

97  
20j.



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**Medidor de Par por  
Efecto Optico**

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA  
P R E S E N T A  
**CLAUDIO MERRIFIELD AYALA**



Ciudad Universitaria

Junio 1992

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

1.	INTRODUCCION.....	1
2.	METODOS PARA LA MEDICION DE PAR.....	3
3.	PRINCIPIO DE OPERACION.....	15
4.	DISEÑO MECANICO.....	20
5.	DISEÑO ELECTRONICO.....	25
6.	RESULTADOS.....	33
7.	CONCLUSIONES.....	37
8.	BIBLIOGRAFIA.....	39

### ANEXOS

A.	TORSION.....	41
B.	CRITERIOS DE LINEALIZACION.....	52
C.	DATOS DE LOS EXPERIMENTOS.....	54
D.	DIAGRAMAS DE PARTES MECANICAS.....	57
E.	DIAGRAMAS DE CIRCUITO ELECTRONICO.....	62

## 1. INTRODUCCION

El objetivo de esta tesis, es describir el diseño y construcción del prototipo de un sistema para medir par a través de efectos ópticos. El dispositivo es útil para realizar control de par en sistemas mecánicos rotacionales tales como manipuladores robóticos, servomecanismos, bombas, etcétera.

La tesis esta dividida en siete capítulos, incluyendo esta introducción, cuyo contenido es como sigue.

El segundo capítulo presenta los diferentes métodos que se pueden utilizar para medir par, y describe tanto las técnicas empleadas, como el principio de operación de cada método. En el tercer capítulo se detalla la teoría de operación del medidor de par por efecto óptico, se definen los elementos principales que lo constituyen y se discuten también los criterios de diseño.

Dentro del cuarto capítulo se justifica la selección del modelo mecánico, mientras que en el quinto se realiza un análisis del circuito electrónico que procesa la señal obtenida de los elementos ópticos, identificando sus etapas y describiendo la implantación final.

El sexto capítulo presenta los resultados de los experimentos realizados con el prototipo, señala sus posibles aplicaciones, y sugiere las posibles mejoras al prototipo.

Se incluyen cinco anexos: teoría de torsión, datos del banco de pruebas, criterios de linealización, diagramas mecánicos y diagramas electrónicos, respectivamente.

## 2. METODOS PARA LA MEDICION DE PAR

Se dice que existe un par de fuerzas, o simplemente un par, cuando se aplican dos fuerzas no coincidentes de la misma magnitud, líneas de acción paralelas y sentidos opuestos.

La aplicación de un par a un cuerpo rígido tiende a producir rotación en este, por lo que el conocimiento de los pares es fundamental para estudiar los sistemas mecánicos rotacionales.

Uno de los fenómenos físicos que produce la acción de un par es el de la torsión, o sea la deformación física de un cuerpo sujeto a pares de fuerzas alrededor de un eje longitudinal, que se describe más extensamente en el anexo A. Así, los métodos que son capaces de medir la torsión de un cuerpo indican también indirectamente la magnitud del par aplicado a la sección del cuerpo en que se mide la deformación.

La deformación que presenta un cuerpo rígido puede ser elástica o plástica dependiendo de la magnitud del par aplicado y el material de dicho cuerpo. En el estudio de los sistemas mecánicos rotacionales son de especial interés las deformaciones elásticas, por lo que en este

trabajo solo se considerarán estas últimas.

Los dinamómetros son dispositivos que miden fuerza o par y se usan para medir la potencia que recibe o entrega alguna máquina. La potencia mecánica es el producto del par aplicado sobre un cuerpo rígido y la velocidad de rotación de este. Existen tres tipos básicos de dinamómetros denominados de absorción, conducción y de transmisión, respectivamente. Los dinamómetros también se suelen clasificar según la naturaleza de la energía empleada en la medición de par.

Los dinamómetros de absorción son aquellos que disipan energía mecánica al tiempo que el par se mide, son particularmente útiles para medir la potencia o par desarrollado por dispositivos tales como turbinas o motores eléctricos.

Los dinamómetros de conducción, como su nombre lo indica, miden tanto el par transmitido y la potencia, como la energía suministrada para operar dichos sistemas, son muy útiles para determinar las características de desempeño de sistemas tales como bombas y compresores, por lo que están diseñados para aplicarse en flechas en movimiento.

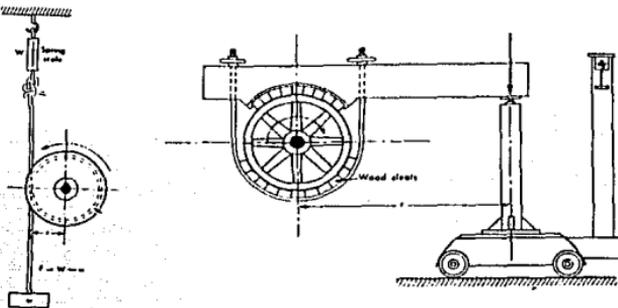
Los dinamómetros de transmisión son dispositivos pasivos colocados al lado de la máquina o entre máquinas para sensar el par en un punto.

En los siguientes párrafos se describen algunos de los dispositivos de uso más común.

#### **DINAMOMETROS MECANICOS.**

Probablemente el dinamómetro de absorción más sencillo es el denominado freno de Prony, que es un dispositivo mecánico que depende de la fricción seca para convertir

la energía mecánica en calor. En las Figs. 2.1 y 2.2 se muestran dos formas de este tipo de dinamómetros, donde puede notarse que el dispositivo se construye con una rueda a la cual se puede aplicar gradualmente un freno.



Figs. 2.1 y 2.2 Freno de prony

Otra forma de dinamómetro que opera bajo principios similares al anterior es el freno de agua, el cual utiliza la fricción viscosa en vez de la fricción seca para disipar energía. La Fig. 2.3 muestra este tipo de dinamómetro en su forma más simple.

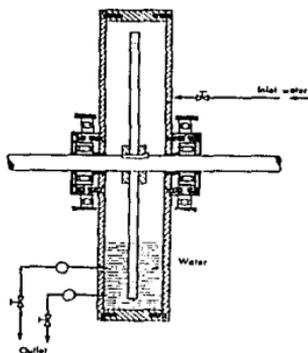


Fig 2.3 Freno de agua.

La capacidad del freno de agua está en función de dos factores: velocidad y nivel del agua; la absorción de la potencia es función del cubo de la velocidad y, a una determinada velocidad, puede ser controlada por el ajuste del nivel del agua en la casaca. Este tipo de dinamómetros se pueden construir con capacidades mayores que el freno de Prony pues el calor generado se puede remover fácilmente circulando agua dentro de la casaca.

En cada uno de los dinamómetros anteriores, el elemento que absorbe potencia tiende a rotar con la flecha; en el caso del freno de Prony el elemento absorbente es el sistema de freno completo y para el freno de agua es la casaca. En ambos casos la rotación de los dispositivos es impedida por dispositivos medidores de fuerzas, tales como sellos o cargas, que se colocan al final de un brazo de reacción de radio  $r$ . Con la medición de fuerza y el radio conocido  $r$  se puede conocer el par aplicado  $T$  a través de la relación

$$T = Fr \quad (2.1)$$

#### DINAMOMETROS ELECTRICOS

Casi cualquier forma de máquina eléctrica rotatoria se puede usar como dinamómetro de conducción o de absorción, o como ambos, existen tres posibilidades:

- 1) Dinamómetros de corrientes parásitas (o de Eddy).
- 2) Dinamómetros de corriente directa o generadores.
- 3) Motores de corriente alterna y generadores.

Los generadores de corrientes parásitas son del tipo de absorción. Como incapaces de hacer trabajar una máquina

tal como una bomba o compresora, son entonces útiles para medir la potencia de una fuente, como lo es un motor de combustión interna o eléctrico.

Su funcionamiento se basa en que al mover un material conductor a través de un campo magnético se genera un voltaje que ocasiona un flujo de corriente. Si el conductor es un alambre que forma parte de un circuito, dicha corriente fluirá a través del circuito y, con algún dispositivo conmutante, se puede obtener un generador de corriente directa. Si el conductor está aislado, y no forma parte de un circuito, (por ejemplo, una pequeña barra de metal), aún así se inducirán voltajes. Sin embargo, solamente fluirán corrientes locales en trayectorias de corto circuito dentro de la barra misma. Estas corrientes llamadas corrientes de Eddy serán disipadas en forma de calor.

Un dinamómetro de corrientes de Eddy consiste entonces en un disco de metal que gira dentro de un campo magnético, el cual es producido por imanes o bobinas excitadas por una fuente externa y aterrizadas a la casaca del dinamómetro. Cuando el disco gira se generan corrientes de Eddy y con la reacción del campo magnético la carcasa, que esta sujeta en los apoyos del muñón, tiende a girar. El par se mide de igual manera que en el freno de agua y se aplica la misma ecuación (2.1). La carga se controla ajustando la intensidad del campo; la energía también se transforma en calor, sin embargo, se pueden presentar problemas para una disipación satisfactoria, por lo que en la mayoría de los dinamómetros por corrientes de Eddy se utiliza enfriamiento por agua. La ventaja de este método es que su tamaño es pequeño en relación con capacidad de par medible.

**DINAMOMETROS DE CORRIENTE DIRECTA O GENERADORES.**

Sin lugar a dudas el más versátil de todos los tipos es el dinamómetro de corriente directa de plataforma; básicamente es un motor-generador de corriente directa con controles accesibles que permite la operación de ambas formas.

Cuando se usa como dinamómetro de absorción funciona como un generador de corriente directa; la energía mecánica de entrada se convierte en energía eléctrica, la cual a su vez es disipada en un banco de resistencias. Esta última característica es importante ya que, a diferencia del dinamómetro de corrientes de Eddy, el calor se disipa fuera de la máquina. Los apoyos del dinamómetro permiten determinar el par resultante en cualquier dirección de rotación.

Como dinamómetro de conducción se usa como motor de corriente directa; es de fácil control y tiene buen desempeño a bajas velocidades, sin embargo, presenta el problema de que no es sencillo obtener una fuente adecuada de corriente directa.

#### DINAMOMETROS DE TRANSMISION.

Son dispositivos pasivos donde no se agrega o sustrae energía del sistema bajo prueba. Una posibilidad consiste en usar dispositivos tales como trenes de engranes o poleas y dispositivos con cadenas, ya que cualquier caja de cambios que produce un cambio de velocidades está sujeta a un par que resulta de la diferencia entre el par de entrada y el par de salida. Cuando se mide el par de reacción de la caja de cambios, se puede obtener del par de entrada o salida.

