

01181

1  
2ej

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

ESTIMACION DE MOVIMIENTOS FUERTES ANTE TEMBLORES MEXICANOS DE SUBDUCCION

TESIS DOCTORAL

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

POR MARIO GUSTAVO ORDAZ SCHROEDER

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERIA  
(ESTRUCTURAS)

CIUDAD UNIVERSITARIA

FEBRERO DE 1992

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTIMACION DE MOVIMIENTOS FUERTES ANTE TEMBLORES MEXICANOS DE SUBDUCCION

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. ESTIMACIÓN DEL ESPECTRO DE AMPLITUD DE FOURIER (EAF) EN LA ZONA EPICENTRAL DE GRANDES TEMBLORES	6
3. ESTIMACIÓN DEL EAF EN PUNTOS INTERMEDIOS DEL TRAYECTO COSTA DEL PACÍFICO-VALLE DE MÉXICO	17
4. ESPECTROS DE AMPLITUD DE FOURIER EN EL VALLE DE MÉXICO	42
5. TRATAMIENTO DE INCERTIDUMBRES	83
6. CONCLUSIONES	90
7. AGRADECIMIENTOS	94
8. REFERENCIAS	95

APÉNDICES

- APÉNDICE 1. ESTIMACIÓN DEL ESPECTRO DE RESPUESTA A PARTIR DEL EAF. TEORÍA DE VIBRACIONES ALEATORIAS.
- APÉNDICE 2. "ANALYSIS OF NEAR-SOURCE STRONG-MOTION RECORDINGS ALONG THE MEXICAN SUBDUCTION ZONE".
- APÉNDICE 3. "SOURCE SPECTRA AND SPECTRAL ATTENUATIONS OF SEISMIC WAVES FROM MEXICAN EARTHQUAKES, AND EVIDENCE OF AMPLIFICATION IN THE HILL ZONE OF MEXICO CITY".
- APÉNDICE 4. "ESTIMATION OF RESPONSE SPECTRA IN THE LAKE-BED ZONE OF THE VALLEY OF MEXICO".
- APÉNDICE 5. "FUTURE GROUND MOTION IN MEXICO CITY".
- APÉNDICE 6. "A STUDY ON NONLINEAR SOIL RESPONSE IN THE VALLEY OF MEXICO".

# ESTIMACION DE MOVIMIENTOS FUERTES ANTE TEMBLORES MEXICANOS DE SUBDUCCION

Mario Gustavo Ordaz Schroeder

## RESUMEN

Se presentan técnicas para estimar, en términos de espectros de amplitud de Fourier (EAF), movimientos del terreno producidos por temblores de subducción en México. Se consideran los siguientes casos: zona epicentral de grandes temblores; trayecto costa del Pacífico-Distrito Federal; terreno firme del valle de México; y zona del lago del valle de México. Para cada caso se determinan leyes de atenuación del EAF con magnitud y distancia. El enfoque en la estimación es probabilista, por lo que se supone que, dadas magnitud y distancia, las ordenadas del EAF son cantidades aleatorias con mediana dada por la ley de atenuación y con una desviación estándar que en cada caso se presenta claramente. Se hace ver la conveniencia de estimar la intensidad en términos del EAF y se discute la forma en que este, más la duración de fase intensa del temblor, pueden usarse para estimar otras medidas de intensidad con mayor sentido ingenieril, como las ordenadas del espectro de respuesta elástica o inelástica. Para el caso de la zona del lago del valle de México, se hacen consideraciones sobre cómo estimar la duración de fase intensa de los movimientos, cómo aprovechar al máximo la información disponible para fines de estimación de movimientos fuertes y sobre la posibilidad de comportamiento no lineal del suelo. Finalmente, se presenta un método económico, pero suficientemente preciso, para tomar en cuenta formalmente todas las incertidumbres presentes en el proceso de estimación.

Vo. Bo.



---

Dr Emilio Rosenblueth



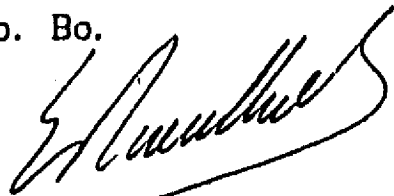
# ESTIMATION OF STRONG GROUND MOTION DURING MEXICAN SUBDUCTION EARTHQUAKES

Mario Gustavo Ordaz Schroeder

## ABSTRACT

Several techniques are presented to estimate, in terms of Fourier acceleration spectra (FAS), ground motions during Mexican subduction earthquakes. The following cases are considered: epicentral zone of large and great events; the path between the Pacific coast and the Federal District; hill-zone sites of the Valley of Mexico; and the lake-bed zone of the Valley of Mexico. For each case, we determine attenuation relations for the FAS as a function of magnitude and distance. The approach is probabilistic, so it is assumed that, given magnitude and distance, the spectral ordinates are random variables, with median values given by the attenuation law and with given standard deviations. We show the convenience of expressing the seismic intensities in terms of the FAS and we discuss the way in which this quantity, plus the duration of the strong part of the motion, can be used to compute other measures of intensity, with more engineering meaning, such as the elastic or inelastic response spectrum. For the case of the lake-bed zone of Mexico City, considerations are made about estimating durations, how to give optimal use to the available information to improve the estimations, and about the possibility of nonlinear soil behavior. Finally, we present an economical and accurate method to formally account for all the uncertainties involved in the estimation process.

Vo. Bo.



---

Dr Emilio Rosenblueth

## 1. INTRODUCCION

La estimación de movimientos fuertes del terreno es un problema central en ingeniería sísmica. El diseño racional de estructuras capaces de resistir la acción de temblores de tierra requiere conocer cuán frecuentemente se presentarán en un sitio dado sismos de diversas intensidades. En ningún caso los datos sobre intensidades recabados en un sitio son suficientes para establecer confiablemente las relaciones intensidad-frecuencia de ocurrencia, por lo que debe recurrirse al estudio de la sismicidad local (Esteva, 1970) para describir el proceso de ocurrencia de los temblores en sus fuentes y posteriormente encontrar relaciones entre la magnitud del temblor, la distancia fuente-sitio, y la intensidad sísmica de interés. Es evidente que las conclusiones que puedan obtenerse de estudios de riesgo sísmico, incluyendo las fuerzas de diseño que se prescriban en un reglamento de construcciones, descansan fuertemente en la capacidad que exista para estimar la naturaleza del movimiento del terreno producido por un temblor de magnitud y localización dadas. Estas relaciones se conocen como *leyes de atenuación*; a través de ellas las características relevantes del movimiento del suelo son descritas en función de la magnitud del temblor, su localización y otros parámetros generalmente asociados a la fuente sísmica.

En México, antes de 1985 se habían hecho esfuerzos en esta dirección. Esteva y Villaverde (1974) produjeron leyes de atenuación para aceleración y velocidad máximas del terreno ( $a_{\max}$  y  $v_{\max}$  respectivamente) a partir de una base de datos que incluía registros de temblores mexicanos. Bufaliza (1984) propuso leyes de atenuación para  $a_{\max}$  y  $v_{\max}$  basadas exclusivamente en datos de temblores registrados en México. Singh et al (1987) determinaron leyes de atenuación para  $a_{\max}$  y  $v_{\max}$  con base en registros obtenidos en la estación acelerográfica de Ciudad Universitaria durante temblores costeros. Castro et al (1988), usando estos mismos datos, propusieron leyes de atenuación de ordenadas del espectro de amplitudes de Fourier, para varias frecuencias.

Diversas razones hicieron indispensables estudios más profundos al respecto: en primer lugar, la enorme importancia de la amplificación de las ondas sísmicas por el subsuelo de la ciudad de México hizo reconocer la necesidad de contar con descripciones detalladas del contenido de frecuencias de los movimientos que podrían esperarse en el futuro, lo cual trajo consigo el

incremento en número de las estaciones de registro sísmico digital tanto en la ciudad de México como en la costa del Pacífico y en el trayecto costa-  
valle de México. Esto permitió acrecentar la base de datos sobre movimientos fuertes, especialmente en lo que respecta a magnitudes moderadas; en segundo lugar, el análisis minucioso de registros analógicos de temblores ocurridos entre mediados de los años 60 y mediados de los 70, permitió contar con señales digitales de aceleración relativamente confiables.

En este trabajo se presenta una colección de análisis y criterios encaminados a estimar movimientos fuertes en la zona epicentral de temblores generados en la costa del Pacífico mexicano, en el trayecto de las ondas sísmicas hacia el interior del continente y en el valle de México.

En el capítulo 2 se estudia el problema de predicción de movimientos fuertes de grandes temblores en su zona epicentral, esto es, cuando la distancia mínima entre el sitio y el foco sísmico es comparable a la dimensión característica de la zona de falla. Se presenta un modelo sismológico de fuente en que se toma en cuenta explícitamente su tamaño finito, superando así la hipótesis usual de fuente puntual. Las predicciones del modelo se comparan con los datos disponibles, lo cual permite calibrar los parámetros libres. Se discuten las implicaciones de adoptar el modelo presentado, especialmente en lo que se refiere a la aparente saturación de la aceleración máxima del terreno con la magnitud. Como resultado final, se cuenta con expresiones analíticas que permiten estimar, para la zona epicentral, espectros de amplitud de Fourier (EAF) de temblores definidos por su momento sísmico (o alternatively por su magnitud de momento sísmico,  $M_w$ ) en sitios a cierta distancia de la proyección horizontal del área de falla.

En el capítulo 3 se estudia la atenuación de las ondas sísmicas en su trayecto costa del Pacífico-valle de México. El estudio, de base semiempírica produce, en primer término, leyes de atenuación sobre el EAF para sitios fuera de la zona epicentral y con distancias focales hasta de 400 km. Se obtienen, con base en registros de movimiento fuerte, espectros de las fuentes sísmicas de los temblores estudiados. Aquellos se comparan con las descripciones obtenidas con otras fuentes de información telesísmica. Tanto el método usado como el gran número de estaciones y eventos analizados permiten resolver, de una manera relativamente confiable, cuáles de los efectos observados son

atribuibles directamente a la fuente y cuáles son resultado de la atenuación.

En este estudio se encuentra también que las leyes de atenuación obtenidas no son aplicables a sitios de terreno firme del valle de México, a pesar de que este se encuentra dentro del intervalo de distancias para el que dichas leyes son confiables. La razón de esto es una amplificación local observada en prácticamente todos los registros disponibles en terreno firme del valle de México, para frecuencias de entre 0.3 y 2 Hz. Se especula sobre algunas de las posibles causas de esta amplificación que, muy probablemente, es de alcance regional.

En el capítulo 4 se presentan procedimientos para estimar movimientos fuerte en el valle de México. Se empieza derivando leyes de atenuación del EAF en una estación de terreno firme localizada en la Ciudad Universitaria (CU). Se hace ver que los procedimientos usuales para regresión múltiple son sumamente inestables en este caso, por lo que se propone un método de regresión bayesiana. Este procedimiento, aparte de su racionalidad y enorme atractivo intuitivo, permite obtener soluciones estables para las leyes de atenuación. Para tomar en cuenta los tremendos efectos de sitio debidos a los estratos blandos de la zona del lago, se propone el uso de funciones de transferencia empíricas, de cada uno de los sitios con respecto al sitio de referencia (CU). Con este método es posible obtener leyes de atenuación para el EAF en cualquier sitio de la zona del lago para el que se disponga de funciones de transferencia empíricas. Se hace ver, sin embargo, que al estimar los EAF de esta manera no se está incluyendo toda la información de que se dispone. En efecto, no se hacen intervenir ni el conocimiento sobre las propiedades geotécnicas de los suelos y la propagación unidimensional de las ondas sísmicas, ni los conocimientos teóricos que se tienen sobre amplificaciones debidas a heterogeneidad lateral, ni los poderosos métodos de estimación basados en el uso de registros de temblores pequeños como funciones de Green empíricas. En vista de esto, se presenta un método bayesiano para combinar adecuadamente todas estas fuentes de información.

En lo que respecta al valle de México, la aplicación de los métodos hasta ahora comentados presupone comportamiento elástico lineal de los suelos, lo cual es una hipótesis debatible. Por esta razón, se estudia con detalle la posible respuesta no lineal en sitios con arcillas de características tales

que la no linealidad es más probable que en cualesquiera otros de los sitios hasta ahora investigados en el valle de México, y se comentan algunas extensiones de los métodos para los casos en que la no linealidad sea importante.

En vista de las deficiencias en el conocimiento actual sobre este complejo fenómeno, se pone énfasis en la necesidad de tomar en cuenta explícita y correctamente las incertidumbres asociadas. Por tal motivo, en el capítulo 5 se presenta una discusión sobre las diferentes fuentes de incertidumbre y se propone un procedimiento rápido, pero suficientemente aproximado, que permite efectuar los cálculos de momentos estadísticos de las intensidades de interés sin tener que recurrir a laboriosos análisis de Montecarlo.

Como puede verse, se han elegido como medidas básicas de atenuación las ordenadas del EAF. Aunque estas no son cantidades directamente utilizables para fines de ingeniería, contienen una gran parte de la información necesaria para derivar las medidas de intensidad útiles en ingeniería sísmica. Además, con el uso del EAF es posible incorporar de manera natural las ampliaciones por efectos de sitio, usualmente expresadas en el dominio de la frecuencia en términos de funciones de transferencia. Finalmente, el EAF es una cantidad directamente relacionada con la física de la ruptura y la propagación de las ondas sísmicas. Se presenta un apéndice con las expresiones necesarias para obtener espectros de respuesta elástica a partir del EAF y un método para calcular de manera aproximada también espectros de respuesta elastoplástica.

El conjunto de los métodos presentados da herramientas prácticas para estimar movimientos del terreno en una gran porción del territorio nacional, que incluye los sitios históricamente más vulnerables ante temblor, como la ciudad de México y el puerto de Acapulco. Nótese, sin embargo, que en algunas zonas del país, la máxima contribución al riesgo sísmico no proviene de temblores costeros, sino de temblores de origen local. La estimación de movimientos del terreno producidos por estos eventos no se cubre en este estudio.

Cada capítulo del presente trabajo contiene una breve descripción de los asuntos mencionados, donde se destacan los aspectos teóricos y resultados más relevantes. Las figuras correspondientes se encuentran al final de cada capítulo. En general, los detalles y ejemplos de aplicación se presentan por

separado, al final del trabajo, en apéndices. Estos apéndices son trabajos ya publicados o en proceso de publicación. Sin embargo, en vista de los fines del presente estudio, se consideró adecuado incluirlos.

## 2. ESTIMACION DEL EAF EN LA ZONA EPICENTRAL DE GRANDES TEMBLORES

El problema de describir teóricamente la radiación de alta frecuencia producida por temblores y de relacionar su amplitud con parámetros de la fuente sísmica ha sido estudiado desde hace más de 20 años. Berckhemer (1962) observó que cuanto mayor el tamaño del temblor mayor la eficiencia en la generación de ondas de periodo largo. Previamente, Gutenberg y Richter (1956) habían observado discrepancias entre las magnitudes obtenidas a partir de ondas de cuerpo de periodo corto y ondas superficiales de periodo largo, lo que estaría ligado a diferencias en el escalamiento de la energía de diferentes frecuencias con el tamaño del temblor.

Aki (1967) estudió el modelo de dislocación de Haskell (1964), en el que una ruptura en cortante se propaga por una zona de falla rectangular incluida en un espacio elástico, isótropo e infinito. De acuerdo con este modelo, los desplazamientos de campo lejano<sup>1</sup> debidos a ondas S y P, en coordenadas polares, están dados por

$$U_R = \frac{1}{4\pi\beta^3 R} (\beta/\alpha)^3 \sin 2\theta \sin \phi w \int_0^L \dot{D}(\xi, t - \frac{R-\xi\cos\theta}{\alpha}) d\xi \quad (2.1)$$

$$U_\theta = \frac{1}{4\pi\beta^3 R} \cos \theta \cos \phi w \int_0^L \dot{D}(\xi, t - \frac{R-\xi\cos\theta}{\beta}) d\xi \quad (2.2)$$

$$U_\phi = \frac{1}{4\pi\beta^3 R} \cos 2\theta \sin \phi w \int_0^L \dot{D}(\xi, t - \frac{R-\xi\cos\theta}{\alpha}) d\xi \quad (2.3)$$

donde  $U_R$ ,  $U_\theta$  y  $U_\phi$  son los desplazamientos en las direcciones radial y tangenciales, respectivamente,  $w$  es el ancho de la falla,  $L$  es la longitud (la

<sup>1</sup> Nótese que se trata de describir la energía de alta frecuencia, asociada a longitudes de onda pequeñas, por lo que puede considerarse que el punto de observación está en el campo lejano aunque, en términos absolutos, la distancia focal sea pequeña. Con todo rigor, la aproximación de campo lejano es válida cuando  $\beta/\omega R \ll 1$  (v g, Brune, 1976).

ruptura se propaga en esta dirección) y  $\alpha$  y  $\beta$  son las velocidades de propagación de las ondas P y S, respectivamente. El sistema de coordenadas es tal que  $x = R \cos \theta$ ,  $y = -R \sin \theta \cos \phi$ , y  $z = R \sin \theta \sin \phi$ .  $D(x,t)$  es la función de dislocación, que se inicia en el origen y se propaga con velocidad constante  $v$  en la dirección positiva del eje  $x$ . Puesto que la función de dislocación no depende de  $y$ , todos los puntos sobre la misma ordenada tienen el mismo valor de dislocación. Aceptando formas sencillas para las funciones espaciales y temporales de autocorrelación, en particular suponiendo que

$$\int_0^L \dot{D}(\xi,t)\dot{D}(\xi,t+\tau)dt \propto e^{-k_T|\tau|} \quad (2.4)$$

$$\int_0^L \dot{D}(\xi,t)\dot{D}(\xi+\eta,t+\eta/v)d\xi \propto e^{-k_L|\eta|} \quad (2.5)$$

donde  $k_T$  y  $k_L$  son parámetros de forma, y  $\tau$  y  $\eta$  denotan las separaciones temporal y espacial, respectivamente, de la función de autocorrelación, Aki (1967) llega a la conclusión de que el espectro de amplitudes de Fourier del desplazamiento debido a ondas S puede expresarse como

$$U(\omega) = \frac{1}{4\pi\beta^3 R} \frac{\omega D_0 L}{\left\{1 + \left[\frac{\cos\theta}{\beta} - \frac{1}{v}\right]^2 (\omega/k_L)^2\right\}^{1/2} \left\{1 + (\omega/k_T)^2\right\}^{1/2}} \quad (2.6)$$

donde  $D_0$  es el desplazamiento promedio a lo largo de la falla,  $v=k_T/k_L$  y  $\omega$  denota frecuencia. En vista de que este espectro decae como  $\omega^{-2}$  para frecuencias grandes, Aki lo llamó *modelo omega cuadrada*. Para el caso particular  $\theta=0$ , y considerando que por definición el momento sísmico,  $M_0$ , en una falla como la descrita vale  $\mu\omega LD_0$ , siendo  $\mu$  el módulo de rigidez al corte, la ecuación 2.6 toma la forma

$$U(f) = \frac{R_{\theta\phi}}{4\pi\rho\beta^3} \frac{M_0}{1 + (f/f_c)^2} \frac{1}{R} \quad (2.7)$$



donde  $\rho$  es la densidad de masa del material y se ha aprovechado la relación  $\beta^2 = \mu/\rho$ . En la ecuación 2.7,  $f = 2\pi\omega$  y  $f_c = 2\pi k_T^{-1}$ , y el término  $R_{\theta\phi}$  denota genéricamente al patrón de irradiación, formado por senos y cosenos en las ecuaciones 2.1-2.3. El término  $1/R$  modela la atenuación geométrica de las ondas de cuerpo en el campo lejano. Para obtener el EAF de aceleraciones, basta multiplicar al de desplazamientos por  $\omega^2$ :

$$A(f) = C R_{\theta\phi} S(f) \frac{1}{R} \quad (2.8)$$

donde

$$C = \frac{(2\pi)^2}{4\pi\rho\beta^3} \quad (2.9)$$

$$S(f) = \frac{M_0 f^2}{1 + (f/f_c)^2} \quad (2.10)$$

El término  $S(f)$  es el llamado *espectro de fuente*. Brune (1970), suponiendo que la dislocación en el borde de la falla es de la forma  $1 - e^{-t/\tau}$  llegó a un resultado similar (ver, por ejemplo, Sánchez-Sesma, 1982). Actualmente, la relación dada por la ecuación 2.10 se conoce también como *modelo de Brune*. De acuerdo con este autor, el parámetro  $\tau$  (o  $k_T^{-1} = 2\pi/f_c$  en el modelo de Aki) debe ser de orden  $r_0/\beta$ , donde  $r_0$  es una dimensión característica de la zona de ruptura. Nótese en la ecuación 2.7 que el espectro de desplazamientos es asintóticamente plano para  $f < f_c$  y para  $f > f_c$  su asíntota decae como  $f^{-2}$ . Ambas asíntotas se intersectan precisamente cuando  $f = f_c$ , por lo que a esta frecuencia se le conoce como *frecuencia de esquina*. Brune (1970), con base en un modelo de falla circular y consideraciones sobre conservación de la energía, encontró las siguientes relaciones entre  $f_c$ , el momento sísmico,  $M_0$  y la dimensión de la falla:

$$f_c = 4.9 \times 10^6 \beta (\Delta\sigma/M_0)^{1/3} = 2.34 \beta / 2\pi r_0 \quad (2.11)$$

[ $\beta$  en km/s,  $\Delta\sigma$  en bares,  $M_0$  en ergs,  $r_0$  en km]

donde  $\Delta\sigma$  es la caída de esfuerzo. El término  $S(f)$  modela el contenido de

frecuencias del movimiento que teóricamente se esperaría justamente en la fuente. Por su parte,  $A(f)$  en la ecuación 2.8 representa al espectro de aceleraciones que se tendría en un medio homogéneo e infinito. Interesa describir el movimiento que se presentaría en la superficie de un medio más realista. En estas condiciones,  $A(f)$  debe sufrir las siguientes modificaciones:

a) Atenuación regional. Este concepto toma en cuenta la energía que se disipa por procesos viscosos durante la propagación, por posible comportamiento no lineal de la roca y por conversión a calor. La atenuación depende de las propiedades de los materiales y de la distancia recorrida. Knopoff (1964) introdujo el concepto de *factor de calidad*, lo denotó con la letra  $Q$ , como actualmente se conoce, y resumió el conocimiento del fenómeno hasta entonces. El factor  $Q$  parece estar fuertemente correlacionado con las características tectónicas de la región: valores bajos de  $Q$  están asociados con regiones sísmicamente activas, mientras que en las regiones estables se encuentran valores de  $Q$  altos. Se ha encontrado (por ejemplo, Aki y Chouet, 1975) que la atenuación regional es adecuadamente modelada con un término de la forma  $e^{-\pi f R / \beta Q}$  donde  $\beta$  es la velocidad promedio en las ondas  $S$  en la zona de la corteza por donde se propagan estas ondas. Se encuentra que  $Q$  es usualmente una función de la frecuencia, del tipo

$$Q = Q_0 f^\epsilon \quad (2.12)$$

donde  $Q_0$  y  $\epsilon$  son aproximadamente constantes para una porción de la corteza de la tierra.

b) Decaimiento en alta frecuencia. Como se observa de la ecuación 2.10, para  $f \gg f_c$  el espectro de fuente predice amplitud del espectro de aceleraciones constante. Esto contradice las observaciones de espectros reales, en que se nota que el nivel espectral empieza a decaer después de cierta frecuencia más rápidamente que lo que puede achacarse a la atenuación regional (Hanks, 1982). Este decaimiento se ha atribuido a efectos de fuente (Aki, 1979, 1987) o al efecto de la atenuación de las capas más superficiales de la corteza en la vecindad del punto de observación, esto es, a efectos de sitio (Singh et al, 1982; Anderson y Hough, 1984). Boore (1983) utiliza la frecuencia de corte introducida por Hanks (1982),  $f_{max}$ , para modelar el abrupto decaimiento

de la energía de alta frecuencia mediante un filtro Butterworth pasa-bajas. Singh *et al* (1982) encuentran que el decaimiento observado obedece aproximadamente una ley exponencial, por lo que puede modelarse mediante el término  $e^{-\pi\kappa f}$  donde  $\kappa$  es un factor que depende del sitio de observación. Se encuentra (Singh *et al*, 1990) que para los sitios de la costa mexicana del Pacífico  $\kappa$  es una función de la distancia, de suerte que

$$\kappa = \kappa_0 + R/Q_1 \quad (2.13)$$

donde  $\kappa_0$  y  $Q_1$  son constantes. Singh *et al* (1990) encuentran que, en promedio para diversos sitios de la costa del Pacífico,  $\kappa_0 = 0.018$  s y  $Q_1 = 1500$  km (ver, por ejemplo, Quaas *et al*, 1987 para la localización de estos sitios). El valor de  $\kappa_0$  está relacionado con las características geológicas del sitio, correspondiendo valores pequeños a roca firme y valores mayores para depósitos sedimentarios.

c) Partición de la energía en dos componentes horizontales. El término  $S(f)$  modela la energía total que se generaría en la fuente. Para fines de ingeniería, interesa generalmente la energía contenida en el movimiento en dos direcciones horizontales ortogonales. Por esta razón, suele introducirse un factor igual a  $1/\sqrt{2}$  para descomponer el movimiento en dos componentes que se suponen iguales.

d) Corrección por superficie libre. Es usual aceptar que para tomar en cuenta la amplificación por efecto de superficie libre basta multiplicar el lado derecho de la ecuación 2.8 por un factor de 2, independiente de la frecuencia. Aunque para estudios detallados esta es una simplificación excesiva, las incertidumbres en otras variables hacen que sea adecuada para fines prácticos.

e) Corrección por gradientes en el perfil de velocidades. Con base empírica, Boore (1986) introdujo el factor  $G(f)$ , que corrige por amplificación de las ondas S al propagarse a través de materiales con velocidades progresivamente menores. Esta es una manera aproximada, y probablemente no aplicable a todos los sitios, para corregir por la simplificación de considerar un espacio homogéneo en la propagación.

Dado el mecanismo focal de un temblor, el patrón de radiación de una dislocación simple puede calcularse fácilmente. Sin embargo, las observaciones muestran que, por efectos de difracción, la energía de alta frecuencia es aproximadamente isotrópica. Esto significa que, de corregir por un patrón de radiación que no tome en cuenta este efecto, se podrían cometer errores graves en los puntos nodales para ciertas frecuencias. Por esta razón, resulta más robusto y congruente con las observaciones usar un valor promedio de  $R_{\theta\phi}$ , independiente de la frecuencia. Boore (1983) propone para  $R_{\theta\phi}$  un valor de 0.63; Boore y Boatwright (1984), de un análisis más detallado, proponen  $R_{\theta\phi} = 0.55$ .

En estas circunstancias, el EAF,  $A(f)$ , de las ondas S del movimiento registrado en terreno firme a una distancia  $R$  de una fuente puntual es aproximadamente descrito por

$$A(f) = \frac{2}{\sqrt{2}} C R_{\theta\phi} G(f) \frac{S(f)}{R} e^{-\pi f R / \beta Q} e^{-\pi \kappa f} \quad (2.14)$$

Remplazando  $S(f)$  en la ecuación 2.14:

$$A(f) = \frac{2}{\sqrt{2}} R_{\theta\phi} G(f) C \frac{M_0 f^2}{1 + (f/f_c)^2} \frac{e^{-\pi f R / \beta Q}}{R} e^{-\pi \kappa f} \quad (2.15)$$

Este modelo sismológico se ha aplicado con éxito para modelar los EAF en diversas regiones del mundo, a distancias focales menores que 100 km. Puesto que  $A(f)$  depende en este modelo de  $M_0$  (y consecuentemente de la magnitud  $M_w$ ) y de  $R$ , también ha sido usado como una ley de atenuación del EAF o para derivar leyes de atenuación sobre otras cantidades de interés, como  $a_{\max}$  y  $v_{\max}$  (Hanks y McGuire, 1981; Luco, 1985) vía la teoría de vibraciones aleatorias.

Para distancias mayores que unos 100 km, el modelo no es adecuado para modelar el EAF (Singh et al, 1990). Esto se debe a que, a estas distancias, el movimiento fuerte deja de estar controlado por las ondas S, en virtud de la existencia de múltiples reflexiones y refracciones en las capas de que está formada la corteza de la tierra; las drásticas simplificaciones hechas para

modelar la propagación empiezan a ser decisivas. Sin embargo, el análisis de los datos obtenidos por la Red Acelerográfica de Guerrero en sitios localizados en la zona epicentral de temblores moderados y grandes muestra que el modelo falla también para distancias fuente-sitio comparables a la dimensión de la zona de ruptura. A estas distancias, la hipótesis de fuente puntual resulta inadmisibles ya que, aunque para las frecuencias de interés ( $f > 0.3$  Hz) se cumpla la aproximación de campo lejano ( $\beta/\omega \ll R$ ), no se cumple con la condición de que  $R \gg r_0$ , puesto que  $R$  es del orden de 16 km para los temblores mexicanos de subducción, y  $r_0$  puede alcanzar varias decenas de kilómetros.

Para subsanar esta deficiencia, y para contar con un modelo útil en la derivación de leyes de atenuación del EAF cerca de la fuente, se desarrolló un modelo sismológico que, con algunas simplificaciones, toma en cuenta tanto la dimensión finita de la zona de ruptura como el hecho de que la ruptura acontece también en un tiempo finito.

Supóngase que una fuente sísmica circular de radio  $r_0$  rompe con intensidad uniforme en toda el área. El punto de observación  $P$  se localiza a una distancia  $R_0$  de la zona de ruptura justo arriba del foco sísmico (figura 2.1). El área de ruptura se considera dividida en elementos de tamaño diferencial  $dS_i$ , y se supone que la ruptura de cada elemento ocurre aleatoriamente con probabilidad uniforme en el intervalo  $(0, T_d)$ . Se considera que la intensidad de la fuente,  $M_0 f_c^2$ , esta uniformemente distribuida sobre el área de ruptura  $S$ . Con estas suposiciones, la radiación de alta frecuencia ( $f > f_c$ ) se superpone incoherentemente, por lo que el EAF del movimiento en el punto  $P$ ,  $A(f)$ , puede ser escrito como (Papageorgiu y Aki, 1985; Joyner y Boore, 1986):

$$A(f) = \left[ \sum_{i=1}^n a_i^2(f) \right]^{1/2} \quad (2.16)$$

donde  $n$  es el número de elementos en que se divide  $S$ , y  $a_i(f)$ , el espectro radiado por el elemento  $i$ , está dado por

$$a_i(f) = \frac{2}{\sqrt{2}} R_{\theta\phi} G(f) C M_0 f_c^2 \frac{e^{-\pi R_i / \beta Q_0}}{R_i} e^{-\pi \kappa f} \frac{dS_i}{S} \quad (2.17)$$

donde, por construcción del modelo,  $R_i = (r_i^2 + R_0^2)^{1/2}$  (ver figura 2.1), y se ha supuesto que  $Q = Q_0 f$ . Si  $n$  se hace suficientemente grande, la suma de la ecuación 2.16 puede remplazarse por una integral, de modo que

$$A^2(f) = 2 R_{\theta\phi}^2 G^2(f) C^2 (M_0 f_c^2)^2 \frac{e^{-2\pi\kappa f}}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-2\pi\sqrt{r^2 + R_0^2}} / \beta Q_0}{(r^2 + R_0^2)} r dr d\theta \quad (2.18)$$

por lo cual

$$A^2(f) = 4 R_{\theta\phi}^2 G^2(f) C^2 (M_0 f_c^2)^2 \frac{e^{-2\pi\kappa f}}{r_0^2} \left[ E_1(\alpha R_0) - E_1(\alpha \sqrt{r_0^2 + R_0^2}) \right] \quad (2.19)$$

donde  $E_1(\cdot)$  es la integral exponencial (Gautschi y Cahill, 1965) y  $\alpha = 2\pi/\beta Q_0$ . Puede demostrarse que, conforme  $(\alpha r_0)(r_0/2R_0)$  tiende a cero, la ecuación anterior se aproxima a la ecuación 2.15 tal como se esperaba, puesto que el observador estará cada vez más en el campo lejano.

Se considera que el modelo de EAF presentado refleja razonablemente las características de los movimientos del terreno que pueden esperarse a distancias pequeñas de las áreas de ruptura de grandes temblores. A fin de validar la utilidad de esta formulación, se analizaron movimientos fuertes de 48 temblores de subducción ( $3 \leq M \leq 8.1$ ;  $10 \leq R \leq 54$  km) para estudiar el escalamiento de  $a_{\max}$  y  $A(f)$ . Nótese que para estimar  $a_{\max}$  a partir de  $A(f)$ , es necesario recurrir a la teoría de vibraciones aleatorias, cuyas expresiones principales se presentan en el Apéndice 1. Para este fin, es necesario contar también con una estimación de la duración de la fase intensa del movimiento. Para este estudio, se verificó que el inverso de la frecuencia de esquina aproxima razonablemente dicha duración.

Todos los datos a partir de 1985 fueron registrados por la red de acelerógrafos digitales de Guerrero (Anderson *et al*, 1987; Quaas *et al*, 1987). Los valores de  $a_{\max}$  se normalizaron a una distancia de 16 km (la mínima distancia focal que puede esperarse si se supone que la profundidad de

la placa es aproximadamente 16 km) multiplicándolos por el factor  $(R/16)e^{\pi(R-16)f/\beta Q}$  que toma en cuenta la atenuación geométrica y la atenuación anelástica. Se usó para  $\beta$  un valor de 3.2 km/s y se tomó  $Q = 100f$ , valor reportado por Singh *et al* (1990) como adecuado para la costa mexicana del Pacífico. Se consideró  $a_{\max} = [(a_E^2 + a_N^2)/2]^{1/2}$  (es decir, no se desea predecir la resultante de aceleración, sino la media geométrica en una dirección arbitraria), donde  $a_E$  y  $a_N$  son las aceleraciones pico de las componentes EW y NS respectivamente. En la figura 2.2 se presentan los valores de  $a_{\max}$  normalizados a 16 km en función de la magnitud,  $M$ . Puede observarse que, para  $3 \leq M \leq 6$ ,  $a_{\max}$  muestra una clara dependencia con  $M$ . Sin embargo, para  $M \geq 6$  los datos, aunque limitados en número, no muestran un incremento sistemático de  $a_{\max}$  con respecto a la magnitud. En la figura 2.3 se presentan gráficas del EAF predicho por el modelo de fuente finita y se comparan con los correspondientes al modelo de fuente puntual.

Al usar el modelo de fuente finita con los parámetros usuales para temblores mexicanos (en particular,  $\Delta\sigma = 100$  bares,  $\kappa = 0.023$  s,  $R_0 = 16$  km) en la predicción de  $a_{\max}$  en la zona epicentral de un gran temblor costero, se obtiene un valor de saturación del orden de  $g/2$  para sitios duros. Sin embargo, como se discute con detalle en el Apéndice 2, este valor debe tomarse con cautela en vista, especialmente, de la incertidumbre sobre el valor de  $\Delta\sigma$  que se presentará en un temblor futuro. Asimismo, los efectos de directividad podrían ser de gran importancia, y también es concebible que la zona de ruptura se llegue a presentar a profundidad menor que 16 km. Las respuestas a estas interrogantes sólo se podrán obtener mediante el registro intensivo de temblores en la zona epicentral.

Las expresiones presentadas en este capítulo permiten establecer leyes de atenuación para el EAF en la zona epicentral de grandes temblores de subducción. Constituyen medios razonables para predecir características relevantes de los movimientos del terreno originados por temblores del tipo señalado. En el Apéndice 2 se presenta una descripción más detallada del modelo de fuente finita, de los datos usados, de las implicaciones del uso del modelo y de sus limitaciones. En dicho apéndice, se presentan también expresiones aproximadas para calcular  $a_{\max}$  mediante el uso de teoría de vibraciones aleatorias.

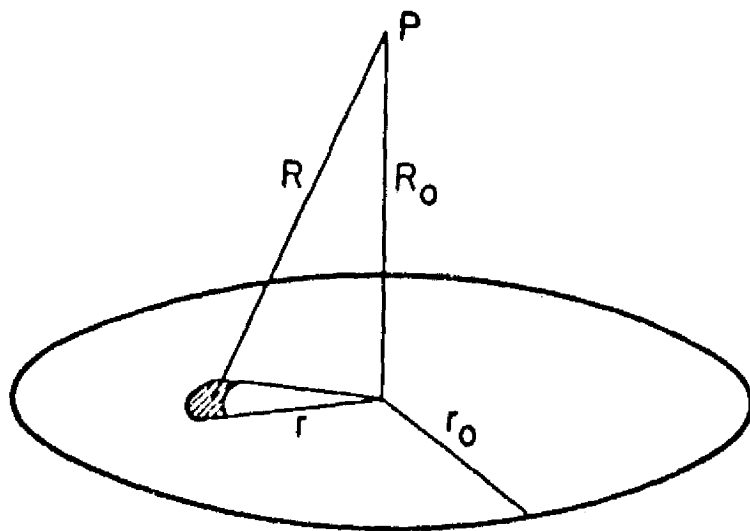


Figura 2.1 Geometría del modelo de fuente finita. El plano de ruptura se idealiza con un área circular de radio  $r_0$ , y el punto de observación P está sobre el eje del círculo, a una distancia  $R_0$ .

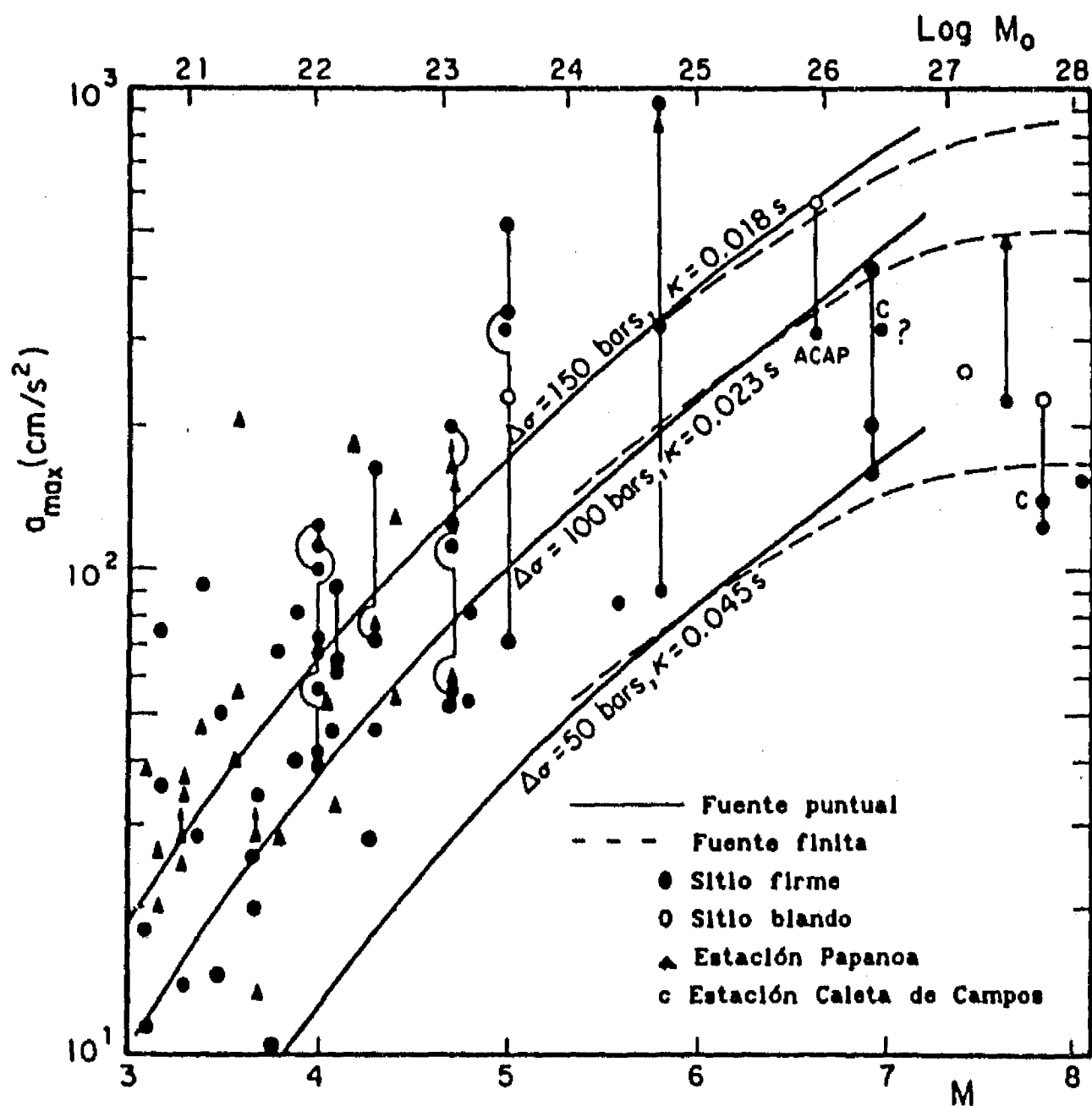


Figura 2.2 Aceleraciones máximas del terreno en la zona epicentral de temblores mexicanos de subducción, normalizados a una distancia de 16 km (ver texto), como función de la magnitud. Los círculos sólidos y abiertos representan sitios firmes y suaves, respectivamente. La línea que une símbolos denota registros múltiples del mismo evento.



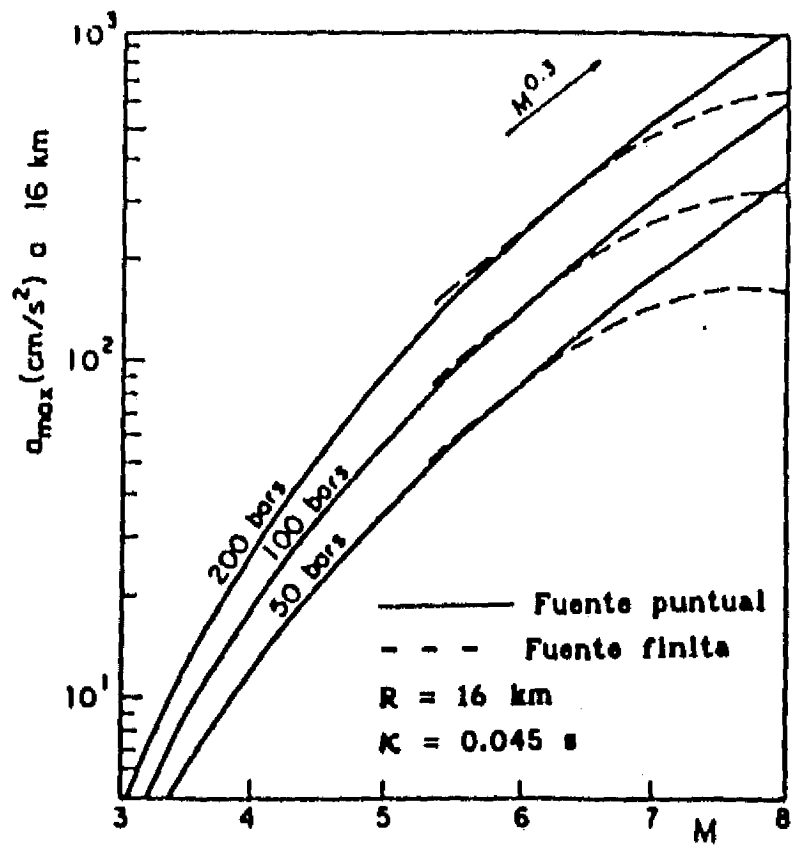
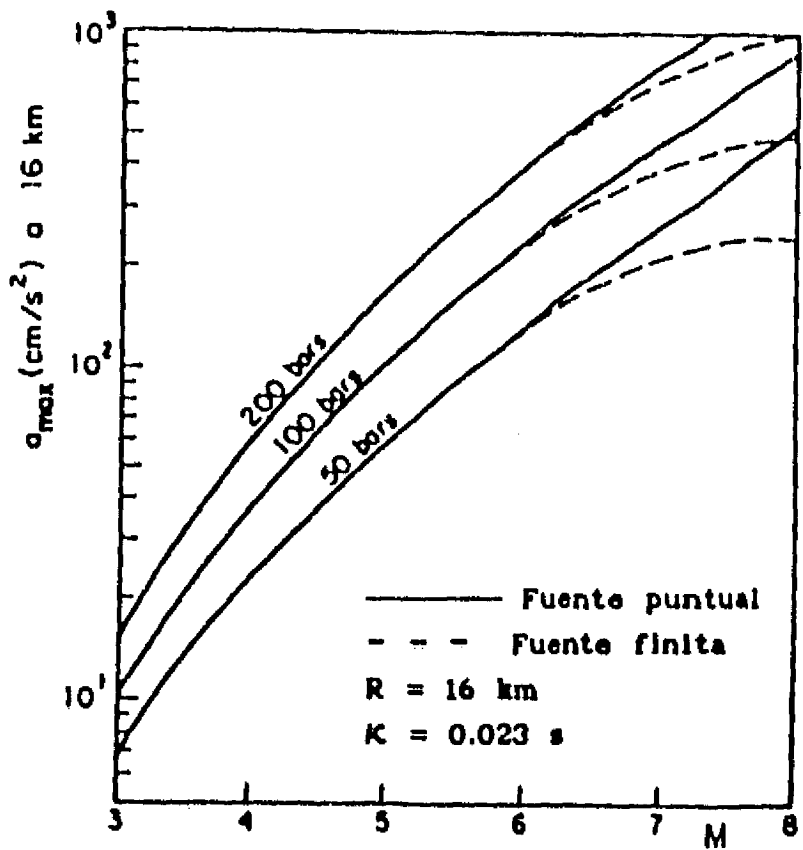


Figura 2.3 Curvas de aceleración máxima esperada como función de magnitud en un sitio firme a 16 km del plano de ruptura, con caídas de esfuerzo,  $\Delta\sigma$ , de 50, 100 y 200 bar, y  $\kappa = 0.023$  y 0.045. Nótese que para magnitudes mayores que 6, el modelo de fuente puntual sobrestima la aceleración máxima en comparación con el modelo de fuente finita. Este último predice que para  $M > 7.5$ ,  $a_{\max}$  prácticamente no depende de M.

### 3. ESTIMACION DEL EAF EN PUNTOS INTERMEDIOS DEL TRAYECTO COSTA DEL PACIFICO-VALLE DE MEXICO

En este capítulo se presentan expresiones para estimar ordenadas del EAF para sitios intermedios en el trayecto costa del Pacífico-valle de México (CP-VM). Quedan excluidos los sitios en la zona epicentral, que ya fueron cubiertos en el capítulo 2. Se excluyen también los sitios de terreno firme del valle de México por las razones que se discutirán más adelante.

Aunque el propósito central del capítulo es contar con herramientas para predecir características del movimiento fuerte en los sitios mencionados, el procedimiento usado para el análisis de los datos permite observar otros aspectos de interés relacionados con particularidades de la fuente sísmica y con la naturaleza del movimiento del terreno en sitios de terreno firme del valle de México. Por tal motivo, en el inciso 3.1 se presentan las leyes de atenuación para el EAF y se describe la técnica usada para obtenerlas; en el inciso 3.2 se discuten los espectros de fuente correspondientes, y en el inciso 3.3 se estudia lo referente a sitios de terreno firme del valle de México.

