #3,E1(I1),X2(I1),C2(I1),S1(I1),S2(I1),M5(I1)
3490 NEXT I1: CLOSE
3500 W3=0
3510 FOR I1=1 TO N3
3520 IF S1(I1)<>0 THEN 3550
3530 S1(I1)=.0001
3540 GOTO 3550
3550 H2= (X2(I1)-X1)/S1(I1)
3560 IF S2(I1)<>0 THEN 3590
3570 S2(I1)=.0001
3580 GOTO 3590
3590 H3= (C2(I1)-C1)/S2(I1)
3600 H1= SQR((H2*H2)+(H3*H3))
3610 H1(I1)=H1
3620 NEXT I1
3630 W3=H1(1)
3640 FOR I1=2 TO N3
3650 IF E1(I1)<>E THEN 3680
3660 IF H1(I1)>W3 THEN 3680
3670 W3=H1(I1)
3680 NEXT I1
3690 PRINT "RECONOCIMIENTO INDIRECTO: "
3700 FOR I1=1 TO N3
3710 IF H1(I1)<W3 THEN 3820
3720 IF I1=1 THEN 3830
3730 IF I1=2 THEN 3850
3740 IF I1=3 THEN 3870
3750 IF I1=4 THEN 3890
3760 IF I1=5 THEN 3910
3770 IF I1=6 THEN 3930
3780 IF I1=7 THEN 3950
3790 IF I1=8 THEN 3970
3800 IF I1=9 THEN 3990
3810 IF I1=10 THEN 4010
3820 NEXT I1
3830 PRINT "EL OBJETO ES EL PRIMER OBJETO DEL ARCHIVO"
3840 GOTO 4030
3850 PRINT "EL OBJETO ES EL SEGUNDO OBJETO DEL ARCHIVO"
3860 GOTO 4030
3870 PRINT "EL OBJETO ES EL TERCER OBJETO DEL ARCHIVO"
3880 GOTO 4030
3890 PRINT "EL OBJETO ES EL CUARTO OBJETO DEL ARCHIVO"
3900 GOTO 4030
3910 PRINT "EL OBJETO ES EL QUINTO OBJETO DEL ARCHIVO"
3920 GOTO 4030

```

```

1940 W5=TIMER
1950 IF G8<>1 THEN 1970
1960 GOTO 3330
1970 IF G1=1 THEN 2230
1980 IF G8=1 THEN 2230
1990 M1=M1+X1; M2=M2+C1; T1=T1+(X1*X1); (2-12+(C1+C1))
2000 NEXT J1; X2=M1/2; C2=M2/2
2010 S1=SOR(T1/2 -(X2*X2)); S2=SOR(T2/2 -(C2*C2))
2020 E1(I1)=E; X2(I1)=X2; C2(I1)=C2
2030 S1(I1)=S1; S2(I1)=S2
2040 PRINT "LA MEDIA DE LOS MOMENTOS INVARIANTES ES:";X2
2050 PRINT "LA DESVIACION TIPICA DE LOS MOMENTOS ES:";S1
2060 PRINT "LA MEDIA DE LOS FACTORES DE COMPACTACION ES:";C2
2070 PRINT "LA DESVIACION TIPICA DE LOS FACTORES DE COMP. ES:";S2
2080 INPUT "CUAL ES EL NOMBRE DE ESTE OBJETO";M*(I1)
2090 NEXT I1
2100 INPUT "SE DESEA GUARDAR EL ARCHIVO DE DATOS;S/N";R*
2110 IF R<>"S" AND R<>"N" THEN 2100
2120 IF R="N" THEN 2190
2130 INPUT "NOMBRE DEL ARCHIVO DE COMPARACION QUE SE VA A GUARDAR:";I*
2140 OPEN "0",#3,T*
2150 FOR I1=1 TO N3
2160 PRINT #3, E1(I1),X2(I1),C2(I1),S1(I1),S2(I1),M*(I1)
2170 NEXT I1
2180 CLOSE
2190 IF L1<>1 THEN 2210
2200 GOTO 3870
2210 GOTO 2300
2220 PRINT "OBJETO #";I1
2230 REM OBTENCION DEL NUMERO DE EULER
2240 GOTO 4030
2250 X=0;H=0;A=0;B=0;C=0;D=0;
2260 IF L2=1 THEN 2590
2270 IF G8=1 THEN 3790
2280 IF G2=1 THEN GOTO 2700
2290 GOTO 640
