118
2 ej.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UNA ANTENA YAGI

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A

JORGE ALBERTO ROMERO CUNNINGHAM

DIRECTOR DE TESIS: ING. MARIO IBARRA PEREYDA

MEXICO, D. F. 1992

I N D I C E

C A P I T U L O   I

INTRODUCCION

1.1.- DEFINICION E IMPORTANCIA DE LA TELEVISION

La televisión es un medio de comunicación que permite mantener informados a grandes núcleos de población. Su principal importancia radica en que aparte de servir como medio de diversión, también es un medio de difusión cultural.

1.2.- FUNDAMENTOS DE TELEVISION

La televisión se define como un conjunto o sistema de dispositivos que permite transmitir y recibir imágenes por medio de ondas electromagnéticas.

Inicialmente, la escena a transmitir es explorada sistemáticamente de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, enviando en cada instánte una tensión (o corriente), la cuál es proporcional a las radiaciones luminosas que despide el objeto o escena a transmitir. La tensión variable producida por este medio es amplificada y usada para modular una portadora y se transmite en forma de onda electromagnética. En el receptor esta onda es amplificada y rectificada para dar una tensión similar a la producida en el transmisor. La escena original se reproduce empleando esta tensión para controlar la intensidad luminosa del punto en la pantalla de un tubo de rayos catódicos, a medida que el punto se desplaza sobre superficies sucesivas correspondientes a las del transmisor. Realizando este proceso con rápidez suficiente, se logra el efecto de una imágen en movimiento.

Cada escena o cuadro de imagen que se transmite, se explora en un total de 525 lineas, primeramente se exploran las lineas horizontales impares hasta totalizar 262.5 lineas, las cuales constituye un campo. A continuación el haz electrónico retorna a la parte superior de la pantalla para explorar las lineas pares hasta acumular 262.5 lineas correspondientes a un campo. Un cuadro o escena está constituído por dos campos. En televisión se transmiten 30 cuadros por segundo.

Al terminar un campo es necesario retornar el haz explorador a la parte superior de la pantalla, durante el retorno se impide que el haz llegue a la pantalla. Esto se logra gracias a los impulsos de borrado vertical, los cuales impiden el paso del chorro electrónico hacia la pantalla. Un impulso de borrado vertical tiene una duración equivalente al tiempo que se emplea para trazar de 16 a 20 líneas y se produce a una frecuencia de 60 impulsos por segundo.

Al terminar de explorar una línea horizontal es necesario retornar el haz del extremo derecho al extremo izquierdo e impedir que el haz llegue a la pantalla. Esto se logra con el impulso de borrado horizontal y se presenta a una frecuencia de 15 750 ciclos por segundo.

Los detalles existentes en un cuadro de televisión, en la dirección vertical, están determinados por el número de líneas de exploración.

La banda de frecuencias requeridas por una señal de televisión, puede estimarse de la siguiente forma: la intensidad luminosa corresponde a una variación de corriente que va de un mínimo a un máximo, o sea medio ciclo. Para un cuadro representado en la pantalla que consta de 525 líneas, que posea una relación de pantalla, de ancho a alto de 4:3. El número de ciclos correspondiente a la exploración de una sola línea, es, suponiendo que los impulsos de borrado vertical ocupen el 7.5% del tiempo de exploración.

$$\text{ciclos por linea} = 4/3 \times 1/2 \times 525 \times 0.925 = 324$$

El tiempo representado por una linea es, observando que el impulso de borrado horizontal representa el 16% del tiempo de exploración.

$$T = 1/30 \times 1/525 \times 0.84 = 53.3 \times 10^{-6} \text{ segundos}$$

donde

T = tiempo activo por linea

La transmisión de 324 ciclos en 53.3×10^{-6} segundos corresponde a una señal de video que tenga un ancho de banda de:

Ancho de banda = 324/(53.3 x 10^{-6} segs.) = 6.1 Mhz

En consecuencia, el ancho de banda de video requerido para transmitir señales normales de televisión de 525 líneas está comprendido entre 5 y 4.5 Mhz. Un ancho de banda mayor que este proporcionará una imagen de horizontal mayor; una reducción de ancho de banda degrada la calidad del cuadro.

1.3.- DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS

El canal normalizado de televisión tiene una anchura de banda de 6 Mc, en la cual contiene tanto la portadora de video como la portadora de sonido y sus correspondientes bandas laterales. El tipo de transmisión empleado es el de banda lateral residual. La portadora de imagen y sus bandas laterales asimétricas ocupan la mayor parte de los 6 Mc que ocupa la banda, aproximadamente 4.75 Mc.

La portadora de video se encuentra a 1.25 Mc por arriba del límite inferior del canal.

La portadora de sonido está a 0.25 Mc abajo del límite superior del canal, quedando las portadoras de sonido e imagen separadas entre si exactamente 4.5 Mc.

Las bandas laterales de la portadora de video no son simétricas, la banda lateral superior queda aproximadamente a 4 Mc por arriba de la frecuencia portadora y la banda lateral inferior queda más o menos a 0.75 Mc abajo de la propia frecuencia portadora.

La parte plana de la señal de video tiene 4.75 Mc de ancho de banda con protección de 0.5 Mc por arriba y por abajo de las bandas laterales, con el fin de impedir por una parte que la señal de video interfiera el canal de sonido o bien que el canal de sonido interfiera en el canal de imagen y también la interación que pudiera existir con el canal adyacente inferior.

En la figura 1.1 se muestra la distribución de frecuencias que existe en un canal de televisión para lo cual se ha tomado como base el canal 5.

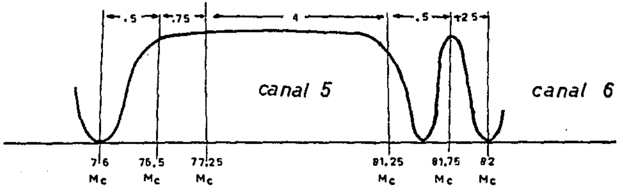


Fig. 1.1

Distribución de frecuencias correspondientes al canal 5 en donde la portadora de video se encuentra a 77.25 Mc y la portadora de sonido a 81.75 Mc.

Las frecuencias destinadas a la televisión están comprendidas en los siguientes márgenes:

VHF (Very High Frecuencies), que comprende las frecuen cias entre 30 y 300 Mtz.

UHF (Ultra High Frecuencies), que comprende las frecuencias entre 300 y 3 000 Mhz.

En nuestro país solo se utiliza la transmisión por VHF y comprende desde 54 hasta 216 Mhz sin embargo, toda esa gama de frecuencias no es utilizada, pues la transmisión de los canales está dividida en dos partes:

a).- Canales de televisión de baja frecuencia

b).- Canales de televisión de alta frecuencia

Los canales de televisión de baja frecuencia operan en la banda de 54 a 88 Mhz y los canales son: 2, 3, 4, 5 y 6. Los canales 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13 son considerados como canales de alta frecuencia y operan dentro de la gama de 174 a 216 Mhz.

A continuación, se indica con todo detalle la banda de frecuencias en que opera cada uno de los canales de televisión.

Canal	2 de	54	a	60	Mhz
Canal	3 de	60	a	66	Mhz
Canal	4 de	66	a	72	Mhz
Canal	5 de	76	a	82	Mhz
Canal	6 de	82	a	88	Mhz
Canal	7 de	174	a	180	Mhz
Canal	8 de	180	a	186	Mhz
Canal	9 de	186	a	192	Mhz
Canal	10 de	192	a	198	Mhz

Canal 11 de 198 a 204 Mhz

Canal 12 de 204 a 210 Mhz

Canal 13 de 210 a 216 Mhz

En el apéndice A se indica con más detalle, la banda de frecuencias en que opera cada canal de televisión, como su correspondiente portadora de video y sonido tanto para VHF como para UHF.

1.4.- TIPOS DE ANTENAS USADAS EN TELEVISION

Un sistema de comunicación (como es el caso de la televisión), puede ser representado como se indica en la figura 1.2:

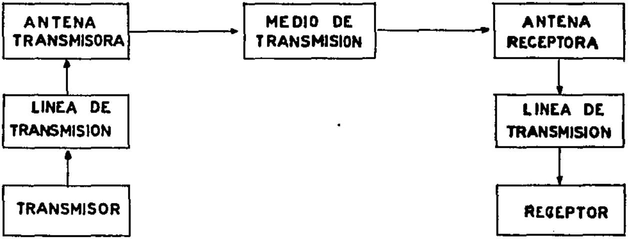


FIG. 1.2
DIAGRAMA A BLOQUES DE LA TRANSMISION DE TELEVISION

En recepción tendremos lo siguiente: antena receptora, linea de transmisión y el receptor propiamente dicho.

La antena se define como un elemento transformador dis puesto de tal manera, que pueda captar o radiar energía de ondas electromagnéticas y que además tiene la función de acoplar un me dio de transmisión a otro tal como la línea de transmisión a la del espacio libre o la del espacio libre a la línea de transmisión.

Una característica principal de las antenas es que pue den emplearse como receptora o transmisora y en algunos casos -- son utilizadas para cumplir simultáneamente ambas funciones.

En televisión se utilizan varios tipos de antenas como son: el dipolo simple, dipolo plegado, Yagy, logarítmica, maripo sa, supertunstile, etc., Como se puede apreciar, la antena es un factor muy importante tanto en la transmisión como en la recep-- ción de la señal de televisión. Es por esta razón, que en la pre sente tesis se desarrollará el tema correspondiente a:

"EL ANALISIS, DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UNA ANTENA YAGY".

C A P I T U L O II

FUNDAMENTOS DE LA PROPAGACION DE ONDAS ELECTROMAGNE TICAS

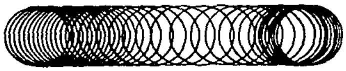
2.1.- FORMAS DE PROPAGACION.

Antes de describir las diferentes formas de como se propagan las ondas electromagnéticas en el espacio; daremos una definición de la propagación de energía en cualquier medio: supongamos un medio (agua, aire, cuerda, etc.), si alguna parte de este medio se perturba o se desplaza de algún modo, el desplazamiento inicial alterará las moléculas cercanas al punto donde se originó la perturbación, a- su vez estas moléculas a las cercanas a ellas y así sucesivamente, es decir, el desplazamiento se propagará a lo largo del medio con velocidad determinada.

Cabe aclarar que los átomos y en si las moléculas permanecerán en posición de equilibrio. Entonces lo que se propaga, no es la materia sino su energía o estado de movimiento. Es una condición dinámica que se transmite de una- región a otra. En un movimiento ondulatorio se transmite o se propaga energía.

Generalmente se tienen dos formas de ondulación- en la propagación de energía; tal como se muestra en la --

Fig. 2-1. La Fig. 2-1a. muestra un resorte en el cuál -- las ondulaciones se propagan a lo largo del eje, se observa una oscilación donde las espiras están más separadas en una parte que en otra, a este tipo de oscilación se le denomina longitudinal y se caracteriza porque la ondulación-es paralela al eje direccional de la propagación; en la -- Fig. 2-1b, se observa otro tipo de oscilación que indica - como se propaga una ola sobre la superficie del agua, a este tipo de oscilación se le denomina onda transversal y se caracteriza porque la oscilación es perpendicular al eje - direccional.



(a) Oscilación del resorte.

(b) Oscilación del agua

fig. 2-1. Oscilaciones del resorte y del agua.

De la parte anterior donde se establecieron los dos tipos de propagación de ondas, la que más nos interesa es la onda de propagación transversal ya que las ondas electromagnéticas se propagan de una manera idéntica al separarse de la antena que las irradia.

Cuando las ondas electromagnéticas abandonan una antena transmisora, se propagan en líneas rectas y en todas direcciones; de acuerdo al camino que siguen y su frecuencia, adquieren un nombre y estos son: onda terrestre o de suelo, onda directa y onda espacial; estas trayectorias se muestran en la fig. 2-2.- La onda terrestre como se observa, se desplaza sobre la superficie de la tierra amoldándose a su configuración. La comunicación por este tipo de propagación se hace en base a bajas frecuencias u ondas largas; la razón es que la tierra se comporta como un conductor para estas frecuencias, no ocurriendo lo mismo para las frecuencias altas que se atenúan rápidamente al tocar el sue lo.

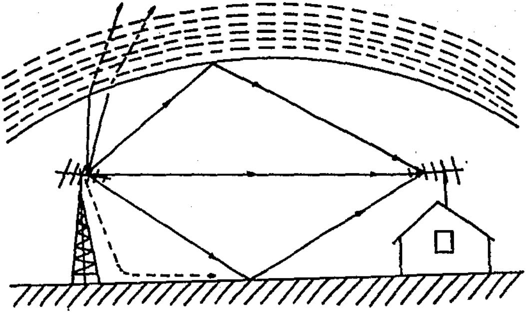


Fig. 2-2. Tipos de propagación de ondas.

Las ondas directas como su nombre lo indica siguen un trayecto recto desde la antena de transmisión a la de recepción; aquí también es considerada una componente que se refleja en el suelo, aunque llega ligeramente atrazada a la directa al punto de recepción. Gran parte de las señales de televisión son transmitidas por este medio para las bandas de frecuencia de VHF y UHF.

Las ondas espaciales viajan directamente a las capas de que se componen la ionosfera, reflejandose de nuevo a la tierra aquí la comunicación se efectúa a grandes distancias del punto de transmisión. También se emplea para las señales de televisión, pero no son de seguridad puesto que las capas tienen movimiento por las condiciones atmosféricas, otras de las condi ciones que se deben cumplir para que las señales regresen a la - tierra es que el haz no debe estar demasiado inclinado a la ionosfera ni tampoco debe aumentarse mucho la frecuencia de transmi-- sión porque sufriría una refracción y se perdería en el infinito.

2.2.- POLARIZACION DE LAS ONDAS

La polarización de una onda consiste en orientar en un sentido determinado los campos eléctricos que abandonan una antena emisora, estas oscilaciones pueden ser polarizadas vertical-- mente, horizontalmente, circularmente, etc.

Para una mejor comprensión se cita el siguiente ejem-- plo: supongamos que tenemos una cuerda sujeta en uno de sus ex-- tremos el otro lo movemos de arriba hacia abajo, se observará -- del punto en que movemos la cuerda se producen movimientos ondulatorios de arriba hacia abajo, por consiguiente tendremos una - polarización vertical. Si movemos la cuerda de izquierda a derecha, se producen oscilaciones en un sentido horizontal, por lo - tanto tendremos una polarización horizontal. Con este ejemplo -- comprendemos la manera de que se orienta el campo eléctrico al - abandonar la antena.

En igual forma una onda electromagnética se polariza - circularmente si la intensidad del campo eléctrico describe un - círculo en un plano perpendicular a la dirección de propagación- dando una vuelta completa durante un período de onda.

La polarización de las ondas depende de la antena emisora, si la antena se encuentra en posición vertical las oscilaciones radiadas serán polarizadas verticalmente. Si la antena -- tiene una posición horizontal las oscilaciones tendrán una polarización horizontal.

La polarización es muy importante en la práctica, pues- para que la recepción sea máxima, es necesario que la antena receptora este orientada del mismo modo que la antena emisora, es- decir que debe tener el mismo sentido de polarización.

2.3.- RADIACION

La radiación se refiere a la emisión continua de energía desde la superficie de todos los cuerpos. Esta energía se denomina energía radiante y se encuentra en forma de ondas electromagnéticas que se propagan con la velocidad de la luz y se transmiten a través del vacío, lo mismo que através del aire.

Con el conocimiento del tema de propagación de ondas - electromagnéticas, analizaremos las características de radiación de una antena en su forma más simple, que es un conductor por el que se hace pasar una corriente eléctrica variable; que genera - un campo electromagnético, que en ciertas condiciones puede separarse del conductor y desplazarse por el espacio.

Como habíamos aclarado; las ondas electromagnéticas -- pertenecen al grupo de las ondas transversales y están formadas- por un campo magnético y un campo eléctrico cuyas oscilaciones - son perpendiculares entre sí y también perpendiculares a la di--

rección de propagación.

Los campos eléctrico y magnético de la energía radiada estan en función de la distribución de cargas en el conductor. Esta variación de cargas en el conductor nos induce lineas de -- fuerza cerradas que pertenecen a un campo eléctrico.

Las líneas de fuerza se general debido a que las car-- gas se mueven constantemente de un extremo a otro cuando cambia- la polaridad del generador que lo excita. En un instánte un ex-- tremo del conductor es positivo, enseguida el conductor está des cargado y a continuación aparece una carga negativa, luego el -- conductor se descarga nuevamente y el ciclo se repite. Ahora vea mos como se inducen y separan estas líneas de fuerza de un con-- ductor.

En la fig. 2-3a, se muestran las líneas de fuerza en-- tre las cargas en el instánte en que el campo eléctrico tiene su intensidad máxima, o sea, cuando la separación entre las cargas- es máxima. Posteriormente las cargas se aproximan entre sí atra- yendo mutuamente a los extremos de las líneas de fuerza asocia-- das a ella pero las partes más alejadas permanecen inmóviles; - fig. 2-3b. Cuando las cargas se neutralizan, aparentemente desa- parecen pero nuevamente las partes alejadas no pueden seguir el- movimiento de las cargas y los extremos se unen formandose las - líneas de fuerza, fig. 2-3c. En la siguiente fig. 2-3d, se mues- tra como se forman las líneas de fuerza cerrada. Un instánte des pués la polaridad de los extremos cambia siendo ahora inversa a- la inicial, produciendose nuevas lineas de fuerza que repelen a- las anteriores debido a que tienen sentido opuesto, como se muestra en la fig. 2-3e, estas nuevas lineas también se separarán y- a su vez serán rechazadas, y así sucesivamente con una frecuencia igual a la del generador.

En esta explicación no se consideró el campo magnético, pero haciendo un razonamiento similar las líneas magnéticas de - fuerza también pueden separarse del conductor y junto con las líneas de fuerza del campo eléctrico, dan como resultado la radiación de una onda electromagnética.

2.4.- EL DIPOLO COMO UN CIRCUITO OSCILANTE

El dipolo es la forma más simple de las antenas y fundamental que se utiliza en muchas de las formas de comunicación -- inalámbrica.

El dipolo en su forma simple consiste de un conductor- recto aislado en el espacio, de longitud "l". Existe una relación directa entre esta longitud y la longitud de la onda electromagnética que puede radiar este dipolo.

Si el dipolo es polarizado por la influencia de un cuerpo cargado se produce una separación de cargas a lo largo del - conductor. La distribución de cargas no será uniforme ya que al- acercarsele un cuerpo cargado positivamente a uno de los extremos del dipolo, atraerá cargas negativas que tendrán que acercar

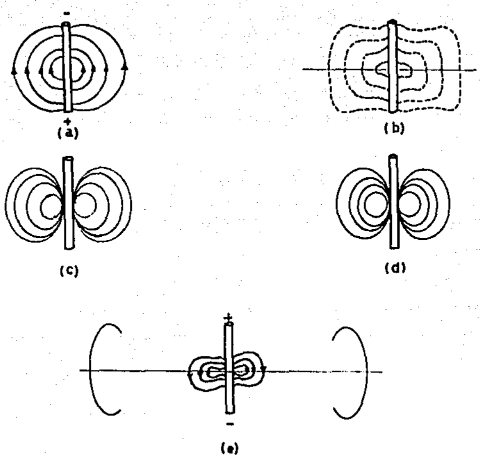


Fig. 2-3. Separación de Energía.

sele todo lo posible a él. Por lo tanto existirá una concentración de electrones en ese extremo, mientras que la concentración de electrones en el extremo opuesto será deficiente, o estará cargado positivamente, esta distribución de cargas se muestra en la fig. 2-4.

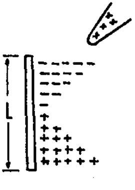


Fig. 2-4.- Distribución de cargas.

Cuando el dipolo está polarizado, podemos considerar a cada uno de los extremos tanto positivo como negativo como la placa de un capacitor cargado y se puede decir que el dipolo posee - una capacidad distribuída en toda su longitud.

También se puede afirmar que existe un desplazamiento de electrones, o sea la corriente en el dipolo, crea un campo - magnético a su alrededor y por lo tanto se dice que el dipolo - también posee inductancia distribuída.

Por lo tanto podemos considerar el dipolo, como el --- equivalente de un gran número de inductancias y capacitancias distribuídas, que forman un circuito LC que nos representa a un dipolo cargado, significa que se puede obtener una oscilación - electromagnética, es decir, una transferencia alternada de energía entre un campo eléctrico variable y un campo magnético variable.

Cuando el dipolo está en estado neutro, es decir, cuando no se han separado las cargas por influencia del cuerpo cargado, no existen ni el campo eléctico ni el magnético alrededor del dipolo.

Pero al separarse las cargas, se produce un campo eléctrico. Las líneas de fuerza que unen cargas negativas con positivas constituyen una representación del campo eléctrico producido por estas cargas en un instante dado, fig. 2-5. El campo -

es simétrico y para obtener una representación más completa es imaginarse esta figura girando alrededor del eje de simetría -- (el dipolo).

El campo magnético que se forma alrededor del dipolo - al circular una corriente, varía en intensidad a lo largo del - dipolo, decreciendo a medida que nos alejamos del centro, fig. 2-6.

fig. 2-5 Campo eléctrico.

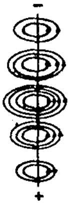


Fig. 2-6 Campo magnético.

La siguiente figura nos servirá para explicar las oscilaciones del dipolo, fig. 2-7. La polarización del dipolo por - un cuerpo cargado, equivale a cargar el capacitor en el circuito representativo LC. La separación de las cargas produce un -- campo eléctrico que tiene almacenada una energía igual al trabajo realizado para separar las cargas, fig. 2-7a.

Al retirarse el cuerpo cargado, se inician las oscilaciones; los electrones que han sido desplazados tienden a restablecer el estado neutro del conductor. Disminuye la separación entre las cargas y con esto disminuye la energía almacenada en el campo eléctrico. Pero el desplazamiento de cargas, da origen a un campo magnético, fig. 2-7b, que almacena la energía que va perdiendo el campo eléctrico, de tal manera que en un determinado momento toda la energía pasa al campo magnético y desaparece el campo eléctrico, fig. 2-7c. El campo magnético se opone a que disminuya la corriente, obligando a los electrones a seguir desplazandose, lo que ocasiona una separación de cargas, opuesta a la original. Por supuesto con esta separación aparecerá un campo eléctrico de sentido contrario al inicial, fig. 2-7d.