#### 3.1 Leyes de atenuación para el EAF

Se analizaron los datos registrados en sitios de la red acelerográfica de Guerrero durante la ocurrencia de ocho temblores superficiales ( $5.1 \leq M_w \leq 8.1$ ; profundidad focal,  $h$ , menor que 37 km) en las costas del Pacífico mexicano. Los parámetros focales de estos eventos se presentan en la Tabla 1 del Apéndice 3. Se eligieron estos temblores porque cumplen con las siguientes condiciones: a) haber producido registros de buena calidad a lo largo de la costa del Pacífico; b) haberse registrado en sitios en el trayecto CP-VM; y c) haber generado al menos un registro en estaciones de terreno firme del valle de México. Los epicentros de los temblores, así como las estaciones que los registraron, se presentan en la figura 3.1.

Se obtuvo, para cada registro, el EAF suavizado con un filtro móvil de 1/3 de octava que conserva la energía espectral. Para ciertas frecuencias (0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 1.0, 2.0, 5.0 y 10 Hz) se tomaron las amplitudes en ambos componentes (NS y EW) y se calculó la media geométrica entre ambas. Las amplitudes del EAF utilizadas en este estudio se presentan en la Tabla 3.1. De acuerdo con lo discutido en el capítulo 2, la ordenada del EAF durante el  $i$ ésimo temblor,  $A_i(f)$ , puede escribirse como

$$A_i(f) = C S_i(f) T(R) e^{-\pi f R / \beta Q(f)} \quad (3.1)$$

donde

$$C = \frac{R_{\theta\phi}^{2/\sqrt{2}} (2\pi)^2}{4\pi\rho\beta^3}$$

$S_i(f)$  es el espectro de fuente del  $i$ ésimo temblor y  $T(R)$  es el término de atenuación geométrica, que puede escribirse como

$$T(R) = \begin{cases} 1/R & \text{para } R \leq R_x \\ (R_x/R)^{-1/2} & \text{para } R > R_x \end{cases} \quad (3.2)$$

La forma de  $T(R)$  implica predominancia de ondas de cuerpo para  $R \leq R_x$  y de ondas superficiales para distancias superiores. En este estudio se tomaron  $R_x = 100$  km (Hermann y Kijko, 1983; Hermann, 1985),  $\beta = 3.5$  km/s,  $\rho = 2.8$  gr/cm<sup>3</sup>, y  $R_{\theta\phi} = 0.55$  (Boore y Boatwright, 1984).

La ecuación 3.1 puede escribirse de la siguiente manera:

$$\ln A_{ij}(f) - \ln T(R_{ij}) - \ln C = \ln S_i(f) - \pi f R_{ij} / \beta Q(f) \quad (3.3)$$

donde  $A_{ij}(f)$  es la amplitud del EAF obtenida en la estación  $j$  durante el temblor  $i$ , y  $R_{ij}$  es la distancia entre la estación  $j$  y el epicentro del  $i$ ésimo temblor. En el miembro izquierdo se han dejado los términos conocidos y en el miembro derecho los términos que contienen las incógnitas, en este caso  $Q(f)$  y  $S_i(f)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , donde  $n$  es el número de temblores.

Para resolver la ecuación 3.3 en el sentido de mínimos cuadrados se procedió en varios pasos: primero, se determinan, para las  $k$  frecuencias seleccionadas, los valores correspondientes de la atenuación con la distancia, es decir,  $Q(f)$ , independientemente del valor de  $S_i(f)$  para cada temblor; en otras palabras, se determina primero la forma de la dependencia de la amplitud con la distancia. En segundo lugar, se determinan los factores de escala para cada temblor, esto es, los términos  $S_i(f)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Con los resultados obtenidos en esta etapa es ya posible calcular los espectros de fuente, puesto que para cada temblor es posible graficar  $S_i(f)$  como función de la frecuencia; se tienen también estimadores de  $Q(f)$ , pero sólo para las frecuencias seleccionadas. Se dice, entonces, que los resultados están expresados en forma *no paramétrica*. Para fines de predecir el EAF ante temblores futuros, es decir, para establecer leyes de atenuación, conviene expresar los resultados en forma paramétrica, es decir, como funciones de los parámetros originales del modelo teórico del EAF. En nuestro caso, los espectros de fuente dependen, como se explicó en el capítulo 2, del momento sísmico y por tanto de  $M_w$ , de modo que el tercer paso del análisis consiste en efectuar regresión de  $S_i(f)$  sobre  $M_w$ . Además,  $Q(f)$  es una función de frecuencia que puede expresarse como  $Q(f) = Q_0 f^E$ , por lo que se procede llevar a cabo la regresión de  $Q(f)$  sobre  $f$ .

Los dos primeros pasos de la regresión se efectúan de la manera siguiente: para una frecuencia en particular, digamos  $f_\ell$ , sea  $u_\ell$  el vector de incógnitas; este vector, de dimensión  $n+1$ , está dado por

$$u_\ell^T = \left[ \ln S_1(f_\ell), \ln S_2(f_\ell), \dots, \ln S_n(f_\ell), 1/Q(f_\ell) \right] \quad (3.4)$$

Entonces  $y_{ij}(f_\ell) = \ln A_{ij}(f_\ell) - \ln T(R_{ij}) - \ln C$  puede escribirse como

$$y_{ij}(f_\ell) = \left[ 0 \dots, 1, \dots, 0, -\pi f_\ell R_{ij} / \beta \right] u_\ell \quad (3.5)$$

donde el elemento igual a la unidad ocupa la  $i$ ésima posición. Sea  $X(f_\ell)$  una matriz cuyos renglones son vectores como el que aparece entre paréntesis cuadrados en la ecuación 3.5. Existen tantos renglones como observaciones de

$A_{ij}(f_\ell)$ , digamos  $r$ , con  $r = \sum_{i=1}^n m_i$ , siendo  $m_i$  el número de estaciones para las que se obtuvo registro durante el temblor  $i$ ; consecuentemente  $X$  es de dimensiones  $r \times n+1$ . Sea  $y(f_\ell)$  el vector, también de dimensión  $r$ , que contiene los valores de  $y_{ij}(f_\ell)$  correspondientes a cada renglón de  $X(f_\ell)$ . En estas condiciones, la relación entre observaciones e incógnitas puede escribirse así:

$$X(f_\ell)u(f_\ell) = y(f_\ell) \quad (3.6)$$

La solución para  $u(f_\ell)$ , en el sentido de mínimos cuadrados, está dada por la conocida expresión

$$u(f_\ell) = \left[ X^T(f_\ell)X(f_\ell) \right]^{-1} X^T(f_\ell)y(f_\ell) \quad (3.7)$$

Evidentemente existen tantos vectores  $u(f_\ell)$  como frecuencias se hayan seleccionado. En nuestro caso,  $k = 9$ .

Al aplicar este procedimiento a los datos de nuestro interés, se obtienen los valores de  $S_i(f)$  y  $Q(f)$  que se presentan en las Tablas 3.2 y 3.3, y en las figuras 3.2 y 3.3. Los errores estándar de la predicción,  $\sigma_{\ln A}(f)$ , se presentan en la Tabla 3.3. Nótese que, hasta este momento, los resultados están dados en forma no paramétrica, es decir, no están asociados a modelo teórico de fuente alguno; sólo se ha supuesto que la atenuación anélastica es del tipo exponencial. Si se deseara predecir  $A(f)$  para valores dados de  $f$ ,  $M_0$  y  $R$ , bastaría determinar por interpolación bidimensional  $S(f)$  en la Tabla 3.2 para los valores dados de  $M_0$  y  $f$ , y determinar, también por interpolación, el valor de  $Q(f)$  a partir de los datos de la Tabla 3.3. Los valores de  $S(f)$  y  $Q(f)$  así determinados, junto con el valor dado de  $R$ , se remplazarían en la ecuación 3.1 para determinar  $A(f)$ .

Si se desea expresar los resultados en forma paramétrica se requiere hacer  $S(f)$  una función de la magnitud. El modelo de Brune, por ejemplo, predice que

$$S(f) = \frac{M_0 f^2}{1 + (f/f_c)^2} \quad (3.8)$$

donde, como se indicó en el capítulo 2,  $f_c$  es la frecuencia de esquina, dada por (Brune, 1970):

$$f_c = 4.91 \times 10^6 \beta (\Delta\sigma/M_0)^{1/3} \quad [\beta \text{ en km/s, } \Delta\sigma \text{ en bares, } M_0 \text{ en ergs}] \quad (3.9)$$

siendo  $\Delta\sigma$  la caída de esfuerzos. Si se reemplaza la ecuación 3.8 en la 3.9 y se toma logaritmo de ambos lados puede observarse que, para el rango de frecuencias y magnitudes de interés en ingeniería sísmica, la relación entre  $S(f)$  y  $M_w$  es aproximadamente de la forma

$$\ln S(f) = \phi(f) + \psi(f) M_w \quad (3.10)$$

donde  $\phi(f)$  y  $\psi(f)$  son funciones por determinar. Nótese que la dependencia de  $S(f)$  con respecto a  $M_w$  es aproximada pero no estrictamente igual a la del modelo de Brune. Por tanto, la estimación no está asociada a tal modelo. Resulta preferible hacerlo así porque, como se verá en el siguiente inciso, existen desviaciones significativas de los datos de espectro de fuente con respecto al modelo  $\omega^2$ .

Es posible determinar  $\phi(f)$  y  $\psi(f)$  recurriendo nuevamente al método de mínimos cuadrados llevando a cabo regresión lineal de cada uno de los renglones de la Tabla 3.2, después de tomárseles logaritmo, con respecto a la magnitud. De manera análoga, es posible ajustar los valores obtenidos para  $Q(f)$  (Tabla 3.3) a una expresión de la forma  $Q(f) = Q_0 f^\epsilon$ . Los valores de  $\phi(f)$ ,  $\psi(f)$ ,  $Q_0$  y  $\epsilon$  así obtenidos, junto con los errores estándar del logaritmo de  $A(f)$ ,  $\sigma_{\ln A}(f)$ , se presentan en la Tabla 3.4. En estas condiciones, la ecuación predictiva para  $\ln A(f)$  es la siguiente:

$$\ln A(f) = \ln C + \phi(f) + \psi(f) M_w + \ln T(R) - \pi f R / \beta Q_0 f^\epsilon \quad (3.11)$$

con los parámetros y errores estándar de la Tabla 3.4. Nótese que, para que la ecuación 3.11 sea dimensionalmente correcta,  $R$  y  $R_x$  deben estar en cm,  $\beta$  en cm/s,  $\rho$  en  $\text{gr/cm}^3$  y  $f$  en Hz;  $A(f)$  resulta estar en cm/s.

### 3.2 Características de los espectros de fuente

Los espectros de fuente obtenidos por regresión,  $S_i(f)$ , se representan con triángulos en la figura 3.2. Estos espectros se comparan con los obtenidos a partir de registros de la zona epicentral (6 a 8 acelerogramas por temblor), cuyos espectros fueron corregidos con  $T(R)=1/R$  y  $Q = 276f^{0.66}$  (círculos). El uso de registros de la zona epicentral elimina errores causados por errores en la estimación de  $Q$ . La comparación es satisfactoria. Para los tres eventos de mayor magnitud (85.9.19, 85.9.21 y 89.4.25) se cuenta también con datos del espectro de fuente derivados de oscilaciones libres de la tierra (asteriscos) o espectros telesísmicos de ondas P (rectángulos). En el Apéndice 3 se presentan detalles de la obtención de estos espectros.

Al superponer los datos de oscilaciones libres de la tierra y ondas P telesísmicas con los espectros obtenidos por regresión y los obtenidos a partir de registros epicentrales, se observan las siguientes características interesantes:

- 1) Para los temblores de septiembre de 1985, los espectros de fuente se desvían significativamente de lo predicho por el modelo de Brune en el rango de frecuencias de 0.05 a 1 Hz. Puesto que los momentos sísmicos de estos eventos son muy confiables, no es posible atribuir estas desviaciones a errores en la determinación de  $M_0$ .
- 2) Para el evento del 89.4.25, cuyo momento sísmico fue determinado de manera confiable, el modelo  $\omega^2$  funciona bien con  $\Delta\sigma = 50$  bares.
- 3) Si se dan por buenos los momentos sísmicos reportados para eventos menores (ver Tabla 1 del Apéndice 3), resulta que todos los espectros de fuente se desvían de lo predicho por el modelo de Brune en baja frecuencia. Si se desea explicar el nivel de alta frecuencia de estos espectros con este modelo de fuente y los momentos sísmicos reportados, se requieren valores de  $\Delta\sigma$  de entre 100 y 300 bars (ver Tabla 2. Apéndice 3). Por otra parte, si se desechan los momentos sísmicos reportados, es posible ajustar los datos al modelo de Brune, para lo cual se requieren caídas de esfuerzos de entre 200 y 800

bars; sin embargo, los momentos sísmicos requeridos son entre 2.5 y 7 veces menores que los reportados. Esto sugeriría que los eventos moderados y pequeños ( $M_s \leq 6$ ) se escalan de manera diferente que los grandes temblores. Esto es relevante cuando se usan registros de temblores pequeños como funciones de Green empíricas en conjunción con un modelo de escala como el  $\omega^2$ . Estas observaciones se discuten con mayor detalle en el Apéndice 3.

### 3.3 Amplificación en la zona firme del valle de México

Las leyes de atenuación para el EAF obtenidas en el inciso 3.1 toman en cuenta exclusivamente sitios nominalmente firmes a más de 60 km del valle de México. En vista del rango de distancias usado para su derivación, las leyes se consideran válidas para valores de esta cantidad hasta del orden de 400 km. Los sitios de terreno firme del valle de México estarían, por tanto, dentro del rango de aplicabilidad de las expresiones encontradas, aun cuando los datos del valle de México no fueron usados en las regresiones. Sin embargo, como se aprecia en la figura 3.4, para frecuencias de entre 0.2 y 2 Hz, las ordenadas del EAF en estos sitios son apreciablemente mayores que las que se esperarían para sitios típicos a distancia epicentral comparable. Este hecho, que fue señalado por Singh *et al* (1988b), se observa claramente en la figura 3.6, en que se presentan los cocientes entre las ordenadas del EAF observadas en diversas estaciones del valle (ver figura 3.5 para sus localizaciones) durante varios temblores y las ordenadas del EAF predichas por las ecuaciones de atenuación no paramétricas obtenidas en el inciso 3.1. Para  $f = 0.3$  Hz, la amplificación alcanza valores de 30 en algunas estaciones. Para frecuencias superiores a 2 Hz la amplificación es apenas perceptible. El fenómeno se observa, aunque menos acusadamente, en las estaciones TEA (Teacalco) y CUE (Cuernavaca) que están fuera del valle de México (ver figura 3.1 para sus localizaciones). Los datos de estas estaciones tampoco fueron incluidos en la regresión. En la estación MAD (presa Madín) se dispone de un solo registro obtenido en un acelerógrafo analógico durante el temblor del 19 de septiembre de 1985. Este registro, que se considera confiable para  $0.4 \leq f \leq 2$  Hz, no presenta la amplificación observada en otros sitios del valle. Nótese también, en la figura 3.6, que la amplificación varía de temblor a tem-



blor; la máxima se observa para el temblor del 25 de abril de 1989, y la mínima para los eventos del 8 de febrero de 1988 y del 31 de mayo de 1990. El hecho de que se observen grandes amplificaciones para eventos que produjeron aceleraciones importantes descarta al comportamiento no lineal del suelo como causa de la variabilidad. El azimut tampoco parece ser la causa, en vista de que los eventos del 25 de abril y 2 de mayo de 1989, que provienen de la misma zona, produjeron amplificaciones muy diferentes.

No se cuenta todavía con una explicación convincente de la amplificación observada en sitios de terreno firme del valle de México. Parece claro se debe a una estructura geológica regional, de dimensión mayor al actual valle de México, en virtud de que las estaciones TEA y CUE, aunque en menor grado, están también amplificadas. La explicación más factible de las hasta ahora exploradas sería la existencia de un antiguo lago que, desde fines del Oligoceno hasta el Plioceno cubrió el actual valle de México, extendiéndose probablemente hasta cerca de Taxco, Guerrero (F Mooser, comunicación personal). Este lago habría favorecido la formación de depósitos aluviales, de hasta 300 m de espesor, hasta finales del Pleistoceno, cuando el valle de México se cerró por el sur con la formación de la sierra del Chichinautzin. A partir de entonces, en las partes más bajas del valle, se formaron los depósitos arcillosos más superficiales, que tienen hasta poco más de 100 m de espesor actualmente; estas capas están ausentes en los sitios de terreno firme del valle, así como en Cuernavaca y Teacalco. El contraste de impedancias entre la roca basal y los antiguas arcillas, así como la heterogeneidad lateral debida a la variación de la profundidad del contacto entre estos materiales, serían entonces responsables de la amplificación observada. La estación MAD, única en el valle de México que no muestra amplificación (aunque se recuerda que se trata de un registro analógico de calidad inferior a la del resto de los datos), está localizada en los restos de un volcán andesítico, más antiguo que fines del Oligoceno, con raíces profundas. Si en efecto no existe amplificación en MAD, se refuerza la hipótesis de que la amplificación se debe a una estructura relativamente superficial ( $h < 1$  km) y no a una estructura profunda posiblemente relacionada con el Eje Volcánico. Por tratarse de un punto clave para la comprensión del fenómeno, la estación MAD ha sido ya dotada de un acelerógrafo digital.

Para fines de ingeniería sísmica, es importante conocer las causas de la amplificación para saber su alcance geográfico. De tratarse de un fenómeno propio del antiguo valle de México, sería excesivamente conservador usar relaciones de atenuación basadas en datos del Distrito Federal para evaluar riesgo sísmico en lugares relativamente cercanos pero no afectados de amplificación. Por el contrario, si se llegara a la conclusión de que el fenómeno alcanza otras porciones del Eje Volcánico, es posible que el riesgo sísmico en tales zonas esté subestimado. Para responder a esta interrogante se requiere profundizar en estudios geológicos y obtener registros de movimientos fuertes en sitios cuidadosamente seleccionados.

Tabla 3.1

Amplitudes de Fourier de los eventos usados en la regresión. Las tablas presentan la media geométrica de dos componentes horizontales, en cm/s

Evento 87.06.07,  $M_w = 5.33$

Estación	R (km)	Frecuencia (Hz)								
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	1.0	2.0	5.0	10.
MSA	74	0.39	0.36	0.35	0.54	0.65	0.39	2.95	2.89	4.74
XAL	102	0.04	0.08	0.12	0.09	0.30	0.65	1.20	1.00	0.60
SMR	59	0.14	0.18	0.22	0.34	0.48	0.80	1.56	2.81	1.11
COY	133	0.09	0.12	0.12	0.09	0.13	0.25	0.59	1.38	0.63
CPD	82	0.11	0.11	0.11	0.17	0.22	0.76	1.16	1.84	1.45
OCL	114	0.07	0.09	0.11	0.24	0.14	0.43	0.85	1.29	0.90
VIG	43	0.14	0.19	0.26	0.30	0.72	1.09	1.94	6.46	4.68
OCT	95	0.35	0.42	0.33	0.28	0.52	1.22	3.40	10.68	2.25
TNL	175	0.04	0.06	0.06	0.21	0.30	0.80	1.30	1.00	0.30
FIC*	150	0.02	0.04	0.04	0.09	0.20	0.75	1.60	0.70	0.31
TEA*	225	0.03	0.04	0.09	0.16	0.50	1.10	0.60	0.30	0.06
B74	295	0.13	0.17	0.24	0.42	0.70	1.10	1.00	0.14	ND

Evento 89.10.08,  $M_w = 5.1$

Estación	R (km)	Frecuencia (Hz)								
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	1.0	2.0	5.0	10.
PAR	41	ND	ND	0.07	0.13	0.22	0.23	1.26	2.50	12.60
CAY	41	ND	ND	0.40	0.42	0.44	0.50	2.10	7.40	2.70
ATY	44	ND	0.13	0.12	0.16	0.22	0.34	0.90	2.30	3.80
COY	44	ND	0.35	0.50	0.72	0.89	1.00	1.00	2.60	6.60
OCL	54	ND	ND	ND	ND	0.19	0.64	1.29	3.00	1.86
MAG	59	ND	0.04	0.16	0.17	0.35	0.45	0.63	1.00	1.64
ACA	64	ND	ND	0.13	0.15	0.19	0.42	0.63	1.23	1.72
XAL	65	ND	0.07	0.10	0.15	0.23	0.30	1.30	0.80	1.80
FIC	74	0.02	0.04	0.09	0.23	0.27	0.40	3.00	2.00	2.00
LLA	77	ND	ND	ND	0.04	0.13	0.19	0.35	1.80	1.20
OCT	79	ND	ND	0.18	0.32	0.25	0.20	2.00	4.50	2.00
PAP	96	ND	ND	ND	0.12	0.14	0.15	0.36	1.20	0.80
CAZ	112	ND	ND	ND	0.11	0.11	0.25	0.80	1.17	1.78
TNL*	127	ND	0.07	0.09	0.13	0.12	0.32	0.60	0.82	1.20
CUI	263	ND	0.04	0.13	0.25	0.19	0.23	0.28	0.11	0.04

\* : estación no usada en la regresión.  
 ND: dato no disponible o poco confiable.

Tabla 3.1 (Continúa)

Evento 89.05.02,  $M_w = 5.52$

Estación	R (km)	Frecuencia (Hz)								
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	1.0	2.0	5.0	10.
SMR	27	0.64	1.20	1.78	1.90	2.00	3.50	6.00	7.00	2.60
VIG	35	0.48	0.70	0.75	0.90	0.82	1.00	2.50	2.00	10.00
MSA	44	0.73	1.26	1.66	1.26	2.24	5.20	4.70	6.00	3.00
VNT	50	0.05	0.08	0.20	0.24	0.38	0.90	2.00	0.80	0.88
XAL	59	0.08	0.20	0.34	0.34	0.34	0.60	1.80	0.80	1.30
OCL	63	0.14	0.17	0.22	0.25	0.46	0.85	1.66	0.90	0.82
OCT	69	0.28	0.36	0.40	0.50	0.40	0.80	4.30	5.50	2.60
COY	81	0.50	0.23	0.21	0.35	0.70	1.10	1.30	1.90	1.60
FIC	119	0.04	0.08	0.17	0.20	0.40	0.72	0.28	1.00	0.47
TNL	160	0.06	0.09	0.08	0.25	0.32	0.55	1.20	0.70	0.45
TEA	215	0.05	0.09	0.20	0.30	0.62	1.20	1.50	0.30	0.75
B34	282	0.13	0.32	0.82	1.00	0.60	0.70	0.91	0.14	ND
B74	282	0.10	0.22	0.33	0.90	1.22	1.80	0.90	0.26	ND

Evento 90.05.31,  $M_w = 5.95$

Estación	R (km)	Frecuencia (Hz)								
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	1.0	2.0	5.0	10.
SLU	28	ND	ND	2.51	4.47	6.61	3.16	14.45	15.13	7.41
LLA	33	1.29	1.82	2.51	4.27	4.20	9.12	20.00	35.48	10.00
SUC	35	0.63	1.48	1.55	1.74	2.00	8.91	4.07	2.24	1.18
PAP	36	0.68	1.23	3.80	5.75	7.41	7.94	5.62	11.78	5.62
ATY	53	0.39	0.56	0.53	0.53	3.39	3.39	1.78	3.89	2.34
PET	66	ND	0.91	1.91	1.41	3.55	2.95	4.68	2.51	4.37
CAY	69	0.20	0.29	0.35	0.40	0.66	2.00	2.51	3.63	1.32
PAR	76	0.35	0.49	0.55	0.23	1.00	1.78	1.32	7.24	8.71
AZI	85	0.22	0.22	1.00	2.20	2.82	3.55	3.31	1.32	0.74
BAL	107	0.21	0.48	1.00	0.63	0.71	1.78	2.00	2.00	1.32
COM	119	0.20	0.40	0.26	0.23	0.59	1.41	2.34	2.24	2.24
OCT	148	0.24	0.44	0.50	0.50	0.60	1.00	2.00	2.29	0.55
CHI	160	0.15	0.25	0.34	0.55	0.89	1.20	1.20	1.00	0.25
MEZ	161	0.10	0.39	0.56	0.62	0.78	2.29	2.00	0.87	0.30
CAZ	170	ND	0.20	0.21	0.24	0.17	0.58	0.35	0.80	0.70
TEA	224	0.21	0.31	0.51	0.60	1.00	2.95	1.86	0.71	0.20
CUE	264	0.47	0.47	1.38	1.38	2.82	3.47	1.90	1.00	0.19
CUI	302	0.46	1.41	1.82	1.59	2.75	2.00	1.29	0.79	0.09

\* : estación no usada en la regresión.  
 ND: dato no disponible o poco confiable.

Tabla 3.1 (Continúa)

Evento 88.02.08,  $M_w = 5.88$

Estación	R (km)	Frecuencia (Hz)								
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	1.0	2.0	5.0	10.
ATY	84	0.21	0.21	0.57	1.42	2.10	2.99	3.89	7.77	4.19
BAL	60	0.25	0.27	0.33	0.44	0.46	0.87	1.69	2.34	2.82
LLA	43	0.26	0.78	1.08	1.84	3.22	2.91	13.85	55.82	6.00
MAG	64	0.30	0.58	1.00	1.35	1.72	1.53	2.86	6.63	6.12
PET	24	0.43	0.98	1.04	2.74	2.78	5.63	8.51	14.33	28.07
UNI	91	0.30	0.16	0.21	0.20	0.38	0.99	1.39	1.41	1.12
AZI	40	0.21	0.52	0.81	0.90	1.05	1.90	2.69	2.85	2.64
COY	126	0.21	0.29	0.38	0.27	0.54	1.18	0.92	2.90	2.28
PAP	29	0.90	1.13	1.23	1.20	1.05	6.96	19.43	18.08	28.12
SUC	64	0.34	0.50	0.94	1.70	2.11	3.21	7.85	5.06	2.23
COM	96	0.16	0.26	0.30	0.35	0.40	1.30	1.30	3.00	3.00
TNL	180	0.06	0.23	0.60	0.55	0.55	1.30	2.00	1.90	1.10
TEA	224	0.07	0.14	0.34	0.45	0.52	1.00	3.00	0.70	0.40
CUI	278	0.10	0.33	0.40	0.60	0.87	1.30	1.00	0.22	ND
B18	278	0.26	0.36	0.52	0.48	0.44	0.71	0.71	0.28	0.05
B74	278	0.16	0.22	0.43	0.32	0.80	2.00	1.80	0.32	0.09
B50	278	0.17	0.50	0.50	0.50	1.20	3.00	3.00	0.22	ND
B34	278	0.14	0.52	0.55	0.50	0.82	2.30	2.00	0.40	ND

\* : estación no usada en la regresión.  
 ND: dato no disponible o poco confiable.

Tabla 3.1 (Continúa)

Evento 89.04.25,  $M = 6.95$

Estación	R (km)	Frecuencia (Hz)								
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	1.0	2.0	5.0	10.
SMR	28	5.70	25.00	28.80	29.64	30.20	30.37	17.58	17.14	6.68
CPD	34	6.51	10.00	8.10	9.16	20.90	15.08	7.50	12.29	10.08
VIG	36	7.42	7.30	8.30	9.29	5.50	11.40	15.01	39.35	36.18
MSA	51	5.87	8.40	9.40	6.17	6.80	6.17	5.56	10.50	14.06
COP	54	1.52	8.70	3.90	4.25	7.60	12.15	7.28	15.37	4.29
VNT	56	2.03	1.40	2.80	4.24	5.80	2.17	6.71	2.90	3.15
XAL	66	1.86	5.20	4.60	2.33	2.30	1.87	3.85	3.29	5.33
OCL	70	2.05	1.82	3.00	4.28	7.60	6.56	6.42	4.85	2.46
OCT	77	2.09	7.60	6.80	3.63	3.60	7.06	15.37	23.08	7.29
COY	86	1.52	2.10	1.30	2.09	3.50	4.03	3.31	6.21	2.77
ATY	126	1.06	1.30	1.10	1.58	1.90	2.69	3.41	3.03	1.12
FIC	127	2.10	2.60	5.00	4.00	2.60	6.00	7.00	0.80	0.13
MAG	145	1.30	1.26	1.00	2.00	2.60	1.00	2.00	0.70	0.80
LLA	160	1.20	1.00	1.10	0.80	2.00	1.60	2.30	2.00	0.70
COM	200	2.50	1.26	2.60	1.80	2.30	2.90	2.80	1.24	0.77
TEA	225	2.30	2.80	4.00	4.10	6.00	7.00	5.60	1.30	0.30
B78	324	2.40	10.00	13.00	8.00	7.20	8.00	4.20	1.40	0.20
B28	324	2.60	8.50	7.40	7.50	6.80	12.00	4.20	0.95	0.15
B50	324	3.60	15.80	18.00	11.50	9.00	14.00	8.50	0.50	0.17
B74	324	2.60	13.00	11.10	12.50	11.80	15.00	3.40	1.00	0.20
B64	324	2.00	6.00	6.00	6.20	6.00	4.00	0.95	0.22	0.11
B18	324	5.00	9.80	11.00	8.40	5.20	3.00	2.20	0.54	0.10
CUI	324	5.00	13.20	20.00	15.70	17.00	9.00	2.40	0.40	ND
TAC	324	3.20	12.90	16.00	9.00	6.00	11.80	6.00	1.00	ND
B34	324	4.10	12.00	19.00	14.00	12.50	8.10	3.50	0.65	0.09

\* : estación no usada en la regresión.  
 ND: dato no disponible o poco confiable.

Tabla 3.1 (Continúa)

Evento 85.09.21,  $M_w = 7.67$

Estación	R (km)	Frecuencia (Hz)								
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	1.0	2.0	5.0	10.
AZI	36	14.0	38.00	27.50	31.00	37.20	50.00	51.50	21.50	9.80
PAP	63	6.00	8.00	11.20	7.00	3.50	12.00	14.00	36.00	23.00
UNI	73	6.00	6.00	7.00	7.00	6.00	15.80	14.00	12.00	4.00
INM	101	2.20	4.20	5.00	5.00	5.80	7.00	8.00	7.80	4.80
SUC	108	7.00	3.50	5.40	6.00	6.00	20.00	26.50	7.00	2.50
ATY	132	4.00	4.30	4.80	5.00	5.00	17.50	12.50	12.00	5.50
CAY	145	2.10	2.30	4.20	3.20	2.80	8.00	8.30	10.00	2.00
COY	171	3.50	2.40	3.50	2.40	4.00	6.90	10.80	10.20	3.40
VNT	202	ND	1.70	2.20	2.00	2.00	3.10	2.90	2.00	0.50
CPD	221	1.60	1.20	2.00	2.80	1.85	4.00	3.60	2.30	0.60
TEA	265	1.20	2.00	4.50	4.00	9.10	9.20	7.30	2.50	0.60
CUI	340	2.50	6.80	15.50	12.30	15.50	9.60	5.00	1.60	0.20
TAC	340	6.20	9.00	15.80	9.00	12.60	10.00	7.00	1.00	ND
CUM	340	2.20	7.40	10.00	11.00	10.00	9.20	7.00	1.20	0.26

Evento 85.09.19,  $M_w = 8.05$

Estación	R (km)	Frecuencia (Hz)								
		0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	1.0	2.0	5.0	10.
PAP	145	6.30	7.00	8.40	20.00	11.90	20.00	27.00	25.00	13.50
SUC	184	7.00	7.00	15.60	27.00	22.90	32.00	30.00	8.50	1.70
ATY	217	7.00	5.00	12.60	13.00	15.80	20.00	12.00	9.20	4.00
CAY	236	3.30	5.50	6.00	9.10	7.00	14.00	8.00	8.40	1.30
COY	260	6.00	7.10	14.10	14.00	14.00	13.00	7.80	10.00	2.00
VNT	289	3.70	6.00	3.70	12.00	13.80	9.20	5.10	1.10	0.40
CPD	313	7.00	5.80	5.00	5.50	12.90	16.00	6.00	1.60	0.70
MSA	322	3.20	4.60	7.00	9.00	9.00	7.30	4.80	1.20	1.20
APA	135	14.0	11.00	16.00	18.00	30.00	70.00	30.00	24.00	19.50
TEA	315	11.5	17.00	17.00	22.00	20.00	20.00	16.00	2.80	0.90
CUI	370	22.0	40.00	50.00	54.00	34.00	28.00	9.00	1.60	0.30
TAC	370	35.0	41.00	40.00	25.00	25.00	20.00	11.70	2.70	ND
MAD	370	ND	ND	6.00	8.00	7.00	8.00	2.00	ND	ND
CUM	370	18.0	39.00	40.00	50.00	30.00	32.00	12.60	1.60	ND

\* : estación no usada en la regresión.  
 ND: dato no disponible o poco confiable.

Tabla 3.2

Valores de  $S_i(f)$  obtenidos en la regresión no paramétrica

		E V E N T O							
f	89.10.08	87.06.07	89.05.02	90.05.31	88.02.08	89.04.25	85.09.21	85.09.19	
Hz	$M_w=5.10$	$M_w=5.33$	$M_w=5.52$	$M_w=5.95$	$M_w=5.88$	$M_w=6.95$	$M_w=7.67$	$M_w=8.05$	
0.2	9.69E+21	4.93E+22	6.22E+22	8.98E+22	1.27E+23	9.78E+23	2.39E+24	6.92E+24	
0.3	3.18E+22	8.00E+22	1.00E+23	1.62E+23	2.64E+23	1.64E+24	3.00E+24	1.04E+25	
0.4	5.30E+22	8.40E+22	1.34E+23	2.41E+23	3.74E+23	1.71E+24	3.80E+24	1.34E+25	
0.5	6.87E+22	1.17E+23	1.66E+23	3.11E+23	4.02E+23	1.67E+24	3.47E+24	1.89E+25	
0.6	8.68E+22	1.80E+23	2.20E+23	3.91E+23	6.45E+23	2.07E+24	3.17E+24	1.98E+25	
1.0	1.22E+23	3.44E+23	3.74E+23	7.23E+23	1.03E+24	1.98E+24	6.29E+24	2.19E+25	
2.0	3.85E+23	8.97E+23	7.26E+23	1.36E+24	1.30E+24	2.61E+24	7.89E+24	1.88E+25	
5.0	9.63E+23	1.83E+24	8.68E+23	2.79E+24	2.06E+24	3.21E+24	1.00E+25	2.46E+25	
10.	1.44E+24	1.39E+24	9.28E+23	2.67E+24	1.52E+24	2.46E+24	5.59E+24	1.78E+25	

$S_i(f)$  está expresado en dina-cm/s<sup>2</sup>



Tabla 3.3

Valores de  $Q(f)$  y  $\sigma_{\ln A}(f)$  para las frecuencias analizadas.  
 Regresión no paramétrica.

frecuencia (Hz)	$Q(f)$ --	$\sigma_{\ln A}(f)$
0.2	99.40	0.514
0.3	83.10	0.492
0.4	118.4	0.502
0.5	162.0	0.522
0.6	220.2	0.488
1.0	509.1	0.484
2.0	581.4	0.538
5.0	696.8	0.653
10.	943.8	0.651

Tabla 3.4

Parámetros  $\phi(f)$ ,  $\psi(f)$  y  $\sigma_{\ln A}(f)$  obtenidos en la regresión paramétrica

frecuencia (Hz)	$\phi(f)$	$\psi(f)$	$\sigma_{\ln A}(f)$
0.2	41.35	1.966	0.62
0.3	42.97	1.801	0.55
0.4	43.52	1.755	0.54
0.5	44.05	1.699	0.59
0.6	45.07	1.573	0.60
1.0	46.08	1.479	0.58
2.0	48.73	1.137	0.59
5.0	50.28	0.965	0.75
10.	51.34	0.771	0.69
$Q_0 = 273$		$\epsilon = 0.66$	

La ecuación predictiva para  $\ln A(f)$  es:

$$\ln A(f) = \ln C + \phi(f) + \psi(f)M_w + \ln T(R) - \pi f R / \beta Q_0 f^\epsilon$$

$$C = \frac{R_{\phi} 2/\sqrt{2} (2\pi)^2}{4\pi\rho\beta^3}$$

$$T(R) = \begin{cases} 1/R & \text{para } R \leq R_x \\ (R_x/R)^{-1/2} & \text{para } R > R_x \end{cases}$$

donde  $A(f)$  está en cm/s,  $R$  y  $R_x$  en cm,  $\beta$  en cm/s y  $\rho$  en gr/cm<sup>3</sup>

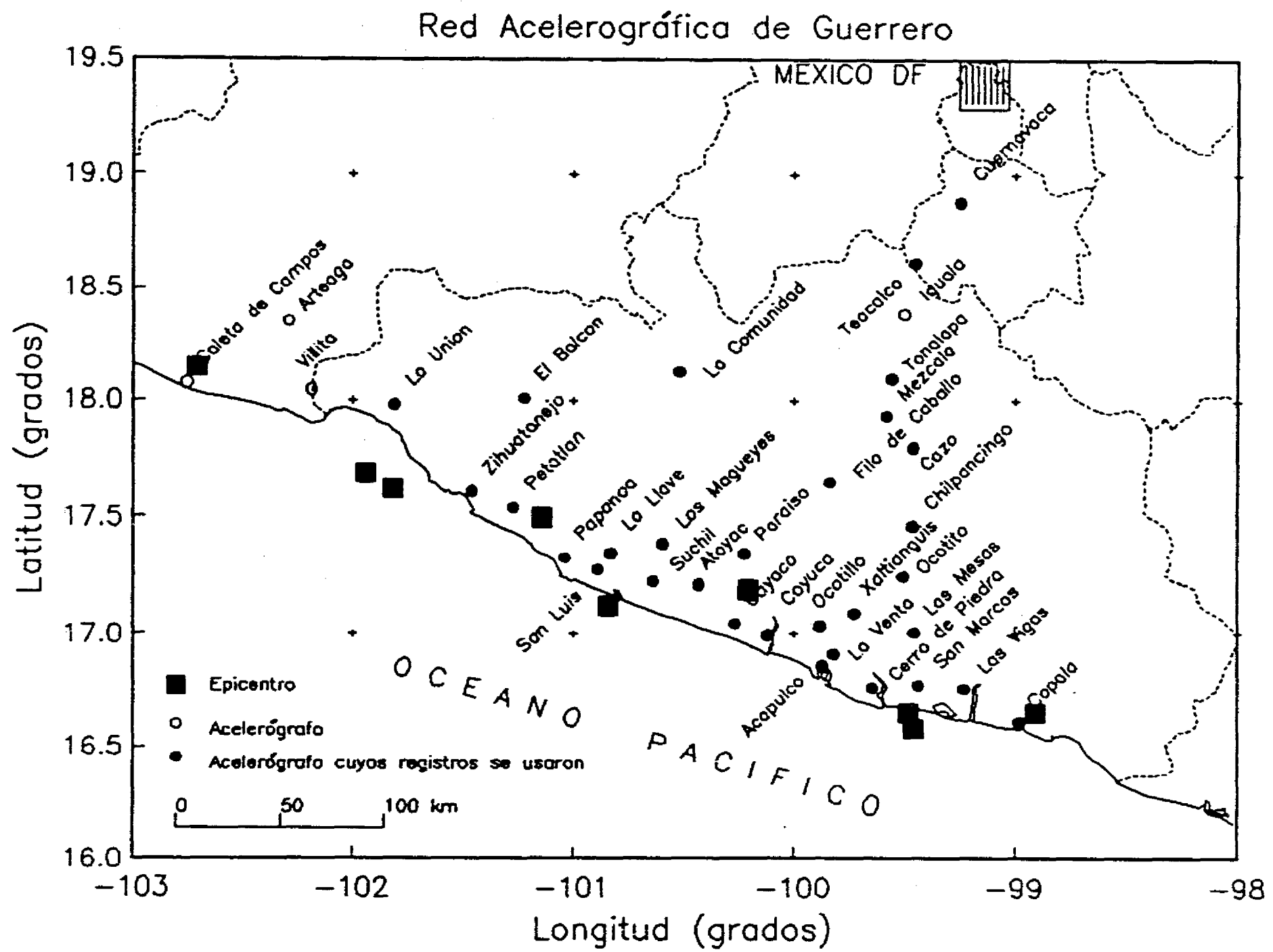


Figura 3.1 Mapa de México mostrando la localización de las estaciones acelerográficas y epicentros de los eventos usados en este estudio.

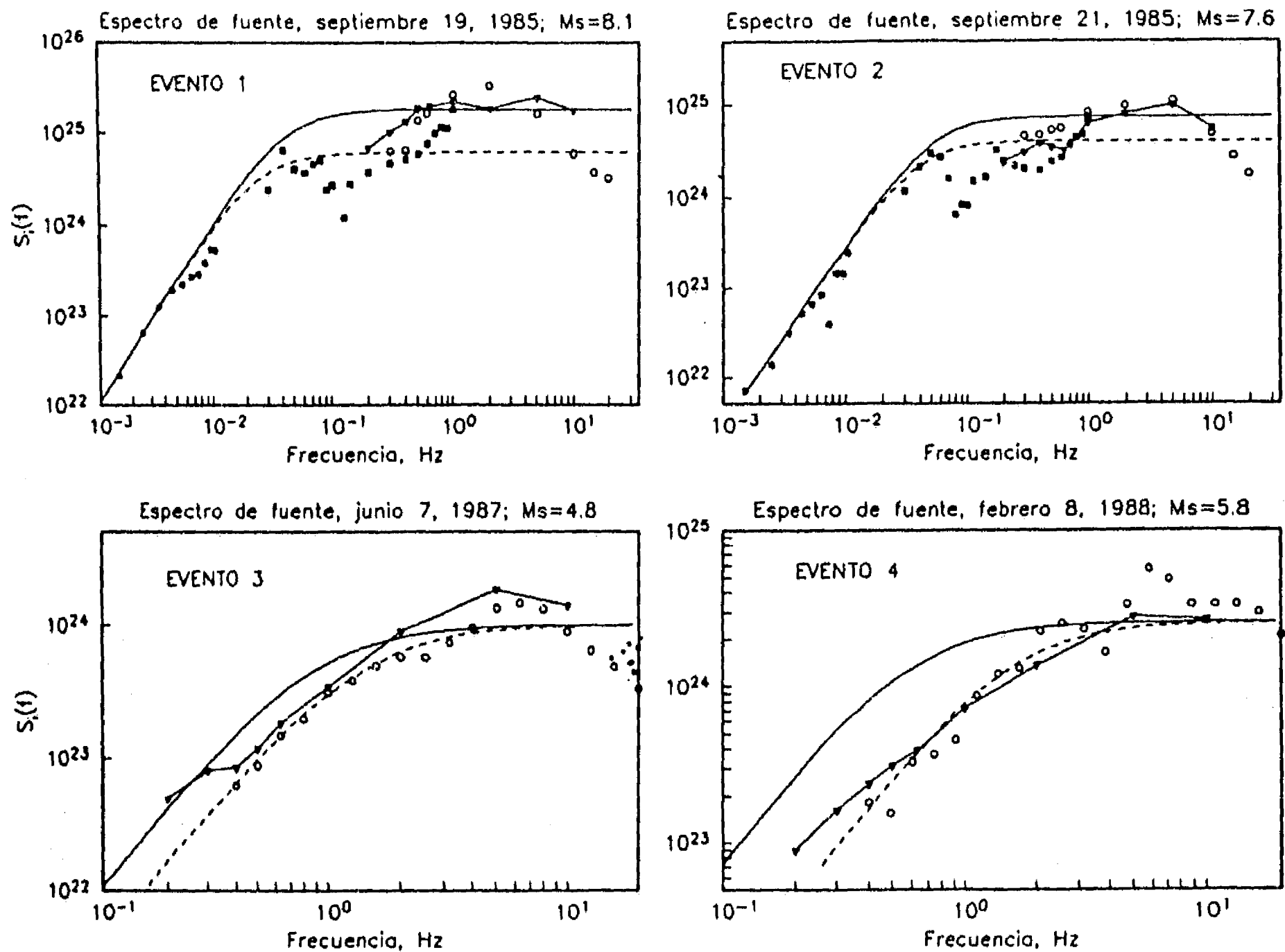


Figura 3.2 Espectros de aceleración de fuente,  $S_i(f)$ , de los ocho eventos analizados. Triángulos sólidos: espectros obtenidos del análisis de regresión; círculos: espectros obtenidos de acelerogramas en la zona epicentral. Astériscos (eventos 1 y 2): espectros obtenidos con datos de oscilaciones libres de la tierra. Rectángulos sólidos (eventos 1,2 y 5): espectros de ondas P telesísmicas. Curva continua: modelo  $\omega^2$  con momento sísmico reportado y caída de esfuerzos necesaria para ajustar el nivel de alta frecuencia. Curva discontinua (eventos 1 y 2): modelo  $\omega^2$  con el momento sísmico reportado y  $\Delta\sigma = 30$  bar. Curva discontinua (todos los demás eventos): modelo  $\omega^2$  con momento sísmico y caída de esfuerzos necesarios para ajustar los espectros de movimiento fuerte.

