

00382 10
2ej. L



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Propiedades Electromagnéticas de Sólidos

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE

DOCTOR EN CIENCIAS (FISICA)

P R E S E N T A

M. EN C. J. GUADALUPE MURILLO RAMIREZ

DIRECTOR: DR. LUIS FERNANDO MAGAÑA SOLIS

MEXICO D. F. AGOSTO DE 1992



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

	Página
RESUMEN	
INTRODUCCION	1
CAPITULO 1: LOS MATERIALES FOTORREFRACTIVOS	
1.1 El efecto fotorrefractivo	6
1.2 Acoplamiento de haces	11
1.3 Tiempo de respuesta	19
1.4 Borrado, grabado y fijado de un holograma en cristales fotorrefractivos	20
CAPITULO 2: EL MODELO DE KUKHTAREV	
2.1 Modelos aceptados para el efecto fotorrefractivo	23
2.2 El modelo de Kukhtarev	29
2.3 Extensiones del modelo de Kukhtarev para varios tipos de portadores	35
CAPITULO 3: SOLUCION NUMERICA EXACTA DEL PROBLEMA	
3.1 Soluciones existentes	39
3.2 El programa de cómputo para encontrar la solución al modelo de Kukhtarev	46
3.3 Acoplamiento de dos haces	58
3.4 Reconstrucción de la rejilla de fase grabada	68

3.4.1 Difracción de dos ondas coherentes por una rejilla holográfica	68
3.4.2 Difracción de un haz en el régimen de Bragg	73

CAPITULO 4: RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1 El campo de carga espacial	76
4.1.1 El campo de carga espacial para difusión	76
4.1.2 El campo de carga espacial con deriva y difusión	91
4.2 Acoplamiento de dos haces	93
4.2.1 Coeficiente de ganancia exponencial	93
4.2.2 Eficiencia de difracción	96
4.3 Conclusiones	101

REFERENCIAS	106
--------------------	------------

RESUMEN

Se resuelve numéricamente y en forma exacta el sistema de ecuaciones diferenciales parciales acopladas no lineales que definen el modelo de Transporte por Banda (Band Transport Model) propuesto por N. V. Kukhtarev⁽⁶⁾ para materiales fotorrefractivos.

El modelo de Transporte por Banda es el modelo más completo para explicar el efecto fotorrefractivo, hasta ahora sólo se ha utilizado en aproximaciones lineales. Este modelo supone que en un cristal fotorrefractivo, iluminado con un patrón de interferencia generado por dos haces de luz coherente, los electrones son expulsados de los sitios de los donadores a la banda de conducción, donde migran por difusión, por deriva, o debido al efecto fotovoltaico, a las regiones oscuras dentro del cristal antes de recombinarse. Esta migración crea un campo eléctrico de carga espacial E_{sc} , que vía el efecto electroóptico induce un cambio en el índice de refracción, generándose una rejilla de fase (holograma de volumen).

Se calculan el campo eléctrico de carga espacial E_{sc} , las constantes de decaimiento de la rejilla, la ganancia exponencial que mide la transferencia de energía entre los haces en el interior del cristal, y la eficiencia de difracción durante la lectura de la rejilla grabada en el material. Comparamos nuestros resultados con datos experimentales reportados⁽⁷⁾ obteniéndose muy buen acuerdo. Se exhiben también los efectos de no linealidad resolviendo para casos fuertemente no lineales las ecuaciones de Kukhtarev.

INTRODUCCION

El efecto fotorrefractivo es un término que se utiliza para describir los cambios fotoinducidos en el índice de refracción en materiales electroópticos y en fotoconductores, como LiNbO_3 , KNbO_3 , BaTiO_3 , $\text{Sr}_2\text{BaNb}_2\text{O}_6$, GaAs, etc. Este efecto se observa cuando se ilumina un material fotorrefractivo, con dos haces de luz coherente que interfieren y producen un patrón de franjas brillantes y oscuras. Los portadores de carga fotoexcitados migran de las regiones brillantes a las regiones oscuras. Esta redistribución periódica de carga, crea un campo eléctrico de carga espacial, que mediante el efecto electroóptico induce una rejilla de índice de refracción (holograma), que puede mantenerse en la oscuridad segundos o años dependiendo del material. La rejilla acopla los haces permitiendo un intercambio de energía entre ellos a través del material.⁽¹⁾⁽²⁾ Lo novedoso de un cristal fotorrefractivo se debe a que su fuerte no linealidad óptica se observa aún con potencias muy bajas, (del orden de $1\text{mW}/\text{cm}^2$). Típicamente los experimentos se efectúan a temperatura ambiente con luz laser continua en la región del visible. La versatilidad de los materiales fotorrefractivos permite utilizarlos para escritura - lectura, debido a que pueden ser borrados por iluminación uniforme, o pueden ser utilizados solamente para lectura mediante un proceso de fijado de la rejilla.⁽³⁾⁽⁴⁾

El efecto fotorrefractivo fue descubierto a mediados de los años sesenta, en los laboratorios Bell, irradiando cristales de LiNbO_3 con intensos haces laser. Al principio se nombró "efecto de daño laser", debido a que los cambios inhomogéneos inducidos en el índice de refracción conducían a distorsiones de los frentes de onda de los haces transmitidos, y a una decolimación y dispersión de la luz. Posteriormente se encontró que no se trataba de un daño y que estos cambios podían ser removidos calentando los cristales a una temperatura de aproximadamente 200 °C.⁽¹⁾ A partir de entonces el interés en el estudio de los materiales fotorrefractivos ha aumentado considerablemente, debido a la gran variedad de aplicaciones potenciales en que pueden emplearse. Entre ellas podemos mencionar: Almacenamiento en sistemas de memoria holográfica. (Un material fotorrefractivo es capaz de almacenar tridimensionalmente 10^{12} bits/cm³) y elementos de interconexión óptica, espejos de fase conjugada. Un espejo de fase conjugada es un dispositivo capaz de reflejar un haz óptico, en la misma dirección que incide siempre, como si el tiempo se invirtiera. Se puede construir un filtro de fase conjugada con un cristal fotorrefractivo aplicándole un campo eléctrico variable en el tiempo. De manera que cuando el haz laser incide en el cristal no sólo se invierte el tiempo sino que también puede ser pulsado en el tiempo por la aplicación del campo variable aplicado, pudiéndose transmitir información en la reflexión, y establecer por ejemplo, un canal de comunicaciones entre dos satélites.⁽⁵⁾

El filtro de fase conjugada es una de las aplicaciones donde se utiliza el mecanismo de intercambio de energía entre los haces,

para resaltar formas móviles dentro de una escena estacionaria complicada. También se puede delinear una imagen.

Debido a que los cristales fotorrefractivos pueden actuar simultáneamente como acopladores de energía y espejos de fase conjugada, son muy útiles en intercomunicaciones ópticas y enlazado de frecuencias laser. Los cristales fotorrefractivos pueden transmitir información de un elemento óptico a otro, sin interconexiones electrónicas y complicados elementos ópticos.

Un cristal fotorrefractivo puede conectar ópticamente, haces de diferentes láseres que oscilan a frecuencias ligeramente diferentes, para constituir un enlace de frecuencias laser si se combinan eficientemente miles de láseres de semiconductores en una fuente de alta potencia de luz coherente. Este proceso de acoplamiento de haces de diferentes láseres, que permite cambiar un patrón de información al otro, junto con su alta sensibilidad a la luz ha producido un gran interés en los materiales fotorrefractivos para tratar de incorporarlos en la construcción de computadoras ópticas capaces de procesar trillones de bits por segundo, utilizando la luz en lugar de la electricidad.^(s)

En este trabajo se resuelve numéricamente y en forma exacta las ecuaciones que describen el modelo de Transporte por Banda de Kukhtarev^(s). Este es el modelo más completo yafortunado que explica el efecto fotorrefractivo. Sin embargo, hasta ahora sólo ha sido utilizado en aproximaciones lineales, con coeficientes de modulación muy pequeños. Nuestra contribución incluye la solución de las ecuaciones de este modelo en los casos fuertemente no

lineales (coeficientes de modulación comparables a la unidad, y densidades de electrones no necesariamente despreciables con respecto de la densidad de donadores y aceptores) que nos permite calcular parámetros característicos y propiedades importantes de los materiales fotorrefractivos. En el límite de linealización de las ecuaciones (coeficientes de modulación muy pequeños) nuestros resultados concuerdan perfectamente con los datos reportados.⁽⁷⁾

En el primer capítulo se da la descripción del efecto fotorrefractivo, con detalles que dejan de manifiesto un punto de vista global del fenómeno, sus orígenes y los requerimientos deseables en un cristal fotorrefractivo para su provechosa utilización.

En el segundo capítulo se describe el modelo de Transporte por Banda (Band Transport Model) de N. V. Kukhtarev, con sus fundamentos físicos y las suposiciones que lo establecen. Se expone, muy someramente, algunas extensiones recientes de este modelo, donde se consideran dos tipos de portadores que compiten en el cristal fotorrefractivo.

El tercer capítulo exhibe la metodología que hemos utilizado para resolver numéricamente las ecuaciones que definen el modelo de Transporte por Banda. Se da una descripción del programa de cómputo, y de la forma en que se plantearon las condiciones iniciales y de frontera del problema.

Finalmente en el cuarto capítulo se muestran los resultados obtenidos para casos en los que está patente la no linealidad del efecto fotorrefractivo. Se comparan también nuestros resultados en el límite de linealización de las ecuaciones con datos experimen-

tales reportados,⁽⁷⁾ obteniéndose una excelente concordancia.

Las contribuciones principales del presente trabajo incluyen la evolución temporal del campo de carga espacial para todo tiempo, hasta alcanzarse el estado estacionario, inclusive para cocientes de modulación comparables a la unidad y considerando recombinación cuadrática. A diferencia de las soluciones existentes, que únicamente describen el campo de carga espacial para tiempos cortos (tiempos menores que la constante de tiempo de establecimiento de la rejilla holográfica), o bien la solución de estado estacionario, sin poder decir nada del comportamiento para tiempos intermedios. Además las soluciones existentes en la literatura, tal y como se mencionó anteriormente, consideran cocientes de modulación mucho menores a la unidad.

Otra de las contribuciones importantes de nuestro trabajo es el cálculo del coeficiente de ganancia exponencial a través de la componente fundamental del campo de carga espacial, asociación directa que presentamos explícitamente por primera vez. Aunque también debemos mencionar que nuestro enfoque aplicado a la resolución de las ecuaciones que describen el modelo de Kukhtarev, nos permite calcular la eficiencia de difracción de una rejilla holográfica grabada en un material fotorrefractivo, en situaciones en las que la lectura puede efectuarse con un haz coherente de longitud de onda diferente a la del grabado (generalmente un haz de intensidad menor y con una longitud de onda mayor que los haces de escritura).

CAPITULO 1

LOS MATERIALES FOTORREFRACTIVOS

1.1 EL EFECTO FOTORREFRACTIVO

El efecto fotorrefractivo es un proceso en el que la luz misma altera el índice de refracción de cierto tipo de materiales. Estos materiales son los fotoconductores y los llamados electro-⁽¹⁾ópticos. El término fotorrefractivo se reserva usualmente para aquellos materiales cuyo índice de refracción cambia en respuesta a la luz de baja intensidad. Se ha descubierto una amplia variedad de materiales fotorrefractivos incluyendo aislantes, semiconductores y compuestos orgánicos. Entre los materiales más conocidos se tienen cristales ferroeléctricos como LiNbO_3 , KNbO_3 , BaTiO_3 , LiTaO_3 , $\text{Sr}_2\text{BaNb}_2\text{O}_6$, y no ferroeléctricos como $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ o $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, GaAs y algunos cerámicos como PbZrO_3 , etc.

En un material fotorrefractivo puede ocurrir que al incidir un haz de luz muy débil (unos cuantos miliwatts por cm^2) se altere el arreglo de átomos que forman la red cristalina, cambiando el índice de refracción. Este cambio es semipermanente, dado que si se deja de iluminar el material, el cambio en el índice de refracción puede permanecer desde milisegundos hasta años dependiendo del material. De esta manera se puede almacenar información en la forma de imágenes en el cristal, o se puede borrar a capricho o por diseño.

Los materiales fotorrefractivos son medios ópticos no lineales, debido a que sus propiedades ópticas se pueden modificar por la luz que pasa a través de ellos. En un medio óptico lineal como es el caso de lentes, prismas y filtros polarizadores los haces de luz simplemente pasan a través de ellos sin modificar sus propiedades.

Al iluminar un material fotorrefractivo con dos haces de luz laser de la misma frecuencia si interfieren entre sí producen un patrón estacionario de franjas dentro del material, con regiones brillantes y oscuras cuya intensidad varía sinusoidalmente con la posición en el cristal (Fig. 1.1). Los portadores de carga fotoexcitados migran de las regiones brillantes a las regiones oscuras. Si estas cargas son iluminadas continuamente, a la larga llegan a un patrón de equilibrio. Cuando la luz se quita, las cargas permanecen colocadas (si el cristal es un buen aislante en la oscuridad) en las posiciones que determinaba el patrón de luz, formando una densidad de carga no uniforme $\rho(Y)$, que crea un campo eléctrico espacialmente periódico $\text{Esc}(Y)$ dentro del cristal de acuerdo con la ley de Gauss.

$$\nabla \cdot \vec{\text{Esc}}(Y) = \frac{\rho(Y)}{\epsilon} \quad (1.1)$$

El campo eléctrico estático resultante distorsiona la red cristalina y se altera localmente el índice de refracción $n(Y)$ del cristal. Esta alteración $\Delta n(Y)$ puede escribirse dentro de una aproximación lineal (efecto electroóptico lineal) como:⁽⁴⁰⁾

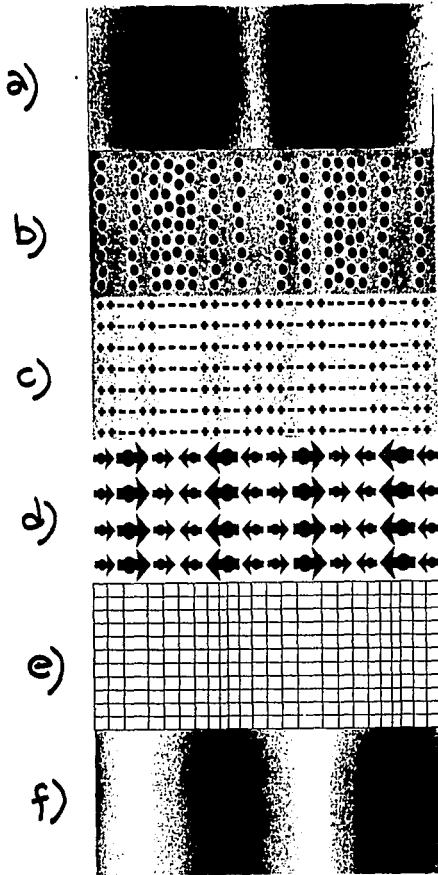


Fig. 1.1 a) Patrón de interferencia con que se ilumina el cristal fotorrefractivo; b) Distribución de cargas móviles en el cristal, los electrones migran de las regiones brillantes a las regiones oscuras del cristal; c) Distribución de carga eléctrica, los electrones dejan tras de sí regiones de carga positiva; d) Campo eléctrico establecido entre las regiones de carga positiva y negativa; e) Distorsión de la red cristalina ocasionada por el campo eléctrico de carga espacial; f) Rejilla de índice de refracción inducida por el campo eléctrico de carga espacial, corrida un cuarto de período con respecto del patrón de iluminación.

$$\Delta n(Y) = - \frac{n^3 r_{\text{Esc}}(Y)}{2} \quad (1.2)$$

Cuando la red cristalina del material carece de simetría de inversión. Donde r es el coeficiente electroóptico ⁽⁴¹⁾ (coeficiente de Pockel) del cristal, que en general es un elemento del tensor electroóptico. ⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ $\Delta n(Y)$ tiene la misma periodicidad que el patrón de luz incidente. De esta manera en el cristal se graba una rejilla de índice de refracción, u holograma de fase volumétrico.

En una rejilla de volumen, también llamada rejilla dinámica, un haz de luz incidente puede interferir con su propio haz difractado dentro del medio de grabado. Este efecto produce el grabado de una nueva rejilla no uniforme a través del cristal, que puede estar corrida en fase con respecto de la rejilla inicial, y puede interferir constructiva o destructivamente con ella. La autodifracción se puede dar si la escritura y la lectura se efectúan simultáneamente. Esto marca grandes diferencias entre las rejillas dinámicas y las estáticas en las que el grabado se hace en emulsiones fotográficas.

Sin importar que las cargas estén en concentraciones muy pequeñas (del orden de una parte por millón) los campos eléctricos asociados a ellas pueden distorsionar significativamente la red cristalina. Si el cristal carece de simetría de inversión, el campo eléctrico que rodea estas cargas, puede ocasionar grandes cambios en el índice de refracción del cristal. La simetría de inversión se puede remover mediante un proceso de compresión seguido de la aplicación simultánea de un campo eléctrico perpendicular, así como de la aplicación de calor.

El efecto fotorrefractivo se presenta al tener impurezas, vacancias o defectos en el cristal que actúan como donadores, aceptores y trampas de carga. Cada defecto del cristal puede ser la fuente de una carga extra, que bien pueden ser electrones u hoyos dependiendo de cada material. En la oscuridad estas cargas están atrapadas, pero en presencia de luz pueden ser liberadas y tener la facilidad de moverse dentro del cristal hasta que son nuevamente capturadas.

Cada carga que se mueve dentro del cristal deja tras de sí una carga de signo opuesto. En la región entre estas cargas se establece un intenso campo eléctrico, que rompe el arreglo atómico de la red cristalina. De esta manera un haz de luz que pase a través de la región de alto campo eléctrico experimentará un cambio en su velocidad al pasar a través del cristal, como consecuencia de una variación en el índice de refracción respecto de las regiones inafectadas.

El tiempo τ necesario para que la distribución de carga adopte un patrón de equilibrio depende de la intensidad de la luz incidente sobre el material y de la rapidez con la que migran las cargas de una región a otra del cristal. De esta manera, a la luz de baja intensidad (alrededor de una docena de miliwatts por cm^2) le puede tomar del orden de un minuto lograr que las cargas alcancen un patrón de equilibrio, mientras que a luz muy intensa (del orden de 1×10^9 Watts por cm^2) le puede tomar solo unos cuantos nanosegundos.^(s)

Una característica interesante de los materiales fotorrefractivos, si son buenos aislantes en la oscuridad, radica en el hecho de que su no linealidad óptica es independiente de la intensidad

de los haces ópticos, permitiendo por tanto efectos no lineales espectaculares aún con láseres de baja potencia. La intensidad óptica determina la rapidez del fenómeno pero no la magnitud de la no linealidad.

1.2 ACOPLAMIENTO DE HACES

Una de las consecuencias más útiles del efecto fotorrefractivo es el intercambio de energía entre dos haces láser que interactúan entre sí dentro de un cristal fotorrefractivo, conocido como acoplamiento de dos haces (o de dos ondas).

Anteriormente se mencionó que cuando dos haces de luz coherente inciden sobre un material fotorrefractivo se genera un patrón de interferencia en el interior del material dando lugar a una difusión (en ausencia de campo externo aplicado) de cargas móviles de las regiones brillantes a las regiones oscuras del cristal generándose una separación de carga, la cual establece un campo eléctrico de carga espacial que origina una rejilla de índice de refracción. El campo eléctrico inducido y la rejilla de índice de refracción tendrán la misma periodicidad que el patrón de luz, (Fig. 1.2) pero estarán corridos por un cuarto de período en el espacio con respecto de la luz incidente. Este corrimiento de fase de $\pi/2$ es la configuración óptima para el intercambio de energía entre los dos haces. La rejilla de índice de refracción resultante acopla los dos haces de luz; de manera que uno de los dos haces de luz emerge con una intensidad mayor que la que traía al entrar al

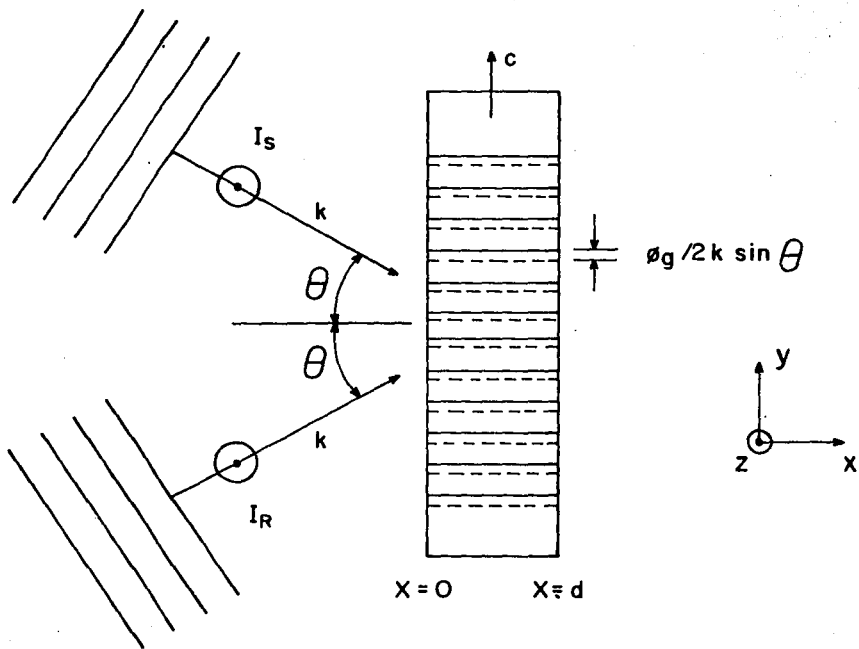


Fig. 1.2 Configuración para el grabado de una rejilla de fase en un cristal fotorrefractivo, con dos haces de escritura I_R (haz de referencia) e I_S (haz señal). Las líneas continuas representan los máximos del índice de refracción, y las punteadas los del patrón de iluminación.

cristal, mientras que el otro se debilita. Uno de los dos haces se amplifica a expensas del otro, de ahí que los materiales fotorrefractivos se puedan utilizar como amplificadores de luz coherente. La pregunta de cuál de los dos haces gana y cuál pierde energía depende de la orientación relativa del cristal con respecto de la luz incidente, así como del tipo de portadores mayoritarios del material i.e., dependiendo de si los portadores son electrones u hoyos, y no de la intensidad relativa de uno con respecto del otro.

Aún cuando un haz sea más intenso que otro, el segundo podría tomar la energía del primero. Este efecto de acoplamiento de ondas puede ser muy intenso en los materiales fotorrefractivos, tal es el caso del BaTiO_3 en donde "uno de los haces puede transferir hasta el 99% de su energía al otro haz".⁽⁸⁾

El acoplamiento de dos haces existe si hay un corrimiento de fase en el espacio entre el patrón de iluminación y la rejilla de índice de refracción grabada en el cristal fotorrefractivo. Así, también la magnitud del acoplamiento de haces depende del coeficiente electroóptico del material en cuestión. Algunos materiales fotorrefractivos no tienen coeficientes electroópticos suficientemente grandes y para incrementar el acoplamiento de haces se aplica un intenso campo eléctrico externo durante la formación de la rejilla. En cristales como $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ o BSO (generalmente se abrevian en pequeñas siglas los nombres de algunos cristales muy utilizados) se ha incrementado el acoplamiento de dos haces aplicando un campo eléctrico CD externo del orden de KV/cm. Sin embargo este procedimiento altera el corrimiento de fase de $\pi/2$ entre la rejilla de fase $\Delta n(Y)$ y el patrón de luz $I(Y)$ que es la configuración

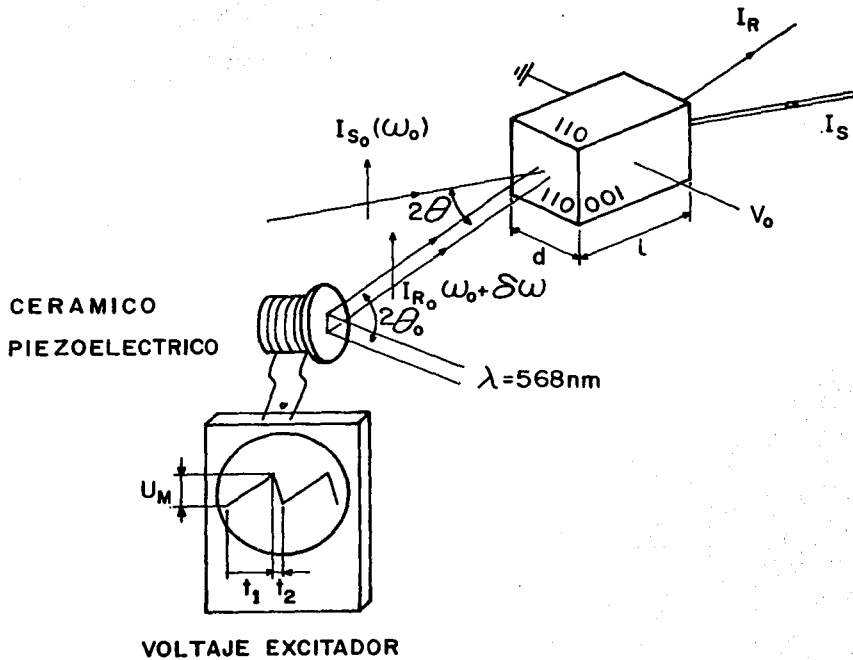


Fig. 1.3 Arreglo experimental para el grabado de una rejilla de fase, utilizando la técnica de franjas móviles. Se efectúa un corrimiento Doppler en la frecuencia del haz de bombeo I_R reflejándolo en un cerámico piezoeléctrico, que se excita con un voltaje periódico de diente de sierra.

