

Nº 20  
281



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ingeniería

**Métodos de Análisis Estáticos de Marcos  
con Interacción Suelo-Cimentación-  
Estructura**

**T E S I S**

Que para obtener el título de

**INGENIERO CIVIL**

P r e s e n t a :

**ROGELIO E. CASTILLO AGUILERA**



México, D.F.

1992

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# **MÉTODOS DE ANÁLISIS ESTÁTICOS DE MARCOS CON INTERACCIÓN SUELO- CIMENTACIÓN-ESTRUCTURA.**

## **1.- INTRODUCCIÓN.**

## **2.- MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN.**

**2.1 ) Introducción al Análisis de Marcos.**

**2.2 ) Método de las Rigideces.**

**2.3 ) Estudios Realizados.**

**2.3.1) Marco Propuesto.**

**2.3.2) Estudio de Mecánica de Suelos.**

**2.4 ) Aplicación del Método.**

**2.4.1) Explicación del Método.**

**2.4.2) Cálculo de Cargas.**

**2.4.3) Análisis Estructural.**

**2.4.4) Análisis de Asentamientos.**

## **3.- MÉTODO DEMÉNEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN.**

**3.1 ) Análisis de Marcos con Interacción.**

**3.2 ) Características del Método.**

**3.3 ) Metodología.**

**3.4 ) Análisis Estructural.**

**3.5 ) Análisis de Asentamientos.**

**3.6 ) Compatibilidad de Desplazamientos.**

#### **4.- INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN DE LEONARDO ZEEVAERT.**

**4.1 ) Interacción Suelo-Cimentación.**

**4.2 ) Análisis con Interacción Suelo-Cimentación.**

**4.3 ) Metodología.**

**4.4 ) Aplicación del Método.**

#### **5.- INTERACCION SUELO-CIMENTACIÓN DE ACUERDO AL RELAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL DEPARTAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL.**

**5.1 ) Interacción de acuerdo al R.C.D.D.F.**

**5.2 ) Aplicación del Método.**

**5.3 ) Comentarios del Método.**

#### **6.- RESULTADOS Y CONCLUSIONES.**

**6.1 ) Resultados.**

**6.2 ) Conclusiones.**

**6.3 ) Recomendaciones.**

#### **7.- REFERENCIAS.**

## **INTRODUCCION**

El análisis de estructuras tiene como finalidad describir el comportamiento de la estructura sujeta a diferentes acciones. Dichas acciones tienden a producir giros y desplazamientos con los cuales se puede realizar el anteproyecto para el cálculo de Elementos Mecánicos en toda la estructura.

Para poder realizar el análisis de la estructura es necesario idealizarla. La idealización más frecuente es considerar a la misma como si estuviera integrada por series de marcos planos en dos direcciones. Siendo dichas direcciones ortogonales entre sí.

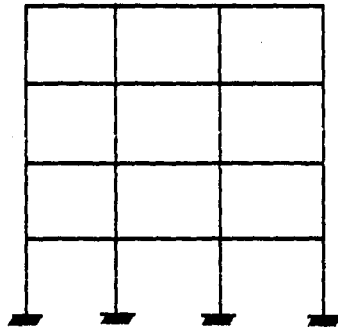


Figura 1.1 Marco Idealizado de una Estructura

De este modo se reduce el problema real tridimensional a uno de dos dimensiones; se considera además que las propiedades mecánicas de los elementos en cada marco están concentradas a lo largo de sus ejes. Todas las

## **1.-INTRODUCCION**

## INTRODUCCION

acciones que afectan a cada uno de los marcos deberán aplicarse sobre esta estructura idealizada.

Como se aprecia, el objeto del diseño estructural consiste en determinar las dimensiones y características de los elementos de una estructura para que ésta cumpla la función para la cual fué idealizada, con un grado de seguridad razonable, comportándose además de manera satisfactoria una vez que en ella actúen las condiciones de servicio.

Debido a estos requisitos, es indispensable conocer de manera amplia y explícita las relaciones que existen entre las características de los elementos de una estructura (dimensiones, refuerzos, etc.), las solicitaciones que debe soportar (cargas, flexión, etc.) y los efectos que dichas solicitaciones producen en la estructura (desplazamientos, giros). En otras palabras, es indispensable conocer la acción-respuesta de la estructura en estudio.

Las acciones en una estructura a las que se hace mención son las solicitaciones a que puede estar sometida. Entre éstas se encuentran, el peso propio, las cargas vivas, las presiones por viento, las aceleraciones por sismo y los asentamientos. Se puede considerar como respuesta de una estructura o de un elemento de la misma a su comportamiento bajo

una acción determinada. Entre las respuestas de una estructura se encuentran la deformación, el agrietamiento, vibraciones, durabilidad.

Debido a la gran variabilidad de las acciones, ha sido necesario desarrollar métodos de análisis en los cuales se pueda resolver el problema de cálculo tomando en cuenta todos los elementos que intervienen en la estructura.

Debido a lo anterior, se puede decir que en forma tradicional se ha optado por dividir el problema en dos grandes partes para poder resolverlo.

La primera de ellas consiste en el cálculo de los elementos mecánicos de la superestructura, considerando que ésta se encuentra empotrada, articulada o simplemente apoyada (Análisis Estructural).

La segunda división consiste en calcular los desplazamientos del terreno (Hundimientos) realizando un estudio de Mecánica de Suelos, para determinar las propiedades mecánicas del mismo, y con ellas junto con las cargas actuantes al nivel de desplante, realizar el cálculo de los hundimientos.

Como podemos apreciar no existe un vínculo entre el cálculo

## INTRODUCCION

de los elementos mecánicos producidos no solamente por las cargas actuantes en la superestructura, sino que no se está considerando la intervención de los desplazamientos en dichos elementos mecánicos.

Aún más, si consideramos que una cimentación en conjunto con su superestructura posee una determinada rigidez, y que en la base de la cimentación la masa de suelo va a reaccionar de forma variable a lo largo de la cimentación dependiendo del segmento de suelo que se encuentre debajo de la carga aplicada, se puede ver la necesidad de considerar estos fenómenos tanto en el cálculo de la superestructura, como de la cimentación.

Es decir que si la estructura en estudio se apoya sobre suelos de poca o baja compresibilidad tenderá a ser más rígida que si se apoyara en suelos de mediana a alta compresibilidad, en los cuales dicha estructura tenderá a ser más flexible incrementando las respuestas de la misma (mayores hundimientos totales y diferenciales).

En el Análisis Estructural se plantea la idealización de los apoyos de la estructura como cualquiera de los siguientes:

## TIPOS DE APOYO

Empotramiento

## SIMBOLOGIA



Articulación



Simplemente Apoyado



En estos tipos de apoyo, en el Empotramiento se restringen los desplazamientos y el giro, en la Articulación se restringen los desplazamientos pero se permite el giro y por último, el Simplemente Apoyado tan solo restringe un desplazamiento.

En realidad no solo existen estos tres tipos de apoyo, ya que dependiendo de la solución que se plantee para la cimentación, ésta puede estar en contacto continuo con el suelo (zapatas corridas, losa de cimentación), o tan solo puede apoyarse en un punto determinado (zapata aislada). Pero independientemente de la solución de la cimentación que se proponga al idealizar los apoyos de la estructura con los tipos mencionados se puede apreciar que en algunos casos, no concuerdan con la realidad.

Si a lo anterior se suma que el cálculo de los desplazamientos (hundimientos del terreno), solo interviene en el Análisis de Mecánica de Suelos, se ve la necesidad de que dichos desplazamientos intervengan como acciones en los apoyos de la estructura en cuestión.

## **INTRODUCCION**

Con base en lo anterior, se puede considerar que en forma tradicional se calculan los hundimientos del terreno considerando a la estructura de la cimentación 100% flexible, es decir, que la rigidez de la cimentación no es tomada en cuenta.

A la vez, la distribución de reacciones en la base de la cimentación se considera uniforme, lo cual en algunos casos no coincide con la realidad.

En el presente estudio se plantea dicha problemática, se hace una valoración de los métodos de análisis de marcos considerando la respuesta de la estructura a las diferentes acciones y a la vez se comparan los resultados obtenidos en dichos métodos.

En el capítulo 2 se plantea la solución del análisis de marcos según se ha hecho tradicionalmente. En este análisis se consideran los apoyos de la estructura como los descritos del tipo empotramiento, (Estructural) se calculan los elementos mecánicos debidos a las acciones de carga sin considerar la aceleración sísmica, y se considera la respuesta del suelo (reacciones), del tipo uniforme.

En dicho análisis se plantea la solución de Mecánica de Suelos en cuanto a los desplazamientos totales y diferenciales y se revisa las acciones en la cimentación considerando el método de Análisis de Cargas de Newmark<sup>1</sup>.

En el capítulo 3 se plantea la solución propuesta por el M en I Agustín Deméneghi <sup>2</sup> en este estudio se hace un análisis conjunto de la estructura y el suelo. En dicho análisis se considera a la estructura reticular apoyada en un suelo de mediana a alta compresibilidad en el cual la cimentación puede ser solucionada por elementos de contacto continuo (zapatas corridas, losa de cimentación),

En la parte estructural se emplea el método de las rigideces para realizar el análisis estructural. Por último se utilizan los desplazamientos del suelo para ponerlos en función de las reacciones de la estructura y se resuelve, obteniendo un análisis conjunto de la cimentación, la estructura y el suelo.

En el capítulo 4 se valora el método planteado por el Dr. Leonardo Zeevaert<sup>3</sup> como solución a la interacción Suelo-Cimentación.

---

<sup>1</sup>Referencia 1

<sup>2</sup>Referencia 2

<sup>3</sup>Referencia 3



## **INTRODUCCION**

En el estudio se realiza un análisis estructural considerando a la estructura empotrada en sus apoyos, similar al realizado en el capítulo 2 y se plantea el cálculo de las reacciones del terreno sobre la estructura utilizando la distribución de cargas a los largo de la cimentación.

En el análisis de la estructura de la cimentación se toma en cuenta una cimentación del tipo continuo (zapatas corridas, losa de cimentación, cajón de cimentación) y se calculan los asentamientos y las reacciones del terreno considerando que la cimentación es 100% flexible.

En el capítulo 5 se plantea el método de Análisis de Interacción Suelo-Estructura propuesto en el Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal.

Dicho análisis se basa en los conceptos expuestos en el Manual de Diseño de la Comisión Federal de Electricidad.

En este capítulo se desarrolla la interacción del Suelo con la Estructura de la Cimentación, la cual se encuentra representada por una retícula.

En el inciso 6 se revisan los resultados obtenidos en los incisos anteriores, comparando en precisión, magnitud, y facilidad de cálculo los resultados obtenidos y se realizan las conclusiones pertinentes.

## **2.1- INTRODUCCION AL ANÁLISIS DE MARCOS**

El análisis de estructuras que en forma tradicional se ha venido realizando, consiste en suponer a la estructura formada por una serie de marcos planos en dos direcciones, los cuales están en contacto con la superficie a través de apoyos, siendo éstos del tipo de empotramiento, articulación o apoyos libres (simplemente apoyado).

Por otro lado, se supone que las acciones que actúan en la estructura producen en ella una reacción uniforme a lo largo de toda la cimentación, con lo que se puede llegar a conocer el nivel de esfuerzos que están actuando en la masa de suelo y a la vez determinar los incrementos de esfuerzo para el cálculo de hundimientos.

En dichos análisis (estructural y de mecánica de suelos) , se puede apreciar que existe una gran diversidad de métodos de análisis que se pueden desarrollar. Entre los métodos más comunes utilizados en el cálculo de los elementos mecánicos de la estructura, se pueden utilizar:

- Método de Distribución de Momentos
- Método de las Flexibilidades
- Método de las Rigideces
- etc.

## **2.-MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**

## MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN

La utilización de cada uno depende del tipo de marco que se va a analizar, además de existir métodos de análisis, que basándose en los anteriores realizan sus operaciones basados en programas de cómputo para computadoras personales, los cuales facilitan enormemente la labor iterativa de cálculo de elementos mecánicos en toda la estructura, además de poder realizar diversas iteraciones haciendo modificaciones a la distribución de cargas, a los factores de carga, o a cualquier elemento que se desee modificar para poder observar los efectos que tiene en cuanto a la estructura en conjunto.

Dentro de éstos programas de cómputo existen en la actualidad entre otros:

Etapbs  
A.S.T.E.  
A.E.C.  
Analest, etc.

La gran mayoría de estos programas se dedican a resolver la matriz de rigideces de la estructura en estudio, por medio del cálculo de la matriz de rigideces en base a los datos proporcionados por el operador y realizando el cálculo de la matriz inversa de la matriz de rigideces, lo cual otorga el conocimiento de los elementos

mecánicos en la estructura de una manera muy sencilla.

Hay que volver a hacer mención en que dichos programas se basan en la teoría estructural, sobre todo en el cálculo de las matrices de rigideces y de flexibilidades. Sin embargo, el ingeniero proyectista debe tener conocimiento de la manera de realizar dichos cálculos, ya que éstos programas tan solo se limitan a solicitar al operador la introducción de la geometría de los elementos mecánicos así como de las características de los apoyos y del tipo de material con que se cuenta, y al final proporcionan una solución en cuanto a los elementos mecánicos actuantes en los elementos estructurales debidos a las acciones consideradas al principio. Pero en ningún momento se tiene el conocimiento de la labor que se está realizando o de cómo se está realizando.

Es por esto que es de vital importancia saber cuando se está utilizando un programa para el análisis estructural, cuáles son los procedimientos que utiliza para llegar a la solución de éste y así poder interpretar los resultados obtenidos con la ejecución de dicho programa.

Por otra parte también se realizan a la par los estudios referentes a la Mecánica de Suelos, en dichos análisis se



## MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN

En donde los desplazamientos nodales ( $X_n$ ) se han separado en un vector  $X$  que corresponde a los grados de libertad (incógnitas) y un vector de desplazamientos restringidos  $X_r$ . Generalmente este vector es nulo, excepto cuando se cuenta con movimientos conocidos en los apoyos de la estructura.

El vector de fuerzas en los nodos ( $P_n$ ) se divide en:  $P_l$  en el cual se anotan las fuerzas concentradas externas, correspondientes a los grados de libertad, y en  $P_r$  que es el vector que contiene las reacciones en los apoyos de la estructura (vector de incógnitas).

El vector  $P_{nc}$  que contiene las fuerzas de empotramiento se divide en el vector  $P_{lc}$  correspondiente a los grados de libertad debidos a cargas aplicadas sobre los miembros estructurales y en el vector  $P_{rc}$ , formado por fuerzas de empotramiento correspondientes a los desplazamientos restringidos debidos a cargas aplicadas en los miembros.

Por último, la matriz  $K_n$  que contiene los coeficientes de rigidez de la estructura debidos a fuerzas correspondientes a cada desplazamiento debidos a valores unitarios de dichos desplazamientos.

El procedimiento para el cálculo de la columna "i-ésima" de la matriz  $K_n$ , consiste en suponer a la estructura completamente rígida y se asignan valores unitarios a los desplazamientos "i-ésimos". Se calculan las reacciones en los nodos de la estructura restringida, el resultado se coloca en el renglón correspondiente de la columna "i-ésima" de la matriz  $K_n$ .

Las submatrices de la matriz  $K_n$  tienen un significado físico, la submatriz  $K$  es una matriz cuadrada y simétrica, de coeficientes de rigidez correspondientes a los grados de Libertad unicamente. La submatriz  $K_{lr}$  contiene fuerzas debidas a los grados de libertad producidas por valores unitarios de los desplazamientos restringidos. La submatriz  $K_{rl}$  es la transpuesta de  $K_{lr}$  y contiene fuerzas debidas a los desplazamientos restringidos debidas a valores unitarios de los grados de libertad. Por último la submatriz  $K_{rr}$  es una matriz cuadrada, simétrica conteniendo fuerzas correspondientes a los desplazamientos restringidos debidos a valores unitarios de los mismos desplazamientos.

La ecuación 2.2 se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_l &= P_{lc} + K X + K_{lr} X_r \\ P_r &= P_{rc} + K_{rl} X + K_{rr} X_r \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2.3})$$

MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN

En estas ecuaciones los desplazamientos desconocidos pueden obtenerse como sigue:

$$X = K^{-1} (P_l - P_{lc} - K_{lr} X_r) \quad (\text{Ec. 2.4})$$

Esta ecuación implica que debe obtenerse la matriz inversa K, la cual es conocida como Matriz de Rigideces, la cual se obtiene de la suma algebraica de los vectores de fuerzas, obteniendose un solo vector de fuerzas combinadas P<sub>c</sub>:

$$\begin{aligned} P_c &= P_l - P_{lc} - K_{lr} X_r \quad \delta \\ P_c &= K X \quad (\text{Ec. 2.5}) \end{aligned}$$

Esta ecuación matricial representa un sistema de N ecuaciones algebraicas lineales con N incógnitas (los desplazamientos de los N grados de libertad). Una

vez obtenido el vector X (por medio de la ecuación 2.4), puede sustituirse en la ecuación 2.3 para obtener las reacciones en los apoyos P<sub>r</sub>.

## 2.3 ESTUDIO REALIZADOS

### 2.3.1 MARCO PROPUESTO

Para aplicar los métodos de análisis de marcos, se propone solucionar el marco mostrado en la Figura 2.1.

Dicho marco se contempla para uso de oficinas.

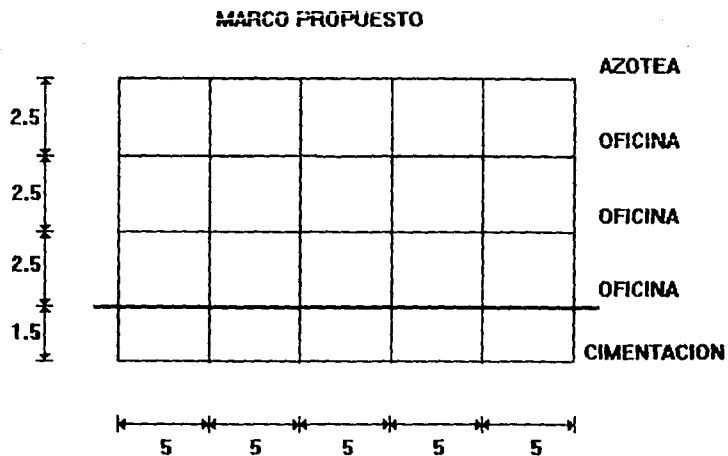


FIG. 2.1

## MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN

### 2.3.2 ESTUDIO DE MECÁNICA DE SUELOS.

Para obtener las propiedades índice del suelo a tratar, se realizó un estudio de Mecánica de Suelos.

En este estudio se efectuaron pruebas de contenido de agua, triaxiales y consolidaciones.

Los resultados indican que hasta la profundidad de 20 metros, se cuenta con cinco estratos, los cuales son:

De 0 a 6 m Limo arenoso gris obscuro y negro con desperdicio y relleno de construcción antigua.

De 6 a 10 m Limo poco arcilloso gris obscuro con carbonato de calcio.

De 10 a 14 m Arcilla limosa café olivo y gris con carbonatos de calcio.

De 14 a 15 m Arena fina negra volcánica.

De 15 a 20 m Arcilla limosa gris, café olivo y café rojizo con carbonatos de calcio.

Las consolidaciones se realizaron a las profundidades de 6.5 m, 13.9 m y 19.1 m.

Los resultados obtenidos se muestran a continuación.

En primer lugar se describe la estratigrafía del suelo, junto con su contenido de agua hasta una profundidad de 20 m.

A continuación se muestran las gráficas de los esfuerzos totales y efectivos a las diferentes profundidades.

Para la profundidad de 6.5m se realizaron una prueba triaxial y se calculó el módulo de deformación elasto-plástica ( $M_{ep}$ ).

En las profundidades de 13.9 y 19.1 m. se calcularon las curvas de compresibilidad con sus respectivos coeficientes.

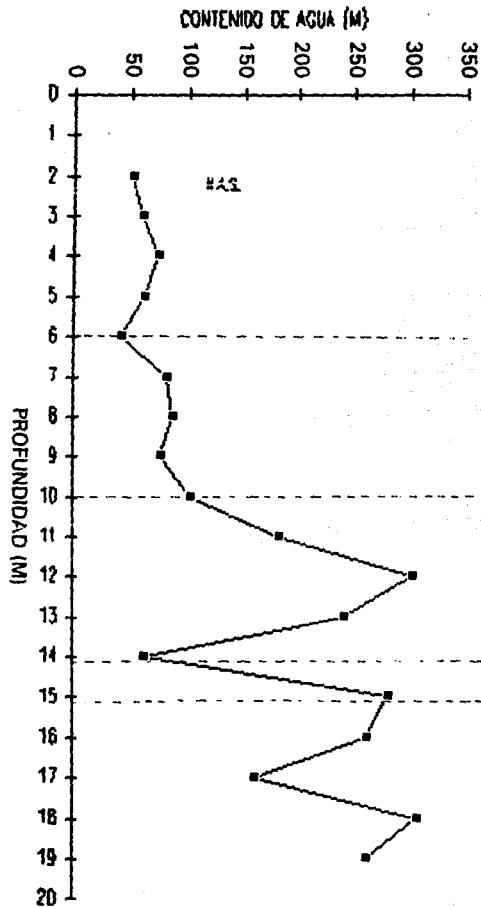
Con estos cálculos se determinó que el suelo era blando, por lo que era idóneo utilizarlo para el objetivo de este trabajo.

Las gráficas obtenidas son las siguientes:

MÉTODO TRADICIONAL DE ANALISIS DE MARCOS SIN INTRACCIÓN

CONTENIDO DE AGUA

LIMO ARENOSO GRIS OBSCURO Y NEGRO CON DESPERDICIO Y RELLENO DE CONSTRUCCIÓN ANTIGUA.
LIMO POCO ARCILLOSO GRIS OSCURO CON CARBONATO DE CALCIO.
ARCILLA LIMOSA CAFÉ OLIVO Y GRIS CON CARBONATOS DE CALCIO.
ARENA FINA NEGRA VOLCÁNICA.
ARCILLA LIMOSA GRIS, CAFÉ OLIVO Y CAFÉ ROJIZO CON CARBONATOS DE CALCIO.

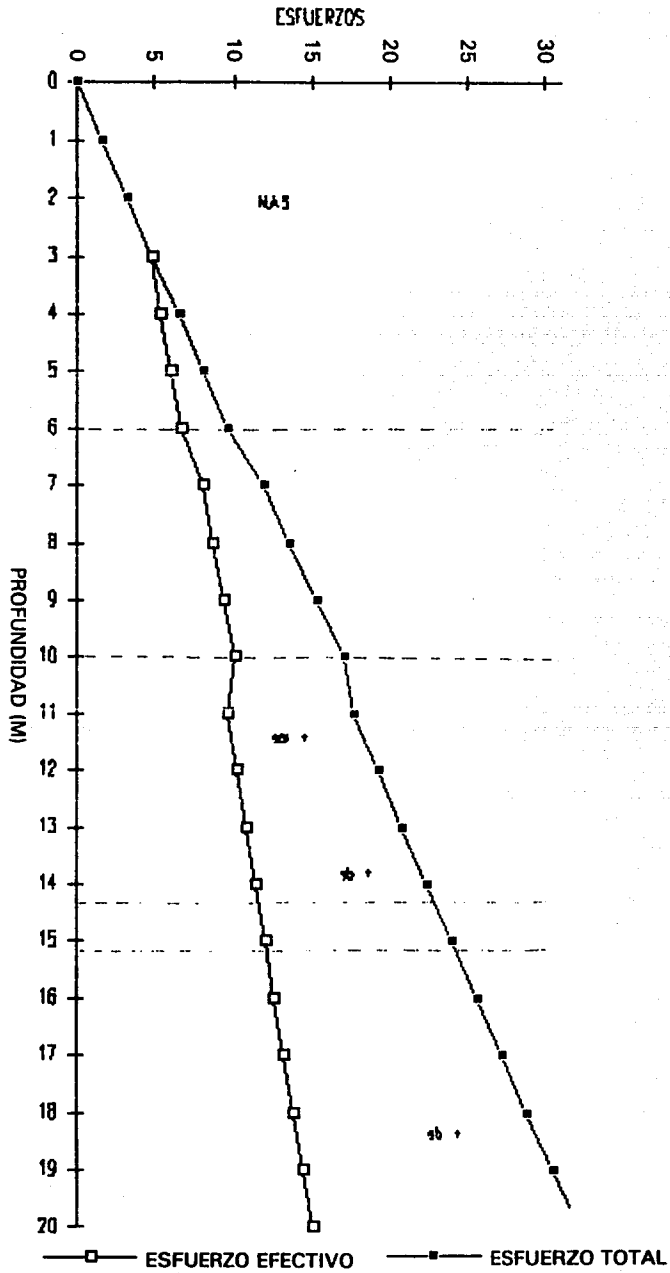




**MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**

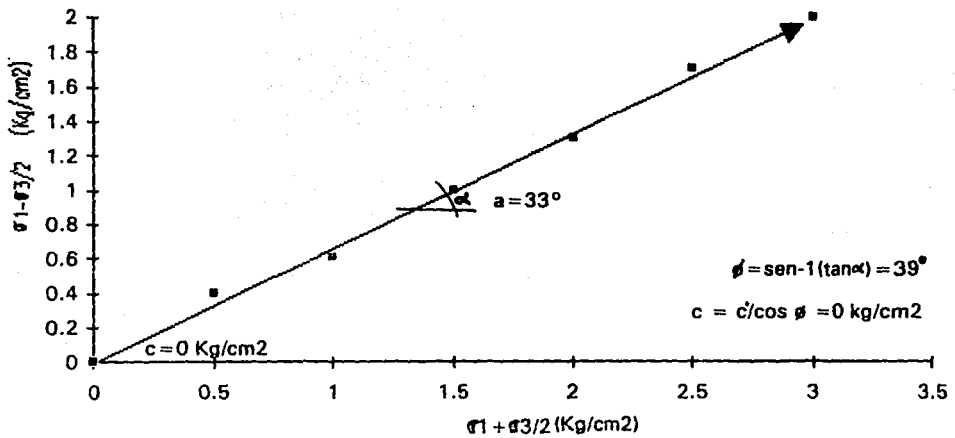
**ESFUERZOS EN LA MASA DE SUELO**

ESFUERZOS (T/M<sup>2</sup>)

