



13  
2ej-  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

" MODELO DE UN SISTEMA DE CONTROL  
DE TEMPERATURA "

TESIS DE LICENCIATURA

que para obtener el titulo de

F I S I C O

p r e s e n t a :

MARIO FRANCISCO GONZALEZ CARDEL

Asesor:

M. en C. JOSE LUIS PEREZ SILVA

MEXICO, D. F.,

1992

FALLA DE ORIGEN



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

INTRODUCCION	I
I SISTEMA DE CONTROL DE TEMPERATURA.	1
1.1 Sistema de contro de temperatura.	1
1.2 Descrpcion del circuito asociado al sistema.	3
1.3 Funcionamiento del sistema de control.	8
II MODELO MATEMATICO.	11
2.1 Proceso de Enfriamiento.	11
2.2 Proceso de Calentamiento.	17
2.3 Proceso de Lavado	31
III TRANSDUCTOR DE TEMPERATURA Y SOFTWARE EMPLEADOS	40
3.1 Sensor de Temperatura.	40
a) Construcción.	40
b) Evaluación.	41
I) Función de Transducción.	41
II) Linealidad.	43
III) Tiempo de Respuesta.	43
IV) Resultados.	46
V) Programación.	46
3.2 Programa utilizado para obtener la función de Transducción.	48

3.3 Programa empleado para determinar el tiempo de respuesta del diodo.	50
3.4 Programa utilizado para muestrear la temperatura y calcular la derivada numérica.	50
IV CONCLUSIONES.	55
4.1 Cálculo de la Potencia Eléctrica Mínima.	55
4.2 Tiempo de Control.	58
4.3 Tipo de Control.	59
4.4 Desviaciones del Modelo.	61
BIBLIOGRAFIA.	62

## INTRODUCCION

Para la observación de algunos fenómenos, se requiere de instrumentación adecuada y precisa. En el desarrollo de esta instrumentación se hace necesario controlar diversos factores, un ejemplo de ellos es la temperatura.

En este trabajo se propone un modelo matemático, que describe y predice el comportamiento de un sistema electrónico de medición y control de temperatura, utilizado para controlar la temperatura del líquido de lavado de la cámara de medición de un analizador enzimático sensible a glucosa. El líquido es calentado dentro de un cilindro de aluminio, al cual se le practicó un barreno axial a través del cual circula el líquido, dentro de este barreno se colocó una hélice de aluminio, la cual está en contacto térmico con el cilindro, con el propósito de provocar turbulencia en el flujo.

El sistema es del tipo ON-OFF y utiliza como elemento sensor un alambre de cobre, caracterizado previamente, utilizando como parámetro termométrico su resistencia, cuya sensibilidad es de  $0.0026 \Omega/^{\circ}\text{C m}$ , equivalente a un coeficiente térmico de  $0.004 ^{\circ}\text{C}^{-1}$ . Dicho alambre se encuentra enrollado sobre un cilindro de aluminio a través del cual circula el líquido, de forma que nunca está en contacto directo con él. El cilindro es calentado con un par de resistencias, también de alambre de cobre, y un par de transistores tipo Darlington, montados sobre el cilindro.

La resistencia sensora se encuentra en una de las ramas de un puente tipo Wheatstone; en la otra rama se encuentra una resistencia pre-ajustada, de tal forma que la caída de potencial a través de ella corresponde a la temperatura de control. Haciendo

el análisis del puente por leyes de Kirchoff se encuentra que la caída de potencial en la resistencia sensora no es lineal, pero se puede aproximar a un modelo lineal, utilizando el método de mínimos cuadrados en el intervalo de interés.

Estas dos caídas de potencial son comparadas por un amplificador operacional, el cual conecta o desconecta los transistores y las resistencias calefactoras para subir o permitir el descenso de la temperatura.

Para calibrar el sistema y desarrollar el modelo se utilizó un diodo de señal, previamente caracterizado utilizando como parámetro termométrico su resistencia, el cual se introdujo en el seno del líquido y se obtuvieron las curvas de calentamiento, lavado, enfriamiento y control, muestreando la resistencia del diodo con un sistema de adquisición de datos por computadora.

Se obtuvo la curva de calentamiento y se calculó el producto de su derivada temporal por la capacidad calorífica del sistema, encontrándose así la potencia eléctrica efectiva aplicada al sistema, considerándolo como un sistema cerrado.

Para la curva de enfriamiento se supuso un modelo de resistencia térmica y capacidad calorífica

$$\text{Potencia} = \frac{T_f - T_i}{RC}$$

y partiendo de:

$$\Delta Q = \int_0^t ( \text{Potencia} ) dt$$

Se llega a una ecuación diferencial que tiene como solución una función exponencial decreciente que coincide con la curva experimental de enfriamiento.

Para determinar la potencia necesaria para controlar la temperatura del líquido en movimiento durante el proceso de lavado, se midió el flujo y conociendo la capacidad calorífica del líquido y su temperatura inicial, se calculo la potencia que pierde el sistema debido al flujo:

$$\text{Potencia} = \Delta TFC$$

donde  $\Delta T$  es el incremento de temperatura,

$F$  es el flujo,

$C_p$  es el calor específico del líquido.

Para modelar el proceso de control a la temperatura deseada se consideraron simultáneamente las tres funciones (potencia eléctrica, potencia disipada al medio y la potencia perdida por el flujo), para poder así, hallar la ecuación que describe el comportamiento del sistema.

Con este modelo y los parámetros determinados se logró conocer y tener un mayor control sobre los factores que afectan al sistema, logrando así mayor eficiencia.

## CAPITULO I

### SISTEMA DE CONTROL DE TEMPERATURA

#### RESUMEN

Con el propósito de darle mayor comprensión a este trabajo, se presenta en este capítulo la descripción física del sistema de control de temperatura, el cual debe medir y controlar la temperatura de un líquido que circula a través de él.

Se hace también una descripción de las formas en que pierde o gana calor, partiendo de un análisis de potencia.

Se describe por separado el circuito electrónico del sistema de control, por ser el punto de partida del modelo desarrollado.

#### 1.1 SISTEMA DE CONTROL DE TEMPERATURA.

El sistema consiste de un cilindro de aluminio comercial. Se decidió hacerlo en este material debido a su alta conductividad térmica ( $211 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ ). El cilindro cuenta con una longitud de 17.2 cm, y un diámetro de 3.9 cm. Con el fin de que el líquido circule a través de él, se le practicó un barreno axial de diámetro 1.44 cm a todo lo largo; su masa total es de 479.14 gr.

Dentro del cilindro se pueden almacenar y calentar  $25 \text{ cm}^3$  de líquido, los cuales se consumen a razón de  $0.2 \text{ ml/s}$  en periodos de 50 segundos.

Con el propósito de homogeneizar la temperatura del líquido, dentro del cilindro, se introdujo una lámina de aluminio en forma de hélice, la cual provoca turbulencias en el flujo.

El cilindro cuenta con tres resistencias de alambre enrolladas sobre él, dos de las cuales son de alambre de cobre calibre 30, y actúan como resistencias calefactoras; la tercera está hecha de alambre de cobre calibre 43 y, utilizando como

parámetro termométrico su resistencia, se usa como sensor de temperatura. Estas resistencias se encuentran aisladas eléctricamente del cilindro por una capa muy delgada de papel, embebido en grasa de silicio, con el fin de permitir el contacto térmico.

El sistema cuenta además con dos transistores de potencia (TIP 122 DARLINGTON), colocados sobre el cilindro y a cada uno de sus lados, (ver figura 1.1), los cuales disipan su calor hacia el cilindro con lo que se eleva la temperatura del líquido, para que salga a la temperatura que se desea controlar.



Figura 1.1 Cilindro calefactor

## 1.2 DESCRIPCION DEL CIRCUITO ASOCIADO AL SISTEMA.

El elemento sensor es un alambre de cobre de calibre 43 AWG cuya resistencia es de  $7.02 \Omega/\text{m}$  a  $20^\circ\text{C}$ .

Para determinar la función de transferencia del alambre, se tomaron 3 m de alambre y se le soldo a cada extremo un cable de 10 cm de longitud; se enrolló el alambre sobre el forro de los cables, se cubrió con resina epoxica y se dejó secar. En los extremos libres se conectó un multímetro.

Introduciendo el alambre junto con un termómetro en agua, se midió su resistencia y la temperatura del agua, mientras ésta subía hasta la ebullición.

Se obtubieron los siguientes valores de temperatura y resistencia:

T ( $^\circ\text{C}$ )	R ( $\Omega$ )
21	22
22	22.1
25	22.3
26	22.4
28	22.6
29	22.7
30	22.8
31	22.9
33	23
36	23.3
38	23.4
39	23.6
40	23.7
41	23.8
43	23.9
44	24
46	24.1
47	24.1
48	24.2
52	24.3
53	24.7
56	24.8
60	25.1
63	25.3
65	25.4
66	25.6
67	25.7
71	25.8
74	26.5
75	26.7
78	26.8

T (°C)	R (Ω)
81	26.9
82	27
84	27.1
86	27.3
88	27.4
90	27.6
91	27.7
92	27.8
93	27.9

haciendo un ajuste por mínimos cuadrados se obtiene la ecuación:

$$R = (0.0807 \pm 7.6512 \times 10^{-4}) T + (20.3459 \pm 4.6105 \times 10^{-2}) \quad (1)$$

con una  $r^2 = 0.9966$  y no linealidad del 1.2 % (Ver fig. 1.2).

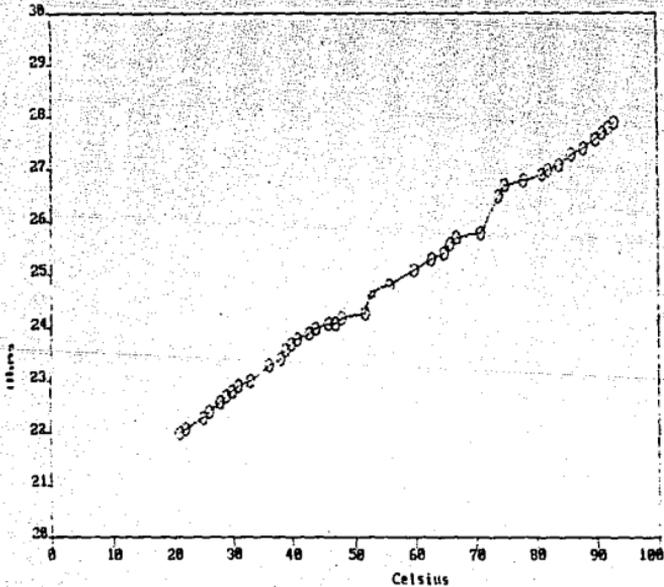


Figura 1.2 Gráfica de linealidad de la resistencia sensora.

Podemos observar que la variación es de  $0.08 \Omega/^{\circ}\text{C}$ , pero este valor está relacionado con el valor de la resistencia a  $0^{\circ}\text{C}$ , por lo tanto determinamos su coeficiente térmico,

$$\alpha = \frac{m}{b} = \frac{0.08}{20.34} = 0.004 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad (2)$$

Su resistencia en función de la temperatura puede aproximarse con desviaciones equivalentes menores a  $0.1^{\circ}\text{C}$  mediante la relación:

$$R=R_0(1+\alpha T) \quad (3)$$

donde  $\alpha$  es el coeficiente térmico. ( $0.004 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ )  
 $T$  es la temperatura.  
 $R_0$  es la resistencia a  $0^{\circ}\text{C}$ .

El circuito se muestra en la figura 1.4. Como puede observarse cuenta con un amplificador operacional LM301AN conectado como comparador. Esta comparación se hace entre los voltajes en los extremos de  $R_r$  y  $P_r1$ , donde  $R_r$  es la resistencia sensora. Esta resistencia se encuentra enrollada sobre el cilindro y por tanto en contacto térmico con él, por lo que la resistencia varía con la temperatura del cilindro.  $P_r1$  es una resistencia variable (preset), que se calibra previamente a un voltaje igual al voltaje en el extremo de  $R_r$  a la temperatura de control.

Ambas resistencias se encuentran colocadas en las ramas de un puente (ver figura 1.4), de forma que las caídas de potencial en las resistencias (sensora y  $P_r1$ ), son comparadas por el amplificador operacional.

