

Nº 26
2E1

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA



ANALISIS HIDRAULICO DE REDES
DE TUBERIAS.

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A I
JESUS RUBEN CORONEL ESQUIVEL



México, D. F.

1992

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

I. INTRODUCCION.	1
II. FUNDAMENTOS TEORICOS.	3
2.1 Ecuación de Continuidad.	3
2.1.1 Ecuación de Continuidad para un Flujo Estacionario Unidimensional en un Conducto.	4
2.2 Ecuación de la Energía.	6
2.2.1 Deducción Energetica de la Ecuación de Bernoulli para un Hilo de Corriente en Regimen Permanente.	6
2.2.2 Ecuación de Bernoulli Generalizada para un Tubo de Corriente.	8
2.2.3 Ecuación de la Energía para el Flujo Real.	10
2.2.4 Ecuación de Bernoulli Generalizada.	12
2.3 Ecuación de Potencia.	15
III. PERDIDAS DE ENERGIA.	18
3.1 Pérdidas por Fricción.	18
3.2 Ecuación General de las Pérdidas por Fricción.	20
3.3 Pérdidas Locales.	26
3.3.1 Pérdida por Entrada.	27
3.3.2 Pérdida por Salida de un Deposito.	28
3.3.3 Pérdida por Ensanchamiento.	30
3.3.4 Pérdida por Contracción.	31
3.3.5 Pérdida por Tes.	32
3.3.6 Pérdida por Codos.	35
3.3.7 Pérdida por Válvula.	37
3.4 Longitud Equivalente.	43
3.5 Representación Gráfica de la Ecuación de Bernoulli con Pérdidas.	46

IV. TUBERIAS EN SERIE Y EN PARALELO.	47
4.1 Tuberías en serie.	47
4.2 Tuberías en paralelo.	54
V. REDES ABIERTAS.	67
VI. REDES CERRADAS.	84
6.1 Análisis Hidráulico de la Red.	85
6.2 Método de Cross.	87
6.3 Método Matricial.	93
6.3.1 Procedimiento.	93
6.3.2 Serie de Taylor.	97
6.3.3 Linealización.	98
6.3.4 Matriz de Cargas.	101
6.3.5 Programa.	105
VII. CONCLUSIONES.	118
BIBLIOGRAFIA.	120

CAPITULO I

INTRODUCCION

El acelerado crecimiento de la población mundial ha incrementado la demanda de servicios, siendo el de mayor importancia el suministro de agua potable.

Es por ello que el diseño y mantenimiento de los sistemas de conducción y distribución ha tenido que evolucionar de acuerdo al avance tecnológico para poder dar soluciones a esta problemática que cada vez se vuelve más compleja. De aquí que la necesidad para el desarrollo de nuevas soluciones se ve reflejada desde el nivel educativo de quienes en un futuro serán los encargados de cubrir tan importante servicio.

El presente trabajo tiene la finalidad de proporcionar un apoyo didáctico que ayude tanto al profesor como al estudiante de la carrera de Ingeniería Civil en el proceso enseñanza-aprendizaje, mostrando de una manera sencilla y fácil de entender la solución a este tipo de problemas; tratando de que al mismo tiempo se obtengan resultados en forma lógica y sistematizada, y así brindar al lector la posibilidad de utilizar la computadora digital, logrando con esto evitar los procedimientos tediosos y complicados que llevan a cometer una gran cantidad de errores acumulativos, los cuales hacen necesario repetir el proceso más de una vez.

En el capítulo II se dan las bases teóricas necesarias para el buen manejo de los conceptos tratados en este trabajo mostrando las ecuaciones fundamentales de la hidráulica sin llegar a las deducciones de las mismas, puesto que no es el objetivo de la tesis.

Dentro del capítulo III se presentan las pérdidas de energía (por fricción y locales), así como la explicación de longitud equivalente y la representación gráfica de la ecuación de Bernoulli con pérdidas.

Los temas de tuberías en serie y en paralelo al igual que algunos problemas resueltos para estos casos, se encuentran en el capítulo IV.

El análisis de solución para redes abiertas se explica en el capítulo V, donde se encontraran también problemas resueltos para ejemplificar el tema.

Para el caso de redes cerradas, estas se analizan en el capítulo VI presentando adjunto la solución a dos problemas tipo con la finalidad de hacer más comprensible su estudio.

Por último en el capítulo VII se realizan las conclusiones a éste trabajo.

CAPITULO I

FUNDAMENTOS TEORICOS

Para el estudio de la mecánica de fluidos, y en particular del agua, se hace necesario el conocimiento de los principios que rigen a la materia y asimismo de sus aplicaciones para el buen desarrollo del tema.

Cabe mencionar que en el presente trabajo no se harán las deducciones de las ecuaciones ya que no es el objetivo que se persigue.

2.1 ECUACION DE CONTINUIDAD.

La ecuación de continuidad está basada en el principio de conservación de la masa aplicado al movimiento de fluidos; esto es; la ecuación de continuidad establece que la masa que sale de una región del espacio, como puede ser un volumen de control, menos la masa que entra a la región, es igual al gasto conque se esta evacuando la masa de fluido de la región considerada.

2.1.1 Ecuación de Continuidad para un Flujo Estacionario Unidimensional en un Conducto.

A continuación se analizará el caso de un flujo estacionario en un conducto (fig.2.1) para establecer una relación entre las velocidades medias en dos secciones del mismo. En la figura se dibuja un volumen de control de tal modo que los extremos del mismo son las secciones 1 y 2, respectivamente.

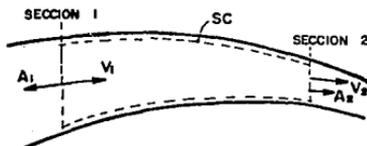


Fig. 2.1

Para el flujo en este volumen de control se puede aplicar la ecuación de continuidad.

$$\sum \rho V A = 0$$

Cuando se desarrolla para el ejemplo citado se tiene:

$$-\rho_1 V_1 A_1 + \rho_2 V_2 A_2 = 0$$

$$\text{ó} \quad \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 \quad (2.1)$$

Además, si tenemos un flujo de densidad constante, las ρ ' se simplifican, teniendo entonces:

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (2.2)$$

Esta ecuación establece que el gasto volumétrico en la sección 1 es igual al gasto en la sección 2, por lo cual se puede escribir:

$$Q_1 = Q_2$$

La ecuación (2.2) es una forma muy común de la ecuación de continuidad y se usa en numerosas aplicaciones cuando se puede considerar que el flujo es unidimensional e incompresible.

2.2 ECUACION DE LA ENERGIA

2.2.1 Deducción Energética de la Ecuación de Bernoulli para un Hilo de Corriente en Régimen Permanente.

En un fluido ideal no hay viscosidad ni rozamiento ni, por tanto, transformación de energía hidráulica en energía térmica. Además, en régimen permanente la trayectoria de una partícula de fluido coincide con una línea de corriente. Si además esta partícula de fluido no recibe energía de una máquina (bomba) ni tampoco cede energía a una máquina (turbina), en el tránsito de la partícula de un punto 1 a otro punto 2 de una línea de corriente la energía podrá transformarse de una clase a otra, pero según el principio de conservación de la energía, la suma total de la energía que posee la partícula debe de permanecer constante. Considerando energías específicas, esta suma en un fluido ideal e incompresible se compone de energía geodésica, zg ; energía de presión, $\frac{p}{\rho}$ y energía de velocidad, $\frac{v^2}{2}$. La suma de estas tres energías debe permanecer constante, por tanto:

ECUACION DE BERNOULLI PARA UN HILO DE CORRIENTE.

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + \frac{v_2^2}{2} \quad (2.3)$$

(1 y 2 en la misma línea de corriente, fluido ideal)

Nótose sin embargo, que aún en un fluido ideal sin pérdidas y sin adición de energía, no se opone al principio de conservación de la energía el que las partículas situadas en líneas de corriente diversas puedan transportar diversa cantidad de energía, por tanto (fig.2.2), en es posible que, siendo verdad la ec. (2.3) porque 1 y 2 están en la misma línea de corriente, no sea verdad que

$$\frac{p_1}{\rho} + Z_1 g + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + Z_2 g + \frac{v_2^2}{2}$$

porque 1 y 3 están en distinta línea de corriente.

La figura 2.2 representa la corriente de un fluido ideal en régimen rotacional entre dos placas paralelas. No hay pérdida de energía, pero el filamento de corriente 1-2 transporta menos energía que el filamento de corriente 3. Si el régimen fuera irrotacional todas las líneas de corriente serían paralelas y equidistantes y todos los filamentos de corriente transportarían la misma cantidad de energía. La ecuación de Bernoulli en un fluido ideal en flujo irrotacional se cumpliría entre dos puntos cualesquiera, aunque dichos puntos no pertenezcan a la misma línea de corriente.

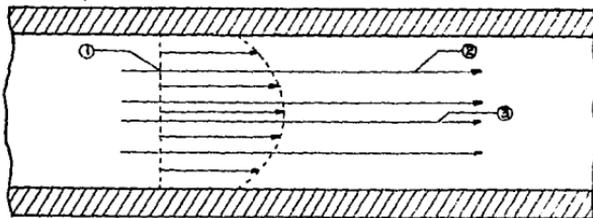


Fig. 2.2

En tal caso el filamento de corriente 1-2 transportaría, por ejemplo, menos energía que el filamento de corriente 3, pero la energía no se perdería.

2.2.2 Ecuación de Bernoulli Generalizada para un Tubo de Corriente.

Se demuestra matemáticamente que para que la ecuación de Bernoulli se cumpla entre dos puntos cualesquiera, no situados en una misma línea de corriente (puntos 1 y 3 en la Fig.2.2) de un tubo de corriente imaginario o materializado (tubería, canal), además de ser el fluido ideal (viscosidad cero) es necesario que el flujo sea irrotacional (las partículas se trasladan sin realizar giro alguno alrededor de su centro de gravedad). Si se cumple la hipótesis de que el flujo es irrotacional además de ser fluido ideal la ecuación 2.3 se cumple entre dos puntos cualesquiera de un fluido.

Es decir

$$\frac{p_1}{\rho} + Z_1 g + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + Z_2 g + \frac{v_2^2}{2} \quad (2.4)$$

(1 y 2 no necesariamente en la misma línea de corriente; velocidades locales en dichos puntos; fluido ideal e irrotacional)

La técnica de la construcción de máquinas hidráulicas, por ejemplo, hace frecuente uso de la ecuación anterior, y a pesar de que a la hipótesis simplificadora del fluido ideal se añade la más simplificadora aún del flujo irrotacional, esta ecuación constituye un instrumento de trabajo excelente.

Es también muy frecuente en la práctica diaria de la ingeniería aplicar la ecuación de Bernoulli al conjunto de la corriente que circula por un canal, tubería, etc.; sintetizando, por decirlo así, la corriente completa en un hilo de corriente al que se le asignan los valores medios de toda la sección: la altura del centro de gravedad de la sección como altura geodésica; la presión media obtenida, por ejemplo, por tomas de presión convenientemente repartidas alrededor de la sección; y la velocidad media obtenida mediante la ecuación:

$$\bar{v} = \frac{Q}{A}$$

Esto equivale a aplicar la ecuación de Bernoulli no entre dos puntos de una "línea de corriente", sino entre dos secciones de un "tubo de corriente". Este método se conoce con el nombre de "método unidimensional o teoría de los hilos de corriente", que proporciona en numerosas ocasiones la solución del problema o cuando menos una primera aproximación. La validez del método unidimensional, al que se recurre constantemente en el estudio de la hidráulica, y al cual se recurrirá constantemente también en este trabajo, está corroborado por la experiencia.

ECUACION DE BERNOULLI PARA UN TUBO DE CORRIENTE

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + \frac{v_2^2}{2} \quad (2.5)$$

(v_1 , v_2 velocidades medias en las secciones 1 y 2)

Adviértase que en la ecuación (2.4) v_1 y v_2 son las velocidades locales de los puntos 1 y 2; mientras que en la ecuación (2.5) v_1 y v_2 son las velocidades medias en las secciones 1 y 2.

En el fluido en reposo el término $\frac{v^2}{2} = 0$. (En un fluido en reposo solo existe energía geodésica y energía de presión.)

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 \quad (2.6)$$

(Ecuación fundamental de la hidrostática)

Esto es, la altura piezométrica $h = \frac{p}{\rho g} + Z$ permanece constante.

2.2.3 Ecuación de la Energía para el flujo real.

En un fluido real la viscosidad provoca rozamiento del fluido con el contorno (tubería, canal, etc.) así como de las partículas de fluido entre sí. De aquí que entonces la ecuación 2.5 no se cumple, pero se sigue respetando el principio de conservación de la energía o primer principio de la Termodinámica. Es decir, además de la energía de posición, de presión y cinética, se presenta la energía de fricción que provoca una variación en el estado térmico del fluido. Esta fricción en la "mecánica de fluidos incompresibles" no es aprovechable por lo que se llamará energía perdida y expresada en forma de altura, altura perdida h_r .

Si se realiza el mismo razonamiento que se hizo para el fluido ideal se tiene que la energía en el punto 1 (suma de energía de posición, de presión y cinética en el punto 1) menos la energía perdida entre el

punto 1 y 2 por fricción es igual a la energía en el punto 2 (suma de energía de posición, de presión y cinética en el punto 2), ésto es:

ECUACION DE BERNOULLI CON PERDIDAS

$$\frac{p_1}{\rho} + Z_1 g + \frac{v_1^2}{2} - Y_{r1-2} = \frac{p_2}{\rho} + Z_2 g + \frac{v_2^2}{2}$$

(fluido real - viscoso pero incompresible - v_1, v_2 velocidades medias en las secciones 1 y 2)

expresada en alturas:

$$\frac{p_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - H_{r1-2} = \frac{p_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad \dots (2.7)$$

donde H_{r1-2} .- altura perdida entre el punto 1 y 2 ($gH_{r1-2} = Y_{r1-2}$ energía perdida entre las secciones 1 y 2).

El análisis del término H_{r1-2} se hará detenidamente en capítulos posteriores.

2.2.4 ECUACION DE BERNOULLI GENERALIZADA.

Si en el volumen de control se presentan una o varias máquinas que suministren energía (bomba) a la corriente. se experimentará un incremento de energía que, expresada en forma de altura, se le llamará ΣH_b . Asimismo, si en el volumen de control se presentan una o varias máquinas a quienes se les cede energía (turbinas) de la corriente se experimentará un decremento de energía que, expresada en forma de altura, se le llamará $-\Sigma H_t$.

La energía en el punto 1 menos la energía perdida entre los puntos 1 y 2, más la energía suministrada por las máquinas que existen entre 1 y 2, menos la energía cedida por el fluido a máquinas o motores que se ubiquen entre 1 y 2, es igual a la energía en el punto 2.

Expresando lo anterior mediante una ecuación se tiene la:

ECUACION DE BERNOULLI GENERALIZADA.

$$\frac{p_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - \Sigma r_{1-2} + \Sigma H_b - \Sigma H_t = \frac{p_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

... (2.8)

(Ecuación del circuito hidráulico en serie)

donde $\frac{P_1}{\gamma}$, $\frac{P_2}{\gamma}$ alturas de presión.

Z_1, Z_2 alturas de posición.

$\frac{v_1^2}{2g}$, $\frac{v_2^2}{2g}$ alturas de velocidad.

ΣH_{r-2} suma de todas las pérdidas hidráulicas entre 1 y 2.

ΣH_b suma de los incrementos de altura proporcionada por bombas entre 1 y 2.

ΣH_t suma de los incrementos de altura absorbida por turbinas entre 1 y 2.