2300 REM RECONOCIMIENTO DE UN OBJETO
2310 FOR I=0 TO N1-1; FOR J=0 TO N2-1
2320 M(I,J)=0
2330 NEXT J; NEXT I
2340 PRINT "RECONOCIMIENTO DE UN OBJETO EN BASE AL ARCHIVO"
2350 INPUT "SE DESEA RECONOCER UN OBJETO;S/N";I*
2360 IF K<>"S" AND I<>"N" THEN 2350
2370 IF K="S" THEN 2430
2380 GOTO 3870
2390 IF Z3<>0 THEN 2430
2400 IF Z2<>0 THEN 2420
2410 DIM M(60,60)
2420 Z3=1
2430 INPUT "DIMENSION DE LA MATRIZ; I,J";I,J
2440 INPUT "OBJETO QUE SE DESEA RECONOCER (NOM. ARCHIVO)";D*
2450 CLS
2460 OPEN "1",#2,D*
2470 FOR X=0 TO I-1; FOR Y=0 TO J-1
2480 INPUT #2, M(X,Y)
2490 NEXT Y; NEXT X
2500 CLOSE
2510 IF G1=1 AND G2=1 AND G3=1 THEN 2560
2520 G1=G1+1; G2=G2+1; G3=G3+1
2530 IF L2<>1 THEN 2550
2540 N1=I; N2=J; GOTO 2570
2550 IF G8<>1 THEN 2570
2560 N1=I; N2=J
2570 PRINT "CALCULO DE LAS CARACTERISTICAS DEL OBJETO A RECONOCER"
2580 GOTO 810
2590 IF I=1 THEN 2630

```

```

2600 IF 21=1 THEN 2630
2610 DIM E1(10):DIM X2(10):DIM C2(10):DIM S1(10)
2620 DIM S2(10):DIM M*(10)
2630 INPUT "CON CUANTOS OBJETOS CUENTA EL ARCHIVO DE COMPARACION":N3
2640 INPUT "NOMBRE DEL ARCHIVO DE COMPARACION":Y$
2650 W3=TIMER
2660 OPEN "1",#3,Y$
2670 FOR I1=1 TO N3
2680 INPUT #3,E1(I1),X2(I1),C2(I1),S1(I1),S2(I1),M*(I1)
2690 NEXT I1: CLOSE
2700 W3=0
2710 FOR I1=1 TO N3
2720 IF S1(I1)=0 THEN 2750
2730 S1(I1)=.0001
2740 GOTO 2790
2750 H2= (X2(I1)-X1)/S1(I1)
2760 IF S2(I1)=0 THEN 2790
2770 S2(I1)=.0001
2780 GOTO 2790
2790 H3= (C2(I1)-C1)/S2(I1)
2800 H1= 500*(H2*H2)+(H3*H3)
2810 H1(I1)=H1
2820 NEXT I1
2830 W3=H1(I1)
2840 FOR I1=2 TO N1
2850 IF E1(I1)>=E THEN 2880
2860 IF H1(I1)>W3 THEN 2880
2870 W3=H1(I1)
2880 NEXT I1
2890 PRINT "RECONOCIMIENTO INDIRECTO:":
2900 FOR I1=1 TO N3
2910 IF H1(I1)=W3 THEN 3020
2920 IF I1=1 THEN 3030
2930 IF I1=2 THEN 3050
2940 IF I1=3 THEN 3070
2950 IF I1=4 THEN 3090
2960 IF I1=5 THEN 3110
2970 IF I1=6 THEN 3130
2980 IF I1=7 THEN 3150
2990 IF I1=8 THEN 3170
3000 IF I1=9 THEN 3190
3010 IF I1=10 THEN 3210
3020 NEXT I1
3030 PRINT "EL OBJETO ES EL PRIMER OBJETO DEL ARCHIVO"
3040 GOTO 3230
3050 PRINT "EL OBJETO ES EL SEGUNDO OBJETO DEL ARCHIVO"
3060 GOTO 3230
3070 PRINT "EL OBJETO ES EL TERCER OBJETO DEL ARCHIVO"
3080 GOTO 3230
3090 PRINT "EL OBJETO ES EL CUARTO OBJETO DEL ARCHIVO"
3100 GOTO 3230
3110 PRINT "EL OBJETO ES EL QUINTO OBJETO DEL ARCHIVO"
3120 GOTO 3230
