N.º 20
2 EJ.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ciencias

UNA OPCION PARA LA ELABORACION DE HORARIOS EN LA FACULTAD DE CIENCIAS

T E S I S

Que para obtener el Titulo de

A C T U A R I O

p r e s e n t a

ADRIANA MARIA DURAN LOPEZ

México, D. F. 1992

INDICE

PAGINAS

INTRODUCCION 3

I - ELABORACION DE HORARIOS ACTUALMENTE EN EL DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS 4

I.1 - MATERIAL CON QUE SE CUENTA 4

I.2 - ELABORACION ACTUAL 9

II - PROBLEMATICA ACTUAL 12

III - ESTUDIO DE UNA SOLUCION 14

III.1 - ASIGNACION MATERIA A HORA 14

III.1.1 - ANALISIS DEL PROBLEMA 15

III.1.2 - INFORMACION REQUERIDA 16

III.1.3 - DESARROLLO DE LA SOLUCION 17

III.2 - MODELO DE ASIGNACION PROFESOR A MATERIA-HORA 20

III.2.1 - ANALISIS DEL PROBLEMA Y MODELO PROPUESTO 20

III.2.2 - INFORMACION REQUERIDA 29

III.2.3 - DESARROLLO DE LA SOLUCION 31

III.2.3.1 MODELO DE FLUJO MAXIMO A COSTO MINIMO 31

III.2.3.2 SOLUCION AL COSTO MINIMO, ALGORITMO DE LAS DESVIACIONES O *OUT OF KILTER* 33

III.2.3.3 RESUMEN DEL ALGORITMO 48

III.2.3.4 UN VISTAZO AL ANALISIS DE SENSIBILIDAD ....

III.2.3.5 SOLUCION AL FLUJO MAXIMO 53

INDICE

PAGINAS

INTRODUCCION 3

I - ELABORACION DE HORARIOS ACTUALMENTE EN EL DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS 4

I.1 - MATERIAL CON QUE SE CUENTA 4

I.2 - ELABORACION ACTUAL 9

II - PROBLEMATICA ACTUAL 12

III - ESTUDIO DE UNA SOLUCION 14

III.1 - ASIGNACION MATERIA A HORA 14

III.1.1 - ANALISIS DEL PROBLEMA 15

III.1.2 - INFORMACION REQUERIDA 16

III.1.3 - DESARROLLO DE LA SOLUCION 17

III.2 - MODELO DE ASIGNACION PROFESOR A MATERIA-HORA 20

III.2.1 - ANALISIS DEL PROBLEMA Y MODELO PROPUESTO 20

III.2.2 - INFORMACION REQUERIDA 29

III.2.3 - DESARROLLO DE LA SOLUCION 31

III.2.3.1 MODELO DE FLUJO MAXIMO A COSTO MINIMO 31

III.2.3.2 SOLUCION AL COSTO MINIMO, ALGORITMO DE LAS DESVIACIONES O *OUT OF KILTER* 33

III.2.3.3 RESUMEN DEL ALGORITMO 48

III.2.3.4 UN VISTAZO AL ANALISIS DE SENSIBILIDAD ....

III.2.3.5 SOLUCION AL FLUJO MAXIMO 53

III.3 - MODELO DE ASIGNACION
AYUDANTE A MATERIA-HORA-PROFESOR 58

III.3.1 - ANALISIS DEL PROBLEMA 58

III.3.2 - INFORMACION REQUERIDA 60

III.3.3 - DESARROLLO DE LA SOLUCION 61

III.4 - MODELO DE ASIGNACION
SALON A MATERIA-HORA-PROFESOR-AYUDANTE .. 64

III.4.1 - ANALISIS DEL PROBLEMA 66

III.4.2 - INFORMACION REQUERIDA 68

III.4.3 - DESARROLLO DE LA SOLUCION 69

III.5 - SELECCION DE LA COMPUTADORA COMO
MEJOR HERRAMIENTA 72

CONCLUSIONES 73

BIBLIOGRAFIA 75

INTRODUCCION

El presente trabajo es la propuesta de una nueva opción para la elaboración de horarios en el departamento de matemáticas de la Facultad de Ciencias.

Podemos dividir la asignación de horarios en cuatro partes:

1: Elaboración del esqueleto de materias-hora

2: Asignación de los profesores a las materias

3: Asignación de ayudantes a grupos

4: Asignación de salones a grupos

El objetivo de este trabajo es presentar una solución a la problemática actual en cada uno de los puntos anteriores y así dejar el terreno preparado para un trabajo posterior en el cual se elabore un paquete para PC que resuelva el problema.

CAPITULO I

ELABORACION DE HORARIOS ACTUALMENTE EN EL DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

El Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias elabora los horarios de las carreras de Matemáticas y Actuaría basándose en los planes de estudio de cada una, los profesores y ayudantes con que se cuenta, los turnos, la cantidad de salones disponibles, el semestre para el cual se va a realizar el horario y las necesidades de los alumnos.

Veamos con detalle el material con que se cuenta y cómo se realiza la elaboración actualmente.

I.1 - MATERIAL CON QUE SE CUENTA

los planes de estudio de cada carrera contienen:

- las materias obligatorias por semestre.
- una lista de las materias optativas.
- las claves y el número de créditos de cada materia.
- el límite de créditos por semestre.
- el total de créditos, de materias obligatorias y optativas, que el alumno debe cursar, para el término de su carrera.

En el departamento de matemáticas los profesores se clasifican de la siguiente manera:

- Profesor
  - Titular T.C.
    - A
    - B
    - C
  - Asociado T.C.
    - A
    - B
    - C

- Profesor de asignatura
  - Interino
    - A
    - B
  - Definitivo
    - A
    - B

- Técnico T.C. o M.T.[1]
  - Auxiliar
    - Interino
    - Definitivo
  - Ordinario
    - Interino
    - Definitivo

Y actualmente (septiembre 1991) se cuenta con:

22	prof / inv	titulares	"A"
12	"	"	"B"
11	"	"	"C"
9	"	asociados	"A"

[1] Tiempo completo o medio tiempo

23 " " "B"

33 " " "C"

70 profesores de asignatura "A"

14 " " "B"

7 " técnicos

1 profesor de asignatura definitiva

7 ayudantes "B" que imparten como profesor

sumando un total de 209 profesores.

Las solicitudes de los profesores:

- las solicitudes especifican
    - el nombre del profesor
    - antigüedad en la facultad de Ciencias
    - centro de trabajo
    - nombramiento en la UNAM
    - grado máximo de estudios
    - áreas de trabajo
    - materias impartidas el semestre anterior
    - el horario aproximado de asistencia a la UNAM
    - horario en el cual prefiere no dar clases
    - número de materias que desea impartir este semestre.
    - la lista de las materias que desea impartir (las dos primeras son su primera opción)
    - el horario en el que desea dar las materias
    - los ayudantes con los cuales desea trabajar en cada asignatura.

Los ayudantes

En el caso de los ayudantes no se cuenta con un banco más o menos fijo, sino que semestre a semestre se dan de alta y baja un gran número de ellos, por lo que en cada periodo varía mucho la nómina de ayudantes.

Las solicitudes de los ayudantes especifican:

- si se tiene acuerdo con algún profesor.
- el grado de estudios.
- turno de trabajo.
- materias solicitadas.

los turnos:

- matutino de 7 am a 2 pm.
  - se imparte en los periodos L-Mi-V, M-J, L-M-M-J-V.
- vespertino de 3 pm a 10 pm.
  - se imparte en los periodos L-Mi-V, M-J, L-M-M-J-V.

Los salones disponibles son:

- 2 salones con capacidad para 90 alumnos
- 14 salones con capacidad para 57 alumnos
- 2 salones con capacidad para 51 alumnos
- 9 salones con capacidad para 44 alumnos
- 2 salones con capacidad para 42 alumnos
- 2 salones con capacidad para 37 alumnos

- 3 salones con capacidad para 30 alumnos
- 20 salones con capacidad para 20 alumnos

Haciendo un total de 54 salones.

Las necesidades de los alumnos:

1- Las materias que les corresponde cursar según el semestre.

- el número de alumnos estimados que cursarán el semestre.
- las materias optativas que demandan.
- evitar traslapes en materias del mismo nivel.

El semestre para el cual se va a realizar el horario puede ser non (noviembre a marzo) o par (abril a septiembre), siendo esto de suma importancia debido a que es un factor determinante en el número de grupos de cada materia.

I.2 - ELABORACION ACTUAL

Actualmente en la facultad de Ciencias los horarios se elaboran de la siguiente forma:

Primero se elabora el esqueleto materia-hora tomando en cuenta si el semestre en el que se va a realizar la asignación es non o par (para determinar el número de grupos que se van a abrir de cada materia); para esto, en base a la experiencia también se toma en cuenta el número de alumnos que van a cursar las materias del semestre en curso y los que van a cursar materias de otro semestre. También se hace un pequeño estudio, basado en la experiencia y elaborado manualmente, de la hora a la que comúnmente se imparte cada asignatura (materia).

En base a lo anterior, se asigna una por una a mano las materias a las horas que se imparten, cuidando de no encimar las materias obligatorias de un mismo semestre.

Una vez terminado este proceso se capturan las materias en un programa que se encarga de acomodarlas en forma esquemática y asignarles un número de grupo en el orden que fueron capturadas, el cual es necesario para la inscripción de los alumnos.

El citado programa acomoda y despliega de la siguiente forma:

CLAVE	MATERIA	GRUPO	DIAS	HORAS	SALON
0091	CALCULO DIF. E INT. I	1000	L-M-V	10-12	
	PROF.:		M-J		
	AY.:				

0091	CALCULO DIF. E INT. I	1001	L-M-V	10-12
	PROF.:		M-J	
	AY.:			
0007	ALGEBRA SUPERIOR I	1002	L-M-V	12-13
	PROF.:		M-J	
	AY.:			

Teniendo el esquema de las materias se asigna a los profesores "a pie" tomando en cuenta sus solicitudes, el número máximo de materias que puede impartir (las que solicita, o el limite impuesto por el Departamento que es de 2 materias o un Calculo), su currículum y su antigüedad tanto en la facultad de Ciencias, como el tiempo que lleva de impartir determinada materia. Primero se asigna a todos los profesores de tiempo completo, después a los contratados y si al finalizar la asignación aún hay demanda de profesores entonces se asignan los necesarios de nuevo ingreso.

Al finalizar la asignación profesores-materia se procede a asignar a los ayudantes, tomando en cuenta los acuerdos existentes con los profesores, sin importar si los ayudantes son contratados o de nuevo ingreso, y se elabora un banco que contiene a los ayudantes contratados y a los de nuevo ingreso.

Por último, la sección escolar de la facultad distribuye los grupos en los salones tomando en cuenta el número esperado de alumnos para cada materia, esto se hace basándose en la experiencia de cuántos alumnos cursarán las materias del semestre correspondiente, del número de alumnos repetidores,

y de la popularidad de los profesores.
Una vez terminada la asignación se capturan todos los profesores, ayudantes y salones en el programa citado anteriormente, el cual despliega las asignaciones.