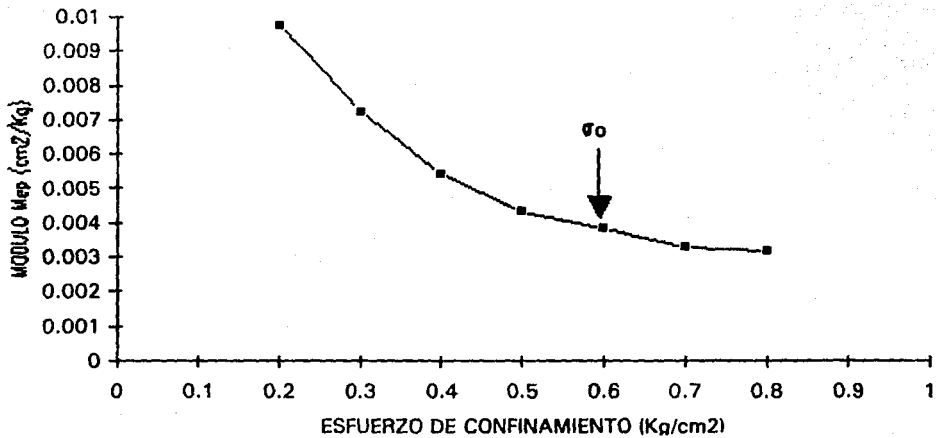


MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN

TRIAxIAL  
CUBA M.6.5m

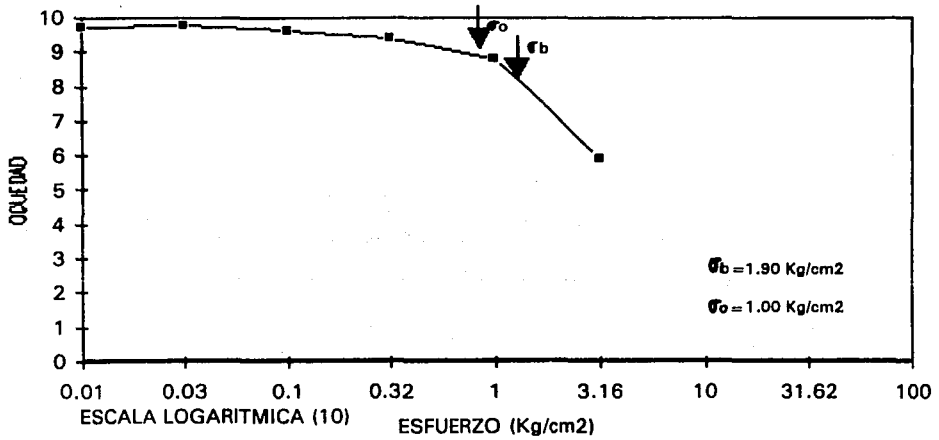


MODULO DE DEFORMACION ELASTO-PLASTICA  
CUBA M.6.5m

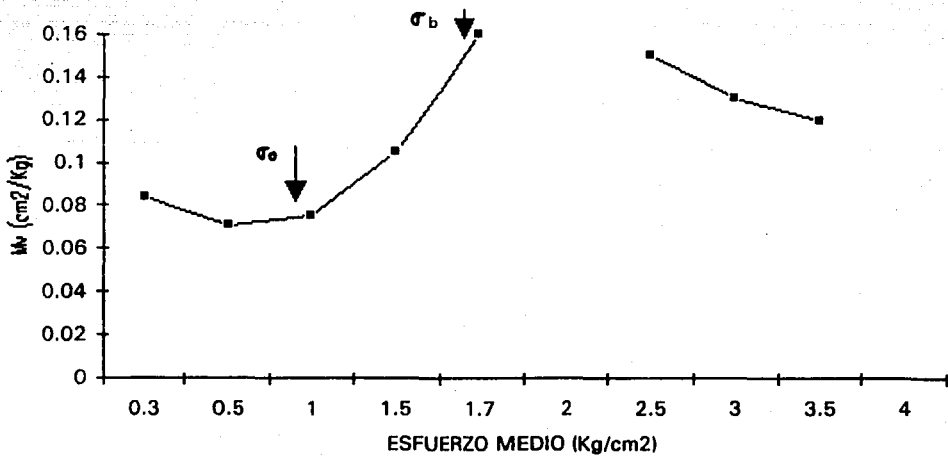


MÉTODO TRADICIONAL DE ANALISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN

CURVA DE COMPRESIBILIDAD  
CUBA 13.9m

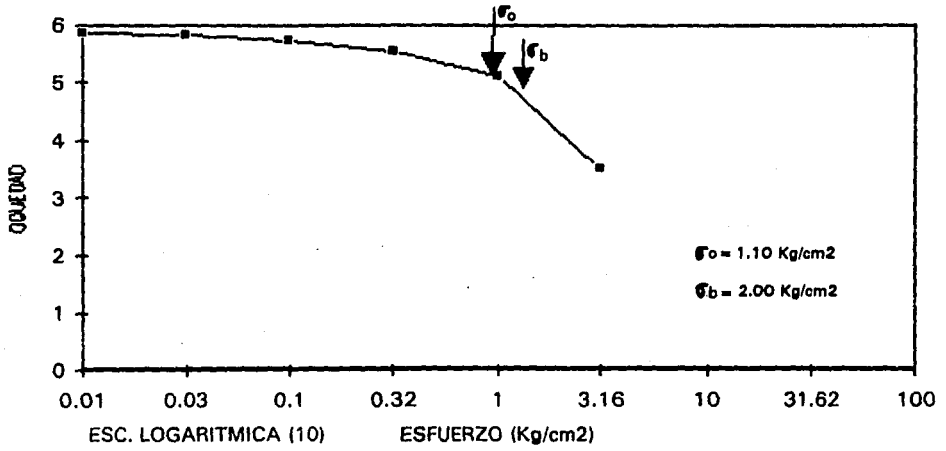


COEFICIENTE DE COMPRESIBILIDAD  
CUBA 13.9 m

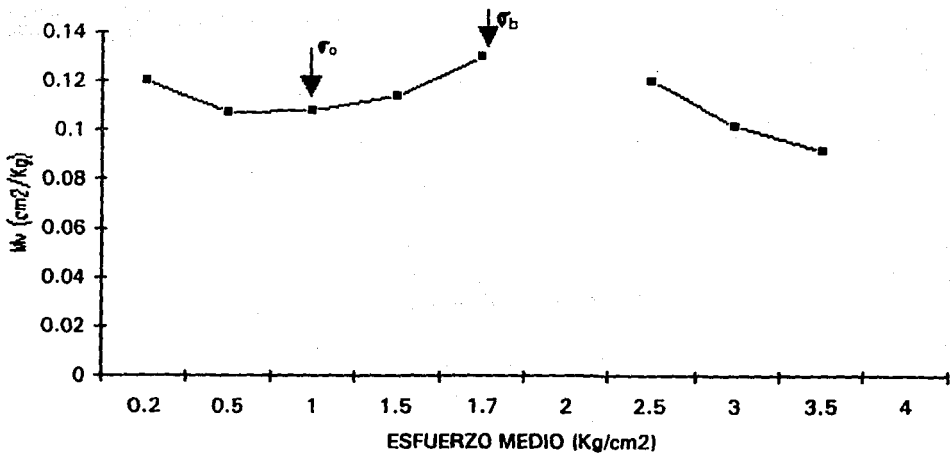


**MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**

**CURVA DE COMPRESIBILIDAD  
CUBA 19.1 m**



**COEFICIENTE DE COMPRESIBILIDAD  
CUBA 19.1 m**



## 2.4 APLICACION DEL METODO

### 2.4.1 EXPLICACIÓN DEL MÉTODO

En el presente estudio se utilizarán marcos planos para resolver un ejemplo práctico. En primer lugar se resolverá la estructura propuesta desde el punto de vista estructural utilizando para ello el paquete de análisis estructural "Analest" (Análisis Estático de Marcos) para obtener los elementos mecánicos de la estructura. En esta parte del análisis se considera a la superestructura empotrada en la base (cimentación) y se considera que existe una reacción uniforme por parte del suelo debido a las cargas a las que está sujeto.

Por otra parte se hace un análisis de Mecánica de Suelos, con el fin de obtener los desplazamientos en cada nodo del marco propuesto. Lo anterior proporciona la información necesaria para obtener los desplazamientos totales y diferenciales de la estructura y así poderlos comparar contra los valores permisibles de asentamientos y poder tomar una decisión en cuanto al tipo de cimentación escogida, para identificar si es la adecuada o si se debe proponer otro tipo.

El programa utilizado para resolver la estructura (Analest) realiza el cálculo por medio de la matriz de rigideces. En este método se considera la estructura reticular formada por barras doblemente empotradas.

Por esto el método considera como incógnitas los desplazamientos de los nodos (tomando en cuenta que un nodo es la intersección de dos o más barras). En cada barra se deberá restringir el desplazamiento debido a la aplicación de una carga (P), lo cual se repite a lo largo de toda la estructura.

Al final se necesita obtener los coeficientes de rigidez, para elaborar la matriz K (Matriz de Rigideces), como se describe en el inciso 2.2 de este capítulo. Una vez resuelto el sistema de ecuaciones K de la matriz de rigideces se conocen los desplazamientos de cada nodo y conociendo la relación entre los desplazamientos y los elementos mecánicos, se obtiene la solución del problema estructural.

### 2.4.2 CALCULO DE CARGAS

En primer lugar se debe proceder al cálculo de las cargas actuantes en la estructura considerando el uso para el que va a ser diseñado el marco, la

**MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**

geometría de las secciones y el material a utilizar (tal como concreto o acero). Para lo anterior se recurrió al Reglamento de Construcciones del Departamento

del Distrito Federal. Los resultados obtenidos de este proceso son los siguientes, (Fig. 2.2):

**CARGAS VIVAS:**

OFICINA =	250 KG/M2
ESTACIONAMIENTO =	250 KG/M2 + 1500KG /PIEZA
AZOTEA =	100 KG/M2

**BAJADA DE CARGAS:**

**PLANTA TIPO OFICINAS:**

LOSA DE CONCRETO 0.1x1x1x2400	240 KG/M2
REGLAMENTO DEL D.D.F.	40 KG/M2
FIRME DE MORTERO 0.3x1x1x200	60 KG/M2
ALFOMBRA	10 KG/M2
PLAFON DE YESO	60 KG/M2
MUROS DIVISORIOS	50 KG/M2
CARGA MUERTA=	460 KG/M2
CARGA VIVA=	250 KG/M2
CARGA TOTAL=	710 KG/M2

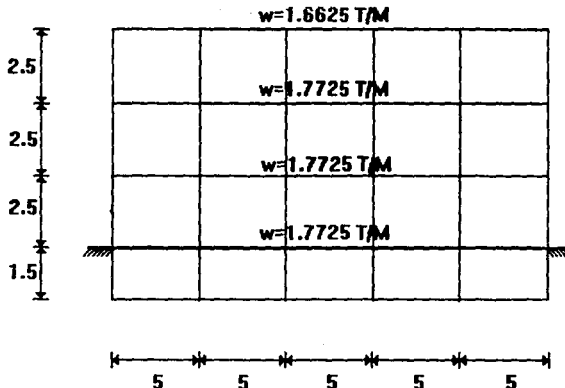
**AZOTEA:**

LOSA DE CONCRETO 0.1x1x1x2400	240 KG/M2
REGLAMENTO DEL D.D.F.	40 KG/M2
RELLENOTEZONTEO.15x1x1x1000	150 KG/M2
ENTORTADO Y ENLADRILLADO	100 KG/M2
IMPERMEABILIZANTE	10 KG/M2
APLANADO DE YESO	25 KG/M2
CARGA MUERTA=	565 KG/M2
CARGA VIVA=	100 KG/M2
CARGA TOTAL=	665 KG/M2

**ESPECIFICACIONES:**

CONCRETO REFORZADO	$f'c = 250 \text{ KG/CM}^2$
ELEMENTOS ESTRUCTURALES	
COLUMNAS	40 x 40 CM.
VIGAS DE INTREPICION	25 x 50 CM.
TRABE DE CIMENTACION	30 x 150 CM.
AREA TRIBUTARIA	2.5 M

**MARCO CARGADO**



**FIG. 2.2**

## MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN

### MOMENTOS DE INERCIA COLUMNAS

$$I_v = \frac{bh^3}{12} = \frac{.35 \times (.40)^3}{12} = 1.86 \times 10^{-3} \text{ M}^4$$

### VIGAS DE ENTREPISO

$$I_c = \frac{bh^3}{12} = \frac{.40 \times (.40)^3}{12} = 2.13 \times 10^{-3} \text{ M}^4$$

### TRABE DE CIMENTACION

$$I = I_a + I_b + A_b d_b^2 + I_c + A_c d_c^2$$
$$I = \frac{.30(1.5)^3}{12} + \frac{2.2(.2)^3}{12} + 2.2(.2)(.65)^2 + \frac{2.2(.12)^3}{12} + 2.2(.12)(.69)^2$$
$$I = 0.3977 \text{ M}^4$$

### MODULO DE ELASTICIDAD

$$E_c = 14000 (F'c)^{1/2}$$

$$E_c = 14000 (250)^{1/2} \quad E_c = 2.2 \times 10^6 \text{ TON/M}^2$$

### 2.4.3 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

En segundo lugar se procede a designar el sistema global de coordenadas y el sistema local, para el marco propuesto. En dichos sistemas se determinan las cargas por elemento, se nombran los giros y desplazamientos de cada elemento y su posición con respecto a cada sistema de coordenadas.

El siguiente paso es obtener los elementos mecánicos actuantes en la estructura. Para ello se realizará una corrida del programa "Analest". Como ya se mencionó, dicho programa calcula la matriz de rigideces y produce la salida de resultados con respecto a un sistema global de referencia.

El resultado de dicha corrida es el siguiente:

#### ANÁLISIS DE MARCOS PLANOS

#### DATOS DEL PROYECTO

CLIENTE : T E S I S  
PROYECTO : ANÁLISIS TRADICIONAL DE MARCOS SIN INTERACCIÓN  
PLANTA : ÚNICA  
SUBÁREA :  
TÍTULO :  
PREPARO :  
FECHA :  
OPERO : ROGELIO CASTILLO AGUILERA

**MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**

**DATOS DE LA ESTRUCTURA**

NUMERO DE MIEMBROS = 38  
NUMERO DE NUDOS = 24  
NUMERO DE RESTRICCIONES DE APOYOS = 18  
NUMERO DE NUDOS RESTRINGIDOS = 6  
NUMERO DE GRADOS DE LIBERTAD = 54  
MODULO DE ELASTICIDAD A LA TENSION O A LA COMPRESION = 2200000

**COORDENADAS DE NUDOS**

NUDO	X	Y
1	0.00	0.00
2	5.00	0.00
3	10.00	0.00
4	15.00	0.00
5	20.00	0.00
6	25.00	0.00
7	0.00	5.00
8	5.00	5.00
9	10.00	5.00
10	15.00	5.00
11	20.00	5.00
12	25.00	5.00
13	0.00	10.00
14	5.00	10.00
15	10.00	10.00
16	15.00	10.00
17	20.00	10.00
18	25.00	10.00
19	0.00	15.00
20	5.00	15.00
21	10.00	15.00
22	15.00	15.00
23	20.00	15.00
24	25.00	15.00

**DESIGNACIONES Y PROPIEDADES DE LOS MIEMBROS**

MIEMBRO	J	K	AX	I2	L
1	1	2	0.450000	0.084375	5.000000
2	2	3	0.450000	0.084375	5.000000
3	3	4	0.450000	0.084375	5.000000
4	4	5	0.450000	0.084375	5.000000
5	5	6	0.450000	0.084375	5.000000
6	7	8	0.125000	0.002604	5.000000
7	8	9	0.125000	0.002604	5.000000
8	9	10	0.125000	0.002604	5.000000
9	10	11	0.125000	0.002604	5.000000
10	11	12	0.125000	0.002604	5.000000
11	13	14	0.125000	0.002604	5.000000
12	14	15	0.125000	0.002604	5.000000
13	15	16	0.125000	0.002604	5.000000
14	16	17	0.125000	0.002604	5.000000
15	17	18	0.125000	0.002604	5.000000
16	19	20	0.125000	0.002604	5.000000
17	20	21	0.125000	0.002604	5.000000
18	21	22	0.125000	0.002604	5.000000
19	22	23	0.125000	0.002604	5.000000
20	23	24	0.125000	0.002604	5.000000
21	1	7	0.160000	0.002130	5.000000
22	2	8	0.160000	0.002130	5.000000
23	3	9	0.160000	0.002130	5.000000
24	4	10	0.160000	0.002130	5.000000



**MÉTODO TRADICIONAL DE ANALISIS DE MARCOS SIN INTRACCIÓN**

25	5	11	0.160000	0.002130	5.000000
26	6	12	0.160000	0.002130	5.000000
27	7	13	0.160000	0.002130	5.000000
28	8	14	0.160000	0.002130	5.000000
29	9	15	0.160000	0.002130	5.000000
30	10	16	0.160000	0.002130	5.000000
31	11	17	0.160000	0.002130	5.000000
32	12	18	0.160000	0.002130	5.000000
33	13	19	0.160000	0.002130	5.000000
34	14	20	0.160000	0.002130	5.000000
35	15	21	0.160000	0.002130	5.000000
36	16	22	0.160000	0.002130	5.000000
37	17	23	0.160000	0.002130	5.000000
38	18	24	0.160000	0.002130	5.000000

**RESTRICCIONES DE NUDOS**

NUDO	RESTRIC. X	RESTRIC. Y	RESTRIC. Z
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	1
6	1	1	1

**DATOS DE CARGA**

NÚMERO DE NUDOS CARGADOS = 0  
 NÚMERO DE MIEMBROS CARGADOS = 20

**CARGAS EN LOS MIEMBROS**

	I	P(I)	W(I)	X(I)
CARGAS DEL MIEMBRO 1	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 2	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 3	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 4	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 5	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 6	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 7	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 8	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 9	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 10	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 11	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO 12	1	0.00	1.77	5.00

**MÉTODO TRADICIONAL DE ANALISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**

CARGAS DEL MIEMBRO	13	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO	14	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO	15	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO	16	1	0.00	1.77	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO	17	1	0.00	1.66	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO	18	1	0.00	1.66	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO	19	1	0.00	1.66	5.00
CARGAS DEL MIEMBRO	20	1	0.00	1.66	5.00

**DESPLAZAMIENTOS DE NUDOS**

NUDO	DESPL.X	DESPL.Y	DESPL.Z
1	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.000000	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000	0.000000
5	0.000000	0.000000	0.000000
6	0.000000	0.000000	0.000000
7	-0.000011	-0.000175	-0.000297
8	-0.000007	-0.000381	0.000026
9	-0.000002	-0.000369	-0.000003
10	0.000002	-0.000369	0.000003
11	0.000007	-0.000381	-0.000026
12	0.000011	-0.000175	0.000297
13	-0.000006	-0.000290	-0.000232
14	-0.000004	-0.000632	-0.000004
15	-0.000001	-0.000613	0.000003
16	0.000001	-0.000613	-0.000003
17	0.000004	-0.000632	0.000004
18	0.000006	-0.000290	0.000232
19	0.000033	-0.000344	-0.000447
20	0.000019	-0.000755	0.000038
21	0.000006	-0.000731	-0.000006
22	-0.000006	-0.000731	0.000006
23	-0.000019	-0.000755	-0.000038
24	-0.000033	-0.000344	0.000447

**REACCIONES DE APOYOS**

NUDO	REAC.X	REA.Y	REAC.Z
1	0.339674	16.716923	3.122275
2	-0.026134	35.675972	0.040978
3	0.004768	34.857121	-0.008795
4	-0.004768	34.857124	0.008795
5	0.026134	35.675983	-0.040977
6	-0.339674	16.716927	-3.122275

**ACCIONES DE EXTREMO DE LOS MIEMBROS**

MIEMBRO	NUDO	AXIAL	CORTANTE	MOMENTO Z
1	1	0.0000	4.4313	3.6927
	2	0.0000	4.4313	-3.6927
2	2	0.0000	4.4313	3.6927
	3	0.0000	4.4313	-3.6927
3	3	0.0000	4.4313	3.6927

**MÉTODO TRADICIONAL DE ANALISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**

	4	0.0000	4.4313	-3.6927
4	4	0.0000	4.4313	3.6927
	5	0.0000	4.4313	-3.6927
5	5	0.0000	4.4313	3.6927
	6	0.0000	4.4313	-3.6927
6	7	-0.2539	4.1715	2.6729
	8	0.2539	4.6910	-3.9714
7	8	-0.2539	4.4560	3.7882
	9	0.2539	4.4065	-3.6644
8	9	-0.2490	4.4313	3.6851
	10	0.2490	4.4313	-3.6851
9	10	-0.2539	4.4065	3.6644
	11	0.2539	4.4560	-3.7882
10	11	-0.2539	4.6910	3.9714
	12	0.2539	4.1715	-2.6729
11	13	-0.1529	4.2942	3.0884
	14	0.1529	4.5683	-3.7737
12	14	-0.1308	4.4195	3.6552
	15	0.1308	4.4430	-3.7140
13	15	-0.1313	4.4313	3.6997
	16	0.1313	4.4313	-3.6997
14	16	-0.1308	4.4430	3.7140
	17	0.1308	4.4195	-3.6552
15	17	-0.1529	4.5683	3.7737
	18	0.1529	4.2942	-3.0884
16	19	0.7465	3.8199	2.0673
	20	-0.7465	4.4926	-3.7489
17	20	0.6983	4.1862	3.5890
	21	-0.6983	4.1263	-3.4394
18	21	0.6986	4.1563	3.4490
	22	-0.6986	4.1563	-3.4490
19	22	0.6983	4.1263	3.4394
	23	-0.6983	4.1862	-3.5890
20	23	0.7465	4.4926	3.7489
	24	-0.7465	3.8199	-2.0673
21	1	12.2857	-0.3397	-0.5704
	7	-12.2857	0.3397	-1.1279
22	2	26.8135	0.0261	0.0410
	8	-26.8135	-0.0261	0.0897
23	3	25.9946	-0.0048	-0.0088
	9	-25.9946	0.0048	-0.0150
24	4	25.9946	0.0048	0.0088
	10	-25.9946	-0.0048	0.0150
25	5	26.8135	-0.0261	-0.0410
	11	-26.8135	0.0261	-0.0897
26	6	12.2857	0.3397	0.5704
	12	-12.2857	-0.3397	1.1279
27	7	8.1141	-0.5936	-1.5449
	13	-8.1141	0.5936	-1.4231
28	8	17.6665	0.0262	0.0936
	14	-17.6665	-0.0262	0.0372
29	9	17.1569	0.0001	-0.0056
	15	-17.1569	-0.0001	0.0063
30	10	17.1569	-0.0001	0.0056
	16	-17.1569	0.0001	-0.0063
31	11	17.6665	-0.0262	-0.0936
	17	-17.6665	0.0262	-0.0372
32	12	8.1141	0.5936	1.5449
	18	-8.1141	-0.5936	1.4231
33	13	3.8199	-0.7465	-1.6653
	19	-3.8199	0.7465	-2.0673
34	14	8.6787	0.0482	0.0813
	20	-8.6787	-0.0482	0.1599
35	15	8.2826	-0.0003	0.0080
	21	-8.2826	0.0003	-0.0096
36	16	8.2826	0.0003	-0.0080
	22	-8.2826	-0.0003	0.0096
37	17	8.6787	-0.0482	-0.0813
	23	-8.6787	0.0482	-0.1599
38	18	3.8199	0.7465	1.6653
	24	-3.8199	-0.7465	2.0673

MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN

**2.4.4 ANÁLISIS DE ASENTAMIENTOS**

Para el análisis de Asentamientos se calcula el incremento de esfuerzos debido a una carga uniforme aplicada sobre la base de la cimentación. Dicha carga corresponde al peso total del marco dividido entre su área tributaria.

En dichos cálculos, el incremento de esfuerzos se obtiene aplicando la Teoría de Boussinesq, con la ayuda de las cartas de Fadum para área rectangular uniformemente cargada.

El  $M_v$  (Coeficiente de Compresibilidad), se obtiene de las

gráficas de compresibilidad a la profundidad del estrato analizado considerando como esfuerzo actuante en la masa de suelo al esfuerzo efectivo más la mitad del incremento de esfuerzo obtenido del inciso anterior. Esto se realiza para tener un valor medio del esfuerzo aplicado en el suelo.

Una vez realizado lo anterior, se procede a calcular el desplazamiento (Asentamiento), por estrato para que al finalizar la suma de los asentamiento de cada estrato produzcan el asentamiento total.