Considerando que tratamos con un conductor sin pérdidas, en el momento que el campo magnético ha agotado su energía el campo eléctrico tendrá almacenada toda la energía inicial, fig. 2-7e.

El proceso se repite desplazandose ahora los electrones en sentido contrario, fig. 2-7f, y volviendo el dipolo a su estado inicial, figs. 2-7, g, h y a.

Así los extremos del dipolo estarán cambiendo de polaridad periódicamente y la energía cambiendo también periódicamente de un campo eléctrico variable a un campo magnético variable y viceversa.

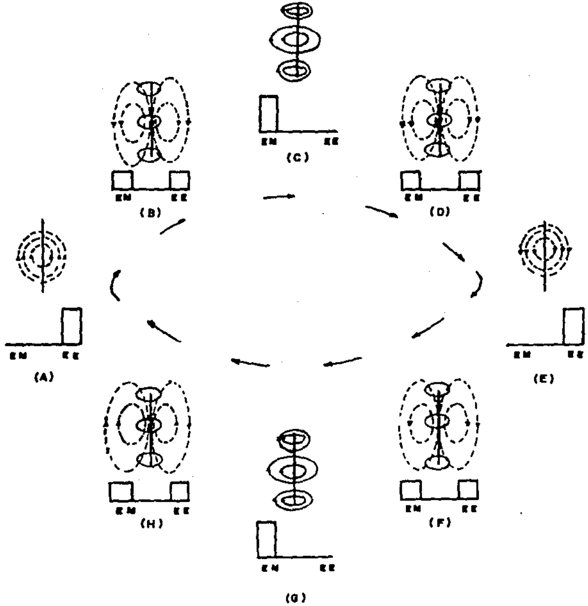


Fig. 2-7. Ciclo de oscilación.

Las oscilaciones descritas en este caso corresponden a un caso - ideal sin ninguna pérdida de energía. En el caso real además de las pérdidas debidas a la resistencia del conductor, se tendrán pérdidas por energía que se desprende del dipolo, es decir, debido a la radiación del dipolo.

Estas pérdidas harán que se atenúen las oscilaciones, - cesando al consumirse toda la energía que se proporcionó inicialmente. Para que esto no suceda debemos estar acercando y alejando el cuerpo cargado con una frecuencia proporcional a la oscilación propia del dipolo. En lugar de esto lo que se hace es ali-- mentar al dipolo con un generador de corriente alterna, con una frecuencia igual a la del dipolo.

C A P I T U L O   III

FUENTES PUNTUALES

3.1- FUENTES PUNTUALES

Una fuente puntual es considerada como un emisor que irradia energía al espacio libre; esta fuente es cualquier antena, no importando su tamaño y complejidad. Para fines analíticos es considerada de tamaño infinitesimal puesto que los campos de radiación son observados a grandes distancias de la fuente puntual (antena) para esto se ha trazado un círculo de observación alrededor de la fuente puntual de radio "R", tal como se muestra en la fig. 3-1.

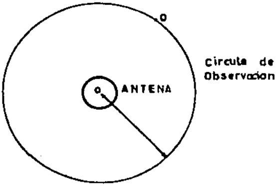


Fig. 3-1. Antena y círculo de observación.

Como podemos ver en la figura, existe un punto "Q" de observación sobre la circunferencia, en este punto se harán las mediciones de las radiaciones de la fuente puntual, principalmente el campo eléctrico. Existen dos maneras para realizar esta medición: manteniendo la antena fija e ir girando el punto -

"Q" a lo largo de la circunferencia de radio "R", el segundo método consiste en mantener el punto "Q" inmóvil, de tal manera - que la fuente colocada en el punto "O", sea la que gire.

Este último procedimiento es el más usual sobre todo- cuando la antena es pequeña. Las mediciones se hacen cada 5 grados para poder obtener un buen patrón de campo.

3.2.- PATRON DE POTENCIA.

Antes de analizar la potencia radiada por una fuente- puntual daremos la definición de una fuente puntual isotrópica, la cual dice que: una fuente puntual infinitesimal isotrópica,- irradia energía al espacio uniformemente en todas direcciones.

La potencia de radiación de una fuente puntual isotrópica, es la potencia radiada y medida en cualquier punto sobre- la superficie de la esfera que cubre dicha fuente; la fuente se encuentra colocada en el origen de un sistema de coordenadas espacial, como se muestra en la Fig. 3-2.

El flujo de energía radiada por la fuente tendrá solamente componente radial, como se demostrará más adelante. Al -- flujo de energía por unidad de área se le donomina vector de -- Poynting o densidad de potencia. El vector de Poynting de una - fuente puntual tiene solamente componente radial P_r' no tiene - componente en la dirección θ y ϕ, ($P_\theta = 0$ y $P_\phi = 0$). Entonces - la magnitud del vector de Poynting es igual a la componente radial ($|P| = Pr$).

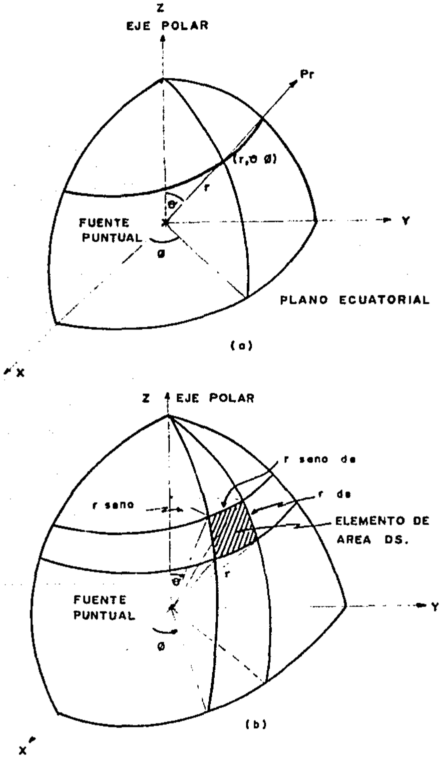


Fig 3.. Coordenadas esféricas de una fuente puntual colocada en el espacio.

Si el vector de Poynting es conocido en todos los puntos de la esfera de radio "r" de la fuente puntual en la que no existen pérdidas, la potencia total radiada por la fuente es la integral sobre la superficie de la esfera de la componente radial P_r, o el promedio del vector de Poynting. Esto es:

$$W = \iint P \, ds = \iint P_r ds \qquad (3-1)$$

donde:

W = Potencia radiada, watts

P_r = Componente radial al valor promedio del vector de Poynting watts por metro cuadrado

ds = Elemento infinitesimal de área de la esfera

$= r^2 \text{sen } \theta \, d\theta \, d\phi$

Como la fuente puntual isotrópica irradia energía ---- igual en todas direcciones, tendremos que la componente radial P_r es igual en cualquier punto de la superficie de la esfera; de acuerdo con esto la ecuación (3-1), quedará de la siguiente manera:

$$W = P_r \iint ds \qquad (3-2)$$

Al integrar el elemento diferencial de área, obtendremos el área total de la superficie de la esfera, en metros cuadrados, por lo tanto:

$$W = P_r \, 4\pi r^2 \qquad (3-3a)$$

de otra manera:

$$P_r = \frac{W}{4\pi r^2} \qquad (3\text{-}3b)$$

De la ecuación (3-3b), se puede apreciar que la magnitud del vector de Poynting varía inversamente con el cuadrado - de la distancia de la fuente puntual.

3.3.- INTENSIDAD DE RADIACION

En la fig. 3-3, se muestra en mayor dimensión, el elemento diferencial de área de la fig. 3-2. En esta figura se representa el elemento de ángulo sólido "$d\Omega$", dado por:

$$d\Omega = \text{sen}\,\theta\; d\theta\; d\phi \qquad (3\text{-}4)$$

donde:

$d\Omega$ = Elemento de ángulo sólido

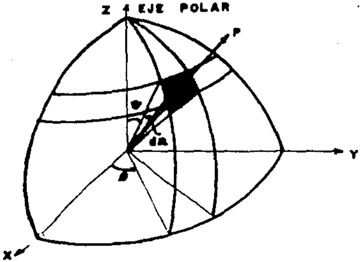


Fig. 3-3. Representación del elemento de ánguló -- sólido en el sistema coordenado espacial

Para obtener el ángulo sólido total, se integra la --- ecuación (3-4), con respecto a las variaciones de las coordenadas de la esfera. θ varía de 0 a π, y el plano resultante girará alrededor del eje polar, es decir, ϕ variará de 0 a 2π.

Integrando la ec. 3-4, tendremos que:

$$\Omega = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (3\text{-}5a)$$

$$\Omega = 4\pi \qquad (3\text{-}5b)$$

donde:

Ω = ángulo sólido

Por lo tanto se tiene que: el ángulo sólido de la su-- perficie de una esfera es 4π.

Se define la intensidad de radiación "U" en una dirección dada como la potencia por unidad de ángulo sólido en esa - dirección. Esto es: si la ec. 3-3b, la multiplicamos por r^2 y - reduciendo nos quedará como sigue:

$$r^2 Pr = \frac{W}{4\ r^2} r^2$$

Nos queda que:

$$r^2 P_r = \frac{W}{4}$$

Por lo tanto:

$$U = r^2 P_r \qquad (3\text{-}6)$$

donde:

U = watts/unidad de ángulo sólido

P_r= densidad de potencia, watts/m^2

En la ec. 3-6, se aprecia que la intensidad de racia-- ción es independiente del radio.

Sustituyendo la ec. 3-6 en la ec. 3-1, tendremos:

$$W = \iint U \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi = \iint U d\Omega \qquad (3\text{-}7)$$

El teorema de potencia puede ser establecido como: La potencia total radiada, está dada por la integral de la intensidad de radiación U sobre un ángulo sólido de 4Π.

En general la intensidad de radiación puede ser cual-- quier función de θ y ϕ, y se puede tomar como:

$$U = U_m f(\theta,\phi) \qquad (3\text{-}8)$$

donde:

U_m = constante

Si tenemos una fuente transmisora con intensidad de radiación dada por:

$$U = U_m \cos\theta \qquad (3\text{-}9)$$

y se desea que la potencia de radiación solo se distribuya en - el hemisferio superior del plano polar, entre los límites ----- $0 \le \theta \le \Pi/2$ y $(3\Pi/2) \le \phi \le 2\Pi$.

Graficando U como función del ángulo θ, se obtiene el patrón mostrado en la fig. 3-4a.

(a) (b)

FIG. 3.4

PATRON ABSOLUTO INTENSIDAD RADIACION

PATRON RELATIVO INTENSIDAD RADIACION

La máxima intensidad de radiación U_m está en la dirección θ =0. Si U es expresado en términos de U_m, a la gráfica resultante se le denomina patrón relativo de intensidad de radiación. El valor máximo que puede obtener este patrón es la unidad como se ve en la fig. 3-4b. El mismo procedimiento se usa para obtener el patrón de potencia.

El patrón mostrado en la fig. 3-4, es simétrico con respecto al eje polar, es decir, el patrón espacial es una figura de revolución alrededor del eje polar. Consideremos el caso más general en el cuál el patrón es unidireccional pero no es simétrico con respecto al eje polar. Ahora cambiaremos la dirección máxima de intensidad (θ=0), a una dirección en el plano ecuatorial como se muestra en la fig. 3-5, ($\theta=90^{o}$, $\phi=90^{o}$).

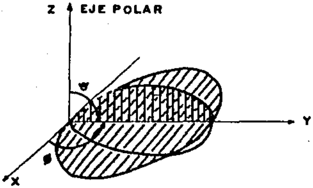


Fig. 3-5. Fuente unidireccional radiando máxima potencia en la dirección $\theta = 90^{o}$, $\phi = 90^{o}$.

El plano para $\theta = 90^{o}$ coincide con el plano x-y y el plano para $\phi = 90^{o}$ coincide con el plano y-z. La expresión que define la intensidad de radiación está dada por:

$$U = U_m \operatorname{sen}^n \theta \ \operatorname{sen}^m \phi \tag{3-10}$$

donde:

n y m son cualquier número real

La intensidad de radiación tiene valor solamente en el hemisferio derecho de la fig. 3-5, ($0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \phi \leq \pi$). La potencia total radiada en el caso general es:

$$W = U_m \int_0^{\pi}\int_0^{\pi} \operatorname{sen}^{n+1} \theta \operatorname{sen}^m \phi \ d\theta \ d\phi \tag{3-11}$$

Si la expresión para el patrón de potencia no puede ser integrada analíticamente, W puede ser una integración gráfica, o por aproximación seleccionando n y m de la ec. 3-11, para dar un patrón de potencia de función seno la cuál se aproxime al patrón actual.

La expresión matemática para el patrón de potencia pue de ser desconocida pero le patrón puede ser medido. En la medición del patrón el cual tiene un máximo en una dirección; se -- acostumbra tomar dos patrones, uno como función de ϕ en el plano $\theta=90^{o}$, y el otro como una función de θ en el plano $\phi=90^{o}$. De estos dos patrones se puede obtener el patrón espacial y W.

3.4.- DIRECTIVIDAD

Una antena directiva es aquella que tiene la caracte-- rística de concentrar la potencia emitida en una dirección de-- terminada.

La directividad se define como la relación U_m a la intensidad de radiación U_o de una fuente isotrópica radiando la - misma potencia.

$$D = \frac{U_m}{U_o} \qquad (3-12)$$

donde:

U_m = intensidad másima de radiación de una fuente directiva

U_o = intensidad de radiación de una fuente isotrópica

D = directividad

Para encontrar la potencia total radiada por una fuente puntual isotrópica, se emplea la ec. 3-7. Como la intensidad de radiación U_o es uniforme en todos sentidos, por lo tanto no depende de θ ni de ϕ, de la ec. 3-7, tenemos que:

$$W = U_o \iint d\Omega = U_o 4\Pi \qquad (3\text{-}13a)$$

donde:

U_o = potencia por radian cuadrado

como:

$(\text{radian})^2 = (57.29578)^2$

La ec. 3-13a, puede tambien ser expresada como:

$$W = 41{,}253\ U_o^o \qquad (3\text{-}13b)$$

donde:

U_o^o = potencia por grado cuadrado

Las ecs. 3-13a y 3-13b, se pueden aplicar a las fuentes no isotrópicas con tal que U sea la potencia promedio por radian cuadrado y U_o^o la potencia promedio por grado cuadrado.

Ejemplo: se tiene una fuente con intensidad de radiadiación U dada por:

$$U = U_m \cos^n \theta \qquad (3\text{-}14)$$

Donde U solo actúa en el hemisferio superior del plano polar, es decir, θ y ϕ estarán comprendidos entre $0 \leq \theta \leq \Pi/2$ y $0 \leq \phi \leq 2\Pi$.

Sustituyendo la ec. 3-14, en la ec. 3-12, tenemos que:

$$W = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\phi=0}^{2\pi} U_m \cos^n\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta d\phi \qquad (3\text{-}15a)$$

$$W = 2\ U_m \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos^n\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (3\text{-}15b)$$

donde:

$$\int_a^b \cos^n\alpha \operatorname{sen}\alpha d\alpha = \left[- \frac{\cos^{n+1}\alpha}{n+1} \right]_a^b \qquad (3\text{-}16)$$

sustituyendo la ec. 3-16 en la ec. 3-15b, nos quedará:

$$W = \frac{2\Pi U_m}{n+1} \qquad (3\text{-}17)$$

Igualando las ecs. 3-13a y 3-17 y despejando U_m/U_o se tiene que:

$$\frac{U_m}{U_o} = 2(n+1) \qquad (3\text{-}18)$$

Por tanto la directividad para esta fuente está dada - por:

$$D = 2(n+1) \qquad (3\text{-}19)$$

Supongamos que n=1, entonces la directividad será D=4, es decir, la máxima intensidad de radiación de la fuente es --- igual a cuatro veces la intensidad de raciación cuando ambas -- fuentes radian la misma potencia. En la fig. 3-6, se demuestra.

Generalizando esta expresión para la función coseno y para diferentes valores de "n", obtendremos diferentes patrones de potencia, los cuales se muestran en la fig. 3-7.

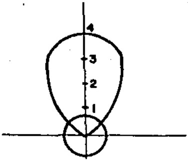


Fig. 3-6. Patrón de potencia de una fuente coseno unidireccional comparada con una fuente isotrópica, con la misma potencia de radiación.

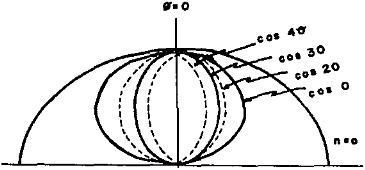


Fig. 3-7. Patrones de potencia de la función cos ø -- para diferentes valores de n.

3.5.- GANANCIA

Se define como la relación de la potencia radiada por - una antena isotrópica a la potencia radiada por la antena en consideración cuando ambas antenas producen la misma intensidad de campo en la dirección en que se desea conocer la ganancia.

$$G = \frac{P}{P_o} \qquad (3\text{-}20)$$

donde:

G = ganancia

P = potencia radiada por la antena en consideración

P_o= potencia radiada por la antena isotrópica

Cuando una antena isotrópica irradia energía con una - potencia determinada P, un fluyo de potencia pasará por cada -- unidad de área y de radio d en el punto de transmisión a lo --- cual se le llama densidad de potencia P_u cuya fórmula es:

$$P_u = \frac{P}{4\ d^2} \qquad (3\text{-}21)$$

Si se tiene una antena en el espacio con una densidad de energía P_u uniforme y ésta no tuviera pérdidas en la recep- de ondas en toda su superficie, su intensidad eléctrica de re- cepción P_i se expresa como:

$$P_i = P_u A \qquad (3\text{-}22)$$

donde:

P_u = densidad de energía eléctrica

A = área total de la antena

Si se conoce la intensidad de recepción P_i, se puede conocer el área real de la antena, y está dada por:

$$A_e = \frac{P_i}{P_u} \qquad (3\text{-}23)$$

La eficiencia de la antena μ está expresada como:

$$\mu = \frac{A_e}{A} \qquad (3\text{-}24)$$

donde:

μ = eficiencia de la antena

A_e = área real de la antena

A = área total de la antena

El área de recepción de una antena isotrópica A_{eo} está definida por:

$$A_{eo} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \qquad (3\text{-}25)$$

Si la antena isotrópica se coloca en un espacio con P_u de densidad eléctrica uniforme, obtendremos su intensidad eléctrica de recepción P_{io}, dada por la siguiente expresión:

$$P_{io} = \frac{\lambda^2}{4\pi} P_u \qquad (3\text{-}26)$$

Ahora se obtendrá el área real de cualquier antena. Sustituyendo la ec. 3-22 y 3-26 en la ec. 3-23, nos queda:

$$A_e = \frac{P_i}{P_{io}} \quad \frac{\lambda^2}{4\pi} \qquad (3\text{-}27)$$

sustituyendo la ec. 3-20 en la ec. 3-27, tenemos:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad G \qquad (3\text{-}28)$$

o bien:

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} \; A_e \qquad (3\text{-}29)$$

En esta última expresión se puede apreciar que la ganancia de una antena es inversamente proporcionar al cuadrado de la longitud de onda λ.

C A P I T U L O IV

ARREGLOS DE FUENTES PUNTUALES

4.1. CASO GENERAL PARA EL ARREGLO DE DOS FUENTES PUNTUALES ISOTROPICAS DE IGUAL AMPLITUD Y CUALQUIER DIFERENCIA DE FASE.

En este capítulo se obtendrán las expresiones que nos definen el patrón de campo eléctrico para el arreglo de dos fuentes puntuales isotrópicas con cualquier diferencia de fase. Antes de empezar a analizar dicho arreglo haremos algunas observaciones de porqué el campo de una fuente está adelantado ó atrazado con respecto a la otra.

Consideremos dos fuentes puntuales colocadas sobre el eje X y simétricas al eje Y, separadas una distancia d. Tomando como referencia el origen del sistema coordenado, tracemos una recta r a un punto lejano de observación con cierta dirección, como se muestra en la figura 4.1a. Ahora tracemos dos rectas que pasen por las fuentes hacia el punto de observación, estas rectas r_1 y r_2, se comportarán paralelas a r ya que el punto de observación se considera bastante lejano (campo lejano). Ahora si proyectamos las fuentes 1 y 2 sobre r nos darán la posición que tienen con respecto al origen, si observamos la figura tenemos que el campo de la fuente 2 está adelantado-

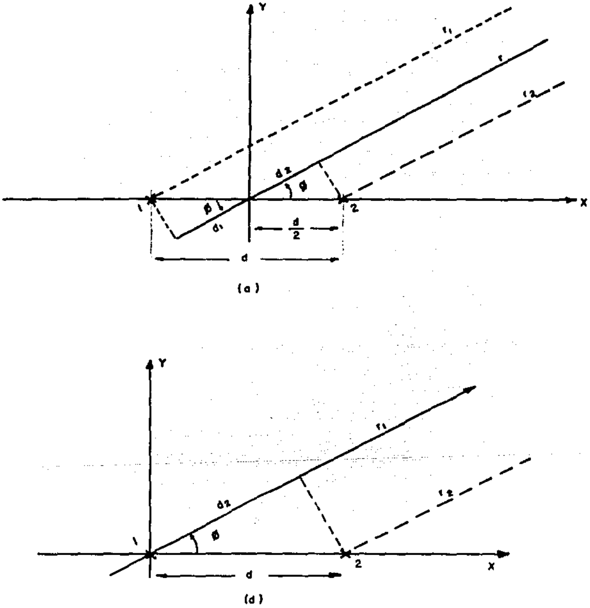


FIG. 4.1.

(a), Dos fuentes puntuales simitricas con el origen de las coordenadas.

(b), Dos fuentes puntuales con el orige en la fuente 1 al campo de la fuente 1 por la distancia proyectada d_2 y la -- fuente 1 está atrazada por una distancia d_1 igual a d_2.

$$d_1 = \frac{1}{2} d \cos \emptyset \tag{4.1a}$$

$$d_2 = \frac{1}{2} d \cos \emptyset \tag{4.1b}$$

Ahora veremos otro aspecto del arreglo de dos fuen-- tes puntuales, en este arreglo se tomará el origen del sistema coordenado sobre la fuente 1, por lo que tendremos un adelanto de la fuente 2 diferente al del caso anterior. Sobre las fuentes de la figura 4.1b, trazamos dos rectas r_1 y r_2 con una direc-- ción o a un punto lejano de observación, donde también se com-- portarán paralelas, entonces proyectamos directamente la posi-- ción de la fuente 2 sobre r_1 , esta proyección nos da la distan cia que está adelantada dicha fuente.