CAPITULO II

PROBLEMATICA ACTUAL

Uno de los problemas mas importantes de la elaboración de horarios actualmente es el tiempo invertido en su desarrollo. Es bien sabido que el esqueleto Materia-Hora que se maneja en los horarios del Departamento ha venido siendo muy semejante en los últimos semestres, y que es el resultado por un lado de la costumbre que existe de impartir algunas materias a determinadas horas - como es el caso de prácticamente todas las obligatorias - y por otro lado de la experiencia del requerimiento de horario de algunas otras materias.

Sin embargo, no existen los mismos requerimientos cada semestre, por lo que cada nuevo periodo surge la necesidad de reestructurar algunas secciones del citado esqueleto. Esta reestructuración se hace "manualmente" por lo que de inmediato surgen dos problemas; en primer lugar el tiempo que esto absorbe, el cual obviamente es demasiado ya que se manejan arriba de trescientos grupos, y en segundo lugar -y quizás el más importante -el bajo rendimiento de la solución, esto es, a menudo resulta que algunas materias del mismo semestre o área se traslapan, imposibilitando al alumno para llevar dos o más materias de un mismo semestre o área en la que se interese. El proceso de asignación de profesores y ayudantes es sumamente lento (tarda varias semanas), llegando en ocasiones a retrasar el adecuado inicio del semestre.

Inclusive es difícil que la asignación final sea cercana al óptimo debido al gran número de profesores, ayudantes y materias. Otro problema derivado de esta asignación es el efectuar modificaciones de última hora, debido a que ante la imposibilidad de realizar otra asignación se hacen las modificaciones de forma directa, generalmente se producen traslapes e irregularidades.

Desde siempre ha sido difícil en la facultad de Ciencias establecer los criterios con los cuales evaluar a los profesores para elaborar la asignación y esto presenta un problema muy delicado para resolver. Sin embargo existen unos criterios mínimos que de alguna manera se aplican y son:

- Ser profesor de tiempo completo
- Experiencia en la materia
- Antigüedad
- Grado

CAPITULO III

ESTUDIO DE UNA SOLUCION

En este capitulo se analizarán los distintos problemas que conforman la asignación de horarios. Para cada problema se estudiará en primer término la problemática concerniente, para después determinar el modelo y algoritmo que se utilizará para su resolución.

III.1 - ASIGNACION MATERIA - HORA

Primero analizaremos las características de los datos de las materias, y las restricciones a las que están sujetos para tener un panorama más completo del problema al que nos estamos enfrentando.

III.1.1 - ANALISIS DEL PROBLEMA

A primera vista la elaboración del esqueleto materia-hora parece ser un problema sin importancia, sin embargo los datos no son homogéneos por lo que la solución se complica de forma inevitable.

Las materias se clasifican en obligatorias y en optativas, sin embargo existen materias obligatorias para actuaría que son optativas para matemáticas y viceversa, también tenemos materias obligatorias comunes. Otro factor importante es que existen materias de diferente duración (1 ó 2 horas) y que se imparten en diferentes días (algunas los lunes-miércoles y viernes y otras los martes y jueves).

Por todo esto surge la necesidad de crear un algoritmo específico para esta asignación, y para llevarlo a cabo clasificaremos las materias de la siguiente forma:

Las materias obligatorias por número de semestre y en segundo término por carrera, datos que necesitaremos para evitar que en nuestra solución se traslapen.

Las materias optativas serán clasificadas por área y en segundo término por nivel. El área se define por los temas que trata cada materia. El nivel se establece de la siguiente forma: En los planes de estudio de cada carrera se especifican las sugerencias de prerrequisitos para cada materia, basándose en esta información se forma el primer nivel con materias que sólo necesitan estudios de primer semestre y de bachillerato, el segundo nivel se forma con las que necesitan del primer nivel o segundo semestre y así sucesivamente.

III.1.2 - INFORMACION REQUERIDA

Para el desarrollo de nuestro algoritmo se necesitan los siguientes datos:

Para las materias obligatorias

- nombre de la materia y su clave (para identificación)
- el semestre en el que se cursa
- la(s) carrera(s) a la(s) que pertenece
- su duración en horas por día
- el horario deseable, con varias opciones
- el número de grupos que se abren en el semestre para los turnos matutino y vespertino

y para las materias optativas

- nombre de la materia y su clave (para identificación)
- el área a la que pertenecen
- el nivel
- su duración en horas por día
- el horario deseable, con varias opciones
- el número de grupos que se abren en el semestre para los turnos matutino y vespertino

III.1.3 - DESARROLLO DE LA SOLUCION

Separaremos en dos grupos nuestra asignación; el de las materias obligatorias y el de las optativas. En cada grupo crearemos varios paquetes, los cuales estarán formados por las materias del mismo semestre para el caso de las obligatorias y de la misma área para las optativas. También construiremos una tabla por paquete, la cual contendrá las horas disponibles para actividades en la facultad, durante todo el día. Nombraremos a los paquetes con el número de semestre de las obligatorias correspondiente y el nombre del área para las optativas. Para llevar a cabo esta asignación se desarrollo el siguiente algoritmo:

Algoritmo: Asignación Materia obligatoria-Hora

1) ¿ Hay paquetes ?

    no - ir a 5)

    si - tomar uno, tomar tabla nueva

        nombre tabla = nombre paquete, ir a 2)

2) ¿ Hay materias ?

    no - ir a 4)

    si - tomar una

        ¿ # de grupos > 0 ?

            no - olvidarla ir a 2)

            si - k=1 ir a 3)

3) ¿ Existe la opción k-ésima en el horario deseable ?

    no - ir a 3.6)

si - ir a 3.0)

3.0) ¿ La hora de la opción k esta vacía ?

no - ir a 3.1)

si - ir a 3.2)

3.1) ¿ Es de diferente carrera a las que hay ?

si - ir a 3.2)

no - k=k+1 e ir a 3)

3.2) Duración 2 horas

si - ir a 3.3)

no - ir a 3.5)

3.3) ¿ La hora siguiente está vacía ?

si - ir a 3.5)

no - ir a 3.4)

3.4) ¿ Es de diferente carrera a las que hay ?

si - ir a 3.5)

no - k=k+1 e ir a 3)

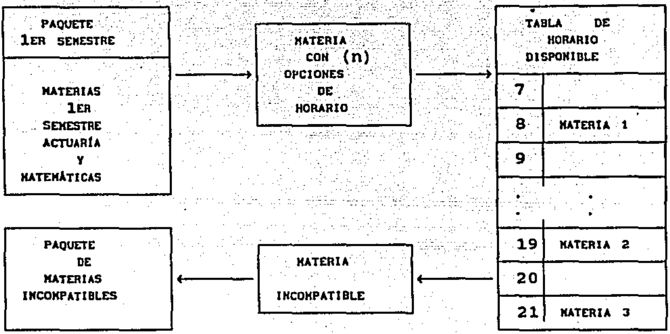
3.5) Meter materia en la tabla en el lugar correspondiente e ir a 2)

3.6) La materia es incompatible, guardarla en paquete nombrado incompatible e ir a 2)

4) Asignación del paquete terminada e ir a 1)

5) Asignación terminada en su totalidad, las tablas son el esqueleto Materia-Hora.

El siguiente esquema nos muestra el funcionamiento del algoritmo:



Al terminar el algoritmo se repetirá para las materias incompatibles y se colocará al final de la asignación anterior terminada, colocándoles un titulo que diga materias traslapadas.

El Algoritmo asignación materia optativa-hora es casi igual al de asignación materia obligatoria-hora solamente se necesita cambiar la pregunta ¿ Es de la misma carrera ? por la de ¿ Es del mismo nivel ?.

La finitud del algoritmo es inmediata si se observa que en cada iteración se toma una materia y se asigna o se coloca en un paquete de materias traslapadas, y como el número de materias es finito entonces el número de pasos también lo es.

III.2 - MODELO DE ASIGNACION PROFESOR A MATERIA-HORA

Para la elaboración del modelo de asignación profesor a materia-hora primeramente haremos un análisis del problema, así como de las características de los datos y de la información requerida para finalmente elegir el modelo y proponer el algoritmo correspondiente para la asignación.

III.2.1 - ANALISIS DEL PROBLEMA Y MODELO PROPUESTO

Para la asignación profesor a materia-hora disponemos por un lado de una lista de profesores, los cuales solicitan impartir 1 ó 2 materias de acuerdo a su disponibilidad. Cada profesor establece sus opciones (a lo más 6) en orden de preferencia. Por otro lado están las materias, las cuales requieren un determinado número de grupos según corresponda al semestre en curso. El número de horas-profesores disponibles es alrededor de 300, Y el número de grupos es de aproximadamente 320. En un principio se deben asignar los profesores contratados, sin embargo esto no necesariamente satisface las necesidades, por lo que una vez asignados éstos se procede a asignar a profesores de nuevo ingreso.
En primera instancia, considerando que tenemos los datos divididos en dos grupos (profesores y materias) y que a cada elemento de cada grupo le corresponden únicamente elementos del otro grupo, se podría pensar en un modelo de

acoplamiento, sin embargo no es funcional debido a que la correspondencia entre los elementos de cada grupo no es uno a uno y en consecuencia si un profesor demanda n materias necesitaríamos n nodos para ese profesor, y si una materia necesita m grupos necesitaríamos un igual número de nodos para esa materia, y esto haría crecer demasiado nuestro problema. Además en el proceso fácilmente podría quedar un profesor acoplado dos veces con la misma materia lo cual es inoperante. Aunque esto podría resolverse haciendo el acoplamiento en dos partes, primero acoplar a todos los profesores una sola materia y después hacer un segundo acoplamiento con los profesores que demandaban dos cursos y con las materias restantes, quitando de las opciones del profesor la materia que ya le fue asignada, sin embargo inmediatamente se nota que esto alargaría de manera importante el proceso de solución.

Podríamos también pensar en un modelo de transporte, en el que cada X_{ij} representaría si el profesor i imparte la materia j y cada C_{ij} representaría el costo asociado a que el profesor i imparta la materia j, sin embargo se nos presenta el mismo problema del profesor al que se le asigna dos veces la misma materia y aunque pudiera resolverse de la misma forma que en el acoplamiento (doble proceso) la matriz asociada a este problema es muy grande y además con la característica de ser rala, por lo que al programar el algoritmo se desperdiciaria mucha memoria. Para entender esto construyamos la matriz: cada renglón sería un profesor con demanda 1 y cada columna seria una materia con la oferta según el número de grupos necesarios, un profesor normalmente tiene cinco opciones por lo que en cada renglón habría cinco costos de valor entero y todos los demás serían infinitos.

Todo esto es más que suficiente para descartar ambos modelos, hemos pensado esntonces en la posibilidad de considerar nuestro problema como un modelo de flujo máximo a costo mínimo, donde el flujo representaría el que un profesor imparta determinada materia, y el costo sería el intento por optimizar la solución (que los profesores queden con sus primeras opciones y de la mejor manera posible.