3130 PRINT "EL OBJETO ES EL SEXTO OBJETO DEL ARCHIVO"
3140 GOTO 3230
3150 PRINT "EL OBJETO ES EL SEPTIMO OBJETO DEL ARCHIVO"
3160 GOTO 3230
3170 PRINT "EL OBJETO ES EL OCTAVO OBJETO DEL ARCHIVO"
3180 GOTO 3230
3190 PRINT "EL OBJETO ES EL NOVENO OBJETO DEL ARCHIVO"
3200 GOTO 3230
3210 PRINT "EL OBJETO ES EL DECIMO OBJETO DEL ARCHIVO"
3220 GOTO 3230
3230 PRINT "SE TRATA DE UN:":M*(I1)
3240 W7=TIMER
3250 INPUT "SE DESEA RECONOCER OTRO OBJETO: S/N":O$

```

```

3260 IF D<>"S" AND D<>"N" THEN 3250
3270 IF D="N" THEN 3320
3280 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
3290 M(I,J)=0
3300 NEXT J: NEXT I
3310 L3=1: GOTO 2300
3320 GOTO 3870
3330 W9=TIMER
3340 PRINT "RECONOCIMIENTO DIRECTO DE LA FIGURA:": IF K3<>5 THEN 3450
3350 IF L(1)=L(2) AND L(2)=L(3) AND L(3)=L(4) THEN 3370
3360 GOTO 3380
3370 PRINT "LA FIGURA ES UN TRIANGULO EQUILATERO": GOTO 3770
3380 IF L(1)=L(2) AND L(1)<L(3) THEN 3420
3390 IF L(1)=L(3) AND L(1)<L(2) THEN 3420
3400 IF L(2)=L(3) AND L(2)<L(1) THEN 3420
3410 GOTO 3430
3420 PRINT "LA FIGURA ES UN TRIANGULO ISOCLES": GOTO 3770
3430 IF L(1)=L(2) AND L(1)=L(3) THEN 3440
3440 PRINT "LA FIGURA ES UN TRIANGULO ESCALENO": GOTO 3770
3450 IF K3=2.4 THEN 3660
3460 IF L(1)=L(2) AND L(2)=L(3) AND L(3)=L(4) AND L(4)=L(5) THEN 3480
3470 GOTO 3530
3480 A=X10(2):B=X10(1):C=Y10(2):D=Y10(1):E=X10(3):F=Y10(3)
3490 IF A=B AND D=F THEN 3520
3500 IF (C-D)*(F-D)/(A-B)*(E-B)=1 THEN 3520
3510 PRINT "LA FIGURA ES UN ROMBO": GOTO 3770
3520 PRINT "LA FIGURA ES UN CUADRADO": GOTO 3770
3530 IF L(1)=L(4) AND L(2)=L(3) THEN 3560
3540 GOTO 3600
3550 A=X10(2):B=X10(1):C=Y10(2):D=Y10(1):E=X10(3):F=Y10(3)
3560 IF A=B AND D=F THEN 3590
3570 IF (C-D)*(F-D)/(A-B)*(E-B)=1 THEN 3590
3580 PRINT "LA FIGURA ES UN ROMBOIDE": GOTO 3770
3590 PRINT "LA FIGURA ES UN RECTANGULO": GOTO 3770
3600 IF L(1)=L(4) AND L(2)=L(3) THEN 3630
3610 IF L(2)=L(3) AND L(1)=L(4) THEN 3630
3620 GOTO 3640
3630 PRINT "LA FIGURA ES UN TRAPECIO": GOTO 3770
3640 IF L(1)<>L(2) AND L(2)=L(3) AND L(3)=L(4) AND L(4)=L(1) THEN 3650
3650 PRINT "LA FIGURA ES UN CUADRILATERO IRREGULAR": GOTO 3770
3660 IF K3=2.5 THEN 3700
3670 IF L(1)=L(2) AND L(2)=L(3) AND L(3)=L(4) AND L(4)=L(5) THEN 3690
3680 PRINT "LA FIGURA ES UN PENTAGONO IRREGULAR": GOTO 3770
3690 PRINT "LA FIGURA ES UN PENTAGONO REGULAR": GOTO 3770
3700 IF K3=2.6 THEN 3740