En los arreglos de cadenas o poleas se produce una reacción la cual es función de la diferencia entre las tensiones rígida y flexible; en la polea es también función de esta diferencia; entonces al medir la

reacción se obtener la torsión, y, conociendo la velocidad de rotación, determinar la potencia. Las pérdidas mecánicas introducidas por arreglos de este tipo, combinadas con su alto costo, los hacen en general insatisfactorios.

La forma mas común de los dinamómetros de transmisión está basada en medir que tanto se deforma un miembro elástico. Un dinamómetro del tipo elástico utiliza galgas extensométricas aplicada a una sección de una flecha de transmisión como se muestra en la Fig 2.4.

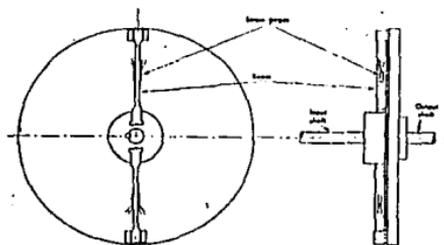


Fig 2.4 Dinamómetro por galgas extensométricas.

Este dinamómetro, usualmente llamado medidor de par, es usado como acoplamiento entre dos flechas de máquinas diferentes. Se emplea un puente de cuatro ramas que incorpora módulos calibrados para minimizar la sensibilidad a la temperatura. En la mayoría de los casos los transductores de galgas extensométricas son más sensibles cuando se colocan en tirantes doblables como se sugiere en la figura mostrada anteriormente.

Las conexiones eléctricas están hechas a través de anillos y escobillas, que pueden incluir un mecanismo especial para levantar las escobillas cuando no están siendo usadas. Los anillos y escobillas están sujetos a desgaste y pueden presentar problemas de mantenimiento cuando se emplean en una instalación de manera permanente.

## MEDIDORES DE PAR POR EFECTOS RESONANTES.

Los sensores de par por galgas extensométricas y anillos con escobillas aunque son muy usados en la industria, resultan caros y poco confiables, por lo cual se han comenzado desarrollar nuevos métodos para medir el par en flechas giratorias, de tal manera que no resulten costosos y sean confiables. Una de estas técnicas es la conocida como telemetría por caída de malla, que ha sido utilizada con éxito en sinnúmero de aplicaciones ingenieriles y médicas, tales como el monitoreo en la presión de las llantas de los vehículos, o la medición de la temperatura en el rotor del motor de tracción de un tren.

El principio de operación del medidor con caída de malla es sencillo; se integra por un circuito pasivo, consistente en un inductor y un capacitor, el cual está ligado por un acoplamiento inductivo a un oscilador como se muestra en la Fig 2.5. La frecuencia de resonancia de el circuito pasivo es

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2.2)$$

donde:

$f_r$  frecuencia de resonancia

C capacitancia

L Inductancia

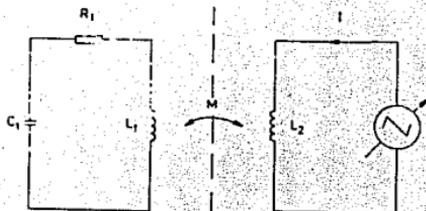


Fig 2.5 Circuito de caída de malla.

Si la frecuencia del oscilador barre un rango de frecuencias que incluye la de resonancia  $f_r$ , se presentará un incremento en la carga cuando la frecuencia del oscilador iguale a  $f_r$ . Este aumento de carga podrá ser detectado como un incremento en la corriente generada por el oscilador, si se mantiene el voltaje constante.

El termino caída de malla proviene del tiempo que se utilizaban válvulas termoiónicas en los circuitos (antes de la invención de los transistores); a la salida del oscilador se encontraba una válvula de tríodo, donde al aumentar la carga del oscilador, caía el voltaje en la malla del tríodo, de ahí el nombre de caída de malla.

Independientemente del método usado para medir la frecuencia de resonancia la sensibilidad con la cual puede hacerse depende de tres factores:

- i) El factor de calidad  $Q$  de el circuito resonante.
- ii) El acoplamiento entre los dos inductores.
- iii) La cantidad de ruido en la señal.

El factor  $Q$  de un circuito resonante se controla mediante su resistencia  $R$ , la cual depende del número de vueltas del inductor  $L$  y el grueso del alambre. En la práctica las complicaciones debidas a las corrientes de Eddy en metales y los efectos a altas frecuencias hacen necesarios algunos experimentos para determinar el  $Q$  deseado.

El coeficiente de acoplamiento  $K$  es una función de la distancia entre los dos inductores y la permeabilidad del medio que los separa, la cual en la mayoría de los casos es aire. Para maximizar el acoplamiento se puede utilizar un arreglo coaxial con una bobina sujeta a un anillo fijo alrededor del sistema rotatorio y separado

de la bobina de rotación por un entrehierro de unos cuantos milímetros.

El tercer factor que afecta las características de sistema es la relación señal a ruido. Esta puede maximizarse al hacer que la frecuencia de resonancia quede lo más lejos posible de las frecuencias de ruido, y al emplear una señal de excitación lo suficientemente grande.

Como en esta técnica se monta un circuito pasivo en la flecha giratoria; para variar la frecuencia de resonancia es entonces necesario determinar que es lo que se quiere variar, si la inductancia o la capacitancia, esto implica optar en entre usar un sensor de par capacitivo o inductivo. Como el objetivo es sensar el desplazamiento angular alrededor una flecha bajo torsión, se prefiere el capacitivo, porque en general los sensores de desplazamiento capacitivo son más sensibles a pequeños movimientos que los dispositivos inductivos.

La Fig. 2.6 muestra una sección transversal del sensor de par capacitivo; el dispositivo está hecho de tal manera que un diente se mueve con relación a un segundo cuando se aplica el par. Los dientes consisten de tiras de cobre adheridas a un circuito impreso flexible como se muestra en la Fig. 2.7.

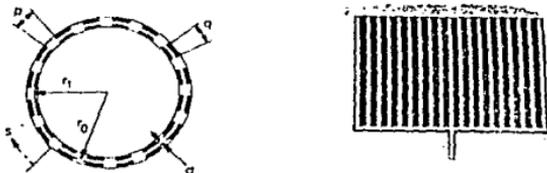


Fig 2.6 y 2.7 Sección Transversal y Circuito Impreso Flexible.

Uno de los circuitos flexibles está en la parte externa de la flecha y el otro en el interior del tubo, que es coaxial con dicha flecha. La Fig 2.8 muestra una sección longitudinal a través de la flecha y sensor.

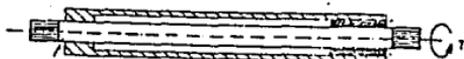


Fig. 2.8 Sección Longitudinal

El tubo está fijo a la flecha en un extremo y libre en el otro; entonces cuando el par se aplica al ensamble, ocurre un desplazamiento entre la parte externa e interna de la flecha. Los cambios en el par aplicado causan cambios en la capacitancia efectiva entre ambos circuitos impresos.

Para calcular la mejor geometría del capacitor, se analiza el comportamiento de los capacitores frente a entradas con forma dentada. La Fig.2.9 muestra un par de platos dentados de capacitancia variable.

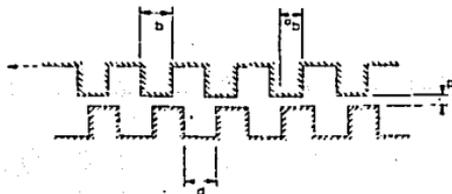


Fig 2.9 Capacitancia variable con platos dentados.

Para poder calibrar el instrumento es necesario realizar una prueba estática, en la cual un extremo de la flecha está sujeto y en el otro se aplica un par de tal manera que se obtiene una curva de respuesta para distintos valores de par.

En resumen el método permite que las variaciones de par

se vean reflejadas en las de la frecuencia de resonancia de un circuito rotativo pasivo.

#### MEDIDORES DE PAR POR EFECTO OPTICO.

Las alternativas para medir par por metodos indirectos han ido en aumento de tal manera que la flecha o la sección a estudiar no requiera una conexión eléctrica directa a la sección en estudio.

En la siguiente figura se observa un torquímetro que emplea métodos ópticos para medir la deformación; el desplazamiento angular relativo de las dos secciones de la barra de torsión puede leerse en las escalas calibradas debido al efecto estroboscópico de las intermitencias en la visión y en la persistencia de las imágenes en la visión. En una primera aproximación a este método se necesita de un observador que registre las variaciones de par.

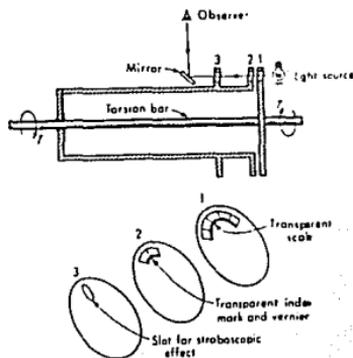


Fig 2.10 Medidor de par por efecto optico.

La presente tesis parte de este punto y sustituye al observador con un sistema electrónico que registre las variaciones de par.

### 3. PRINCIPIO DE OPERACION

Con el prototipo que aquí se describe se busca obtener una señal eléctrica que varíe al aplicar un par a una sección circular de cualquier material. En el capítulo anterior se esbozó un método que utiliza una fuente luminosa para observar el desplazamiento angular. Si se toma como referencia dicho método y se utilizan dispositivos capaces de transformar un haz de luz en energía eléctrica se puede conseguir un observador permanente del desplazamiento angular de la sección bajo prueba través de un circuito electrónico como el que se ilustra en la Fig. 3.1.

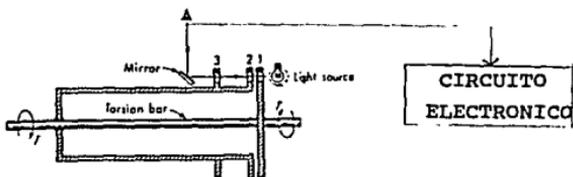


Fig 3.1 Medidor de par por efecto optico con circuito electronico.

El método en cuestión se aplica para medir el par en flechas rotatorias, sin embargo, para estudiar su funcionamiento es posible utilizar un arreglo estático en el cual uno de los extremos de la flecha está empotrado y sobre el otro se aplica un par conocido.

La prueba estática deberá operar bajo el mismo principio que la dinámica, por lo que se deberá contar con una sección a la cual se le aplique un par de fuerzas, un emisor de luz, un convertidor de luz a energía eléctrica (o fotoreceptor), y un dispositivo mecánico para acomodar todos los elementos nombrados.