Si se asocia a cada profesor y a cada materia-hora un nodo y se agrega un arco desde cada profesor hacia cada una de las materias que demanda, entonces se tiene una red bipartita formada por un lado por los profesores y por el otro lado por las materias, agregamos un nodo "origen" con un arco hacia cada profesor y un nodo "destino" al que llega un arco de cada materia-hora (Figura 3.0). Podemos identificar tres tipos de arcos:

a) Arcos del "origen" a los profesores. Estos arcos tendrían costos asociados de acuerdo a la categoría de cada profesor y una cota superior para el flujo de acuerdo al número de materias que desea impartir.

b) Arcos de profesores a materias, con un costo de acuerdo al orden de preferencia de los profesores por las materias, a la compatibilidad entre la hora en que está la materia y la hora en que el profesor desea impartirla; una cota unitaria para el flujo, con el objeto de limitar a cada profesor a que pueda dar una sola vez cada materia.

c) Arcos de las materias-hora al destino a los cuales se les asocia un costo cero y una cota para el flujo de acuerdo al número de grupos que de cada materia-hora se deseen abrir. Una vez hecho lo anterior solo resta encontrar el flujo máximo a costo mínimo del origen al destino.

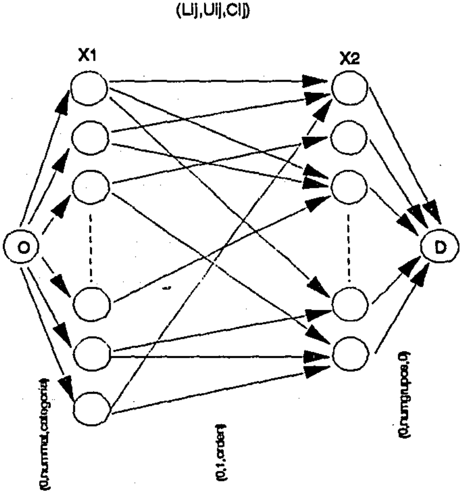


Figura 3.0

Sin embargo como una misma materia puede estar a diferente hora entonces pueden existir mas de un solo nodo para cada materia ya que cada uno de estos nodos representa una materia a determinada hora y en consecuencia un profesor podría estar "conectado" a la misma materia varias veces y por lo tanto puede darse el caso de que a un profesor le toque, si bien a diferente hora, dos veces la misma materia lo cual no es permitido en el Departamento de Matemáticas.

Hemos pensado que esto se soluciona agregando un tercer grupo de nodos ubicado entre los profesores y las materias-hora, cada uno de estos nodos representaría las opciones de cada profesor (materias), por un lado estarían los arcos de los profesores a las opciones (de cada profesor saldrían tantos arcos como opciones tenga y a cada opción llegaría únicamente el arco procedente del profesor al que pertenece) cada uno de estos con costo de acuerdo a la preferencia del profesor y una cota unitaria para el flujo lo que nos aseguraría que un profesor solamente podría quedar una vez con cada materia; por otro lado tendríamos los arcos de las opciones a las materias-hora (de cada opción saldrían tantos arcos como diferentes horas haya para la misma materia), a cada uno de estos arcos se les asocia un costo de acuerdo a la compatibilidad entre la hora en que esté la materia y la hora en que el profesor la desea.

Para aclarar estas ideas formalicemos este modelo como uno de flujo máximo a costo mínimo.

Sea $G=(\mathcal{X},A)$ una red en la cual $\exists\ \mathcal{X}_1 \subset \mathcal{X}$, $\mathcal{X}_2 \subset \mathcal{X}$, $\mathcal{X}_3 \subset \mathcal{X}$ tales que

$\mathcal{X}_1 \cup \mathcal{X}_2 \cup \mathcal{X}_3 = \mathcal{X}$ y $\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 = \phi$, $\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_3 = \phi$, $\mathcal{X}_2 \cap \mathcal{X}_3 = \phi$, $\mathcal{X}_1$ serían los nodos que representan a los profesores, $\mathcal{X}_2$ los nodos que representan las opciones de cada profesor y $\mathcal{X}_3$ las materias ó grupos. Cada arco $(i,j) \in A$ si:

A) $i \in \mathcal{X}_1$ y $j \in \mathcal{X}_2$ y si j es una opción del profesor i. Cada uno de estos arcos tiene capacidad superior 1, capacidad inferior 0 y el costo de acuerdo al lugar que ocupe esta opción dentro de todas las opciones de cada profesor, de tal modo que el costo irá creciendo desde la primera opción hasta la última.

B) $i \in \mathcal{X}_2$ y $j \in \mathcal{X}_3$ y si la opción i corresponde a la materia j. Estos arcos por su parte también tienen capacidad superior 1, capacidad inferior 0 y un costo asociado dependiendo de el horario en el que esté la materia j y el horario que solicite el profesor para la opción i,es decir que si una materia está fuera del horario solicitado por el profesor entonces tendrá un costo asociado, mientras que una materia dentro del horario del profesor tendrá costo cero.

Sea "O" un nodo "origen", agréguense los arcos (O,i) para toda $i \in \mathcal{X}_1$, a cada arco se le asocia una capacidad superior dependiendo de el número de materias que el profesor i desea impartir, capacidad inferior 0 y un costo de acuerdo al nivel de cada profesor (una opción sería clasificar a los profesores en seis categorías según sus estudios y/o su nombramiento y a un mayor nivel le correspondería un menor costo), por supuesto que estas categorías son suficientemente flexibles como para que la comisión de asignación correspondiente las designe.

Sea D un nodo "destino", agréguense los arcos (j,D) para toda $j \in \mathfrak{X}_3$, a cada uno de estos arcos se le asocia la capacidad superior dependiendo del número de grupos que necesite cada materia, capacidad inferior 0 y costo 0. De esta forma el problema consiste en encontrar el flujo máximo de O a D a costo mínimo. Para ilustrar estas ideas la red se representa en la figura 3.1.

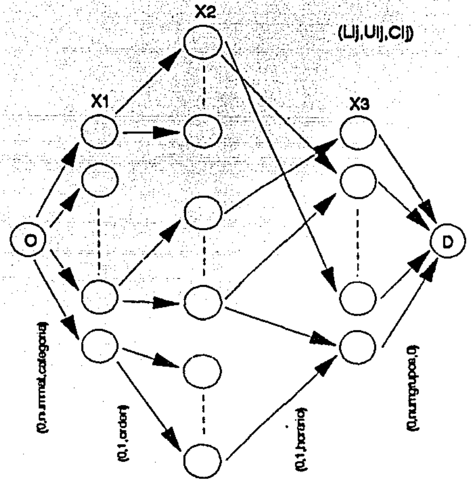


Figura 3.1

Se puede observar que enviando el flujo máximo de O a D se intenta que cada profesor "envíe" flujo a una o dos materias según sea el caso, de esta forma para cada camino de $i \in X_1$ a $j \in X_3$ con flujo tendremos un profesor asignado a una materia. Finalmente solo restaría tratar de encontrar este flujo a costo mínimo para establecer una asignación satisfactoria.

Con todo lo anterior se puede notar que el modelo de flujo máximo a costo mínimo se ajusta de una manera adecuada a las necesidades de este problema, por lo tanto se propone para el desarrollo de nuestra solución.

III.2.2 INFORMACION REQUERIDA

Tomando en cuenta lo expuesto anteriormente se necesita para cada profesor:

- nombre
- número de materias que desea impartir (1,2 o 3)
- opciones (6 máximo)
- prioridad asociada a cada opción
- horario deseable
- categoría a la que pertenece

y para cada materia

- clave (identificación)
- # de grupos que se van a abrir a determinada hora

Para establecer la categoría de cada profesor se puede considerar como se mencionó anteriormente el grado de estudios de cada uno sin embargo pueden considerarse otros aspectos como es la antigüedad tanto en la facultad como en la enseñanza de cada materia. En todo caso, esta clasificación solo es para darle preferencia a los profesores con más experiencia, sin embargo si se considera que todos los profesores tienen el mismo derecho a competir entonces solo hay que considerarlos a todos dentro de una misma clasificación y de esta manera todos tendrán el mismo costo asociado.

En algunos casos sucede que las mismas materias se imparten a distintas horas durante el día por lo que cada nodo en $\mathfrak{X}_3$ corresponde a determinada materia que se desea impartir a determinada hora, por esto para los arcos de $\mathfrak{X}_2$ a $\mathfrak{X}_3$ se penaliza de acuerdo al horario que cada profesor desea y al horario en el que está cada materia, agregándole un mayor peso a los arcos correspondientes a las materias fuera del horario en que el profesor la solicita pero dentro del horario de asistencia a la UNAM. Si la materia está completamente fuera del horario del profesor entonces ni siquiera existe el arco que una esa opción.

III.2.3 DESARROLLO DE LA SOLUCION

III.2.3.1 MODELO DE FLUJO MAXIMO A COSTO MINIMO

Primero analicemos el problema de flujo a costo mínimo el cual tiene el modelo matemático siguiente:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{m} C_{ij} X_{ij}$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{j=1}^{m} X_{ij} - \sum_{k=1}^{m} X_{ki} = 0 \quad i = 1...m \qquad (3.2)$$

$$X_{ij} \leq U_{ij} \quad i,j = 1...m$$

$$X_{ij} \geq L_{ij} \quad i,j = 1...m$$

en donde las sumas y desigualdades se toman únicamente sobre los arcos existentes, U_{ij} son las capacidades superiores de los arcos, L_{ij} las capacidades inferiores y C_{ij} los costos (pesos) asociados a cada arco. Un flujo circulatorio es aquel que satisface el primer grupo de restricciones (3.2), es decir la conservación de flujo es igual a cero en todos los nodos, por lo que se dice que el flujo "circula" continuamente a través de la red. Un flujo circulatorio que satisface las restricciones restantes es un flujo circulatorio factible.

Tomando en cuenta que el modelo expuesto funciona para una red circulatoria, es pues necesario adaptar nuestra red transformándola en una red circulatoria, para esto sólo necesitamos agregar un arco que vaya del destino al origen (D,O), este arco deberá tener un costo cero, una capacidad inferior igual al flujo máximo de la red[1] y una capacidad superior infinita, de esta forma al encontrar un flujo circulatorio factible estaremos encontrando al mismo tiempo el flujo máximo. Para entender mejor las ideas de esta transformación véase la figura 3.3.

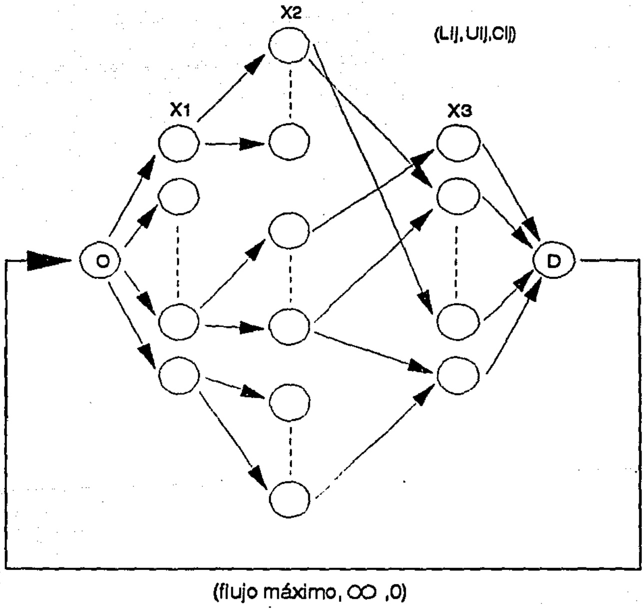


Figura 3.3

[1]De hecho este es el único arco en toda la gráfica con capacidad inferior distinta de cero.