De la figura 4.1b, tenemos que:

$$d_2 = d \cos \emptyset \tag{4.3}$$

Queremos que las distancias que nos marcan la posi--- ción de las fuentes con respecto al origen, sean expresadas en- radianes y no en cantidades lineales tal como se expresa en las ecuaciones (i), (ii), (4.4); para esto hacemos la siguiente con sideración:

$$\beta = \text{Desviación de fase} = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \text{(i)}$$

Multiplicando por d la ecuación (i), nos queda:

$$d_r = \beta d \qquad \text{(ii)}$$

Sustituyendo (i) en (ii), nos da la expresión deseada:

$$d_r = \frac{2\pi}{\lambda} d \qquad \text{(rad)} \qquad (4.4)$$

En el capítulo anterior se vió que el campo eléctrico de una fuente puntual radiante puede ser expresada de la siguiente manera:

$$E = E_o e^{jwt} \qquad (4.5)$$

Donde

E_o = Amplitud máxima del campo

e^{jwt} = Posición del campo en el plano complejo

El defasamiento que existe entre las fuentes del arreglo de las figuras 4.1a y 4.1b, es un defasamiento debido a la posición de las fuentes y lo podríamos considerar como parcial. El defasamiento total del campo, expresado como ψ, es la suma del defasamiento debido a la posición más cualquier diferencia de fase δ debido a la alimentación de cada una de las fuentes.- La cual podemos expresar como:

$$\psi = d_r \cos \phi + \delta \tag{4.6}$$

El campo eléctrico total generado en un punto de ob-- servación situado en el campo lejano, es la suma de las compo-- nentes de las fuentes 1 y 2 y dado para el caso de arreglo de - fuentes puntuales mostrado en la figura 4.1a, por lo tanto ten- dremos que:

$$E = E_o e^{j\psi/2} + E_o e^{-j\psi/2} \tag{4.7}$$

Si dividimos y multiplicamos por 2 la ecuación 4.7, - tendremos que:

$$E = 2E_o \left(\frac{e^{j\psi/2} + e^{-j\psi/2}}{2}\right) \tag{4.8}$$

Donde

$$\cos \frac{\psi}{2} = \frac{e^{j\psi/2} + e^{-j\psi/2}}{2} \tag{4.9}$$

Sustituyendo la ec. (4.9) en la ec. (4.8) tendremos que:

$$E = 2E_o \cos \frac{\psi}{2} \tag{4.10}$$

Sustituyendo la ec. (4.6) en la ec. (4.10) tendremos que:

$$E = 2E_o \cos\left(\frac{dr}{2} \cos \phi + \frac{\delta}{2}\right. \tag{4.11}$$

Esta ecuación nos dá la expresión general para el pa trón del campo eléctrico de dos fuentes puntuales isotrópicas - de igual amplitud y cualquier diferencia de fase. Si hacemos -- $2E_0 = 1$ queda:

$$E = \cos\left(\frac{dr}{2} \cos \phi + \frac{\delta}{2}\right) \tag{4.12}$$

En la expresión anterior podemos apreciar que el campo eléctrico depende principalmente del ángulo ϕ, de la distancia entre las fuentes y la diferencia de fase entre ellas, δ .

Como un caso particular podemos encontrar la expre- - sión del patrón de campo para dos fuentes puntuales de igual amplitud y diferencia de fase δ de 180°.

Sustituyendo δ = 180° en la ecuación general (4.12), tendremos lo siguiente:

$$E = \cos\left(\frac{dr}{2} \cos \phi + 90°\right) \tag{4.13}$$

Como

$$\cos (x + 90°) = - \operatorname{sen} x \tag{4.14}$$

Sustituyendo la ecuación (4.14) en la ecuación (4.13) queda:

$$E = - \operatorname{sen} \left(\frac{dr}{2} \cos \phi\right) \tag{4.15}$$

Esta es la expresión para dos fuentes puntuales isotrópicas de igual amplitud y diferencia de fase δ = 180°.

En las figuras 4.2, 4.3 y 4.4 se muestran los patro-

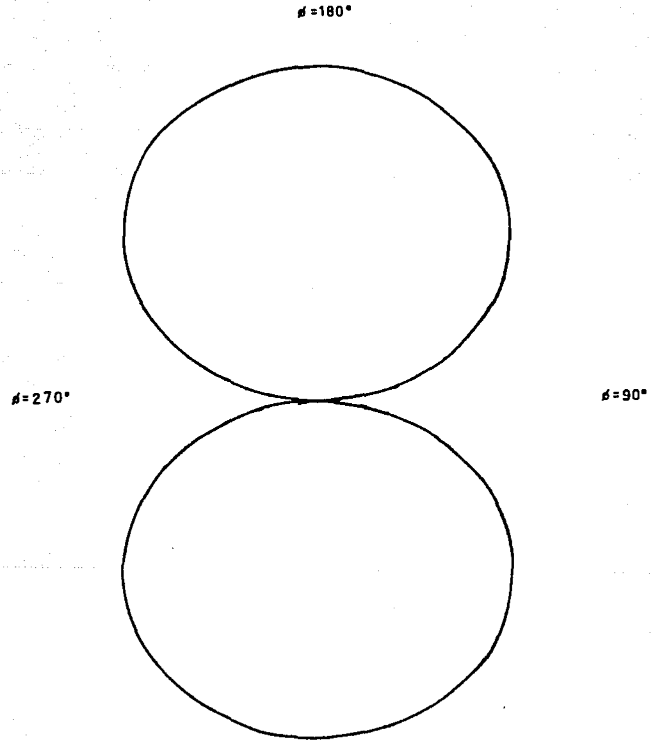


FIG. 4.2
ARREGLO DE 2 FUENTES PUNTUALES ISOTROPICAS DE IGUAL AMPLITUD
$d=\lambda/4 \quad \delta=\pi$

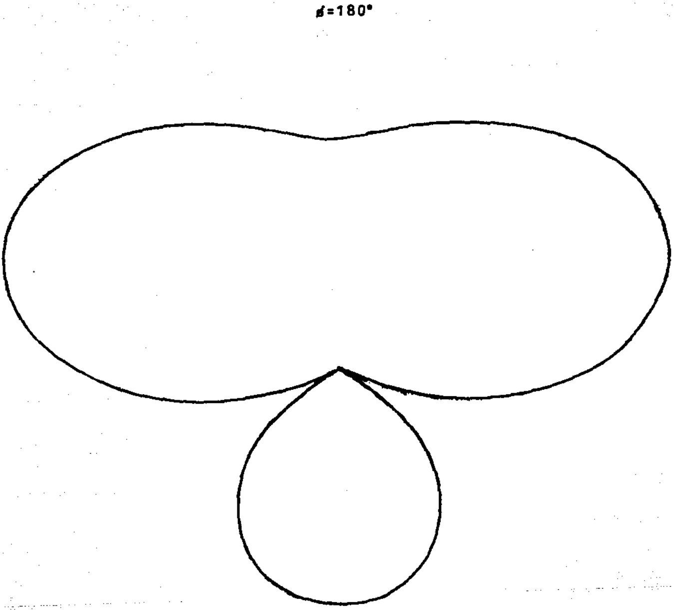


FIG. 4.3
ARREGLO DE 2 FUENTES PUNTUALES
ISOTROPICAS DE IGUAL AMPLITUD
$d = \lambda/2 \quad \delta = \pi/2$

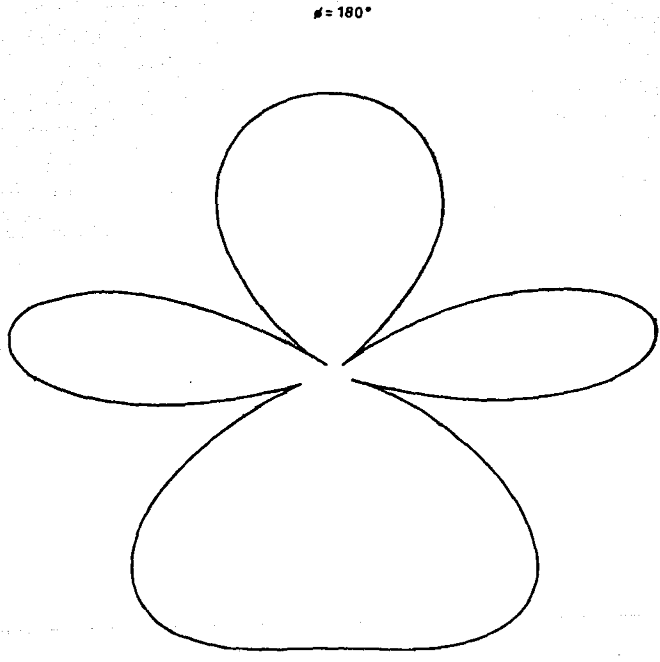


FIG. 4.4
ARREGLO DE 2 FUENTES PUNTUALES
CON IGUAL AMPLITUD
$d = \lambda \qquad \delta = \pi/4$

nes de campo para diferentes distancias y diferencias de fase - δ entre fuentes.

4.2: PRINCIPIO DE MULTIPLICACION DE PATRONES.

Este principio se enuncia de la siguiente manera: "El patrón de campo de un arreglo de fuentes puntuales similares pero no isotrópicas es el producto del patrón de la fuente individual y el patron de un arreglo de fuentes puntuales isotrópicas que tienen la misma localización, amplitud y fase que las fuente puntuales no isotrópicas".

Para entender mejor este principio se enuncia la siguiente definición.

Antena ó fuente puntual similar.- Son similares dos - fuentes puntuales si para todo valor de ϕ del patrón, la amplitud y la fase del campo es la misma.

Para entender mejor este principio, consideremos el - caso de dos fuentes puntuales similares que tienen un patrón de campo dado por:

$$E_o = E_o' \ \text{sen}\ \phi \qquad (4.16)$$

En el punto anterior se obtuvo la expresión de campo para un arreglo de dos fuentes puntuales isotrópicas de igual-amplitud y diferencia de fase arbitraria. La expresión es la - siguiente:

$$E = 2E_o \cos\left(\frac{dr}{2}\cos\phi + \frac{\delta}{2}\right) \qquad (4.11)$$

Sustituyendo la ec. (4.16) en la ec. (4.11), nos queda:

$$E = 2E_o' \operatorname{sen}\phi \cos\left(\frac{dr}{2}\cos\phi + \frac{\delta}{2}\right) \qquad (4.17)$$

El cual es un patrón de campo para un arreglo de dos fuentes similares no isotrópicas.

En general el campo puede ser expresado de la siguiente manera:

$$E = \underbrace{f(\theta,\phi)\ F(\theta,\phi)}_{\text{patrón de campo}} \ \angle\, \underline{f_v(\theta,\phi) + F_v(\theta,\phi)} \qquad (4.18)$$

donde

$f(\theta,\phi)$ = Patrón de campo de la fuente puntual

$f_v(\theta,\phi)$ = Patrón de fase

$F(\theta,\phi)$ = Patrón de campo de un arreglo de fuentes - isotrópicas.

$F_v(\theta,\phi)$ = Patrón de fase de un arreglo de fuentes -- isotrópicas.

4.3. ARREGLOS LINEALES DE N FUENTES PUNTUALES ISOTROPICAS DE-IGUAL AMPLITUD Y ESPACIAMIENTO.

Hasta ahora hemos trabajado en base a arreglos de --dos fuentes, a continuación se tratará el caso de n fuentes --puntuales de igual amplitud y espaciamiento, tal y como se indican en la figura 4.5:

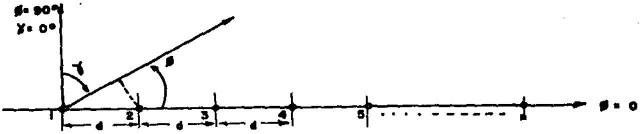


FIG. 4.5
ARREGLO LINEAL DE N FUENTES PUNTUALES ISOTROPICAS

El campo total E en un punto lejano en la dirección-ϕ esta dado por:

$$E = 1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \ldots\ldots + e^{j(n-1)\psi} \qquad (4.19)$$

Donde ψ es la diferencia total de fase de los campos de las fuentes adyacentes y está dado por:

$$\psi = d_r \cos \phi + \delta \qquad (4.20)$$

Donde δ es la diferencia de fase de las fuentes adyacentes.

Las amplitudes de los campos de las fuentes son todas iguales y toman como valor la unidad. La fuente 1 es la fase central de tal manera que el campo de la fuente 2 está adelantado en fase por ψ , el campo de la fuente 3 por 2ψ , etc.

La ec. (4.19), es una serie geométrica, donde cada término representa un vector y la amplitud del campo total E y el ángulo de fase ξ pueden ser obtenidos por un método de suma vectorial gráfica. Sin embargo, una expresión trigonométrica muy simple puede ser desarrollada para E.

Haciendo:

$$E\, e^{j\psi} = e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \ldots\ldots\ldots + e^{jn\psi} \tag{4.21}$$

Restando la ec. (4.21) de la ec. (4.19) tendremos que:

$$E = \frac{1 - e^{jn\psi}}{1 - e^{j\psi}} \tag{4.22}$$

Esta ecuación puede ser escrita de la siguiente manera:

$$E = \frac{e^{jn\frac{\psi}{2}}}{e^{j\psi/2}} \left[\frac{e^{-jn\psi/2} - e^{jn\psi/2}}{e^{-j\psi/2} - e^{j\psi/2}} \right] = \frac{e^{jn\psi/2}}{e^{j\psi/2}} \left[\frac{e^{jn\psi/2} - e^{-jn\psi/2}}{e^{j\psi/2} - e^{-j\psi/2}} \right] \tag{4.23}$$

Como:

$$\operatorname{sen} n\frac{\psi}{2} = \frac{e^{jn\psi/2} - e^{-jn\psi/2}}{2j} \qquad (4.24)$$

Sustituyendo la ec. (4.24) en la ec. (4.23) tendremos que:

$$E = \frac{e^{jn\psi/2}}{e^{j\psi/2}}\left[\frac{\operatorname{sen} n\psi/2}{\operatorname{sen}\psi/2}\right] \qquad E = \frac{\operatorname{sen} n\psi/2}{\operatorname{sen}\psi/2}\, e^{j(n\psi/2-\psi/2)}$$

$$E = \frac{\operatorname{sen} n\psi/2}{\operatorname{sen}\psi/2}\,\underline{\big|\,\xi} \qquad (4.25)$$

Donde

$$\xi = \frac{\psi}{2}\,(n-1) \qquad (4.26)$$

ξ está referido al campo de la fuente 1.

Para encontrar el valor máximo de E haremos lo siguiente:

$$E_{max.} = \lim_{\psi\to 0} \frac{n\psi/2}{\psi/2} = n$$

Normalizando E a su valor máximo nos queda:

$$E_{norm} = \frac{1}{n}\,\frac{\operatorname{sen} n\psi/2}{\operatorname{sen}\psi/2}\,\underline{\big|\,\xi} \qquad (4.27)$$

El campo está dado por al ecuación anterior, el cual es referido como "Factor de arreglo". Los valores del factor de arreglo para varios números de fuentes son presentados en la figura 4.6. Si ψ es conocida como una función de ϕ, entonces el patrón de campo puede ser obtenido directamente de la figura 4.6.

El campo del arreglo será un máximo en cualquier dirección para la cual $\psi = 0$. Dicho de otra manera, todos los campos de las fuentes arribarán a un punto distante con la misma fase cuando $\psi = 0$. En casos especiales, ψ puede no ser cero para cualquier valor de ϕ y en este caso el campo es usualmente un máximo en el valor mínimo de ψ.

Vamos a considerar algunos casos especiales de arreglos lineales en los cuales se aplica la ecuación (4.27) y estos son:

1.- ARREGLO BROADSIDE.- Este arreglo tiene como característica principal, que las n fuentes isotrópicas tienen la misma amplitud y fase, es decir, $\delta = 0$ y la máxima intensidad de campo en la dirección normal al arreglo.

A continuación vamos a hacer un ejemplo para poder comprender este tipo de arreglo.

Vamos a considerar un arreglo de 5 elementos que tienen igual amplitud y fase y además tienen una separación entre fuentes de $\lambda/2$, como se indica en la figura 4.7:

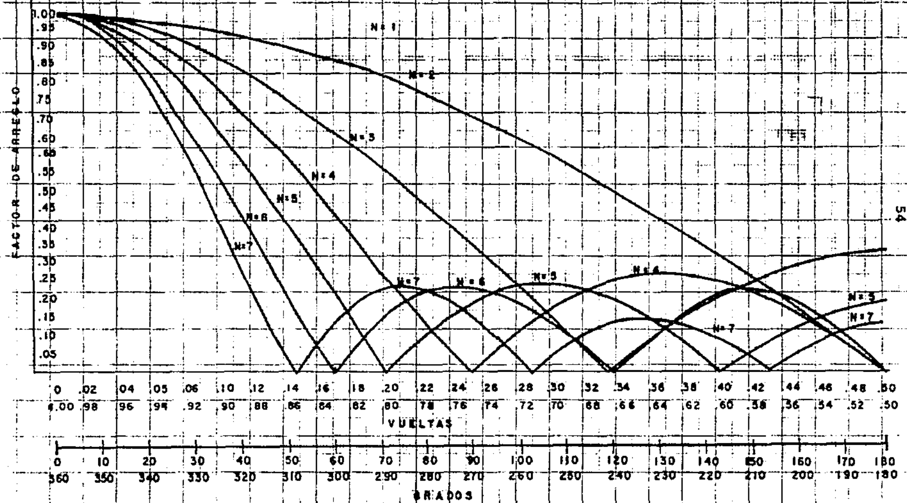


FIG. 4.6
PATRONES DE CAMPO PARA ARREGLO DE FUENTES PUNTUALES ISOTROPICAS DE IGUAL AMPLITUD Y ESPACIAMIENTO DESDE N=2 HASTA N=7

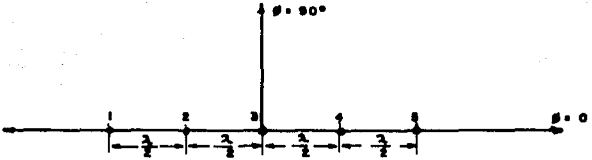


FIG. 4.7
ARREGLO LINEAL DE 5 FUENTES PUNTUALES ISOTROPICAS CON IGUAL AMPLITUD Y FASE

De la ecuación (4.20), tenemos que para $\delta = 0$, nos - queda:

$$\psi = d_r \cos \phi \tag{4.28}$$

En la ecuación (4.27) la fase la habíamos referido a la fuente 1, de la figura 4.5, en este ejemplo vamos a considerar que la fase está referida al punto central del arreglo lineal de la figura 4.7, por consiguiente la ecuación (4.27) nos quedará de la siguiente manera:

$$E_{norm} = \frac{1}{n} \frac{\operatorname{sen}(n\psi/2)}{\operatorname{sen}(\psi/2)} \tag{4.29}$$

En la gráfica dela figura 4.6 se encuentran los valores del factor de arreglo para arreglos con diferentes números de elementos. En este caso tenemos $n = 5$, vamos a darle diferentes valores a ϕ y encontraremos el correspondiente a ψ :

Como:

$$d = \frac{\lambda}{2} \qquad y \qquad d_r = \frac{2\pi}{\lambda} d$$

$$\therefore \quad d_r = \pi \tag{4.30}$$

Sustituyendo la ecuación (4.30) en la ecuación (4.28):

$$\psi = \pi \cos \phi \tag{4.31}$$

Para $\phi = 0$, tendremos que:

$$\psi = \pi = 180°$$

En la figura 4.6 localizamos $\psi = 180°$, a continuación buscamos la curva para n = 5 elementos que pase por $\psi = 180°$ y en ese punto vemos el valor correspondiente al factor de arreglo que en este caso es E = 0.2 y de esta manera, dando valores a ϕ obtenemos los diferentes valores de E. Finalmente el patrón obtenido se muestra en la figura 4.8. En esta figura podemos apreciar que efectivamente la máxima intensidad de campo está en la dirección normal al arreglo.

2.- ARREGLO ORDINARIO END-FIRE.- Se caracteriza por tener máxima intensidad de campo en la dirección del arreglo ($\phi = 0$); como la máxima intensidad de campo corresponde a $\psi = 0$,

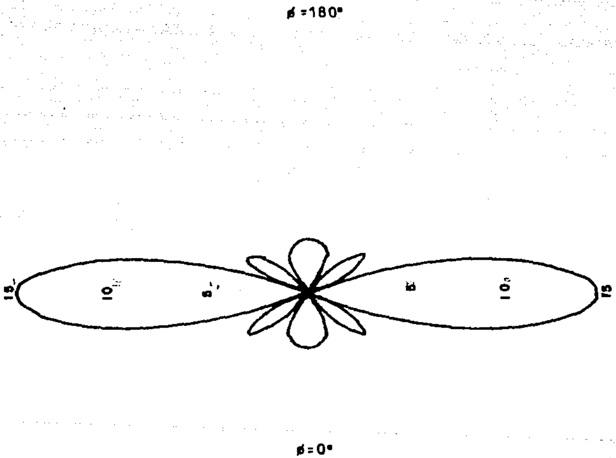


FIG. 4.8

ARREGLO BROADSIDE
CON $n=5$
$d=\lambda/2$ $\delta=0$

por consiguiente, sustituyendo $\phi = 0$ y $\Psi = 0$ en la ecuación (4.20), tendremos que:

$$\delta = - dr \quad \therefore \quad \psi = d_r \cos \phi - d_r \tag{4.32}$$

Si consideramos el mismo arreglo del caso anterior, es decir n = 5 elementos, también $d = \lambda/2$, tendremos lo siguiente:

$$\psi = \pi (\cos \phi - 1) \tag{4.33}$$

Haciendo el mismo procedimiento del caso anterior, obtenemos el patrón que se indica en la figura 4.9, en la cual se puede apreciar que la máxima intensidad de campo está en la dirección del arreglo.