Los cálculos para obtener dichos asentamientos fueron:

DESCARGA POR COLUMNA

NIVEL	EJE 1	EJE 2	EJE 3	EJE 4	EJE 5	EJE 6
AZOTEA	4.1563	8.3125	8.3125	8.3125	8.3125	4.1563
SEGUNDO	4.4313	8.8625	8.8625	8.8625	8.8625	4.4313
PRIMERO	4.4313	8.8625	8.8625	8.8625	8.8625	4.4313
P.B.	4.4313	8.8625	8.8625	8.8625	8.8625	4.4313

DESCARGA	17.4500	34.9000	34.9000	34.9000	34.9000	17.4500
----------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

CARGA PROMEDIO= 174.5000 TON

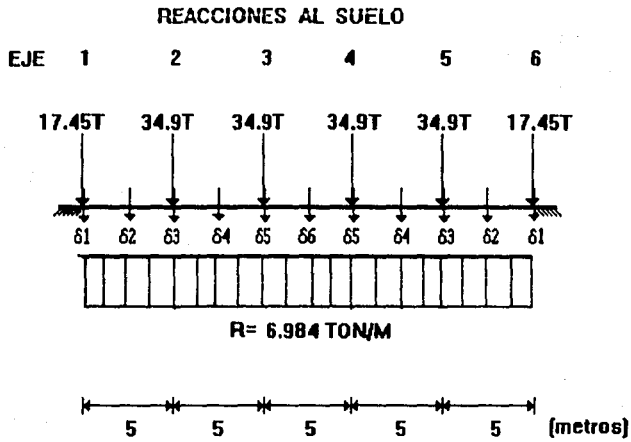
EXCAVACION= 60.0000 TON  
(1.5x25x1x1.6)

CARGA PARA HUNDIMIENTOS= 114.5000 TON

ESF.= 0.9160 TON/M<sup>2</sup>

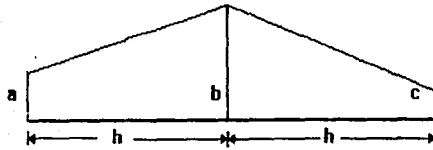
AREA= 25x5 M

**MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**



**FIG. 2.3**

**METODO DE NEWMARK  
PARA CARGAS LINEALMENTE VARIABLES**



$$P_{bc} = \frac{h (2b + c)}{12}$$

$$P_{ba} = \frac{h (2b + a)}{12}$$

$$P_b = \frac{h (a + 4b + c)}{12}$$

**FIG. 2.4**

### DESPLAZAMIENTO 1

w= 0.0916      X= 5      Y= 25

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	3.3333	16.6667	0.248	0.0227	0.0114	0.24	0.2514	0.0058	0.0593
4	6.5	0.7692	3.8462	0.177	0.0162	0.0081	0.56	0.5681	0.0037	0.0240
5	11	0.4545	2.2727	0.12	0.0110	0.0055	0.85	0.8555	0.0730	0.4012
5	16	0.3125	1.5625	0.085	0.0078	0.0039	1.15	1.1539	0.1070	0.4166
<b>d1=</b>										<b>0.9010</b>

### DESPLAZAMIENTO 2

w= 0.0916      X= 5      Y= 22.5

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	3.3333	15.0000	0.231	0.0212	0.0106	0.24	0.2506	0.0058	0.0552
4	6.5	0.7692	3.4615	0.09	0.0082	0.0041	0.56	0.5641	0.0037	0.0122
5	11	0.4545	2.0455	0.042	0.0038	0.0019	0.85	0.8519	0.0730	0.1404
5	16	0.3125	1.4063	0.025	0.0023	0.0011	1.15	1.1511	0.1070	0.1225
<b>d2=</b>										<b>0.3304</b>

w= 0.0916      X= 5.0000      Y= 22.5000

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	3.3333	15.0000	0.249	0.0228	0.0114	0.24	0.2514	0.0058	0.0595
4	6.5	0.7692	3.4615	0.169	0.0155	0.0077	0.56	0.5677	0.0037	0.0229
5	11	0.4545	2.0455	0.115	0.0105	0.0053	0.85	0.8553	0.0730	0.3845
5	16	0.3125	1.4063	0.09	0.0082	0.0041	1.15	1.1541	0.1070	0.4411
<b>d2=</b>										<b>0.9080</b>
<b>TOTAL=</b>										<b>1.2384</b>

## DESPLAZAMIENTO 3

w= 0.0916 X= 5.0000 Y= 5.0000

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	3.3333	3.3333	0.246	0.0225	0.0113	0.24	0.2513	0.0058	0.0588
4	6.5	0.7692	0.7692	0.145	0.0133	0.0066	0.56	0.5666	0.0037	0.0197
5	11	0.4545	0.4545	0.075	0.0069	0.0034	0.85	0.8534	0.0730	0.2508
5	16	0.3125	0.3125	0.042	0.0038	0.0019	1.15	1.1519	0.1070	0.2058

d3= 0.5351

w= 0.0916 X= 5.0000 Y= 20.0000

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	3.3333	13.3333	0.248	0.0227	0.0114	0.24	0.2514	0.0058	0.0593
4	6.5	0.7692	3.0769	0.17	0.0156	0.0078	0.56	0.5678	0.0037	0.0230
5	11	0.4545	1.8182	0.11	0.0101	0.0050	0.85	0.8550	0.0730	0.3678
5	16	0.3125	1.2500	0.085	0.0078	0.0039	1.15	1.1539	0.1070	0.4166

d3= 0.8667

TOTAL= 1.4017

## DESPLAZAMIENTO 4

w= 0.0916 X= 5.0000 Y= 7.5000

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	3.3333	5.0000	0.248	0.0227	0.0114	0.24	0.2514	0.0058	0.0593
4	6.5	0.7692	1.1538	0.15	0.0137	0.0069	0.56	0.5669	0.0037	0.0203
5	11	0.4545	0.6818	0.095	0.0087	0.0044	0.85	0.8544	0.0730	0.3176
5	16	0.3125	0.4688	0.06	0.0055	0.0027	1.15	1.1527	0.1070	0.2940

d4= 0.6913

w= 0.0916 X= 5.0000 Y= 17.5000

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	3.3333	11.6667	0.249	0.0228	0.0114	0.24	0.2514	0.0058	0.0595
4	6.5	0.7692	2.6923	0.16	0.0147	0.0073	0.56	0.5673	0.0037	0.0217
5	11	0.4545	1.5909	0.115	0.0105	0.0053	0.85	0.8553	0.0730	0.3845
5	16	0.3125	1.0938	0.089	0.0082	0.0041	1.15	1.1541	0.1070	0.4362

d4= 0.9019

TOTAL= 1.5932

### DESPLAZAMIENTO 5

w= 0.0916      X= 5.0000      Y= 10.0000

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	3.3333	6.6667	0.248	0.0227	0.0114	0.24	0.2514	0.0058	0.0593
4	6.5	0.7692	1.5385	0.17	0.0156	0.0078	0.56	0.5678	0.0037	0.0230
5	11	0.4545	0.9091	0.11	0.0101	0.0050	0.85	0.8550	0.0730	0.3678
5	16	0.3125	0.6250	0.07	0.0064	0.0032	1.15	1.1532	0.1070	0.3430

d5= 0.7932

w= 0.0916      X= 5.0000      Y= 15.0000

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	3.3333	10.0000	0.248	0.0227	0.0114	0.24	0.2514	0.0058	0.0593
4	6.5	0.7692	2.3077	0.172	0.0158	0.0079	0.56	0.5679	0.0037	0.0233
5	11	0.4545	1.3636	0.11	0.0101	0.0050	0.85	0.8550	0.0730	0.3678
5	16	0.3125	0.9375	0.09	0.0082	0.0041	1.15	1.1541	0.1070	0.4411

d5= 0.8914

**TOTAL= 1.6846**

### DESPLAZAMIENTO 6

w= 0.0916      X= 12.5000      Y= 12.5000

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	8.3333	8.3333	0.249	0.0228	0.0114	0.24	0.2514	0.0058	0.0595
4	6.5	1.9231	1.9231	0.23	0.0211	0.0105	0.56	0.5705	0.0037	0.0312
5	11	1.1364	1.1364	0.19	0.0174	0.0087	0.85	0.8587	0.0730	0.6352
5	16	0.7813	0.7813	0.149	0.0136	0.0068	1.15	1.1568	0.1070	0.7302

d6= 1.4561

w= 0.0916      X= 12.5000      Y= 12.5000

H	Z	n	m	w0	incr. esf	incr/2	esf efect	efect+INCR/2	Mv	d(cm)
4.5	1.5	8.3333	8.3333	0.249	0.0228	0.0114	0.24	0.2514	0.0058	0.0595
4	6.5	1.9231	1.9231	0.23	0.0211	0.0105	0.56	0.5705	0.0037	0.0312
5	11	1.1364	1.1364	0.19	0.0174	0.0087	0.85	0.8587	0.0730	0.6352
5	16	0.7813	0.7813	0.149	0.0136	0.0068	1.15	1.1568	0.1070	0.7302

d6= 1.4561

**TOTAL= 2.9123**



MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN

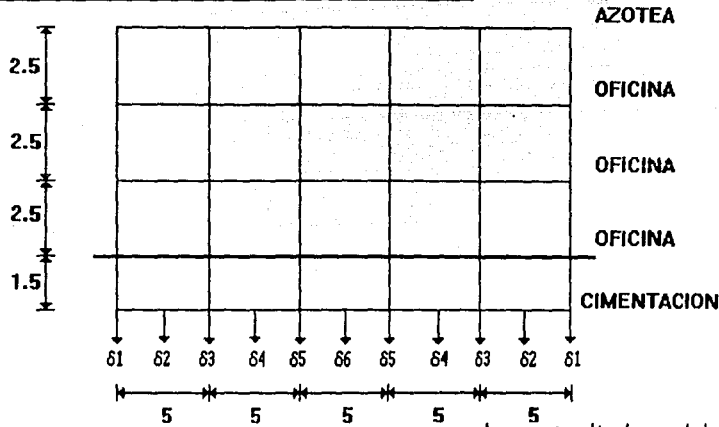


FIG 2.5

Los resultados del análisis de asentamientos fueron:

En los cálculos anteriores se aprecia que la descarga promedio de las columnas produce una reacción uniforme de 6.98 TON/M en la base de la cimentación.

PUNTO	DESPLAZAMIENTO
1	0.9010 CM.
2	1.2384 CM.
3	1.4017 CM.
4	1.5932 CM.
5	1.6846 CM.
6	2.9123 CM.

A dicha reacción se descontó la compensación de 1.5M debidos a la caja de cimentación con contratraves, que tiene las funciones de repartir uniformemente el esfuerzo aplicado. La compensación corresponde a un volumen de 1.5x25x1 metros multiplicado por el peso específico del material correspondiente a 1.6 TON/M<sup>3</sup>.

Los puntos considerados corresponden a intervalos de 2.5 metros desde el extremo del marco (punto 1) hasta el centro del claro (punto 6). Como se aprecia en la Figura 2.5.

Con la carga aplicada menos la carga de compensación se obtiene una carga para el cálculo de hundimientos. Haciendo el análisis por metro de ancho de cimentación se obtuvo un esfuerzo promedio para asentamientos igual a 0.916 TON/M<sup>2</sup>.

Una vez conocidos los desplazamientos, las cargas actuantes en los elementos estructurales del marco y sus correspondientes elementos mecánicos, tan solo falta calcular los elementos mecánicos actuantes en la viga de cimentación (FIG. 2.3) debidos a la aplicación de una carga constante (reacción del terreno) y a la aplicación de cargas puntuales en

MÉTODO TRADICIONAL DE ANALISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN

los ejes del marco (descarga del marco).

Para realizar dicho análisis de cimentación se utiliza el Método Numérico para el Cálculo de Deflexiones, Momentos y Cargas aplicadas, y por último calcula los momentos flexionantes sumando los cortantes de la sección de estudio anterior (Fig. 2.4).

Este método toma en cuenta la variabilidad de cargas a lo largo del eje del elemento estructural, obtiene los cortantes actuantes debidos a las diversas cargas aplicadas, y por último calcula los momentos flexionantes sumando los cortantes de la sección de estudio anterior (Fig. 2.4).

Los resultados de la aplicación del Método de Newmark se muestran a continuación.

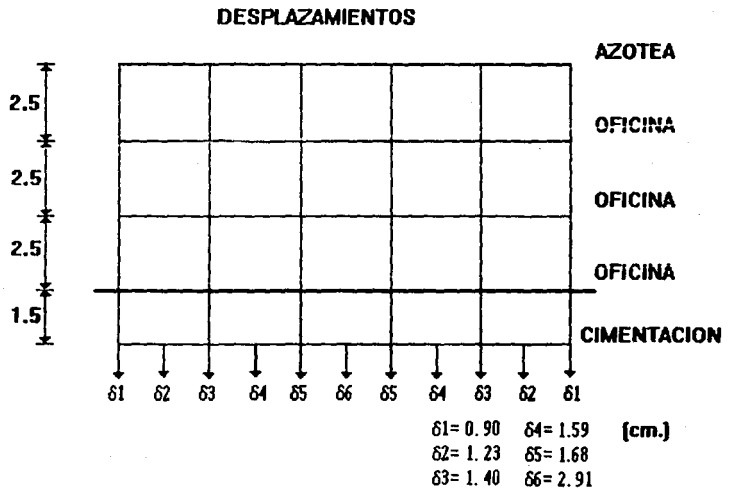


Fig 2.6

<sup>1</sup>Referencia 1

**MÉTODO TRADICIONAL DE ANALISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**

**CALCULO DE CORTANTES Y MOMENTOS EN LA TRABE DE CIMENT  
POR EL METODO DE NEWMARK**

DISTANCIA (M)	CORTANTE (TON)	MOMENTO (TON*M)
------------------	-------------------	--------------------

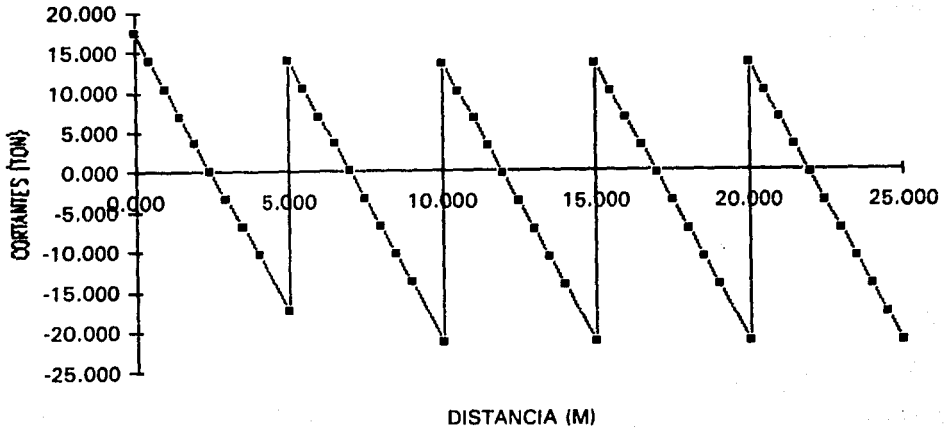
0.000	17.450	
0.500	13.960	
1.000	10.470	
1.500	6.980	
2.000	3.490	
2.500	0.000	21.813
3.000	-3.490	
3.500	-6.980	
4.000	-10.470	
4.500	-13.960	
5.000	17.450	0.000
5.500	13.960	
6.000	10.470	
6.500	6.980	
7.000	3.490	
7.500	0.000	21.812
8.000	-3.490	
8.500	-6.980	
9.000	-10.470	
9.500	-13.960	
10.000	17.450	0.000
10.500	13.960	
11.000	10.470	
11.500	6.980	
12.000	3.490	
12.500	0.000	21.812

DISTANCIA (M)	CORTANTE (TON)	MOMENTO (TON*M)
------------------	-------------------	--------------------

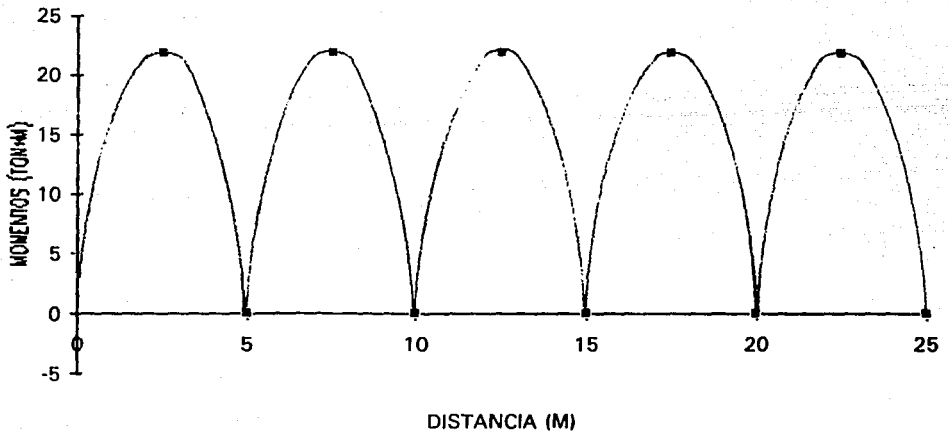
13.000	-3.490	
13.500	-6.980	
14.000	-10.470	
14.500	-13.960	
15.000	17.450	0.000
15.500	13.960	
16.000	10.470	
16.500	6.980	
17.000	3.490	
17.500	0.000	21.812
18.000	-3.490	
18.500	-6.980	
19.000	-10.470	
19.500	-13.960	
20.000	17.450	0.000
20.500	13.960	
21.000	10.470	
21.500	6.980	
22.000	3.490	
22.500	0.000	21.812
23.000	-3.490	
23.500	-6.980	
24.000	-10.470	
24.500	-13.960	
25.000	-17.450	0.000

**MÉTODO TRADICIONAL DE ANALISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**

**DIAGRAMA DE CORTANTES  
TRABE CIMENTACION (NEWMARK)**

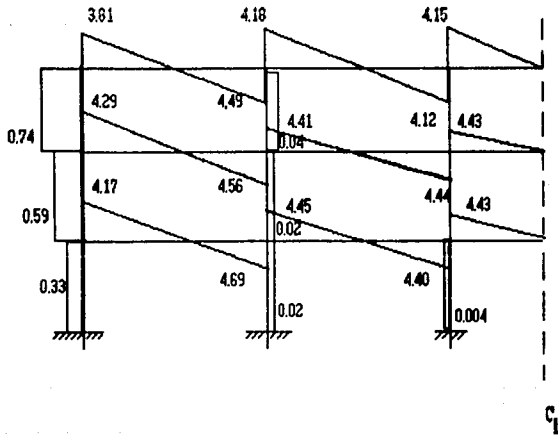


**DIAGRAMA DE MOMENTOS  
TRABE CIMENTACION (NEWMARK)**

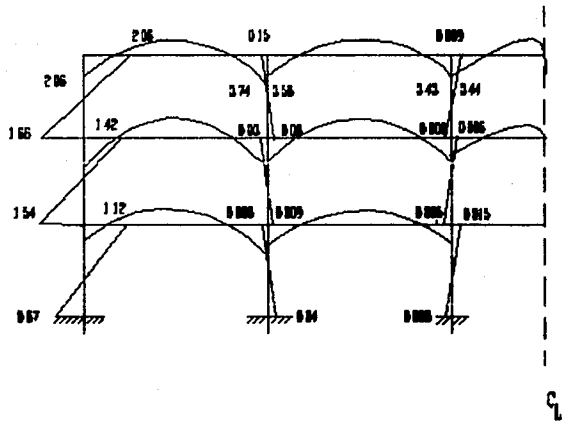


**MÉTODO TRADICIONAL DE ANÁLISIS DE MARCOS SIN INTERACCIÓN**

**CORTANTES EN MARCO**



**MOMENTOS FLEXIONANTES EN MARCO**



### **3.1 ANALISIS DE MARCOS CON INTERACCIÓN.**

Como se describió en el capítulo 1, el análisis de marcos presenta diferentes alternativas para su solución.

En forma tradicional, se ha optado por separar a la superestructura de la cimentación, y considerar que ésta es 100% flexible, a la vez de proponer que la distribución de reacciones en la masa de suelo es uniforme.

En los análisis con interacción, en forma general se separa a la superestructura de la cimentación. A la superestructura se le analiza por medio de cualquiera de los métodos descritos en el capítulo 1. A la estructura de la cimentación se le considera 100% rígida, con una distribución de reacciones variable en la masa de suelo.

En estas consideraciones los análisis en algunos casos distan mucho de la realidad. Por esto se ha planteado utilizar nuevos métodos de análisis que consideren a la estructura unida con su cimentación, y a la vez los hundimientos del terreno también afecten a los elementos mecánicos de la estructura, lo que en forma

### **3.- MÉTODO DEMENEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN.**

## METODO DEMÉNEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN

general no se considera cuando se hace un análisis tradicional.

El objetivo del análisis de marcos considerando la interacción del suelo y la estructura es poder calcular los hundimientos totales y diferenciales, así como los elementos mecánicos tanto de la superestructura como de la subestructura, siendo producidos tanto por las acciones de la estructura (peso propio, cargas, aceleraciones de sismo, etc.), como por los hundimientos de la cimentación.

El problema que representa el análisis conjunto de la estructura y del suelo es sumamente complejo, ya que plantea unir los cálculos estructurales para que intervengan en el cálculo de los hundimientos, así como el desplazamiento de la cimentación para el cálculo de los elementos mecánicos de la superestructura.

En este capítulo se estudiará el método propuesto por el M. en I. Deméneghi, utilizando el mismo ejemplo de aplicación planteado en el capítulo anterior.

En primer lugar se describirán las características del método, a continuación se mencionarán los pasos a seguir para su solución y al final se aplicará a un ejemplo práctico.

### 3.2 CARACTERÍSTICAS DEL MÉTODO.

El método está diseñado para el cálculo de estructuras sobre suelos de mediana a alta compresibilidad, el cual es un problema muy serio para el cálculo de los hundimientos totales y diferenciales.

La estructura en estudio debe ser de tipo reticular, en la que la cimentación se pueda resolver con el uso de zapatas corridas o con losas de cimentación reforzadas con contratraves de concreto armado.

El objetivo vuelve a ser el cálculo de los elementos mecánicos actuantes tanto en la cimentación como en la superestructura además de los hundimientos totales y diferenciales.

Hay que hacer mención de que aquí no se conoce el diagrama de reacción del suelo, ya que el considerarlo uniforme a lo largo de toda la cimentación como se hace en el método tradicional de análisis no es totalmente válido, ya que en dicho diagrama no solamente intervienen las cargas de la estructura, sino que también

### METODO DEMENEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN

actúan los desplazamientos de la misma.

En consecuencia se procede a sustituir la carga distribuida del suelo sobre la cimentación (presión de contacto) por cargas repartidas bajo cada columna y bajo los

puntos medios de los ejes de las mismas. Dichas cargas repartidas no tienen un valor conocido al principio del método, pero son función de la carga distribuida, de la rigidez de la estructura y de los desplazamientos. La distribución de dichas cargas se aprecia en la Figura 3.1.

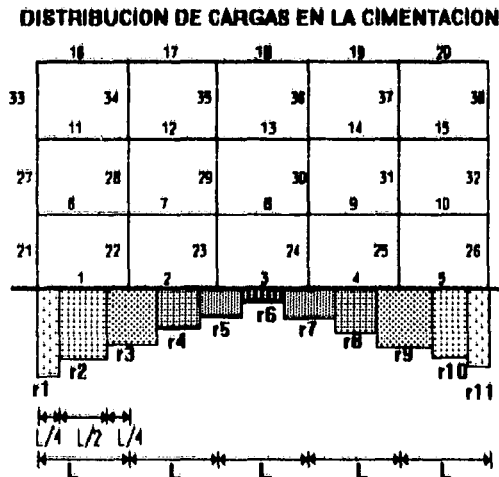


FIG. 3.1

Para hacer el cálculo de los elementos mecánicos de la estructura interactuado todas las variables, se tiene que utilizar algún método de análisis de los ya mencionados. Para la resolución de este método es conveniente utilizar la matriz de rigideces para obtener la solución del sistema.

En la matriz de rigideces se debe identificar los giros y desplazamientos de cada punto nodal, así como los desplazamientos de los entrejes para poder tener un sistema de referencia. Dicho sistema se muestra en la Figura 3.2.



**DESPLAZAMIENTOS LINEALES Y GIROS**

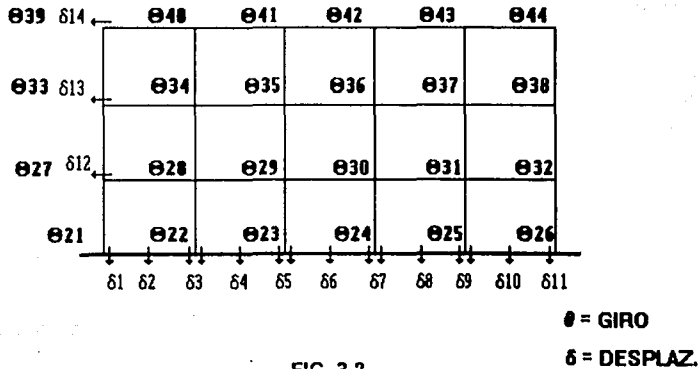


FIG. 3.2

También es necesario hacer un análisis de asentamientos del terreno considerando no solamente las cargas de la estructura, sino también las reacciones distribuidas ya no en forma uniforme sino dependiendo de la sección que se estudie.

Aplicando lo anterior se logra llegar a un sistema de ecuaciones, en el cual intervienen los elementos mecánicos de la estructura, pero al mismo tiempo los hundimientos de la cimentación.

### 3.3 METODOLOGÍA.

Para poder resolver el problema del análisis conjunto de la estructura y el suelo hay que abordarlo en tres etapas:

- Análisis Estructural
- Análisis de Asentamientos
- Compatibilidad de Desplazamientos

**METODO DEMÉNEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN**

En el análisis estructural el cálculo de la matriz de rigideces se puede obtener utilizando un método muy apto de ser programado, como lo es el planteado por Beaufait.

Para plantear la matriz de rigideces por este método, se debe en primer lugar determinar los momentos de empotramiento perfecto y los cortantes, así como la matriz de rigideces de cada barra, para al final, determinar la matriz de rigideces de toda la

estructura por medio de la suma de cada una de las matrices de las barras.

Para el cálculo de la matriz individual de cada barra se pueden presentar dos casos prácticos: barras con apoyos continuos y barras con un apoyo continuo y otro articulado.

En el primer caso, barras con apoyos continuos, la matriz de rigideces de cada barra se integra como se muestra en la Figura 3.3.

**MATRIZ DE RIGIDEZ (BARRA CON APOYOS CONTINUOS)**

$$\begin{bmatrix}
 \theta p & \theta q & \delta r & \delta s \\
 \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\
 \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\
 -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{12EI}{L^3} \\
 \frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{12EI}{L^3}
 \end{bmatrix}$$

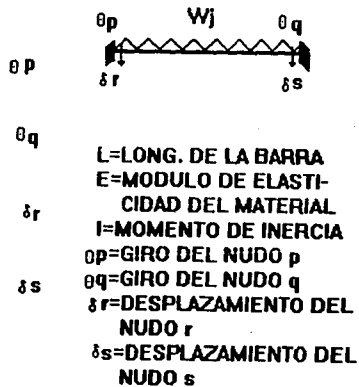


FIG. 3.3

**METODO DE MENEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN**

Los giros se consideran positivos si tienen el sentido de las manecillas del reloj y los desplazamientos son positivos si son hacia abajo. El sentido de los momentos flexionantes de barra sobre nudo es positivo si va en sentido de las manecillas del reloj y el sentido de las fuerzas cortantes de barra sobre nudo es positivo si el cortante va hacia abajo.