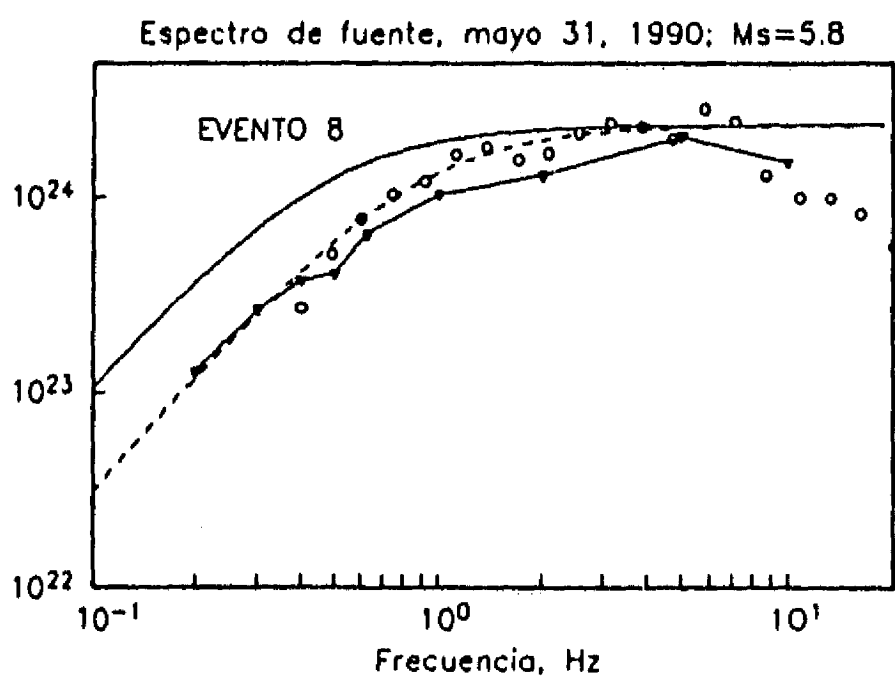
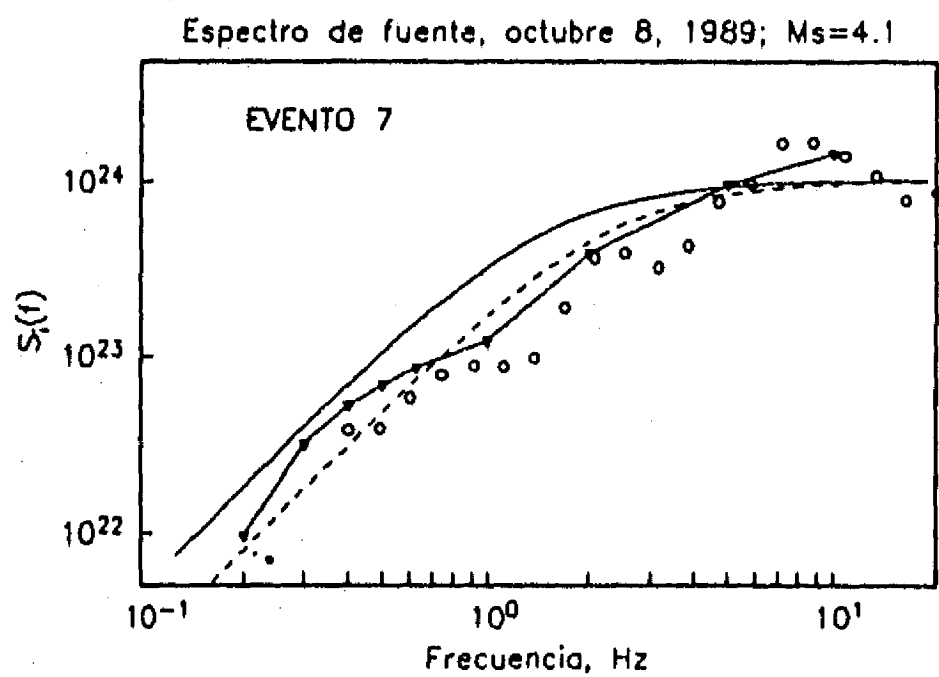
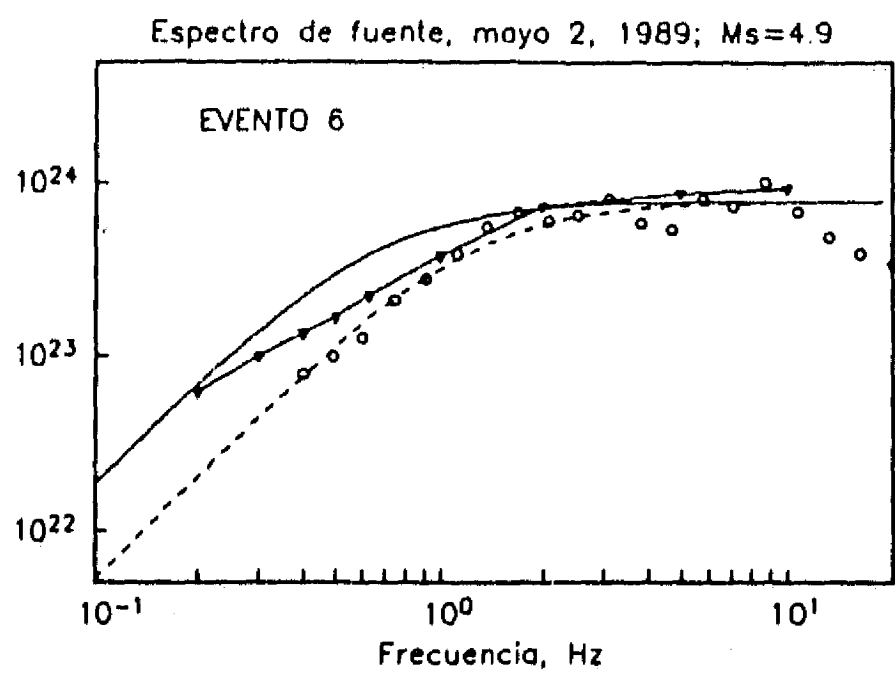
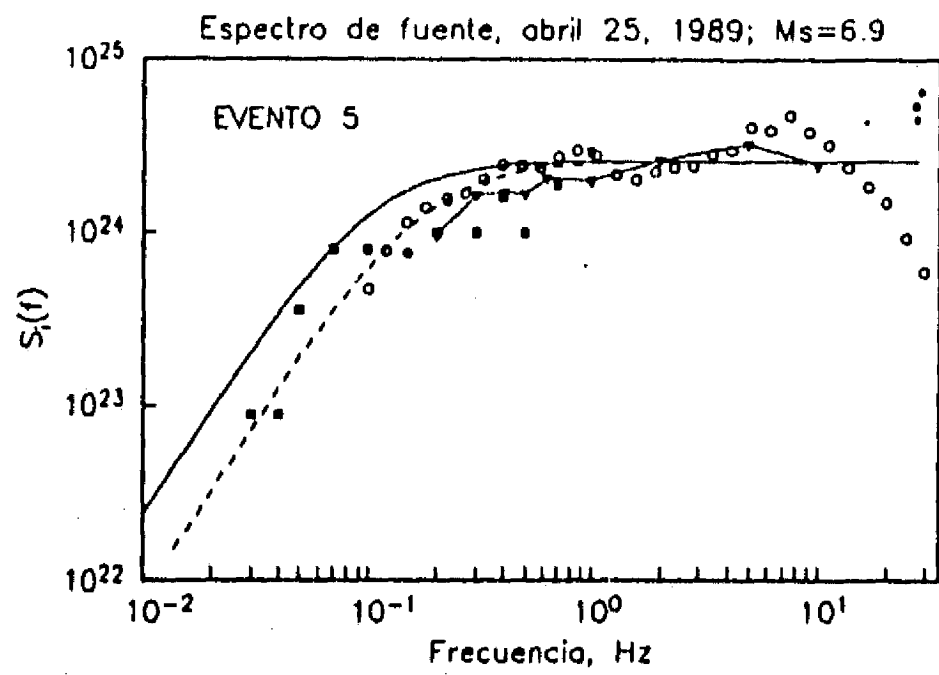


Figura 3.2 Continúa.

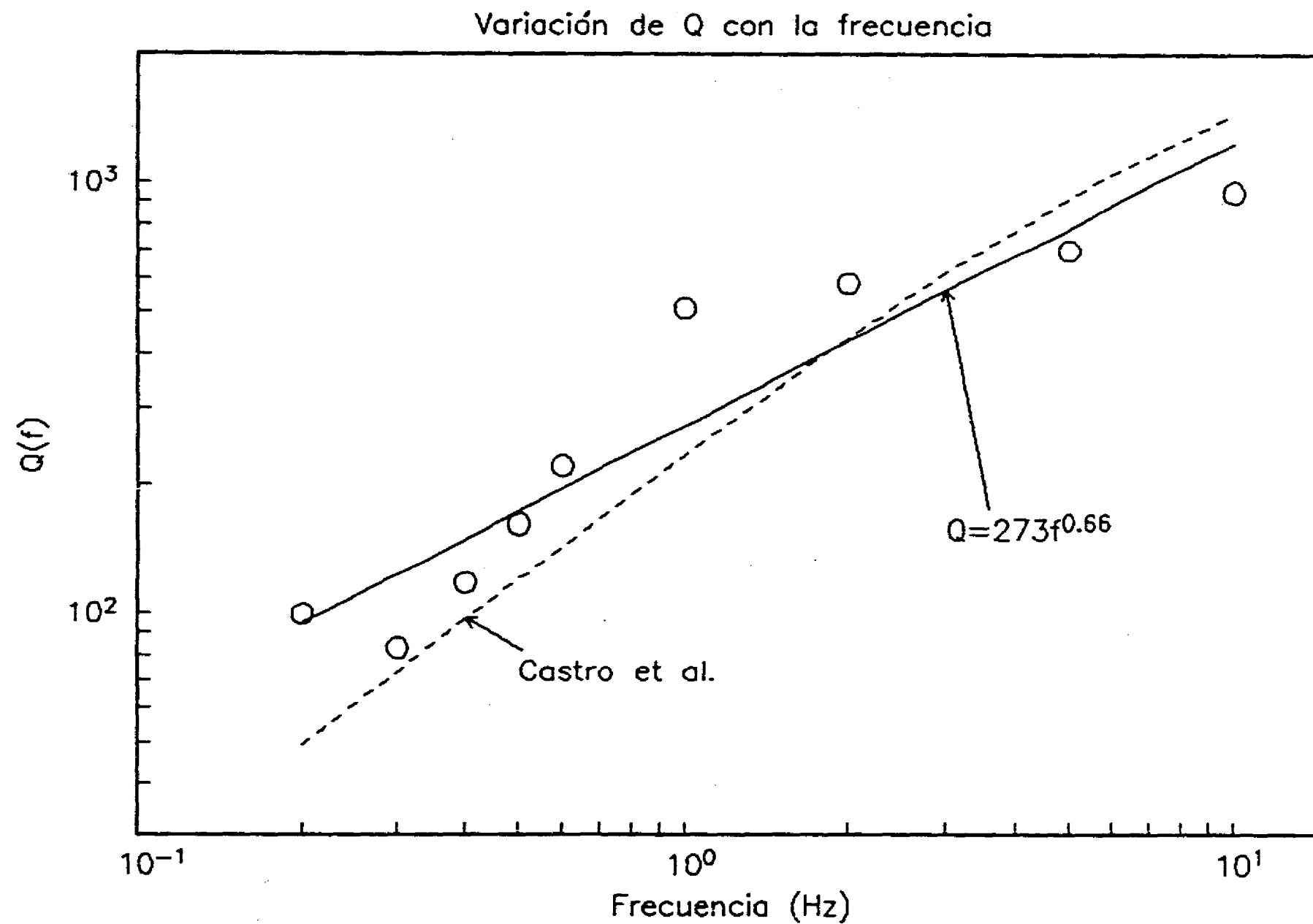


Figura 3.3 Factor de calidad,  $Q(f)$ , como función de frecuencia. Los círculos abiertos denotan los valores obtenidos en este estudio, y la línea recta su ajuste por mínimos cuadrados. Para fines de comparación, se presentan los valores reportados por Castro *et al* (1990).

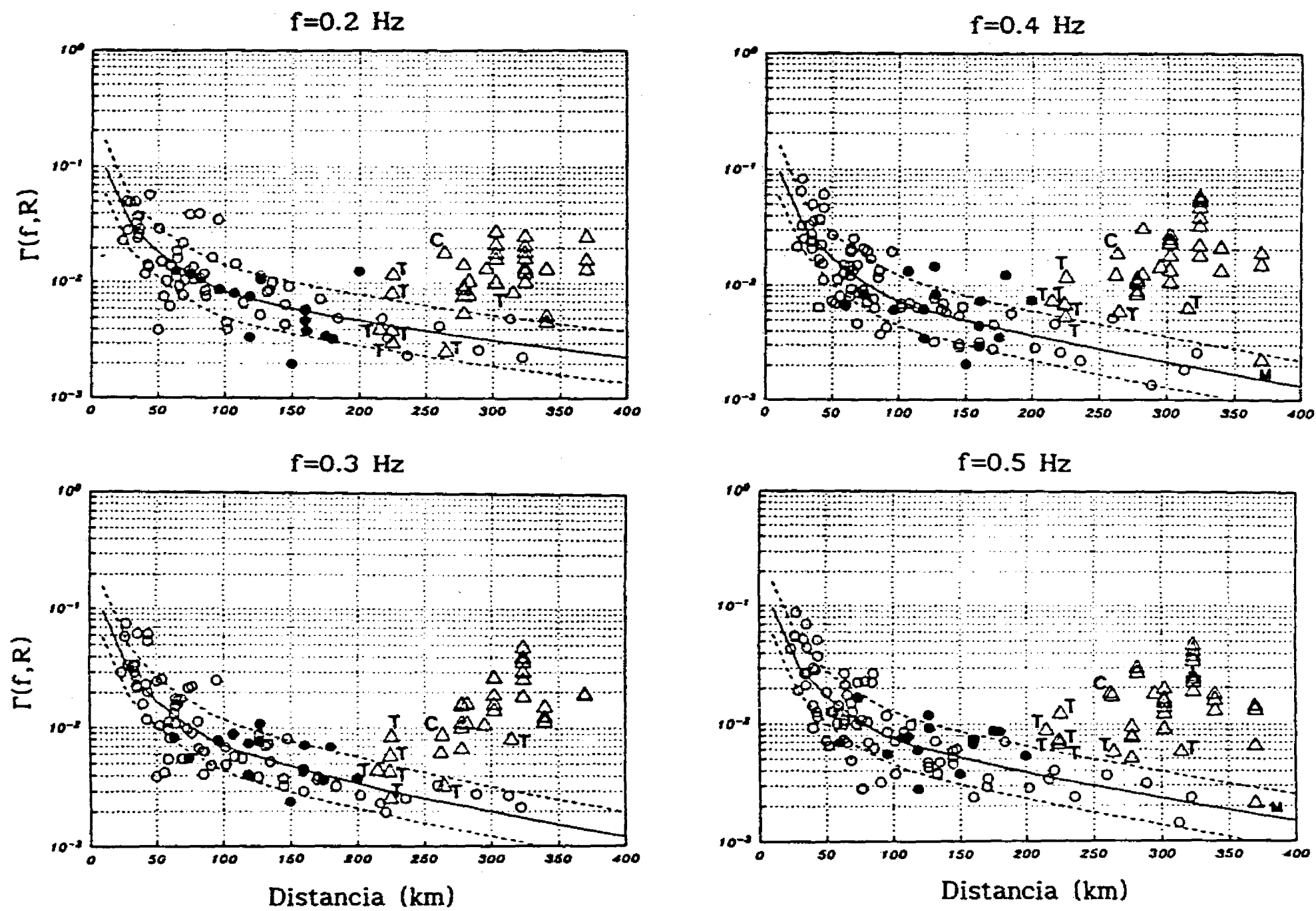


Figura 3.4 Función de atenuación  $\Gamma(f,R) = T(R)\exp(-\pi fR/\beta Q(f))$  (ver texto para la definición de estas variables), como función de la distancia focal, para diversas frecuencias. La curva continua corresponde a la mediana, y las curvas discontinuas a los cuantiles 16 y 84. Círculos abiertos: datos de estaciones costeras; círculos cerrados: datos de estaciones tierra adentro. Nótese que los círculos abiertos y cerrados están homogéneamente distribuidos. Triángulos sin marca: estaciones de terreno firme en el valle de México. Los triángulos marcados T, C y M se refieren a las estaciones Teacalco, Cuernavaca y Madín, respectivamente.

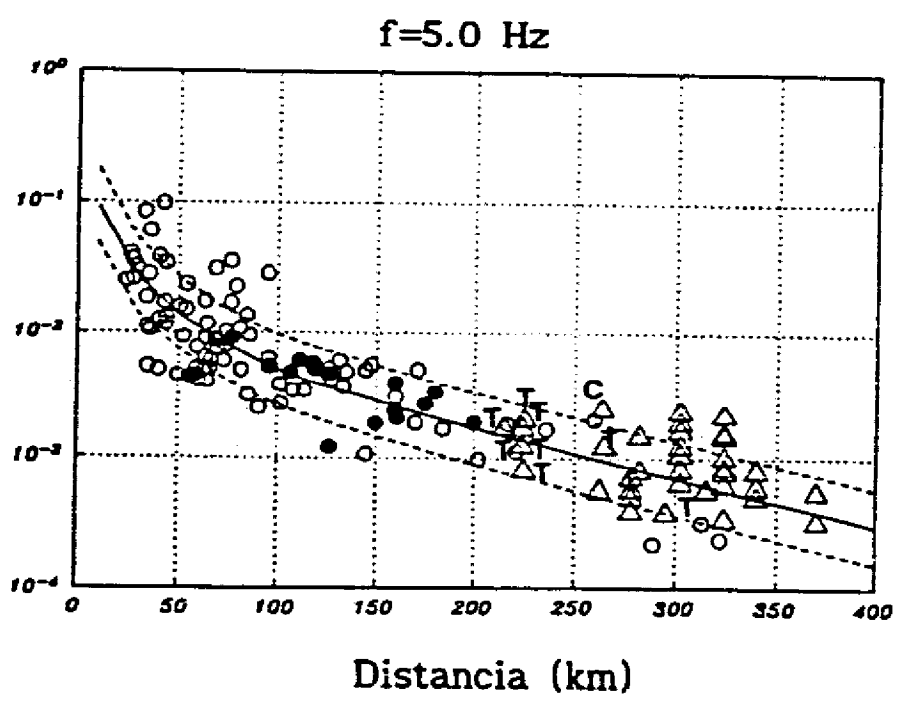
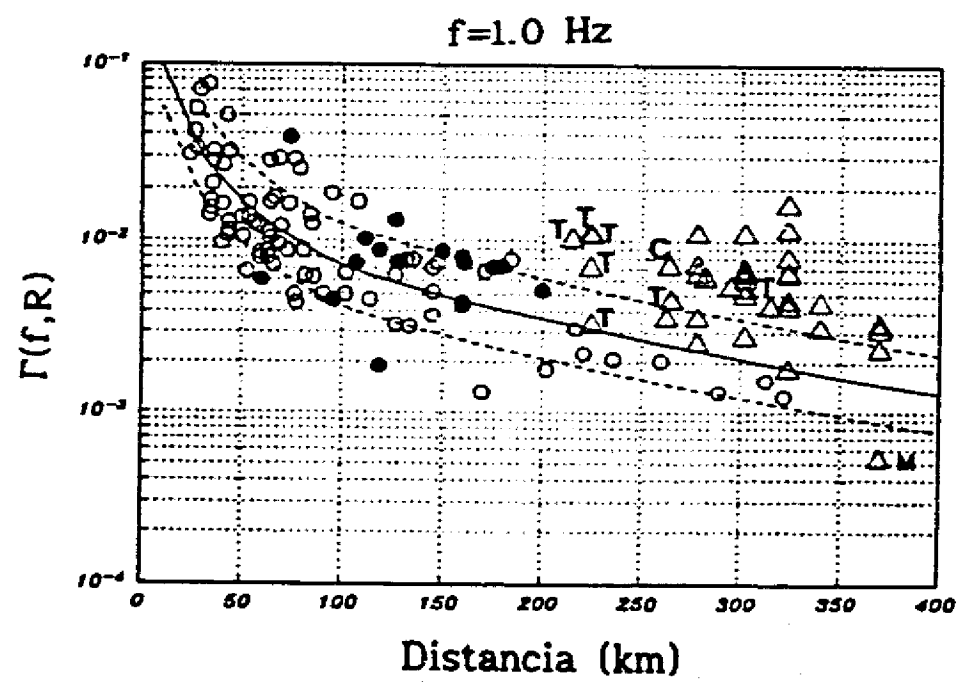
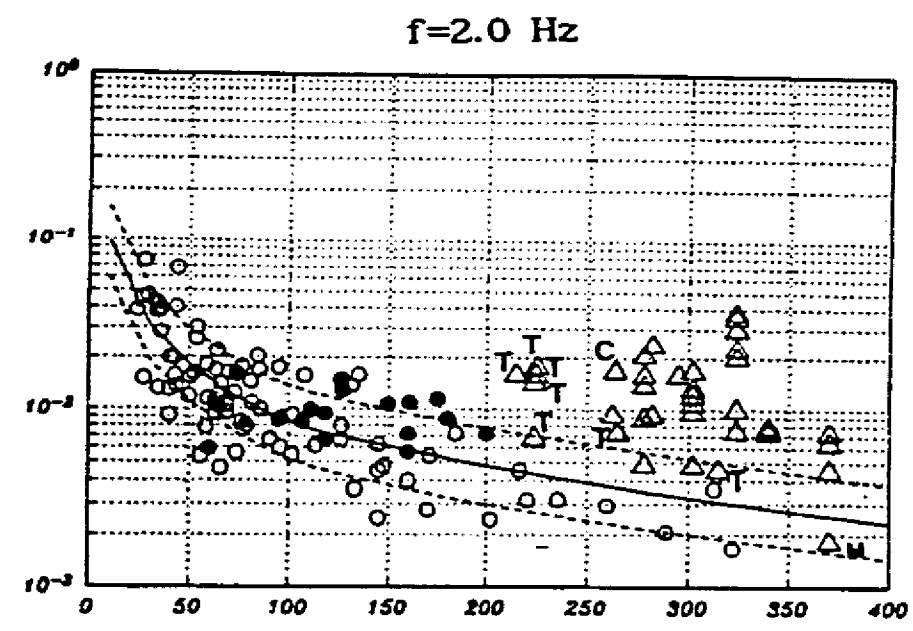
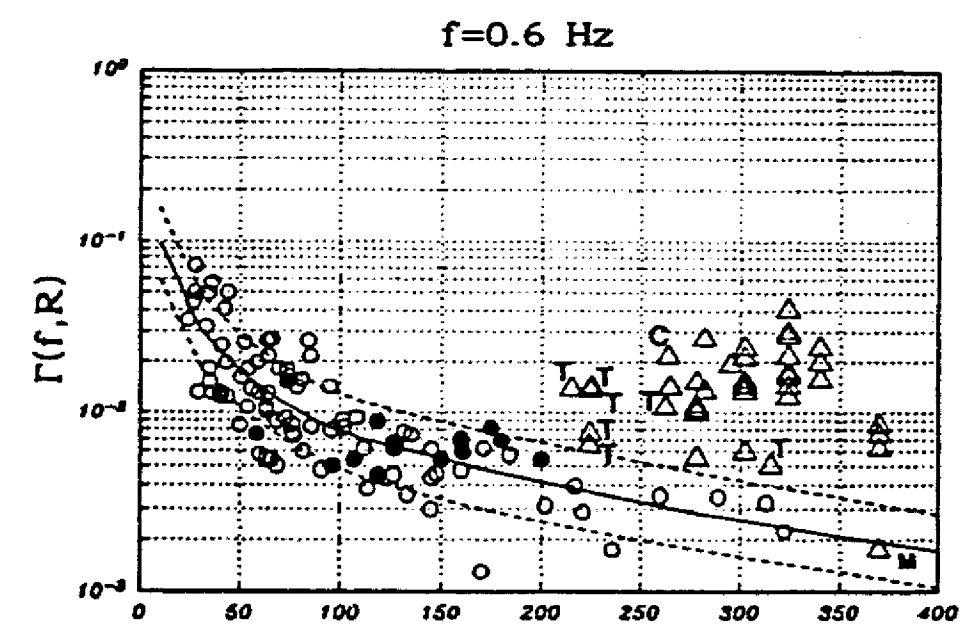


Figura 3.4 Continúa



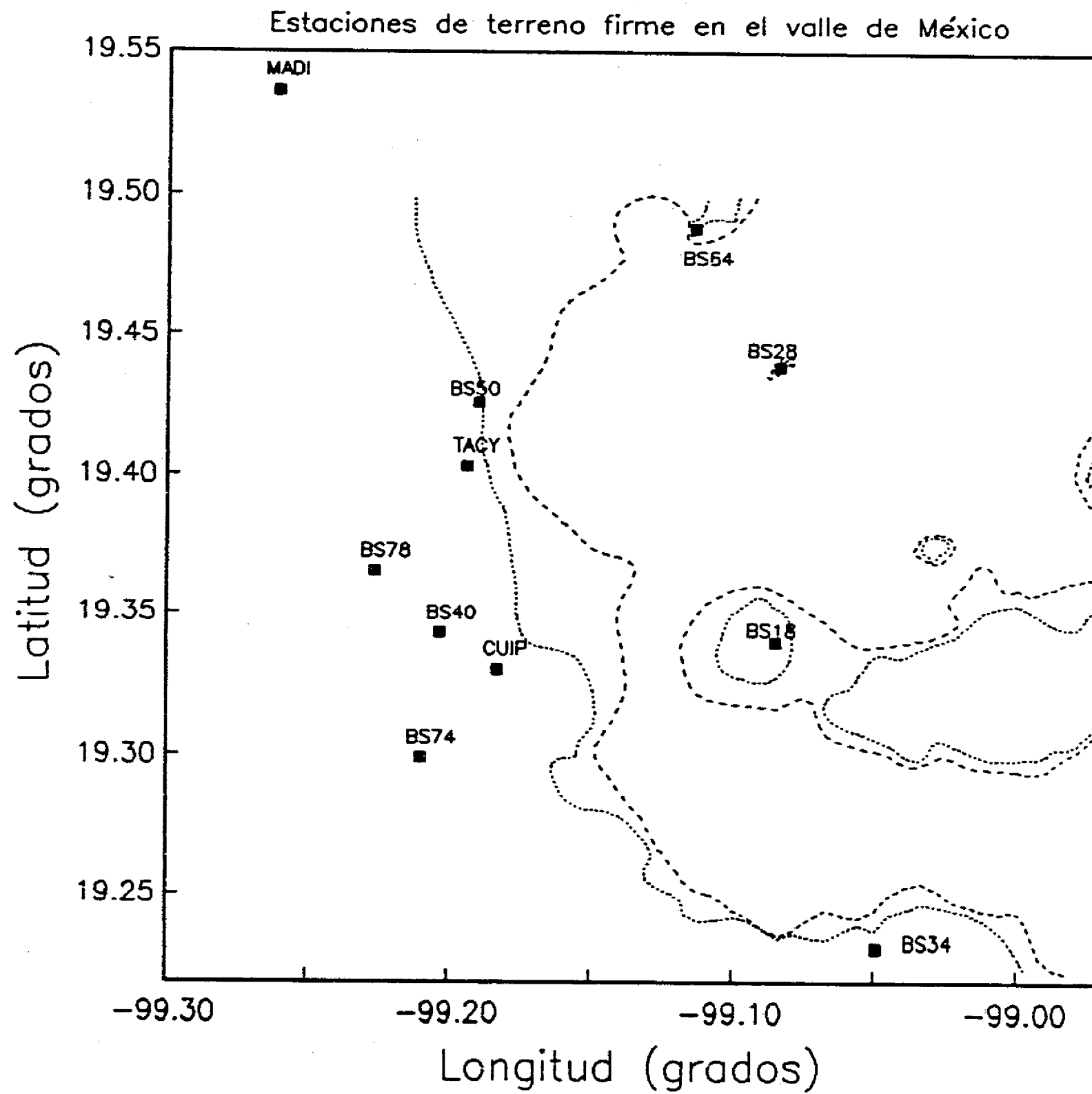


Figura 3.5 Mapa de la ciudad de México mostrando los límites entre zona de lomas y zona de transición (línea de puntos) y entre transición y zona de lago (línea discontinua). Se indica la localización de las estaciones donde se estimó amplificación de las ondas sísmicas.

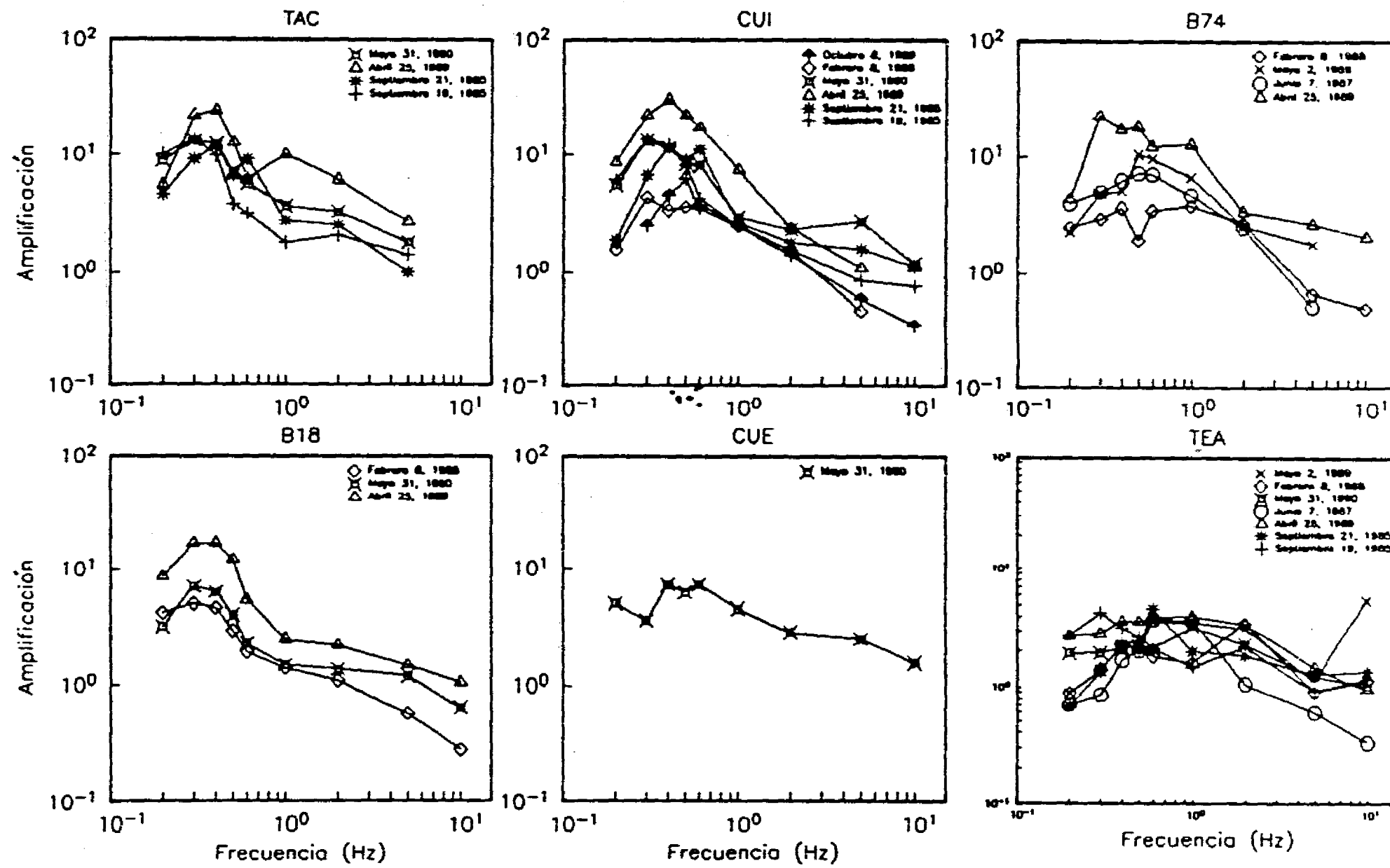


Figura 3.6 Amplificación, como función de frecuencia, para seis sitios seleccionados, cuatro en el valle de México, más Cuernavaca y Teacalco. Se presentan las amplificaciones observadas durante cada temblor. Nótese las diferencias en amplificación de temblor a temblor.

#### 4. ESPECTROS DE AMPLITUD DE FOURIER EN EL VALLE DE MÉXICO

Como se asienta en el capítulo anterior, las leyes de atenuación ahí determinadas no son aplicables a sitios de terreno firme del valle de México. En este capítulo se analizan datos registrados en una estación de terreno firme del valle de México a fin de determinar relaciones entre magnitud, distancia focal, y ordenadas del EAF. Existen dos estudios previos con este mismo fin (Castro *et al.*, 1988; Arciniega, 1990). La mayor parte de los datos usados por estos autores se reanalizan con un método bayesiano de regresión que presenta algunas ventajas sobre los métodos convencionales, como se discute en el inciso 4.1.

Se presenta también una técnica mediante la cual, a partir de los espectros estimados en sitios de terreno firme, es posible calcular los EAF en sitios de terreno blando o zona de transición para los que se disponga de registros acelerográficos

##### 4.1 Método de regresión bayesiana

La construcción de modelos sismológicos a alta frecuencia de los espectros de Fourier de temblores registrados a distancias grandes de sus fuentes reviste gran dificultad. Esto se debe, principalmente, a la falta de información detallada sobre la estructura de la tierra en el trayecto fuente-sitio. Por esta razón, es usual recurrir a modelos semiempíricos en los cuales la amplitud del EAF se hace depender de magnitud y distancia en una forma funcional sugerida por modelos teóricos de la fuente y de la propagación de las ondas sísmicas. Una de las formas funcionales más comúnmente usadas es la siguiente:

$$\ln A(f) = \ln C + \alpha_0(f) + \alpha_1(f)M + \alpha_2(f)\ln(R/R_x) - \ln R_x + \alpha_3(f)R \quad (4.1)$$

donde C fue definida en el capítulo 3. Esta relación entre A(f) -la ordenada del EAF-, M y R es una aproximación a la relación teórica señalada por el

modelo  $\omega^2$  (ver capítulos 2 y 3), donde se ha supuesto que el término de atenuación geométrica,  $T(R)$ , es de la forma

$$T(R) = \begin{cases} 1/R & \text{para } R \leq R_x \\ (1/R_x)(R/R_x)^{\alpha_2} & \text{para } R > R_x \end{cases}$$

$R_x$  es una distancia constante abajo de la cual se considera que predominan las ondas de cuerpo. Los coeficientes  $\alpha_0(\cdot)$ ,  $\alpha_1(\cdot)$ ,  $\alpha_2(\cdot)$  y  $\alpha_3(\cdot)$  son, en el caso general, funciones de la frecuencia. La naturaleza semiempírica del procedimiento consiste en que, partiendo de una forma funcional dictada por un modelo teórico, los coeficientes libres se determinan por métodos estadísticos a partir de los datos en que simultáneamente se hayan observado  $A(f)$ ,  $M$  y  $R$ .

Un método estadístico comúnmente usado en estos casos es el de mínimos cuadrados, del cual resulta que los coeficientes libres son tales que se minimiza el error cuadrático medio, es decir, el promedio de las diferencias cuadradas entre observación y predicción; los valores de los coeficientes así obtenidos coinciden con los estimadores de máxima verosimilitud cuando se acepta, por ejemplo, que el error logarítmico entre observación y predicción es una variable aleatoria con distribución normal de media nula. De hacerse así, la variable que se desea predecir -en este caso  $A(f)$ - también es una variable aleatoria, por lo que la ecuación de regresión, con todo rigor, predice el valor esperado de  $\ln A(f)$  condicionado a ciertos valores de  $M$  y  $R$ .

El método de máxima verosimilitud, no obstante su sencillez, presenta algunas desventajas: bajo ciertas circunstancias, es sumamente inestable. En particular, cuando el rango de las variables independientes  $M$  y  $R$  es estrecho, la solución es sumamente sensible a pequeños cambios en los datos y, frecuentemente, los valores de los parámetros así obtenidos se alejan considerablemente de los que sugieren los modelos físicos del fenómeno (Castro *et al.*, 1988; Arciniega, 1990). En la práctica, esto redundaría en que los resultados son difícilmente extrapolables más allá del rango de los datos. Por otra parte, las soluciones de máxima verosimilitud a problemas como el que aquí se presenta, implican que la varianza de la variable que se desea predecir (o su

coeficiente de variación, cuando lo que se predice es el logaritmo de la variable de interés) es constante, sin importar los valores de las variables independientes. Esto es intuitivamente inaceptable, puesto que si se considera que la varianza mide el grado de incertidumbre sobre la predicción, es razonable pensar que habrá más precisión en valores de las variables independientes para las que se disponga de observaciones que en valores fuera del rango de los datos.

Pero quizá el mayor inconveniente conceptual del uso del método de máxima verosimilitud es que gran cantidad de conocimiento sobre el fenómeno en cuestión permanece al margen del análisis. En efecto, siempre sabemos más del fenómeno que lo que dicen los datos. En el caso que nos ocupa, contamos con información teórica sobre cómo se atenúa el EAF y con datos de otras partes del mundo en que se han estimado coeficientes similares. Los métodos de estadística clásica no permiten incorporar este amplio conocimiento. En la práctica, los resultados de la aplicación directa del método de máxima verosimilitud son juzgados informalmente para aceptar o rechazar los valores obtenidos dependiendo de cuánto se alejen de los valores físicamente admisibles. Suele recurrirse también a fijar algunos de los coeficientes de acuerdo con consideraciones ajenas a los datos y efectuar regresión sobre los otros. Esto resta atractivo al método e impide detectar eventuales anomalías en los datos que se estudian.

Estos inconvenientes pueden superarse mediante la técnica de regresión bayesiana, misma que se describe a continuación.

Sea  $y$  el vector de observaciones de las variables dependientes, de dimension  $m \times 1$ , asociadas a una matriz de variables independientes -no aleatorias-,  $X$ , que tiene dimensiones  $m \times k$ . Suponemos que la relación entre  $y$  y  $X$  es de la siguiente forma:

$$y = X^T \alpha + e \quad (4.2)$$

donde  $\alpha$  es un vector que contiene los  $k$  coeficientes desconocidos y  $e$  es un vector de errores aleatorios con distribución conjunta normal, vector de

medias nulo y matriz de covarianzas, desconocida,  $C$ . Esta matriz es cuadrada, positiva definida y de orden  $m$ . Sea  $\mathcal{E}$  el evento consistente en la observación simultánea de realizaciones de  $y$ ,  $y_i$ ,  $i=1, \dots, n$  y sus matrices de variables independientes asociadas,  $X_i$ . Nótese que en cada evento se observan  $m$  variables dependientes. Deseamos estimar  $\alpha$ ; de acuerdo con el formalismo bayesiano, consideraremos que este vector y la matriz  $C$  son aleatorios. Puesto que las  $n$  observaciones de  $y_i$  son independientes, la verosimilitud del evento  $\mathcal{E}$ , condicionada a los valores de las variables  $C$  y  $\alpha$ , es simplemente el producto de  $n$  densidades gaussianas  $m$ -variadas

$$L_{\mathcal{E}|\alpha, C} = \prod_{i=1}^n |hQ|^{1/2} \exp\left(-\frac{h}{2} e_i^T Q e_i\right) \quad (4.3)$$

donde  $e_i = y_i - X_i^T \alpha$ ,  $C^{-1} = hQ$ ,  $h$  es un escalar no negativo, y  $Q$  es una matriz simétrica, positiva definida y de orden  $m$ . Nótese que en la ecuación 4.3, por tratarse de una verosimilitud, se han omitido todas las cantidades que no dependen de  $\alpha$ ,  $h$  o  $Q$ . La decisión de escribir  $C$  en términos de  $h$  y  $Q$  obedece a una mayor sencillez en los desarrollos algebraicos;  $h$  puede interpretarse como un factor de escala de la matriz de covarianzas y  $Q$  como una matriz que contiene tanto el esquema de correlación como los valores relativos entre varianzas. Desde luego, los estimadores de máxima verosimilitud para  $\alpha$  y  $C$  son aquellos que maximizan la ecuación anterior.

De acuerdo con el teorema de Bayes (Ang y Tang, 1975), las densidades de probabilidad de las variables consideradas aleatorias,  $\alpha$  y ahora  $h$  y  $Q$ , pueden obtenerse de la siguiente manera:

$$L''_{\alpha, h, Q}(\alpha, h, Q) \propto L_{\mathcal{E}|\alpha, h, Q} L'_{\alpha, h, Q}(\alpha, h, Q) \quad (4.4)$$

donde  $L'_{\alpha, h, Q}(\alpha, h, Q)$  es la verosimilitud previa (es decir, una cantidad proporcional a la densidad conjunta *a priori*) de las variables de interés y  $L''_{\alpha, h, Q}(\alpha, h, Q)$  es la correspondiente verosimilitud posterior, que incorpora tanto la información contenida en la verosimilitud previa como la contenida en los datos a través de  $L_{\mathcal{E}|\alpha, h, Q}$ .

La verosimilitud previa expresada, en términos de probabilidad, la intensidad

con que se cree que las variables pueden tomar determinados valores, antes de analizar los datos estadísticos. La verosimilitud conjunta de las variables  $\alpha$ ,  $h$  y  $Q$  debe fijarse con base en el conocimiento que se tenga sobre el fenómeno físico y debe reflejar, en principio, toda la información al alcance del analista, a excepción de la que se desprendería del examen de los datos. Es común utilizar como densidades de probabilidad previas las conjugadas naturales del proceso. Se entiende por densidad conjugada natural aquella cuya forma no cambia al incorporar la información estadística, experimentando solamente cambios en los valores de los parámetros que la definen, y que contiene el mínimo número posible de parámetros. A menos que se tenga evidencia en contra, el uso de densidades conjugadas naturales es razonable por dos razones: primero, por la sencillez matemática derivada de su uso; segundo, porque es intuitivamente atractivo el hecho de que la incorporación de nueva información sólo produzca cambios en los parámetros y no cambios en la densidad con que se describe el conocimiento sobre las variables. Esto es particularmente importante si se considera que el orden en que se introduzcan nuevos juegos de datos al proceso bayesiano de estimación no debería afectar el resultado final.

Por sencillez supondremos que las varianzas de todas las variables que integran el vector y son iguales, aunque desconocidas, y que, en principio, la estructura de correlación entre ellas es conocida (al discutir los datos de ordenadas del EAF en CU se justificarán estas hipótesis). En estas condiciones, la matriz  $Q^{-1}$  es constante (no depende de  $\alpha$  ni de  $h$ ) y las ecuaciones 4.3 y 4.4 toman las siguientes formas, respectivamente:

$$L_{\mathcal{E}|\alpha,h} = \prod_{i=1}^n h^{m/2} \exp\left(-\frac{h}{2} \mathbf{e}_i^T Q \mathbf{e}_i\right) \quad (4.5)$$

$$L''_{\alpha,h}(\alpha,h) \propto L_{\mathcal{E}|\alpha,h} L'_{\alpha,h}(\alpha,h) \quad (4.6)$$

Para  $L'_{\alpha,h}(\alpha,h)$  elegimos, por las razones expuestas, la densidad conjugada natural, que en este caso es

$$L'_{\alpha,h}(\alpha,h) = h^{r'-1} e^{-\lambda'h} |hR'|^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} (\alpha-\mu')^T R' (\alpha-\mu')\right] \quad (4.7)$$

Se observa que la densidad conjunta del vector  $\alpha$  ( $k \times 1$ ), condicionada a  $h$ , es gaussiana con vector de medias  $\mu'$  ( $k \times 1$ ) y matriz de covarianzas  $(hR)^{-1}$  ( $k \times k$ ). La densidad marginal de  $h$  es gama, con  $E'h = r'/\lambda'$  y  $c'^2 h = 1/r'$ , y la densidad conjunta de  $\alpha$ , no condicionada a  $h$ , puede obtenerse por integración de la ecuación 4.7 con respecto a  $h$ , de donde resulta que

$$L'_{\alpha}(\alpha) = \frac{1}{\left[1 + (\alpha - \mu')^T \frac{R'}{2\lambda'} (\alpha - \mu')\right]^{\frac{2r' + k}{2}}} \quad (4.8)$$

es decir, una densidad  $t$   $k$ -variada (Broemeling, 1985) con  $2r'$  grados de libertad, vector de medias  $\mu'$  y matriz de covarianzas  $T'$  dada por

$$T' = \frac{\lambda'}{r' - 1} R'^{-1} \quad (4.9)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.5 y 4.7 en la 4.6, y efectuando simplificación algebraica, se obtiene que la distribución posterior conjunta de  $\alpha$  y  $h$  es

$$L''_{\alpha, h}(\alpha, h) = h^{r''-1} e^{-\lambda'' h} |hR''|^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} (\alpha - \mu'')^T R'' (\alpha - \mu'')\right] \quad (4.10)$$

Nótese que por tratarse de densidades conjugadas naturales, la forma de las ecuaciones 4.7 y 4.10 es la misma, y que solo cambian los valores de los parámetros. Se deduce de la aplicación del teorema de Bayes que

$$r'' = r' + mn/2 \quad (4.11)$$

$$\lambda'' = \lambda' + \frac{1}{2} \left[ \mu'^T R' \mu' - \mu''^T R'' \mu'' + \sum_{i=1}^n y_i^T Q y_i \right] \quad (4.12)$$

$$R'' = R' + \sum_{i=1}^n X_i^T Q X_i \quad (4.13)$$

$$\mu'' = R''^{-1} \left[ R' \mu' + \sum_{i=1}^n X_i Q y_i \right] \quad (4.14)$$



Por lo anterior,  $E''h = r''/\lambda''$ ,  $c''^2h = 1/r''$ ,  $E''\alpha = \mu''$  y  $COV''\alpha = T''$ , donde

$$T'' = \frac{\lambda''}{r''-1} R''^{-1} \quad (4.15)$$

En vista de que  $h=1/\sigma^2$ , donde  $\sigma$  es la desviación estándar, y de que  $h$  tiene distribución gamma, resulta que  $E''\sigma = \lambda''^{1/2} \Gamma(r''-1/2)/\Gamma(r'')$ . Nótese que si se eligen para  $\alpha$  y  $h$  distribuciones previas no informativas ( $r'=1$ ,  $R'=0$ ),  $\mu''$  coincide con el estimador de máxima verosimilitud. Los términos  $R'$  en la ecuación 4.13 y  $R'\mu'$  en la ecuación 4.14 pueden interpretarse como las correcciones bayesianas a los estimadores de máxima verosimilitud. En  $R'$  y  $\mu'$  está contenida la mayor parte de la información *a priori* sobre el fenómeno físico. Estas correcciones vuelven muy estable el proceso de estimación.

Las ecuaciones anteriores definen por completo la densidad posterior conjunta de  $\alpha$  y  $h$ . Requerimos, sin embargo, la distribución posterior de  $y|Z$ , donde  $Z$  es una matriz de variables independientes cuyos valores asociados de  $y$  se desea calcular. A esta se le llama la distribución predictiva de  $y$ . Para esto basta calcular la densidad de  $e$  condicionada a  $\alpha$  y  $h$ , y después integrar con respecto a estas variables. Puesto que se desea predecir el valor de  $y|Z$ , de manera análoga a la ec 4.2,

$$e = y - Z^T \alpha \quad (4.16)$$

De efectuar estas operaciones, resulta que la densidad predictiva de  $y|Z$  es una  $t$   $m$ -variada con vector de medias  $u$  ( $m \times 1$ ),  $2r''$  grados de libertad y matriz de covarianzas  $G$  dadas por

$$u = D^{-1} Q Z^T B^{-1} R'' \mu'' \quad (4.17)$$

$$G = \frac{W}{r''-1} D^{-1} \quad (4.18)$$

donde

$$D = Q - Q Z^T B^{-1} Z Q \quad (4.19)$$

$$B = R'' + ZQZ^T \quad (4.20)$$

$$w = \lambda'' + \frac{1}{2} \left[ \mu''^T R'' \mu'' - \mu''^T R'' B^{-1} R'' \mu'' - u^T D u \right] \quad (4.21)$$

Puede verificarse que, como se esperaba, para valores de  $Z$  no muy fuera del rango para el que existen observaciones,

$$\begin{aligned} u &\cong Z^T \mu'' \\ D &\cong Q \end{aligned}$$

Sin embargo, el valor esperado de la varianza crece conforme  $Z$  se aleja de dicho rango.

Nótese además que la densidad  $t$  de Student, para un número grande de grados de libertad, tiende a ser gaussiana. De la ecuación 4.11 se observa que cuanto mayor el número de observaciones mayor el número de grados de libertad y la densidad predictiva de  $y|Z$  tiende a ser gaussiana. En otras palabras, aunque la densidad de  $y|\alpha, Z$  es gaussiana, la incertidumbre en  $\alpha$  hace que, a *posteriori*,  $y|Z$  tenga distribución  $t$ . Cuanto menor la incertidumbre en  $\alpha$ , lo cual se consigue aumentando el número de observaciones, más tiende  $y|Z$  a estar normalmente distribuido.

Las ecuaciones anteriores definen por completo el procedimiento de estimación bayesiana.

## 4.2 Aplicación al valle de México

### *Planteamiento*

La técnica descrita en el inciso anterior se aplicó al caso del valle de México para determinar leyes de atenuación del EAF. Para tal fin se analizaron datos de 22 temblores registrados en la estación Ciudad Universitaria, operada por el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Esta estación se seleccio-

nó principalmente por dos razones: (a) Es la estación del valle de México para la que se dispone del máximo número de registros acelerográficos, lo que incrementa la robustez del proceso de estimación; (b) Se encuentra en terreno firme (Zona I, de acuerdo con la zonificación sísmica del Reglamento para las Construcciones del DF), y consecuentemente está libre de los efectos de sitio producidos por los depósitos arcillosos del valle. Nótese que CU no está absolutamente libre de efectos de sitio, puesto que, por una parte, no se trata de un afloramiento de roca basal y, por otra parte, existe la amplificación regional que se discutió en el capítulo 3. Estos efectos de sitio en CU son irrelevantes para el método de estimación basado en funciones de transferencia empíricas, que se discute más adelante, puesto que dichas funciones se calculan precisamente con respecto a la estación CU; no son irrelevantes si se desea calcular funciones de transferencia mediante modelos teóricos, en vista de que estas se calculan con respecto a sitios libres de amplificación.