La Ec. 2.8 está dada en m; mas si se multiplicara por g estaría dada en:

$$\frac{m^2}{s^2} = \frac{J}{Kg}$$

Cada término de la ec. 2.8 tendría las dimensiones $(L/T)^2$, o las unidades metro-newtons por kilogramo.

$$\frac{m N}{Kg} = \frac{m Kg m/s^2}{Kg} = \frac{m^2}{s^2}$$

Además:

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 = h_1 \quad \text{altura piezométrica en el } p_1$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = H_1 \quad \text{altura total en el } p_1$$

Si no se tienen pérdidas (fluido ideal) ni cesión de energía (turbina), la altura (energía) total de la corriente permanece constante.

$$H = C \quad (\text{constante de Bernoulli})$$

o bien:

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = C \quad \text{corresponde a energía por unidad de peso.}$$

Si se tienen pérdidas (fluido real) y no hay adición de energía (por una o varias bombas) la altura (energía) total de la corriente disminuye siempre en el sentido de la misma.

$$H_2 = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} < H_1 = \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g}$$

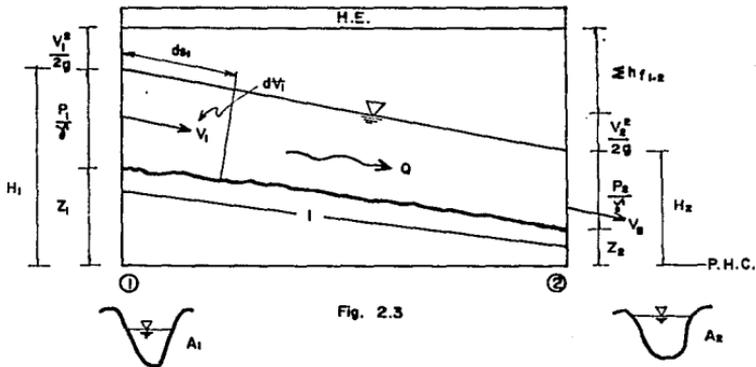
Quando se aplique la ec. 2.8 al punto 1 se deberá siempre posicionar aguas arriba mientras que el punto 2 deberá hacerse aguas abajo de la corriente.

La altura (energía) total H sólo podrá aumentar en dirección de la corriente si en ésta existe una bomba.

En el fluido real, H siempre disminuye en el sentido de la corriente (si no existe bomba); se puede presentar que la altura geodésica, la de presión o la de velocidad aumenten o también que aumenten dos cualesquiera de estas tres energías, pero nunca puede aumentar la suma de las tres.

2.3 ECUACION DE POTENCIA.

Para deducir la ecuación de potencia, se tomará de una corriente de agua, un tramo comprendido entre una sección 1 y una sección 2 separadas una longitud L por donde fluye un gasto Q constante y se referirán las energías a un plano horizontal de comparación (P.H.C.) ver fig. 2.3.



Las áreas de las secciones 1 y 2 son A_1 y A_2 respectivamente, no muy diferentes; por continuidad se puede escribir:

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} \qquad V_2 = \frac{Q}{A_2}$$

De la fig. 2.3, por inspección se ve que las energías por unidad de peso que posee el líquido a la entrada y a la salida del tramo considerado son:

$$e_1 = Z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \qquad (2.9)$$

$$e_2 = Z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \qquad (2.10)$$

Para un tiempo dt el volumen que habrá entrado al tramo en la sección 1 será $dV_1 = A_1 V_1 dt$. Lo mismo ocurre en la sección 2 pero el volumen habrá salido del tramo y será también $dV_2 = A_2 V_2 dt$.

Por continuidad se tiene que:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

luego

$$dV_1 = dV_2 = Q dt$$

los pesos de líquido que están pasando por las secciones en el tiempo dt considerado son:

$$dW_1 = dW_2 = \gamma Q dt \quad (2.11)$$

De aquí que las energías elementales en las secciones 1 y 2 en el mismo tiempo dt serán:

$$dE_1 = \gamma Q dt e_1 \qquad dE_2 = \gamma Q dt e_2$$

De tal forma que de este volumen de control se puede aprovechar una energía elemental dada por:

$$dE = dE_1 - dE_2 = \gamma Q [e_1 - e_2] dt$$

suponiendo velocidades del orden de $v_1 = v_2 = 1$ a 3 m/s la energía cinética diferencial de la expresión anterior puede despreciarse quedando esta:

$$dE = \gamma Q H dt \quad (2.12)$$

y finalmente la potencia del agua en movimiento de este tramo será:

$$\frac{dE}{dt} = \gamma Q H$$

$$P_h = \gamma Q H \quad (2.13)$$

CAPITULO III**PERDIDAS DE ENERGIA****3.1 PERDIDAS POR FRICCION.**

En conducciones hidráulicas de gran longitud, la evaluación de la pérdida por fricción es muy importante, lo que ha ocasionado investigaciones teórico experimentales para obtener soluciones satisfactorias y de fácil aplicación.

Las pérdidas por fricción son las pérdidas de superficie en el contacto de fluido con la tubería, rozamiento de unas capas de fluido con otras (régimen laminar) o de partículas de fluido entre sí (régimen turbulento).

En 1883 Osborne Reynolds propuso en base a sus experimentos un criterio para distinguir los dos tipos de flujo (laminar y turbulento) mediante el número que lleva su nombre, con el cual se puede llegar a evaluar la preponderancia de las fuerzas viscosas sobre las de inercia.

Para flujo laminar en un tubo Reynolds encontró que este se vuelve inestable cuando su número ha rebasado un valor crítico, para convertirse posteriormente en turbulento. El número crítico de Reynolds toma valores muy distintos, desde 2 000 hasta 40 000.

Es importante señalar que tanto el flujo laminar como el turbulento resultan propiamente de la viscosidad del fluido, por lo que en ausencia de la misma no habría distinción entre ambos.

Considerando una tubería de sección constante, si se aumentara el caudal y por tanto la velocidad, se debe advertir que en realidad no es la velocidad la que condiciona el aumento de la pérdida de carga, sino como siempre el número de Reynolds.

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

donde V es la velocidad media, D el diámetro del conducto, ν la viscosidad cinemática del fluido.

Por otra parte cabe mencionar que existen en los manuales de hidráulica una gran cantidad de tablas, curvas, ábacos y nomogramas para el cálculo del término Hr_{f1-2} en la ec. 2.7, que es necesario utilizar con precaución, esto es debido a que, en algunas tablas por ejemplo, se establecen valores únicamente para tuberías de fundición, por lo que sería erróneo utilizarlas para pérdidas de carga en tuberías de asbesto-cemento. Otras tablas fueron construidas para emplearse exclusivamente en problemas donde se trabaje con agua; en las que no se hace mención de la viscosidad, ya que es un factor constante en el flujo de agua, por lo que sería incorrecto emplearlas cuando se requiera calcular la pérdida de carga en una tubería que contenga un fluido distinto a este.

3.2 ECUACION GENERAL DE LAS PERDIDAS POR FRICCIÓN.

A fines del siglo pasado se realizaron experimentos con tuberías de sección constante que transportaban agua y demostraron que la pérdida de carga era directamente proporcional al cuadrado de la velocidad media en la tubería y a la longitud de la misma e inversamente proporcional al diámetro de esta. La fórmula fundamental que expresa lo anterior es la siguiente:

ECUACION DE DARCY-WEISBACH

$$Hr_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (3.1)$$

(Fórmula de Darcy-Weisbach para pérdidas por fricción)

donde:

- Hr_f - pérdida de carga por fricción.
- f - coeficiente de pérdida de carga por fricción.
- L - longitud de la tubería.
- D - diámetro de la tubería.
- V - velocidad media del fluido.

Cabe mencionar que esta fórmula ha llegado a ser de uso universal en todo el mundo en la bibliografía técnica correspondiente.

Las tablas, curvas, ábacos y nomogramas que se mencionan al inicio de este tema, sirven sólo para determinar el coeficiente f , que sustituido en la Ec. 3.1 proporciona la pérdida de carga por fricción Hr_f .

Aproximadamente a partir de 1940, cada vez más se ha venido utilizando un ábaco llamado Diagrama de Moody (fig.3.1), que se ha difundido mundialmente. Con él pueden resolverse todos los problemas de pérdidas de carga por fricción en tuberías con cualquier diámetro, material y caudal; además puede emplearse con tuberías de sección no circular y se usa para encontrar el coeficiente f , el cual se sustituye posteriormente en la ecuación de Darcy-Weisbach.

La precisión en el uso del diagrama universal de Moody depende de la selección de ϵ (rugosidad absoluta), según el material del que esté construida la tubería. En la tabla 3.1 se presentan los valores de ϵ para tubos comerciales y en la fig.3.2 los valores de la rugosidad relativa $\frac{\epsilon}{D}$ para los materiales más usuales.

Con la finalidad de evaluar el efecto corrosivo del agua en los conductos, se han realizado distintos intentos partiendo de la disminución del gasto calculado teóricamente, de acuerdo con el PH del agua y el número de años de servicio de la tubería. Es sin embargo, el criterio de Genijew el que parece más efectivo al modificar la rugosidad absoluta del tubo nuevo, de acuerdo con el tipo de agua que va a escurrir y el número de años de servicio; esto es;

$$\epsilon_t = \epsilon_0 + at \quad (3-2)$$

donde

ϵ_0 rugosidad del tubo (nuevo), en mm;

a coeficiente que depende del grupo en el que se clasifique el agua que va a escurrir, según la tabla 3.2;

t número de años de servicio de la tubería;

ϵ_t rugosidad del conducto, después de t años de servicio, en mm.

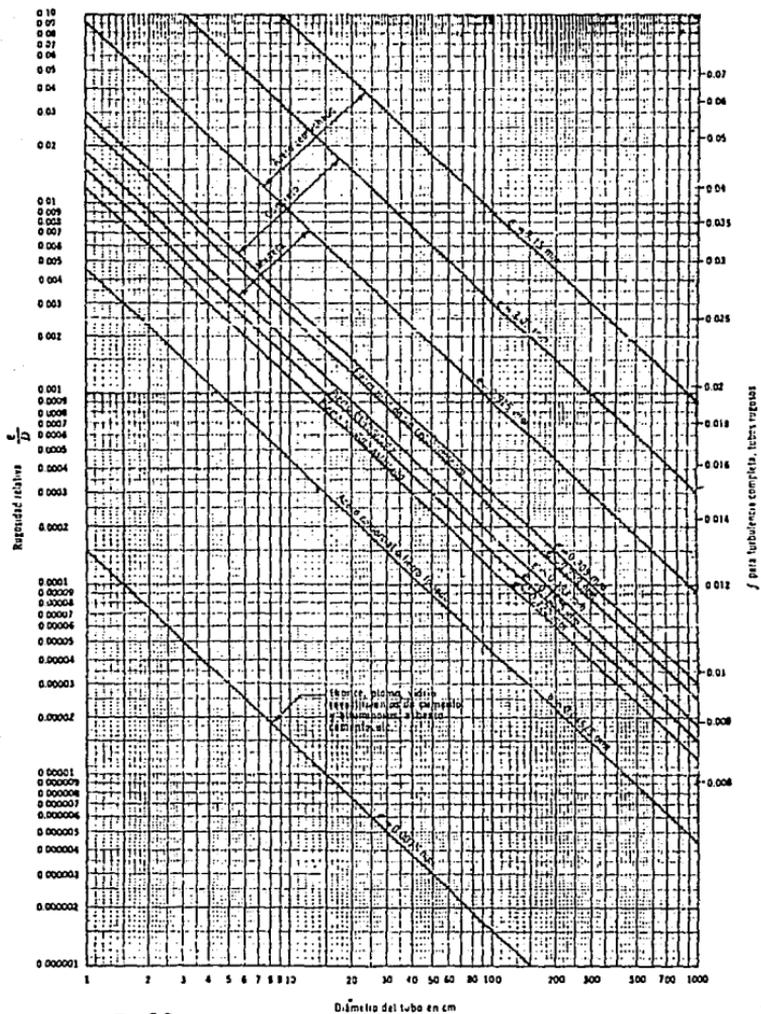


Fig. 3.2

MATERIAL	c, en mm.
TUBOS LISOS	
vidrio, cobre, latón, plástico	0.0015
hierro fundido nuevo	0.25
hierro fundido oxidado	1 a 1.5
hierro fundido, con incrustaciones	1.5 a 3
hierro fundido, centrifugado	0.05
hierro fundido nuevo, con bridas o juntas de macho y campana	0.15 a 0.3
hierro galvanizado	0.15
acero rolado, nuevo	0.05
acero laminado, nuevo	0.04 a 0.1
acero laminado con protección interior de asfalto	0.05
TUBOS DE ACERO SOLDADO	
nuevo	0.05 a 0.10
moderadamente oxidado	0.4
asbesto-cemento nuevo	0.025
asbesto-cemento, con protección interior de asfalto	0.0015
concreto centrifugado, nuevo	0.16
concreto centrifugado, con protección bituminosa	0.0015 a 0.125
concreto en galerías, colado con cimbra normal de madera	1 a 2
cemento liso	03. a 0.8

Tabla 3.2

GRUPO I

Agua con poco contenido mineral que no origina corrosión. Agua con un pequeño contenido de materia orgánica y de solución de hierro:

a varía de 0.005 a 0.055; valor medio, 0.025

GRUPO II

Agua con poco contenido mineral que origina corrosión. Agua que contiene menos de 3 mg/lit de materia orgánica y hierro en solución:

a varía de 0.055 a 0.18; valor medio, 0.07

GRUPO III

Agua que origina fuerte corrosión y con escaso contenido de cloruros y sulfatos (menos de 100 a 150 mg/lit). Agua con un contenido de hierro de más de 3 mg/lit:

a varía de 0.18 a 0.40; valor medio, 0.20

GRUPO IV

Agua que origina corrosión, con un gran contenido de sulfatos y cloruros (más de 500 a 700 mg/lit). Agua impura con una gran cantidad de materia orgánica:

a varía de 0.40 a 0.60; valor medio, 0.51

GRUPO V

Agua con cantidades importantes de carbonatos, pero de dureza pequeña permanente, con residuo denso de 2000 mg/lit:

a varía de 0.6 a más que 1

El factor f en la ec. 3.1 es obviamente adimensional (L/D) es adimensional y $\frac{V^2}{2g}$ tiene la misma dimensión que Hr_f , o sea $[L]$. El factor f depende de la velocidad V , del diámetro de la tubería D , de la densidad ρ , de la viscosidad ν y de la rugosidad ϵ , la cual como se explica en la fig. 3.3, puede expresarse en unidades de longitud.

De lo anterior se deduce:

$$f = f(V, D, \nu, \epsilon) \quad (3.3)$$

Siendo f adimensional, la función f de la Ec. (3.2) deber ser una función de variables adimensionales. En efecto, el análisis dimensional demuestra que:

$$f = f\left(\frac{VD}{\nu}, \frac{\epsilon}{D}\right) \quad (3.4)$$

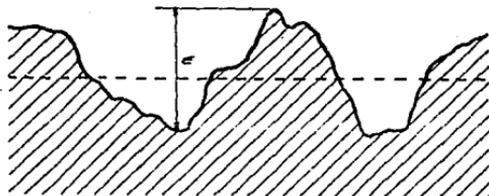


Fig. 3.3

3.3 PERDIDAS LOCALES.

Las pérdidas locales se producen en general en todos los accesorios de tuberías como pueden ser codos, diafragmas, válvulas de diferentes tipos, así como también en los cambios de sección y dirección de la corriente o en las contracciones y ensanchamientos; esto debido a que las tuberías de conducción que se utilizan en la práctica están compuestas, generalmente, por tramos rectos y curvos para ajustarse a los accidentes topográficos del terreno, así como de los diferentes dispositivos para el control de las descargas y cambios de geometría de las secciones antes descritas.

Se advierte que estas pérdidas pueden ser más importantes que las de fricción, si la conducción es relativamente corta. Es admisible generalmente que si la longitud de la tubería es mayor que 1,000 diámetros, el error en que se incurre despreciando las pérdidas locales no llega a ser significativo en el resultado de los análisis que se realicen.

La magnitud de estas pérdidas se expresa como una fracción de la carga de velocidad, inmediatamente aguas abajo del sitio donde se produjo la perturbación de la corriente; la fórmula general de pérdida local es:

ECUACION FUNDAMENTAL PARA PERDIDAS LOCALES

$$Hr_L = K \frac{v^2}{2g} \quad (3.5)$$

donde:

Hr_L - pérdida de energía en m.

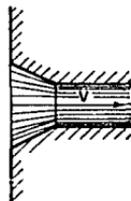
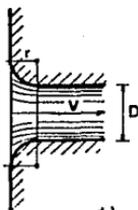
K - coeficiente sin dimensiones que depende del tipo de accesorio que se trate, del número de Reynolds y de la rugosidad del tubo.

$\frac{V^2}{2g}$ - carga de velocidad, aguas abajo de la zona de alteración del flujo (salvo aclaración en contrario) en m.

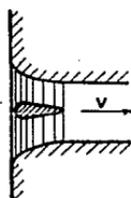
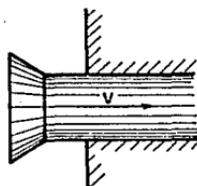
En seguida se presentan los valores del coeficiente K, de acuerdo con el tipo de perturbación.