3.- ARREGLO END-FIRE CON DIRECTIVIDAD INCREMENTADA.-

En el caso anterior obtuvimos la máxima intensidad de campo en la dirección del arreglo, pero esto no nos dá la máxima directividad. Hansen y Woodyard, lograron una "Directividad incrementada" mediante:

$$\delta = - (d_r + \frac{\pi}{n}) \tag{4.34}$$

$\phi = 180°$

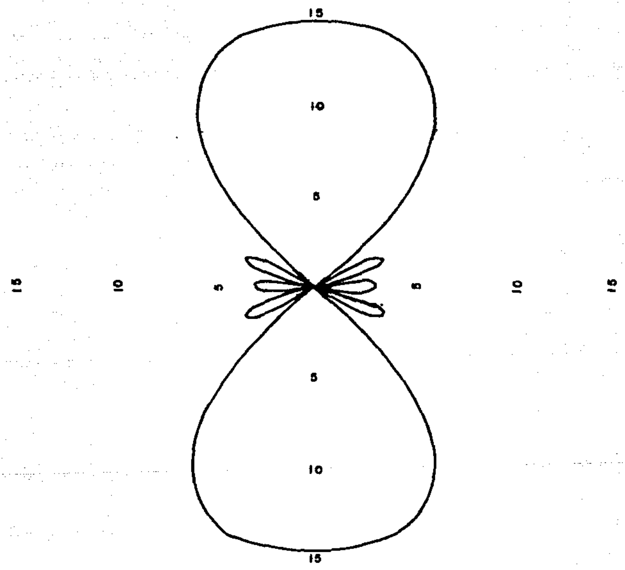


FIG. 4.9
ARREGLO ENDFIRE
CON $n=5$ $d=\lambda/2$ $\delta=-d_r$

Por consiguiente la ecuación (4.20) quedará como:

$$\psi = dr\,(\cos \phi - 1) - \frac{\pi}{n} \qquad (4.35)$$

Para un arreglo de 5 elementos y $d = \lambda/2$, realizando el mismo procedimiento del ejemplo anterior, se logra el patrón de campo mostrado en la figura 4.10 y en el cual se puede apreciar que tiene una mayor directividad que el ejemplo anterior.

4.- ARREGLO CON MAXIMA INTENSIDAD DE CAMPO EN UNA DIRECCION ARBITRARIA.

Si deseamos obtener máxima intensidad de campo en alguna dirección arbitraria ϕ_1 que sea diferente de $K\pi/2$, donde $k = 0, 1, 2....$ entonces tendremos que:

$$\psi = 0 = dr \cos \phi_1 + \delta \qquad (4.36)$$

Pongamos por ejemplo que tenemos un arreglo de 5 elementos y una distancia entre elementos de $\lambda/2$, si se desea que la máxima intensidad de campo sea en la dirección $\phi_1 = 30°$, -- por consiguiente tendremos que:

$$0 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2} \cos 30° + \delta \qquad \delta = -\pi \cos 30°$$

$$\therefore \quad \delta = -155.88°$$

Sustituyendo δ y d_r en la ecuación (4.36) obtendremos que:

$$\psi = \pi \cos \phi - 155.88° \qquad (4.37)$$

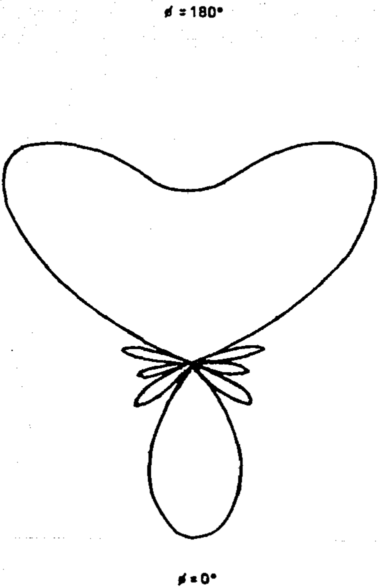


FIG. 4.10
ARREGLO ENDFIRE
INCREMENTADO
n=5 d=λ/2

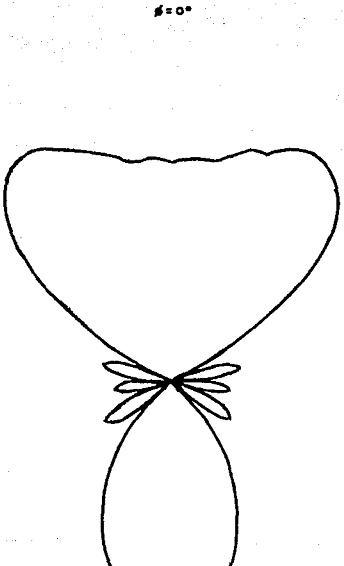


FIG. 4.11
ARREGLO CON MAXIMA
INTENSIDAD DE CAMPO EN LA
DIRECCION DESEADA
$n = 5$ $d = \lambda/2$ $\phi = 30°$

Realizando el mismo procedimiento que en el ejemmplo del caso 1, obtendremos el patrón de campo mostrado en la figura 4.11 y en el cual podemos comprobar que la máxima intensidad de campo está en la dirección $\phi_1 = 30°$.

Hasta este punto solo se han obtenido las direcciones en las cuales la intensidad de campo es máxima, en sus diferentes casos.

A continuación obtendremos las direcciones para las cuales la intensidad de campo es nula. Empezaremos por encontrar esta dirección para el caso más general.

$$E = 0 = \frac{1 - e^{jn\psi}}{1 - e^{j\psi}} \quad \therefore \quad e^{jn\psi} = 1 \qquad (4.38)$$

Obteniendo la parte real de la ecuación (4.38), tendremos que:

$$\cos n\psi = 1 \quad \therefore \quad n\psi = 2\,K\pi \quad k = 1, 2, ..n) \quad (4.39)$$

Sustituyendo la ec. (4.39) en la ec. (4.20), tendremos que:

$$\pm \frac{2\,K\pi}{n} = d_r \cos\phi + \delta \qquad d_r \cos\phi_o = \pm \frac{2\,K\pi}{n} - \delta$$

$$\phi_o = \cancel{\ }\cos\left[\frac{1}{dr}\left(\pm\frac{2K\pi}{n} - \delta\right)\right] K = 1,2,3...n \qquad (4.40)$$

Esta es la expresión de la dirección para el caso más general, en que la intensidad de campo es nula.

C A P I T U L O   V

DIPOLO LINEAL DELGADO

5.1 DIPOLO ELECTRICO CORTO.

Cualquier antena lineal está formada por una gran -- cantidad de elementos muy cortos conectados en serie, a estos- elementos se les denomina dipolos cortos y tienen como caracte rística el que su longitud es mucho menor que la longitud de - onda correspondiente a su frecuencia de resonancia ($L \ll \lambda$), tam bién se considera que el diámetro d del dipolo es muy peque- ño comparado con su longitud ($d \ll L$).

Al conocer las propiedades de un dipolo corto, se fa cilita el análisis de una antena lineal y es posible obtener - las expresiones que definen su campo eléctrico y su campo mag- nético.

Se tiene un circuito como se muestra en la figura - 5.1.a, formado por una fuente y un capacitor. Sí las placas - del capacitor se separan hasta quedar como se ilustra en la fi gura 5.1.b, para propósitos de análisis podemos considerar la- figura 5.1.b, como un dipolo corto como se indica en la figura 5.1.c.

Al circular una corriente uniforme I, se tendrá algu na carga en los extremos del dipolo, como se muestra en la fi- gura 5.1.c, y está dada por:

$$I = \frac{dq}{dt} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5.1)$$

Partiendo de esta expresión, se pueden obtener las-expresiones que definen el campo eléctrico y magnético para -un dipolo corto, sin embargo es muy complicado el obtener directamente estas expresiones. Es por esta razón que primera--mente se obtienen los potenciales en términos de la corriente se obtienen los potenciales en términos de la corriente I y la carga que contenidas en el dipolo, a partir de estos potenciales es mucho más fácil obtener las expresiones para el campo-eléctrico y magnético.

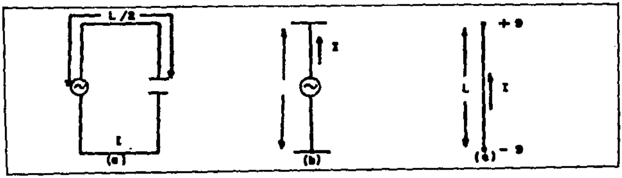


FIGURA 5.1

ATENA DIPOLO CORTO. (a) circuito capacitivo, (b) dipolo corto, (c) su equivalente.

5.2 POTENCIAL ESCALAR.

Un campo eléctrico es un campo de fuerza. Si un pequeño cuerpo el cual tiene una carga q y un segundo cuerpo --con una pequeña carga de prueba Δq es movido desde el infi nito a lo largo de una línea radial hasta un punto p localizado a una distancia r de una carga q, entonces el trabajo sobre el sistema al mover la carga de prueba contra la fuerza F está dado por:

$$W = - \int_{\infty}^{R} F_r \, dr \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5.2)$$

La ley de Coulomb expresa que: entre dos cuerpos cargados existe una fuerza que tiende a separarlos o a unirlos dependiendo de que las cargas en los cuerpos sean de igual signo u opuesto, la magnitud de la fuerza entre ellos debido a sus cargas obedece a la ley del cuadrado inverso; para el sistema MKS está dado por:

$$F = (q_1 q_2)/(4 \pi \varepsilon r \;\;) \quad \text{(Newtons)} \ldots\ldots\ldots \quad (5.3)$$

El trabajo hecho sobre la carga de prueba q está dado por:

$$W = - \frac{q \; \Delta q}{4 \pi \epsilon} \int_{\infty}^{R} \frac{1}{r^2} \, dr \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5.4)$$

$$W = \frac{q \; \Delta q}{4 \pi \epsilon R} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5.4.a)$$

El trabajo hecho sobre la carga de prueba por unidad de carga es:

$$V = q/4 \pi \epsilon \, r \quad (\text{ volts}) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5.5)$$

Donde V es llamado el potencial en el punto p debido a la carga q. Como es una cantidad escalar, teniendo solamente magnitud, se le denomina potencial escalar.

Si la carga es distribuida contínuamente a través de una región, la cual puede ser dividida en elementos muy pequeños de volumen Δv cada uno tonteniendo una carga $\rho \Delta v$, donde ρ es la densidad de carga en el elemento de volumen. El potencial en el punto p está dado por:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_V \frac{\rho dv}{R} \quad . . . . (5.6)$$

La integración es desarrollada a través del volumen donde ρ tiene valor. Esta expresión no es válida para una distribución de carga que se extiende al infinito.

Si dos puntos son separados por una distancia infinitesimal ds, el trabajo hecho por una fuerza externa al mover una unidad positiva de carga de un punto a otro, será:

$$dW = - E \cdot ds = dV$$

Puesto que V es una función de x, y, z. La relación anterior puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz = - E \cdot ds$$

$$(\hat{x} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial V}{\partial z}) \cdot (\hat{x}dx + \hat{y}dy + \hat{z}dz) = - E \cdot ds$$

$$\nabla V \cdot ds = - E \cdot ds$$

De lo cual se obtiene que:

$$E = - \nabla V \quad \text{(volts/metro)} \ldots\ldots\ldots\ldots (5.7)$$

Esto es, la magnitud del campo eléctrico en cualquier punto es el negativo del gradiente de potencial en ese punto. - La dirección del campo eléctrico es en la dirección en la cual- el gradiente es más grande o en el cual el potencial cambia más rápidamente.

5.3 POTENCIAL ESCALAR MAGNETICO.

Igualmente al potencial escalar; la derivada espacial del potencial magnético nos dará el campo magnético H. Las fuentes del campo magnético son elementos de corriente Ids de los circuitos que producen el campo. El magnético dependerá de los- elementos de corriente.

Como el campo magnético es obtenido del potencial magnético es proporcional a la magnitud del elemento de corriente- Ids. experimentalmente se ha obtenido que:

$$dH = \frac{Ids \operatorname{sen}\psi}{4\pi R^2} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (5.8)$$

R es la distancia medida del elemento de corriente- Ids al punto p en el cual H está siendo evaluada (Fig. 5.2) ψ es el ángulo entre la dirección de Ids y la dirección de - R. La dirección de H es perpendicular al plano conteniendo -- Ids y R, en la dirección del tornillo de rosca derecha de --

Ids a R. Este establecimiento completo puede ser escrito en notación vectorial como:

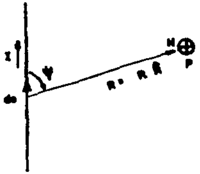


FIGURA 5.2

Campo magnético H producido por un elemento de corriente.

$$dH = \frac{Ids \times \hat{R}}{4 \pi R^2} \quad . . . . (5.9)$$

Donde $\hat{R}$ es el vector unitario en la dirección R. - La ecuación (5.9) es conocida como la ley de ampere para un -- elemento de corriente.

El campo magnético total H en el punto p será la suma o integración de la contribución de los elementos de corriente del circuito y será:

$$H = \oint \frac{Ids \times \hat{R}}{4 \pi R^2} \quad . . . .(5.10)$$

La magnitud del campo magnético varía inversamente con el cuadrado de la distancia R de los elementos al punto p. -- Por consiguiente el potencial magnético debido a los elementos-de corriente debe variar inversamente con la primera potencia de la distancia R porque al campo magnético H es obtenido tomando la derivada espacial del potencial magnético. Esto es equivalente a dividir por R, cuando se considera un punto lejano. Como los elementos de corriente tienen magnitud y dirección es necesario que esta información esté contenida en el potencial magnético. Por consiguiente el potencial debe ser una cantidad vectorial, la dirección será relacionada a la dirección del elemento de corriente. Si este vector potencial magnético es designado por el vector A, entonces es posible obtener B o H como la derivada espacial de A. Existen dos posibles operaciones de derivadas especiales en una cantidad vectorial, propiamente son la divergencia y el rotacional. La divergencia implica una cantidad escalar y el rotacional una cantidad vectorial. Como el campo magnético es una cantidad vectorial, el rotacional es la operación derivada espacial el cual puede ser usado. Por tanto si hay un potencial vectorial magnético A, el vector B es obtenido de la siguiente relación.

$$\overline{B} = \nabla \, \overline{XA} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.11)$$

La relación entre el vector potencial magnético y el elemento de corriente Ids es de la forma:

$$dA = \frac{\mu Ids}{4\pi R}$$

El vector potencial magnético debido al flujo de corriente en un circuito completo es obtenido por la integración del vector potencial causado por todos los elementos de corriente que comprenden el circuito. Esto es:

$$\bar{A} = \int \frac{\mu I}{4 \pi R} \, ds \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5.12)$$

Donde la integración se extiende sobre el circuito completo en el cual I fluye. Esta expresión puede ser escrita en una forma mas general reemplazando la corriente I por la densidad de corriente $J(amp/m^3)$ y entonces integrando sobre el volumen en el cual esta densidad de corriente existe. Entonces la expresión para el vector potencial $\bar{A}$ está dada por:

$$\bar{A} = \int_V \frac{\mu J}{4 \pi R} \, dv \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5.13)$$

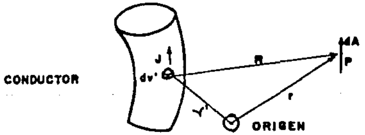


FIGURA 5.3

Vector potencial magnético $\bar{A}$ debido a la densidad de corriente J.

Las fuentes de campos electromagnéticos son distribuciones de cargas y corrientes variantes con el tiempo, por lo tanto los potenciales están dados por:

$$\bar{A}(r, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{J(r', t)}{R} \, dv'$$

donde:

$$R = \left| r - r' \right|$$

Como las ondas electromagnéticas tienen un tiempo finito de propagación, por tanto, de acuerdo con la figura 5.3, tenemos que:

$$A(r, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{J(r', t-R/v)}{R} \, dv' \text{ ....(5.14)}$$

Igualmente tendremos que el potencial escalar V, está dado por:

$$V(r, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int \frac{\rho(r', t-R/v)}{R} \, dv' \text{ ....(5.15)}$$

En estas expresiones se ha introducido un retardo en el tiempo de R/v segundos. Como los potenciales han sido retardados o adelantados en esta cantidad, se les denomina potenciales retardados.

Suponiendo que la corriente varía senoidalmente, puede ser expresada en su forma fasorial como:

$$[I] = I_o e^{jwt}$$

Donde:

I_o = valor máximo de la corriente

Para un retardo en el tiempo queda como:

$$[I] = I_o e^{jw(t-R/c)} \quad \text{............(5.16)}$$

5.4 LOS CAMPOS DE UN DIPOLO CORTO.

Ahora podemos proceder a obtener las expresiones que definen el campo eléctrico E y el campo magnético H para un dipolo corto en función de los potenciales vectorial A y escalar V.

Se tiene un dipolo corto de longitud L, localizado - en un medio (aire o vacío), el dipolo coincide con el eje z y- su centro también coincide con el origen del sistema coordenado, como se indica en la figura 5.4.

Para el vector potencial tendremos lo siguiente: de- la figura 5.4 se observa que la corriente I circula en la dirección z, como el vector potencial tiene la misma dirección que- la corriente, por consiguiente solo tendrá componente en la dirección z, es decir,

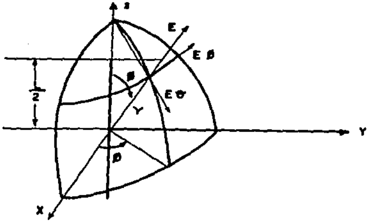


FIGURA 5.4

Relación del dipolo corto al sistema coordenado.

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{[I]}{S}\, dz \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.17)$$

Donde $[I]$ es la corriente retardada dada por:

$$[I] = I_o e^{jw(t - \frac{s}{c})}$$

Donde:

z = Distancia desde el origen a un punto del conductor.

I_o = Valor pico de la corriente.

μ = Permeabilidad del espacio libre.

Si la distancia del dipolo al punto p es grande comparada con la longitud del dipolo ($r \gg L$) y la longitud de onda es grande comparada con la lingitud del dipolo ($\lambda \gg L$). Podemosponer s = r y despreciar la diferencia de fase de las contribu ciones de campo de diferentes partes del conductor. Haciendo - esta consideración en la ecuación 5.17 e integrando tendremos- que:

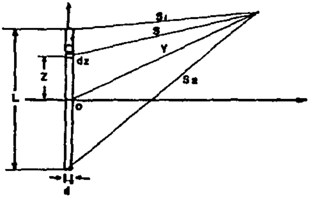


FIGURA 5.5

Geometría de un dipolo corto

$$A_z = \frac{\mu L I_o e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4\pi r} \quad \ldots\ldots\ldots (5.18)$$

El potencial escalar V de una distribución de carga en:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{v'} \frac{[\rho]}{S} \, dV' \quad \ldots\ldots\ldots (5.19)$$

Donde: $[\rho]$ es la densidad de carga retardada dada por:

$$[\rho] = \rho_o e^{jw(t - \frac{s}{c})} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.20)$$

dv' = Elemento infinitesimal de volumen.

ϵ = Constante dielectrica del espacio libre.

Como la región de carga en el caso del dipolo considerado es confinado a los puntos extremos, la ecuación 5.19 se reduce a:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon}\left[\frac{[q]}{S_1} - \frac{[q]}{S_2}\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5.21)$$

De la ecuación 5.1 y para la corriente retardada tendremos que:

$$[q] = \int [I] \; dt = I_o \int e^{jw(t - \frac{s}{c})} \; dt = \frac{[I]}{jw} \quad (5.22)$$

Sustituyendo la ecuación 5.22 en la ecuación 5.21 se tiene:

$$V = \frac{I_o}{4\pi\epsilon\, jw}\left[\frac{e^{jw(t - \frac{S_1}{c})}}{S_1} - \frac{e^{jw(t - \frac{S_2}{c})}}{S_2}\right] \quad (5.23)$$

Cuando $r \gg L$ las líneas que unen los extremos del dipolo y el punto p se pueden considerar paralelas tal y como se indica en la figura 5.6.

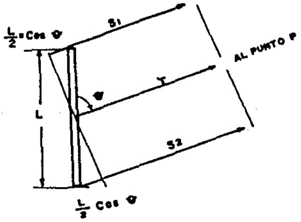


FIGURA 5.6

Relación para el dipolo corto cuando $r \gg L$.

por lo tanto tendremos que:

$$S_1 = r - \frac{L}{2} \cos \theta \quad . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, (5.24)$$

$$S_2 = r + \frac{L}{2} \cos \theta \quad . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, (5.25)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5.25 en la ecuación 5.23 tendremos lo siguiente:

$$V = \frac{I_o e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4 \pi \epsilon \, jw} \left[\frac{e^{jw \frac{L}{2} \cos \theta} \, (r + \frac{L}{2} \cos \theta) - e^{-jw \frac{L}{2} \cos \theta} \, (r - \frac{L}{2} \cos \theta)}{r^2 - \frac{L^2}{4} \cos^2 \theta} \right] \quad (5.26)$$

Como anteriormente se señaló $r \gg L$, por tanto el término $\frac{L}{4} \cos^2 \theta$ comparado con r^2 puede ser despreciado y la ecuación anterior queda como:

$$V = \frac{I_o e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4 \pi \epsilon \, jw} \left[\frac{e^{jw \frac{L}{2} \cos \theta} \quad (r + \frac{L}{2} \cos \theta) - e^{-jw \frac{L}{2} \cos \theta} \quad (r - \frac{L}{2} \cos \theta)}{r^2} \right] \quad (5.27)$$

Aplicando el teorema de Moivre a la ecuación antrior tendremos que:

$$V = \frac{I_o e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4 \pi \epsilon \, jw} \left[\frac{(\cos w \frac{L}{2c} \cos \theta + j \operatorname{sen} w \frac{L}{2c} \cos \theta) \; (r + \frac{L}{2} \cos \theta)}{r^2} \right.$$
$$\left. \frac{- (\cos w \frac{L}{2c} \cos \theta - j \operatorname{sen} w \frac{L}{2c} \cos \theta) \; (r - \frac{L}{2} \cos \theta)}{} \right] \quad (5.28)$$

Como consideramos que $\lambda \gg L$, tendremos que:

$$\cos \frac{wL \cos \theta}{2c} = \cos \frac{2\pi fL \cos \theta}{2c} = \cos \frac{2\pi cL \cos \theta}{2\lambda c} = \cos \frac{2\pi L \cos \theta}{2\lambda} \approx 1 \quad (5.29)$$

$$\operatorname{sen} \frac{wL \cos \theta}{2} = \operatorname{sen} \frac{\pi L \cos \theta}{2\lambda} \approx \frac{\pi L \cos \theta}{2\lambda} = \frac{wL \cos \theta}{2c} \quad . \ (5.30)$$

Sustituyendo 5.30 y 5.29 en 5.28 y simplificando, ten dremos que:

$$V = \frac{I_o \, L \cos \theta \, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4 \pi \epsilon c} \left[\frac{1}{r} + \frac{c}{jw} \frac{1}{r^2} \right] \quad (5.31)$$

Las ecuaciones 5.18 y 5.31 son las expresiones de los potenciales vectores y escalar en un punto p a una distancia- r del centro de un dipolo corto, el ángulo θ, la longitud -- del dipolo L, la corriente en el dipolo y algunas constantes.

