

28
2oj.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

"EL ABACO Y EL GEOPLANO": DOS RECURSOS PEDAGOGICOS PARA LA CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO LOGICO-MATEMATICO EN EL QUINTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA. UNA EXPERIENCIA EN LA ESCUELA PRIMARIA "ERMILO ABREU GOMEZ" 1987-1991.



T E S I S
QUE PARA OBTENER **EL TITULO DE:**
LICENCIADO EN PEDAGOGIA
P R E S E N T A :
ANTELMO OROZCO RAYMUNDO

Handwritten notes:
P. Orozco
18-V-1992
Orozco 69
Temme 58
Titulacion 86

ASESOR
AGUSTIN G. LEMUS TALAVERA
TITULAR DEL SEMINARIO PERMANENTE
DE APOYO A LA TITULACION

TESIS CON FALLA DE CONTENIDO

MEXICO D. F.

MAYO 1992



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

	Página
INTRODUCCION	5
CAPITULO 1	
APROXIMACIONES AL CONOCIMIENTO DE LA PSICOLOGIA GENETICA DE JEAN PIAGET Y DE LA PEDAGOGIA OPE- RATORIA.	8
1.1.- La Psicología Genética de Piaget.	8
1.2.- El desarrollo psicológico e intelectual del niño que cursa el quinto grado de primaria.	13
1.3.- La Pedagogía Operatoria.	16
1.4.- La construcción de conocimientos lógico- matemáticos.	19
CAPITULO 2	
PROGRAMA DE MATEMATICAS EN EL QUINTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA, DESCRIPCION Y COMENTARIOS.	23
CAPITULO 3	
EL "ABACO Y EL GEOPLANO" COMO RECURSOS PEDAGO- GICOS PARA LA EDUCACION ESPECIAL.	29
3.1.- Antecedentes históricos del "Abaco".	29
3.2.- Descripción del Abaco.	31
3.3.- Descripción del Geoplano.	35
3.4.- Fundamentos Psicopedagógicos del uso del Abaco y el Geoplano.	36

CAPITULO 4

APLICACION DEL ABACO Y EL GEOPLANO EN EL PROGRAMA DE MATEMATICAS DEL QUINTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA.	40
4.1.- El uso del Abaco y la construcción del Sistema Decimal de Numeración.	42
4.2.- El uso del Geoplano y la construcción de conocimientos de Geometría elemental.	57
ANEXOS: EJEMPLOS GRAFICOS DE SUMA Y RESTA.	69
CONCLUSIONES	72
BIBLIOGRAFIA	74

INTRODUCCION

El trabajo que se desarrollará en esta tesina constituye una propuesta Psicopedagógica que favorece la construcción del conocimiento lógico-matemático en el nivel educativo de la escuela primaria y específicamente en el quinto grado.

En la escuela primaria se pueden dar cambios cualitativos en la enseñanza de las matemáticas, dando prioridad, no a la memorización y reproducción mecánica del contenido académico de este nivel educativo, sino a la profundización de los procesos de construcción del pensamiento infantil.

La construcción de conocimientos lógico-matemáticos está limitada en este nivel por alternativas pedagógicas poco interesantes que privilegian el uso del lápiz y papel. La práctica pedagógica que he tenido como maestro de grupo durante cuatro años (1987-1991) en la escuela primaria activa "Ermilo Abreu Gómez" y la de Terapeuta de Aprendizaje en el Centro Psicopedagógico No. 17, me ha permitido aplicar algunos recursos pedagógicos de Educación Especial para lograr que sean los niños los que efectivamente construyan los conocimientos matemáticos, así, la utilización sistemática y adecuada del "Abaco" y el "Geoplano" por los niños posibilitaría una auténtica construcción de conocimiento.

En efecto, el "Abaco" y el "Geoplano" son recursos pedagógicos de Educación Especial que sirven de apoyo para el trabajo matemático con ciegos y débiles visuales.

La experiencia como docente y asesor de Matemáticas en la escuela primaria "Ermilo Abreu Gómez" durante el ciclo escolar 1990-1991 me ha confirmado la riqueza Psicopedagógica que tiene el "Abaco" y el "Geoplano" en la construcción de conocimientos lógico-matemáticos.

La propuesta que derive de esta tesina está pensada para ser utilizada por los maestros de la escuela primaria, no sólo para favorecer la construcción del conocimiento lógico-matemático en los niños, sino también para lograr hacer más interesante su práctica pedagógica y adecuarla al desarrollo psicológico e intelectual de los niños que cursan la primaria.

El trabajo estará fundamentado en las contribuciones teóricas de la Psicología Genética de Piaget y la Pedagogía Operatoria. Dentro de la Psicología Genética, Piaget clasificó los niveles del pensamiento infantil en cuatro periodos desde el nacimiento hasta los quince años aproximadamente.

En la escuela primaria los niños que cursan el quinto grado se ubican dentro del periodo de las operaciones concretas de 7 a 11 años, en donde el pensamiento lógico de los niños todavía está limitado a la realidad física. Es importante

reconocer que algunos niños pueden iniciar este período de las operaciones concretas a la edad de 5 años e igualmente habrá otros que no puedan empezar este período sino hasta los 9 años. Piaget afirma que el orden por el que pasan los niños a las etapas de desarrollo no cambia y por lo tanto los niños del quinto grado para llegar al período siguiente de las operaciones formales "Pensamiento lógico, formal, hipotético-deductivo" deben pasar primero por las operaciones concretas ya que las operaciones matemáticas surgen en este período.

Apoyándonos pues en el nivel de pensamiento lógico de los niños podremos propiciar que sean ellos los que construyan los conocimientos lógico-matemáticos del grado que cursan, así una metodología y recursos pedagógicos concretos como el "Ataco" y "Geoplano" propiciarían mejores procesos de construcción del conocimiento en los niños.

El maestro de la escuela primaria tiene que conocer el desarrollo psicológico intelectual del pensamiento infantil, cómo se produce y de qué manera puede favorecerlo a partir del uso permanente y sistemático de dos recursos pedagógicos concretos como son el "Ataco" y el "Geoplano".

Las contribuciones teóricas de la Pedagogía Operatoria también serán analizadas para fundamentar este trabajo, ya que las investigaciones pedagógicas que sobre la escuela primaria se han realizado desde el campo de la Pedagogía Operatoria ofrecen un panorama enriquecedor de la práctica docente en este nivel educativo de la escuela primaria.

La Pedagogía Operatoria es una propuesta que introduce en la escuela primaria verdaderos aprendizajes con significaciones reales a las adquisiciones académicas exigidas en los programas de los diferentes grados escolares, señala las contradicciones existentes entre los objetivos que pretende la escuela como institución y los instrumentos que aplica y dispone para lograrlo.

Es en ese sentido, que el "Ataco" y el "Geoplano" son dos recursos pedagógicos de Educación Especial que no contradice el proceso de construcción de los conocimientos lógico-matemáticos en los niños del quinto grado de la escuela primaria. La experiencia pedagógica que he tenido me ha convencido que la aplicación permanente y sistemática de ambos recursos pedagógicos propicia que sean los niños quienes construyan los conocimientos lógico-matemáticos y además sean significativos para el nivel de pensamiento del período de las operaciones concretas en el que se ubican.

Efectivamente, el "Ataco" y el "Geoplano" son utilizados en Educación Especial para trabajar con ciegos y diles visuales, sin embargo, su aplicación se puede generalizar en el nivel educativo de la escuela primaria. La pretensión es argumentar a favor de su aplicación permanente y sistemática en la enseñanza de las matemáticas.

Esta tesina se ubica dentro del área de la Psicopedagogía; es un trabajo descriptivo, analítico y experimental, elaborado sobre una base documental de la Psicología Genética de Piaget y de la Pedagogía Operatoria de acuerdo a las investigaciones de Montserrat Moreno y Genoveva Sastre, es también una propuesta didáctica y metodológica para la construcción de los conocimientos lógico-matemáticos en el quinto grado de la escuela primaria a partir del uso sistemático y permanente del "Abaco" y el "Geoplano".

Los objetivos que me propongo con el desarrollo del presente trabajo son:

OBJETIVO GENERAL

- Dar a conocer a los maestros del nivel de Educación Primaria dos recursos pedagógicos de Educación Especial: el "Abaco" y el "Geoplano", que favorecen la construcción de conocimientos lógico-matemáticos en los niños de la escuela primaria.

OBJETIVOS PARTICULARES.

- Describir el proceso de construcción de los conocimientos lógico-matemáticos en el quinto grado a partir de la Psicología Genética y la Pedagogía Operatoria.
- Describir una guía sistemática para el uso del "Abaco" y el "Geoplano" en la escuela primaria.
- Analizar las ventajas del uso del "Abaco" y el "Geoplano" en la escuela primaria.

La primera parte constituye una aproximación al conocimiento de la Psicología Genética de Jean Piaget y de la Pedagogía Operatoria. En el capítulo dos se describe y comenta el programa de matemáticas del quinto grado de la escuela primaria. La tercera parte es la fundamentación de dos recursos pedagógicos para la Educación Especial: El Abaco y el Geoplano. Finalmente, en el capítulo cuatro, se aborda la aplicación del Abaco y el Geoplano en el programa de matemáticas del quinto grado de la escuela primaria.

CAPITULO 1

APROXIMACIONES AL CONOCIMIENTO DE LA PSICOLOGIA GENETICA DE JEAN PIAGET Y DE LA PEDAGOGIA OPERATORIA.

A lo largo de este capítulo trataremos de mostrar que la Psicología Genética de Jean Piaget y la Pedagogía Operatoria constituyen las bases teóricas que sirven de cimiento para comprender profundamente los mecanismos formativos y los estados finales del desarrollo psicológico, intelectual y pedagógico del pensamiento infantil. Así como la naturaleza de los procesos intelectuales que permiten al niño construir y asimilar los hechos, las nociones y las operaciones del pensamiento.

1.1.- La Psicología Genética de Piaget.

Para facilitar la aproximación al conocimiento de la Psicología de Jean Piaget, iniciaremos con la explicación de lo que estamos entendiendo por Psicología Genética, sus aplicaciones didácticas y como contribuye para la explicación del desarrollo psicológico e intelectual de los niños.

La Psicología de Piaget es Genética porque "no se limita a estudiar las reacciones características del adulto o de un período aislado de la infancia, sino que analiza la formación de las nociones y operaciones en el curso del desarrollo del niño" (1), nos ofrece análisis profundos no sólo de los mecanismos formativos sino también de los estados finales del desarrollo mental.

La Psicología Genética analiza, también, las funciones mentales superiores, las nociones, operaciones y representaciones complejas que constituyen sistemas de conjunto que, si se les estudia con precisión, dan respuesta a los procesos de adquisición por los cuales el niño conoce y asimila los hechos y las nociones para convertirse en elementos de su pensamiento. Las investigaciones de Piaget han demostrado que las relaciones entre las operaciones efectivas y las mentales son mucho más estrechas de lo que se supone, "Las operaciones mentales pueden ser consideradas como formas interiorizadas de las operaciones concretas" (2). Aebli, dice que, si este descubrimiento es exacto, las actividades prácticas podrían desempeñar papel más importante en servicio de la elaboración de las nociones y operaciones.

- 1.- AEBLI, Hans. Una didáctica fundada en la Psicología de Jean Piaget, ed. Kapelusz, Buenos Aires 1987, p. 3.
- 2.- AEBLI, Hans. Op. Cit. p. 47

Jean Piaget no se limitó a darnos una descripción de las etapas de evolución psíquica, sino que trata de explicarlas intentando deslindar los procesos más sobresalientes de su génesis. Al estudiar el desarrollo cognoscitivo del ser humano, Piaget, da gran importancia a la adaptación y en este proceso destaca dos aspectos: la asimilación y la equilibración, el primero sería la integración de lo meramente externo a las estructuras cognoscitivas de la persona, en función de los cambios del medio exterior y la equilibración sería un concepto para explicar el mecanismo regulador, entre el ser humano y su medio.

El desarrollo tenemos que considerarlo como un "proceso espontáneo vinculado a todo el proceso de embriogénesis, y la embriogénesis se refiere a un proceso total, que debemos relocalizar, en su contexto general biológico y psicológico. El desarrollo se refiere, pues, al desarrollo del cuerpo, al desarrollo del sistema nervioso y al desarrollo de las funciones mentales que se consolidan en la adultez". (3) El aprendizaje, es provocado por situaciones y no necesariamente dirigidas por alguien (maestro, psicólogo, pedagogo, persona adulta, etc.). De esta manera, puede considerarse que el desarrollo explica el aprendizaje y no a la inversa, como en frecuentes ocasiones se afirma.

Piaget afirma que el desarrollo del niño es un proceso temporal por excelencia, ya que, todo desarrollo -tanto psicológico como biológico- supone duración, y la infancia dura en razón directa de su especie "la infancia de un gatito, la infancia de un pollito, duran mucho menos que la infancia del hombre porque el hombre tiene mucho más que aprender". (4) Podemos hablar del desarrollo escolar, familiar, físico, psicológico e intelectual en los niños, sin embargo nos centraremos en el desarrollo intelectual, distinguiendo los dos aspectos que recomienda para su estudio, Piaget: el aspecto psicosocial, es decir, todo lo que el niño recibe del exterior; el aspecto psicológico que se puede llamar también espontáneo que es el desarrollo de la inteligencia misma, o sea, lo que el niño descubre por sí mismo y éste es esencialmente el que requiere tiempo, por ejemplo, "la noción de conservación del peso sólo se adquiere hacia los nueve o diez años". (5)

El tiempo, es necesario, como duración y como orden de sucesión de los acontecimientos. Hay que esperar ocho años para la noción de conservación de la sustancia; diez años para la del peso. En cuanto al volumen, no es necesario esperar hasta los doce años aunque se da el caso de adultos que no han adquirido algunas nociones como aquella historia de una señora que "viajaba con una maleta alargada preferentemente a una maleta cuadrada porque pensaba que sus vestidos extendidos pesaban menos que doblados en la maleta cuadrada" (6).

3.- S.E.P. Apuntes para una aproximación al conocimiento de la Psicología Genética. Coahuila, 1988, pp. 10-11

4.- PIAGET, Jean. Problemas de Psicología Genética. ed. Ariel. México, 1988, p. 9

5.- Ibidem. Op. Cit. p. 12

6.- Ibidem. Op. Cit. p. 14

A través de sus investigaciones, Piaget encontró que existen patrones en las respuestas infantiles a tareas intelectuales por él propuestas. De tal manera que, niños de una misma edad, reaccionaban de una manera similar, aunque notablemente diferente a las respuestas y expectativas de los adultos, y niños de diferentes edades tienen su propia forma característica de responder. Basándose en los patrones que había observado en las respuestas infantiles en diferentes situaciones, Piaget, clasificó los niveles de pensamiento infantil en cuatro periodos principales: *Periodo Sensomotriz*; *Periodo Preoperatorio*; *Periodo de las "Operaciones Concretas"*; *Periodo de las "Operaciones Formales"*. (7) Labinowicz ha incorporado las ideas de Piaget al trabajo de maestros de educación primaria en las áreas de Ciencias y Matemáticas, por lo que sus investigaciones servirán de base para explicar los siguientes "Periodos".

Periodo Sensomotriz.

Este periodo abarca desde el nacimiento hasta los 2 años aproximadamente, Piaget dice que "antes del lenguaje hay una inteligencia pero no hay pensamiento ... La inteligencia es la solución de un problema nuevo para el sujeto, es la coordinación de los medios para alcanzar un cierto objetivo que no es accesible de manera inmediata; mientras que el pensamiento es la inteligencia interiorizada y se apoya no ya sobre la acción directa sino sobre un simbolismo, sobre la evocación simbólica por el lenguaje, por las imágenes mentales etc., que permiten representar lo que la inteligencia sensorio-motriz por el contrario, va a captar directamente" (8). Y durante este periodo se construyen precisamente todas las subestructuras ulteriores: "la noción de objeto, la de espacio, la de tiempo bajo la forma de secuencias temporales, la noción de causalidad, en resumen las grandes nociones de las que se servirá ulteriormente el pensamiento y que son elaboradas, puestas en práctica, por la acción material desde su nivel sensorio-motriz" (9).

En cuanto al desarrollo general afirma que el niño llega al mundo equipado con todos sus sentidos y unos cuantos reflejos para sobrevivir como el llorar y mamar, aprende también a reconocer objetos chupándolos, el mundo del niño se limita a sí mismo y a sus acciones (0-1 mes).

Para la formación de los primeros patrones de conducta en el niño es necesario que después de considerables ensayos, pueda coordinar sus movimientos erráticos y producir un patrón de conducta que le permita repetirlo. (1-4 meses).

7.- LABINOWICZ, Ed. Introducción a Piaget, Pensamiento-Aprendizaje-Enseñanza, ed. SITESA, México 1988, pp. 60-86

8.- PIAGET, Jean. Op. Cit., pp. 18-19

9.- PIAGET, Jean. Op. Cit. p. 21

La habilidad para gatear le amplía su mundo externo. Mediante la manipulación de objetos el niño desarrolla una habilidad para reconocerlos "y las conquistas de esta etapa, tomadas en conjunto, constituyen los primeros pasos definidos hacia la intencionalidad u orientación, hacia metas que a partir de esta etapa se convertirá en una propiedad cada vez más característica de las adaptaciones sensorio-motoras" (10). (4-8 meses).

En la etapa de 8-12 meses "la intencionalidad es clara como lo demuestran las primeras secuencias de acción de medios-fines o instrumentales, es decir, el niño se limita a emplear como medios en situaciones nuevas sólo pautas de comportamiento familiares o habituales. En la etapa de 12-18 meses experimenta con el fin de hallar nuevos medios y parece perseguir por primera vez la novedad por la novedad misma... y de los 18 meses en adelante, el niño comienza a hacer representaciones internas, simbólicas, de problemas sensorio-motores, a inventar soluciones mediante conductas implícitas, en lugar del comportamiento explícito del ensayo y error" (11).

La importancia de los logros adquiridos en el período sensomotriz, es que representan el inicio del desarrollo intelectual y que será la base de formación de estructuras cada vez más amplias a lo largo del desarrollo del niño.

Periodo Preoperacional.

Periodo del pensamiento representativo y prelógico (2-7 años). En este período la inteligencia representacional, gracias a su posesión de la función simbólica, diferirá profundamente de la inteligencia sensorio-motora, el niño es capaz (merced a su capacidad simbólica) de "aprehender de modo simultáneo en una síntesis única, interna, una serie completa de hechos separados. Es un mecanismo mucho más rápido y móvil que puede recordar el pasado, representar el presente y anticipar el futuro en un acto organizado y breve" (12).

El pensamiento representacional puede reflexionar sobre la organización de sus propios actos mientras se aplica sobre las cosas y ya no se limita a registrar el éxito o fracaso de manera empírica, es decir, el niño puede ser contemplativo de la acción y no meramente activo.