El estudio en condiciones estáticas debe también considerar el empleo de distintas clases de materiales y secciones; con respecto a los primeros se decidió usar materiales metálicos convencionales: latón, cobre, aluminio y acero. Para seleccionar las secciones había que determinar tanto su largo como su diámetro, lo cual se realizó a partir de la ecuación

$$\theta = \frac{TL}{JG} \quad (3.1)$$

donde:

- $\theta$  ángulo de torsión
- T par
- L longitud de la sección
- J momento polar de inercia
- G modulo de elasticidad a cortante.

Para flechas con sección circular el momento polar de inercia J se puede calcular como

$$J = \frac{\pi D^4}{32} \quad (3.2)$$

donde:

- D diámetro de la flecha.

Del análisis de ambas ecuaciones se concluye que el ángulo de torsión  $\theta$  varía linealmente con la longitud  $L$  y con la cuarta potencia del diámetro  $D$ . Al aumentar la longitud se puede disminuir el valor del diámetro para un ángulo de torsión dado, sin embargo, por otro lado, el mismo aumento de longitud disminuye la intensidad de las señales de salida del fotoreceptor. Para establecer un compromiso entre los puntos anteriores se buscó la máxima distancia para la cual la pareja fotoemisor-fotoreceptor aún tenía buen comportamiento. Se realizaron ensayos para diferentes distancias y porcentajes de obturamiento del fotoreceptor y se encontró que para distancias mayores de 10 cm la señal de salida del fotoreceptor se debilitaba.

El diámetro de la sección depende de la magnitud de los pares aplicados, sin embargo, los ángulos de torsión producidos deben poderse medir con un fotoreceptor que tiene dimensiones físicas dadas. En el prototipo construido se intentó minimizar la distancia entre los ejes del fotoemisor y fotoreceptor y el de la sección bajo prueba; para conseguirlo se optó por fijar el diámetro de las secciones bajo prueba en 0.5 cm. La intención al fijar esta magnitud es que las secciones fueran fácilmente intercambiables.

El apoyo de la sección en el banco de pruebas se fijó en dos puntos para evitar se presentase pandeo de la misma, el arreglo se muestra en la Fig. 3.2.

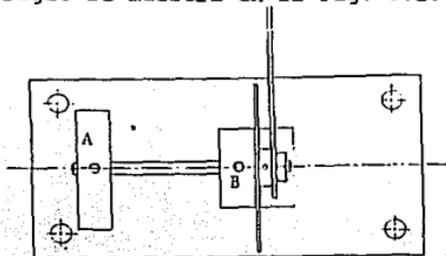


Fig 3.2 Apoyo de sección en banco de pruebas.

Una vez apoyada la probeta se colocó la fuente luminosa de tal manera que el haz de luz fuese paralelo a la probeta, sin embargo, para que la luz no se disperse es necesario dirigirla, lo que se consigue con un colimador, cuya función es hacer viajar la luz de manera paralela al eje de la probeta sin que exista dispersión de la misma como se muestra en la Fig 3.3

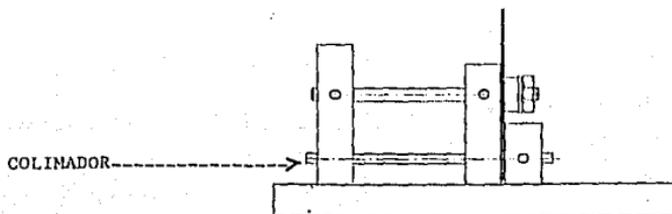


Fig 3.3. Sección del colimador.

Hasta este punto se ha explicado lo relativo a la posición de la probeta y fuente luminosa, pero falta detallar la manera de medir el ángulo de torsión. Como se sabe para que exista un ángulo de torsión la sección bajo prueba debe estar sujeta a un par de fuerzas. Este se puede producir con una fuerza que se aplique en el extremo de una palanca rígida conectada a su vez al extremo libre del eje de torsión; si se cuelga una cierta masa  $m$ , en el extremo de la palanca se tendrá una fuerza

$$F = mg \quad (3.3)$$

donde:

$g$  aceleración de la gravedad.

Si la longitud de la palanca es  $r$  se creará un par de fuerzas

$$T = Fr \quad (3.4)$$

en el origen de la barra. La situación se ilustra en la

Fig 3.4.

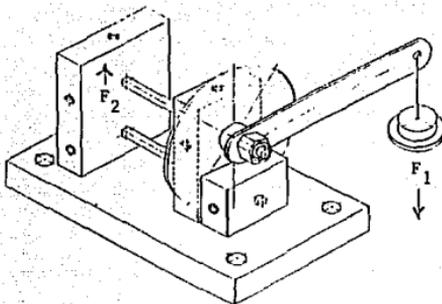


Fig 3.4. Acción del par de fuerzas.

Como el extremo de la barra está acoplado al extremo libre de la probeta esta tenderá a girar, con lo cual se produce un ángulo de torsión.

Para registrar el ángulo de torsión se coloca en el extremo libre de la probeta un disco, el cual tendrá una perforación cuyo tamaño deberá coincidir con el del colimador del haz de luz.

Antes de aplicar el par, el orificio del colimador y del disco deben coincidir, conforme empieza a actuar el par, el disco acompañará al movimiento de torsión y el orificio se defasará del colimador con lo que se disminuye la cantidad de luz.

Si se coloca el fotoreceptor del otro lado del orificio del disco se registrará entonces la cantidad de luz que pasa por dicho orificio. Los registros del ángulo de torsión son similares a los mostrados en la Fig. 3.5.

Fig 3.5 Registros del angulo de torsión.

#### 4. DISEÑO MECANICO

Uno de los elementos que forman el sistema de medición de par es el dispositivo mecánico donde se acomodan todos los demás elementos para realizar la medición. La condición más importante para el diseño fue que las secciones de prueba fueran intercambiables; a partir de esta consideración se propuso el arreglo mecánico cuya vista lateral se muestra en la Fig 4.1.

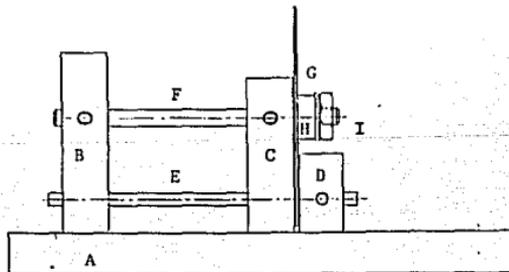


Fig 4.1 Vista lateral.

En esta vista lateral se pueden observar todos los elementos que son:

- A Base
- B Apoyo fijo
- C Apoyo ajustable

- D Receptáculo del fototransistor
- E Colimador
- F Sección de prueba
- G Disco
- H Mamelón
- I Tuerca de fijación de la palanca

#### PROCESO DE FABRICACION.

Las tres primeras piezas, la base, apoyo fijo y apoyo ajustable, se fabricaron con el mismo procedimiento: corte con segueta mecánica, emparejado de todos sus lados por medio de una fresadora, entintado y trazado de los sitios donde se iban a realizar las perforaciones, barrenado con diferentes tamaños de broca y machueleado, en caso de ser necesario; estas piezas fueron hechas con acero comercial de bajo carbono.

Las secciones de prueba fueron elaboradas con diferentes materiales: aluminio, cobre, latón, y acero. El proceso de estas piezas fue: cortado con segueta mecánica, torneado al diámetro requerido, refrentado de caras en fresadora y perforación perpendicular a los planos.

El colimador se fabricó con tubo de acrílico, al cual se añadieron dos aumentos en los extremos del mismo para alojar al fotoemisor y fototransistor respectivamente, el tubo se pintó de negro para evitar la penetración de luz exterior.

El disco es de aluminio laminado, el cual se entintó y trazó para posteriormente barrenar y cortar utilizando cortachapas, y por último se realizó un barreno en la periferia del disco.

El mamelón es de latón; el cual se torneó, refrentó,

barrenó. En seguida se le hizo un roscado exterior, se le cortó con buril en torno, y se hizo fresado para los planos de la entrada de palanca. Finalmente se hicieron las perforaciones para los tornillos opresores y el perno de sujeción.

La tuerca de fijación de la palanca es de aluminio en barra hexagonal, el cual se cortó, barrenó y machueleó.

La palanca es de solera de aluminio a la que se cortó y se hizo una ranura por fresado en uno de sus extremos.

El centrador, que es el elemento que permite alinear todo el dispositivo en el montaje, fue hecho de acero comercial de bajo carbono en barra el cual se cortó refrentó y torneó a diferentes diámetros.

El perno de sujeción es también de acero comercial de bajo carbono cortado y torneado a dos diámetros diferentes, con un templado para darle una mayor dureza.

Todas las piezas se muestran por separado en el anexo.

#### **PROCESO DE ENSAMBLADO.**

El ensamble de todas las piezas fijas se realizó de la siguiente manera; se fijan los apoyos sobre la base con el centrador en posición y se aprieta firmemente. Utilizando una vez más el centrador, se ajustan los palpadores de tal manera que el punto de contacto sea el menor posible.

Para ensamblar el mamelón al disco colocan dos pernos a presión a través de las dos perforaciones tanto del mamelón como como del disco móvil; la función de los pernos es evitar que el disco patine al momento de aplicar carga.

La base tiene nueve barrenos, en seis de ellos se van a colocar tornillos que sujetan los apoyos a la base.

El apoyo fijo tiene ocho perforaciones, dos para sujetarlo a la base, otras dos paralelas entre sí donde se colocan la sección de prueba y el colimador; las cuatro perforaciones restantes sirven para colocar los tornillos que sujetarán a la sección intercambiable de prueba; al apretar estos tornillos se impedirá que la sección de prueba gire al aplicar la carga.

El apoyo ajustable tiene el mismo numero de perforaciones que el anterior; dos para sujetar el apoyo a la base; dos paralelas para la sección de prueba y el colimador, con la particularidad de que la perforación para la sección de prueba es de un diametro mayor que la del colimador, pues el objetivo es la fijación final de la sección de prueba se haga con cuatro tornillos de acabado esferico pulido a espejo, el cual tiene como finalidad evitar al maximo la fricción, una vez sujeta con estos tornillos se evita el pandeo de la sección de prueba al aplicar carga.

El siguiente apoyo es el que aloja al fotoreceptor, esta pieza cuenta con tres perforaciones; dos para fijar la pieza a la base y otra más para el fotoreceptor. Una característica importante es que se hizo un corte a 45 grados para que la barra por la cual se transmite la carga tenga movimiento libre, como lo muestra la Fig 4.2.