3.3.1 Pérdida por entrada.

La pérdida por entrada se produce por el efecto de contracción que sufre la vena líquida y la formación de zonas de separación; el coeficiente K depende, principalmente de la brusquedad con que se efectúa la contracción del chorro. En la fig. 3.4 se presentan algunos valores de K.

a) $K = 0.5$ b) $K = 0.5 - 0.3 \cos \theta - 0.2 \cos^2 \theta$ c) $K = 0.15 \text{ a } 0.25$ 

d)

e) $K = 0.06 \text{ a } 0.10$ f) $K = 0.5$

r/D	0	0.04	0.08	0.12	0.16	>0.2
K	0	0.26	0.15	0.09	0.06	>0.03

Fig. 3.4

3.3.2 Pérdida por salida de un depósito.

SALIDA BRUSCA

Los valores de K que pueden tomarse se presentan en la fig. 3.5. K depende de la longitud L del tramo de tubería que penetra en el depósito y del espesor S de la tubería.

SALIDA SUAVE

Para este caso la pérdida que se obtiene es mucho menor que para el caso anterior dada la forma más aerodinámica y disminución o anulación de la resistencia de forma.

Los coeficientes K se pueden tomar de la tabla 3.3 en relación con la fig. 3.6.

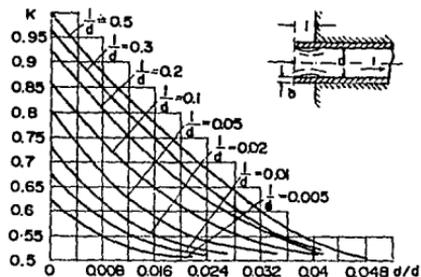


Fig. 3.5

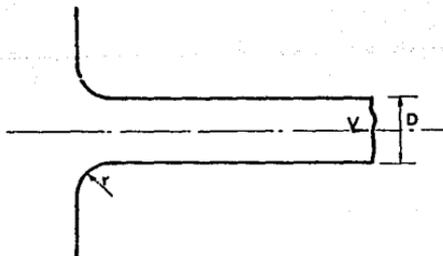


Fig. 3.6

r/D	0	0.02	0.04	0.08	0.12	0.16	>0.2
K	0.5	0.37	0.26	0.15	0.09	0.06	<0.03

Tabla 3.3

3.3.3 Pérdida por ensanchamiento.

La transición en un conducto de sección circular de un diámetro d a otro mayor D puede hacerse brusca o gradualmente mediante un difusor cónico de ángulo α tal y como se muestra en la fig. 3.7. La pérdida de carga se calcula para este caso con la fórmula:

$$H_{rL} = K \frac{V_1^2}{2g} = m \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad (3.6)$$

donde

$$K = \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]^2 m \quad (3.7)$$

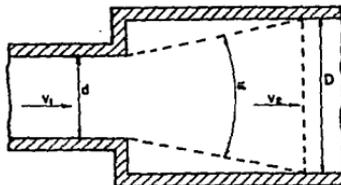


Fig. 3.7

El coeficiente m se obtiene de la tabla siguiente:

α	2.5	5	7.5	10	15	20	25	30
m	0.18	0.13	0.14	0.16	0.27	0.43	0.62	0.81

Tabla 3.4

Si el ensanchamiento es brusco; esto es, $\alpha = 180^\circ$, m es aproximadamente igual a la unidad.

3.3.4 Pérdida por contracción.

Este es el caso contrario al anterior, por lo que las figs. 3.8 y 3.9 podrán entenderse fácilmente. De esta última se obtienen los valores del coeficiente K .

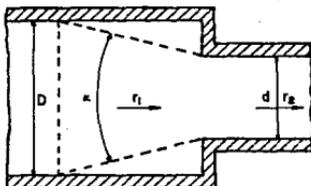


Fig. 3.8

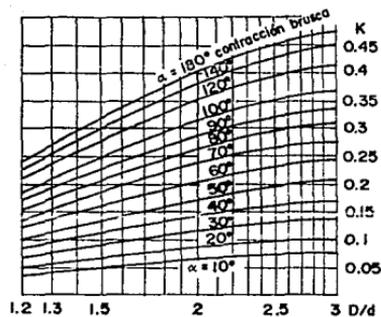


Fig. 3.9

3.3.5 Pérdida por tes.

Estas pérdidas pueden ser de dos tipos: de confluencia y de divergencia como se muestra en las figs. 3.10 y 3.11 respectivamente. Las pérdidas de energía del caudal lateral y del caudal recto (el que no cambia de dirección), se calculan por separado con las siguientes ecuaciones:

$$H_{r_l} = K_l \frac{V^2}{2g} \quad (3.8)$$

$$H_{r_r} = K_r \frac{V^2}{2g} \quad (3.9)$$

donde V = velocidad de la corriente total.

Sumando posteriormente ambas pérdidas para obtener la pérdida total.

$$Q_T = Q_L + Q_R$$

Las curvas únicamente se refieren al caso en que los conductos tienen el mismo diámetro.

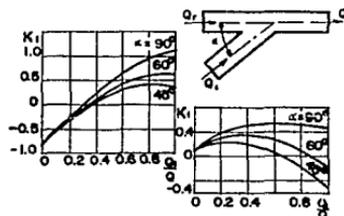


Fig. 3.10

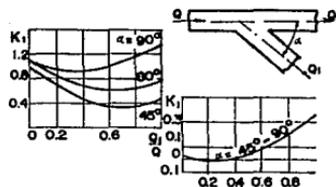


Fig. 3.11

Para otros casos, se muestran a continuación algunos de los más frecuentes. El coeficiente K se tomará de esta tabla según sea el caso solicitado y se llevará a la ec. 3.5 para calcular Hr_c .

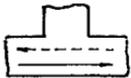
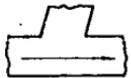
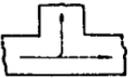
Figura					
K	0.5	1.0	1.5	3.0	0.05
Figura					
K	0.1	0.15	2.0	3.0	

Tabla 3.5

3.3.6 Pérdida por codos.

En los codos se originan 2 tipos de pérdidas:

1. Las producidas por la fuerza centrífuga que origina un flujo secundario que se superpone al flujo principal y que aumenta en gran medida el rozamiento.
2. Las producidas por la separación que se produce en las zonas r y s , como se muestra en la fig. 3.12.

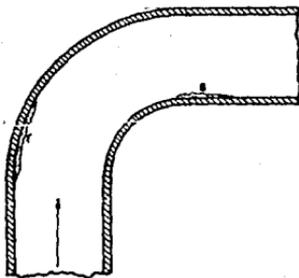


Fig. 3.12

Para evitar el flujo secundario se utilizan álabes directrices, que presentan un perfil aerodinámico tal y como se muestran en la fig. 3.13.



Fig. 3.13

Esta solución, debido a lo caro que resulta, solamente se emplea en casos especiales.

Los valores del coeficiente K se tomarán de las siguientes figuras según sea el caso solicitado.

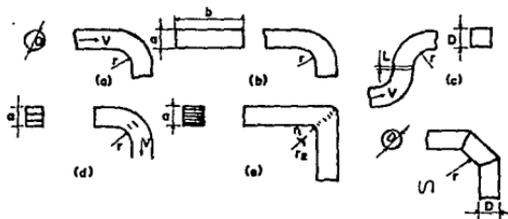


Fig. 3.14

(a)	r/D	0	0.25	0.5	1.0
	K	0.8	0.4	0.25	0.16

(b)	r/a	$b/a = 1$	$b/a = 2$	$b/a = 3$	$b/a = 4$
	0	$K = 1.0$	$K = 0.9$	$K = 0.8$	$K = 0.73$
	0.25	0.4	0.4	0.39	0.32
	0.5	0.2	0.2	0.19	0.16
	1.0	0.13	0.13	0.13	0.10

(c)	$L = 0$	$L = D$
	$K = 0.62$	$K = 0.68$

(d)	No. de álabes	1	2	3
	r/a	0.25	0.2	0.15
	K	0.15	0.12	0.10

(e)	$r_1 = r_2 / 2 = a/b$	$K = 0.1$
-----	-----------------------	-----------

(f)	$r/D = 0.25$	0.5	1.0	
	K	0.8	0.4	0.3 (codo de 3 piezas).
	K	0.5	0.3	0.2 (codo de 5 piezas).

3.3.7 Pérdida por válvula.

El valor del coeficiente K para este caso dependerá del tipo de válvula que se está considerando (compuerta, mariposa, etc.), del diseño de cada una de ellas y del grado de apertura con que se estén trabajando. A continuación se presentan algunas figuras de donde podrán tomarse los valores del coeficiente K dependiendo del tipo de válvula requerida.

a) Válvula de compuerta.

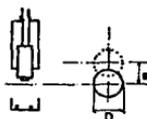
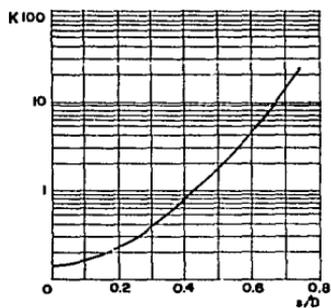


Fig. 3.15

b) Válvula de mariposa.

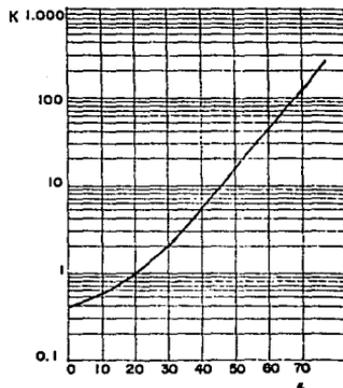
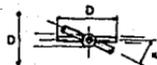


Fig. 3.16

c) Válvula de macho (esféricas).

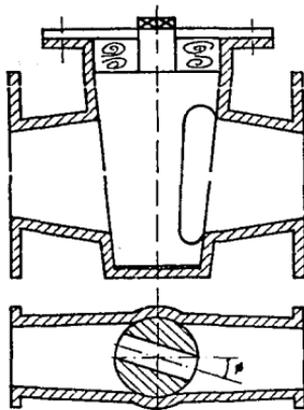


Fig. 3.17

Los valores del coeficiente K en función del ángulo ϕ se tomarán de la tabla 3.6.

ϕ	5°	10°	15°	20°	25°	30°	40°	45°	50°	60°	65°	70°	90°
K	0,05	0,29	0,75	1,56	3,10	5,47	17,3	31,2	52,6	206	486	—	∞

d) Válvula de retención (check).

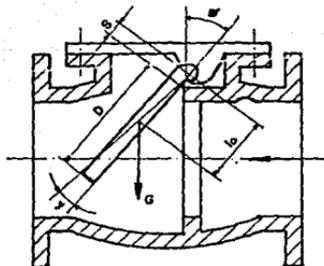


Fig. 3.18

Válvula de retención de charnela, los valores del coeficiente K se toman de la tabla 3.7.

D	K
15	90
20	62
25	42
30	30
35	20
40	14
45	9.5
50	6.6
55	4.6
60	3.2
65	2.3
70	1.7

e) Válvula de pie con pichanचा.

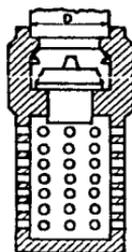


Fig. 3.19

D <i>mm</i>	K	D <i>mm</i>	K
40	12,0	200	5,2
50	10,0	250	4,4
65	8,8	300	3,7
80	8,0	350	3,4
100	7,0	400	3,1
125	6,5	450	2,8
150	6,0	500	2,5

Tabla 3.8

f) Otras válvulas.

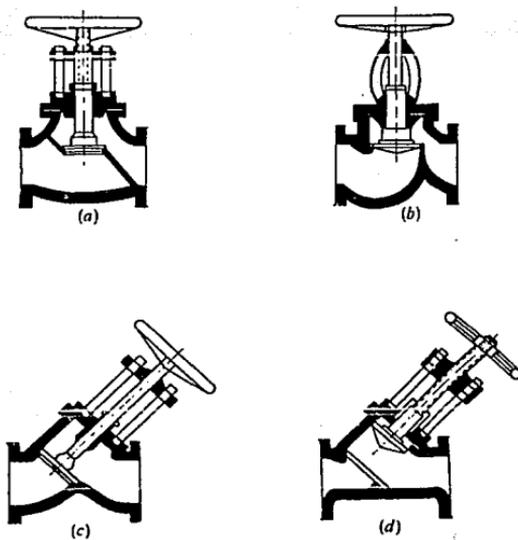


Fig. 3.20

Esquema	a	b	c	d
К	2,9	2,0 a 2,7	1,4 a 2,5	0,44 a 0,8

Tabla 3.9

3.4 LONGITUD EQUIVALENTE.

Este metodo consiste en considerar las pérdidas locales como longitudes equivalentes L_e ; esto es, tomarlas como longitudes en metros de un tramo de tubería conservando el mismo diámetro tales que producirían las mismas pérdidas de carga que los accesorios en cuestión. Posteriormente se aplicaría la ecuación fundamental de las pérdidas por fricción de la siguiente manera:

$$H_r = f \frac{(L + \sum L_e)}{D} \frac{V^3}{2g} \quad (3.10)$$

(fórmula de pérdidas de carga utilizando la longitud equivalente)

donde

- H_r - suma total de las pérdidas de carga.
- f - coeficiente de pérdidas obtenido del diagrama de Moody (fig. 3.1).
- L - longitud total de los tramos rectos de tubería.
- $\sum L_e$ - suma de las longitudes equivalentes a los accesorios considerados.
- V - velocidad media en la tubería.

En caso de que la tubería cambiara de sección se aplicará la ecuación de continuidad como se muestra enseguida.

$$f = \left[f_1 + K_1 \frac{L_1}{D_1} + \left(f_2 + K_2 \frac{L_2}{D_2} \right) \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 + \left(f_3 + K_3 \frac{L_3}{D_3} \right) \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^2 + \dots \right] \frac{V_1^2}{2g} \quad (3.11)$$

donde

$f_1, K_1, f_2, K_2, \dots$ - coeficientes de pérdidas de fricción y locales en las tuberías de diámetro D_1, D_2, \dots respectivamente.

En la fig. 3.21 se muestra el nomograma que se empleará para obtener la longitud equivalente en metros y esta dependerá del tipo de accesorio en cuestión.

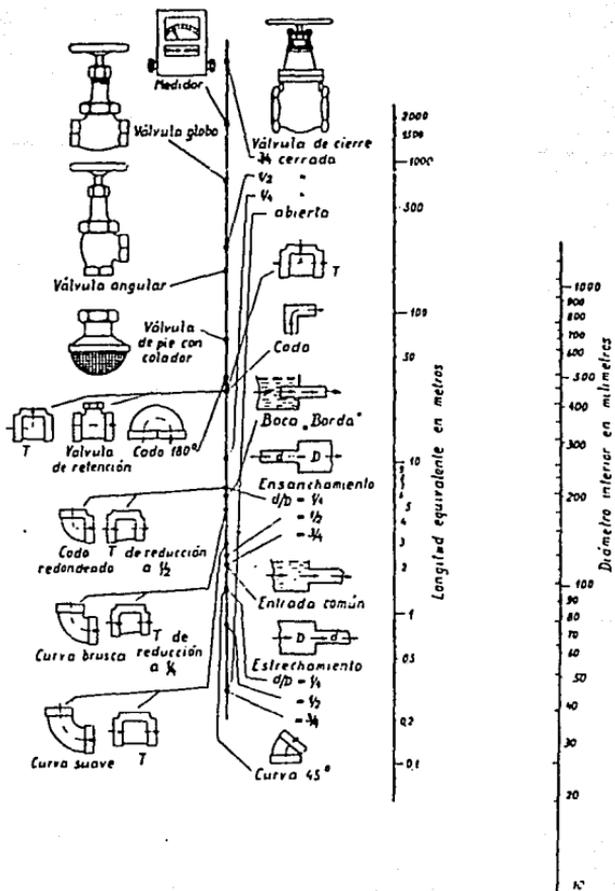


Fig. 3.21

3.5 REPRESENTACION GRAFICA DE LA ECUACION DE BERNOULLI CON PERDIDAS.

En esta representación gráfica (fig. 3.22) de la ecuación de Bernoulli en su forma más general se muestran esquemáticamente las secciones en donde se producen discontinuidades en el flujo; cambio de sección transversal, accesorio, etc., enumerando cada una de éstas, así como las líneas de altura de posición, de presión y velocidad tomadas a partir de un plano horizontal de comparación localizado por debajo del eje de la tubería (para conseguir tener las alturas de posición con signo positivo). También en este gráfico se definirán las líneas de cargas piezométricas y por último la línea de pérdidas de energía a todo lo largo del esquema.