óptima. Se puede obtener el corrimiento deseado entre la rejilla de índice de refracción y el patrón de luz, y obtener un gran acoplamiento entre haces mediante la utilización de la técnica de franjas móviles ("moving fringes") que consiste en producir un corrimiento Doppler $\delta\omega$ en la frecuencia de uno de los haces de grabado antes de entrar al cristal, usualmente llamado haz de referencia, I_R o haz de bombeo. De manera que si el corrimiento $\delta\omega$ es pequeño ($\delta\omega/2\pi < 100$ Hz) el patrón de interferencia del haz señal I_S y el haz de bombeo I_R se traslada con una velocidad constante a través del cristal. El corrimiento Doppler en la frecuencia del haz de bombeo I_R se obtiene reflejándolo en un espejo montado sobre un cerámico piezoeléctrico (Fig. 1.3) que se excita con un voltaje periódico de diente de sierra⁽¹¹⁾. Debido a que el cristal tiene un tiempo de respuesta τ finito, la carga fotorrefractiva podría quedarse detrás del patrón de luz, es por ello que se ajusta la velocidad óptima de franjas con el espejo móvil para obtener el corrimiento de fase óptima entre rejilla de fase $\Delta n(Y)$ y el patrón de luz $I(Y)$.

También se pueden obtener grandes ganancias sin tener que correr la frecuencia de uno de los dos haces de escritura, aplicando un campo eléctrico alterno de alta frecuencia al cristal durante la migración de los portadores de carga.⁽¹²⁾ Un campo eléctrico externo oscilante puede por lo tanto generar también un defasamiento espacial de $\pi/2$ entre el patrón de luz y la rejilla.

Otro aspecto de los materiales fotorrefractivos que resulta interesante es el abanicado de haces y la conjugación de fase.

Si se ilumina un cristal fotorrefractivo con un haz láser

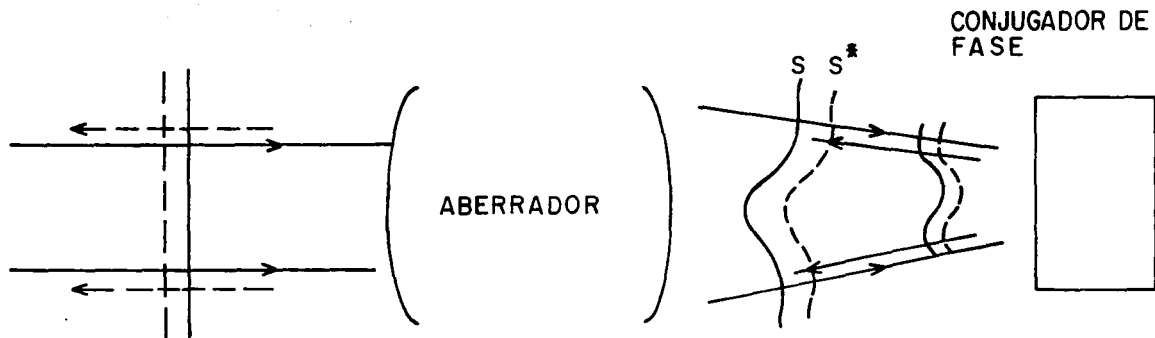


Fig. 1.4 Corrección de la aberración de un frente de onda, por reflexión en un espejo de fase conjugada.

débil, al principio éste pasa a través del cristal inalterado, pero después de un segundo ó más (dependiendo de la intensidad de la luz) el haz se dispersa dividiéndose en muchos rayos, curvándose hacia un lado mientras sale del cristal, formando un abanico (ó cono) de luz (efecto que se conoce como "Abanicado de haces"). El abanicado de haces es de suma importancia en espejos de fase conjugada. Un espejo de fase conjugada es un dispositivo capaz de reflejar un haz óptico, que viaja exactamente hacia atrás (de la dirección de incidencia) en el espacio, como si el tiempo se invirtiera (inversión de tiempo) ó como si siempre el ángulo de incidencia fuese cero. Debido a esta propiedad los espejos conjugados pueden incorporarse en sistemas ópticos para corregir aberraciones indeseables que los haces adquieren durante la propagación a través de medios distorsionadores⁽⁵⁾⁽¹³⁾ (Fig. 1.4). Aunque los espejos de fase conjugada se pueden construir de algún otro tipo de materiales ópticos no lineales, los materiales fotorrefractivos tienen varias ventajas sobre otros materiales, debido a que el proceso de inversión de tiempo se puede inducir con una intensidad y potencia láser muy bajas, y además sólo se requiere de un haz incidente (el mismo cuya réplica de fase conjugada se busca para formar el llamado conjugador de fase autobombado).

1.3 TIEMPO DE RESPUESTA

La rapidez con la que responde un cristal fotorrefractivo depende de la intensidad de la luz. Esto puede entenderse porque para generar un campo eléctrico estático de carga espacial como lo hemos discutido, se necesita movilizar del orden de 1×10^{16} cargas por cm^3 y en principio cada una de estas cargas es excitada por un fotón. La movilidad μ del material es otra propiedad de la que depende la rapidez de respuesta, porque mientras más grande sea la movilidad de los portadores, éstos podrán viajar una distancia apreciable del período espacial de la rejilla por excitación inducida por la luz.

La rapidez de respuesta de un cristal fotorrefractivo depende también de la magnitud de la constante dieléctrica ϵ , dado que en materiales con una ϵ pequeña, según la ecuación de Gauss se necesita movilizar menos carga para generar un campo de carga espacial de una magnitud dada. En estas circunstancias lo deseable sería tener grandes coeficientes electroópticos para obtener grandes ganancias ó intensidades del acoplamiento de haces, y pequeñas constantes dieléctricas para mejorar la rapidez de respuesta. Desafortunadamente ambas cosas no se pueden tener simultáneamente en la naturaleza, ya que constantes dieléctricas pequeñas vienen acompañadas de coeficientes electroópticos pequeños también. El acoplamiento de haces en cristales con coeficientes electroópticos pequeños se puede mejorar mediante la técnica de franjas móviles, aplicando un campo eléctrico externo. Desafortunadamente la aplicación de un campo eléctrico externo frena la rapidez del efecto fotorrefractivo.

1.4. BORRADO, GRABADO Y FIJADO DE UN HOLOGRAMA EN CRISTALES FOTORREFRACTIVOS

Una vez grabada la rejilla de fase u holograma (que consiste de franjas alternadas perfectamente transparentes, de alto y bajo índice de refracción), ésta se puede leer con haces menos intensos que los de grabado y con una frecuencia menor que la de escritura, para evitar que se borre. La rejilla se puede borrar si se ilumina completamente el cristal con luz uniforme suficientemente intensa. En el borrado ocurre lo siguiente: la luz excita uniformemente los portadores de carga y su distribución vuelve de nuevo a la uniformidad, desapareciendo la rejilla.

La información grabada en un material fotorrefractivo puede permanecer de segundos a años, manteniéndolos en la oscuridad. Los tiempos de almacenamiento pueden observarse en la tabla 1.1.⁽¹⁾

TABLA 1.1

Material	Tiempo de almacenamiento
LiNbO_3	100 hrs. - 1 año
LiTaO_3	10 años
KNbO_3	1s - día
BaTiO_3	15 hrs.
$\text{Ba}_4\text{Sr}_6\text{Nb}_2\text{O}_{26}$	1hr. - 1 mes
KD_7PO_4	7 días

El borrado se puede evitar mediante métodos de fijado. En BaTiO_3 y $\text{Sr}_{0.75}\text{Ba}_{0.25}\text{Nb}_2\text{O}_6$ la información grabada se puede fijar (por algunas horas) utilizando un método eléctrico a temperatura ambiente, basado en una inversión de polarización de las regiones de alto campo de carga espacial establecido en el cristal.⁽³⁾ Se lleva el cristal fotorrefractivo al estado monodominio aplicando un campo eléctrico externo intenso E_1 mucho mayor que el campo coercitivo E_c . Se graba la información con los haces de escritura durante aproximadamente 0.5s, y el holograma resultante se fija en la oscuridad aplicando un campo de polaridad negativa E_2 , ligeramente menor que el campo coercitivo durante un tiempo de 0.1s. El campo E_2 agilita el movimiento de los iones que cancelan la modulación interna. Después de anular el campo E_2 se ilumina uniformemente el cristal (los electrones atrapados son fotoexcitados desapareciendo el patrón electrónico) y aparece el patrón (iónico) holográfico nuevamente. La información se borra si se aplica un campo eléctrico de polaridad positiva o negativa mayor que el campo coercitivo, que satura la polarización y convierte el cristal nuevamente en un monodominio, aproximadamente en 3 segundos.

Existe además un proceso de fijado térmico permanente de hologramas, experimentado en cristales de LiNbO_3 que contienen iones identificados como protones y centros OH^- , incorporados a través de la humedad de la atmósfera de crecimiento.⁽⁴⁾ Se calienta el cristal durante o después del grabado a una temperatura entre 100 y 200 °C. (en este intervalo de temperaturas, la conductividad iónica es mayor que la conductividad electrónica) se activan los iones y se neutraliza el campo electrónico de carga espacial. Al enfriar el cristal a temperatura ambiente e iluminándolo homoge-

neamente, el patrón electrónico se borra al menos parcialmente, persistiendo un patrón de carga iónica estable, (positivo de la modulación) que sólo puede borrarse calentando nuevamente el cristal.

CAPITULO 2

EL MODELO DE KUKHTAREV

2.1 MODELOS ACEPTADOS DEL EFECTO FOTORREFRACTIVO

Existen dos modelos que explican el fenómeno fotorrefractivo, uno es el modelo de transporte por banda "Band Transport Model" propuesto por Nicolai V. Kukhtarev,⁽⁶⁾ originalmente descrito en términos de un solo tipo de portadores, electrones o huecos, que supone que el patrón de luz que ilumina el material fotorrefractivo excita los electrones de los sitios de los donadores a la banda de conducción, de donde migran ya sea por difusión, por deriva o debido al efecto fotovoltaico a las regiones oscuras del cristal, seguido de un recapturamiento por los donadores vacíos. Otro es el modelo de salto de carga propuesto por Jack Feinberg,⁽¹⁴⁾ que explica el transporte de los portadores de carga vía saltos fotoinducidos de un sitio donador lleno a una trampa vecina vacía.

A pesar de que el modelo de salto de carga es físicamente distinto del modelo de transporte por banda, se puede mostrar que las ecuaciones que lo describen se pueden considerar como un caso particular del modelo de transporte por banda.⁽²⁾ El modelo de transporte de banda resulta ser más general, y más afortunado en la descripción de la mayoría de los resultados experimentales.

El efecto fotorrefractivo, como ya se mencionó, tiene su ori-

gen en las impurezas y en los defectos de la red cristalina del material. Estas impurezas ("dopantes") e imperfecciones introducen niveles de energía adicionales entre la parte superior de la banda de valencia \mathcal{E}_v y el inicio de la banda de conducción \mathcal{E}_c (Fig. 2.1) sin alterar apreciablemente la forma de $g_v(\mathcal{E})$ y $g_c(\mathcal{E})$, las densidades de niveles en las bandas de valencia y conducción respectivamente.

El modelo de transporte por banda considera que las trampas están en estados profundamente localizados dentro de la brecha de energía (E_g), pero no pueden estar todos distribuidos aproximadamente a la misma energía, porque no se ha observado una frecuencia óptica por debajo de la cual cese el efecto fotorrefractivo. Por consiguiente, los estados introducidos por las impurezas están distribuidos dentro de la banda de energía prohibida. Los estados que se encuentran cerca del centro de esta banda están fuertemente localizados debido a que el nivel de Fermi casi no se desplaza al introducir impurezas, y tienen relativamente alta probabilidad de estar ocupados, mientras que aquellos que están cerca de los bordes de la banda prohibida están mucho menos localizados y tienen baja probabilidad de estar ocupados. En estas circunstancias el proceso de transporte sólo puede darse por electrones en los estados no localizados que estén por arriba del nivel de Fermi, o por huecos por debajo del nivel de Fermi.

El efecto de "dopado" es importante para el fenómeno fotorrefractivo. El dopado con hierro mejora la eficiencia de la mayoría de los ferroeléctricos, en los que el oxígeno forma octaedros (Fig. 2.2). En cristales de LiNbO_3 utilizando el hierro como do-

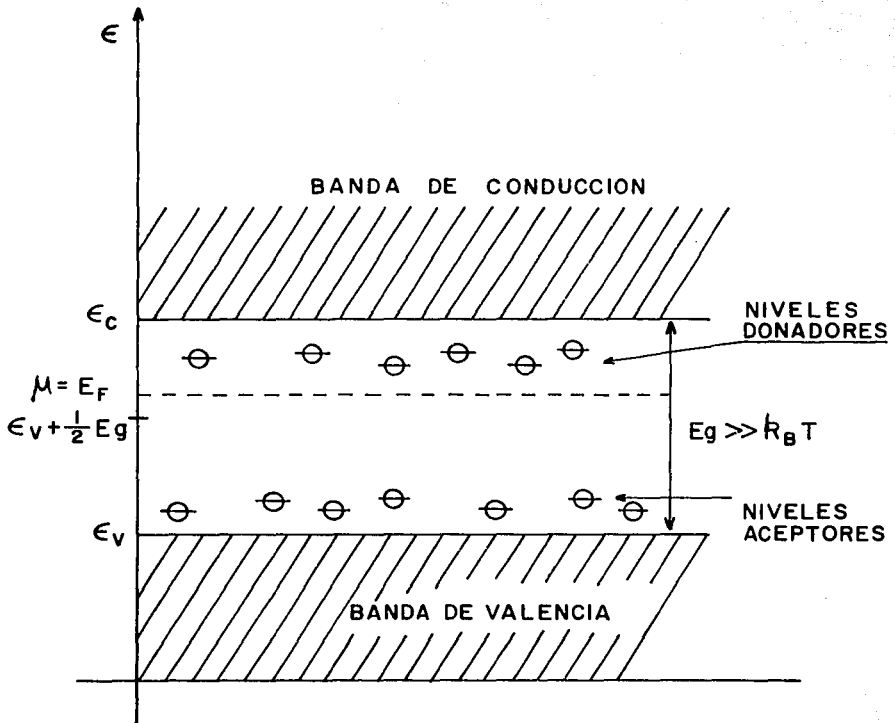


Fig. 2.1 Niveles de energía de donadores y aceptores respecto de los bordes de la banda de conducción ϵ_c y de valencia ϵ_v . E_g es la energía de la banda prohibida; $\mu = E_f$, "la energía de Fermi"

pante actúa como donador-trampa aceptora mediante el intercambio de intervalencias como $\text{Fe}^{2+} \rightleftharpoons \text{Fe}^{3+}$. Se puede considerar que el ion Fe^{2+} es fotolionizado, resultando un ion Fe^{3+} y un electrón móvil en la banda de conducción, que posteriormente puede ser atrapado por un ion Fe^{3+} convirtiéndose en un ion Fe^{2+} (Fig. 2.3). En cristales de BSO se observó que el intervalo de absorción óptica se amplió introduciendo impurezas, y en general se obtuvo que en cristales no contaminados y ligeramente dopados la fotocorriente está dominada por electrones, mientras que en cristales altamente dopados está dominada por huecos. La concentración de impurezas es del orden de unas cuantas partes por millón.⁽¹⁾

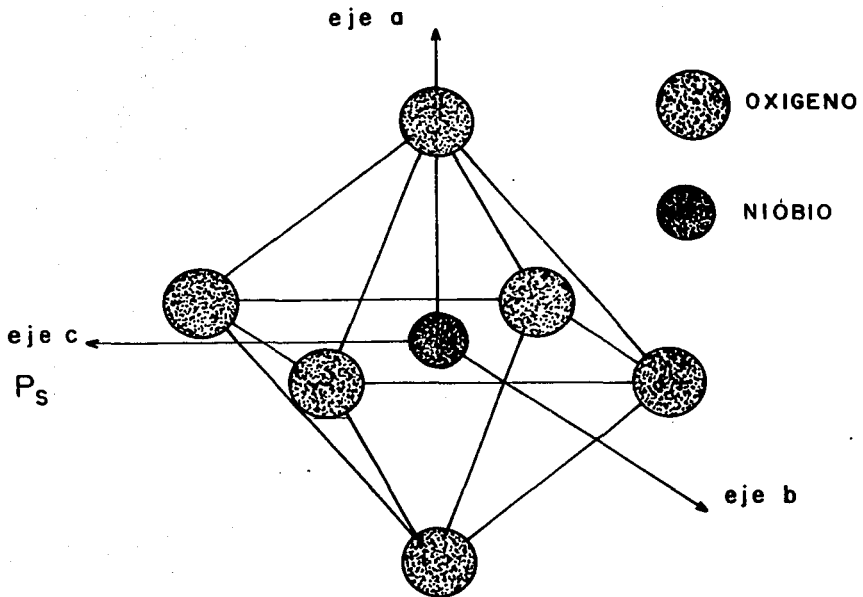


Fig. 2.2 Estructura ortorrómbica del KNbO_3 , con oxígenos en los vértices de un octaedro.

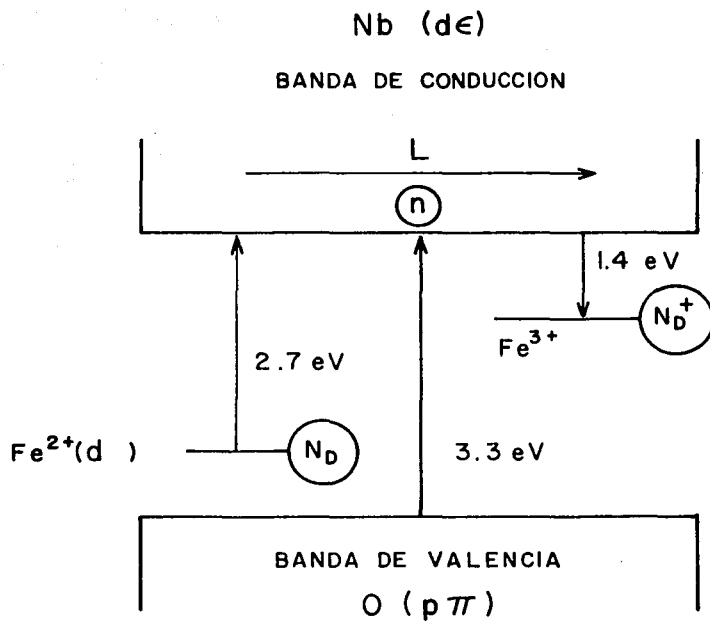


Fig. 2.3 Esquema de las bandas de valencia ($p\pi$) del oxígeno, y de conducción ($d\epsilon$) del niobio, y niveles donadores Fe^{2+} y aceptores Fe^{3+} del $KNbO_3$.

2.2 EL MODELO DE KUKHTAREV

En la descripción del modelo de Transporte por Banda supondremos que los portadores de carga fotoexcitados son los electrones, aunque también puede hacerse equivalente en términos de huecos.

Consideremos dos haces de luz coherente linealmente polarizados de la misma frecuencia que inciden sobre un material fotorrefractivo (Fig. 2.4). El patrón de interferencia que se crea dentro del material excita y expulsa los electrones de los sitios de los donadores llenos N_D , que se suponen inmóviles (localizados precisamente arriba de la energía de Fermi o más correctamente del potencial químico) a la banda de conducción, en donde migran por el efecto de difusión, por deriva bajo la aplicación de un campo eléctrico externo, o debido al efecto fotovoltaico a las regiones oscuras del cristal, dejando tras de sí un fondo de carga positiva. Se establece una densidad de carga $\rho(Y)$ con la misma periodicidad espacial del patrón de luz. Esta densidad de carga $\rho(Y)$ genera un campo eléctrico de carga espacial $E_{sc}(Y)$, que origina un cambio en el índice de refracción igualmente periódico, dadas las propiedades electroópticas del material, o dicho de otra forma se graba una rejilla de fase u holograma.

Se supone que en el material existe una densidad volumétrica N_D de donadores potenciales, de los que una fracción N_D^+ están ionizados aún en la oscuridad, debido a la excitación térmica. En el estado de equilibrio térmico en la oscuridad, para que haya

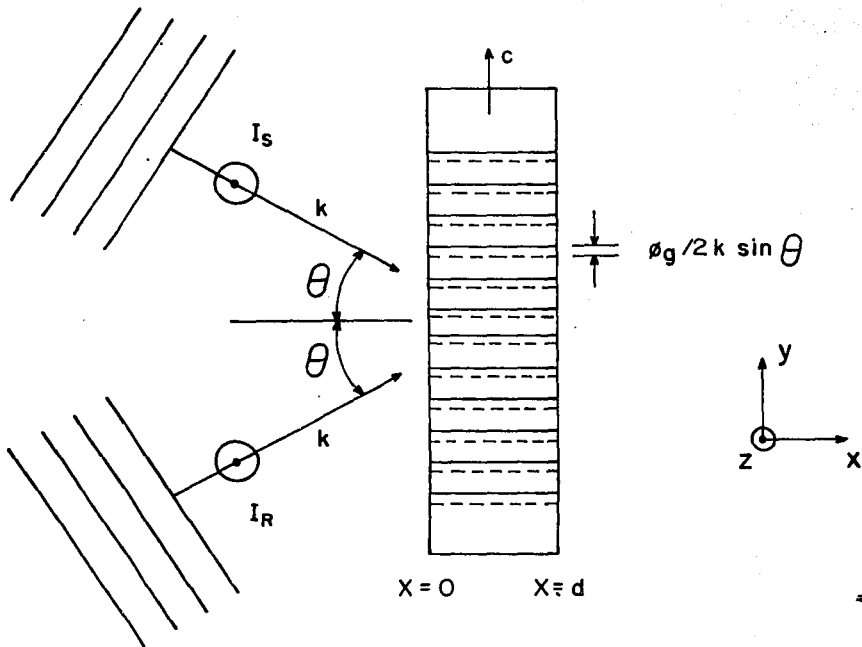


Fig. 2.4 Formación de un holograma en un material fotorrefractivo. Los haces señal I_S y de referencia I_R polarizados perpendicularmente al plano de incidencia.

neutralidad global de carga se tiene que:

$$ND_o^+ = NA + n_d \quad (2.1)$$

Donde ND_o^+ es la densidad de donadores ionizados en la oscuridad, (número de donadores ionizados por unidad de volumen), n_d es la densidad de electrones libres en la banda de conducción, en la oscuridad, y NA es la densidad de aceptores compensativos cargados negativamente, que no participan en las fototransiciones, y cuya existencia sólo se necesita para garantizar que aún en la oscuridad pueda haber un gran número de donadores N_D^+ ionizados. El requerimiento de que haya un gran número de donadores ionizados en la oscuridad es necesario porque los electrones n_d tienden a borrar la modulación espacial de los donadores ionizados. En conclusión, para que el efecto fotorrefractivo funcione es necesario que se cumpla la siguiente desigualdad: $n_d \ll ND_o^+$, NA , donde NA es del orden de ND_o^+ . (15)

Las ecuaciones que describen el modelo de Kukhtarev son las siguientes: (2)(6)

1. Una ecuación de continuidad para los donadores ionizados inmóviles ND^+ :

$$\frac{\partial ND^+}{\partial t} = G - R \quad (2.2)$$

Donde G es la rapidez de generación de donadores ionizados, que se supone proporcional a la densidad de donadores no ionizados (potencialmente ionizables) y a la intensidad I de la luz.

$$G = (\alpha I + \beta)(ND - ND^+) \quad (2.3)$$

Siendo s es la sección transversal de fotoionización y $\beta(N_D - ND^*)$ la rapidez de generación térmica. La constante β es la probabilidad por unidad de tiempo de excitación térmica.