El comportamiento de la caída de potencial en la resistencia sensora no es lineal con la temperatura. Haciendo el análisis para la rama que la contiene podemos ver lo siguiente:

$$R(r) = mT + R_0 = R_0(1 + \alpha T) \quad (4)$$

$$R(\tau) = 727.27(1 + 0.004T) = 2.9090T + 727.27 \quad (5)$$

por lo tanto el voltaje esta dado por:

$$V(\tau) = I(\tau)R(\tau) = \frac{V}{2200 + R(\tau)} R(\tau) \quad (6)$$

$$V(\tau) = \left\{ \frac{15}{2200 + 2.9090T + 727.27} \right\} 2.9090T + 727.27 \quad (7)$$

$$V(\tau) = \left\{ \frac{10909.09 + 43.635T}{2927.27 + 2.9090 T} \right\} \quad (8)$$

función que obviamente no es lineal.

Tabulando esta función entre 0 y 100 °C se tienen los siguientes datos:

T (°C)	V (V)
0	3.992589
2.564103	3.993349
5.128206	3.994109
7.692308	3.99487
10.25641	3.99563
12.82051	3.99639
15.38462	3.99715
17.94872	3.997909
20.51282	3.998669
23.07692	3.999428
25.64103	4.000188
28.20513	4.000948
30.76923	4.001707
33.33334	4.002466
35.89744	4.003225
38.46154	4.003984
41.02564	4.004743
43.58975	4.005501
46.15385	4.006261
48.71795	4.007019
51.28205	4.007777
53.84616	4.008536
56.41026	4.009294
58.97436	4.010052
61.53847	4.01081
64.10257	4.011568
66.66667	4.012326
69.23078	4.013084
71.79488	4.013841
74.35898	4.014598

T (°C)	V (V)
76.92308	4.015356
79.48718	4.016113
82.05129	4.016871
84.61539	4.017628
87.17949	4.018385
89.74359	4.019142
92.30769	4.019899
94.87179	4.020655
97.4359	4.021412
100	4.022168

usando el método de mínimos cuadrados ajustamos una línea recta, y se obtiene:

$$V(T) = (1.018 \times 10^{-2} \pm 4.139 \times 10^{-5})T + (3.742 \pm 2.405 \times 10^{-3}) \quad (9)$$

con una  $r^2 = 0.9993534$ .

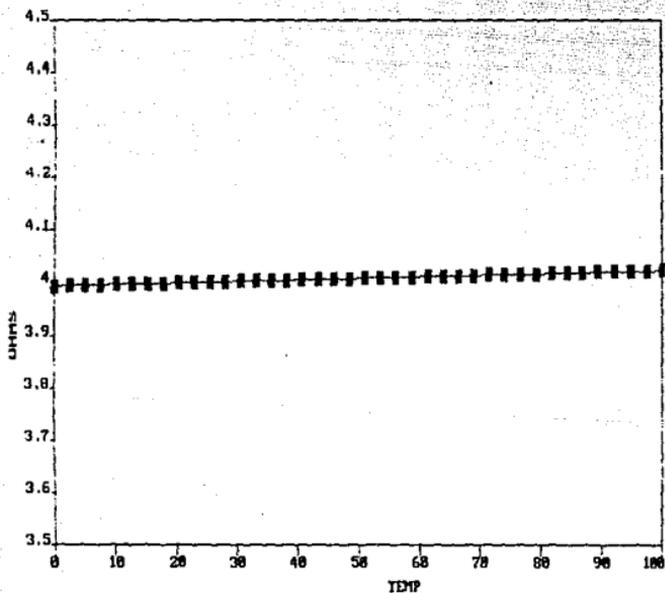


Figura 1.3 Respuesta de la resistencia sensora.

por lo que consideramos que la caída de potencial en la resistencia sensora es lineal en T, dentro del intervalo de 0 a 100 °C.

Dado que el amplificador operacional esta alimentado por  $\pm 15V$  el voltaje de salida es igual a:

$$V_s = -15V \text{ si } V(R_r) > V(P_r1)$$

$$V_s = +15V \text{ si } V(R_r) < V(P_r1)$$

Cuando la primera condición se da, los transistores no conducen.

Cuando la segunda condición se da, los transistores conducen y conectan a las resistencias  $R_{c1}$  y  $R_{c2}$ , las cuales también son de alambre de cobre (calibre 30) y se encuentran enrolladas sobre el cilindro y actúan como resistencias calefactoras.

Con el fin de aprovechar al máximo la potencia manejada por el circuito, los transistores de potencia (TIP 122 DARLINGTON), también se encuentran montados sobre el cilindro, en contacto térmico pero aislados eléctricamente. De este modo el cilindro es calentado por dos resistencias y dos transistores.

### 1.3 FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA DE CONTROL.

El sistema se encuentra instalado en un analizador enzimático empleado para realizar determinaciones de glucosa en muestras líquidas. Para llevar a cabo las determinaciones se cuenta con una enzima liofilizada que actúa como catalizador, dentro de una cámara en la cual es inyectada la muestra.

La enzima tiene una temperatura de máxima actividad, por lo que se hace necesario controlar la temperatura del medio que la rodea (líquido de lavado); objetivo que cumple el sistema aquí presentado. Siendo la temperatura de control para la enzima Glucosa Oxidasa de 36 °C.

La muestra se coloca en una cámara, en la cual se lleva a cabo el análisis cuantitativo, (este análisis se realiza en

a cabo el análisis cuantitativo, (este análisis se realiza en 10 s). Inmediatamente después, la cámara es lavada con una solución buffer de pH = 7, esta solución es impulsada por una bomba de desplazamiento positivo a razón de 0.2 ml/s durante 50 seg, por lo que se consumen 10 ml de líquido, de los 26 ml que contiene el cilindro calefactor. Ahora el equipo se encuentra en condiciones de recibir una nueva muestra, iniciando así un nuevo ciclo<sup>(11)</sup>.

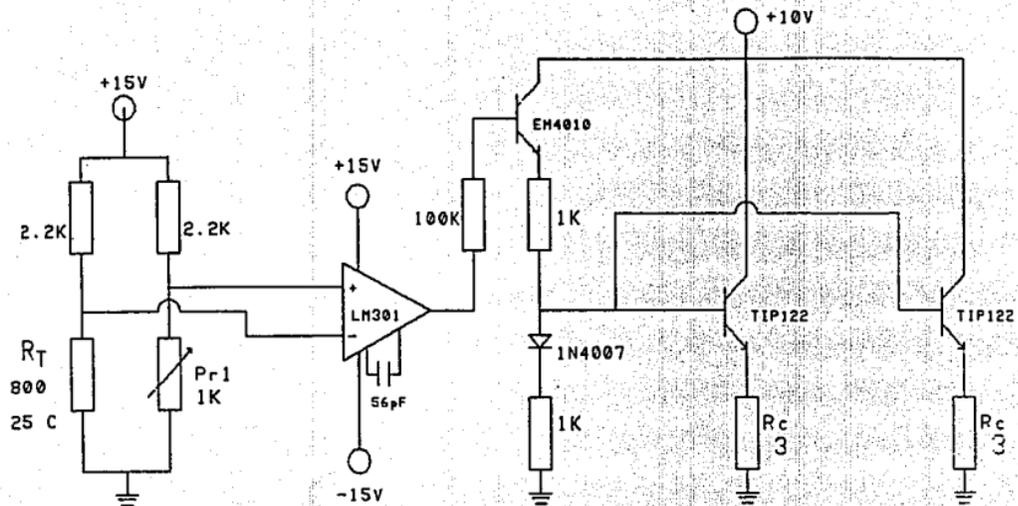


Figura 1.4 Circuito Electrico del calefactor

## CAPITULO II

### MODELO MATEMATICO

#### RESUMEN

En este capítulo se presenta el modelo matemático que describe el comportamiento físico del sistema de medición y control de temperatura que se desarrolla en esta tesis.

Para llegar al modelo se consideran tres procesos de manera independiente, en forma teórica y experimental. Primero se considera el proceso de calentamiento, después el enfriamiento natural y finalmente la pérdida de calor debida al líquido en movimiento, durante el proceso de lavado.

Para analizar cada uno de los procesos se utilizó como termómetro adicional un diodo, completamente independiente del sistema, conectado a un sistema de adquisición de datos por computadora.

#### 2.1 PROCESO DE ENFRIAMIENTO.

Para modelar el proceso de enfriamiento, se considera la ecuación de Fourier<sup>[2,3]</sup> para una placa plana

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (1)$$

con  $k$  = conductividad térmica del material.

$A$  = área de contacto.

Sabemos que:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \text{Potencia} = P \quad (2)$$

$$P = kA \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{kA}{\Delta x} (T - T_0) \quad (3)$$

Ahora consideramos a la combinación de conductividad, espesor y área como una resistencia al flujo de calor y escribimos la ley de

Fourier como!

$$P = \frac{(T_2 - T_1)}{R_r}, \quad (4)$$

para un sistema cilíndrico, el área está dada por  $A_r = 2\pi rL$  y la ecuación de Fourier se puede escribir como sigue:

$$P_r = kA_r \frac{\Delta T}{\Delta r}, \quad (5)$$

haciendo tender  $\Delta r \rightarrow 0$  tenemos

$$P_r = kA_r \frac{dT}{dr} = 2\pi rLk \left( \frac{dT}{dr} \right), \quad (6)$$

resolviendo esta ecuación,

$$P = 2\pi rLk \frac{dT}{dr}, \quad (7)$$

$$P \frac{dr}{r} = 2\pi Lk dT, \quad (8)$$

$$P \int_{r_0}^r \frac{dr}{r} = 2\pi Lk \int_{T_0}^T dT, \quad (9)$$

$$P \ln(r) \Big|_{r_0}^r = 2\pi LkT \Big|_{T_0}^T, \quad (10)$$

$$P \ln \left( \frac{r}{r_0} \right) = 2\pi Lk (T - T_0), \quad (11)$$

$$P = \frac{2\pi Lk(T - T_0)}{\ln(r/r_0)}, \quad (12)$$

con las condiciones a la frontera

$$\begin{aligned} T &= T_1 & a & r = r_1 \\ T &= T_2 & a & r = r_2 \end{aligned}$$

tenemos

$$P = 2\pi kL \frac{(T_2 - T_1)}{\ln(r_2/r_1)}, \quad (13)$$

en donde la resistencia térmica es:

$$R_T = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL}. \quad (14)$$

Entonces consideramos como modelo matemático para el proceso de enfriamiento la ecuación (4), es decir.

$$P_D = \frac{T_A - T}{R_T}, \quad (15)$$

donde  $P_D$  es la potencia disipada.

$T$  es la temperatura del sistema.

$T_A$  es la temperatura ambiente.

$R_T$  es la resistencia térmica.

Pero se sabe que:

$$\Delta Q = \int_0^t (\text{Potencia}) dt, \quad (16)$$

entonces:

$$\Delta Q = \int_0^t \frac{T_A - T}{R_T} dt. \quad (17)$$

Además tenemos que la capacidad calorífica  $C$  es igual a:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (18)$$

Despejando  $\Delta Q$  de (18) y sustituyéndolo en (17) queda:

$$C \Delta T = \int_0^t \frac{T_A - T}{R_T} dt \quad (19)$$

Despejando  $\Delta T$  de (19) queda:

$$\Delta T = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{T_A - T}{R_T} dt \quad (20)$$

Pero  $\Delta T$  es igual a:

$$\Delta T = T - T_1 \quad (21)$$

con  $T$  igual a la temperatura del sistema,

$T_1$  igual a la temperatura inicial.