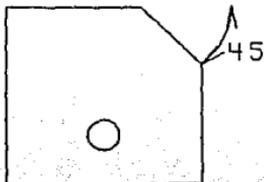


Fig. 4.2. Receptaculo del fototransistor.

El mamelón es la pieza que sirve para transmitir el par a la sección de prueba; se debe garantizar que no se deslizará o moverá sobre el disco al aplicar la carga, pues cualquier deslizamiento provocará el registro de un movimiento angular distinto al real. El mamelón se sujetó inicialmente a través de tornillos opresores colineales y en sentido opuesto, sin embargo, al realizar los primeros experimentos se observó que estos opresores no eran suficientes para transmitir el par, pues se observó desplazamiento; por ello se añadió un perno que atraviesa totalmente la probeta.

Como el mamelón y el disco van remachados entre sí, para registrar el ángulo de torsión es necesario que el orificio que se encuentra en el extremo del disco coincida con los orificios del colimador y el receptor de luz, de tal manera que al aplicar el par el disco gire la misma magnitud angular que la sección de prueba, este arreglo mamelón-disco debe ser intercambiable para poderse utilizar en las diferentes secciones de prueba. La Fig. 4.3 muestra el arreglo del disco y el mamelón.

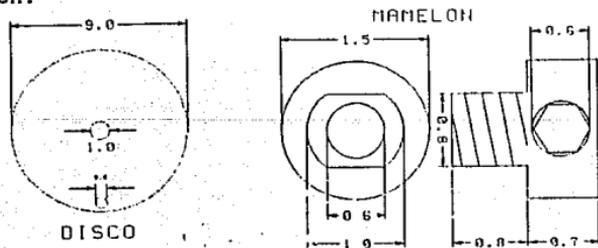


Fig 4.3. Arreglo disco mamelón.

La ultima parte del dispositivo mecanico es la palanca para colocar la carga que producirá el par, esta es una solera de aluminio de 1" de ancho por 12", con una perforación en el extremo libre donde se pueden colgar pesas de distintos valores.

## 5. DISEÑO ELECTRONICO

La función del medidor de par, como se dijo en capítulos anteriores, es obtener una señal eléctrica cuando se aplica un par a una sección de prueba. Ya se ha descrito el mecanismo para aplicar el par en un ambiente estático, resta ahora, en este capítulo, hacer lo propio con la conversión del par a una señal eléctrica por métodos ópticos.

En el diagrama de bloques de la Fig. 5.1 se ven los elementos necesarios para producir la señal eléctrica.

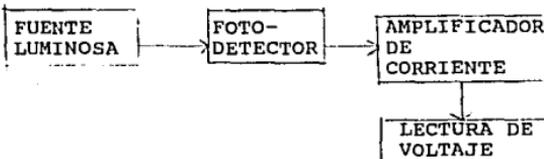


Fig 5.1 Diagrama a bloques del circuito electrónico.

El primer bloque es la fuente luminosa, cuyo haz es dirigido por un colimador. La selección de esta fuente luminosa está ligada a la del fotodetector, o detector óptico, que se encuentra en el segundo bloque. Existen en el mercado un sin número de fabricantes que producen

estos dispositivos; de ellos, se tomó como referencia el manual de optoelectrónica de Texas Instruments y se seleccionaron algunos pares emisor-fotodetector que son:

- Emisor infrarrojo TIL31B con los fotodetectores TIL81 y TIL99;
- Emisor infrarrojo TIL38 con los fotodetectores TIL100, TIL413 o TIL414;
- Emisor infrarrojo TIL40 con los fotodetectores TIL411, TIL412, TIL415, y TIL416;
- Emisor infrarrojo TIL903, TIL904 con el fotodetector TIL81;
- Emisor infrarrojo TIL32 con el fotodetector TIL78;

Ya que cada par tiene características distintas, había que compararlos para seleccionar uno de ellos. Para esto se recurrió a las gráficas del manual que muestran la cantidad de corriente en el fototransistor en función de la distancia y que se reproducen en las Figs 5.2 a 5.6. En el caso del TIL40 y el TIL411, por ejemplo, se ve como la corriente de salida disminuye exponencialmente al ir aumentando la distancia, la misma situación del caso se presenta con el TIL32 con el TIL78.

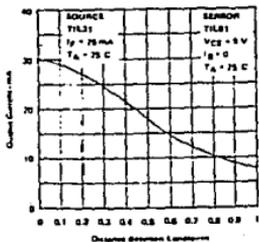


Fig. 5.2 Características de acoplamiento entre TIL31-TIL81.

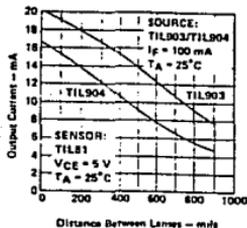


Fig 5.3 Características de acoplamiento entre TIL903-TIL81.

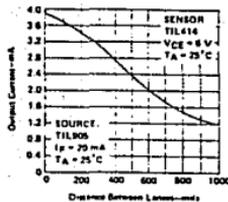


Fig 5.4 Características de acoplamiento entre TIL905-TIL414

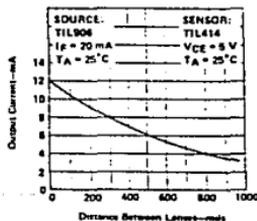


Fig 5.5 Características de acoplamiento entre TIL906-TIL414.

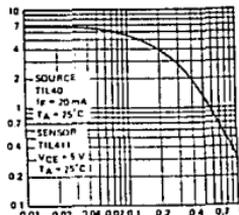


Fig 5.6 Características de acoplamiento entre TIL40-TIL411.

Como se puede apreciar, todos estos pares ofrecen buena respuesta a la distancias relativamente grandes entre ellos.

Se observó también el comportamiento de la corriente de polarización, así en los datos se ve que los diodos infrarrojos TIL31, y TIL903 soportan una corriente continua de directa de 200 mA, sin embargo los diodos infrarrojos TIL905, TIL906 sólo soportan 100 mA.

De los datos anteriormente expuestos se concluyó que los pares más convenientes eran el TIL31-TIL81 o el TIL903-TIL81; el primero es de uso más común, por lo que finalmente se optó por él.

En la Fig. 5.6 se puede apreciar que las pruebas se realizaron con una corriente de directa de 25 mA; como se cuenta con una fuente de voltaje de 15 volts se calculó la resistencia para mantener una corriente de 25 mA a través del diodo esto es:

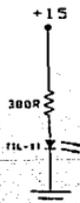


Fig. 5.6. Circuito de polarización del fotoemisor.

$$V_{cc} - RI_D - V_D = 0 \quad (5.1)$$

donde:

$V_{cc}$  voltaje de polarización  
 $R$  resistencia  
 $I_D$  corriente de diodo  
 $V_D$  voltaje del diodo

De esta ecuación se deduce que:

$$R = \frac{V_{cc} - V_D}{I_D} \quad (5.2)$$

donde el  $V_0=1.4$

El valor resultante es  $R=380$  ohms.

Una vez configurada la sección de emisión de luz, en el siguiente bloque se pretende lograr la respuesta más lineal posible del fotoreceptor. Para ello se realizaron pruebas con dos configuraciones; la primera de ellas se muestra en la Fig 5.7.

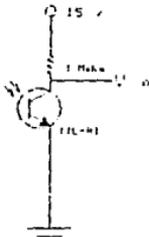


Fig 5.7 Configuración por voltaje.

La curva de respuesta para el voltaje del fotoreceptor en esta configuración se muestra en la Fig. 5.8.

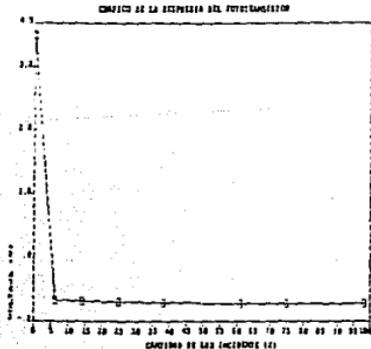


Fig. 5.8 Grafica de respuesta del fotoreceptor.

Como se puede apreciar, la curva es no lineal por lo cual se buscaron métodos para linealizarla, (ver el anexo B). Como los resultados de los métodos de linealización no fueron satisfactorios, se llegó a la conclusión de que la configuración por voltaje no era la más conveniente.

La siguiente posibilidad consistía en tomar la corriente del fototransistor y amplificarla; Para lograr esto se propuso el circuito que se ilustra en la Fig 5.9.

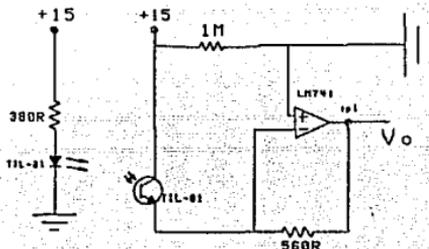


Fig 5.9. Configuración por corriente.

Este es un circuito en el cual el flujo de corriente depende de la luz incidente, y se necesita conectarlo además a otro circuito que mida corriente, en este caso el amplificador operacional inversor. La salida de voltaje  $V_o$  es igual al producto de la corriente de entrada y de la resistencia de retroalimentación; para determinar esta última se usó el manual del fototransistor donde se vió que la corriente a máxima incidencia de luz es de 22 mA, con un voltaje de prueba  $V_{ce}=5$  volts. Si el voltaje de prueba  $V_{ce}=15$  volts, entonces la corriente con el total de luz incidente será de aproximadamente 66 mA. Si se desea un voltaje de salida  $V_o=5$  volts, entonces la resistencia de retroalimentación debe ser de 600 ohms. Cuando en ausencia de luz se quiere que el  $V_o=0$ , se puede modificar el circuito de la manera que se ilustra en la Fig. 5.10. El potenciómetro permite obtener un punto de

calibración, o referencia, para todas las mediciones, con el fin de que en ausencia total de luz el voltaje de salida sea cero.

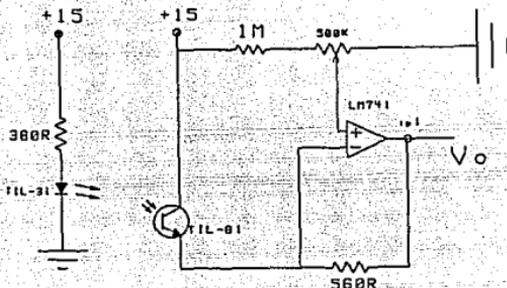


Fig. 5.10. Configuración por corriente con potenciómetro.