10.- FLAVELL, H. Jhon. La Psicología Evolutiva de Jean Piaget, ed. Paidós, Buenos Aires. p. 120

11.- FLAVELL, H. Jhon. Op. Cit. p. 107

12.- FLAVELL, H. Jhon. Op. Cit. p. 169

Piaget sostiene que el niño adquiere la función simbólica a través de desarrollos especializados de la asimilación y en especial de la acomodación. La imitación como modelo y luego la imitación diferida serán las primeras formas de representación internas que se dan al inicio de este período. A través del conocimiento y el refinamiento de la capacidad de imitar, el niño, con el tiempo, hace imitaciones tanto internas como externas. La imitación interna toma la forma de una imagen, toscamente definida, y esta imagen constituye el primer significante. La diferencia fundamental entre el equilibrio sensorio-motor y el equilibrio representativo es que, en el primero, la asimilación y la acomodación siempre tienen lugar en el presente, mientras que en el período preoperacional las asimilaciones y las acomodaciones anteriores siempre se mezclan con las del presente.

El niño del período preoperacional es egocéntrico en relación con las representaciones, así como el recién nacido era egocéntrico en relación con las acciones sensorio-motoras. La tendencia a centrar la atención en un sólo rasgo, llamativo del objeto de su razonamiento será una característica más pronunciada del pensamiento preoperacional (La Contracción). La Irreversibilidad en este período será otra característica importante que Piaget señala, "el pensamiento es irreversible en el sentido de que le es negada la posibilidad permanente de volver (la operación inversa) a una premisa inicial inalterada" (13).

Período de las operaciones concretas.

Período de la socialización y de la objetivación del pensamiento (entre los 7 y los 11 ó 12 años).

Llegamos ahora al período de las operaciones concretas, donde el niño, aun teniendo que recurrir a la intuición y a la propia acción, ya sabe descentrar, no se queda limitado a su propio punto de vista y es capaz de coordinar diversos. Las operaciones del pensamiento son concretas, en el sentido de que sólo alcanzan a la realidad susceptible de ser manipulada y todavía no puede razonar fundándose exclusivamente en enunciados puramente verbales, mucho menos sobre supuestos de carácter hipotético.

El pensamiento del niño se objetiva, debido a la interacción con los demás (intercambio social), es decir se vuelve más sociocéntrico, cada vez más consciente de la opinión de los otros. "Estas nuevas capacidades mentales, se demuestran por un rápido incremento en su habilidad para conservar ciertas propiedades de los objetos (número, cantidad), a través de los cambios de otras propiedades y para realizar una clasificación y ordenamiento de los objetos". (14) Se llaman operaciones concretas a las operaciones lógicas que el niño realiza con objetos concretos y que además a través de las cuales coordina las relaciones entre ellas. Analizaré con detalle este período más adelante cuando hable del desarrollo psicológico e intelectual del niño que cursa el quinto grado de la escuela primaria.

13.- Ibidem. Op. Cit. p. 177

14.- LABINOWICZ, Ed. Introducción a Piaget...p. 86

Periodo de operaciones formales.

Periodo del pensamiento lógico ilimitado (hipótesis, proposiciones) 11 ó 12 años en adelante.

Este periodo, se caracteriza por la habilidad para pensar más allá de la realidad concreta, es decir, la realidad es ahora "sólo un subconjunto de las posibilidades para pensar".(15) Los niños en esta etapa tienen la capacidad de manejar a nivel lógico, enunciados verbales y proposiciones en lugar de objetos concretos únicamente. Pueden apreciar y entender plenamente un sinnúmero de ideas abstractas en torno a lo real. Son capaces de comprender abstracciones simbólicas del álgebra y la crítica literaria. Pueden llevar a discusiones espontáneas temas sobre Filosofía, Religión y Moral. Pueden tener incluso apreciaciones sobre conceptos tales como Justicia y Libertad, etc.

El niño de razonamiento operatorio formal puede proponer experimentos hipotéticos y probarlos mental y físicamente. Logra también elaborar teorías e ideas abstractas. Además, se enfrenta a la comprensión de leyes científicas, que maneja con relativa facilidad cuando han sido reconstruidas por problemas planteados.

1.2.- El desarrollo psicológico e intelectual del niño que cursa el quinto grado de primaria.

El niño que cursa el quinto grado de la escuela primaria (10-11 años) se ubica de acuerdo a los periodos de la Psicología Genética de Piaget, en el periodo de las "Operaciones Concretas" (entre los 7 y los 11 ó 12 años).

Este periodo recibe el nombre de "operaciones concretas" por que el niño todavía tiene que recurrir a objetos concretos y a través de las acciones que realiza es capaz de coordinar las relaciones entre ellas. Aunque tiene que recurrir a la propia acción con los objetos y a la intuición, el niño en esta etapa es cada vez más consciente de la opinión de sus compañeros (se vuelve más sociocéntrico), su pensamiento se vuelve más objetivo, debido al intercambio de opiniones y a la interacción social.

Algunas operaciones que deben adquirir y construir en esta etapa de las "operaciones concretas" son: la "clasificación", la "seriación" y la noción de "conservación de número".

15.- LABINOWICZ, Ed. Introducción a Piaget... p. 86

1.- Clasificación.

La adquisición y construcción de esta operación por los niños es muy importante ya que constituye "la habilidad de agrupar objetos, que cuando menos, tengan una característica común, lo que implica que reunimos por semejanzas y separamos por diferencias". (16).

La clasificación es una noción fundamental para la construcción del número en el niño que debe consolidarse en esta etapa del desarrollo cognoscitivo. Por ejemplo: Tenemos un conjunto de 6 cuadrados 4 de ellos son verdes y los otros 2 son azules al preguntarles "¿Qué hay más, cuadrados o cuadrados verdes?, aun los niños de 8 años tienden a responder "hay más verdes", se le puede pedir incluso que justifique su respuesta y efectivamente contará más cuadrados verdes que azules. En este caso no logra la inclusión de clase, ya que ambas figuras verdes y azules son cuadrados.

2.- Seriación.

La seriación es una actividad cotidiana en la escuela: formarse por orden de estaturas, organizados en una lista por orden alfabético, en matemáticas, comparan capacidades, distancias y altura, peso, áreas y volúmenes, comparación de diversas cantidades por medio de fracciones decimales y porcentajes etc.

La construcción de esta operación pasa por diferentes estadios antes de llegar a consolidarse, por ejemplo, alrededor de los 7-8 años un niño se confunde al tratar de solucionar un problema: "María nació en 1975 y su hermano Ernesto en 1977, ¿Quién es mayor, y por cuántos años?. Un niño quedó perplejo, pues dice 77 es más que 75, así que Ernesto es mayor, pero 75 es antes de 77, así que María nació primero. Repitió esto varias veces, luego todavía evidentemente confundido, dijo enfáticamente. Bueno, 75 es antes de 77, pero Ernesto es mayor". (17).

En el libro "Problemas de Psicología Genética", Piaget toma un test de inteligencia de Burt, "que son tan ricos en operaciones lógicas" para mostrarnos la importancia de la seriación en el plano de las operaciones concretas. Dice "se trata de tres niñas que se distinguen por el color de sus cabellos y se pide adivinar cuál es la más morena de las tres. Edith es más rubia que Suzanne y al mismo tiempo más morena que Lili. ¿Cuál es la más morena de las tres?. Piaget, afirma que en el niño "habrá que esperar hasta los doce años para que resuelva este problema porque está

16.- S.E.P. Apuntes para una aproximación... p. 17

17.- S.E.P. Apuntes para una aproximación... p. 18

planteado en términos de enunciados verbales" (18). En el adulto es necesario un pequeño razonamiento para darse cuenta de que es Suzanne y no Lili. Aquí sólo interviene una seriación verbal que es distinta de las operaciones concretas que estamos describiendo.

Las dos propiedades fundamentales que están implícitas en las relaciones de seriación son: la transitividad y la reversibilidad.

La transitividad, consiste en poder establecer, por deducción la relación que hay entre dos elementos a partir de las relaciones que se establecieron entre otros dos elementos. Por ejemplo, si $A > B$ y $B > C$ entonces $A > C$.

Si 12 es mayor que 6 y 6 es mayor que 5 entonces 12 es mayor que 5.

La reversibilidad, significa que toda operación comparte una operación inversa, esto es, si se establecen relaciones de menor a mayor, a una suma corresponde una operación en sentido contrario que es la resta.

Si a 15 le sumamos 4 nos da 19 ¿Qué tendremos que hacer para volver a tener 15? restarle 4.

3.- Noción de conservación de número.

Es una síntesis de las nociones de seriación y clasificación (inclusión de clases). Para que el niño logre arribar a la conservación de número y la cantidad, debe sostener la equivalencia numérica de dos grupos de elementos, aun cuando no se encuentre en correspondencia término a término y aunque cambiemos o transformemos la disposición espacial de los elementos. A pesar de las transformaciones externas, el niño asegura a través de sus respuestas la identidad numérica de los conjuntos, "que si nadie puso ni quitó ningún elemento, y que si sólo fueron movidos, la cantidad permanece constante" (19). La reversibilidad, que si las cosas, se movieran regresándolas a su forma anterior, se verá que existe la misma cantidad, y finalmente, la comprensión lo cual significa que, a pesar de que la fila que ocupa más espacio parece tener más, de hecho tiene la misma cantidad, sólo que hay más espacios entre cada uno de sus elementos.

Estos descubrimientos psicológicos de Piaget, nos permiten vislumbrar un panorama amplio del desarrollo psicológico e intelectual del niño que cursa el quinto

- 18.- PIAGET, Jean. Problemas de Psicología Genética, p. 30
19.- S.E.P. Apuntes para una aproximación..., p. 20

grado de la escuela primaria y a la vez da la posibilidad al maestro de la primaria de eliminar las clases eminentemente verbalistas, pues sabemos que los niños en esta etapa necesitan del apoyo de materiales concretos de trabajo, en situaciones de interés de su vida cotidiana.

La participación del maestro es fundamental para propiciar las situaciones de aprendizaje que favorezcan la formación de estructuras cognoscitivas e intentar que el conocimiento construido por los mismos niños en la actividad no se reduzca a lo escolar o académico.

1.3.- La Pedagogía Operatoria.

Desde hace muchos años las principales investigaciones pedagógicas se han cimentado desde la Psicología Genética de Piaget, para intentar, desde aquí, construir nuevos métodos pedagógicos que coadyuven a la creación de una Pedagogía eminentemente científica. La Pedagogía Operatoria esclarece, precisamente, las relaciones entre enseñanza, aprendizaje y desarrollo del niño. "Los trabajos de Piaget y Bärbel Inhelder nos muestran las etapas principales de la construcción de los conceptos, nociones y operaciones tal y como han sido elaboradas por los niños, con excepción de raras casos de deficiencia grave". (20).

La escuela privilegia supuestos conocimientos científicos a partir de la reproducción verbal de éstos por los alumnos, concebidos así, los factores intelectuales "capacidad de repetir leyes y fenómenos científicos" (21), sólo una minoría de los alumnos llega a alcanzar la meta.

Es necesario que el trabajo escolar este orientado para favorecer la asimilación y construcción de los conocimientos por los niños en la amplitud de la población escolar y no sólo beneficie a un reducido sector.

La Pedagogía Operatoria es una propuesta pedagógica que demuestra la acientificidad del trabajo escolar y las repercusiones que se originan en el niño al recibir una educación que violenta el curso de su desarrollo psíquico, ofrece también la posibilidad -a través de sus investigaciones y análisis de la escuela- de construir alternativas pedagógicas que al poner al servicio de la escuela los conocimientos de la Psicología Genética, muestran como es posible obtener un mayor desarrollo de la personalidad de todos los educandos.

20.- SASTRE G. y MORENO M. Descubrimiento y Construcción de conocimientos. Una experiencia de Pedagogía Operatoria. ed. Gedisa. Barcelona 1980. p. 13

21.- SASTRE G. y MORENO, M. Op. Cit., p. 18

De lo anterior se desprende que uno de los propósitos fundamentales de la Pedagogía Operatoria sea el de investigar como la escuela participa en "el desarrollo de la inteligencia (por considerarla uno de los aspectos básicos del niño) y programar, en función de los conocimientos obtenidos, las líneas generales de un aprendizaje que, apoyándose en la construcción lógica que todos los niños realizan espontáneamente, potenciará al máximo el desarrollo intelectual de todos y cada uno de los sujetos" (22).

La aplicación del aprendizaje "operatorio" en la escuela es de enorme importancia según la Pedagogía Operatoria, ya que tiene por finalidad primordial el desarrollo de las estructuras operatorias del pensamiento.

Analiza las finalidades que persigue la escuela a través de la aplicación de programas académicos y los resultados reales conseguidos a través del aprendizaje, así como la utilidad y la valoración que los niños atribuyen a determinados aprendizajes escolares. Pone en tela de juicio los aprendizajes elementales en el campo de las matemáticas: "las cifras, el niño aprende los grafismos numéricos que han de servirle para los cálculos aritméticos posteriores, antes de iniciar el aprendizaje de las operaciones aritméticas elementales. La comprensión de su utilidad es, pues, previa a la de las operaciones y parece evidente que no puede comprenderse el significado de éstas sin entender el de aquellas". (23).

Los niños tienen que ser capaces de crear nuevos conocimientos y así desarrollarse, no deben pues reproducir ciegamente los conocimientos que la humanidad ha ido acumulando a través de la historia, este gran objetivo de la enseñanza se logrará si la escuela proporciona los instrumentos necesarios para que los niños construyan los conocimientos. El conocimiento es entendido como una construcción individual que supone la organización e interiorización de nociones y operaciones que no puede ser directamente transmisible como algo dado o acabado. El aprendizaje dentro de la Pedagogía Operatoria es concebido "como una experiencia mental generalizable a situaciones distintas de las iniciales, cobra su máximo valor, no por los resultados inmediatamente aplicables, sino por los procesos funcionales que desencadena". (24).

La generalización del aprendizaje a situaciones nuevas o reales -es decir, que no se limita al aspecto escolar y bajo condiciones específicas en las que se adquirió- donde el niño tenga la oportunidad de aplicarlo y reconstruirlo como herramienta útil y valiosa. Los contenidos y aprendizajes que no se basen en la etapa o periodo del desarrollo del pensamiento infantil, sólo estarán rigidamente impuestos y ligados estrechamente al contexto en el que fueron aprendidos y por lo tanto no estarán verdaderamente integrados al universo de posibilidades de actuación del individuo. La

22.- SASTRE, G. y MORENO, M. Descubrimiento II, p. 19

23.- SASTRE, G y MORENO, M. Op. Cit. p. 25

24.- SASTRE, G. y MORENO, M. Op. Cit. p. 29

aplicación de éstos aprendizajes sólo será posible en contextos muy similares a aquellos en los cuales tuvieron lugar los aprendizajes.

Los análisis, desde la Pedagogía Operativa en torno a la forma cómo construyen los niños el conocimiento lógico-matemático en la escuela, afirman que "una de las materias considerada más estimulante del funcionamiento de la inteligencia, como las matemáticas, se aprende de manera tal que los individuos no saben explicar en que consisten las operaciones aritméticas más elementales y tampoco son capaces de reconocer dichas operaciones en el contexto de la práctica". (25). Los niños no saben explicar lo que están haciendo en la escuela porque las operaciones aritméticas o no tienen más razón de ser que el simple grafismo, o bien se presentan a la mente infantil como un problema tan complejo y difícil de definir que provoca respuestas ininteligibles, es difícil reconocer que las matemáticas son poco significativas para la vida del niño por lo que muestran poco interés en valorarlas en un contexto que rebese el ámbito académico.

Es necesario insistir, pues, que lo que confiere verdadero sentido al aprendizaje escolar es el hecho supuesto de que aquello que el niño aprende en las aulas no lo hace para poder seguir estando en ellas, sino para poder aplicarlo, por vía de generalización, a situaciones distintas de aquellas en las que lo aprendió, ya que el conocimiento no puede ser considerado como un "resultado instantáneo de comprensión" (26), sino es la consecuencia de toda una actividad intelectual que además requiere de pasar por un proceso constructivo.

El aprendizaje debe ser constructivo, porque de no serlo, el conocimiento que surja de él no podrá ser generalizable a situaciones nuevas y si acaso podrá aplicarse en aquellas circunstancias semejantes a las que le dieron origen, este aprendizaje en la escuela es muy común ya que se funda en el plano memorístico, mecánico y capaz de repetirse sólo en condiciones parecidas al contexto de donde surgió. Para que efectivamente haya comprensión es necesario que el razonamiento recorra un camino (proceso constructivo) sin el cual sería imposible hacer extensible este conocimiento a otros contextos operacionales (proceso reconstructivo).

El proceso de construcción del conocimiento siempre tendrá equívocos y errores que deben ponerse en evidencia y analizarse como necesarios para que puedan ser superados por los niños, por lo tanto, el papel del maestro cambiaría radicalmente para convertirse no en un transmisor de conocimientos, sino en "el intermediario entre el pensamiento del niño y la realidad y ello lo consigue observando primero cuál es la forma de pensar de éste y, luego, creando situaciones de contraste destinadas a engendrar contradicciones que el niño pueda sentir como tales y que le inciten

25.- SASTRE G. y MORENO, M. Op. Cit. pp. 48-49

26.- SASTRE, G. y MORENO, M. Op. Cit. pp. 102-103

a encontrar una solución mejor" (27). El maestro debe evitar ser el quien da las soluciones a los problemas o intentar transmitir los conocimientos como datos acabados y sin posibilidad de transformarlos o construirlos, limitándolos a que sean ellos quienes los descubran.

El aprendizaje escolar tiene que trascender a la escuela y en especial el conocimiento lógico-matemático no debe obtener su finalidad encerrado en lo académico "el niño vive el aprendizaje de las matemáticas como algo cuya única justificación y utilidad está encerrada en sí misma. El niño aprende a sumar y a hacer conjuntos en la escuela y para la escuela. Fuera de la escuela rigen otras leyes e intereses". (28). No debe sorprendernos, pues, el siguiente diálogo que tienen con un niño Genoveva Sastre y Monserrat Moreno y que lo reproducen en su obra "Descubrimiento y construcción de conocimientos. Una experiencia de Pedagogía Operatoria". (29).

- ¿Para qué sirve sumar? - para que los niños aprendan.
- ¿Aprendan qué? - A hacer sumas.
- ¿Para qué te sirve aprender a hacer sumas? - Para pasar de curso.
- ¿Y pasar de curso para qué te sirve? - Porque te vas haciendo grande y tienes que saber muchas cosas.
- ¿Para qué te sirve saber muchas cosas? - Porque así pasas de cursos y si te dicen haz una suma, ya sabes hacerla
- Piénsalo, ¿quieres? - (Silencio).
- ¿Te puede servir a ti para algo además de para pasar de curso? - No me acuerdo.
- Mira, a mí me gustaría que lo pensarás y me dijeras tú qué opinas. - Me lo explicaré cuando era pequeña, pero no me acuerdo.
- ¿Pero tú, sinceramente, que piensas, para qué te sirven las sumas? - Para hacer el resultado bien.
- ¿El resultado de qué? - De la suma.