Los parámetros focales de los 22 temblores estudiados se presentan en la Tabla 4.1. En la figura 4.1 se presentan los EAF calculados a partir de los registros, suavizados con un filtro de promedio cuadrático móvil de 1/3 de octava. La banda de frecuencias en que las ordenadas de los EAF son confiables varía de temblor a temblor: la banda confiable es más ancha para temblores más intensos. Todos los EAF estudiados se consideraron confiables entre 0.25 y 5 Hz, por lo que las leyes de atenuación se establecen para 39 frecuencias dentro de este intervalo, el cual es suficientemente ancho para fines de ingeniería sísmica (nótese que, dadas las características geológicas y geotécnicas del valle de México, aun la aceleración máxima del terreno, controlada a distancias epicentrales pequeñas por energía de alta frecuencia ( $f > 10$  Hz), está asociada a ondas de entre 0.5 y 3 Hz).

Se estudiaron las ordenadas del EAF en dos componentes horizontales ortogonales, por lo que son dos las variables observadas en cada realización, esto es,  $m = 2$ . En un estudio previo (Arciniega, 1990) se observó que la dispersión estimada en ambos componentes era muy similar, por lo que en el presente estudio se decidió fijar de antemano esta condición. Por otra parte, se observó que la influencia de incertidumbres en el esquema de correlación entre las ordenadas del EAF en ambos componentes era muy limitada, por lo que se

decidió considerarlo conocido. Sin embargo, en el presente estudio se exploró la influencia de variar el esquema de correlación en los resultados.

Se adoptó el modelo lineal de la ecuación 4.1 para cada componente horizontal, es decir, se supuso que

$$E(\ln A_N(f) | M, R, \alpha) = \ln C + \alpha_{ON}(f) + \alpha_1(f)M + \alpha_2(f)\ln(R/R_x) + \alpha_3(f)R - \ln R_x \quad (4.22)$$

$$E(\ln A_E(f) | M, R, \alpha) = \ln C + \alpha_{OE}(f) + \alpha_1(f)M + \alpha_2(f)\ln(R/R_x) + \alpha_3(f)R - \ln R_x \quad (4.23)$$

donde  $\alpha^T = (\alpha_{ON}, \alpha_{OE}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  es el vector de incógnitas (consecuentemente  $k = 5$ ),  $R_x$  se tomó igual a 100 km por las razones expuestas en el capítulo anterior, y  $A_N$  y  $A_E$  son las ordenadas del EAF en los componentes NS y EW, respectivamente. En consecuencia, la matriz  $X_i$  y el vector  $y_i$ , asociados a la  $i$ ésima observación valen

$$X_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & M_i & \ln R_i & R_i \\ 0 & 1 & M_i & \ln R_i & R_i \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$y_i^T = (\ln A_{Ni}, \ln A_{Ei}) \quad (4.25)$$

En las ecuaciones 4.22 y 4.23 se ha introducido explícitamente la constante  $C$  (ver ecuación 3.1) para asociar las incógnitas  $\alpha_{ON}(f)$  y  $\alpha_{OE}(f)$  directamente al espectro de fuente.

#### Información previa

Como se menciona en el inciso 4.1, la posibilidad de incluir formalmente información previa es una de las características que dan mayor fuerza al planteamiento bayesiano. De un análisis del modelo  $\omega^2$  discutido en los capítulos 2 y 3, incluyendo los términos de atenuación, se desprende lo siguiente:

1) Los términos  $\alpha_{ON}(f)$  y  $\alpha_{OE}(f)$  están asociados tanto al espectro de fuente como a la amplificación debida a efectos de sitio, incluyendo la porción de  $\kappa$  que es independiente de la distancia (ver ecuaciones 2.13 y 2.15). Es poco lo que puede conjeturarse sobre los valores de los efectos de amplificación local sin incluir la información contenida en los registros acelerográficos. Sin embargo, en ausencia de efectos de sitio, los términos  $\alpha_{ON}(f)$  y  $\alpha_{OE}(f)$  estarían asociados exclusivamente a la fuente sísmica, al igual que el coeficiente  $\alpha_1(f)$  si se supone comportamiento lineal del suelo. En estas condiciones sí existe información previa sobre estos parámetros, puesto que el término  $C S(f)$  (ver ecuación 3.1), suponiendo un modelo de fuente  $\omega^2$ , vale  $C M_0 f^2 [1 + (f/f_c)^2]^{-1}$ , donde

$$C = \frac{R_{\theta\phi} 2/\sqrt{2} (2\pi)^2}{4\pi\rho\beta^3} \quad (4.26)$$

$$f_c = 49.1\beta(\Delta\sigma/M_0)^{1/3}$$

[ $\beta$  en cm/s,  $\Delta\sigma$  en bares,  $M_0$  en ergs]

El espectro de fuente, para una frecuencia dada y suponiendo un valor constante de la caída de esfuerzos,  $\Delta\sigma$ , puede aproximarse con una función lineal de la magnitud. Se supusieron  $\Delta\sigma = 100$  bares,  $\beta = 3.5 \times 10^5$  cm/s y  $\rho = 2.8$  gr/cm<sup>3</sup> y se obtuvieron los valores previos de  $\alpha_{ON}(f)$ ,  $\alpha_{OE}(f)$  y  $\alpha_1(f)$  que se presentan en la figura 4.2. El coeficiente  $\alpha_1(f)$  está asociado con el escalamiento del EAF con la magnitud, por lo que se considera mejor restringido por la teoría que los coeficientes  $\alpha_{ON}(f)$  y  $\alpha_{OE}(f)$ , que involucran efectos de sitio mucho menos conocidos. Por esta razón, se adoptó una desviación estándar previa de  $\alpha_1(f)$  igual a 1.0, mientras que para  $\alpha_{ON}(f)$  y  $\alpha_{OE}(f)$  se adoptó una desviación estándar previa de 3, lo cual equivale a considerar como probables a priori, desviaciones con respecto a los valores teóricos de casi dos órdenes de magnitud; esta es una distribución muy poco informativa.

2) La variable  $\alpha_2(f)$  está relacionada con la atenuación geométrica de las ondas. A las distancias con que tratamos ( $260 \text{ km} \leq R \leq 466 \text{ km}$  de acuerdo con la Tabla 4.1) predominan las ondas superficiales, por lo que es de esperarse

que  $E[\alpha_2(f)] = -0.5$  en el rango de frecuencias de interés. Se asignó a su desviación estándar previa un valor de 0.4, que cubre, con probabilidades no despreciables, los casos extremos de  $\alpha_2(f)=0$  (no existe atenuación con la distancia) y  $\alpha_2(f)=-1$ , correspondiente a atenuación de ondas de cuerpo.

3) El término  $\alpha_3(f)$  está relacionado con la atenuación inelástica, gobernada por el factor de calidad  $Q(f)$ , de la siguiente manera:

$$\alpha_3(f) = -\pi f / \beta Q(f) \quad (4.27)$$

Se adoptaron como valores esperados previos de  $\alpha_3(f)$  los correspondientes a los valores de  $Q(f)$  obtenidos en la regresión paramétrica del capítulo 3, es decir,  $Q(f) = 273f^{0.66}$ , suponiendo  $\beta = 3.5 \times 10^5$  cm/s. Se asignó a la distribución previa de este parámetro una desviación estándar de  $3 \times 10^{-8}$ , lo que equivale a aceptar un coeficiente de variación previo del orden de la unidad, en el rango de frecuencias de interés.

4) Como se ha supuesto que las desviaciones estándar en ambos componentes son iguales, aunque desconocidas, y que el esquema de correlación es conocido, resta solamente fijar una distribución previa a la precisión -inverso de la varianza- de las variables dependientes. Las leyes de atenuación derivadas en otras partes del mundo, tanto para las ordenadas del EAF como para otras cantidades ( $v$ ,  $g$ ,  $a_{\max}$ ,  $v_{\max}$ ), arrojan usualmente valores de la desviación estándar del logaritmo natural del orden de 0.7 (Idriss, 1985; Joyner y Boore, 1988). Se adoptó entonces 2 ( $\cong 1/0.7^2$ ) como valor esperado inicial de la precisión y un coeficiente de variación previo de 1, es decir,  $r' = 1$ .

Así quedan definidas por completo las distribuciones previas de los parámetros desconocidos, es decir, quedan definidas  $r'$ ,  $\lambda'$ ,  $\mu'$  y  $R'$ .

### Resultados

La aplicación de las ecuaciones 4.11 a 4.14 conduce a los valores de  $r''$ ,  $E''\sigma$  y  $\mu''$  que se presentan en las tablas 4.2 y 4.3. En la figura 4.3 se presentan

las desviaciones estándar posteriores de los parámetros que se estiman; por brevedad, no se presentan completas las 39 matrices  $R'$  (de orden 5). La variación de los parámetros  $\alpha$  con la frecuencia se presenta en la figura 4.2, donde se comparan con sus respectivos valores previos. Para fines de comparación  $\alpha_3(f)$  se ha expresado en términos de  $Q(f)$ . Para estos cálculos se supuso que  $Q = I$ , es decir, se aceptó independencia entre los componentes horizontales. La influencia de variaciones en el esquema de correlación se aprecia en la figura 4.4, donde se muestran las diferentes soluciones asociadas a diferentes valores de  $Q$ . Puede verse que, como hacen notar Rosenblueth y Ordaz (1990), la elección de  $Q$  no es decisiva en los primeros momentos de los parámetros a estimar, a excepción quizá de la precisión  $h$ . Se observa en la figura 4.4 que los mínimos valores de la desviación estándar se presentan para valores de  $\rho$ , el coeficiente de correlación entre las observaciones en dos componentes, del orden de 0.25. Esto sugiere que una estimación formal de  $\rho$ , posible dentro del formalismo bayesiano, conduciría a valores de este orden. La complejidad en esta estimación y la poca sensibilidad de los resultados a la selección de  $\rho$  hacen, a juicio del autor, innecesario tal refinamiento.

Por lo que se refiere a la distribución predictiva de  $y$ , esta se calculó para todas las combinaciones (M,R) contenidas en los datos. La mediana de las estimaciones, junto con los espectros observados, se presentan en la figura 4.1. En la figura 4.5 se muestran los dos primeros momentos estadísticos de los espectros predichos para diferentes magnitudes y distancias. Finalmente, en la figura 4.6 se presenta la mediana del EAF predicha para diferentes magnitudes, y distancia fija, mientras que en la figura 4.7 se ilustra la mediana del EAF para magnitud fija y diferentes distancias.

Como se ha comentado, los coeficientes  $\alpha_{ON}(f)$  y  $\alpha_{OE}(f)$  contienen información tanto del espectro de fuente como de efectos de amplificación local. No ha sido el propósito de este estudio el invertir por separado para fuente y sitio, sino contar con expresiones predictivas para el EAF en CU. Sin embargo, si se acepta que las fuentes sísmicas de todos los eventos son  $\omega^2$  con  $\Delta\sigma = 100$  bars, lo que resultaría de restar a los valores posteriores de  $\alpha_{ON}(f)$  y  $\alpha_{OE}(f)$  sus respectivos valores previos serían justamente funciones de frecuencia que describirían los efectos de sitio. Estas funciones se presentan

en la figura 4.8. Nótese que, a juzgar por las amplificaciones obtenidas en el capítulo 3 para la estación CU, los efectos de sitio inferidos en este capítulo parecen razonables, en vista de que los máximos aparecen en las frecuencias correctas y el orden de magnitud de la amplificación coincide.

Vale la pena señalar que para aproximar el término de fuente del modelo  $\omega^2$  en función de la magnitud existen alternativas al modelo lineal empleado. Se exploró el uso de una expresión de la forma  $\alpha_0(f) + \alpha_1(f)M + \alpha_2(f)M^2$  que aproxima mejor al espectro de fuente y que sigue siendo lineal en los coeficientes que se desean estimar. La mejoría en la predicción, sin embargo, no fue sustancial, y sí introduce 39 coeficientes extra en la estimación. Por esta razón se decidió conservar el modelo que se discutió originalmente.

### 4.3 Amplificación en la zona blanda del valle de México

#### *Funciones de transferencia empíricas*

La zona blanda del valle de México está formada por depósitos arcillosos con espesores que alcanzan hasta 115 m. Las arcillas del valle de México tienen características muy peculiares que han sido estudiadas y discutidas ampliamente en la literatura (ver, por ejemplo, Marzal y Mazari, 1969; Jaime, 1987). La enorme amplificación que producen estos mantos arcillosos en la amplitud de los movimientos del terreno, así como los drásticos cambios en su contenido de frecuencias, se estudiaron en México desde la década de los 50 (Herrera y Rosenblueth, 1965) y a principios de la década de los 60 se tuvieron evidencias instrumentales de estos fenómenos (Zeevaert, 1964). Las amplificaciones observadas hasta antes de la instalación de la densa red acelerométrica del valle de México (consultar, por ejemplo, Reinoso *et al*, 1990; Quaas, 1990; Otero, 1990, para una descripción de esta red, que actualmente cuenta con más de 100 instrumentos digitales) parecían ser adecuadamente explicadas con un modelo unidimensional de propagación de ondas de corte en un medio viscoelástico estratificado. Sin embargo, los registros obtenidos durante el gran temblor de septiembre de 1985, así como los registros de



temblores posteriores, hicieron ver que, si bien este modelo es útil para algunas zonas del valle, existen amplificaciones no atribuibles a la propagación unidimensional de ondas S. Diversos autores (por ejemplo, Campillo *et al*, 1988; Bard *et al*, 1988; Sánchez-Sesma *et al*, 1988) llegan a la conclusión de que las amplificaciones adicionales pueden achacarse a efectos de heterogeneidad lateral originados, principalmente, por la geometría del valle de México. Los modelos para calcular la respuesta sísmica de los depósitos arcillosos incluyendo efectos de heterogeneidad lateral son sumamente complejos, requieren una enorme capacidad de cómputo y, sobre todo, requieren de un grado de conocimiento de las propiedades de los materiales y la topografía profunda del valle superior al que se posee en la actualidad.

Sin embargo, la gran cantidad de registros acelerográficos obtenidos en las estaciones de la ciudad de México, proporciona una alternativa empírica para caracterizar la respuesta sísmica de la zona blanda. Sean  $a_f(t)$  y  $a_b(t)$  acelerogramas obtenidos en terreno firme y terreno blando, respectivamente, durante el mismo temblor. Sean  $A_f(f)$  y  $A_b(f)$  los correspondientes espectros de amplitud de Fourier. Entonces,

$$FT_{bf}(f) = A_b(f)/A_f(f) \quad (4.28)$$

es la función de transferencia empírica (FTE) del sitio de terreno blando con respecto al sitio de terreno firme. Si el valle de México fuera un sistema lineal determinista, que fuese excitado siempre en el mismo punto con ondas sísmicas del mismo tipo, bastaría la FTE obtenida a partir de un solo temblor para caracterizar con certeza el comportamiento de un sitio de terreno blando. En realidad, el valle de México es un sistema complejo en el que, aunque la hipótesis de linealidad es defensible (ver discusión mas adelante), no lo son las demás. Por ejemplo, dependiendo del azimut del tren de ondas incidente, el valle es excitado en una dirección preferencial. También, dependiendo del origen del temblor, de la forma de falla, y especialmente de la distancia focal, las ondas incidentes variarán de tipo. Por estas y otras razones son de esperarse variaciones en  $FT_{bf}(f)$  de temblor a temblor. Singh *et al* (1988a) analizaron las FTE entre diversos sitios de terreno blando y la estación acelerográfica de Ciudad Universitaria. Encontraron que, en general, las

variaciones de temblor a temblor, para la mayor parte de los sitios, son moderadas, y que independientemente del temblor, prevalecen características relevantes como las frecuencias asociadas a los primeros modos de vibrar del suelo en cada sitio. Evidentemente, por haber sido obtenidas de registros reales, las FTE incluyen todos los fenómenos que dan lugar a modificaciones de las señales de terreno firme. Posteriormente, con base en análisis más refinados y contando con un mayor número de datos, Reinoso *et al* (1990) señalan las características que deben tener los registros acelerográficos para que den lugar a una FTE confiable; estas características se refieren, especialmente, a amplitudes y duraciones mínimas de las señales, que preven- gan las dos principales causas de errores en los registros: la incompletez, derivada de los altos umbrales de disparo de algunos acelerógrafos, y los problemas de digitización, consecuencia de la baja ganancia de los instrumen- tos.

Aunque en principio es posible calcular la FTE completa, incluyendo amplitud y fase, la imposibilidad interpretar los complejos espectros de fase bajo la luz de modelos teóricos realistas, hace que por el momento esta información sea de nula utilidad. Por esta razón, nada diremos de las fases y nos concre- taremos a mostrar la utilidad de la amplitud de la FTE. Vale la pena hacer notar que las amplitudes de la FTE no se ven afectadas por el hecho de que los registros de terreno firme y terreno blando se obtengan con referencias de tiempo distintas. En efecto, sea  $\tau$  el tiempo de desfase entre los regis- tros  $a_b(t)$  y  $a_f(t)$ . Entonces, si  $A_f(f)$  es el espectro de Fourier de la señal en terreno firme, el espectro correspondiente en terreno blando será  $A_b(f)e^{-i\omega\tau}$ , donde  $\omega = 2\pi f$ . En estas condiciones,

$$|FT_{bf}(f)| = |A_b(f)| / |A_f(f)| \quad (4.29)$$

puesto que  $|e^{-i\omega\tau}| = 1$ , por lo que el desfasamiento es irrelevante si se trata sólo con amplitudes. Todos los planteamientos que siguen se refieren exclusivamente a amplitudes; por sencillez en la notación se omitirán los símbolos del operador amplitud.

En la figura 4.9 se presentan las FTE promedio (logarítmico) para algunos

sitios acelerográficos del valle de México, junto con los valores asociados a los cuantiles 16 y 84, suponiendo que las ordenadas de la FTE están lognormalmente distribuidas. En virtud de que no se cuenta con teorías convincentes para explicar la variabilidad de las FTE de un temblor a otro, el único recurso racional es achacar tales variaciones al azar y considerar explícitamente las incertidumbres. Supongamos que se conoce el EAF en el sitio de referencia en terreno firme,  $A_f(f)$ . Entonces, por definición,

$$A_b(f) = FT_{bf}(f) A_f(f) \quad (4.30)$$

Esta expresión es la base de la técnica que se propone usar para estimar movimientos fuertes en sitios de terreno blando del valle de México. Por las razones ya mencionadas,  $FT_{bf}(f)$  ha de considerarse una variable aleatoria. Si se asignan densidades de probabilidad a las ordenadas de  $FT_{bf}(f)$  y se estiman sus parámetros empíricamente, es posible obtener las densidades de probabilidad de  $A_b(f)$  y sus momentos estadísticos. Con base en las FTE promedio determinadas por Singh *et al* (1988a), se aplicó esta técnica para postdecir los espectros de respuesta que se habrían presentado durante el temblor del 19 de septiembre de 1985 en sitios acelerográficos del valle de México. Se partió del EAF registrado en CU durante este temblor y se aplicó la ecuación 4.30 para calcular los EAF en sitios de terreno blando. Dichos espectros, junto con una estimación de la duración de fase intensa, son suficientes para estimar los espectros de respuesta que se habrían presentado en estos sitios, a través de la teoría de vibraciones aleatorias, tal como se describe en el Apéndice 1. El procedimiento fue calibrado calculando los espectros en sitios para los que sí hubo registro durante el temblor de Michoacán. Los resultados son satisfactorios y dan confianza en el uso de esta técnica. En el Apéndice 4 se presentan estos resultados y se dan detalles sobre los alcances de la técnica propuesta.

Para fines de estimación de movimientos del terreno ante temblores futuros, no es posible dar por conocido el EAF en el sitio de referencia. En general se desea predecir el EAF en un sitio de terreno blando para un temblor prescrito por su magnitud y distancia focal. En el inciso 4.2 se presentó un método que permite estimar probabilísticamente los EAF en CU dadas la magnitud

y la distancia focal de un temblor. Así, la ecuación 4.30 toma la forma

$$A_b(f|M,R) = FT_{bf}(f) A_f(f|M,R) \quad (4.31)$$

donde la función de transferencia, por la linealidad supuesta, es independiente de magnitud y distancia. Ambas cantidades en el miembro del lado derecho son variables aleatorias. Nuevamente, si se conocen las densidades de probabilidad del miembro derecho, se conocen también las del miembro del lado izquierdo. En el inciso 4.2 se hizo la hipótesis de que  $A_f(f|M,R)$  está lognormalmente distribuido. Si se acepta la misma hipótesis para la FTE, resulta que, por ejemplo,

$$E[\ln A_b(f|M,R)] = E[\ln FT_{bf}(f)] + E[\ln A_f(f|M,R)] \quad (4.32)$$

En el capítulo 5 se discute la manera de calcular momentos estadísticos de funciones de estos espectros aleatorios, por ejemplo, los espectros de respuesta que se calculan vía teoría de vibraciones aleatorias.

En resumen, dadas la magnitud y la distancia focal de un temblor, es posible estimar, en términos de probabilidad, el EAF en CU, el sitio de referencia para las FTE. Si se dispone de estimaciones probabilistas de la FTE en un sitio de terreno blando, es posible determinar las densidades de probabilidad del EAF en el sitio blando en cuestión. A partir de esta descripción de  $A_b(f)$ , aunada a una estimación de la duración de fase intensa, es posible determinar, en principio, todos los momentos estadísticos de cualquier función de  $A_b(f)$ , como el espectro de respuesta. Dadas la magnitud y distancia focal, es posible determinar momentos estadísticos de los espectros de respuesta en terreno blando. El procedimiento descrito constituye entonces una ley de atenuación para estas últimas cantidades.

#### *Duración de la fase intensa del movimiento*

Para estimar espectros de respuesta a partir del EAF mediante el uso de la teoría de vibraciones aleatorias, es necesario contar con una estimación de

la duración de la fase intensa del movimiento. Ordaz y Reinoso (1987) analizaron registros obtenidos en el valle de México, tanto en terreno firme como en la zona blanda, y llegaron a la conclusión de que la duración de Arias (Arias, 1969) es una medida adecuada para estos fines. La duración de Arias se define como el lapso en que se acumula entre el 5 y el 95% de la intensidad de Arias en un acelerograma. Por su parte, la intensidad de Arias es proporcional a la integral de la aceleración cuadrada con respecto al tiempo.

La duración de fase intensa en el valle de México ha sido determinada a partir de los numerosos registros acelerográficos con que se cuenta (Reinoso et al, 1990). Para algunos temblores que han sido extensamente registrados ha sido posible construir mapas con curvas de igual duración de fase intensa (v g, los temblores del 25 de abril de 1989 (figura 4.10) y del 31 de mayo de 1990). Interesa contar con métodos que permitan estimar la duración de la fase intensa para temblores futuros, por lo que se examinarán brevemente algunos de los factores que más afectan esta cantidad.

En estaciones de terreno firme, o al menos en estaciones en que el periodo predominante no sea excesivamente largo, la duración de la fase intensa está relacionada con magnitud y distancia a través de relaciones del tipo

$$M = a_1 + a_2 R + a_3 \log T_f \quad (4.33)$$

donde  $T_f$  es una duración característica del sismograma. Lee et al (1972) y Real y Teng (1973) encuentran este tipo de relación. Havskov y Macías (1983) propusieron una relación empírica como la 4.33 con  $a_1 = 1.59$ ,  $a_2 = 2.4$  y  $a_3 = 0.00046$ , con  $T_f$  en segundos y R en km para determinar magnitud en algunas estaciones mexicanas. A partir de consideraciones sobre la duración de la ruptura puede encontrarse una relación entre magnitud y duración similar a la ecuación 4.33. En efecto, la duración de la ruptura no difiere mucho del inverso de la frecuencia de esquina (Singh et al, 1990). Esta cantidad, como se aprecia en la ecuación 2.11, es proporcional a  $M_0^{-1/3}$  y consecuentemente su logaritmo es una función lineal de la magnitud. De acuerdo con este modelo, la pendiente de esta relación lineal resultaría ser igual a 2. Existen pues razones físicas para suponer que la relación entre M, R y  $T_f$  es de la forma

presentada en la ecuación 4.33.

En el valle de México se observa que las duraciones en sitios firmes y blandos difieren enormemente (ver figura 4.10). Existe un claro alargamiento de la duración en sitios de terreno blando, por lo que una expresión como la 4.33 no sería útil para los sitios de terreno blando. Como una primera aproximación para modelar el alargamiento de la duración en terreno blando, supóngase que la respuesta de uno de estos sitios es similar a la de un sistema elástico de un grado de libertad. La fase forzada de la respuesta tendrá entonces una duración igual a la de terreno firme; al terminar esta fase, se presentará otra, de vibración libre, que supondremos responsable del aumento en duración. Sea  $T_L$  la duración de la fase de vibración libre, que definiremos como el tiempo necesario para que la amplitud de la oscilación sea una fracción pequeña, digamos  $u$ , de la amplitud máxima en esta misma fase. De acuerdo con la teoría de sistemas de un grado de libertad (Clough y Penzien, 1982),

$$\frac{a(nT_0)}{a(0)} = u = e^{-\omega_0 \xi n T_0} \quad (4.34)$$

donde  $a(nT_0)$  es la amplitud en el instante  $t = nT_0$ ,  $a(0)$  es la amplitud máxima de la fase de vibración libre que, sin pérdida de generalidad, se supone que ocurre cuando  $t = 0$ ,  $T_0$  es el periodo del oscilador,  $\xi$  su amortiguamiento expresado como una fracción del crítico y  $\omega_0 = 2\pi/T_0$  su frecuencia natural circular de vibración. Esta fórmula modela el *decremento logarítmico* de la oscilación. Puesto que  $u$  es una cantidad fijada de antemano,  $nT_0$  es por definición igual a la duración  $T_b$ . En estas condiciones, de la ecuación 4.34 se desprende que

$$T_b = -\frac{\ln u}{2\pi\xi} T_0 \quad (4.35)$$

Como  $u$  es una cantidad menor que la unidad, resulta que para un oscilador de un grado de libertad la duración de la "fase intensa" de la vibración libre es proporcional al periodo del oscilador e inversamente proporcional a su

amortiguamiento. Aceptando este modelo, y notando que la duración de la fase libre debe añadirse a la de la fase forzada, resulta que la duración total,  $T_*$ , es de la forma

$$T_* = T_f + T_L = K_1 \exp(K_2 M - K_3 R) + K_4 T_0 \quad (4.36)$$

Los datos existentes para el valle de México sugieren que la duración de fase intensa sigue aproximadamente una ley como la de la ecuación 4.36 con  $K_1=14.5$ ,  $K_2=0.374$ ,  $K_3=0.005$  y  $K_4=13.2$  cuando los periodos están en segundos y la distancia en km. Esta expresión puede usarse para estimar la duración ante temblores futuros.

#### *Combinación de técnicas*

Si se recurre exclusivamente a la técnica de estimación descrita, no se está incluyendo toda la información de que se dispone. Por ejemplo, se están dejando fuera el conocimiento sobre las propiedades geotécnicas de los suelos y los resultados que arrojaría un análisis numérico de la respuesta del valle de México que hiciera uso de tal información. Se estarían ignorando también las poderosas técnicas de estimación de movimientos fuertes basadas en el uso de registros de temblores pequeños como funciones de Green empíricas (Hartzell, 1978; Irikura, 1983; Joyner y Boore, 1988). Sin embargo, si se emplean varias técnicas para predecir movimientos fuertes, es muy probable que se obtengan resultados diferentes entre sí; esto puede ocurrir como resultado de la manera en que cada técnica haga uso de una parte del total de la información disponible. Parece intuitivamente aceptable que la mejor predicción es aquella que hace uso de la mayor cantidad de información y combina racionalmente los resultados obtenidos de cada técnica en lo individual. Se describe brevemente a continuación un procedimiento, basado en la estadística bayesiana, cuyo propósito es precisamente combinar la información proveniente de fuentes parcialmente correlacionadas (puesto que, en general, utilizan bases de datos parcialmente comunes) y que suministran respuestas distintas. Los detalles, así como la justificación de las hipótesis adoptadas, se dan en

el Apéndice 5.

Sean  $Y$  una variable que desea estimarse con base en los resultados que suministran  $n$  técnicas y  $X = \ln Y$ . Cada una de ellas, digamos la  $i$ ésima, proporciona como resultado una densidad de probabilidades de  $Y$ , que supondremos lognormal, caracterizada por dos momentos:  $x_i = E \ln Y_i$ , y  $\sigma_i = \sigma \ln Y_i$ . El error en la  $i$ ésima estimación,  $e_i$ , definido como

$$e_i = X - x_i \quad (4.37)$$

tendrá distribución normal, que supondremos de media nula (ausencia de sesgo o error sistemático), y desviación estándar  $\sigma_i$ . La densidad de probabilidades conjunta del vector aleatorio  $e$ , cuyos elementos son las variables  $e_i$ , tendrá entonces distribución normal multivariada con vector de medias nulo y matriz de varianzas y covarianzas  $C$  tal que

$$C_{ij} = \begin{cases} \sigma_i^2 & (i=j) \\ \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j & (i \neq j) \end{cases} \quad (4.38)$$

donde  $\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación entre las estimaciones de las técnicas  $i$  y  $j$ . Si se conocen -o se asignan- los coeficientes de correlación, queda totalmente definida la matriz  $C$ . En estas condiciones, y si se acepta para  $X$  una distribución de probabilidades previa no informativa, la aplicación del teorema de Bayes lleva a la conclusión (Rosenblueth y Ordaz, 1990) de que, dadas las estimaciones de las  $n$  técnicas,  $X$  debe verse como una variable aleatoria, cuya distribución es también normal con momentos dados por

$$E^*X = \mathbf{x}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{j} / h \quad (4.39)$$

$$\sigma^{*2}X = 1/h \quad (4.40)$$

$$h = \mathbf{j}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{j} \quad (4.41)$$

donde  $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  y  $\mathbf{j}$  es un vector  $n$ -dimensional de unos. Puesto que  $Y = e^X$ , los momentos de  $Y$  pueden obtenerse fácilmente (por ejemplo, Benjamín



y Cornell, 1970). Nótese que la ecuación 4.39 implica que la esperanza posterior de  $X$  es un promedio pesado de las estimaciones suministradas por cada técnica; si  $C$  es diagonal -las técnicas son independientes- los factores de peso son los inversos de las varianzas de cada técnica. En el caso general, el factor de peso dependerá también de los coeficientes de correlación. Rosenblueth y Ordaz (1990) hacen ver que el esquema de correlación tiene poca influencia en el valor esperado de  $X$ , aunque en ocasiones resulta decisivo en la estimación del segundo momento.

#### *El problema no lineal*

El uso de FTE para estimar movimientos ante temblores futuros en sitios de terreno blando implica aceptar, como se ha mencionado, comportamiento no lineal del suelo. Es un hecho experimental que todos los materiales de que están formados los suelos experimentan una degradación del módulo de rigidez,  $G$ , a medida que crecen las deformaciones angulares a que son sometidos (ver, por ejemplo, Ishihara, 1986). La rapidez con que se degrada  $G$  depende del tipo de fuerzas que suministran resistencia al suelo, y en el caso de suelos cohesivos, está relacionada fuertemente con algunas propiedades índice, especialmente con el índice de plasticidad, IP (Dobry y Vucetic, 1987; Jaime, 1987; Romo et al, 1989). En la figura 4.11 se presentan curvas de variación de  $G/G_{\max}$ , donde  $G_{\max}$  es el módulo de rigidez medido a deformaciones angulares infinitesimales, con respecto a la deformación angular,  $\gamma$ , para arcillas de diferentes partes de la zona del lago del valle de México. Puede observarse que cuanto mayor el IP mayor la deformación angular para la que  $G$  permanece prácticamente constante, es decir, mayor el rango de deformaciones para las que el comportamiento del suelo es casi lineal.

Singh et al (1988), comparando FTE obtenidas durante temblores pequeños y moderados con las calculadas con los registros, llegan a la conclusión de que la similitud entre ellas sugiere efectos no lineales apenas perceptibles. Jaime (1987) encuentra que las deformaciones angulares inducidas por el gran temblor de 1985 en la Central de Abastos (CA; ver figura 4.10 para su localización) produjeron reducciones moderadas en el módulo de rigidez del suelo.

En el Apéndice 6 se presenta un estudio detallado de la respuesta sísmica de los depósitos arcillosos en los sitios Tláhuac Bombas y Tláhuac Deportivo, localizados al sureste del valle de México en la cuenca Xochimilco-Chalco. Estas estaciones son de particular interés para fines de evaluar el comportamiento no lineal pues las arcillas de esa zona presentan índices de plasticidad relativamente bajos (del orden de 150) por lo que, según se aprecia en la figura 4.11, es en esta zona donde serían de esperarse mayores evidencias de este fenómeno. En el Apéndice 6 se modela el comportamiento no lineal del suelo mediante el método de las características (Streeter *et al*, 1974a, 1974b) utilizando un modelo de variación de  $G/G_{max}$  versus  $\gamma$  del tipo Ramberg-Osgood (Ishihara, 1986), el cual, como se muestra en la figura 4.11, describe razonablemente los resultados experimentales para arcillas del valle. Los resultados del cálculo se comparan con los registros obtenidos durante los temblores del 19 de septiembre de 1985 y el 25 de abril de 1989. Se llega a la conclusión de que existen bases firmes para admitir comportamiento lineal del suelo por lo menos hasta deformaciones angulares similares a las experimentadas en septiembre de 1985.

Con estos argumentos, se considera que el uso de FTE para caracterizar la respuesta sísmica del valle de México es adecuado hasta niveles de intensidad razonablemente elevados. Se considera también que, en la actualidad, constituye la mejor alternativa para estimar movimientos fuertes en la zona blanda del valle de México.

Tabla 4.1

Datos focales de los eventos usados para determinar leyes de atenuación del EAF en Ciudad Universitaria

EVENTO No	FECHA	COORDENADAS		MAGNITUD	DISTANCIA km
		Lat	Long		
1	23 AGO 1965	16.28	96.02	7.8	466
2	02 AGO 1968	16.25	98.08	7.4	326
3	01 FEB 1976	17.15	100.23	5.6	282
4	19 MAR 1978	16.85	99.90	6.4	285
5	29 NOV 1978	16.00	96.69	7.8	414
6	29 NOV 1978	16.00	96.69	7.8	414
7	14 MAR 1979	17.46	101.46	7.6	287
8	25 OCT 1981	17.75	102.25	7.3	339
9	07 JUN 1982	16.35	98.37	6.9	304
10	07 JUN 1982	16.45	98.54	7.0	303
11	19 SEP 1985	18.14	102.71	8.1	295
12	19 SEP 1985	18.14	102.71	8.1	295
13	19 SEP 1985	18.14	102.71	8.1	295
14	21 SEP 1985	17.62	101.82	7.6	318
15	21 SEP 1985	17.62	101.82	7.6	318
16	30 ABR 1986	18.42	102.99	7.0	409
17	08 FEB 1988	17.00	101.00	5.8	289
18	25 ABR 1989	16.00	99.00	6.9	304
19	08 OCT 1989	17.92	100.21	5.1	260
20	13 ENE 1990	16.84	99.65	5.0	282
21	11 MAY 1990	17.15	100.85	5.3	295
22	31 MAY 1990	17.15	100.85	6.1	295

Tabla 4.2 Valores de  $r''$  y  $E''\sigma$

f (Hz)	$r''$	$E''\sigma$
0.250	16	9.0533D-01
0.256	16	8.9435D-01
0.263	16	8.8693D-01
0.270	16	8.8557D-01
0.278	16	8.9658D-01
0.286	16	8.8433D-01
0.294	16	8.6165D-01
0.303	23	8.8192D-01
0.313	23	8.8604D-01
0.323	23	9.1572D-01
0.333	23	9.4115D-01
0.345	23	9.2741D-01
0.357	23	9.1678D-01
0.370	23	9.2652D-01
0.385	23	9.0802D-01
0.400	23	8.8587D-01
0.417	23	8.4689D-01
0.435	23	8.1365D-01
0.455	23	7.5794D-01
0.476	23	6.9810D-01
0.500	23	6.9670D-01
0.526	23	6.9785D-01
0.556	23	7.1053D-01
0.588	23	7.0709D-01
0.625	23	6.6888D-01
0.667	23	6.4581D-01
0.714	23	6.3082D-01
0.769	23	6.3517D-01
0.833	23	6.1840D-01
0.909	23	5.5250D-01
1.000	23	5.3355D-01
1.111	23	5.5146D-01
1.250	23	5.3118D-01
1.429	23	5.1695D-01
1.667	23	5.3222D-01
2.000	23	5.1510D-01
2.500	23	5.0366D-01
3.333	23	5.1369D-01
5.000	23	5.6566D-01

Tabla 4.3 Esperanzas posteriores de los parámetros a estimar

f (Hz)	$E''\alpha_{ON}(f)$	$E''\alpha_{OE}(f)$	$E''\alpha_1$	$E''\alpha_2$	$E''\alpha_3$
0.250	4.3581D+01	4.3704D+01	1.8592D+00	-4.3148D-01	-1.2617D-08
0.256	4.3661D+01	4.3813D+01	1.8571D+00	-4.2828D-01	-1.2264D-08
0.263	4.3706D+01	4.3864D+01	1.8553D+00	-4.2760D-01	-1.2242D-08
0.270	4.3751D+01	4.3896D+01	1.8588D+00	-4.2541D-01	-1.1917D-08
0.278	4.3762D+01	4.3972D+01	1.8634D+00	-4.2682D-01	-1.2287D-08
0.286	4.3792D+01	4.4020D+01	1.8732D+00	-4.3036D-01	-1.2978D-08
0.294	4.3921D+01	4.4102D+01	1.8727D+00	-4.3326D-01	-1.3592D-08
0.303	4.4559D+01	4.4811D+01	1.8098D+00	-4.7658D-01	-2.2273D-08
0.313	4.4749D+01	4.4997D+01	1.7907D+00	-4.8029D-01	-2.3203D-08
0.323	4.4982D+01	4.5204D+01	1.7684D+00	-4.8285D-01	-2.4040D-08
0.333	4.5149D+01	4.5377D+01	1.7532D+00	-4.8575D-01	-2.4797D-08
0.345	4.5385D+01	4.5640D+01	1.7382D+00	-4.9017D-01	-2.6042D-08
0.357	4.5575D+01	4.5784D+01	1.7255D+00	-4.9252D-01	-2.6757D-08
0.370	4.5692D+01	4.5957D+01	1.7171D+00	-4.9641D-01	-2.7874D-08
0.385	4.5793D+01	4.6100D+01	1.7068D+00	-4.9874D-01	-2.8537D-08
0.400	4.5970D+01	4.6342D+01	1.6824D+00	-4.9706D-01	-2.8642D-08
0.417	4.6175D+01	4.6535D+01	1.6470D+00	-4.8419D-01	-2.6531D-08
0.435	4.6339D+01	4.6642D+01	1.6221D+00	-4.7757D-01	-2.5488D-08
0.455	4.6183D+01	4.6436D+01	1.6549D+00	-4.8077D-01	-2.5643D-08
0.476	4.6186D+01	4.6375D+01	1.6724D+00	-4.8345D-01	-2.6220D-08
0.500	4.6359D+01	4.6553D+01	1.6548D+00	-4.7951D-01	-2.6059D-08
0.526	4.6401D+01	4.6693D+01	1.6621D+00	-4.9156D-01	-2.8701D-08
0.556	4.6541D+01	4.6898D+01	1.6433D+00	-4.9350D-01	-2.9746D-08
0.588	4.7100D+01	4.7384D+01	1.5542D+00	-4.7854D-01	-2.8149D-08
0.625	4.7125D+01	4.7378D+01	1.5569D+00	-4.9276D-01	-3.0977D-08
0.667	4.7348D+01	4.7466D+01	1.5248D+00	-4.9785D-01	-3.2217D-08
0.714	4.7573D+01	4.7561D+01	1.5093D+00	-5.1700D-01	-3.5927D-08
0.769	4.7812D+01	4.7845D+01	1.4740D+00	-5.2851D-01	-3.8673D-08
0.833	4.8064D+01	4.8126D+01	1.4294D+00	-5.2378D-01	-3.8585D-08
0.909	4.8219D+01	4.8370D+01	1.3869D+00	-5.0639D-01	-3.6209D-08
1.000	4.8384D+01	4.8508D+01	1.3710D+00	-5.0395D-01	-3.6474D-08
1.111	4.8444D+01	4.8446D+01	1.3717D+00	-5.0865D-01	-3.8179D-08
1.250	4.8520D+01	4.8474D+01	1.3663D+00	-5.2568D-01	-4.2599D-08

El modelo de estimación es el siguiente:

$$E \ln(A_{NS}(f) | M, R) = \ln C + \alpha_{ON}(f) + \alpha_1(f)M + \alpha_3(f) \ln(R/R_x) - \ln R_x + \alpha_2(f)R$$

$$E \ln(A_{EW}(f) | M, R) = \ln C + \alpha_{OE}(f) + \alpha_1(f)M + \alpha_3(f) \ln(R/R_x) - \ln R_x + \alpha_2(f)R$$

$$C = R \frac{2/\sqrt{2} (2\pi)^2}{\varphi\beta 4\pi\rho\beta^3} \quad R \text{ y } R_x \text{ en cm, } \beta \text{ en cm/s, } \rho \text{ en gr/cm}^3$$

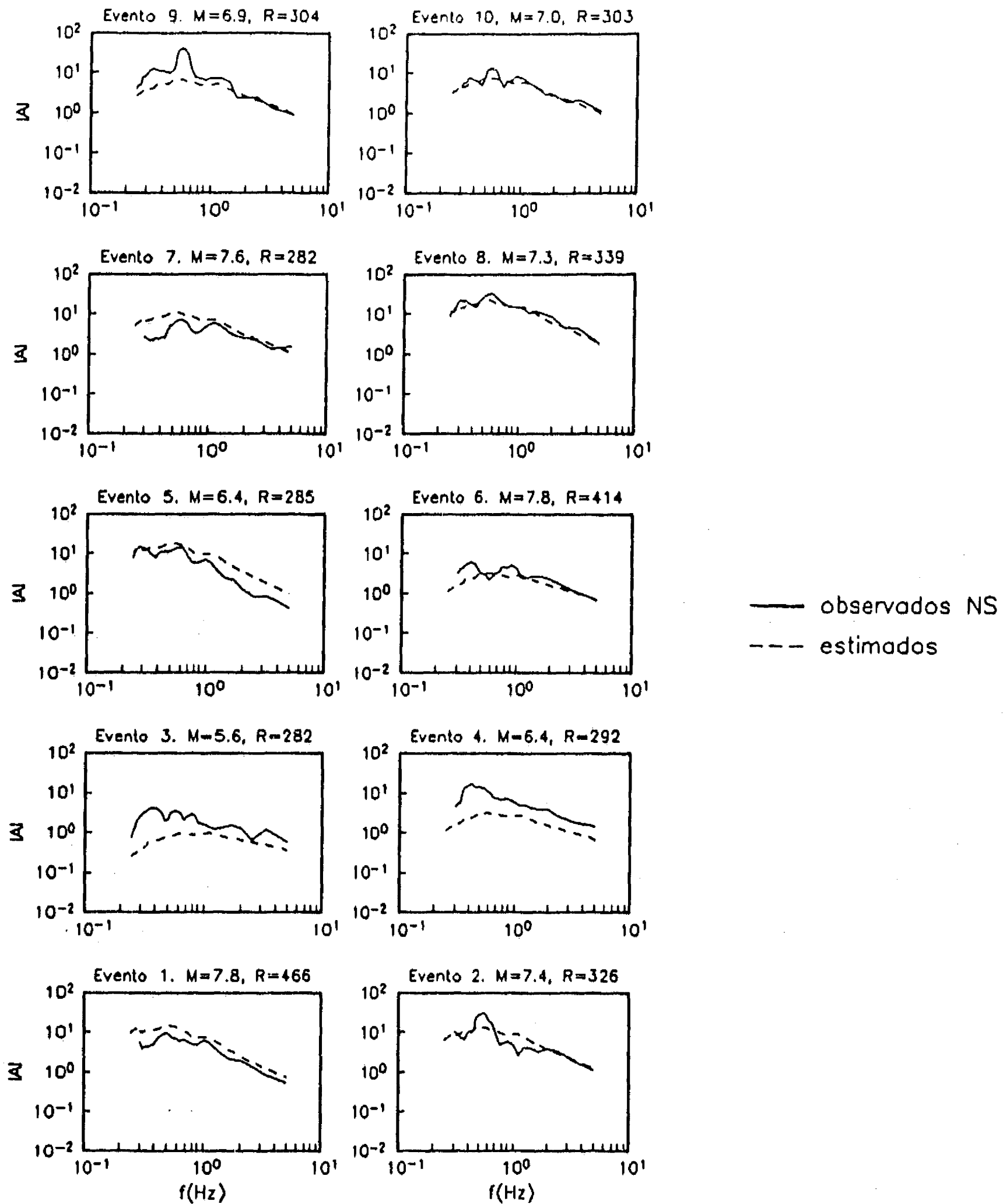


Figura 4.1 Línea continua: espectros de amplitud de Fourier suavizados de los registros acelerográficos usados en el estudio, para cada uno de los temblores y componentes horizontales. Las características de cada evento se presentan en la Tabla 4.1. Línea discontinua: mediana de los espectros de amplitud de Fourier predichos con la técnica de regresión que se describe en el texto.