Con lo anteriormente expuesto se entiende que nuestro problema de flujo máximo a costo mínimo se divide en dos partes, primero hay que encontrar el flujo máximo en la red original, una vez hecho esto la red se transforma agregando el arco antes mencionado con una cota inferior igual al valor del flujo máximo encontrado con lo cual sólo resta encontrar ese flujo a costo mínimo.

III.2.3.2 SOLUCION AL MINIMO COSTO, ALGORITMO DE LAS DESVIACIONES O *OUT OF KILTER*

A lo largo del desarrollo del algoritmo de flujo a costo mínimo nos daremos cuenta que existe una forma muy simple para resolver el problema de flujo máximo, por lo que lo veremos en la sección III.2.3.5 y por el momento agregaremos el arco (D,O) suponiendo que ya tenemos el valor de la cota inferior, para de esta forma analizar en primera instancia el modelo de flujo a costo mínimo.

Para resolver el problema de flujo a costo mínimo se ha elegido el algoritmo de las "desviaciones" o *out of killer* ya que existen algunas ventajas de este algoritmo que facilitan la resolución de nuestro problema, entre estas ventajas podemos mencionar:

a) Aunque existen algunas ventajas en común con otros algoritmos (inciso b), tenemos que la ventaja más importante es que, (como se verá al final de esta sección), no será necesario desarrollar una etapa de flujo máximo para encontrar el valor de la capacidad inferior del arco (D,O) sino que sólo se utilizará una cota para éste.

b) El algoritmo puede ser iniciado con un flujo circulatorio igual a cero.

c) En la bibliografía consultada [3], se encontró que para resolver el problema de flujo a costo mínimo el algoritmo más eficiente para ser implementado en computadora, (es decir el más rapido y el que ocupa menos memoria), es precisamente el *out of kilter*.

Entremos ahora al análisis del algoritmo de las desviaciones, para esto es necesario analizar las características de dualidad.

Asociemos una variable dual W_i con cada restricción de conservación de flujo (3.2) una H_{ij} con la restricción $X_{ij} \le U_{ij}$ (la cual manejaremos como $-X_{ij} \ge -U_{ij}$) y una variable V_{ij} con la restricción $X_{ij} \ge L_{ij}$, de esta forma el dual de la formulación de el problema de flujo a costo mínimo es el siguiente:

$$\text{Maximizar} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} L_{ij} V_{ij} - U_{ij} H_{ij}$$

$$\text{sujeto a} \quad W_i - W_j + V_{ij} - H_{ij} = C_{ij} \quad i,j = 1...m$$

$$H_{ij} \; ; \; V_{ij} \geq 0 \quad i,j = 1...m$$

$$W_i \text{ no restringida} \quad i = 1...m$$

en donde las sumas y las restricciones se toman sobre los arcos existentes.

Analicemos ahora el problema dual: supóngase que se selecciona cualquier conjunto de las W_i, entonces la restricción dual para el arco (i,j) resulta:

$$V_{ij} - H_{ij} = C_{ij} - W_i + W_j$$

y la igualdad queda satisfecha si

$$V_{ij} = \text{Máximo} \{ 0, C_{ij} - W_i + W_j \}$$

y

$$H_{ij} = \text{Máximo} \{ 0, - (C_{ij} - W_i + W_j) \}$$

Por lo que se observa que dado cualquier valor para las W_i el problema dual tiene siempre una solución factible.

Las condiciones de holgura complementaria son las siguientes:

$$(X_{ij} - L_{ij}) V_{ij} = 0 \qquad (3.4)$$

$$(U_{ij} - X_{ij}) H_{ij} = 0 \qquad (3.5)$$

La condición referente a la restricción $\sum_{j=1}^{m} X_{ij} - \sum_{k=1}^{m} X_{ki} = 0$ (primal) y a la variable W_i no restringida (dual) es automáticamente cero, debido a que la primera restricción es cero y por lo tanto el producto de ambas también lo es.

Definiendo $W_i - W_j - C_{ij} = Z_{ij} - C_{ij}$ se obtiene:

$$V_{ij} = \text{Máximo } \{ 0, -(Z_{ij} - C_{ij}) \} \qquad (3.6)$$

$$H_{ij} = \text{Máximo } \{ 0, Z_{ij} - C_{ij} \} \qquad (3.7)$$

Dado un conjunto de las W_i se pueden calcular $Z_{ij} - C_{ij}$. De (3.6) y (3.7), se ve que las condiciones de holgura complementaria (3.4) y (3.5) se satisfacen para cada uno de los siguientes casos de la siguiente manera:

a) Si $Z_{ij} - C_{ij} < 0$ entonces $V_{ij} > 0$ y $X_{ij} = L_{ij}$

b) Si $Z_{ij} - C_{ij} > 0$ entonces $H_{ij} > 0$ y $X_{ij} = U_{ij}$

c) SI $Z_{ij} - C_{ij} = 0$ entonces $L_{ij} \leq X_{ij} \leq U_{ij}$

Como cualquier flujo circulatorio que satisfaga las restricciones anteriores será óptimo, el problema consiste en buscar entre los valores de las W_i y entre las X_{ij} circulatorias hasta que las citadas condiciones se satisfagan.

Un arco que no cumple con las condiciones anteriores se dice que esta fuera de orden o con desviación, por el contrario si cumple con dichas condiciones entonces esta en orden o sin desviación.

A modo de ejemplo consideremos la gráfica representada en la figura 3.8a.

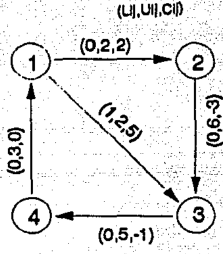


Figura 3.8a

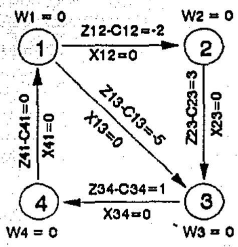


Figura 3.8b

Iniciando con un conjunto de $W_i = 0$ y un flujo circulatorio con cada $X_{ij} = 0$ podemos verificar si hay optimalidad. La figura 3.8b da las $Z_{ij} - C_{ij}$, X_{ij} y W_i para la red de la figura 3.8a. Podemos observar que $Z_{12} - C_{12} = -2$ y $X_{12} = 0$ ($=L_{12}$) por lo tanto se dice que el arco esta en orden. Por otro lado $Z_{23} - C_{23} = 3$ y $X_{23} = 0$ ($<U_{23}$) por lo que se dice que el arco (2,3) está fuera de orden. Para hacer que el arco (2,3) entre en orden debe aumentarse X_{23} (el flujo) o disminuirse $Z_{23} - C_{23}$ (cambiando los W_i) hasta hacerlo negativo. Esto es lo que se hace en el algoritmo de las desviaciones, durante la fase primal se cambian los X_{ij} (flujo) en un intento por poner a los arcos en orden y durante la fase dual se cambian los W_i en un intento por alcanzar factibilidad en el primal.

Los estados de orden y fuera de orden para cada arco en una red se sintetizan en la siguiente figura:

	$Z_{ij} - C_{ij} < 0$	$Z_{ij} - C_{ij} = 0$	$Z_{ij} - C_{ij} > 0$
$X_{ij} > U_{ij}$	fuera de orden	fuera de orden	fuera de orden
$X_{ij} = U_{ij}$	fuera de orden	orden	orden
$L_{ij} \leq X_{ij} \leq U_{ij}$	fuera de orden	orden	fuera de orden
$X_{ij} = L_{ij}$	orden	orden	fuera de orden
$X_{ij} < L_{ij}$	fuera de orden	fuera de orden	fuera de orden

Figura 3.9

Nótese que un arco esta en orden si $L_{ij} \leq X_{ij} \leq U_{ij}$ y las ecuaciones 3.4 y 3.5 se satisfacen. Conforme se cambia el flujo del arco (i,j), el arco se mueve hacia arriba y hacia abajo sobre una columna específica dependiendo de que X_{ij} aumente o disminuya. Conforme se cambian las W_i, el arco se mueve hacia uno y otro lado a lo largo de un renglón.

La desviación se define como el mínimo cambio de flujo requerido sobre el arco para que entre en orden. En el siguiente cuadro se expone el valor de las desviaciones para cada caso.

	$Z_{ij} - C_{ij} < 0$	$Z_{ij} - C_{ij} = 0$	$Z_{ij} - C_{ij} > 0$
$X_{ij} > U_{ij}$	$\lvert X_{ij} - L_{ij} \rvert$	$\lvert X_{ij} - U_{ij} \rvert$	$\lvert X_{ij} - U_{ij} \rvert$
$X_{ij} = U_{ij}$	$\lvert X_{ij} - L_{ij} \rvert$	0	0
$L_{ij} \le X_{ij} \le U_{ij}$	$\lvert X_{ij} - L_{ij} \rvert$	0	$\lvert X_{ij} - U_{ij} \rvert$
$X_{ij} = L_{ij}$	0	0	$\lvert X_{ij} - U_{ij} \rvert$
$X_{ij} < L_{ij}$	$\lvert X_{ij} - L_{ij} \rvert$	$\lvert X_{ij} - U_{ij} \rvert$	$\lvert X_{ij} - U_{ij} \rvert$

Figura 3.10

Nótese que la desviación es siempre no negativa, y que si $Z_{ij} - C_{ij} < 0$, entonces el arco (i,j) esta en orden sólo si el flujo es igual a L_{ij} y, por lo tanto, la desviación $\left| X_{ij} - L_{ij} \right|$ indica qué tan alejado está el flujo actual X_{ij} del caso ideal L_{ij}. De igual manera si $Z_{ij} - C_{ij} > 0$ entonces la desviación $\left| X_{ij} - U_{ij} \right|$ da la distancia del flujo X_{ij} al ideal U_{ij}. Finalmente si $Z_{ij} - C_{ij} = 0$, entonces el arco esta en orden si $L_{ij} \le X_{ij} \le U_{ij}$. En particular si $X_{ij} > U_{ij}$ entonces el arco entra en orden si el flujo se disminuye en la cantidad $\left| X_{ij} - U_{ij} \right|$, y si $X_{ij} < L_{ij}$ entonces el arco entra en orden si el flujo se incrementa en $\left| X_{ij} - L_{ij} \right|$.

De acuerdo a todo lo anterior los pasos generales del algoritmo de desviaciones son los siguientes:

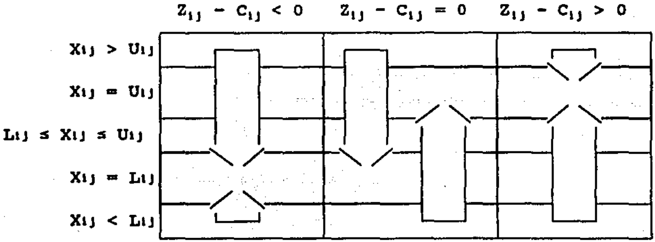
1.- Se comienza con un flujo circulatorio, por ejemplo cada $X_{ij} = 0$ y una solución factible para el dual, por ejemplo cada $W_i = 0$, con H_{ij} y V_{ij} definidos como en las ecuaciones 3.6 y 3.7. Se identifican los arcos fuera de orden y se calculan las desviaciones.