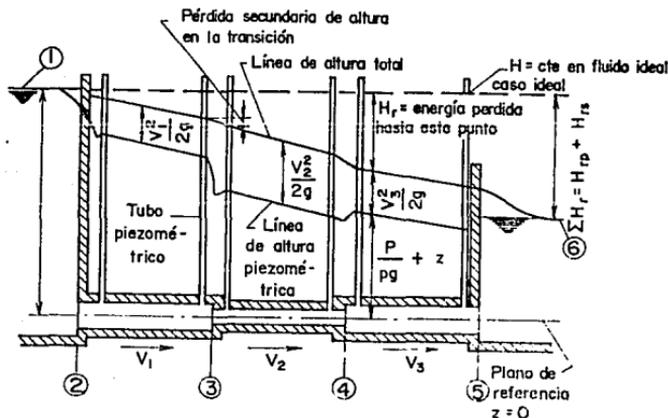


Fig. 3.22

CAPITULO IV

TUBERIAS EN SERIE Y EN PARALELO

4.1 TUBERIAS EN SERIE.

Para la resolución de las tuberías en serie, y con base en la figura 4.1, se partirá de las siguientes condiciones.

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n \quad (4.1)$$

$$H_r = H_{r1} + H_{r2} + H_{r3} + \dots + H_{rn} \quad (4.2)$$

De (4.1), y por continuidad:

$$V_1A_1 = V_2A_2 = V_3A_3 = \dots = V_nA_n \quad (4.3)$$

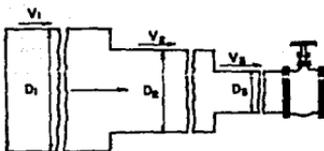


Fig. 4.1

En efecto:

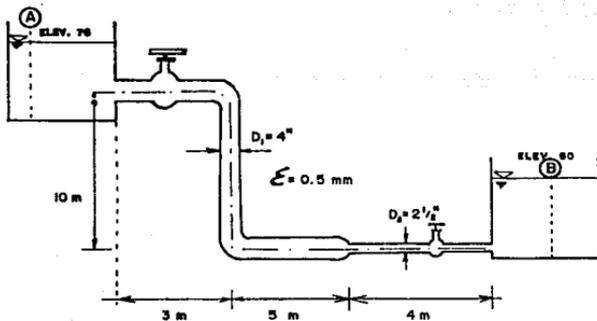
- El gasto que fluye por los tramos 1, 2, 3, ... n, de diámetros D_1 , D_2 , D_3 , ..., D_n es el mismo de acuerdo con la ec. 4.1.

- La pérdida de carga total es igual a la suma de todas las pérdidas en los tramos considerados como se indica en la Ec. 4.2.

Haciendo uso de las fórmulas 4.1 a 4.3 y las ecuaciones presentadas para el cálculo de las pérdidas por fricción y locales, se resuelven los problemas más comunes de tuberías en serie, en donde el gasto puede ser un dato o una incógnita.

Problema 4.1.

Determinar el gasto del sistema mostrado.



Solución:

Planteando ecuación de la energía entre A y B

$$Z_A + \frac{p_A}{\gamma_A} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{p_B}{\gamma_B} + \frac{V_B^2}{2g} + H_{fA-B}$$

Debido a que los tanques están abiertos a la atmósfera

$$\frac{p_A}{\gamma} = \frac{p_B}{\gamma} = 0$$

y que las velocidades en ambos son despreciables

$$V_A = V_B \cong 0$$

la ecuación de la energía se simplifica a

$$H_{rA-B} = Z_A - Z_B$$

Se sabe que:

$$H_{rA-B} = \left[f + \Sigma KL \right] \frac{V^2}{2g}$$

pero dado a que se presenta un cambio de diámetro en la sección de la tubería, la expresión anterior queda

$$H_{rA-B} = \left[f_1 \frac{L_1}{D_1} + \Sigma K_1 \right] \frac{V_1^2}{2g} + \left[f_2 \frac{L_2}{D_2} + \Sigma K_2 \right] \frac{V_2^2}{2g} \quad (4.1.2)$$

y por continuidad sabemos

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

entonces

$$H_{rA-B} = \left[f_1 \frac{L_1}{D_1} + \Sigma K_1 \right] \frac{Q^2}{2g A_1^2} + \left[f_2 \frac{L_2}{D_2} + \Sigma K_2 \right] \frac{Q^2}{2g A_2^2}$$

Como

$$H_{rA-B} = Z_1 - Z_2$$

$$Z_1 - Z_2 = \left(f_1 \frac{L_1}{D_1} + \Sigma K_1 \right) \frac{Q^2}{2gA_1^2} + \left(f_2 \frac{L_2}{D_2} + \Sigma K_2 \right) \frac{Q^2}{2gA_2^2}$$

despejando de esta expresión al gasto nos queda:

$$Q = \sqrt{\frac{Z_1 - Z_2}{\left(f_1 \frac{L_1}{D_1} + \Sigma K_1 \right) \frac{1}{2gA_1^2} + \left(f_2 \frac{L_2}{D_2} + \Sigma K_2 \right) \frac{1}{2gA_2^2}}}$$

Calculando los valores del coeficiente f_1 y f_2 del diagrama de Moody.

$$\frac{\epsilon}{D_1} = \frac{0.5}{100} = 0.005$$

$$\frac{\epsilon}{D_2} = \frac{0.5}{63.5} = 0.00787$$

Con las rugosidades relativas se entra al diagrama, considerando flujo turbulento.

$$f_1 = 0.03$$

$$f_2 = 0.035$$

sustituyendo estos valores en la expresión anterior

$$Q = \sqrt{\frac{75 - 60}{\left(0.03 \frac{18}{0.1016} + 0.5 + 0.75 + 0.7 + 0.7\right) \frac{1}{19.62(0.008107)^2} + \dots}}$$

$$\dots + \left(0.035 \frac{4}{0.0635} + 0.35 + 0.20 + 1.0\right) \frac{1}{19.62(0.003167)^2}}$$

$$Q = 0.02437 \text{ m}^3/\text{s}$$

con este gasto calculamos las velocidades en las tuberías

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.02437}{0.008107} = 3 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.02437}{0.003167} = 7.659 \text{ m/s}$$

y los números de Reynolds

$$Re_1 = \frac{V_1 D_1}{\nu} = \frac{(3)(0.1016)}{1.1 \times 10^{-6}} = 2.77 \times 10^5$$

$$Re_2 = \frac{V_2 D_2}{\nu} = \frac{(7.659)(0.0635)}{1.1 \times 10^{-6}} = 4.44 \times 10^5$$

del diagrama de Moody

$$f_1 = 0.03$$

$$f_2 = 0.035$$

como f_1 y f_2 mantienen los mismos valores supuestos, entonces

$$Q = 0.02437 \text{ m}^3/\text{s}$$

4.2 TUBERIAS EN PARALELO.

En el estudio de las tuberías en paralelo (véase fig. 4.2) se utilizan las siguientes fórmulas:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n \quad (4.4)$$

$$Hr_1 = Hr_2 = Hr_3 = \dots = Hr_n \quad (4.5)$$

En efecto:

- El gasto total Q se distribuye entre todas las tuberías conforme la Ec. (4.4).
- La presión en los puntos A y B (inicio y final respectivamente) de cada tubería es la misma para todos los ramales, por consiguiente y según la Ec. (4.5) la caída de altura de presión Hr será también igual en todos los tramos.

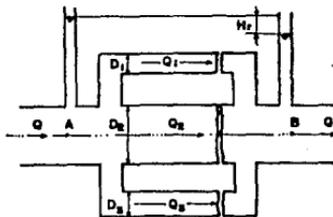


Fig. 4.2

Para el cálculo de las tuberías en paralelo se pueden presentar dos tipos de problemas, a saber:

1. Conocida la pérdida H_r entre los puntos A y B, se desea calcular los gastos en cada ramal, así como el gasto total Q .
2. Conocido el gasto total Q , se desea calcular los gastos en cada ramal y la pérdida H_r entre los puntos A y B.

La solución al primer tipo de problema consiste en calcular los gastos en cada ramal considerándolos por separado como si se trataran de tuberías en serie, para posteriormente aplicar la Ec. (4.4), y así obtener el gasto total Q .

De acuerdo a lo anterior, apoyándonos en la fig. 4.2:

para el tramo 1

$$H_r = \left(f_1 \frac{L_1}{D_1} + \sum_{i=1}^n K_i \right) \frac{V_1^2}{2g} \quad (4.6)$$

donde

$$\sum_{i=1}^n K_i$$

suma de los coeficientes de pérdida debido a todos los accesorios en el tubo 1.

y por continuidad:

$$Hr = \left(f_1 \frac{L_1}{D_1} + \sum_{i=1}^n K_i \right) \frac{1}{2Q A_1^2} Q_1^2$$

obviamente el factor f es función del gasto Q_1 , por lo que se hará una previa estimación de su valor, considerando flujo turbulento en el diagrama de Moody, ya que en esta zona f no depende de el número de Reynolds.

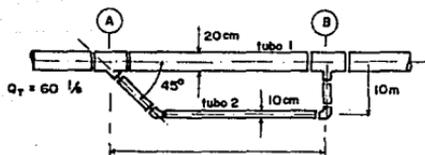
de donde fácilmente se obtiene el gasto Q_1 . De igual manera, se calculan los gastos de los n tubos.

Para ejemplificar el procedimiento descrito, se presenta la solución del siguiente

Problema 4.2.

Una tubería de 20 cm de diámetro transporta un gasto de 60 l/s. Determine el gasto en cada tubo de la ramificación, así como la pérdida de energía entre A y B. La rugosidad absoluta de los tubos es de 2 mm.

No considere pérdidas locales.



Solucion:

$$\Delta H_1 = \Delta H_2 \therefore f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g}$$

$$L_1 = 100 \text{ m}$$

$$\frac{f_1}{D_1} = \frac{2}{200} = 0.01 \quad f_1 = 0.038$$

$$L_2 = 90 + 10 + \frac{10}{\cos 45^\circ} = 114.14 \text{ m}$$

$$\frac{f_2}{D_2} = \frac{2}{100} = 0.02 \quad f_2 = 0.049$$

$$\therefore 0.968 V_1^2 = 2.84 V_2^2$$

pero:

$$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} \quad y \quad V_2 = \frac{Q_2}{A_2}$$

$$980.8 Q_1^2 = 46040 Q_2^2$$

$$Q_1 = 6.85 Q_2$$

además:

$$Q_1 + Q_2 = 0.06$$

$$Q_2 + 6.85Q_2 = 0.06$$

$$Q_2 = 0.0076 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_1 = 0.0524 \text{ m}^3/\text{s}$$

revisando f:

$$V_1 = 1.67 \text{ m/s} \quad Re_1 = 3.3 \times 10^3 \quad f_1 = 0.038$$

$$V_2 = 0.97 \text{ m/s} \quad Re_2 = 9.7 \times 10^4 \quad f_2 = 0.049$$

$$\Delta H_1 = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} = 0.038 \frac{100}{0.20} \frac{(1.67)^2}{19.62} = 2.7 \text{ m}$$

$$\Delta H_1 = \Delta H_2$$

$$\Delta H_2 = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} = 0.049 \frac{114.14}{0.10} \frac{(0.97)^2}{19.62} = 2.7 \text{ m}$$

$$\Delta H = 2.7 \text{ m}$$

En el caso del segundo tipo de problema la solución se encuentra de acuerdo al siguiente razonamiento:

Tomando un tramo cualquiera, por ejemplo el 1, se tendrá:

$$Hr_1 = \left(f_1 \frac{L_1}{D_1} + \sum_{i=1}^n K_i \right) \frac{V_1^2}{2g}$$

definiendo

$$\alpha = f_1 \frac{L_1}{D_1} + \sum_{i=1}^n K_i$$

se tiene

$$Hr_1 = \alpha \frac{V_1^2}{2g} \quad (4.7)$$

despejando a la velocidad

$$V_1 = \sqrt{\frac{Hr_1 \cdot 2g}{\alpha}}$$

se sabe por la ecuación de continuidad que

$$Q_1 = A_1 V_1$$

por lo tanto se puede escribir que

$$Q_1 = A_1 \sqrt{\frac{H_{r1} 2g}{\alpha_1}}$$

$$Q_1 = C_1 \sqrt{H_{r1}} \quad (4.9)$$

donde

$$C_1 = A_1 \sqrt{\frac{2g}{\alpha_1}}$$

para el tramo 2, y haciendo el mismo análisis se tiene

$$Q_2 = C_2 \sqrt{H_{r2}} \quad (4.10)$$

por lo que

$$Q_n = C_n \sqrt{H_{rn}} \quad (4.11)$$

de aquí se obtiene un sistema de ecuaciones con X ecuaciones y $X + 1$ incógnitas por lo que la ecuación necesaria para encontrar la solución es la Ec. (4.4).

$$\sum_{i=1}^n C_i \sqrt{H_{ri}}$$

y de acuerdo con la ec. (4.5)

$$Qr = \sqrt{Hr} \frac{n}{\sum_{i=1}^n C_i} \quad (4.12)$$

Dado que el sistema de ecuaciones que se llega a tener no es lineal, no podrá hacerse uso de ningún método conocido para la resolución de estos sistemas.

Procedimiento de Cálculo:

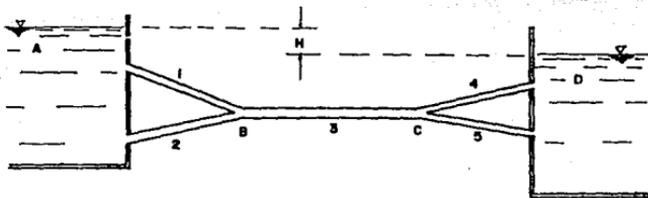
1. Se calculan las rugosidades relativas $\left(\frac{\epsilon_i}{D_i}\right)$;
2. con lo anterior, y considerando flujo turbulento (por la razón ya presentada) en el diagrama de Moody, se obtienen los valores del factor f ;
3. posteriormente y de acuerdo al razonamiento mostrado se calculan α_i y C_i ;
4. despejando de la Ec. (4.12) el término Hr será

$$Hr = \left(\frac{Qr}{\sum_{i=1}^n C_i} \right)^2$$

5. una vez conocida Hr el problema se vuelve del primer tipo, por lo que su solución se encontrará aplicando la metodología presentada para este caso.

Problema 4.3.

Calcular la carga H y los gastos en las tuberías del sistema mostrado, si la velocidad en el tubo 1 es de 1 m/s.



$L_1 = 300 \text{ m.}$	$L_2 = 300 \text{ m}$	$L_3 = 300 \text{ m}$	$L_4 = 600 \text{ m}$	$L_5 = 720 \text{ m}$
$D_1 = 200 \text{ mm}$	$D_2 = 300 \text{ mm}$	$D_3 = 450 \text{ mm}$	$D_4 = 300 \text{ mm}$	$D_5 = 300 \text{ mm}$
$f_1 = 0.021$	$f_2 = 0.020$	$f_3 = 0.025$	$f_4 = 0.021$	$f_5 = 0.020$

Solución:

La pérdida de energía en el tubo 1 es:

$$\Delta H_1 = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} = 0.021 \frac{300}{0.20} \frac{(1)^2}{19.62} = 1.61 \text{ m}$$

como 1 y 2 son tubos en paralelo: $\Delta H_1 = \Delta H_2$

por tanto

$$f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} = 1.61; V_2 = \left(\frac{1.61(19.62)(0.30)}{0.020(300)} \right)^{1/2}$$

$$V_2 = 1.25 \text{ m/s}$$

por tanto

$$Q_2 = \frac{\pi (0.3)^2}{4} (1.25) = 0.089 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = 0.089 \text{ m}^3/\text{s}$$

y

$$Q_1 = \frac{\pi (0.2)^2}{4} (1) = 0.031 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_1 = 0.031 \text{ m}^3/\text{s}$$

por tanto

$$Q_3 = Q_1 + Q_2 = 0.031 + 0.089 = 0.120 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta H_3 = f_3 \frac{L_3}{D_3} \frac{V_3^2}{2g}$$

$$v_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{0.120}{\frac{\pi(0.45)^2}{4}} = 0.76 \text{ m/s}$$

por tanto

$$\Delta H_4 = 0.025 \frac{300}{0.45} \frac{(0.76)^2}{19.62} = 0.49 \text{ m}$$

como 4 y 5 son tubos en paralelo: $\Delta H_4 = \Delta H_5$

$$f_4 \frac{L_4}{D_4} \frac{v_4^2}{2g} = f_5 \frac{L_5}{D_5} \frac{v_5^2}{2g}$$

pero

$$v_4 = \frac{Q_4}{A_4} \quad v_5 = \frac{Q_5}{A_5}$$

$$0.021 \frac{600}{0.30} \frac{Q_4^2}{2g A_4^2} = 0.020 \frac{720}{0.30} \frac{Q_5^2}{2g A_5^2}$$

pero $A_4 = A_5$

por tanto

$$2.14Q_4^2 = 2.45Q_5^2 \quad -(1)$$

además

$$Q_4 + Q_5 = Q_3 \quad (2)$$

de (2)

$$Q_4^3 = 0.120 - Q_5^3 \quad (3)$$

(3) en (1)

$$2.14(0.120 - Q_5) = 2.45Q_5^2$$

$$2.14(0.0144 - 0.240Q_5 + Q_5^2) = 2.45Q_5^2$$

de donde

$$0.31Q_5^2 + 0.51Q_5 - 0.031 = 0$$

$$Q_5 = \frac{-0.51 \pm \sqrt{(0.51)^2 - 4(0.31)(-0.31)}}{2(0.31)}$$

$$Q_5 = \frac{-0.51 - 0.546}{0.62}$$

$$Q_5 = 0.0587 \text{ m}^3/\text{s}$$

de (3)

$$Q_4 = 0.120 - 0.0587 = 0.0613 \text{ m}^3/\text{s}$$

Además

$$\Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 = H \quad \Delta H_3 = f_4 \frac{L_4}{D_4} \frac{Q_4^2}{2g A_4^5} \quad \Delta H_3 = .61 \text{ m}$$

de donde

$$H = 3.71 \text{ m}$$

CAPITULO V

REDES ABIERTAS

Se dice que una red es abierta cuando el sistema de tubos que la componen se ramifican sin intersectarse para después formar circuitos. Los extremos finales pueden ser descargas a la atmosfera, o bien, a un tanque.