La rapidez de recombinación R provee una recombinación cuadrática; se supone proporcional tanto a n (la densidad de electrones en la banda de conducción) como a ND^* .

$$R = \gamma n ND^* \quad (2.4)$$

γ se conoce como la constante de recombinación.

La ecuación (2.2) queda entonces dada por:

$$\frac{\partial ND^*}{\partial t} = (sI + \beta)(N_D - ND^*) - \gamma n ND^* \quad (2.5)$$

2. Una ecuación de continuidad para la densidad de electrones móviles de la banda de conducción.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G - R + \frac{1}{e} \nabla \cdot \bar{J} \quad (2.6)$$

G y R como antes, e la carga electrónica ($1.6 \times 10^{-19} C$) y \bar{J} la densidad de corriente electrónica.

La densidad de corriente \bar{J} , con algunas suposiciones estandar, se toma como la suma de tres contribuciones: la componente de difusión \bar{J}_{Dif} , la componente de deriva \bar{J}_{Deriv} y la componente fotovoltaica.

$$\bar{J} = \bar{J}_{Dif} + \bar{J}_{Deriv} + \bar{J}_{fotov} \quad (2.7)$$

La densidad de corriente de difusión $\bar{J}_{dif} = K_B T \mu \nabla n$ con K_B la constante de Boltzmann, T la temperatura y μ la movilidad electrónica, establece que siempre que haya un gradiente de concentración ∇n , se tiene un flujo neto de corriente de electrones de las regiones de alta concentración a las de baja concentración proporcional al gradiente de la concentración en cualquier punto. Este flujo de difusión es análogo al flujo de calor en presencia de un gradiente de temperatura. ⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾

Usando la relación de Einstein:

$$D = K_B T \mu / e \quad (2.8)$$

D es el coeficiente de difusión.

$$\bar{J}_{dif} = e D \nabla n \quad (2.9)$$

La densidad de corriente de deriva $\bar{J}_{deriv} = e \mu n \bar{E}$ es la corriente de conducción originada por la aplicación de un campo eléctrico \bar{E} . Se toma en cuenta la retroalimentación entre el campo fotogenerado y la densidad de electrones libres, porque \bar{E} es la suma de un campo externo aplicado \bar{E}_o y del campo de carga espacial \bar{E}_{sc} inducido en el cristal, $\bar{E} = \bar{E}_o + \bar{E}_{sc}$.

Finalmente la densidad de corriente fotovoltaica J_{fotov} introducida por A. M. Glass ⁽¹⁸⁾ se debe a un proceso antisimétrico de transferencia de carga, y a los corrimientos de Frank Condon de los iones excitados a lo largo del eje polar de algunos cristales ferroeléctricos que carecen de simetría. Los fotoelectrones son expulsados en ciertas direcciones preferenciales bajo la iluminación I .

$$J_{fotov} = p(N_D^+ - N_D) I \quad \text{ó} \quad \bar{J}_{fotov} = e_c p(N_D^+ - N_D) I \quad (2.10)$$

Donde p es la constante fotovoltaica y \hat{e}_c un vector unitario a lo largo del eje polar (eje electroóptico) del cristal.

De esta forma la densidad de corriente \bar{J} queda dada por:

$$\bar{J} = eD\nabla n + e\mu n\bar{E} + \hat{e}_p(N_D - N_D^+)I \quad (2.11)$$

3. La ley de Gauss para el campo eléctrico de carga espacial Esc generado por la densidad de carga $\rho(Y) = e(N_D^+ - N_A - n)$:

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon Esc) = e(N_D^+ - N_A - n) \quad (2.12)$$

Donde ϵ_0 es la permitividad del vacío y ϵ la constante dieléctrica estática del material.

El conjunto de ecuaciones que describen el transporte de carga en un material fotorrefractivo, en el modelo de Kukhtarev, despreciando la componente fotovoltaica de la densidad de corriente debido a que es despreciable en la mayoría de los materiales fotorrefractivos usuales y solo es necesario considerarla en algunos casos específicos, ⁽²⁾ está dado por:

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (sI + \beta)(N_D - N_D^+) - \gamma n N_D^+ \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N_D^+}{\partial t} + \nabla \cdot (eD\nabla n + e\mu n\bar{E}) \quad (2.14)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon \bar{E} Esc) = e(N_D^+ - N_A - n) \quad (2.15)$$

Adicionalmente para describir completamente el fenómeno fotorrefractivo debe de considerarse la ecuación de onda para el campo \bar{E} de los haces de luz coherente:

$$\nabla^2 \tilde{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 (\epsilon_H \tilde{E})}{\partial t^2} \quad (2.16)$$

ϵ_H es la constante dieléctrica de alta frecuencia.

Para resolver este conjunto de ecuaciones es necesario dar las condiciones iniciales y establecer las condiciones de frontera apropiadas al problema.

2.3 EXTENSIONES DEL MODELO DE KUKHTAREV PARA VARIOS TIPOS DE PORTADORES

Existen en la literatura varias extensiones del modelo de Kukhtarev en los que se suponen simultáneamente dos tipos de portadores de carga, electrones y huecos.

Uno de los modelos de transporte por banda con dos tipos de portadores fue tratado por R. Orłowski⁽¹⁹⁾ y trabajado después por G. C. Valley⁽²⁰⁾ y F.P. Strohkendl,⁽²¹⁾ considera un solo conjunto de centros de atrapamiento distribuidos aleatoriamente en la banda prohibida (brecha de energía) del material fotorrefractivo aislante. Bajo iluminación se tienen dos formas de transporte de carga simultáneamente, los electrones excitados de los donadores (N_D) a la banda de conducción, donde se mueven por difusión y por deriva, para posteriormente recombinarse con las trampas vacías (N_D^+). Los huecos son excitados de los donadores ionizados (N_D^-) a la banda de valencia, donde también se mueven por difusión y por deriva, seguido de una recombinación con las trampas llenas (N_D). La Fig.

2.5 explica gráficamente el mecanismo.

El otro modelo de dos tipos de portadores fue concebido por N. V. Kukhtarev⁽²²⁾ y después desarrollado ampliamente por G. C. Valley.⁽²⁰⁾ Se tiene un transporte simultáneo de electrones y huecos, pero se consideran dos conjuntos independientes de centros de recombinación. En un centro de recombinación los electrones son los portadores dominantes, y en el otro los huecos. Los electrones se excitan desde los sitios de los donadores llenos ($ND-ND^+$) a la banda de conducción donde se mueven por difusión y deriva; su centro de recombinación son los donadores vacíos o trampas ND^+ , mientras que los huecos se excitan desde los aceptores llenos ($NA - NA^-$) a la banda de valencia y posteriormente se recombinan con los aceptores ionizados NA^- . El proceso se describe en la Fig. 2.6⁽²⁰⁾

Sin embargo estos modelos que consideran el transporte de carga simultáneo por electrones y huecos no describen satisfactoriamente los resultados experimentales. Debido también a la gran cantidad de parámetros libres involucrados no han tenido mucho éxito. Es por ello que utilizaremos el modelo de Kukhtarev con un sólo tipo de portadores, el cual describe muchos resultados experimentales e involucra menos parámetros.

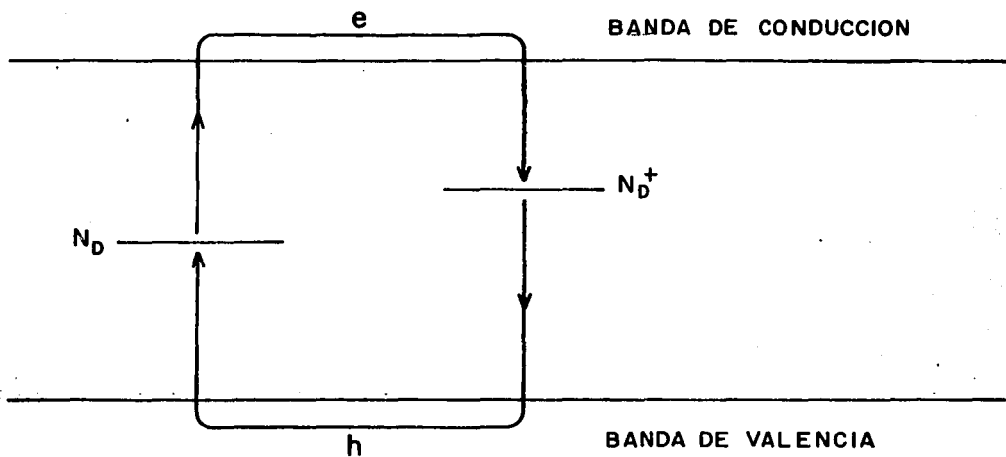


Fig. 2.5 Transporte simultáneo de electrones y huecos con un solo centro de recombinación.

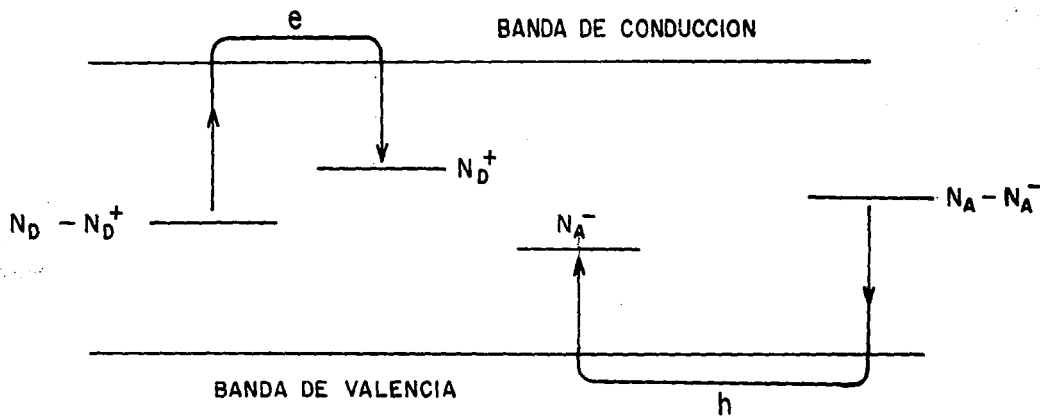


Fig. 2.6 Mecanismo de transporte simultáneo de electrones y huecos, con dos centros de recombinación independientes.

CAPITULO 3

SOLUCION NUMERICA EXACTA DEL PROBLEMA

3.1 SOLUCIONES EXISTENTES

El modelo de transporte por banda está descrito por un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales acopladas. No se ha encontrado una solución analítica al problema, dadas las condiciones iniciales y de frontera adecuadas. Es un problema muy complicado, generalmente se acostumbra hacer una serie de simplificaciones con el fin de volverlo manejable.

Despreciando la contribución a la densidad de corriente debida al efecto fotovoltaico, y considerando que los electrones son los portadores de carga correspondientes, las ecuaciones del modelo de transporte por banda son:

$$\frac{\partial Nd^+}{\partial t} = (sI + \beta)(Nd - Nd^+) - \gamma nNd^+ \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial Nd^+}{\partial t} + \nabla \cdot (D\nabla n + \mu n \vec{E}) \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon \vec{E}_{sc}) = e(Nd^+ - Na - n) \quad (3.3)$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial (\epsilon \vec{E})}{\partial t^2} \quad (3.4)$$

Generalmente, para resolver las ecuaciones (3.1) a (3.4) se hace lo siguiente:

Se consideran dos ondas planas coherentes que inciden simétricamente sobre un cristal fotorrefractivo separadas un ángulo 2θ , polarizadas perpendicularmente al plano de incidencia Fig. 3.1, con intensidades I_S e I_R respectivamente. El patrón de interferencia que generan dentro del cristal define una iluminación cosinusoidal de la forma:

$$I = I_0 \left(1 + m \cos(\vec{K}_g \cdot \vec{Y}) \right) \quad (3.5)$$

Donde $I_0 = I_S + I_R$ es la intensidad de escritura promedio, $m = 2\sqrt{I_S I_R} / I_0$ es el cociente de modulación ($0 \leq m \leq 1$) y $\vec{K}_g = \vec{K}_R - \vec{K}_S$ es el vector de onda del patrón de franjas.

Dada la geometría de la excitación óptica mostrada en la Fig. 3.1 se puede considerar un enfoque unidimensional. De esta forma sólo la componente en la dirección "Y" del campo de carga espacial E_{sc} inducido en el material, es significativa respecto de sus demás componentes. La densidad de electrones en la banda de conducción n y la densidad de donadores ionizados N_D^+ tienen también sólo variaciones a lo largo de la dirección "Y".

La solución de estado estacionario para el campo de carga espacial $E_{sc}(Y)$ se obtiene haciendo cero las derivadas temporales en las ecuaciones lineales (3.1) y (3.2). Suponiendo generación y recombinación $N_D^+ \approx N_A$, que equivale a sustituir N_D^+ por N_A , de la ecuación (3.1) se obtiene:

$$n(Y) = \frac{(s_1 + \beta)(N_D - N_A)}{\gamma N_A} \quad (3.6)$$

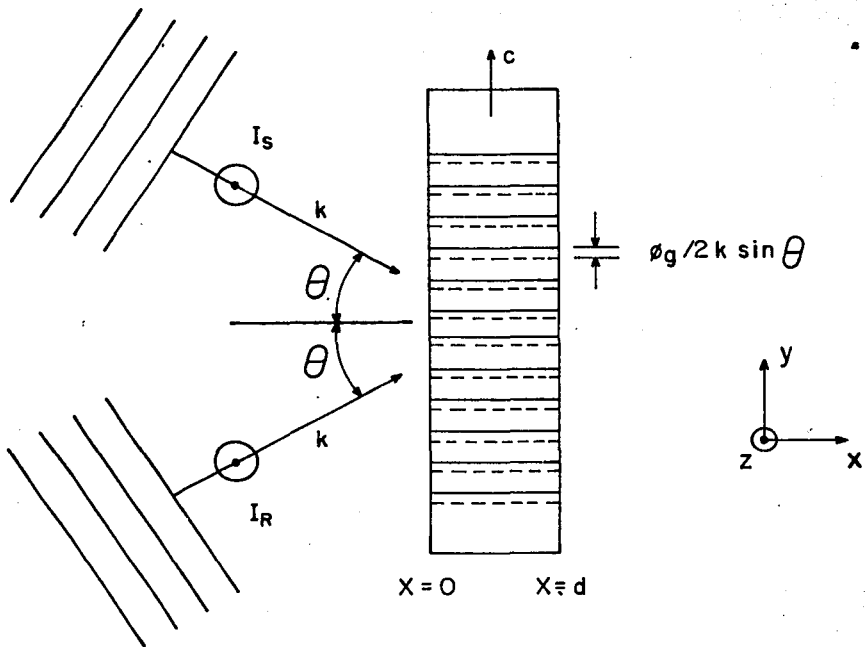


Fig. 3.1 Grabado de una rejilla de fase en un material fotorrefractivo, con dos haces coherentes que inciden simétricamente, I_S (haz señal) e I_R (haz de referencia).

sustituyendo la ecuación (3.5) en la ecuación anterior:

$$n(Y) = n_0 \left[1 + M \cos(K_g Y) \right] \quad (3.7)$$

donde:
$$n_0 = \frac{(ND - NA)(sI_0 + \beta)}{\gamma NA} \quad (3.8)$$

$$M = \frac{m}{1 + \beta/sI_0} \quad (3.9)$$

En estado estacionario la ecuación (3.2) se convierte en:

$$\frac{d}{dy} \left(D \frac{dn}{dy} + \mu n E \right) = 0 \quad (3.10)$$

Donde **E** representa la suma del campo de carga espacial E_{sc} y del campo externo aplicado E_0 .

$$E = E_{sc} + E_0 \quad (3.11)$$

Como solamente se tiene variación en "Y", al integrar la ec. (3.10) resulta:

$$E = \frac{J - D \frac{dn}{dy}}{\mu n} \quad (3.12)$$

Introduciendo la ec.(3.7) en la ec. (3.12) se obtiene:

$$E = \frac{J}{\mu n_0 [1 + M \cos(K_g Y)]} + \left(\frac{DK_g}{\mu} \right) \frac{M \operatorname{sen}(K_g Y)}{[1 + M \cos(K_g Y)]} \quad (3.13)$$

Si se aplica un campo eléctrico externo $E_0 = V/L$, donde **V** es el voltaje aplicado y **L** es el grosor de la muestra, la ec. (3.13) está sujeta a la condición de frontera:

$$\frac{1}{L} \int_0^L E dy = V/L \quad (3.14)$$

Bajo la suposición de que $L \gg \lambda_g$, donde λ_g es el espaciamiento

de franjas, i.e. hay un gran número de periodos en la rejilla grabada en el grueso del cristal, se encuentra que:

$$J = \sigma_0 E_0 \sqrt{1 - M^2} \quad (3.15)$$

$$\text{con } \sigma_0 = e\mu n_0 \quad (3.16)$$

De esta forma, el campo eléctrico total es:

$$E = \frac{E_0 \sqrt{1 - M^2}}{1 + M \cos(K_g Y)} + E_D \frac{M \sin(K_g Y)}{1 + M \cos(K_g Y)} \quad (3.17)$$

E_D es el campo de difusión definido de la siguiente forma:

$$E_D = DK_g / \mu \quad (3.18)$$

Utilizando la relación de Einstein:

$$E_D = \frac{DK_g}{\mu} = \left(\frac{K_B T}{e} \right) K_g \quad (3.19)$$

Donde:

T es la temperatura absoluta

K_B la constante de Boltzmann

e la carga electrónica, y μ la movilidad electrónica.

El campo de carga espacial E_{sc} se obtiene de la ec. (3.17) :

$$E_{sc} = E_0 \left[\frac{1 - \sqrt{1 - M^2}}{1 + M \cos(K_g Y)} \right] + \frac{E_D M \sin(K_g Y)}{1 + M \cos(K_g Y)} \quad (3.20)$$

La ecuación (3.20) es una de las soluciones que generalmente se presentan en la literatura,⁽¹⁾⁽²⁾ pero solo es una aproximación en el sentido de que se resuelven dos ecuaciones en lugar de las tres de que consta el sistema (3.1)-(3.3), ya que se considera ge-

neración y recombinación lineales.

Hay un enfoque distinto para encontrar una solución del sistema de ecuaciones acopladas no lineales del modelo de Transporte por Banda, debido a L. Solymar.⁽¹⁵⁾ El método consiste en linealizar el sistema de ecuaciones, proponiendo soluciones en forma compleja para cada una de las variables incógnitas $E_{sc}(Y), n(Y)$ y $N_D^+(Y)$, de tipo sinusoidal, justificadas en el hecho de que el patrón de iluminación incidente, tiene una dependencia espacial sinusoidal. La forma propuesta para las soluciones de estado estacionario es:

$$N_D^+ = N_{D0}^+ + N_{D1}^+ \exp(iK_g Y) \quad N_{D1}^+ \ll N_{D0}^+ \quad (3.21)$$

$$n = n_0 + n_1 \exp(iK_g Y) \quad n_1 \ll n_0 \quad (3.22)$$

$$J = J_0 + J_1 \exp(iK_g Y) \quad J_1 \ll J_0 \quad (3.23)$$

$$E_{sc} = E_0 + E_{s1} \exp(iK_g Y) \quad E_{s1} \ll E_0 \quad (3.24)$$

Las cantidades con subíndice 1 son complejas, tienen la información de la fase, y son las soluciones al problema. Las cantidades con subíndice cero son constantes y se suponen conocidas. Introduciendo las ecs. (3.21) - (3.24) en el sistema de ecuaciones acopladas (3.1) - (3.3), se obtiene la solución de estado estacionario para el campo de carga espacial E_{s1} , que en el caso general tiene una componente real y una componente imaginaria. En ausencia de campos eléctricos externos aplicados $E_0 = 0$, la solución para E_{s1} (en primera perturbación, despreciando términos cuadráticos en

el argumento de $\exp(iK_g Y)$) es solamente imaginaria y está dada por:

$$E_{s1} = i \frac{\nu ED \left(\frac{e}{\epsilon K_g} \right) \left[\frac{ND_0^+}{ND} (ND - ND_0^+) \right]}{ED + \left(\frac{e}{\epsilon K_g} \right) \left[\frac{ND_0^+}{ND} (ND - ND_0^+) + n_0 \right]} \quad (3.25)$$

Donde: i es el número imaginario $\sqrt{-1}$

$$\nu = \frac{1}{1 + \beta/\epsilon I_0} \quad (3.26)$$

$$ED = K\beta TK_g/e \text{ el campo de difusión} \quad (3.19)$$

ND es la densidad de donadores, y todos los demás parámetros como antes.

Se proponen después, las cantidades con subíndice 1 dependientes del tiempo, y con algunas simplificaciones se encuentra una ecuación aproximada para la evolución temporal del campo de carga espacial E_{s1} .

Actualmente este enfoque es el más utilizado, sin embargo L. Solymar ha apuntado claramente que las soluciones obtenidas mediante este método sólo son válidas para cocientes de modulación $m \ll 1$, cuando la parte del patrón de interferencia que varía es pequeña con respecto de la parte constante ($I_1/I_0 \ll 1$).

$$I = I_0 + I_1 \exp(iK_g Y) \quad (3.27)$$

Además, las soluciones se obtienen como una perturbación de $\exp(iK_g Y)$, y la solución claramente depende del orden de la perturbación.

3.2 EL PROGRAMA DE COMPUTO PARA ENCONTRAR LA SOLUCION AL MODELO DE KUKHTAREV.

De lo expuesto anteriormente queda de manifiesto que no se tiene una solución analítica completa del modelo de Transporte por Banda, sino únicamente aproximaciones con un intervalo de validez.⁽⁷⁾⁽¹⁵⁾ La contribución del presente trabajo radica en resolver numéricamente el conjunto de ecuaciones que describen el modelo de Kukhtarev, en forma exacta, (dentro del contexto en el que es válido el enfoque unidimensional del problema) sin restricción en el cociente de modulación (m), ni en la rapidez de generación térmica β , y sin considerar recombinación lineal ($Np^+ \approx Na$). Tampoco nos hemos restringido a encontrar la solución de estado estacionario. Encontramos la evolución en el tiempo del campo de carga espacial en el interior del cristal fotorrefractivo, así como las constantes de tiempo para alcanzar el estado estacionario, y para el decaimiento en la oscuridad de la rejilla de fase.

Se resuelve también la ecuación de onda ec. (3.4) para el campo óptico de los haces de luz incidente, esto nos permite calcular otras cantidades de suma importancia en el campo de la holografía, como son, la ganancia exponencial Γ en el acoplamiento de dos haces, y la eficiencia de difracción η .

El trabajo en su conjunto se divide en dos partes, la primera que consiste en resolver las ecuaciones que involucran directamente el campo de carga espacial E_{sc} , y la segunda en donde se utiliza este campo de carga espacial inducido para calcular la ganancia

cia Γ y la eficiencia de difracción η , al reconstruir la rejilla de fase grabada (holograma).

Veamos ahora en detalle el conjunto de ecuaciones que se resuelven.