Como se puede observar en la reproducción de este diálogo, la utilidad y valor de la suma se limita exclusivamente al ámbito escolar, la inutilidad del aprendizaje de la suma fuera de la escuela, constituye para el niño un hecho natural y muy evidente.

1.4.- La construcción de conocimientos lógico-matemáticos.

Para lograr una efectiva construcción de conocimientos lógico-matemáticos es necesario apoyarse en el marco teórico de la Psicología Genética de Piaget y en los principios de la Pedagogía Operatoria.

27.- SASTRE, G. y MORENO, M. Op. Cit. p. 104

28.- SASTRE, G. y MORENO, M. Op. Cit. p. 50

29.- SASTRE, G. y MORENO, M. Op. Cit. p. 51

La teoría psicogenética ha demostrado que el desarrollo intelectual va evolucionando de modo que existen etapas o períodos, con límites no rígidos, que permiten al niño construir ciertos conocimientos.

El niño desde su más tierna edad, es un ser fundamentalmente activo en todos aspectos y es gracias a esa incansante actividad y su contacto con el mundo exterior, como llega muy pronto a ser un sujeto pensante, que constantemente se formula hipótesis en su necesidad de conocerse así mismo y al mundo que lo rodea.

Las relaciones que establece entre los hechos que observa y su propia reflexión es lo que le permite interiorizar y operar para construir conocimientos no sólo aplicables al ámbito escolar sino al mundo social y natural en que se desarrolla.

En el caso de "conocimientos" escolares el niño solamente obtiene un beneficio limitado, ya que se fundamentan en grados de atención, repetición y memoria, desconectados del ámbito escolar, no tienen posibilidad de ser generalizados y aplicados a otras situaciones nuevas, en la mecanización del algoritmo de la suma, el niño no es capaz de utilizarla y seleccionarla como herramienta para solucionar un problema que la involucre.

En efecto, la construcción de conocimientos requiere en general de un proceso más o menos largo de aprendizaje y el cual dependerá también según el período de desarrollo por el que esté pasando el niño.

Podemos hablar de distintos tipos de conocimiento: el del mundo físico, el conocimiento lógico-matemático y el conocimiento social. Los tres están estrechamente interrelacionados, y cada avance en uno tendrá repercusiones en los otros. En el conocimiento físico, los objetos son quienes nos proporcionan la información que nos permite conocerlos, obviamente que el niño para conocerlos debe entrar en contacto con ellos, es decir, a partir de las acciones que el niño ejerce sobre los objetos físicos. Existe en el plano intelectual una interacción sujeto-objeto, podemos decir que el sujeto modifica al objeto, empero, a su vez el objeto modifica la estructura mental del sujeto.

El conocimiento lógico-matemático requiere, para su construcción, de experiencias con objetos físicos (manipulación) y surge, fundamentalmente, en la abstracción reflexiva que el niño efectúa, al establecer relaciones entre los diversos hechos que observa, así como entre el comportamiento de los objetos y de las acciones que sobre ellos realiza. Cuando el niño se da cuenta que 8 objetos no varían en número, independientemente de la forma en que se cuenten (en línea o en cuadro), etc., construye un conocimiento lógico que es derivado no de los objetos mismos, sino de su manipulación y de la estructuración interna de las acciones que ha realizado.

El conocimiento social es aquél que se adquiere por transmisión social y no debe circunscribirse a la relación adulto informante-niño receptor de la información. En frecuentes ocasiones resulta más importante la interacción social entre los mismos niños. De esta manera pueden intercambiar opiniones e hipótesis que los estimulen a pensar, a reflexionar, a dudar y posiblemente a experimentar o comprobar.

El aprendizaje de las matemáticas, bajo un enfoque de la Pedagogía Operativa, "a surgido como un intento y una necesidad de reunir, en una síntesis, los contenidos de aprendizaje que la escuela plantea, derivados de los avances de las ciencias, y los conocimientos resultantes de las investigaciones de la Psicología Genética de Piaget". (30).

De esta manera surge una nueva concepción del aprendizaje que consiste, fundamentalmente, en favorecer la construcción de conocimientos por parte del niño y ya no en la mera repetición y memorización de datos prefabricados por alguien distinto al niño.

La escuela, generalmente, plantea la necesidad de la enseñanza de las matemáticas, utilizándola como un medio para que el niño pueda ejercitar su pensamiento; sin embargo, lo que frecuentemente sucede es que los problemas que utiliza como instrumentos no tienen relación con lo real que está viviendo el niño, por lo tanto al pretender aplicarlos en situaciones diferentes a la escuela llegan a la conclusión "los niños" que sólo sirven para hacer la tarea, para pasar de año, para no reprobar etc. De esta manera, los niños sólo construyen conocimientos parciales o fragmentados y arrastran durante varios años verdaderos problemas de aprendizaje escolar.

Resumidos los puntos que propone la Pedagogía Operativa para lograr que sean los niños quienes construyan los conocimientos en la escuela, quedarían así:

- 1.- Tanto lo que el niño observa, como la información que se le proporciona, son interpretadas, por él, de acuerdo con sus propias estructuras intelectuales y la lógica particular que de ellas se deriva.
 - 2.- En la tarea docente es indispensable conocer lo que piensa el niño, para poder instrumentar situaciones de aprendizaje que favorezcan la construcción de conocimientos.
 - 3.- El pensamiento infantil encuentra dificultades para tomar varios aspectos de una misma realidad de manera simultánea.
- 30.- S.E.P. Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. El aprendizaje de las Matemáticas bajo el enfoque de la Pedagogía Operativa. D.G. E.E. México. 1986.

- 4.- En las diversas situaciones a las que se enfrenta suele centrarse en un dato y después en más, pero de manera alternativa, lo cual trae como resultado contradicciones que sólo se eliminan, en función de su propio proceso evolutivo, el niño logra efectuar un enfoque cognoscitivo global.
- 5.- La comprensión no es un resultado automático de la capacidad de atención, de las explicaciones o de la información que otro proporciona, pues éstas no son suficientes para modificar la lógica infantil y las características de las estructuras de pensamiento que la producen.
- 6.- Es necesario permitir al niño buscar vías y estrategias propias para resolver cualquier situación problemática aun cuando sean más lentas y complicadas que las ya establecidas.
- 7.- Los niños, en lo posible, deben participar con el maestro en la toma de decisiones, acerca de las actividades que se van a realizar y, éstas, también en lo posible, deben responder a necesidades reales.
- 8.- Los niños son naturalmente activos y curiosos. Esta curiosidad es la que tratamos de aprovechar para proponer situaciones de aprendizaje de acuerdo con sus intereses.

CAPITULO 2.

PROGRAMA DE MATEMATICAS EN EL QUINTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA, DESCRIPCION Y COMENTARIOS.

Analizar y comentar el programa de Matemáticas del quinto grado de la escuela primaria en este capítulo será fundamental para aproximarnos aún más al proceso de construcción del conocimiento lógico-matemático que el niño tiene que realizar en este nivel educativo.

En la primera parte del capítulo transcribo las consideraciones metodológicas que recomienda el "Libro para el maestro. Quinto Grado" de la Secretaría de Educación Pública, para desarrollar cada uno de los aspectos que integran el programa de Matemáticas del quinto grado de la escuela primaria. En la segunda parte se comenta y se hace un análisis del programa de Matemáticas del quinto grado.

El programa de matemáticas del quinto grado lo han dividido en seis grandes aspectos incluyendo en cada uno de ellos objetivos y metodología propios, sin embargo se afirma que siempre se seguirá el enfoque general: "Utilización de las ideas intuitivas del niño, verbalización como síntesis de un concepto elaborado por él mismo, resultado de la manipulación de situaciones concretas, y vivencias y aprovechamiento de la problemática real como punto de partida y punto final del proceso de aprendizaje" (31).

Sistema Decimal de Numeración.

En este aspecto, se pretende que el alumno aplique los principios del sistema decimal de numeración al expresar números hasta millones. Sin embargo, el estudio de los sistemas posicionales no se inicia con la notación decimal, sino con la representación objetiva y simbólica de números en otros sistemas. Esto se hace para que el niño se percate que el sistema decimal es uno más entre los posicionales, que amplía sus conocimientos y obtenga una base más firme que le permita comprender mejor los principios del sistema cuando lo maneje.

En el tratamiento del sistema decimal se recomienda que el alumno represente los números objetivamente (por ejemplo, en el ábaco), después en notación desarrolla da y, por último, en notación decimal.

31.- S.E.P. Libro para el maestro. Quinto grado. p. 60

Números enteros, propiedades y operaciones.

En este grado se introducen los enteros negativos que, junto con los positivos y el cero, forman el sistema de los enteros; además, se estudia algunas de las propiedades y operaciones de los números que forman este sistema. Se sugiere realizar el estudio de tales temas utilizando como auxiliar la recta numérica, ya que en ella es fácil comprenderlos; se propone también esta temática con la resolución de problemas concretos (de temperaturas, de altitudes, de pérdidas y ganancias, y otros) para que tenga significado real para el niño.

Los algoritmos de las operaciones con números positivos, en particular los de la división y multiplicación, deberán apoyarse objetiva y gráficamente; por ejemplo, con repartos y combinaciones, o diagramas de árbol.

Otro tema que se incluye en este apartado son las propiedades asociativas, conmutativa y distributiva. Se recomienda estudiarlas, según sea el caso sobre la recta numérica, con ayuda de tablas de sumar o multiplicar, ilustrándolas con la obtención de volúmenes o arreglos rectangulares con columnas de diferentes colores, o con algún conjunto y sus subconjuntos. Esto es importante porque las propiedades de las operaciones mencionadas son la base de estudios matemáticos más avanzados y la simple explicación verbal no permitirá que el niño las comprenda.

Las fracciones y sus operaciones.

En este grado se introduce la multiplicación y división de fracciones. El estudio de estas operaciones deberá realizarse partiendo del estudio de varios casos particulares en los que el niño observe dividiendo y subdividiendo objetos o figuras, para que de esta manera llegue a comprender su significado general, y no indicándole primero como se resuelve mecánicamente.

También resulta esencial afirmar en quinto grado el concepto de equivalencia entre fracciones que, aunque ya se ha trabajado en grados anteriores es fundamental en el manejo de los algoritmos con fracciones.

Lógica.

Los contenidos de lógica en la escuela primaria tienen por objetivo enseñar al niño a pensar de una manera más eficiente, es decir, a pensar lógicamente. Se razona de esta manera cuando se obtiene otra información al aplicar determinadas reglas lógicas, a cierto cúmulo de información.

El propósito básico de los contenidos de quinto grado es ejercitar de manera intuitiva, el uso de las reglas lógicas (afirmar-afirmando, negar-negando y afirmar-negando). Los contenidos de lógica se utilizan a lo largo de todo el programa, cuando al niño se le formulan preguntas o se le pide que obtenga conclusiones.

Geometría.

Uno de los temas que se trabaja ampliamente en este grado es el sistema de coordenadas cartesianas. Es importante que el niño aprenda a determinar la posición de un punto mediante una pareja ordenada de números y a describir ciertas porciones del plano, mediante ecuaciones o desigualdades. Para lo anterior, se proponen actividades como localizar lugares en mapas y realizar juegos de localización de puntos en el plano.

Posteriormente el tema se relaciona con los conocimientos que tiene el alumno sobre simetría, al pedirle que señale las coordenadas de puntos simétricos a otros puntos dados, respecto a uno de los ejes del plano.

En este grado el niño deberá calcular las áreas, longitudes o volúmenes con diferentes unidades (metros, kilómetros, decímetros, etc.), dependiendo de la precisión que se requiera o de la unidad que resulte conveniente utilizar.

Probabilidad y estadística.

La probabilidad puede considerarse como el estudio general de los fenómenos de azar. Se intenta afirmar las nociones de más, menos e igualmente probable, mediante el cálculo intuitivo de probabilidades o la realización de series de experimentos aleatorios. A través de ejercicios, el niño irá precisando sus ideas al respecto, hasta poder expresar cuantitativamente (por medio de fracciones) la probabilidad de un evento o series de eventos.

La estadística es una ciencia experimental, cuyos principales objetivos son el análisis de datos y la inferencia de las características de una población, a partir del conocimiento de una parte de ella llamada muestra. En la educación primaria sólo se trabaja el análisis de datos, que consiste en presentar estos en forma organizada para obtener así información sobre ella. Las gráficas que el niño empleará en el quinto grado para representar los datos que recolecte, serán las de barras y, posteriormente, los histogramas que dibujarán a partir de aquellas.

Analizando cada uno de los aspectos de las Matemáticas y las consideraciones metodológicas presentadas para desarrollarlos nos damos cuenta que los recursos pedagógicos que sirven de base al programa de Matemáticas son insuficientes para

lograr una efectiva construcción de conocimientos por parte de los niños.

Para lograr la comprensión y aplicación de los principios del Sistema Decimal de Numeración no basta con "expresar números hasta millones"; estudiar los "sistemas posicionales", "representación objetiva y simbólica de números en otros sistemas"; representar los números en "notación desarrollada" y en "notación decimal". El aspecto más importante que están considerando es la representación gráfica y convencional de las cifras, sin embargo, no se insiste en lograr que el alumno reflexione, interiorice las operaciones a partir de manipulación de objetos o materiales, es decir, que el niño maneje materiales concretos donde pueda construir sus primeras nociones de las reglas del Sistema Decimal de Numeración, como producto de las interacciones entre el niño y los materiales concretos que está manipulando. No se mencionan los problemas inherentes al conocimiento del valor del cero y esto constituye una base fundamental para aplicar los principios del Sistema Decimal de Numeración. Se puede notar que no privilegian la importancia de los agrupamientos en diferentes bases numéricas (utilizando siempre material concreto), los desagrupamientos como proceso de reversibilidad donde se transformen las operaciones y no sólo se desplacen objetos, la inclusión de clase no se menciona como acción interiorizada como un paso fundamental de la acción a la operación.

En los números enteros, propiedades y operaciones se sugiere realizar el estudio de tales temas "utilizando como auxiliar la recta numérica" y aseguran que en ella los niños comprenderán los números positivos, los números enteros negativos y el cero, además recomiendan que se relacione esta temática con "la resolución de problemas concretos" (de temperaturas, de altitudes, de pérdidas y ganancias, y otros) para que tenga significado real para el niño. En cuanto a las propiedades asociativa, conmutativa y distributiva afirman que deben trabajarse con la recta numérica, tablas de sumar o multiplicar, utilizando conjuntos y subconjuntos. Como podemos observar se pretende fundamentar el aprendizaje de este aspecto de las Matemáticas a partir de algo abstracto (recta numérica) y de solucionar problemas poco significativos para los niños.

Los niños de quinto grado necesitan construir el conocimiento lógico-matemático, de experiencias con objetos físicos (manipulación activa) y así a partir de este proceso reflexivo puedan establecer relaciones entre los diversos hechos que observan y durante la actividad que ejercen sobre los objetos. De acuerdo con la Pedagogía Operativa y la Psicología Genética de Piaget, el aprendizaje debe ser constructivo para que pueda ser generalizable a situaciones nuevas, en el caso de los números enteros, positivos y negativos y las propiedades asociativa, conmutativa y distributiva sólo podrán ser aplicados en aquellas circunstancias semejantes a las condiciones que se dieron en el aula escolar, precisamente porque han sido transmitidos estos conocimientos fundados en planos memorísticos, mecánicos, repetitivos, gráficas y sólo legitimados en el salón de clases, es decir, los niños no construyen el conocimiento matemático con la idea de trascender la escuela como algo que les sirva para la vida, sino, ven sólo una posibilidad escolar restringida al salón de clases.

En el quinto grado se introduce la multiplicación y división de fracciones y en el programa de Matemáticas se afirma que el estudio de estas operaciones "deberá realizarse partiendo del estudio de varios casos particulares en los que el niño observe (dividiendo y subdividiendo) objetos o figuras", de esta manera lograr que los niños comprendan el significado general de las operaciones con fracciones. Para que manejen los algoritmos con fracciones, se sugiere, afirmar concepto de "equivalencia de fracciones". Se comprueba una vez más que el fundamento se limita a lo mecánico, a la capacidad de reproducir ejercicios, al trabajo con figuras e imágenes no se parte de problemas significativos para los niños donde ellos tengan la necesidad de resolverlos y de este modo utilizar las fracciones como herramienta de solución, no se sugieren análisis didácticos para demostrar -junto con los niños- en un trabajo creativo que las fracciones "forman un conjunto de números con propiedades específicas, distintas de las propiedades de los números enteros, y muchos de los problemas se originan por no tener claras esas diferencias". (32). Estamos convencidos de que el concepto de fracción es suficientemente rico, útil e interesante como para dedicarle un tiempo considerable dentro del programa de Matemáticas y creemos que sin una real comprensión del significado de fracción, es muy difícil lograr un buen manejo de las operaciones con fracciones.

En cuanto a los contenidos de Lógica se dice que "el propósito básico de los contenidos de quinto grado es ejercitar de manera intuitiva el uso de las reglas lógicas (afirmar-afirmando, negar-negando y afirmar-negando)".

Parece ser que lo fundamental de la Lógica sólo se da en el plano verbal y gráfico, aunque se afirma que los contenidos de Lógica se utilizan a lo largo de todo el programa de quinto grado, no se insiste en la necesidad de comprobar en el plano experimental y a través de objetos y materiales que se están utilizando para trabajar Matemáticas. El conocimiento será Lógico-Matemático precisamente porque implica acciones sobre los objetos y requiere de "una coordinación de actividades físicas y mentales", por lo tanto para que el conocimiento lógico-matemático cuente, debe ser creado por el niño a través de su acción con los objetos.

Otro de los aspectos que se trabaja en el programa de Matemáticas es el sistema de coordenadas cartesianas y para que el niño aprenda y maneje este sistema se proponen "actividades como localizar lugares en mapas y realizar juegos de localización de puntos en el plano" y "partir del cálculo intuitivo" para los temas relacionados con áreas, longitudes y volúmenes. En este grado es indispensable que los niños cuenten con un instrumento concreto como lo es el Geoplano para lograr que sean ellos los que construyan las fórmulas matemáticas de cálculo de perímetros, áreas y resolver también problemas de Geometría. Los juegos colectivos que se propician con el uso del Geoplano serán fundamentales para que sean los niños quienes deduzcan la multiplicidad de relaciones, transformaciones y construcciones de geometría y así arribar a la interiorización de operaciones.