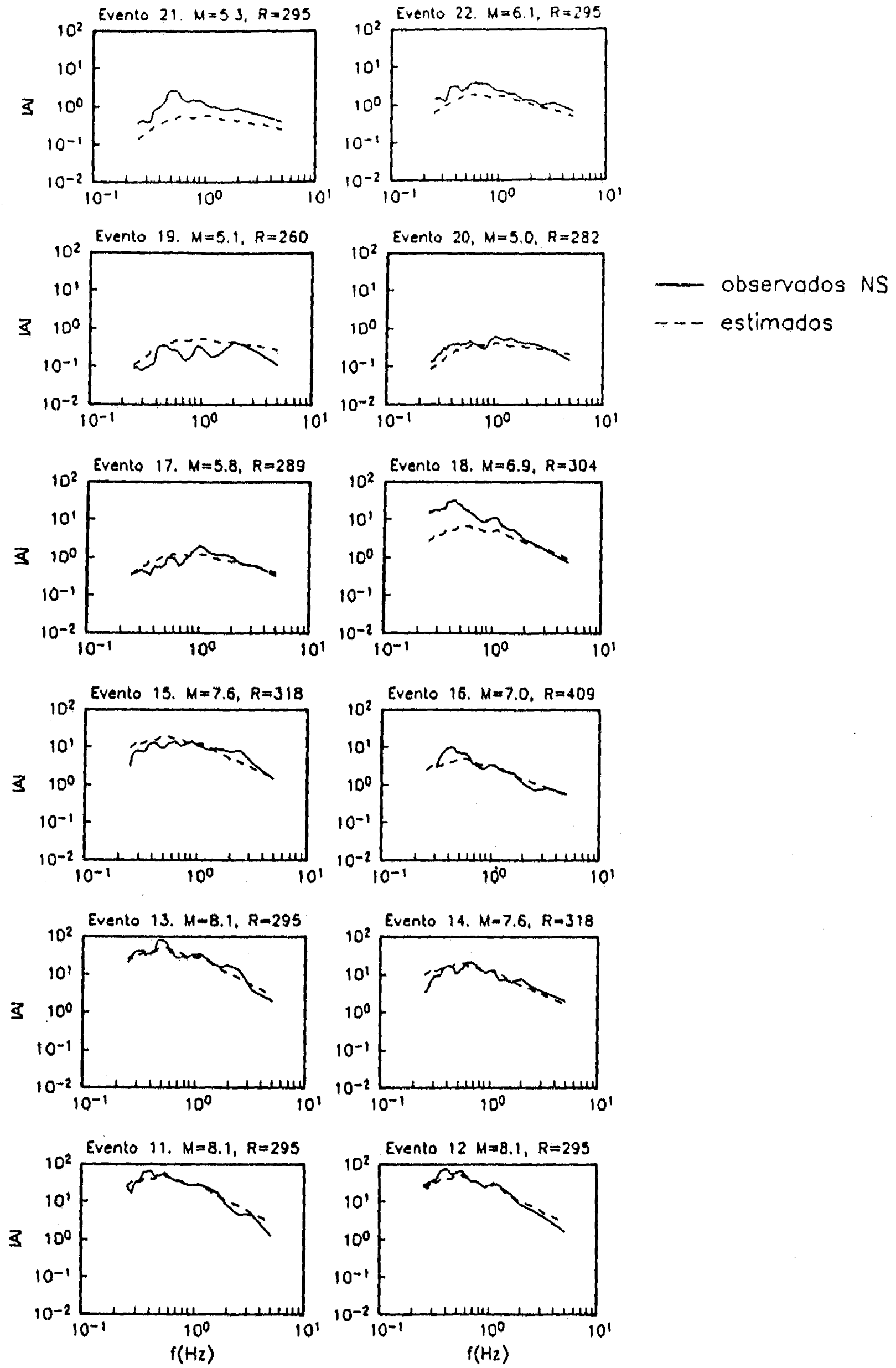


Figura 4.1 Continúa

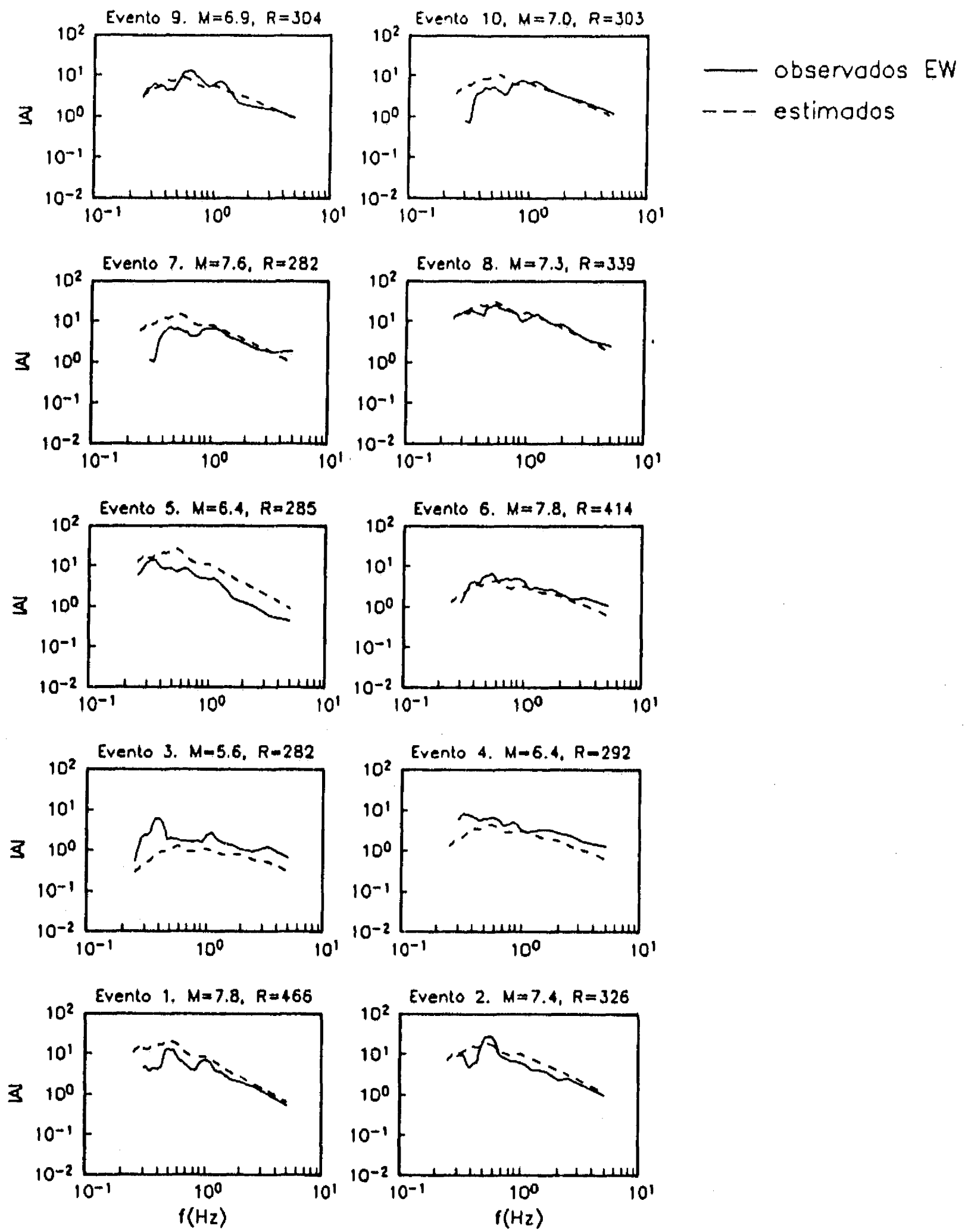


Figura 4.1 Continúa



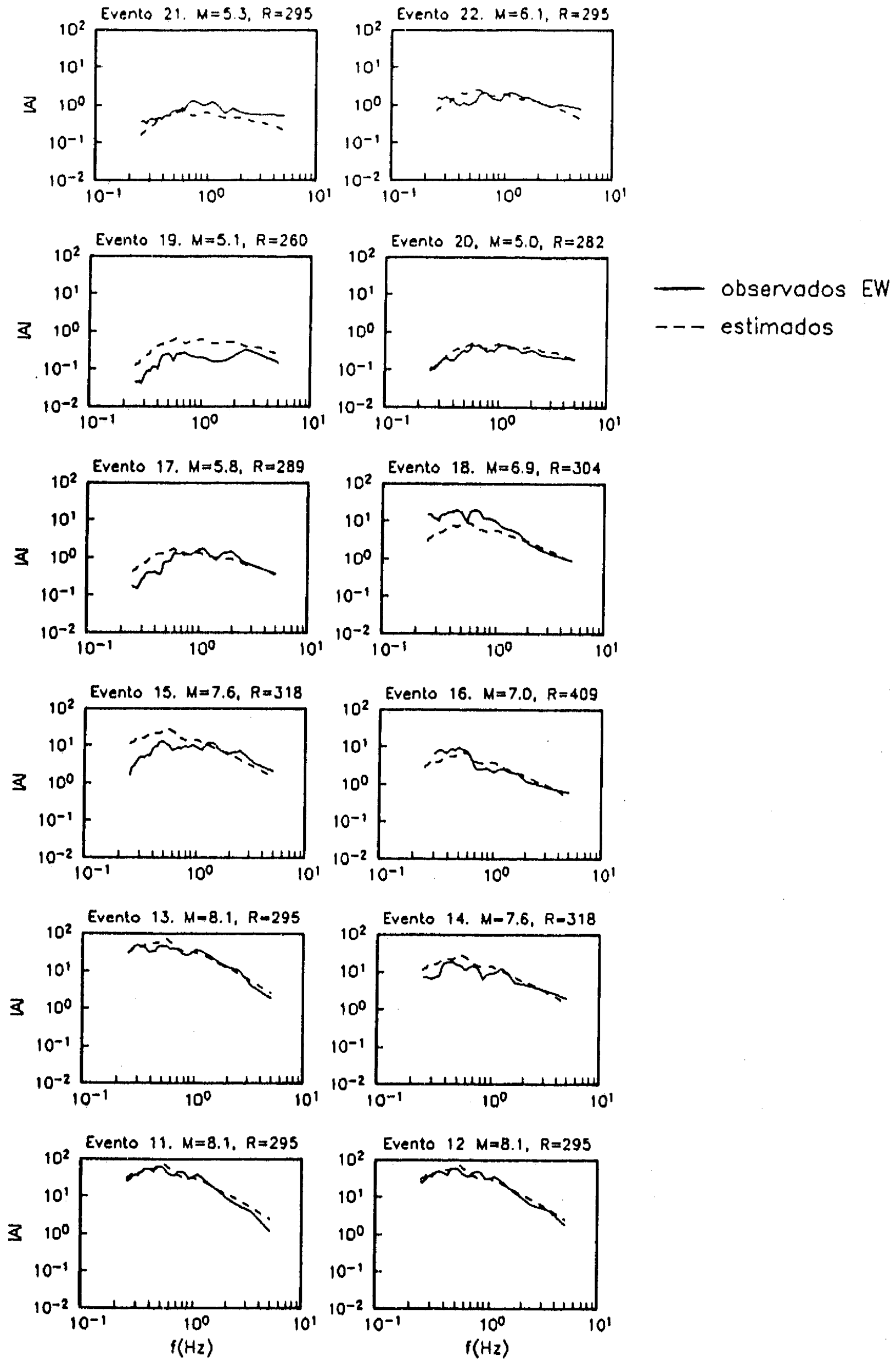


Figura 4.1 Continúa

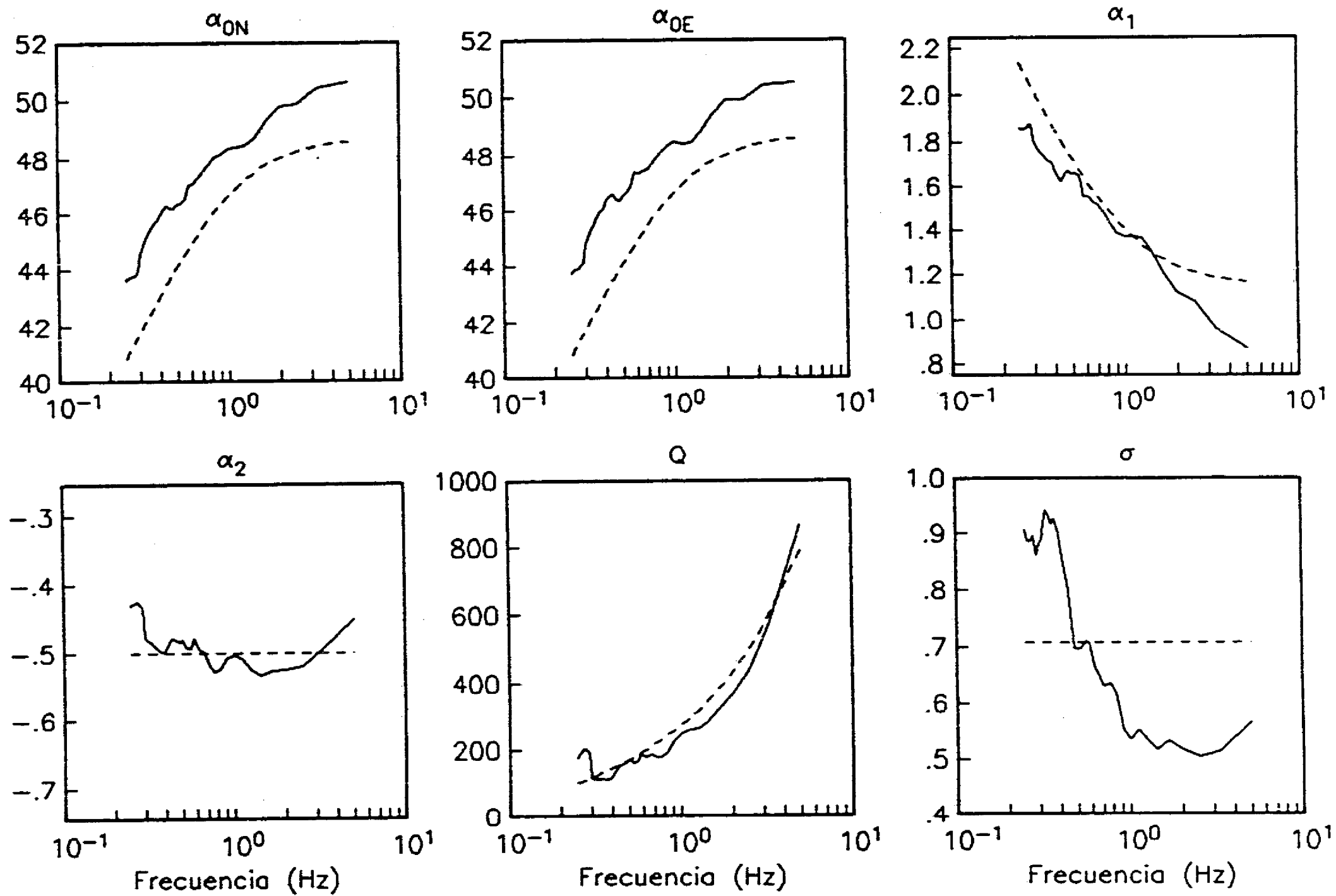


Figura 4.2 Línea discontinua: esperanzas previas de cada uno de los parámetros del modelo semiempírico de regresión, determinadas con base en consideraciones sismológicas. Línea continua: esperanzas posteriores obtenidas con el método bayesiano que se describe en el texto.

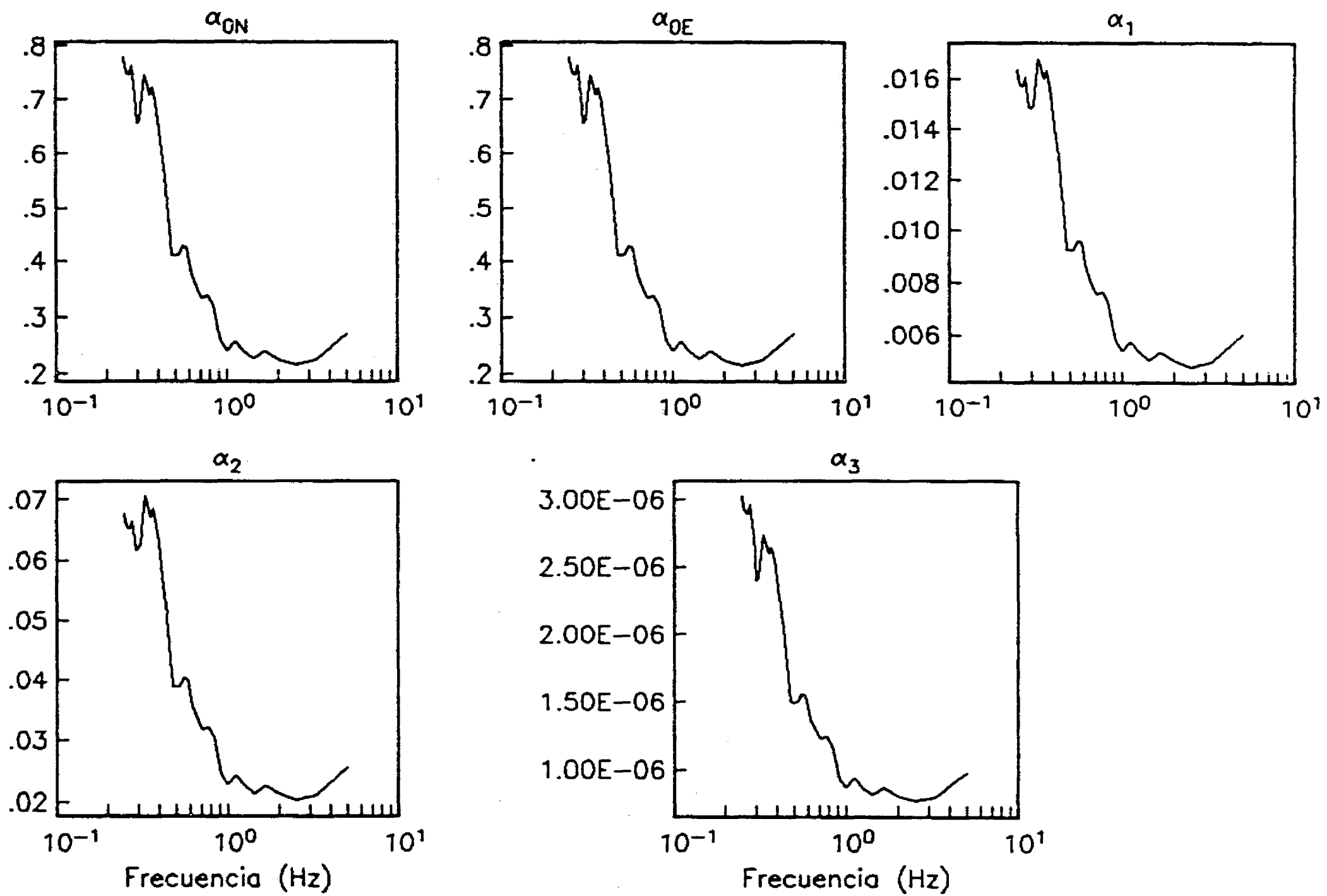


Figura 4.3 Desviación estándar posterior de cada uno de los parámetros del modelo semiempírico de regresión.

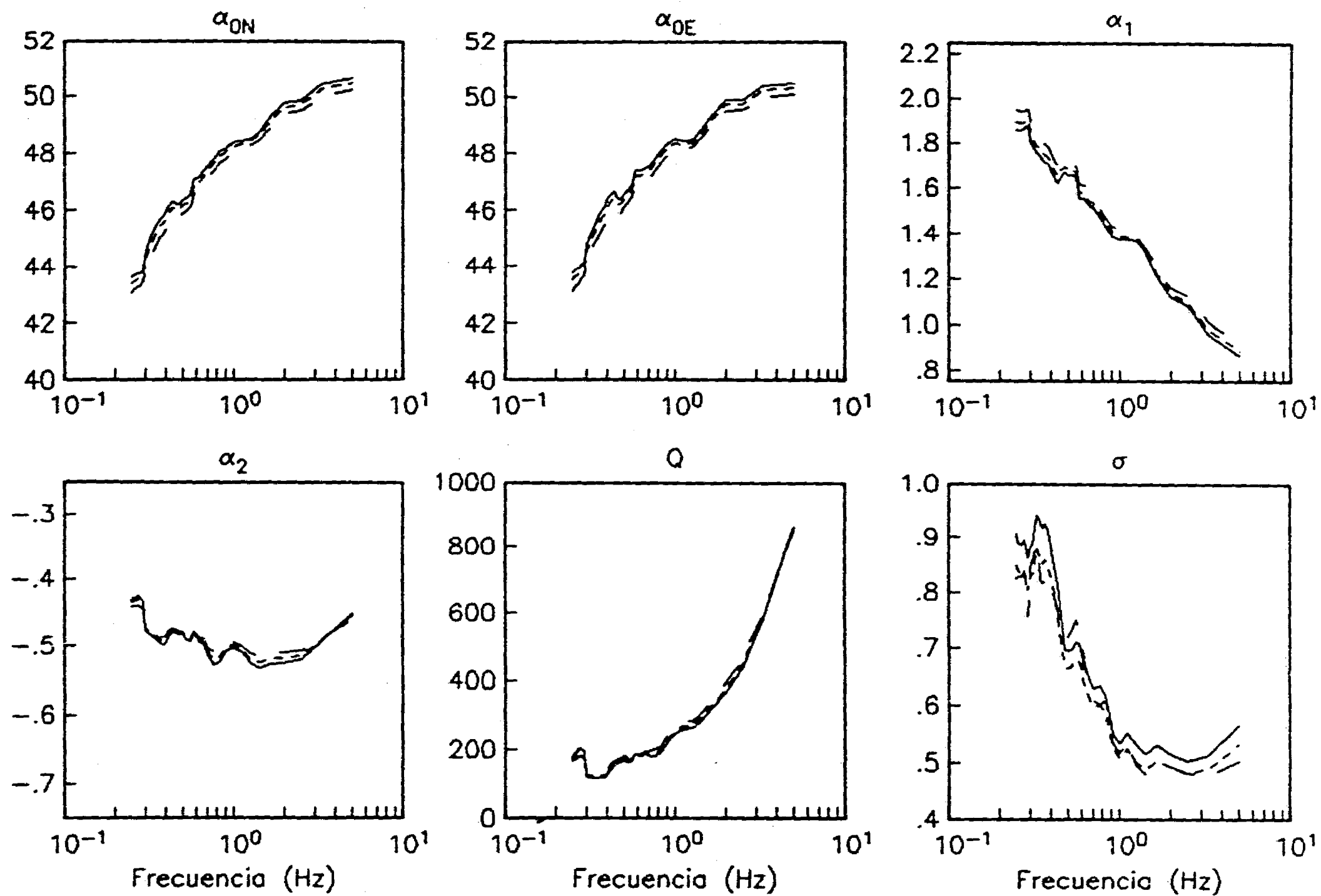


Figura 4.4 Diferentes soluciones para la esperanza posterior de los parámetros del modelo semiempírico de regresión, suponiendo diversos valores para  $\rho$ , el coeficiente de correlación entre amplitudes de los componentes NS y EW. Línea continua:  $\rho = 0$ ; línea discontinua:  $\rho = 0.25$ ; línea de puntos:  $\rho = 0.5$ .

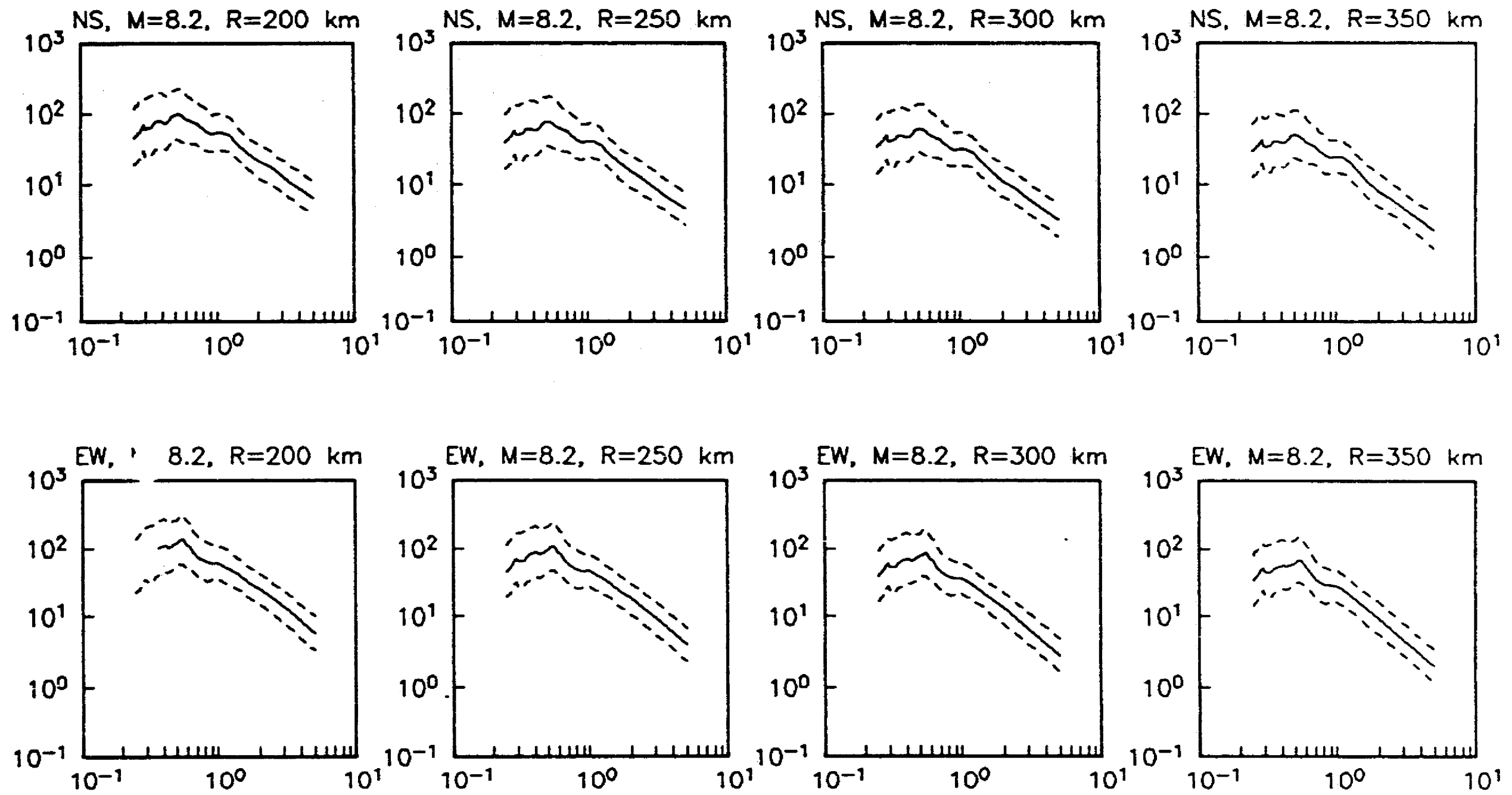


Figura 4.5 Espectros de amplitud de Fourier asociados a los cuantiles 16, 50 y 84, predichos por el modelo de regresión bayesiana. Se presentan espectros para diferentes combinaciones de magnitud y distancia focal, en los componentes NS y EW.

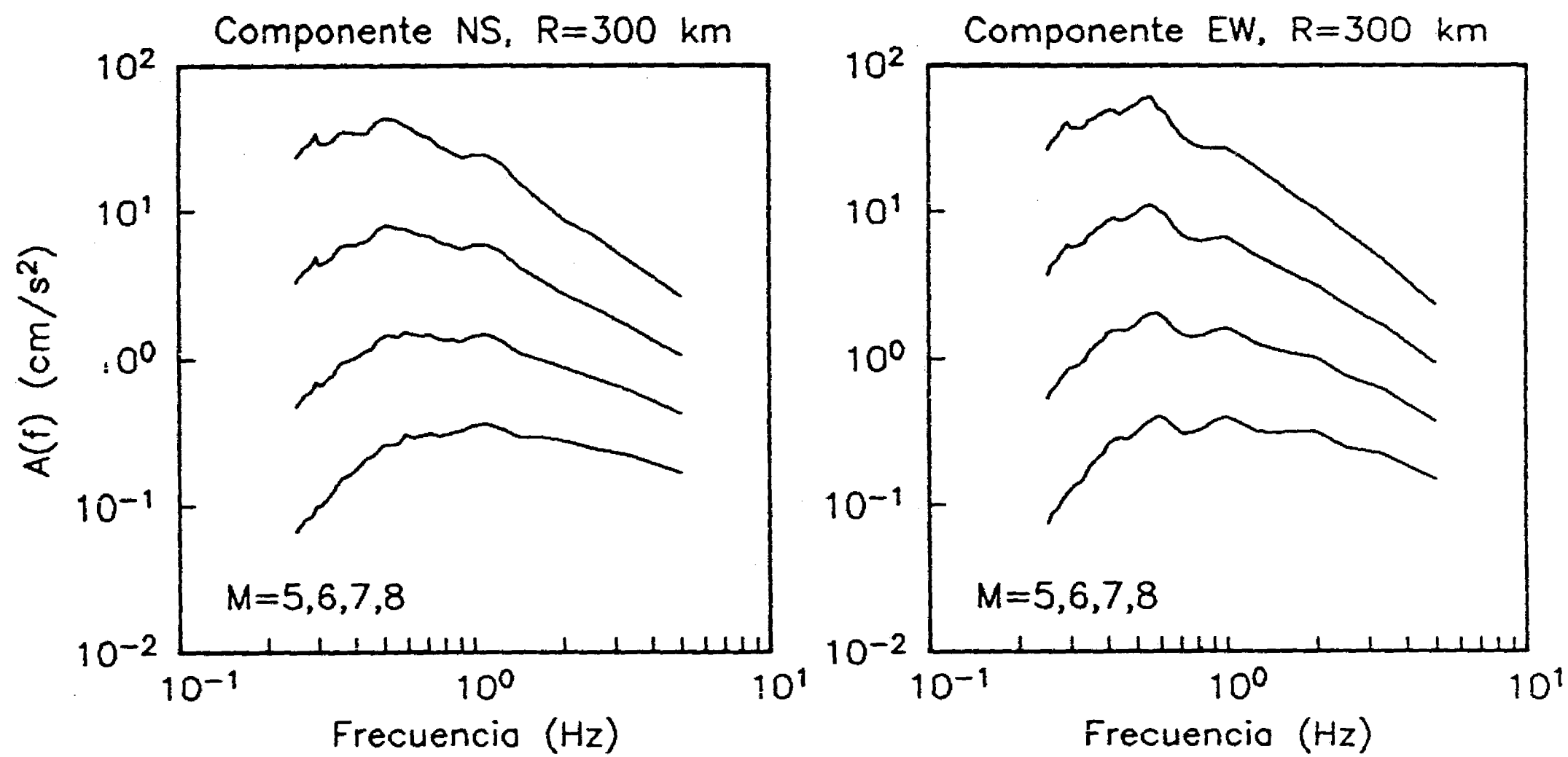


Figura 4.6 Medianas de espectros de amplitud de Fourier predichos con el modelo bayesiano, para diferentes magnitudes a una distancia fija de 300 km. Nótese el mayor crecimiento con la magnitud de las ordenadas espectrales de baja frecuencia, con respecto al crecimiento de las ordenadas de alta frecuencia.

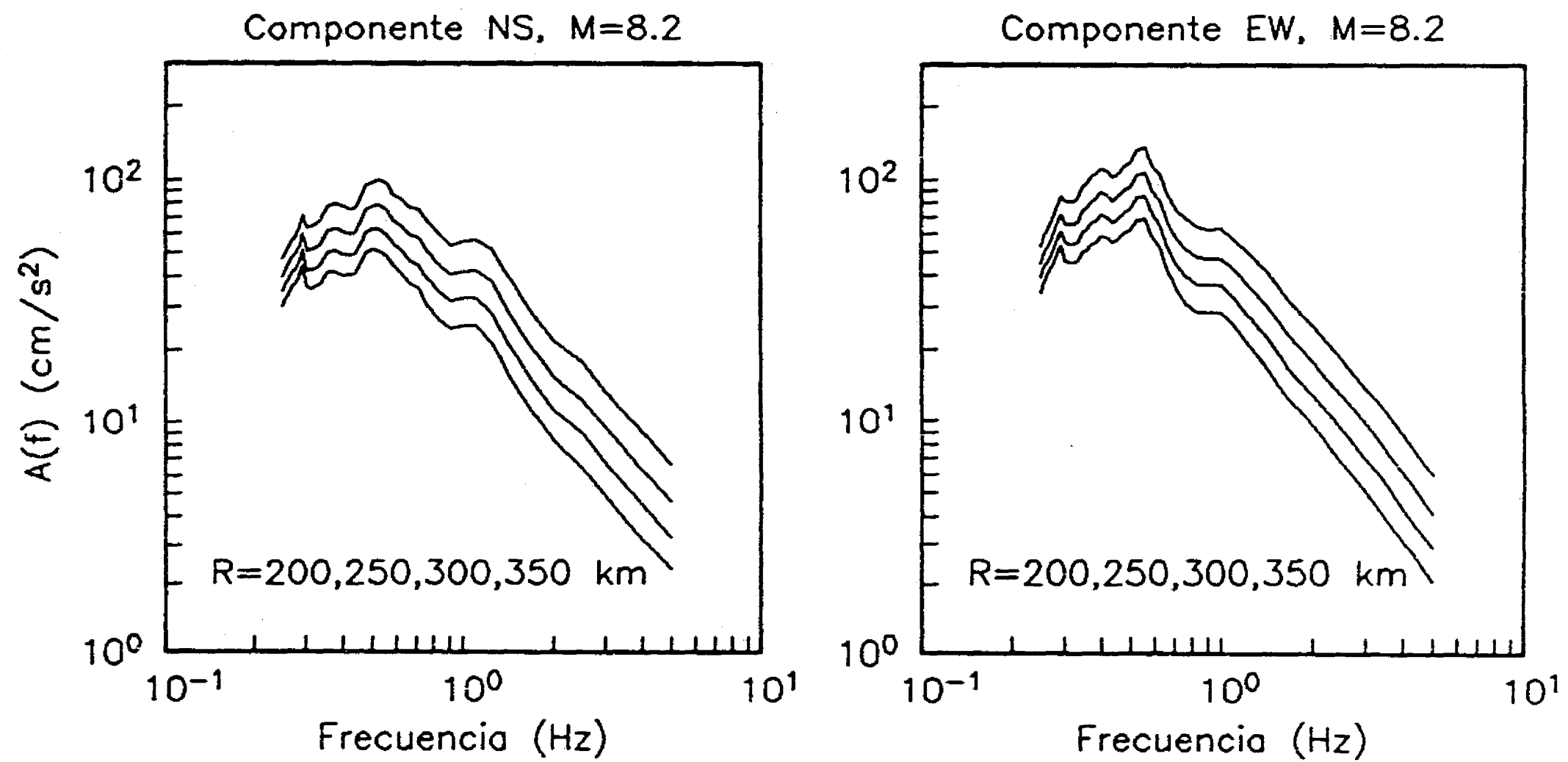


Figura 4.7 Medianas de espectros de amplitud de Fourier predichos con el modelo bayesiano, para diferentes distancias y una magnitud fija de 8.2.

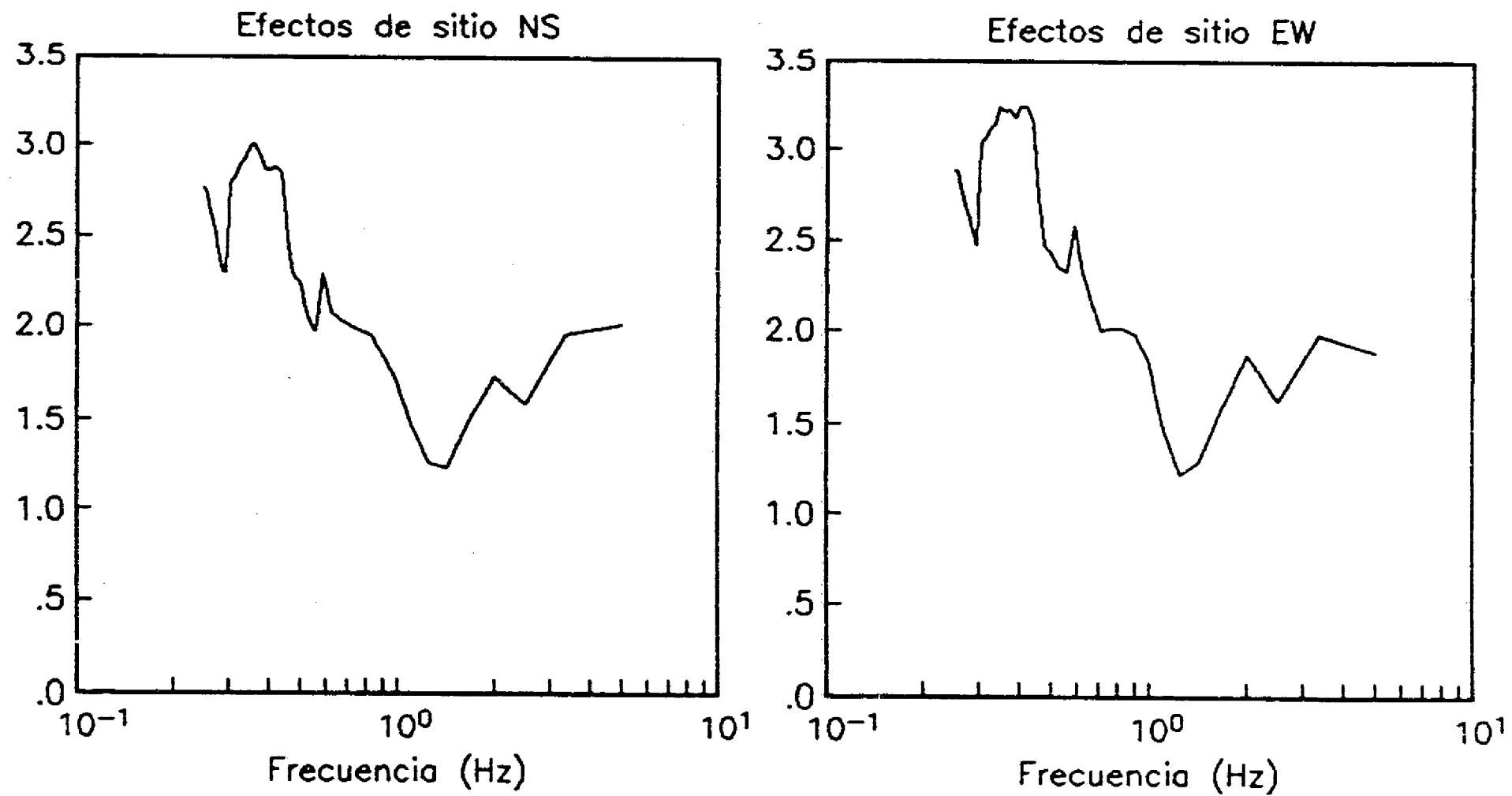
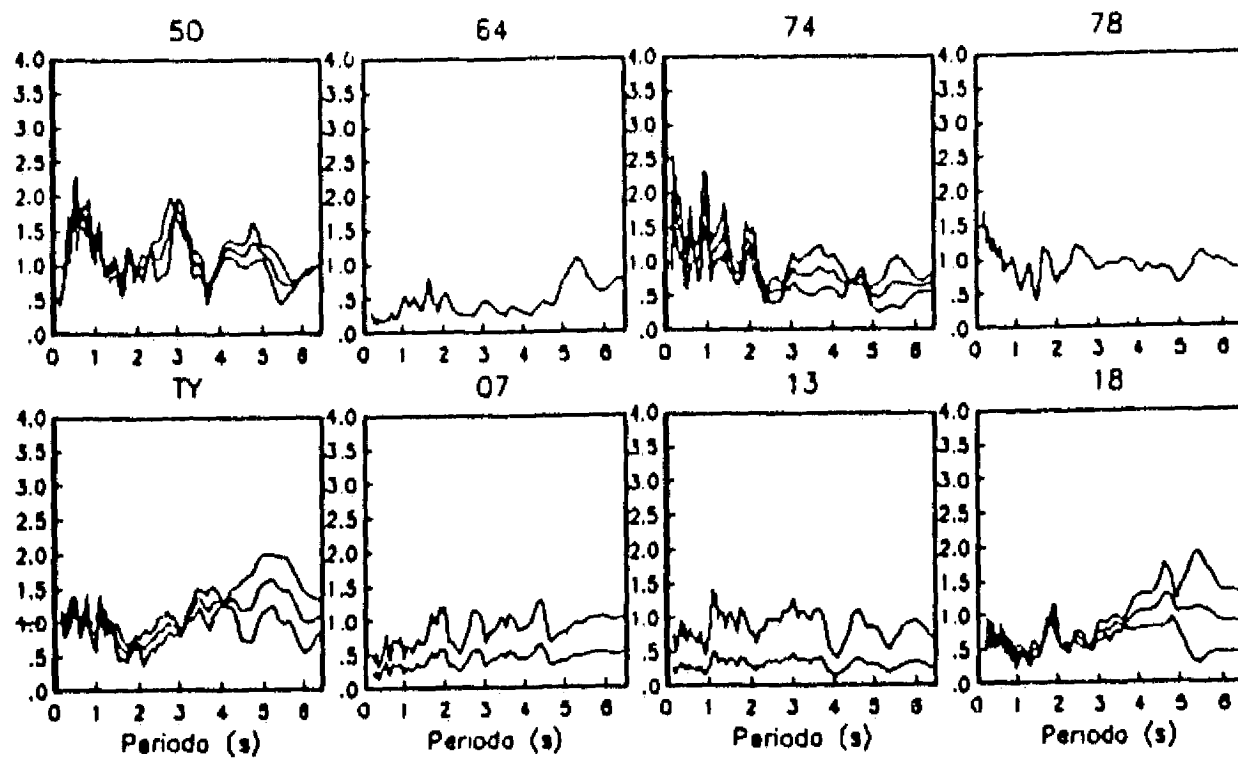


Figura 4.8 Curvas que describen los efectos de sitio, en función de la frecuencia, obtenidas de restar los valores previos a los valores posteriores de los parámetros  $\alpha_{ON}(f)$  y  $\alpha_{OE}(f)$ .

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA



### Componente NS



### Componente EW

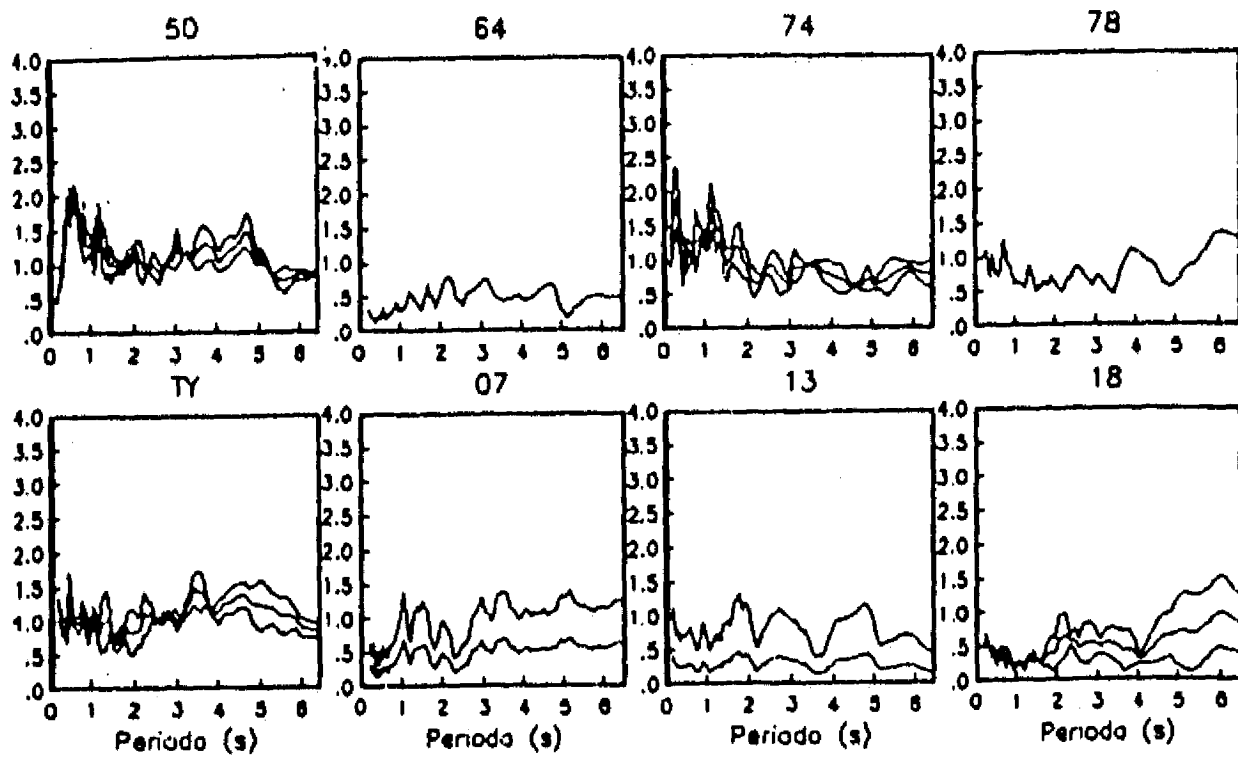


Figura 4.9 Funciones de transferencia empíricas, como funciones de periodo, para diversas estaciones acelerográficas en el valle de México. Se muestran los dos componentes horizontales. Para las estaciones en que se dispone de más de dos registros, se muestran tres líneas, asociadas a la mediana estadística y a los cuantiles 16 y 84.

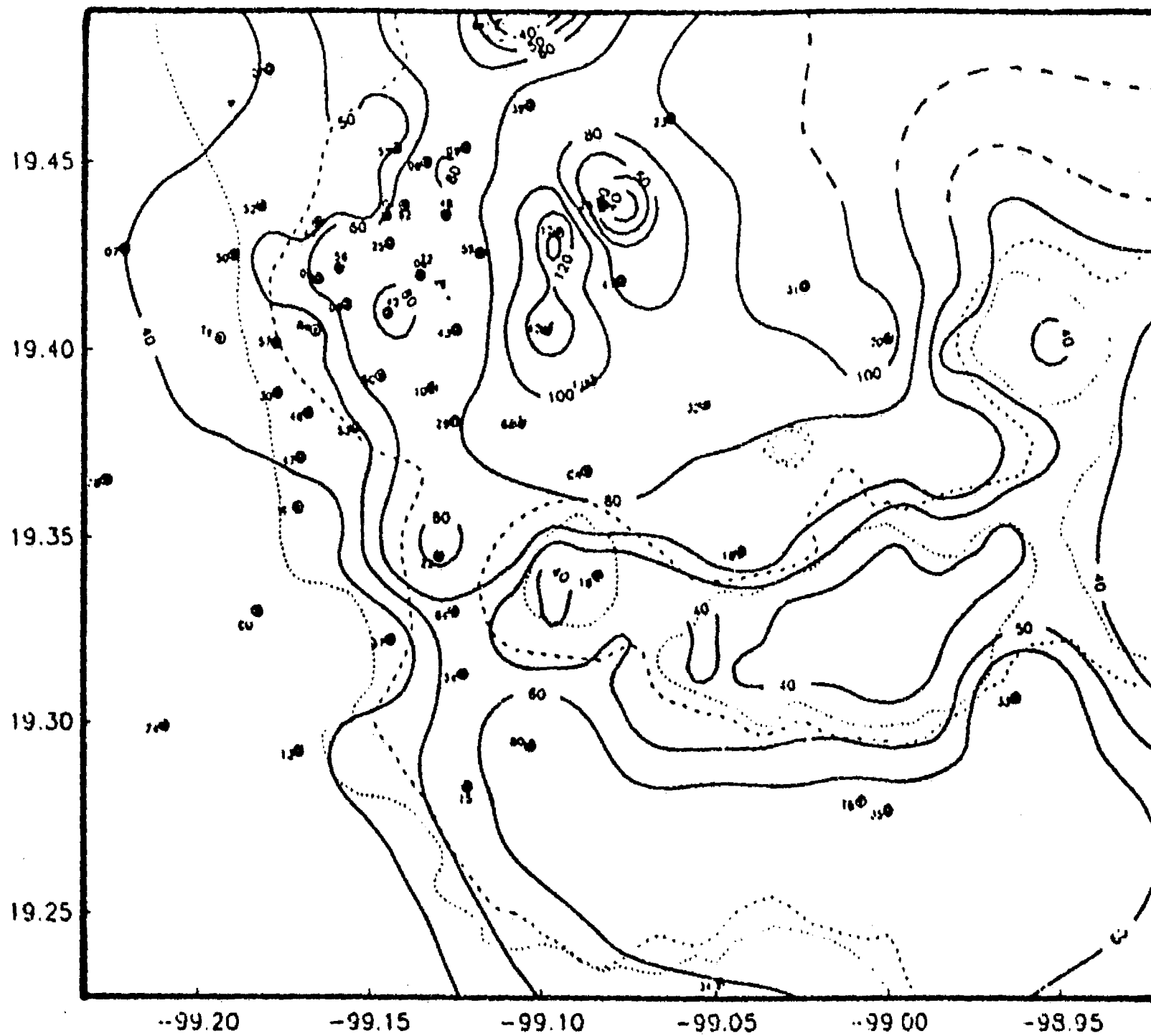


Figura 4.10 Contornos de duración de fase intensa del movimiento del terreno en el valle de México para el componente NS del temblor del 25 de abril de 1989 (según Reinoso, 1990).