Consideremos las ecs. (3.1) a (3.3) en el enfoque unidimensional donde sólo la componente "Y" del campo de carga espacial, la densidad de electrones, y la densidad de donadores son significativas:

$$\frac{\partial Nd^*}{\partial t} = (\alpha I + \beta)(Nd - Nd^*) - \gamma n Nd^* \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial Nd^*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial Y}(D \frac{\partial n}{\partial Y} + \mu n E) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y}(\epsilon_0 \epsilon E_{sc}) = e(Nd^* - Na - n) \quad (3.3)$$

La ecuación para la evolución temporal de $E_{sc}(Y,t)$ se obtiene derivando la ecuación (3.3) con respecto de t , Na se considera constante.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial Y} (\epsilon_0 \epsilon E_{sc}) \right) = e \left(\frac{\partial Nd^*}{\partial t} - \frac{\partial n}{\partial t} \right) \quad \text{sustituyendo la ec. (3.2)}$$

se encuentra finalmente :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \epsilon E_{sc}) = -eD \frac{\partial n}{\partial Y} - e\mu n E + J_0 \quad (3.28)$$

En general D , μ y ϵ son tensores y Na y Nd podrían variar con la posición, por simplicidad D , μ y ϵ se toman como escalares, y se supondrá que Na y Nd son constantes en todo el material.

Agrupando (3.1), (3.2) y (3.28) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial Nd^*}{\partial t} = (\alpha I + \beta)(Nd - Nd^*) - \gamma n Nd^* \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial Nd^+}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial Y} \left(D \frac{\partial n}{\partial Y} + \mu n E \right) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon_0 \epsilon E_{sc} \right) = -eD \frac{\partial n}{\partial Y} - e\mu n E + J_0 \quad (3.28)$$

con condiciones iniciales:

$$E_{sc}(Y,0) = 0 \quad Nd^+(Y,0) = Nd_0^+ \quad n(Y,0) = n_d \quad (3.29)$$

Donde:

n_d es la densidad de electrones en la banda de conducción en la oscuridad (generados térmicamente antes de iluminación)

Nd_0^+ es el número de donadores ionizados en la oscuridad por unidad de volumen

Además en equilibrio térmico: $Nd_0^+ = N_A + n_d \quad (3.30)$

Las condiciones de frontera que debe satisfacer el sistema de ecuaciones (3.1),(3.2),(3.28) son las siguientes:

i) Si hay un campo eléctrico externo $E_0 = V/L$ aplicado sobre el cristal de largo L :

$$\frac{1}{L} \int_0^L E \, dy = V/L = E_0 \quad (J_0/e \neq 0) \quad (3.31)$$

ii) Si no hay campo externo aplicado.

$$\frac{1}{L} \int_0^L E \, dy = 0 \quad (J_0/e = 0) \quad (3.32)$$

El conjunto de ecuaciones diferenciales parciales acopladas no lineales (3.1),(3.2),(3.28) es un problema con valores iniciales, de evolución del tipo parabólico, su solución numérica la obtenemos utilizando un programa de cómputo basado en

una rutina existente en la literatura (PDECOL)⁽²⁴⁾ adecuado a este tipo de problemas. Este programa requiere que las condiciones de frontera sean consistentes con las condiciones iniciales.

El programa de computo que utilizamos⁽²⁴⁾ está diseñado para resolver un sistema general de NPDE (número de ecs.) ecuaciones diferenciales parciales no lineales, a lo más de segundo orden, en el intervalo $[X_L, X_R]$ para $t \geq t_0$ de la forma:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = f(t, X, \bar{U}, \bar{U}_x, \bar{U}_{xx}) \quad (3.33)$$

Donde:

$$\bar{U} = (U_1, U_2, \dots, U_{NPDE}) \quad (3.34)$$

$$\bar{U}_x = \left(\frac{\partial U_1}{\partial X}, \frac{\partial U_2}{\partial X}, \dots, \frac{\partial U_{NPDE}}{\partial X} \right) \quad (3.35)$$

$$\bar{U}_{xx} = \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2}, \frac{\partial^2 U_2}{\partial X^2}, \dots, \frac{\partial^2 U_{NPDE}}{\partial X^2} \right) \quad (3.36)$$

En donde cada una de las U_k es una función de X y de la cantidad escalar t (que puede ser el tiempo), $k = 1, 2, \dots, NPDE$. La f en la ec. (3.33) es una función vectorial arbitraria valuada, cuyas componentes definen el sistema de ecuaciones diferenciales parciales. f puede ser una ecuación diferencial ordinaria, una ecuación diferencial parcial de primer orden, o una de segundo orden.

Las condiciones de frontera se imponen en X_L y/o X_R (o no se imponen si no hay condición) y deben ser de la forma:

$$\bar{b}(\bar{U}, \bar{U}_x) = Z(t) \quad (3.36)$$

Donde \bar{b} y Z son funciones vectoriales arbitrarias valuadas con NPDE componentes. Estas condiciones de frontera deben ser consis-

tentes con las condiciones iniciales.

En las condiciones iniciales cada componente U_k de la solución debe ser una función $\phi_R(X)$ conocida al tiempo inicial $t = t_0$:

$$U_k(t_0, X) = \phi_R(X) \quad k = 1, 2, \dots, NPDE \quad (3.37)$$

Estas condiciones iniciales deben satisfacer las condiciones de frontera en $t = t_0$.

Todas las funciones son supuestas continuas en t , y al menos continuas por pedazos en X .

El programa de cómputo está basado en el método numérico de líneas⁽²⁵⁾. Se utiliza el procedimiento de colocación de elementos finitos (con polinomios continuos por pedazos como espacio de prueba) para la discretización de la variable espacial X . El procedimiento de colocación reduce el sistema de ecuaciones diferenciales parciales a un sistema semidiscreto de ecuaciones diferenciales ordinarias con valores iniciales, que sólo depende de la variable t . El espacio de polinomios continuos por intervalos, se selecciona a fin de obtener una solución aproximada al problema en cuestión. Generalmente el orden de este espacio, llamado KORD (grado del polinomio + 1) se recomienda sea 4. Se selecciona también el número de intervalos NINT en que se divide el dominio espacial $[X_L, X_R]$, teniéndose $NINT + 1$ puntos de ruptura XBKPT del dominio:

$$X_L = XBKPT(1) < XBKPT(2) < \dots < XBKPT(NINT+1) = X_R$$

La solución aproximada para cada tiempo, es un polinomio de orden KORD en cada subintervalo $[XBKPT(i), XBKPT(i+1)]$, $i = 1, 2, \dots, NINT$. Se selecciona el número de condiciones de continuidad

NCC que se imponen a los polinomios continuos por pedazos, entre los puntos de ruptura de un intervalo y el siguiente, con ello queda determinado unívocamente el espacio polinomial, continuo por pedazos, deseado.

Nosotros seleccionamos el espacio polinomial de orden cuatro e impusimos $NCC = 2$, que significa que la solución aproximada y su primera derivada son continuas en los puntos de ruptura. Si se aumenta el orden del espacio polinomial, en general la solución es más exacta, pero se incrementa considerablemente el tiempo de cómputo. El número de intervalos en que se divide el dominio espacial $[X_L, X_R]$ se toma de forma que la solución describa los detalles finos del problema, en nuestro caso ese número fue $NINT = 200$.

Las condiciones de frontera las establecemos mediante los siguientes argumentos: bajo iluminación de tipo senoidal $I = I_0(1 + m \cos(K_g Y))$ el campo de carga espacial E_{sc} inducido en el cristal fotorrefractivo, es periódico, con un período espacial igual al espaciamiento entre franjas Λ_g , donde $K_g = 2\pi/\Lambda_g$ es la magnitud del vector de onda del patrón de franjas.

Analicemos primero el caso de difusión pura (campos externos nulos). La Fig. 3.2 representa el proceso de creación del campo de carga espacial por difusión.⁽²⁶⁾ En la Fig. 3.2a) se muestra la intensidad luminosa que incide sobre el cristal, con un período espacial Λ , los electrones migran de las regiones brillantes a las regiones oscuras dentro del cristal. En la Fig. 3.2b) se muestran

simultáneamente las densidades de electrones y de donadores ionizados inmóviles, estos últimos en fase con el patrón de iluminación a lo largo del cristal. La migración de electrones crea un desequilibrio de carga $\rho(Y)$ mostrada en la Fig. 3.2c), en las regiones brillantes esta carga es positiva y en las regiones oscuras(donde migran los electrones) es negativa. Esta densidad de carga $\rho(Y)$ genera el campo de carga espacial E_{sc} , dado por la ley de Gauss:

$$\frac{\partial E_{sc}}{\partial Y} = \frac{\rho(Y)}{\epsilon \epsilon_0} \quad (1.1)$$

Suponiendo una forma sinusoidal para la densidad de carga, $\rho(Y) = \rho_0 \cos(K_g Y)$ sólo para fines ilustrativos, de la ley de Gauss se obtiene:

$$E_{sc}(Y) = \frac{\rho_0}{K_g} \text{sen}(K_g Y) \quad (3.38)$$

En la Fig. 3.2d) se representa el campo de carga espacial $E_{sc}(Y)$. Se puede observar que la condición de frontera (3.32) se satisface si:

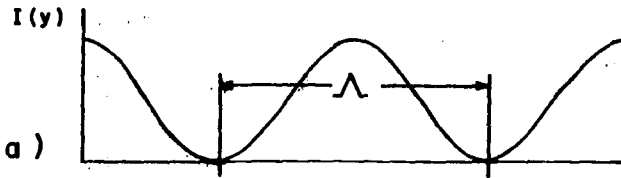
$$E_{sc}(0,t) = E_{sc}(L,t) = 0 \quad (3.39)$$

y se cumple la ley de Gauss:

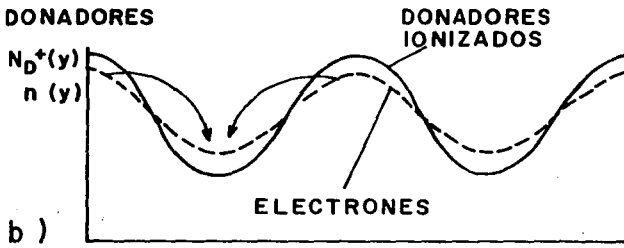
$$\left. \frac{\partial E_{sc}}{\partial Y} \right|_{Y=0} = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0} (N_D^+ - N_A - n) = \left. \frac{\partial E_{sc}}{\partial Y} \right|_{Y=L} \quad (3.40)$$

Si se aplica un campo eléctrico externo CD al cristal foto-refractivo, se tiene deriva y difusión, y a diferencia del caso de difusión pura, se establece una densidad de corriente constante J_0 en estado estacionario. En la Fig. 3.3 se describe el proceso de creación del campo de carga espacial E_{sc} . Análogamente al caso

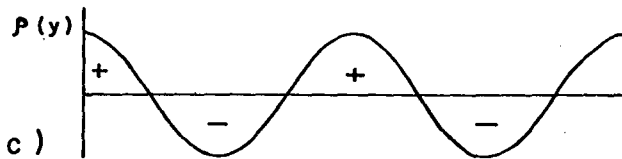
INTENSIDAD



DENSIDAD DE ELECTRONES
Y DE DONADORES



CARGA ESPECIAL



CAMPO ELECTRICO ESC

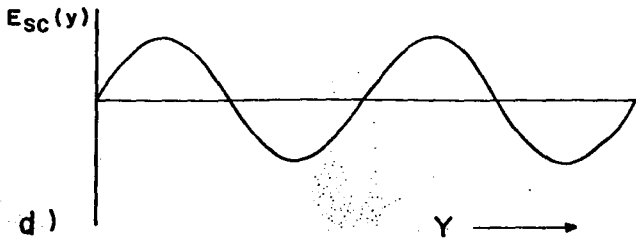


Fig. 3.2 Creación del campo de carga espacial por difusión

anterior, la Fig. 3.3a) representa la intensidad luminosa que incide sobre el cristal fotorrefractivo, al que se le aplica ahora un voltaje CD externo a lo largo de la dirección del patrón de franjas. La Fig. 3.3b) muestra las densidades de electrones y de donadores ionizados a lo largo del cristal, los donadores como son inmóviles siguen en fase con la intensidad $I(Y)$, pero los electrones experimentan un desplazamiento que se traduce en un corrimiento de fase ϕ debido al campo eléctrico CD aplicado. Este defasamiento de la densidad electrónica introduce un defasamiento en la densidad de carga espacial $\rho(Y)$ mostrado en la Fig. 3.3c). La densidad de carga $\rho(Y)$ establece un campo de carga espacial E_{sc} dado por la ley de Gauss ec. (1.1), representado en la Fig. 3.3d) :

$$\rho(Y) = \rho_0 \cos(K_g Y) \quad \Rightarrow \quad E_{sc}(y) = -\frac{\rho_0}{K_g} \cos(K_g Y) \quad (3.41)$$

En la Fig. 3.3e) se muestra la densidad de corriente J_0 establecida en estado estacionario.

De la Fig. 3.3 se observa que la condición de frontera (3.31)

$$\frac{1}{L} \int_0^L E \, dy = V/L = E_0 \quad (J_0/e \neq 0) \quad (3.31)$$

requiere de:

$$\left. \frac{\partial E}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{\partial E_{sc}}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (3.42)$$

$$\left. \frac{\partial E}{\partial Y} \right|_{Y=L} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{\partial E_{sc}}{\partial Y} \right|_{Y=L} = 0$$

Así como de la ley de Gauss ec. (3.40). Además el término J_0 en la ec. (3.28) es diferente de cero y representa la densidad de corriente de estado estacionario:

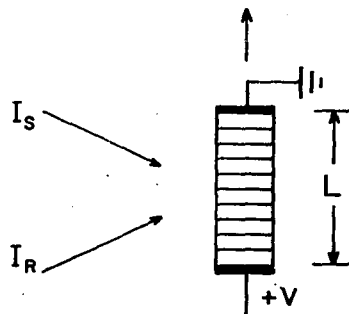
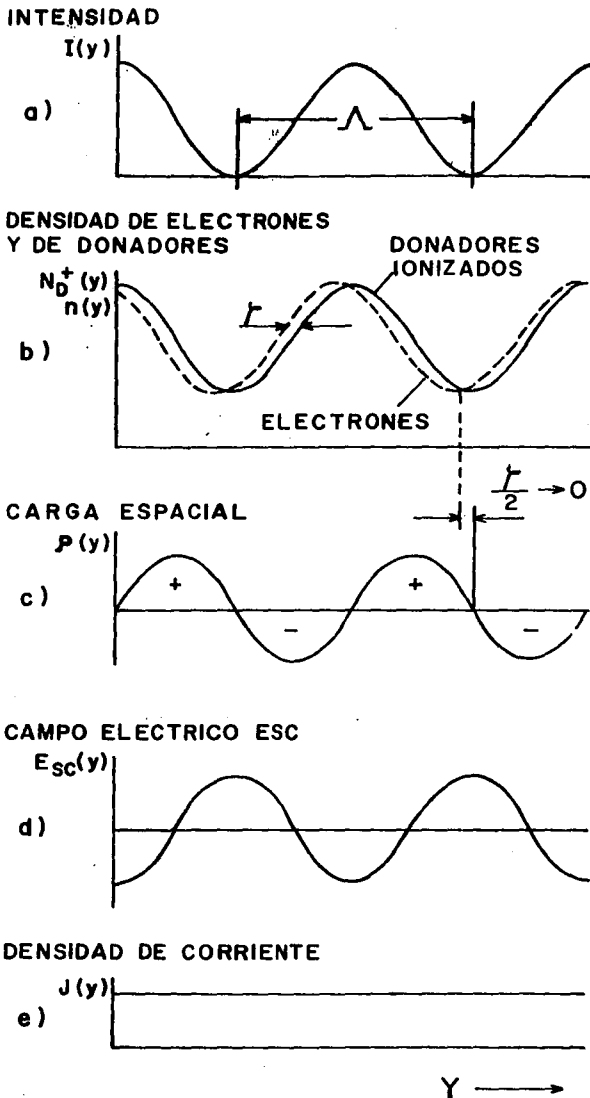


Fig. 3.3 Creación del campo de carga espacial aplicando un campo eléctrico externo dc. Se genera una densidad de corriente constante J_0 en estado estacionario.

$$J_0 = \text{cte.} \quad (3.43)$$

De esta manera las ecs. (3.39),(3.40) y (3.42) satisfacen el requerimiento de la ec. (3.36) para las condiciones de frontera en el programa de cómputo.

Resumiendo, la evolución del campo de carga espacial E_{sc} , se encuentra al resolver el sistema de ecuaciones :

I) Si no hay campos eléctricos externos aplicados (Difusión) :

$$\frac{\partial N D^*}{\partial t} = (\alpha I + \beta)(N_D - N_D^*) - \gamma n N D^* \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N D^*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial Y} (D \frac{\partial n}{\partial Y} + \mu n E) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial E_{sc}}{\partial t} = - \frac{e}{\epsilon \epsilon_0} \left(D \frac{\partial n}{\partial Y} + \mu n E \right) \quad (3.44)$$

con condiciones iniciales:

$$\begin{aligned} E_{sc}(0,t) &= 0 \\ N D^*(0,t) &= N D_0^* \\ n(0,t) &= n_d \end{aligned} \quad (3.29)$$

y sujetas a las condiciones de frontera:

$$E_{sc}(0,t) = E_{sc}(L,t) = 0 \quad (3.45)$$

$$\left. \frac{\partial E_{sc}}{\partial Y} \right|_{Y=0} = \frac{e}{\epsilon \epsilon_0} (N D_0^* - N_A - n) = \left. \frac{\partial E_{sc}}{\partial Y} \right|_{Y=L}$$

II) Si se aplica un campo eléctrico externo DC $E_0 = V/L$ (Deriva y difusión):

$$\frac{\partial ND^*}{\partial t} = (\alpha I + \beta)(ND - ND^*) - \gamma n ND^* \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial ND^*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial Y} \left(D \frac{\partial n}{\partial Y} + \mu n E \right) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial E_{sc}}{\partial t} = - \frac{e}{\epsilon \epsilon_0} \left(D \frac{\partial n}{\partial Y} + \mu n E \right) + \frac{J_0}{\epsilon \epsilon_0} \quad (3.28)$$

con condiciones iniciales:

$$\begin{aligned} E_{sc}(0, t) &= 0 \\ ND^*(0, t) &= ND_0^* \\ n(0, t) &= n_d \end{aligned} \quad (3.44)$$

y condiciones de frontera:

$$\left. \frac{\partial E}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{\partial E_{sc}}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (3.42)$$

$$\left. \frac{\partial E}{\partial Y} \right|_{Y=L} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{\partial E_{sc}}{\partial Y} \right|_{Y=L} = 0$$

Debido a que la cte. $J_0/\epsilon\epsilon_0$ es un parámetro libre, la solución obtenida para el campo de carga espacial E_{sc} debe normalizarse para que satisfaga la condición de frontera (3.31), de la siguiente manera:

Con la solución obtenida para E_{sc} se calcula el campo eléctrico total $E = E_0 + E_{sc}$, y se integra a lo largo de la longitud del cristal. El número α que resulta se utiliza para normalizar E:

$$\int_0^L E \, dy = \alpha \quad (3.46)$$

$$E' = E \left(\frac{V}{\alpha} \right) \quad (3.47)$$

$$\frac{1}{L} \int_0^L E' \, dy = V/L = E_0 \quad (3.48)$$

3.3 ACOPLAMIENTO DE DOS HACES

Consideremos la configuración descrita en la Fig. 3.4, donde dos ondas planas coherentes de la misma frecuencia inciden simétricamente sobre un cristal fotorrefractivo (ópticamente uniaxial) separadas un ángulo 2θ y polarizadas perpendicularmente al plano de incidencia, interfiriendo entre sí. La rejilla de fase resultante acopla los dos haces de luz. Este acoplamiento se lleva a cabo sólo si hay un corrimiento de fase en el espacio entre el patrón de iluminación y la rejilla de índice de refracción grabada en el cristal. El acoplamiento es máximo cuando este defasamiento espacial es $\pi/2$, y se obtiene el máximo intercambio de energía entre los dos haces, de manera que uno de ellos emerge del cristal con una intensidad mayor que la que tenía al entrar. La magnitud de este acoplamiento también depende del coeficiente electroóptico del material en cuestión.

El siguiente análisis trata la difracción de los haces monocromáticos incidentes al, o cerca del ángulo de Bragg.

Se sigue la teoría de acoplamiento de dos ondas de Kogelnik⁽²⁷⁾ con el enfoque de David Vahey.⁽²⁴⁾

Se considera un medio ópticamente uniaxial, no magnético ($\mu = 1$), sin fuentes de carga libre ($\rho = 0$, $J = 0$), y sin efectos de absorción.

Las dos ondas planas de la misma frecuencia que inciden sobre el cristal se pueden escribir de la siguiente forma:

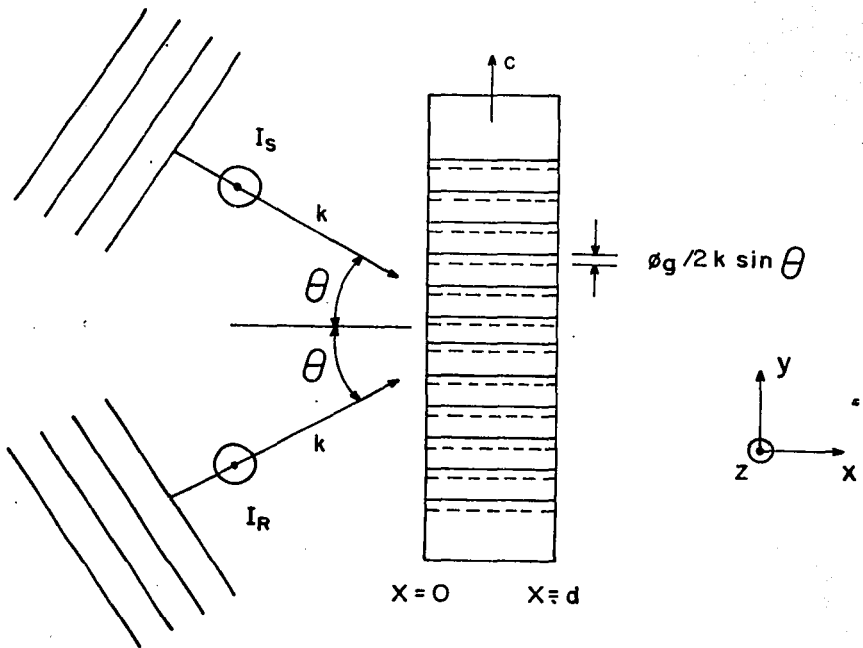


Fig. 3.4 Grabado de una rejilla de fase mediante dos ondas planas I_S (señal) e I_R (referencia) que inciden simétricamente, polarizadas perpendicularmente al plano de incidencia.

$$\vec{E}_s = \vec{S} \exp(-i\omega t) \quad \text{haz señal} \quad (3.49)$$

$$\vec{E}_R = \vec{R} \exp(-i\omega t) \quad \text{haz de referencia} \quad (3.50)$$

con amplitudes complejas \vec{S} y \vec{R} cuyas expresiones son:

$$\vec{S} = \hat{e}_z S(X,t) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (3.51)$$

$$\vec{R} = \hat{e}_z R(X,t) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (3.52)$$

Es conveniente expresar $R(X,t)$ y $S(X,t)$ como:

$$R(X,t) = (IR(X,t))^{\frac{1}{2}} \exp(i\varphi_R(X,t)) \quad (3.53)$$

$$S(X,t) = (IS(X,t))^{\frac{1}{2}} \exp(i\varphi_S(X,t)) \quad (3.54)$$

El campo óptico total \vec{E} , que es la superposición de las ondas \vec{E}_s y \vec{E}_R ($\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_R$) se puede escribir de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \vec{E}(X,t) = & \hat{e}_z (IS(X,t))^{\frac{1}{2}} \exp\left\{i(kX\cos(\theta) + kY\sin(\theta) + \varphi_S(X,t) - \omega t)\right\} + \\ & \hat{e}_z (IR(X,t))^{\frac{1}{2}} \exp\left\{i(kX\cos(\theta) - kY\sin(\theta) + \varphi_R(X,t) - \omega t)\right\} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Donde \hat{e}_z es el vector de polarización, \vec{k} el vector de onda, φ_s, φ_r , I_s e I_R los ángulos de fase e intensidades de los haces señal y de referencia respectivamente, y ω la frecuencia angular de oscilación de las ondas planas.