2.- Si la red tiene uno o mas arcos fuera de orden, se hace una fase primaria del algoritmo. Durante esta fase se selecciona un arco fuera de orden y se intenta construir un nuevo flujo circulatorio de tal forma que no aumente la desviación de ningún arco y que disminuya la desviación del arco seleccionado.

3.- Cuando se ha determinado que no se puede construir un flujo mejor en la fase primaria, el algoritmo construye una nueva solución dual de forma que no aumente ninguna desviación y que abra la posibilidad de encontrar un nuevo flujo circulatorio volviendo al paso 2.

Iterando entre los pasos 2 y 3, finalmente el algoritmo construirá una solución óptima, o bien, determinará que no existe una solución factible.

Durante la fase primaria, el algoritmo de desviaciones trata de disminuir la desviación de un arco fuera de orden cambiando los flujos circulatorios en tal forma que no aumente la desviación de ninguno de los otros arcos. Los flujos se deben cambiar de manera que los correspondientes arcos fuera de orden se acerquen lo más posible a entrar en orden. Por ejemplo para el estado fuera de orden $X_{ij} > U_{ij}$ y $Z_{ij} - C_{ij} > 0$ se puede disminuir X_{ij} en una magnitud de hasta $\left| X_{ij} - L_{ij} \right|$ antes de que el arco entre en orden. Si se disminuye X_{ij} más allá de esta cantidad, el arco sobrepasará el estado de orden. Asimismo tampoco se permite ningún incremento en este X_{ij}. Haciendo un análisis similar para cada caso obtenemos los resultados del siguiente cuadro:



Cuadro 3.11

El estado fuera de orden $X_{ij} > U_{ij}$ y $Z_{ij} - C_{ij} = 0$ merece una atención especial ya que indica que al flujo se le puede restar una magnitud de hasta $\left|X_{ij} - L_{ij}\right|$, sin embargo en realidad sólo es necesario disminuir X_{ij} en $\left|X_{ij} - U_{ij}\right|$, que es una cantidad menor para alcanzar un estado conformable. Sin embargo se puede continuar disminuyendo X_{ij} hasta en una cantidad $\left|X_{ij} - L_{ij}\right|$ y el arco seguirá estando en orden. A menudo es deseable hacer esto para ayudar a otros arcos a alcanzar estados de orden.

Una vez determinado cuánto se puede cambiar un flujo individual sobre un arco, aún debe determinarse cuál es la combinación de flujos que se debe cambiar para mantener una circulación factible. La respuesta a esto es que los flujos se deben cambiar a lo largo de un ciclo o de un conjunto de ciclos para mantener las ecuaciones de conservación de flujo.

Siguiendo lo anterior, teniendo un arco fuera de orden, se debe construir un ciclo que contenga a ese arco. Este ciclo debe tener la propiedad de que al asignársele una orientación y añadirle flujo, no se empeore la desviación de ningún arco.

Para esto se construye una nueva red G', a partir de la red original de la siguiente forma : Primero cada nodo de la red original está en la nueva red, si un arco (i,j) está en la red original y el flujo se puede incrementar, entonces el arco (i,j) pasa a formar parte de la nueva red con un cambio de flujo permitido de acuerdo al cuadro 3.11. Para los arcos (i,j) cuyo flujo pueda disminuir se creará el arco (j,i) en G' con el cambio de flujo permitido de acuerdo al cuadro 3.11. Finalmente los arcos en la red original con $L_{ij} \leq X_{ij} \leq U_{ij}$ y $Z_{ij} - C_{ij} = 0$ producirán dos arcos, (i,j) y (j,i) con diferentes cambios de flujo permitidos en la nueva red según el cuadro 3.11. Los arcos que no tienen permitido ningún cambio de flujo se omiten en la nueva red.

Una vez que se ha construido la nueva red, se selecciona un arco (p,q) fuera de orden y se encuentra un circuito que contenga ese arco. Este circuito en la nueva red corresponde a un ciclo en la red original, el flujo del ciclo en G se cambia de acuerdo con la orientación dada por el circuito en G'. La cantidad de cambio se obtiene de el menor cambio de flujo permitido en cualquier arco que pertenece al circuito en G'. Cuando no se pueda encontrar ningún circuito en G' que contenga el arco fuera de orden, se pasa a la fase dual del algoritmo.

En la fase dual, lo que intentamos es cambiar los $Z_{ij} - C_{ij}$ de forma que no se empeore ninguna desviación y que se introduzcan en G' nuevos arcos que nos permitan encontrar un nuevo circuito que contenga el arco fuera de orden en consideración.

Como $Z_{ij} - C_{ij} = W_i - W_j - C_{ij}$ entonces debemos cambiar las W_i. Sea (p,q) un arco fuera de orden y sea X el conjunto de nodos en G' que se pueden alcanzar desde q. Sea $Y = N - X$, en donde N son todos los nodos de G. Nótese que ni X ni Y son vacíos pues al menos $q \in X$ y $p \in Y$ cuando se pasa a la fase dual. Se desea cambiar las W_i de forma que no empeore ninguna desviación y que el conjunto X se haga más grande, ya que si a intervalos finitos algún nodo entra al conjunto X, entonces finalmente p entrará a X.

Considerando $Z_{ij} - C_{ij} = W_i - W_j - C_{ij}$ tenemos que si W_i y W_j cambian en la misma cantidad β entonces $Z_{ij} - C_{ij}$ permanecerá sin cambiar. De esta forma el conjunto X contendrá al menos todos los nodos que contenía después de cambiar la variable cambiar la variable dual.

Supóngase que no se cambian las W_i en Y. Entonces los únicos arcos que se verán afectados serán los arcos de X a Y y los de Y a X. Ahora bien si $\beta > 0$ y se cambian las W_i de acuerdo a:

$$W_i' = \begin{cases} W_i + \beta & i \in X \\ W_i & i \in Y \end{cases}$$

entonces $(Z_{ij} - C_{ij})' = Z_{ij} - C_{ij}$ si $i \in X$, $j \in X$ ó $i \in Y$, $j \in Y$.

Por otro lado si $i \in X$, $j \in Y$ se obtiene:

$$\begin{aligned}(Z_{ij} - C_{ij})' &= (W_i + \beta) - W_j - C_{ij} \\ &= (Z_{ij} - C_{ij}) + \beta\end{aligned}$$

Asimismo si $i \in Y$, $j \in X$ tenemos:

$$\begin{aligned}(Z_{ij} - C_{ij})' &= W_i - (W_j + \beta) - C_{ij} \\ &= (Z_{ij} - C_{ij}) - \beta\end{aligned}$$

De acuerdo a lo anterior debe encontrarse β de modo que no se empeore la desviación de ningún arco y que cambie el estado de orden de algún arco (es decir que haya más flexibilidad en el cambio de flujo de algún arco y de esta manera este arco entre a G' aumentando la posibilidad de encontrar un

circuito). Para esto debemos identificar los arcos que pueden estar en el conjunto $(\mathcal{X},\mathcal{Y})$ y en $(\mathcal{Y},\mathcal{X})$.
Analizando el arco (i,j) asociado al estado $X_{ij} < L_{ij}$ y $Z_{ij} - C_{ij} < 0$ se observa que no puede estar en el conjunto $(\mathcal{X},\mathcal{Y})$ pues tal arco en G vendría a ser un arco en G' con la consecuencia de que si i puede ser alcanzado desde q entonces j también puede ser alcanzado desde q y se tendría que $j \in \mathcal{X}$.
Examinando los estados restantes se identifica a los únicos candidatos a pertenecer a $(\mathcal{X},\mathcal{Y})$ y se representan en la figura 3.12.
Ahora bien, sabemos que los arcos de $\mathcal{X}$ a $\mathcal{Y}$ en G tienen sus $Z_{ij} - C_{ij}$ aumentados, por lo que estos arcos cambian su estado de orden de izquierda a derecha. Examinando los arcos de $\mathcal{X}$ a $\mathcal{Y}$ encontramos lo siguiente:

estado	consecuencia
a) $X_{ij} > U_{ij}$, $Z_{ij} - C_{ij} > 0$,	Si β crece entonces la desviación disminuye de $\lvert X_{ij} - L_{ij}\rvert$ a $\lvert X_{ij} - U_{ij}\rvert$ y de aquí en adelante permanece constante por lo que se puede aumentar β tanto como se quiera y la desviación nunca crecerá.
b) $X_{ij} = U_{ij}$, $Z_{ij} - C_{ij} = 0$,	En este caso también cuando β crece, la desviación primero disminuye y luego permanece constante por lo que β puede crecer tanto como

se quiera y la desviación nunca crecerá.

c) $\begin{matrix} L_{ij} \le X_{ij} \le U_{ij} \\ Z_{ij} - C_{ij} < 0 \end{matrix}$, Aquí la desviación primero decrece y después empieza a crecer, para evitar esto debe imponerse el límite de $|Z_{ij} - C_{ij}|$ sobre β.

d) $\begin{matrix} X_{ij} = L_{ij} \\ Z_{ij} - C_{ij} < 0 \end{matrix}$ En este caso también debe imponerse el límite de $|Z_{ij} - C_{ij}|$ sobre β para evitar el crecimiento en la desviación.

El análisis anterior nos proporciona las cotas para β representadas en la figura 3.12.

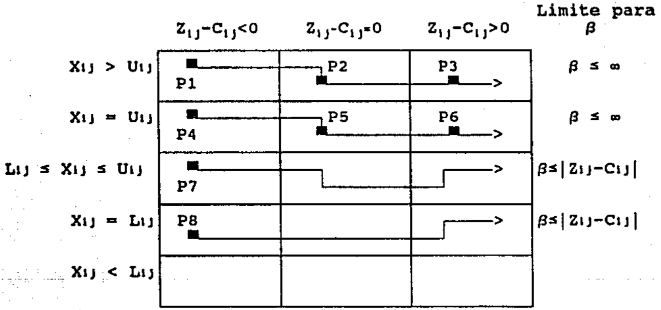


Figura 3.12

Un análisis, análogo al anterior, para arcos de Y a X en G nos da la información representada en la figura 3.13.

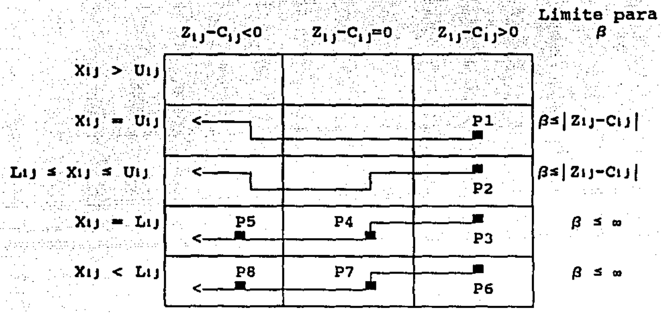


Figura 3.13

Todo lo anterior nos lleva a establecer el siguiente método para calcular β :

Defínase $S_1 = \{(i,j) : i \in X, j \in Y, Z_{ij} - C_{ij} < 0, X_{ij} \leq U_{ij}\}$

$S_2 = \{(i,j) : i \in Y, j \in X, Z_{ij} - C_{ij} > 0, X_{ij} \geq L_{ij}\}$

sean

$$\beta_1 = \text{Mínimo } \{|Z_{ij} - C_{ij}| \quad (i,j) \in S_1 \}$$

$$\beta_2 = \text{Mínimo } \{|Z_{ij} - C_{ij}| \quad (i,j) \in S_2 \}$$

$$\beta = \text{Mínimo } \{ \beta_1, \beta_2 \}$$

en donde $\beta_1 = \infty$ si S_1 es vacío. Por lo tanto β es un entero positivo ó ∞. Si $0 < \beta < \infty$ entonces se hacen los cambios apropiados en W_1 y se pasa a la fase primal del algoritmo. Cuando $\beta = \infty$ entonces el problema no tiene solución factible.