De esta manera, en función de las expresiones que de- finen el potencial escalar y el vectorial, podemos obtener las- expresiones del campo eléctrico y magnético a partir de las si- guientes expresiones:

$$E = -jWA - \nabla V \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . (5.32)$$

$$H = \frac{1}{\mu} \nabla XA \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . (5.33)$$

Para mayor facilidad se emplearán coordenadas pola-- res, esto es,

$$A = a_r A_r + a_\theta A_\theta + a_\phi A_\phi \qquad (5.34)$$

De la figura 5.4 tenemos que el potencial para el di polo corto en consideración, tiene solamente componente en la-dirección z, $A_\phi = 0$ y A_θ, A_r están dadas por:

$$A_\phi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.35)$$

$$A_r = A_z \cos\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.36)$$

$$A_\theta = - A_z \operatorname{sen}\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.37)$$

Sustituyendo 5.18 en 5.36 y 5.37 tendremos que:

$$A_r = \frac{\mu L I_o \cos\theta \, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4 \pi r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.38)$$

$$A_\theta = \frac{-\mu L I_o \operatorname{sen}\theta \, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4 \pi r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.39)$$

Para el gradiente del potencial escalar V tendremos que:

$$\nabla V = a_r \frac{\partial v}{\partial r} + a_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + a_\phi \frac{1}{r \operatorname{sen}\theta} \frac{\partial v}{\partial \phi} \quad \ldots (5.40)$$

El campo eléctrico E estará dado po:

$$E = a_r E_r + a_\theta E_\theta + a_\phi E_\phi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.41)$$

De las ecuaciones 5.38, 5.39, 5.40, 5.34 y 5.32, tendremos lo siguiente:

$$E_r = - jW \frac{\mu L I_o \cos\theta \, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4 \pi r} - \frac{\partial v}{\partial r} \quad \ldots (5.42)$$

$$E_\theta = jW \frac{\mu L I_o \operatorname{sen}\theta \, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4 \pi r} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad \ldots\ldots (5.43)$$

$$E_\phi = 0 - \frac{1}{r \operatorname{sen}\theta} \frac{\partial v}{\partial \phi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.44)$$

Sustituyendo la ecuación 5.31, en las ecuaciones 5.42, 5.43 y 5.44 y desarrollando las operaciones indicadas, tendremos lo siguiente

$$E_\phi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5.45)$$

$$E_r = \frac{I_o L \cos\theta\, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{2\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{cr^2} + \frac{1}{jwr^3}\right] \ldots (5.46)$$

$$E_o = \frac{I_o L \operatorname{sen}\theta\, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{jw}{c^2 r} + \frac{1}{cr^2} + \frac{1}{jwr^3}\right] \ldots (5.47)$$

Estas son las expresiones del campo eléctrico en un punto p debido a un dipolo corto.

A continuación se va a encontrar la expresión que define el campo magnético en función del vector potencial $\bar{A}$.

El rotacional del vector potencial $\bar{A}$, está dado por;

$$\nabla \times A = \frac{ar}{r^2 \operatorname{sen}\theta}\left[\frac{\partial(r\operatorname{sen}\theta)}{\partial\theta} A\phi - \frac{\partial(rA\theta)}{\partial\phi}\right] + \frac{a\theta}{r\operatorname{sen}\theta}\left[\frac{\partial Ar}{\partial\phi} - \frac{\partial(r\operatorname{sen}\theta)}{\partial r} A\phi\right] + \frac{a\phi}{r}\left[\frac{\partial(rA\theta)}{\partial r} - \frac{\partial Ar}{\partial\theta}\right] \quad (5.48)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5.35, 5.38 y 5.39 en la ecuación 5.48, tendremos que,

$$\nabla \times A = \frac{a\phi}{r}\left[\frac{\partial(rA\theta)}{\partial r} - \frac{\partial Ar}{\partial\theta}\right] \quad (5.49)$$

Sustituyendo la ecuación 5.49 en la ecuación 5.33 y realizando operaciones, tendremos que:

$$\left[H \right] = H_{\phi} = \frac{I_o L \text{ sen } \theta \, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4\pi} \left[\frac{jw}{cr} + \frac{1}{r^2} \right] \qquad (5.50)$$

$$H_r = H_{\theta} = 0 \qquad (5.51)$$

Estas son las expresiones del campo magnético en un punto debido a un dipolo corto.

De las ecuaciones 5.45, 5.46, 5.47, 5.50 y 5.51, se puede apreciar que los campos de un dipolo, solamente tendrán 3 componentes E_r, E_{θ} y H_{ϕ}. Las demás componentes son todas cero.

Si solamente consideramos el campo lejano, es decir, cuando r es muy grande, se pueden despreciar los términos que contengan $1/r^2$ y $1/r^3$ y las expresiones para el campo lejano son:

$$E_{\theta} = \frac{jwI_o L \text{ sen } \theta \, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4\pi \varepsilon c^2 r} \qquad (5.52)$$

$$H_{\phi} = \frac{jwI_o L \text{ sen } \theta \, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4\pi c r} \qquad (5.53)$$

Tomando la relación de E_{θ} a H_{ϕ}, tendremos lo siguiente:

$$\frac{E_{\theta}}{H_{\phi}} = \frac{1}{\varepsilon c} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 120\pi = 377\,\Omega \qquad (5.54)$$

La cual es la impedancia intrínseca del espacio libre.

Comparando las ecuaciones 5.52 y 5.53 se puede apreciar que E_θ y $H_\varnothing$ están en fase para el campo lejano. Los patrones de campo son proporcionales al sen θ. El patrón es independiente de $\varnothing$, de tal manera que el patrón espacial es una dona, siendo su figura de revolución tal y como se muestra en la figura 5.7 alrededor del eje del dipolo.

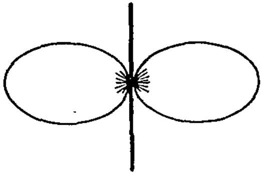


FIGURA 5.7

Patrón de campo lejano

5.5 RESISTENCIA DE RADIACION DE UN DIPOLO CORTO.

Hasta ahora se obtuvieron las expresiones del campo eléctrico y magnético para un dipolo corto ($L \ll r$, $L \ll \lambda$), a continuación se obtendrá su resistencia de radiación en función de los campos eléctrico y magnético, es decir, mediante el vector de Poynting. Este vector está dado como la energía por unidad de tiempo, como se está considerando el campo lejano, es necesario integrar sobre una esfera de radio r muy gran de para poder obtener la potencia radiada por el dipolo, suponiendo que no existen perdidas, la potencia radiada será igual a I^2R, donde I es la corriente RMS que circula por el dipolo y R es la resistencia de radiación.

El valor medio del vector de Poynting está dado por:

$$P = \frac{1}{2} \text{ Re } (E \times H^*) \qquad (5.55)$$

Las componentes del campo lejano son E_θ y H_ϕ de tal manera que la componente radial del vector de Poynting está dada de la siguiente manera:

$$P_r = \frac{1}{2} \text{ Re } E_\theta H_\phi^* \qquad (5.56)$$

Donde E_θ y H_ϕ^* son complejos.

Las componentes del campo lejano están relacionados por la impedancia intrínseca del medio, esto es,

$$E_\theta = H_\phi Z = H_\phi \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \qquad (5.57)$$

Entonces la ecuación 5.56 queda como:

$$P_r = \frac{1}{2} \text{ Re } ZH_\phi H_\phi^* = \frac{1}{2} \left| H_\phi \right|^2 \text{ Re} Z = \frac{1}{2} \left| H_\phi \right|^2 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \qquad 5.58)$$

La potencia total radiada W está dada por:

$$W = \iint P_r ds = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left| H_\phi \right|^2 r^2 \text{ sen } \theta \, d\theta d\phi \qquad (5.59)$$

Donde $|H_\phi|$ es el valor absoluto del campo magnético, por lo cual de 5.53 tendremos que:

$$|H_\phi| = \frac{WI_o L \text{ sen } \theta}{4\pi cr} \qquad (5.60)$$

Sustituyendo la ecuación 5.60 en 5.59 tendremos que:

$$W = \frac{1}{32} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\beta^2 I_o^2 L^2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \text{sen}^3\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (5.61)$$

Donde β es el coeficiente de la atenuación y está dado por:

$$\beta = \frac{w}{c} = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$$

Integrando la ecuación 5.61 tendremos que:

$$W = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\beta^2 I_o^2 L^2}{12\pi} \qquad (5.62)$$

Esta es la potencia media en la cual la energía fluye hacia fuera de la esfera que rodea el dipolo. Puesto que es - - igual a la potencia radiada y asumiendo que no hay pérdidas, -- también es igual a la potencia entregada al dipolo.

Por consiguiente, W debe ser igual al cuadrado de la corriente I fluyendo en el dipolo en una resistencia llamada resistencia de radiación del dipolo. Esto es,

$$\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\beta^2 I_o^2 L^2}{12\pi} = \left(\frac{Io}{\sqrt{2}}\right)^2 R \qquad (5.63)$$

Despejando R tendremos que:

$$R = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \; \frac{B^2 \; L^2}{6\pi} \qquad (5.64)$$

De 5.54 sustituímos el valor de la impedancia intrínseca en esta última ecuación y tendremos que:

$$R = 80\pi^2 \; (\frac{L}{\lambda})^2 \qquad (5.65)$$

Siendo esta la resistencia de radiación de un dipolo corto, se puede apreciar que es directamente proporcional al cuadrado de su longitud L e inversamente proporcional al cuadrado de la longitud de onda λ de su frecuencia de resonancia.

5.6 ANTENA LINEAL DELGADA.

Se tiene una antena lineal delgada, alimentada simétricamente en el centro, por una línea de transmisión balanceada formada por dos alambres. Como anteriormente se consideró, una antena lineal está formada por un gran número de dipolos cortos, por consiguiente se pueden obtener sus expresiones de campo eléctrico y magnético para el campo lejano, en función de las expresiones ya obtenidas para el dipolo corto. La antena puede ser de cualquier longitud, pero se supone que la distribución de corriente es senoidal. La razón de esta suposición es que una distribución de corriente senoidal, se aproxima a la distribución natural en antenas delgadas.

Refiriéndonos a la figura 5.8, podemos proceder a desarrollar las ecuaciones del campo eléctrico y magnético para el campo lejano, en una antena lineal, simétrica, de longitud L, alimentada centralmente. El valor retardado de la corriente en cualquier punto z de la antena referida a un punto p localizado a una distancia s de la antena es:

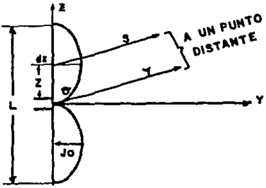


FIGURA 5.8

Relaciones para una antena lineal, simétrica, delgada, de longitud L y alimentada centralmente.

$$\left[I\right] = I_{o} \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{L}{2} \pm Z\right)\right] e^{jw(t - \frac{s}{c})} \quad (5.66)$$

En la ecuación anterior la función:

$$\operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{L}{2} \pm Z\right)\right]$$

es el factor de forma para la corriente en la antena. La expresión $(L/2) + z$ es usada cuando $z < 0$ y $(L/2) - z$ cuando $z > 0$. Considerando que la antena está formada por una serie infinitesimal de dipolos cortos de longitud dz, el campo de la antena completa puede ser obtenida integrando los dipolos que forman-la antena. Los campos lejanos dE_θ y dH_ϕ a una distancia s del dipolo infinitesimal dz son:

$$dE_\theta = \frac{j\,60\pi \quad I \quad \text{sen}\,\theta \quad dz}{s\,\lambda} \tag{5.67}$$

$$dH_\phi = \frac{j \quad I \quad \text{sen}\,\theta \; dz}{2s\,\lambda} \tag{5.68}$$

De la ecuación 5.54 vemos que es suficiente con calcular ya sea H_ϕ o E_θ. El valor del campo magnético H_ϕ para la antena es la integral de la ecuación 5.68 sobre la longitud de la antena. Esto es,

$$H_\phi = \int_{-L/2}^{L/2} dH_\phi \tag{5.69}$$

Sustituyendo 5.66 en la ecuación 5.69 tendremos que:

$$H_\phi = \frac{j\, I_o \,\text{sen}\,\theta\, e^{jwt}}{2\lambda}\left[\int_{-L/2}^{o} \frac{1}{s}\,\text{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{L}{2}+z\right)\right] e^{-j\frac{ws}{c}}\,dz + \int_{o}^{L/2} \frac{1}{s}\,\text{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{L}{2}-z\right)\right] e^{-j\frac{ws}{c}}\,dz\right] \tag{5.70}$$

A una distancia grande la diferencia entre s y r puede ser despreciada para sus efectos de amplitud, pero su efecto en la fase debe ser considerado. De la figura 5.8 tenemos que:

$$s = r - z \cos \theta \qquad (5.71)$$

Esta expresión de la diferencia de fase. Sustituyendo 5.71 en 5.70 y r por s solamente en el factor de amplitud, tendremos que:

$$H_\phi = \frac{j\beta I_0 \operatorname{sen} \theta \, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{2 \lambda r} \left[\int_{-L/2}^{0} \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{L}{2} + z \right) \right] e^{j \frac{w \cos \theta}{c} z} dz + \int_{0}^{L/2} \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{L}{2} - z \right) \right] e^{j \frac{w \cos \theta}{c} z} dz \right] \qquad (5.72)$$

En función del coeficiente de atenuación β, la ecuación anterior puede ser escrita como:

$$H_\phi = \frac{j\beta I_0 \operatorname{sen} \theta \, e^{jw(t - \frac{r}{c})}}{4\pi r} \left[\int_{-L/2}^{0} e^{j\beta z \cos \theta} \operatorname{sen} \left[\beta \left(\frac{L}{2} + z \right) \right] dz + \int_{0}^{L/2} e^{j\beta z \cos \theta} \operatorname{sen} \left[\beta \left(\frac{L}{2} - z \right) \right] dz \right] \qquad (5.73)$$

Estas integrales son de la forma:

$$\int e^{ax} \operatorname{sen} (c + bx) \, dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} \left[a \operatorname{sen} (c + bx) - b \cos (c + bx) \right] \qquad (5.74)$$

Para la primera integral tenemos que:

$$a = j\beta \cos \theta$$
$$b = \beta$$
$$c = \beta \frac{L}{2}$$

Para la segunda integral a y c son las mismas que para la primera integral, pero $b = -\beta$, realizando las dos integraciones y simplificando, tendremos que:

$$H_{\phi} = \frac{j\left[I_o\right]}{2\pi r}\left[\frac{\cos\left((\beta L\cos\theta)/2\right) - \cos(\beta L/2)}{\text{sen } \theta}\right] \quad (5.75)$$

De la ecuación 5.54 tendremos lo siguiente:

$$E_{\theta} = \frac{j\,60\left[I_o\right]}{r}\left[\frac{\cos\left((\beta L\cos\theta)/2\right) - \cos(\beta L/2)}{\text{sen } \theta}\right] \quad (5.76)$$

Donde:

$$\left[I_o\right] = I_o e^{jw(t-\frac{r}{c})}$$

Las ecuaciones 5.75 y 5.76 son las expresiones para el campo lejano de H_{ϕ} y E_{θ}, de una antena lineal delgada, de longitud L, simétrica y alimentada centralmente. La forma del patrón de campo lejano está dada por el factor entre paréntesis y el factor que precede a los paréntesis dá la magnitud instantánea de los campos en función de la corriente en la antena y la distancia r. No hay factor involucrando fase, puesto que el centro de la antena es tomado como la fase central, cualquier cambio de fase de los campos como una función será un salto de 180° cuando el factor del patrón cambia de signo.

En la figura 5.9 se muestra el patrón de campo lejano de dos antenas lineales alimentadas centralmente con diferentes longitudes.

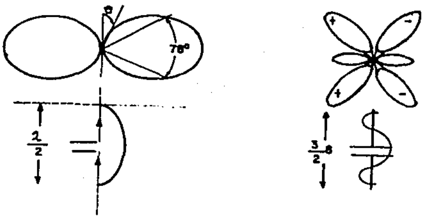


FIGURA 5.9

Patrones de campo lejano de antenas de $\lambda/2$ y $3\lambda/2$. Las antenas son alimentadas centralmente y la distribución de corriente se supone es senoidal.

5.7 RESISTENCIA DE RADIACION DE UNA ANTENA $\lambda/2$.

Para obtener la resistencia de radiación de una antena $\lambda/2$, es necesario integrar el vector de Poynting sobre una larga esfera, la cual cubre la potencia radiada, esta potencia es igualada a $(I_o/\sqrt{2})^2 R_o$, donde R_o es la resistencia de radiación en el punto en que la corriente es máxima e I_o es el valor máximo de la corriente en ese punto. La potencia total radiada esta dada por la ecuación 5.59 en términos de H_ϕ para un dipolo corto. También se aprecia que $|H_\phi|$ es el valor absoluto. Puesto que el valor correspondiente de H_ϕ para una antena lineal delgada es obtenido de la ecuación 5.75 y poniendo $\left| j \left[I_o \right] \right| = I_o$, sustituyendo esto en 5.59 tendremos que:

$$W = \frac{15\, I_o^2}{\pi} \int_o^{2\pi} \int_o^{\pi} \frac{\left[\cos\left(\frac{\beta L}{2} \cos\theta\right) - \cos\frac{\beta L}{2}\right]}{\operatorname{sen}\theta} d\theta d\phi$$

$$W = 30\, I_o^2 \int_o^{\pi} \frac{\left[\cos\left(\frac{\beta L}{2} \cos\theta\right) - \cos\frac{\beta L}{2}\right]}{\operatorname{sen}\theta} d\theta \qquad (5.77)$$

Igualando la potencia radiada dada por la ecuación anterior a $I_o^2 R_o/2$ y despejando R tendremos que:

$$R_o = 60 \int_o^{\pi} \frac{\left[\cos\left(\frac{\beta L}{2} \cos\theta\right) - \cos\frac{\beta L}{2}\right]}{\operatorname{sen}\theta} d\theta \qquad (5.78)$$

La resistencia de radiación R_o es referida a la corriente máxima. En el caso de una antena $\lambda/2$, esto ocurre en el centro de la antena.

Procederemos ahora a evaluar la ecuación 5.78, hagamos:

$$u = \cos\theta \qquad du = -\operatorname{sen}\theta d\theta \qquad (5.79)$$

Por lo cual 5.78 es transformado a:

$$R_o = 60 \int_{-1}^{+1} \frac{\left(\cos\frac{\beta L}{2} u - \cos\frac{\beta L}{2}\right)^2}{1 - u^2} du \qquad (5.80)$$

Pero:

$$\frac{1}{1-u^2} = \frac{1}{(1+u)(1-u)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+u} + \frac{1}{1-u}\right) \qquad (5.81)$$

Poniendo $K = \beta L/2$, la ecuación 5.80 quedará como:

$$R_o = 30 \int_{-1}^{+1} \left[\frac{(\cos Ku - \cos K)^2}{1 - u} + \frac{(\cos Ku - \cos K)^2}{1 + u} \right] du \quad (5.82)$$

Esta ecuación de la resistencia de radiación de una antena lineal delgada de cualquier longitud L. Para el caso especial considerado, donde $L = \lambda/2$, tendremos que $K = \pi/2$, por lo tanto la ecuación 5.82 se reduce a:

$$R_o = 30 \int_{-1}^{+1} \left[\frac{\cos^2 (\pi u/2)}{1 + u} + \frac{\cos^2 (\pi u/2)}{1 - u} \right] du \quad (5.83)$$

Para el primer término hagamos lo siguiente:

$$1 + u = \frac{v}{\pi} \qquad \text{Y} \qquad du = \frac{dv}{\pi} \quad (5.84)$$

Y para el segundo término tendremos que:

$$1 - u = \frac{v'}{\pi} \qquad \text{Y} \qquad du = - \frac{dv'}{\pi} \quad (5.85)$$

Haciendo:

$$\frac{v - \pi}{2} = \frac{\pi - v'}{2} \quad (5.86)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5.84, 5.85 y 5.86 en la ecuación 5.83, tendremos que:

$$R_o = 60 \int_{o}^{2\pi} \frac{\cos^2 ((v - \pi)/2)}{v} dv \quad (5.87)$$

Pero:

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos x)$$

De tal manera que:

$$R_o = 30 \int_o^{2\pi} \frac{1 + \cos(v - \pi)}{v} dv = 30 \int_o^{2\pi} \frac{1 - \cos v}{v} dv \quad (5.88)$$

El último integrando en la ecuación anterior, es una forma la cual puede ser tabulada. A esta integral se le denomina como cin (x), esto es,

$$\text{cin}(x) = \int_o^x \frac{1 - \cos v}{v} dv = \ln \gamma x - \text{ci}(x) = 0.577 + \ln x - \text{ci}(x) \quad (5.89)$$

Donde:

$\gamma = e^c = 1.781$ ó $\ln \gamma = c = 0.577$ = cte. de euler

De la ecuación 5.89 tenemos que:

$$\text{ci}(x) = \ln \gamma x - \text{cin}(x) \quad (5.90)$$

A esta expresión se le denomina la integral del coseno. El valor de esta integral está dado por:

$$\text{ci}(x) = \int_{\infty}^x \frac{\cos v}{v} dv = \ln \gamma x - \frac{x^2}{2!2} + \frac{x^4}{4!4} - \frac{x^6}{6!6} + \ldots \quad (5.91)$$

Cuando x es pequeña ($x < 0.2$),

$$\text{ci}(x) \approx \ln \gamma x = 0.577 + \ln x \quad (5.92)$$

Cuando x es grande $(x \gg 1)$,

$$ci(x) = \frac{\text{sen } x}{x} \qquad (5.93)$$

En la figura 5.10 se muestra la curva de la integral del coseno como función de x. Se puede apreciar que ci(x) converge alrededor de cero para un valor grande de x. De 5.89 y 5.91 se obtiene cin(x) como una serie infinita,

$$\text{cin }(x) = \frac{x^2}{2!2} - \frac{x^4}{4!4} + \frac{x^6}{6!6} - \cdots\cdots\cdots \qquad (5.94)$$

Regresando a la ecuación 5.89, tendremos que:

$$R_o = 30 \text{ cin}(2\pi) = 30 \times 2.44 = 73\ \Omega \qquad (5.95)$$

Este es el valor de la resistencia de radiación de una antena lineal, delgada, de longitud $L = \lambda/2$ y alimentada centralmente, con una distribución de corriente senoidal. La impedancia terminal incluye alguna reactancia inductiva en serie con R_o. Para hacer la reactancia igual a cero, es decir, hacer la antena resonante, se disminuirá la longitud L la antena en un 5%. Este acortamiento también resulta en un reducción en el valor de la resistencia de radiación.