El campo eléctrico total de los haces que interactúan debe satisfacer la ecuación de onda dentro del cristal fotorrefractivo (en el sistema de unidades MKS).

$$\nabla^2 \tilde{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 (\epsilon \tilde{E})}{\partial t^2} \quad (3.56)$$

μ_0 y ϵ_0 son la permeabilidad y permitividad del vacío respectivamente, y ϵ la constante dieléctrica a la frecuencia óptica.

Introduciendo (3.55) en (3.56) se obtiene la ecuación de onda de Helmholtz, que describe la propagación de la onda en la rejilla:

$$\nabla^2 \tilde{E} = \left(-\frac{\omega}{c} \right)^2 \epsilon \tilde{E} \quad (3.57)$$

Donde c es la velocidad de la luz en el vacío.

Equivalentemente en términos del índice de refracción $n = \epsilon^{\frac{1}{2}}$, la ec. (3.57) toma forma:

$$\nabla^2 \tilde{E} + \left(\frac{\omega n}{c} \right)^2 \tilde{E} = 0 \quad (3.58)$$

proponemos:

$$n = n_0 + \Delta n(I, y, t) \quad (3.59)$$

Donde n_0 es el índice de refracción no perturbado (antes de que se indujera la rejilla de difracción) y Δn es la perturbación o cambio en el índice de refracción inducido por la iluminación. El patrón de iluminación tiene una intensidad $I(y, t)$ dada por:

$$I(y, t) = |\tilde{E}|^2 = I_s + I_R + 2(I_s I_R)^{\frac{1}{2}} \cos(2kY \sin(\theta) + \varphi_R - \varphi_s) \quad (3.60)$$

Con las siguientes definiciones:

$$I_0 = I_s + I_R \quad \text{intensidad promedio} \quad (3.61)$$

$$m = \frac{2\sqrt{I_s I_R}}{I_0} \quad \text{cociente de modulación} \quad (3.62)$$

la ec. (3.60) se puede escribir de la siguiente forma:

$$I(Y,t) = I_0 \left\{ 1 + m \cos(2kY \sin(\theta) + \varphi_R - \varphi_s) \right\} \quad (3.63)$$

Inspirados en la ec. (3.60), se considera que Δn tiene la forma⁽²⁴⁾:

$$\Delta n = \Delta n_{10} \frac{\sqrt{I_s I_R}}{I_0} \cos(2kY \sin(\theta) + \varphi_R - \varphi_s - \varphi_g) \quad (3.64)$$

Donde φ_g es el corrimiento de fase entre el patrón de iluminación y la rejilla de índice de refracción (Δn).

Debido al efecto fotorrefractivo el campo de carga espacial modula el cambio en el índice de refracción. Considerando la aproximación lineal del efecto electroóptico se tiene:

$$\Delta n_{10} = - \frac{r_{ef}}{2} n^3 E_{sc} \quad (3.65)$$

Donde r_{ef} es el coeficiente electroóptico (en el caso general r_{ef} es un tensor de tercer rango). Nótese que para materiales como BSO

$$\Delta n = - r_{ef} n^3 E_{sc} \quad (3.66)$$

La respuesta no lineal del material introduce altos armónicos del campo de carga espacial, pero en la difracción en una rejilla gruesa (de volumen), los órdenes altos son severamente atenuados, y pueden ser despreciados debido a que violan la condición de Bragg⁽²⁹⁾, Fig. 3.5. Sólomente una componente, usualmente la componente fundamental (de la expansión en serie de Fourier) del campo de carga espacial, es importante.

Por lo tanto en la ec. (3.65) E_{sc} debe sustituirse por la

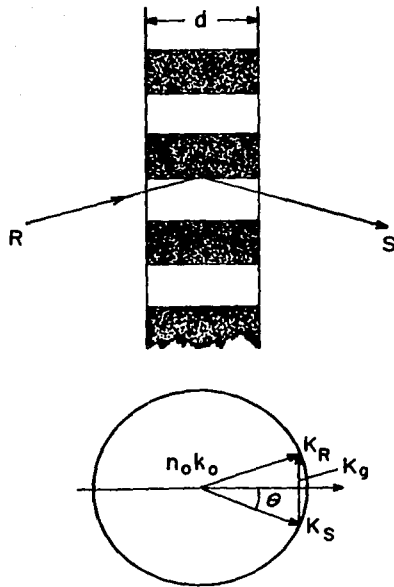


Fig. 3.5 a) Rejilla de transmisión de volumen (de grueso d);
 b) Diagrama vectorial asociado a la Fig. a) para incidencia de Bragg, donde: $\vec{K}_g = \vec{K}_R - \vec{K}_S$, o equivalentemente $\text{sen}(\theta) = \lambda \text{ecr} / 2\Lambda g$ (condición de Bragg)

componente fundamental E_G del campo de carga espacial:

$$\Delta n_{10} = -\frac{\Gamma_{ef}}{2} n^3 E_G \quad (3.67)$$

La expansión en serie de Fourier del campo de carga espacial está dada por:

$$E_{sc} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} E_l \exp(ilK_g Y) \quad (3.68)$$

$$\text{con } E_{-l} = E_l^* \quad (3.69)$$

$$\text{Donde } E_l = \frac{1}{\Lambda_g} \int_0^{\Lambda_g} E_{sc}(Y) \exp(-ilK_g Y) dy \quad (3.70)$$

(la integración se efectúa sobre un período de la rejilla.)

La ecuación (3.70) se puede expresar equivalentemente en la forma:

$$E_l = \frac{1}{\Lambda_g} \int_0^{\Lambda_g} E_{sc}(Y) \cos(lK_g Y) dy - \frac{i}{\Lambda_g} \int_0^{\Lambda_g} E_{sc}(Y) \sin(lK_g Y) dy \quad (3.71)$$

La componente fundamental E_G (en general tiene una parte real y una parte imaginaria) del campo de carga espacial está dada en términos del elemento $l=1$ de la serie⁽²⁾ (3.68).

$$E_G = E_{-1} \exp(-iK_g Y) + E_1 \exp(iK_g Y) \quad (3.72)$$

De esta manera hemos relacionado el cambio en el índice de refracción Δn_{10} con el campo de carga espacial E_{sc} , que debe ser integrado en forma parecida (excepto por el signo $-i$) a la transformada de Fourier de E_{sc} .

Las ecuaciones diferenciales que acoplan los dos haces coherentes se deducen de la siguiente forma:

Sustituyendo la ec. (3.64) y la ec. (3.55) en la ec. de onda (3.4), despreciando altos ordenes de difracción (que equivale a

despreciar el término $(\Delta n)^2$) finalmente se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales para las amplitudes complejas de los campos eléctricos de los dos haces de luz:

$$\frac{\partial R(X,t)}{\partial X} = i \frac{\Gamma(t)}{2I_0} (I_S(X,t) I_R(X,t))^{1/2} S(X) \exp(i(\varphi_g + \varphi_R - \varphi_S))$$

(3.73)

$$\frac{\partial S(X,t)}{\partial X} = i \frac{\Gamma(t)}{2I_0} (I_S(X,t) I_R(X,t))^{1/2} R(X) \exp(-i(\varphi_g + \varphi_R - \varphi_S))$$

La cantidad $\Gamma(t) = \frac{2\pi\Delta n_{10}(t)}{\lambda \cos(\theta)}$ (3.74)

es el coeficiente de ganancia exponencial, que mide la amplificación de la intensidad de uno de los dos haces luminosos, debido al intercambio de energía durante la interacción entre ellos, λ es la longitud de onda de los haces de escritura y θ el ángulo de incidencia (ángulo de Bragg).

Se desprecian $\frac{\partial^2 R(X,t)}{\partial X^2}$ y $\frac{\partial^2 S(X,t)}{\partial X^2}$, lo cual es válido si durante la lectura de la rejilla se tiene una desviación muy pequeña $\Delta\theta$ del ángulo de Bragg, y tanto la constante de absorción α , como la modulación del índice de refracción son pequeños. (27)

Las amplitudes de las ondas señal $S(X,t)$ y de referencia $R(X,t)$ son cantidades complejas dadas por las ecs. (3.53) y (3.54), si esto se toma en cuenta, el sistema de ecs. (3.73) para el estado estacionario, se puede escribir en términos de una parte real y una parte imaginaria, como a continuación se muestra:

Parte real:

$$\frac{dI_S(X)}{dX} = - \frac{\Gamma(t^f)}{I_0} (I_S(X)I_R(X))^{\frac{1}{2}} \text{sen}(\varphi_g) \quad (3.75)$$

$$\frac{dI_R(X)}{dX} = \frac{\Gamma(t^f)}{I_0} (I_S(X)I_R(X))^{\frac{1}{2}} \text{sen}(\varphi_g)$$

Parte imaginaria:

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{\Gamma(t^f)}{I_0} (I_R(X) - I_S(X)) \text{cos}(\varphi_g) \quad (3.76)$$

Donde:

$$\varphi = \varphi_R - \varphi_S \quad (3.77)$$

t^f es el tiempo necesario para que el campo de carga espacial alcance el estado estacionario.

De este sistema de ecuaciones se puede observar lo siguiente:

- 1.- Cuando $\varphi_g = 0$ (el corrimiento entre el patrón de iluminación y la rejilla es cero) los dos haces no están acoplados.
- 2.- Cuando $\varphi_g = \pi/2$ el acoplamiento es máximo entre los haces.
- 3.- La suma de la intensidad de los dos haces permanece constante $I_0 = I_R + I_S$ (al sumar las ecs. (3.75))

Se resuelve el sistema de ecs. (3.75)-(3.76) para el estado estacionario, con condiciones de frontera:

$$I_R(0,0) = I_{+10}, \quad I_S(0,0) = I_{-10}, \quad \varphi(0,0) = 0 \quad (3.78)$$

$$\text{con} \quad I_0 = I_{+10} + I_{-10} \quad (3.79)$$

en términos del cociente de intensidades iniciales:

$$m_0 = \frac{I_{-10}}{I_{+10}} \quad (3.80)$$

$$IR(0,0) = \frac{I_0}{(1 + m_0)} ; \quad Is(0,0) = \frac{I_0}{(1 + 1/m_0)} \quad (3.81)$$

Se obtienen las soluciones analíticas:

$$Is(X, t^f) = \frac{I_0}{1 + m_0^{-1} \exp(\Gamma(t^f) \text{sen}(\varphi_g) X)} \quad (3.82)$$

$$IR(X, t^f) = \frac{I_0}{1 + m_0 \exp(-\Gamma(t^f) \text{sen}(\varphi_g) X)} \quad (3.83)$$

$$\varphi(X) = - \cot(\varphi_g) \ln \frac{\left(\exp(\frac{\Gamma(t^f) \text{sen}(\varphi_g) X}{2}) + m_0 \exp(-\frac{\Gamma(t^f) \text{sen}(\varphi_g) X}{2}) \right)}{1 + m_0} \quad (3.84)$$

Las soluciones (3.82)-(3.83) se obtienen explícitamente introduciendo Γ de la ec. (3.74) con Δn_{10} de la ec. (3.67):

$$\Gamma = - \frac{2\pi n^3}{\lambda \cos(\theta)} r_{ef} \left(\frac{Eg}{2} \right) \quad (3.85)$$

Utilizando la ec. (3.85) con Eg definido por la ec. (3.72), calculamos el coeficiente de ganancia exponencial Γ de mezclado de dos ondas.

3.4 RECONSTRUCCION DE LA REJILLA DE FASE GRABADA

Una vez grabada la rejilla de fase por los haces de escritura, como se especificó en la sección anterior, es de interés determinar sus características. Una de las cantidades que especifica las características de la rejilla de fase grabada (holograma) es la eficiencia de difracción η , que se define como el cociente de la energía difractada (en una imagen deseada por un elemento de la rejilla) entre la incidente (de una fuente utilizada para iluminar la rejilla).⁽²⁹⁾ La luminosidad de una imagen reconstruida depende en primera instancia de la eficiencia de difracción, es por ello que estamos interesados en calcularla. La lectura de la rejilla generalmente se efectúa con luz de baja intensidad y de una longitud de onda λ_{lec} menor que los haces de escritura λ_{escr} . Esto disminuye los daños ocasionados por la lectura misma.

En la Fig. 3.6 se muestra un dispositivo experimental típico que se utiliza para el estudio de una rejilla de fase.⁽³¹⁾

3.4.1 DIFRACCION DE DOS ONDAS COHERENTES POR UNA REJILLA HOLOGRAFICA.

Consideremos la difracción de dos ondas coherentes de amplitudes complejas $r(X)$ y $s(X)$, que inciden simétricamente sobre una rejilla a los ángulos de Bragg (como en la configuración de escritura Fig. 3.4). Sólo que ahora los ángulos de Bragg varían de

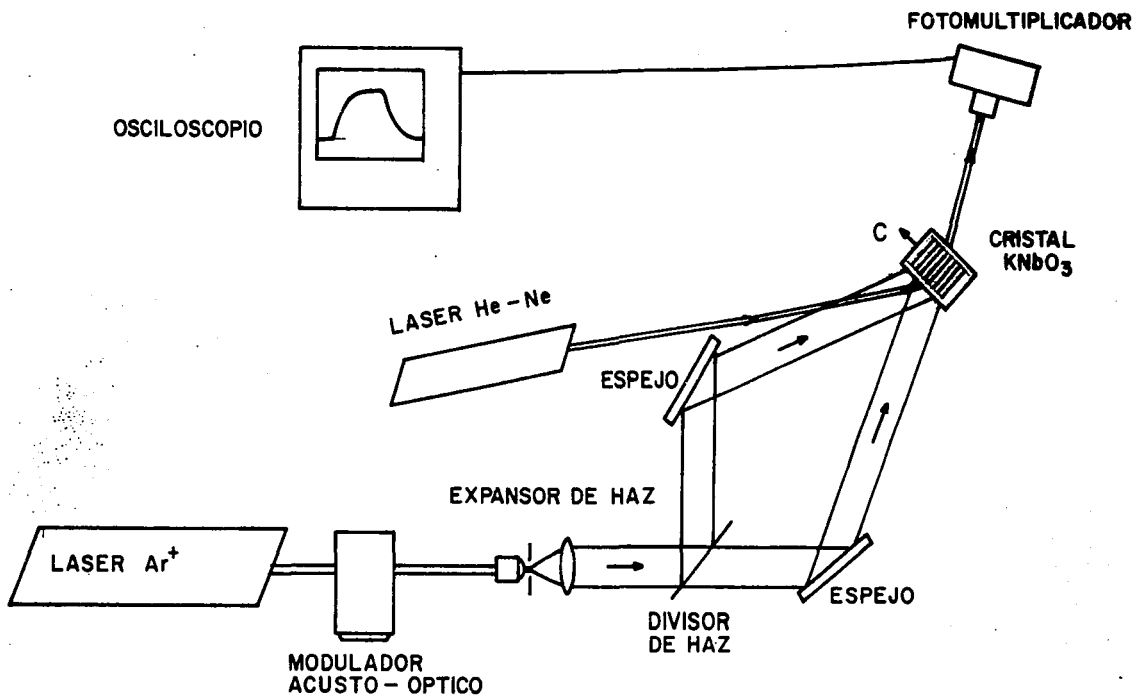


Fig. 3.6 Dispositivo experimental típico para el estudio de una rejilla de fase.

acuerdo a la longitud de onda, debido a que $\lambda_{lec} \neq \lambda_{escr}^{(2a)}$ Las amplitudes complejas $r(X)$ y $s(X)$ satisfacen ecuaciones acopladas, similares a las de las ondas de escritura R y S :

$$\frac{dr(X)}{dX} = i \frac{\Gamma(t)}{2l_0} (I_s(X, t^f) I_R(X, t^f))^{\frac{1}{2}} s(X) \exp(-i(\varphi_g - \varphi))$$

(3.86)

$$\frac{ds(X)}{dX} = i \frac{\Gamma(t)}{2l_0} (I_s(X, t^f) I_R(X, t^f))^{\frac{1}{2}} r(X) \exp(i(\varphi_g - \varphi))$$

En donde Γ es el coeficiente de ganancia exponencial, apropiado a la longitud de onda de lectura:

$$\Gamma = \frac{\Gamma(t^f) \lambda_{escr} \theta_{escr}}{\lambda_{lec} \theta_{lec}} \quad (3.87)$$

λ_{esc} , θ_{esc} y λ_{lect} , θ_{lect} son las longitudes de onda y los ángulos de Bragg de los haces de escritura , y de lectura respectivamente.

Como la única diferencia entre las ondas $r(X)$, $s(X)$ y $R(X)$ y $S(X)$ es la amplitud y el ángulo de fase, se proponen expresiones para $r(X)$ y $s(X)$ análogas a las de $R(X)$ y $S(X)$:

$$r(X, t) = (I_{Rd}(X, t))^{\frac{1}{2}} \exp(i\varphi_{Rd}(X, t))$$

(3.88)

$$s(X, t) = (I_{sd}(X, t))^{\frac{1}{2}} \exp(i\varphi_{sd}(X, t))$$

Al sustituir estas expresiones en el sistema de ecs. (3.86), se puede obtener correspondientemente una parte real y una parte imaginaria del mismo:

Parte real:

$$\frac{dI_{sd}}{dX} = \frac{\Gamma(t)}{I_0} (I_s(X, t^f) I_R(X, t^f))^{\frac{1}{2}} (I_{sd}(X, t) I_{Rd}(X, t))^{\frac{1}{2}} \sin(\varphi + \varphi_d - \varphi_g) \quad (3.89)$$

$$\frac{dI_{Rd}}{dX} = - \frac{\Gamma(t)}{I_0} (I_s(X, t^f) I_R(X, t^f))^{\frac{1}{2}} (I_{sd}(X, t) I_{Rd}(X, t))^{\frac{1}{2}} \sin(\varphi + \varphi_d - \varphi_g)$$

Parte imaginaria:

$$\frac{d\varphi_d}{dX} = \frac{\Gamma(t)}{I_0} (I_s(X, t^f) I_R(X, t^f))^{\frac{1}{2}} \frac{(I_{Rd}(X, t) - I_{sd}(X, t))}{(I_{sd}(X, t) I_{Rd}(X, t))^{\frac{1}{2}}} \cos(\varphi + \varphi_d - \varphi_g) \quad (3.90)$$

Donde:

$$\varphi_d = \varphi_{sd} - \varphi_{Rd} \quad (3.91)$$

I_s e I_R son las intensidades al tiempo t^f en que se terminó el proceso de escritura (tiempo en el que el campo de carga espacial que induce la rejilla, alcanza el estado estacionario), dadas por las ecuaciones:

$$I_s(X, t^f) = \frac{I_0}{1 + m_0^{-1} \exp(\Gamma(t^f) \sin(\varphi_g) X)} \quad (3.92)$$

$$I_R(X, t^f) = \frac{I_0}{1 + m_0 \exp(-\Gamma(t^f) \sin(\varphi_g) X)} \quad (3.93)$$

$\Gamma(t^f)$ es la ganancia exponencial asociada a los haces de escritura al tiempo t^f , y $m_0 = I_{s0}/I_{R0}$ es el cociente de intensidades de escritura.

Para efectos de comparación de nuestros resultados con otros cálculos hechos⁽⁷⁾ no se consideran campos eléctricos aplicados sobre el cristal fotorrefractivo ($E_0 = 0$). Se tiene el caso de difusión pura, donde el patrón de iluminación y la rejilla de índice de refracción están defasados en $\varphi_g = \pi/2$. (Para el caso de campos eléctricos externos aplicados, se tiene deriva y difusión, y en general este corrimiento espacial está entre 0 y $\pi/2$).

Si no se tienen campos eléctricos externos aplicados:

$$\varphi_g = \pi/2 \quad \rightarrow \quad \text{sen}(\varphi_g) = 1 \quad ; \quad \text{cot}(\varphi_g) = 0 \quad (3.94)$$

En estas circunstancias las ecs. (3.89),(3.90) vienen a ser:

$$\frac{dI_{sd}}{dX} = -\Gamma(t) \frac{m_0^{\frac{1}{2}}}{\exp(\Gamma X/2) + m_0 \exp(-\Gamma X/2)} (I_{sd}(X,t) I_{rd}(X,t))^{\frac{1}{2}} \cos(\varphi + \varphi_d) \quad (3.95)$$

$$\frac{dI_{sd}}{dX} = \Gamma(t) \frac{m_0^{\frac{1}{2}}}{\exp(\Gamma X/2) + m_0 \exp(-\Gamma X/2)} (I_{sd}(X,t) I_{rd}(X,t))^{\frac{1}{2}} \cos(\varphi + \varphi_d)$$

$$\frac{d\varphi_d}{dX} = \Gamma(t) \frac{m_0^{\frac{1}{2}}}{\exp(\Gamma X/2) + m_0 \exp(-\Gamma X/2)} \frac{(I_{rd}(X,t) - I_{sd}(X,t))}{(I_{sd}(X,t) I_{rd}(X,t))^{\frac{1}{2}}} \text{sen}(\varphi + \varphi_g) \quad (3.96)$$

Donde se sustituyeron las ecs. (3.92) y (3.93).

3.4.2 DIFRACCION DE UN HAZ EN EL REGIMEN DE BRAGG

Ahora se lanza sólo un haz con longitud de onda λ_{lect} hacia la rejilla grabada, al ángulo de Bragg θ_0 correspondiente.

Las condiciones de frontera para resolver el sistema de ecuaciones de los haces acoplados (3.95) y (3.96) son las siguientes:

$$\begin{aligned} I_{Rd}(0) &= 0 \\ I_{sd}(0) &= I_{sd0} \quad (3.97) \\ \varphi_d(0) &= 0 \end{aligned}$$

Sin embargo con el fin de eliminar los radicales en las ecuaciones (3.95), (3.96) debe hacerse el siguiente cambio de variable:

$$\begin{aligned} I_R^c &= (I_{Rd})^{\frac{1}{2}} \\ I_s^c &= (I_{sd})^{\frac{1}{2}} \quad (3.98) \end{aligned}$$

Se obtiene de aquí, el sistema de ecuaciones:

$$\frac{dI_s^c}{dX} = -\frac{\Gamma'}{2} \frac{m_0^{\frac{1}{2}}}{\exp(\Gamma X/2) + m_0 \exp(-\Gamma X/2)} I_R^c(X,t) \cos(\varphi + \varphi_d) \quad (3.99)$$

$$\frac{dI_R^c}{dX} = \frac{\Gamma'}{2} \frac{m_0^{\frac{1}{2}}}{\exp(\Gamma X/2) + m_0 \exp(-\Gamma X/2)} I_s^c(X,t) \cos(\varphi + \varphi_d)$$

$$\frac{d\varphi_d}{dX} = \Gamma(t) \frac{m_0^{\frac{1}{2}}}{\exp(\Gamma X/2) + m_0 \exp(-\Gamma X/2)} \frac{(I_R^c(X,t))^2 - (I_s^c(X,t))^2}{I_s^c(X,t) I_R^c(X,t)} \text{sen}(\varphi + \varphi_d) \quad (3.100)$$

Las condiciones de frontera son ahora:

$$\begin{aligned} I_s^c(0) &= I_s^c \\ I_R^c(0) &= 0 \\ \varphi_d(0) &= 0 \end{aligned} \quad (3.101)$$

El sistema de ecs. (3.99),(3.100), sujeto a las condiciones de frontera (3.101) se resuelve numéricamente mediante otro programa de computo (GERK),⁽²⁸⁾ diseñado para resolver un sistema de NEQN diferenciales ordinarias de primer orden de la forma:

$$\frac{DY(I)}{DT} = F(T, Y(1), Y(2), \dots, Y(NEQN))$$

Donde las funciones Y(I) se especifican en T (condiciones de frontera). Esta subrutina la usamos para integrar de T a TOUT, y se obtiene una estimación de la solución global en T.

Se usan los métodos de 4o. y 5o. orden de Runge-Kutta - Fehlberg.

Los parámetros representan:

F es la subrutina F(T,Y,YP) que evalua las derivadas

$$YP(I) = \frac{DY(I)}{DT}$$

NEQN es el número de ecuaciones que se integran

Y(*) es el vector solución en T

T es la variable independiente

TOUT es el punto de salida en que se desea la solución

La solución que nos interesa para el haz difractado I_{sd} en la posición d (que es el grueso del material) se obtiene simplemente elevando al cuadrado la solución I_s^c .