III.2.3.3 RESUMEN DEL ALGORITMO

Una vez completado el análisis del algoritmo así como de su convergencia se presenta el algoritmo de las desviaciones, el cual consta de tres fases.

Fase inicial

Se comienza con un flujo circulatorio entero y un conjunto inicial de variables duales enteras. Se calcula $Z_{ij} - C_{ij}$.

Fase Primal

Se determina el estado de orden y la desviación para cada arco. Si todos los arcos están en orden, alto, la solución es óptima. En caso contrario se selecciona un arco fuera de orden o se continúa con un arco (p,q) seleccionado anteriormente. A partir de la red G se construye la nueva red G′ de la forma siguiente:

a) Para cada arco (i,j) en G que permite un aumento de flujo se coloca el arco (i,j) en G′ con el aumento de flujo permitido.

b) A cada arco (i,j) en G que permite una disminución de flujo se la asocia un arco (j,i) en G′ con la disminución de flujo permitida.

c) Los arcos (i,j) en el estado $L_{ij} < X_{ij} < U_{ij}$, $Z_{ij} - C_{ij} = 0$ producirán dos arcos (i,j) y (j,i) con los respectivos cambios de flujo permitidos.

Se trata de construir un circuito en G' que contenga al arco fuera de orden (p,q). Si se encuentra dicho circuito se dice que ocurrió un éxito y se determina el cambio de flujo igual al mínimo de los cambios de flujo permitidos en los arcos del circuito. Se cambia la cantidad de flujo en el ciclo asociado en G usando como dirección de incremento la orientación especificada por el circuito. Se repite la fase primal. Si no se encuentra ningún circuito en G' que contenga al arco (p,q) se dice que ocurrió un fracaso y se pasa a la fase dual.

Fase Dual

Se determina el conjunto X de nodos que se pueden alcanzar desde q a lo largo de una trayectoria en G'. Sea $Y = N - X$.
En G se definen:

$$S_1 = \{ (i,j) : i \in X,\ j \in Y,\ Z_{ij} - C_{ij} < 0,\ X_{ij} \le U_{ij} \}$$

$$S_2 = \{ (i,j) : i \in Y,\ j \in X,\ Z_{ij} - C_{ij} > 0,\ X_{ij} \ge L_{ij} \}$$

Sea

$$\beta = \text{Mínimo } \{ |Z_{ij} - C_{ij}|,\ \infty \} \quad (i,j) \in S_1 \cup S_2$$

Si $\beta = \infty$, alto, no existe solución factible. En caso contrario se cambian las W_i y los $Z_{ij} - C_{ij}$ de acuerdo con:

$$W_i' = \begin{cases} W_i + \beta & i \in X \\ W_i & i \in Y \end{cases}$$

$$(Z_{ij} - C_{ij})' = \begin{cases} (Z_{ij} - C_{ij}) & \text{si } (i,j) \in (X,X) \cup (Y,Y) \\ (Z_{ij} - C_{ij}) + \beta & \text{si } (i,j) \in (X,Y) \\ (Z_{ij} - C_{ij}) - \beta & \text{si } (i,j) \in (Y,X) \end{cases}$$

y se pasa a la fase primal.

CONVERGENCIA DEL ALGORITMO

Después de los análisis tanto de la fase primal como de la fase dual pasemos a justificar la convergencia del algoritmo. Para esto bajo la hipótesis de que los vectores L,U y C toman valores enteros, cada vez que se construye en G′ un circuito que contiene un arco fuera de orden la desviación de ese arco y de la red total se disminuye en un entero. Consecuencia de esto es que sólo pueden construirse un número finito de circuitos que contienen arcos fuera de orden antes de obtener una solución óptima. Después de que cambia una variable dual, el estado de orden de cada arco en G que tiene ambos extremos en $\bar{X}$ permanece sin cambiar. Ahora bien ó $\beta = \infty$ ó un nuevo nodo k queda en $\bar{X}$ en virtud de que se añadió un arco en G' desde algún nodo en $\bar{X}$ al nodo k. Cada que esto ocurre el conjunto $\bar{X}$ crece en al menos un nodo y esto puede ocurrir un número finito de veces antes de que el nodo inicial del arco fuera de orden pase a formar parte de $\bar{X}$ creando un circuito que contiene al arco fuera de orden. Para probar esto supóngase que después de un cambio en las variables duales ningún nodo pasa a formar parte de $\bar{X}$. Entonces al pasar a la siguiente fase dual se toman los mismos conjuntos $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ y los mismos X_{ij}. Además para cada arco $(\bar{X},Y)$ se ha incrementado su $Z_{ij} - C_{ij}$ y para cada arco $(\bar{Y},\bar{X})$ se ha disminuido su $Z_{ij} - C_{ij}$, por lo que después del cambio de la variable dual se satisface que :

$$S_1' \subset S_1 \quad \text{y} \quad S_2' \subset S_2$$

además al menos un arco ha sido eliminado de S_1 o de S_2, nótese que S_1 y S_2 pueden decrecer a lo más un número finito de veces antes de que $S_1 = S_2 = \phi$ y $\beta = \infty$. Por lo tanto siempre se encuentra la solución óptima o se llega a la conclusión de que no hay factibilidad.

III.2.3.4 UN VISTAZO AL ANALISIS DE SENSIBILIDAD

El algoritmo *out of killer* tiene una particularidad muy interesante ya que el analisis de sensibilidad es el algoritmo en si mismo. Si por ejemplo se modifica la cota superior de algún arco, bastará con verificar si permanece en orden, si no es así se toma dicho arco y se comienza a iterar a partir de la solución que antes era la óptima. Si se modifica una cota inferior y rompe la factibilidad nuevamente se toma dicho arco y se comienza a iterar. Ahora bien si se elimina un arco hay que verificar si circulaba flujo a través de él, de ser así, sólo basta encontrar una o más rutas con flujo (según sea necesario) del destino al origen de dicho arco y reducir el flujo a través de esta ruta, de esta forma se va reduciendo el flujo hasta eliminar todo el que circulaba a través del arco, una vez hecho esto se verifica, con el mismo algoritmo, la optimalidad y en caso de haberla perdido se itera hasta recuperarla. En caso de eliminar un nodo se procede a eliminar, de la forma antes mencionada, uno a uno los arcos adyacentes a él, al terminar se elimina el nodo y se verifica optimalidad. Si se aumenta un arco debe verificarse que esté sin desviación de lo contrario se toma dicho arco y se itera nuevamente. Si se cambia el costo de un arco nuevamente se verifica la desviación y en caso de ser necesario se itera considerando el arco en cuestión.

III.2.3.5 SOLUCION AL FLUJO MAXIMO

Una vez concluido el análisis de la etapa de flujo a costo mínimo veamos qué sucede con el flujo máximo para encontrar el valor de la capacidad inferior del arco (D,O).

Si analizamos con cuidado la gráfica asociada a nuestro problema (Figura 3.14) podemos darnos cuenta que el único arco fuera de orden para la solución inicial $X_{ij} = 0$ y $W_i = 0$ es precisamente nuestro arco (D,O), ahora bien este algoritmo tiene la característica de que ningún arco en orden sale de orden y que los arcos fuera de orden los forzamos a entrar en orden mediante aumentos en el flujo y cambios en las variables duales. Para los cambios en el flujo necesitamos encontrar un circuito que contenga algún arco fuera de orden, y como el único arco fuera de orden siempre será (D,O) entonces nos limitamos a encontrar un camino de O a D en cada iteración de cambio de flujo.

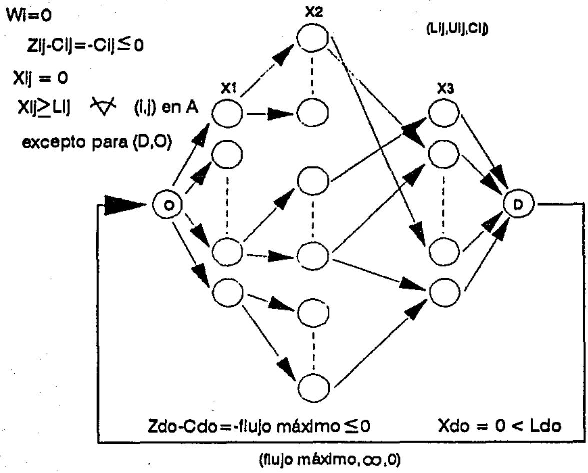


Figura 3.14

También podemos darnos cuenta que todos los arcos (i,j) con $i \in \mathfrak{X}_1$ y $j \in \mathfrak{X}_2$ y todos los arcos (k,l) con $k \in \mathfrak{X}_2$ y $l \in \mathfrak{X}_3$ tienen capacidad inferior 0 y capacidad superior 1, por lo que cualquier camino que encontremos de O a D solamente podrá aumentar el flujo en una unidad, es decir cada éxito en la fase primal nos asignará un profesor con una materia aumentando en una unidad el flujo a través de el arco (D,O). Cuando no es posible encontrar un flujo de O a D entonces se

itera en la fase dual para tratar de que más arcos entren a G' y aumente la posibilidad de encontrar un camino de O a D, lo que significa que o bien finalmente el arco (D,O) entra en orden o β es infinito.

Ahora bien, qué sucedería si en lugar de utilizar algún algoritmo para encontrar el flujo máximo de O a D para encontrar la capacidad inferior del arco (D,O), encontráramos una cota a este flujo como lo es el mínimo entre el corte que

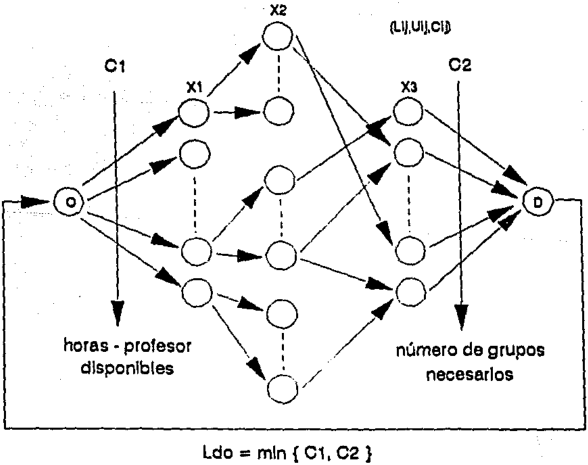


Figura 3.15

contiene a todos los arcos de O a X_1 (serían las horas - profesor disponibles) y el corte que contiene a los arcos de X_3 a D (los grupos necesarios) ? .Figura 3.15.
Como se mencionó anteriormente sólo hay dos formas de que finalice el algoritmo:

A) Finalmente el arco (D,O) entra en orden. En este caso tendríamos que la cota encontrada en verdad era el flujo máximo, si la cota correspondía a las horas - profesor disponibles entonces todos los profesores han sido asignados y nos han sobrado materias para las cuales se necesitarían profesores de nuevo ingreso, si la cota corresponde a los grupos disponibles entonces todos los grupos han sido satisfechos y nos han quedado profesores sin materia.