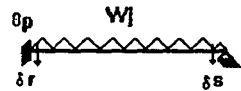
La obtención de los momentos y cortantes de empotramiento de barra sobre nudo para condiciones de carga uniformemente repartida son:

$$\begin{aligned} M_{ep} &= \frac{WlL^2}{12} & M_{eq} &= \frac{-Wlj^2}{12} \\ V_{er} &= \frac{-Wlj}{2} & V_{es} &= \frac{-Wlj}{2} \end{aligned}$$

Para cargas repartidas de la cimentación, los momentos se obtienen de la siguiente manera:

**MATRIZ DE RIGIDEZ (BARRA CON APOYO CONTINUO Y ARTICULADO)**

$$\begin{bmatrix} \theta_p & \delta_r & \delta_s \\ \frac{3EI}{L} & \frac{-3EI}{L^2} & \frac{3EI}{L^2} \\ \frac{-3EI}{L^2} & \frac{3EI}{L^3} & \frac{-3EI}{L^3} \\ \frac{3EI}{L^2} & \frac{-3EI}{L^3} & \frac{3EI}{L^3} \end{bmatrix} \begin{matrix} \theta_p \\ \delta_r \\ \delta_s \end{matrix}$$



- L=LONG. DE LA BARRA
- E=MODULO DE ELASTICIDAD DEL MATERIAL
- I=MOMENTO DE INERCIA
- theta\_p=GIRO DEL NUDO p
- delta\_r=DESPLAZAMIENTO DEL NUDO r
- delta\_s=DESPLAZAMIENTO DEL NUDO s

$$\begin{aligned} M_{ep} &= \frac{67L^2j_r}{3072} - \frac{11L^2j_{r+1}}{192} - \frac{13L^2j_s}{3072} \\ M_{eq} &= \frac{13L^2j_r}{3072} + \frac{11L^2j_{r+1}}{192} + \frac{67L^2j_s}{3072} \\ V_{er} &= \frac{12Lj_r}{512} + \frac{1Lj_{r+1}}{4} - \frac{7Lj_s}{512} \\ V_{es} &= \frac{7Lj_r}{512} + \frac{1Lj_{r+1}}{4} + \frac{12Lj_s}{512} \end{aligned}$$

En estas ecuaciones Lj corresponde a la longitud de la barra, r<sub>r</sub> a la reacción izquierda producto de la carga uniformemente repartida, r<sub>r+1</sub> a la reacción central y r<sub>s</sub> a la reacción derecha.

Para el segundo caso, barra con un apoyo continuo y otro apoyo articulado, la determinación de la matriz de rigideces de cada barra se obtiene como se muestra en la figura 3.4.

FIG 3.4

**METODO DEMENEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN**

De manera análoga al caso de barras con apoyos continuos, la obtención de los momentos y cortantes de empotramiento de barra sobre nudo para condiciones de carga uniformemente repartida son:

$$M_{ep} = \frac{W_j L_j^2}{8}$$

$$V_{er} = \frac{-5W_j L_j}{8}$$

$$V_{es} = \frac{-3W_j L_j}{8}$$

Para cargas repartidas de la cimentación, los momentos y cortantes se obtienen así:

$$M_{ep} = \frac{-49L^2 j_r}{2048} - \frac{11L^2 j_{r+1}}{128} - \frac{31L^2 j_s}{2048}$$

$$V_{er} = \frac{399L j_r}{2048} + \frac{21L j_{r+1}}{128} + \frac{33L j_s}{2048}$$

$$V_{es} = \frac{113L j_r}{2048} + \frac{43L j_{r+1}}{128} + \frac{479L j_s}{2048}$$

Como se puede apreciar en la Figura 3.2, se han considerado también los desplazamientos lineales a la mitad de los entrejes de la cimentación (d2,d4,d6,d8,d10) . Por lo tanto hará falta determinar ecuaciones para relacionar estos desplazamientos con los demás desplazamientos de la estructura y con el sistema de cargas general.

No hay que olvidar que las matrices de rigideces individuales expuestas anteriormente tan solo pueden calcular los desplazamientos en los extremos de la barra, pero no incluyen los desplazamientos al centro del eje.

Las ecuaciones auxiliares para plantear la relación, se pueden obtener utilizando el Teorema de la Viga Conjugada.

Nuevamente se presentan dos casos prácticos, para la barra con apoyos continuos y para la barra con un apoyo continuo y otro articulado.

En el primer caso, la obtención del desplazamiento al centro del eje (d<sub>r+1</sub>) según el Teorema se obtiene:

$$E I \theta_p - E I \theta_q - \frac{8E I d_r}{L^2} + \frac{16E I d_{r+1}}{L^2} - \frac{8E I d_s}{L^2} +$$

$$+\frac{11^2 d_r}{256} + \frac{131^2 d_{r+1}}{384} + \frac{11^2 d_s}{256} = \frac{1W_j L^2}{24}$$

Para el segundo caso, barra con un apoyo continuo a la izquierda y otro libre a la derecha, se obtiene la siguiente ecuación:

$$-3E I \theta_p - \frac{11E I d_r}{L^2} + \frac{16E I d_{r+1}}{L^2} - \frac{5E I d_s}{L^2} +$$

$$+\frac{37L^2 d_r}{6144} + \frac{11L^2 d_{r+1}}{16} + \frac{91L^2 d_s}{6144} = \frac{1W_j L^2}{12}$$

Al final, todas las ecuaciones que relacionan los desplazamientos lineales d<sub>i</sub> y los giros θ<sub>i</sub> con las cargas W<sub>i</sub> y R<sub>i</sub> se

**METODO DEMÈNEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN**

obtienen utilizando la ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_i \\ \theta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Ve_i \\ -Me_i \end{bmatrix}$$

Y las ecuaciones auxiliares para desplazamientos lineales a mitad de ejes, obtenidas por el Teorema de la Viga Conjugada. En estas ecuaciones se plantea el equilibrio de momentos en nudos y de cortantes en ejes de barras.

A continuación, una vez obtenida la matriz de rigideces de toda la estructura, se realiza el Análisis de asentamientos del terreno.

En este análisis se pretende obtener los desplazamientos verticales  $d_i$  en función de las reacciones del terreno  $r_i$ , dejando las  $r_i$  como incógnitas, las cuales dependen de la estratigrafía y de las propiedades del subsuelo.

El asentamiento de cada estrato  $j$  bajo el tramo  $i$  (asentamiento del cuadro  $ij$ ), debido a una carga  $r_k$  colocada en  $k$  será:

$$\alpha_{ijk} = Mv_{ij} (\Delta\sigma)_{ijk}$$

en donde:

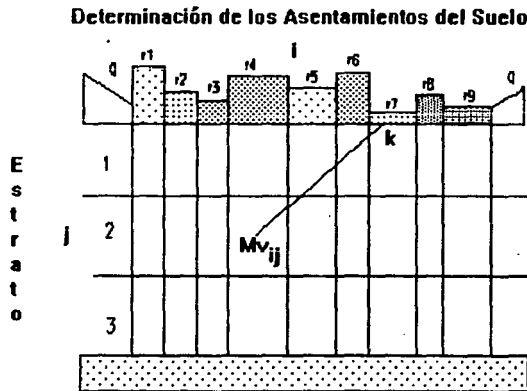
$\alpha_{ijk}$  = asentamiento del cuadro  $ij$  debido a una reacción ubicada en  $k$  ( $r_k$ ).

$Mv_{ij}$  = Módulo de deformación del cuadro  $ij$ .

$(\Delta\sigma)_{ijk}$  = incremento de esfuerzo normal vertical en el cuadro  $ij$ , ocasionado por una presión  $r_k/b_k$  en el contacto entre suelo y cimentación.

$b_k$  = ancho de la cimentación, correspondiente a la reacción  $r_k$ .

Lo anterior se puede ver en la Figura 3.5.



**FIG 3.5**

**METODO DEMÉNEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN**

De la formula anterior se puede desprender que:

$$(\Delta \sigma)_{ijk} = \frac{l_{ijk} r_k}{b_k}$$

en donde  $l_{ijk}$  = valor de influencia en el cuadro  $ij$  debido a una presión unitaria colocada en  $k$ .

El valor de  $l_{ijk}$  se puede determinar calculando el esfuerzo normal vertical producido por una presión unitaria en  $k$ , sobre el cuadro  $ij$  (Figura 3.5).

El asentamiento en el cuadro  $ij$  debido a todas las cargas  $r_k$  y a la carga  $q$  (carga fuera de los límites de la cimentación), valdrá:

$$\delta_{ij} = Mv_{ij} H_j (q_{ij} + \sum_{k=1}^m \frac{l_{ijk} r_k}{b_k})$$

en el cual  $m$  es el número total de reacciones aplicadas en la superficie de la cimentación. y  $q_{ij}$  corresponde al esfuerzo normal vertical debido a una presión  $q$  aplicada en la periferia de la estructura.

El asentamiento bajo el punto  $i$  será:

$$\delta_i = \sum_{j=1}^p \delta_{ij}$$

Por lo tanto el asentamiento de un punto  $i$  esta dado por:

$$\delta_i = \sum_{j=1}^p Mv_{ij} H_j q_{ij} + \sum_{j=1}^p Mv_{ij} H_j \left( \sum_{k=1}^m \frac{l_{ijk} r_k}{b_k} \right)$$

en donde  $p$  es el número de estratos del subsuelo.

En esta ecuación los desplazamientos verticales del suelo quedan en función de las reacciones  $r_k$ , las cuales continuan siendo incógnitas.

En el conjunto de ecuaciones obtenidas para los asentamientos, el valor del módulo de deformación del suelo  $Mv$ , depende del esfuerzo de confinamiento, el cual se desconoce. Es por esto que se deberá calcular dicho módulo tomando en cuenta los niveles de esfuerzo promedio en la cimentación.

Si una vez finalizado el análisis, se determina que el nivel de esfuerzos considerado al principio del cálculo no corresponde con el real, se deberá iterar nuevamente para obtener resultados reales en el nivel de esfuerzos.

Por último, ya realizado el Análisis Estructural y el Análisis de Asentamientos, se procede a hacer la Compatibilidad de Desplazamientos.

## METODO DEMENEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN

En la Compatibilidad de Desplazamientos se pretende sustituir los desplazamientos  $d_j$  de todos los estratos, en el sistema de ecuaciones obtenido del Análisis de la Estructura. De esta manera desaparecen las incógnitas de desplazamientos y quedan solamente como incógnitas los giros en los nudos y las reacciones del terreno.

El número de ecuaciones es siempre igual al número de incógnitas, por lo que se puede resolver el sistema y despejar los giros y las reacciones.

Al final, una vez conocidos los giros y desplazamientos, se sustituyen en cada una de las ecuaciones de asentamientos, para obtenerlos en función de las reacciones resultantes.

A continuación se aplicará el método en el ejemplo práctico.

### 3.4 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

En el análisis estructural, el primer paso consiste en generar un sistema global de referencia, numerando las barras, los desplazamientos lineales ( $d_i$ ) y los

angulares ( $\Theta_i$ ). Dicha distribución se muestra en la Figura 3.2.

Una vez identificadas las barras con sus respectivos giros y desplazamientos, se procede a realizar el cálculo de la matriz de rigideces de cada barra.

Este análisis depende, como se mencionó en el inciso anterior del tipo de barra (continua o articulada en un extremo y continua en el otro).

En las barras que se encuentran en contacto con el suelo, se debe además calcular los momentos y cortantes de empotramiento para cargas repartidas en la cimentación. Para ello se utilizarán las fórmulas  $M_{ep}$ ,  $M_{eq}$ ,  $V_{er}$  y  $V_{es}$  descritas en el inciso anterior.

Los cálculos respectivos se aplican a continuación identificados por número de barra. En ellos los giros se representan por  $\Theta_j$  y los desplazamientos serán mostrados por  $d_j$ . Debido a la distribución propuesta de cargas (cargas uniformemente repartidas) el cálculo de las matrices individuales es repetitivo por lo que se dará un ejemplo de cálculo para barra de cimentación, otro para barra continua y otro para columna, obteniéndose la suma en la matriz de rigideces  $K$ .

**CALCULO DE LA MATRIZ K POR ELEMENTO**

**BARRA 1**      E= 2200000 T/M2  
                   I= 0.397748 M4  
                   L= 5 M  
                   w= 1.7725 T/M

**BARRA 2**      E= 2200000 T/M2  
                   I= 0.397748 M4  
                   L= 5 M  
                   w= 1.7725 T/M

Ø21	Ø22	d1	d3	
700037.9	350018.9	-210011.	210011.3	Ø21
350018.9	700037.9	-210011.	210011.3	Ø22
-210011.	-210011.	84004.55	-84004.5	d1
210011.3	210011.3	-84004.5	84004.55	d3

Ø22	Ø23	d3	d5	
700037.9	350018.9	-210011.	210011.3	Ø22
350018.9	700037.9	-210011.	210011.3	Ø23
-210011.	-210011.	84004.55	-84004.5	d3
210011.3	210011.3	-84004.5	84004.55	d5

**MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO**

I		D	
3.692708	TON/M	-3.69270	TON/M

**MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO**

I		D	
3.692708	TON/M	-3.69270	TON/M

**MOMENTOS DEL SUELO**

I	-0.54524	-1.43229	-0.10579
D	0.105794	1.432291	0.545247

**MOMENTOS DEL SUELO**

I	-0.54524	-1.43229	-0.10579
D	0.105794	1.432291	0.545247

**CORTANTES DE EMPOTRAMIENTO**

I		D	
-4.43125	TON	-4.43125	TON

**CORTANTES DE EMPOTRAMIENTO**

I		D	
-4.43125	TON	-4.43125	TON

**CORTANTES DEL SUELO**

I	1.181640	1.25	0.068359
D	0.068359	1.25	1.181640

**CORTANTES DEL SUELO**

I	1.181640	1.25	0.068359
D	0.068359	1.25	1.181640



**CALCULO DE LA MATRIZ K POR ELEMENTO**

**BARRA 18**    E= 2200000 T/M2  
                   I= 0.002604 M4  
                   L= 5 M  
                   w= 1.7725 T/M

**BARRA 19**    E= 2200000 T/M2  
                   I= 0.002604 M4  
                   L= 5 M  
                   w= 1.7725 T/M

Ø41	Ø42	d5	d7	
4583.216	2291.608	-1374.96	1374.964	Ø41
2291.608	4583.216	-1374.96	1374.964	Ø42
-1374.964	-1374.96	549.9859	-549.985	d5
1374.9648	1374.964	-549.985	549.9859	d7

Ø42	Ø43	d7	d9	
4583.216	2291.608	-1374.96	1374.964	Ø42
2291.608	4583.216	-1374.96	1374.964	Ø43
-1374.964	-1374.96	549.9859	-549.985	d7
1374.9648	1374.964	-549.985	549.9859	d9

**MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO**

I		D	
3.6927083	TON/M	-3.69270	TON/M

**MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO**

I		D	
3.6927083	TON/M	-3.69270	TON/M

**CORTANTES DE EMPOTRAMIENTO**

I		D	
-4.43125	TON	-4.43125	TON

**CORTANTES DE EMPOTRAMIENTO**

I		D	
-4.43125	TON	-4.43125	TON

CALCULO DE LA MATRIZ K POR ELEMENTO

BARRA 32 E= 2200000 T/M2  
 I= 0.00213 M4  
 L= 2.5 M  
 w= 0 T/M

BARRA 33 E= 2200000 T/M2  
 I= 0.00213 M4  
 L= 2.5 M  
 w= 0 T/M

Ø38	Ø32	d13	
7497.6	3748.8	-4498.56	Ø38
3748.8	7497.6	-4498.56	Ø32
-4498.56	-4498.56	3598.848	d13

Ø39	Ø33	d14	
7497.6	3748.8	-4498.56	Ø39
3748.8	7497.6	-4498.56	Ø33
-4498.56	-4498.56	3598.848	d14

BARRA 37 E= 2200000 T/M2  
 I= 0.00213 M4  
 L= 2.5 M  
 w= 0 T/M

BARRA 38 E= 2200000 T/M2  
 I= 0.00213 M4  
 L= 2.5 M  
 w= 0 T/M

Ø43	Ø37	d14	
7497.6	3748.8	-4498.56	Ø43
3748.8	7497.6	-4498.56	Ø37
-4498.56	-4498.56	3598.848	d14

Ø44	Ø38	d14	
7497.6	3748.8	-4498.56	Ø44
3748.8	7497.6	-4498.56	Ø38
-4498.56	-4498.56	3598.848	d14

## METODO DEMÉNEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN

De los cálculos anteriores, se aprecia que las barras 1 a 5 están en contacto con la cimentación, por lo que además de calcular su matriz individual de rigideces, se procedió al cálculo de los momentos y cortantes producidos por las reacciones del suelo.

Como ejemplos de la obtención de estas 5 barras se mostraron las barras 1 y 2, en las cuales se ve la matriz de rigideces individual, los momentos de empotramiento perfecto debidos a las cargas actuantes, los momentos y cortantes de empotramiento debidos a las reacciones del suelo y los desplazamientos.

Como las barras 6 a 20, no se encuentran en contacto directo con el suelo, tan solo reciben cargas actuantes en la estructura, se mostraron como ejemplo los cálculos de la matriz de rigideces. En estas barras no existen reacciones con el suelo, tan solo se calcularon los momentos de empotramiento y los cortantes debidos a las cargas actuantes en la superestructura.

En las barras 21 a 38 (Columnas), no se encuentran sujetas a carga uniformemente repartida, debido a que el análisis que se propuso no contempla acciones de viento y sismo (Análisis Estático del Marco). En

estas barras tan solo se contempla un desplazamiento y dos giros.

Los ejemplos de cálculo de dichas barras se identifican por las barras 32, 33, 37 y 38, en las cuales se obtuvo la matriz de rigideces unicamente.

Hay que volver a mencionar que no se muestran los cálculos respectivos a todas las barras del marco por ser repetitivos, pero el resultado de todos se incluye en la obtención de la matriz de rigideces K.

Una vez obtenida la matriz individual de rigideces por cada barra del marco, se procede al cálculo de la matriz de rigideces de toda la estructura, la cual se obtiene de la suma de todas las matrices individuales de rigideces de cada una de las barras:

$$K = K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K_N$$

en donde K es la matriz de rigideces de toda la estructura, y  $K_N$  corresponde a la matriz individual de rigideces de la barra N.

Los cálculos correspondientes a la obtención de la matriz K se muestran a continuación:

MATRIZ DE RIGIDECES K

HISTODO DEMENEGUI DE MARCOS CON INTERACCION

	d1	d3	d5	d7	d9	d11	d12	d13	d14	Ø21	Ø22	Ø23
d1	85654.51	-85654.5	0	0	0	0	0	0	0	-210011.	-210011.	0
d3	-85654.5	171309.0	-85654.5	0	0	0	0	0	0	210011.3	0	-210011.
d5	0	-85654.5	171309.0	-85654.5	0	0	0	0	0	0	210011.3	0
d7	0	0	-85654.5	171309.0	-85654.5	0	0	0	0	0	0	210011.3
d9	0	0	0	-85654.5	171309.0	-85654.5	0	0	0	0	0	0
d11	0	0	0	0	0	-85654.5	85654.51	0	0	0	0	0
d12	0	0	0	0	0	0	0	21593.08	0	-4498.56	-4498.56	-4498.56
d13	0	0	0	0	0	0	0	0	21593.08	0	0	0
d14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21593.08	0	0
Ø21	-210011.	210011.3	0	0	0	0	-4498.56	0	0	707535.5	350018.9	0
Ø22	-210011.	0	210011.3	0	0	0	-4498.56	0	0	350018.9	1407573.	350018.9
Ø23	0	-210011.	0	210011.3	0	0	-4498.56	0	0	0	350018.9	1407573.
Ø24	0	0	-210011.	0	210011.3	0	-4498.56	0	0	0	0	350018.9
Ø25	0	0	0	-210011.	0	210011.3	-4498.56	0	0	0	0	0
Ø26	0	0	0	0	-210011.	210011.3	-4498.56	0	0	0	0	0
Ø27	-1374.96	1374.964	0	0	0	0	-4498.56	-4498.56	0	3748.8	0	0
Ø28	-1374.96	0	1374.964	0	0	0	-4498.56	-4498.56	0	0	3748.8	0
Ø29	0	-1374.96	0	1374.964	0	0	-4498.56	-4498.56	0	0	0	3748.8
Ø30	0	0	-1374.96	0	1374.964	0	-4498.56	-4498.56	0	0	0	0
Ø31	0	0	0	-1374.96	0	1374.964	-4498.56	-4498.56	0	0	0	0
Ø32	0	0	0	0	-1374.96	1374.964	-4498.56	-4498.56	0	0	0	0
Ø33	-1374.96	1374.964	0	0	0	0	0	-4498.56	-4498.56	0	0	0
Ø34	-1374.96	0	1374.964	0	0	0	0	-4498.56	-4498.56	0	0	0
Ø35	0	-1374.96	0	1374.964	0	0	0	-4498.56	-4498.56	0	0	0
Ø36	0	0	-1374.96	0	1374.964	0	0	-4498.56	-4498.56	0	0	0
Ø37	0	0	0	-1374.96	0	1374.964	0	-4498.56	-4498.56	0	0	0
Ø38	0	0	0	0	-1374.96	1374.964	0	-4498.56	-4498.56	0	0	0
Ø39	-1374.96	1374.964	0	0	0	0	0	0	-4498.56	0	0	0
Ø40	-1374.96	0	1374.964	0	0	0	0	0	-4498.56	0	0	0

MATRIZ DE RIGIDECES K

	Ø24	Ø25	Ø26	Ø27	Ø28	Ø29	Ø30	Ø31	Ø32	Ø33	Ø34	Ø35
d1	0	0	0	-1374.96	-1374.96	0	0	0	0	-1374.96	-1374.96	0
d3	0	0	0	1374.964	0	-1374.96	0	0	0	1374.964	0	-1374.96
d5	-210011.	0	0	0	1374.964	0	-1374.96	0	0	0	1374.964	0
d7	0	-210011.	0	0	0	1374.964	0	-1374.96	0	0	0	1374.964
d9	210011.3	0	-210011.	0	0	0	1374.964	0	-1374.96	0	0	0
d11	0	210011.3	210011.3	0	0	0	0	1374.964	1374.964	0	0	0
d12	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	0	0	0
d13	0	0	0	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56
d14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4498.56	-4498.56	-4498.56
Ø21	0	0	0	3748.8	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø22	0	0	0	0	3748.8	0	0	0	0	0	0	0
Ø23	350018.9	0	0	0	0	3748.8	0	0	0	0	0	0
Ø24	1407573.	350018.9	0	0	0	0	3748.8	0	0	0	0	0
Ø25	350018.9	1407573.	350018.9	0	0	0	0	3748.8	0	0	0	0
Ø26	0	350018.9	707535.5	0	0	0	0	0	3748.8	0	0	0
Ø27	0	0	0	19578.41	2291.608	0	0	0	0	3748.8	0	0
Ø28	0	0	0	2291.608	24161.63	2291.608	0	0	0	0	3748.8	0
Ø29	0	0	0	0	2291.608	24161.63	2291.608	0	0	0	0	3748.8
Ø30	3748.8	0	0	0	0	2291.608	24161.63	2291.608	0	0	0	0
Ø31	0	3748.8	0	0	0	0	2291.608	24161.63	2291.608	0	0	0
Ø32	0	0	3748.8	0	0	0	0	2291.608	19578.41	0	0	0
Ø33	0	0	0	3748.8	0	0	0	0	0	19578.41	2291.608	0
Ø34	0	0	0	0	3748.8	0	0	0	0	2291.608	24161.63	2291.608
Ø35	0	0	0	0	0	3748.8	0	0	0	0	2291.608	24161.63
Ø36	0	0	0	0	0	0	3748.8	0	0	0	0	2291.608
Ø37	0	0	0	0	0	0	0	3748.8	0	0	0	0
Ø38	0	0	0	0	0	0	0	0	3748.8	0	0	0
Ø39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3748.8	0	0
Ø40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3748.8	0

MÉTODO DEFORMACIÓN DE MARCOS CON INTERACCIÓN

MATRIZ DE RIGIDECES K

	Ø36	Ø37	Ø38	Ø39	Ø40	Ø41	Ø42	Ø43	Ø44
d1	0	0	0	-1374.96	-1374.96	0	0	0	0
d3	0	0	0	1374.964	0	-1374.96	0	0	0
d5	-1374.96	0	0	0	1374.964	0	-1374.96	0	0
d7	0	-1374.96	0	0	0	1374.964	0	-1374.96	0
d9	1374.964	0	-1374.96	0	0	0	1374.964	0	-1374.96
d11	0	1374.964	1374.964	0	0	0	0	1374.964	1374.964
d12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d13	-4498.56	-4498.56	-4498.56	0	0	0	0	0	0
d14	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56	-4498.56
Ø21	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø22	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø23	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø24	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø25	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø26	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø27	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø28	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø29	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø30	3748.8	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø31	0	3748.8	0	0	0	0	0	0	0
Ø32	0	0	3748.8	0	0	0	0	0	0
Ø33	0	0	0	3748.8	0	0	0	0	0
Ø34	0	0	0	0	3748.8	0	0	0	0
Ø35	2291.608	0	0	0	0	3748.8	0	0	0
Ø36	24161.63	2291.608	0	0	0	0	3748.8	0	0
Ø37	2291.608	24161.63	2291.608	0	0	0	0	3748.8	0
Ø38	0	2291.608	19578.41	0	0	0	0	0	3748.8
Ø39	0	0	0	12080.81	2291.608	0	0	0	0
Ø40	0	0	0	2291.608	16664.03	2291.608	0	0	0

METODO DEMENEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN

MATRIZ DE RIGIDECES K

	d1	d3	d5	d7	d9	d11	d12	d13	d14	Ø21	Ø22	Ø23
Ø40	-1374.96	0	1374.964	0	0	0	0	0	-4498.56	0	0	0
Ø41	0	-1374.96	0	1374.964	0	0	0	0	-4498.56	0	0	0
Ø42	0	0	-1374.96	0	1374.964	0	0	0	-4498.56	0	0	0
Ø43	0	0	0	-1374.96	0	1374.964	0	0	-4498.56	0	0	0
Ø44	0	0	0	0	-1374.96	1374.964	0	0	-4498.56	0	0	0

	Ø24	Ø25	Ø26	Ø27	Ø28	Ø29	Ø30	Ø31	Ø32	Ø33	Ø34	Ø35
Ø40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3748.8	0
Ø41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3748.8
Ø42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ø44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	Ø36	Ø37	Ø38	Ø39	Ø40	Ø41	Ø42	Ø43	Ø44
Ø40	0	0	0	2291.608	16664.03	2291.608	0	0	0
Ø41	0	0	0	0	2291.608	16664.03	2291.608	0	0
Ø42	3748.8	0	0	0	0	2291.608	16664.03	2291.608	0
Ø43	0	3748.8	0	0	0	0	2291.608	16664.03	2291.608
Ø44	0	0	3748.8	0	0	0	0	2291.608	12080.81

## METODO DEMÉNEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN

Hay que considerar que para la obtención de la matriz K se debe sumar los términos correspondientes al desplazamiento "n" y al giro "n" en todas las matrices individuales para considerar al desplazamiento y al giro en estudio actuantes en toda la estructura.