De esta forma la eficiencia de difracción η queda dada por:

$$\eta(d) = \frac{I_{rd}(d)}{I_{sd}(0)} \quad (3.102)$$

La eficiencia de difracción se puede calcular en función de la posición a lo largo del grueso del material, si en el sistema de ecs. (3.99) ,(3.100) se introduce la amplitud de la componente fundamental del campo de carga espacial de estado estacionario correspondiente a la intensidad de escritura, y al espaciamiento de franjas Λ_g dado, a través de los coeficientes de ganancia Γ y Γ' . También se puede calcular la eficiencia de difracción como función del ángulo de incidencia del haz de lectura.

CAPITULO 4

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los resultados se presentan en dos secciones, en la primera se muestra la solución obtenida para el campo de carga espacial y en la segunda la solución a la ecuación de onda de los haces acoplados.

Todos los resultados se dan en el sistema internacional de medidas MKS; las cantidades que involucran longitudes se presentan en micras, el campo eléctrico en KV/m, el coeficiente de ganancia exponencial en cm^{-1} y el tiempo en segundos.

4.1 EL CAMPO DE CARGA ESPACIAL

4.1.1 EL CAMPO DE CARGA ESPACIAL PARA DIFUSION

Para comparar nuestros resultados con otros cálculos efectuados,⁽⁷⁾ no se considera ningún campo eléctrico externo aplicado sobre la muestra fotorrefractiva ($E_0 = 0$) por el momento. Esta situación corresponde al caso de difusión pura, donde el patrón de iluminación y la rejilla de índice de refracción están defasados en $\pi/2$.

Se resuelve el sistema de ecs. (3.1), (3.2),(3.44) sujetas a las condiciones iniciales (3.29) y de frontera (3.45) para iluminación senoidal de la forma:

$$I = I_0(1 + m \cos(K_g Y)) \quad (3.5)$$

Donde I_0 es la intensidad (promedio) de grabado, m es el cociente de modulación y K_g la magnitud del vector de onda de la rejilla.

En las Figs. 4.1 a 4.3 los parámetros que caracterizan al material en cuestión se dan en la Tabla 4.1.⁽¹⁵⁾

T A B L A 4.1

Densidad de aceptores N_A	$0.95 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$
Densidad de donadores N_D	$1 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$
Cte. dieléctrica estática ϵ_s	56
Coefficiente de recombinación γ	$1.65 \times 10^{-17} \text{ m}^3$
Sección transversal de fotoexcitación s	$1.06 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$
Movilidad de los portadores de carga μ	$1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{Vs}$
Temperatura T	293 K
Intensidad de grabado I_0	140 mW/cm^2
Constante de Boltzman K_B	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Cte. de permitividad en el vacío ϵ_0	$8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$
Carga electrónica e	$1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
Densidad de electrones en la oscuridad n_d ⁽³⁷⁾	$1.056 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$
Probabilidad por unidad de tiempo de generación térmica β ⁽³⁸⁾	$1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

La Fig. 4.1 muestra el campo de carga espacial E_{sc} de estado estacionario para un período de la rejilla $\Lambda_g = 1.8 \mu$, un cociente de modulación $m = 0.5$ y una intensidad de escritura $I_0 = 140 \text{ mW/cm}^2$.

La Fig. 4.2 muestra el campo de carga espacial de estado estacionario en un período de la rejilla, $\Lambda_g = 1 \mu$, para diferentes cocientes de modulación, con una intensidad de escritura $I_0 = 140 \text{ mW/cm}^2$. Se observa que para cocientes de modulación pequeños ($m \ll 1$), el campo de carga espacial en buena aproximación tiene forma senoidal, pero para cocientes de modulación comparables a la unidad eso deja de ser cierto, como es claro en esta figura, donde se tienen diversos valores de m ($m = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ y 0.9).

La Fig. 4.3 muestra la evolución en el tiempo de la forma del campo de carga espacial E_{sc} en un período de la rejilla $\Lambda_g = 1.5 \mu$, para un cociente de modulación $m = 0.9$, y una intensidad de escritura $I_0 = 140 \text{ mW/cm}^2$. En esta gráfica se aprecia cómo para tiempos cortos el campo de carga espacial tiene una forma cercanamente senoidal, aún para un cociente de modulación muy cercano a la unidad. Cabe señalar que este tipo de soluciones para las cuales no se tiene $m \ll 1$, no se encuentran en la literatura.

La Fig. 4.4 exhibe la amplitud del campo de carga espacial como función del tiempo. El estado estacionario se alcanza en $t = 8.9 \times 10^{-1}$ seg. Para este caso $\Lambda_g = 1.29 \mu$, $m = 0.1$, $I_0 = 140 \text{ mW/cm}^2$.

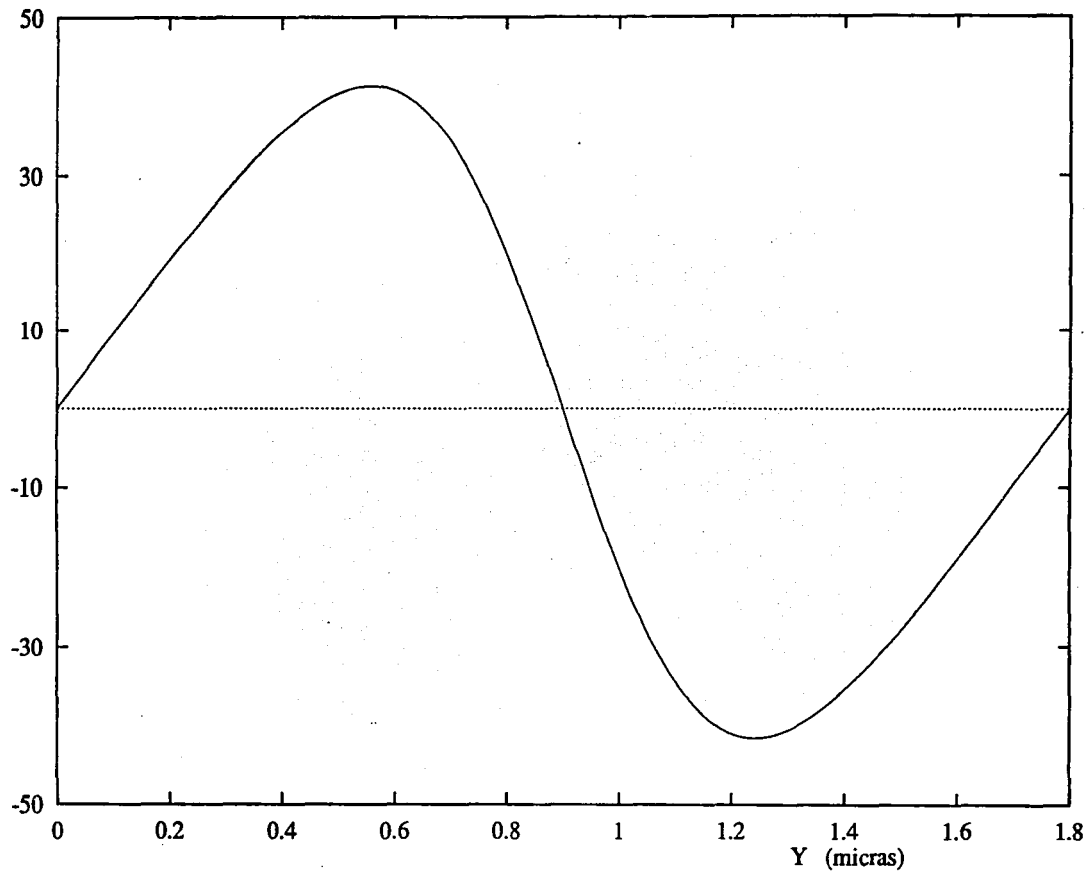


Fig. 4.1 Campo de carga espacial, en un período de la rejilla
 $\lambda_g = 1.8\mu\text{m}$, para un cociente de modulación $m = 0.5$ y una
 intensidad de escritura $I_0 = 140\text{mW/cm}^2$.

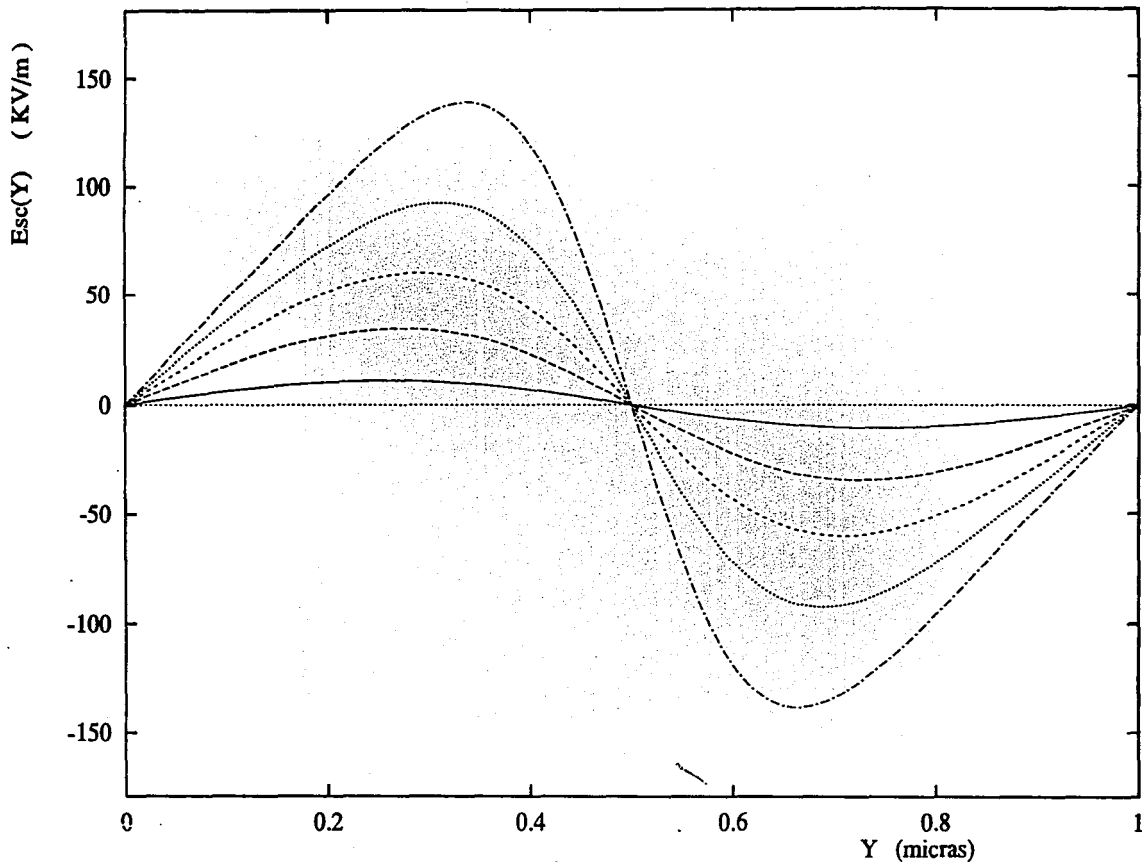


Fig. 4.2 Campo de carga espacial de estado estacionario para diferentes cocientes de modulación: $m = 0.1$ —, $m = 0.3$ ---, $m = 0.5$ ····, $m = 0.7$ —·—, y $m = 0.9$ - - - - , con una intensidad de escritura $I_0 = 140 \text{ mW/cm}^2$, y un espaciamento entre franjas $\Delta g = 1 \mu\text{m}$.

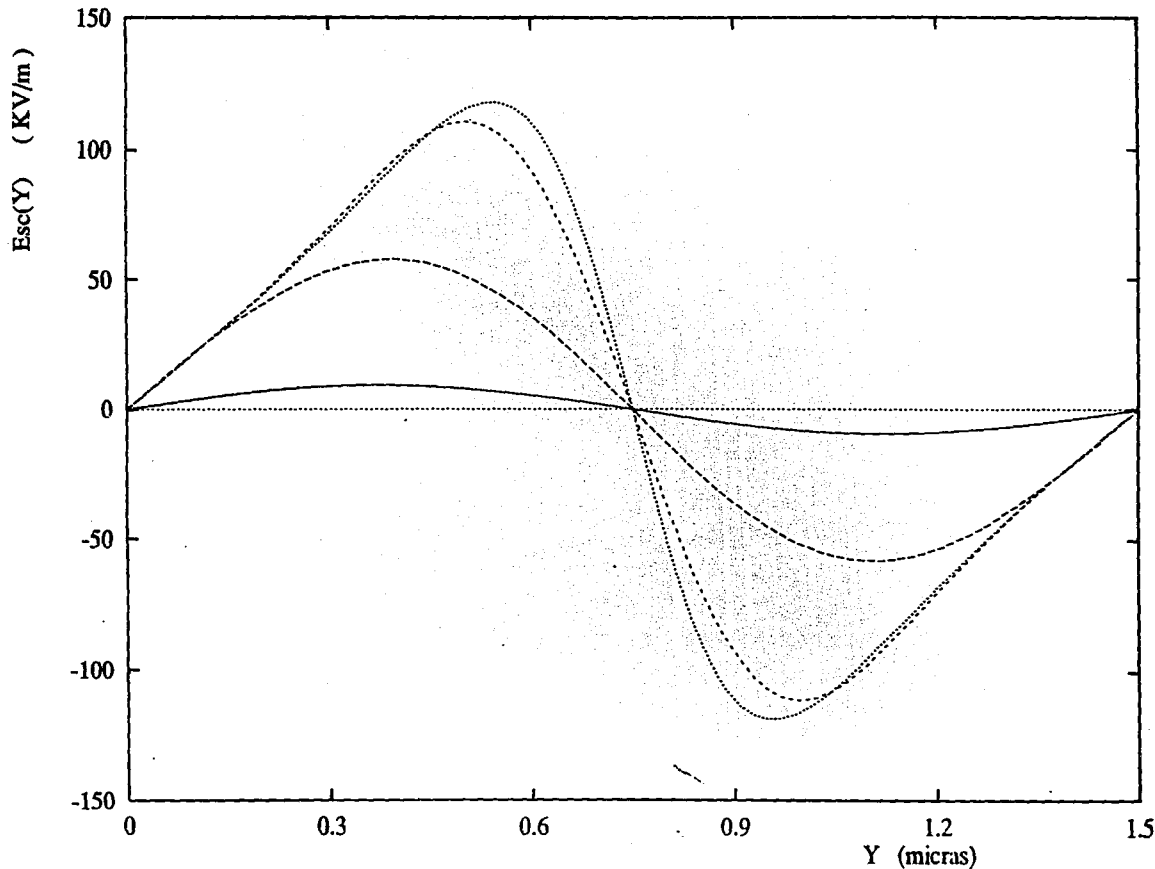


Fig. 4.3 Evolución de la forma del campo de carga espacial para varios tiempos de iluminación: $t = 1 \times 10^{-3} \text{ s}$ ———, $t = 1 \times 10^{-2} \text{ s}$ - - - - - , $t = 1 \times 10^{-1} \text{ s}$, 1 s - · - · - · , con un cociente de modulación $m = 0.9$, y una intensidad de escritura $I_0 = 140 \text{ mW/cm}^2$.

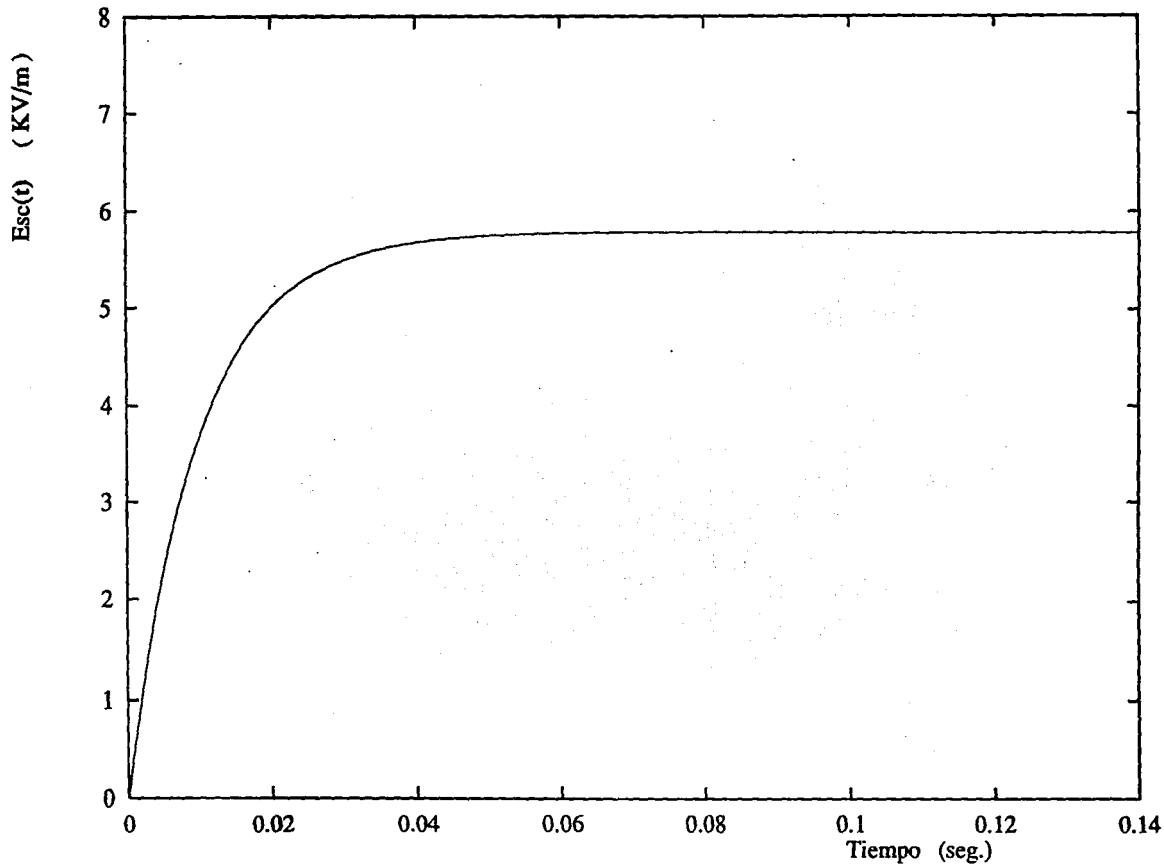


Fig 4.4 Amplitud del campo de carga espacial en función del tiempo para un cociente de modulación $m = 0.1$, una intensidad de escritura $I_0 = 140 \text{ mW/cm}^2$, y un espaciamiento entre franjas

$\Delta g = 1.29 \mu\text{m}$.

Para las Figs. 4.5 a 4.9 se consideran los parámetros dados en la Tabla 4.2.⁽⁷⁾

T A B L A 4.2

Rapidez de oscilación térmica β	$2.8s^{-1}$
Sección transversal de fotoexcitación $s = \sigma(N\gamma)^{-1}$	$155cm^2W^{-1}s^{-1}$
*Coeficiente de recombinación γ	$3.3 \times 10^{-13} cm^3 s^{-1}$ $(5.3 \times 10^{13} cm^3 s^{-1})$
Movilidad electrónica μ	$0.24 cm^2 V^{-1} s^{-1}$
Densidad de donadores N_D	$2.4 \times 10^{15} cm^{-3}$ /
Densidad de aceptores N_A	$0.7 \times 10^{15} cm^3$
*Densidad de electrones en la oscuridad n_d	$4.1 \times 10^{13} cm^{-3}$ $(1.98 \times 10^{13} cm^{-3})$

*Los valores utilizados son aquellos entre paréntesis. Las razones se exponen más adelante.

La Fig. 4.5 muestra el campo de carga espacial de estado estacionario en un período de la rejilla ($\Lambda\sigma=1.29\mu$) para un cociente de modulación $m = 0.06$ y una intensidad de escritura $I_0=43mW/cm^2$, con objeto de comparar con resultados experimentales.⁽⁷⁾ La forma del campo de carga espacial para este cociente de modulación tan pequeño (donde uno de los haces de escritura, el haz señal, es mil veces menor en intensidad que el haz de bombeo o referencia) es muy parecida a la función $Asen(K\sigma X)$, lo cual es congruente con la aproximación lineal implícita en los experimentos.⁽⁷⁾

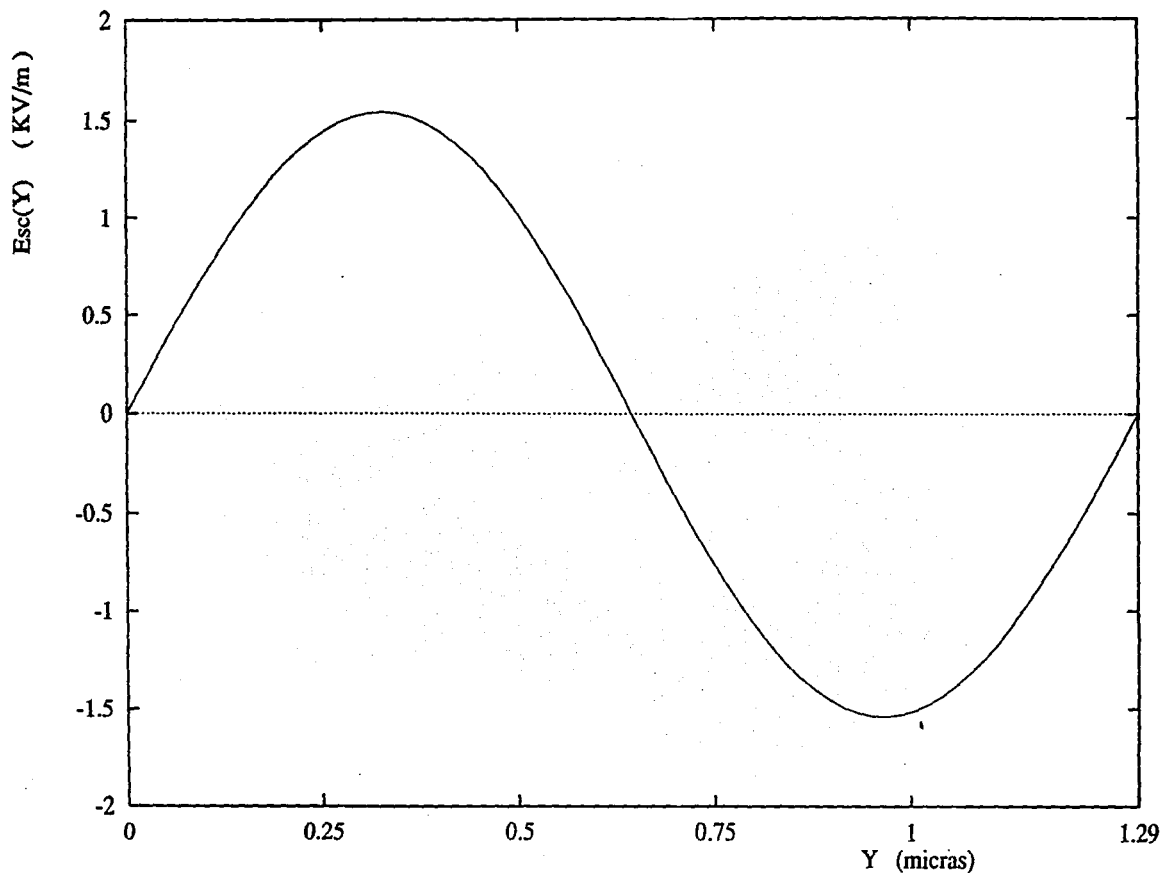


Fig. 4.5 Campo de carga espacial para un periodo de la rejilla,
 $\lambda_g = 1.29 \mu\text{m}$, $I_0 = 43 \text{mW/cm}^2$ y $m = 0.06$,

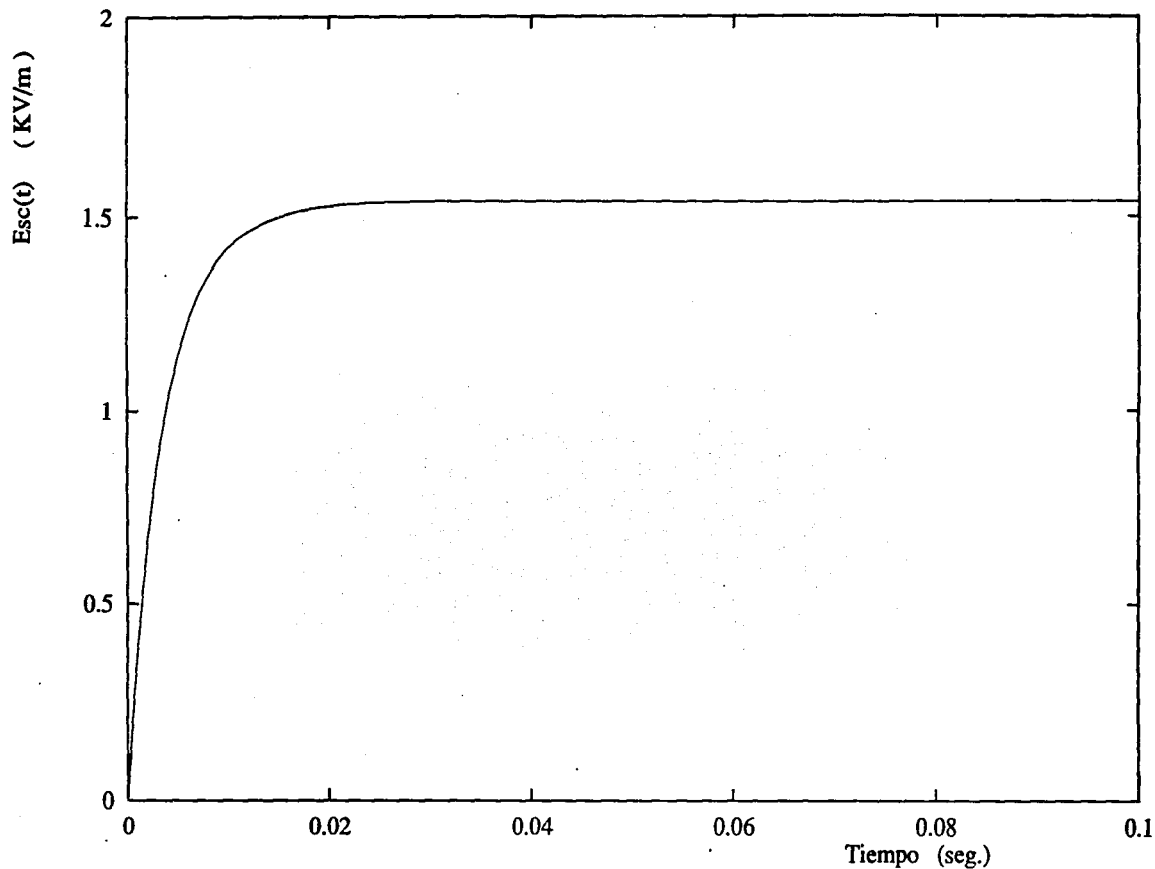


Fig. 4.6 Aumento de la amplitud del campo de carga espacial E_{sc} como función del tiempo. ($\Lambda g = 1.29m$, $m = 0.06$, $I_0 = 43mw/cm^2$)

En la Fig. 4.6 se exhibe el crecimiento de la amplitud del campo de carga espacial como función del tiempo de iluminación, para el mismo caso ($m=0.06$, $I_0= 43\text{mW}/\text{cm}^2$, $\lambda_g= 1.29\mu$). Claramente se observa la escala de tiempo en que se alcanza el estado estacionario (35 ms).