3710 IF L(1)=L(2) AND L(2)=L(3) AND L(3)=L(4) AND L(4)=L(5) THEN 3730
3720 PRINT "LA FIGURA ES HEXAGONO IRREGULAR": GOTO 3770
3730 PRINT "LA FIGURA ES UN HEXAGONO REGULAR": GOTO 3770
3740 IF K3=2.7 THEN 3760
3750 PRINT "NO SE TRATA DE NINGUN POLIGONO":GOTO 3770
3760 PRINT "LA FIGURA ES UN POLIGONO CON MAS DE 6 LADOS": GOTO 3770
3770 W10=TIMER
3780 GOTO 1970
3790 INPUT "SE DESEA RECONOCER OTRO OBJETO: S/N":F#
3800 IF F#<>"S" AND F#<>"N" THEN 3770
3810 IF F#="N" THEN 3870
3820 FOR I=0 TO N1-1: FOR J=0 TO N2-1
3830 M(I,J)=0
3840 NEXT J: NEXT I
3850 G7=1
3860 GOTO 460
3870 INPUT " DESEA TERMINAR LA SESION DE RECONOCIMIENTO DE FORMAS SI O NO ":A#
3880 IF (A#<>"SI") AND (A#="NO") THEN GOTO 3870
3890 IF A#="SI" THEN GOTO 3910
3900 G8=3: L1=3: L2=3: GOTO 110
3910 PRINT "TIEMPO UTILIZADO: "

```

```

3920 PRINT "OBTENER EL MOMENTO INERCIAL:";W4-W1
3930 PRINT "OBTENER EL FACTOR DE CONTRACCION:";W5-W4
3940 PRINT "OBTENER EL NUMERO DE EULER:";W2-W6
3950 IF G8=1 THEN 3980
3960 IF L2=1 THEN 3990
3970 GOTO 4020
3980 PRINT "RECONOCER LA FIGURA:";W7-W8;GOTO 4010
3990 PRINT "RECONOCER LA FIGURA:";W7-W8;GOTO 4010
4000 PRINT: PRINT "TIEMPO TOTAL:";(W4-W1)+(W5-W4)+(W2-W6)+(W7-W8);GOTO 4020
4010 PRINT: PRINT "TIEMPO TOTAL:";(W4-W1)+(W5-W4)+(W2-W6)+(W7-W8)
4020 END
4030 W6=TIMER
4040 FOR J=0 TO N2-1
4050 K5=0
4060 FOR I=0 TO N1-J
4070 IF M(I,J) > 8 AND M(I+1,J) < 8 THEN 4090
4080 GOTO 4100
4090 K5=K5+1
4100 NEXT I
4110 Z(J)=K5: NEXT J
4120 T=1
4130 FOR J=0 TO N2-1: K6=0
4140 IF Z(J)=Z(J+1) THEN 4220
4150 FOR I=0 TO N1-1
4160 IF M(I,J) > 8 AND M(I,J+1) < 8 THEN 4180
4170 GOTO 4190
4180 I=N1-1: K6=1
4190 NEXT I
4200 IF K6=1 THEN 4220
4210 H(T)=Z(J)-Z(J+1): T=T+1
4220 NEXT J
4230 E=0
4240 FOR I=1 TO T-1
4250 E=H(I)+E
4260 NEXT I
4270 PRINT "NUMERO DE EULER =";E
4280 W2=TIMER
4290 GOTO 2260

```

APENDICE C

APENDICE D

BIBLIOGRAFIA

1) COMPUTER VISION

D. H. Ballard y C. M. Brown
Prentice-Hall, 1982

2) DIGITAL PICTURE PROCESSING

A. Rosenfeld y A. C. Pal
Academic Press, 1982

3) THREE VISION ALGORITHMS FOR ACQUIRING WORKPIECES FROM BINS

R. B. Kelley, H. A. S. Martins, J. R. Birk y J. Dessimoz
IEEE Proc., Vol 71, No. 7, pp. 803-820, Julio 1983

4) A THRESHOLD SELECTION METHOD FROM GRAY LEVEL HISTOGRAMS

N. Utsu
IEEE Trans. on Syst. Man and Liber., Vol SMC-9, No. 1, pp. 62-66,
Enero, 1979.