En lo que se refiere a la Probabilidad se pretende afirmar las "nociones de más, menos e igualmente probable". En estadística se requiere que los niños realicen

32.- Departamento de Investigaciones Educativas, Laboratorio de Psicomatemática. Descubriendo las fracciones, México, 1983 p. 1

"análisis de datos" y logren "la inferencia de las características de una población". Los medios para obtener los objetivos arriba señalados son: el cálculo intuitivo; experimentos aleatorios; organización y representación de datos a través de gráficas.

Este aspecto de las Matemáticas debe estar relacionado con situaciones reales y significativas para los niños, por lo cual tanto en los análisis, organización y representación de datos como en la totalidad de aspectos matemáticos anteriores, los alumnos necesitan manipular, observar, transformar y ejecutar actividades con objetos concretos para que logren interiorizar las nociones y operaciones, constituyéndose en elementos de su pensamiento.

CAPITULO 3.

EL "ABACO" Y EL "GEOPLANO" COMO RECURSOS PEDAGOGICOS PARA LA EDUCACION ESPECIAL.

En Educación Especial el uso del "Abaco" y el "Geoplano" contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico-matemático de los ciegos y débiles visuales. La práctica permanente y sistemática de éstos dos recursos pedagógicos, permite a los ciegos y débiles visuales realizar operaciones y análisis matemáticos que por su condición parecería difícil de llevar a cabo. Haciendo un análisis de los temas del programa de Matemáticas en el quinto grado de la escuela primaria y partiendo de una experiencia durante el ciclo escolar 1990-1991, podemos afirmar que su aplicación se puede extender a todo el campo pedagógico de la escuela primaria, con posibilidades reales de elevar la calidad de la enseñanza de las Matemáticas en este nivel educativo.

EL ABACO (Del gr. abax., repisa, tablero). (33).

3.1.- Antecedentes Históricos del "Abaco".

El origen del "Abaco" se pierde en los albores mismos de la humanidad y está ligado estrechamente al desarrollo de la numeración, ha sido un fundamental auxiliar para que el hombre pudiera resolver operaciones comerciales con mayor facilidad y así desarrollar sus conceptos matemáticos. Surge, pues "cuando el hombre necesita plasmar en forma gráfica y objetiva los símbolos de la numeración hasta entonces únicamente oral". (34).

El "Abaco", inicialmente, fue un bastidor de madera en forma cuadrada con diez cuerdas paralelas horizontales, en cada una de las cuales van insertadas diez bolitas móviles. Desde la antigüedad ha sido utilizado como un instrumento de cálculo, particularmente para contar.

En las antiguas civilizaciones China, Japonesa, Egipcia y Persa pasó a formar parte del material didáctico en la escuela, a través de la cultura Greco-Romana se logra generalizar su uso en occidente durante la Edad Media como tabla de cálculo.

- 33.- DICCIONARIO ENCICLOPÉDICO DE EDUCACIÓN ESPECIAL. ed. Diagonal/Santi-llana. p. 33.
34.- GUÍA DIDÁCTICA PARA EL USO DEL ABACO EN EDUCACIÓN ESPECIAL. Dirección General de Educación Especial. México. 1985. p. 9

El Abaco ha tenido varias formas dependiendo de la época histórica y el lugar en donde se le ha utilizado. Entre los pueblos más antiguos que lo han utilizado se pueden mencionar: Egipto, Babilonia, Persia, Israel, Roma y Grecia. El primer pueblo del oriente que lo utilizó fue China, llamándolo "Suam pan". También lo utilizaron en la India, Rusia, Armenia y Turquía.

En América se practicó en dos pueblos: en México, lo usaron los Nahuas denominándolo "Nepohualzintsin"; en Perú, los Incas llamándolo "Xipu" o "Quipo".

El Abaco por lo tanto se ha utilizado durante siglos en diversos países y culturas antiguas, sin embargo, su empleo en el campo de los ciegos y débiles visuales es muy reciente: en Brasil, Joaquín Lima de Moraes en 1948 realizó estudios con expertos Japoneses sobre la técnica del Abaco y posteriormente con José Valesin, "adaptaron el instrumento mediante una base con una goma compresora debajo de las cuentas. Este ábaco tiene 21 ejes". (35).

En 1951, lograron publicar la primera edición de la técnica para resolver operaciones matemáticas con el ábaco, misma que apareció también en el sistema Braille. A partir de estos trabajos, se fue divulgando el uso del Abaco con personas ciegas hacia otros países de América y Europa.

T. V. Cranmer, Director del Departamento de Educación Especializada en ciegos de la Universidad de Kentucky, Estados Unidos (1960), realizó estudios acerca de las técnicas del uso del ábaco japonés y diseñó un ábaco para ser usado por ciegos, muy semejante al "Moraes" de Brasil, pero con menos ejes, consta de trece y se le conoce como ábaco "Cranmer", a partir de 1963, se hicieron a gran escala los ábacos "Cranmer" por la "American Printing House for the blind".

Delmer Meyer también adaptó un ábaco especial para trabajar con personas ciegas que además tenían problemas psicomotores. Este ábaco es de mayor tamaño con cuentas más grandes y más separadas.

En México, en 1972 el Comité Internacional Pro-ciegos introdujo el ábaco "Cranmer", iniciándose en ese mismo año las clases especiales para su manejo tanto en el Comité como en la Escuela Nacional para ciegos.

Actualmente se utiliza en Japón, el nombre que recibe es el de "Sorobán", es una adaptación del Abaco chino "Suam Pan", sólo que los japoneses suprimieron una cuenta superior y otra inferior para facilitar su manejo y poder operar con mayor

rapidez y precisión. Desde 1937 "se instituyó oficialmente su uso... Este Abaco es el que se usa con mayor frecuencia en la mayoría de los países del mundo. En japon, es obligatorio su manejo en casi todas las escuelas". (36).

En la actualidad no se utiliza su estructura original, el ábaco ha dado lugar a una amplia gama de instrumentos didácticos de diversas formas y aplicaciones y ha sido el punto de arranque de materiales tan significativos como los cubos de colores de Freinet, los bloques lógicos Dienes, los ábacos binarios, los multibase, los de disco o los especiales para uso de los ciegos.

El ábaco tiene en la actualidad una aplicación especial en la actividad operativa de los ciegos y débiles visuales. La técnica moderna ha conseguido realizar un pequeño instrumento mediante el cual los ciegos pueden operar a gran velocidad a través de desplazamientos manuales de las cuentas del ábaco.

3.2.- Descripción del Abaco.

El Abaco que más se utiliza en la actualidad es el "Sorobán", es una caja rectangular limitada en sus extremos por las marcas superior, inferior, derecho e izquierdo, contiene una barra que lo cruza horizontalmente dividiéndolo en dos partes: ancha y angosta. Esta barra se denomina "barra transversal" o "barra de valores". En la parte angosta se localizan cuentas cuyo valor absoluto es de cinco y el valor relativo dependerá del eje donde se encuentran, en la parte ancha se localizan las cuentas con un valor absoluto de uno y el valor posicional también se dará según sea el eje con que trabajemos.

En sentido vertical lo atraviesan varillas cilíndricas a intervalos iguales (1 cm. de espacio entre cada varilla aproximadamente), estas varillas reciben el nombre de "ejes" o "columnas".

Los ejes están fijos en ambos extremos, superior e inferior y cada "eje" tiene ensartadas cinco cuentas o bolitas (generalmente son de plástico, madera o metal), a veces tienen forma romboidal.

El número de columnas varía entre las siete y treinta y una, según sea el tamaño del ábaco que estemos utilizando.

En la barra transversal, a intervalos de tres columnas se encuentra un punto que se utiliza para separar las clases (unidades, millares, millones, etc.) y también para representar el punto decimal.

36.- GUIA DIDACTICA PARA EL USO DEL ABACO... p. 10

En el caso del ábaco "Cranmer" (que es una adaptación del ábaco japonés o "Sorotán") se distinguen no sólo los puntos que dividen las clases del Sistema Decimal de Numeración sino también unas rayas -ambas marcas están en relieve- que facilitan el trabajo matemático de los ciegos y débiles visuales.

Hay otra adaptación en el ábaco especial "Cranmer" que consiste en la colocación de un respaldo posterior recubierto por un material acojinado, que actúa como un freno para que las cuentas no cambien de posición -en el "Sorotán" las cuentas no se quedan fijas, tienen movilidad al manipular el ábaco, sólo se trabaja en superficies planas y con mucho cuidado-, lo que permite que las cantidades se puedan leer al tacto sin alterarse el resultado y resolver las operaciones con más facilidad. La forma de las cuentas no es romboidal como en el "Sorotán", son esféricas y la distancia que recorren las cuentas es mayor, tanto en la parte ancha como en la ancha que divide la barra transversal, el número de ejes es siempre trece.

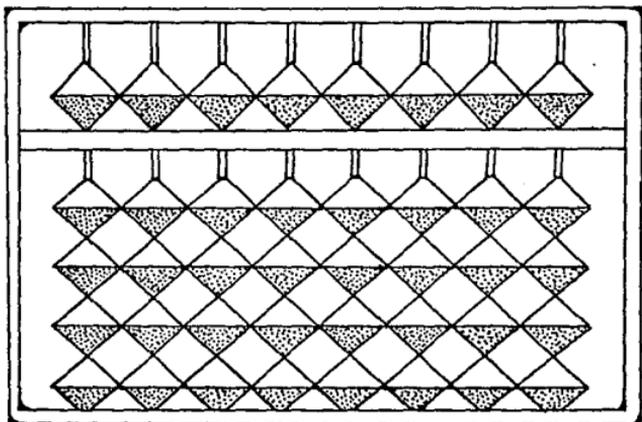
El Ábaco especial para ciegos y débiles visuales, es un excelente recurso pedagógico que puede ser utilizado en la escuela primaria para abordar diversos temas en el área de las Matemáticas: Lectura de cantidades y valor posicional de los números; agrupamientos y desagrupamientos, e inclusión de clase en el sistema decimal de numeración; notación desarrollada; mecanizaciones fundamentales (suma, resta, multiplicación y división), números decimales etc.

Las adaptaciones que "Cranmer" y "Moraes" le han hecho al ábaco "Sorotán" son muy importantes porque lograron excelentes resultados en el aprendizaje de las Matemáticas con ciegos y débiles visuales, incluso "Moraes" obtuvo resultados favorables con individuos que además de ser ciegos presentaron problemas psicomotores.

Las diferencias entre el ábaco "Cranmer" y el ábaco japonés "Sorotán" sólo se refieren al aspecto material (adaptación de un respaldo posterior recubierto por un material acojinado, reducción del número de ejes a trece, marcas en relieve tanto en la "barra transversal" como en el marco inferior), por lo tanto las reglas para su funcionamiento son las mismas, de tal modo que me referiré exclusivamente al ábaco "Sorotán" a lo largo de este trabajo como el recurso pedagógico que utilizamos para la construcción y comprensión de los conocimientos lógico-matemáticos en la escuela primaria.

En la práctica pedagógica realizada con los niños de la escuela primaria "Ermi lo Abreu Gómez", sólo utilizamos el ábaco "Sorotán" y no el "Cranmer", aunque al inicio de las actividades les resultaba difícil el manejo -por la movilidad de las cuentas romboidales sobre los diferentes ejes-, poco a poco, llegaron a manejarlo, fundamentalmente por el interés que mostraron con el trabajo del Ábaco en la comprensión de las características y leyes del Sistema Decimal de Numeración.

Las siguientes ilustraciones muestran esquemáticamente el ábaco "Sorotán" y el ábaco "Cranmer".



A B A C O
S O R O B A N

EL GEOPLANO

3.3.- Descripción del Geoplano.

El Geoplano es un instrumento didáctico de fácil construcción (una tabla con clavos y ligas) que permite abordar múltiples temas de Geometría. El uso del Geoplano como recurso pedagógico es muy reciente ya que en abril de 1982 aparecen dos artículos que fueron publicados en el periódico "El Maestro" del Consejo Nacional Técnico de la Educación, sobre el uso del Geoplano. En Educación Especial se utiliza para lograr que los ciegos y débiles visuales construyan el conocimiento de la Geometría, sin embargo no hemos encontrado documentos o publicaciones que nos remitan a los antecedentes históricos del Geoplano.

Para construirlo generalmente se ocupa un cuadrado de madera cuyas medidas pueden variar según se elija el tamaño de la misma, se recomienda no muy grande para que pueda ser manipulado con facilidad por los niños.

Las medidas que se recomiendan son de 20 cm. por 20 cm. y un espesor de la tabla de 2 a 3 cm., sobre la superficie de la tabla se dibuja un cuadrícula y se colocan clavos en cada intersección de líneas, dejando en cada lado del cuadrado de la tabla un espacio de 1 cm. a todo lo largo de los 4 lados. Los clavos estarán separados entre sí por un espacio de 2 cm., de tal manera que se coloquen 10 clavos en cada uno de los lados para en total sumar 100 clavos. Se pueden hacer modificaciones en el número de clavos, es decir, hacer Geoplanos de 7 clavos x 7 clavos (49 clavos), o quizás más grande si se requiere tener mayor superficie de acción, incluso pueden cambiarse los clavos por formas cilíndricas de madera.

Este enriquecedor juego educativo permite la gran movilidad de figuras geométricas que surjan espontáneamente, con sólo desplazar las ligas a otros clavos.

Para que el Geoplano posibilite la construcción del conocimiento de la Geometría en los niños del nivel de educación primaria, es indispensable que cada alumno tenga el suyo, y así pueda ser manipulado libremente para que sea el alumno quien descubra las relaciones de las figuras geométricas y obtener nociones geométricas menos mecanizadas y fundamentadas sólo en la observación del dibujo y en las operaciones lápiz y papel.

El juego en el Geoplano es el pretexto fundamental para que los niños experimenten la construcción de figuras geométricas y descubran las múltiples relaciones entre ellas y así inicien un proceso de aprehensión de propiedades de las figuras geométricas.

El trabajo con el Geoplano permite considerar muchos de los temas de Geometría de la escuela primaria como:

- 1.- La construcción y análisis de figuras geométricas.
- 2.- Cálculo de perímetros.
- 3.- Cálculo de áreas.
- 4.- Geometría Cartesiana.
- 5.- Operaciones con fracciones.
- 6.- Simetría.
- 7.- Análisis de las fórmulas para calcular áreas y perímetros.
- 8.- Problemas de Geometría elemental etc.

Los niños al trabajar con el Geoplano, logran para ellos mismos descubrir las relaciones y las estrategias para resolver un problema y de la discusión entre ellos surgirán ideas para comprender de una manera más clara la construcción y análisis de figuras geométricas.

El Geoplano también genera posibilidades de trabajo en equipo, donde la cooperación o puntos de vista diferentes de los integrantes es esencial para evitar la contradicción, el egocentrismo y tener un pensamiento móvil y coherente de cada uno de los participantes.

La interacción social en los niños es fundamental para un óptimo desarrollo intelectual. Piaget afirma que el niño "razona con más lógica cuando discute con otro". (37). Frente a sus compañeros lo primero que busca el niño es precisamente evitar la contradicción, es decir, cuando el niño se adapta a una organización grupal o en grupos móviles (equipos de trabajo) esto le permite adoptar multitud de puntos de vista.

El Geoplano, entonces, es un material concreto de madera que permite que sea el niño quien elabore sus nociones y operaciones sobre la Geometría y es también un pretexto para trabajar colectivamente en el salón de clases constituyéndose un recurso pedagógico necesario y fundamental en la construcción del conocimiento lógico-matemático en la escuela primaria.

3.4.- Fundamentos Psicopedagógicos del uso del Abaco y el Geoplano.

Las investigaciones de la Psicología Genética de Piaget, así como los avances en Pedagogía Operatoria, han demostrado que el aprendizaje debe ser construido por el niño y que el conocimiento del nivel de pensamiento infantil por el maestro será fundamental, para lograr calidad en el trabajo educativo. Los fundamentos psicopedagógicos que sirven de base en el trabajo con el Abaco y el Geoplano son:

- 37.- La operación y la cooperación de los alumnos. pp. 72-75. En: AEBLI, H. Una didáctica fundada en la Psicología Genética.

1.- Permiten el trabajo colectivo, como una condición favorable para la formación intelectual.

Los niños del quinto grado de la escuela primaria se encuentran en el periodo de las operaciones concretas periodo de la socialización y de la objetivación del pensamiento (entre los 7 y los 12 años aproximadamente), el niño no se queda limitado a su propio punto de vista, y para poder generar en el salón de clases discusiones donde cada participante comprenda el punto de vista ajeno, es necesario que en la mente del niño se adapte una organización grupal. Pues, "la estructuración del pensamiento en agrupamientos y en grupos móviles", permite a cada individuo adoptar multitud de puntos de vista". (38). Puede afirmarse que las condiciones intelectuales de la cooperación en cualquier grupo escolar se han cumplido cuando cada alumno es capaz de comprender los puntos de vista de los demás y adapta su propia acción o contribución verbal a la de ellos. Piaget, llama a esta capacidad como la "reciprocidad" del pensamiento. Trabajando con el Abaco y el Geoplano se logra relacionar y coordinar los puntos de vista de los alumnos, a través de actividades socializadas y discusiones colectivas, se posibilita pues la discusión grupal y se comprueba lo que afirma Piaget, que el niño razona con más lógica cuando discute con otro, "frente a otros; lo primero que busca el niño es evitar la contradicción". V, "andlogamente, la objetividad, el deseo de comprobación, la necesidad de conservar su sentido a las palabras y a las ideas, etc., son tanto obligaciones sociales como condiciones del pensamiento operatorio". (39).

2.- Son los niños quienes descubren y construyen el conocimiento lógico-matemático.

Desde el siglo XVII Juan Amós Comenio había escrito sobre la infancia, desde temprana edad "...debe, naturalmente, empezarse la formación, puesto que la vida ha de pasarse, no aprendiendo, sino operando... Únicamente es sólido y estable lo que la primera edad asimila". (40). Para lograr resultados favorables en la enseñanza de las Matemáticas se tiene que provocar actividades con objetos concretos, en donde los niños empiecen a formar nociones y operaciones interiorizadas. Trabajando con el Abaco y el Geoplano los niños irán construyendo los conocimientos lógico-matemáticos en un proceso continuo de equívocos y aciertos. Al ejecutar las actividades con éstos recursos pedagógicos, compararán los resultados, descubrirán relaciones y obtendrán conclusiones en base a las manipulaciones y trabajo activo de la práctica que estén realizando, esto no se logra con el registro de actividades, trazo de figuras, resolución de problemas abstractos todos consignados en el cuaderno y utilizando sólo lápiz y papel o transcribiendo las operaciones ya hechas por el maestro. El contacto y actividad con el Abaco y el Geoplano favorece el proceso de construcción del conocimiento lógico-matemático en los niños ya que, se encamina hacia una asimila-

38.- AEBLI, Hans. Una didáctica fundada en la Psicología... Op. Cit. p. 73

39.- AEBLI, Hans. Una didáctica fundada en la Psicología... Op. Cit. p. 74

40.- COMENIO J. Didáctica Magna. ed. Porrúa México. 1982. pp. 24-26

-ción de los fenómenos mediante nociones y operaciones cada vez más ricas, el niño debe apoderarse por sí mismo de ellas aplicándoles sus esquemas (de medir, contar, de analizar etc.). La génesis del pensamiento del niño es así la génesis de sus esquemas de asimilación y de los conocimientos que resultan de su aplicación a las cosas". (41).