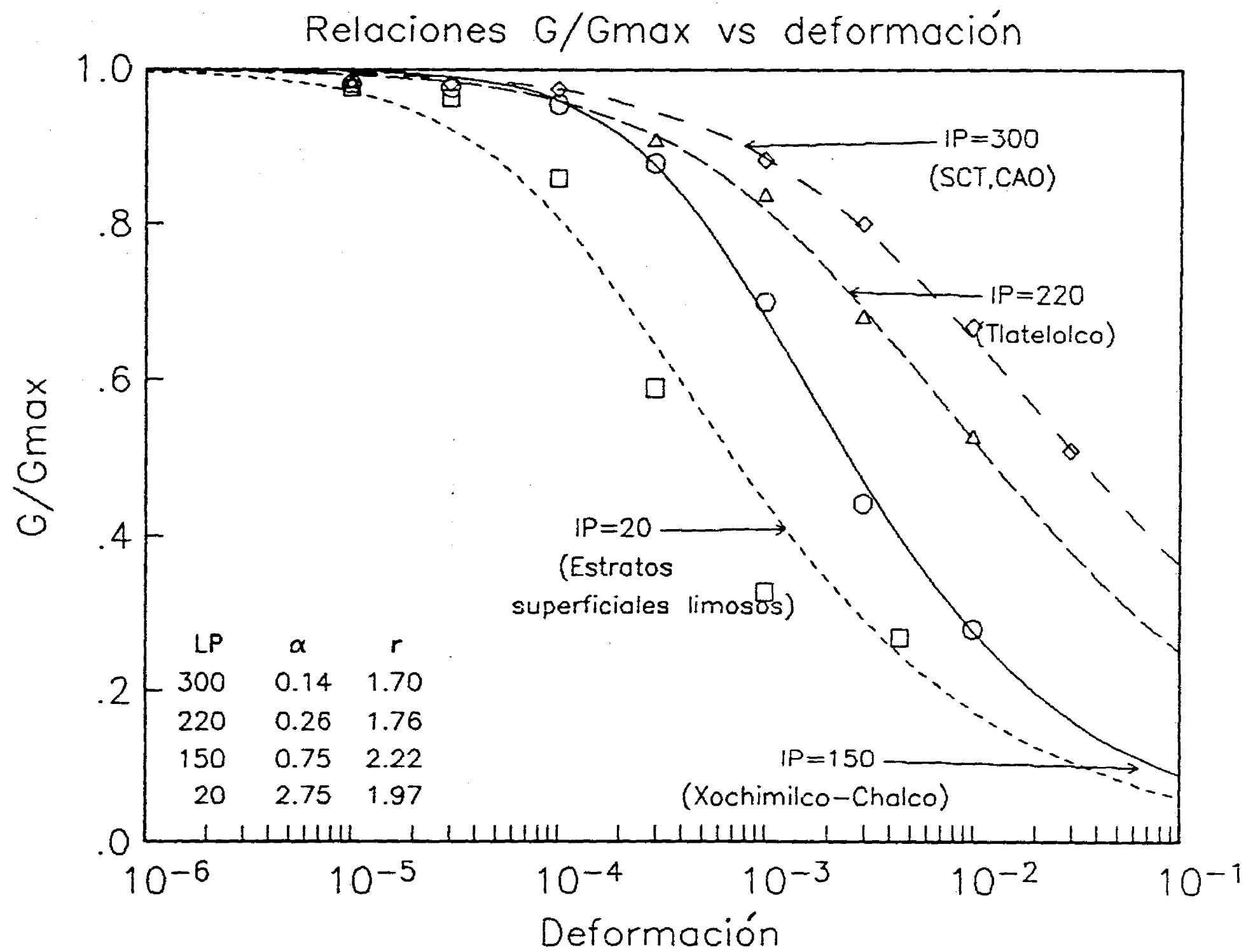


Figura 4.11 Relación  $G/G_{max}$  vs deformación angular para las arcillas del lago usadas en el estudio. Los nombres entre paréntesis son los lugares donde ese tipo de arcilla se encuentra comúnmente. Los parámetros  $\alpha$  y  $r$  corresponden al modelo Ramberg-Osgood asociado a cada curva (ver Apéndice 6).

## 5. TRATAMIENTO DE LAS INCERTIDUMBRES

En los capítulos anteriores se presentaron métodos para estimar espectros de amplitud de Fourier, dadas magnitud y distancia focal -o mínima distancia a la zona de ruptura-, para diferentes rangos de distancias: zona epicentral, puntos al interior del continente exceptuando el valle de México, zona firme del valle de México, y zona blanda del mismo valle. Todos los métodos presentados son semiempíricos, es decir, parten de relaciones funcionales entre las variables derivadas de modelos físicos del fenómeno con coeficientes libres ajustados empíricamente. Existen, pues, al menos dos fuentes de incertidumbre en todos los modelos presentados: la que proviene de usar modelos simplificados de la naturaleza y la que se deriva de la estimación estadística de los parámetros libres a partir de muestras relativamente pequeñas. Por la construcción de los métodos estadísticos usados para estimar parámetros, ninguna de estas incertidumbres es sistemática, puesto que se ha forzado al error en la estimación a tener valor esperado nulo.

En general, se han proporcionado expresiones para calcular los dos primeros momentos estadísticos de las ordenadas del EAF. Si estas fuesen las cantidades de interés, y aceptando la hipótesis de lognormalidad que se ha propuesto en los capítulos anteriores, las expresiones y tablas presentadas serían suficientes para calcular cualquier medida de probabilidad relacionada con el EAF; podría, por ejemplo, calcularse la probabilidad de que la ordenada del EAF para cierta frecuencia, dadas magnitud y distancia, fuera superior a cierto valor y, en general, cualquier cuantil o momento estadístico. Sin embargo, el EAF es rara vez la cantidad de interés para fines de ingeniería. Se requiere, en general, calcular cantidades que son funciones del EAF, como espectros de respuesta elástica o inelástica. Sea  $S_a(\xi, T_0 | M, R)$  la ordenada del espectro de respuesta para cierto periodo estructural,  $T_0$ , y para cierto nivel de amortiguamiento,  $\xi$ . Supongamos que se desea calcular momentos estadísticos de esta cantidad. El procedimiento presentado en el Apéndice 1 introduce una nueva fuente de incertidumbre: la derivada de que al prescribir el movimiento mediante el EAF y la duración de la fase intensa se ha perdido un poco menos de la mitad de la información (se han perdido todas las fases) por lo que aun suponiendo que el EAF del movimiento fuera conocido de manera

determinista, no podría determinarse con precisión la respuesta del oscilador de un grado de libertad. Esto ocurre en virtud de que, al ignorar las fases, existe una infinidad de acelerogramas que daría lugar al EAF y la duración prefijadas. La densidad de probabilidades obtenida a través de la teoría de vibraciones aleatorias presupone que el EAF y la duración -o los parámetros que los definen- son conocidos con certeza. No es este el caso, puesto que las incertidumbres en la estimación del EAF obligan a considerar sus ordenadas como variables aleatorias. Con todo rigor, la densidad de probabilidades de  $S_a(\xi, T_0 | M, R)$  que se obtiene de la teoría de vibraciones aleatorias es la densidad condicionada a los valores de los parámetros que definen el EAF y la duración de la fase intensa. Llamaremos  $\vartheta$  al vector de estos parámetros, y por sencillez en la notación denotaremos  $S_a(\xi, T_0 | M, R)$  como  $S_a$ . En principio, el cálculo de momentos estadísticos está resuelto, puesto que

$$E(S_a^k) = \int \dots \int_{R(\vartheta)} S_a^k p_a(S_a | \vartheta) dS_a p_\vartheta(\vartheta) d\vartheta \quad (5.1)$$

donde  $p_a(\cdot | \vartheta)$  es la densidad de probabilidades de  $S_a$  obtenida por teoría de vibraciones aleatorias (TVA), que está condicionada a cierto valor de  $\vartheta$ ;  $p_\vartheta(\cdot)$  es la densidad de probabilidades conjunta del vector  $\vartheta$  y  $d\vartheta = d\vartheta_1 d\vartheta_2 \dots d\vartheta_N$  siendo  $N$  el número de parámetros que definen al EAF y que se consideran inciertos. La integración analítica de la integral  $N$ -dimensional de la ecuación 5.1 es generalmente imposible. Discutiremos a continuación dos enfoques numéricos sencillos para este efecto.

En la ecuación 5.1 puede verse que

$$E(S_a^k) = \int \dots \int_{R(\vartheta)} \left\{ \int S_a^k p_a(S_a | \vartheta) dS_a \right\} p_\vartheta(\vartheta) d\vartheta \quad (5.2)$$

El término entre corchetes es la esperanza de  $S_a^k$  condicionada a  $\vartheta$ . Entonces,

$$E(S_a^k) = E_\vartheta \left[ E(S_a^k | \vartheta) \right] \quad (5.3)$$

con lo que se ilustra el llamado *principio del valor esperado del valor esperado* (Benjamin y Cornell, 1970). En la ecuación 5.3 el operador  $E_\vartheta(\cdot)$  denota

valor esperado bajo la distribución conjunta de las variables del vector  $\vartheta$ . La ecuación anterior sugiere un primer camino para evaluar momentos estadísticos de  $S_a$ : el método de Montecarlo, de acuerdo con el cual,

$$E(S_a^k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E(S_a^k | \vartheta_i) \quad (5.4)$$

donde  $\vartheta_i$  es una realización del vector aleatorio  $\vartheta$ . Al prescribirse  $p_\vartheta(\cdot)$  es posible generar en computadora todos los vectores  $\vartheta_i$  que se desee y calcular  $E(S_a^k)$  con cualquier nivel de precisión. Este procedimiento tiene el inconveniente de requerir tiempos de cómputo que crecen con el cuadrado de la precisión deseada.

Por otra parte, considérese la siguiente igualdad:

$$\text{VAR}(S_a) = E_\vartheta \left[ \text{VAR}(S_a | \vartheta) \right] + \text{VAR}_\vartheta \left[ E(S_a | \vartheta) \right] \quad (5.5)$$

donde  $\text{VAR}()$  denota varianza. Se propondrá a continuación un método para obtener los dos primeros momentos de  $S_a$ , que se basan en resolver las ecuaciones 5.3 (para  $k=1$ ) y 5.5. Se desarrollará la función  $E(S_a | \vartheta)$  alrededor de  $\vartheta_0 = E(\vartheta)$  conservando sólo los términos lineales:

$$E(S_a | \vartheta) \cong E(S_a | \vartheta_0) + (\vartheta - \vartheta_0)^T \alpha \quad (5.6)$$

donde el vector  $\alpha$  es tal que  $\alpha_i = \delta E(a_{\max} | \vartheta) / \delta \vartheta_i$  evaluada en  $\vartheta = \vartheta_0$ . Entonces,

$$E_\vartheta \left[ E(S_a | \vartheta) \right] = E(S_a | \vartheta_0) + E_\vartheta \left[ (\vartheta - \vartheta_0)^T \alpha \right] \quad (5.7)$$

por lo que, de acuerdo con la ecuación 5.3,

$$E(S_a) \cong E(S_a | \vartheta_0) \quad (5.8)$$

También,

$$\text{VAR}_\vartheta \left[ E(S_a | \vartheta) \right] = \text{VAR} \left[ E(S_a | \vartheta_0) \right] + \text{VAR}(\vartheta^T \alpha) - \text{VAR}(\vartheta_0^T \alpha) \quad (5.9)$$

por lo cual

$$\text{VAR}_{\vartheta} \left[ E(S_a | \vartheta) \right] = \alpha^T \text{COV}(\vartheta) \alpha \quad (5.10)$$

donde COV() denota matriz de varianzas y covarianzas. Análogamente, también con desarrollos de primer orden,

$$E_{\vartheta} \left[ \text{VAR}(S_a | \vartheta) \right] = \text{VAR}(S_a | \vartheta_0) \quad (5.11)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5.10 y 5.11 en la 5.5, se obtiene que

$$\text{VAR}(S_a) \cong \text{VAR}(S_a | \vartheta_0) + \alpha^T \text{COV}(\vartheta) \alpha \quad (5.12)$$

Con aproximación de primer orden es posible calcular  $\alpha$  con la siguiente relación:

$$\alpha_i = \left[ E(S_a | \vartheta_0 + \Delta_i) - E(S_a | \vartheta_0) \right] / \Delta_i^T J \quad (5.13)$$

donde  $\Delta_i^T = (0, 0, \dots, \Delta\vartheta_i, \dots, 0)$  -el elemento  $\Delta\vartheta_i$  se encuentra en la  $i$ ésima posición- y  $J^T = (1, \dots, 1)$ . Este método se conoce como de perturbaciones puesto que el vector  $\vartheta_0 + \Delta_i$  puede imaginarse como el vector  $\vartheta_0$  perturbado en su elemento  $i$ ésimo. Nótese que para el cálculo de los momentos de nuestro interés se requieren solamente  $n+1$  cálculos de  $E(S_a | \vartheta)$  y un solo cálculo de  $\text{VAR}(S_a | \vartheta)$ . Evidentemente, el ahorro en tiempo de cálculo implica pérdida de precisión. En conclusión, las ecuaciones anteriores permiten evaluar  $E(S_a)$  y  $\text{VAR}(S_a)$  con aproximaciones del primer orden.

Como ejemplo, considérese un modelo espectral de fuente finita, como el que se describe en el capítulo 2. Este modelo describe la variación del espectro de amplitudes de Fourier con la frecuencia, en función de un vector de parámetros,  $\vartheta$ . Supóngase que se desea calcular el espectro de respuesta a que daría lugar un temblor de magnitud 7.9 localizado a una distancia  $R = 16$  km del foco. Sin embargo, se considera que los parámetros que definen al espectro de Fourier, incluyendo la distancia focal, son inciertos. Esto significa que el vector  $\vartheta$  es incierto. Se adopta para cada parámetro una distribución

lognormal con los momentos estadísticos que se presentan en la siguiente tabla:

Parámetro	Unidades	Mediana	$\sigma_{ln}$
M	( $M_w$ )	7.9	0.0
R	km	16.0	0.2
$\Delta\sigma$	bar	100.0	0.2
$\beta$	km/s	3.2	0.2
$\rho$	gr/cm <sup>3</sup>	2.8	0.2
$\kappa_0$	s	0.023	0.2
$Q_0$	-	100.0	0.2
$Q_1$	km/s	1500.0	0.2
FS	-	2.0	0.0

Nota:  $\sigma_{ln}$  denota desviación estándar del logaritmo natural.

Tabla 5.1 Parámetros del modelo de fuente finita usado en el ejemplo.

Se considera que los parámetros aleatorios son independientes entre si, aunque la formulación presentada anteriormente admitiría un esquema de correlación más complicado. Nótese que aun cuando los parámetros que definen al espectro de Fourier fuesen deterministas, existiría incertidumbre en las ordenadas del espectro de respuesta calculado vía la teoría de vibraciones aleatorias, tal como se ha descrito al principio de este capítulo; en el ejemplo se ha incluido la incertidumbre proveniente de esta fuente.

En la figura 5.1 se presentan los resultados de aplicar, tanto el método de perturbaciones aquí descrito, como simulación de Montecarlo, a la obtención de los dos primeros momentos estadísticos del espectro de respuesta elástica (seudoaceleraciones, 5% del amortiguamiento crítico) que provocaría un temblor definido por los parámetros aleatorios de la Tabla 5.1. De la figura 5.1 se puede observar que la aproximación dada por el método de perturbaciones es satisfactoria, especialmente si se considera que para su obtención se requirieron 8 cálculos de espectros de respuesta (puesto que se trata de 7 varia-



bles aleatorias), mientras que las estimaciones de Montecarlo se obtuvieron con 1000 simulaciones, es decir, un tiempo de cómputo 125 veces mayor.

### Resultados métodos de perturbaciones y Montecarlo

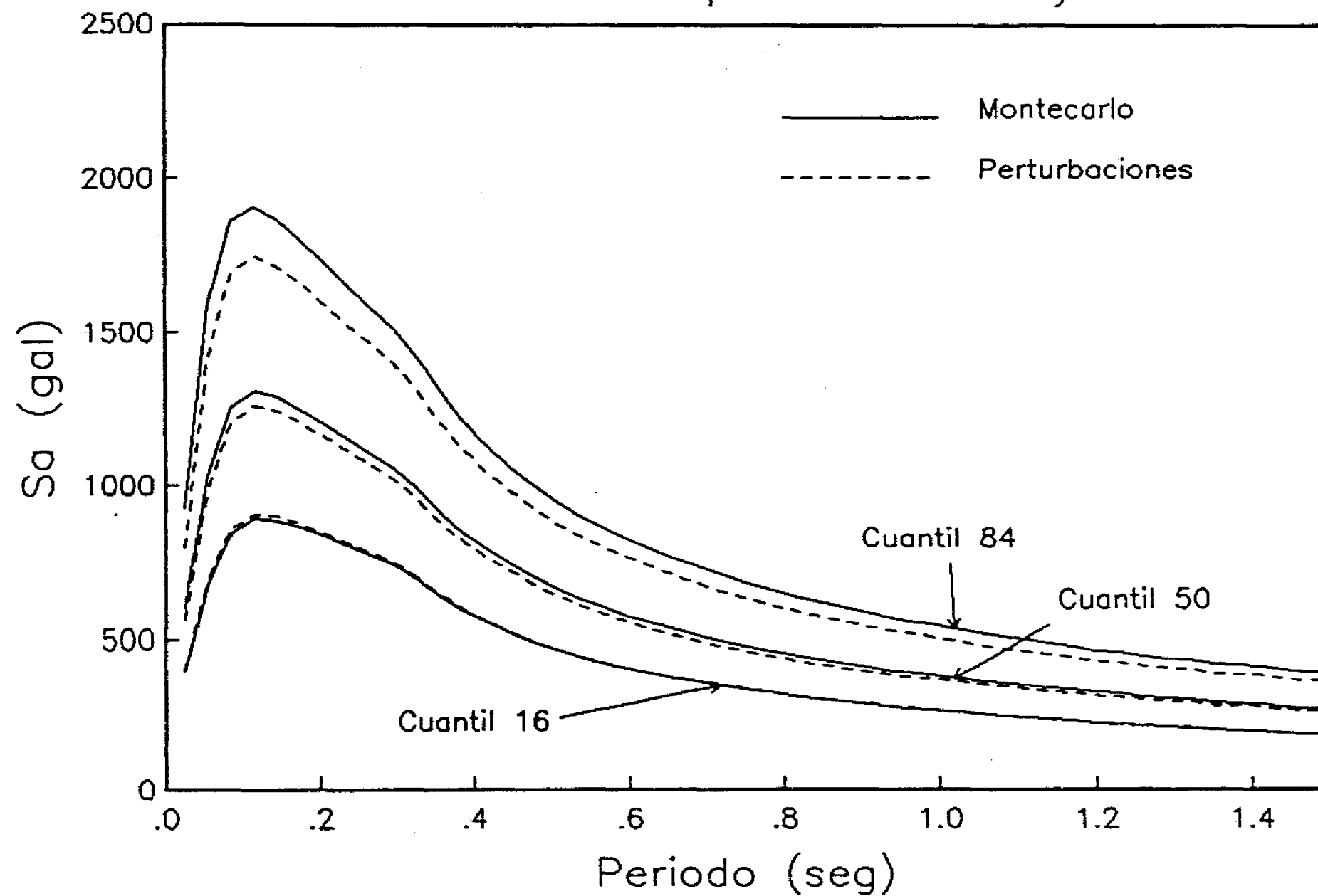


Figura 5.1 Comparación entre momentos estadísticos de ordenadas espectrales (seudoaceleraciones, 5% del amortiguamiento crítico) calculados a partir de un modelo sísmológico de fuente (ver texto). Línea continua: resultados por el método de Montecarlo (1000 simulaciones). Línea discontinua: resultados de aplicar el método de perturbaciones. Estos últimos resultados se obtuvieron con la centésima parte del tiempo de cómputo, sin pérdida grave de precisión.

## 6. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentan métodos para estimar movimientos fuertes del terreno ante temblores postulados, definidos por su magnitud y distancia focal. Se consideran exclusivamente temblores de subducción originados en la costa mexicana del Pacífico. La intensidad de los movimientos, en todos los métodos presentados, se expresa en términos de ordenadas de los espectros de amplitudes de Fourier. Se hace ver que, aunque la amplitud de Fourier no es de aplicación directa para fines de ingeniería sísmica, sí resulta de gran utilidad, puesto que a partir de ella pueden determinarse otras medidas de intensidad con mayor sentido ingenieril, y especialmente, porque los efectos de sitio pueden incluirse de manera natural a través de funciones de transferencia.

En vista de las particularidades de los movimientos del terreno a diferentes distancias epicentrales, el estudio de atenuación de las ondas sísmicas se dividió en tres grupos: atenuación en la zona epicentral, atenuación para puntos en el trayecto costa del Pacífico-valle de México, y atenuación para el valle de México. En los tres casos se proponen expresiones de aplicación directa para la estimación probabilista de las amplitudes del espectro de Fourier que tendrían lugar si ocurriese un temblor con la magnitud y distancia especificadas.

Para la zona epicentral, se presenta un modelo que toma en cuenta la naturaleza finita del área de ruptura de grandes temblores. Este modelo predice que la aceleración máxima del terreno -así como otras medidas de intensidad- no crece indefinidamente con la magnitud, sino que, pasada cierta dimensión crítica de la falla, la intensidad se vuelve prácticamente independiente del tamaño del temblor, es decir, independiente de la magnitud. Los resultados del modelo se confirman con observaciones de acelerogramas registrados por los instrumentos de la Red Acelerográfica de Guerrero en la zona epicentral de varios eventos. De la aplicación de estas ideas se deriva un modelo paramétrico para el espectro de amplitud de Fourier, a partir del cual, vía la teoría de vibraciones aleatorias (Apéndice 1) es posible estimar aceleración máxima, velocidad máxima, y ordenadas del espectro de respuesta elástica. Cuando la distancia entre el sitio y el epicentro es apreciablemente mayor que la dimensión caracterís-

tica del área de falla, el efecto de fuente finita es mínimo, y el modelo presentado converge a uno de fuente puntual.

Para distancias focales pequeñas, el efecto de heterogeneidades en la corteza de la tierra no es muy importante para la estimación global de los movimientos del terreno. Sin embargo, conforme esta distancia crece, los efectos de atenuación geométrica y atenuación anélastica, así como la existencia de fases de onda que atraviesan una estructura que es generalmente desconocida, hacen excesivamente restrictivas las hipótesis adoptadas en los modelos de fuente y atenuación más sencillos. Es por estas razones que tales modelos simples no explican adecuadamente el carácter de los movimientos fuertes registrados en la costa del Pacífico a distancias mayores que unas cuantas decenas de kilómetros. En el presente trabajo se recurre al enfoque semiempírico para obtener expresiones prácticas para la estimación. De acuerdo con este enfoque, se supone para la variación de las amplitudes de Fourier con magnitud y distancia una forma funcional simple dictada por modelos sismológicos de fuente y atenuación, cuyos parámetros se ajustan estadísticamente con base en los datos observados. El procedimiento mostrado en el capítulo 3 permite identificar por separado los efectos de fuente, atenuación y sitio. Se discuten los resultados obtenidos, especialmente en lo que se refiere a la forma de los espectros de fuente. Se observa que no hay diferencias apreciables entre la atenuación a lo largo de la costa y hacia tierra adentro. Se encuentra evidencia empírica de que los sitios de terreno firme del valle de México presentan amplificaciones considerables con respecto a lo que se esperaría en sitios realmente firmes a distancias epicentrales comparables. Para este fenómeno no se dispone de explicación física convincente.

Una conclusión inmediata de esta última observación es que las leyes de atenuación determinadas para puntos en el trayecto costa del Pacífico-tierra adentro no son aplicables para sitios firmes dentro del valle de México. Es por esto que en el capítulo 4 se determinan dichas leyes para un sitio de terreno firme en la ciudad de México (la estación acelerográfica de Ciudad Universitaria). Para este fin, se adopta también un enfoque semiempírico, pero se utiliza una técnica de estimación basada en la estadística bayesiana. De acuerdo con esta técnica, los parámetros desconocidos del modelo de atenuación son variables aleatorias, cuyas densidades finales de probabilidad son el

promedio pesado de una densidad previa -que resume el conocimiento teórico que se tiene sobre cada variable, antes de ver los datos- y la función de verosimilitud, que resume la información estadística contenida en los datos. Esta técnica tiene, entre otras que se discuten en el capítulo 4, la virtud de que es posible introducir, de manera formal, otras fuentes de conocimiento diferentes a los datos instrumentales. Esto redundará en una estimación que es intuitiva y numéricamente más estable.

Con el uso de esta técnica bayesiana se determinan leyes de atenuación para el espectro de amplitudes de Fourier en Ciudad Universitaria. Sin embargo, se hace ver que el enfoque es útil para estimar movimientos fuertes en otras zonas del valle de México mediante el concepto de función de transferencia empírica; su uso y limitaciones se ilustran en el Apéndice 3.

Se discute también la manera de estimar la duración de fase intensa del movimiento del terreno, haciendo ver que, bajo consideraciones simples, esta debería ser función de la magnitud del temblor y del periodo predominante del terreno. Se usa como definición de duración de fase intensa la llamada *duración de Arias*.

En el capítulo 4 se hace énfasis en que la estimación de movimientos fuertes más robusta es aquella en que se hace uso de toda la información disponible, sea esta teórica o empírica. La información no se reduce a valores de las variables que se desea estimar, sino alcanza también a variables que influyen en los valores de aquellas. Puesto que ninguna de las técnicas de estimación de movimiento fuerte actualmente en uso hace intervenir toda la información disponible, se desarrolla un método, también bayesiano, que permite combinar de manera racional los resultados de aplicar diversas técnicas a la estimación de una misma variable. El método se ilustra con la estimación de espectros de respuesta elástica e inelástica en un sitio de zona blanda del valle de México, ante un temblor postulado en la brecha de Guerrero.

Las funciones de transferencia empíricas resultan útiles para medir los efectos de sitio que pueden esperarse durante grandes temblores siempre que el comportamiento del suelo sea lineal, ya que, de no ser así, la función de transferencia depende de la intensidad del temblor y de la historia de carga. Al final

del capítulo 4 se examina esta situación y se presenta un estudio en que se muestra que, aún bajo excitaciones sísmicas tan fuertes como la del 19 de septiembre de 1985, una gran porción de los suelos del valle de México permanece en el rango lineal, por lo que se concluye que el uso de funciones de transferencia empíricas es adecuado, por lo menos, hasta intensidades comparables a las inducidas por el citado temblor.

Las técnicas presentadas en este trabajo dan herramientas para estimar movimientos fuertes, en términos de espectros de amplitud de Fourier, en una amplia zona de México, que incluye algunas de las regiones más vulnerables de nuestro país. Los resultados son de aplicación directa en la evaluación de riesgo sísmico, tanto a nivel regional, como, para el caso del valle de México, a pequeña escala.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Estoy profundamente agradecido con mi maestro, Emilio Rosenblueth, no sólo por la supervisión de esta tesis, sino también por su paciente, dedicada y crítica dirección durante toda mi formación. Agradezco también la invaluable orientación de Shri Krishna Singh, quien me enseñó algo de lo mucho que sabe sobre estos temas. Francisco J Sánchez Sesma fue una constante fuente de motivación, y sin su entusiasmo, probablemente este trabajo no se hubiera escrito, o por lo menos no en un lapso finito. Los doctores L Esteva, R Meli, S E Ruiz y R Gómez revisaron el manuscrito e hicieron sugerencias constructivas. Agradezco también la entusiasta colaboración, en distintas etapas del estudio, de E Reinoso, L E Pérez Rocha y A Arciniega.

La ejecución de esta tesis hubiera sido imposible sin la eficacia y empeño de las decenas de personas que operan las redes acelerográficas de Guerrero y el valle de México. La primera es resultado de un proyecto conjunto entre el Instituto de Ingeniería, UNAM, y la Universidad de Nevada en Reno; la segunda es operada por el mismo Instituto de Ingeniería, la Fundación Javier Barros Sierra (bajo patrocinio de la Secretaría General de Obras del DDF), la Fundación ICA y el Centro Nacional de Prevención de Desastres. A todas estas personas e instituciones, mi agradecimiento.

## 8. REFERENCIAS

Anderson, J G, Quaas, R, Almora, D, Velasco, J M, Guevara, E, de Pavia, L E, Gutiérrez, A y Vázquez, R (1987) "Guerrero, Mexico accelerograph array: Summary of data collected in the year 1985", Reporte conjunto del Instituto de Ingeniería, UNAM y el Institute of Geophysics and Planetary Physics, UC-San Diego, GAA-2.

Anderson, J G y Hough, S E (1984), "A model for the shape of the Fourier amplitude spectrum of acceleration at high frequencies", *Bull Seism Soc Am*, 74, 1969-1994.

Ang, A H-S y Tang, W H (1975) *Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Vol I: Basic Principles*, Wiley, 410 pp.

Arciniega, A (1990), "Modelo semiempírico para estimar espectros de respuesta sísmicos en el valle de México", Tesis profesional (Ingeniería geofísica), Facultad de Ingeniería, UNAM.

Arias, A (1969), "A measure of earthquake intensity", en *Seismic design for nuclear power plants*, R Hansen, editor, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Aki, K (1967), "Scaling law of seismic spectrum", *Jour Geophys Res*, 72, 1217-1231.

Aki, K y Chouet, B (1975), "Origin and coda waves. Source, attenuation and scattering effects", *Jour Geophys Res*, 80, 3322-3342.

Aki, K (1979), "Characterisation of barriers of an earthquake fault", *Jour Geophys Res*, 84, 6140-6147.

Aki, K (1987), "Magnitude-frequency relation for small earthquakes: a clue to the origin of  $f_{max}$  of large earthquakes", *Jour Geophys Res*, 92, 1349-1355.

Bard, P-Y, Campillo, M, Chávez-García F J, y Sánchez-Sesma, F J (1988), "A



theoretical investigation of large- and small-scale amplification effects in the Mexico City Valley", *Earthquake Spectra*, 4, 609-624.

Benjamin, J R y Cornell, C A (1970), *Probability, Statistics and Decisions for Civil Engineers*, McGraw-Hill.

Berckhemer, H (1962), "Die Ausdehnung der Bruchfläche im Erdbebenherd und ihr Einfluss auf das seismische Wellenspektrum, *Gerlands Beitr Geophys*, 71, 5-26.

Boore, D M (1983), "Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra", *Bull Seism Soc Am*, 73, 1865-1894.

Boore, D M y Boatwright, J (1984), "Average body-wave radiation coefficient", *Bull Seism Soc Am*, 74, 1615-1621.

Boore, D M (1986), "The effect of finite bandwidth on seismic scaling relationships", en *Earthquake Source Mechanics*, Geophysical monograph 37 (Maurice Ewing 6), American Geophysical Union, 275-283.

Boore, D M y Joyner, W B (1984), "A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitude of transient signals", *Bull Seism Soc Am*, 74, 2035-2039.

Broemeling, L D (1985), *Bayesian Analysis of Linear Models*, Marcel Dekker Inc, Nueva York.

Brune, J N (1970), "Tectonic stresses and spectra of seismic waves from earthquakes", *Jour Geophys Res*, 75, 4997-5009.

Brune, J N (1976), "The physics of earthquake string motion", en *Seismic Risk and Engineering Decisions*, C Lomnitz y E Rosenblueth, editores, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.

Bufuliza, M (1984), "Atenuación de intensidades sísmicas con la distancia en

sismos mexicanos", tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Campillo, M, Bard, P-Y, Nicollin, F, y Sánchez-Sesma, F (1988), "The incident wave-field in Mexico City during the great Michoacan earthquake and its interaction with the deep basin, *Earthquake Spectra*, 4, 591-608.

Cartwright, D E y Longuet-Higgins, M S (1956), "The statistical distribution of the maxima of a random function", *Proc Roy Soc London, Ser. A237*, 212-223.

Castro, R, Singh, S K, and Mena, E (1988), "An empirical model to predict Fourier amplitude spectra of horizontal ground motion", *Earthquake Spectra*, 4, 675-686.

Clough, R W y Penzien, J (1982), *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, Nueva York.

Davenport, A G (1964), "Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading", *Proc Institution of Civil Engineers*, 28, 187-196.

Dobry, R y Vucetic, M (1987), "State-of-the Art Report: Dynamic properties and response of soft clay deposits", *Proceedings Int. Symposium on Geotechnical Eng. of Soft Soils*, ciudad de México, Vol 2, 51-87.

Esteva, L (1970), "Regionalización sísmica de México para fines de ingeniería", *Serie Azul de Instituto de Ingeniería*, 246.

Esteva, L y Villaverde, R (1974), "Seismic risk, design spectra and structural reliability", *Memorias V Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Roma, Italia, 2586-2597.

Gautschi, W y Cahill, W F (1965), "Exponential integral and related functions", en *Handbook of Mathematical Functions*, M Abramowitz e I Stegun, editores, Dover Publications Inc, Nueva York.

Gutenberg, B y Richter, C F (1956), "Earthquake magnitude, intensity, energy and acceleration", *Bull Seism Soc Am*, 46, 105-145.

Hanks, T C (1982), "f<sub>max</sub>", *Bull Seism Soc Am*, 72, 1867-1879.

Hanks, T C y McGuire, R K (1981), "The character of high-frequency strong ground motion", *Bull Seism Soc Am*, 71, 2071-2095.

Hartzell, S H (1978), "Earthquake aftershocks as Green's functions", *Geophys Res Lett*, 5, 104.

Haskell, N (1964), "Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults, 2, A statistical source model", *Bull Seism Soc Am*, 56, 125-140.

Havskov, J y Macias, M (1983), "A coda-length magnitude scale for some Mexican stations", *Geofísica Internacional*, 22, No 3, 205-213.

Hermann, R B (1985), "An extension of random vibration theory estimates of strong ground motion to large distances", *Bull. Seism. Soc. Am.* 75, 1447-1453.

Hermann R B y Kijko, A (1983), " Modeling some empirical vertical component Lg relations", *Bull. Seism. Soc. Am.* 73, 157-171.

Idriss, I M (1985), "Evaluating seismic risk in engineering practice", *Memorias 11a Conferencia Internacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones*, San Francisco, California, agosto 12-16, 255-320.

Irikura, K (1983), "Semi-empirical estimation of strong ground motions during large earthquakes", *Bull Disaster Prevention Research Institute (Kyoto University)*, 32, 63-104.

Jaime, A (1987). "Características dinámicas de la arcilla del valle de México", Tesis doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Joyner, W B y Boore, D M (1986). "On simulating large earthquakes by Green's-function addition of similar earthquakes", en *Earthquake Source Mechanics*, Geophysical Monograph 37 (Maurice Ewing 6), American Geophysical Union, 269-274.

Joyner, W B y Boore, D M (1988), "Measurement, characterization, and prediction of strong ground motion", *Proc of Earthquake Engineering and Soil Dynamics II GT/Div ASCE*, Utah, junio 27-30, 43-102.

Knopoff, L (1964), "Q", *Review of Geophysics*, 2, 625-660.

Lee, W H K, Benett, R E y Meager, K L (1972), "A method for estimating magnitude of local earthquakes from signal duration", *USGS Open File Report*.

Luco, J E (1985), "On strong ground motion estimates based on models of the radiated spectrum", *Bull. Seism. Soc. Am.* 75, 641-650.

Marsal, R y Mazari, M (1969), *El Subsuelo de la Ciudad de México*, 2a ed., UNAM, 3 vols.

Ordaz, M y Reinoso, E (1987), "Uso de teoría de vibraciones aleatorias en la determinación de los espectros de diseño del Reglamento para las Construcciones del Distrito Federal", *Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, México, A155-A167.

Ordaz, M, Singh, S K, Reinoso, E, Lermo, J, Espinoza, J M, y Domínguez T (1988), "Estimation of response spectra in the lake bed zone of the Valley of Mexico", *Earthquake Spectra*, 4, 815-834.

Ordaz, M, Reinoso, E, Singh, S K, Vera, E y Jara, J M (1989), "Espectros de respuesta en diversos sitios del valle de México ante temblores postulados en la brecha de Guerrero", *Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, México, nov, A187-A198.

Ordaz, M, Jara, J M, y Singh, S K (1989), "Riesgo sísmico y espectros de diseño para el estado de Guerrero", reporte del Instituto de Ingeniería, UNAM y el Centro de Investigación Sísmica A.C. al gobierno del Estado de Guerrero.

Otero, J A (1990), "Mediciones de sismos recientes en el valle de México", *Memorias del Seminario "Instrumentación sísmica y uso de elementos disipadores de energía en el comportamiento estructural"*, ciudad de México, octubre 11 y 12, 29-56.

Papageorgiou, A y Aki, K (1985), "Scaling law of far-field spectra based on observed parameters of the specific barrier model", *PAGEOPH* 123, 353-374.

Papoulis, A (1965) *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw-Hill.

Pérez-Rocha, L E y Ordaz, M (1991), "Un método para el cálculo rápido de espectros de respuesta elastoplástica", aceptado para su publicación en las *Memorias del IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Manzanillo, México, noviembre.

Quaas, R, Anderson, J G y Almora, D (1987), "La red acelerográfica de Guerrero para registro de temblores fuertes", *Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, México, B40-B53.

Quaas, R (1990), "Nueva red sísmica para observación y registro de temblores fuertes en México, Acelerogramas del temblor de mayo 31, 1990", *Memorias del Seminario "Instrumentación sísmica y uso de elementos disipadores de energía en el comportamiento estructural"*, ciudad de México, octubre 11 y 12, 57-87.

Real, C R, y Teng, T (1973), "Local Richter magnitude and total signal duration for Southern California", *Bull Seism Soc Am*, 63, 1809-1827.

Reinoso, E, Pérez-Rocha, L E, Ordaz, M y Arciniega, A (1990), "Estudio de los datos registrados por la red de la ciudad de México para temblores ocurridos

en la brecha de Guerrero", *Memorias del Seminario "Instrumentación sísmica y uso de elementos disipadores de energía en el comportamiento estructural"*, ciudad de México, octubre 11 y 12, 89-124.

Reinoso, E, Ordaz, M y Sánchez-Sesma, F J, "A note on the fast computation of response spectra estimates", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 971-976, 1990.

Rice, S O (1954), "Mathematical analysis of random noise", en *Selected Papers on Noise and Stochastic Processes*, N. Wax, editor, Dover Publications Inc., Nueva York.

Romo, M P, Jaime, A y Taboada, V (1989), "Comportamiento cíclico de arcilla normalmente consolidada en la ciudad de México", informe interno 9501, Instituto de Ingeniería, UNAM.

Herrera, I y Rosenblueth, E (1965), "Response spectra on stratified soil", *Memorias III Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Nueva Zelanda, Vol 1, 44-60.

Rosenblueth, E y Ordaz, M (1990), "Maximum earthquake magnitude at a fault", *Journal of the Engineering Mechanics Division (American Society of Civil Engineers)*, 116, No 1, 204-216.

Sánchez-Sesma, F J (1982), "Modelos de fuentes sísmicas", informe interno 9212, Instituto de Ingeniería, UNAM.

Sánchez-Sesma, F J, Chávez-Pérez, S, Suárez, M, Bravo, M A y Pérez-Rocha, L E (1988), "On the seismic response of the Valley of Mexico", *Earthquake Spectra*, 4, 569-589.

Singh, S K, Apsel, R, Fried, J y Brune, J N (1982), "Spectral attenuation of SH waves along the Imperial fault", *Bull Seism Soc Am*, 72, 2003-2016.

Singh, S K, Mena, E, Castro, R y Carmona, C (1987), "Empirical prediction of

ground motion in Mexico City from coastal earthquakes", *Bull Seism Soc Am*, 77, 1862-1867.

Singh, S K, Lermo, J, Domínguez, T, Ordaz, M, Espinoza, J M, Mena, E, y Quaas, R (1988a), "A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site (C U )", *Earthquake Spectra*, 4, 653-673.

Singh, S K, Mena, E, y Castro, R (1988b), "Some aspects of the source characteristics and the ground motion amplifications in and near Mexico City from the acceleration data of the September, 1985, Michoacan, Mexico earthquakes", *Bull Seism Soc Am*, 78, 451-477.

Singh, S K, Ordaz, M, Anderson, J G, Rodríguez, M, Quaas, R, Mena, E, Ottaviani, M, y Almora, D (1989), "Analysis of near-source strong motion recordings along the Mexican subduction zone", *Bull Seism Soc Am*, 79, 1697-1717.

Singh, S K, Mena, E, Anderson, J G, Quaas, R, y Lermo, J (1990), "Source spectra and RMS acceleration of Mexican Subduction zone earthquakes", *PAGEOPH*, 133, 447-474.

Streeter, V L, Wylie, E B, y Richart, F E (1974a), "CHARSOIL. Characteristics method applied to soils", a computer program distributed by NISEE/Computer Applications.

Streeter, V L, Wylie, E B, y Richart, F E (1974b), "Soil motion computations by characteristics method", *Jour Geotech Eng Div ASCE*, 100(GT3), 247-263.

Udwadia F E y Trifunac, M D (1973), "Damped Fourier spectrum and response spectra", *Bull Seism Soc Am*, 63, 1775-1783.

Zeevaert, L (1964), "Strong ground motions recorded during earthquakes of May the 11th and 19th, 1962, in Mexico City", *Bull Seism Soc Am*, 54, 209-231.

## APENDICE 1

### ESTIMACION DEL ESPECTRO DE RESPUESTA A PARTIR DEL EAF. TEORIA DE VIBRACIONES ALEATORIAS.

Cuando una señal se especifica sólo a través de su espectro de amplitudes de Fourier y su duración, no se la está definiendo por completo, puesto que nada se dice sobre las fases. De hecho, existe un número infinito de señales que tienen el espectro de amplitudes y la duración especificada. Para cada una existe un valor máximo y por tanto esta es una cantidad aleatoria. Sea  $a(t)$  una señal de aceleración cuyo espectro de amplitudes de Fourier es  $|A(f)|$  y que es simétrica respecto al origen, es decir,  $E[a(t)] = 0$ , donde  $E()$  denota al operador esperanza. Sea  $\zeta(t) = a(t)/a_{cm}$  siendo  $a_{cm}$  la aceleración cuadrática media. Puede demostrarse que, bajo circunstancias muy generales, los máximos de  $\zeta(t)$ , denotados con  $\eta$ , tienen la siguiente densidad de probabilidades (Rice, 1954; Cartwright y Longuett-Higgins, 1956):

$$p_{\eta}(\eta) = \epsilon \phi(\eta/\epsilon) + (1-\epsilon^2)^{1/2} \eta e^{-\eta^2/2} \phi\left[\frac{\eta(1-\epsilon^2)^{1/2}}{\epsilon}\right] \quad (A.1)$$

donde

$$\epsilon^2 = (m_0 m_4 - m_2^2)/(m_0 m_4) \quad (A.2)$$

$$\phi(x) = (1/\sqrt{2}) \exp(-x^2/2) \quad (A.3)$$

$$\Phi(x) = \int_0^x \phi(t) dt \quad (A.4)$$

$$m_k = (1/\pi) \int_0^{\infty} (2\pi f)^{k+1} |A(f)|^2 df \quad (A.5)$$

A su vez, por el teorema de Parseval (Papoulis, 1965),



$$a_{cm} = \sqrt{m_0} / T_d \quad (A.6)$$

donde  $T_d$  es la duración de la señal. El parámetro  $\epsilon$  mide el ancho de banda del espectro.  $\epsilon = 0$  implica banda infinitamente angosta y  $\epsilon \rightarrow 1$  conforme la banda se ensancha. En los casos límite, si  $\epsilon = 0$ ,  $\eta$  tiene distribución de Rayleigh y si  $\epsilon = 1$ ,  $\eta$  tiene distribución gaussiana.

Estamos interesados en conocer la distribución del máximo de los máximos. De la teoría de valores extremos.

$$p_m(\eta_{max}) = \frac{d}{d\eta_{max}} \left[ P_\eta(\eta_{max}) \right]^N \quad (A.7)$$

donde

$$P_\eta(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} p_\eta(x) dx \quad (A.8)$$

Integrando la ec A.1 y sustituyendo en la ec A.8 se llega a (Cartwright y Longuett-Higgins, 1956)

$$p_m(\eta) = N \left\{ \phi(\eta/\epsilon) - \sqrt{2\pi} k \phi(\eta) \phi(\eta k/\epsilon) \right\}^{N-1} \times \\ \times \left\{ \frac{1}{\epsilon} \phi(\eta/\epsilon) + \sqrt{2\pi} k \phi(\eta) \left[ \eta \phi(\eta k/\epsilon) - (k/\epsilon) \phi(\eta k/\epsilon) \right] \right\} \quad (A.9)$$

donde  $k = (1-\epsilon^2)^{1/2}$  y  $N$  es el número esperado de valores extremos, que se puede estimar como

$$N = (T_d/\pi) \sqrt{m_2/m_0} \quad (A.10)$$

A partir de la ecuación A.9 es posible calcular los momentos estadísticos de  $\eta_{max}$ :

$$E(\eta_{\max}^k) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta_{\max}^k p_m(\eta_{\max}) d\eta_{\max} \quad (\text{A.11})$$

Puede mostrarse (Cartwright y Longuett-Higgins, 1956; Davenport, 1964) que, si  $\ln N$  no es demasiado pequeño, son válidas las siguientes aproximaciones asintóticas:

$$E(\eta_{\max}) \approx (2 \ln N)^{1/2} + \gamma (2 \ln N)^{-1/2} \quad (\text{A.12})$$

$$\sigma(\eta_{\max}) \approx (\pi^2)/(12 \ln N) \quad (\text{A.13})$$

donde  $\gamma$  es la constante de Euler ( $\gamma = 0.57\dots$ ). Evidentemente, si  $a(t) = a_{\text{cm}} \zeta(t)$ ,

$$E(a_{\max}) = a_{\text{cm}} E(\eta_{\max}) \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma(a_{\max}) = a_{\text{cm}} \sigma(\eta_{\max}) \quad (\text{A.15})$$

Estas ecuaciones permiten estimar los dos primeros momentos de la aceleración máxima de una señal definida por su espectro de amplitudes y su duración.

Para calcular los espectros esperados de respuesta (seudoaceleraciones) se sigue el mismo procedimiento (Udwadia y Trifunac, 1973; Reinoso *et al*, 1990) después de calcular el espectro de amplitudes de la respuesta  $Y(t)$ , dado por:

$$|Y(t)| = |A(t)| |H(t; t_0, \xi)| \quad (\text{A.16})$$

donde  $H(t; t_0, \xi)$  es la función de transferencia (aceleración a pseudoaceleración) del oscilador de un grado de libertad con parámetros  $t_0 =$  período natural de vibrar y  $\xi =$  fracción del amortiguamiento crítico.

Desde luego, la duración de la respuesta es diferente a la duración de la excitación; Boore y Joyner (1984) proponen la siguiente expresión empírica para calcular la duración de la respuesta:

$$T_r = T_d + \frac{u^3}{2\xi f_0 \pi (u^3 + 1/3)} \quad (\text{A.17})$$

donde  $u = T_d/t_0$  y  $f_0 = 1/T_0$ . Ordaz y Reinoso (1987) encuentran que una medida de la duración de los movimientos del terreno congruente con la estimación de espectros de respuesta vía teoría de vibraciones aleatorias es la duración de fase intensa de Arias, definida como el lapso que contiene entre el 5% y el 95% de la intensidad de Arias. Singh *et al* (1989) muestran que, para temblores en la zona epicentral,  $T_d$  es adecuadamente estimada con el inverso de la frecuencia de esquina,  $f_c$ , definida en el capítulo 2.