Cuando el campo de carga espacial alcanza el estado estacionario (se termina de grabar la rejilla de índice de refracción), si se deja de iluminar el material y se mantiene en la oscuridad, la rejilla experimenta un decaimiento en el tiempo. Este decaimiento se observa en la Fig. 4.7 donde $Esc(0)$ es la amplitud de estado estacionario, justo en el momento de quitar la iluminación y $Esc(t)$ es la amplitud del campo de carga espacial al tiempo t . Se selecciona escala logarítmica en el eje vertical para mostrar que el decaimiento no es exponencial. Obtenemos buen acuerdo con los puntos experimentales reportados⁽⁷⁾ ($m= 0.06$, $I_0 = 43\text{mW}/\text{cm}^2$, $\lambda_g = 1.29\mu$) en los que se utiliza un cristal de KNbO_3 altamente reducido. La curva continua se obtuvo con los parámetros dados en la referencia (7) excepto el coeficiente de recombinación γ que se tomó igual a $\gamma = 5.3 \times 10^{-13} \text{cm}^{-3}$ (ligeramente mayor que el valor calculado experimentalmente, $\gamma = 3.3^{+2.1}_{-1.3} \times 10^{-13} \text{cm}^{-3}$) y n_d la densidad de electrones en la oscuridad (generados térmicamente, antes de iluminar el cristal) que se tomó igual a $n_d = 1.98 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$, debido a que la solución numérica para la densidad de electrones $n(Y,t)$ tiende a este valor asintótico (constante) al dejar de iluminar el cristal y observar el decaimiento de la rejilla. Cabe señalar que el valor dado en la referencia (7) es de $n_d = (4.1 \pm 1) \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$. La temperatura se

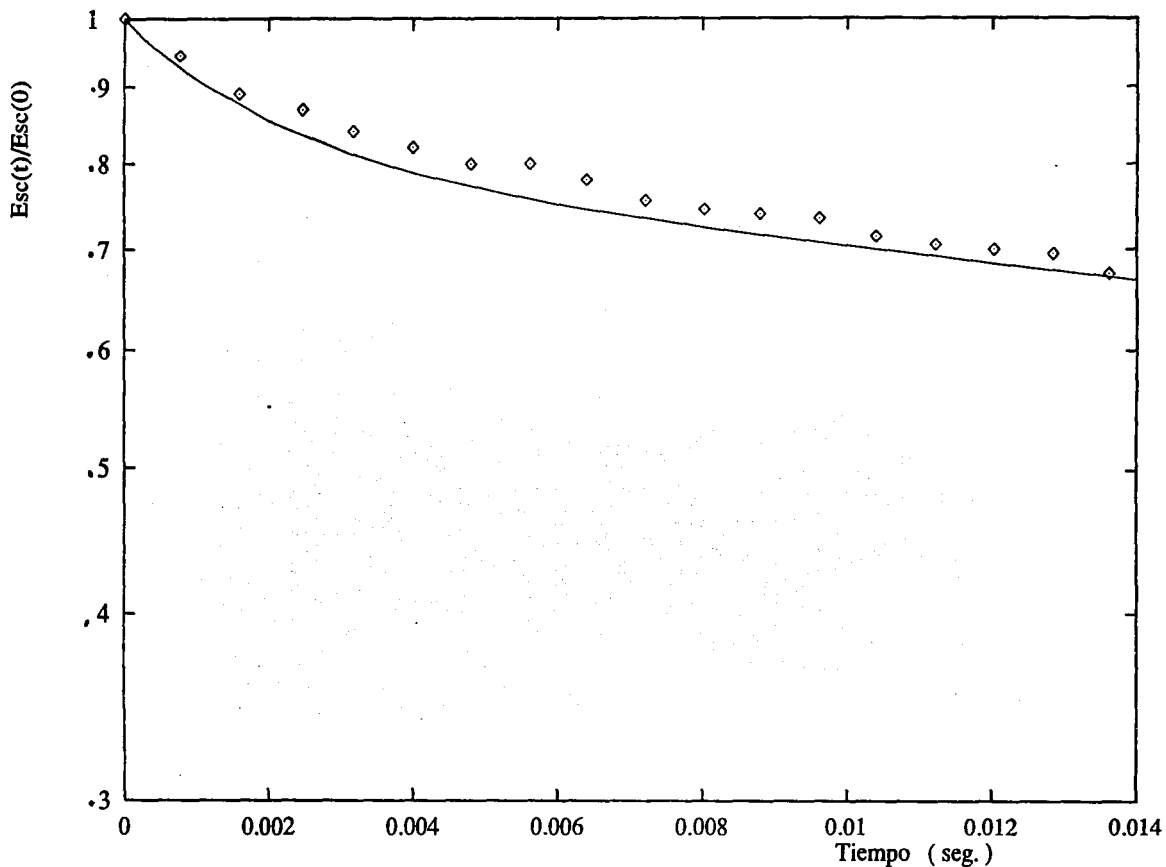


Fig. 4.7 Decaimiento de la rejilla en la oscuridad. La línea continua se obtiene en este trabajo y los puntos son datos experimentales reportados ⁽¹⁾. ($\lambda_g = 1.29\mu$, $m = 0.06$, $I_0 = 43\text{mW/cm}^2$).

tomó como la ambiente ($T = 293 \text{ K}$).

La información referente al decaimiento de la rejilla es de suma importancia, sobre todo si el cristal fotorrefractivo se va a utilizar en aplicaciones de memoria no volátil o viceversa. Una forma de cuantificar el decaimiento consiste en medir el tiempo de decaimiento en la oscuridad τ_{dark} que se define como el tiempo necesario para que el campo de carga espacial disminuya al inverso del número de Euler $e^{-1} = 0.3678$ de su valor al término del grabado de la rejilla. La Fig. 4.8 es una extensión de la Fig. 4.7 que muestra la amplitud del campo de carga espacial como función del tiempo (0 a 70 ms) para el decaimiento en la oscuridad. Con los parámetros correspondientes a la Tabla 4.2 la constante del tiempo es $\tau_{dark} = 65 \text{ ms}$.

La constante de tiempo τ_{dark} para una misma intensidad de iluminación, varía con el espaciamiento entre franjas Λ_g (manteniendo todos los demás parámetros constantes) según puede observarse en la Fig. 4.9. Los puntos marcados con barras de incertidumbre son puntos experimentales⁽⁷⁾ y la línea continua se calcula en este trabajo con los parámetros correspondientes a la Fig. 4.7 para una intensidad de grabado: $I_0 = 50 \text{ mW/cm}^2$ y un cociente de modulación $m = 0.06$.

Como puede verse los cálculos predicen resultados en una buena concordancia con el experimento.

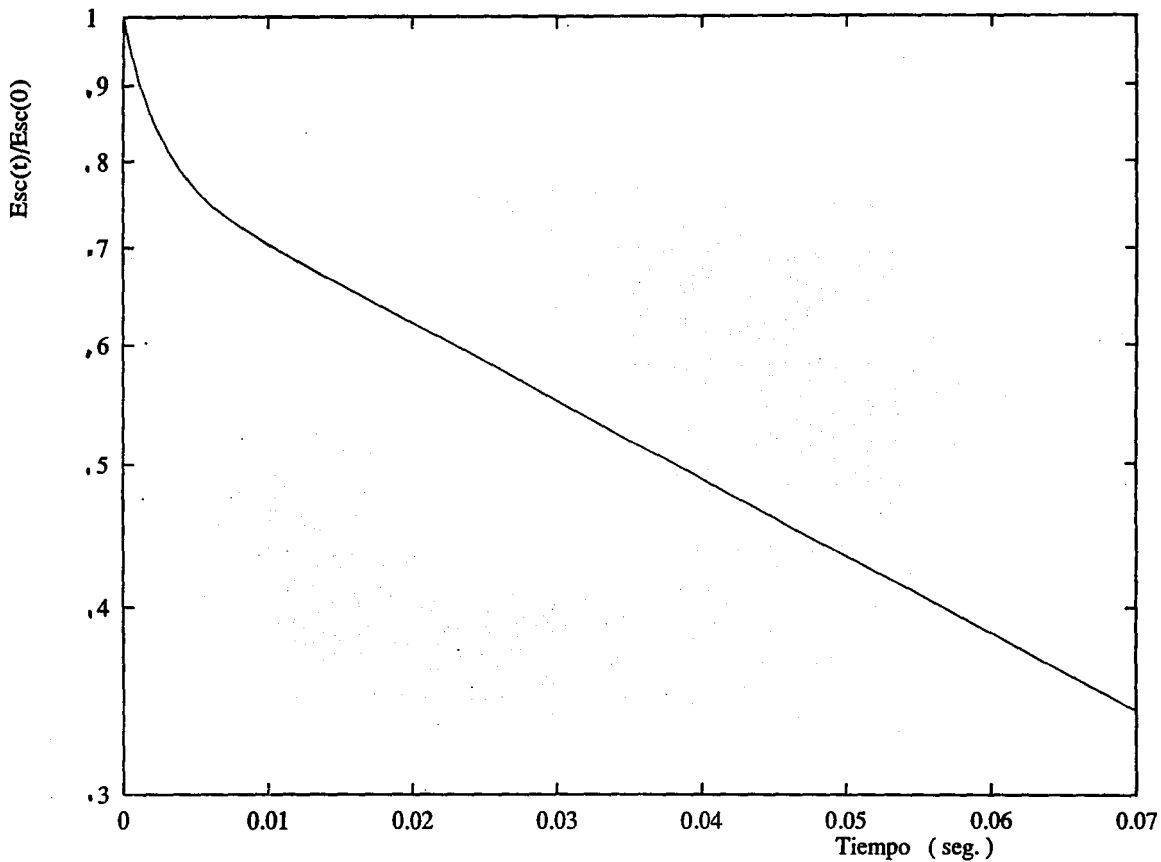


Fig. 4.8 Decaimiento de la amplitud del campo de carga espacial E_{sc} como función del tiempo ($\lambda_g = 1.29 \mu m$, $m = 0.06$, $I_0 = 43 mW/cm^2$)

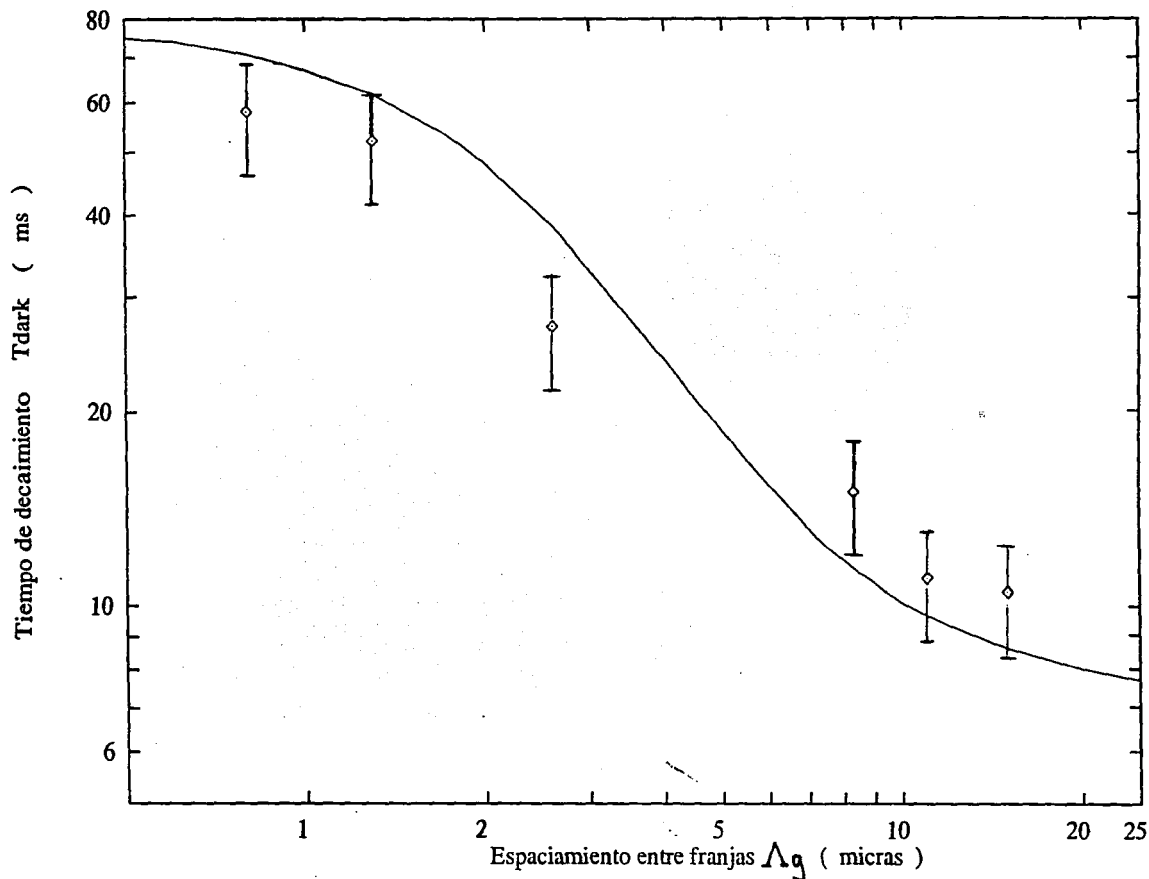


Fig. 4.9 Constante de tiempo τ_{dark} como función del espaciamento entre franjas Λ_g , en doble escala logarítmica para una intensidad de grabado $I_0 = 50 \text{ mW/cm}^2$, y un cociente de modulación $m = 0.06$.

4.1.2 EL CAMPO DE CARGA ESPACIAL CON DERIVA Y DIFUSION

Ahora consideraremos la aplicación de un campo eléctrico externo DC al cristal fotorrefractivo como se muestra en la Fig. (3.3). En este caso, el patrón de iluminación y la rejilla de índice de refracción tienen un corrimiento espacial entre 0 y $\pi/2$.

La Fig. 4.10 muestra el campo de carga espacial de estado estacionario en un período de la rejilla $\Lambda_g = 1.0 \mu$ para un campo eléctrico aplicado de 2×10^2 KV/m, un cociente de modulación $m = 0.9$ y una intensidad de escritura $I_0 = 105 \text{ mW/cm}^2$, los parámetros restantes son los dados en la tabla 4.1.

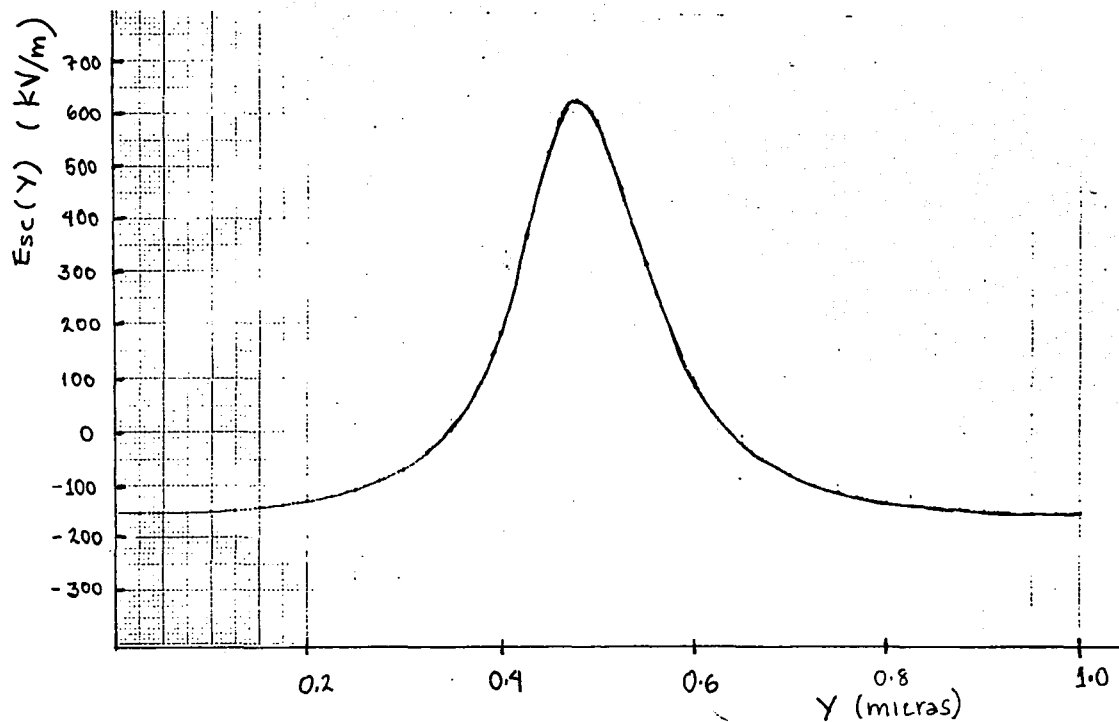


Fig. 4.10 Campo de carga espacial para un campo eléctrico aplicado de $2.0 \times 10^6 \text{ kV/m}$, una intensidad de grabado $I_0 = 105 \text{ mW/cm}^2$ y un cociente de modulación $m = 0.9$

4.2 ACOPLAMIENTO DE DOS HACES

4.2.1 COEFICIENTE DE GANANCIA EXPONENCIAL

Para mezclar dos ondas, se hacen incidir dos haces de luz coherente sobre el cristal fotorrefractivo; se induce un campo de carga espacial E_{sc} en el material y éste da lugar a una rejilla de índice de refracción que puede tener un defasamiento espacial con respecto del patrón de interferencia de iluminación. Este defasamiento es el origen del acoplamiento de las dos ondas, que intercambian energía dentro del material. Uno de los dos haces emerge con una intensidad mayor que la que traía al entrar al material. La dirección en que se transfiere energía depende de la orientación del cristal respecto de la dirección de incidencia de los haces⁽³²⁾ (y del tipo de fotoportadores dominantes, en este caso electrones).

En la técnica de mezclado de dos ondas, una vez que se graba la rejilla de índice de refracción, la lectura se efectúa inmediatamente, interrumpiendo uno de los haces. De manera que la longitud de onda del haz de lectura λ_{lect} es la misma que la de los haces de escritura λ_{escr} . En este contexto una cantidad importante a considerar es el coeficiente de ganancia exponencial Γ , que da una medida de la transferencia de energía.⁽³³⁾ El coeficiente de ganancia exponencial Γ para haces con polarización perpendicular al plano de incidencia está, relacionado con la amplitud de la compo-

nente fundamental del campo de carga espacial E_G por la ecuación: (34)

$$\Gamma = - \frac{2\pi n^3}{\lambda \cos\theta} r_{ef} F E_G \quad (3.85)$$

Donde n es el índice de refracción, r_{ef} es una combinación apropiada de las componentes del tensor electroóptico y los factores angulares y de polarización para cristales totalmente polarizados (monodominio), F es la fracción de polarizado (factor de escala), λ es la longitud de onda en el vacío de los haces de escritura y θ el ángulo de Bragg.

Calculamos numéricamente el coeficiente de ganancia exponencial Γ , para un experimento reportado de mezclado de dos ondas, en un cristal de KNbO_3 altamente reducido, con un vector de la rejilla K_g paralelo al eje cristalográfico c .⁽⁷⁾ Los haces están polarizados perpendicularmente al eje b del cristal y la intensidad del haz señal es mil veces menor que la del haz de bombeo ($m=0.06$)

La Fig. 4.11 representa el coeficiente de ganancia exponencial como función del espaciamiento entre franjas Λ_g , para una intensidad de escritura de 70 mW/cm^2 y un cociente de modulación $m=0.06$. La longitud de onda de escritura es de 488nm , $n = 2.2274$, y $r_{ef} = 6.4 \times 10^{-6} \mu\text{V}$, (datos tomados de la referencia (7)) θ se determina de la condición de Bragg:

$$\text{sen}\theta = \frac{\lambda_{esc}}{2\Lambda_g} \quad (4.1)$$

La línea continua es nuestra solución calculada, y los puntos son datos experimentales. La fracción de polarizado F para obtener buen acuerdo con los datos experimentales es $F = 0.561$.