Sea un sistema de tuberías ramificadas como el que se muestra a continuación:

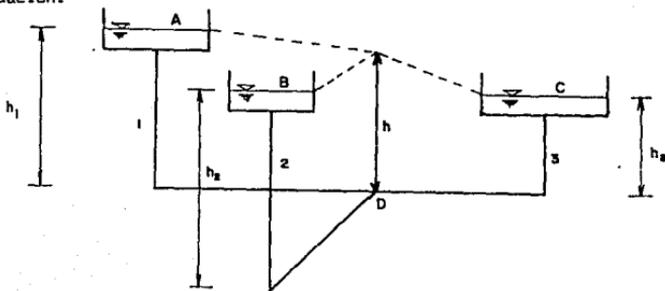


Fig. 5.1

Comúnmente, de estas redes se conoce su geometría y los niveles h_1 , h_2 y h_3 , por lo que se desea conocer la distribución de gastos y el nivel de energía h .

Las pérdidas de energía por cada tramo, serán:

$$H_{r1} = h_1 - h \quad H_{r2} = h - h_2 \quad H_{r3} = h - h_3$$

si se considera h_1 mayor que h entonces el sentido del flujo será de 1 a 2; pero si se considera h_1 menor que h el sentido del flujo será de 2 a 1. Esto mismo debe tomarse en cuenta para cada tramo.

Ahora bien en caso de que $h_i = h$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) significa que no existe flujo, esto es, $Q_i = 0$.

por otra parte

$$H_{r i} = \left(f_i \frac{L_i}{D_i} + \Sigma K_i \right) \frac{V_i^2}{2g}$$

despejando

$$V_i = \sqrt{\frac{2g H_{r i}}{f_i \frac{L_i}{D_i} + \Sigma K_i}}$$

sabemos que

$$\alpha l = f l \frac{L l}{D l} + \Sigma K l$$

entonces

$$V l = \sqrt{\frac{2g H r l}{\alpha l}}$$

y el gasto será

$$Q l = A l V l$$

$$Q l = \frac{\pi D l^2}{4} \sqrt{\frac{2g H r l}{\alpha l}}$$

haciendo

$$C l = \frac{\pi D l^2}{4} \sqrt{\frac{2g}{\alpha l}}$$

se tiene que

$$Q l = C l \sqrt{H r l}$$

así

$$Q l^2 = C l^2 (h l - h)$$

para el caso de la figura:

$$Q_1^2 = C_1^2 (h_1 - h) \quad (5.1)$$

$$Q_2^2 = C_2^2 (h - h_2) \quad (5.2)$$

$$Q_3^2 = C_3^2 (h - h_3) \quad (5.3)$$

Como se puede apreciar contamos con 3 ecuaciones y 4 incógnitas; la cuarta ecuación necesaria para poder solucionar el sistema es:

$$\Sigma Q_D = 0 \quad (5.4)$$

(suma de gastos en el nudo D)

es importante mencionar que el número de ecuaciones de energía a utilizar será igual a la cantidad de tramos que se tengan y se contará con tantas ecuaciones de continuidad como nudos haya en la red.

Considerando un caso particular en que uno de los extremos descargue libremente a la atmosfera, tal y como se muestra en la figura 5.2.

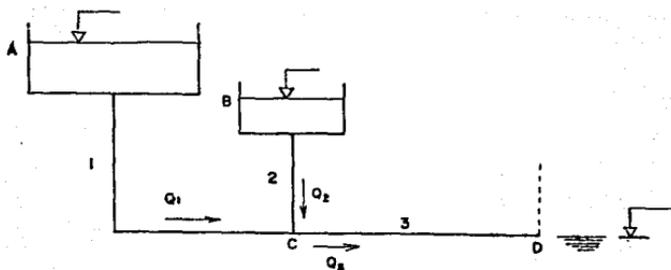


Fig. 5.2

Procedimiento:

$$Hr_1 = h_A - h_c$$

$$Hr_2 = h_B - h_c$$

$$Hr_3 = h_c - h_D$$

siendo

$$Hr_1 = \left(f_1 \frac{L_1}{D_1} + \Sigma K_1 \right) \frac{V_1^2}{2g}$$

$$Hr_2 = \left(f_2 \frac{L_2}{D_2} + \Sigma K_2 \right) \frac{V_2^2}{2g}$$

$$Hrs = \left(f_a \frac{L_a}{D_a} + \Sigma K_a \right) \frac{V_a^2}{2g}$$

pero para el tramo 3

$$hc = Z_D + \frac{V_D^2}{2g} + Hrs$$

despejando

$$Hrs = hc - \left(Z_D + \frac{V_D^2}{2g} \right)$$

entonces

$$Hrs + \frac{V_D^2}{2g} = hc - Z_D$$

$$\left(f_a \frac{L_a}{D_a} + \Sigma K_a \right) \frac{V_a^2}{2g} + \frac{V_D^2}{2g} = hc - Z_D$$

pero

$$V_a = V_D$$

$$\left(f_a \frac{L_a}{D_a} + \Sigma K_a + 1 \right) \frac{V_a^2}{2g} = hc - Z_D$$

finalmente, las ecuaciones a utilizar serán

$$HR_1 = h_A - h_C$$

$$HR_2 = h_B - h_C$$

$$HR_3 = h_C - Z_0$$

donde

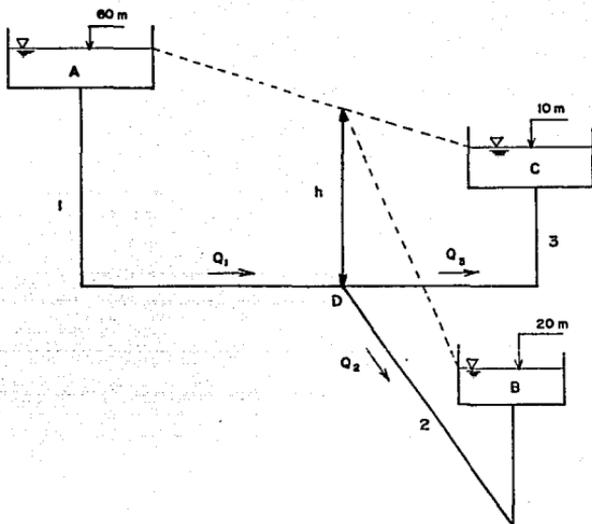
$$HR_3 = \left(f_s \frac{L_s}{D_s} + \Sigma K_s + 1 \right) \frac{V_s^2}{2g}$$

además

$$\Sigma Q_i = 0$$

Problema 5.1.

Determinar los gastos en las tuberías que forman el sistema, así como la carga de energía h , de la figura siguiente:



Datos:

$$L_1 = 1000 \text{ m} \quad ; \quad D_1 = 150 \text{ mm}$$

$$L_2 = 2500 \text{ m} \quad ; \quad D_2 = 200 \text{ mm}$$

$$L_3 = 1500 \text{ m} \quad ; \quad D_3 = 150 \text{ mm}$$

Tubos de asbesto-cemento nuevo.

Solución:

La rugosidad para el material solicitado es

$$\epsilon = 0.025 \text{ mm}$$

las ecuaciones a utilizar son

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

como se aprecia en la figura

$$\alpha = f \frac{L}{D} + \Sigma K$$

$$C = \frac{\pi D}{4} \sqrt{\frac{2g}{\alpha}} \quad \left[\frac{\text{m}^{3/2}}{\text{s}} \right]$$

suponiendo $h = 40 \text{ m}$ de acuerdo a la figura, se tiene

Tramo 1

$$\frac{\epsilon}{D_1} = \frac{0.025}{150} = 0.0002$$

Tramo 2

$$\frac{\epsilon}{D_2} = \frac{0.025}{200} = 0.0001$$

Tramo 3

$$\frac{\epsilon}{D_3} = \frac{0.025}{150} = 0.0002$$

con estos valores del diagrama de Moody, considerando flujo turbulento, se obtienen

$$f_1 = 0.0138$$

$$f_2 = 0.012$$

$$f_3 = 0.0138$$

debido a que las longitudes de las tuberías son grandes se desprecian las pérdidas locales y sólo se considerarán las de fricción por ser las más importantes, entonces

$$\alpha_1 = 0.138 \frac{1000}{0.15} = 92$$

$$\alpha_2 = 0.012 \frac{2500}{2.5} = 150$$

$$\alpha_3 = 0.0138 \frac{1500}{0.15} = 138$$

con estos valores se calculan

$$C_1 = \frac{\pi (0.15)^2}{4} \sqrt{\frac{19.62}{92}} ; \quad C_1 = 0.0082$$

$$C_2 = \frac{\pi (0.2)^2}{4} \sqrt{\frac{19.62}{150}} ; \quad C_2 = 0.0114$$

$$C_3 = \frac{\pi (0.15)^2}{4} \sqrt{\frac{19.62}{138}} ; \quad C_3 = 0.0067$$

así

$$Q_1^2 = C_1^2 (h_1 - h)$$

$$Q_1^2 = (0.0082)^2 (60 - 40)$$

$$Q_1^2 = 0.0013$$

$$Q_1 = 0.03667 \text{ m}^3/\text{s}$$

de igual manera para los tramos 2 y 3

$$Q_2^2 = C_2^2 (h - H_2) \quad ; \quad Q_2 = 0.05098 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_3^2 = C_3^2 (h - H_3) \quad ; \quad Q_3 = 0.03670 \text{ m}^3/\text{s}$$

pero se debe satisfacer que

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$0.03667 = 0.05098 + 0.03670$$

$$0.03667 \neq 0.08768$$

como no se cumple con esta ecuación, es necesario suponer otro valor de h y volver a realizar los cálculos anteriores, pero para facilitarlos nos apoyaremos en la tabla siguiente:

TRAMO	z/D	f	α	C	Q	Q	Q	Q
					(h=30)	(h=25)	(h=24)	(h=24.3)
1	0.0002	0.0138	92	0.0082	0.0449	0.0485	0.0492	0.0490
2	0.0001	0.0120	150	0.0114	0.0361	0.0255	0.0228	0.0236
3	0.0002	0.0138	138	0.0067	0.0300	0.0260	0.0251	0.0253
Q2+Q3					0.0661	0.0515	0.0479	0.0489

Nota: h en m.

Como $Q_1 = Q_2 + Q_3$, esto implica que el valor buscado de h será 24.3 m.

Haciendo la revisión del valor del coeficiente f tenemos para el tramo 1.

$$Q_1 = 0.04899$$

con lo que

$$V_1 = \frac{0.04899}{0.01767} = 2.77 \text{ m/s}$$

obteniendo el número de Reynolds

$$Re = \frac{(2.77)(0.15)}{1.1 \times 10^{-6}} = 3.8 \times 10^5$$

del diagrama de Moody

$$f_1 = 0.0158$$

y para los tramos 2 y 3

$$f_2 = 0.0172$$

$$f_3 = 0.0171$$

se observa que los valores del coeficiente f son diferentes a los iniciales por lo que se calcularán nuevamente los gastos con estos valores.

TRAMO	f	α	C	Q	Q	Q	Q
				(h=24.3)	(h=24.4)	(h=24.5)	(h=25.14)
1	0.0158	105.30	0.0076	0.0454	0.0454	0.0453	0.0449
2	0.0172	215.00	0.0095	0.0197	0.0199	0.0202	0.0215
3	0.0171	171.00	0.0060	0.0227	0.0228	0.0229	0.0234
			Q2+Q3	0.0424	0.0427	0.0431	0.0449

Nota: h en m.

ahora el valor de h será 25.14 m.

Revisando la nueva cuenta el valor del coeficiente f para los 3 tramos, se tiene

$$f_1 = 0.0160$$

$$f_2 = 0.0172$$

$$f_3 = 0.0171$$

debido a que los valores del coeficiente f son idénticos, la solución al problema es

h	= 25.14 m
Q ₁	= 0.04487 m ³ /s
Q ₂	= 0.02154 m ³ /s
Q ₃	= 0.02335 m ³ /s

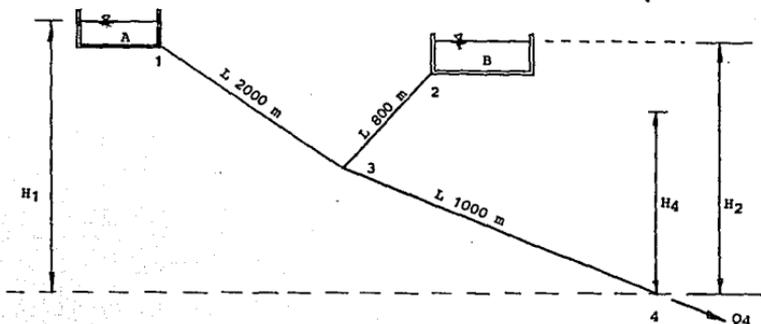
Problema 5.2.

En la figura se muestra la disposición de dos tanques elevados A y B. El tanque B es alimentado por el tanque A. Las tuberías de A y B se unen en el punto 3 y de ahí continúa una tubería hasta el 4 en donde se debe proporcionar la carga de presión H_4 necesaria.

Las pérdidas locales pueden considerarse despreciables.

Se desea abastecer un gasto $Q_4 = 300$ lt/seg con una carga de presión $H_4 = 40.5$ m. Al recipiente A le corresponde alimentar un gasto de 200 lt/seg y, al B de 100 lt/seg.

Todas las tuberías son de acero soldado nuevas; las velocidades medias deben quedar comprendidas entre 0.90 y 1.90 m/seg. a) Calcular el diámetro de las tuberías, elegido entre los siguientes valores (comerciales): 300, 325, 350, 375, 400 y 450 mm. b) Determinar H_1 y H_2 y la carga de presión en 3, para que ocurran las condiciones anteriores. c) Manteniendo H_1 y H_2 con los valores calculados y considerando que el tanque A sea el que únicamente alimente al sistema, determinar el gasto abastecido; las velocidades en los tubos 1-3 y 3-4 y la carga de presión en el punto 4.