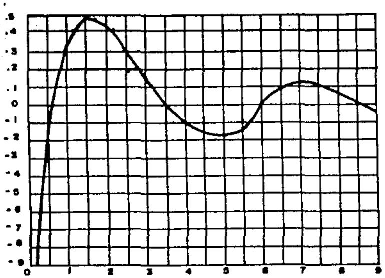


FIGURA 5.10

Curva de la integral del coseno como una función de x.

5.8 IMPEDANCIA PROPIA DE UNA ANTENA LINEAL DELGADA.

Se tiene una antena lineal, delgada, con una distribución de corriente senoidal y alimentada centralmente, como se muestra en la figura 5.11. Su extremo inferior se encuentra localizado en el origen del sistema coordenado. La antena se encuentra situada en el aire o el vacío y está alejada de otros objetos. La distribución de corriente mostrada en la figura 5.11 es para el caso de una antena con una longitud de onda $L = \lambda/2$. La corriente a una distancia z del origen -- es designada por I_z, de tal manera que:

$$I_z = I_1 \operatorname{sen} \beta z \tag{5.96}$$

Supongamos que una fem V_{11} aplicada a las terminales de la antena de la figura 5.11, produce una corriente I_z - a una distancia z del extremo inferior. La relación V_{11} a - I_z puede ser designada como la impedancia de transferencia Z_{1z}. Esto es:

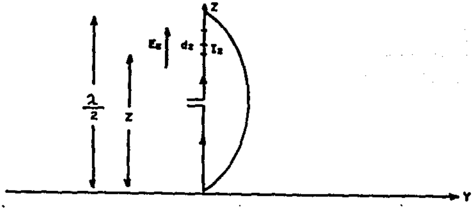


FIGURA 5.11

Antena lineal de $\lambda/2$, alimentada centralmente.

$$Z_{1z} = \frac{V_{11}}{I_z} \tag{5.97}$$

La corriente I_z producirá un campo eléctrico E_z - paralelo a la antena. Este es un campo producido por la corriente propia de la antena. Este campo a su vez induce un campo E_{zi} en el conductor de tal manera que las condiciones de frontera son satisfechas. Para un conductor perfecto el campo total E_{zt}

es nulo, así que, $E_{zt} = E_z + E_{zi} = 0$ y por tanto $E_{zi} = - E_z$.- La fem dV_z producida por el campo inducido sobre una longi-- tud dz es por tanto $-E_z dz$ o de otra manera:

$$dV_z = - E_z d_z \tag{5.98}$$

Si la antena es cortocircuteada esta fem producirá - una corriente dI_1 en sus terminales. Entonces la impedancia- de transferencia Z_{z1} está dada por:

$$Z_{z1} = \frac{dV_z}{dI_1} \tag{5.99}$$

Aplicando el teorema de reciprocidad a las ecuacio-- nes 5.97 y 5.99, se comprueba que son iguales, es decir,

$$\frac{V_{11}}{I_z} = Z_{1z} = Z_{z1} = \frac{dV_z}{dI_1} = - \frac{E_z dZ}{dI_1} \tag{5.100}$$

$$V_{11} dI_1 = - I_z E_z dZ \tag{5.101}$$

La impedancia terminal Z_{11} de la antena está dada - por la relación de V_{11} de la corriente terminal total I_1. - Esto es:

$$Z_{11} = \frac{V_{11}}{I_1} \tag{5.102}$$

La impedancia Z_{11} es constante y es independiente de la amplitud de la corriente. Esto se sigue del hecho de -

que el sistema es lineal. Por tanto Z_{11} puede ser también - expresado como la relación de una fem infinitesimal dV_{11} en- las terminales a una corriente infinitesimal dI_1 en las terminales,

$$Z_{11} = \frac{V_{11}}{I_1} = \frac{dV_{11}}{dI_1} \tag{5.103}$$

De la cual:

$$V_{11}dI_1 = I_1 \, dV_{11} \tag{5.104}$$

Sustituyendo 5.104 en 5.101 tendremos que:

$$dV_{11} = -\frac{I_z}{I_1} E_z \, dz \tag{5.105}$$

Integrando sobre la longitud de la antena, la ecua-- ción anterior, tendremos que:

$$V_{11} = -\frac{1}{I_1}\int_0^L I_z E_z \, dZ \tag{5.106}$$

Donde V_{11} es la fem la cual debe ser aplicada en - las terminales de la antena para producir la corriente I_1 en- las terminales. La impedancia terminal Z_{11} es entonces:

$$Z_{11} = \frac{V_{11}}{I_1} = -\frac{1}{I_1^2}\int_0^L I_z E_z dZ \tag{5.107}$$

Puesto que la antena está aislada, a esta impedancia se le denomina impedancia propia. En la ecuación anterior E_z

es la componente z del campo eléctrico en la antena causada - por la corriente propia. Es conveniente indicar explícitamente este tipo de campo por el símbolo E_{11} en lugar de E_z. Introduciendo también el valor I_z de 5.96 en la ecuación 5.107, obtendremos para la impedancia propia:

$$Z_{11} = -\frac{1}{I_1} \int_0^L E_{11} \operatorname{sen} \beta z dz \qquad (5.108)$$

Para evaluar la ecuación anterior, es necesario obtener una expresión para el campo E_{11} a lo largo de la antena - producido por la corriente propia. Sustituyendo esto en 5.108- e integrando, es posible obtener una expresión la cual puede -- ser evaluada numericamente. A continuación se desarrolla este- paso de la siguiente manera. El campo eléctrico puede ser escrito como:

$$E = -\nabla V - jWA \qquad (5.109)$$

La componente z del campo eléctrico E está dado por:

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} - jWA_z \qquad (5.110)$$

De la figura 5.12 vemos que la antena coincide con eje z y un punto de la antena es designado como z_1. Un punto p en el espacio estará dado por las coordenadas cilíndricas ρ, ϕ, z. Solamente se considerará antenas de longitud L las cuales son múltiplos impares de $\lambda/2$, esto es,

$$L = \frac{n\lambda}{2} \tag{5.111}$$

Donde: $n = 1,\ 3, 5 \ldots$ etc.

Como la antena es lineal, delgada. La expresión para el potencial escalar V, dada por la ecuación 5.6. Se reduce a:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \int_o^L \frac{\rho_L}{r}\, dZ_1 \tag{5.112}$$

Donde: ρ_L = densidad lineal de carga en la antena.

El vector potencial A en cualquier punto, estará dado por:

$$A_z = \frac{\mu_o}{4\pi} \int_o^L \frac{I_{z1}}{r}\, dZ_1 \tag{5.113}$$

Donde: I_{z1} = corriente en la antena.

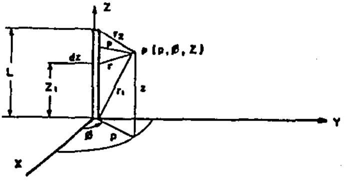


FIGURA 5.12

Relación de coordenadas a la antena.

Por la relación de continuidad entre corriente y densidad lineal de carga, tenemos que:

$$\rho_L = - \int \frac{\partial I_{z1}}{\partial z_1} \, dt \qquad (5.114)$$

La corriente en la antena tiene una distribución senoidal dada por la ecuación 5.96. Introduciendo el factor de retardo en el tiempo, tendremos lo siguiente:

$$I_{z1} = I_1 \ \text{sen} \, \beta \, z_1 \, e^{jw(t - \frac{r}{c})} \qquad (5.115)$$

Sustituyendo 5.115 en 5.114 y desarrollando las operaciones indicadas, la densidad lineal de carga retardada es:

$$\rho_L = \frac{j \, \beta \, I_1}{W} \ \cos \beta \, z_1 \, e^{jW \, (t - \frac{r}{c})} \qquad (5.116)$$

Sustituyendo esta última ecuación en 5.112 y teniendo en cuenta que $(\beta/W) = (1/c)$, el potencial escalar retardado - es:

$$V = \frac{jI_1 \, e^{jwt}}{4 \pi \, \varepsilon_o c} \int_o^L \frac{\cos \beta \, z_1 \, e^{-j \beta r}}{r} \, dZ_1 \qquad (5.117)$$

Sustituyendo 5.115 en 5.113, la componente z del vector potencial retardado es:

$$A_z = \frac{\mu_o I_1 \, e^{jwt}}{4\pi} \int_0^L \frac{\text{sen} \, \beta \ z_1 \, e^{-j B r}}{r} \, dZ_1 \qquad (5.118)$$

Aplicando el teorema de Moivre tenemos que:

$$\cos \beta Z_1 = \frac{1}{2}(e^{j\beta Z_1} + e^{-j\beta Z_1}) \tag{5.119}$$

$$\text{sen}\, \beta Z_1 = \frac{1}{2j}(e^{j\beta Z_1} - e^{-j\beta Z_1}) \tag{5.120}$$

Sustituyendo 5.120 y 5.119 en 5.117 y 5.118 tendremos que:

$$V = \frac{jI_1 e^{jwt}}{8\pi \varepsilon_o .c} \int_o^L \frac{e^{-j\beta(Z_1 + r)} + e^{j\beta(Z_1 - r)}}{r} dZ_1 \tag{5.121}$$

$$A_z = \frac{j\mu_o I_1 e^{jwt}}{8\pi} \int_o^L \frac{e^{-j\beta(Z_1 + r)} + e^{j\beta(Z_1 - r)}}{r} dZ_1 \tag{5.122}$$

Las ecuaciones 5.121 y 5.122 dan los potenciales escalar y vectorial retardados, causados por una corriente en la antena con una distribución senoidal. Sustituyendo estas ecuaciones en la ecuación 5.110, obtenemos la expresión para la componente z del campo eléctrico, esto es,

$$E_z = - \frac{jI_1 e^{jwt}}{8\pi \varepsilon_o c} \int_o^L \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{e^{-j\beta(Z_1 + r)} + e^{j\beta(Z_1 - r)}}{r} \right] dZ_1$$

$$+ \frac{w\mu_o I_1 e^{jwt}}{8\pi} \int_0^L \left[\frac{e^{-j\beta(Z_1 + r)} + e^{j\beta(Z_1 - r)}}{r} \right] dZ_1 \tag{5.123}$$

De tal manera que:

$$E_z = \frac{-jI_1 e^{jwt}}{8\pi}\left[\frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} + \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2}\right] \qquad (5.124)$$

Donde:

$$r_1 = \sqrt{\rho^2 + z^2} \qquad (5.125)$$

$$r_2 = \sqrt{\rho^2 + (L - z)^2} \qquad (5.126)$$

El factor $1/4\pi\varepsilon_0 c \approx 120\pi/4\pi = 30$. También poniendo el factor de tiempo igual a su valor absoluto $e^{jwt} = 1$. La ecuación 5.124 queda de la siguiente maneta.

$$E_z = -j\,30\,I_1\left[\frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} + \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2}\right] \qquad (5.127)$$

En la antena las ecuaciones 5.125 y 5.126 se reducen a:

$$r_1 = Z \qquad (5.128)$$

$$r_2 = L - Z \qquad (5.129)$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación 5.127,- obtenemos el valor de la componente z del campo eléctrico E_{11} en la antena debido a la corriente propia, esto es,

$$E_{11} = -j\,30\,I_1\left[\frac{e^{-j\beta Z}}{Z} + \frac{e^{-j\beta (L-Z)}}{L - Z}\right] \qquad (5.130)$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación 5.108, obtenemos la impedancia propia Z_{11} de una antena lineal delgada de un número impar de longitudes de $\lambda/2$.

$$Z_{11} = j\,30 \int_0^L \left[\frac{e^{-j\beta Z}}{Z} + \frac{e^{-j\beta(L-Z)}}{L-Z} \right] \operatorname{sen}\beta Z\, dz \qquad (5.131)$$

Aplicando el teorema de Moivre a sen βz:

$$Z_{11} = -15 \int_0^L \left[\frac{e^{-j2\beta Z} - 1}{Z} - \frac{e^{-j\beta L}\,(e^{j2\beta Z} - 1)}{L - Z} \right] dz \qquad (5.132)$$

Para $L = n\lambda/2$ donde $n = 1, 3, 5,$ etc., $e^{-j\pi n} = -1$, de tal manera que la ecuación anterios queda como:

$$Z_{11} = 15 \int_0^L \frac{1 - e^{-j2\beta Z}}{Z}\, dz + 15 \int_0^L \frac{1 - e^{j2\beta Z}}{L - Z}\, dz \qquad (5.133)$$

En la primera integral ponemos:

$$u = 2\beta Z \qquad ó \qquad du = 2\beta\, dZ \qquad (5.134)$$

En el límite superior $z = L$, $u = 2\beta L = 2\pi n$, por lo cual el límite inferior no es cambiado. La primera integral entonces se transforma a:

$$15 \int_0^{2\pi n} \frac{1 - e^{-ju}}{u}\, du \qquad (5.135)$$

En la segunda integral ponemos,

$$v = 2\beta(L - Z) \qquad dv = -2\beta\, dz \qquad (5.136)$$

El límite superior es cero por lo cual el límite inferior es $2\pi n$. La segunda integral se transforma en:

$$-15 \int_{2\pi n}^{o} \frac{1 - e^{j(2\pi n - v)}}{v} dv = 15 \int_{o}^{2\pi n} \frac{1 - e^{-jv}}{v} dv \quad (5.137)$$

Las ecuaciones 5.135 y 5.137 son integrales definidas de idéntica forma. Por lo tanto en la ecuación 5.133 tendremos que:

$$z_{11} = 30 \int_{o}^{2\pi n} \frac{1 - e^{-ju}}{u} du \quad (5.138)$$

Si ahora ponemos $w = ju$, la ecuación 5.138 se transforma a:

$$z_{11} = 30 \int_{o}^{2\pi n} \frac{1 - e^{-w}}{w} dw \quad (5.139)$$

La integral en la ecuación anterior es una integral exponencial con argumento imaginario y se designa por E_{in} (jy). Esto es:

$$E_{in}(jy) = \int_{o}^{jy} \frac{1 - e^{-w}}{w} dw \quad (5.140)$$

En nuestro caso $y = 2\pi n$. Esta integral puede ser expresada en términos de las integrales seno y coseno, esto es:

$$E_{in}(jy) = \text{cin}(y) + j\,\text{Si}(y) \quad (5.141)$$

La integral del seno, si (x), está dada por:

$$\mathrm{Si}\,(x) = \int_{0}^{x} \frac{\mathrm{sen}\ v}{v}\, dv = x - \frac{x^3}{3!3} + \frac{x^3}{5!5} - \ldots \quad (5.142)$$

Cuando x es pequeña ($x < 0.5$), tenemos que:

$$\mathrm{Si}(x) \approx x \quad (5.143)$$

Cuando x es grande ($x \gg 1$), tenemos que:

$$\mathrm{Si}(x) \approx \frac{\pi}{2} - \frac{\cos x}{x} \quad (5.144)$$

Una curva de la integral del seno como una función - de x es mostrada en la figura 5.13, en donde se puede apre-- ciar que si (x) converge alrededor de $\pi/2$ para un valor grande de x.

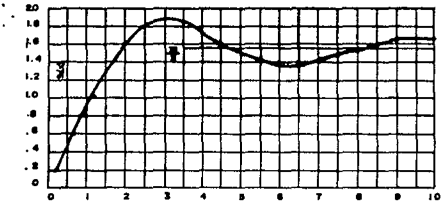


FIGURA 5.13

Curva de la integral del seno como una función de x.

Puesto que la impedancia propia es:

$$Z_{11} = R_{11} + jX_{11} = 30 \left[\text{cin } (2\pi n) + j \text{ Si } (2\pi n) \right] \quad (5.145)$$

$$Z_{11} = 30 \left[0.577 + \ln (2\pi n) - \text{ci } (2\pi n) + j \text{ Si } (2\pi n) \right] \quad (5.146)$$

La resistencia propia es:

$$R_{11} = 30 \text{ cin } (2\pi n) = 30 \left[0.577 + \ln (2\pi n) - \text{ci } (2\pi n) \right] \Omega \quad (5.147)$$

Y la reactancia propia es:

$$X_{11} = 30 \text{ Si } (2\pi n) \text{ ohms} \quad (5.148)$$

Estas ecuaciones dan el valor de la impedancia para- una antena lineal, delgada, alimentada centralmente, con una - distribución senoidal de corriente y para un número impar de - longitudes $\lambda /2$.

Para el caso de una antena de longitud $L = \lambda/2$, $n = 1$ y tendremos lo siguiente para la resistencia propia y reactancia propia,

$$R_{11} = 30 \text{ cin } (2\pi) \quad (5.149)$$

$$X_{11} = 30 \text{ Si } (2\pi) \quad (5.150)$$

El valor de 5.149 es el mismo valor de la resistencia de radiación de una antena de longitud $L = \lambda /2$ vista anteriormente. De la figura 5.10 y 5.13 tenemos que:

$$\text{cin } (2\pi) = 2.433$$

$$\text{Si } (2\pi) = 1.4166$$

Sustituyendo estos valores en 5.149 y 5.150 y a su vez estos en la ecuación 5.145 obtendremos el valor de la impedancia propia de una antena lineal, delgada, alimentada centralmente y con una distribución senoidal de corriente, teniendo una longitud $L = \lambda/2$, dada por:

$$Z_{11} = R_{11} + j\,X_{11} = 73 + j\,42.5 \quad \text{OHMS} \qquad (5.151)$$

Como anteriormente se mencionó, para que la antena sea resonante ($X = 0$), es necesario acortar la antena en un 5%. En este caso la resistencia propia es algo menor que 73 ohms.

5.9 RESPUESTA EN FRECUENCIA DE UN DIPOLO $\lambda/2$.

Cuando un dipolo de $\lambda/2$ es destinado a operar como una antena receptora de televisión, es necesario que presente una amplia respuesta en frecuencia, pues de esta manera es posible recibir la mayoría de los canales de la localidad. Para lograr esto es necesario dar al dipolo un factor Q(factor de mérito) apropiado para que la curva de selectividad del sistema captador de ondas sea lo suficientemente amplio para responder linealmente en la banda que se desea recibir.

Para lograr esto, se construye el dipolo con elementos de diámetro apropiado, pues en este caso el factor Q de la antena, queda determinado por la relación diámetro del conductor a -

su longitud.

De esta manera, cuando el diámetro del elemento conductor se aumenta, la inductancia total de la antena disminuye; en-cambio su capacidad aumenta, en consecuencia, disminuye la relación L/C y el factor Q es pequeño. Ahora, si el diámetro del conductor se reduce, por aumentar la inductancia y disminuir la capacidad, la relación L/C es mayor y lógicamente el factor Q será grande. Por lo tanto, una antena dipolo, construida con conductores de relativo gran diámetro, presenta una curva de selectividad que la que puede poseer una antena dipolo construida con conductores de menor diámetro. En la figura 5.14 se muestran dos dipolos con su correspondiente curva de selectividad.

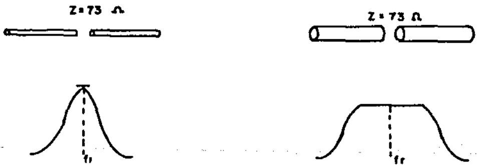


FIGURA 5.14

Curvas de selectividad para dos dipolos de diferente diámetro.

En los casos prácticos se cuidará que el factor Q - no sea más bajo de lo debido porque se corre el riesgo de reducir notablemente la ganancia relativa de la propia antena.

Generalmente, se emplea un diámetro de 10 mm, para -- los conductores en la construcción de antenas receptoras de televisión con el fin de recibir toda la banda.

Con esto se han obtenido las principales características de una antena lineal, delgada, alimentada centralmente, con una distribución senoidal de corriente y de longitud $L = \lambda/2$ como son: ganancia, directividad, patrón de campo, impedancia propia, respuesta en frecuencia, etc. Con todos estos conceptos - podemos empezar a analizar la antena Yagy, lo cual se hará en - el siguiente capítulo.

C A P I T U L O VI

LA ANTENA YAGY

6.1. INTRODUCCION

En lugares donde las ondas de radio llegan muy débilmente, se necesita una antena que tenga una gran ganancia y una direccionalidad muy pronunciada. Una antena que cumple con estas condiciones es la antena "Yagy". En la figura 6.1, se muestra este tipo de antena y en la cual se puede apreciar que está

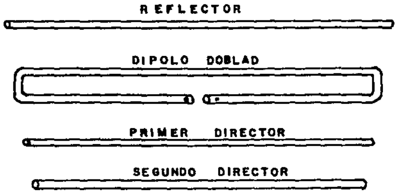


FIGURA 6.1

Antena Yagy formada por cuatro elementos.

formada por un dipolo doblado y varios elementos parásitos como son: un reflector y varios directores. El número de directores varía entre 2 y 10 elementos. Al aumentar el número de elementos, aumenta la directividad y la ganancia pero disminuye la impedancia de la antena. La separación entre elementos,- afectará la ganancia, la impedancia y el ancho de banda.

6.2. DIPOLO DOBLADO

Esta antena está formada por dos dipolos con longitudes dadas por $L=0.95\ \lambda/2$ conectados en paralelo, donde uno de- ellos es cortado al centro para poder conectar en esos puntos, la línea de transmisión que alimentará los circuitos de entrada del aparato receptor de televisión.

Estos dos dipolos quedan separados entre sí aproximadamente de 6 a 10 cm, como se muestra en la figura 6.2.