Con el arreglo descrito se pueden registrar las variaciones de la intensidad de luz que se produzcan como consecuencia del movimiento del disco.

El amplificador operacional seleccionado para convertir la corriente a voltaje fue el LM741, pues no es difícil de localizar en el mercado.

El resultado obtenido con esta configuración se muestra en la Fig. 5.11.

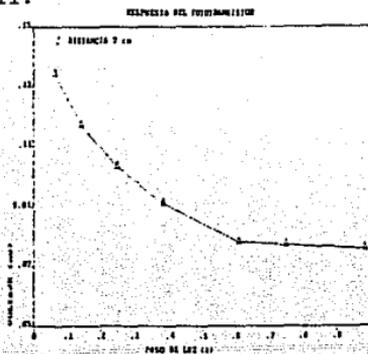


Fig 5.11. Grafico de respuesta del fotoreceptor.

Como se puede apreciar, esta curva es mucho más lineal que la anterior. Hay que hacer notar que estas pruebas no fueron realizadas en el dispositivo mecánico, sino sobre el circuito electrónico exclusivamente.

Los párrafos anteriores describieron la forma de procesar la señal; para que el circuito funcione es necesario polarizar todos sus componentes a través de una fuente de voltaje. El amplificador operacional y el resto de los circuitos requieren de una polarización máxima de +/- 18 volts, con un consumo de corriente no mayor que 300 mA. Por ello se adquirió un transformador de 127 V en el primario y de 40 V en el secundario con derivación central, de tal manera que existan 20 volts hacia cada lado del derivador, este voltaje se rectifica por medio de un puente de diodos que soporta una corriente de 500 mA, se filtra con unos capacitores de 2200 uf a 63 volts, y se entrega a los reguladores LM7815 y LM7915 para obtener los dos voltajes de polarización de +15 y -15 volts; el arreglo se muestra en la Fig 5.12.

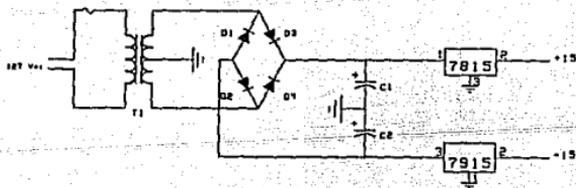


Fig 5.12 Fuente de voltaje.

## 6. RESULTADOS

En el dispositivo descrito se realizaron experimentos con el siguiente procedimiento.

- 1) Se selecciona la probeta a estudiar.
- 2) Con el centrador se coloca el disco de tal manera que los orificios del fotoreceptor y disco coincidan.
- 3) Se introduce la probeta y se hacen coincidir los orificios del mamelón y de la probeta para introducir el perno.
- 4) Se sujeta firmemente la probeta con los tornillos de sujeción, y se retira el centrador.
- 5) Con el dispositivo armado se calibra el circuito electrónico de tal manera que al tener una máxima incidencia de luz en el fotoreceptor, el voltmetro indique 5 V.
- 6) Se coloca la palanca que transmitirá el par a la probeta y se sujeta con una tuerca para que

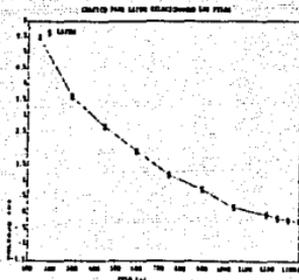
no exista la posibilidad de huelgo.

7) Se cuelga el gancho y en él se van colocando una a una las pesas que producirán la torsión.

8) A cada pesa colocada se toma la lectura de voltaje proporcionada por el voltímetro.

Se realizaron pruebas con cuatro materiales; latón, cobre, aluminio y acero y se usaron pesas 150 gramos y 50 gramos.

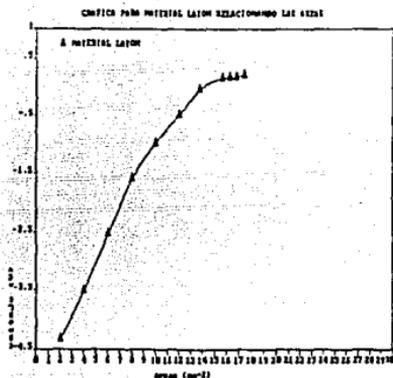
El primer material en estudio fue el latón para el cual se obtuvo la respuesta que se ilustra la Fig. 6.1.



Graf 6.1 Pruebas con latón.

Como se aprecia, la curva es no lineal, aunque esto se debe a que la sección por la cual atraviesa la luz es una circunferencia y no un gajo de círculo por lo cual se produce un efecto no lineal por la intersección de las circunferencias involucradas en el proceso. Por esta razón hubo que relacionar el área iluminada con el desplazamiento angular que corresponde a una determinada carga; a partir de las ecuaciones que relacionan par con ángulo de torsión incluidas en el anexo A, se determinó que ángulo existe para una masa determinada, esto es, conociendo la carga aplicada se sabe que ángulo de torsión se deberá obtener. Una vez obtenido este ángulo,

se obtiene el desplazamiento del orificio del disco, y con él los puntos donde las dos circunferencias se intersectan, a partir de los cuales se integra el área intersectada. El proceso matemático se incluye en el anexo C. Una vez corregido el efecto no lineal de áreas circulares mencionadas se tiene la curva que se muestra en la Fig 6.2.



Graf 6.2 Pruebas con latón referidas al área.

Como se puede observar en esta gráfica el resultado es lineal en casi todo el proceso, salvo para el último segmento donde se presentan problemas de saturación.

Las Figs. 6.3 a 6.6 muestran los resultados para el resto de los materiales, probados.

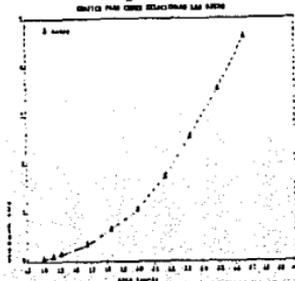


Fig 6.3 Grafica de resultados de cobre.

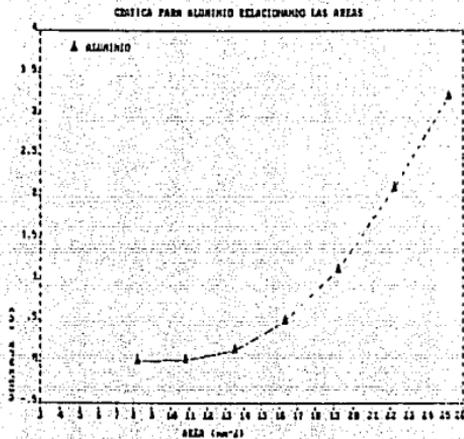


Fig 6.4 Grafica de resultados de aluminio.

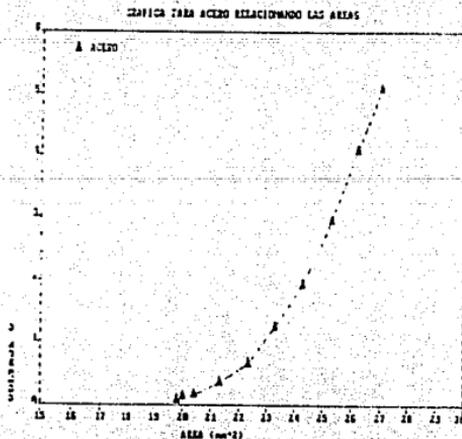


Fig 6.5 Grafica de resultados de acero.

## 7. CONCLUSIONES

Se desarrolló un prototipo de un dispositivo que proporcione una señal eléctrica dependiente de la magnitud del par aplicado. Como el arreglo mecánico-electrónico impone limitaciones los desplazamientos angulares máximos admisibles por efectos de torsión en la sección de prueba, entonces en función de la magnitud de los pares a medir se debe seleccionar el material de la sección de prueba y su diámetro mínimo.

Resulta claro que la no linealidad introducida por la geometría del colimador se puede evitar si se emplea una ventana con forma de gajo de círculo, pues la señal así obtenida sería directamente lineal.

Uno de los puntos críticos del diseño se encuentra en el mamelón, pues aún cuando el perno se maquinó con precisión, todavía se presenta un pequeño juego al cargar el dispositivo, esto se puede solucionar de varias formas; la primera, que de hecho fue la que se utilizó, es que el orificio del disco este un poco anticipado de tal manera que al momento de aplicar la carga se centre en el punto deseado, la segunda es colocar un perno de expansión de tal manera que el juego se elimine casi en su totalidad y así no tener que

desplazar el disco.

La fricción en el apoyo ajustable representa otro problema potencial, que debe evitarse al lubricar con un aceite delgado.

El dispositivo desarrollado es estático y en él se demostró que sí es posible medir el par a través de medios ópticos, el siguiente paso es realizar un dispositivo para flechas en movimiento que funcione bajo el mismo principio.

## 8. BIBLIOGRAFIA

-Anthony Granville William, "Calculo Diferencial e Integral", Octubre 1982, Limusa, México D.F.

-Atkinson Kendall, "Elementary Numerical Analysis", 1985, Jhon Wiley & Sons, Inc.

-Beer & Johnston, "Mecanica Vectorial para Ingenieros-Estatica y Dinamica", 1979, McGraw Hill, México D.F.

-Burns Stanley G, Paul R. Bond, "Principles of Electronic Circuits", 1987, West Publishing company, St Paul Mn.

-Chapa Steven C., Canale P. Raymond, "Numerical Methods for Engineers", 1988, McGraw Hill.

-Coughlin Robert F., Driscoll Frederick F., "Circuitos Integrados Lineales y Amplificadores Operacionales", 1987, Prentice Hall, Mexico D.F.

-Dahlquist Germund, Ake Bjorck, "Numerical Methods", 1974, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.

-David William Cooper, "Instrumentación Electrónica y Mediciones", 1982, Prentice Hall, Edo de México.

-Gothmann William H., "Contemporary Mathematics for Electronics", 1982, Prentice Hall, Englewood Cliffs,

-Jenkins Tudor E., "Optical Sensing Techniques and Signal Processing", 1987, Prentice Hall International, U.K.

-Northrop Robert B., "Analog Electronic Circuits", 1990, Addison Wesley.

-Rubio SanJuán Isidoro, "Compendio de Resistencia de Materiales", 1977, Labor, Barcelona, España.

-Schilling Donald L., Belove Charles, "Electronic Circuits, Discrete and Integrated", 1979, McGraw Hill.

-Tobey Gene E., Graeme Jerald G., Huelsman Lawrence P., "Operational Amplifiers-Design and Applications", 1981, McGraw Hill.