Solución:

a) Diametros de las tuberías.

$$\text{tramo 1-3 } Q_A = 200 \text{ l/s}$$

$$\text{tramo 2-3 } Q_B = 100 \text{ l/s}$$

$$\text{tramo 1-3: } A = \frac{Q}{V} = \frac{0.200}{0.90} = 0.22 \text{ m}^2 \quad D_{1-3} = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 0.532 \text{ m}$$

$$D_{1-3} = 0.532 \text{ m} > 450 \text{ mm} \quad \therefore \text{ Con } D = 0.450 \text{ m} \quad A = 0.152 \text{ m}^2$$

$$\text{y } V = \frac{Q}{A} = 1.26 \text{ m/s} < 1.90 \text{ m/seg} \quad \therefore \boxed{D_{1-3} = 0.450 \text{ m}}$$

$$\text{tramo 2-3: } A = \frac{Q}{V} = \frac{0.100}{0.90} = 0.11 \text{ m}^2 \quad D_{2-3} = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 0.376 \text{ m}$$

$$\text{entonces } V = 0.905 \text{ m/seg} > 0.90 \text{ m/seg} \quad \therefore \boxed{D_{2-3} = 0.375 \text{ m}}$$

$$\text{tramo 3-4: } A = \frac{Q}{V} = \frac{0.300}{0.90} = 0.33 \text{ m}^2 \quad D_{3-4} = 0.651 \text{ m}$$

$$\therefore \quad D_{3-4} = 0.450 \text{ m} \quad A = 0.159 \text{ m}^2 \quad V = \frac{0.300}{0.159} = 1.88 \text{ m/seg}$$

como la velocidad es menor que 1.90 m/seg queda finalmente

$$\boxed{D_{3-4} = 0.450 \text{ m}}$$

b) Si se desea $H_4 = 40.5$ m y $Q_4 = 300$ lt/seg entonces,

planteando ecuacion de la energia del punto 3 al 4:

$$H_3 = Z_4 + \frac{P_4}{\gamma} + \frac{V_4^2}{2g} + H_{r_{3-4}}$$

como $Z_4 = 0$, se tiene que

$$\frac{P_4}{\gamma} + \frac{V_4^2}{2g} = 40.5 \text{ m}$$

$$\therefore H_3 = 40.5 + f \frac{L_4}{D_4} \frac{V_4^2}{2g}$$

para determinar f

$$Re = \frac{V_4 D}{\nu} = \frac{1.88 (0.45)}{1.1 \times 10^{-6}} = 7.69 \times 10^5$$

$$\frac{\epsilon}{D_4} = \frac{0.10}{450} = 0.0002$$

del diagrama de Moody se obtiene

$$f = 0.015$$

quedando entonces,

$$H_3 = \frac{(1.88)^2}{19.62} \left[0.015 \frac{1000}{0.45} \right] + 40.5 = 46.50 \text{ m}$$

por lo tanto

$$H_3 = 46.50 \text{ m}$$

Ecuación de la energía entre A y 3:

$$H_1 = H_3 + f \frac{L_1-3}{D_1-3} \frac{V_1^2}{2g}$$

Cálculo de f

$$Re = \frac{1.26(0.45)}{1.1 \times 10^{-6}} = 5.15 \times 10^5$$

$$\frac{\epsilon}{D} = 0.0002$$

del diagrama de Moody $f = 0.0156$

$$H_1 = 46.50 + 0.0156 \frac{2000}{0.45} \frac{1.26^2}{19.62} = 52.11 \text{ m}$$

por lo tanto

$$H_1 = 52.11 \text{ m}$$

Ecuación de la energía entre B y 3:

$$H_2 = H_3 + f \frac{L_2-3}{D_2-3} \frac{V_2^2}{2g}$$

$$Re = \frac{0.905(0.375)}{1.1 \times 10^{-6}} = 3.09 \times 10^5 ; \quad \frac{\epsilon}{D} = 0.00027$$

del diagrama de Moody: $f = 0.017$

por lo tanto

$$H_2 = 48.01 \text{ m}$$

c) Si sólo abastece el tanque A, entonces $Q_B = 0$

por tanto $H_3 = H_2 = 48.01$ m por tanto la ecuación de la energía entre A y 3:

$$H_1 = H_3 + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad 52.11 = 48.01 + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

de donde $V = \left[(52.11 - 48.01) \frac{D}{f L} \frac{2g}{1} \right]^{1/2}$ suponemos $f = 0.014$ (flujo turbulento)

$$V = \left[4.1 \frac{0.45(19.62)}{0.014(2000)} \right]^{1/2} = 1.137 \text{ m/s} ; Re = 4.65 \times 10^3 \Rightarrow f = 0.0158$$

con este nuevo valor de f

$$V = \left[4.1 \frac{0.45(19.62)}{0.0158(2000)} \right]^{1/2} = 1.07 \text{ m/s} ; Re = 4.38 \times 10^3 \Rightarrow f = 0.016$$

calculando nuevamente la velocidad

$$V = \left[4.1 \frac{0.45(19.62)}{0.016(2000)} \right]^{1/2} = 1.06 \text{ m/s} ; Re = 4.35 \times 10^3 \Rightarrow f = 0.016$$

$$V_{3-4} = 1.06 \text{ m/s}$$

El gasto abastecido es $Q = AV = 0.159(1.06)$

$$Q = 168.5 \text{ l/s}$$

La velocidad de 3 a 4 será:

$$V_{1-3} A_{1-3} = V_{3-4} A_{3-4} ; V_{3-4} = \frac{V_{1-3} A_{1-3}}{A_{3-4}} = \frac{0.16854}{0.159} = 1.06 \text{ m/s}$$

con lo que $A_{1-3} = A_{3-4}$

$$V_{3-4} = 1.06 \text{ m/s}$$

Energía entre 3 y 4:

$$H_3 = H_4 + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$48.01 = H_4 + f \frac{1000}{0.45} \frac{1.06^2}{19.62} ; f = 0.016$$

por tanto

$$H_4 = 45.97 \text{ m}$$

CAPITULO VI

REDES CERRADAS

El análisis de una red cerrada consiste fundamentalmente en determinar los gastos que circulan a través de los tramos y los niveles piezométricos (energía disponible) en cada uno de los nudos, la cual debe satisfacer una demanda preestablecida. Además de las demandas, se conocen las características físicas de la red y de los elementos que la componen, así como una serie de condiciones de frontera (gastos de alimentación o niveles piezométricos en tanques de almacenamiento y regulación).

Tradicionalmente, se considera que tanto las demandas como las condiciones de frontera no varían con el tiempo, por lo que el análisis de la red se realiza en condiciones estáticas, sean las que representan el estado de la red en condiciones de demanda promedio, o las que representan condiciones de demanda máxima. Este enfoque conduce a resultados aceptables, aunque en ocasiones es conveniente estudiar el comportamiento de la red en condiciones dinámicas; esto es, tomando en cuenta las variaciones temporales de la demanda y de las condiciones de frontera. Sin embargo, el modelo dinámico presenta

todavía diversas dificultades que de acuerdo al análisis realizado puede conducir a soluciones erróneas, con un proceso que consume grandes recursos de cómputo.

Con mucha mejor información, es posible que el análisis dinámico fuese más confiable si se realiza en términos de un gran número de corridas en el modelo estático, el cual puede combinarse con algunos algoritmos optimizados.

El primer método para el análisis sistemático de una red de distribución se debe a Hardy Cross. Con este método, los valores iniciales de los gastos se corrigen utilizando la ecuación de la energía para el balance de pérdidas a través de circuitos elementales. Un método similar fue diseñado por Cornish, quien ajusta las elevaciones piezométricas en los nudos en lugar de ajustar los caudales. Ambos métodos pueden aplicarse haciendo uso de una calculadora y, aun más, han sido programados con facilidad en computadora digital.

El progreso en las computadoras permitió el desarrollo de técnicas de análisis más sofisticadas y con ello la evolución de un gran número de modelos para el análisis de redes. En términos generales, estos modelos se basan en el método de Newton-Raphson, con sus distintas variantes para resolver el sistema de ecuaciones antes mencionado, después de haberla linealizado. Las diferencias entre los distintos modelos obedecen al criterio empleado para linealizar las ecuaciones del sistema y para la resolución del mismo.

6.1 ANÁLISIS HIDRAULICO DE LA RED

El análisis del funcionamiento hidráulico consiste en resolver simultáneamente la ecuación de continuidad en los nudos y la ecuación de la energía en cada uno de los tramos.

6.1.1 Ecuación de continuidad.- En cada nudo i , se debe cumplir que:

$$\sum Q_i = 0 \quad (6.1)$$

donde

$$\sum Q_i$$

es la suma de gastos que inciden en el nudo i (por convención, los gastos que llegan al nudo son positivos y los que salen de él son negativos).

6.1.2 Ecuación de la energía.- Para cada tramo k que une el nudo i con el j , se tiene que:

$$Z_i + \frac{P_i}{\gamma} + \frac{V_i^2}{2g} = Z_j + \frac{P_j}{\gamma} + \frac{V_j^2}{2g} + hf_{i-j} \quad (6.2)$$

La utilización de las ecuaciones (6.1) y (6.2) para la solución de una red, nos lleva a un sistema de ecuaciones que podrá resolverse por medio de un método iterativo y la ayuda de la computadora.

Estos métodos se basan en la estimación de valores iniciales, teniendo tres alternativas:

- Estimación inicial de gastos.
- Estimación inicial de cargas.
- Estimación inicial simultánea de gastos y cargas.

En este caso, se ha elegido la primera opción, partiendo de valores iniciales de gastos que se aproximarán a la solución exacta mediante correcciones cíclicas.

6.2 METODO DE CROSS

En una red cerrada es conveniente elegir circuitos elementales en los cuales se conocen los gastos que entran o salen de cada nudo.

En cada nudo deberá satisfacerse la Ec. (6.1); además, la pérdida de energía entre dos nudos de la red es la suma algebraica de las pérdidas en cada tramo, independientemente de cuál sea el recorrido que se elige para llegar de uno a otro y que se calculará con la ec. (6.2).

Para el cálculo de la pérdida se harán las siguientes consideraciones:

a. De la ecuación de continuidad se sabe que:

$$V_{ij} = \frac{Q_{ij}}{A_{ij}}$$

$$V_{ij} = \frac{4 Q_{ij}}{\pi D_{ij}^2} \quad (6.3)$$

b. Como se mostró en capítulos anteriores la fórmula que se utilizará para calcular las pérdidas por fricción será la de Darcy-Weisbach.

$$Hr_{ij} = f_{ij} \frac{L_{ij}}{D_{ij}} \frac{V_{ij}^2}{2g}$$

sustituyendo la ec. (6.3)

$$Hr_{ij} = f_{ij} \frac{L_{ij}}{D_{ij}} \frac{16 Q^2 L_{ij}}{\pi^2 D^4 L_{ij} 2g}$$

reduciendo

$$Hr_{ij} = \frac{8f_{ij} L_{ij}}{\pi^2 g D^5 L_{ij}} Q^2 L_{ij} \quad (6.4)$$

o bien

$$Hr_{ij} = a_{ij} Q^2 L_{ij} \quad (6.5)$$

donde

$$a_{ij} = \frac{8f_{ij} L_{ij}}{\pi^2 g D^5 L_{ij}} \quad (6.6)$$

Ahora también será necesario establecer una convención de signos, por ejemplo: la pérdida en un determinado tramo tendrá signo positivo si la dirección del gasto en el tramo coincide con la del recorrido; y negativo en caso contrario.

El recorrido completo de cada circuito elemental (iniciando y finalizando en el mismo nudo) implicará que:

$$\sum_{k=1}^k Hr_{ij} = 0 \quad (6.7)$$

donde

K número de tramos que forman el circuito elemental.

Cabe mencionar que es necesario que el recorrido se realice siempre en el mismo sentido, como pudiera ser, en sentido de las manecillas del reloj.

Esta última ecuación es llamada ecuación de circuito y es válida para todos los circuitos elementales que forman la red.

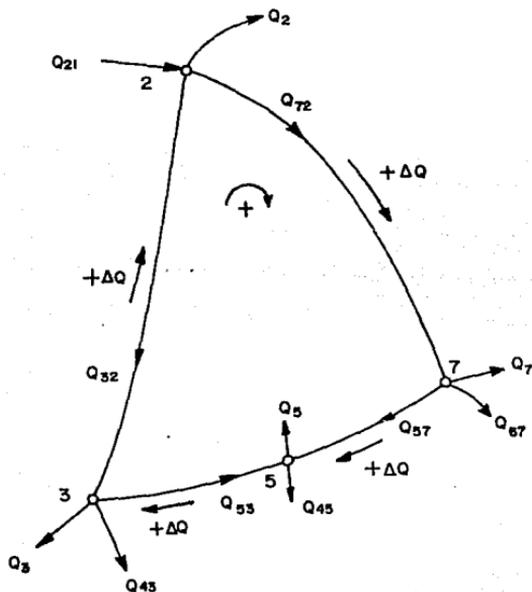


Fig. 6.1

Procedimiento:

Primero se estimaran los gastos en los tramos satisfaciendo la Ec. (6.1) con los valores estimados y los ya conocidos. Si se acepta que ΔQ es una corrección que se atribuye a todos los tramos de un mismo circuito elemental (fig. 6.1), al recorrer el circuito en el sentido de las manecillas del reloj, la ec. (6.7) se presenta como sigue:

$$Hr_{72} + Hr_{57} - Hr_{53} - Hr_{32} = 0$$

esto es

$$a_{72}(Q_{72} + \Delta Q)^2 + a_{57}(Q_{57} + \Delta Q)^2 - a_{53}(Q_{53} - \Delta Q)^2 - a_{32}(Q_{32} - \Delta Q)^2 = 0$$

desarrollando los binomios

$$a_{72}(Q_{72}^2 + 2Q_{72}\Delta Q + \Delta Q^2) + a_{57}(Q_{57}^2 + 2Q_{57}\Delta Q + \Delta Q^2) - a_{53}(Q_{53}^2 - 2Q_{53}\Delta Q + \Delta Q^2) - a_{32}(Q_{32}^2 - 2Q_{32}\Delta Q + \Delta Q^2) = 0$$

despreciando los términos de orden superior

$$a_{72}Q_{72}^2 + 2a_{72}Q_{72}\Delta Q + a_{57}Q_{57}^2 + 2a_{57}Q_{57}\Delta Q - a_{53}Q_{53}^2 + 2a_{53}Q_{53}\Delta Q - a_{32}Q_{32}^2 + 2a_{32}Q_{32}\Delta Q = 0$$

despejando el término ΔQ .

$$\Delta Q = - \frac{a_{72}Q_{72}^2 + a_{57}Q_{57}^2 - a_{53}Q_{53}^2 - a_{32}Q_{32}^2}{2(a_{72}Q_{72} + a_{57}Q_{57} + a_{53}Q_{53} + a_{32}Q_{32})}$$

para el caso general

$$\Delta Q = - \frac{\sum_1^k \{ a_{ij} Q_{ij} |Q_{ij}| \}}{2 \sum_1^k |a_{ij} Q_{ij}|} \quad (6.8)$$

El gasto Q_{ij} y la corrección ΔQ serán positivos cuando su sentido coincida con el del recorrido del circuito en el sentido de las manecillas del reloj, o negativo en caso contrario.

La iteración se suspenderá cuando se haya satisfecho la ecuación de circuito [ec. (6.7)].

A continuación se muestran los pasos a seguir, haciendo referencia a las columnas de la tabla 6.1 que se recomienda usar para la solución de este tipo de redes, cuando el cálculo se realice en forma manual.

La tabla utilizada será la del problema 6.1.

1. Se divide la red en circuitos elementales, se registran las características geométricas conocidas y el cálculo de las constantes a (Cols. 1 a 5).
2. Se realiza la primera evaluación del gasto en todos los tramos de cada circuito (Col. 6). Se recuerda que el signo de Q será positivo si el sentido de recorrido del circuito coincide con el de las manecillas del reloj, y negativo en caso contrario.
3. En seguida se hará la multiplicación de los valores de a por el de los gastos correspondientes para el primer circuito (Col. 7); estos últimos en valor absoluto.

4. Posteriormente se multiplican los valores de la Col. 7 por los de la Col. 6 correspondientes al primer circuito, obteniendo así la pérdida h , cuyo signo será el que presente el valor de 0 (Col. 8).

5. Con los valores del punto 4 se procede a realizar la suma absoluta de $a_i Q_i$ en el primer circuito (Col. 7). y la suma algebraica de $\Sigma h = \Sigma a_i |Q_i| Q_i$ en el primer circuito (Col. 8).

6. La corrección a considerar está dada por:

$$\Delta Q = - \frac{\Sigma a_i |Q_i| Q_i}{2 \Sigma |a_i| |Q_i|}$$

que se anota con su signo en todos los tramos de un mismo circuito y para el caso de los tramos que pertenezcan a dos circuitos se agregan las correcciones del otro, con signo contrario (Col. 9).

7. El cálculo de los demás circuitos se hace siguiendo de igual forma los pasos 3 a 6, hasta concluir la primera etapa de distribución de los gastos en la red.

8. Después se llevan a cabo las sumas algebraicas de los gastos estimados más las correcciones, y se inicia una segunda etapa en la forma antes descrita.

9. Finalmente, cuando se haya logrado el grado de corrección deseado de ($\Delta Q \approx 0$) se dará por terminado el cálculo.