Como ejemplo, el desplazamiento 1 no solamente interviene en los elementos mecánicos de la barra 1 ( $d_1, d_3, \theta_{21}$  y  $\theta_{22}$ ), sino que también interviene en las barras 6, 11 y 16, es decir en los giros  $\theta_{27}, \theta_{28}, \theta_{33}, \theta_{34}, \theta_{39}$  y  $\theta_{40}$ .

El resultado es la obtención de la matriz K, la cual corresponde a una matriz cuadrada, en el cual el número de renglones y columnas corresponde a la suma de desplazamientos y de giros en toda la estructura.

A continuación se procede al planteamiento de cada una de las ecuaciones, sustituyendo los momentos de empotramiento perfecto de cada nudo en cada ecuación correspondiente al renglón del desplazamiento y del giro respectivo.

Por simetría, se tiene que:

$\theta_{21} = -\theta_{26}$	$\theta_{33} = -\theta_{38}$
$\theta_{22} = -\theta_{25}$	$\theta_{34} = -\theta_{37}$
$\theta_{23} = -\theta_{24}$	$\theta_{35} = -\theta_{36}$
$\theta_{27} = -\theta_{32}$	$\theta_{39} = -\theta_{44}$
$\theta_{28} = -\theta_{31}$	$\theta_{40} = -\theta_{43}$
$\theta_{29} = -\theta_{30}$	$\theta_{41} = -\theta_{42}$

$d_1 = d_{11}$     $d_3 = d_9$     $d_5 = d_7$

Como se observa en la Figura 3.2.

Al planteamiento de dichas ecuaciones se obtiene un sistema compatible indeterminado, ya que el número de incógnitas es superior al número de ecuaciones, aún considerando las igualdades anteriores. Para solucionar el sistema se recurre al Teorema de la Viga Conjugada, y se plantean ecuaciones auxiliares para hacer compatible al número de ecuaciones con el número de incógnitas.

El planteamiento del sistema de ecuaciones, junto con las ecuaciones auxiliares obtenidas por el Teorema de la Viga Conjugada se describen a continuación, enumeradas por nivel del marco donde actúan y por desplazamiento en el caso de las ecuaciones auxiliares:



## SISTEMA DE ECUACIONES

### PRIMER NIVEL

-210011 d1	+210011 d3	-4498 d12	+707535.3 021	+350018.9 022	+3748.8 027	-0.5427 r1	-1.43229r2	-0.10599 R3	== -3.6927	
-210011 d1	+210011 d5	-4488 d12	+350018.9 021	+1407573 022	+350018.9 023	+3748.8 028	-.5423 r3	-1.43229 r4	-0.1057r5	= 3.6927
-210011 d3	+210011 d5	-4488 d12	+350018.9 022	+350018.9 023	+3748.8 029	-0.651 r5	-1.4322 r6	== -3.6927		

### SEGUNDO NIVEL

-1374.96 d1	+1374.96 d3	-4498 d12	-4498 d13	+3748.8 021	+19578.41 027	+2291.6 028	+3748.8 033	== -3.6927	
-1374.96 d1	+1374.96 d5	-4498 d12	-4498 d13	+3748.8 022	+2291.6 027	+24161.63 028	+2291.6 029	+3748.8 034	== -3.6927
-1374.96 d3	+1374.96 d5	-4498 d12	-4498 d13	+3743.8 023	+2291.6 028	+21870 029	+3748.8 035	== -3.6927	

### TERCER NIVEL

-1374.96 d1	+1374.96 d3	-4498 d13	-4498 d14	+3748.8 022	+19578.41 033	+2291.6 034	+3748.8 039	== -3.6927	
-1374.96 d1	+1374.96 d5	-4498 d13	-4498 d14	+3748.8 028	+2291.6 033	+24161.63 034	+2291.6 035	+3748.8 040	== -3.6927
-1374.96 d3	+1374.96 d5	-4498 d13	-4498 d14	+3748.8 029	+2291.6 034	+21870 035	+3748.8 041	== -3.6927	

### CUARTO NIVEL

-1374.96 d1	+1374.96 d3	-4498 d14	+3748.8 033	+12080.81 039	+2291.6 040	== -3.6927	
-1374.96 d1	+1374.96 d5	-4498 d14	+3748.8 034	+2291.6 039	+16664.03 040	+2291.6 041	== -3.6927
-1374.96 d3	+1374.96 d5	-4498 d14	+3748.8 035	+2291.6 040	+14372.4 041	== -3.6927	

**DESPLAZAMIENTO d1**

+85654.51 d1	-85654.51 d2	-210011 e2	-210011 e22	-1374.96 e27	-1374.96 e28	-1374.96 e33	-1374.96 e34
-1374.96 e39	-1374.96 e4	+1.1816 r1	+1.25 r2	+0.06835 r3	=8.8625		

**DESPLAZAMIENTO d2**

-85654.51 d1	+171309 d3	-85654.51	+210011 e21	-210011 e23	+1374.96 e27	-1374.96 e29	+1374.96 e33
-1374.96 e35	+1374.96 e3	-1374.96 e	+1.1816 r3	+1.25 r4	+0.06835 r5	=8.8625	

**DESPLAZAMIENTO d5**

-85654.51 d3	+85654.51 d4	+210011 e4	+210011 e23	+1374.96 e28	+1374.96 e34	+1374.96 e35	+1374.96 e40
+1374.96 e41	+1.25 r5	+1.25 r6	=8.8625				

**ECUACIONES AUXILIARES DE LA VIGA CONJUGADA**

**BARRA 1**

+175009.1 e21	-175009.1 e2	-280014.5	+560029.18 d2	-280014.5 d3	+0.0976 r1	+0.8463 r2	+0.0976 r3	=1.8463
---------------	--------------	-----------	---------------	--------------	------------	------------	------------	---------

**BARRA 2**

+175009.1 e22	-175009.1 e3	-280014.5	+560029.18 d4	-280014.5 d5	+0.0976 r3	+0.8463 r4	+0.0976 r5	=1.8463
---------------	--------------	-----------	---------------	--------------	------------	------------	------------	---------

**BARRA 3**

+175009.1 e23	+175009.1 e4	-280014.5	+560029.18 d6	-280014.5 d5	+0.0976 r5	+0.8463 r6	+0.0976 r5	=1.8463
---------------	--------------	-----------	---------------	--------------	------------	------------	------------	---------

**METODO DEMENEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN**

En el sistema de ecuaciones anterior se cuenta con 18 ecuaciones, en las cuales se tienen 24 incógnitas:

los desplazamientos:  
d1, d3, d5, d12, d13, d14

los giros:  
θ21, θ22, θ23, θ27, θ28,  
θ29, θ33, θ34, θ35, θ39,  
θ40, θ41

las reacciones del terreno:  
r1, r2, r3, r4, r5, r6.

Como se explicó al principio, ahora se procederá a obtener los asentamientos del terreno (d1 a d6) en función de las reacciones (r1 a r6).

unitaria (carga unitaria) en la primer área y se determina el esfuerzo en todos los puntos, a continuación se coloca la carga unitaria en la segunda área y se repite el proceso para todas las áreas restantes.

Para este ejemplo los esfuerzos se determinaron utilizando las cartas de Newmark debido a que se desconoce apriori el valor y la distribución de las cargas, además de que cada área cargada influye en un porcentaje para todas las demás áreas. Dicha influencia se debe sumar para todas las cargas, con lo que se obtendrá el esfuerzo normal vertical debido a la aplicación de todas las cargas descritas con diferentes valores.

**3.5 ANÁLISIS DE ASENTAMIENTOS**

Para obtener los asentamientos se utilizarán las fórmulas descritas en el método. Para ello se necesita conocer los valores de influencia  $I_{ijk}$  (esfuerzo normal vertical en el punto ij, debido a una presión unitaria colocada en k) para cada dovela, en todos los segmentos "k" subdivididos. Lo anterior se muestra en la Figura 3.6.

Para encontrar los valores de influencia se coloca una presión

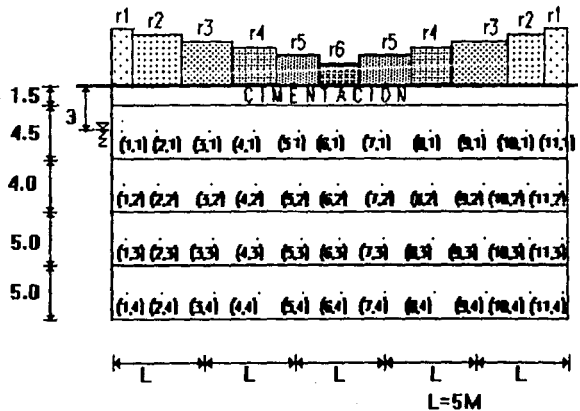


FIG. 3.6

CALCULO DE DESPLAZAMIENTOS

DESPLAZAMIENTO 1

Mv	PROF/LONG	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
0.00045	0.9	0.34	0.09	0.0005	0	0	0	0	0	0	0	0
0.0071	0.8	0.055	0.08	0.035	0.015	0.0006	0.0001	0	0	0	0	0
0.0074	1	0.025	0.035	0.025	0.018	0.014	0.0006	0.001	0	0	0	0
0.107	1	0.015	0.021	0.015	0.012	0.014	0.005	0.0025	0.0001	0	0	0
		r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
		0.000137	0.000036	0.000000	0	0	0	0	0	0	0	0
		0.000312	0.000454	0.000198	0.000085	0.000003	0.000000	0	0	0	0	0
		0.000185	0.000259	0.000185	0.000133	0.000103	0.000004	0.000007	0	0	0	0
		0.001605	0.002247	0.001605	0.001284	0.001498	0.000535	0.000267	0.000010	0	0	0
	SUMA	0.002240	0.002996	0.001989	0.001502	0.001605	0.000540	0.000274	0.000010	0	0	0
d1=		0.002240	0.002996	0.001989	0.001513	0.001679	0.000540					

DESPLAZAMIENTO 2

Mv	PROF/LONG	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
0.00045	0.9	0.065	0.062	0.08	0.0005	0	0	0	0	0	0	0
0.0071	0.8	0.045	0.13	0.07	0.035	0.015	0.014	0	0	0	0	0
0.0074	1	0.018	0.05	0.035	0.025	0.018	0.014	0.005	0	0	0	0
0.107	1	0.01	0.032	0.02	0.015	0.012	0.014	0.005	0.0025	0.0001	0	0
		r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
		0.000026	0.000025	0.000032	0.000000	0	0	0	0	0	0	0
		0.000255	0.000738	0.000397	0.000198	0.000085	0.000079	0	0	0	0	0
		0.000133	0.00037	0.000259	0.000185	0.000133	0.000103	0.000037	0	0	0	0
		0.00107	0.003424	0.00214	0.001605	0.001284	0.001498	0.000535	0.000267	0.000010	0	0
	SUMA	0.001485	0.004557	0.002829	0.001989	0.001502	0.001681	0.000572	0.000267	0.000010	0	0
d2=		0.001485	0.004557	0.002839	0.002256	0.002074	0.001681					

**CALCULO DE DESPLAZAMIENTOS**

**DESPLAZAMIENTO 3**

Mv	PROF/LONG	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
(m2/ton)												
0.00045	0.9	0.0025	0.0925	0.61	0.09	0.0005	0	0	0	0	0	0
0.0071	0.8	0.025	0.08	0.12	0.075	0.035	0.015	0.006	0	0	0	0
0.0074	1	0.015	0.035	0.05	0.035	0.025	0.018	0.014	0.005	0.001	0	0
0.107	1	0.009	0.021	0.03	0.02	0.015	0.012	0.012	0.005	0.0025	0.0025	0
		r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
		0.000001	0.000037	0.000247	0.000036	0.000000	0	0	0	0	0	0
		0.000142	0.000454	0.000681	0.000426	0.000198	0.000085	0.000034	0	0	0	0
		0.000111	0.000259	0.00037	0.000259	0.000185	0.000133	0.000103	0.000037	0.000007	0	0
		0.000963	0.002247	0.00321	0.00214	0.001605	0.001284	0.001284	0.000535	0.000267	0.000267	0
	<b>SUMA</b>	0.001217	0.002997	0.004508	0.002861	0.001989	0.001502	0.001421	0.000572	0.000274	0.000267	0
<b>d3=</b>		0.001217	0.003165	0.004783	0.003433	0.003410	0.001502					

**DESPLAZAMIENTO 4**

Mv	PROF/LONG	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
(m2/ton)												
0.00045	0.9	0.0005	0.001	0.08	0.61	0.09	0.0005	0	0	0	0	0
0.0071	0.8	0.009	0.035	0.07	0.12	0.075	0.035	0.015	0.005	0.002	0.001	0
0.0074	1	0.01	0.03	0.035	0.05	0.035	0.025	0.018	0.011	0.005	0.0025	0.001
0.107	1	0.007	0.017	0.02	0.03	0.02	0.015	0.012	0.012	0.005	0.005	0.001
		r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
		0.000000	0.000030	0.000032	0.000247	0.000036	0.000000	0	0	0	0	0
		0.000051	0.000198	0.000397	0.000681	0.000426	0.000198	0.000085	0.000028	0.000011	0.000005	0
		0.000074	0.000222	0.000259	0.00037	0.000259	0.000185	0.000133	0.000081	0.000037	0.000018	0.000007
		0.000749	0.001819	0.00214	0.00321	0.00214	0.001605	0.001284	0.001284	0.000535	0.000535	0.000107
	<b>SUMA</b>	0.000874	0.002240	0.002829	0.004508	0.002861	0.001989	0.001502	0.001393	0.000583	0.000559	0.000114
<b>d4=</b>		0.000984	0.002719	0.003412	0.015902	0.004363	0.001989					

**CALCULO DE DESPLAZAMIENTOS**

**DESPLAZAMIENTO 5**

Mv	PROF/LONG	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
(m2/ton)		r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
0.00045	0.9	0.0005	0.09	0.61	0.09	0.0005	0	0	0	0	0	0
0.0071	0.8	0.003	0.015	0.035	0.075	0.12	0.075	0.035	0.015	0.005	0.003	0.001
0.0074	1	0.008	0.014	0.025	0.035	0.05	0.035	0.025	0.018	0.011	0.005	0.003
0.107	1	0.006	0.013	0.015	0.02	0.03	0.02	0.015	0.013	0.012	0.014	0.002
		r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
		0.000000	0.000036	0.000247	0.000036	0.000000	0	0	0	0	0	0
		0.000017	0.000085	0.000198	0.000426	0.000681	0.000426	0.000198	0.000085	0.000028	0.000017	0.000005
		0.000059	0.000103	0.000185	0.000259	0.00037	0.000259	0.000185	0.000133	0.000081	0.000037	0.000022
		0.000642	0.001391	0.001605	0.00214	0.00321	0.00214	0.001605	0.001391	0.001284	0.001498	0.000214
	SUMA	0.000718	0.001616	0.002235	0.002861	0.004261	0.002825	0.001988	0.001609	0.001393	0.001552	0.000241
d5=		0.000960	0.003168	0.003629	0.004470	0.006250	0.002825					

**DESPLAZAMIENTO 6**

Mv	PROF/LONG	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
(m2/ton)		r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
0.00045	0.9	0.0005	0.09	0.61	0.09	0.0005	0	0	0	0	0	0
0.0071	0.8	0.003	0.007	0.015	0.035	0.075	0.12	0.075	0.035	0.015	0.007	0.003
0.0074	1	0.007	0.014	0.015	0.025	0.035	0.05	0.035	0.025	0.015	0.014	0.007
0.107	1	0.003	0.012	0.013	0.015	0.02	0.03	0.02	0.015	0.013	0.012	0.003
		r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11
		0.000000	0.000036	0.000247	0.000036	0.000000	0	0	0	0	0	0
		0.000017	0.000039	0.000085	0.000198	0.000426	0.000681	0.000426	0.000198	0.000085	0.000039	0.000017
		0.000051	0.000103	0.000111	0.000185	0.000259	0.00037	0.000259	0.000185	0.000111	0.000103	0.000051
		0.000321	0.001284	0.001391	0.001605	0.00214	0.00321	0.00214	0.001605	0.001391	0.001284	0.000321
	SUMA	0.000390	0.001463	0.001834	0.002025	0.002825	0.004261	0.002825	0.001988	0.001587	0.001427	0.000389
d6=		0.000779	0.002891	0.003421	0.004014	0.005650	0.004261					

## METODO DEMÉNEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN

En las ecuaciones anteriores (desplazamientos 1 a 5), se muestran en primer lugar el  $M_v$ , la Profundidad dividida entre la Longitud, y los Valores de influencia correspondientes a una presión unitaria colocada en cada área.

Así para obtener el desplazamiento  $d_1$ , se cargó el cuadro 1 donde actúa la reacción  $r_1$  (Figura 3.6), con una carga unitaria y se midieron los incrementos de esfuerzo vertical en cada una de las dovelas correspondientes a los segmentos donde actúan las reacciones  $r_2$  a  $r_{11}$ .

De manera análoga se procedió para todos los desplazamientos, obteniendo como resultado 6 ecuaciones de desplazamiento (asentamientos) en función de las reacciones del terreno ( $r_1$  a  $r_6$ ), debido a que éstas últimas son desconocidas.

Los resultados del cálculo de éstas 6 ecuaciones de desplazamiento puestas en función de las reacciones del terreno  $r_i$  son lo siguientes:

$$d_1 = 0.0224r_1 + 0.002996r_2 + 1.001989r_3 + 0.001513r_4 + 0.001879r_5 + 0.00054r_6$$

$$d_2 = 0.001485r_1 + 0.004557r_2 + 0.002839r_3 + 0.002256r_4 + 0.002074r_5 + 0.001681r_6$$

$$d_3 = 0.001217r_1 + 0.003265r_2 + 0.004783r_3 + 0.003433r_4 + 0.003410r_5 + 0.001502r_6$$

$$d_4 = 0.000988r_1 + 0.002799r_2 + 0.003412r_3 + 0.005902r_4 + 0.004363r_5 + 0.001989r_6$$

$$d_5 = 0.00096r_1 + 0.003168r_2 + 0.003629r_3 + 0.00447r_4 + 0.00625r_5 + 0.002825r_6$$

$$d_6 = 0.000779r_1 + 0.002891r_2 + 0.003421r_3 + 0.004014r_4 + 0.00565r_5 + 0.004261r_6$$

## 3.6 COMPATIBILIDAD DE DESPLAZAMIENTOS

El objetivo de realizar los dos análisis (Estructural y de Mecánica de Suelos) consiste en poderlos unir por medio de términos comunes a ambos, tales como los desplazamientos, las reacciones, los giros, etc.

En este método se plantea que los elementos comunes en ambos análisis sean las reacciones del terreno.

Por lo cual una vez obtenidos los resultados del Análisis de Mecánica de Suelos, deberá ponerse las reacciones del terreno en función de los desplazamientos obtenidos, es decir, hay que realizar la compatibilidad de desplazamientos entre el Análisis de Mecánica de Suelos y el Análisis Estructural.

## METODO DEMENEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN

Una vez realizado lo anterior, hay que sustituir las 6 ecuaciones de desplazamiento en el sistema general de la matriz de rigideces "K". Es decir, hay que sustituir el valor de los desplazamientos  $d_1$  a  $d_5$  puestos en función de las reacciones  $r_1$  a  $r_5$  en las 18 ecuaciones con que se cuenta (15 ecuaciones de la matriz de rigideces y 3 ecuaciones auxiliares obtenidas por el Teorema de la Viga Conjugada).

Este procedimiento se realiza a continuación para cada una de las ecuaciones, y se hace un resumen de las ecuaciones auxiliares de desplazamiento.

Cuando se ha concluido lo anterior se cuenta con un sistema de ecuaciones de 18 incógnitas con 18 ecuaciones, es decir se han eliminado 6 incógnitas ( $d_1$  a  $d_6$ ) de la matriz de rigideces original, con lo que se puede proceder a obtener la solución.

En dicho sistema de ecuaciones se obtiene una matriz cuadrada cuyas incógnitas son las reacciones  $r_1$  a  $r_6$  y los giros  $\theta_{21}, \theta_{22}, \theta_{23}, \theta_{27}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{33}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{39}, \theta_{40}$  y  $\theta_{41}$ .

La descripción de dicho sistema se representa en las siguientes páginas.

Para obtener la solución del sistema, se obtuvo la matriz de rigideces (de 18 renglones por 18 columnas) y se procedió al cálculo de la matriz inversa.

Con la matriz inversa, se multiplicó ésta por el vector de Términos Independientes, obtenidos del segundo término de cada una de las 18 ecuaciones de la matriz K de rigideces, llegando a la solución del sistema.

En esta solución se obtienen las reacciones  $r_1$  a  $r_6$  y los giros  $\theta_{21}$  a  $\theta_{41}$  de la superestructura.

Posteriormente se sustituyen los valores de las reacciones en las ecuaciones auxiliares de desplazamiento ( $d_1$  a  $d_6$ ), las cuales se encuentran en función de las reacciones  $r_1$  a  $r_5$  del suelo.

Con esto se obtiene la solución de los desplazamientos (asentamientos) en cada dovela provocados por la totalidad de las cargas actuantes y de las reacciones.