-Timoshenko Stephen P., Gere James M., "Mecánica de Materiales", 1986, Grupo Editorial Iberoamericana, Belmont, CA.

-Van Putten Anton P.P., "Electronic Measurement Systems", 1988, Prentice Hall International, U.K.

-"Optoelectronics Data Book", 1983-1984, Texas Instruments.

## ANEXO A TORSION

La torsión es el fenómeno de deformación de un cuerpo cuando se le somete a momentos alrededor de un eje longitudinal. Este tipo de carga se representa en la Fig A.1, que muestra una barra recta, empotrada en un extremo y cargada con dos pares de fuerzas. Cada pareja de fuerzas forma un par que tiende a girar la barra alrededor de su eje longitudinal. Como el momento de un par de fuerzas es igual al producto de una de las fuerzas por la distancia entre sus líneas de acción; el primer par tiene un momento de:

$$T_1 = P_1 d_1 \quad (\text{A.1})$$

y el segundo de:

$$T_2 = P_2 d_2 \quad (\text{A.2})$$

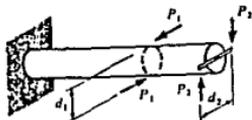


Fig A.1 Representación grafica del fenomeno de torsión.

En la representación gráfica de pares se indicará el

momento de un par mediante un vector con doble punta de flecha. La flecha es perpendicular al plano que contiene al par, y el sentido del par se indica mediante la regla de la mano derecha para vectores de momentos. Los pares que producen torsión de una barra, tales como  $T_1$  y  $T_2$  se denominan momentos torsionantes, pares de torsión o torques. Ejemplos de momentos torsionantes se pueden encontrar en los ejes y arboles de transmisión de maquinaria.

#### TORSION DE BARRAS CIRCULARES.

Considérese una barra de sección transversal circular sujeta a torsión por pares  $T$  aplicados en sus extremos; una barra así cargada se considera sometida a torsión pura. Si se toma en cuenta la simetría, con respecto al eje, las secciones transversales de la barra circular giran como cuerpos rígidos alrededor del eje longitudinal, los radios permanecen rectos y la sección transversal permanece plana y circular. También, si el ángulo de torsión total es pequeño, no variarían la longitud de la barra ni su radio, como se ilustra en la Fig A.2.

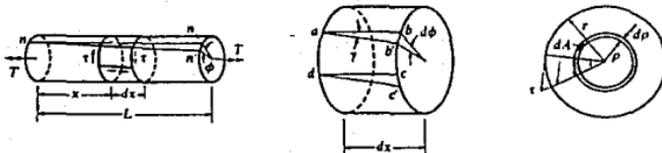


Fig A.2. Barra sujeta a torsion.

Durante la torsión ocurrirá una rotación  $\phi$  alrededor del eje longitudinal de un extremo de la barra respecto al

otro. Donde  $\phi$  se conoce como el ángulo de torsión.

Además, una línea longitudinal en la superficie de la barra, tal como la línea  $nn$ , girará un pequeño ángulo a la posición  $nn'$ , como se ve en la fig A.2. Debido a esta rotación, un elemento infinitesimal rectangular sobre la superficie de la barra, tal como el elemento de longitud  $dx$ , adquiere la forma de romboide. La configuración original del elemento se designa por  $abcd$ . Durante la torsión la sección transversal derecha gira con respecto a la cara opuesta, y los puntos  $b$  y  $c$  se trasladan a  $b'$  y  $c'$ , respectivamente. Las longitudes de los lados del elemento no cambian durante esta rotación, pero los ángulos de las esquinas ya no miden  $90^\circ$ . Así, se aprecia que el elemento está en un estado de cortante puro y la magnitud de la deformación por cortante  $\tau$  es igual a la disminución en el ángulo recto en  $a$ . Esta reducción en el ángulo es

$$\tau = \frac{bb'}{ab}. \quad (A.3)$$

La distancia  $bb'$  es la longitud de un arco pequeño de radio  $r$  subtendido por el ángulo  $d\phi$ , que es el ángulo de rotación de una sección transversal con respecto a la otra. De esta, manera se determina que

$$bb' = rd\phi \quad (A.4)$$

Además, la distancia  $ab$  es igual a  $dx$ , la longitud del elemento. Substituyendo, se tiene:

$$\tau = \frac{rd\phi}{dx} \quad (A.5)$$

donde la cantidad

$$\frac{d\phi}{dx} \quad (A.6)$$

representa la razón de cambio del ángulo de torsión.  
Si

$$\phi \quad (A.7) \quad \text{y} \quad \frac{d\phi}{dx} \quad (A.8)$$

son funciones de x, entonces

$$\frac{d\phi}{dx} \quad (A.9)$$

será representada mediante el símbolo  $\theta$  y se referirá como el ángulo de torsión por unidad de longitud. Así,

$$\tau = r \frac{d\phi}{dx} = r\theta \quad (A.10)$$

En el caso especial de torsión pura, la razón de cambio

$$\frac{d\phi}{dx} \quad (A.11)$$

es constante en toda la longitud de la barra, ya que cada sección transversal esta sometida al mismo par. Por lo tanto se obtiene

$$\theta = \frac{\phi}{L} \quad (A.12)$$

donde L es la longitud de la barra y la ecuación (A.10) resulta

$$\tau = r\theta = r \frac{\phi}{L} \quad (A.13)$$

para la torsión pura. Hasta este momento todas las ecuaciones son válidas para una barra circular de cualquier material tanto elástico como inelástico, lineal o no lineal.

Para un material linealmente elástico, esos esfuerzos cortantes se relacionan con las deformaciones angulares

por medio de la Ley de Hooke, esto es

$$\tau = G\rho = Gr\theta \quad (A.14)$$

donde:

$G$  es el modulo de elasticidad en cortante.

Estas ecuaciones relacionan las deformaciones y los esfuerzos para un elemento de la superficie de la flecha, con el ángulo de torsión por unidad de longitud.

Dado que los radios de las secciones transversales de la barra permanecen rectos y sin alterarse durante la torsión, las ecuaciones anteriores funcionan también para un elemento similar situado en la superficie de un cilindro interior de radio  $r$ . Por lo tanto, tal elemento interior también se encuentra en un estado de cortante puro con su deformación angular y su esfuerzo cortante correspondientes representados por las ecuaciones siguientes:

$$\tau = \rho\theta \quad (A.15) \quad Y \quad t = G\rho\theta \quad (A.16)$$

Estas ecuaciones establecen que la deformación angular y el esfuerzo cortante en una barra circular varían linealmente con la distancia radial desde el centro, y tienen sus valores máximos para un elemento de la superficie externa.

Los esfuerzos cortantes que actúan en el plano de la sección transversal se acompañan de esfuerzos cortantes de la misma magnitud que actúan sobre planos longitudinales de la barra. Este resultado proviene del hecho de que siempre existen esfuerzos cortantes iguales en planos mutuamente perpendiculares. Si un material es más frágil en cortante sobre planos longitudinales que

sobre planos de secciones transversales, como en el caso de una barra circular hecha de madera, las primeras fracturas debidas a la torsión aparecerán sobre la superficie en dirección longitudinal.

El estado de esfuerzo por cortante puro en la superficie de la flecha equivale a esfuerzos de tensión y compresión iguales sobre un elemento girado un ángulo de  $45^\circ$ . Si una barra sujeta a torsión está hecha de un material que es mas frágil en tensión que en cortante, la falla ocurrirá por tensión a lo largo de una hélice a  $45^\circ$  respecto al eje de carga.

La relación entre el par aplicado  $T$  y el ángulo de torsión puede determinarse si se parte de la condición de que el momento resultante de los esfuerzos cortantes que actúan sobre la sección transversal debe ser estáticamente equivalente al par aplicado  $T$ . La fuerza cortante que actúa sobre un elemento de área  $dA$  es  $Tda$ , y el momento de esta fuerza con respecto al eje de la barra es

$$TpdA. \quad (A.17)$$

Este momento sera igual a

$$G\theta\rho^2dA \quad (A.18)$$

El momento torsionante total  $T$  constituye la suma, sobre toda el área de la sección transversal, de tales momentos elementales; así,

$$T = \int G\theta\rho^2dA = G\theta \int dA = G\theta I_p \quad (A.19)$$

donde

$$I_p = \int \rho^2 dA \quad (A.20)$$

es el momento polar de inercia.

De la ecuación anterior se obtiene que  $\theta$ , el ángulo de torsión por unidad de longitud, es directamente proporcional al momento torsionante  $T$  e inversamente proporcional al producto  $GI_p$ , conocido como la rigidez torsional total de la barra. El ángulo de torsión total, igual a  $\theta L$ , es

$$\theta = \frac{TL}{GI_p} \quad (A.21)$$

Donde:

$\theta$  se encuentra en radianes

$T$  en newton-metro (N\*m)

$L$  en metros

$G$  modulo de elasticidad en pascales

$I_p$  el momento polar de inercia en metros a la cuarta potencia (m<sup>4</sup>).

$$\frac{GI_p}{L} \quad (A.22)$$

es la rigidez torsional (unitaria) de una barra circular y representa el momento requerido para producir un ángulo de rotación unitario de un extremo con respecto al otro. La flexibilidad torsional se define como el recíproco de la rigidez torsional, o sea

$$\frac{L}{GI_p} \quad (A.23)$$

y es igual a la rotación producida por un momento unitario.

La ecuación

$$\theta = \frac{TL}{GI_p} \quad (A.24)$$

se utiliza para determinar el módulo de elasticidad en cortante  $G$  para varios materiales. Al realizar una prueba en torsión sobre un espécimen circular puede determinarse el ángulo de torsión producido por un momento torsionante  $T$  conocido, para después calcularse  $G$  por medio de la ecuación anterior.

El esfuerzo cortante máximo  $T_{\max}$  en una barra circular sometida a torsión puede determinarse al sustituir la expresión para  $\theta$  en la expresión para  $T$ , así,

$$t_{\max} = \frac{Tr}{I_p} \quad (A.25)$$

Esta ecuación se conoce como fórmula de torsión y establece que el máximo esfuerzo cortante es proporcional al momento de torsión aplicado  $T$  y al radio  $r$ , e inversamente proporcional al momento polar de inercia de la sección transversal.

#### BARRAS CIRCULARES HUECAS.

Las barras huecas son mucho mas eficaces para resistir cargas torsionales que las barras macizas. Los esfuerzos cortantes en una barra circular enteramente sólida son máximos en el perímetro de la sección transversal y nulos en el centro. Por lo tanto, mucho del material en una barra eje no hueca se esfuerza considerablemente por debajo del esfuerzo cortante permisible.