3.- El trabajo con el Abaco y el Geoplano evita la formación de hábitos rígidos de pensamiento.

Piaget dice que pensar es actuar el pensamiento no es un conjunto de términos estáticos, una colección de contenidos de conciencia, de imágenes, etc... sino un juego de operaciones vigentes y actuantes. El pensamiento del alumno no debe ser rígido ya que de serlo sólo podrá aplicarlo a situaciones escolares e incluso reducirlo. Utilizando el Abaco y el Geoplano los niños pueden asimilar la noción de reversibilidad "pueden construir hipótesis y luego desecharlas para volver al punto de partida" porque operando con estos recursos pedagógicos pueden transformar sus producciones, modificarlos y volver a empezar el proceso constructivo si es necesario. Es preciso que cada alumno efectúe por sí mismo las operaciones y que además estos actos (manipulación y experimentación) conduzcan a resultados concretos ya que los niños tienen más interés en estos que en las actividades puramente verbales.

4.- Se eliminan las clases eminentemente verbalistas y se propicia el trabajo reflexivo.

Los niños necesitan de experiencias con objetos físicos (manipulación activa) para poder establecer múltiples relaciones entre los diversos hechos que van observando y detectando durante la actividad que ejercen sobre los objetos. Para lograr la interiorización progresiva de las operaciones, es recomendable el uso permanente y sistemático del Abaco y el Geoplano y así partir de experiencias concretas y llegar a la adquisición de nociones y operaciones mentales, es decir, la acción se ha transformado en representación. Son representaciones las operaciones de pensar, las imágenes mentales, la reconstitución o la anticipación interiores de acciones prácticas, y así se logran resultados más reflexivos y menos mecanizados.

5.- La construcción de estructuras, como soporte del aprendizaje, permite que pueda ser generalizable.

Usando el Abaco y el Geoplano el alumno: "compara"; "relaciona"; "comprueba"; "construye conocimientos"; "interioriza nociones y operaciones"; "puede generalizar su aprendizaje"; "elimina contradicciones"; "ejecuta operaciones y adquiere nociones de aprendizaje"; "no rigidiza su pensamiento"; construye el conocimiento lógico-matemá.

41.- AEBLI, Hans. Una didáctica fundada... p. 88

-tico a través de un proceso activo lleno de equívocos y aciertos; "puede transformar sus resultados y aplicar la noción de reversibilidad"; puede deducir sus propios aprendizajes a partir de la manipulación de estos recursos pedagógicos. La construcción de las nociones, operaciones y estructuras anteriores servirán precisamente de soporte del aprendizaje para que el niño pueda llegar a la generalización del conocimiento.

CAPITULO 4

APLICACION DEL ABACO Y EL GEOPLANO EN EL PROGRAMA DE MATEMATICAS DEL QUINTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA.

Esta experiencia pedagógica se llevó a cabo en la escuela primaria particular "Ermito Abreu Gómez" clave: 51-345-57-VIII-Pz, ubicada en Cuauhtémoc 443 Colonia Tepepan de la Delegación Xochimilco en el Distrito Federal.

La escuela abarca una extensión de 4,300 metros cuadrados, estando las construcciones aisladas una de otras en una sola planta, colinda con una zona habitacional y con terrenos baldíos. Los niños que ingresan a la institución generalmente son hijos de padres universitarios con carreras profesionales.

Esta institución educativa se fundamenta en los principios pedagógicos de Freinet y de la escuela activa.

La práctica docente se basa en los programas de la Secretaría de Educación Pública; sin embargo, las actividades académicas se organizan de tal manera que los niños y maestros cumplan con los objetivos que la escuela "Ermito Abreu Gómez" privilegia; es decir:

- 1.- Que los niños analicen y comenten diariamente la noticia del día.
- 2.- Que un día a la semana se realice la asamblea de grupo.
- 3.- Todos los viernes debe llevarse a cabo la asamblea general.
- 4.- Asistir a la imprenta escolar una vez por semana.
- 5.- Elaborar textos libres.
- 6.- Sembrar la parcela escolar y hacer un seguimiento del producto.
- 7.- Participar en el periódico mensual de la escuela.
- 8.- Llevar un registro sistemático de los datos del meteorológico escolar.
- 9.- Campamentos de grupo una vez al año.
- 10.- Que los niños realicen y expongan semanalmente una investigación durante todo el curso escolar.
- 11.- Que los niños y maestros construyan el museo escolar a partir de un tema seleccionado.
- 12.- Elaboración de dos toletines semestrales por parte del maestro donde se analice y describa la situación académica del alumno en la totalidad de áreas de trabajo.
- 13.- Que se asista a los talleres que los niños seleccionaron para el ciclo escolar que cursa.

- 14.- Que se cumpla efectivamente con las actividades de las clases de Educación Física, Inglés y Música.
- 15.- Diariamente los docentes deberán trabajar en el área de Matemáticas y Español.

En efecto, la escuela primaria "Ermito Abreu Gómez", privilegia la práctica de la noticia del día en todos los grados; así, el niño comenta y analiza noticias de la radio y televisión, al leer el periódico o comentarios de su familia etc. El niño interpreta la noticia del día, desde su particular punto de vista y la comenta a los demás.

La Asamblea de grupo conlleva a una actividad donde los alumnos semanalmente analizan y tratan de encontrar solución a situaciones que dificultan el óptimo desarrollo de sus clases o sus relaciones humanas, ellos las dirigen y se rotan las funciones de presidente (quien dirige la asamblea), Secretario (quien redacta las actas de la Asamblea de grupo) y los vocales dos alumnos que auxilian al Presidente y Secretario para lograr un análisis más objetivo.

Los aspectos que se calificaron con "Excelente", "Muy bien", "Bien", "Regular" o "Mal" se registran en una libreta de actas del grado escolar y se llevan a la Asamblea General, donde participan la totalidad de los grupos que forman la escuela; por lo tanto, se hace un análisis de cada grupo en cuanto: al trabajo en clase, disciplina, asistencia y puntualidad, tareas, problemas específicos de conducta, felicitaciones y comentarios etc. La Asamblea General sólo la dirigen los alumnos de sexto grado, previamente seleccionados por sus propios compañeros de grupo en una Asamblea especial para determinar quien formará parte de esta asamblea durante todo el año.

La escuela cuenta con una imprenta donde los niños imprimen sus textos libres. Cada grupo cuenta con una pequeña parcela escolar, generalmente la siembra se realiza en primavera y verano por los niños y maestros.

El periódico mensual de la escuela se llama "Canek"; en su elaboración participan alumnos, maestros y padres de familia.

Existe un "metereológico escolar", por medio del cual los niños pueden registrar o graficar el estado del tiempo diariamente. Esta unidad metereológica de la escuela, cuenta con evapórimetro, veleta, termómetro (para registrar temperaturas máximas, mínimas, temperatura ambiente o temperatura bajo cero y además, cuenta con recipientes para registrar la precipitación pluvial.

Los campamentos se hacen con todos los grupos una vez al año utilizando un espacio de la misma escuela y sólo los alumnos del quinto y sexto grado realizan su campamento en Oaxtepec, Morelos.

La entrega de una investigación semanal por parte de los niños es una actividad que se basa en los propios intereses de ellos y en algún tema sugerido por los maestros. Los niños cada semana entregan en una cartulina, cartoncillo u otro material su investigación y además la explican a todo el grupo.

El museo escolar se llama "Herminto Almendros" y cada año se cambia a partir de un análisis del grupo de sexto grado en torno a un tema que pueda ser trabajado por toda la escuela por ejemplo: La Música, se escoge como tema fundamental, después se subdivide en varios subtemas y se reparte a todos los grupos como: la música folklórica, la música clásica; la música antigua etc. Finalmente se entregan todos los trabajos elaborados por los niños y se hace la exposición en el museo y con la participación de maestros y padres de familia se inaugura en el mes de marzo.

Al término de cada semestre los maestros elaboran un boletín informativo de cada alumno abarcando todas las áreas de trabajo, clases especiales y talleres para ofrecer a los padres de familia un panorama específico del desarrollo académico de sus hijos.

Generalmente un mes después de iniciado el ciclo escolar la escuela "Ermito Abreu Gómez", ofrece varios talleres donde los niños pueden experimentar y aumentar sus habilidades e intereses. Los talleres pueden ser: Carpintería, cocina, tejido, computación, guitarra, artes plásticas, danza, flores de papel, juguetería, artesanías, teatro, mecanografía y cuento.

El trabajo del docente en la escuela primaria "Ermito Abreu Gómez" resulta muy enriquecedor, aunque no deja de ser un reto, porque los niños están muy habituados a expresarse con mucha espontaneidad, se comunican, discuten si no están de acuerdo, preguntan cuando no entienden, exigen trabajo que los involucre a reflexionar y razonar, no aceptan el autoritarismo y les gusta trabajar a partir de sus intereses. El maestro por lo tanto debe estar muy estimulado a tratar de ofrecer una mejor práctica pedagógica día con día.

La aplicación de los dos recursos pedagógicos "El Abaco y el Geoptano" en la escuela "Ermito Abreu Gómez" comenzó cuando se dió inicio el ciclo escolar 1990-1991, con los niños que ingresaron al quinto grado.

4.1.- El uso del Abaco y la construcción del Sistema Decimal de Numeración.

Para utilizar el abaco en la escuela primaria es indispensable que el maestro domine de un modo regular, y ser capaz de propiciar en los niños el interés por las matemáticas para que sean ellos quienes construyan el conocimiento lógico-matemático utilizando el abaco como recurso pedagógico. El trabajo con el abaco tiene que ser sistemático y acorde con los temas de los programas de Matemáticas por lo

que en el primero y segundo grado se recomienda su uso para la representación gráfica y lectura de cantidades. A partir del tercer grado se sugiere la construcción de las operaciones de suma y resta en forma simultánea. En el quinto y sexto grados se puede aplicar en la mayoría de los temas de la Matemática que contiene el programa escolar.

El ábaco debe mantenerse fijo durante su empleo sujetándolo con los dedos pulgar e índice de la mano izquierda -en el caso de los niños zurdos es al revés-, de los marcos superior e inferior, tiene que estar apoyado sobre una superficie plana (en el mesabanco en el caso de los alumnos) y paralelo a los hombros del operador. Para empezar a manejarlo hay que comprobar que tanto las cuentas superiores como inferiores están en contacto con los marcos superior e inferior. Así, de este modo, las cuentas carecen de valor e indican que se puede comenzar a operar con el ábaco.

Las cuentas, entonces, representan a los numerales: cada una de las cuentas inferiores del ábaco tiene un valor absoluto de una unidad y un valor relativo dependiendo de la posición del eje o columna; las cuentas que se encuentran en la parte superior -parte angosta del ábaco- por encima de la barra transversal tienen un valor absoluto de cinco y un valor relativo dependiendo del eje o columna donde se localice.

Cuando trabajemos con el ábaco efectuaremos dos movimientos fundamentales:

- 1.- Escribir o añadir, es decir, significa dar valor a las cuentas al pegarlas a la barra de valores.
- 2.- Suprimir o cancelar, que quiere decir, alejar las cuentas de la barra de valores y por lo tanto carecen ya de valor.

Al operar con el ábaco, es muy importante saber utilizar los dedos correctamente para mover las cuentas "digitación correcta", ya que esto nos permitirá rapidez y precisión al realizar operaciones. En el caso de los ciegos, los únicos dedos que utilizan para efectuar los movimientos de las cuentas son: el índice y el pulgar. En los niños que tienen un funcionamiento normal de su vista es muy difícil que sólo manejen el índice y el pulgar, sin embargo se recomienda que se insista en éste aspecto para lograr una digitación correcta y mayor precisión de las operaciones.

La forma de utilizarlo es la siguientes:

- 1.- Para subir las cuentas inferiores, se emplea el dedo pulgar sin mover las cuentas de otros "ejes".
- 2.- Para bajar las cuentas inferiores, se usa el dedo índice, sin mover las cuentas de otros "ejes".

3.- Para subir y bajar las cuentas superiores se utiliza el dedo índice sin mover las cuentas de otros "ejes".

Para lograr mayor claridad en la representación de las cantidades; en el análisis del valor posicional; en las operaciones y todo lo referente al trabajo del Sistema Decimal de Numeración.

Con el objetivo de que se entienda de manera más clara el trabajo desarrollado del Sistema Decimal de Numeración utilizando el ábaco, se presenta un anexo con dibujos donde se explican los códigos para entender la movilidad de las cuentas al realizar las operaciones en el ábaco, retomo los dibujos de la "Guía Didáctica" para el uso del Ábaco en Educación Especial, por considerarlos muy claros y precisos.

En el ábaco encontramos dos extremos, un derecho y un izquierdo, se recomienda que se use siempre el eje de la "extrema derecha" para empezar a representar las unidades y así de derecha a izquierda ir representando las diferentes clases del Sistema Decimal de Numeración. La columna del extremo derecho del ábaco representará a las unidades, la que está inmediatamente a su izquierda, será la columna de las decenas, siguiendo este mismo orden, la tercera columna es la de las centenas, la cuarta la de las unidades de millar etc. En algunos ábacos vienen líneas verticales en relieve a puntos que sirven de referencia para dividir las cantidades en diferentes clases: la primera, clase de las unidades; la segunda, clase de los millares; la tercera, clase de los millones.

Para representar las cantidades en el ábaco, se inicia con la representación de los números que forman nuestro Sistema Decimal de Numeración: (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). El cero se representa con las cuentas superiores e inferiores alejadas de la barra.

El número uno se representa subiendo la primera cuenta con el pulgar hasta tocar la barra transversal.

El dos se representa subiendo dos cuentas inferiores y pegándolas a la barra de valores.

Para escribir el tres subimos tres cuentas inferiores con el pulgar.

En el numeral cuatro, se suben las cuatro cuentas inferiores con el pulgar.

Para escribir el cinco se representa bajando la cuenta superior con el dedo índice y cancelamos las cuatro inferiores.

En el caso del seis hacemos un movimiento simultáneo del índice y el pulgar (a manera de pellizco), es decir, se baja la cuenta superior y se sube la primera cuenta inferior.

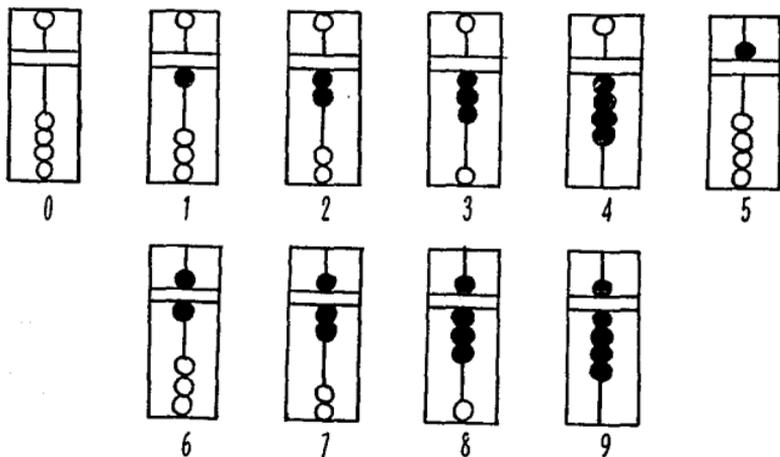
Para escribir el siete, se representa bajando con el índice la cuenta superior y al mismo tiempo subiendo dos cuentas inferiores con el pulgar.

En el numeral ocho, se baja con el índice la cuenta superior y simultáneamente se suben tres cuentas con el índice y el pulgar.

El nueve se escribe al utilizar todas las cuentas del primer eje moviéndolas al mismo tiempo con el índice y el pulgar.

En la escritura de cantidades está implícito un conjunto de reglas que forman nuestro Sistema Decimal de Numeración de aquí la importancia del ábaco como recurso pedagógico que posibilite la auténtica comprensión del Sistema Decimal de Numeración y de las reglas y propiedades matemáticas que estén implícitas en las operaciones y análisis matemáticos que hagamos utilizando el ábaco.

Ver ejemplo escritura de los dígitos:



El Sistema Decimal de Numeración es una creación intelectual del ser humano y lograr inventarlo le costó largo tiempo y enorme trabajo en cuanto objeto cultural, si pudiéramos investigar el origen de varios sistemas de numeración tendríamos que hablar de la misma Pre-historia, desde el preciso instante en que el hombre empezó a pensar "debíó ir dándose cuenta de las relaciones cuantitativas que se daban entre los objetos que le rodeaban". (42).

En un momento posterior pudo descubrir la forma de dominar y registrar las cantidades por medio del principio de correspondencia y claro se auxiliaba de materiales de todo tipo (piedras, conchas, maderas, huesecitos, algunas frutas secas, semillas, bastones, incisiones en huesos o en troncos de árboles), o del propio cuerpo (dedos y articulaciones). Este recurso de la correspondencia "durante muchos siglos bastó a las necesidades de la humanidad. Sin embargo este principio traduce tan sólo una enumeración y permite enunciar un grupo de objetos sin tener la noción de número..." (43).

Cuando el hombre "construyó" la noción de número abstracto, el principio de la base en la numeración hablada, se dió un avance muy grande en el desarrollo de la humanidad. La aplicación de los sistemas de numeración en el plano escrito casi siempre se ajustaron "a la numeración verbal que los precedió y tomaron distintas formas según las posibilidades intelectuales y las circunstancias histórico-sociales de los pueblos que los creaban".

Podemos distinguir tres grupos de sistemas de numeración según se agrupen "tendremos en cuenta el papel que en ellos ha tenido el coeficiente de la potencia de la base": los sistemas aditivos, los sistemas híbridos y los sistemas posicionales". (44).