ECUACIONES AUXILIARES DE DESPLAZAMIENTO

	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1=	0.00224	0.002996	0.001989	0.001513	0.001879	0.00054
d2=	0.001485	0.004557	0.002839	0.002256	0.002074	0.001681
d3=	0.001217	0.003265	0.004783	0.003433	0.00341	0.001502
d4=	0.000988	0.002799	0.003412	0.005902	0.004363	0.001989
d5=	0.00096	0.003168	0.003629	0.00447	0.00625	0.002825
d6=	0.000779	0.002891	0.003421	0.004014	0.00565	0.004261

ECUACION 1

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	-210011	-470.42464	-629.19295	-417.71187	-317.74664	-394.61066	-113.40594
d2		0	0	0	0	0	0
d3	210011	255.583387	685.685915	1004.48261	720.967763	716.13751	315.436522
d4		0	0	0	0	0	0
d5		0	0	0	0	0	0
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-214.84125	56.492959	586.770734	403.22112	321.526841	202.030582
TERM INDEP		-0.54524	-1.43229	-0.10579			
TOTAL		-215.38649	55.060669	586.664944	403.22112	321.526841	202.030582

ECUACION 2

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	-210011	-470.42464	-629.19295	-417.71187	-317.74664	-394.61066	-113.40594
d2		0	0	0	0	0	0
d3		0	0	0	0	0	0
d4		0	0	0	0	0	0
d5	210011	201.61056	665.314848	762.129919	938.74917	1312.56875	593.281075
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-268.81408	36.121892	344.41804	621.002527	917.958081	479.875135
TERM INDEP				-0.5424	-1.43229	-0.10579	
TOTAL		-268.81408	36.121892	343.87564	619.570237	917.852291	479.875135

**ECUACION 3**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1		0	0	0	0	0	0
d2		0	0	0	0	0	0
d3	-210011	-255.58338	-685.68591	-1004.4826	-720.96776	-716.13751	-315.43652
d4		0	0	0	0	0	0
d5	210011	201.61056	665.314848	762.129919	938.74917	1312.56875	593.281075
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-53.972827	-20.371067	-242.35269	217.781407	596.43124	277.844553
TERM INDEP						-0.65103	-1.43229
<b>TOTAL</b>		<b>-53.972827</b>	<b>-20.371067</b>	<b>-242.35269</b>	<b>217.781407</b>	<b>596.43124</b>	<b>277.844553</b>

**ECUACION 4**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	-1374.96	-3.0799104	-4.1193801	-2.7347954	-2.0803144	-2.5835498	-0.7424784
d2		0	0	0	0	0	0
d3	1374.96	1.67332632	4.4892444	6.57643368	4.72023768	4.6886136	2.06518992
d4		0	0	0	0	0	0
d5		0	0	0	0	0	0
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-1.4065840	0.36986424	3.84163824	2.6399232	2.10506376	1.32271152
TERM INDEP							
<b>TOTAL</b>		<b>-1.4065840</b>	<b>0.36986424</b>	<b>3.84163824</b>	<b>2.6399232</b>	<b>2.10506376</b>	<b>1.32271152</b>

**ECUACION 5**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	-1374.96	-3.0799104	-4.1193801	-2.7347954	-2.0803144	-2.5835498	-0.7424784
d2		0	0	0	0	0	0
d3		0	0	0	0	0	0
d4		0	0	0	0	0	0
d5	1374.96	1.3199616	4.35587328	4.98972984	6.1460712	8.5935	3.884262
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-1.7599488	0.23649312	2.2549344	4.06575672	6.00995016	3.1417836
TERM INDEP							
<b>TOTAL</b>		<b>-1.7599488</b>	<b>0.23649312</b>	<b>2.2549344</b>	<b>4.06575672</b>	<b>6.00995016</b>	<b>3.1417836</b>

**ECUACION 6**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1		0	0	0	0	0	0
d2		0	0	0	0	0	0
d3	-1374.96	-1.6733263	-4.4892444	-6.5764336	-4.7202376	-4.6886136	-2.0651899
d4		0	0	0	0	0	0
d5	1374.96	1.3199616	4.35587328	4.98972984	6.1460712	8.5935	3.884262
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-0.3533647	-0.1333711	-1.5867038	1.42583352	3.9048864	1.81907208
TERM INDEP							
<b>TOTAL</b>		-0.3533647	-0.1333711	-1.5867038	1.42583352	3.9048864	1.81907208

**ECUACION 7**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	-1374.96	-3.0799104	-4.1193801	-2.7347954	-2.0803144	-2.5835498	-0.7424784
d2		0	0	0	0	0	0
d3	1374.96	1.67332632	4.4892444	6.57643368	4.72023768	4.6886136	2.06518992
d4		0	0	0	0	0	0
d5		0	0	0	0	0	0
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-1.4065840	0.36986424	3.84163824	2.6399232	2.10506376	1.32271152
TERM INDEP							
<b>TOTAL</b>		-1.4065840	0.36986424	3.84163824	2.6399232	2.10506376	1.32271152

**ECUACION 8**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	-1374.96	-3.0799104	-4.1193801	-2.7347954	-2.0803144	-2.5835498	-0.7424784
d2		0	0	0	0	0	0
d3		0	0	0	0	0	0
d4		0	0	0	0	0	0
d5	1374.96	1.3199616	4.35587328	4.98972984	6.1460712	8.5935	3.884262
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-1.7599488	0.23649312	2.2549344	4.06575672	6.00995016	3.1417836
TERM INDEP							
<b>TOTAL</b>		-1.7599488	0.23649312	2.2549344	4.06575672	6.00995016	3.1417836

**ECUACION 9**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1		0	0	0	0	0	0
d2		0	0	0	0	0	0
d3	-1374.96	-1.6733263	-4.4892444	-6.5764336	-4.7202376	-4.6886136	-2.0651899
d4		0	0	0	0	0	0
d5	1374.96	1.3199616	4.35587328	4.98972984	6.1460712	8.5935	3.884262
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-0.3533647	-0.1333711	-1.5867038	1.42583352	3.9048864	1.81907208
TERM INDEP							
<b>TOTAL</b>		<b>-0.3533647</b>	<b>-0.1333711</b>	<b>-1.5867038</b>	<b>1.42583352</b>	<b>3.9048864</b>	<b>1.81907208</b>

**ECUACION 10**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	-1374.96	-3.0799104	-4.1193801	-2.7347954	-2.0803144	-2.5835498	-0.7424784
d2		0	0	0	0	0	0
d3	1374.96	1.67332632	4.4892444	6.57643368	4.72023768	4.6886136	2.06518992
d4		0	0	0	0	0	0
d5		0	0	0	0	0	0
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-1.4065840	0.36986424	3.84163824	2.6399232	2.10506376	1.32271152
TERM INDEP							
<b>TOTAL</b>		<b>-1.4065840</b>	<b>0.36986424</b>	<b>3.84163824</b>	<b>2.6399232</b>	<b>2.10506376</b>	<b>1.32271152</b>

**ECUACION 11**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	-1374.96	-3.0799104	-4.1193801	-2.7347954	-2.0803144	-2.5835498	-0.7424784
d2		0	0	0	0	0	0
d3		0	0	0	0	0	0
d4		0	0	0	0	0	0
d5	1374.96	1.3199616	4.35587328	4.98972984	6.1460712	8.5935	3.884262
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-1.7599488	0.23649312	2.2549344	4.06575672	6.00995016	3.1417836
TERM INDEP							
<b>TOTAL</b>		<b>-1.7599488</b>	<b>0.23649312</b>	<b>2.2549344</b>	<b>4.06575672</b>	<b>6.00995016</b>	<b>3.1417836</b>

ECUACION 12

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1		0	0	0	0	0	0
d2		0	0	0	0	0	0
d3	-1374.96	-1.6733263	-4.4892444	-6.5764336	-4.7202376	-4.6886136	-2.0651899
d4		0	0	0	0	0	0
d5	1374.96	1.3199616	4.35587328	4.98972984	6.1460712	8.5935	3.884262
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-0.3533647	-0.1333711	-1.5867038	1.42583352	3.9048864	1.81907208
TERM INDEP							
TOTAL		-0.3533647	-0.1333711	-1.5867038	1.42583352	3.9048864	1.81907208

ECUACION 13

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	85654.5	191.86608	256.620882	170.366800	129.595258	160.944805	46.25343
d2		0	0	0	0	0	0
d3	-85654.5	-104.24152	-279.66194	-409.68547	-294.05189	-292.08184	-128.65305
d4		0	0	0	0	0	0
d5		0	0	0	0	0	0
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		37.6245535	-23.041060	-239.31867	-164.45664	-131.13703	-82.399629
TERM INDEP		1.18164	1.25	0.068359			
TOTAL		18.8061935	-21.791060	-239.25031	-164.45664	-131.13703	-82.399629

ECUACION 14

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	-85654.5	-191.86608	-256.62088	-170.36680	-129.59525	-160.94480	-46.25343
d2		0	0	0	0	0	0
d3	171309	208.483053	559.323885	819.370947	588.103797	584.16369	257.306118
d4		0	0	0	0	0	0
d5	-85654.5	-82.22832	-271.35345	-310.84018	-382.87561	-535.34062	-241.97396
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-65.611347	31.349547	338.163966	75.6329235	-112.12174	-30.921274
TERM INDEP				1.18164	1.25	0.068359	
TOTAL		-65.611347	31.349547	339.345606	76.8229235	-112.05338	-30.921274

**ECUACION 15**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1		0	0	0	0	0	0
d2		0	0	0	0	0	0
d3	-85654.5	-104.24152	-279.66194	-409.68547	-294.05189	-292.08184	-128.65305
d4		0	0	0	0	0	0
d5	85654.5	82.22832	271.353456	310.840180	382.875615	535.340625	241.973962
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-22.013206	-8.3084865	-98.845293	88.8237165	243.25878	113.320903
TERM INDEP						1.25	1.25
<b>TOTAL</b>		<b>-22.013206</b>	<b>-8.3084865</b>	<b>-98.845293</b>	<b>88.8237165</b>	<b>244.50878</b>	<b>114.570903</b>

**ECUACION 16**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1	-280014.59	-627.23268	-838.92371	-556.94902	-423.66207	-526.14741	-151.20787
d2	560029.184	831.643338	2552.05299	1589.92285	1263.42583	1161.50052	941.409058
d3	-280014.59	-340.77775	-914.24764	-1339.3097	-961.29009	-954.84975	-420.58191
d4		0	0	0	0	0	0
d5		0	0	0	0	0	0
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-136.36710	798.881630	-306.33596	-121.52633	-319.49664	369.619261
TERM INDEP		0.09765625	0.84635416	0.09765625			
<b>TOTAL</b>		<b>-136.26945</b>	<b>799.727985</b>	<b>-306.23830</b>	<b>-121.52633</b>	<b>-319.49664</b>	<b>369.619261</b>

**ECUACION 17**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1		0	0	0	0	0	0
d2		0	0	0	0	0	0
d3	-280014.59	-340.77775	-914.24764	-1339.3097	-961.29009	-954.84975	-420.58191
d4	560029.184	551.308833	1567.52168	1910.81957	3305.29224	2443.40732	1113.89804
d5	-280014.59	-268.81400	-887.08622	-1016.1729	-1251.6652	-1750.0912	-791.04122
d6		0	0	0	0	0	0
SUMA		-56.282932	-233.81218	-444.66317	1092.33692	-261.53362	-97.725092
TERM INDEP				0.09765625	0.84635416	0.09765625	
<b>TOTAL</b>		<b>-56.282932</b>	<b>-233.81218</b>	<b>-444.56551</b>	<b>1093.18327</b>	<b>-261.43597</b>	<b>-97.725092</b>

**ECUACION 18**

	COEF.	R1	R2	R3	R4	R5	R6
d1		0	0	0	0	0	0
d2		0	0	0	0	0	0
d3		0	0	0	0	0	0
d4		0	0	0	0	0	0
d5	-560029.18	-537.62801	-1774.1724	-2032.3459	-2503.3304	-3500.1824	-1582.0824
d6	560029.184	436.262734	1619.04437	1915.85983	2247.95714	3164.16488	2386.28435
SUMA		-101.36528	-155.12808	-116.48607	-255.37330	-336.01751	804.201908
TERM INDEP						0.1953125	0.84635416
<b>TOTAL</b>		<b>-101.36528</b>	<b>-155.12808</b>	<b>-116.48607</b>	<b>-255.37330</b>	<b>-336.01751</b>	<b>804.201908</b>

SISTEMA DE ECUACIONES

	R1	R2	R3	R4	R5	R6	Θ21
R1	-215.3864900	55.0606690	586.6649440	403.2211200	321.5268410	202.0305820	707535.500
R2	-268.8140800	36.1218920	343.8756400	619.5702370	917.8522910	479.8751350	350018.900
R3	-53.9728270	-20.3710670	-242.3526900	217.7814070	595.7802100	276.4122630	0.000
R4	-1.4065840	0.3698642	3.8416382	2.6399232	2.1050638	1.3227115	3748.800
R5	-1.7599488	0.2364931	2.2549344	4.0657567	6.0099502	3.1417836	0.000
R6	-0.3533647	-0.1333711	-1.5867038	1.4258335	3.9048864	1.8190721	0.000
Θ21	-1.4065840	0.3698642	3.8416382	2.6399232	2.1050638	1.3227115	0.000
Θ22	-1.7599488	0.2364931	2.2549344	4.0657567	6.0099502	3.1417836	0.000
Θ23	-0.3533647	-0.1333711	-1.5867038	1.4258335	3.9048864	1.8190721	0.000
Θ27	-1.4065840	0.3698642	3.8416382	2.6399232	2.1050638	1.3227115	0.000
Θ28	-1.7599488	0.2364931	2.2549344	4.0657567	6.0099502	3.1417836	0.000
Θ29	-0.3533647	-0.1333711	-1.5867038	1.4258335	3.9048864	1.8190721	0.000
Θ33	88.8061935	-21.7910600	-239.2503100	-164.4566400	-131.1370300	-82.3996290	-210011.000
Θ34	-65.6113470	31.3495470	339.3456060	76.8829235	-112.0533800	-30.9212740	210011.000
Θ35	-22.0132060	-8.3084865	-98.8452930	88.8237165	344.5087800	114.5709030	0.000
Θ39	-136.2694500	799.7279850	-306.2383000	-121.5263300	-319.4966400	369.6192610	175009.120
Θ40	-56.2829320	-233.8121800	-444.5655100	1093.1832700	-261.4359700	-97.7250920	0.000
Θ41	-101.3652800	-155.1280800	-116.4860700	-255.3733000	-335.8221900	805.0482620	0.000



SISTEMA DE ECUACIONES

	€22	€23	€27	€28	€29	€33	€34
R1	350018.900	0.000	3748.800	0.000	0.000	0.000	0.000
R2	1407573.000	350018.900	0.000	3748.800	0.000	0.000	0.000
R3	350018.900	350018.900	0.000	0.000	3748.800	0.000	0.000
R4	0.000	0.000	19578.410	2291.608	0.000	3748.800	0.000
R5	3748.800	0.000	2291.608	24161.630	2291.608	0.000	3478.800
R6	0.000	3748.800	0.000	2291.608	21870.022	0.000	0.000
€21	0.000	0.000	3748.300	0.000	0.000	19578.410	2291.608
€22	0.000	0.000	0.000	3748.800	0.000	2291.608	24161.630
€23	0.000	0.000	0.000	0.000	3748.800	0.000	2291.608
€27	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	3748.800	0.000
€28	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	3748.800
€29	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
€33	-210011.000	0.000	-1374.960	-1374.960	0.000	-1374.960	-1374.960
€34	0.000	-210011.000	1374.960	0.000	-1374.960	1374.960	0.000
€35	210011.000	210011.000	0.000	1374.964	0.000	0.000	1374.960
€39	-175009.120	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
€40	175009.120	-175009.120	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
€41	0.000	350018.240	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

SISTEMA DE ECUACIONES

	Θ35	Θ39	Θ40	Θ41
R1	0.000	0.000	0.000	0.000
R2	0.000	0.000	0.000	0.000
R3	0.000	0.000	0.000	0.000
R4	0.000	0.000	0.000	0.000
R5	0.000	0.000	0.000	0.000
R6	3748.800	0.000	0.000	0.000
Θ21	0.000	3748.800	0.000	0.000
Θ22	2291.608	0.000	3748.800	0.000
Θ23	21870.022	0.000	0.000	3748.800
Θ27	0.000	12080.810	2291.608	0.000
Θ28	0.000	2291.608	16664.030	2291.608
Θ29	3748.800	0.000	2291.608	14372.422
Θ33	0.000	-1374.960	-1374.960	0.000
Θ34	-1374.960	1374.960	0.000	-1374.960
Θ35	1374.960	0.000	1374.960	1374.960
Θ39	0.000	0.000	0.000	0.000
Θ40	0.000	0.000	0.000	0.000
Θ41	0.000	0.000	0.000	0.000

INDEP
-3.6927
-3.6927
-3.6927
-3.6927
-3.6927
-3.6927
-3.6927
-3.6927
-3.6927
-3.6927
-3.6927
-3.6927
8.8625
8.8625
8.8625
1.8464
1.8464
1.8464

MATRIZ INVERSA

	R1	R2	R3	R4	R5	R6	Θ21
R1	0.0079226	0.0038910	-0.0051738	0.0007929	-0.0022486	0.0314915	0.0012899
R2	-0.0016575	-0.0005438	-0.0007603	0.0000826	-0.0008800	0.0051344	-0.0003169
R3	-0.0035857	-0.0017585	-0.0005248	-0.0000916	-0.0012590	0.0058641	-0.0007535
R4	-0.0021040	-0.0014122	0.0002061	-0.0000546	-0.0009644	0.0057069	-0.0004743
R5	-0.0001704	-0.0001778	0.0034584	-0.0000679	0.0003253	-0.0007815	-0.0000401
R6	0.0003721	0.0007029	0.0021972	0.0001315	-0.0003437	0.0067980	0.0000462
Θ21	0.0000070	0.0000021	-0.0000022	-0.0000001	0.0000009	-0.0000005	0.0000011
Θ22	0.0000021	0.0000025	-0.0000025	0.0000003	0.0000002	0.0000000	0.0000005
Θ23	-0.0000022	-0.0000025	-0.0000036	-0.0000002	-0.0000011	0.0000011	-0.0000005
Θ27	-0.0000001	0.0000003	-0.0000002	0.0000540	-0.0000055	0.0000006	-0.0000112
Θ28	0.0000008	0.0000001	-0.0000009	-0.0000055	0.0000435	-0.0000048	0.0000022
Θ29	0.0000003	0.0000004	-0.0000001	0.0000007	-0.0000048	0.0000477	-0.0000003
Θ33	0.0000011	0.0000005	-0.0000005	-0.0000112	0.0000023	-0.0000005	0.0000578
Θ34	0.0000008	0.0000005	-0.0000010	0.0000022	-0.0000073	0.0000018	-0.0000063
Θ35	-0.0000001	-0.0000001	-0.0000006	-0.0000004	0.0000016	-0.0000086	0.0000009
Θ39	0.0000019	0.0000010	-0.0000008	0.0000038	-0.0000007	0.0000001	-0.0000183
Θ40	0.0000014	0.0000007	-0.0000017	-0.0000009	0.0000020	-0.0000007	0.0000044
Θ41	-0.0000002	-0.0000001	-0.0000010	0.0000003	-0.0000009	0.0000026	-0.0000009

MATRIZ INVERSA

	Θ22	Θ23	Θ27	Θ28	Θ29	Θ33	Θ34
R1	0.0023109	-0.0059327	0.0030369	0.0014760	0.0011729	0.4995330	0.4668729
R2	-0.0001336	-0.0010679	-0.0004269	-0.0006357	0.0000985	0.0695425	0.0752165
R3	-0.0004960	-0.0012007	-0.0012571	-0.0012806	0.0001905	0.0712375	0.0864712
R4	-0.0002619	-0.0011501	-0.0007614	-0.0008589	0.0001808	0.0771776	0.0865917
R5	0.0001097	0.0003853	-0.0001561	0.0002892	0.0003427	-0.0024082	-0.0014089
R6	0.0005722	-0.0009504	0.0001724	0.0004793	0.0007977	0.1133947	0.1109551
Θ21	0.0000008	0.0000000	0.0000019	0.0000014	-0.0000002	0.0000101	-0.0000125
Θ22	0.0000005	0.0000000	0.0000010	0.0000007	-0.0000001	0.0000045	-0.0000068
Θ23	-0.0000010	-0.0000009	-0.0000018	-0.0000017	-0.0000009	-0.0000076	0.0000039
Θ27	0.0000021	-0.0000004	0.0000038	-0.0000009	0.0000003	0.0000004	-0.0000008
Θ28	-0.0000068	0.0000016	-0.0000007	0.0000019	-0.0000009	0.0000009	-0.0000019
Θ29	0.0000018	-0.0000087	0.0000004	-0.0000005	0.0000025	0.0000009	-0.0000008
Θ33	-0.0000063	0.0000009	-0.0000183	0.0000044	-0.0000009	0.0000019	-0.0000025
Θ34	0.0000455	-0.0000057	0.0000045	-0.0000110	0.0000032	0.0000013	-0.0000023
Θ35	-0.0000057	0.0000501	-0.0000009	0.0000031	-0.0000137	-0.0000005	0.0000000
Θ39	0.0000045	-0.0000009	0.0000919	-0.0000133	0.0000024	0.0000035	-0.0000048
Θ40	-0.0000110	0.0000032	-0.0000133	0.0000663	-0.0000115	0.0000021	-0.0000038
Θ41	0.0000032	-0.0000137	0.0000024	-0.0000115	0.0000748	-0.0000008	0.0000001

MATRIZ INVERSA

	e35	e39	e40	e41
R1	0.4683279	-0.0006366	0.0000653	0.0001051
R2	0.0781579	0.0009780	-0.0001325	-0.0005820
R3	0.0898880	-0.0002648	-0.0002536	0.0000437
R4	0.0892692	0.0000348	0.0006999	-0.0001115
R5	-0.0065235	-0.0001532	-0.0003631	-0.0003875
R6	0.1044092	0.0000145	0.0000126	0.0009609
e21	-0.0000124	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e22	-0.0000068	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e23	0.0000189	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e27	-0.0000009	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e28	-0.0000004	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e29	-0.0000022	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e33	-0.0000025	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e34	-0.0000015	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e35	0.0000015	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e39	-0.0000051	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e40	-0.0000021	0.0000000	0.0000000	0.0000000
e41	0.0000018	0.0000000	0.0000000	0.0000000

SOLUCION

12.5666495	R1
1.9801760	R2
2.2161700	R3
2.2508976	R4
-0.1063082	R5
2.8749229	R6
-0.0001770	e21
-0.0000988	e22
0.0001876	e23
-0.0001697	e27
-0.0001253	e28
-0.0001641	e29
-0.0001363	e33
-0.0001218	e34
-0.0000859	e35
-0.0003200	e39
-0.0001774	e40
-0.0001925	e41

## METODO DEMÉNÉGGI DE MARCOS CON INTERACCIÓN

Los resultados obtenidos para las reacciones son los siguientes:

$$\begin{aligned}r_1 &= 12.5666 \text{ TON/M} \\r_2 &= 1.9801 \text{ TON/M} \\r_3 &= 2.2161 \text{ TON/M} \\r_4 &= 2.2508 \text{ TON/M} \\r_5 &= - 0.1063 \text{ TON/M} \\r_6 &= 2.8749 \text{ TON/M}\end{aligned}$$

En esta distribución de reacciones del suelo sobre la estructura de cimentación, cabe hacer notar que el valor negativo de la reacción  $r_5$  corresponde a un punto en el cual la cimentación no se está apoyando en el suelo y no a una tensión en el mismo

Sustituyendo la distribución de reacciones en las ecuaciones de desplazamiento, se llega a los siguientes resultados para los asentamientos en los puntos 1 a 6 representados en la Figura 2.5:

$$\begin{aligned}d_1 &= 4.3248 \text{ cm} \\d_2 &= 4.3667 \text{ cm} \\d_3 &= 4.4041 \text{ cm} \\d_4 &= 4.4059 \text{ cm} \\d_5 &= 4.3898 \text{ cm} \\d_6 &= 4.3780 \text{ cm}\end{aligned}$$

En los cálculos anteriores se aprecia una distribución irregular de reacciones en la masa de suelo. Lo cual es producto de que el método plantea la intervención de los desplazamientos tan solo en las vigas que están en contacto con el suelo.

Cuando se buscó el efecto de los desplazamientos en el resto de la estructura, se vió que la obtención de la matriz de rigideces era la misma si se consideraba un marco de 2 o más niveles, pero que si se considera a un marco de un solo nivel la matriz de rigideces se afectaba por los valores de los desplazamientos.

Es decir, que la utilización de este método, tal como se describe en la Referencia 2, no es aplicable para solucionar el marco propuesto, ya que proporciona resultados (distribución de reacciones) que no corresponden a las cargas aplicadas.

Sin embargo, la aplicación de este método para marcos reticulares de un nivel y una crujía, tales como los descritos en la Referencia 2, proporciona resultados muy satisfactorios.

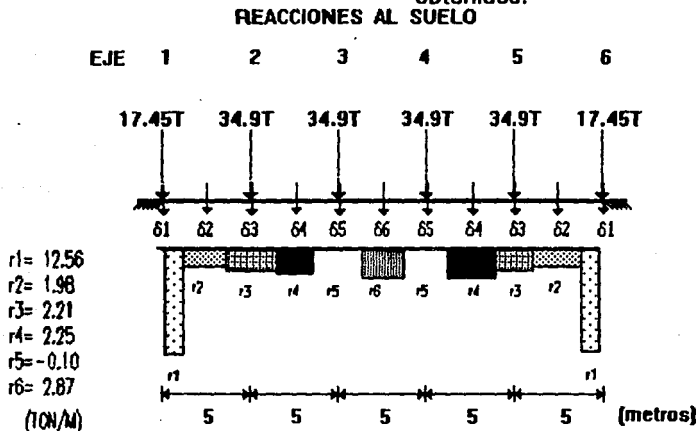
La obtención de los diagramas de cortantes y momentos de los elementos estructurales no se realiza debido a que éstos elementos mecánicos dependen en su totalidad de las reacciones obtenidas en el cálculo y como las reacciones no son correctas, generan elementos mecánicos erróneos.

**METODO DEMENEGHI DE MARCOS CON INTERACCIÓN**

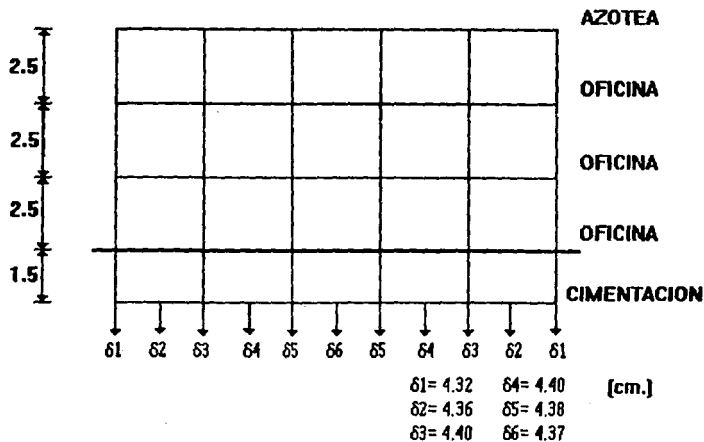
Los resultados obtenidos para las reacciones y los desplazamientos se aprecian en las figuras 3.7 y 3.8 respectivamente.

Por otro lado, podemos apreciar que los hundimientos son muy parecidos a lo largo de la cimentación, lo que hace suponer un comportamiento 100% rígido de la estructura de la cimentación. En los cálculos se consideró la rigidez de la cimentación, por lo que la magnitud de los asentamientos debería ser diferente a los hundimientos obtenidos.

En estas Figuras se ve la magnitud de las reacciones aplicadas al suelo y su distribución, que para las cargas actuantes, no es congruente.



**Fig 3.7**  
**DESPLAZAMIENTOS**



**Fig 3.8**

## **4.1.-INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN.**

En este capítulo se planteará el análisis estático de marcos considerando que la estructura de la cimentación junto con las cargas que obran sobre ella y las reacciones que se provocan en el suelo se sujetarán a una determinada configuración, igual a la que el suelo adoptará debido a las reacciones que éste aporta a la estructura de cimentación para su equilibrio.

La Interacción Suelo-Cimentación que a continuación se estudiará, plantea en primer lugar, la separación de la estructura en dos partes, la superestructura y la estructura de la cimentación.

Para el análisis de la superestructura se sigue realizando análisis de marcos tales como los descritos en el capítulo 1 de este trabajo, es decir que la superestructura se divide en retículas, las cuales se analizan considerando que los marcos se apoyan en empotramientos, articulaciones o apoyos libres. Por esto el análisis de la superestructura no se efectuará debido a que es el mismo descrito en el capítulo 2.

## **4.- INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN DE LEONARDO ZEEVAERT.**

En la segunda parte, es decir, en la estructura de la



## INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN DE LEONARDO ZEEVAERT

cimentación, se hace el Análisis de Interacción Suelo-Cimentación ya sin tomar en cuenta a la superestructura.