Despejando  $T$  en (21) y sustituyendo en (20) queda:

$$\Delta T = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{T_A - \Delta T - T_1}{R_T} dt \quad (22)$$

Derivando respecto al tiempo tenemos:

$$\frac{d\Delta T}{dt} = \frac{1}{C} \left\{ \frac{T_A - \Delta T - T_1}{R_T} \right\} = \frac{T_A - T_1}{R_T} - \frac{\Delta T}{R_T} \quad (23)$$

o bien:

$$\frac{d\Delta T}{dt} + \frac{\Delta T}{R_T C} = \frac{T_A - T_1}{R_T} \quad (24)$$

Resolviendo esta ecuación diferencial tenemos:

$$\Delta T = (T_A - T_1) \left( 1 - e^{-t/R_T C} \right), \quad (25)$$

sustituyendo (21) en (25) y despejando T, tenemos:

$$T = (T_A - T_1) \left( 1 - e^{-t/R_T C} \right) + T_1, \quad (26)$$

o bien:

$$T = T_A + (T_1 - T_A) \left( e^{-t/R_T C} \right). \quad (27)$$

Para comprobar la eficiencia del modelo, se calentó el sistema hasta una  $T_1$  de 48 °C, y se dejó enfriar libremente, simultáneamente se muestreó la temperatura en el seno del líquido. Durante este experimento la  $T_A$  fue de 23.25 °C.

El factor  $R_T C$  que aparece en la exponencial se conoce como la constante de tiempo del sistema, el cual se determinó midiendo el tiempo que tarda en bajar la temperatura al 63 %, encontrándose de 60 min.

Sustituyendo estos valores en (27) tenemos:

$$T = 23.25 + (48 - 23.25) \left( e^{-t/60} \right) \quad (28)$$

donde T esta en °C y t en min.

A continuación se enlistan los valores de temperatura muestreados durante el enfriamiento.

t(min)	T °C)
0	47.619
6	45.238
9	44.285
14	42.857
19	40.952
24	39.523
29	38.571
34	37.142
39	36.19
49	34.285
54	33.333
59	32.857
64	31.904

t (min)	T(°C)
69	31.428
74	30.952
79	29.999
84	29.523
89	29.047
94	28.571
99	28.095
104	27.619
109	27.142
114	27.142
119	26.666
124	26.666

En la figura 2.1 se muestra la gráfica de la ecuación (28).

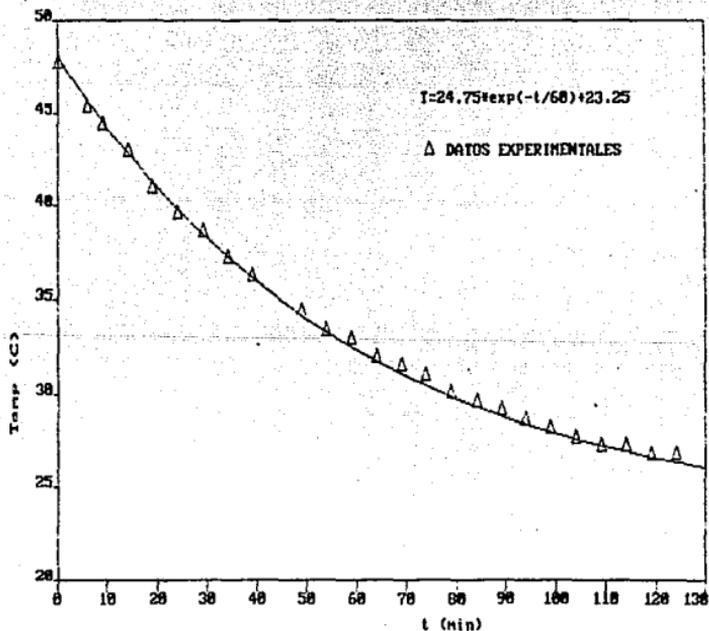


Figura 2.1 Curvas de enfriamiento teórica y experimental

## 2.2 PROCESO DE CALENTAMIENTO.

La forma de calentar el sistema es a base de las resistencias calefactoras (ver fig. 1.4), para aprovechar al máximo la potencia manejada por el circuito, los transistores de potencia (TIP 122 DARLINGTON), también se encuentran montados sobre el cilindro, en contacto térmico pero aislados eléctricamente. De este modo el cilindro es calentado por dos resistencias y dos transistores, de modo que la potencia disipada está dada por:

$P_Q$  = Potencia disipada por cada transistor.

$$P_Q = V_{CE} I_{CE} = \frac{V_{CE} V_E}{R_c} \quad , \quad (29)$$

y  $P_R$  = Potencia disipada en cada resistencia calefactora.

$$P_R = \frac{V_E^2}{R_c} \quad . \quad (30)$$

Como el sistema está formado por dos resistencias y dos transistores, la potencia total disipada está dada por:

$$P_T = 2(P_Q + P_R) = \frac{2V_E(V_{CE} + V_E)}{R_c} \quad , \quad (31)$$

con  $V_{CE}$  = Voltaje de colector a emisor de cada transistor = 5.25 V

$V_E$  = Voltaje entre emisor y tierra (para cada transistor)  
= 3.1 V

$R_c$  = Resistencias calefactoras 1 y 2 = 3  $\Omega$ .

Por lo tanto

$$P_T = 17.25 \text{ W.}$$

La respuesta a la potencia no es instantánea, ya que existe un retraso entre el momento en el que conducen los transistores y el momento en el que el líquido de lavado empieza a ser calentado.

Para conocer la curva de potencia en el tiempo, se muestreó la temperatura del líquido dentro del cilindro, partiendo de la temperatura ambiente, de esta manera se obtuvo una gráfica de la temperatura en el tiempo.

t (seg)	T (°C)
0.4283	21.76
13.2773	21.76
13.7056	21.77
16.2754	21.77
16.7037	21.78
17.132	21.78
17.9886	21.78
18.4169	21.79
18.8452	21.79
19.2735	21.79
19.7018	21.8
20.1301	21.8
20.9867	21.8
21.415	21.81
21.8433	21.81
22.2716	21.82
23.1282	21.82
23.5565	21.83
23.9848	21.83
24.4131	21.84
24.8414	21.85
25.2697	21.85
25.698	21.86
26.1263	21.86
26.5546	21.87
26.9829	21.88
27.4112	21.88
27.8395	21.89
28.2678	21.9
28.6961	21.9
29.1244	21.91
29.5527	21.91
29.981	21.92
30.4093	21.93
30.8376	21.94
31.2659	21.94
31.6942	21.95
32.1225	21.96
32.5508	21.97
32.9791	21.98
33.4074	21.98
33.8357	21.99
34.264	22
34.6923	22.01
35.1206	22.02
35.5489	22.02
35.9772	22.03
36.4055	22.04
36.8338	22.05

t (seg)	T (°C)
37.2621	22.06
37.6904	22.07
38.1187	22.08
38.547	22.09
38.9753	22.1
39.4036	22.11
39.8319	22.12
40.2602	22.13
40.6885	22.14
41.1168	22.15
41.5451	22.16
41.9734	22.17
42.4017	22.18
42.83	22.19
43.2583	22.2
43.6866	22.21
44.1149	22.22
44.5432	22.23
44.9715	22.24
45.3998	22.25
45.8281	22.26
46.2564	22.27
46.6847	22.28
47.113	22.3
47.5413	22.3
47.9696	22.31
48.3979	22.33
48.8262	22.34
49.2545	22.35
49.6828	22.36
50.1111	22.37
50.5394	22.38
50.9677	22.4
51.396	22.4
51.8243	22.41
52.2526	22.43
52.6809	22.44
53.1092	22.45
53.5375	22.46
53.9658	22.47
54.3941	22.49
54.8224	22.5
55.2507	22.51
55.679	22.53
56.1073	22.53
56.5356	22.54
56.9639	22.56
57.3922	22.57
57.8205	22.58
58.2488	22.59
58.6771	22.6
59.1054	22.61
59.5337	22.63
59.962	22.64
60.3903	22.65

t (sec)	T (°C)
60.8186	22.67
61.2469	22.68
61.6752	22.69
62.1035	22.7
62.5318	22.71
62.9601	22.72
63.3884	22.74
63.8167	22.75
64.245	22.76
64.6733	22.78
65.1016	22.79
65.5299	22.8
65.9582	22.81
66.3865	22.82
66.8148	22.84
67.2431	22.85
67.6714	22.86
68.0997	22.88
68.528	22.89
68.9563	22.9
69.3846	22.91
69.8129	22.92
70.2412	22.94
70.6695	22.95
71.0978	22.96
71.5261	22.98
71.9544	22.99
72.3827	23
72.811	23.01
73.2393	23.03
73.6676	23.04
74.0959	23.05
74.5242	23.07
74.9525	23.08
75.3808	23.09
75.8091	23.1
76.2374	23.11
76.6657	23.13
77.094	23.14
77.5223	23.16
77.9506	23.17
78.3789	23.18
78.8072	23.2
79.2355	23.21
79.6638	23.22
80.0921	23.23
80.5204	23.25
80.9487	23.26
81.377	23.27
81.8053	23.29
82.2336	23.3
82.6619	23.31
83.0902	23.33
83.5185	23.34
83.9468	23.35

t (seg)	T (°C)
84.3751	23.37
84.8034	23.38
85.2317	23.39
85.65999	23.4
97.9	23.82
128.49	24.77
171.28	26.1
257	28.87

Se calculó numéricamente la derivada de la temperatura respecto al tiempo (figura 2.2), y multiplicándola por la capacidad calorífica del sistema se obtiene la curva deseada.

A continuación se listan los datos y muestran las gráficas de las curvas mencionadas:

t (seg)	dT/dt	P
.8566668	5.556423E-03	2.97752
2.141667	5.556423E-03	2.97752
3.426667	7.190664E-09	3.853261E-06
4.711668	-5.556423E-03	-2.97752
5.996668	-9.105058E-09	-4.879128E-06
7.281668	7.003891E-10	3.753175E-07
8.566668	5.556423E-03	2.97752
9.851668	5.556423E-03	2.97752
11.13667	5.743191E-08	3.077603E-05
12.42167	-6.210118E-08	-3.327815E-05
13.70667	5.556423E-03	2.97752
14.99167	6.770428E-08	3.628069E-05
16.27667	5.556423E-03	2.97752
17.56167	5.556423E-03	2.97752
18.84667	5.556423E-03	2.97752
20.13167	5.556423E-03	2.97752
21.41667	1.111284E-02	5.955037
22.70167	5.556423E-03	2.97752
23.98667	1.666926E-02	8.932557
25.27167	1.111284E-02	5.955037
26.55667	1.666926E-02	8.932557
27.84167	1.666926E-02	8.932557
29.12667	1.666926E-02	8.932557
31.69667	2.222568E-02	11.91008
32.98167	1.666926E-02	8.932557
34.26667	2.222568E-02	11.91008
35.55168	1.666926E-02	8.932557
36.83667	2.222568E-02	11.91008
38.12167	2.222568E-02	11.91008
39.40667	2.222568E-02	11.91008
40.69167	2.222568E-02	11.91008
41.97668	2.222568E-02	11.91008
43.26168	0.0277821	14.88759
44.54668	0.0277821	14.88759
45.83168	2.222568E-02	11.91008
47.11668	0.0277821	14.88759

t (seg)	dT/dt	P
48.40167	0.0277821	14.88759
49.68668	0.0277821	14.88759
50.97168	0.0277821	14.88759
52.25668	0.0277821	14.88759
53.54168	2.222568E-02	11.91008
54.82668	0.0277821	14.88759
56.11168	0.0277821	14.88759
57.39668	0.0277821	14.88759
58.68168	0.0277821	14.88759
59.96668	0.0277821	14.88759
61.25168	0.0277821	14.88759
62.53668	0.0277821	14.88759
63.82168	0.0277821	14.88759
65.10668	0.0277821	14.88759
66.39168	0.0277821	14.88759
67.67668	3.315175E-02	17.76503
68.96168	0.0277821	14.88759
70.24668	3.315175E-02	17.76503
71.53168	3.315175E-02	17.76503
72.81668	3.315175E-02	17.76503
74.10168	0.0277821	14.88759
75.38668	3.315175E-02	17.76503
76.67168	3.315175E-02	17.76503
77.95668	0.0277821	14.88759
79.24168	3.315175E-02	17.76503
80.52668	0.0277821	14.88759
81.81168	3.315175E-02	17.76503
83.09668	0.0277821	14.88759
84.38168	3.315175E-02	17.76503
85.66668	3.315175E-02	17.76503
86.95168	3.315175E-02	17.76503
88.23668	0.0277821	14.88759
89.52168	3.315175E-02	17.76503
90.80668	0.0277821	14.88759
92.09168	3.315175E-02	17.76503
93.37668	0.0277821	14.88759
94.66168	3.315175E-02	17.76503
95.94669	0.0277821	14.88759
97.23168	3.315175E-02	17.76503
98.51668	3.315175E-02	17.76503
99.80168	0.0277821	14.88759
101.0867	0.0277821	14.88759
102.3717	3.315175E-02	17.76503
103.6567	3.315175E-02	17.76503
104.9417	3.315175E-02	17.76503
106.2267	3.315175E-02	17.76503
107.5117	3.315175E-02	17.76503
108.7967	3.315175E-02	17.76503
110.0817	0.0277821	14.88759
111.3667	3.315175E-02	17.76503
112.6517	3.315175E-02	17.76503
113.9367	3.315175E-02	17.76503
115.2217	3.315175E-02	17.76503
116.5067	3.315175E-02	17.76503
117.7917	0.0277821	14.88759