El análisis de torsión de una barra circular hueca es casi idéntico al de una barra sólida. Las deducciones

presentadas anteriormente para una barra maciza no cambian esencialmente si la barra es hueca, por lo que pueden emplearse las mismas expresiones básicas para la deformación angular  $\tau$  y el esfuerzo cortante  $T$ . Por supuesto, la distancia radial que aparece en tales expresiones se limita al margen de  $r_1$  a  $r_2$ , donde  $r_1$  es el radio interior y  $r_2$  es el radio exterior de la barra circular.

La relación entre el momento aplicado  $T$  y el ángulo de torsión por unidad de longitud  $\theta$ , se representa por la ecuación de la evaluación de  $G$ , excepto que los límites sobre la integral para el momento polar de inercia  $I_p$ , son  $a=r_1$  y  $b=r_2$ . Si el tubo es muy delgado (esto es, si su espesor  $t$  es pequeño comparado con su radio), se utilizan algunas fórmulas aproximadas. El espesor de pared de una barra hueca debe ser suficientemente grande como para evitar la posibilidad de arrugamiento o pandeo de la pared.

**ANEXO B**  
**CRITERIOS DE LINEALIZACION**

El objetivo de la linealización es generar una función lineal aproximada que se ajuste a la tendencia general de los datos sin que necesariamente pase por cada uno de los puntos por separado. Existen diferentes tipos de algoritmos para ajustar una línea a una serie de datos. En este anexo se citarán los criterios más usados para realizar esta función.

Un criterio para ajustar una línea recta a través de los datos es el que minimiza la suma de los errores residuales para los datos existentes como en

$$\sum e_i = \sum (y_i - a_0 - a_1 x_i) \quad (B.1)$$

donde  $n$  es el total de numero de puntos  $x_i$ , son los datos  $y_i$  la aproximación generada. Este es un criterio inadecuado, como se ilustra en la Fig. B.1 que representa el ajuste de una línea recta a dos puntos. Obviamente, el mejor arreglo es la línea que conecta ambos puntos. Sin embargo, cualquier línea recta que pase por el punto central de la línea que los une

(excepto una línea vertical perfecta) resulta en un valor mínimo en la ecuación anterior, igual a cero por que los errores se cancelan.

Otro criterio es minimizar la suma de los valores absolutos de las discrepancias, como en la siguiente ecuación

$$\sum |e_i| = \sum |y_i - a_0 - a_1 x_i| \quad (B.2)$$

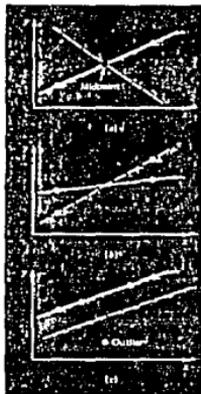
La Fig. B.2 demuestra como también este criterio es inadecuado. Para los cuatro puntos mostrados, cualquier línea recta que se situada alrededor de las líneas punteadas minimizará el valor absoluto de la suma.

Una tercera estrategia es el criterio minimax. En esta técnica la línea se escoge de tal manera que minimiza la máxima distancia de un punto individual a la línea de ajuste, como se muestra en la figura B.3. Esta estrategia es poco utilizada para regresión ya que un punto con un error muy grande tendrá una influencia determinante en la selección de la recta. Debe hacerse notar que el principio minimax es recomendable para ajustar una función simple a una complicada (Carnahan, Luther, & Wilkes, 1969).

Una estrategia muy utilizada es la de minimizar la suma de los cuadrados de los residuos,  $S_r$ , como en

$$S_r = \sum e_i^2 = \sum (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2 \quad (B.3)$$

De lo expuesto anteriormente los métodos mas confiables son los dos últimos, donde en diferentes libros se pueden localizar algoritmos que nos resuelvan las ecuaciones.



**Figs B.1, B.2 y B.3 representacion grafica de los criterios de linealizacion.**

**ANEXO C**  
**DATOS DE LOS EXPERIMENTOS**

**Para acero (ASTM-A36)**

DIAM(cm)	G(GPa)	J(m <sup>4</sup> )	T(N*m)	F(N)	M(kg)
6	79	2.03E-5	4.68E5	1.56E6	1.59E5
5	79	9.84E-6	2.25E5	7.52E6	7.66E5
4	79	4.02E-6	9.24E4	3.08E5	3.13E4
3	79	1.27E-6	2.92E4	9.74E4	9.93E3
2	79	2.51E-6	5.77E3	1.92E4	1962.3
1	79	1.57E-8	360.94	1203.1	122.64
0.5	79	9.87E-10	22.56	75.20	7.66

**Para Hierro (ASTM A-48)**

5	28	9.81E-6	7.99E4	2.66E5	2.71E4
4	28	4.02E-6	3.27E4	1.09E5	1.11E4
3	28	1.27E-6	1.03E4	3.45E4	3521.2
2	28	2.51E-7	2046.9	6823.3	695.5
1	28	1.57E-8	127.9	426.4	43.4
0.5	28	9.8E-10	7.99	26.65	2.71

**Para Hierro (ASTM A-47)**

5	84	9.8E-6	2.39E5	7.99E5	8.15E4
4	84	4.02E-6	9.82E4	3.27E5	3.33E4
3	84	1.27E-6	3.10E4	1.03E5	1.05E4
2	84	2.51E-7	6.14E3	2.04E4	2.08E03
1	84	1.57E-8	3.83E2	1.27E3	1.30E02
0.5	84	9.81E-10	23.98	79.9	8.150

Para Aluminio (Aleación 1100-1114) 100% Al

5	26	9.81E-6	7.42E4	2.47E5	2.52E4
4	26	4.02E-6	3.04E4	1.01E5	1.03E4
3	26	1.27E-6	9.62E3	3.2E04	3.26E3
2	26	2.51E-7	1.90E3	6.33E3	6.45E2
1	26	1.57E-8	1.18E2	3.9E02	40.36
0.5	26	9.81E-10	7.424	24.74	2.522

Para cobre amarillo

5	39	9.81E-6	1.11E05	3.71E5	3.78E04
4	39	4.02E-6	4.56E04	1.52E5	1.55E04
3	39	1.272E-6	1.44E04	4.81E4	4.90E03
2	39	2.51E-7	2.85E03	9.5E03	9.68E02
1	39	1.57E-8	1.78E02	5.93E02	60.54
0.5	39	9.81E-10	11.13	37.12	3.78

Para bronce fosforado

5	41	9.817E-6	1.17E05	3.9E05	3.97E04
4	41	4.02E-6	4.79E04	1.59E05	1.62E04
3	41	1.27E-6	1.51E04	5.05E04	5.15E03
2	41	2.51E-7	2.99E03	9.99E03	1.01E03
1	41	1.57E-8	1.87E02	6.244E02	63.65
0.5	41	9.81E-10	11.7	39.02	3.9782

### Latón

M (Kg)	F(N)	T(N*m)	θ(GRADOS)	Δ(m <sup>4</sup> )	V(volts)
0.15	1.47	0.44	0.48	26.25	4.5
0.3	2.94	0.88	0.968	24.91	3.6
0.45	4.41	1.32	1.452	22.21	2.98
0.6	5.88	1.76	2.16	20.23	2.05
0.75	7.35	2.20	2.417	18.28	1.22
0.9	8.82	2.648	2.90	16.23	0.74
1.05	10.3	3.09	3.38	14.46	0.246
1.2	11.77	3.53	3.87	12.6	0.110
1.25	12.26	3.67	4.03	11.97	-0.14
1.3	12.75	3.82	4.19	11.42	-0.19

### Cobre

M (Kg)	F(N)	T(N*m)	θ(GRADOS)	Δ(m <sup>4</sup> )	V(volts)
0.15	1.47	0.44	0.401	26.62	4.62
0.3	2.94	0.88	0.803	24.91	3.53
0.45	4.41	1.32	1.20	21.68	2.54
0.6	5.88	1.76	1.6	20.23	1.73
0.75	7.35	2.20	2.00	19.93	1.03
0.9	8.82	2.648	2.41	18.30	0.641
1.05	10.3	3.09	2.81	16.7	0.334
1.2	11.77	3.53	3.21	15.11	0.127
1.25	12.26	3.67	3.34	14.6	0.08
1.3	12.75	3.82	3.48	14.08	0.04

Aluminio

M (Kg)	F(N)	T(N*m)	θ (GRADOS)	A(m <sup>4</sup> )	V(volts)
0.15	1.47	0.44	0.726	25.23	3.2
0.3	2.94	0.88	1.45	22.21	2.09
0.45	4.41	1.32	2.17	19.23	1.113
0.6	5.88	1.76	2.90	16.32	0.491
0.75	7.35	2.20	3.63	13.50	0.133
0.9	8.82	2.648	4.35	10.84	0.017
1.05	10.3	3.09	5.08	8.29	-----
1.2	11.77	3.53	5.81	5.87	-----
1.25	12.26	3.67	6.05	5.12	-----
1.3	12.75	3.82	6.29	4.43	-----

ACERO.

M (Kg)	F(N)	T(N*m)	θ (GRADOS)	A(m <sup>4</sup> )	V(volts)
0.15	1.47	0.44	0.236	27.29	5.08
0.3	2.94	0.88	0.472	26.2	4.07
0.45	4.41	1.32	0.708	25.31	2.94
0.6	5.88	1.76	0.944	24.32	1.93
0.75	7.35	2.20	1.18	23.34	1.24
0.9	8.82	2.648	1.41	22.37	0.65
1.05	10.3	3.09	1.65	21.39	0.36
1.2	11.77	3.53	1.88	20.42	0.167
1.25	12.26	3.67	1.96	20.07	0.117
1.3	12.75	3.82	2.04	19.81	0.078

Ecuacion para el Calculo Matamatico Para las areas.