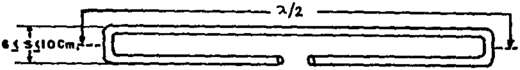


FIGURA 6.2

Dipolo doblado, constituído por dos dipolos que tienen - una longitud $L=0.95\ \lambda/2$.

La impedancia del dipolo doblado es de 300 ohms, la- cual es justamente la impedancia de entrada de casi todos los- aparatos de televisión. Es por esta razón que se utiliza el di polo doblado en lugar del dipolo de λ /2.

La impedancia de 300 ohms de un dipolo doblado ocurre cuando el sistema es excitado por una frecuencia igual a la de su resonancia, que, como se verá en comparación con la impedancia de un dipolo de $\lambda/2$, es aproximadamente cuatro veces mayor. Esto se cumple solamente cuando el diámetro de los conductores de los dos dipolos es el mismo, este aumento se debe a que, como los dos dipolos quedan de hecho conectados en paralelo, la corriente del sistema se divide en partes iguales, es decir, de la corriente total que maneja la antena un 50% fluye por un brazo y el resto por el otro. Sin embargo a pesar de que la corriente se divide en dos partes, los dos dipolos se encuentran muy próximos entre si(de 6 a 10 cm,) la potencia que radia equivale a la suma de las intensidades de las corrientes.

A continuación se va a obtener el valor de la impedancia propia de un dipolo doblado.

En la figura 6.3, se tiene un dipolo doblado y un dipolo de longitud $L= \lambda /2$, supongamos que ambos radian la misma potencia.

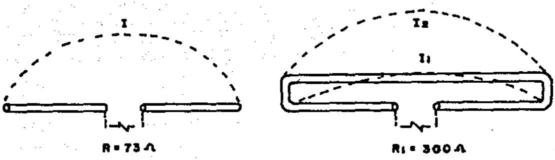


FIGURA 6.3

Dipolo doblado y dipolo de longitud $L = \lambda/2$.

Tratándose de un dipolo de longitud $L = \lambda/2$, su potencia estará dada por:

$$W_1 = I^2 R \qquad (6.1)$$

Donde

W_1 = potencia de radiación del dipolo $\lambda/2$

I = corriente máxima

R = resistencia de radiación a la frecuencia de resonancia

Para el dipolo doblado, solamente consideraremos el conductor que está cortado por el centro, el cual tiene una resistencia de radiación R_1 y una corriente I_1, por lo tanto, la potencia estará dada por:

$$W_2 = R_1 I_1^2 \qquad (6.2)$$

Donde

W_2 = potencia radiada por el dipolo doblado

R_1 = resistencia de radiación a la frecuencia de resonancia

I_1 = máxima corriente en el conductor cortado por el centro.

Como el dipolo doblado está formado por dos dipolos de longitudes $L=0.95\,\lambda/2$ y de igual diámetro, unidos por sus extremos, cada dipolo maneja una corriente que es igual a la corriente total de la antena, por esta razón la corriente que fluye por el conductor cortado en el dipolo doblado será:

$$I_1 = \frac{I_t}{2} \qquad (6.3)$$

Puesto que:

$$I_t = I_1 + I_2 \qquad (6.4)$$

La potencia al centro del dipolo cortado está dada por:

$$W_2 = I_1^2 R_1 \qquad (6.5)$$

Sustituyendo la ecuación 6.3 en la ecuación 6.5 tendremos lo siguiente:

$$W_2 = \left(\frac{It}{2}\right)^2 R_1 \qquad (6.6)$$

Si consideramos que la potencia del dipolo de longitud dada por L= $\lambda/2$, es W_1 y esta potencia es igual a la potencia del dipolo doblado, es decir, es igual a W_2. Por tanto igualando las ecuaciones 6.1 y 6.6 tendremos lo siguiente:

$$I^2R = \left(\frac{I_t}{2}\right)^2 R_1 \qquad (6.7)$$

simplificando esta última ecuación tendremos que:

$$I^2R = \frac{I_t^2 R}{4} \qquad (6.8)$$

Como las intensidades de corriente son iguales; despejando R_1, tendremos que:

$$R_1 = 4R \qquad (6.9)$$

Como se vió en el capítulo anterior, la resistencia de radiación de un dipolo $\lambda/2$, tiene un valor de 73 ohms, por lo tanto sustituyendo este valor en la ecuación anterior obtendremos lo siguiente:

$$R_1 = 4 \times 73 = 292 \text{ ohms} \tag{6.10}$$

Para casos prácticos supondremos que el dipolo doblado posee una impedancia de 300 ohms.

Se puede aumentar la impedancia del dipolo doblado, si se tiene diferente diámetro en los conductores que forman cada uno de los dipolos $\lambda/2$. Asi, por ejemplo, si el dipolo cortado por el centro es construido con conductores de un diámetro igual a la mitad del diámetro de los conductores que constituyen el otro dipolo, la impedancia de esta antena es nueve veces mayor que la impedancia de un dipolo sencillo, es decir, tiene un valor de 657 ohms. La corriente que maneja el dipolo cortado es la tercera parte de la corriente total del sistema.

6.3 EL REFLECTOR

El reflector es un agregado muy importante y si se quiere indispensable en toda antena de televisión, al cual comunmente se le denomina elemento parásito. Este dispositivo básicamente consiste en un conductor cortado a media longitud de onda ($\lambda/2$) de su frecuencia de resonancia y está colocado paralelamente a los brazos conductores que forman la antena receptora, como se muestra en la figura 6.4.

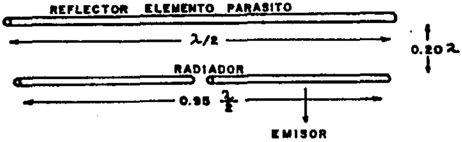


FIGURA 6.4

Relación entre dimensiones de una antena Yagy.

Debe tenerse muy en cuenta que el reflector no hace contacto eléctrico con el dipolo , sin embargo, este elemento parásito modifica notablemente las características de la antena, con la cual se encuentra asociado.

Un dipolo posee una respuesta bidireccional, esto, relativamente, es una desventaja, pues al ser la antena sensible a las ondas de radio por delante y por detrás de su estructura, puede correrse el riesgo de recibir una onda reflejada con la consiguiente deformación de la imagen.

Con una respuesta asi, se corre el riesgo de captar señales interferentes, como se muestra en la figura 6.5.

El reflector da a la antena una respuesta unidireccional, como se muestra en la figura 6.6.

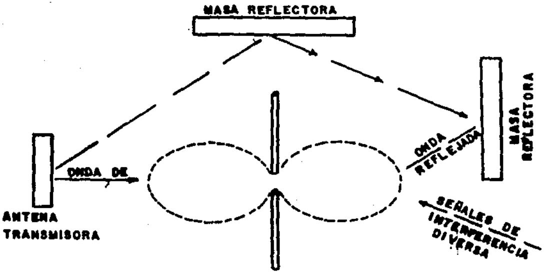


FIGURA 6.5

Respuesta bidireccional de un dipolo sujeto a interferencias.

En la figura 6.6 se observa que el reflector actúa-- como una especie de pantalla, torna casi insensible la parte-- trasera de la antena para los campos electromagnéticos que se- presenten por esa zona. Además, con el reflector es posible re ducir el ángulo de captación de la antena, cosa ventajosa pues se reduce el riesgo de recibir ondas reflejadas que lleguen -- por un camino más o menos sensible a la antena.

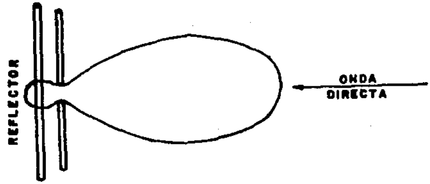


FIGURA 6.6

Respuesta polar de un dipolo con reflector.

Otra ventaja más que se obtiene empleando el reflector, es la de aumentar la ganancia de la antena, pues aprovechando el lugar que guarda, el dispositivo actúa como un verdadero reflector de las ondas que excitan por el frente el sistema. Para ello se basa en el principio de acoplamiento por radiación o de "alimentación parásita", y consiste en lo siguiente: cada dipolo lleva al receptor solamente la mitad de la potencia que ha tomado del campo electromagnético que lo rodea, la otra mitad la radia nuevamente. Por consiguiente, cada dipolo receptor es también al mismo tiempo un dipolo emisor. La radiación transmitida por este dipolo puede excitar y obligar aoscilar a otro dipolo que se encuentre en sus proximidades sin que entre los dos dipolos exista un enlace conductor.

La antena, al crear su energía, radia o se rodea de campos electromagnéticos que afectan con sus lineas de fuerza al elemento parásito, es decir, al reflector, lo cual permite que en el propio reflector se engendren tensiones eléctricas y la energía creada en el receptor permite a este dispositivo rodearse de campos electromagnéticos que, aunque de menor magnitud, con sus lineas de fuerza afectan los brazos conductores del dipolo, creandose en la antena por inducción cierta cantidad de energía. Como se puede apreciar, el reflector devuelve parte de la energía que aparentemente había perdido el dipolo.

El diagrama de radiación depende de la magnitud y fase de las corrientes inducidas alternativamente en los dos elementos; sin embargo, estas corrientes son función de la desintonía mutua que (con igual diámetro de los dos elementos) depende de sus diferencia de longitud y de su distancia. Si el reflector es más largo que el dipolo excitado, entonces la corriente en el dipolo va adelantada con respecto a la inducida en el reflector. En otras palabras: esto significa que el desplazamiento de fase es positivo cuando se hace el reflector más largo que el dipolo. No solamente el valor y la fase de las corrientes inducidas y por lo tanto el diagrama direccional dependen de la longitud del reflector, sino también de su-distancia al dipolo principal. También la impedancia caracte-- rística que se ha de ajustar en el dipolo principal, es una -- función de la distancia y de la desintonía mutua.

Visto en conjunto, mediante variación de la distancia y de la desintonía del reflector, se puede influenciar la impedancia característica, la ganancia y la respuesta en frecuen--- cia. De todos modos no se puede conseguir al mismo tiempo todos los valores más favorables en todas las características y siempre se ha de buscar con un compromiso, por consiguiente se debe dejar a elección, las propiedades que se prefiera en orden a la posterior aplicación de la antena.

En relación con la impedancia característica existe-- una cierta libertad; mediante apropiadas medidas constructivas, que no tienen ninguna influencia en las otras propiedades de--- la antena, se puede llevar aquella magnitud al valor deseado.

La impedancia característica del dipolo excitado no-- se reduce por la adición de un segundo elemento; por el contrario: con una elección correcta de la desintonía y de la distancia entre elementos (en el caso del reflector la distancia varia entre 0.15 λ y 0.25 λ), la impedancia puede tener el mismo valor y en su caso incluso un valor superior que el dipolo utilizado solo. En otro caso no sería posible construir antenas -- Yagy con mucho elementos que tienen la misma impedancia carac-- terística que un dipolo doblado único.

6.4 EL DIRECTOR

El director es otro elemento parásito agregado a las antenas y básicamente consiste en un conductor de una longitud un poco menor que la longitud física del dipolo excitado. Generalmente se le da una longitud de 0.91 λ. El director es un conductor que se sitúa al frente del dipolo excitado y también--- como el reflector - es un elemento que queda en paralelo a los conductores del dipolo y que no hace contacto eléctrico con -- los elementos del sistema captador de ondas electromagnéticas, como se muestra en la figura 6.7.

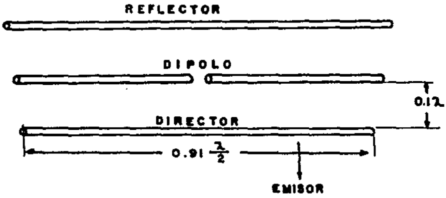


FIGURA 6.7

Disposición del elemento director en una antena Yagy.

Este elemento parásito es muy útil en aquellos casos en que la señal reflejada llega a la antena por un camino casi igual por el que se presenta la onda directa, como se muestra- en la figura 6.8.

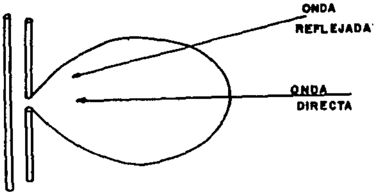


FIGURA 6.8

Recepción con onda reflejada debido a la falta de un ele-- mento reflector.

Como se podrá observar en la figura 6.8, aunque un-- poco desviada, la onda reflejada aún se presenta a la antena - por un punto sensible y al crear energía en los conductores -- del dipolo, por ser una señal equivalente de ondas reflejadas, (las cuales llegan al dipolo con una cierta cantidad de segundos, o microsegundos, retrasada con respecto a la señal de onda directa), en el caso de no ser eliminado este reflejo, se - produce posteriormente en la pantalla del receptor una doble - imagen o por lo menos la escena se reproduce borrosa.

Precisamente para eliminar este riesgo es que se emplea el director, el cual afecta la curva direccional del dipolo dándole un ángulo de captación más reducido, con lo cual se logra atenuar sensiblemente las interferencias de las repetidas ondas reflejadas que se pudieren presentar a la antena por un camino un tanto similar por el que se presenta la onda directa, como se muestra en la figura 6.9.

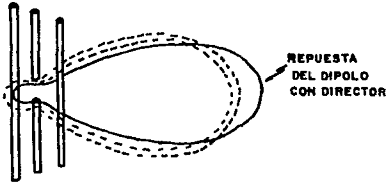


FIGURA 6.9.

Respuesta en frecuencia de una antena con elemento director y sin elemento director.

En la figura 6.9 se observa que con la ayuda del director, la direccionalidad del dipolo se torna más aguda, de manera que ahora los efectos de aquellas ondas reflejadas, que por el frente de la antena pudieren presentar cuando el sistema se encuentra correctamente orientado, producen mínimas consecuencias, como se muestra en la figura 6.10.

El director aumenta un poco la ganancia total del - sistema. Así pues, un dipolo con reflector solamente, posee - una ganancia algo inferior a la que aportan los dipolos dotados de reflector y director.

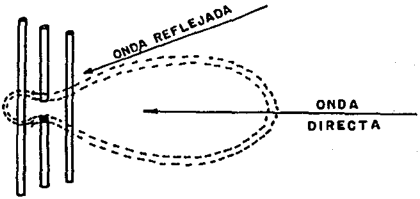


FIGURA 6.10

Respuesta en frecuencia de una antena con elemento director.

Un dato de mucha importancia que se debe tener en -- cuenta es que el director reduce la respuesta en frecuencia de las antenas receptoras, pues cuando son empleados más de dos-- directores, quizás habrá necesidad de instalar tantas antenas- como canales se desee recibir. Como el director aumenta nota-- blemente la direccionalidad de la antena, su respuesta en frecuencia (curva de selectividad), se reduce bastante.

A medida que se aumenta el número de directores o la longitud de la antena, aumenta la ganancia de la misma, pero-- para más de diez directores varía muy poco la ganancia; por lo tanto, es poco razonable rebasar este número de elementos (10-directores), máxime cuando las dificultades de construcción para el soporte de los mismos aumenta con su número y con la longitud de la antena.

En base a lo expuesto en el presente capítulo, procederemos a diseñar y construir una antena Yagy sujeta a ciertas restricciones, esto se tratará en el siguiente capítulo.

C A P I T U L O VII

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UNA ANTENA YAGY

7.1. DISEÑO

En el capítulo anterior, se vió que la antena Yagi- está compuesta de varios elementos (dipolos), teniéndose uno- de ellos excitado y los demás son considerados elementos parásitos; todos ellos colocados sobre un soporte teniendo una -- distribución como la mostrada en la fig.6.1. La antena que se va ha construir tendrá una configuración semejante, compuesta por seis elementos distribuídos de la siguiente manera: un dipolo radiador doblado, un dipolo reflector y tres dipolos directores. Los cálculos de la antena están hechos en base al-- rango de frecuencias que cubre el canal 13, comprendidas en-- tre 210 a 216 MHz. Dentro de este mismo rango existen dos frecuencias que son tomadas en cuenta para los cálculos y son:-- las frecuencias portadoras del audio y video.

El factor Q de un dipolo nos indica la relación --- (L/C), de resonancia del circuito equivalente, que es considerado como un circuito serie. Este factor Q nos proporciona el ancho de banda que puede cubrir el dipolo, en proporción a -- los valores de la inductancia y capacitancia del circuito e-- quivalente.

Existe una variación en los valores de la inductancia y capacitancia del circuito equivalente de acuerdo al diámetro- del tubo de que está hecho el dipolo. Por ejemplo: si es un tubo ancho, la capacitancia aumenta, disminuyendo la inductancia- por lo que la Q es baja, entonces el rango de captación de frecuencias es más amplio; sucediendo lo contrario si disminuye el diámetro del tubo. Un tubo de diámetro adecuado y además empleado en casi todas las antenas es un tubo de aluminio de 9mm de-- diámetro, que también se empleará en nuestra antena.

a).- Cálculo de la longitud del dipolo radiador.

La captación máxima de señal ocurre cuando la antena- (dipolo) es resonante a la frecuencia de la señal deseada, y como estamos considerando un dipolo de media onda, esto sucederá- a la frecuencia a la que el dipolo tenga una longitud de media- onda.

La longitud total del dipolo de media onda para la -- frecuencia deseada se puede calcular fácilmente por la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{c}{f_m} \qquad (7.1)$$

donde:

λ = longitud de onda (metros)

f_m = frecuencia media (MHz)

c = velocidad de la luz

Sacaremos ahora la frecuencia media f_m, de las portadoras de video y audio, sabemos que sus valores son:

f_v = 211,25 MHz

f_a = 215.75 MHz

calculando su media, nos queda:

$$f_m = \frac{f_v + f_a}{2} \tag{7.2}$$

sustituyendo valores en la ec. (7.2), tenemos:

$$f_m = \frac{211.25 + 215.75}{2}$$

$$= \frac{427.0}{2}$$

$$f_m = 213.5 \text{ MHz} \tag{7.3}$$

sustituyendo la ec. 7.3 en la ec. 7.1, tendremos que la longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{300}{213.5}$$

$$\lambda = 1.405 \text{ m} \tag{7.4}$$

como queremos un dipolo de media longitud de onda dividimos entre dos, quedándonos:

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

$$l = \frac{1.405 \text{ m}}{2}$$

$$l = 0.7025 \text{ m} \qquad (7.5)$$

$$l = 70.25 \text{ cm} \qquad (7.6)$$

En el capítulo anterior se analizó el dipolo radiador en el que se especificó que la longitud efectiva es:

$$L = 0.95\, \lambda/2 \qquad (7.7)$$

sustituyendo el valor obtenido en la ec.(7.6), en la ec. (7.7) tendremos el valor exacto de la longitud del dipolo radiador:

$$L = (0.95) \quad (70.25\text{cm})$$

$$L = 66.7375 \text{ cm} \qquad (7.8)$$

Una vez calculada la longitud del dipolo podremos calcular la separación existente entre los brazos conductores del-dipolo, esta separación es un pequeño porcentaje de la longitud de dicho dipolo; siendo más o menos un 10% de L, teniendo una--variación de 6.5 a 12.5 cm. Para nuestro caso tomaremos la mínima separación, por lo reducido del ancho de banda que se captará. En la fig. 7.1, se muestran las características obtenidas:

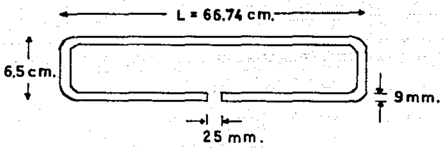


Fig. 7.1 Dimensiones del dipolo doblado.

En el brazo inferior del dipolo debe existir una separación d, donde se conectará la linea de transmisión balanceada, esta separación en la mitad del conductor y la distancia entre las dos puntas está marcada por los aisladores siendo de aproximadamente d = 25mm.

De todos los elementos que componen la antena, el dipolo radiador es el único que está colocado en el soporte sobre aisladores; no ocurriendo lo mismo con los demás elementos puesto que estos se encuentran acoplados directamente sobre el soporte.

b).- Dipolo reflector

Este elemento es considerado un elemento parásito de la antena, ya que está colocado sobre el soporte y teniendo --

como finalidad reflejar las señales que le llegan; también hace que la antena tenga mejores características direccionales.

La longitud es un poco mayor que la tomada para el-- dipolo radiador, siendo la longitud calculada de $\lambda/2$; tenemos:

$$L_1 = \lambda/2 \tag{7.9}$$

$$L_1 = 70.25 \text{ cm} \tag{7.10}$$

Como este elemento está sirviendo de pantalla para-- las señales recibidas, debe estar colocado en el soporte a una distancia adecuada para que no afecte a las señales recibidas- en el dipolo radiador y así estén en fase con las reflejadas.- El espaciamiento que hay entre estos dos elementos es aproxima damente un cuarto de longitud de onda, siendo:

$$D_1 = \lambda/4 \tag{7.11}$$

sustituyendo valores, nos queda:

$$D_1 = 1.405/4$$

$$D_1 = 0.351 \text{ m}$$

$$D_1 = 35.1 \text{ cm} \tag{7.12}$$

Las dimensiones son mostradas en la fig.7.2.

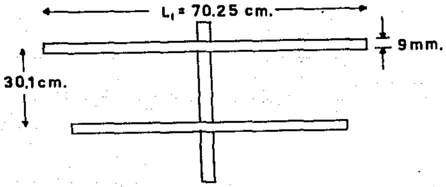


Fig. 7.2 Radiador y reflector colocados sobre el soporte.

c).- Dipolos directores

Son tres elementos que están sobre el soporte también llamados parásitos. Los dipolos directores pueden ser colocados de dos diferentes maneras: Poniéndolos a igual separación pero con igual longitud; optamos por la primera aseveración ya que tendremos una antena más pequeña.