6.3 METODO MATRICIAL

6.3.1 PROCEDIMIENTO

Con la ayuda de una red cerrada simple, como la mostrada en la fig. 6.2, en la que se conoce el gasto total de dotación (Q_r) y los gastos requeridos en cada nudo (q_i), se inicia el análisis del problema con la finalidad de determinar la distribución de gastos (Q_k) las cargas piezométricas por nudo (h_i).

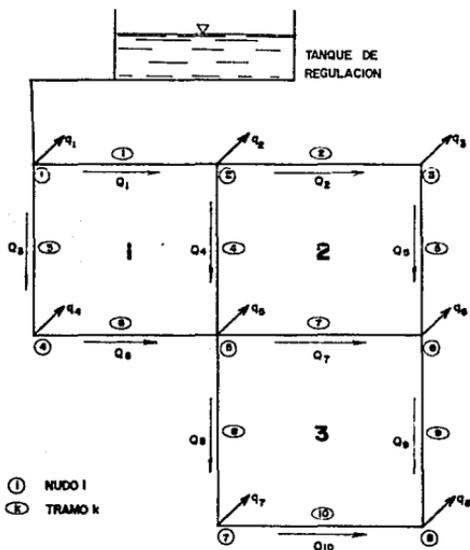


Fig. 6.2

Ahora, apoyándose en la estimación inicial en la distribución de gastos mostrada en la misma fig. 6.2 y aplicando la ec. (6.1) obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

Nudo	Ecuación de continuidad
1	$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4$
2	$Q_1 = Q_2 + Q_4 + q_2$
3	$Q_2 = Q_5 + Q_6$
4	$Q_3 = Q_5 + Q_4$
5	$Q_4 + Q_5 = Q_7 + Q_2 + q_5$
6	$Q_5 + Q_7 = Q_8 + q_6$
7	$Q_3 = Q_{10} + q_7$
8	$Q_8 + Q_{10} = q_8$

Tabla 6.1 Ecuación de continuidad en los tubos

De la tabla 6.1 se observa que el sistema es incompatible, ya que son 8 ecuaciones con diez incógnitas, por lo que se hace indispensable el uso de la ecuación (6.2).

Para flujo permanente, en un tubo de diámetro constante, la línea de cargas piezométricas es paralela al gradiente hidráulico e inclinada en la dirección del movimiento, por lo que:

$$V_i = V_j$$

y entonces

$$H_i = z_i + \frac{P_i}{\gamma} \quad \text{y} \quad H_j = z_j + \frac{P_j}{\gamma}$$

y la pérdida de energía será

$$h_{f(i-j)} = H_i - H_j$$

Utilizando la fórmula de Darcy-Weisbach para el cálculo de dicha pérdida:

$$H_i - H_j = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

por continuidad

$$H_i - H_j = f \frac{L}{D} \frac{Q_k^2}{2gA^2} \quad (6.9)$$

Ahora, si se define

$$C_k = f \frac{L}{D} \frac{1}{2gA^2}$$

la ecuación (6.9) nos queda

$$H_i - H_j = C_k Q_k^2$$

o sea que

$$Q_k = \sqrt{\frac{H_i - H_j}{C_k}} \quad (6.11)$$

Sustituyendo la ecuación (6.11) en la de continuidad, el sistema incompatible de la tabla 6.1 se convierte en uno compatible, mismo que aparece en la tabla 6.2.

Este último sistema, sin embargo, no es lineal, por lo que el problema no ha sido resuelto.

A pesar de lo anterior, el camino hasta ahora seguido es correcto, ya que existen herramientas matemáticas que permitirán salvar este nuevo obstáculo. La serie de Taylor es una de ellas y será la utilizada en este caso.

Nudo	Ecuación de continuidad
1	$Q_7 = \sqrt{\frac{H_1 - H_2}{C_1}} + \sqrt{\frac{H_1 - H_4}{C_3}} + q_1$
2	$\sqrt{\frac{H_1 - H_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{H_2 - H_3}{C_2}} + \sqrt{\frac{H_2 - H_5}{C_4}} + q_2$
3	$\sqrt{\frac{H_2 - H_3}{C_2}} = \sqrt{\frac{H_3 - H_6}{C_5}} + q_3$
4	$\sqrt{\frac{H_1 - H_4}{C_3}} = \sqrt{\frac{H_4 - H_5}{C_4}} + q_4$
5	$\sqrt{\frac{H_2 - H_5}{C_4}} = \sqrt{\frac{H_5 - H_6}{C_5}} = \sqrt{\frac{H_5 - H_6}{C_7}} + \sqrt{\frac{H_5 - H_7}{C_8}} + q_5$
6	$\sqrt{\frac{H_3 - H_6}{C_5}} + \sqrt{\frac{H_3 - H_6}{C_7}} = \sqrt{\frac{H_6 - H_8}{C_9}} + q_6$
7	$\sqrt{\frac{H_5 - H_7}{C_8}} = \sqrt{\frac{H_7 - H_8}{C_{10}}} + q_7$
8	$\sqrt{\frac{H_6 - H_8}{C_9}} + \sqrt{\frac{H_7 - H_8}{C_{10}}} = q_8$

Tabla 6.2 Sistema de ecuaciones compatible, no lineal.

6.3.2 SERIE DE TAYLOR

Sea $f(x)$ una función que se desea representar en la forma:

$$f(x) = a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \dots + a_n(x-a)^n + \dots \quad (6.12)$$

Para obtener los coeficientes a_n se puede proceder de la siguiente manera:

Haciendo en la ecuación (6.12), $x = a$, se obtiene $a_0 = f(a)$, que es el primer coeficiente. Para obtener los restantes se toman las derivadas sucesivas de la ec. (6.12).

$$f'(x) = a_1 + 2a_2(x-a) + 3a_3(x-a)^2 + 4a_4(x-a)^3 + \dots$$

$$f''(x) = 2a_2 + 2 \cdot 3a_3(x-a) + 3 \cdot 4a_4(x-a)^2 + \dots$$

$$f'''(x) = 2 \cdot 3a_3 + 2 \cdot 3 \cdot 4a_4(x-a) + \dots$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\dots \dots \dots$$

$$f^n(x) = na_n + \dots \dots \dots$$

Haciendo en estas expresiones $x=a$, y despejando los coeficientes, se obtiene.

$$a_1 = f'(a)$$

$$a_2 = \frac{f''(a)}{2!}$$

$$a_3 = \frac{f'''(a)}{3!}$$

$$a_n = \frac{f^n(a)}{n!}$$

Llevando estos resultados a la ecuación (6.12), se llega a la siguiente expresión:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)\frac{(x-a)^2}{2!} + f'''(a)\frac{(x-a)^3}{3!} + \dots \\ + f^{(n)}(a)\frac{(x-a)^n}{n!} + \dots$$

conocida como desarrollo en serie de Taylor de la función $f(x)$.

A partir del desarrollo anterior, se puede aproximar la función mediante un polinomio del grado que se desee. Es claro que tomando más términos de la serie se obtiene una mejor aproximación.

6.3.3 LINEALIZACIÓN

Regresando a nuestro problema, y con la ayuda de la función $f(z)$, que definiremos más adelante, se tiene lo siguiente:

Sea z_j un valor cualquiera de z y

$$z_{j+1} = z_j + \Delta z$$

el desarrollo en serie de Taylor es

$$f(z_j + \Delta z) = f(z_j) + \frac{f'(z_j)\Delta z}{1!} + \frac{f''(z_j)\Delta z^2}{2!} \dots$$

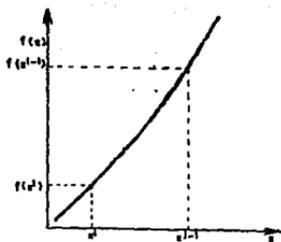


Fig. 6.3

despreciando los términos de orden superior

$$f(z_{j+1}) = f(z_j) + f'(z_j)\Delta z \quad (6.13)$$

sea pues la función $f(z)$ definida a continuación:

$$z = H_i - H_j \quad \text{por lo que} \quad z = C_k Q_k^2$$

por lo tanto

$$f(z_{j+1}) = Q_{j+1} \quad (6.14)$$

$$f(z_j) = Q_j \quad (6.15)$$

y la primera derivada

$$f'(z^j) = \frac{1}{2C^{1/2}} (z^j)^{-1/2}$$

sustituyendo las ecuaciones (6.14), (6.15) y (6.16) en la (6.13)

$$Q^{j+1} = Q^j + \frac{1}{2C^{1/2}} (z^j)^{-1/2} (z^{j+1} - z^j)$$

desarrollando

$$Q^{j+1} = Q^j + \frac{z^{j+1}}{2C} \frac{1/2}{(z^j)^{1/2}} - \frac{(z^j)^{1/2}}{2C}$$

multiplicando el segundo término del segundo miembro por $\frac{C^{1/2}}{C^{1/2}}$

$$Q^{j+1} = Q^j + \frac{z^{j+1}}{2C} \frac{C^{1/2}}{(z^j)^{1/2}} - \frac{(z^j)^{1/2}}{2C^{1/2}}$$

pero

$$Q = \left(\frac{z}{C} \right)^{1/2}$$

por lo que

$$Q^{j+1} = Q^j + \frac{z^{j+1}}{2C} \frac{1}{Q^j} - \frac{Q^j}{2}$$

$$Q^{j+1} = \frac{Q^j}{2} + \frac{z^{j+1}}{2CQ^j}$$

si $z^{j+1} = (H_k - H_j)^{j+1}$ entonces:

$$Q_k^{j+1} = \frac{Q_k^j}{2} + \frac{(H_k - H_j)^{j+1}}{2C_k Q_k^j}$$

si ahora definimos:

$$\alpha_k^j = \frac{1}{2C_k Q_k^j} \quad (6.17)$$

tendremos finalmente que:

$$Q_k^{j+1} = \frac{Q_k^j}{2} + \alpha_k^j (H_i - H_j)^{j+1} \quad (6.18)$$

en donde

Q_k^j gasto en el tramo k , en la iteración j .

Q_k^{j+1} gasto en el tramo k , en la iteración $j+1$.

$(H_i - H_j)^{j+1}$ diferencia de cargas entre los nudos i y j , en la iteración $j+1$.

6.3.4 MATRIZ DE CARGAS

Hasta aquí, se han desarrollado las ecuaciones de continuidad y de la energía para obtener un sistema compatible que permita resolver el problema. Dicho sistema se armará con la ayuda de las ecuaciones hasta ahora desarrolladas y tendrá por incógnitas las cargas en los nudos, siendo esta la razón por la que llamaremos al sistema "Matriz de cargas". Las ecuaciones utilizadas serán la (6.10), (6.17) y (6.18).

Antes de formar la matriz, es conveniente tener un cuadro que relacione los nudos y tramos a través de la ecuación de continuidad. He aquí, entonces, tal cuadro:

Nudo	Tramo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1		$-Q_1$	—	$-Q_3$	—	—	—	—	—	—	—	q_1
2		Q_1	$-Q_2$	—	$-Q_4$	—	—	—	—	—	—	q_2
3		—	Q_2	—	—	$-Q_5$	—	—	—	—	—	q_3
4		—	—	Q_3	—	—	$-Q_6$	—	—	—	—	q_4
5		—	—	—	Q_4	—	Q_6	$-Q_7$	$-Q_8$	—	—	q_5
6		—	—	—	—	Q_5	—	Q_7	—	$-Q_9$	—	q_6
7		—	—	—	—	—	—	—	Q_8	—	$-Q_{10}$	q_7
8		—	—	—	—	—	—	—	—	Q_9	Q_{10}	q_8

Tabla 6.2 Ecuación de continuidad en nudos y tramos

Ahora bien, con la ayuda de la tabla 6.3 se formará la matriz de cargas siguiendo el procedimiento que a continuación se detalla:

1. Para cada uno de los nudos, se planteará la ecuación (6.18), para todos los gastos que incidan en él. Así, para el nudo uno se tendrá que:

$$Q_1^{j+1} = \frac{Q_1^j}{2} + \alpha_1^j (H_1 - H_2)^{j+1}$$

$$Q_9^{j+1} = \frac{Q_9^j}{2} - \alpha_9^j (H - H_9)^{j+1}$$

desarrollando ambas ecuaciones

$$Q_1^{j+1} = \frac{Q_1^j}{2} + \alpha_1^j H_1^{j+1} - \alpha_1^j H_2^{j+1} \quad (6.19)$$

$$Q_3^{j+1} = \frac{Q_3^j}{2} + \alpha_3^j H_1^{j+1} - \alpha_3^j H_4^{j+1} \quad (6.20)$$

2. Tomando en cuenta los signos de los gastos, se relacionan las ecuaciones obtenidas y el gasto extraído. Continuando con el nudo uno:

$$-\frac{Q_1^j}{2} - \alpha_1^j H_1^{j+1} + \alpha_1^j H_2^{j+1} - \frac{Q_3^j}{2} - \alpha_3^j H_1^{j+1} + \alpha_3^j H_4^{j+1} = q_1$$

ordenando:

$$-\alpha_1^j H_1^{j+1} + \alpha_1^j H_2^{j+1} - \alpha_3^j H_1^{j+1} + \alpha_3^j H_4^{j+1} = Q_1 + \frac{Q_1^j}{2} + \frac{Q_3^j}{2} \quad (6.21)$$

la ecuación (6.21) es la primera de las que formarán el sistema.

3. Una vez que se tiene el sistema de ecuaciones, se armará la matriz con los coeficientes α_k y el término independiente.

Analizando el nudo uno

Coefficientes de H_1^{j+1} :

$$-\alpha_1 \quad ; \quad -\alpha_3$$

Coefficiente de H_2^{j+1} :

$$\alpha_1$$

Coefficiente de H_4^{j+1} :

$$\alpha_3$$

Término independiente:

$$Q_1 + \frac{Q_1}{2} + \frac{Q_3}{2}$$

Para facilitar el manejo de la matriz, llevémosla a una tabla como la siguiente:

CARGA NUDO	H_1^{j+1}	H_2^{j+1}	H_3^{j+1}	H_4^{j+1}	H_5^{j+1}	H_6^{j+1}	H_7^{j+1}	H_8^{j+1}
1	$-\frac{\alpha_1}{\alpha_3}$	α_1	0	α_3	0	0	0	0
2	$-\alpha_1$	$-\frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \alpha_4$	α_2	α_4	0	0	0	0
3	0	α_2	$-\frac{\alpha_2}{\alpha_3}$	0	α_5	0	0	0
4	α_3	0	0	$-\frac{\alpha_3}{\alpha_5}$	α_6	0	0	0
5	0	α_4	0	α_6	$-\frac{\alpha_4 - \alpha_7}{\alpha_5 - \alpha_6}$	α_7	α_8	0
6	0	0	α_5	0	α_7	$-\frac{\alpha_5 - \alpha_6}{\alpha_7}$	0	α_9
7	0	0	0	0	α_8	0	$-\frac{\alpha_8}{\alpha_10}$	α_{10}
8	0	0	0	0	0	α_9	α_{10}	$-\frac{\alpha_9}{\alpha_{10}}$

CARGA NUDO	Término independiente
1	$q_1 + \frac{Q_1}{2} + \frac{Q_3}{2} + Q_7$
2	$q_2 + \frac{Q_4}{2} + \frac{Q_4}{2} - \frac{Q}{2}$
3	$q_3 + \frac{Q_5}{2} - \frac{Q_1}{2}$
4	$q_4 + \frac{Q_6}{2} - \frac{Q_3}{2}$
5	$q_5 + \frac{Q_7}{2} + \frac{Q_8}{2} - \frac{Q_4}{2} - \frac{Q_6}{2}$
6	$q_6 + \frac{Q_9}{2} - \frac{Q_5}{2} - \frac{Q_7}{2}$
7	$q_7 + \frac{Q_{10}}{2} - \frac{Q_6}{2}$
8	$q_8 - \frac{Q_9}{2} - \frac{Q_{10}}{2}$

Tabla d. 4 Matriz de cargas

6.3.5 PROGRAMA

Una vez que se tienen los elementos necesarios, se procederá a la estructuración de un programa de computadora, ya que se trata de un problema cuya solución se obtiene a través de correcciones cíclicas.

DIAGRAMA DE FLUJO

La secuencia de cálculo será de la siguiente manera:

1. Proporcionar la tolerancia que se desee, así como los datos de todos los nudos y tramos como a continuación se indica:

a) Nudos: Se deben tener los gastos que llegan y los que salen de cada nudo, llamando $Q(2)I$ a los primeros y $Q(1)I$ a los segundos. Estos son los gastos de aportación y demanda de la red en su conjunto.

b) Tramos: Para cada tramo se requiere conocer el gasto que circula por él (valor estimado, el diámetro, la longitud, y los nudos inicial y final).