Este procedimiento puede aplicarse para estimar espectros de respuesta elastoplástica, utilizando la linealización equivalente sugerida por Newmark y Rosenblueth (1971). De acuerdo con estos autores, la ordenada del espectro de respuesta de aceleraciones, para periodo, amortiguamiento y demanda de ductilidad dadas es aproximadamente igual a la de un oscilador elástico con periodo y amortiguamiento modificados de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$t_m = \frac{t_0}{Q} \left[ \frac{1}{3} + \frac{2}{3} Q^{3/2} \right] \quad (\text{A.18})$$

$$\xi_m = \frac{1}{Q} \left\{ \xi \left[ \frac{1}{3} + \frac{2}{3} Q^{3/2} \right] + \frac{4}{\pi} [Q - 1 - \ln Q] \right\} \quad (\text{A.19})$$

donde  $t_m$  y  $\xi_m$  son, respectivamente, el periodo y el amortiguamiento del sistema lineal equivalente, y  $Q$  es la demanda de ductilidad deseada, definida como el cociente entre el desplazamiento máximo y el desplazamiento de fluencia. Pérez-Rocha y Ordaz (1991) calcularon con este procedimiento espectros inelásticos de temblores registrados en el valle de México y los compararon con los espectros exactos. La precisión resulto ser satisfactoria, y el tiempo de cómputo una pequeña fracción del requerido para el cálculo riguroso de los espectros. Independientemente del ahorro enorme en tiempo -que conlleva pérdida de precisión- el método es atractivo porque hace posible el cálculo de espectros elastoplásticos, de manera sencilla, partiendo exclusivamente del espectro de amplitudes de Fourier y la duración de fase intensa del movimiento.

**APÉNDICE 2**

## ANALYSIS OF NEAR-SOURCE STRONG-MOTION RECORDINGS ALONG THE MEXICAN SUBDUCTION ZONE.

BY S. K. SINGH, M. ORDAZ, J. G. ANDERSON, M. RODRIGUEZ, R. QUAAS,  
E. MENA, M. OTTAVIANI, AND D. ALMORA

### ABSTRACT

Near-source strong motions of 64 earthquakes ( $3 \leq M \leq 8.1$ ;  $10 \leq R \leq 54$  km) recorded above the Mexican subduction zone are analyzed to study the scaling of peak horizontal acceleration,  $a_{max}$ , and Fourier acceleration amplitude spectra,  $a(f)$ , as a function of magnitude  $M$ . The  $a_{max}$  data reduced to 16 km shows clear dependence on  $M$  for  $M \leq 6$ . For  $M > 6$ , the existing data suggests that for such events  $a_{max}$  does not depend on  $M$ . Observation points 16 km above the source are in the far field for earthquakes with  $M > 6$  for the frequencies ( $>1$  Hz) of interest here, so that for such events  $a(f)$  is easily explained in terms of Brune's source spectra modified by attenuation. The same spectra explain the  $a_{max}$  data when Parseval's theorem is used to obtain  $a_{rms}$  and the expected  $a_{max}$  is computed using random vibration theory (RVT). For larger earthquakes, we modify the point-source model to estimate Fourier amplitude spectra from finite sources, ignoring possible directivity effects. These spectra along with rupture duration  $T_d$  is used to compute  $a_{rms}$  and to estimate  $a_{max}$  by applying RVT. The character of the near-source recordings of  $6 \leq M \leq 8.1$  earthquakes in Mexico suggests that the assumption of stationarity over  $T_d$  is reasonable. The results from the model show that beyond  $M \cong 6$ , the dependence of  $a_{max}$  on  $M$  decreases; for  $M > 7.5$   $a_{max}$  becomes essentially independent of  $M$ . The  $a_{max}$  and  $a(f)$  observed for  $M \leq 6.5$  may be interpreted in terms of this finite-source model with stress drops  $\Delta\sigma$  of 40 to 100 bars and an appropriate site attenuation parameter. From a possible  $M = 7.5$  to 8 earthquake in the Guerrero gap the expected  $a_{max}$  from the finite-source model in Acapulco, corresponding to  $\Delta\sigma = 100$  bars and  $\kappa = 0.023$ s, is roughly  $\frac{1}{2}$  g.

### INTRODUCTION

The scaling of near-source peak horizontal acceleration  $a_{max}$ , and Fourier acceleration spectra,  $a(f)$ , with magnitude  $M$ , remains an active field of research because of their importance in earthquake engineering. Of particular interest is the scaling of  $a_{max}$  and  $a(f)$  with  $M$  for moderate and large earthquakes. Hanks and Johnson (1976) analyzed the  $a_{max}$  data recorded at a distance  $R \cong 10$  km and concluded that  $a_{max}$  was independent of  $M$  for  $4\frac{1}{2} \leq M_s \leq 7.2$ . They explained the observations in terms of a nearly constant dynamic stress drop (2 kbars) during faulting. Hanks and McGuire (1981) explored the dependence of rms acceleration,  $a_{rms}$ , and, through random vibration theory (Cartwright and Longuet-Higgins, 1956; Vanmarcke and Lai, 1980), of  $a_{max}$  on  $M$ . Their procedure was based on Brune's far-field source spectral model (Brune, 1970) and application of Parseval's theorem. They concluded that the data at  $R \cong 10$  km was in accordance with  $0.3 M$  dependence predicted by the theory for  $4 < M < 6.5$ . Boore (1983, 1986) generated time series consistent with Brune's source spectra and rupture duration and found that the quantities of seismological interest are reproduced by the simulation with stress drop,  $\Delta\sigma$ , of 100 bars and an appropriate choice of attenuation filter. McGarr (1986) analyzed the near-source data from Coalinga earthquake and its aftershocks. The observed dependence of  $a_{max}$  on  $M$  ( $M < 5.3$ ), in contradiction with a previous study of McGarr (1984), was interpreted by the author with  $\Delta\sigma$  increasing with seismic

moment,  $M_0$ . The same data set was interpreted by Boore (1986) with Brune's source spectra modified by an attenuation filter.

The  $M$  dependence of  $a_{\max}$  for smaller earthquakes at close source distances is now firmly established and may be easily explained by a far-field source model with a constant  $\Delta\sigma$  and appropriate attenuation filters (see, e.g., Hanks and McGuire, 1981; Boore, 1983; Luco, 1985; Boore, 1986). However, the dependence of  $a_{\max}$  and  $a(f)$  on  $M$  at close distances when  $M$  is large ( $M > 7$ ) is uncertain. The main reason for this is the paucity of the data. It should be noted that the far-field approximation is likely to break down if the source dimension exceeds the closest distance from the rupture area to the observation point. In such cases, the predictions based on far-field source models, which assign all energy release to a point, may result in an overestimation of  $a(f)$  and, hence, of such related quantities as  $a_{\text{rms}}$  and  $a_{\max}$ .

In spite of the paucity of data, several authors have anticipated independence of  $a_{\max}$  on  $M$  for  $M > 7$  close to the source (e. g., Hadley and Helmberger, 1980; Hanks and McGuire, 1981; Joyner, 1984). The possible independence of  $a_{\max}$  on  $M$  at close distance is implicit in the model chosen for regression analysis by Esteva (1970) and Campbell (1981).

In this paper, we analyze the strong-motion data collected along the Mexican subduction zone. The data consists of near-source recordings of earthquakes with  $3 \leq M \leq 8.1$ . We normalize the  $a_{\max}$  values to a distance of 16 km, the typical depth of the plate interface near the Pacific coast of Mexico. For  $3 \leq M \leq 6$ ,  $a_{\max}$  shows a clear dependence on  $M$ . However, for  $M > 6$  the  $a_{\max}$  data, although limited in number, shows no increase with  $M$ . We find that a modification of the far-field spectral model to include the finite size of the source area can reasonably well predict observed  $a_{\max}$  and  $a(f)$  for  $M > 6$ . Finally, we attempt to estimate  $a(f)$ ,  $a_{\max}$ , and response spectra in Acapulco from a possible  $M = 7.5$  to 8 earthquake from the rupture of the Guerrero gap.

#### DATA

The list of the earthquakes, along with  $S$ - $P$  times, closest distances to the rupture areas, peak acceleration values on the three orthogonal components, and magnitudes, are given in Table 1. All data beginning in 1985 were recorded by the Guerrero digital accelerograph array (Anderson *et al.*, 1987a, b; Quaas *et al.*, 1987). Because of low density of seismographs in the region, the locations of most of the small earthquakes recorded by the array are poorly known. To minimize errors in the distance estimation of small earthquakes we selected those events whose  $S$ - $P$  times could be read on one or more strong-motion records. In some cases, records begin just after the arrival of  $P$  waves so that only the minimum estimates of  $S$ - $P$  times are possible. Data from a few such events, included in the analysis, are identified in Table 1. The closest distance to the rupture area for small earthquakes, given in the table, has been obtained by multiplying  $S$ - $P$  time by 8.2 km/sec.

For moderate and large earthquakes ( $M_s \geq 6.9$ ), a few  $S$ - $P$  times are available (Table 1). Since for such extended sources the  $S$ - $P$  time may not correspond to the closest distance to the rupture plane, the listed values of the distance in Table 1 have been determined from the mapped rupture areas. It is well known that the Michoacán earthquake of 19 September 1985 ( $M_s = 8.1$ ) consisted of two subevents (see, e.g., Anderson *et al.*, 1986; UNAM Seismology Group, 1986), each of which may be assigned a seismic moment  $M_0$  of  $6 \times 10^{27}$  dyne-cm (Astiz *et al.*, 1987). In Table 1, we list subevent 1 and the entire earthquake separately. The first subevent

TABLE 1  
EARTHQUAKE, DISTANCE, PEAK ACCELERATION, AND MAGNITUDE DATA

Date (D/M/Y)	Time* (H:M:S)	Station	S-P (sec)	Closest Distance to Rupture Area (km)	Peak Acceleration (gals)			Magnitude				Comments
					Z	E	N	$M_c$	$m_b$	$M_s$	$M_w$	
19/03/78	01:39:09	ACAP	2.1	17.2	252.	315.	293.		5.7	6.4	6.63	
19/03/78	01:39:09	ACAS	2.1	17.2	159.	745.	383.		5.7	6.4	6.63	
25/10/81	03:22:15	SICC	>2.0	16.0†		249.	266.		6.1	7.3	7.41	Soft site
22/08/85	19:50:53	PAPN	2.8	23.0	7.7	18.2	11.5	3.3				
19/09/85	13:17:42	CALE	3.5	16.0†	88.0	140.7	139.7				7.85	First subevent
19/09/85	13:17:42	VILE		16.0†	57.4	121.5	125.4				7.85	First subevent
19/09/85	13:17:42	ZACA		16.0†	44.9	181.9	271.1				7.85	First, Soft site
19/09/85	13:19:42	UNIO		16.0†	128.2	148.3	156.6		6.8	8.1	8.05	Entire earthquake
21/09/85	01:37:18	AZIH		23.3†	94.8	134.0	153.3		6.3	7.6	7.67	
21/09/85	01:37:18	PAPN		29.6†	172.3	219.2	243.0		6.3	7.6	7.67	
21/09/85	09:07:15	PAPN	3.1	25.4	12.4	25.8	16.3	3.1				
30/09/85	09:08:11	PAPN	3.0	24.6	9.7	12.4	10.5	3.2				
03/10/85	06:29:50	PAPN	3.4	27.9	73.7	134.9	86.3	4.4	4.3			
09/10/85	17:08:30	PAPN	3.9	32.0	10.5	14.4	16.3	3.3				
22/12/85	18:43:47	PAPN	3.1	25.4	18.2	22.0	38.3	3.6				
24/12/85	19:28:17	PAPN	3.1	25.4	9.6	15.3	23.0	3.3				
03/01/86	00:17:49	PAPN	3.0	24.6	12.4	25.8	28.7	3.4				
12/01/86	16:51:21	UNIO	1.8	14.8	60.3	73.7	44.0	4.7	5.1			
15/01/86	06:46:02	PAPN	3.7	30.3	6.7	15.3	20.1	3.6				
18/01/86	20:27:00	PAPN	2.8	23.0	9.6	18.2	23.0	4.1				
26/01/86	00:56:00	PAPN	4.3	35.3	6.7	12.4	16.3	4.0				
26/01/86	03:03:19	PAPN	4.2	34.4	6.7	10.5	10.5	3.8	4.0			
29/01/86	20:01:32	PAPN	3.6	29.5	16.3	23.0	31.6	4.7	4.6			
01/02/86	03:31:36	OCLL	5.1	41.8	18.2	14.4	8.6	4.0	4.1			
01/02/86	03:31:36	XALT	6.5	53.3	17.2	11.5	16.3	4.0	4.1			
24/03/86	23:39:24	PAPN	4.1	33.6	42.1	76.6	84.2		3.6			$m_b$ used
30/04/86	07:07:18	CALE	>4.5	48.2?	33.5	97.6	77.5		6.2	7.0	6.99	See text
03/05/86	16:29:23	XALT	4.3	35.3	21.1	32.5	35.4	3.4				
05/05/86	05:46:35	CALE	3.4	27.9	21.1	33.5	50.7	5.6	5.6	5.5		
18/05/86	22:07:39	CPDR	2.3	18.9	23.0	18.2	10.5	3.1				
29/05/86	20:31:21	VIGA	5.9	48.4	27.8	65.2	79.4	5.0	5.2	4.2		
11/06/86	21:39:52	COMD	5.6	45.9	48.9	48.9	50.7	4.7	5.1			

TABLE 1—Continued

Date (D/M/Y)	Time* (H:M:S)	Station	S-P (sec)	Closest Distance to Rupture Area (km)	Peak Acceleration (gals)			Magnitude				Comments
					Z	E	N	$M_z$	$m_b$	$M_x$	$M_w$	
16/06/86	05:51:05	XALT	4.2	34.4	69.9	58.4	165.6	4.3	4.5			
16/06/86	05:51:05	CPDR	5.3	43.5	23.0	20.1	19.1	4.3	4.5			
04/11/86	01:58:06	UNIO	4.5	36.9	26.8	30.6	25.8	4.8	4.8			
26/11/86	20:57:48	PAPN	1.2	9.8	18.2	22.0	23.9	3.7				
14/12/86	01:28:02	PAPN	2.7	22.1	17.2	61.2	42.1	4.3				
16/12/86	18:56:46	XALT	5.3	43.5	14.4	11.5	14.4	4.3				
12/02/87	06:43:09	XALT	>1.7	13.9	21.1	21.1	37.3	3.3				
24/02/87	14:55:45	VIGA	2.7	22.1	4.8	16.3	19.1	3.2				
14/03/87	15:08:13	OCLL	1.2	9.8	28.7	18.2	21.1	3.1				
20/03/87	23:58:56	PAPN	>3.4	27.9	5.7	8.6	18.2	3.7	3.4			
26/03/87	13:07:08	OCLL	2.1	17.2	22.0	21.1	28.7	3.4				
26/03/87	18:38:29	COYC	3.0	24.6	26.8	30.6	32.5	4.8	4.8	4.5		
02/04/87	16:01:52	CPDR	2.6	21.3	48.9	103.4	65.1	4.0	4.8			
02/04/87	16:01:52	VNTA	3.2	26.2	39.2	65.1	40.2	4.0	4.8			
08/05/87	04:49:55	CPDR	2.4	19.7	8.6	12.4	8.6	3.3				
09/06/87	15:37:07	CPDR	3.7	30.3	24.9	21.1	28.7	4.0	4.2			
09/06/87	15:37:07	VNTA	>3.3	27.1	30.6	63.2	54.6	4.0	4.2			
09/06/87	15:37:07	COYC	3.4	27.9	24.9	31.6	38.3	4.0	4.2			
09/06/87	15:37:07	XALT	4.2	34.4	21.1	35.4	17.2	4.0	4.2			
10/07/87	00:59:44	ATYC	4.0	32.8	15.3	24.9	14.4	3.5				
29/07/87	16:10:16	COMD	6.6	54.1	18.2	15.6	11.5	3.8				
25/10/87	04:31:56	LLAV	5.9	48.4	23.9	25.1	32.5	4.7				
25/10/87	04:31:56	PAPN	>3.5	28.7	80.4	93.4	160.8	4.7				
06/11/87	01:35:01	PETA	4.2	34.4	13.4	15.3	10.5	3.7				
22/11/87	05:11:59	XALT	5.7	46.7	22.0	15.6	14.4	4.1				
22/11/87	12:30:34	PAPN	2.7	22.1	23.0	33.5	40.2	4.4				
03/12/87	12:06:06	PAPN	>3.9	32.0	18.2	41.2	24.9	3.9				
08/02/88	13:51:30	PETA	3.5	24.1†	104.3	238.3	147.4	5.0	5.5	5.8	5.91	
08/02/88	13:51:30	PAPN	4.0	29.4†	225.0	337.0	435.0	5.0	5.5	5.8	5.91	
08/02/88	13:51:30	AZIH		40.4†	19.2	28.7	23.0	5.0	5.5	5.8	5.91	
08/02/88	13:51:30	LLAV	5.8	42.5†	149.3	221.1	297.6	5.0	5.5	5.8	5.91	
26/02/88	00:15:12	PAPN	2.9	23.8	14.4	43.1	21.1	4.0				
20/03/88	17:03:31	COYC	2.6	21.3	6.7	15.3	13.4	3.7				



27/03/88	05:06:20	PETA	5.3	43.5	10.5	10.5	9.6	3.2				
04/04/88	18:38:12	COYC	3.2	26.2	20.1	29.7	21.1	4.1	4.2			
03/05/88	11:04:52	COPL	2.7	22.1	10.5	31.6	23.0	3.9				
28/05/88	21:43:47	COYC	1.6	13.1	9.6	23.0	12.4	3.5				
01/08/88	08:42:30	PAPN	3.2	26.2	6.7	15.3	8.6	3.2				
16/08/88	04:20:49	VNTA	3.3	28.0†	18.2	38.3	31.6	5.0	4.3			
16/08/88	04:20:49	OCLL	3.4	29.3‡	39.2	28.7	59.3	5.0	4.3			
16/08/88	04:20:49	ACAD	3.7	30.3‡	21.1	120.6	76.6	5.0	4.3			
16/08/88	04:20:49	XALT	3.9	34.8‡	209.4	235.8	146.1	5.0	4.3			Soft site
16/08/88	04:20:49	CDDR		41.2‡	77.5	115.8	72.7	5.0	4.3			
27/08/88	15:59:48	LLAV	4.0	32.8	8.6	19.1	39.2	3.2				
07/09/88	20:17:50	ATYC	4.1	33.6	20.1	40.2	32.5	4.1				
07/09/88	20:17:50	COYC	4.5	36.9	9.6	23.9	18.2	4.1				
14/09/88	20:36:37	ARTG	5.4	44.3	33.5	33.5	26.8	4.7				
26/09/88	20:11:59	PAPN	3.0	24.4	54.6	91.9	101.5	4.7				
26/09/88	20:11:59	LLAV	4.9	40.3	10.5	16.3	19.2	4.7				
26/09/88	21:04:17	PAPN	2.8	23.0	68.0	133.0	97.6	4.2				
25/11/88	06:23:04	COPL	2.3	19.2	4.8	8.6	8.6	3.8				
06/12/88	14:54:42	COYC	2.8	22.7	10.5	16.3	21.1	4.3				
25/04/89	14:28:59	SMR2	3.7	20†	132.1	127.3	175.1		6.3	6.9	6.89	
25/04/89	14:28:59	CPDR	4.0	25†	66.0	92.8	102.4		6.3	6.9	6.89	
25/04/89	14:28:59	VIGA	5.0	20†	128.2	310.1	345.9		6.3	6.9	6.89	

\* Time does not correspond to the origin time. It is for reference only.

† The distance is from the closest point of the rupture area estimated from aftershock distribution.

‡ The distance is with respect to the hypocenter.

can be isolated at three stations. For the entire earthquake, the data from only one close in station (UNIO) is useful since the two subevents here merge together. For the earthquake of 30 April 1986 ( $M_s = 7.0$ ), S-P time at CALE is greater than 4.5 sec (hypocentral distance 36.9 km). With respect to the location given by Earthquake Data Report (USGS), the hypocentral distance to CALE is 48.2 km. Although this distance may be in error, we take it as the closest distance to the rupture area.

For almost all small earthquakes, only  $M_c$ , the coda-wave magnitude (estimated by Instituto de Ingenieria, UNAM, using the relation  $M_c = 2 \log \tau - 0.87$  of Lee *et al.* (1972)), and  $m_b$  are available. For all moderate and large earthquakes ( $M_s \geq 5.7$ ) the estimates of  $M_o$  are available. For these earthquakes, the moment magnitude  $M_w$  (calculated from the relation  $M_w = \frac{2}{3} \log M_o - 10.7$  given by Hanks and Kanamori (1979)) are displayed in Table 1. In the remainder of the text, we will denote magnitude by  $M$  where  $M = M_w$  for  $M_s \geq 5.7$  and  $M = M_c$  for smaller events.

### ANALYSIS

We wish to study the dependence of  $a_{\max}$  on  $M$  at a distance of 16 km from the source. The choice is based on observations which suggest that the depth of the plate interface below the coast is about 16 km. Since the distance to the recording site is not 16 km except for some large earthquakes (Table 1), we reduce the data to a distance of 16 km by multiplying them with  $(R_c/16) \times e^{*(R_c-16)/\beta Q}$  where  $R_c$  is the distance listed in Table 1,  $\beta = 3.2$  km/sec is the shear-wave velocity, and  $Q$  is the quality factor. Singh *et al.* (1989) found that  $Q = Q_o f$  (with  $Q_o = 100$  sec) is an adequate approximation for the Pacific coast of Mexico for  $f \leq 20$  Hz. Often in literature  $a_{\max}$  is taken as the largest of the values on EW or NS component. For this study, we take  $a_{\max} = ((a_E^2 + a_N^2)/2)^{1/2}$ , where  $a_E$  and  $a_N$  are the largest values of acceleration on EW and NS components, respectively. Thus  $a_{\max}$  reduced to a distance of 16 km is given by  $((a_E^2 + a_N^2)/2)^{1/2} \times (R_c/16) \times e^{*(R_c-16)/\beta Q_o}$ . Figure 1 shows a plot of reduced  $a_{\max}$  at  $R = 16$  km versus  $M$ . In Figure 2, modified from Anderson and Quaas (1988), NS components of near-source recordings of all earthquakes with  $M \geq 5.9$  are shown. (Note that in this figure CALE recording of the 19 September 1985 earthquake corresponds to the first subevent. The accelerometer at CALE stopped for a few seconds after the first subevent, and then it was retriggered by the second subevent. The recordings at VILE, ZACA, and UNIO correspond to the entire earthquake; at UNIO the two subevents merge together, but they are well separated at VILE and ZACA). The  $M$  dependence of  $a_{\max}$  is clear for  $M \leq 6$  (Fig. 1). For  $M > 6$ , Figures 1 and 2 suggest no increase of  $a_{\max}$  with  $M$ .

Now we explore whether the  $a_{\max}$  values for  $M > 6$  events are relatively low because of site effects, radiation pattern effects, source directivity, and/or the asperities controlling high-frequency radiation being at greater distances than those listed in Table 1.

Most recordings are from hard-rock sites. At soft sites, the  $a_{\max}$  values are greater than those at close-by hard-rock sites (compare ACAS with ACAP for the 19 March 1978 Acapulco earthquake and ZACA with VILE for the 19 September 1985 Michoacán earthquake, Fig. 2, Table 1). It is possible that the attenuation parameter,  $\kappa$  (defined later), at the sites which recorded  $M > 6$  events is, on an average, greater, hence the  $a_{\max}$  values smaller, than at average coastal sites. We discuss this possibility later. Here we note that the  $a_{\max}$  values for  $M > 6$  events are relatively low both for hard and soft sites. We can ignore the radiation pattern effects as the cause of lack of increase of  $a_{\max}$  with  $M$  ( $M > 6$ ) since at high frequencies the

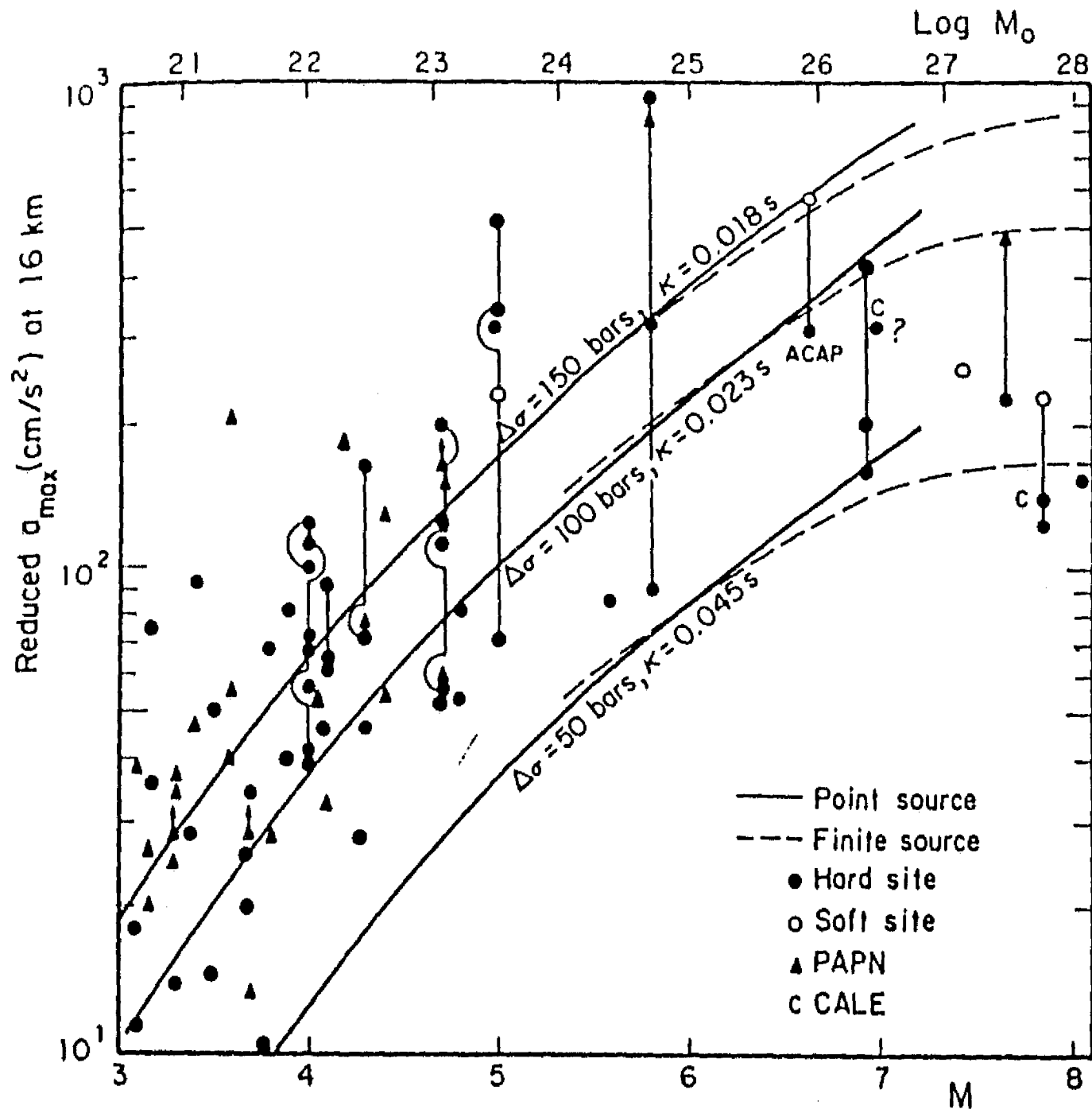


FIG. 1. Near-source  $a_{\max}$  data from the Mexican subduction zone, reduced to a distance of 16 km (see text) as a function of magnitude  $M$ .  $M = M_c$  (coda-wave magnitude) for  $M_c \leq 5.5$  and  $M = M_w$  (moment-magnitude) for  $M_c \geq 5.7$ . Solid and open symbols represent hard and soft sites, respectively. Symbol with arrow represents minimum estimate of  $a_{\max}$ . A line joining symbols represents multiple recordings of the same event. Solid triangles are recordings from the site PAPN. Data from ACAS, ACAP, and CALE (C) are marked. Estimated  $a_{\max}$  curves for some values of stress drop ( $\Delta\sigma$ ) and site attenuation parameter ( $\kappa$ ) from both point and finite-source models are shown (see text).

sources invariably appear more isotropic than one would expect from radiation patterns (see, e.g., Hanks and McGuire, 1981).

Although the source directivity during the 21 September 1985 earthquake is well documented (Singh *et al.*, 1989), its effect on AZIH and PAPN sites would be to give rise to higher  $a_{\max}$  values. From what is known about the source characteristics of other moderate and large earthquakes in our data set, there is no evidence to suggest that directivity has played a role in lowering the observed  $a_{\max}$  values.

As mentioned before, Table 1 lists closest distances from the rupture area for  $M \geq 6.9$  events; the actual distance from the patch controlling the high-frequency radiation may, in fact, be greater. If so, the reduced  $a_{\max}$  for such events may be underestimated in Figure 1. Our goal is, however, to find the scaling of 'average' epicentral  $a_{\max}$  with  $M$ . Thus, the critical question is not what the highest  $a_{\max}$  value on the epicentral region may have been for a given large earthquake in our data set, but whether the available data for each event represents 'average' epicentral value. For the 19 September earthquake, the largest event in our data set, the observed

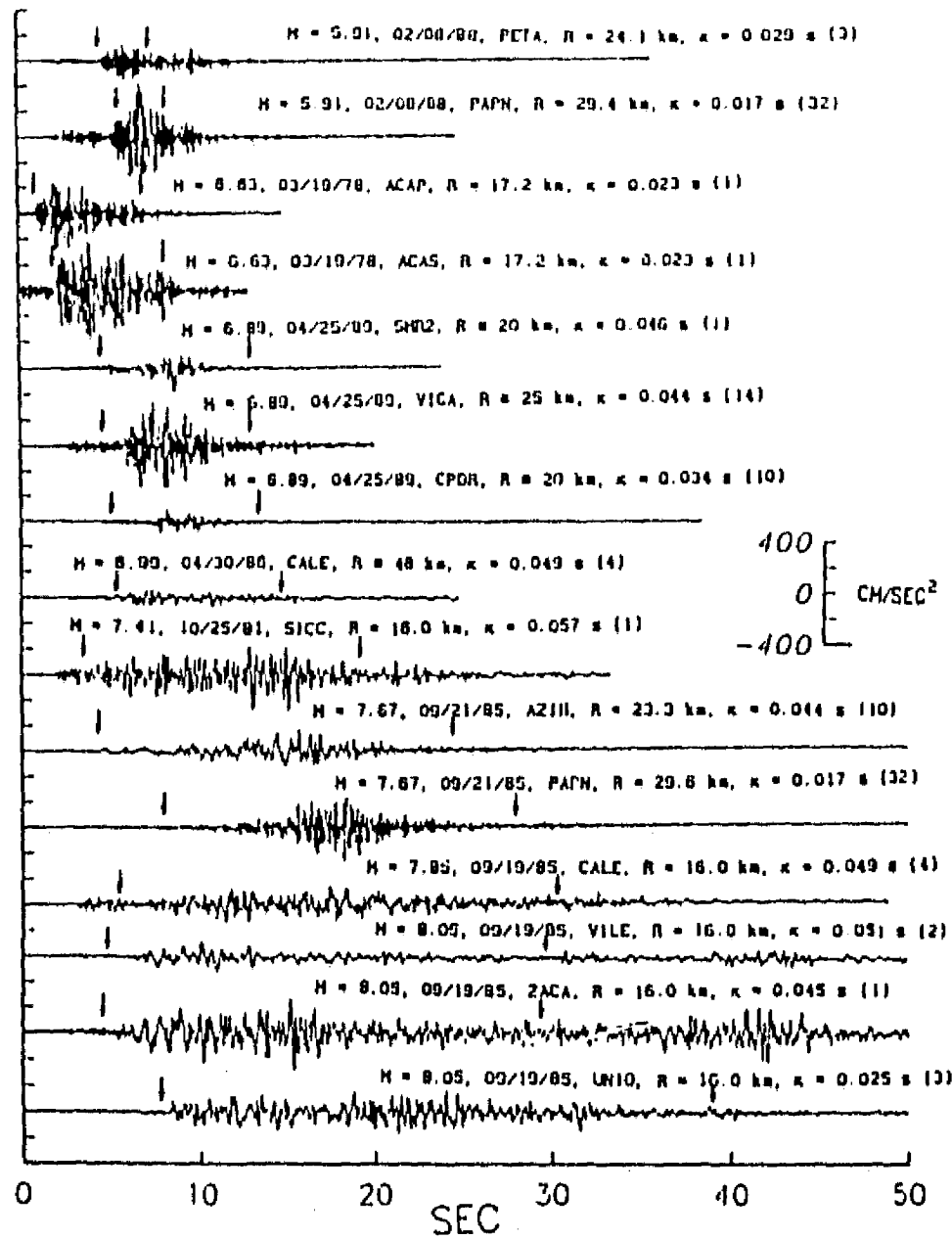


FIG. 2. Near-source, NS component accelerograms of all  $M \geq 5.9$  events recorded above the Mexican subduction zone.  $R$  = closest distance to the rupture area. The number in brackets following  $\kappa$  value refers to number of events used in its estimation. Arrows indicate rupture duration,  $T_d$ . CALE recording of 19 September 1985 is of the first subevent. Arrows at VILE and ZACA correspond to  $T_d$  of the first subevent. Note that the records show no dependence of  $a_{max}$  on  $M$ .

values may be representative since we have four recordings above the rupture area. The same may be true for the 25 April 1989  $M = 6.9$  shock (three recordings). This, however, is less certain for other events. In what follows; we assume that the observed values represent average values and explore whether reasonable and simple models can explain the observations in Figures 1 and 2.

## MODELS

### Point-Source Model

For earthquakes at a depth of 16 km with rupture dimension  $\leq 10$  to 15 km, the far-field approximation is expected to be valid. For such earthquakes, the acceleration spectra  $a(f)$  at a distance  $R_0$ , assuming  $\omega^{-2}$  source model (Aki, 1967; Brune, 1970), can be written as

$$a(f) = CA(f) \frac{M_0 f^2}{1 + (f/f_c)^2} e^{-\pi R_0 / \beta Q_0} e^{-\pi f / R_0} \quad (1a)$$

$$C = R_0 (2\pi)^2 FP / (4\pi\rho\beta^3) \quad (1b)$$

$$f_c = 0.491\beta(\Delta\sigma/M_0)^{1/3} = 2.34\beta/2\pi r_0 \quad (1c)$$

where  $M_0$  is the seismic moment,  $\beta = 3.2$  km/sec, and  $Q_0 = 100$  sec are defined earlier,  $R\theta\phi = 0.6$  is the average radiation pattern,  $F = 2$  accounts for the free-surface amplification,  $P = 1/\sqrt{2}$  takes into account the equal partitioning of the energy in the two horizontal components, and  $\rho = 2.8$  gm/cm<sup>3</sup> is the density.  $A(f)$  is a factor that corrects for the amplification of  $S$  waves as they propagate upwards through material of progressively lower velocity (Boore, 1986); it is roughly 2 for  $f \geq 1$  Hz. Unless otherwise indicated, we will take  $A(f) = 2$  for all  $f$ ; in as much as we are interested in  $f > 1$  Hz, this simplification will not cause appreciable error. In equation (1c),  $f_c$  is the corner frequency and  $r_0$  is the radius of the fault based on Brune's model, and  $\Delta\sigma$  is the stress drop.  $\kappa$  in equation (1a) is an attenuation parameter that corrects for the site effect. Such a parameter was introduced by Singh *et al.* (1982) to explain the spectral attenuation of  $SH$  waves along the Imperial fault. In a series of studies, Anderson and his colleagues (see Anderson, 1987 and the references therein) show that  $\kappa$  is also a function of distance. For a site at 16 km from the source,  $\kappa$ , of course, is constant. Even when later in this section we consider extended sources, we will take  $\kappa$  as independent of the distance. The root mean square acceleration,  $a_{rms}$ , is defined by

$$a_{rms} = \left[ \frac{2}{T_d} \int_0^\infty a^2(f) df \right]^{1/2} \quad (2)$$

where  $T_d$ , the rupture duration, equals  $1/f_c$ . It is straight forward to show that (see Luco, 1985)

$$a_{rms} = 2 \sqrt{2} CM_0 f_c^3 e^{-\pi R_0/\beta Q_0} I_0(2\pi\kappa f_c)/R_0 \quad (3)$$

where

$$[In(x)]^2 = \int_0^\infty \frac{y^{n+1}}{(1+y^2)^2} e^{-xy} dy. \quad (4)$$

The expected value of  $a_{max}$  can be written as (Cartwright and Longuet-Higgins, 1956):

$$E(a_{max}) = a_{rms} [\sqrt{2 \ln N} + (\gamma/\sqrt{2 \ln N})] \quad (5)$$

where  $\gamma = 0.5772 \dots$  is Euler's constant and

$$N = 2I_2(2\pi f_c \kappa)/I_0(2\pi f_c \kappa). \quad (6)$$

The integrals appearing in equations (3) and (6) can be expressed as (Abramowitz and Stegun, 1964; Luco, 1985)

$$[I_0(x)]^2 = 1/x - [3f(x) - xg(x)]/2$$

$$[I_2(x)]^2 = 2/x^2 - 2/x + [5f(x) - xg(x)]/2$$

where

$$f(x) = Ci(x)\sin x - si(x)\cos x$$

$$g(x) = -Ci(x)\cos x - si(x)\sin x.$$

*Finite-Source Model*

The validity of the far-field, point-source expressions depends on two conditions: (1) the wavelength of interest and (2) that the source dimension be much smaller than the distance  $R_0$ . For rupture dimensions greater than 10 to 15 km and a station 16 km above the fault plane, the source may not be approximated as a point. For frequencies greater than 1 Hz, the first condition does not pose any difficulty. To account for the source finiteness let us assume that  $f \gg f_c$ . For a point  $P$  in the far field, equation (1a) with  $f \gg f_c$  becomes:

$$a^2(f) = C^2 A^2(f) (M_0 f_c^2)^2 e^{-2\pi f t} e^{-2\pi R_0 / \beta Q_0} / R_0^2 \quad (7)$$

We assume that the source intensity  $(M_0 f_c^2)^2$  is uniformly distributed over the rupture area  $S$ . Now let us consider a point of observation  $P$  which is not in the far-source (Fig. 3). We approximate the rupture by a circular area of radius  $r_0$ , the point of observation  $P$  being on the axis of the circle at a fixed distance  $R_0$  (Fig. 3). Let the rupture area be divided in small elements  $ds_i$ , each radiating with equal intensity, and let the rupture of the elements occur randomly with uniform probability over the source duration  $T_d$ . For such incoherent sources,  $a^2(f)$  at the point  $P$  at high frequencies may be written as (Lee, 1964, pp. 241-244; Papageorgiou and Aki, 1985; Joyner and Boore, 1986; Boatwright, 1988):

$$a^2(f) = \sum_i a_{si}^2(f) \quad (8a)$$

where  $a_{si}(f)$  is the amplitude spectrum from the element  $ds_i$ .  $a_{si}^2(f)$  is given by

$$a_{si}^2(f) = C^2 A^2(f) (M_0 f_c^2)^2 (ds_i/S) e^{-2\pi f t} e^{-2\pi R_i / \beta Q_0} / R_i^2 \quad (8b)$$

in which  $R_i = (r_i^2 + R_0^2)^{1/2}$ . We assume that the number of source elements is so large that the summation in equation (8a) may be replaced by integration, i. e.,

$$a^2(f) = C^2 A^2(f) (M_0 f_c^2)^2 \frac{e^{-2\pi f t}}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-\alpha \sqrt{r^2 + R_0^2}}}{(r^2 + R_0^2)} r dr d\theta \quad (9)$$

$$= 2C^2 A^2(f) (M_0 f_c^2)^2 \frac{e^{-2\pi f t}}{r_0^2} [E_1(\alpha R_0) - E_1(\alpha \sqrt{R_0^2 + r_0^2})] \quad (10)$$

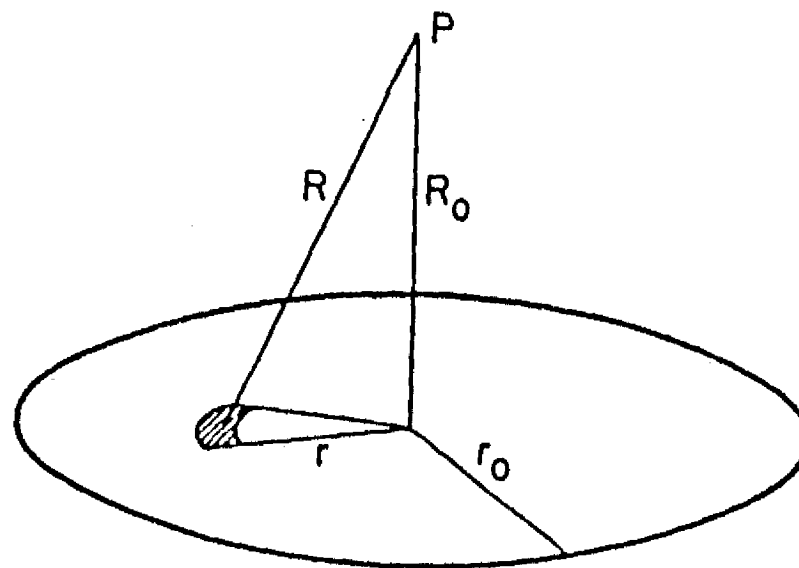


FIG. 3. Geometry of the finite-source model. The rupture plane is idealized by a circular area of radius  $r_0$  with the observation point  $P$  being on the axis of the circle at distance  $R_0$ .

where  $E_1(x)$  is the exponential integral (Abramowitz and Stegun, 1964) and  $\alpha = 2\pi/\beta Q_0$ . It can be shown that as  $(\alpha r_0)(r_0/2R_0)$  tends to zero, equation (10) approaches equation (7), as expected.

The manner in which the simplified finite-source model has been constructed (rupture of elements on the fault plane occurring randomly with uniform probability over  $T_d$ ) implies an approximately stationary accelerogram at a near-source site over the rupture duration,  $T_d$ . A more realistic picture of the rupture process is, of course, nucleation at a point and irregular propagation outwards. In such a case, one might not expect stationarity over  $T_d$  since the elements closer to the recording site would contribute more than the farther elements because of geometrical spreading and anelastic attenuation. Yet, as we show later, the stationarity over  $T_d$  appears to be a reasonable approximation for the available near-source accelerograms for  $M > 6$  earthquakes (Fig. 2). The Lollo recording, above the rupture area of the Central Chile earthquake of 3 March 1985 ( $M = 8.1$ ) also appears reasonably stationary (see Fig. 3.5 in Saragoni *et al.*, 1986). Why is this so? An explanation may be that at later times during the rupture process the elements contributing are farther away but there are more of them contributing because of the expanding rupture front. Let us examine more closely whether the Fourier spectra of the near-source accelerograms (Fig. 2), along with the assumption of stationarity over  $T_d$ , can give an estimation of  $a_{\max}$  via RVT that is in agreement with observed  $a_{\max}$ . In Table 2 we list  $M \geq 5.9$  earthquakes along with  $T_d = f_c^{-1}$  (with  $\Delta\sigma = 100$  bars, equation 1c) and observed  $a_{\max}$  on both horizontal components. The table also gives the estimated  $a_{\max}$  values via RVT (equations 2, 5, and 6), where  $a(f)$  is computed for the entire record duration. (The estimated  $a_{\max}$  values are only slightly smaller if  $a(f)$  is computed over  $T_d$  only.) The ratios of estimated to observed  $a_{\max}$  values as a function of  $M$  are shown in Figure 4. If we exclude the smallest event ( $M = 5.9$ ) in Figure 4, then the ratios show no trend with  $M$ . The average value of the ratio ( $M > 6$ ) is 0.84. The earthquakes of 21 September 1985 and 25 April 1989 contribute significantly in giving rise to this average ratio which is less than 1. The cause appears to be a directivity effect for the former event. A preliminary analysis of the strong-motion records of the latter event suggests that it starts smoothly giving rise to small accelerations and terminates with a strong burst of energy over a shorter duration ( $\cong 5$  sec) than the estimated  $T_d = 8.2$  sec from equation 1c (Table 2). The point to note in Figure 4 is the lack of trend of the ratios with  $M$  ( $M > 6.5$ ) from which we conclude that the assumption of stationarity over  $T_d$  is reasonable for large ( $M \geq 8$ ) Mexican earthquakes. Hence, once  $a(f)$  and  $T_d$  are known, then  $a_{\max}$  can be estimated using RVT except in cases where directivity is important. Equation (10) provides a means of estimating  $a(f)$  given  $M_0$ ,  $\Delta\sigma$ , and the attenuation parameters  $Q_0$  and  $\kappa$ . Inserting  $a(f)$  from equation (10) into equation (2), taking the limit of the integral from  $f_c$  to  $\infty$ , and remembering that  $f_c$  and  $\kappa$  are smaller than 1 gives:

$$a_{\text{rms}} = 2\sqrt{2} CM_0 f_c^3 [E_1(\alpha R_0) - E_1(\alpha \sqrt{R_0^2 + r_0^2})]^{1/2} / r_0 \sqrt{\pi \kappa f_c} \quad (11)$$

The expected value of  $a_{\max}$  can be obtained from the simplified formula (Luco, 1985)

$$E(a_{\max}) = a_{\text{rms}} \left[ 2 \ln \frac{\sqrt{2}}{\pi \kappa f_c} \right]^{1/2} \quad (12)$$

TABLE 2  
A TEST OF STATIONARITY OF NEAR-SOURCE ACCELEROGRAMS ( $M \geq 5.9$ ) OVER RUPTURE DURATION,  $T_d$ , BY COMPARING ESTIMATED  $a_{max}$  VIA RVT AND OBSERVED  $a_{max}$ .

Event	$M_w$	$T_d$ † (sec)	Station	Comp	Observed $a_{max}$ (gals)	Estimated‡ $a_{max}$ (gals)	Ratio¶
190378	6.63	6.1	ACAP	NS	293.0	251.3	0.86
				EW	315.0	300.7	0.96
			ACAS	NS	383.0	421.1	1.10
251081	7.41	15.5	SICC	NS	266.0	264.5	0.99
				EW	249.0	290.0	1.16
			190985*	7.85	24.8	CALE	NS
EW	140.7	121.4	0.86				
VILE	NS	125.4	85.7			0.68	
	EW	121.5	70.8			0.58	
ZACA	NS	271.1	224.8			0.83	
	EW	181.9	183.2			1.01	
190985†	8.05	31.2	UNIO	NS	156.6	158.6	1.01
				EW	148.3	149.8	1.01
210985	7.67	20.0	AZIH	NS	153.3	119.0	0.76
				EW	134.0	106.2	0.79
			PAPN	NS	243.0	161.2	0.66
EW	219.2	141.5		0.65			
300486	6.99	9.2	CALE	NS	77.5	76.2	0.98
				EW	97.6	72.7	0.76
080288	5.91	2.7	PETA	NS	147.4	197.7	1.33
				EW	238.3	213.8	0.90
			PAPN	NS	435.0	469.2	1.08
EW	337.0	382.1		1.13			
250489	6.89	8.2	SMR2	NS	175.1	106.2	0.61
				EW	127.3	86.1	0.68
			VIGA	NS	345.9	276.9	0.80
				EW	310.1	241.9	0.78
			CPDR	NS	102.4	72.1	0.70
EW	92.8	83.0	0.89				

\* First subevent.

† Entire event.

‡ Computed from equation (1c) with  $T_d = f_c^{-1}$  and  $\Delta\sigma = 100$  bars.

§ Computed from equations (2) and (12) with  $a(f)$  from the entire record.

¶ Ratio of estimated to observed  $a_{max}$ .