5) PATTERN RECOGNITION BY MOMENTS INVARIANTS

M. F. Hu
Proc. IRE 49, pp. 1428, Septiembre 1961.

6) INTELLIGENT SHAPE RECOGNITION FOR COMPLEX INDUSTRIAL TASKS

H. S. Yang y S. Sen Gupta
IEEE Control Systems, pp. 23-29, Junio 1986

7) STATISTICAL PATTERN RECOGNITION OF LOW RESOLUTION PICTURES

I. Szirmay
Pattern Recognition Letters, Vol 8, pp. 221-228, Noviembre, 1988.

8) UN SISTEMA DE VISION PARA EL RECONOCIMIENTO Y DETECCION DE LA POSICION Y ORIENTACION DE PARTES INDUSTRIALES

J. M. Sossa Azuela y S. Venegas Cuellar

Publicacion del Centro de Investigacion y estudios avanzados del IPN, Depto de Ingenieria electrica, Seccion de control automatico

9) COMPUTER SIMULATION OF LATERAL INHIBITION IN THE RETINA

G. Kurz De De Lara y R. Cabello Stephenson

Cybernetics and systems research, pp.287-292, Abril 1982

10) QUANTITATIVE STUDIES ON NEURAL NETWORKS IN THE RETINA. PART 1: ON NEURAL NETWORKS IN THE RETINA

F. Ratliff

Holden-Day, San Francisco, 1965

11) ESTADISTICA

M. S. Spiegel

Mc Graw-Hill, 1970

12) GEOMETRIA ANALITICA

Ch. H. Lehmann

Editorial Limusa, Mexico, 1982

13) IMAGE ANALYSIS AND MATHEMATICAL MORPHOLOGY

J. Serra

Academic Press, 1982

14) EDGE EXPRESSION BASED ON TREE STRUCTURE

Y. Lin, J. Dou, E. Zhand

Pattern recognition, Vol 25, No. 5, pp. 507-512, 1992

15) CONTOUR SHAPE DESCRIPTION BASED ON AN ARCH HEIGHT FUNCTION

Y. Lin, J. Dou, H. Wong

Pattern recognition. Vol 25, No. 1, pp. 17-23, 1992

16) MODEL MATCHING IN ROBOT VISION BY SUBGRAPH ISOMORPHISM

E. I. Wong

Pattern recognition. Vol 25, No. 3, pp. 287-303, 1992

17) POLYHEDRON RECOGNITION USING THREE-VIEW ANALYSIS

K. N. Chou, K. Ch. Hurd, J. L. Guo, Ch. H. Chen, I. I. Fan, J. Y. Lee

Pattern recognition. Vol 25, No. 1, pp. 1-16, 1992

18) OBJECT RECOGNITION USING INVARIANT BOUNDARY REPRESENTATIONS AND NEURAL NETWORK MODELS

G. N. Bebis, G. M. Papadourakis

Pattern recognition. Vol 25, no.1, pp. 25-44, 1992

19) INDUSTRIAL ROBOTS AND ROBOTICS

E. Raffrissen, M. Stephens

Prentice Hall, 1984

20) FUNDAMENTALS OF ROBOT TECHNOLOGY

D. J. Todd

Halsted Press., 1986

21) INDUSTRIAL ROBOTICS HANDBOOK

V. Daniel Hunt

Industrial Press Inc, 1983

22) ROBOTICS: AN INTRODUCTION

D. R. Malcolm Jr.

Breton Publishers, 1985