t (seg)	dT/dt	P
119.0767	3.315175E-02	17.76503
120.3617	3.315175E-02	17.76503
121.6467	0.0277821	14.88759
122.9317	3.315175E-02	17.76503
124.2167	3.315175E-02	17.76503
125.5017	0.0277821	14.88759
126.7867	3.315175E-02	17.76503
128.0717	3.315175E-02	17.76503
129.3567	0.0277821	14.88759
130.6417	3.315175E-02	17.76503
131.9267	3.315175E-02	17.76503
133.2117	3.875487E-02	20.76757
134.4967	3.315175E-02	17.76503
135.7817	0.0277821	14.88759
137.0667	0.0277821	14.88759
138.3517	3.315175E-02	17.76503
139.6367	3.315175E-02	17.76503
140.9217	0.0277821	14.88759
142.2067	3.315175E-02	17.76503
143.4917	3.315175E-02	17.76503
144.7767	0.0277821	14.88759
146.0617	3.315175E-02	17.76503
147.3467	3.315175E-02	17.76503
148.6317	0.0277821	14.88759
149.9167	3.315175E-02	17.76503
151.2017	3.315175E-02	17.76503
152.4867	3.315175E-02	17.76503
153.7717	3.315175E-02	17.76503
155.0567	3.315175E-02	17.76503
156.3417	3.315175E-02	17.76503
157.6267	3.315175E-02	17.76503
158.9117	3.315175E-02	17.76503
160.1967	3.315175E-02	17.76503
161.4817	3.315175E-02	17.76503
162.7667	3.315175E-02	17.76503
164.0517	3.315175E-02	17.76503
165.3367	0.0277821	14.88759
166.6217	3.315175E-02	17.76503
167.9067	3.315175E-02	17.76503
169.1917	3.315175E-02	17.76503
170.4767	3.315175E-02	17.76503
171.7617	3.315175E-02	17.76503
173.0467	2.754864E-02	14.76249
174.3317	3.315175E-02	17.76503
175.6167	0.0277821	14.88759
176.9017	3.315175E-02	17.76503
178.1867	3.315175E-02	17.76503
179.4717	3.315175E-02	17.76503
180.7567	3.315175E-02	17.76503
182.0417	3.315175E-02	17.76503
183.3267	3.315175E-02	17.76503
184.6117	3.315175E-02	17.76503
185.8967	3.315175E-02	17.76503
187.1817	3.315175E-02	17.76503
188.4667	3.315175E-02	17.76503

t (seg)	dT/dt	P
189.7517	0.0277821	14.88759
191.0367	3.315175E-02	17.76503
192.3217	3.338521E-02	17.89014
193.6067	2.754864E-02	14.76249
194.8917	3.315175E-02	17.76503
196.1767	3.338521E-02	17.89014
197.4617	3.315175E-02	17.76503
198.7467	3.315175E-02	17.76503
200.0317	3.315175E-02	17.76503
201.3167	3.315175E-02	17.76503
202.6017	3.315175E-02	17.76503
203.8867	3.315175E-02	17.76503
205.1717	3.315175E-02	17.76503
206.4567	3.315175E-02	17.76503
207.7417	0.0277821	14.88759
209.0267	3.315175E-02	17.76503
210.3117	0.0277821	14.88759
211.5967	3.315175E-02	17.76503
212.8817	3.315175E-02	17.76503
214.1667	3.315175E-02	17.76503
215.4517	3.315175E-02	17.76503
216.7367	3.315175E-02	17.76503
218.0217	3.338521E-02	17.89014
219.3067	3.315175E-02	17.76503
220.5917	3.315175E-02	17.76503
221.8767	2.754864E-02	14.76249
223.1617	2.754864E-02	14.76249
224.4467	3.315175E-02	17.76503
225.7317	3.338521E-02	17.89014
227.0167	3.315175E-02	17.76503
228.3017	3.315175E-02	17.76503
229.5867	3.338521E-02	17.89014
230.8717	3.338521E-02	17.89014
232.1567	3.875487E-02	20.76757
233.4417	3.315175E-02	17.76503
234.7267	2.754864E-02	14.76249
236.0117	3.338521E-02	17.89014
237.2967	0.0277821	14.88759
238.5817	3.315175E-02	17.76503
239.8667	3.315175E-02	17.76503
241.1517	3.315175E-02	17.76503
243.7217	3.315175E-02	17.76503
245.0067	3.315175E-02	17.76503
246.2917	3.315175E-02	17.76503
247.5767	0.0277821	14.88759
248.8617	3.315175E-02	17.76503
250.1467	0.0277821	14.88759
251.4317	3.315175E-02	17.76503
252.7167	3.315175E-02	17.76503
254.0017	2.754864E-02	14.76249
255.2867	3.315175E-02	17.76503
256.5717	0.0277821	14.88759

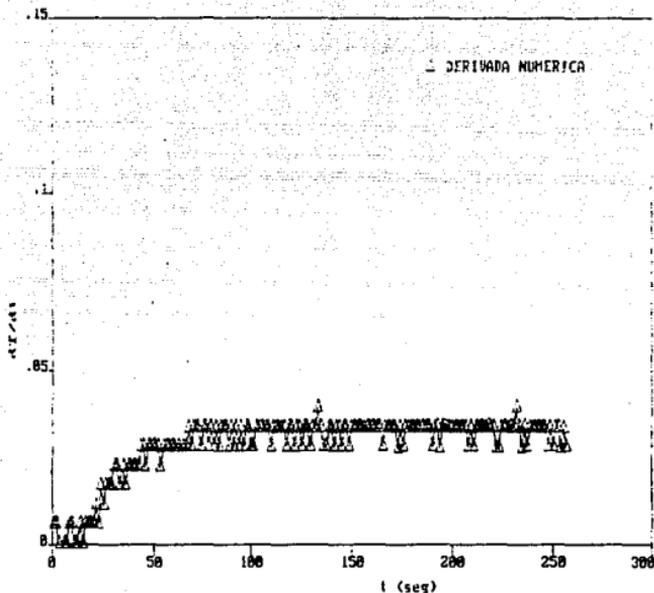


Figura. 2.2 Derivada numérica de la temperatura experimental.

En la curva de potencia se observan rizos en la parte donde se espera una recta, estos rizos son debidos a la resolución del sistema de adquisición de datos, ( $1 \times 10^{-4}$ ).

La función de error del sensor, se obtiene de la ecuación (2) del capítulo III, calculando:

$$\frac{dR}{dT} = -2.14 , \quad (32)$$

$$\left| \frac{dR}{dT} \right| \delta = 2.14 \times 0.001 = 0.002 \Omega/^{\circ}\text{C} \quad (33)$$

donde  $\delta$  = resolución del sistema de adquisición.

Por lo tanto el error es:  $\pm 0.002 \Omega/^{\circ}\text{C}$ .

Analizando los datos de la derivada se observa que la amplitud del rizo es de 0.0111, pero relacionándolo con el tiempo de muestreo tenemos:

$$c = \frac{dT'}{dt} \frac{dt}{dn} \quad (34)$$

donde

$\frac{dT'}{dt}$  es la amplitud de rizo.

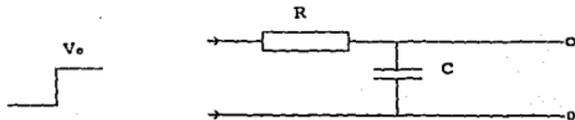
$\frac{dt}{dn}$  es el tiempo de muestreo.

$$c = (0.011)(0.429) = 0.004 \Omega/^{\circ}\text{C} \quad (35)$$

Por lo tanto el rizo es el error que introduce el sistema de adquisición se puede justificar.

Se puede observar entonces que la derivada tiene la forma del voltaje de salida en un circuito RC ante un escalón de voltaje como señal de entrada.

Haciendo una analogía con el siguiente circuito, ya que tenemos una resistencia térmica debida al cilindro de aluminio y una capacidad calorífica debida al líquido de lavado.



$$V_o = IR + \frac{Q}{C} = IR + V_s \quad (36)$$

derivando respecto al tiempo

$$\frac{dV_e}{dt} = R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = R \frac{dI}{dt} + \frac{dV_s}{dt}, \quad (37)$$

pero  $V_s = \frac{Q}{C}$

$$\frac{dV_s}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} = \frac{I}{C}, \quad (38)$$

$$I = C \frac{dV_s}{dt}, \quad (39)$$

$$\frac{dI}{dt} = C \frac{d^2 V_s}{dt^2}, \quad (40)$$

sustituyendo en (37) tenemos:

$$\frac{dV_e}{dt} = RC \frac{d^2 V_s}{dt^2} + \frac{dV_s}{dt}. \quad (41)$$

Aplicando la transformada de Laplace tenemos:

$$sV_e = (RCs^2 + s) V_s, \quad (42)$$

$$V_s = \frac{s}{RCs^2 + s} V_e, \quad (43)$$

pero  $V_e$  es un escalón, considerándolo como un escalón unitario tenemos que:

$$\mathcal{L}\{V_e\} = \frac{1}{s}, \quad (44)$$

$$V_s = \left( \frac{s}{RCs^2 + s} \right) \left( \frac{1}{s} \right) = \frac{1}{RCs^2 + s}, \quad (45)$$

$$V_s = \frac{1}{s(RCs + 1)} = \frac{1}{RC} \left\{ \frac{1}{s(s + 1/RC)} \right\}. \quad (46)$$

Aplicando la transformada inversa:

$$V_s = \frac{1}{RC} \left\{ RC (1 - e^{-t/RC}) \right\}, \quad (47)$$

o bien

$$V_s = (1 - e^{-t/RC}), \quad (48)$$

la gráfica de esta ecuación tiene la misma forma que la derivada respecto al tiempo de la temperatura.

Entonces se puede decir que:

$$Y = \frac{d\Delta T}{dt} = A_0 (1 - e^{-at}). \quad (49)$$

Los parámetros " $A_0$ " y " $a$ " se determinan experimentalmente.

Para determinar  $A_0$ , promediamos los valores en la parte final de la curva ( $t > 100$ ), en la fig. 2.2 este valor corresponde a  $P$  cuando es constante, dicha constante es igual a  $A_0$  y tiene un valor de  $3.21 \times 10^{-2}$ .

Para determinar el parámetro " $a$ ", se linealiza la ecuación haciendo un cambio de variable logarítmico y se realiza un ajuste por mínimos cuadrados, considerando únicamente los valores en la parte creciente, es decir  $13 \leq t \leq 43$ .

$$\text{Log} \left( 1 - \frac{Y}{A_0} \right) = (-0.062 \pm 4.76 \times 10^{-3})t + (0.76 \pm 0.13), \quad (50)$$

o bien:

$$Y = 0.0321 \left( 1 - e^{-0.062t + 0.76} \right), \quad (51)$$

$$\frac{d\Delta T}{dt} = 0.0321 \left( 1 - e^{-0.062(t - 12.4)} \right). \quad (52)$$

Por lo tanto la ecuación de potencia es:

$$P = C \frac{d\Delta T}{dt} = 17.2 \left( 1 - e^{-0.062(t - 12.4)} \right), \quad (53)$$

donde 12.4 es el tiempo de respuesta del sensor (ver capítulo III) y la potencia es de 17.20 W, que coincide con el cálculo de la ecuación (31). A continuación se muestran la derivada numérica y

la ecuación (52), en la figura 2.3.