La configuración de esfuerzos y deformaciones en la superficie de contacto dependerá de la rigidez de la estructura de la cimentación, de la deformabilidad del subsuelo y de la distribución de cargas que se apliquen sobre la estructura de la cimentación.

La interacción entre la estructura de cimentación y el suelo consistirá en encontrar un sistema de reacciones que aplicadas simultáneamente a la estructura de cimentación y a la masa de suelo produzcan la misma configuración de desplazamientos diferenciales entre los dos elementos.

Dicho procedimiento, en el cual se establecen las expresiones de compatibilidad para el cálculo de los esfuerzos de contacto es designado por Zeevaert como ISE, es decir Interacción Suelo-Estructura.

### 4.2.- ANÁLISIS CON INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN

Para poder realizar el análisis considerando la interacción entre el suelo y la cimentación, deberá basarse en el comportamiento de la masa de suelo y en el cálculo estructural en donde se determinarán las fuerzas y deformaciones, tomando en cuenta las propiedades mecánicas del material del que se construirá la estructura.

Será necesario tomar a la masa de suelo como un medio continuo en donde la acción de un punto  $i$  de la masa ejerce su influencia en otro punto  $j$  de ella.

Así para el cálculo de esfuerzos en la masa de suelo se hará uso de la Teoría de la Elasticidad aún cuando el suelo no tiene un comportamiento elástico, sino más bien elasto-plástico y viscoso.

El cambio de esfuerzos, en general no es tan grande, por lo que de antemano se puede estimar el nivel de esfuerzos y el cambio de ellos para asignar las propiedades mecánicas del material, las cuales deberán usarse en los cálculos.

Esto implica que si se requiere aumentar la precisión, se deberá efectuar varios ciclos de cálculo hasta lograr la compatibilidad de las fuerzas y las

deformaciones utilizando las propiedades mecánicas de esfuerzo- deformación del suelo.

Hay que considerar la rigidez de la estructura de cimentación y la contribución de ésta que puede aportar a la superestructura. Esto implica que se deberá conocer de antemano la geometría y propiedades de los elementos que la forman.

Con respecto al suelo y principalmente a suelos finos y saturados, se presentan propiedades dependientes del tiempo, por lo que se puede apreciar que los esfuerzos de contacto también varían en función del tiempo haciendo cambiar los elementos de estabilidad de la estructura de cimentación.

Es por esto que antes de iniciar los cálculos, se deberán hacer hipótesis de trabajo simples y conservadoras que permitan el cálculo con las herramientas que se dispone.

Así se deberá conocer como mínimo las propiedades esfuerzo-deformación-tiempo para cada uno de los estratos que forman al subsuelo y hasta una profundidad a la cual ya no afecten al cálculo.

### 4.3 .- METODOLOGÍA.

En primer lugar se deberá proceder a calcular los Desplazamientos Verticales de la superficie del suelo, ya sean estos hundimientos o expansiones. Para ello se requiere conocer las propiedades esfuerzo-deformación-tiempo de los estratos del subsuelo.

Si llamamos  $\alpha N$  a la deformación volumétrica de un estrato N para un tiempo determinado t, y a  $\Delta \sigma_{ji} N$  al incremento medio de esfuerzos en un punto j para el mismo estrato N debido a la carga aplicada en un área tributaria  $\bar{a}_i$ , como se muestra en la Figura 4.1.

Así la deformación del estrato N para i esta dado por:

$$\Delta d_{ji} N = \alpha N \cdot \Delta \sigma_{ji} N$$

El desplazamiento vertical de la superficie en el punto j será la suma de las deformaciones de todos los estratos:

$$d_{ji} = \sum_A^N \alpha N \cdot \Delta \sigma_{ji} N$$

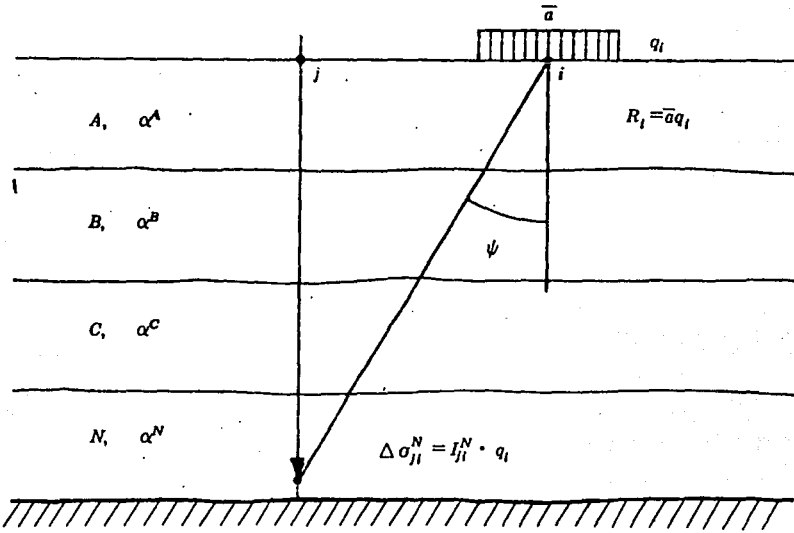


Fig. 4.1

El valor de  $\Delta \sigma_{ji}^N$  en cualquier punto de la masa de suelo se puede expresar en función de la carga unitaria superficial  $q_i$  aplicada en un área tributaria  $\bar{a}_i$ . (Figura 4.1). En donde N indica el estrato en cuestión. El punto i se encuentra localizado al centro del área tributaria  $\bar{a}_i$ , donde se aplica la carga unitaria  $q_i$ , y j el punto donde se calculan los efectos resultantes. Así se tiene:

$$\delta_{ji} = \sum_A^N \alpha^N \cdot I_{ji}^N \cdot q_i$$

Si se supone que el área tributaria está cargada con  $q_i = +1$ , se obtendrá el desplazamiento unitario vertical en j debido a la carga unitaria en i:

$$\delta_{ji} = \sum_A^N \alpha^N \cdot I_{ji}^N$$

Realizando el cálculo de las influencias  $I_{ji}$  de esfuerzo unitario en la forma en que se muestra en la Figura 4.2, se podrán calcular los desplazamientos verticales unitarios de la superficie debidos a la carga  $q_i = +1$  aplicada en el área tributaria del punto (i) como se muestra en la ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} \\ \bar{\delta}_{21} \\ \bar{\delta}_{31} \\ \bar{\delta}_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11}^A & I_{21}^A & I_{31}^A & I_{41}^A \\ I_{11}^B & I_{21}^B & I_{31}^B & I_{41}^B \\ I_{11}^C & I_{21}^C & I_{31}^C & I_{41}^C \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \alpha^A \\ \alpha^B \\ \alpha^C \end{bmatrix}$$

o bien:

$$\left| \bar{\delta}_{ji} \right| = \left[ I_{ji}^N \right]^T \cdot \left| \alpha^N \right|$$

	+1	2	3	4	i	
A	$I_{11}^A$	$I_{21}^A$	$I_{31}^A$	$I_{41}^A$	$I_{i1}^A$	$\alpha^A$
B	$I_{11}^B$	$I_{21}^B$	$I_{31}^B$	$I_{41}^B$	$I_{i1}^B$	$\alpha^B$
C	$I_{11}^C$	$I_{21}^C$	$I_{31}^C$	$I_{41}^C$	$I_{i1}^C$	$\alpha^C$

Fig. 4.2

Es decir:

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} \\ \bar{\delta}_{21} \\ \bar{\delta}_{31} \\ \bar{\delta}_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11}^A & I_{11}^B & I_{11}^C \\ I_{21}^A & I_{21}^B & I_{21}^C \\ I_{31}^A & I_{31}^B & I_{31}^C \\ I_{41}^A & I_{41}^B & I_{41}^C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha^A \\ \alpha^B \\ \alpha^C \end{bmatrix}$$

Utilizando la expresión de  $I_{ij}$  para los puntos 1,2,3,...,i, se forma la matriz general para todos los puntos deseados como sigue:

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{j1} \\ \bar{\delta}_{j2} \\ \bar{\delta}_{j3} \\ \bar{\delta}_{j4} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} & \bar{\delta}_{21} & \bar{\delta}_{31} & \bar{\delta}_{41} \\ \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{22} & \bar{\delta}_{32} & \bar{\delta}_{42} \\ \bar{\delta}_{13} & \bar{\delta}_{23} & \bar{\delta}_{33} & \bar{\delta}_{43} \\ \bar{\delta}_{14} & \bar{\delta}_{24} & \bar{\delta}_{34} & \bar{\delta}_{44} \end{bmatrix}$$

Esta matriz transpuesta y multiplicada por la matriz columna de las cargas unitarias aplicadas en las áreas tributarias a, proporciona la matriz columna de los

desplazamientos verticales de la superficie cargada. Así se obtiene:

$$|\delta_i| = [\bar{\delta}_{ji}]^T \cdot |q_i|$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} & \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{13} & \bar{\delta}_{14} \\ \bar{\delta}_{21} & \bar{\delta}_{22} & \bar{\delta}_{23} & \bar{\delta}_{24} \\ \bar{\delta}_{31} & \bar{\delta}_{32} & \bar{\delta}_{33} & \bar{\delta}_{34} \\ \bar{\delta}_{41} & \bar{\delta}_{42} & \bar{\delta}_{43} & \bar{\delta}_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$

Si las áreas tributarias se escogen iguales, se obtendrá una matriz simétrica de desplazamientos unitarios, esto es  $d_{ij} = d_{ji}$ . A esta expresión se le conoce como Ecuación Matricial de Asentamientos o Hundimientos, EMA.

### INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN DE LEONARDO ZEEVAERT

Para finalizar los cálculos, las reacciones efectivas en las orillas de la cimentación pueden resultar altas, dando origen a un flujo visco-plástico. Así se deberá revisar que las reacciones de orilla sean menores o iguales al esfuerzo límite efectivo, llamado  $q_{ep}$ .

Para el cálculo del esfuerzo límite  $q_{ep}$  se puede aplicar la siguiente fórmula:

$$q_{ep} = 2c_o N_{od} + K_o N_{od} \bar{\sigma}_{od}^1$$

en donde:

$c_o$  = cohesión del estrato al nivel de desplante.

$$N_{od} = \tan^2 (45 + \phi/2).$$

$K_o$  = Factor de conversión de presión efectiva vertical a horizontal.

$\bar{\sigma}_{od}$  = esfuerzo efectivo al nivel de desplante.

Si las reacciones de orilla son mayores a  $q_{ep}$ , se deberá repetir el cálculo incrementando la profundidad de desplante para disminuir la carga que la estructura de la cimentación transmita a la masa de suelo.

A continuación se muestran los cálculos para la cimentación propuesta.

Cabe hacer notar que los cálculos mostrados consideran a la cimentación 100% Rígida. El Dr. Zeevaert propone que a continuación del cálculo de ésta condición (Matriz EMA), se efectue un nuevo cálculo para la consideración de la cimentación con su propia rigidez, (Matriz EMI).

El cálculo de la Matriz EMI, Ecuación Matricial de Interacción, se utiliza cuando los resultados de la matriz EMA, Ecuación Matricial de Interacción, no concuerdan con los datos propuestos en el principio del cálculo, por lo que se puede suponer satisfactorios los resultados obtenidos con la matriz EMI para cimentaciones pequeñas, del tipo rectangular.

En este trabajo los resultados obtenidos con EMA son bastante satisfactorios, por lo que se recomienda su uso.

---

<sup>1</sup>Referencia 3

**INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACION DE LEONARDO ZREVAERT**

**ANALISIS DETALLADO DE INTERACCION ESTATICA**

PARAMETROS DE PARTIDA ANCHO= 5.00 m  
 sentido largo LARGO= 25.00 m  
 PROFUNDIDAD DE DESPLANTE 1.5 m

2B= 5 m LAMBDA 5.00 m

**INFLUENCIAS**

DISTANCIAS		0.00	5.00	10.00	15.00	20.00
ESTRAT	Zm*	1	2	3	4	5
3	1.50	0.8033164	0.0327623	0.0018605	0.0003597	0.0001129
8	6.50	0.1604817	0.0725886	0.0170567	0.0048134	0.0017461
12.5	11.00	0.0620205	0.0437729	0.0196915	0.0081101	0.0035796
16.25	14.75	0.0353892	0.0287495	0.0170390	0.0088521	0.0045603
18.7500	17.25	0.0261028	0.0223362	0.0148551	0.0086618	0.0048779

**MATRIZ DE INFLUENCIAS**

0.8033164	0.0327623	0.0018605	0.0003597	0.0001129
0.1604817	0.0725886	0.0170567	0.0048134	0.0017461
0.0620205	0.0437729	0.0196915	0.0081101	0.0035796
0.0353892	0.0287495	0.0170390	0.0088521	0.0045603
0.0261028	0.0223362	0.0148551	0.0086618	0.0048779

**MATRIZ DE INFLUENCIAS TRANSPUESTA**

0.8033164	0.1604817	0.0620205	0.0353892	0.0261028
0.0327623	0.0725886	0.0437729	0.0287495	0.0223362
0.0018605	0.0170567	0.0196915	0.0170390	0.0148551
0.0003597	0.0048134	0.0081101	0.0088521	0.0086618
0.0001129	0.0017461	0.0035796	0.0045603	0.0048779

**MATRIZ COLUMNAR DE ALFAS**

**ESTRATO**

3.0000
8.0000
12.5000
16.2500
18.7500

**ALFA**

m3/Ton

0.0027
0.0284
0.0370
0.2375
0.27

**INTERACCIÓN SUBLO-CIMENTACION DE LEONARDO ZREVAERT**

**MATRIZ DE DEFORMACIONES UNITARIAS**

0.0245	0.0245	0.0166	0.0092756	0.0048788	0.0025824
0.0166	0.0166	0.0245	0.0166	0.0092756	0.0048788
0.009275	0.0092756	0.0166	0.0245	0.0166	0.0092756
0.004878	0.0048788	0.0092756	0.0166	0.0245	0.0166
0.002582	0.0025824	0.0048788	0.0092756	0.0166	0.0245

**ESFUERZO EN DOVELAS**

qi Ton/m<sup>2</sup>

2.729
2.729
2.729
2.729
2.729

**DEFORMACION 100% FLEXIBLE**

(m)

0.1578
0.1962
0.2081742
0.1961752
0.1578439

**HUNDIMIENTO MEDIO**

(m)

0.1895921
0.1895921
0.1895921
0.1895921
0.1895921

**MATRIZ INVERSA**

77.737717	-61.06796	12.638958	-0.710616	-0.3365
-61.06796	125.70906	-70.99975	13.251898	-0.7106
12.6390	-70.9998	127.7575	-70.9998	12.6390
-0.7106	13.2519	-70.9998	125.7091	-61.0680
-0.3365	-0.71	12.6390	-61.0680	77.7377

**INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACION DE LEONARDO ZERVAERT**

**REACCIONES EN DOVELAS 100% RIGIDA**

X1	5.3581832
X2	1.1721784
X3	2.0923169
X4	1.1721784
X5	5.3582

**CORRECCION POR CARGA**

W~ = 378.8260 Ton

**PESO REAL**

W = 349.0000 Ton

**FACTOR 0.9213**

**REACCIONES FINALES**

	Ton/m2
X1	4.9363
X2	1.0799
X3	1.9276
X4	1.0799
X5	4.9363

W' = 349.0000

**Esfuerzo límite de orilla.**

c = 0.00 Kg/cm<sup>2</sup>  
φ = 39.0000 grados

Nφ = 4.3955 Ko = 0.5000

ESF. EFEC. = 2.4000

qep = 5.27 Ton/m<sup>2</sup> > 4.9363 Ton/m<sup>2</sup>



## 4.4 APLICACIÓN DEL MÉTODO

Para la solución de la interacción de la estructura de la cimentación con el suelo, se dividió la longitud de la cimentación en 5 dovelas, como se muestra en la Figura 4.4.

En primer lugar se procedió al cálculo de la matriz de influencias por estrato. A continuación se obtuvo su matriz transpuesta.

La matriz columnar de alfas se obtuvo para cada estrato dividiendo el coeficiente de compresibilidad ( $M_v$ ) entre el espesor del estrato ( $d$ ).

La matriz de deformaciones unitarias se obtuvo de multiplicar

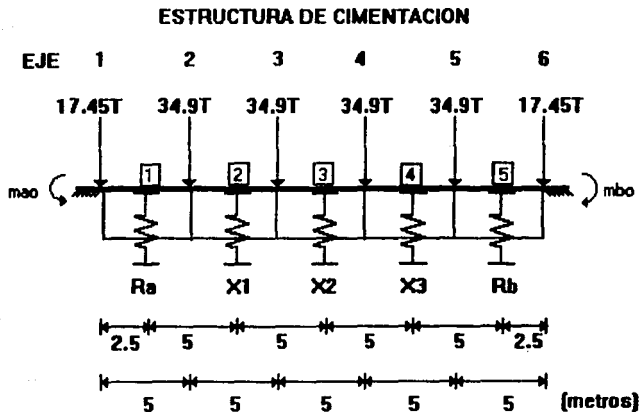
la matriz de influencias transpuesta por la matriz columnar de alfas.

Como primera aproximación se obtuvo el esfuerzo en las dovelas como el esfuerzo promedio en la cimentación debido a la aplicación de las cargas mostradas en la Figura 4.4.

La multiplicación de la matriz columnar de cargas por la matriz de deformaciones unitarias dan por resultado la obtención de la deformación (asentamientos) considerando a la cimentación 100% flexible ( $EI = \text{infinito}$ ).

Los resultados de los asentamientos para la condición 100% flexible son:

$d_1 = 15.78 \text{ cm}$   
 $d_2 = 19.61 \text{ cm}$   
 $d_3 = 20.81 \text{ cm}$   
 $d_4 = 19.61 \text{ cm}$   
 $d_5 = 15.78 \text{ cm}$



**FIGURA 4.4**

## INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN DE LEONARDO ZEBYART

A continuación se obtuvo el hundimiento medio como matriz columnar, así como la matriz inversa de la matriz de deformaciones unitarias. Al multiplicar estas dos matrices se obtuvieron las reacciones en las dovelas.

A las reacciones obtenidas se les aplicó un factor de corrección para obtener el peso real de la estructura de la cimentación con sus cargas.

A esta solución en la cual los hundimientos permanecen constantes en todas las dovelas, se está considerando a la cimentación 100% rígida.

La solución para las reacciones en la consideración 100% rígida es la siguiente:

X1 = 4.9363 Ton/m<sup>2</sup>  
X2 = 1.0798 Ton/m<sup>2</sup>  
X3 = 1.9275 Ton/m<sup>2</sup>  
X4 = 1.0798 Ton/m<sup>2</sup>  
X5 = 4.9363 Ton/m<sup>2</sup>

Los diagramas de cortantes y momentos en la base de la cimentación se muestran a continuación según se obtuvieron utilizando el Método de Newmark.

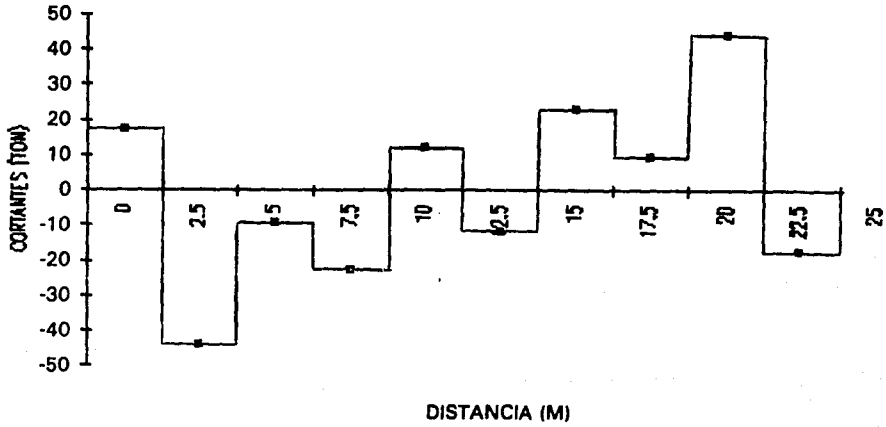
Es dichos diagramas se puede ver que existe una redistribución de esfuerzos en la cimentación al hacer la

consideración 100% rígida. Esto es muy notable en el cambio de signo en el valor de los diagramas de cortantes y momentos.

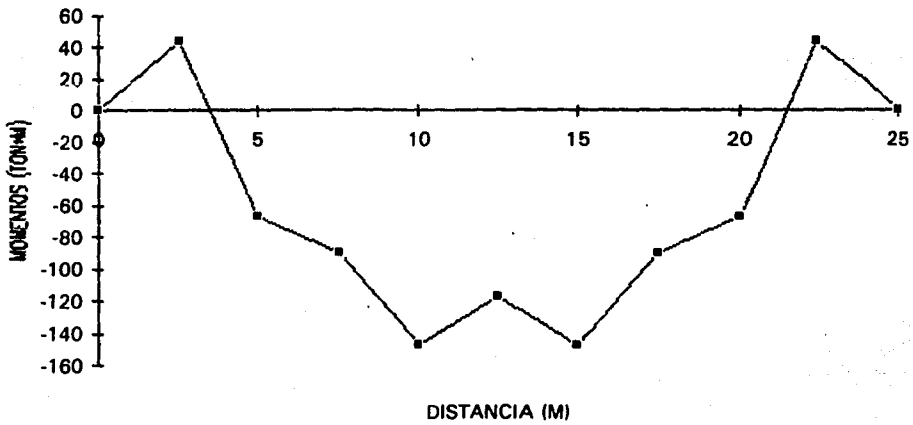
En comparación con los diagramas obtenidos en el Capítulo 2, Análisis Tradicional (Reacción uniforme de las cargas en la cimentación), se aprecia que los momentos han descendido en su valor positivo y que se han generado momentos negativos. A la vez en el centro de la cimentación hubo un incremento considerable en el valor positivo del momento.

**INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACION DE LEONARDO ZEEVAERT**

**DIAGRAMA DE CORTANTES  
TRABE DE CIMENTACION (ZEEVAERT)**



**DIAGRAMA DE MOMENTOS  
TRABE DE CIMENTACION (ZEEVAERT)**



## **5.1 INTERACCIÓN DEACUERDO AL R.C.D.F.**

Según el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones, en sus comentarios a éste capítulo, mencionan el problema de la Interacción Suelo-Estructura.

En estos comentarios se dice que el planteamiento de la Interacción Estática Suelo-Estructura se aborda en el libro Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions, de Zeevaert, L. del año 1972.

En esta referencia el planteamiento de la interacción se realiza considerando a la estructura de la cimentación 100% rígida, además de ser un análisis que utiliza la Teoría de la Elasticidad para suelos isótropos y homogéneos.

## **5.- INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN DE ACUERDO AL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL DISTRITO FEDERAL**

En el Capítulo anterior se desarrolló un método de análisis de Interacción Suelo-Estructura de Cimentación planteado por Zeevaert, la diferencia entre éste método y el propuesto en el reglamento, consiste en que en el método utilizado en el Capítulo anterior se considera la rigidez de la estructura de la cimentación, sin tener que ser ésta 100% flexible o

100% rígida, los cuales pueden ser casos particulares analizados en este método.

A la par los comentarios al capítulo de cimentaciones de las Normas Técnicas mencionan que en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad, de 1981, en el capítulo C.2.2, Diseño estructural de Cimentaciones; se proporciona un método simplificado para tomar en cuenta la Interacción Estática.

En este trabajo se desarrollará el método simplificado propuesto por el Manuel de Diseño de la Comisión Federal de Electricidad, para el marco propuesto debido a que el análisis planteado por el Reglamento utilizando la Teoría de Zeevaert, es una parte del análisis de Estructuras de Cimentación Semiflexibles considerado en el Capítulo anterior. Además se explicaron los casos para estructuras de cimentación 100% Flexibles y 100% Rígidas en dicho capítulo.

El Manual de Diseño plantea la utilización de la Interacción Suelo-Estructura, cuando se proporcione como solución de la cimentación una losa de cimentación y que ésta se resuelva por medio de contratrabes.

Es decir, si se cuenta con una losa de cimentación formada por una retícula de contratrabes, bajo la acción de las cargas de las columnas y por una reacción neta distribuida en las contratrabes, se puede realizar el siguiente método:

a) Determinar el grado de indeterminación,  $G$ , de la retícula, despreciando la rigidez a torsión de las contratrabes.

b) Considerar el equilibrio de dos contratrabes de orilla y plantear dos ecuaciones de equilibrio para cada una de las contratrabes, formando un sistema de cuatro ecuaciones simultáneas.

c) Suponer valores para las incógnitas redundantes y resolver el sistema (las incógnitas son las fuerzas cortantes que las contratrabes normales a las consideradas transmiten a éstas en los nudos).

d) Repetir el proceso para las otras dos contratrabes de orilla.

e) Continuar en la forma descrita hacia el centro de la retícula. El número de incógnitas supuestas en todo el análisis no debe exceder de  $G$ . Hay que tomar en cuenta que una retícula de 3 ejes por 3 es isostática y que para analizarla conviene poner en equilibrio las cuatro contratrabes

INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN DEACUERDO AL R.C.D.D.F.

de orilla por separado para formar su sistema de 4 ecuaciones y 4 incógnitas.

El procedimiento anterior se describe por incisos en la Figura 5.1.

Para calcular el Grado de Indeterminación,  $G$ , de una retícula, en la que se desprecia la torsión de sus miembros, se puede aplicar la fórmula siguiente:

$$G = 8N_i + 6N_{ext} + 4N_{esq} + 2B + 3N + 3$$

en donde:

$N_i$  = número de nudos interiores.

$N_{ext}$  = número de nudos exteriores

$N_{esq}$  = núm. de nudos de esquina

$B$  = número de barras

$N$  = número de nudos.

Si individualmente, las cargas de las columnas interiores no exceden del triple de las cargas de las columnas exteriores, las incógnitas se pueden suponer distribuyendo las cargas de las columnas entre las contratraves que llegan a los nudos respectivos, en proporción a sus longitudes.

Si las cargas de las columnas exteriores son mayores que lo anterior, debe recurrirse al análisis elástico.