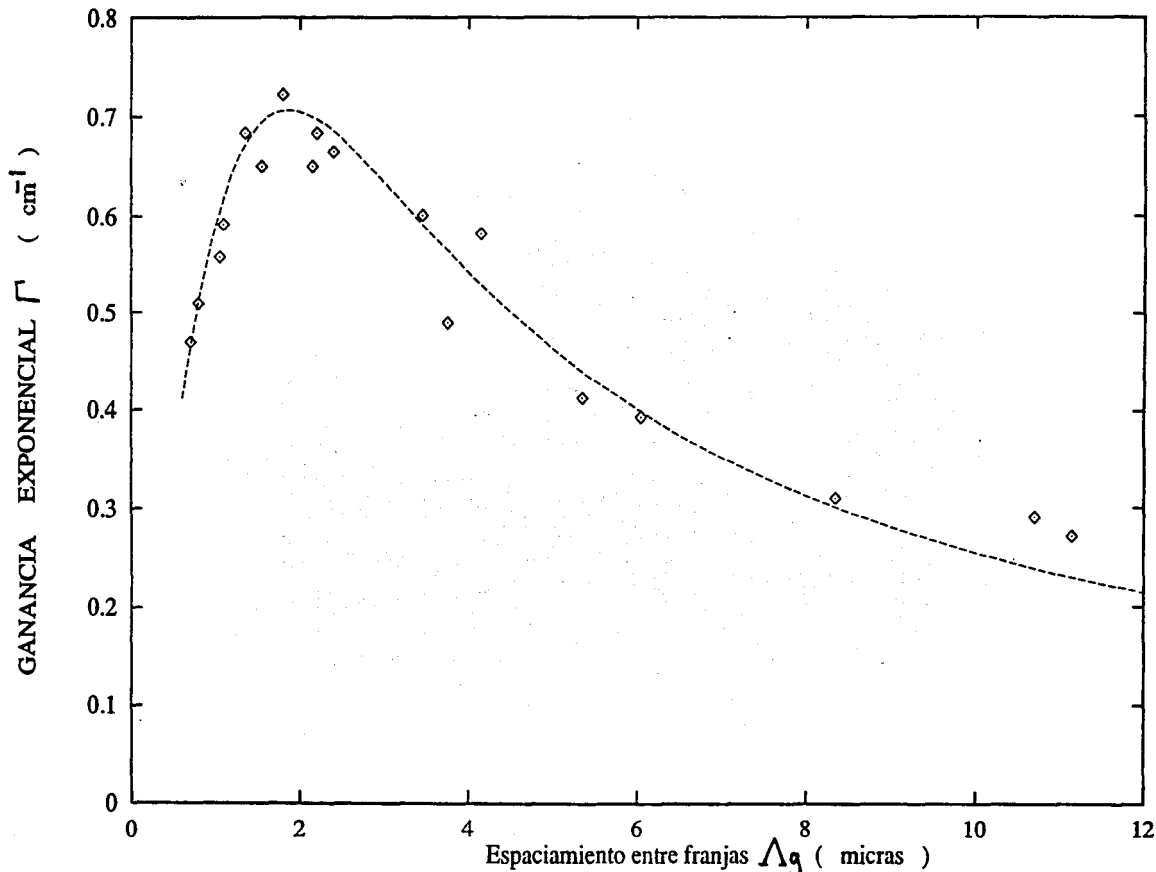


Fig 4.11 Ganancia exponencial como función del espaciamento entre franjas Λ_g para una intensidad de escritura de $70\text{mW}/\text{cm}^2$, un cociente de modulación $m = 0.06$, y una fracción de polarizado $F = 0.561$. La línea continua se calcula en este trabajo y los puntos son datos experimentales reportados.

4.2.2 EFICIENCIA DE DIFRACCION

Una rejilla grabada con dos haces de longitud de onda λ_{escr} , se lee (sin campo eléctrico externo aplicado) con un haz de longitud de onda λ_{lect} que incide al ángulo de Bragg correspondiente.

También calculamos la eficiencia de difracción η como función de la posición en el cristal fotorrefractivo, resolviendo las ecuaciones (3.99) , (3.100) con condiciones de frontera (3.101).

En el primer caso (Fig. 4.12) se consideró una rejilla con un espaciamiento entre franjas $\Lambda_g = 1.8\mu$ grabada con dos haces de luz coherente de longitud de onda $\lambda_{escr} = 488$ nm, una intensidad promedio $I_0 = 70$ mW/cm², y un cociente de modulación $m = 0.06$, que corresponde a un cociente de intensidades $m_0 = 1 \times 10^{-3}$. La lectura de la rejilla se efectúa con un solo haz (haz señal) de longitud de onda $\lambda_{lect} = 633$ nm con una intensidad $I_{sd}(0) = 4.5$ mW/cm², al ángulo de Bragg $\theta = 14.12^\circ$ (0.2778 rad). Estos datos experimentales se tomaron de la ref. (7), aunque en esta referencia no se calculó la eficiencia de difracción.

La información del campo de carga espacial entra a través del coeficiente de ganancia Γ' (ec. 3.87), y para calcularlo se consideran los parámetros de la tabla 4.2, sin campo eléctrico aplicado.

La eficiencia de difracción η está dada por el cociente de la intensidad difractada en la posición x , $I_{rd}(x)$ e incidente $I_{sd}(0)$ en $x = 0$ (al entrar al cristal).

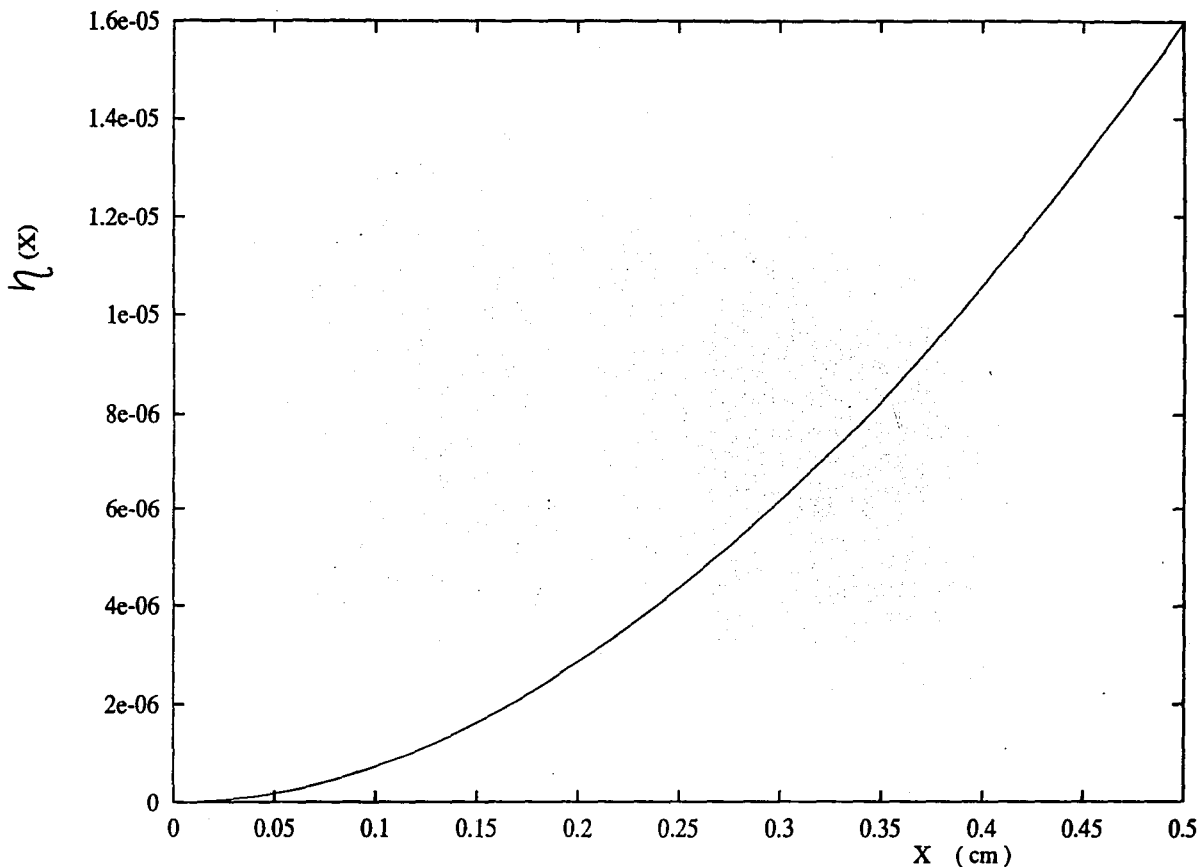


Fig. 4.12 Eficiencia de difracción como función del grueso de un cristal fotorrefractivo, $I_{sd}(0)=4.5mW/cm^2$, $\Gamma^1=0.552cm^{-1}$, $m_0=0.001$ y $m = 0.06$.

$$\eta = \frac{I_{rd}(x)}{I_{sd}(0)} \quad (4.2)$$

La Fig. 4.12 representa la eficiencia de difracción como función de la posición dentro del cristal. No se considera un grueso mayor del material para que el enfoque en el que se desprecia la constante de absorción α sea válido.⁽⁷⁾

Se puede observar que la eficiencia η es muy pequeña, esto se debe a las características de la rejilla grabada, un cociente de modulación pequeño ($m = 0.06$) implica también una ganancia Γ pequeña (0.7071cm^{-1}).

Como un ejemplo de la potencialidad de nuestra metodología, si consideramos una rejilla grabada con dos haces coherentes, de intensidades relativas comparables, y un cociente de modulación cercana a la unidad, la eficiencia de difracción calculada (al leer la rejilla con un haz de diferente longitud de onda a la de escritura) tiene un comportamiento diferente al caso lineal, en donde el cociente de intensidades y el cociente de modulación son pequeños. Esta diferencia se puede observar en la Fig. 4.13, donde se muestra la eficiencia de difracción para una rejilla grabada con dos haces coherentes, de longitud de onda $\lambda_{lect} = 488$ nm, con un cociente de intensidades $m_0=0.8$, un cociente de modulación $m=0.9$ y una intensidad de 4.5 mW/cm^2 . La lectura de la rejilla se efectúa con un haz coherente de longitud de onda $\lambda_{lect} = 633$ nm, y una intensidad de 1 mW/cm^2 , que incide al ángulo de Bragg correspondiente.

Cuando el cociente de modulación de los haces de escritura es cercano a la unidad, el campo de carga espacial tiene una amplitud mayor comparada con el caso de cociente de modulación pequeño, ello se refleja en un aumento del coeficiente de ganancia exponencial Γ , que es uno de los parámetros que determina la magnitud de la eficiencia de difracción.

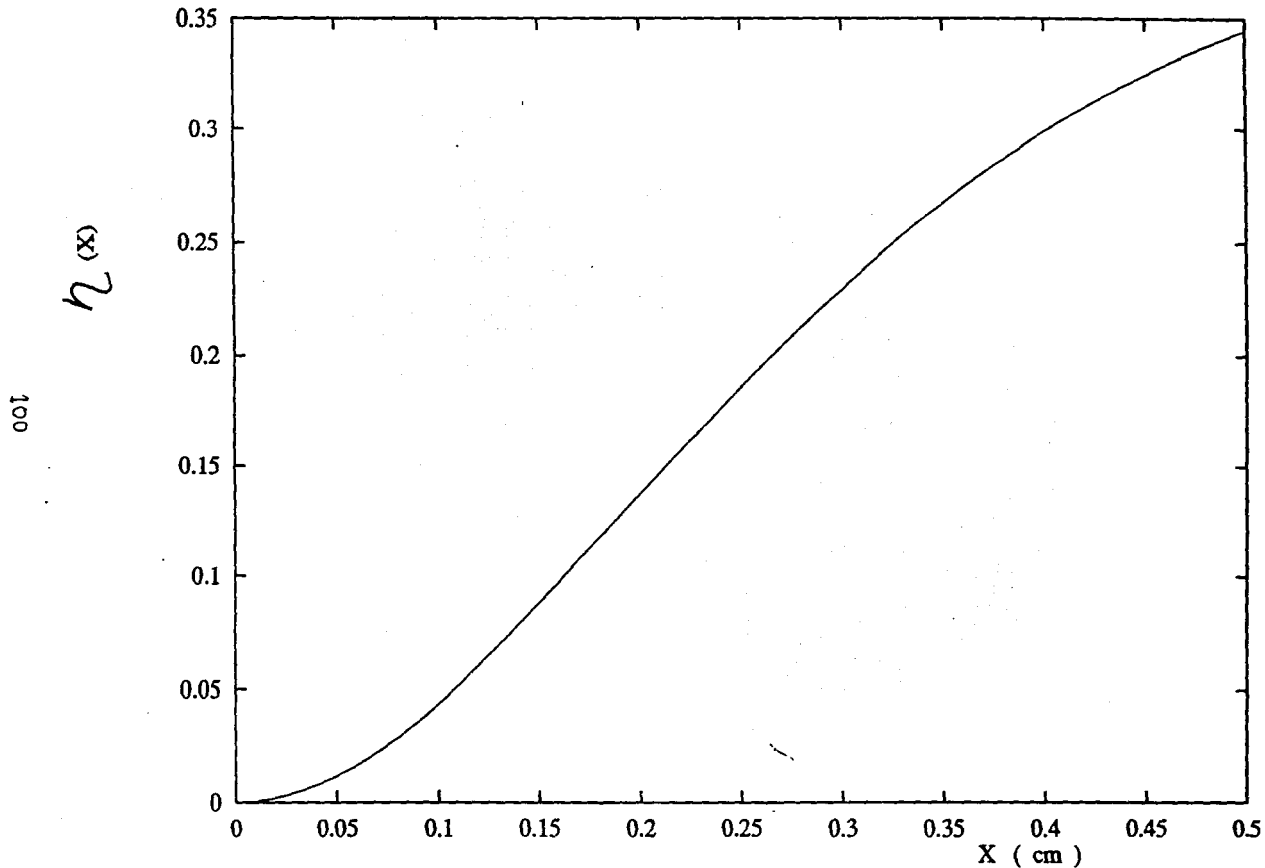


Fig. 4.13 Eficiencia de difracción como función del grueso de un cristal fotorrefractivo, $I_{sd}(0) = 4.5 \text{ mW/cm}^2$, $\Gamma = 5.77 \text{ cm}^{-1}$, $m_0 = 0.8$, y $m = 0.9$

4.3 CONCLUSIONES

Las soluciones que hasta ahora se dan al modelo de transporte por banda (Band Transport Model) tienen un intervalo de validez restringido.⁽⁷⁾⁽¹⁵⁾ La mayoría de ellas tratan el caso lineal del problema, que equivale a tomar cocientes de modulación y de intensidad muy pequeños, del orden de unos centésimos ($m = 0.06$) y un milésimo respectivamente. En este límite ($m \ll 1$) se tienen soluciones analíticas que hacen algunas aproximaciones con el fin de linealizar las ecuaciones de Kukhtarev, como hemos visto en el Capítulo 3, con ello se obtiene la solución de estado estacionario, pero la dependencia temporal del problema no se describe adecuadamente. Es claro porque estas soluciones describen en cierta medida los resultados experimentales reportados.⁽⁷⁾⁽³⁴⁾ El hecho radica en que los experimentos se efectúan precisamente en situaciones donde el enfoque que linealiza las ecuaciones es válido. Sin embargo para algunas de las aplicaciones prácticas del efecto fotorrefractivo se requiere entrar al intervalo no lineal de las ecuaciones que describen el Modelo de Transporte por Banda. Por ejemplo, en la amplificación de luz coherente vía el efecto fotorrefractivo se requiere que el coeficiente de ganancia Γ sea lo más grande posible (Γ es una medida de la transferencia de energía entre los haces). Un coeficiente de ganancia grande se obtiene si hay un gran cambio en el índice de refracción y un gran cambio en el índice de refracción viene conectado con una amplitud grande del campo de carga espacial. Obtener un campo de carga espacial con amplitud

grande implica considerar cocientes de modulación cercanos a la unidad, según hemos observado en la Fig. 4.2. De esta manera se entiende que en la utilización de un cristal fotorrefractivo como amplificador óptico, se requiere considerar cocientes de modulación no muy pequeños comparados con la unidad.

La eficiencia de difracción η es otro de los parámetros importantes de considerar en un cristal fotorrefractivo. En la práctica interesa la máxima eficiencia posible. Para ésto encontramos en nuestros resultados, que los haces de escritura que graban la rejilla deben tener un cociente de modulación grande y un cociente de intensidades relativas grande también. De otra forma la eficiencia de difracción es sumamente pequeña, según se puede observar en las Figs. 4.12 y 4.13. Por tanto, nuevamente se requiere considerar cocientes de intensidades y de modulación comparables a la unidad.

La solución que encontramos resolviendo numéricamente y en forma exacta las ecuaciones que describen el modelo de Kukhtarev no está restringida a cocientes de intensidades y de modulación pequeños, consideramos recombinación cuadrática y una densidad de electrones no necesariamente mucho menor que la densidad de aceptores y donadores. Todo esto nos permite considerar el comportamiento no lineal del efecto fotorrefractivo de una manera natural, algo que no se había realizado antes.

Nuestros resultados describen eficientemente los datos experimentales reportados⁽⁷⁾ como se observa en las Figs. 4.7, 4.9, y 4.11. Además las constantes de tiempo involucradas en el efecto fotorrefractivo se pueden obtener fácilmente con nuestro programa

de cómputo.

Consideramos que ya contamos con una buena herramienta de estudio y diseño de materiales fotorrefractivos tomando en cuenta las potencialidades que representa. Se pueden calcular las constantes de establecimiento y decaimiento de la rejilla, el coeficiente de ganancia exponencial, o la eficiencia de difracción como función de los parámetros que caracterizan un material, como son la densidad de aceptores, la densidad de donadores, la movilidad de los portadores de carga, la constante de recombinación, la sección transversal de fotoexcitación, etc.

Adicionalmente se pueden introducir tanto campos eléctricos externos periódicos de cualquier naturaleza, como diversas condiciones de frontera, en las que se podría incluir, por ejemplo calor y generar un gradiente de temperaturas durante la formación de la rejilla ó se puede considerar otro tipo de iluminación que no sean ondas planas, por ejemplo un perfil Gaussiano de intensidad. También pueden considerarse niveles energéticos de atrapamiento cercanos a la banda de conducción ó de la banda de valencia. Claro que todo ésto es materia de trabajo futuro.

El incluir el efecto de la temperatura en la formación de la rejilla permite considerar el calentamiento de la muestra fotorrefractiva durante la iluminación con luz coherente, efecto que ocurre necesariamente en la práctica. Por otra parte también es de interés incluir un perfil de intensidad de iluminación Gaussiano para acercarnos a situaciones más reales, ya que en toda fuente de luz coherente disponible (no perfectamente monocromática) se tiene

una distribución estadística de la fluctuación de la amplitud de la luz como resultado de la superposición de señales de luz de un gran número de fuentes microscópicas independientes, tales como átomos o moléculas. La señal resultante tiene una distribución Gaussiana. Estas fluctuaciones no deseables que siempre ocurren en el haz de salida de un laser de He-Ne por ejemplo, se puede reducir mediante filtrado especial, pero no se eliminan completamente.

Específicamente entre las contribuciones principales del presente trabajo se tiene, como ya se ha mencionado, la solución que muestra la evolución temporal del campo de carga espacial inducido en el cristal fotorrefractivo, para todo tiempo hasta alcanzarse el estado estacionario, inclusive para cocientes de modulación comparables a la unidad, y considerando recombinación cuadrática. A diferencia de las soluciones que se tienen en la literatura, en donde únicamente se describe el campo de carga espacial para tiempos cortos (tiempos menores que la constante de tiempo de establecimiento de la rejilla holográfica) o bien, la solución en estado estacionario⁽²⁾⁽¹⁵⁾ sin poder predecir el comportamiento del campo de carga espacial para tiempos intermedios. Además las soluciones existentes en la consideran cocientes de modulación mucho menores a la unidad, que implica considerar el límite lineal de las ecuaciones del modelo de Transporte por Banda.⁽⁷⁾

Así también, otra de las contribuciones importantes de nuestro trabajo es el cálculo del coeficiente de ganancia exponencial a través de la componente fundamental del campo de carga espacial, una asociación directa que presentamos explícitamente por primera

vez. El enfoque que hemos aplicado a la resolución de las ecuaciones que describen el modelo de N.V. Kukhtarev, nos permite calcular la eficiencia de difracción de una rejilla holográfica grabada en un material fotorrefractivo en situaciones en las que la lectura pudiera efectuarse con un haz coherente de una longitud de onda diferente a la de los haces de grabado. En la literatura existente no se tiene este tipo de soluciones. ⁽⁷⁾⁽¹⁵⁾

REFERENCIAS

- 1.- P. Günter Phys. Rep. 93, 199 (1982)
- 2.- T. J. Hall, R. Jaura, L. M. Connors, P. D. Foote J. Prog. Quant. Elect. 10, 97 (1985)
- 3.- F. Micheron, G. Bismuth Appl. Phys. Lett. 20, 79 (1972)
- 4.- H. Vormann, G. Weber, S. Kapphan, E. Krätzig Sol. State Comm. 40, 543 (1981)
- 5.- D. M. Pepper, J. Feinberg, N. V. Kukhtarev Scien. Amer. Oct. (1990)
- 6.- N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov, V. L. Vinetskii Ferroelectrics 22, 949 (1979)
- 7.- D. Fluck, P. Amrhein, P. Günter J. Opt. Soc. Am. B 8, 2196 (1991)
- 8.- J. Feinberg Phys Today (1988)
- 9.- Amnon Yariv, Quantum Electronics (Wiley, New York 1989)
- 10.- Y.R. Shen, The Principles of Nonlinear Optics (Wiley, New York 1984)
- 11.- Ph. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach, J. P. Huignard J. Appl Phys. 58, 45 (1985)
- 12.- S. I. Stepanov, M. P. Petrov, Opt. Commun 53,292, (1985)
- 13.- H. Rajbenbach, J. P. Huignard, P. Günter Springer Ser. Elect. Phot. 30 (1990)
- 14.- J. Feinberg, D. Heiman, A. R. Tanguay, Jr., r. W. Hellwarth J. Appl. Phys. 51, 1297 (1980)

15. - L. Solymar p. 229 Springer Proc. Phys. 18 (1987)
16. - J. P. McKelvey, Física del Estado Sólido y de Semiconductores, Limusa, México (1980)
17. - N. W. Ascroft y N. D. Mermino, Solid State Physics (Holt Rinehart and Winston London (1976))
18. - A. M. Glass, D. Vonder Linde y T. J. Negran, Appl. Phys. Lett. 25, 233 (1974)
19. - R. Orlovsky, E. Krätzig Sol. State Comm. 27, 1351 (1978)
20. - G. C. Valley J. Appl. Phys. 59, 3363 (1986)
21. - F. P. Strohkendl, R. W. Hellwarth J. Appl. Phys. 62, 2480 (1987)
22. - N. V. Kukhtarev, G. E. Dovgalenko, V. N. Starkov Appl. Phys. A 33, 227 (1984)
23. - L. Solymar, T. Wilson, J. M. Heaton Int. J. Electron. 57, 125 (1984)
24. - N. K. Madsen, R. F. Sincovec ACM Trans. Math. Soft. 5, 326, (1979)
25. - R. F. Sincovec, N. K. Madsen ACM Trans. Math. Soft. 1, 232 (1975)
26. - P. Gunter, H. J. Eichler p. 206 Springer Proc. Phys. 18 (1987)
27. - H. Kogelnik Bell. Syst. Tech. J. 48, 2909 (1969)
28. - D. W. Vahey J. Appl. Phys. 46, 3510 (1975)
29. - P. Hariharan Optical Holography (Cambridge University Press, London 1986)

- 30.- E. Voit, M. Z. Zha, P. Amrhein, P. Günter Appl. Phys. Lett. 51, 2079 (1987)
- 31.- L. F. Shampine y H. A. Watts, ACM Trans. Math. Soft. 2, 200 (1976)
- 32.- E. Voit Diss ETH No 8555 (1988)
- 33.- C. Medrano, E. Voit, P. Amrhein, P. Günter J. Appl. Phys. 64, 4868 (1988)
- 34.- M. B. Klein, G. C. Valley J. Appl. Phys. 57, 4901 (1985)

35.- El cambio lineal en $\left(\frac{1}{n^2}\right)_i$, $i=1,2,\dots,3$ debido a un campo eléctrico $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ se define por:

$$\Delta \left(\frac{1}{n^2}\right)_i = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j$$

donde en la suma sobre j se usa la convención $1=x$, $2=y$, $3=z$.

36.- El tensor electroóptico es una matriz de 3×3 con elementos r_{ij} derivados de consideraciones de simetría, que muestran cuales de los 18 elementos son cero, así como las relaciones que existen entre ellos. Por ejemplo para el cristal de bifosfato de potasio KH_2PO_4 ó KDP el tensor electroóptico tiene la forma: ^(p)

$$r_{ij} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{vmatrix}$$

37.- La densidad de electrones en la oscuridad se determinó a través del valor promedio de la conductividad en la oscuridad ⁽¹⁾ $\sigma_d = n_d \mu$.

38.- La probabilidad por unidad de tiempo de generación térmica la tomamos como $1 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$.