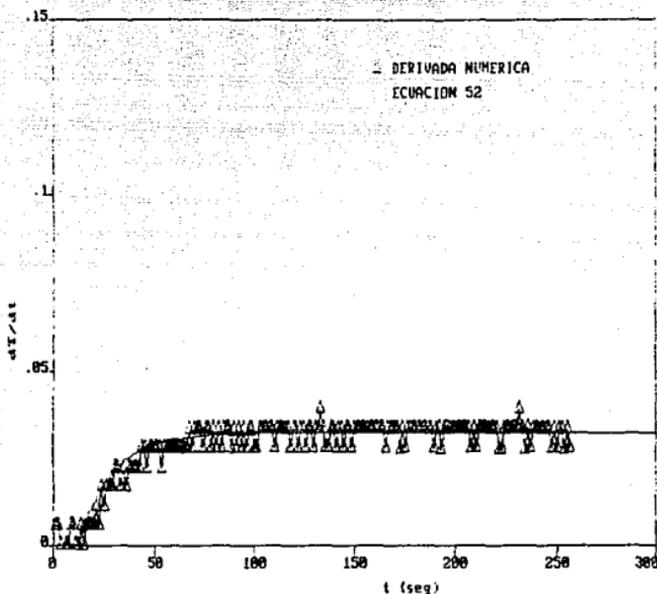


Figura 2.3 Derivada numérica y ecuación (52).

Para hallar  $T(t)$  integramos respecto al tiempo la ecuación (52) y obtenemos:

$$\Delta T = 0.0321 \left( t + \frac{e^{-0.062(t - 12.4)}}{0.062} \right) + K, \quad (54)$$

pero tenemos que:

$$\Delta T = 0 \text{ en } t = 0, \quad (55)$$

$$K = -1.1 \quad (56)$$

pero de la ecuación (21) tenemos:

$$\Delta T = T - T_i \quad (57)$$

Sustituyendo en la ecuación (54) y despejando T tenemos:

$$T = 0.0321 \left( t + \frac{e^{-0.062(t - 12.4)}}{0.062} \right) - 1.1 + T_i \quad (58)$$

En la figura 2.4 se muestra la gráfica de esta curva y los datos experimentales, se puede observar que la curva de la ecuación (58) se ajusta a la curva experimental.

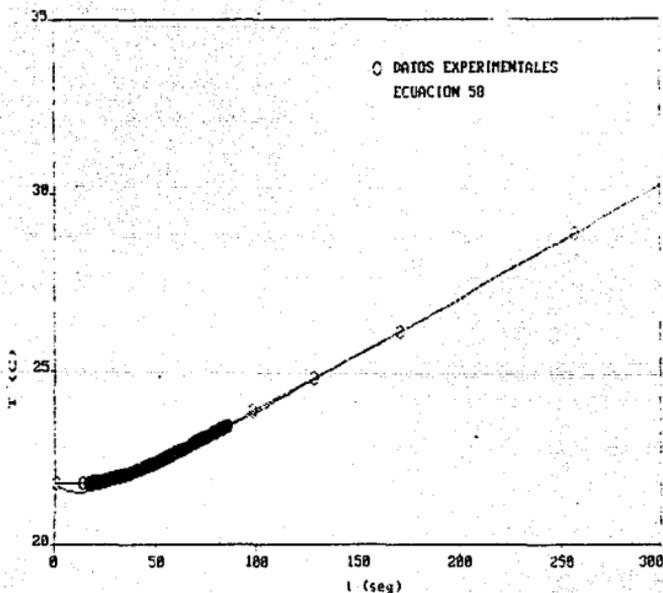


Figura 2.4 Datos de calentamiento y la ecuación obtenida en (58).

### 2.3 PROCESO DE LAVADO.

Para el proceso de enfriamiento por flujo, se calcula primero el calor que se transfiere al poner dos cuerpos, con diferentes temperaturas<sup>(5)</sup>, en contacto térmico.

Suponiendo  $T_1 > T_2$  esto es:

$$\Delta Q = M_1 C_{e1} (T_1 - T_e) = M_2 C_{e2} (T_e - T_2) , \quad (59)$$

donde  $M_i$  es la masa del cuerpo.

$T_i$  es la temperatura del cuerpo.

$C_{ei}$  es el calor específico del cuerpo  $i$ .

$T_e$  es la temperatura de equilibrio.

Entonces el calor ganado por el cuerpo 2 es

$$\Delta Q = MC_e \Delta T , \quad (60)$$

derivando respecto al tiempo tenemos:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} (MC_e \Delta T) = C_e \left( \frac{dM}{dt} \Delta T + \frac{d\Delta T}{dt} M \right) , \quad (61)$$

pero

$$\frac{dM}{dt} = \text{flujo} = F . \quad (62)$$

Ahora consideremos el cilindro calefactor de la figura 2.5.

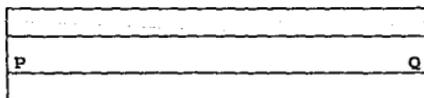


Figura. 2.5 Corte del cilindro calefactor.

en el punto P el líquido llega a la temperatura  $T_A$ , que es la temperatura que tiene fuera del cilindro, por lo tanto la temperatura del líquido en P será constante en todo momento, y lo

mismo sucede en el punto Q. El líquido al salir debe tener la temperatura de control  $T_c$ , por lo que en Q la temperatura del líquido será constante, por lo tanto en la ecuación (61).

$$\frac{dT}{dt} = 0, \quad (63)$$

por lo tanto la potencia que cede el sistema al líquido es:

$$P = C_p F \Delta T. \quad (64)$$

Entonces para el proceso de lavado se considera la potencia necesaria para calentar la cantidad de fluido en movimiento<sup>(4)</sup>, resultando así el siguiente modelo:

$$P_F = \Delta T F C_{E1}, \quad (65)$$

donde  $\Delta T$  se define igual que en (21).

F es el flujo de líquido de lavado, igual a 0.2 ml/s, se considera constante en el tiempo y no sólo los 40 s que dura el lavado (ver Capítulo I).

$C_{E1}$  es el calor específico del líquido de lavado, que para fines prácticos se considera agua destilada y es igual a 4.186 J/g°C. Pero ésta es sólo la potencia que absorbe el líquido al circular a través del cilindro.

La potencia neta que actúa sobre el líquido es:

$$P_N = P_E - P_F, \quad (66)$$

donde  $P_E$  está dada por la ecuación (53), entonces:

$$P_N = P_0(1 - e^{-\lambda(t-t_0)}) - F C_{E1} \Delta T. \quad (67)$$

Retomando la ecuación (16) y la ecuación (18):

$$\Delta Q = \int_0^t (\text{Potencia}) dt,$$

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} ,$$

tenemos:

$$\Delta T = \frac{1}{C} \int_0^t \text{Potencia } dt , \quad (68)$$

o bien:

$$\Delta T = \frac{1}{C} \int_0^t P_M dt , \quad (69)$$

donde C es la capacidad calorífica del sistema cilindro-agua, la cual es igual a 535.87J/°C.

Sustituyendo (67) en (69) tenemos:

$$\Delta T = \frac{1}{C} \int_0^t \left( P_0 (1 - e^{-a(t-t_0)}) - \Delta TFC_{El} \right) dt . \quad (70)$$

Procedemos de igual forma que en el caso del enfriamiento, por lo tanto derivamos respecto al tiempo la ecuación (70) y queda como sigue:

$$\frac{d\Delta T}{dt} = \frac{1}{C} \left\{ - \Delta TFC_{El} \right\} + \frac{P_0}{C} \left( 1 - e^{-a(t-t_0)} \right) , \quad (71)$$

o bien:

$$\frac{d\Delta T}{dt} + \frac{1}{C} \Delta TFC_{El} = \frac{P_0}{C} \left( 1 - e^{-a(t-t_0)} \right) . \quad (72)$$

Pero de la ecuación (49) tenemos:

$$\frac{P_0}{C} = A_0 , \quad (73)$$

La solución para la ecuación diferencial (72) es:

$$\Delta T = e^{-\alpha t} \left\{ A_0 \left[ \frac{e^{\alpha t}}{\alpha} - \frac{e^{(\alpha-a)t + a t_0}}{\alpha - a} \right] \right\} + K e^{-\alpha t}, \quad (74)$$

con  $\alpha = \Delta TFC_{E1}/C$

pero de (21) tenemos que:

$$\Delta T = T - T_1,$$

donde T es la temperatura del líquido, y

$T_1$  es la temperatura del líquido a la salida del sistema.

Por lo tanto:

$$T - T_1 = e^{-\alpha t} \left\{ A_0 \left[ \frac{e^{\alpha t}}{\alpha} - \frac{e^{(\alpha-a)t + a t_0}}{\alpha - a} \right] \right\} + K e^{-\alpha t}, \quad (75)$$

o bien:

$$T = e^{-\alpha t} \left\{ A_0 \left[ \frac{e^{\alpha t}}{\alpha} - \frac{e^{(\alpha-a)t + a t_0}}{\alpha - a} \right] \right\} + K e^{-\alpha t} + T_1. \quad (76)$$

Si consideramos que en  $t = 0$  debe ser  $\Delta T = 0$ , tenemos que:

$$\Delta T_{t=0} = A_0 \left\{ \frac{1}{\alpha} - \frac{e^{a t_0}}{\alpha - a} \right\} + K = 0, \quad (77)$$

o bien:

$$K = -A_0 \left\{ \frac{1}{\alpha} - \frac{e^{a t_0}}{\alpha - a} \right\}. \quad (78)$$

Donde  $A_0 = 0.0321$ ,  $a = 0.062$ ,  $t_0 = 12.4$ ,  $F = 0.2$ ,  $C_{E1} = 4.186$   
 $C = 535.87$ ,  $\alpha = FC_{E1}/C = 1.56 \times 10^{-3}$

Sustituyendo en (78) tenemos que:

$$K = -21.72 \quad (79)$$

Sustituyendo en (76) tenemos:

$$T = 0.0321 \left\{ \frac{1}{1.56 \times 10^{-3}} + \frac{e^{-0.062(t-12.4)}}{0.06} \right\} - 21.72 e^{-0.00156t} + T_1 \quad (80)$$

o bien:

$$T = 20.57 + 1.144e^{-0.062t} - 21.72e^{-0.00156t} + T_1 \quad (81)$$

A continuación se listan los datos de temperatura durante el proceso de lavado.