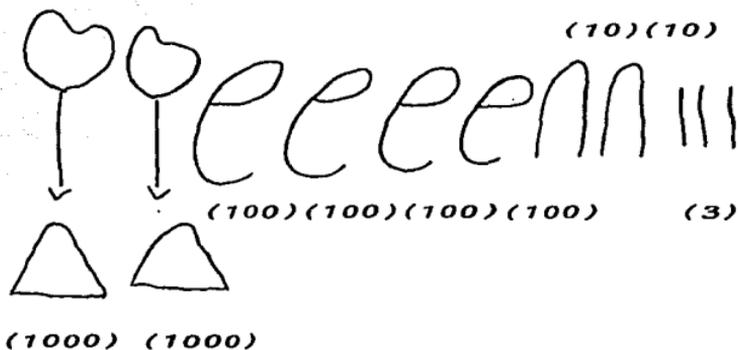
Los sistemas de numeración aditivos, constituyen la "fidel traducción escrita de las formas de registro material de las cantidades contadas, incluye un número limitado de signos numéricos, independientes unos de otros. Su juxtaposición implica la suma de los valores correspondientes". (45). Un ejemplo de este sistema es el sistema jeroglífico egipcio, utilizado desde finales del IV milenio antes de Cristo. Tenía siete signos originales que se repetían hasta alcanzar la cantidad que se quería formar. Por ejemplo para escribir el 2423 lo hacían del modo siguiente:

42.- S.E.P. ESTRATEGIAS PEDAGOGICAS PARA NIÑOS DE PRIMARIA... p. 67

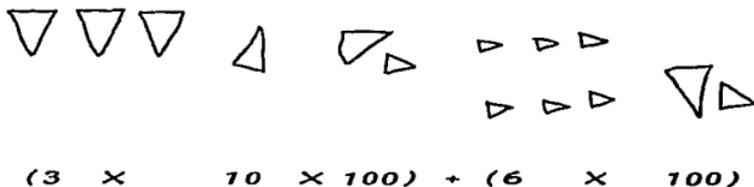
43.- S.E.P. Op. Cit. p. 67

44.- S.E.P. Op. Cit. p. 68

45.- S.E.P. ESTRATEGIAS PEDAGOGICAS... p. 68



Los sistemas de numeración híbridos, "surgieron de la necesidad de evitar la repetición fastidiosa de signos que exige el uso de sistemas aditivos. Están influidos por la concepción de la numeración oral que traduce el conteo, y se caracterizan por hacer uso del principio multiplicativo, que tímidamente aparecía ya en alguna notación de tipo aditivo. En ellos se representa tanto la potencia de la base como el coeficiente". (46). Un ejemplo de este tipo de numeración es la de origen numérico, en la que la cantidad 3 600 se transcribía de la siguiente manera:



Los sistemas de numeración posicional "se caracterizan por prescindir de la representación de las potencias de la base y por conceder un valor variable a las cifras, según el lugar que ocupan en la escritura de los números." (47). Este sistema de numeración posicional "apareció por primera vez en Babilonia (aproximadamente a comienzos del segundo milenio a.c.); también lo utilizaron los astrónomos mayas (siglos III a IX) y los sabios chinos poco antes de iniciarse nuestra era. En la India, donde aparece con mayor ingeniosidad, y superioridad, su aplicación está atestada en el año 595 de nuestra era".

La aparición del cero es bastante tardía y su invención no fue fácil. "Los sabios mesopotámicos los ignoraron durante más de quince siglos. Para los mayas, debido a una irregularidad en la concepción de la numeración, el cero situado al final de un número nunca llegó a tener la función de operador que multiplica el valor del número al que sigue por el valor de la base". (48). El cero tal y como lo concebimos hoy en día integrado a nuestro Sistema Decimal de Numeración, constituyó una etapa decisiva de una evolución sin la cual no podríamos concebir el progreso de las Matemáticas, de la misma Ciencia o de Técnicas de investigación modernas. La utilización del cero como lo usamos actualmente se dió por primera vez en el siglo VIII de nuestra era por primera vez a fines del siglo X, si bien su uso no está totalmente generalizado hasta el siglo XVI.

Por todo lo anterior podremos concluir que el proceso de construcción e invento del Sistema Decimal de Numeración costó mucho tiempo y arduo trabajo intelectual de la humanidad en un recorrido con equívocos permanentes y aciertos.

La pretensión de utilizar el ábaco como recurso pedagógico para que el niño de primaria construya y se apropie de las características y leyes del sistema decimal de numeración, no es con la finalidad de revivir discusiones entre los que aceptan el ábaco y los que no lo aceptan para realizar operaciones matemáticas, por ejemplo la lucha histórica entre los "abaquistas" y el de los "algoritmistas", ... "trató de la discusión entre los que querían seguir contando con los ábacos y con los que, en cambio, sostenían que había que deshechar los ábacos y adoptar el algoritmo nuevo, el método de numeración de al-Khwarizmi". (49). A la larga vencieron los algoritmistas y fueron necesarios dos siglos para que la nueva numeración se impusiera completamente.

Consideramos que el uso permanente y sistemático del ábaco en la primaria no contradice el proceso de construcción del sistema decimal de numeración de los niños, al contrario a través de su práctica y análisis de resultado de operaciones, pone en tela de juicio la forma mecánica y abstracta en que tratan de imponerle al niño de la escuela primaria, particularmente el conocimiento a tal grado que se olvida por completo el aprendizaje de las características y leyes del sistema decimal de numeración.

47.- S.E.P. ESTRATEGIAS PEDAGOGICAS... p. 73

48.- S.E.P. Op. Cit. p. 73

49.- S.E.P. Op. Cit. p. 72

En términos generales el objetivo que perseguimos al utilizar el ábaco como recurso pedagógico es el de propiciar que paulatinamente los niños a través de las actividades lleguen a adquirir el dominio del Sistema Decimal de Numeración. Intentemos pues favorecer que los alumnos de la escuela primaria construyan los conocimientos lógico-matemáticos a partir del uso permanente y sistemático del Ábaco.

- 1.- El Sistema Decimal de Numeración constituye una forma determinada de agrupamientos que puede intercambiarse entre sí de una manera sistemática y de acuerdo con una regla específica (base 10). El Ábaco constituye, pues, un modelo que contiene las reglas de la base 10 y las sistematiza a través de cuentas, clases y valores posicionales.
 - 2.- Los agrupamientos de base 10 subyacen en la forma como están organizados los ejes y las cuentas del Ábaco (objetivamente).
 - 3.- Con el "Ábaco" los niños pueden ver objetivamente y manipular las cuentas de las unidades, decenas, centenas, etc., y operar con ellas.
 - 4.- El Ábaco nos permite representar las cantidades de manera sencilla y práctica, no privilegiando ya las actividades lápiz y papel.
 - 5.- En el Ábaco las cuentas tienen un valor posicional (valor absoluto y relativo) de acuerdo al eje en que estén insertados. por ejemplo: tres cuentas inferiores en el tercer eje, representan a tres grupos de 100 unidades cada uno.
 - 6.- Se puede comprender que la composición de la serie numérica en su aspecto cardinal obedece al algoritmo $+1$ "una regla que indica ir sumando 1 para obtener los números sucesores y así poder continuar hasta el infinito" ($0 + 1 = 1$; $1 + 1 = 2$ etc.). (50).
 - 7.- La regla fundamental del funcionamiento del Sistema Decimal de Numeración: agrupar 10 unidades para poder pasar a otra unidad de un orden superior y que permite generar todos los números naturales, queda muy bien comprendida con el Ábaco, ya que cada varilla solamente contiene 9 unidades y manipular la décima implica pasar a otro orden superior.
 - 8.- Con el uso del "Ábaco" se conflictúa la forma mecánica de hacer las operaciones de suma, resta, multiplicación y división ya que no necesariamente debemos empezar con las unidades para resolver las operaciones.
 - 9.- Se puede trabajar con mucho acierto el problema de inclusión de unidades de orden menor en unidades de orden mayor por ejemplo: se le pide que represente 3 decenas y 4 unidades en el Ábaco, y después se le pide ahí mismo que cómo le haría para darnos 8 unidades, el niño se verá obligado a desagrupar un grupo de 10 unidades.
 - 10.- Se logra trabajar en la comprensión del cero en números cerrados como (300); y con números que tengan ceros intermedios como (2003). Le presentamos cantidades
- 50.- S.E.P. ESTRATEGIAS PEDAGOGICAS... p. 132

representadas en el ábaco donde aparecen ceros a la izquierda, intermedios y a la derecha para que arriben al conocimiento del cero.

Al analizar el programa de quinto grado de la escuela primaria en el segundo capítulo nos dimos cuenta que son seis aspectos de las Matemáticas los que se van a repetir a lo largo de ocho unidades programáticas de este nivel educativo.

- 1.- Sistema Decimal de Numeración.
- 2.- Números enteros, propiedades y operaciones.
- 3.- Las fracciones y sus operaciones.
- 4.- Lógica.
- 5.- Geometría
- 6.- Probabilidad y Estadística.

Estamos convencidos que el Sistema Decimal de Numeración involucra no sólo a la representación gráfica de cantidades, agrupamientos y algoritmos de las operaciones, sino que tiene que ver con todos los aspectos arriba señalados, por lo que su auténtica comprensión y manejo de los niños es de fundamental importancia para lograr que sea el niño quien construya los conocimientos lógico-matemáticos en la escuela primaria - Es necesario que los conocimientos que adquiere el niño sean construidos por el mismo, en relación directa con las operaciones que es capaz de hacer sobre la realidad, es decir que sea capaz de captar, componer y transformar.

Dominar el Sistema Decimal de Numeración es algo muy complejo, sin embargo, a través del Ábaco, se facilita su manejo y se comprende mejor las reglas fundamentales que lo constituyen. El trabajo desarrollado en la Ermita Abreu Gómez con respecto a la construcción del Sistema Decimal de Numeración por parte de los niños giró en torno a los aspectos esenciales de las Matemáticas de ese grado escolar y que además no se apartan de los contenidos programáticos del quinto grado que sugiere la Secretaría de Educación Pública:

- 1.- Los agrupamientos en diferentes bases menores que 10.
- 2.- Lectura y escritura.
- 3.- El valor posicional.
- 4.- Conocimiento del valor del cero.
- 5.- Operaciones de suma y resta.

NUESTRA EXPERIENCIA.

En el inicio del ciclo escolar 1990-1991, nos dimos a la tarea de trabajar con agrupamientos en diferentes bases menores que 10 para que favorecieran la comprensión de los alumnos en torno a la forma económica de representación de cantidades a partir del uso de agrupamientos. Sólomente se les había insistido en la necesidad de manejar y comprender los distintos agrupamientos como requisito para dominar mejor el Abaco posteriormente. El trabajo con los agrupamientos duró 2 meses, y de los 32 alumnos del quinto grado 7 tenían verdaderos problemas para trabajar con las bases (base 2, base 4 y base 5).

En un principio se utilizaron palillos chinos de plástico y de colores diferentes (amarillos, rojos, verdes y azules). Se establecieron valores a los palillos y siempre se escribía como título la base con la cual trabajáramos, ejemplo:

B A S E 2

Palillos amarillos	= 1 punto
Palillos rojos	= 2 amarillos
Palillos verdes	= 2 rojos

De esta manera comenzamos el trabajo con agrupamientos, se escribía la cantidad que se debía formar utilizando los palillos chinos, empero, siempre recordando la consigna "construir cantidades utilizando el menor número de palillos".

La primera actividad fue construir la cantidad "utilizando el menor número de palillos", de 6 equipos que se formaron sólo uno logró resolver acertadamente el ejercicio y su producción fue "utilizamos dos palillos verdes". Al terminar la primera semana de trabajo en la Asamblea de Grupo se argumentó que las actividades de Matemáticas les habían gustado porque ya no se trabajaba mucho en el cuaderno, otros opinaron que sólo estuvimos jugando.

La base 4 la trabajamos de igual manera y sólo le hicimos pequeños agregados, el título de la base permanecía, el término palillos debería desaparecer ya que algunos niños argumentaron la inutilidad escribir "palillos" si todos sabían con que estábamos trabajando. En cuanto a los valores de los palillos al resolver varios ejercicios en sus cuadernos acordamos escribir una letra que los identificara y los diferenciara a la vez. Por ejemplo:

B A S E 4

Amarillos = 1 punto (a)
rojos = 4 amarillos (r)
verdes = 4 rojos (v)

Y al pedirles construyan la cantidad 16 "utilizando el menor número de palillos", ellos registraban gráficamente sus producciones en su cuaderno de la siguiente manera: $1v = 16$ (es decir, un palillo verde es igual a 16).

La mayoría del grupo resolvía utilizando sus palillos y trabajando en equipo todas las construcciones que se le pedían, sin embargo, al revisar los cuadernos aparecían bolitas pintadas del color del palillo a que hacían referencia y por ejemplo, para representar la cantidad 18 anotaban: 1 bolita verde más 2 bolitas amarillas ($0 + 00 = 18$).

La base 5 se les hizo más fácil y llegaron incluso a exigir mayor trabajo de esta base que de las anteriores.

Se llegó al acuerdo de que la representación gráfica de la cantidad en la base que se pidiera fuera utilizando numerales y las letras que hacían referencia al palillo del color utilizado.

Por lo tanto, en la base 5 si construían la cantidad 27, ellos registraban lo siguiente:

B A S E 5

Amarillos = 1 punto (a)
rojos = 5 amarillos (r)
verdes = 5 rojos (v)

$1v + 2a = 27$ (es decir un palillo verde más dos palillos amarillos es igual a 27).

Conviene señalar que también se logró que los niños hicieran desagrupamientos en diferentes bases menor de 10 y aunque se les dificultó mucho este proceso reversible lograron consolidarlo un número importante de alumnos. Básicamente se utilizaban dados pintados de amarillo, rojo y verde y de acuerdo con la cantidad de puntos que salen al tirar el dado los niños tenían la necesidad de desagrupar sus producciones para resolver lo que se pedía. Ejemplo, en base 5 construir la cantidad 30 utilizando el menor número de palillos. El equipo representaba gráficamente su producción: $1v + 1r = 30$,

porque un palillo verde en base 5 vale 25 puntos más 5 puntos del palillo rojo forman la cantidad 30. El dado utilizado era el de color rojo, el número que salía era el 3, entonces se le pedía a los integrantes del equipo que como le harían para darnos 3 palillos rojos si sólo tenían que cambiar el palillo verde por su valor en palillos rojos y así resolver lo que se les planteaba.

El trabajo con las diferentes bases menores de 10, permitió arribar con mayor acierto a la base que nos interesaba, la base 10 que es la base de nuestro sistema de numeración.

Al trabajar con el Abaco empezamos la clase reconociendo el valor que a través del tiempo ha tenido en diferentes culturas. Acordamos que uno de los objetivos del trabajo con el Abaco sería el de realizar los cálculos en un mínimo de tiempo, pocos niños creyeron que se lograría lo anterior.

Para alcanzar este objetivo era necesario realizar una "digitación correcta", (utilizando los dedos más adecuados).

Los únicos dedos que se deben usar para efectuar los movimientos de las cuentas son: el dedo índice y el dedo pulgar. Aplicamos estos movimientos en la escritura de los dígitos y los fueron representando en la extrema derecha del Abaco.

Para obtener el numeral 10 llegaron a la conclusión que deberían seguir las mismas reglas que utilizaban en el sistema numérico decimal. El trabajo con el Abaco se les facilitó más de lo que pensamos y al cabo de una semana ya podían representar cantidades hasta millones y algunos comenzaron incluso a elaborar hipótesis sobre los billones, también empezaron a exigir más "trabajo reflexivo" como le habíamos nominado.

Al hacer análisis de cantidades notamos que se facilitaba este aspecto del Sistema Decimal de Numeración, verbalmente dictaba cantidades y de inmediato preguntaba a los equipos, por ejemplo: dictaba 1950 y las preguntas que se derivaban de la representación en el Abaco eran:

- 1.- ¿Cuántas unidades de millar observas en el Abaco?
- 2.- ¿Cuántas decenas encuentras?
- 3.- ¿Cuántas centenas hay?
- 4.- ¿Cuántas unidades observas?

Esta última pregunta les causaba conflicto, ya que algunos equipos defendían la posición de que no había ninguna unidad y otros argumentaban que debería tomarse en cuenta el total porque, todas las 1950 eran unidades. El uso del Abaco llegó a facilitar tanto el análisis de cantidades que después los análisis eran muy complejos, por ejemplo: les dictaba 2320 y las preguntas eran las siguientes:

- 1.- ¿Cuántas unidades hay en tu ábaco?
- 2.- ¿Cuántas decenas se pueden formar con todas las unidades?
- 3.- ¿Cuántas centenas se pueden formar utilizando todas las unidades?
- 4.- ¿Cuántas unidades faltan para formar la tercera unidad de millar?
- 5.- ¿Cuántas unidades de millar faltan para formar una decena de millar?

El análisis de las preguntas resultaba tan complejo que en ocasiones hasta dos horas nos pasábamos trabajando, analizando tres o cuatro cantidades utilizando las mismas preguntas de parámetro, mostraban entusiasmo para trabajar con el ábaco y se ponían muy felices cuando resolvían los análisis, llegó a darse el caso de que algunos integrantes de los equipos se quedaban en su hora de recreo a comprobar sus resultados o terminar el trabajo de la clase que no habían concluido en la hora regular. Con todo lo anterior se propiciaba que el niño manejara y comprendiera la inclusión de órdenes menores en unidades de orden mayor y viceversa. La inclusión de clases menores en mayores, el análisis de cantidades como los agrupamientos y desagrupamientos son fundamentales para comprender el Sistema Decimal de Numeración.

En el trabajo desarrollado con los niños respecto del valor posicional se consideran tres aspectos importantes para abordarlo con el Abaco: los agrupamientos de bases menores de 10; la representación gráfica de las cantidades (tanto en el Abaco como de manera convencional en el cuaderno) y los valores relativos de los números dependiendo de la posición respecto al eje en que se encuentren).

El utilizar el Abaco les permitió a los niños pasar de la representación con material (cuentas en el Abaco) a la representación gráfica en su cuaderno y comprendieron con más claridad el sentido del valor posicional. Por ejemplo: representar en el Abaco 875. De inmediato hacer el análisis a partir de cuestionamientos.

- 1.- ¿Qué número es?
- 2.- ¿Cuántas unidades sueltas hay?
- 3.- ¿Cuántas cuentas representan a las centenas?
- 4.- ¿Cuántas unidades hay en total?

Este análisis lo resolvían fácilmente porque ya tenían el antecedente de la representación y lectura de cantidades, y cuando relacionamos el Abaco con los agrupamientos y desagrupamientos y la inclusión de clase, logramos completar la comprensión del valor posicional de los numerales, ejemplo:

Representar 725 en el Abaco y contestar las siguientes preguntas:

- 1.- ¿Qué número es?
- 2.- ¿Cuántas decenas podemos formar con el total de unidades?
- 3.- ¿Cuántas decenas le faltan al número 2 para formar otra centena?
- 4.- ¿Cómo le harías para darme 3 decenas?
- 5.- ¿Qué harías para darme 9 unidades?
- 6.- ¿Podrías darme 9 centenas con el total de unidades que tienes en el abaco?
- 7.- ¿Valdrá más el 2 que el 5 en esa cantidad?
- 8.- ¿Por qué sucede lo anterior?