B) En la fase dual obtenemos $\beta = \infty$. Aquí encontramos que después de k iteraciones primales y n iteraciones duales no logramos encontrar un camino de O a D para poder aumentar el flujo por k+1-ésima ocasión. Por supuesto k corresponde al flujo a través del arco (D,O), ya que cada éxito en la fase primal corresponde a un aumento en el flujo a través de este arco, tenemos también que k es menor que la capacidad inferior del arco (D,O) (de otro modo el algoritmo hubiera terminado en al caso A). Esta situación nos indica que el corte mínimo no correspondía a ninguno de los dos cortes analizados, es decir existe un corte cuya capacidad es menor a la de los dos cortes analizados y esta capacidad es precisamente k (ya que es ese corte el que nos impide aumentar el flujo nuevamente), esto implica que el flujo máximo es igual a k, es decir todos los caminos de O a D con flujo nos indican todas las horas - profesor que se pueden asignar a los grupos disponibles y también tenemos que nos sobrarán tanto horas - profesor como grupos disponibles, esto será debido a la incompatibilidad entre las demandas de los profesores y las ofertas de los grupos.

Con todo lo anterior tenemos que para la etapa de flujo máximo citada al inicio de esta sección, no necesitamos aplicar ningún algoritmo sino que basta con encontrar una cota para este flujo y el algoritmo de las desviaciones o *out of kilter* funcionará adecuadamente debido a la estructura de la red asociada al problema.

Finalmente concluimos que el problema consistiría en aplicar el citado algoritmo a nuestra red (figura 3.3). Sin embargo es fácil darse cuenta que el problema es de grandes dimensiones por lo que lo más conveniente sería elaborar un programa que implementara lo descrito en este trabajo. De esta manera la asignación de profesores a materias sería eficiente.

III.3 MODELO DE ASIGNACION AYUDANTE A MATERIA-HORA-PROFESOR

Los cursos de la Facultad de Ciencias se dividen en teoría y practica, la parte de teoría corresponde al profesor mientras que la parte de práctica queda a cargo de un auxiliar que también se encarga de calificar tareas, a este auxiliar se le conoce con el nombre de ayudante, y en esta sección analizaremos la problemática alrededor de la asignación de ayudantes, la información necesaria para llevarla a cabo y el método seleccionado para ello.

III.3.1 ANALISIS DEL PROBLEMA

En esta sección corresponde asignar un ayudante a cada grupo (compuesto por un profesor y una materia), se requieren alrededor de 300 ayudantes, cada uno demanda una o dos materias según sea el caso, y para ello dispone de una a cinco opciones ordenadas de acuerdo a su preferencia, sin embargo lo realmente importante es que existe la posibilidad de entablar un acuerdo entre los profesores y los ayudantes, es decir que cada profesor solicita un ayudante en especial, y es en base a esto que la asignación se lleva a cabo, si bien existen ayudantes contratados y de nuevo ingreso esto no es importante debido a que lo esencial es el acuerdo citado, al menos esta ha sido la metodología llevada a cabo en los últimos años.

Sin embargo no todos los profesores tienen acuerdo con ayudantes, por lo que es necesario desarrollar un modelo para la asignación de grupos con ayudantes posterior al proceso de acuerdos.

De esta forma podemos dividir la asignación de ayudantes en dos partes:

- Asignación de ayudantes con acuerdo. Esta asignación es simple y directa, limitandose a verificar los acuerdos correspondientes.
- Asignación de ayudantes contratados sin acuerdo. Para esta asignación es necesario desarrollar un modelo que nos permita aplicar un algoritmo eficiente.
- Asignación de ayudantes de nuevo ingreso sin acuerdo. Se aplicaría el mismo modelo que para los ayudantes contratados con acuerdo.

Ahora bien si no se desea utilizar este modelo se propone elaborar un banco formado con todas las solicitudes de ayudantes, de esta manera se pueden consultar lo ayudantes disponibles y así algún profesor podría escoger uno en particular sin necesidad de haber tenido un acuerdo previo.

III.3.2 INFORMACION REQUERIDA

Para los ayudantes es necesario considerar los siguientes datos:

- nombre
- # de materias que desea impartir
- opciones (5 máximo)
- prioridad asociada a cada opción (peso)
- categoría a la que el ayudante pertenece (currículum: antiguedad, grado, calificaciones, etc)
- acuerdo con el profesor (si existe)
- horario deseable

La categoría de cada ayudante se puede establecer según los criterios que establezca la comisión de asignación. El peso de cada opción sería de acuerdo al orden de preferencia para cada materia que desea impartir. También es conveniente penalizar de acuerdo al horario que cada ayudante desea, agregándole un mayor peso a los arcos correspondientes a las materias fuera de su horario. Por supuesto que todo esto se considera para el proceso posterior a los acuerdos, porque la asignación en caso de existir acuerdo es directa.

III.3.3 DESARROLLO DE LA SOLUCION

Como se ha visto, la primera parte de la asignación es sumamente sencilla debido a que es directa de los acuerdos existentes entre profesores y ayudantes. Una vez finalizada esta parte, el problema consiste en asignar los ayudantes restantes. Para ello hemos pensado que existirían diversos modelos que satisfacerían las necesidades, entre ellos podemos considerar el acoplamiento o el transporte, sin embargo tenemos que el flujo a costo mínimo también satisface nuestros requerimientos (como veremos a continuación) y al pensar en llevar este trabajo hacia el desarrollo de un paquete en computadora, es conveniente elaborar las bases dentro de un marco simplificado para la programación, y qué mejor para lograrlo que aplicar el mismo algoritmo tanto en la sección de profesores como en la de ayudantes.

Para ver nuestro problema como uno de flujo máximo a costo mínimo defínase una red $G = (\mathfrak{X},A)$, sean $\mathfrak{X}_1$, $\mathfrak{X}_2$, $\mathfrak{X}_3$ tales que $\mathfrak{X}_1 \cup \mathfrak{X}_2 \cup \mathfrak{X}_3 = \mathfrak{X}$ y $\mathfrak{X}_1 \cap \mathfrak{X}_2 = \phi$, $\mathfrak{X}_2 \cap \mathfrak{X}_3 = \phi$, $\mathfrak{X}_1 \cap \mathfrak{X}_3 = \phi$ ($\mathfrak{X}_1$ serían los nodos que representan a los ayudantes y $\mathfrak{X}_2$ los nodos que representan las opciones de los ayudantes y $\mathfrak{X}_3$ los nodos profesor-materia-hora) el arco $(i,j) \in A$ si $i \in \mathfrak{X}_1$ y $j \in \mathfrak{X}_2$ y si la opción j del ayudante i existe, cada uno de estos arcos tiene capacidad superior 1, capacidad inferior 0 y el costo dependiendo de el orden de prioridad de cada opción de cada ayudante. El arco $(k,l) \in A$ si $k \in \mathfrak{X}_2$ y $l \in \mathfrak{X}_3$ y si la demanda de la opción k hacia la materia l existe, cada uno de estos arcos tiene capacidad superior 1 y el costo dependiendo de el horario solicitado por cada ayudante y el horario en el que está cada grupo.

Sea "O" un nodo *origen*, agréguense los arcos (O,i) para toda $i \in \mathfrak{X}_1$, a cada arco se le asocia la capacidad superior 1, 2 ó 3 dependiendo de el número de materias que el ayudante i desea impartir, capacidad inferior 0 y un costo de acuerdo a la categoría del ayudante i, sea D un nodo *destino*, agréguense los arcos (j,D) para toda $j \in \mathfrak{X}_3$ a cada uno de estos arcos se le asocia la capacidad superior 1, capacidad inferior 0 y costo 0 (figura 3.16).

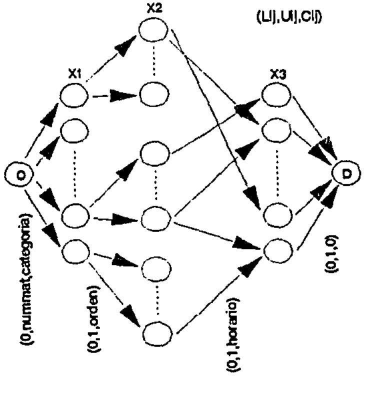


Figura 3.16

Finalmente para transformar nuestra red en una red circulatoria se agrega el arco (D,O) con capacidad inferior igual al mínimo entre el número de ayudantes disponible y el número de grupos existentes (Esto esta justificado al final de la sección III.2.3, ya que al tratarse este problema de forma muy similar al de la asignación profesor a materia-hora solo hay que considerar ayudantes en vez de profesores y grupos en vez de materias-hora en la citada justificación), capacidad superior ∞. De esta forma el problema consiste en encontrar el flujo de O a D de costo mínimo para la red representada en la figura 3.17.

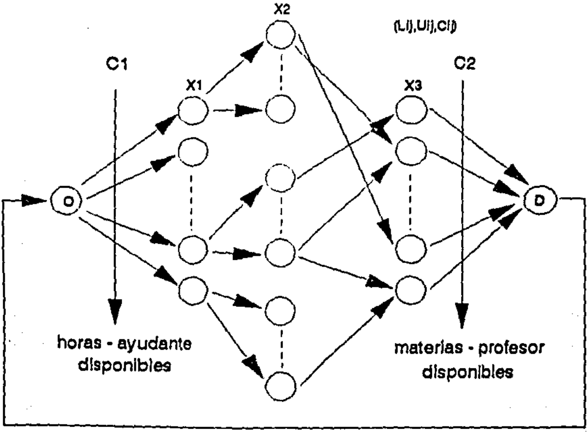


Figura 3.17

Teniendo formulado nuestro problema de la forma anterior sólo resta aplicar el algoritmo que, como se dijo anteriormente, sería el mismo que para el desarrollo de la asignación profesor-materia- hora, es decir, el *out of killer* o de las desviaciones.

Ahora bien, el modelo propuesto se aplicaría en primera instancia a los ayudantes que ya estaban contratados que no tenían acuerdo y posteriormente si aún existen requerimientos de ayudantes se aplica a los de nuevo ingreso sin acuerdo, sin embargo es posible considerar a todos los ayudantes sin acuerdo por igual y hacer una sola vez el proceso, esta decisión correspondería a la comisión de asignación vigente en el periodo en el que se estén haciendo los horarios.

III.4 MODELO DE ASIGNACION SALON A MATERIA-HORA-PROFESOR-AYUDANTE

Una vez que tenemos todos los grupos formados (un profesor, una materia y un ayudante, a una hora determinada) sólo resta asignarles un salón del tamaño necesario para el número de alumnos esperado en cada caso.