t (seg)	T(°C)
.3333334	37.14
.6666667	37.13
1	37.13
1.3333333	37.13
1.6666667	37.13
2	37.13
2.3333333	37.14
2.6666667	37.15
3	37.14
3.3333333	37.14
3.6666667	37.14
4	37.14
4.3333334	37.13
4.6666667	37.13
5	37.11
5.3333334	37.11
5.6666667	37.12
6	37.12
6.3333334	37.13
6.6666667	37.14
7	37.15
7.3333334	37.16
7.6666667	37.18
8	37.18
8.3333333	37.18
8.6666667	37.2
9	37.2
9.3333333	37.19

t (seg)	T(°C)
9.666667	37.14
10	37.11
10.33333	37.08
10.66667	37.06
11	37.07
11.33333	37.05
11.66667	37.04
12	37.04
12.33333	37.05
12.66667	37.04
13	37.04
13.33333	37.04
13.66667	37.05
14	37.05
14.33333	37.05
14.66667	37.05
15	37.05
15.33333	37.04
15.66667	37.04
16	37.04
16.33333	37.03
16.66667	37.03
17	37.03
17.33333	37.03
17.66667	37.03
18	37.03
18.33333	37.03
18.66667	37.03
19	37.03
19.33333	37.04
19.66667	37.03
20	37.04
20.33333	37.04
20.66667	37.04
21	37.04
21.33334	37.03
21.66667	37.03
22	37.03
22.33334	37.02
22.66667	37.03
23	37.02
23.33334	37.02
23.66667	37.02
24	37.02
24.33334	37.03
24.66667	37.03
25	37.02
25.33334	37.01
25.66667	37.01
26	37.01
26.33334	37.01
26.66667	37.01
27	37.01
27.33334	37.01
27.66667	37.01

t (seg)	T(°C)
28	37.01
28.33334	37.02
28.66667	37.02
29	37.02
29.33334	37.01
29.66667	37
30	37
30.33334	37.01
30.66667	37.01
31	37.01
31.33334	37.01
31.66667	37.01
32	37.03
32.33333	37.04
32.66667	37.04
33	37.04
33.33333	37.05
33.66667	37.05
34	37.06
34.33333	37.07
34.66667	37.07
35	37.08
35.33333	37.09
35.66667	37.09
36	37.09
36.33333	37.1
36.66667	37.1
37	37.1
37.33333	37.1
37.66667	37.11
38	37.11
38.33333	37.12
38.66667	37.12
39	37.13
39.33333	37.13
39.66667	37.14
40	37.14
40.33333	37.15
40.66667	37.15
41	37.16
41.33333	37.16
41.66667	37.16
42	37.17
42.33333	37.17
42.66667	37.17
43	37.18
43.33333	37.27
43.66667	37.37
44	37.43
44.33333	37.46
44.66667	37.5
45	37.52
45.33333	37.55
45.66667	37.56
46	37.58

t (seg)	T(°C)
46.33333	37.59
46.66667	37.6
47	37.6
47.33333	37.6
47.66667	37.61
48	37.61
48.33333	37.61
48.66667	37.61
49	37.62
49.33333	37.64
49.66667	37.65
50	37.65
50.33333	37.64
50.66667	37.63
51	37.62
51.33333	37.64
51.66667	37.66
52	37.67
52.33333	37.69
52.66667	37.7
53	37.71
53.33333	37.73
53.66667	37.73
54	37.75
54.33333	37.76
54.66667	37.76
55	37.76
55.33333	37.77
55.66667	37.79
56	37.79
56.33333	37.79
56.66667	37.78
57	37.79
57.33333	37.79
57.66667	37.8
58	37.8
58.33333	37.81
58.66667	37.82
59	37.82
59.33333	37.83
59.66667	37.83
60	37.83

En la figura 2.6 se muestran graficados los datos experimentales y la función obtenida en la ecuación (80).

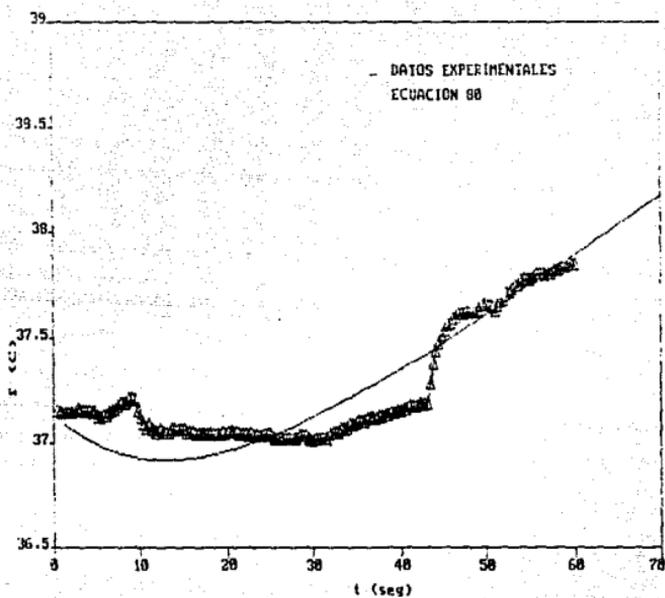


Figura 2.6 Datos experimentales del proceso de lavado y gráfica de la ecuación (80).

## CAPITULO III

### TRANSDUCTOR DE TEMPERATURA Y SOFTWARE EMPLEADOS

#### RESUMEN

Para llevar a cabo el muestreo de la temperatura en el seno del líquido y poder obtener los datos y curvas presentadas en el capítulo II, fue necesario introducir en el líquido, un pequeño transductor de temperatura, utilizando como transductor de temperatura un diodo de señal (SK3100).

En este capítulo se describe el transductor desarrollado, se presentan sus características y programas empleados para determinar las características del sensor y realizar el muestreo de temperatura durante los procesos analizados.

#### 3.1 SENSOR DE TEMPERATURA.

##### a) Construcción:

Dadas las dimensiones del sistema se requirió de un sensor de temperatura lo suficientemente pequeño como para ser colocado dentro de él. Se utilizó un pequeño diodo de señal tomando como parámetro termométrico, su resistencia en polarización directa.

El diodo utilizado es un SK3100, con las siguientes características eléctricas<sup>(6)</sup>:

Voltaje pico inverso:  $PIV = 100 \text{ V}$

Corriente promedio:  $I_f = 75 \text{ mA}$

Tiempo de recuperación:  $t_{rr} = 4 \text{ ns}$

Capacitancia:  $4 \text{ pf @ } 0 \text{ V}$

El diodo SK3100 tiene una longitud de 4.8 mm y un diámetro de 1.6 mm.

Se soldaron dos alambres, de los usados para alambrear por "wire wrap", uno a cada extremo del diodo, recortándose después las patas de alambre del diodo, este arreglo se embebió en grasa de silicio y se colocó dentro de un pequeño tubo cilíndrico de aluminio de 6.2mm de largo y 2.8 de diámetro exterior, el cual

se selló por ambos extremos con silicón. En la fig. 3.1 se muestra el sensor.

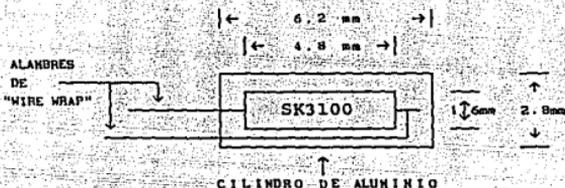


Figura 3.1 Esquema del diodo utilizado como sensor de temperatura.

#### b) Evaluación:

Para obtener las características del sensor de temperatura (diodo), se utilizó un sistema de adquisición de datos formado por una computadora HP9830A, actuando como interfase un multímetro HP3478A y como elemento de referencia un termómetro digital HP2820, dispuestos en el siguiente arreglo:

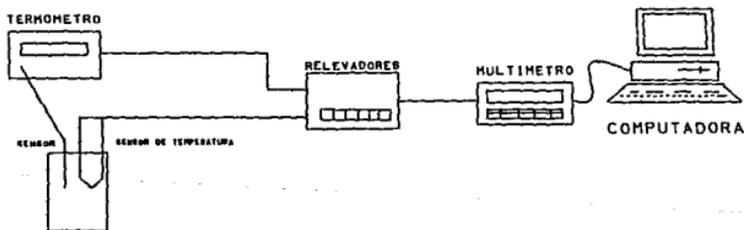


Figura 3.2 Sistema de adquisición de datos

#### 4) Función de transducción.

Para hallar la función de transducción se colocó el sensor junto con el termómetro digital dentro de un recipiente con agua. Al tiempo que se elevó la temperatura del agua, se mostró la resistencia del sensor con la computadora, encontrándose los siguientes datos:

T (°C)	R (Ω)
22.34	619.23
23.8	615.95
24.6	614.29
25	613.77
26	611.35
27	609.4
28	606.7
31	600.81
32	598.6
33	596.6
34.5	593.1
35.5	591.1
36	589.7
37.5	586.64
39.5	582.51
41	579.47
42	577.3
43	575.04
44	572.68
45	570

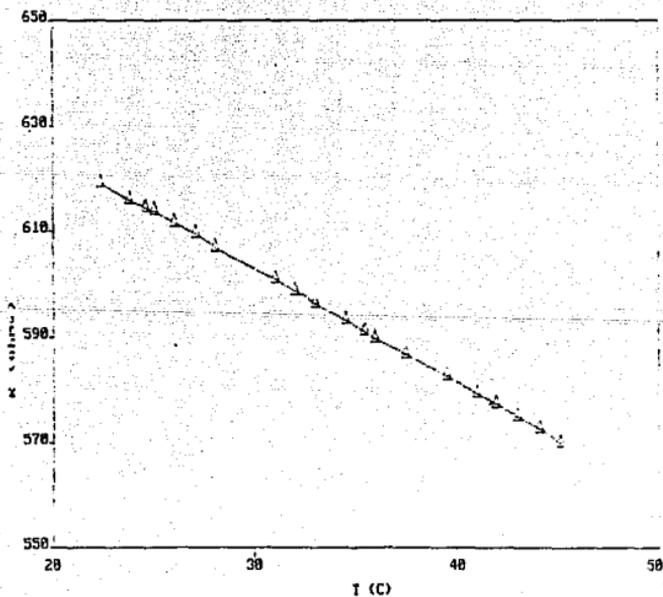


Figura 3.3 Función de transducción del sensor de temperatura

Se realizó un ajuste por mínimos cuadrados, encontrándose que:

$$R = (-2.147 \pm 7.23E-3) T + (667.22 \pm 0.2482) \quad (1)$$

con  $r^2 = 0.9995164$

Al despejar se puede observar que la función de transducción es:

$$T = \frac{667 - R}{2.14} \quad (2)$$

con R en ohms y T en Celsius.

#### ii) Linealidad.

Comparando la ecuación (1) con los datos experimentales, se observa que la desviación máxima es de 1.2 %.

#### iii) Tiempo de respuesta.

Para determinar el tiempo de respuesta del sensor, se introdujo alternadamente en dos medios a diferentes temperaturas, muestreando simultáneamente la resistencia eléctrica del diodo, obteniendo así la siguiente gráfica.

t(°seg)	R( $\Omega$ )
.75	625.89
54.46	625.95
58.24	626.84
59.75	627.11
61.27	627.17
65.05	624.02
65.8	623.52
66.56	622.46
67.32	617.57
68.07	611.98
68.83	584.94
69.59	520.85
70.34	507.31
71.1	492.1
71.86	489.1
72.61	484.69
73.37	482.68
74.13	482.52
74.88	481.79

t(°seg)	R(Ω)
75.64	481.28
76.39	480.74
88.5	480.44
106.65	480.86
108.16	481.05
108.92	481.24
109.68	481.94
111.19	482.6
114.97	481.79
115.73	481.83
116.49	482.07
117.24	487.58
118	497.92
118.75	506.17
119.51	509.4
120.27	514.96
121.02	520.1
121.78	522.63
122.54	529.92
123.29	574.32
124.05	591.48
124.81	609.98
125.56	614.53
126.32	619
127.08	620.16
127.83	621.53
128.59	622
129.34	622.76
130.1	623.42
130.86	623.27
131.61	624.06
132.37	624.23
133.13	624.53
133.88	624.25
134.64	624.88
135.4	625.09
136.15	625.18
136.91	625.34
137.67	625.42
138.42	625.53
139.18	625.59
142.96	625.99
173.22	626.97
177	627
251.89	627.45
263.23	627.44
263.99	629.57
264.75	636.36
265.5	630.65
266.26	629.11
267.01	628.86
270.04	629.48
272.31	629.04
273.07	626.05
273.82	565.25

t (°sec)	R (Ω)
274.58	517.29
275.34	505.02
276.09	492.8
276.85	489.7
277.6	486.8
278.36	485.85
279.12	485.75
279.87	485.66
280.63	485.53
281.39	485.48
282.14	485.21
283.66	485.21
284.41	482.31
300.3	482.23
306.35	481.04
312.4	480.68
318.45	480.99
320.72	480.99
323.75	481.25
332.82	481.62
338.88	482.87
339.63	489.84
340.39	495.62
341.14	506.19
341.9	514.71
342.66	520.88
343.41	523.54
344.17	528.78
344.93	535.3
345.68	584.53
346.44	600.2
347.2	614.58
347.95	623.78
348.71	624.08
349.47	626.39
350.22	627.79
350.98	628.25
351.73	628.95
352.49	626.2
353.25	629.53
354	629.73
354.76	629.86
355.52	630.45
356.27	630.4
357.03	630.4
363.08	630.42
369.13	630.2
369.89	632.23
378.21	632.15

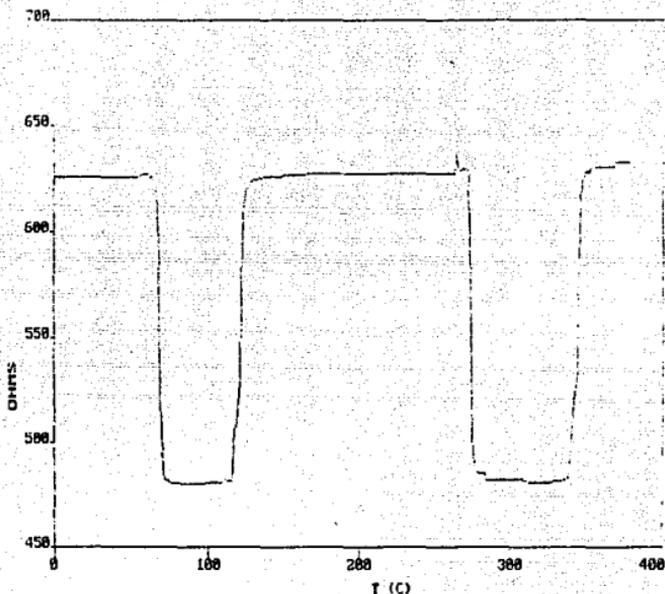


Figura. 3.4 Gráfica para determinar el tiempo de respuesta.