El material que les servía de apoyo para contestar las preguntas eran generalmente corchetas, palillos chinos, cuadernos, lápiz, barajas y el Abaco.

Otro de los aspectos que se lograron comprender con el uso del Abaco es el conocimiento del valor del cero, como ya se ha visto en el capítulo 2, que el cero fue un concepto de difícil concepción y representación, "descubierto tardíamente por la humanidad en la historia de los sistemas numéricos" (51). En quinto grado había algunos niños que al dictarles verbalmente las cantidades, ellos registraban sus producciones en sus cuadernos con equívocos permanentes cuando se involucraba el uso del cero. Por ejemplo, en la cantidad mil diez, cinco de los 32 alumnos escribieron numéricamente lo siguiente: 100010.

Y cuando se les cuestionó del por qué lo habían hecho así, cambian su producción a la forma económica del sistema decimal 1010.

Los que podían manejarlo gráficamente con acierto muchas veces no lograban explicar la función del cero en nuestro Sistema Decimal de Numeración. Como se puede ver los niños tienen ideas vagas de la utilidad del cero para el valor posicional de los números. El trabajo con el Abaco resulta entonces, muy valioso para que los niños comprendan la utilidad del cero con respecto a representación de una cantidad y así mediante el uso del Abaco, pueden observar las transformaciones que sufren los diferentes números (cuentas) cuando se ha llegado al límite del agrupamiento que son nueve cuentas y que por lo tanto se tiene que pasar al otro eje, quedando vacío el primero, es decir, representando el cero. Ejemplo: Representar en el abaco la cantidad 92 y contestar las siguientes preguntas:

- 1.- ¿Cuántas unidades hay en total?
- 2.- ¿Cuántas decenas?
- 3.- ¿Cuántas centenas?

51.- S.E.P. ESTRATEGIAS PEDAGOGICAS... p. 73

- 4.- ¿Qué sucede si aumento 8 unidades?
- 5.- ¿De dónde salen los ceros?
- 6.- ¿Qué pasó con el 2?
- 7.- ¿Qué sucedió con el 9?
- 8.- ¿En dónde está incluido el 9?
- 9.- ¿Por qué?

En este ejemplo se puede ver la comprensión de los agrupamientos, la inclusión de clase, la representación gráfica, y sobre todo que se pasa de un aspecto mecánico a una comprensión más completa del conocimiento del cero.

Cuando se inició el trabajo con el Abaco, se acordó que llegaríamos a dominar las mecanizaciones fundamentales (suma, resta, multiplicación y división), sin embargo, no se cumplió totalmente con este objetivo programado. En los últimos 3 meses del ciclo escolar 1990-1991 estuvimos trabajando la suma y la multiplicación lamentablemente por falta de tiempo y por la cantidad del contenido programático de las demás áreas (Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Español y sobre todo la carga de trabajo que nos llevó realizar el Museo Escolar) no pudimos cumplir cabalmente lo que habíamos planeado en torno al manejo de las operaciones con el Abaco. Las actividades de agrupamiento, desagrupamiento, inclusión de clase, valor posicional, lectura y escritura de cantidades y el conocimiento del valor del cero, permitieron que los niños resolvieran ejercicios donde se involucraba la suma y la resta con facilidad y rapidez.

Ver anexo, ejemplo de suma y resta. (páginas 69-70).

4.2.- El uso del Geoplano y la construcción de conocimientos de Geometría elemental.

Utilizando el Geoplano, los niños pueden construir figuras geométricas que originen una intensa actividad intelectual por parte de ellos. Es muy importante que cada niño cuente con un Geoplano, para que pueda manipularlo libremente, además de intentar con varios ligas o también hilos resistentes que puedan amarrarse a los clavos sin romperse. Las indicaciones generales para hacer un buen uso del Geoplano debe darlas el maestro:

- 1.- El trabajo se desarrollará casi siempre en equipo.
- 2.- No serán actividades de competencia y rapidez.
- 3.- Se analizarán las figuras construidas en el Geoplano.
- 4.- Se organizarán discusiones colectivas donde cada equipo exponga sus resultados.
- 5.- Finalmente se estudiarán todas las transformaciones o movimientos que se realicen con la liga e hilos en el Geoplano.
- 6.- El maestro dará consignas generales como: construyan figuras de cuatro lados, empero, tratará de no realizar él las operaciones efectivas y después intentar explicarlas a los niños como un conocimiento acabado o dado. Los niños tendrán que descubrir los múltiples recursos geométricos del Geoplano.

En la construcción de Figuras Geométricas, se inicia por investigar mediante la consigna "construye un cuadrilátero" si hay noción o no de "cuadrilátero". Libremente los niños representarán en su Geoplano lo que están entendiendo por el término cuadrilátero y además esta actividad propicia que los niños empiecen a clasificar las figuras siguiendo criterios definidos como: número de lados; si son iguales o no (simetría); si las medidas de sus lados son iguales o desiguales; por el número de diagonales que se formen dentro de la figura; por los ángulos que formen; por el número de vértices etc.

Es importante dejar muy claro que el maestro debe respetar los criterios y la forma de explicarlos por los niños y también que estos variarán según la edad, los conocimientos previos o el grado escolar de los niños, por ejemplo, el mismo criterio de simetría puede ser definido como "son igualitos de los dos lados" por niños de los primeros grados o por "ejes de simetría" en niños más grandes.

A partir de la clasificación, los niños inician un proceso de aprehensión de propiedades de las figuras geométricas, por ejemplo, paralelismo de lados, etcétera.

Una vez que el alumno ha representado una figura geométrica que él la entiende como "cuadrilátero" es imprescindible que analicemos y estudiemos esa figura geométrica para que el alumno no sólo se quede con la imagen perceptual sino que elabore operaciones y nociones a partir de aplicarle cuestionamientos a su producción geométrica. Es posible, en efecto mejorar considerablemente la capacidad del alumno para reproducir determinada figura, si se estudia con él, estudiar una figura significa aplicarle

una actividad, descomponerla, transportar longitudes superponiéndolas, medir aproximadamente los ángulos, contar los vértices, seguir los contornos etc. Es decir se trata de una verdadera reconstrucción interior y activa de la figura presentada exteriormente.

Si en algún equipo la construcción no responde al término cuadrilátero de la consigna que se había dado, es necesario propiciar la confrontación y diálogo entre los equipos para que sean los mismos alumnos los que modifiquen su construcción inicial o indagar cuales son los argumentos que les llevaron hacer tal o cual figura. El maestro también debe intervenir pero no para explicar la clase sino para introducir preguntas que transformen las producciones de las figuras geométricas en el Geoplano, e inciten a los alumnos a contestarlos, por ejemplo:

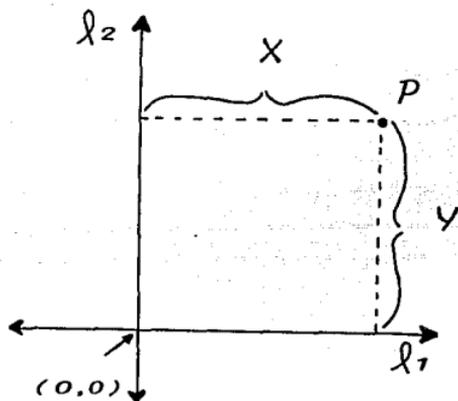
- 1.- ¿Por qué se le llamará cuadrilátero?
- 2.- ¿Cuántos lados debe tener? ¿Por qué?
- 3.- ¿Las medidas de sus lados son iguales?
- 4.- ¿Cuántos vértices tiene?
- 5.- ¿Cuántos ángulos tiene?
- 6.- ¿Aproximadamente cuánto medirán sus ángulos?
- 7.- ¿Qué figura obtenemos si movemos la liga de un vértice?
- 8.- ¿Qué será un vértice?
- 9.- ¿Cuántas diagonales salen de cada vértice?
- 10.- ¿Cuántas diagonales hay en total?
- 11.- ¿Cuántos vértices tendrá?
- 12.- ¿Si movemos el Geoplano cambia la figura?

Este análisis se podrá hacer con todas la figuras regulares (cuadrado, rectángulo, triángulo, trapecio, rombo, romboide, trapezoide, polígonos de diferente número de lados) o también con producciones que sean irregulares (estrellas, polígonos irregulares, figuras cóncavas, figuras convexas, etc.), partiendo del análisis se logrará que los alumnos interioricen las nociones y operaciones de las figuras geométricas que ellos construyan, y además van descubriendo las relaciones y propiedades de las figuras.

Para introducir el conocimiento de las coordenadas cartesianas es necesario utilizar el Geoplano como recurso pedagógico, sin embargo, es importante que al maestro le queden muy claros los conocimientos fundamentales de la Geometría Cartesiana manejados en el quinto grado que son universales y lo más interesante, deben ser construidos por los niños.

Al trazar un par de rectas (en general perpendiculares entre sí), éstas reciben el nombre de ejes coordenados, que se intersecan en un punto del plano tendrá un par de números y cada par de números tienen un punto del plano que está determinado por las

distancias de ese punto a cada una de las rectas, ejemplo:



"Al punto P se le asocian dos números denominados normalmente " X " y " Y ". " Y " es la distancia del punto P al eje l_1 , " Y " se llama "ordenada de P " y l_2 : eje de las ordenadas. " X " es la distancia del punto P al eje l_2 , " X " se llama abscisa de P y l_1 : eje de las abscisas. (52).

Utilizar el Geoplano como recurso pedagógico para representar punto del plano y plantear y resolver problemas geométricos lleva consigo la aceptación de una serie de convenciones que tiene en general validez universal, por ejemplo:

- 1.- El par de números asignados a cada punto es un par ordenado, que el primer número determina la abscisa y el segundo la ordenada.
 - 2.- Se asigna el origen de coordenadas el par $(0,0)$.
 - 3.- Los números positivos se colocan a la derecha o arriba del par $(0,0)$ y los negativos a la izquierda o abajo.
- 52.- DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS, Laboratorio de Psicomatemática. El Geoplano. Un recurso didáctico para explorar el mundo de la geometría elemental. México 1984. pp. 16-17.

4.- Para identificar cada punto del plano son suficientes dos números, aunque este último ya no es una convención.

En la escuela primaria los niños deben conocer y aceptar estas convenciones para llegar a utilizar este recurso, sin embargo, desde la Pedagogía Operatoria deben ser los propios niños los "inventores" de la "Geometría Cartesiana" y el que no sea el maestro quien enseñe o ejecute las operaciones efectivas ante una situación problemática, que los conocimientos matemáticos de Geometría no aparezcan como ideas geniales del producto de un solo hombre, sino, como "una respuesta histórica a problemas reales, que necesitó en muchos casos, largos años de evolución hasta llegar al estado actual, que son el resultado del trabajo de muchas personas o grupos, aunque, sólo conocamos el nombre del que finalmente le dió la forma más clara y concisa" (53).

Es importante fomentar la participación de los niños en la construcción de sus conocimientos, organizando actividades y discusiones a dos niveles de interacción: en equipos y colectivos, es decir, que los alumnos confronten sus opiniones y lleguen a conclusiones del tema.

No es fácil abordar el tema de la Geometría Cartesiana no sólo porque transforma problemas geométricos en problemas aritméticos, sino que también involucra problemas algebraicos resueltos con métodos geométricos. La pretensión de estudiar en la escuela primaria Geometría Cartesiana es el de ofrecer temas simples, interesantes, entretenidos y a partir del uso del Geoplano intentar proporcionar otro recurso para estudiar en relación la Geometría y la Aritmética.

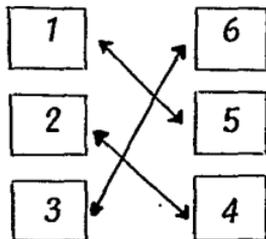
Es una investigación realizada por el Departamento de Investigaciones Educativas titulada "El Geoplano. Un recurso didáctico para explorar el mundo de la geometría elemental" aparece la "Descripción de la secuencia" de 10 clases desarrolladas en el quinto grado -dos grupos pertenecientes al Centro de Educación Preescolar y Primaria del Sindicato de Trabajadores de la Universidad Nacional Autónoma de México "CEPPST UNAM", dicha secuencia ilustra con claridad los problemas geométricos y aritméticos a los que se enfrentan los niños de la escuela primaria. "En el tema que nos ocupa, la situación problema elegida consiste en construir el lenguaje cartesiano a partir de la tarea de transmitir un mensaje describiendo una figura ya realizada en un geoplano, para que otros niños o equipo la reproduzca". (54).

Consigna: "Cada equipo va a construir una figura en el geoplano con una sola tija, una vez construido va a escribir un mensaje que se pueda decir por teléfono y se lo van a mandar a otro equipo para que puedan reproducir la figura. Si los dos equipos, el emisor y el receptor logran efectuar la tarea, es decir, sus figuras coinciden, ambos ganan un punto".

53.- DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS. Laboratorio de Psicomatemática. *El Geoplano...* p. 19

54.- *Ibidem*. Op. Cit. pp. 20-29.

El intercambio de mensajes, se realiza en la siguiente forma:



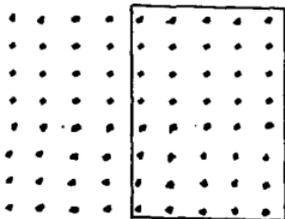
Los números corresponden a los números de cada equipo.

Desarrollo.

Las primeras figuras que aparecen son muy complicadas: estrellas de muchos picos, barcos, etc. La consigna de redactar los mensajes impulsa a simplificar las figuras y aparecen entonces mensajes como estos:

- 1.- "Equipo 4" "Primero de un lado deja 4 cuadritos y los 4 que te sobran ponles la tija y luego cuenta 8 cuadritos para arriba y te sale la figura" Angélica, Rosa, Arturo, Zila.

Esta es la figura cuya descripción se envía como mensaje al equipo 2.

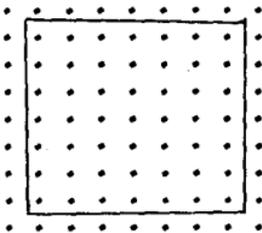


En el momento de la confrontación el equipo 2 que recibió el mensaje, logró reproducir la figura del equipo 1, sin embargo argumenta "que no se entiende bien".

- 2.- El equipo 5 manda el siguiente mensaje al equipo 1.

"El cuadro que van a hacer es de 6 cuadrillos \times 6 cuadrillos, para empezar saltense un cuadro en todas las orillas y ya pueden empezarlo".

Esta es la figura cuya descripción se envía como mensaje al equipo 1.



El equipo 1 justificó su error diciendo que el mensaje no era correcto, debería decir: "saltar una hilera en cada orilla".

- 3.- El equipo 3 al mandar su mensaje al equipo 6, escribe los siguientes: "Del lado de abajo cuenta tres cuadros de derecha a izquierda, en el tercer cuadro pon la liga y de los dos lados del tercer cuadro extiendes la liga medio cuadro de cada lado, das la vuelta un cuadro a la derecha, subes medio cuadro a la derecha y medio cuadro a la derecha izquierda. Luego pones la liga al lado izquierdo, un cuadro, subes, medio cuadro a la izquierda, cuenta un cuadro y bajas 2 cuadros a la mitad".

Como se puede apreciar con este último mensaje que no fue "simplificado" y no pudieron interpretarlo correctamente para ser reproducido en el Geoplano, se demuestra que el uso del Geoplano en forma sistemática y permanente puede, incluso, favorecer el aprendizaje del Español logrando que sea un pretexto para que los niños puedan crear redacciones menos confusas y más certeras.

Los ejemplos de los ejercicios anteriores muestran que tanto la interpretación de los mensajes como su redacción causan una problemática profunda en los niños, sin embargo, a través de confrontar las opiniones de los equipos también se nota que intentan desde su lógica infantil justificar sus respuestas iniciando sus propias construcciones del conocimiento de la Geometría Cartesiana.

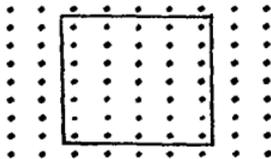
También los anteriores ejercicios revelan aspectos importantes del proceso de construcción que hacen los niños para lograr la comprensión específicamente de coordenadas cartesianas.

Los problemas geométricos que se pueden solucionar con la ayuda del Geoplano, entre otros, son: cálculo de perímetros, cálculo de áreas, reproducciones geométricas, coordenadas cartesianas, análisis de fórmulas matemáticas y problemas aritméticos, que se resuelven a partir de la geometría cartesiana.

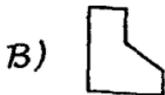
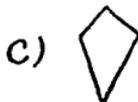
En las actividades que siguen trataremos de mostrar la enorme utilidad del Geoplano, como recurso pedagógico, por la efectiva construcción del conocimiento matemático por los niños de la escuela primaria.

Para abordar los conceptos de "área de la superficie" y el de "unidad de medida de áreas" se recomiendan ejercicios como el que sigue:

"Construye en tu Geoplano un cuadrado como éste".



Cuando lo hayas representado en tu Geoplano lo vas a cubrir con figuras como éstas: de tal modo que quede totalmente cubierta la superficie del cuadrado.



Se les pueden proporcionar ya recortadas en cartulina las figuras que van a cubrir la superficie del cuadrado o se les entrega media cartulina para que ellos mismos las hagan, de las medidas (A, B, C, D) y después registren en una tabla, el número de figuras necesario para cubrir todo el cuadro de su Geoplano; en caso de no ser cubierto porque los niños argumenten: "es que no se puede tapar todo el cuadro porque quedan huequitos", entonces, se les dice que registren el número más aproximado.

Una vez que se ha realizado la actividad con el cuadrado, se inicia otra parecida; empero, utilizando otra figura diferente a la del cuadrado (un rectángulo, un trapecio, un triángulo etc.), cuando se hayan realizado dos ejercicios de dos figuras diferentes, por ejemplo: un cuadrado y un rectángulo se les pregunta acerca de la experiencia realizada de tal manera que el maestro pueda dirigir una discusión colectiva y lograr que sean los niños quienes realicen efectivamente las operaciones e interiorizaciones necesarias para construir el conocimiento geométrico. Las preguntas se pueden ampliar desde la experiencia del maestro o incluso pueden surgir de los mismos niños.

La explicación de los ejercicios anteriores sólo constituyen ejemplos de las enormes posibilidades de aprendizaje para que sean los niños quienes con acierto y errores construyan el conocimiento lógico-matemático, en la escuela primaria.

NUESTRA EXPERIENCIA.

Utilizando el Geoplano los alumnos del quinto grado lograron construir figuras geométricas y lo más importante fue la intensa actividad intelectual por parte de los niños. En la interpretación de la consigna "construye un cuadrilátero" varias producciones de los niños reflejaban lo que entendían por cuadrilátero.