Para el primer director, tendremos las siguientes dimensiones: su longitud es más pequeña que la del radiador, siendo aproximadamente:

$$L_2 = 0.91\,\lambda/2 \qquad (7.13)$$

sustituyendo valores, tenemos:

$$D_2 = (0.91)(70.25cm)$$

$$D_2 = 63.978cm \tag{7.14}$$

La separación de este primer elemento director se toma a un octavo de la longitud de onda, teniéndose:

$$D_2 = \lambda/8 \tag{7.15}$$

sustituyendo el valor de λ, nos queda:

$$D_2 = 1.405/8$$

$$D_2 = 17.6cm \tag{7.16}$$

Ahora pasaremos a calcular el segundo director, el - cuál tendrá una longitud de aproximadamente:

$$L_3 = 0.87\ \lambda/2 \tag{7.17}$$

al sustituir el valor de la media longitud de onda,-- obtendremos el valor real para este director, siendo:

$$L_3 = (0.87)(70.25cm)$$

$$L_3 = 61.12\ cm \tag{7.18}$$

La separación que hay entre el primer director y este segundo director es tomado para un cuarto de la longitud de onda:

$$D_3 = \lambda/4 \qquad (7.19)$$

al sustituir el valor de nos queda:

$$D_3 = 1.405/4$$

$$D_3 = 35.12 \text{ cm} \qquad (7.20)$$

Por último calcularemos las dimensiones del tercer director, el cuál tendrá una longitud de:

$$L_4 = 0.84\lambda/2 \qquad (7.21)$$

quedándonos:

$$L_4 = (0.84)(70.25 \text{ cm})$$

$$L_4 = 59.01 \text{ cm} \qquad (7.22)$$

La separación entre este director y el anterior, es la misma siendo el valor de:

$$D_4 = 35.12 \qquad (7.23)$$

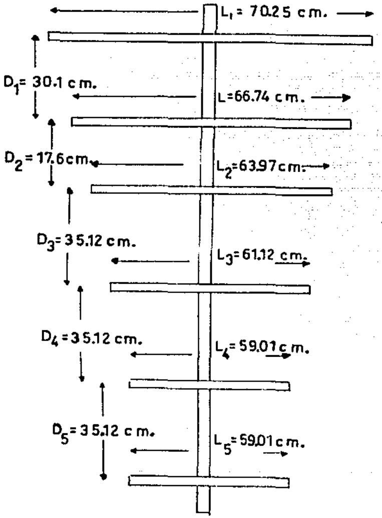
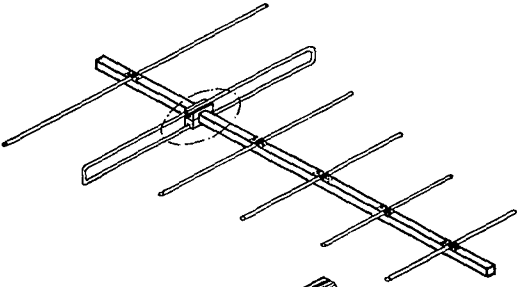


Fig. 7.3 Antena Yagy de 6 elementos.



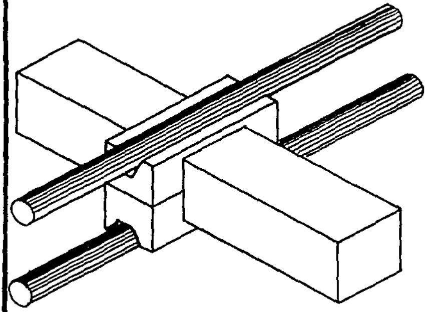
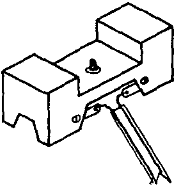


FIG. 7.4 ANTENA YAGI CONSTRUIDA CON SEIS ELEMENTOS.



El cuarto director tiene las mismas características- que el tercero siendo estas:

$$L_5 = 59.01 \text{ cm} \qquad (7.24)$$

y

$$D_5 = 35.12 \text{ cm} \qquad (7.25)$$

La antena con las características de los dipolos directores, se muestra en la fig.7.3

C A P I T U L O VIII

MEDICIONES

8.1. INTRODUCCION

En este capítulo se determinarán las principales características de la antena en estudio, las magnitudes a medir son:

La impedancia Z, es decir, la resistencia compleja que presenta la antena entre sus terminales.

El factor de amplificación, o sea, la ganancia en función de la tensión suministrada por la antena y por un dipolo sencillo.

8.2. IMPEDANCIA

a).- Descripción del equipo utilizado.

Para poder realizar esta medición se hará uso del medidor de admitancias tipo 1602-BU-HF. Su funcionamiento se describe a continuación:

Es un instrumento sencillo medidor de admitancias sobre un amplio rango de frecuencias, fig. 8.1. Como un instrumento medidor de nulos puede ser usado para medir directamente la conductancia y la susceptancia de un circuito desconocido.

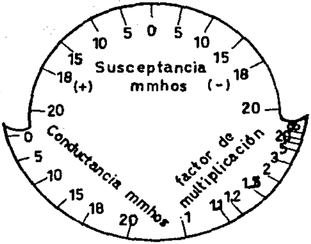


Fig. 8.1 Medidor de admitancias UHF.

El rango de frecuencia nominal del instrumento es de 40 a 1500 Mc. Para mediciones de admitancia en la cual se em-- pleee el método de nulos, la magnitud de la componente conductiva de la admitancia desconocida es indicada directamente en- una escala la cual está calibrada de - 20 a + 20 milimhos. Una- tercera escala aplicable a ambas escalas, es la escala del factor de multiplicación y está calibrada de 1 a ∞.

b).- Operación.

El diagrama para medición de impedancias se muestra- en la figura 8.2, en la cual se utiliza un oscilador como generador y la combinación de: mezclador rectificador, oscilador - local y el amplificador de frecuencia intermedia; como un de-- tector.

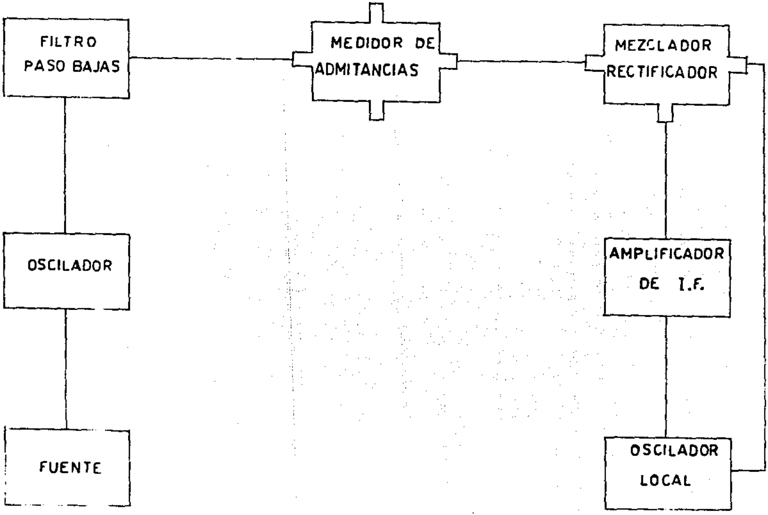


Fig 8.2 Diagrama para medición de admitancias.

El generador y el deterctor utilizados deben estar-- bien blindados para minimizar las fugas de R.F. y ambos instrumentos deben conectarse únicamente con conectores coaxiales.-- Los pasos básicos para la sintonización del oscilador local en la operación fundamental son:

1.- Con el detector conectado al medidor de admitancias y el generador puesto a la frecuencia de la señal a transmitir en este caso es de 213.5 Mc. Colocar el oscilador local- a la respuesta encontrada a aproximadamente 30 Mc. arriba o -- abajo de la frecuencia de la señal (colocar el factor de multiplicación en 00 y los indicadores de conductancia y susceptancia a 20 para hacer máxima la respuesta fundamental.

2.- Volver a sintonizar ligeramente el oscilador local para obtener una indicación máxima en el medidor con el -- AVC encendido. A frecuencias superiores comprobar una respuesta de igual amplitud (30 Mc sobre el lado opuesto de la fre--- cuencia de la señal), para asegurar que la respuesta es correcta.

La separación de las 2 respuestas debe ser muy cercana a los 60 Mc.

3.- Colocar el interruptor METER READS en el amplificador de frecuencia intermedia F-I a DC MIXER CURRENT y observar si se está aplicando el voltaje suficiente del oscilador - local al cristal mezclador. El medidor debe indicar entre 5 y-y 100.

4.- Colocar el interruptor METER READS a I-F OUTPUT. El detector está ahora listo para usarse. El medidor indicará- aproximadamente una deflexión del 10% con señal aplicada cero. La señal residual es originada por el ruido producido en el -- mezclador y en la primera etapa de F-I. Sí el voltaje del oscilador local aplicado a través del cristal mezclador es excesivo, la señal residual puede ser muy grande.

c).- Método.

Existen diversos métodos para realizar esta medición, el método que se utilizará es el de CORRECCION DE LA LONGITUD- DE LINEA UTILIZANDO ECUACIONES DE LA LINEA DE TRANSMISION.

El medidor de admitancias mide la admitancia en un - punto interior en el bloque de unión directamente bajo el centro del acoplamiento de red a la linea desconocida.

Si la longitud eléctrica de la linea entre el punto- de medición y el punto al cual la admitancia es observada, es- exactamente la mitad de un longitud de onda, o un múltiplo entero de la longitud de onda, la admitancia medida será la misma que la admitancia desconocida, suponiendo que la sección de media onda tiene una impedancia característica uniforme y pérdidas despreciables. Sí la longitud de linea es un múltiplo impar de un cuarto de la longitud de onda, el medidor de admitancias- leerá las componentes resistiva y reactiva de la impedancia des conocida.

Las ecuaciones que nos dan la admitancia y la impe--dancia son:

$$Yx = Yo \frac{Ym - j\ Yo\ Tan\ 2}{Yo - j\ Ym\ tan\ 2} \qquad (8.1)$$

$$Zx = \frac{1}{Yo} \frac{Yo - j\ ymtan\ 2}{ym - j\ yo\ tan\ 2} \qquad (8.2)$$

donde:

Y_o= admitancia de la linea coaxial

Y_m= admitancia vista desde el medidor

A continuación obtendremos la impedancia característi ca de un dipolo doblado:

l = longitud física del cable = 120 cm.

f = frecuencia de transmisión = 213.5 Mc.

k = constante de propagación = 0.66

c = velocidad de la luz = 3 X 10^8 m/seg.

Y_o= admitancia de la linea coaxial = 20 milimhos

Ahora encontraremos la longitud de onda correspondien te a la frecuencia de trabajo, para esto tenemos la siguiente-- expresión.

$$\lambda = \frac{k\ c}{f} \qquad (8.3)$$

Sustituyendo los valores de k, c y f en la ecuación- anterior tendremos lo siguiente:

$$\lambda = 92.74 \text{ cm.}$$

La longitud eléctrica de la linea está dada por:

$$l_e = \frac{L}{\lambda} \qquad (8.4)$$

Sustituyendo los valores de l y λ en la ecuación anterior tendremos que:

$$l_e = 1.29394$$

Las lecturas obtenidas en el medidor de admitancias- fueron las siguientes:

G_m = conductancia a medir = 25.8 mmhos.

B_m = susceptancia a medir = + 28.8 mmhos.

Sustituyendo los valores anteriores en la siguiente- expresión tendremos que:

$$Y\,m = Gm + j\,Bm = 25.8 + j\,28.8$$

Sustituyendo los valores de Y_m, Y_o, y l_e; en la expre sión 8.2 tendremos que:

$$Z_x = \frac{1}{20} \; \frac{20 - j(25.8 + j\,28.8)\ \tan\ 2\pi\,(0.29394)}{(25 - 8 + j\,28.8)\ -\ j\,(20)\ \ \tan\ 2\pi\,(0.29394)} \times 10^3\ \Omega$$

$$Z_x = (32.9 + j\,46.615)\ \Omega$$

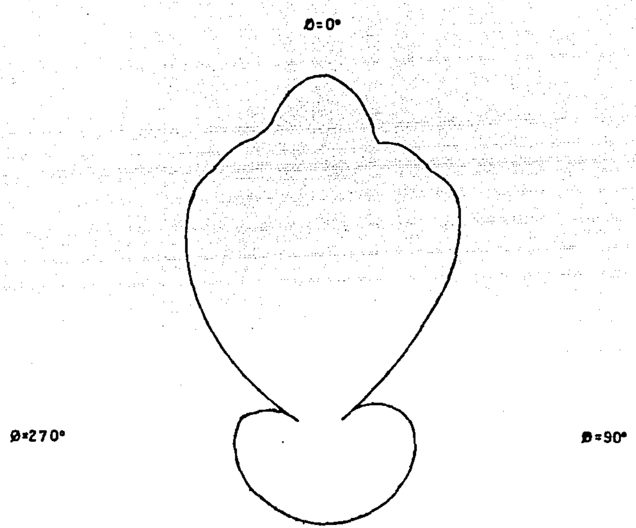


Fig. 8.3 Patrón de campo obtenido para la antena Yagy de 6 elementos y frec.= 213 Mc.

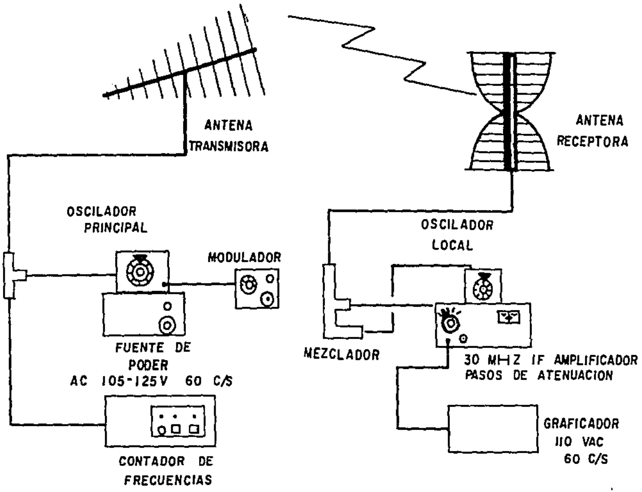


FIG. 8.4 DIAGRAMA DE CONEXIONES PARA MEDICION DE PATRON DE LA ANTENA.

Esta es la impedancia característica de la antena.

En la figura 8.3 se muestra el patrón de campo obtenido para el arreglo de una antena Yagy de 6 elementos, empleando un dipolo doblado como elemento radiador y con una frecuencia de transmisión de 213.5 Mc.

8.3: CONCLUSIONES

En el análisis teórico se obtuvo una impedancia característica Z=20 Ohms resistivos medidos.

El patrón de potencia obtenido es aceptable, se mejoró su directividad aumentando el número de elementos, se disminuyó y se aumento la distancia entre elementos para ver si mejoraba la directividad pero varió muy poco. Por esta razón se dejó el arreglo con su longitud y espaciamiento original.

A P E N D I C E

APENDICE A

FRECUENCIA EN CANAL DE TELEVISION

CANAL NUMERO	BANDA FREC. MC.	PORTADORA DE VIDEO FREC. MC.	PORTADORA DE SONIDO FREC. MC.	CANAL NUMERO	BANDA FREC. MC.	PORTADORA DE VIDEO FREC. MC.	PORTADORA DE SONIDO FREC. MC.
2	54-60	55.25	59.75	43	644-650	645.25	649.75
3	60-66	61.25	65.75	44	650-656	651.25	655.75
4	66-72	67.25	71.75	45	656-662	657.25	661.75
5	76-82	77.25	81.75	46	662-668	663.25	667.75
6	82-88	83.25	87.75	47	668-674	669.25	673.75
7	174-180	175.25	179.75	48	674-680	675.25	679.75
8	180-186	181.25	185.75	49	680-686	681.25	685.75
9	186-192	187.25	191.75	50	686-692	687.25	691.75
10	192-198	193.25	197.75	51	692-698	693.25	697.75
11	198-204	199.25	203.75	52	698-704	699.25	703.75
12	204-210	205.25	209.75	53	704-710	705.25	709.75
13	210-216	211.25	215.75	54	710-716	711.25	715.75
14	470-476	471.25	475.75	55	716-722	717.25	721.75
15	476-482	477.25	481.75	56	722-728	723.25	727.75
16	482-488	483.25	487.75	57	728-734	729.25	733.75
17	488-494	489.25	493.75	58	734-740	735.25	739.75
18	494-500	495.25	499.75	59	740-746	741.25	745.75
19	500-506	501.25	505.71	60	746-752	747.25	751.75
20	506-512	507.25	511.75	61	752-758	753.25	757.75
21	512-518	513.25	517.75	62	758-764	759.25	763.75
22	518-524	519.25	523.75	63	764-770	765.25	769.75
23	524-530	525.25	529.75	64	770-776	771.25	775.75
24	530-536	531.25	535.75	65	776-782	777.25	781.75
25	536-542	537.25	541.75	66	782-788	783.25	787.75
26	542-548	543.25	547.75	67	788-794	789.25	793.75
27	548-554	549.25	553.75	68	794-800	795.25	799.75
28	554-560	555.25	559.75	69	800-806	801.25	805.75
29	560-566	561.25	565.75	70	806-812	807.25	811.75
30	566-572	567.25	571.75	71	812-818	813.25	817.75
31	572-578	573.25	577.75	72	818-824	819.25	823.75
32	578-584	579.25	583.75	73	824-830	825.25	829.75
33	584-590	585.25	589.75	74	830-836	831.25	835.75
34	590-596	591.25	595.75	75	836-842	837.25	841.75
35	596-602	597.25	601.75	76	842-848	843.25	847.75
36	602-608	603.25	607.75	77	848-854	849.25	853.75
37	608-614	609.25	613.75	78	854-860	855.25	859.75
38	614-620	615.25	619.75	79	860-866	861.25	865.75
39	620-626	621.25	625.75	80	866-872	867.25	871.75
40	626-632	627.25	631.75	81	872-878	873.25	877.75
41	632-638	633.25	637.75	82	878-884	879.25	883.75
42	638-644	639.25	643.75	83	884-890	885.25	889.75

BANDA	ASIGNACION	CARACTERISTICAS
108-122 MC	NAVEGACION AERONAUTICA	LOCALIZADORES, CONTROL DE AEROPUERTOS
122-174 MC	BANDA FIJA Y MOVIL GUBER-NAMENTAL Y NO GUBERNA-TAL ; RADIOAFICIONADO	BANDA AFICIONADA 144-148 MC
174-216 MC	CANALES DE TELEVISION 7-13	SERVICIOS FIJOS Y MOVIL
216-470 MC	RADIOAFICIONADOS, BANDA FIJA Y MOVIL GUBERNAMENTAL Y NO GUBERNAMENTAL, NAVEGACION AERONAUTICA, RADIOCIUDADA-NOS	RADIO ALTIMETRO, METEO-ROLOGIA ; RADIOCIUDADANO 460-470 MC ; AVIACION CIVIL 225-400 MC ; EMPIEZA LA BANDA ULTRA-ALTAS FRE-CUENCIAS (UHF) EN 300 MC
470-890 MC	CANALES ALTOS DE TELE-VISION (UHF)	CANALES DE TELEVISION (UHF) DEL 14 AL 83.
890-3000 MC	RADIONAVEGACION AERONAU-TICA, RADIOAFICIONADO, RE-LEVADOR ESTUDIO-TRANS-MISOR BANDA FIJA Y MOVIL GUBERNAMENTAL Y NO GUBER-NENTAL	BANDA DE RADAR 1300-1600 MC
3000-30 000 MC	BANDA FIJA Y MOVIL GUBER-NAMENTAL Y NO GUBERNA-MENTAL RADIOAFICIONADO, RADIONAVEGACION.	SUPER-ALTAS FRECUENCIAS (SHF)
30000-300 000 MC	EXPERIMENTAL, GUBERNAMEN-TAL, AFICIONADOS	EXTREMADAMENTE-ALTAS FRECUENCIAS (EHF)

APENDICE B

FCC LOCALIZACION DE FRECUENCIA DE 30 KC A 300 000 MC

BANDA	ASIGNACION	CARACTERISTICAS
30-535 MC	INCLUYE COMUNICACIONES MARITIMAS Y NAVEGACION, BANDA FIJA PUBLICA INTER-NACIONAL, RADIO NAVEGA-CION MARITIMA	MUY BAJA, BAJA Y FRECUEN-CIAS MEDIAS
535-1605 KC	BANDA ESTANDARD DE RA-DIODIFUSION	RADIODIFUSION AM
1605-30 MC	INCLUYE RADIOAFICIONADOS, LORAN, RADIOGOBIERNO RA-DIODIFUSION DE ONDA CORTA INTERNACIONAL, COMUNICACION, FIJA Y MOVIL, RADIONAVEGA-CION, EQUIPO INDUSTRIAL, CIENTIFICO Y MEDICO.	BANDA AFICIONADOS, 3.5-4.0 MC Y 28-29.7 MC; BANDA MEDICA CIENTIFICA E IN-DUSTRIAL 26.95-27.54 MC
30-50 MC	GOBIERNO Y NO GUBERNAMEN-TAL, FIJA Y MOVIL	POLICIA, BOMBEROS, FORESTAL CAMINOS Y PUENTES FEDE-RALES, AUXILIO TURISTICO FERROCARRILES, SE INICIA LA BANDA DE MUY ALTA FRE-CUENCIA (VHF) EN 30 MC
50-54 MC	AFICIONADO	BANDA 6 METROS
54-72 MC	CANALES DE TELEVISION 2-4	TAMBIEN SERVICIOS MOVILES Y FIJOS
72-76 MC	SERVICIO GUBERNAMENTAL Y NO GUBERNAMENTAL.	AERONAUTICA MARITIMA SO-BRE 75 MC
76-88 MC	CANALES DE TELEVISION 5 Y 6	TAMBIEN SERVICIO MOVIL Y FIJO
88-108 MC	RADIODIFUSION FM.	FACSIMIL; RADIODIFUSION FM, EDUCIONAL DE 88-92 MC

B I B L I O G R A F I A

DAVILA FLORES HUMBERTO, " Antenas ", tésis profesional 1974, Facultad de Ingeniería, UNAM.

JASIK HENRY, " Antenas engineering handbook ",Mc -- Graw-Hill, N.J.

JORDAN C. EDWARD Y BALMAIN G. KEITH, "Electromagnetics waves-- radiating systems" , Prentice Hall - Inc, New Jersey.

KRAUS JOHN D., " Antennas ", Mc Graw-Hill, New York.

KRAUS JOHN D., " Electromagnetics ", Mc Graw-Hill,New- York.

LAPORT EDMUND, " Ingeniería de antenas " , Editorial-- Hispano Americana, Buenos Aires.

REDE EDITORIAL, " Prácticas de construcción e instala-- ción de antenas de FM y Tv ", Edicio- nes técnicas Rede, España.

SMITH WOODROW, " Manual de antenas " , Editorial Hispa no-Americana, Buenos Aires.