De esta gráfica se puede calcular el tiempo de respuesta del diodo, habiéndolo encontrado de 12.1 seg. al 90 %.

u) Resultados:

Tiempo de respuesta al 90%	12.1 seg.
Linealidad en (20,50)°C	1.2 %
Sensibilidad	-2.1 Ω/°C

e) Programación:

Para determinar las características del sensor, así como para realizar el muestreo de temperatura, durante los procesos

analizados (calentamiento, lavado, enfriamiento y control), fue necesario desarrollar una serie de programas en Lenguaje BASIC que es el lenguaje que maneja la computadora HP9830A.

A continuación se listan los programas desarrollados para la obtención de la función de transducción del sensor, la medición del tiempo de respuesta y por último el programa que realiza el muestreo de la temperatura que, además, realiza por dos métodos diferentes el cálculo numérico de la derivada de la temperatura respecto al número de datos, la cual se multiplica por el número de datos por unidad de tiempo y se obtiene numéricamente la derivada de la temperatura respecto al tiempo, además cuenta con una subrutina para calcular la integral respecto al tiempo.

Para el muestreo de temperatura el arreglo es modificado ligeramente, y se muestra a continuación:

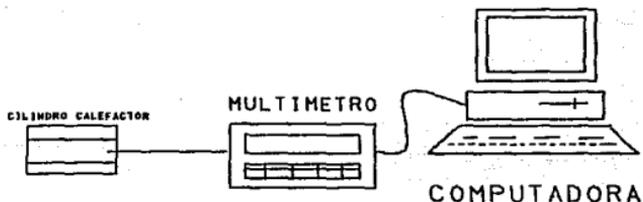


Figura 3.5 Sistema de adquisición de datos

3.2 Programa utilizado para obtener la función de transducción del diodo.

```
10 S=S0=S1=S2=S3=S4=0 'Inicializa las sumas
20 DIM A$(15),A[90],B[90]
30 DEF FNF (X)=M*X+B
40 DISP "NUMDAT=?,ESPRA=?,TEMAMB=";
50 INPUT Q,Q1,TO 'Número de datos, tiempo de muestreo,
60 'Temperatura ambiente
70 FOR I=1 TO Q
80 CMD "?U)", "?DC1A12" 'Conecta los relevadores 1 y 2 en la
85 'posición A
90 CMD "?U7", "HOT1N5RA" 'Programa el multímetro para lectura.
100 CMD "5W" ' El multímetro manda el dato.
110 ENTER (13,*)A$ ' La 9830A Captura el dato como una cadena.
120 A=VAL(A$) ' Le asigna el valor a la cadena.
130 A[I]=(A-0.0003)/0.01 ' Ajusta el dato según calibración.
140 WAIT 800
150 S=S+A[I] 'Realiza las sumas.
160 S1=S1+(A[I]^2)
170 CMD "?U)", "?DC1B12" 'Conecta los relevadores en la posición B.
180 CMD "?U7", "H3T1N5RA" 'Programa el multímetro para la lectura
185 'de Resistencia.
190 CMD "5W" 'El multímetro manda el dato.
200 ENTER (13,*)A$ 'La computadora captura el dato como cadena.
210 A=VAL(A$) 'Le asigna valor a la cadena.
220 B[I]=A
230 S2=S2+B[I] ' Realiza las sumas.
240 S3=S3+(B[I]^2)
250 S4=S4+(A[I]*B[I])
260 BEEP
270 WAIT Q1
280 NEXT I
290 BEEP
300 WAIT 200
310 BEEP
320 DISP "DRET=?, IMPRIMO?";
```

```

330 INPUT Q2,G 'Dato inicial, selección de impresión.
340 IF G=0 THEN 420
350 DISP "DINIC=?,PASO=";
360 INPUT I1,N 'Dato inicial, número de renglones.
370 FOR I=I1 TO Q STEP 5*N 'Inicia rutina de impresión.
380 PRINT A[I],A[I+1],A[I+2],A[I+3],A[I+4]
390 PRINT B[I],B[I+1],B[I+2],B[I+3],B[I+4]
400 PRINT
410 NEXT I
420 M0=Q*S1-(S^2)
430 M=((Q*S4)-(S*S2))/M0 'Cálculo de pendiente.
440 B=((S1*S2)-(S*S4))/M0 'Cálculo de ordenada.
450 R=((S4-(S*S2)/Q)^2)/((S1-(S^2)/Q)*(S3-(S2^2)/Q))
455 ' R = Coeficiente de correlación.
460 FOR I=1 TO Q 'Cálculo de errores.
470 S0=S0+((B[I]-FNF(A[I]))^2)
480 NEXT I
490 S5=SQR(S0/(Q-2))
500 M1=S5*SQR(Q/M0) 'Incertidumbre en la pendiente.
510 B1=S5*SQR(S1/M0) 'Incertidumbre en la ordenada.
515 PRINT "NDAT="Q","RDAT="Q2,"T.A.=T0 'Imprime ecuación ajustada.
520 PRINT "M="M"+-"M1,"B="B"+-"B1
530 PRINT "R^2=" R
540 DISP "GRAFICO"; 'Inicia rutina de graficación.
550 INPUT G
560 IF G=0 THEN 670
570 SCALE 20,50,500,700 'Prepara escala.
580 XAXIS 500,10 'Traza eje X
590 YAXIS 20,50 'Traza eje Y
600 FOR I=1 TO Q
610 PLOT A[I],B[I] 'Gráfica punto a punto.
620 PEN
630 NEXT I
640 FOR I=20 TO 50 'Gráfica la ecuación ajustada.
650 PLOT I,FNF(I)
660 NEXT I
665 PEN
670 END

```

3.3 Programa empleado para determinar el tiempo de respuesta del diodo.

```
10 DIM A$(15)
20 K=1
30 SCALE 0,500,500,700 'Ajusta escala.
40 XAXIS 500,100 'Traza eje X
50 YAXIS 0,50 'Traza eje Y
60 CMD "?U7","H3T1NSRA" 'Programa el multímetro para lectura.
70 CMD "5W" 'Manda un dato al multímetro.
80 ENTER (13,*)A$ 'La computadora captura el dato.
90 WAIT 600
100 A=VAL(A$) 'Valua la cadena.
110 PRINT A; 'Imprime datos.
120 PLOT K,A 'Gráfica datos.
130 PEN
140 K=K+1
150 IF K <= 500 THEN 70
160 PEN
170 END
```

3.4 Programa utilizado para muestrear la temperatura y calcular la derivada numérica.

```
10 K1=K=I=I1=J=Q=Q1=S=0 'Inicializa variables.
20 DIM A$(15),A[189,3],M[3,3]
30 CMD "?U7","H3T1NSRA" 'Programa el multímetro para lectura de
35 ' Resistencia.
40 DISP "TOMO DATOS";
50 INPUT G
60 IF G=0 THEN 240
70 DISP "NUMERO DE DATOS/3?, ESPERA, HORA";
80 INPUT Q,Q1,H0 'Número de datos, tiempo de muestreo y T inicial.
90 FOR I=1 TO Q 'Toma datos en grupos de tres.
100 FOR J=1 TO 3
110 CMD "5W" 'El multímetro manda un dato.
120 ENTER (13,*)A$ 'La computadora captura el dato.
130 BEEP
```

```

140 A=VAL(A$) 'Valua la cadena capturada.
150 A[I,J]=(.672-A/1000)/.0021 'Traduce a temperatura.
160 WAIT Q1
170 NEXT J
180 NEXT I
190 BEEP
200 WAIT 200
210 BEEP
220 DISP "HORA FINAL=?,RDAT=";
230 INPUT H1,Q2 'T final y Retardo.
240 DISP "IMPRIMO LOS VALORES DE A(I,J)";
250 INPUT G 'Selección de impresión.
260 IF G=0 THEN 330
270 PRINT "H0="H0,"H1="H1,"RET="Q1,"DRET="Q2,"NDAT="3*Q
280 DISP "DINIC=?,PASO=";
290 INPUT I,N 'Dato inicial y datos a imprimir.
300 FOR I=I TO Q STEP N 'Inicia impresión.
310 PRINT A[I,1],A[I,2],A[I,3]
320 NEXT I
330 DISP "LISTO PARA GRAFICAR";
340 INPUT G 'Selección de grficación.
350 IF G=0 THEN 490
360 GOSUB 1240 'Va a subrutina de trazado de ejes.
370 K=1
380 FOR I=1 TO Q
390 FOR J=1 TO 3
400 PLOT K,A[I,J] 'Gráfica de puntos.
410 K=K+1
420 NEXT J
430 NEXT I
440 PEN
450 DISP "GRAFICAMOS OTRA VEZ";
460 INPUT G
470 IF G=0 THEN 490
480 GOTO 360 'Vuelve a graficar.
490 DISP "REGRESO";
500 INPUT G
510 IF G=0 THEN 40 'Va a una nueva toma de datos.

```

```

520 DISP "INTEGRO";
530 INPUT G 'Selección de integración.
540 IF G=0 THEN 630
550 S=0
560 FOR I=1 TO Q 'Inicia integración numérica.
570 FOR J=1 TO 3
580 S=S+A[I,J]
590 NEXT J
600 NEXT I
610 S=S-(A[1,1]+A[Q,3])/2
620 PRINT "EL VALOR DE LA INTEGRAL ES: "S
630 DISP "DERIVO USANDO 3 PUNTOS";
640 INPUT G 'Selección de derivación.
650 IF G=0 THEN 1070
660 K1=1 'Inicia calculo de derivada.
670 FOR K=1 TO 3*Q-2 STEP 3 'Construye un sistema de
680 FOR I1=1 TO 3 'ecuaciones, con tres puntos,
690 M[I1,1]=(K-1+I1)^2 'y lo resuelve por determinantes.
700 M[I1,2]=(K-1+I1)
710 M[I1,3]=1
720 NEXT I1
730 GOSUB 1190 'Va a resolver el determinante.
740 D0=D
750 FOR I1=1 TO 3 'Construye el siguiente determinante.
760 M[I1,1]=A[(K+2)/3,I1]
770 NEXT I1
780 GOSUB 1190 'Va a resolver el determinante.
790 D1=D
800 FOR I1=1 TO 3 'Construye el tercer detrmnante.
810 M[I1,1]=(K-1+I1)^2
820 M[I1,2]=A[(K+2)/3,I1]
830 NEXT I1
840 GOSUB 1190 'Va a resolver el determinante.
850 D2=D
860 A[K1,2]=(D1/D0)*2*(K+1)+(D2/D0) 'Almacena la solución.
870 K1=K1+1
880 NEXT K
890 DISP "IMPRIMO LOS VALORES DT/DN";