A continuación se analizarán las características de este problema así como de los salones con que se cuenta, se definirán los datos que resulten necesarios y se establecerá el método sugerido para la solución.

III.4.1 ANALISIS DEL PROBLEMA

Para esta asignación disponemos de los siguientes salones en los edificios oriente y poniente de la Facultad de Ciencias:

- el salón P-101 de capacidad para 90 alumnos.
- el " O-223 " " " 89 " .
- los salones O-222, O-221, O-220, O-219, O-218, O-217, O-216, O-215, O-214, P-102, O-123, O-122, O-121, de capacidad para 58 alumnos.
- el salón P-201 de capacidad para 57 alumnos.
- " " O-134 " " " 55 " .
- los salones P-212 y P-213 de capacidad para 51 alumnos.
- los salones P-205, P-207, P-208, P-209, P-210, P-211, O-131, O-129, O-127, de capacidad para 44 alumnos.
- el salón P-206 de capacidad para 42 alumnos.
- " " O-125 " " " 41 " .
- los salones P-118 y O-124 de capacidad para 37 alumnos.
- los salones O-130,O-128 y O-126 de capacidad para 30 alumnos.
- los salones P-103, P-104, P-105, P-106, P-107, P-109, P-110, P-111, P-112, P-114, P-115, P-116, P-117, P-202, P-203, P-204, O-132, de capacidad para 23 alumnos.
- el salón P-118 de capacidad para 22 alumnos.
- " " O-133 " " " 21 " .
- " " P-113 " " " 20 " .

Esta información se puede resumir en:

- 2 salones con capacidad para 90 alumnos
- 14 salones con capacidad para 57 alumnos
- 2 salones con capacidad para 51 alumnos
- 9 salones con capacidad para 44 alumnos
- 2 salones con capacidad para 42 alumnos
- 2 salones con capacidad para 37 alumnos
- 3 salones con capacidad para 30 alumnos
- 20 salones con capacidad para 20 alumnos

Haciendo un total de 54 salones.

Todos ellos disponibles de 7 a 21 horas.

Para simplificar el trabajo a la hora de considerar el tamaño estimado para cada grupo se proponen las siguientes clasificaciones:

Categoría A : grupos con estimación de más de 42 alumnos (grandes) 27 en total.

Categoría B : grupos con estimación de entre 21 y 42 alumnos (medianos) 7 en total.

Categoría C : grupos con estimación de hasta 20 alumnos (chicos) 20 en total.

También los salones se clasifican dentro de estas categorías, de tal modo que solo se manejan grupos y salones de tres tamaños a saber: grandes, medianos y chicos.

III.4.2 INFORMACION REQUERIDA

Considerando lo anteriormente expuesto es necesario tener para cada salón lo siguiente:

- El número con que se le identifica.
- Categoría a la que pertenece según su capacidad

y también será necesario clasificar a cada grupo según el número de alumnos esperado, lo cual depende del tipo de materia que sea, así como del profesor del que se trate, por lo tanto esto solo se puede extraer de la experiencia de las personas que se dediquen a la asignación de salones.

III.4.3 DESARROLLO DE LA SOLUCION

Este problema puede separarse en pequeños problemas considerando una asignación por separado para cada hora, es decir primero resolver el problema únicamente para los grupos a las 7:00 de la mañana, después para los grupos a las 8:00 A.M. y así sucesivamente.

Al igual que en los apartados anteriores este problema se ajusta a un modelo de flujo máximo a costo mínimo, esto aunado a la conveniencia de homogeneizar los métodos de solución para así facilitar el desarrollo de el ya tan mencionado paquete para computadora, nos permite hacer el siguiente desarrollo.

Ahora se define una red bipartita $G = (\mathcal{X},A)$, sean $\mathcal{X}_1$, $\mathcal{X}_2$ tal que $\mathcal{X}_1 \cup \mathcal{X}_2 = \mathcal{X}$ y $\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 = \phi$, en este caso $\mathcal{X}_1$ representa los nodos que corresponden a los grupos y $\mathcal{X}_2$ los nodos que corresponden a las categorías que definimos para la capacidad de los salones (en total sólo serán tres nodos, correspondientes a las categorías chico, mediano y grande), el arco $(i,j) \in A$ si $i \in \mathcal{X}_1$ y $j \in \mathcal{X}_2$ y si la capacidad del salón j es mayor o igual al número esperado de alumnos para el grupo i, cada uno de estos arcos tiene capacidad superior 1, capacidad inferior 0 y dos tipos de costo: cero si la capacidad del salón y el número esperado de alumnos es igual y un costo penalizado si la capacidad es superior al número esperado de alumnos. Sea "O" un nodo *origen*, agréguense los arcos (O,i) para toda $i \in \mathcal{X}_1$, a cada arco se le asocia la capacidad superior 1, capacidad inferior 0 y un costo 0, sea D un nodo *destino*, agréguense los arcos (j,D) para toda $j \in \mathcal{X}_2$ a cada uno de estos arcos se les asocian las capacidades superiores 27, 7 y 20 según la categoría a la que corresponda (número de salones por categoría), capacidad inferior 0 y por supuesto con un costo 0. Esta gráfica se representa en la figura 3.18.

Finalmente solo resta agregar el arco (D,O) con capacidad inferior igual al mínimo entre 54 (número de salones disponible) y el número de grupos que se van abrir a la hora que se esté analizando (esto esta justificado al final de la sección III.2.3), cota superior ∞ y el costo asociado a este arco obviamente es cero.

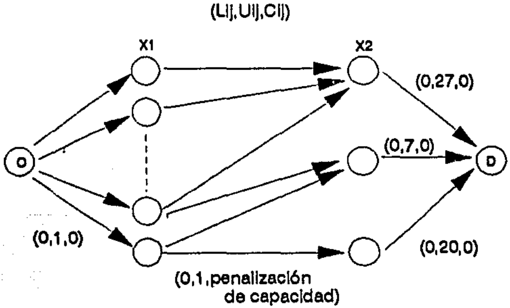


Figura 3.18

De esta forma sólo resta encontrar el flujo de O a D a costo mínimo para la gráfica representada en la figura 3.19.

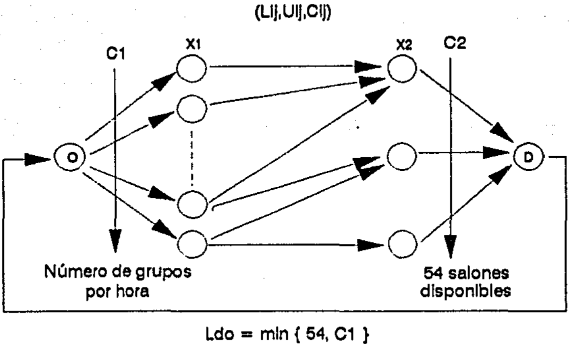


Figura 3.19

III.5 SELECCION DE LA COMPUTADORA COMO MEJOR HERRAMIENTA

Durante todo el desarrollo del presente trabajo se ha mencionado la posibilidad de implementar un paquete para la aplicación de los resultados obtenidos. Esto es de suma importancia debido a que el principal objetivo de este trabajo es simplificar y agilizar la asignación de horarios para el Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias.

En el capitulo I se describió el proceso actual de asignación y se pudo notar que es un método lento, que puede tardar en ocasiones más de un mes en obtener la primer solución, a la cual aún falta por hacérsele todos los ajustes necesarios.

Si bien es cierto que la solución propuesta en este trabajo nos permitiría realizar una asignación más directa y eficaz, también es importante considerar que el problema es de dimensiones muy grandes, por lo que se deduce que para que los resultados de este trabajo puedan aplicarse, definitivamente es necesario elaborar un paquete en computadora que se encargue de llevar a cabo la asignación de horarios para el Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias, de esta forma el proceso se agilizaría de manera considerable.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha realizado un análisis de la problemática en torno a la elaboración de horarios en el Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias, se mencionaron las características del proceso de asignación actual y se identificó cada una de las cuatro partes en que se divide la asignación:

a) Materia - Hora
b) Profesor - Materia Hora
c) Ayudante - Profesor Materia Hora
d) Salón - Ayudante Profesor Materia Hora

Para cada una de estas secciones se propuso un método de solución y se ajustó a un modelo teórico detallando el proceso de asignación, estableciendo así una metodología rápida y funcional para la elaboración de horarios.
Se desarrolló un método para elaborar el esqueleto materia-hora que básicamente tenía como objetivo estructurar un horario en un formato por semestres y áreas, evitar los traslapes dentro de un mismo semestre o área, presentar un formato de materias sencillo y accesible a los alumnos y profesores, y lo más importante es dejar el terreno preparado para la implementación de los algoritmos en un paquete hecho por computadora.
Se llegó a la conclusión de que la parte más importante es la

asignación profesor $\rightarrow$ materia-hora por lo que se estudió detalladamente la elección del algoritmo y precisamente en esta sección se desarrollo la teoría necesaria en torno al modelo de flujo máximo a costo mínimo. Se analizaron las caracteristicas de nuestro problema en particular y las ventajas que ofrece el algoritmo *out of kilter*. Posteriormente se particularizó este modelo para las asignaciones de ayudantes y de salones.

Creemos que es primordial que quede en pie la necesidad de implementar los algoritmos propuestos en este trabajo, en un paquete de computación, debido a que como se mencionó anteriormente el problema es de dimensiones muy grandes por lo que intentar desarrollarlo "a pie" no sería funcional.

Finalmente sólo resta agregar que los modelos propuestos tienen grandes posibilidades de cambios en los criterios para la asignación, esto es debido al manejo que se propone de los costos, por lo que cada comisión de asignación puede ajustar sus propios criterios y desarrollar los horarios según convenga a las necesidades que imperen cada semestre.

O bien fijar de una vez por todas unos criterios mínimos que permitan evaluar el trabajo de los profesores de manera lo más objetiva posible.

BIBLIOGRAFIA

[1] BARR R.S., GLOVER F., KLINGMAN D. " AN IMPROVED VERSION OF THE OUT-OF-KILTER METHOD AND A COMPARATIVE STUDY OF COMPUTER CODES ". MATHEMATICAL PROGRAMING VOL NO. AÑO 1974 PP 60-86.

[2] BAZARAA M.S. " PROGRAMACION LINEAL Y FLUJO EN REDES ". EDITORIAL LIMUSA MEXICO.

[3] BERTSEKAS. "AUCTION ALGORITHM COMPARATION ALG. FLOW. ". JOURNAL OF OPERATIONS RESEARCH. VOL. I NO. 1 AÑO 1989 PAG 159.

[4] JOHNSON DAVID. TIMETABLING UNIVERSITY EXAMINATIONS. JOURNAL OF OPERATIONS RESEARCH SOC. VOL.41 NO.1 1990 pp 39-47.

[5] HERNANDEZ VIVAR L.I. ASIGNACION Y DESPACHO DE UNIDADES HIDROELECTRICAS Y TERMOELECTRICAS PARA LA OPTIMIZACION DEL COSTO DE OPERACION EN EL SISTEMA ELECTRICO NACIONAL. TESIS DE ACTUARIO. FACULTAD DE CIENCIAS UNAM.