Hubo producciones desde: cuadrados, rectángulos, triángulos, trapecios, rombos e incluso figuras irregulares. Al hacer el análisis de las figuras en el caso del triángulo, el niño explicó que las figuras planas eran cuadriláteros y por eso el había hecho un triángulo, otros niños no estuvieron de acuerdo y argumentaron que un cuadrilátero debía tener "todos los cuatro lados iguales", algunos opinaron que no necesariamente debían ser iguales los lados y que por eso habían construido rectángulos, rombos, y trapecios. La idea del diálogo entre los niños es con la finalidad de que no se quedan con la imagen perceptual sino que elaboren operaciones y nociones a partir del cuestionamiento a sus producciones. Es decir, que se trate de una verdadera reconstrucción interior y activa de la figura construida. Por ejemplo. El alumno que construyó un triángulo, propiciamos la confrontación y el diálogo con todos sus compañeros de clase:

- 1.- ¿Cómo supiste que es un cuadrilátero?
- 2.- ¿Todos los triángulos serán cuadriláteros?
- 3.- ¿Cuántos lados deben tener los cuadriláteros?
- 4.- ¿Las medidas de sus lados deberán ser iguales?
- 5.- ¿Qué entiendes por vértices?

6.- ¿Cuántos vértices debe tener un cuadrilátero?

Es muy importante comprobar como los niños van construyendo los conceptos arriba mencionados porque los van interiorizando y se dan cuenta a partir de la observación de otras figuras o de las posibles transformaciones que se le pidan hacer a sus producciones en el Geoplano.

En definitiva, el niño no solo debe reproducir la figura en el Geoplano, sino, que también debe aplicarle múltiples transformaciones, descomponerla, reelaborarla, a partir de los cuestionamientos que surjan en el análisis de su figura, en los comentarios de sus propios compañeros o incluso en las comparaciones de la totalidad de construcciones que se hayan realizado dentro del aula escolar.

La experiencia que tuvimos al dejar que los niños fueran los propios inventores de estas convencionalidades nos ha convencido que si los alumnos son los que ejecutan las operaciones finalmente podrán ir construyendo sus conocimientos como respuesta a las necesidades de solucionar situaciones problemáticas. Por ejemplo: representar en alguna parte de su Geoplano un cuadrado y después mandar un mensaje con la información exacta, para que otro equipo lo pudiera reproducir en el Geoplano. Estas actividades generaron muchas confusiones ya que al momento de redactar el mensaje este no era claro.

Los mensajes de los equipos más o menos estaban redactados con las mismas confusiones y equívocos. Por ejemplo "cuenta 5 clavos a la derecha después subes 5 clavos y amarras la liga después a la izquierda cuentas otros 5 clavos y ya te salió la figura". Después de varias semanas de trabajo llegamos a la conclusión de que para poder reproducir las figuras correctamente deberíamos ponernos de acuerdo en lo siguientes:

- 1.- El Geoplano debería estar dividido por líneas en cuartos, es decir dos líneas de color diferente: una línea roja verticalmente que divida al Geoplano en dos partes; otra línea azul horizontalmente que divida en dos partes iguales también al Geoplano (abscisas y ordenadas).
- 2.- El cruce de las dos líneas se llamaremos origen o punto de partida (origen de coordenadas 0,0).
- 3.- Asignaremos números a partir del origen, por lo tanto a la derecha y arriba estarán los números positivos y a la izquierda del origen y abajo registraremos a los positivos colocando una rayita arriba del numeral.
- 4.- Siempre se empezará a contar a partir del origen y el primer número de las coordenadas lo representaremos en la línea azul (eje de las abscisas) y el segundo en la línea roja (eje de las ordenadas).

Estas reglas facilitaron no sólo el que los niños pudieran interpretar los mensajes sino que realmente estaban ellos construyendo sus conocimientos en cuanto a la Geometría Cartesiana.

Los objetivos que pretendíamos alcanzar a lo largo del curso fueron:

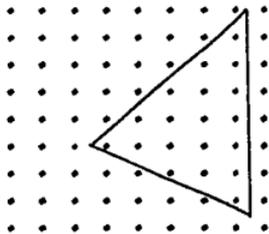
- 1.- Análisis de figuras Geométricas.
- 2.- Comprensión de las Coordenadas Cartesianas.
- 3.- Resolver problemas de Geometría.

Los ejercicios que desarrollaron los alumnos a lo largo del curso fueron muy variados, sin embargo, se pueden ejemplificar algunos para mostrar que los niños con acierto y equívocos son los que construyen el conocimiento lógico-matemático. Por ejemplo: utilizando el Geoplano construyen un cuadrado, de 5 cuadros por 5 cuadros, una vez que se ha construido se hace un análisis de la figura:

- 1.- ¿Cuántos cuadrados forman el área de la figura?
- 2.- ¿Qué operación utilizaste para conocer el área?
- 3.- ¿Cómo obtenemos el perímetro?
- 4.- ¿El perímetro y área son iguales?
- 5.- ¿Por qué?
- 6.- ¿Si divides a la mitad el cuadrado qué figura obtienes?
- 7.- ¿Si pones una liga diagonal qué figuras obtienes?

Las respuestas a estas interrogantes variaron bastante y en el caso de la pregunta 1, algunos contestaron que no sólo contaban los cuadrados que estaban dentro de la figura sino también la que estaba en el contorno (ven múltiples relaciones), otros argumentaron que el contorno no formaba parte del área sino que era el perímetro y área argumentando que no se podían separar porque desaparecía la figura o la forma que estuviéramos analizando. En la pregunta 2 muy pocos utilizaron la multiplicación para saber la cantidad, muchos alumnos contaron de cuadro en cuadro para saber la cantidad, otros lo hicieron sumando las columnas (la primera tiene $5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$ cuadrados). La pregunta número 3 propició comentarios encontrados, ya que para algunos obtener el perímetro era contar el número de clavos que habla alrededor del cuadrado y para otros lo que se tenía que contar era el espacio de un clavo al otro. En la pregunta número 4 todos coincidieron que eran diferentes, sin embargo, no pudieron justificar su respuesta. Las dos últimas preguntas contestaron acertadamente. Como se puede notar los alumnos podían encontrar varias relaciones en las figuras y no todas coincidían con sus puntos de vista.

En otro ejercicio donde se les pedía a los niños que construyeran un triángulo recto en su Geoplano, se obtuvieron los siguientes resultados. Ejemplo: construye un triángulo de 6 cuadros de altura por 4 cuadros de base. Al reproducir la figura no todos lograron construir un triángulo recto. Algunos produjeron efectivamente, triángulos, pero no correspondían exactamente a un triángulo de 90 grados. Por ejemplo:



Las preguntas que sirvieron de base para realizar el análisis de las producciones fueron las siguientes:

- 1.- ¿Por qué se le llama triángulo recto?
- 2.- ¿Cuánto medirá el ángulo recto?
- 3.- ¿Cuántos lados tiene la figura?
- 4.- ¿Cuántos vértices tiene la figura?
- 5.- ¿Todos los ángulos son rectos?
- 6.- ¿Cuánto medirá su perímetro?
- 7.- ¿Cómo le hiciste para calcular su perímetro?
- 8.- ¿Cómo calcularíamos su área?
- 9.- ¿Cuántos cuadrados se forman con la superficie?
- 10.- ¿Cuántos triángulos se forman con la superficie?

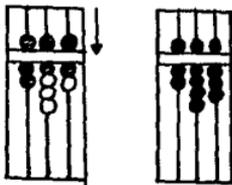
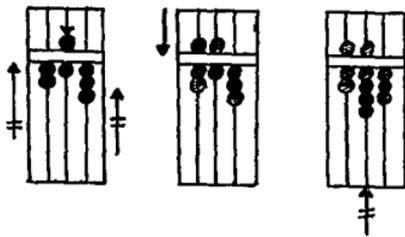
Las preguntas se contestaron colectivamente y en la primera muchos respondieron "porque forman un ángulo recto". En la segunda pregunta se dió un debate, ya que algunos dijeron que ahí en el Geoplano el ángulo recto medía 6 cuadrados, otros dijeron que la pregunta no estaba bien redactada y no se entendía. Todos coincidieron en

nombrar 3 lados de la figura. En el concepto de vértice algunos dijeron que como era una sola línea no tenía vértice aunque tuviera tres lados, muchos niños no aceptaron este argumento porque dijeron que al hacer una figura siempre aparecían los vértices. Manifestaron que no necesariamente todos los ángulos serían rectos. Los problemas mayores se dieron en la forma de calcular la superficie del triángulo, ya que sólo 3 alumnos de los 32 se acordaron de aplicar la fórmula "Base por altura entre dos" y aun así no estaban seguros de sus resultados. Los anteriores ejemplos constituyen, pues, una evidencia muy clara que para poder construir los conocimientos de la Geometría el alumno necesita manipular, transformar y ejecutar una actividad en un objeto concreto, como lo es el Geoplano.

A N E X O S

ANEXO No. 1

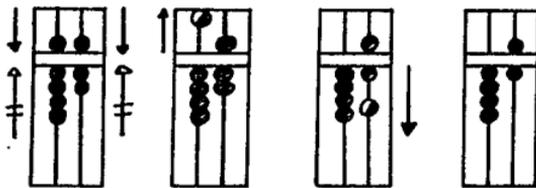
- Para sumar: $263 + 535 = 798$
- Escribe 263. El 2 con el dedo pulgar en la columna de las centenas, el 6, con un movimiento simultáneo del índice y el pulgar en el de las decenas y el 3 con el pulgar en el eje de las unidades.
- Para sumar cinco centenas, baje la cuenta superior del eje correspondiente con el dedo índice.
- Para sumar tres decenas, suba tres cuentas inferiores con el pulgar en la columna central.
- Para sumar cinco unidades, añada la cuenta superior del eje de la derecha utilizando el dedo índice.



● RESULTADO 798

A N E X O No. 2

- Para restar: $97 - 51 = 46$
- Escribe 97. El 9 en la columna de las decenas y el 7 en la de las unidades, ambos con un movimiento simultáneo del índice y el pulgar.
- Para restar cinco decenas, cancele la cuenta superior de la columna de las decenas con el dedo índice.
- Para restar uno, cancele una cuenta inferior en la columna de las unidades, con el dedo índice.
- Respuesta 46.



● RESULTADO 46

A N E X O No. 3

VALOR Y MOVIMIENTO DE LAS CUENTAS.



Cuenta con valor.

Cuenta sin valor.

Cuenta escrita con anterioridad.

Cuenta que se ha cancelado.

Cuenta movida hacia arriba por el índice.

Cuenta movida hacia abajo por el índice.

Movimiento del dedo pulgar.

Cuenta superior con valor, movida con el índice.

3 cuentas inferiores con valor, movidas por el pulgar.

Cuenta sin valor.

3 cuentas escritas con anterioridad.

1 cuenta cancelada por el índice.

1 cuenta sin valor.

CONCLUSIONES

- El niño que cursa el quinto grado de la escuela primaria (10-11 años) se ubica, de acuerdo con los períodos de la Psicología Genética de Piaget, en el Período de las "operaciones concretas" (entre los 7 y los 11 años).
- El niño, en esta etapa, tiene que recurrir, aun, a objetos concretos y, a través de las acciones que realiza sobre ellos, puede llegar a construir conceptos, nociones y operaciones.
- Algunas nociones importantes en el período de las operaciones concretas son: la clasificación, la seriación y la noción de conservación de número.
- Los niños necesitan manipular, observar, transformar y ejecutar actividades con objetos concretos para que logren captar las nociones y operaciones, constituyéndose en elementos de su pensamiento.
- El conocimiento debe ser entendido como un proceso de construcción que supone la organización de nociones y operaciones que no puede ser directamente transmisible como algo dado o acabado.
- La construcción de las nociones, operaciones y estructuras anteriores servirá, precisamente, de soporte del aprendizaje, para que el niño pueda llegar a la generalización del conocimiento.
- Los contenidos y aprendizajes que no se basen en la etapa o período del desarrollo del pensamiento infantil, sólo estarán rígidamente impuestos y ligados estrechamente al contexto en el que fueron aprendidos y, por lo tanto, no estarán verdaderamente integrados al universo de posibilidades de actuación del individuo.
- El aprendizaje debe ser constructivo, porque de no serlo, el conocimiento que surja de él no podrá ser generalizable a situaciones nuevas.
- El valor del aprendizaje lógico-matemático no debe limitarse al ámbito escolar, debe trascenderlo.
- El conocimiento lógico-matemático requiere para su construcción de experiencias con objetos físicos (manipulación).
- El Abaco y el Geoplano tienen en la actualidad una aplicación especial en la actividad operatoria de los ciegos y débiles visuales; sin embargo, podemos afirmar que su aplicación se puede extender al campo pedagógico del nivel de la escuela primaria.
- Las actividades con estos recursos pedagógicos consolidan el trabajo en equipo, donde la cooperación y puntos de vista diferentes son esenciales para evitar las contradicciones, el egocentrismo y tener un pensamiento móvil y coherente.
- El trabajo con el Abaco y el Geoplano evita la formación de hábitos rígidos de pensamiento y son los niños quienes descubren y construyen el conocimiento lógico-matemático. Se eliminan las clases verbalistas y se propicia el trabajo reflexivo.

Pueden deducir sus propios aprendizajes a partir de la manipulación de estos recursos pedagógicos.

- La aplicación del Ataco y el Geoplano, en los programas de Matemáticas de la escuela primaria, favorece la construcción de conocimientos lógico-matemáticos.

- El maestro debe convertirse en el intermediario entre el pensamiento del niño y la realidad, y ello lo consigue observando, primero, cual es la forma de pensar de éste y, luego, creando situaciones de contraste destinadas a engendrar contradicciones que el niño pueda sentir como tales y que le inciten a encontrar una mejor solución.

BIBLIOGRAFIA

- AEBLI, Hans. Una Didáctica Fundada en la Psicología de Jean Piaget. Buenos Aires, Argentina 1987. Editorial Kapeluz. 190 páginas.
- COMENIO, J. A. Didáctica Magna. México, 1982. Editorial Porrúa. 214 páginas.
- DELVAL, Juan. Crecer y Pensar. La construcción del conocimiento en la escuela. Barcelona, 1985. Editorial Laia. 383 páginas.
- DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS. El Sistema Numérico Decimal y las Operaciones Aritméticas. Programa experimental de enseñanza de la matemática. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I. P. N. México, 1980. 22 páginas.
- DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS. Laboratorio de Psicomatemática. El Geoplano, Un recurso didáctico para explorar el mundo de la geometría elemental. CINVESTAV. México, 1984. 98 páginas.
- DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS, Laboratorio de Psicomatemática. Descubriendo las fracciones. CINVESTAV. México, 1984. 30 páginas.
- DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS. Laboratorio de Psicomatemática. Los cuadriláteros y sus diagonales. CINVESTAV. México, 1986. 42 páginas.
- DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS. Laboratorio de Psicomatemática. La Multiplicación. Las máquinas que multiplican y los arreglos rectangulares. CINVESTAV. México, 1984. 75 páginas.
- DICCIONARIO ENCICLOPÉDICO DE EDUCACION ESPECIAL. Tomo I. México. 1990. Editorial Santillana. páginas 33-35.
- FLAVELL, H. Jhon. La Psicología Evolutiva de Jean Piaget. Editorial Paidós. Buenos Aires. páginas 105- 185.
- KAMII, Constance. El número en la Educación Preescolar. Editorial Aprendizaje-Visor, Madrid, España, 1985. 96 páginas.

- LABINOWICZ, Ed. Introducción a Piaget. Pensamiento-Aprendizaje-Enseñanza. México, 1988. Editado por Sistemas Técnicos de Edición. 309 páginas.
- MORENO, Montserrat. Pedagogía Operativa. Un enfoque Constructivista de la Educación. Barcelona, 1986. Editorial Laia. 365 páginas.
- MORENO, M. y SASTRE, G. Descubrimiento y Construcción de Conocimientos. Una experiencia de pedagogía operativa. Barcelona, 1980. Editorial Gedisa. 270 páginas.
- OÑATIVIA, Oscar V. Método Integral para el Aprendizaje de la Matemática Inicial. Buenos Aires, Argentina. 1983. Editorial Guadalupe. 190 páginas.
- PIAGET, Jean. El nacimiento de la inteligencia en el niño. México, 1990. Editorial Grijalbo. 400 páginas.
- PIAGET, Jean. Introducción a la Epistemología Genética. Buenos Aires, Argentina. Editorial Paidós, 1975. Vol. I El Pensamiento Matemático. 312 páginas.
- PIAGET, Jean. et. al. La Enseñanza de las Matemáticas Modernas. Madrid, España. 1980. Editorial Alianza Universal. 401 páginas.
- PIAGET, Jean. La formación del símbolo en el niño. México, 1987. Editorial Fondo de Cultura Económica. 404 páginas.
- PIAGET, Jean. La Toma de Conciencia. Madrid, España. 1985. Editorial Morata. 286 páginas.
- PIAGET, Jean. Psicología y Pedagogía. México, 1987. Editorial Ariel. 208 páginas.
- PIAGET, Jean. Problemas de Psicología Genética. México 1988. Editorial Ariel. 198 páginas.
- PIAGET, Jean. Psicología de la Inteligencia. Buenos Aires, Argentina. 1987. Editorial Psique. 192 páginas.
- PIAGET, Jean. y B. Inhelder. Psicología del niño. Madrid, España. 1984. Editorial Morata. 173 páginas.

VERGNAUD, Gérard. El niño, las Matemáticas y la Realidad, Problemas de la Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria. Editorial Trillas, México, 1991. 275 páginas.

Material Bibliográfico de la Secretaría de Educación Pública:

- S.E.P. Apuntes para una Aproximación al Conocimiento de la Psicología Genética de Jean Piaget. México, 1988. 40 páginas.
- S.E.P. Estrategias Pedagógicas para Niños de Primaria con Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas. Fascículo 1. El Sistema Decimal de Numeración. México, 1987. D.F.E.E. 186 páginas.
- S.E.P. Estrategias Pedagógicas para Niños de Primaria con Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas. Fascículo 2. Problemas y Operaciones de Suma y Resta. México, 1987.
- S.E.P. Guía Didáctica para el uso del Abaco en Educación Especial. México, 1985. D.G.E.E. 198 páginas.
- S.E.P. Libro para el Maestro. Quinto Grado. México, 1988. 298 páginas.
- S.E.P. Matemáticas. Quinto Grado. México, 1988. 285 páginas.
- S.E.P. El Método Clínico: Un apoyo en la Introducción Maestro-Alumno. México, 1988. D.G.E.E. 81 páginas.
- S.E.P. Programa para la Modernización Educativa 1989-1994. Programas Vigentes de Educación Primaria, Ajustados. Quinto Grado. México, 1991. 32 páginas.