Con el procedimiento se cumple el equilibrio en toda la subestructura, pero no la compatibilidad de deformaciones angulares en el sistema de contratraves. Por ésto en el Manual de Diseño proponen que se suministre suficiente ductilidad a las contratraves en los extremos, para que se formen articulaciones plásticas.

Cuando la estructura a analizar está integrada por marcos, de planta general rectangular ( con relación largo-ancho no mayor de 2.0, de no más de cinco crujeas en cada dirección), y peso por metro cuadrado aproximadamente uniforme, cimentadas en losas con contratraves en dos direcciones, el diseño de la subestructura puede realizarse por medio de un procedimiento simplificado.

En él se calculan los hundimientos del terreno suponiendo nulas las rigideces de la subestructura y superestructura. Una vez calculados en ambas direcciones (largo y corto), se multiplican por un factor de corrección, el cual se obtiene a partir de las rigideces de toda la estructura.

Dicho método simplificado no puede aplicarse para el marco propuesto, debido a que no se cumple la relación largo-ancho (para el marco propuesto es de 5), que debe ser menor o igual a 2.

INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN DE ACUERDO AL R. C. D. F.

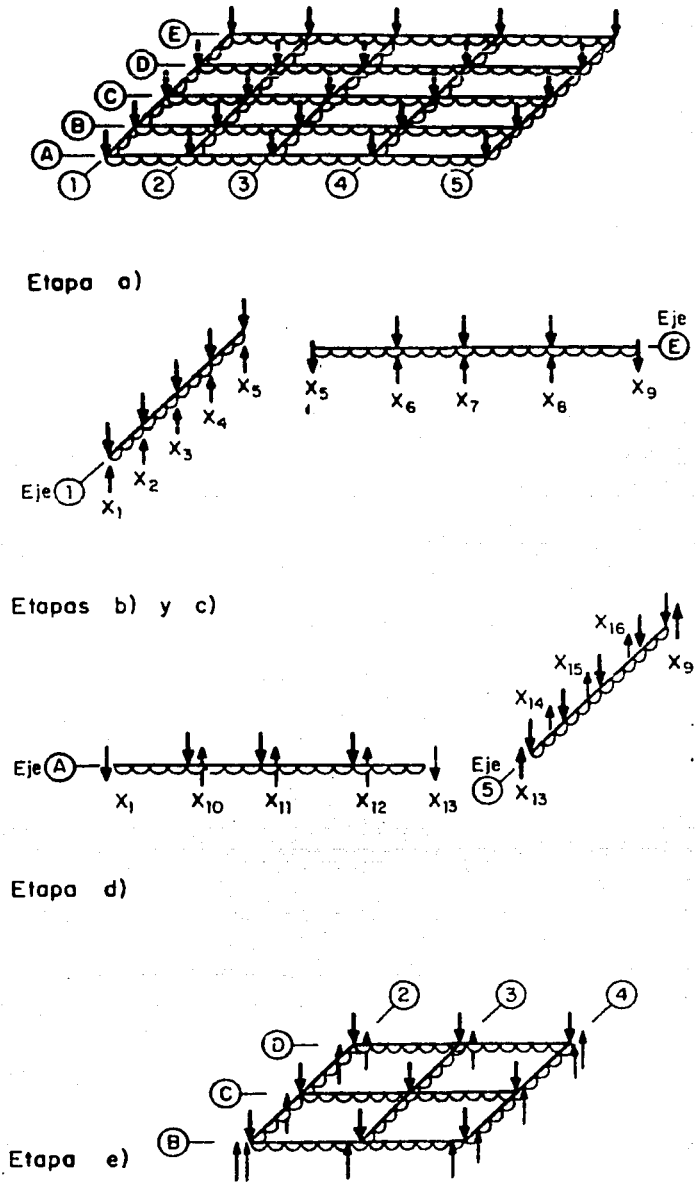


Fig. 5.1

superestructura del mismo capítulo.

Por lo expuesto, para la aplicación de este método, se realizarán los pasos descritos para el equilibrio de la retícula despreciando la rigidez a torsión de las contratrabes.

Tan solo la estructura de la cimentación va a ser la que intervenga en la Interacción con el Suelo, dando por resultado la distribución de las reacciones a lo largo de los sentidos corto y largo de la cimentación.

## 5.2 APLICACIÓN DEL MÉTODO

Para aplicar este método al marco propuesto, se debe en primer lugar plantear la descarga por columna al nivel de la cimentación.

Es por esto que, al realizar los cálculos respectivos para el marco propuesto, en primer lugar se describen las cargas actuantes en la cimentación al nivel de desplante. Esto se muestra en la Figura 5.2.

Cabe hacer notar, que al igual que en el método de Zeevaert, el cálculo estructural de la superestructura, se realiza utilizando cualquiera de los métodos descritos en el Capítulo 2 de éste trabajo y que los resultados obtenidos son iguales a los cálculos realizados para la

En segundo lugar se realizan las etapas descritas en los incisos b) a e) para la obtención del equilibrio de la retícula.

Los cálculos respectivos se describen a continuación.

### DISTRIBUCIÓN DE CARGAS EN LOSA DE CIMENTACION

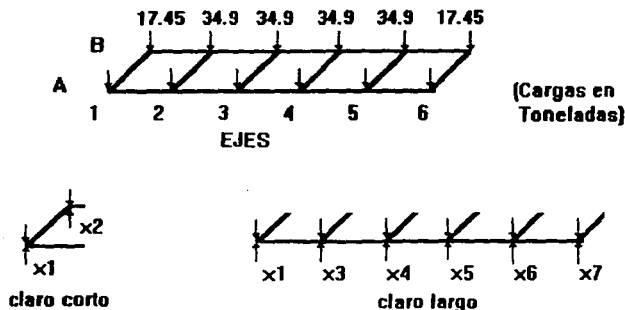


FIGURA 5.2





### **5.3 COMENTARIOS DEL MÉTODO.**

Al realizar los cálculos respectivos a la retícula de la cimentación se pudo observar que, en primer lugar el método contempla únicamente relaciones largo a ancho de la cimentación menores o iguales a 2.0.

Esto determinó que la aplicación del método simplificado expuesto en el Manual de Diseño no se pudiera aplicar al marco que se ha estudiado en los capítulos anteriores.

En consecuencia lo que se hizo fué determinar la estabilidad de la retícula y ponerla en función de las reacciones del terreno.

Al realizar lo anterior, se pudo apreciar que la retícula es isostática, para las condiciones de carga y apoyo con las que se plantearon los ejemplos de los capítulos anteriores.

Es por esto que al calcular el Grado de Indeterminación "G", de la retícula, se llegó al valor de -1.

Al plantear las ecuaciones de equilibrio para las traveses de esquina, como lo plantea el método, se aprecia que, aparte de

la solución trivial del sistema de ecuaciones (Consideración Isostática de la retícula), si se da valores a las incógnitas como lo plantea el método, existen una infinidad de soluciones al sistema de ecuaciones.

Aquí se tomó la solución de la consideración estática, en la cual, debajo de cada acción se encuentra la reacción de mismo valor a la acción actuante.

Esto es, que la distribución de reacciones se puede considerar igual a la obtenida en el capítulo 2 de este trabajo, en la cual se tomó como reacción actuante en la masa de suelo al promedio de las cargas actuantes a lo largo del eje de la trabe de cimentación.

Es así que la aplicación del método propuesto por el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal se basa en la geometría de la cimentación, en la cual se debe cumplir las hipótesis de partida de dicho método para poder utilizar el Método Simplificado expuesto es el Manual de Diseño de la comisión Federal de Electricidad.

Con base en lo anterior, el Método descrito por el Reglamento de Construcciones utilizado en el Manual de Diseño no es práctico si la estructura en estudio no cumple con la geometría y las

**INTERACCIÓN SUELO-CIMENTACIÓN DEACUERDO AL R.C.D.D.F.**

características de carga que pone como requisito este método.

En este caso, el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, contempla que se utilice un análisis de interacción estática tal como se describe en el libro *Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions* de Leonardo Zeevaert (Referencia 8).

En vista de esto, el Análisis de Interacción descrito en la Referencia 8, corresponde a la Interacción Teórica utilizada por Zeevaert. En el Capítulo 4 se describió un Método más avanzado de Interacción Estática (Referencia 3) planteado por el mismo autor.

Es por esto que, se recomienda que no se utilice el Método propuesto en el Manual de Diseño de la Comisión Federal de Electricidad, debido a sus grandes limitantes y en su lugar se haga un Análisis de Interacción Estática semejante al descrito en el Capítulo 4, utilizando el Método de Interacción de Zeevaert.

## **6.1 RESULTADOS**

En este capítulo se realiza una comparación de los resultados obtenidos con los métodos utilizados y a la vez se mencionan algunos aspectos de especial importancia que se presentaron durante la realización del estudio. También se presentan comentarios acerca de los resultados obtenidos y recomendaciones para la aplicación de los métodos.

En primer lugar, al utilizar el Método Tradicional de Análisis de Marcos sin Interacción, se obtuvieron los elementos mecánicos actuantes en la superestructura debido a las cargas aplicadas (Figura 2.2), aquí se separó a la cimentación de la superestructura, realizando un análisis por separado para la cimentación.

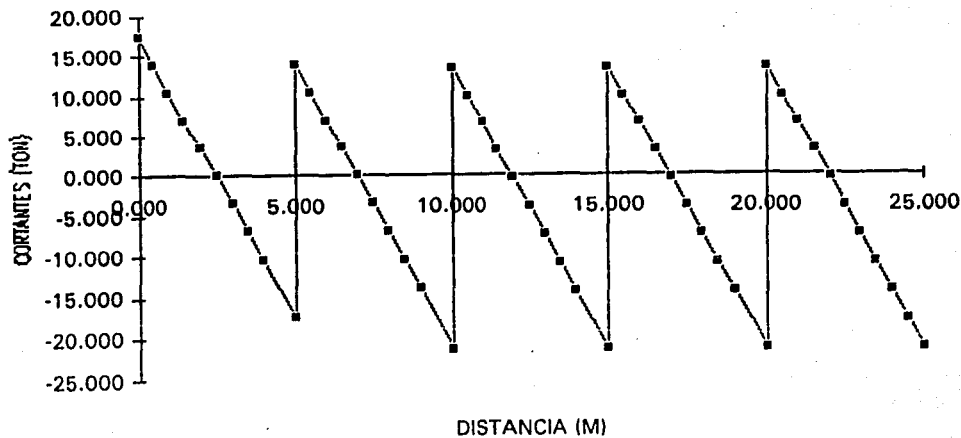
En este análisis se obtuvo aplicando el Método de Newmark, las siguientes distribuciones de cortantes y momentos en la viga de cimentación debidos a la aplicación de las descargas por columnas mostradas en la Figura 2.3 y a la reacción uniforme del suelo.

Cabe mencionar que los resultados correspondientes a las Acciones en los Extremos de los Miembros de la Superestructura,

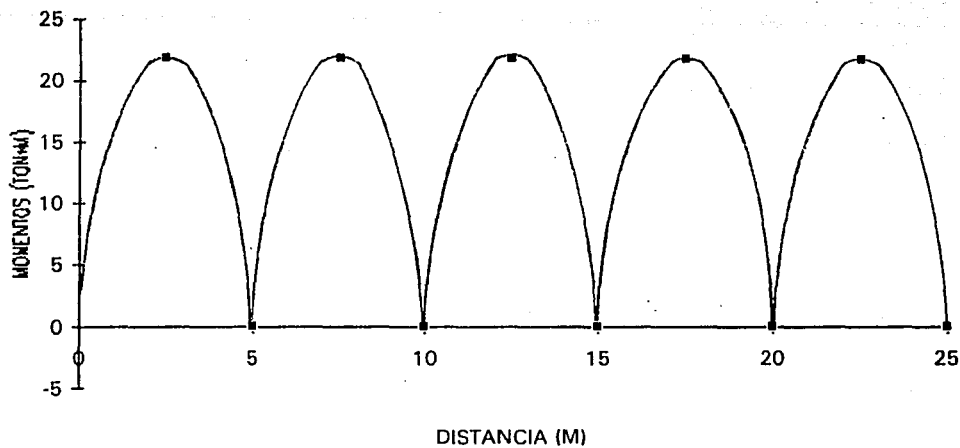
## **6.- RESULTADOS Y CONCLUSIONES.**

**RESULTADOS Y CONCLUSIONES**

**DIAGRAMA DE CORTANTES  
TRABE CIMENTACION (NEWMARK)**



**DIAGRAMA DE MOMENTOS  
TRABE CIMENTACION (NEWMARK)**



## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

(Axial, Cortante y Momento), se encuentran en la corrida realizada del marco numerados según la Figura 3.1.

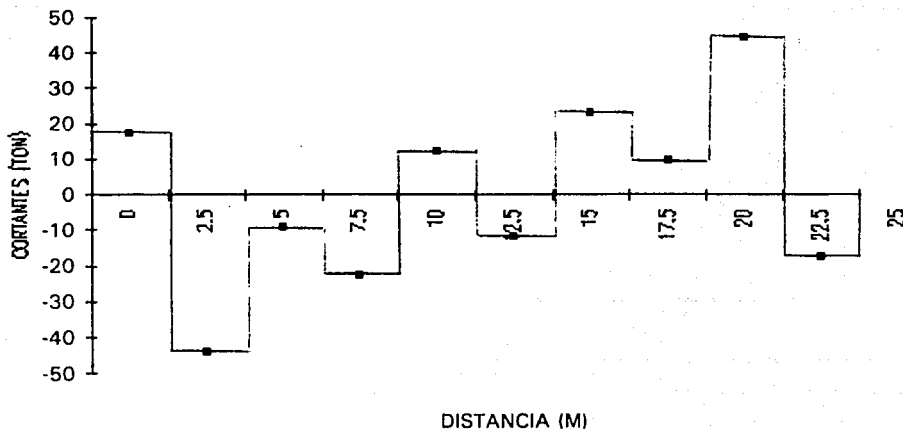
En el capítulo correspondiente a la aplicación del Método Deméneghi de Marcos con Interacción, la corrida correspondiente a la superestructura mencionada anteriormente para el Método Tradicional, no se utiliza aquí debido a que el método plantea la solución tanto de la superestructura junto con la cimentación (distribución de reacciones en la cimentación).

La solución obtenida por este método se describe en el inciso 3.7 para los desplazamientos lineales y giros mostrados en la Figura 3.2 y las reacciones de la Figura 3.6.

Para la Interacción Suelo-Cimentación de Leonardo Zeevaert, la superestructura se resolvió de la misma forma que la descrita para el Método Tradicional, por lo que los resultados obtenidos para las Acciones en los Extremos de los Miembros (Axial, Cortante y Momento), son los mismos.

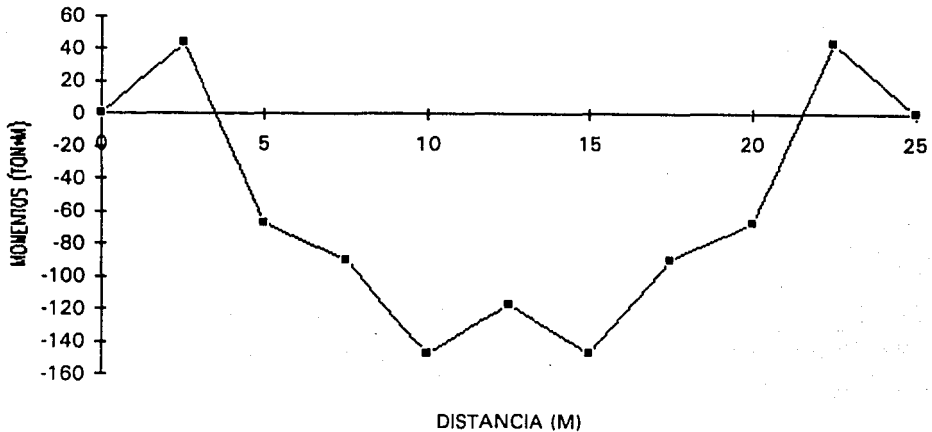
Por el contrario, la estructura de la cimentación ya no se resuelve aplicando una distribución constante de reacciones en el suelo, sino que aplicando la Ecuación Matricial de Asentamientos (EMA), se obtuvo la distribución de reacciones mostrada en la Figura 5.2 con la cual, aplicando el método de Newmark, se obtuvieron los siguientes diagramas de cortantes y momentos a lo largo de la trabe de cimentación.

DIAGRAMA DE CORTANTES  
TRABE DE CIMENTACION (ZEEVAERT)



## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

DIAGRAMA DE MOMENTOS  
TRABE DE CIMENTACION (ZEEVAERT)



En el capítulo correspondiente a la Interacción Suelo Estructura de acuerdo el Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal, ocurre lo mismo que en el método de Zeevaert, también la superestructura se resuelve por separado de la cimentación.

Dicha solución corresponde a la descrita para el Método Tradicional.

En este método tan solo se analiza la distribución de reacciones a lo largo de la trabe de cimentación.

Como se describe en el inciso 5.3 Comentarios del Método, la distribución de reacciones en el suelo es

semejante a la obtenida para el Análisis Tradicional. Por esto los diagramas de Cortante y Momento correspondientes a este método, coinciden con los del Método Tradicional.

## 6.2 CONCLUSIONES

Con base en los resultados obtenidos, podemos concluir que:

- 1) El Método Tradicional de Análisis de Marcos sin Interacción proporciona resultados satisfactorios en el cálculo de los asentamientos, pero no así en la distribución de reacciones en la masa de suelo.

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Este método considera que la estructura de la cimentación es 100% flexible, y que la totalidad de los desplazamientos se presentarán, ocurriendo una deformación total de la cimentación. En realidad la cimentación tiene una rigidez  $EI$ , la cual no le permitirá deformarse en su totalidad, pero si parcialmente,

A la par, la distribución de reacciones constantes en la masa de suelo debe verificarse, debido a que si existe una redistribución de reacciones y éstas son mayores en los extremos de la cimentación, se puede llegar al esfuerzo crítico del suelo, ocurriendo una falla en la cimentación.

Al no calcular la Interacción entre el suelo y la estructura de la cimentación, se puede llegar a cometer un error sobre todo en las zonas centrales y extremas de la cimentación.

2) El Método Deméneghi de Análisis de Marcos con Interacción considera todas las variables que se presentan para la solución del problema. A la vez no requiere del cálculo del Módulo de Cimentación ( $K$ ), por lo que genera resultados inmediatos.

La precisión obtenida depende totalmente de la magnitud del Incremento de Esfuerzos considerado antes del inicio de los

cálculos para la determinación de los Asentamientos puestos en función de las reacciones del terreno.

Es decir, que se debe estimar aproximadamente el nivel de esfuerzos a lo largo de la cimentación antes de realizar cualquier cálculo. Si esta suposición en errónea se deberá volver a iterar proponiendo como nueva distribución de esfuerzos la obtenida mediante la primera iteración.

Por otra parte, el Método Deméneghi pone a las Acciones en los Extremos de los Miembros de la Superestructura (Axial, Cortante y Momento), en función de las reacciones del terreno a lo largo de la cimentación. Si se cuenta con marcos en los cuales las reacciones deban intervenir en varios niveles, el Método no considera la intervención de estas reacciones en las vigas y columnas de los niveles superiores al primero, generando un error significativo.

Además, la cantidad de cálculos a realizar es sumamente grande, aún utilizando una computadora personal, y si se carece de ella, es prácticamente imposible solucionar marcos mayores a un nivel.



## **RESULTADOS Y CONCLUSIONES**

Es así que la utilización del Método propuesto por Deméneghi resulta impráctico para solucionar problemas cotidianos de marcos con varios niveles y cruñas.

Si se desea aplicar el Método para marcos mayores a un nivel, se deberá utilizar otro método para el cálculo de la Matriz de Rigideces de la Estructura, en el cual intervengan los desplazamientos del terreno puestos en función de las reacciones en todos los elementos estructurales del marco.

3) En el Método propuesto por el Dr. Zeevaeert para el cálculo de la cimentación, los resultados obtenidos son muy satisfactorios, además la facilidad de cálculo es enorme.

Este método se puede utilizar cuando se haya realizado un Análisis Tradicional del Marco (comportamiento 100% flexible de la estructura de la cimentación) y se quiera apreciar el comportamiento de la cimentación considerada 100% rígida.

Al finalizar los cálculos, deberá revisarse que la distribución de las reacciones no sobrepase el esfuerzo crítico sobre todo en los extremos de la cimentación, que generalmente, es donde tienden a incrementarse.

4) La Interacción Suelo-Cimentación utilizada en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, según se describe en el Manual de Diseño de la Comisión Federal de Electricidad, corresponde a una simplificación de un Análisis de Interacción.

Si los marcos a analizar no cumplen con las características geométricas y de carga necesarias para que opere este método simplificado, no podrá ser aplicado.

Aún cuando se pueda aplicar el método, deberá conocerse apriori la magnitud de esfuerzos actuantes entre la cimentación y el suelo.

Con base en esto, los cálculos a realizar, al igual que la precisión obtenida no son satisfactorios realizando una iteración del método. Así será preferible utilizar otro Método de Análisis de Interacción que genere una mayor precisión en un número de cálculos igual o menor.

## **6.3 RECOMENDACIONES**

Durante la realización de los estudios correspondientes a los

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

diferentes métodos, se observaron diferentes problemas para los cuales se hacen las siguientes recomendaciones para futuros cálculos:

Si se cuenta con marcos simétricos, con cargas uniformemente distribuidas y se requiere obtener una solución aproximada, se puede emplear el Método Tradicional de Análisis de Marcos, considerando a la Estructura empotrada o articulada en sus extremos.

En cuanto al Análisis de la Estructura de la Cimentación, habrá que revisar que no se produzcan esfuerzos de sentido contrario al que la carga uniforme genera.

Lo anterior se puede apreciar en los diagramas de momentos de la Trabe de Cimentación calculados en forma Tradicional y los obtenidos por el método Zeevaert.. En estos diagramas se ve que se puede cometer un error muy grande en el cálculo del refuerzo de la Trabe de Cimentación hasta llegar al extremo de armar en sentido inverso esta Trabe.

Por el contrario, si se cuenta con estructuras simétricas o asimétricas, y se requiere una mayor precisión en los cálculos, se puede realizar el estudio de la

superestructura suponiéndola empotrada o articulada en sus extremos. Para ello se puede utilizar cualquier programa de cómputo para obtener los elementos mecánicos de la misma.

La cimentación será recomendable resolverla utilizando el Método de Análisis del Dr. Zeevaert, considerando como primera aproximación para el cálculo de esfuerzos en la masa de suelo, a la reacción uniforme actuante en la base de la cimentación.

No hay que olvidar que al considerar los resultados del Análisis Tradicional (reacción uniforme en la cimentación) se está tomando que la estructura de la cimentación es 100% flexible y que al considerar los resultados del Análisis propuesto por Zeevaert (reacciones variables en la cimentación), se está tomando que la estructura de la cimentación es 100% rígida.

En un marco real, la estructura de la cimentación tiene una rigidez  $EI$ , la cual no es ni 100% flexible ni 100% rígida. Deberá entonces, en base al tipo de cimentación, de la rigidez de la cimentación, de la estructuración de la misma, etc., considerarse el caso concreto de análisis para poder obtener la solución particular buscada.

## **RESULTADOS Y CONCLUSIONES**

El Dr. Zeevaert ya ha considerado lo anterior, y lo plantea en un método de Análisis de Interacción en el cual se considera la Rigidez de la Estructura de la cimentación (Módulo de Cimentación). Dicho método calcula otra matriz llamada EMI (Ecuación Matricial de Interacción) la que junto con EMA plantean un sistema de ecuaciones, el cual depende uno de otro, generando por iteraciones, el cálculo de las Reacciones actuantes en la Estructura de la Cimentación, así como sus Asentamientos.

Este Método de Interacción se encuentra totalmente descrito en la Referencia 3 y no se aplica por quedar fuera del alcance de este trabajo.

## **7.- REFERENCIAS**

- 1.- Numerical Procedure for Computing Deflections, Moments, and Buckling Loads.  
Newmark, N.M.  
American Society of Civil Engineers. Paper No. 2202.
- 2.- Interacción Suelo-Estructura.  
Deméneghi Colina Agustín.  
Revista Ingeniería. Número 4, 1983.
- 3.- Interacción Suelo-Estructura de Cimentaciones Superficiales y Profundas, Sujetas a Cargas Estáticas y Sísmicas (ISE).  
Zeevaert W. Leonardo.  
Ed. Limusa. México 1980.
- 4.- Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.  
Departamento del Distrito Federal.  
México, 1986.
- 5.- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones.  
Departamento del Distrito Federal.  
México, 1986.
- 6.- Análisis Estructural.  
Mc. Cormac., Jack C.  
Ed. Harla. México, 1983.
- 7.- Mecánica de Suelos.  
Juárez Badillo Eulalio, Rico Rodríguez Alfonso.  
Tomo I. Fundamentos de la Mecánica de Suelos.  
Tomo II. Teoría y aplicaciones de la Mecánica de Suelos.  
Ed. Limusa. 1987.
- 8.- Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions.  
Zeevaert W. Leonardo.  
Ed. Van Nostrand-Reinhold.

- 9.- **Manual de Diseño de Obras Civiles.**  
**Tomo C.2.1. Análisis de Estructuras.**  
**Tomo C.2.2. Diseño Estructural de Cimentaciones.**  
**Comisión Federal de Electricidad.**  
**México, 1981.**
- 10.- **Mecánica Vectorial para Ingenieros.**  
**Beer P. Ferdinand, Johnston E. Russell.**  
**Ed. Mc. Graw Hill. México, 1984**
- 11.- **Introducción a la Mecánica de Sólidos**  
**Popov, Egor P.**  
**Ed. Limusa. México 1986.**
- 12.- **Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado.**  
**González Cuevas, Oscar M., Robles F.V. Francisco.**  
**Ed. Limusa. México 1986.**
- 13.- **Propiedades de Resistencia y Compresibilidad en el Suelo.**  
**Rodríguez Castañeda Jose Ignacio.**  
**Tesis Profesional. México 1981.**