A partir de la siguiente integral.

$$A = \int \sqrt{9-x^2} dx - \int \sqrt{9-(x+\Delta x)^2} dx$$

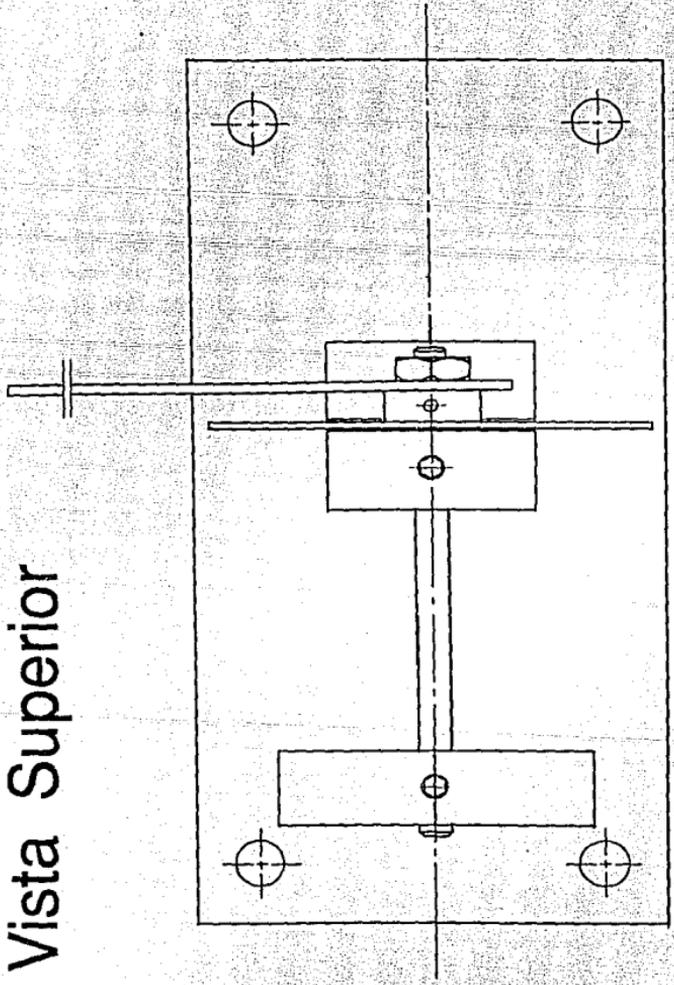
Cuya solucion es

$$A = \left( \frac{x}{2} \sqrt{9-x^2} + \frac{9}{2} \arcsin \frac{x}{\sqrt{9}} \right) - \left( \frac{x+\Delta x}{2} \sqrt{9-(x+\Delta x)^2} + \frac{9}{2} \text{ARCSIN} \frac{x+\Delta}{\sqrt{9}} \right)$$

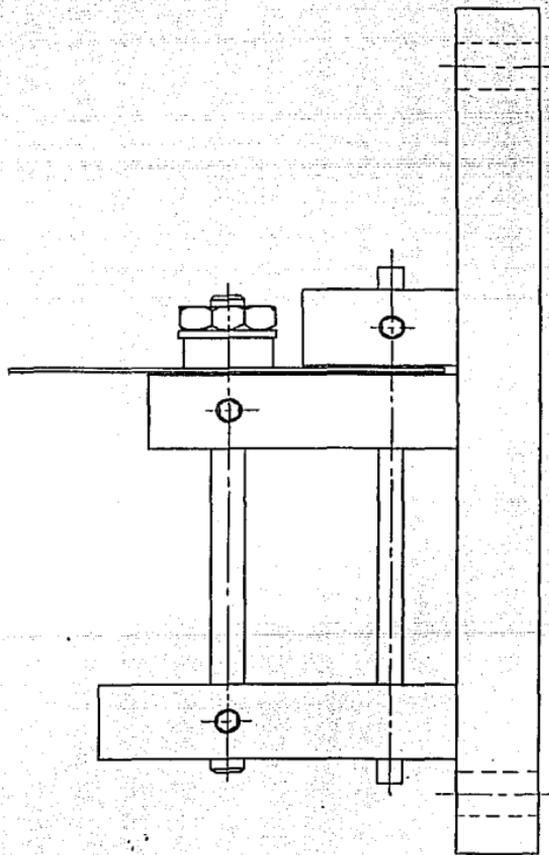
## **ANEXO D**

### **DIAGRAMAS MECANICOS**

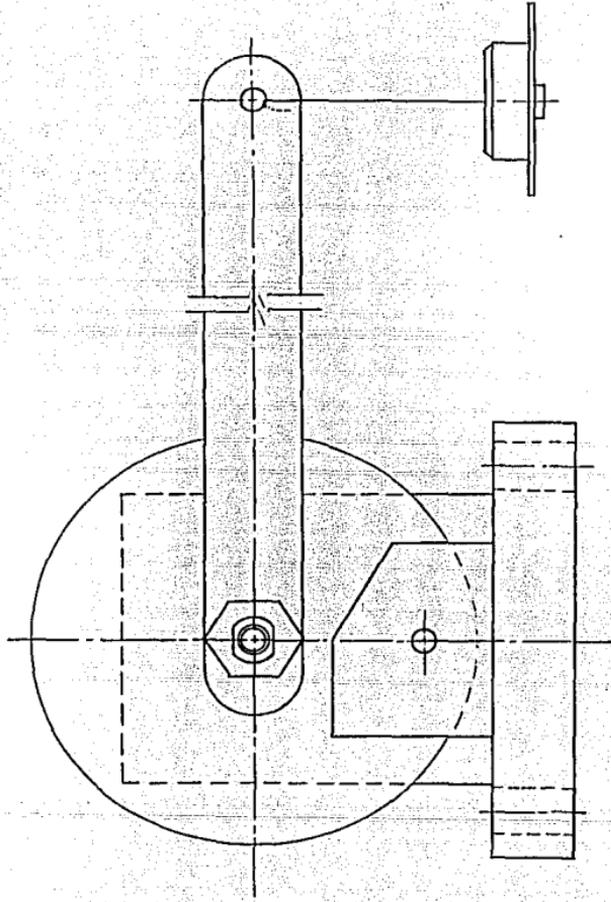
# Vista Superior



# Vista Lateral

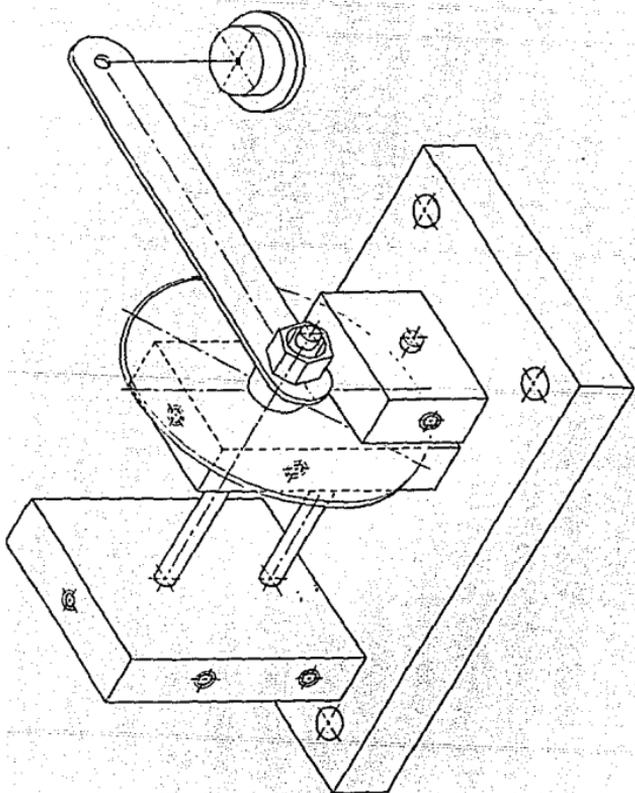


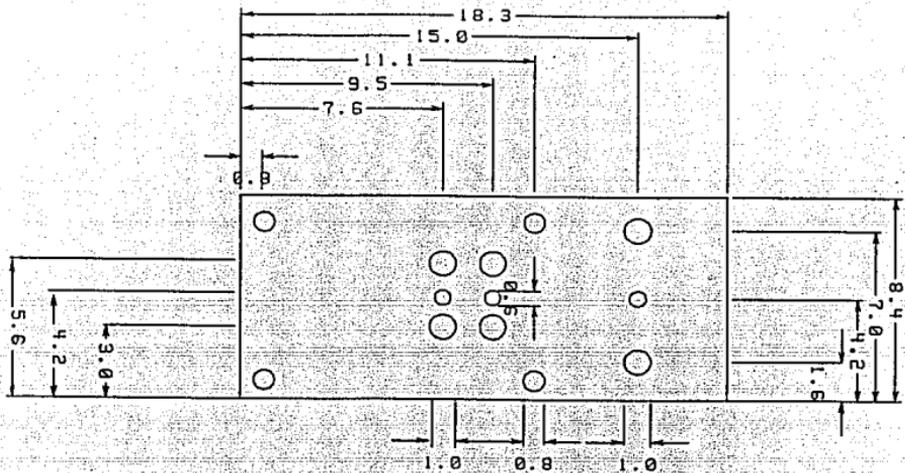
# Vista Frontal



ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

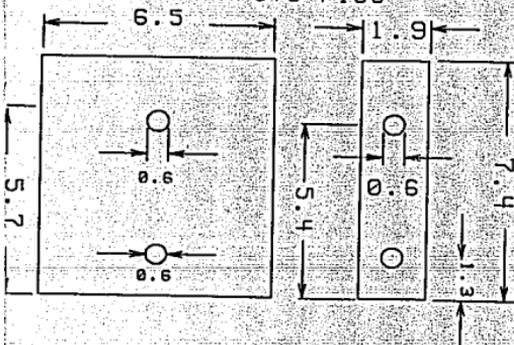
# Isométrico





BASE

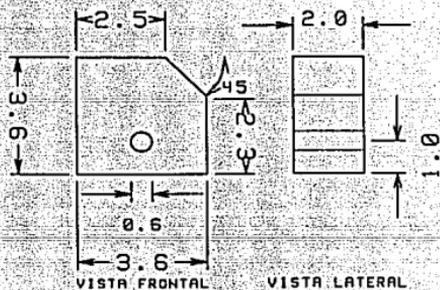
APOYO FIJO



VISTA FRONTAL

VISTA LATERAL

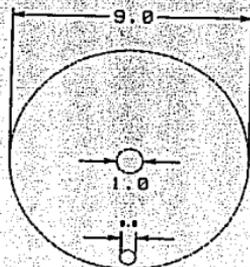
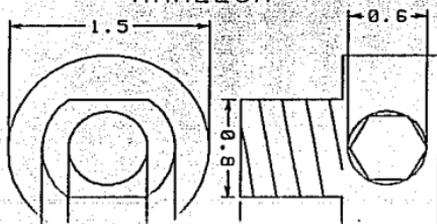
RECEPTACULO DEL FOTOTRANSISTOR



VISTA FRONTAL

VISTA LATERAL

MAMELON



DISCO

**ANEXO E**  
**DIAGRAMAS ELECTRONICOS**

# FUENTE DE ALIMENTACION