```

```

900 INPUT G 'Selección la impresión de la derivada.
910 IF G=0 THEN 970
920 DISP "DI=?,DF=?,PASO=";
930 INPUT I,N,K3 'Dato inicial, Dato final y frecuencia.
940 FOR I=I TO N STEP 5*K3 'Inicia Impresión.
950 PRINT A[I,2],A[I+1,2],A[I+2,2],A[I+3,2],A[I+4,2]
960 NEXT I
970 DISP "GRAFICO DT/DN";
980 INPUT G 'Selección de graficación de derivada.
990 IF G=0 THEN 1070
1000 GOSUB 1240 'Va a la subrutina de graficación.
1010 K1=1
1020 FOR K=1 TO 3+Q-2 STEP 3 "Inicia graficación.
1030 PLOT K+1,A[K1,2]
1040 K1=K1+1
1050 NEXT K
1060 PEN
1070 DISP "DERIVO USANDO 2 PUNTOS";
1080 INPUT G 'Opción de derivada usando dos puntos.
1090 IF G=0 THEN 1140
1100 FOR I=1 TO Q 'Calcula la pendiente entre cada
1110 A[1,2]=(A[I,1]-A[I,3])/2 'dos puntos y la almacena
1120 NEXT I
1130 GOTO 890 'Va a imprimir y graficar.
1140 DISP "ALGO MAS";
1150 INPUT G 'Regresa al inicio del programa
1160 IF G=0 THEN 1180
1170 GOTO 40
1180 END
1185 '*****SUBROUTINA PARA RESOLVER DETERMINANTES*****
1190 M1=M[1,1]*(M[2,2]*M[3,3]-M[2,3]*M[3,2]) 'Primer menor.
1200 M2=M[1,2]*(M[2,1]*M[3,3]-M[2,3]*M[3,1]) 'Segundo menor.
1210 M3=M[1,3]*(M[2,1]*M[3,2]-M[2,2]*M[3,1]) 'Tercer menor.
1220 D=M1-M2+M3 'Solución del determinante.
1230 RETURN
1235 '*****SUBROUTINA DE GRAFICACION*****
1240 DISP "LIMITE INFERIOR EN EL EJE Y";
1250 INPUT Y1 'Pide el límite inferior en el eje Y.

```

```
1260 DISP "LIMITE SUPERIOR EN EL EJE Y";
1270 INPUT Y2 'Pide el límite superior en el eje Y.
1280 DISP "INCX=?,INCY="; 'Pide los intervalos en los ejes.
1290 INPUT X0,Y0
1300 SCALE 0,3*Q,Y1,Y2 'Prepara la escala.
1310 IF (Y1*Y2>0) AND (ABS Y1<ABS Y2) THEN 1350 'Verifica el origen
1320 IF (Y1*Y2>0) AND (ABS Y1>ABS Y2) THEN 1370 'de los ejes.
1330 Y=0
1340 GOTO 1380
1350 Y=Y1
1360 GOTO 1380
1370 Y=Y2
1380 XAXIS Y,X0 'Traza eje X.
1390 YAXIS 0,Y0 'Traza eje Y.
1400 RETURN
```

## CAPITULO IV

### CONCLUSIONES

#### RESUMEN.

Finalmente en este capítulo se exponen las conclusiones obtenidas al aplicar el modelo al proceso de control de temperatura.

Se grafica la temperatura cuando el líquido está en reposo, observándose que la variación en temperatura está dentro del intervalo de control.

#### 4.1 CALCULO DE LA POTENCIA ELECTRICA MINIMA.

La primera aplicación del modelo fue conocer la potencia eléctrica mínima que el sistema requiere. Como la mayor parte de la potencia se emplea en calentar el líquido en movimiento, consideramos el modelo de la ecuación (65) del capítulo II y consideramos a la  $P_E$  una constante.

Esto es:

$$P_N = P_E - C_{EL} F \Delta T \quad (1)$$

De la ecuación (18) del capítulo II tenemos:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (2)$$

Y la ecuación (68) del capítulo II, tenemos que:

$$\Delta T = \frac{1}{C} \int_c^{t'} \text{Potencia } dt \quad (3)$$

Considerando la potencia eléctrica constante y sustituyendo la ecuación (1) en (3) tenemos:

$$\Delta T = \frac{1}{C} \int_0^t \left( P_E - \Delta T F_{C_{E1}} \right) dt . \quad (4)$$

Derivando respecto al tiempo:

$$\frac{d\Delta T}{dt} = \frac{1}{C} \left\{ P_E - \Delta T F_{C_{E1}} \right\} , \quad (5)$$

o bien:

$$\frac{d\Delta T}{dt} + \frac{1}{C} \Delta T F_{C_{E1}} = \frac{1}{C} P_E . \quad (6)$$

La solución para la ecuación diferencial (6) es:

$$\Delta T = K \exp \left\{ -F_{C_{E1}} t / C \right\} + \frac{P_E}{F_{C_{E1}}} , \quad (7)$$

pero de (21) del capítulo II tenemos que:

$$\Delta T = T - T_1 ,$$

donde T es la temperatura del líquido.

T<sub>1</sub> es la temperatura con la que entra el líquido al sistema.

Por lo tanto:

$$T - T_1 = K \exp \left\{ -F_{C_{E1}} t / C \right\} + \frac{P_E}{F_{C_{E1}}} , \quad (8)$$

o bien:

$$T = K \exp \left\{ -F_{C_{E1}} t / C \right\} + \frac{P_E}{F_{C_{E1}}} + T_1 . \quad (9)$$

Si consideramos la temperatura a la que entra el líquido al cilindro calefactor aproximadamente igual a la temperatura ambiente  $T_A$ , y que a  $t = 0$  la temperatura  $T$  debe ser igual a la temperatura de control ( $T_c = 36^\circ\text{C}$ ),

$$T_c = K + T_A, \quad (10)$$

o bien:

$$K = T_c - T_A = 36 - T_A. \quad (11)$$

Entonces la ecuación (9) se transforma en:

$$T = (T_c - T_A) \exp\left\{-\frac{P_E}{FC_{E1}} t/C\right\} + \frac{P_E}{FC_{E1}} + T_A. \quad (12)$$

Cuando  $t \rightarrow \infty$  tenemos que:

$$T = \frac{P_E}{FC_{E1}} + T_A. \quad (13)$$

Despejando  $P_E$  tenemos:

$$P_E = FC_{E1} (T - T_A). \quad (14)$$

Sabemos que  $F$  es igual a  $0.2 \text{ ml/s}$ .

$$C_{E1} = 4.186 \text{ J/g}^\circ\text{C}.$$

Suponiendo  $T_A = 18^\circ\text{C}$ , entonces  $P_E$  es igual a:

$$P_E = (0.2 \text{ ml/s}) \times (4.186 \text{ J/g}^\circ\text{C}) \times (37.5 - 18)^\circ\text{C}, \quad (15)$$

$$P_E = 16.32 \text{ W}. \quad (16)$$

Por lo tanto la potencia eléctrica mínima que requiere el sistema para controlar la temperatura del líquido de lavado a 37.5°C es de 16.32 W.

Como puede observarse en la ecuación (31) del capítulo II, la potencia eléctrica aplicada es de 17.25 W, con lo que se garantiza que el sistema puede elevar la temperatura del líquido de lavado a la temperatura de control.

#### 4.2 TIEMPO DE CONTROL.

A partir de la ecuación (27) del capítulo II:

$$T = T_A + (T_1 - T_A)e^{-t/R_1C}, \quad (17)$$

se calcula el tiempo en el cual la temperatura del sistema disminuye 0.5 °C.

Haciendo  $T = 37.5$ ,  
 $T_1 = 38.5$ ,

y despejando t tenemos:

$$t = -3600 \ln \left( \frac{37.5 - 23.25}{38 - 23.25} \right) = 123.7 \text{ s} . \quad (18)$$

Ahora calculamos el tiempo en que la temperatura del sistema aumenta 0.5 °C, así tenemos de la ecuación (58) del capítulo II

$$T = 0.0321 \left( t + \frac{e^{-0.062(t-12.4)}}{0.062} \right) - 1.1 + T_1, \quad (19)$$

o bien:

$$\Delta T = 0.0321 \left( t + \frac{e^{-0.062(t-12.4)}}{0.062} \right) - 1.1, \quad (20)$$

haciendo  $\Delta T = 0.5$  °C tenemos:

$$\frac{0.5}{0.0321} + 1.1 = \frac{e^{-0.062(t-12.4)}}{0.062} \quad (21)$$

$$16.67 = t + 1.144 e^{-0.062t}$$

Resolviendo por métodos numéricos (Newton-Raphson), obtenemos la solución:

$$t = 16.25 \text{ seg.} \quad (22)$$

sumando el valor obtenido en (18) y el obtenido en (22), encontramos que el tiempo de control es de:

$$t = 140 \text{ seg.} = 2.33 \text{ min.} \quad (23)$$

En la gráfica de control (ver figura 4.1), se puede observar la temperatura del líquido en reposo. Midiendo el tiempo de control se encuentra que es de 2.24 min. Para un rizo con una amplitud de 0.3 °C. Por lo tanto el modelo predice el comportamiento del sistema.

#### 4.3 TIPO DE CONTROL.

Como se mencionó en el capítulo I, este sistema cuenta con un control de temperatura del tipo ON-OFF (ver figura 1.4), con el que se requiere controlar la temperatura del líquido a  $37.5^{\circ}\text{C} \pm 0.5$ . En la figura 4.1 se observa la temperatura durante el estado estacionario y puede verse que cumple con el requisito antes señalado.

Durante el proceso de lavado la temperatura no disminuye más de 0.3 °C (ver figura 2.6), por lo que el intervalo de control sigue siendo válido. De lo anterior se puede concluir que el

sistema de control ON-OFF es suficiente para las necesidades presentadas por el sistema, no requiriendo así un control más sofisticado, como por ejemplo uno del tipo proporcional.

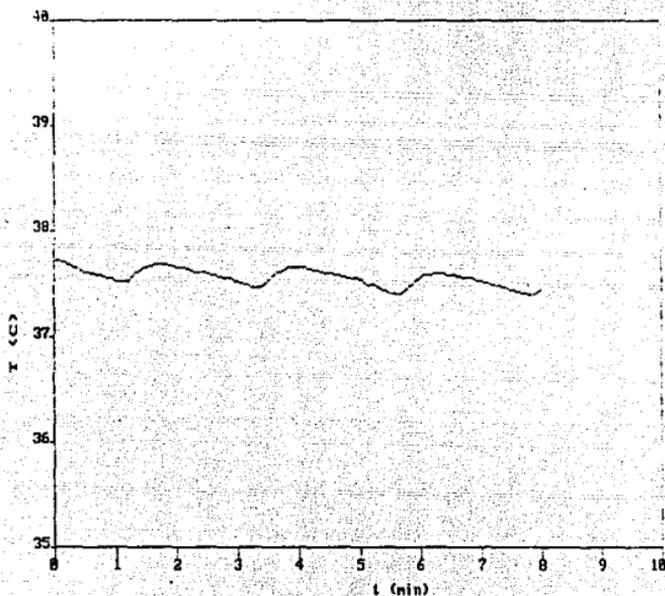


Figura 4.1 Temperatura en estado estacionario.

#### 4.4 DESVIACIONES DEL MODELO.

El modelo desarrollado para describir la temperatura durante el proceso de enfriamiento presenta una desviación máxima de 1.58 %, mientras que la ecuación que describe el proceso de calentamiento tiene una desviación máxima de 0.96 %, y la ecuación obtenida para explicar la temperatura durante el tiempo en que el líquido se encuentra en movimiento (proceso de lavado), tiene una desviación máxima de 4.6 %, por lo que se puede concluir que el error máximo del modelo aplicado al proceso de control tendrá un valor menor al 5 %.

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Alvarez M.; Caloca, F.; González M.; García J.; Pimentel J.; Galindo E. "Analizador Enzimático Sensible a Glucosa", Informe Técnico B-106-1, Centro de Instrumentos, U.N.A.M., Mayo 1987.
- 2.- Schneider P. J., "Conduction Heat Transfer", Addison Wesley 1955.
- 3.- Chapman A. J., "Heat Transfer", Macmillan Company 1960.
- 4.- Holman J. P., "Heat Transfer", International Student Edition, Fourth Edition.
- 5.- Resnick R.; Halyday D. "Física" Parte I CECSA, 1973.
- 6.- The Semiconductor data Book Motorola, Semiconductor Products Inc., Phoenix Arisona U.S.A. Motorola, 1969.