2. Con todos los datos mencionados, se hará el cálculo de los valores de C_k con la ecuación (6.10), y con ellos se hará el cálculo de todas las o_k (ecuación 6.17) utilizando como Q_k^j a los gastos estimados.

3. El siguiente paso es armar la matriz de cargas y resolverla por cualquier método que se desee (en el programa elaborado en este trabajo se utilizó Gauss-Seidel).

4. Con los valores de H_k^{j+1} obtenidos, se utilizará la ecuación (6.18) para determinar el gasto Q_k^{j+1} y compararlo con el Q_k^j . Si la diferencia entre ambos está dentro de la tolerancia, el cálculo ha terminado; en caso contrario, tomaremos los nuevos gastos para calcular los C_k y o_k y regresar al paso 3.

El diagrama de flujo correspondiente se muestra en la figura 6.4.

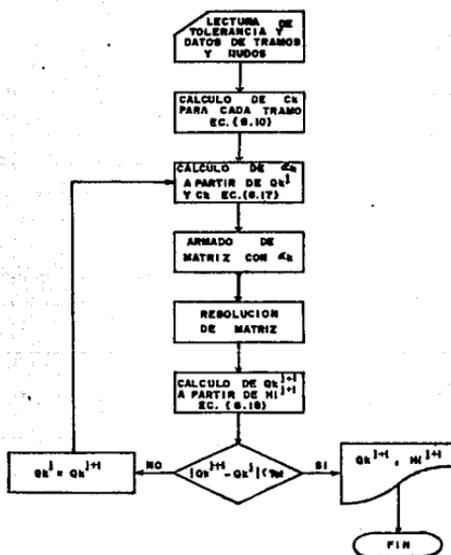
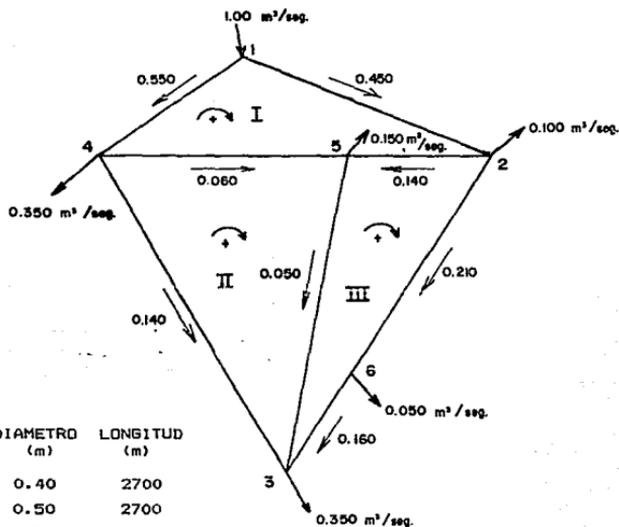


Fig. 6.4

Problema 6.1.

En la figura se muestra la geometría que tiene una red. Todos los tubos son de acero soldado nuevo. Determinar el gasto en los conductos del sistema, utilizando la fórmula de Darcy-Weisbach para calcular las pérdidas por fricción.



Datos:

TRAMO	DIAMETRO (m)	LONGITUD (m)
1-2	0.40	2700
2-6	0.50	2700
6-3	0.50	1500
3-5	0.20	3800
5-2	0.20	1400
5-4	0.25	1700
4-3	0.35	4100
4-1	0.45	1600

1	2	3	4	5	6	7	8
CTO. TRAMO	D	L	a	Q	a Q	a Q Q	
	m	m	seg ² /m ⁵	m ³ /seg	seg/m ²	m	
I	1-2	0.40	2700	299.56	+0.450	134.820	+ 60.661
	2-5	0.20	1400	5783.88	+0.140	809.743	+113.364
	5-4	0.25	1700	2157.55	-0.060	129.453	- 7.767
	4-1	0.45	1600	96.72	-0.550	53.196	- 29.258
						1127.194	137.0

$$\Delta Q = - \frac{137.0}{2 \times 1127.194} = -0.61$$

II	5-3	0.20	3800	15699.10	+0.050	784.955	+ 39.248
	3-4	0.35	4100	890.11	-0.140	124.615	- 17.446
	4-5	0.25	1700	2157.55	+0.060+0.061	261.064	+ 31.589
						1170.634	53.391

$$\Delta Q = - \frac{53.391}{2 \times 1170.634} = -0.023$$

III	5-2	0.20	1400	5783.88	-0.140+0.061	456.927	- 36.097
	2-6	0.50	2700	92.81	+0.210	19.490	+ 4.093
	6-3	0.50	1500	51.56	+0.160	8.250	+ 1.320
	3-5	0.20	3800	15699.10	-0.50+0.023	423.876	- 11.445
						908.543	- 42.129

$$\Delta Q = - \frac{-42.129}{2 \times 908.543} = +0.023$$

9	10	11	12	13	14
ΔQ	Q	$a Q $	$a Q Q$	ΔQ	Q
m^3/seg	m^3/seg	seg/m^2	m	m^3/seg	m^3/seg
-0.061	+0.389	116.529	+ 45.330	-0.005	+0.384
-0.061-0.023	+0.056	323.897	+ 18.138	-0.005-0.011	+0.040
-0.061+0.023	-0.098	211.440	- 20.721	-0.005-0.001	-0.104
-0.061	-0.611	59.096	- 36.108	-0.005	-0.016
		710.962	6.639		

$$\Delta Q = - \frac{6.639}{2 \times 710.962} = -0.005$$

-0.023-0.023	+0.004	62.796	+ 0.251	+0.001-0.011	-0.006
-0.023	-0.163	145.088	- 23.649	+0.001	-0.162
-0.023	+0.098+0.005	222.228	+ 22.889	+0.001	+0.104-0.005
-0.023		430.112	- 0.509		

$$\Delta Q = - \frac{-0.509}{2 \times 430.112} = +0.001$$

+0.023	-0.056+0.005	294.978	- 15.044	+0.011	-0.040-0.005
+0.023	+0.233	21.625	+ 5.039	+0.011	+0.244
+0.023	+0.183	9.435	+ 1.727	+0.011	+0.194
+0.023	-0.004-0.001	78.496	- 0.392	+0.011	+0.006-0.003
		404.534	- 8.670		

$$\Delta Q = \frac{-8.670}{2 \times 404.534} = +0.011$$

15	16	17	18	19	20
$a Q _z$ seg/m ²	$a Q Q$ m	$\frac{\Delta Q}{m^2}$ seg	$\frac{Q}{m^2}$ seg	$a Q _z$ seg/m ²	$a Q Q$ m
115.031	+ 44.172	+0.005	+0.389	116.529	+ 45.330
231.355	+ 9.254	+0.005-0.006	+0.039	225.571	+ 8.797
224.385	- 23.336	+0.005-0.003	-0.102	220.070	- 22.447
59.580	- 36.701	+0.005	-0.611	59.096	- 36.107
630.351	- 6.611			611.266	- 4.427

$$\Delta Q = - \frac{-6.611}{2 \times 630.351} = +0.005$$

$$\Delta Q = - \frac{-4.427}{2 \times 621.266} = +0.003$$

94.195	- 0.565	+0.003-0.006	-0.009	141.292	- 1.272
144.198	- 23.360	+0.003	-0.159	141.527	- 22.503
213.597	+ 21.146	+0.003	+0.102-0.003	213.597	+ 2.146
451.990	- 2.779			496.416	- 2.629

$$\Delta Q = - \frac{-2.779}{2 \times 451.990} = +0.003$$

$$\Delta Q = - \frac{-2.629}{2 \times 496.416} = +0.003$$

260.275	- 11.712	+0.006	-0.039-0.003	242.923	- 10.203
22.646	+ 5.526	+0.006	+0.250	23.203	+ 5.801
10.003	+ 1.941	+0.006	+0.200	10.312	+ 2.062
47.097	+ 0.141	+0.006	+0.009-0.003	94.195	+ 0.565
340.021	- 4.104			370.633	- 1.775

$$\Delta Q = - \frac{-4.104}{2 \times 340.021} = +0.006$$

$$\Delta Q = - \frac{-1.775}{2 \times 370.633} = +0.002$$

21	22	23	24	25
ΔQ	Q	$a Q $	$a Q Q$	ΔQ
m^3/seg	m^3/seg	seg/m^2	m	m^3/seg
+0.003	+0.392	117.427 +	46.032	+0.002
+0.003-0.002	+0.040	231.355 +	9.254	+0.002
+0.003-0.003	-0.102	220.070 -	22.447	+0.002-0.001
+0.003	-0.608	58.806 -	35.754	+0.002
		627.658 -	2.915	

$$\Delta Q = - \frac{-2.915}{2 \times 627.658} = +0.002$$

+0.003-0.002	-0.008	125.593 -	1.005	+0.001
+0.003	-0.156	138.857 +	21.662	+0.001
+0.003	+0.102-0.002	215.755 +	21.575	+0.001
		480.205 -	1.092	

$$\Delta Q = - \frac{-1.092}{2 \times 480.205} = +0.001$$

+0.002	-0.040-0.002	242.923 -	10.203	
+0.002	+0.252	23.388 +	5.894	
+0.002	+0.202	10.415 +	2.104	
+0.002	+0.003-0.001	109.894 +	0.769	
		386.620 -	1.436	

$$\Delta Q = - \frac{-1.436}{2 \times 386.620} = +0.002$$

finalmente:

$$Q_{1-2} = 0.394 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{2-3} = 0.040 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{3-4} = 0.606 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{4-5} = 0.105 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{4-5} = 0.101 \text{ m}^3/\text{seg}$$

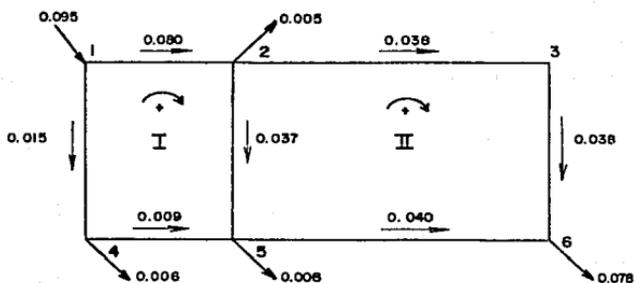
$$Q_{2-3} = 0.254 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{3-4} = 0.204 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{2-5} = 0.009 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Problema 6.2.

En la red mostrada en la figura se requiere determinar el gasto en cada tubo y la pérdida de energía desde 1 hasta 6. La tubería es de fierro fundido nueva; el gasto se expresa en $m^3/\text{seg.}$



Datos:

TRAMO	DIAMETRO (m)	LONGITUD (m)
1-2	0.25	305
2-3	0.20	610
3-6	0.20	153
6-5	0.30	610
5-2	0.20	153
5-4	0.25	305
4-1	0.30	153

Solución:

1	2	3	4	5	6	7	8
CTQ.	TRAMO	D	L	a	Q	a Q	a Q Q
		m	m	seg ² /m ⁵	m ³ /seg	seg/m ²	m
I	1-2	0.25	305	503.22	+0.080	40.258	+ 3.221
	2-5	0.20	153	829.63	+0.037	30.396	+ 1.136
	5-4	0.25	305	503.22	-0.009	4.529	- 0.041
	4-1	0.30	153	97.29	-0.015	1.459	- 0.022
						76.942	+ 4.294

$$\Delta Q = - \frac{4.294}{2 \times 76.942} = -0.028$$

II	2-3	0.20	610	3307.66	+0.038	125.691	+ 4.776
	3-6	0.20	153	829.63	+0.038	31.526	+ 1.198
	6-5	0.30	610	387.87	-0.040	15.515	- 0.621
	5-2	0.20	153	829.63	-0.037+0.028	7.467	- 0.067
						180.199	+ 5.286

$$\Delta Q = - \frac{5.286}{2 \times 180.199} = -0.015$$

9	10	11	12	13
ΔQ	Q	$a Q $	$a Q Q$	ΔQ
m^3/seg	m^3/seg	seg^2/m	m	m^3/seg
-0.028	+0.052	26.167 +	1.361	-0.007
-0.028+0.015	+0.024	19.911 +	0.478	-0.007+0.003
-0.028	-0.037	18.619 -	0.689	-0.007
-0.028	-0.043	4.183 -	0.180	-0.007
		68.880 +	0.970	

$$\Delta Q = - \frac{0.970}{2 \times 68.880} = -0.007$$

-0.015	+0.023	76.076	+1.750	-0.003
-0.015	+0.023	19.081	+0.439	-0.003
-0.015	-0.055	21.333	-1.173	-0.003
-0.015	-0.024+0.007	14.104	-0.240	-0.003
		130.594	+0.776	

$$\Delta Q = - \frac{0.776}{2 \times 130.594} = -0.003$$

14	15	16	17	18
Q	a Q	a Q Q	ΔQ	Q
m ³ /seg	seg/m ²	m	m ³ /seg	m ³ /seg
+0.045	22.645	+1.019	-0.001	+0.044
+0.020	16.593	+0.332	-0.001+0.000	+0.019
-0.044	22.142	-0.974	-0.001	-0.045
-0.050	4.865	-0.243	-0.001	-0.051
	66.245	+0.134		

$$\Delta Q = - \frac{0.134}{2 \times 66.245} = -0.001$$

+0.020	66.153	+1.323	-0.000	+0.020
+0.020	16.593	+0.332	-0.000	+0.020
-0.058	22.496	-1.305	-0.000	-0.058
-0.020+0.001	15.763	-0.299	-0.000	-0.019+0.000
	121.005	+0.051		

$$\Delta Q = - \frac{0.051}{2 \times 121.005} = -0.000$$

19	20	21	22
$a Q $	$a Q Q$	ΔQ	Q
seg/m ²	m	m ³ /seg	m ³ /seg
22.142	+0.974	-0.000	+0.044
15.763	+0.299	-0.000+0.000	+0.019
22.645	-1.019	-0.000	-0.045
4.962	-0.253	-0.000	-0.051
65.512	+0.001		

$$\Delta Q = - \frac{0.001}{2 \times 65.512} = -0.000$$

66.153	+1.323	-0.000	+0.020
16.593	+0.332	-0.000	+0.020
22.496	-1.305	-0.000	-0.058
15.763	-0.299	-0.000	-0.019
121.005	+0.051		

$$\Delta Q = - \frac{0.051}{2 \times 121.005} = -0.000$$

Por tanto:

$$Q_{1-2} = 0.044 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{2-5} = 0.019 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{5-4} = 0.045 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{4-1} = 0.051 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{2-3} = 0.020 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{3-6} = 0.020 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{6-5} = 0.058 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$Q_{5-2} = 0.019 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$H_{r1-d} = 0.974 + 1.323 + 0.332 = 2.629 \text{ m}$$

CAPITULO VI**CONCLUSIONES**

Existe una extensa bibliografía técnica en la que se tratan las bases teóricas de los temas aquí expuestos, así como la solución de problemas de diseño y/o revisión; sin embargo, la manera en que se presentan llega a ser, en algunos casos un tanto confusa, más aún si se considera la heterogeneidad del estudiantado.

El presente trabajo fué desarrollado con la intención de proporcionar al alumno una opción de consulta hacia los temas mencionados, los cuales se mostraron en forma fácil y sencilla buscando lograr el mejor entendimiento para quienes recurran a éste.

Tomando en cuenta su contenido, así como la presentación misma de los conceptos tratados en este trabajo, se considera haber aportado un material que servirá al proceso enseñanza-aprendizaje y al mismo tiempo brindar una alternativa a los profesores del área de hidráulica.

De igual manera que para este caso en que se pretendió realizar un trabajo donde se comprendiera mejor los temas presentados, se considera muy conveniente el poder lograr en la medida de lo posible, el desarrollar trabajos futuros encaminados a presentar en forma más clara aquellos temas que contarán con las mismas características que para el caso que nos ocupó.

BIBLIOGRAFIA

1. Sotelo A., Gilberto.
Hidráulica General. Vol. I. Fundamentos.
Editorial Limusa, 1990.
2. Mataix, Claudio.
Mecánica de Fluidos y Maquinas Hidráulicas.
Editorial Karla, 1982.
3. Streeter, V.L.
Mecánica de Fluidos.
Editorial McGraw-Hill, 1987.
4. Rincón G., Roberto.
Apuntes de Turbomáquinas Hidráulicas y Elementos
Aprovechamiento Hidráulico.
Editorial F.I., UNAM, 1990.