#### PREDICTIONS FROM THE MODELS AND THEIR COMPARISONS WITH THE DATA

Figure 5 shows expected  $a_{max}$  as a function of  $M$  for  $\Delta\sigma = 200, 100,$  and  $50$  bars and  $\kappa = 0.023$  sec, and  $0.045$  sec. For the point-source model, the curves have been obtained from equations (3) and (5), whereas for the finite-source model equations (11) and (12) have been used. The figure shows that the point-source model begins to break down above  $M \cong 6$ . At greater  $M$ , the point-source model shows a  $\log a_{max} \propto 0.3 M$  dependence (Hanks and McGuire, 1981; Boore, 1983, 1986), whereas for the finite-source model  $\log a_{max}$  dependence on  $M$  decreases as  $M$  increases, becoming essentially  $\log a_{max} \propto 0.0 M$  for  $M \geq 7.5$ . The figure also shows that for  $M \leq 5$  the effect of  $\kappa$  on  $a_{max}$  is stronger than the effect of  $\Delta\sigma$ , an observation previously made by Boore (1986).

We note that our finite-source model differs from the one proposed by Joyner (1984) in a significant way. Joyner (1984) modified Hanks and McGuire's (1981) formulation to include earthquakes that may break the entire seismogenic width of



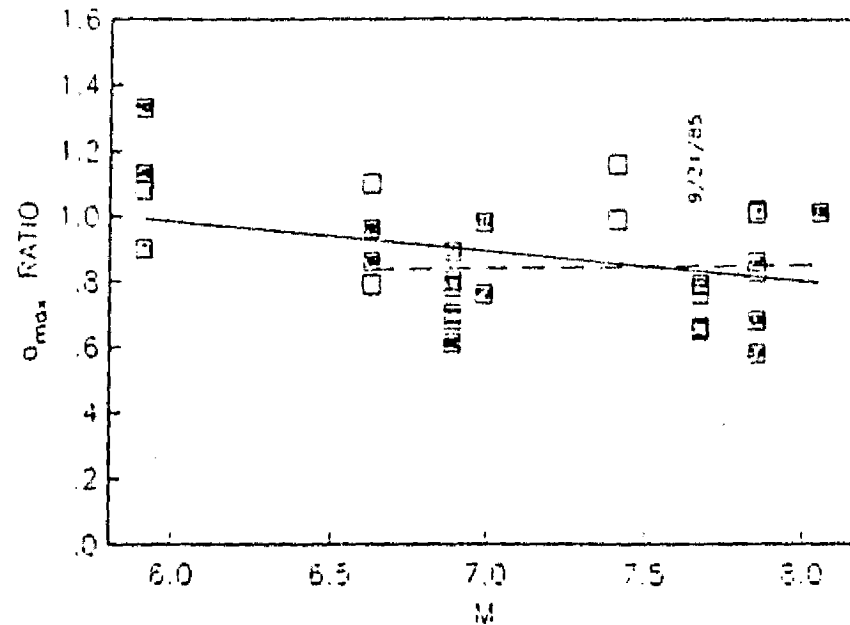


FIG. 4. As a test of stationarity of near-source accelerograms of  $M \geq 5.9$  events, the ratio of estimated  $a_{max}$  to observed  $a_{max}$  is plotted as a function of  $M$ . The estimated  $a_{max}$  is obtained from the Fourier spectrum of the entire record, assuming stationarity over rupture duration,  $T_d$ , and applying RVT. NS and EW components are shown separately. Open square: soft site; slashed square: hard site. Trends, including and excluding  $M = 5.9$  event, are shown by continuous and dashed lines, respectively.

the fault. In such cases, the width would remain constant while the length would increase with  $M_0$ . The predicted  $a_{max}$  values from Joyner's model become roughly independent of  $M_0$  beyond the critical seismic moment,  $M_{oc}$ , corresponding to the rupture of entire width of the seismogenic zone; below  $M_{oc}$ ,  $a_{max}$  scales with  $M_0$  as in Hanks and McGuire. In our model,  $a_{max}$  becomes independent of magnitude not because the rupture width reaches the seismogenic width but because the elements of the fault rupturing farther away contribute less than those closer to the site. Since the seismogenic width along the Mexican subduction zone for thrust-faulting earthquakes appears to be about 80 km (Singh *et al.*, 1985) and the  $a_{max}$  data suggest no dependence on  $M$  for  $M > 6$ , it seems that the appropriate model is more likely the one presented here than the one proposed by Joyner (1984).

One shortcoming of the simplified finite-source model is that beyond  $M \cong 8$  the  $a_{rms}$  values (and hence  $a_{max}$ ) begin to slowly decrease. The Fourier acceleration spectra increases with  $M$ , but this increase does not compensate for the increase in the rupture duration  $T_d$  (equation 2). For  $M > 8$ , the "effective" duration of strong motion at a site above the rupture may become less than  $T_d$ . In so far as the decrease in the computed  $a_{rms}$  and  $a_{max}$  is an artifice of increasing  $T_d$  beyond  $M \cong 8$ , it is physically reasonable to assume that once a maximum in  $a_{max}$  is reached it will not decrease with increasing  $M$ . We note that the finite-circular model may not be valid for  $M > 8$  (radius of the fault  $r_0 > 35$  km) along the Mexican subduction zone, because the width of strong interplate coupling ( $\cong 2r_0$ ) appears to be about 80 km. For greater earthquakes, a modification of the model, including elements of the one proposed by Joyner (1984), may be required.

As shown in Figure 5, the predicted values of  $a_{max}$  for  $M > 6$  differ for the finite-source and the point-source models. We can search for an effective radius of fault,  $r_0$ , so that, if  $R_0$  in equations (1a) and (3) is replaced by  $R_e = (r_0^2 + R_0^2)^{1/2}$ , the point-source approximation gives the same results as the finite-source model. To do so, we require that

$$\frac{e^{-\pi\sqrt{R_0^2+r_0^2}/\beta Q_0}}{\sqrt{R_0^2+r_0^2}} = \frac{\sqrt{2}}{r_0} [E_1(\alpha R_0) - E_1(\alpha\sqrt{R_0^2+r_0^2})]^{1/2}$$

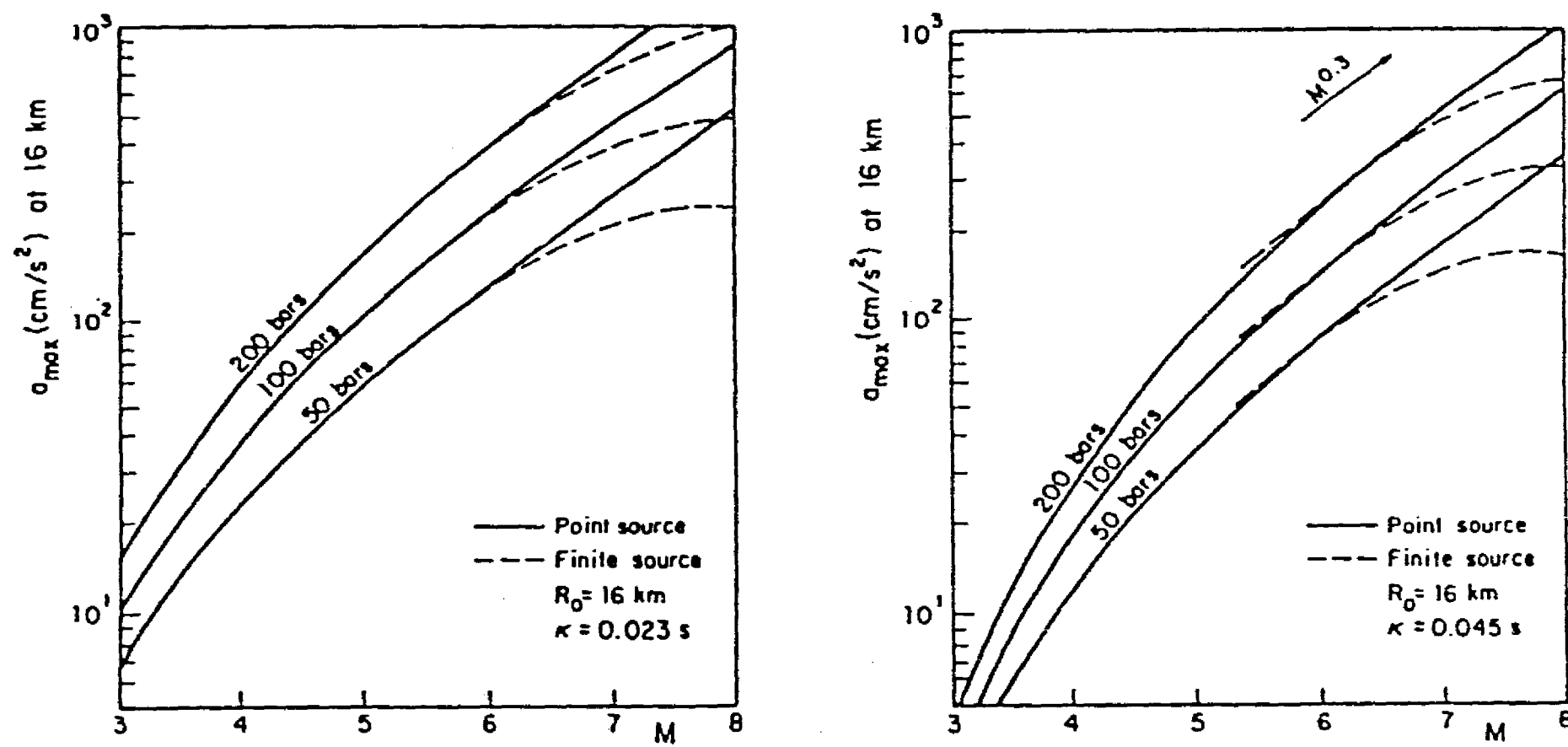


FIG. 5. Expected  $a_{max}$  curves as a function of  $M$  for a site at 16 km with  $\Delta\sigma$  values of 50, 100, and 200 bars and  $\kappa = 0.023$  sec and 0.045 sec. Note that beyond  $M \approx 6$  the point source model overestimates  $a_{max}$  with respect to the finite-source model (which predicts almost no dependence of  $a_{max}$  on  $M$  for  $M \geq 7.5$ ).

(see equations 1a and 10). Figure 6 displays  $r_e$  versus  $r_0$  plot for  $\beta = 3.2$  km/sec and  $Q_0 = 100$  sec. The value of  $r_e$  roughly lies between  $\frac{2}{3}r_0$  and  $\frac{1}{2}r_0$ . The figure gives a simple way to determine the location of an equivalent point source for an extended circular rupture area.

We now compare the reduced  $a_{\max}$  data in Figure 1 with some expected  $a_{\max}$  curves. For small earthquakes ( $M \leq 6$ ), the trend of the data can be fitted with the point-source model with  $\Delta\sigma = 150$  bars and  $\kappa = 0.018$  sec. The data for earthquakes with  $M > 6$  is spanned by finite-source curves with  $\Delta\sigma = 100$  bars,  $\kappa = 0.023$  sec and  $\Delta\sigma = 50$  bars,  $\kappa = 0.045$  sec. We note that the data for small earthquakes are dominated by PAPAN (shown by solid triangles in Fig. 1), where  $\kappa = 0.017$  sec (Anguiano, 1989; Singh *et al.*, 1989), a value smaller than those at other sites. Figure 1 shows that the stress drop needed to explain the data from smaller earthquakes, 150 bars, is somewhat greater than that required for larger earthquakes, about 40 to 100 bars. Recall, however, that  $M = M_c$  for smaller events. It is possible that  $M_c$  as reported by the Instituto de Ingenieria, UNAM, on an average, is systematically less than  $M_w$ . It may also be that the data set for the small earthquakes is biased towards events anomalously energetic at higher frequencies. Finally, there is a possibility that the  $S$ - $P$  times are overestimated; a picked  $S$  time may not correspond to the first  $P$  arrival but to a later, more energetic,  $P$  phase. Certainly the choice of  $\Delta\sigma = 150$  bars and  $\kappa = 0.018$  sec will overestimate the observed  $a_{\max}$  in Figure 1 for  $M > 6.5$ , except at ACAS (a soft site) for the earthquake of 19 March 1978 ( $M_w = 6.63$ ). For the observed  $M \leq 6.5$  data, the expected  $a_{\max}$  curve with  $\Delta\sigma = 100$  bars and  $\kappa = 0.023$  sec provides an upper bound. For the Michoacán earthquake of 19 September 1985, the recorded  $a_{\max}$  is well explained by  $\kappa = 0.045$  sec (the average value of  $\kappa$  at the sites is 0.043 sec, Fig. 2) and  $\Delta\sigma = 40$  to 50 bars whether only the first subevent or the entire earthquake is considered. Are the observed  $a_{\max}$  values for  $M > 6$  events relatively low because  $\kappa$  values, at the sites where these events were recorded, are systematically higher than the average  $\kappa$ ? We note that the average value of  $\kappa$  for the entire Guerrero array sites is 0.034 sec (Anguiano, 1989), whereas the average  $\kappa$  at the sites where  $M > 6$  events were

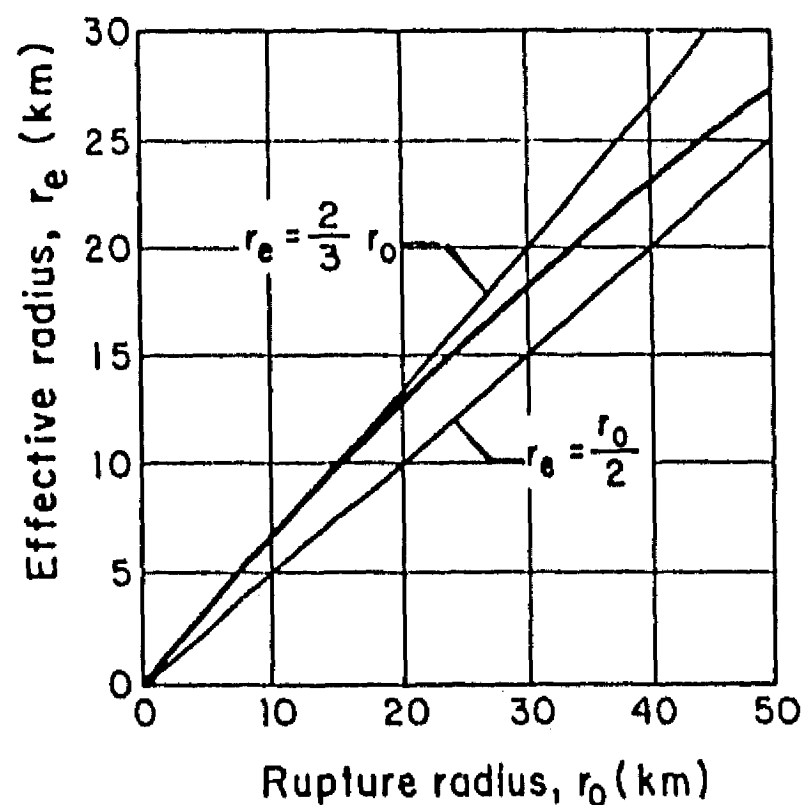


FIG. 6. Effective radius,  $r_e$ , versus fault radius,  $r_0$ . For a given  $r_0$ , the value of  $r_e$  may be read from the graph. A point source located at a distance  $r_e$  from the center will give the same result as the finite-source model for a fault of radius  $r_0$ .  $r_e = \frac{1}{2}r_0$  and  $r_e = \frac{2}{3}r_0$  lines are shown for comparison.

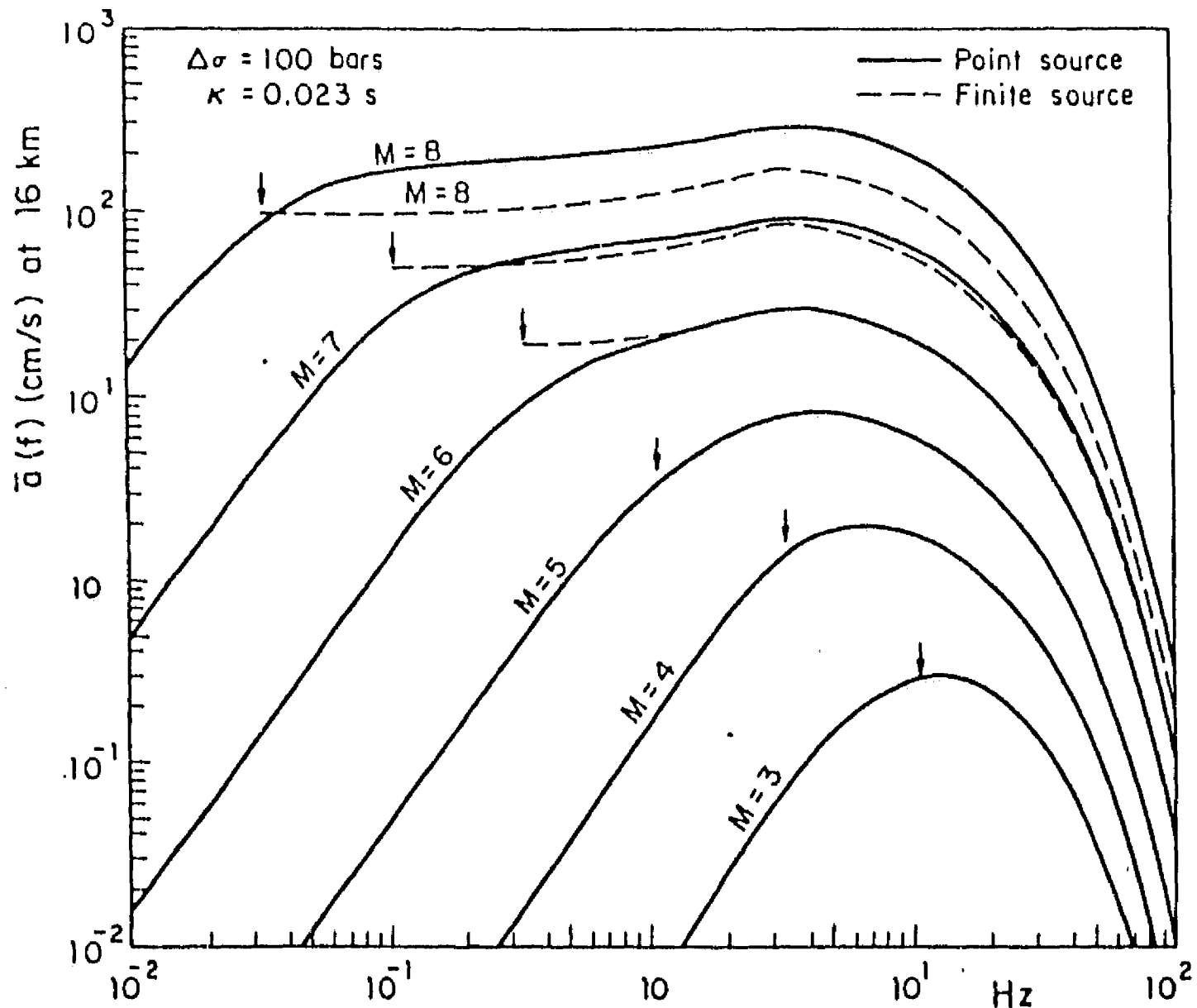


FIG. 7. Predicted acceleration spectra  $a(f)$  at a site 16 km from the center of the fault for  $M = 3$  to 8 earthquakes.  $\Delta\sigma = 100$  bars and  $\kappa = 0.023$  sec. Corner frequency,  $f_c$  (equation 1c), is marked by an arrow. At  $M = 6$  the point and finite-source models are indistinguishable except at lower frequencies where the finite-source model, valid for  $f \gg f_c$ , does not hold. The difference in the predictions of the two models is visible at  $M > 7$  and becomes important at  $M = 8$ .

recorded is 0.036 sec (Fig. 2). Furthermore, there is no geographic bias in the locations of these sites in relation to the entire network. Thus,  $\kappa$  is not a plausible cause for the relatively low observed  $a_{\max}$  values for  $M > 6$  events.

The acceleration spectra  $a(f)$  for  $3 \leq M \leq 8$ , generated for both the point-source model (equation 1a) and finite-source model (equation 10), are shown in Figure 7. In the calculations, we have taken  $\Delta\sigma = 100$  bars,  $\kappa = 0.023$  sec,  $R_0 = 16$  km, and  $A(f)$  from Boore (1986). Note that the point-source and the finite-source spectra are indistinguishable for  $f \geq 2$  Hz for  $M = 6$ ; the difference in the spectra for  $f < 2$  Hz is due to the fact that the finite-source model is valid only for  $f \gg f_c$ . Up to  $M = 7$ , the point-source spectra may be used. For  $M > 7$ , the spectra from the two models differ; the point-source spectra, as expected, have higher amplitudes than the finite-source spectra. For  $M > 7$ , the finite-source spectra should be used, which are reliable for  $f \geq 0.2$  Hz.

In Figure 8, the observed  $a(f)$  on NS and EW components at CALE from the first subevent of the 19 September 1985 Michoacán earthquake are shown. CALE (S-P time = 3.5 sec; Table 1) was located above the rupture area and hence  $R_0$  may be taken as 16 km. The spectra corresponding to  $M_0 = 6 \times 10^{27}$  dyne-cm ( $M_w = 7.85$ ),  $\Delta\sigma = 40$  bars, and  $\kappa = 0.045$  sec are shown in the figure. The finite-source model fits the data quite well and suggests a  $\Delta\sigma = 40$  bars. If the point-source model is used then, it will require  $\Delta\sigma \cong 20$  bars to fit the observed spectra.

Note that a  $\Delta\sigma = 40$  bars and  $\kappa = 0.045$  sec is also required to explain the observed  $a_{max}$  at CALE for the subevent (Fig. 1).

In Figure 9, we compare the observed spectra of 19 March 1978 Acapulco earthquake at ACAP and ACAS with the predicted spectra by the two models with

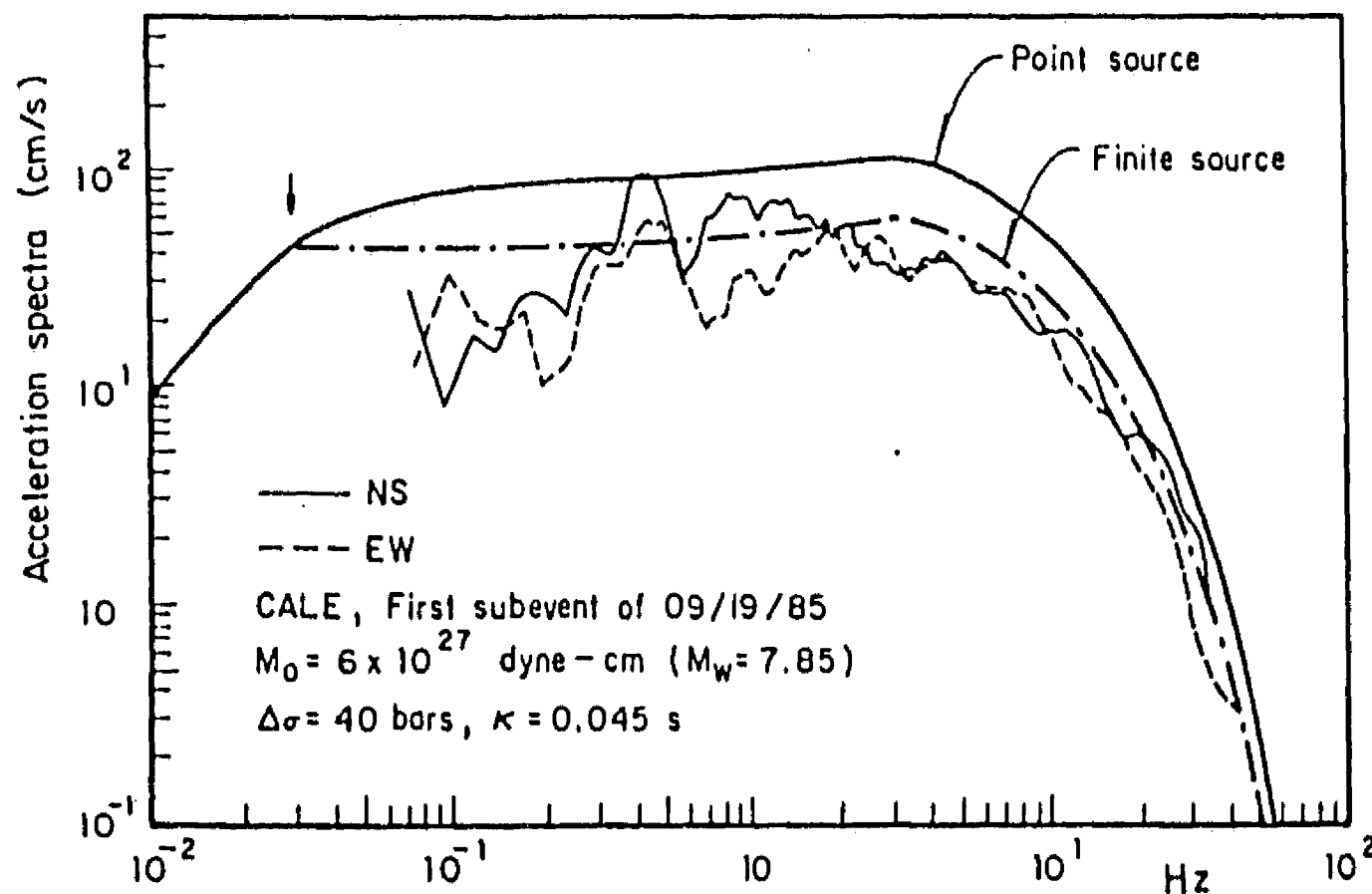


FIG. 8. Comparison of predicted and observed acceleration spectra,  $a(f)$ , at CALE for the first subevent ( $M_0 = 6 \times 10^{27}$  dyne-cm) of the 19 September 1985 Michoacán earthquake.  $\Delta\sigma = 40$  bars,  $\kappa = 0.045$  sec, and  $R_0 = 16$  km. With  $\Delta\sigma = 40$  bars, the fit to the observed  $a(f)$  by the finite-source model is excellent for  $0.4 < f < 40$  Hz. With the point-source model, the fit to the data will require a  $\Delta\sigma \approx 20$  bars.

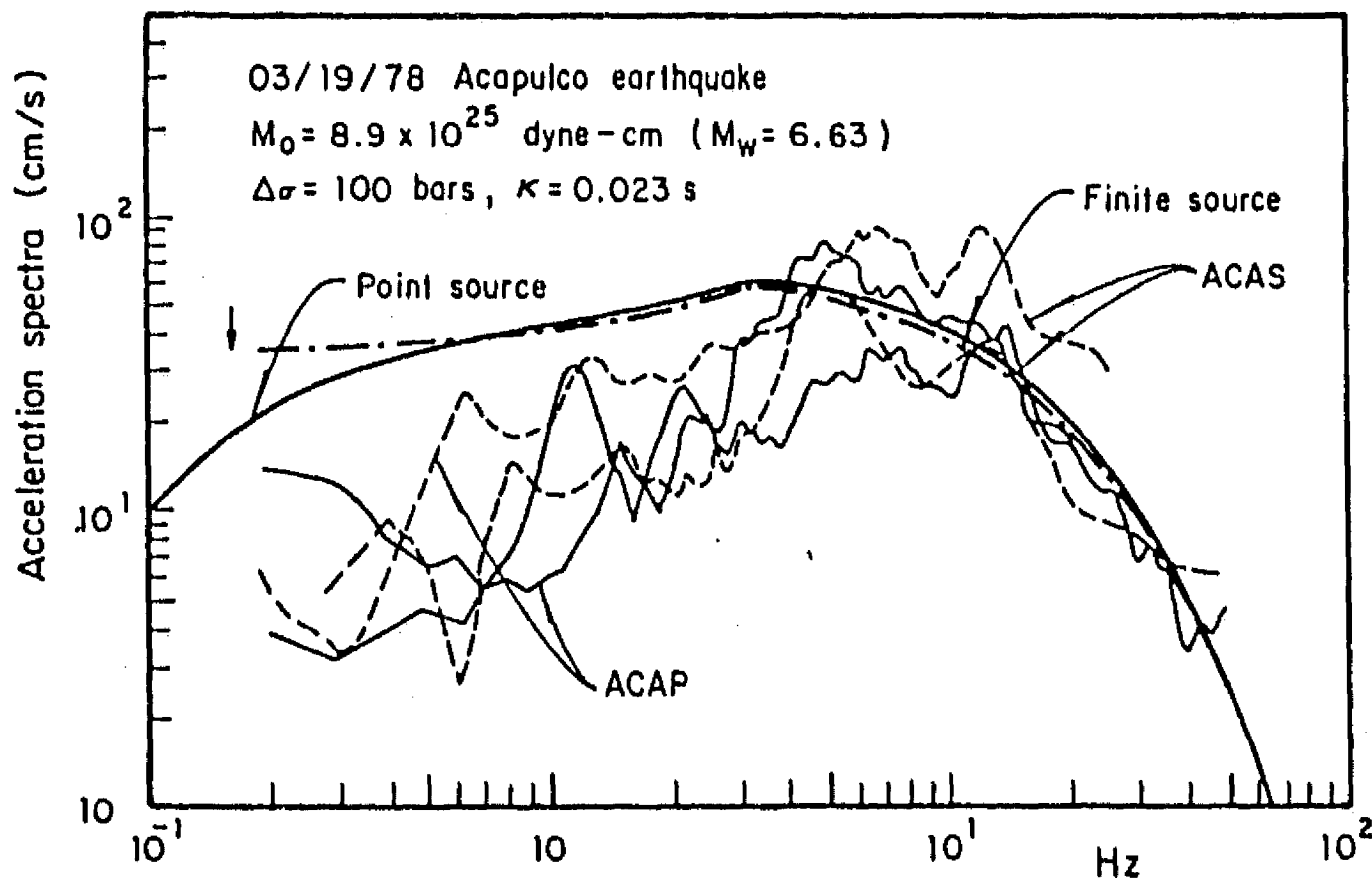


FIG. 9. Comparison of predicted and observed acceleration spectra,  $a(f)$ , at ACAP and ACAS for the 19 March 1978 Acapulco earthquake.  $\Delta\sigma = 100$  bars,  $\kappa = 0.023$  sec, and  $R_0 = 17.2$  km. Predictions from the two models are close to one another. The fit to the observed  $a(f)$  is good at  $f \approx 4$  Hz (see text).

$M_0 = 8.9 \times 10^{25}$  dyne-cm ( $M_w = 6.63$ ),  $\Delta\sigma = 100$  bars,  $\kappa = 0.023$  sec (the value reported by Singh *et al.*, 1989), and  $R_0 = 17.2$  km (Table 1). Both models fit the average spectra for  $f \geq 4$  Hz quite well. Below  $f \approx 4$  Hz the observed spectra are lower than the predicted spectra. The same is true at CALE but for  $f \leq 0.4$  Hz (Fig. 8). At lower frequencies, the  $\omega^{-2}$  model appears inadequate for moderate and large Mexican earthquakes as previously noted by Singh *et al.* (1989).

#### DISCUSSION AND CONCLUSIONS

The dependence of the observed near-source  $a_{\max}$  data from the Pacific coast of Mexico on  $M$ , when  $M \leq 6$ , can be explained by Brune's far-field source spectral model with  $\Delta\sigma \approx 150$  bars and a site attenuation parameter  $\kappa = 0.018$  sec. The available near-source  $a_{\max}$  data for  $M > 6$  events, although limited in number, show no dependence on  $M$ . We find that the average value of  $\kappa$  of the sites that recorded the  $M > 6$  events is close to the average  $\kappa$  for the entire Guerrero network. Thus,  $\kappa$  does not appear to be the cause of relatively low observed  $a_{\max}$  values for  $M > 6$  earthquakes. It is certainly possible that the available recordings of such events are not representative and that an enlarged data set, when it becomes available, would in fact reveal some  $M$  dependence of  $a_{\max}$ . We note, however, that (a) the point-source scaling, which predicts  $\log a_{\max} \propto 0.3 M$  may not be valid for sites above finite sources, and (b)  $\log a_{\max} \propto 0.25 M$  scaling based on regression of  $a_{\max}$  data (Joyner and Boore, 1981) is not well constrained by near-source large earthquake recordings. In this paper, we have explored predictions from an overly simplified finite-source spectral model for large earthquakes. Guided by the character of recorded data in Mexico, we have assumed that, for the near-source accelerograms of  $M \leq 8.1$  events, stationarity over the rupture duration,  $T_d$ , is a reasonable approximation, except in cases where source directivity is important. From the Fourier spectra,  $a(f)$ , computed for this finite-source model and, assuming stationarity over  $T_d$ , we have estimated  $a_{\max}$  through the application of random vibration theory (RVT). Because of the limited number of  $M > 6$  events that our model attempts to explain, and because of several assumptions built in the model, the results must be taken with caution. Our finite-source model shows a decreasing dependence of  $a_{\max}$  on  $M$  for  $M \geq 6.5$  with  $a_{\max}$  becoming independent of  $M$  for  $M \geq 7.5$ . Because the width of the strongly coupled part of the plate interface along the Mexican subduction zone is about 80 km, the finite-circular source model may not be useful for  $M > 8$  earthquakes. Nevertheless there appears no reason to expect larger  $a_{\max}$  for  $M > 8$  except, perhaps, because such earthquakes will have increasingly low frequency contents. For this reason, the high-frequency peak acceleration overriding a low-frequency wave may show some small  $M$  dependence.

The observed near-source  $a_{\max}$  data and acceleration spectra for  $M > 6$  events can be explained by this finite-source model with  $\Delta\sigma = 40$  to 100 bars and an appropriate value of  $\kappa$  for the site. With  $\Delta\sigma = 100$  bars, we expect  $a_{\max}$  of about  $\frac{1}{2} g$  at hard sites ( $\kappa = 0.023$  sec) in Acapulco from possible future earthquake of  $M = 7.5$  to 8 (Fig. 1) in the Guerrero gap. The corresponding predicted acceleration spectra for  $M = 7$  and 8 earthquakes by the finite-source model are shown in Figure 7. The computed acceleration response spectra with 5 per cent damping at hard-rock sites in Acapulco for  $M = 6, 7, 7.5,$  and 8, which have been generated from the acceleration spectra  $a(f)$  ( $\Delta\sigma = 100$  bars,  $\kappa = 0.023$  sec,  $R_0 = 16$  km; Fig. 7) using RVT (Boore, 1983; Boore and Joyner, 1984), are shown in Figure 10. As expected, the predictions from the point- and the finite-source models are almost identical for  $M = 6$ . For  $M \geq 7$ , the response spectra from the point-source model are greater

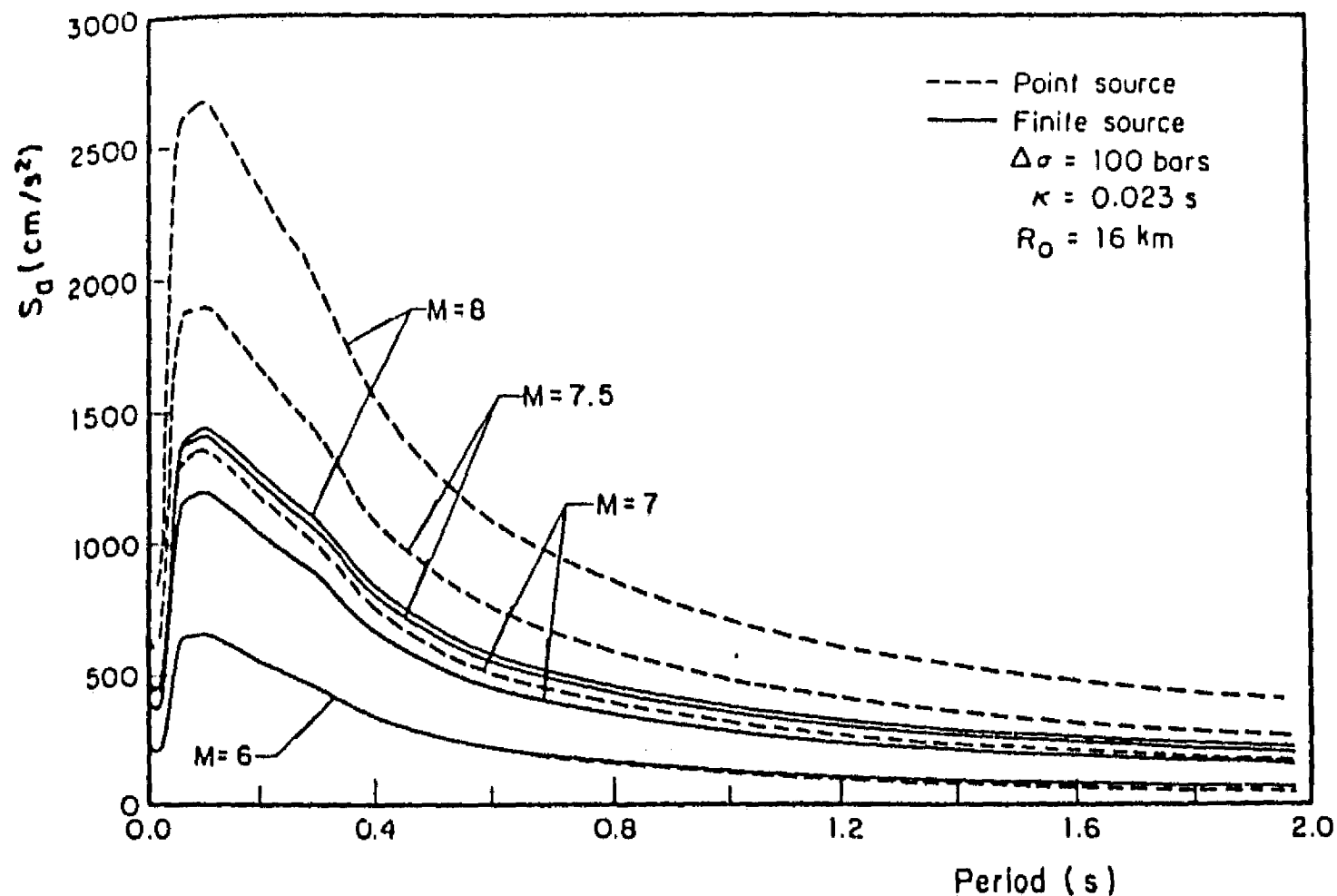


FIG. 10. Predicted response spectra,  $S_d$  ( $\text{cm}/\text{sec}^2$ ), 5 per cent damping, for  $M = 6, 7, 7.5$ , and  $8$  at hard-rock sites in Acapulco ( $\Delta\sigma = 100$  bars,  $\kappa = 0.023$  sec and  $R_0 = 16$  km). Note that finite-source response spectra reaches a saturation for  $M \geq 7.5$ .

in amplitude than those from the finite-source model, which almost reach saturation for  $M \geq 7.5$ . These results are consistent with the estimated  $a_{\text{max}}$  curve shown in Figure 5.

The expected  $a_{\text{max}}$  of  $\frac{1}{2}g$  at hard sites in Acapulco from  $M = 7.5$  to  $8$  earthquakes below the city may be exceeded for a variety of reasons; among them, inadequacy of our finite-source model, a larger  $\Delta\sigma$  than  $100$  bars, source directivity, and the rupture occurring at shallower depth than  $16$  km. Intensive recording of small and moderate earthquakes in and near Acapulco may help diminish some of the uncertainties.

#### ACKNOWLEDGMENTS

We are grateful to D. M. Boore, L. Esteva, T. C. Hanks, W. B. Joyner, and E. Rosenblueth for encouragement, comments, and revision of the manuscript. Helpful comments by J. N. Brune, R. Darragh, and A. Rovelli is acknowledged. Part of the research was carried out when one of us (S.K.S.) was visiting the University of Rome. The Guerrero accelerograph array is partly funded by Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), Mexico and NSF grants CEE 82 19432 and ECE 8513489. This study was partly supported by the Government of the State of Guerrero, Mexico.

#### REFERENCES

- Abramowitz, M. and I. A. Stegun (1964). *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 55, Washington, D.C., 1046 pp.
- Aki, K. (1967). Scaling law of seismic spectrum, *J. Geophys. Res.* **72**, 1217-1231.
- Anderson, J. G. (1987). How important is attenuation for characterization of ground motion?, *Proc. of National Center for Earthquake Engineering Res. Symp. on "Seismic Hazards, Ground Motions, Soil Liquefaction and Engineering Practice in Eastern North America"*, Oct. 20-24, 1987, Sterling Forest, New York.
- Anderson, J. G. and R. Qaas (1988). Effect of magnitude on the character of strong ground motion: an example from the Guerrero, Mexico strong motion network, *Earthquake Spectra* **4**, 635-646.

- Anderson, J. G., P. Bodin, J. N. Brune, J. Prince, S. K. Singh, R. Quaas, and M. Oñate (1986). Strong ground motion from the Michoacán, Mexico, earthquake, *Science* **233**, 1043-1049.
- Anderson, J. G., R. Quaas, D. Almora, J. M. Velasco, E. Guevara, L. Eduardo de Pavia, A. Gutierrez, and R. Vazquez (1987a). Guerrero, Mexico accelerograph array: summary of data collected in the year 1985, Joint Report of the Instituto de Ingeniería-UNAM and Institute of Geophysics and Planetary Physics-UC San Diego, GAA-2, 166 pp.
- Anderson J. G., R. Quaas, D. Almora, J. M. Velasco, E. Guevara, L. Eduardo de Pavia, A. Gutierrez, and R. Vazquez (1987b). Guerrero, Mexico accelerograph array: summary of data collected in the year 1986, Joint Report of the Instituto de Ingeniería-UNAM and Instituto of Geophysics and Planetary Physics, UC San Diego, GAA-3, 185 pp.
- Anguiano, R. A. (1989). Estimación del parametro de atenuacion usando espectros de movimientos fuertes en la costa de Guerrero, México, M.S. Thesis, Facultad de Ingeniería, UNAM, Mexico.
- Astiz, L., H. Kanamori, and H. Eissler (1987). Source characteristics of earthquakes in the Michoacán seismic gap in Mexico, *Bull. Seism. Soc. Am.* **77**, 1326-1346.
- Boatwright, J. (1988). The seismic radiation from composite models of faulting, *Bull. Seism. Soc. Am.* **78**, 489-508.
- Boore, D. M. and W. B. Joyner (1984). A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals, *Bull. Seism. Soc. Am.* **74**, 2035-2039.
- Boore, D. M. (1983). Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra, *Bull. Seism. Soc. Am.* **73**, 1865-1894.
- Boore, D. M. (1986). The effect of finite bandwidth on seismic scaling relationships, in *Earthquake Source Mechanics*, S. Das, J. Boatwright, and C. H. Scholz (Editors), American Geophysical Union Monograph **37**, 275-283.
- Brune, J. N. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *J. Geophys. Res.* **75**, 4997-5009.
- Campbell, K. W. (1981). Near-source attenuation of peak horizontal acceleration, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 2039-2070.
- Cartwright, D. E. and M. S. Longuet-Higgins (1956). The statistical distribution of the maxima of a random function, *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **237**, 212-223.
- Esteva, L. (1970). *Seismic Risk and Seismic Design Criteria for Nuclear Power Plants*, R. J. Hansen (Editor), MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 142-182.
- Hadley, P. M. and D. V. Helmberger (1980). Simulation of strong ground motions, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70**, 617-630.
- Hanks, T. C. and D. A. Johnson (1976). Geophysical assessment of peak acceleration, *Bull. Seism. Soc. Am.* **66**, 959-968.
- Hanks, T. C. and H. Kanamori (1979). A moment magnitude scale, *J. Geophys. Res.* **84**, 2348-2350.
- Hanks, T. C. and R. K. McGuire (1981). The character of high frequency strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 2071-2095.
- Joyner, W. B. and P. M. Boore (1981). Peak horizontal acceleration and velocity from strong-motion records including records from the 1979 Imperial Valley, California, earthquake, *Bull. Seis. Soc. Am.* **71**, 2011-2038.
- Joyner, W. B. and P. M. Boore (1986). On simulating large earthquakes by Green's-function addition of similar earthquakes, in *Earthquake Source Mechanics*, S. Das, J. Boatwright, and C. H. Scholz (Editors), American Geophysical Union Monograph **37**, 269-274.
- Joyner, W. B. (1984). A scaling law for the spectra of large earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* **74**, 1167-1188.
- Lee, W. H. K., R. E. Bennett, and K. L. Meaghar (1972). A method of estimating magnitude of local earthquakes from signal duration, *U.S. Geol. Surv., Open-File Rept.*, 28 pp.
- Lee, Y. W. (1964). *Statistical Theory of Communication*, Wiley, New York.
- Luco, J. E., (1985). On strong ground motion estimates based on models of the radiated spectrum, *Bull. Seism. Soc. Am.* **75**, 641-650.
- McGarr, A. (1984). Scaling of ground motion parameters, state of stress, and focal depth, *J. Geophys. Res.* **89**, 6969-6979.
- McGarr, A. (1986). Some observations indicating complications in the nature of the earthquake scaling, in *Earthquake Source Mechanics*, S. Das, J. Boatwright, and C. H. Scholz (Editors), American Geophysical Union Monograph **37**, 217-225.
- Papageorgiou, A. and K. Aki (1985) Scaling law of far-field spectra based on observed parameters of the specific barrier model, *PAGEOPH* **123**, 353-374.
- Quaas, R., J. G. Anderson, and D. Almora (1987). La red acelerográfica de Guerrero para registro de temblores fuertes, in *Memorias de VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, 19-21 November 1987, Queretaro, Mexico, B40-B53.



- Saragoni, R., P. Gonzalez, and M. Fresard (1986). Análisis de los acelerogramas del terremoto del 3 de marzo, 1985, in *El Sismo del 3 de marzo 1985-Chile*, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, 43-82.
- Singh, S. K., R. Apsel, J. Fried, and J. N. Brune (1982). Spectral attenuation of SH-waves along the Imperial fault, *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**, 2003-2016.
- Singh, S. K., G. Suarez, and T. Dominguez (1985). The great Oaxaca earthquake of 15 January 1931: lithospheric normal faulting in the subducted Cocos plate, *Nature* **317**, 56-58.
- Singh, S. K., E. Mena, J. G. Anderson, J. Lermo, and R. Quaas (1989). Source spectra and rms acceleration of Mexican subduction zone earthquakes, *Pure and Appl. Geophys.* (in press).
- UNAM Seismology Group (1986). The September 1985 Michoacán earthquakes: aftershock distribution and history of rupture, *Geophys. Res. Lett.* **13**, 573-576.
- Vanmarcke, E. H. and S. P. Lai (1980). Strong-motion duration of earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70**, 1293-1307.

INSTITUTO DE INGENIERÍA  
UNAM, C.U.  
04510 MEXICO, D.F.  
(S.K.S., M.O., M.R., R.Q., E.M., D.A.)

INSTITUTO DE GEOFÍSICA  
UNAM, C.U.  
04510 MEXICO, D.F.  
(S.K.S.)

SEISMOLOGY LAB  
MACKAY SCHOOL OF MINES  
UNIVERSITY OF NEVADA—RENO  
RENO, NEVADA 89557  
(J.G.A.)

DIPARTIMENTO No. 37  
IDRAULICA. TRASPORTE E STRADE  
UNIVERSITA DEGLI STUDI DI ROMA  
VIA EUDOSSIANA, 18  
00184 ROMA, ITALY  
(M.O.)

Manuscript received 5 October 1988

**APÉNDICE 3**

SOURCE SPECTRA AND SPECTRAL ATTENUATION OF SEISMIC WAVES FROM MEXICAN EARTHQUAKES, AND EVIDENCE OF AMPLIFICATION IN THE HILL ZONE OF MEXICO CITY

BY MARIO ORDAZ AND SHRI KRISHNA SINGH

ABSTRACT

It is well known that seismic waves are enormously amplified at lake-bed sites with respect to hill-zone sites in Mexico City. It has been suggested that even hill-zone sites suffer amplification. In this paper we use eight recent well recorded earthquakes to determine spectral attenuation of seismic waves and to quantify the suggested amplification in the hill zone. Results show that indeed spectral amplitudes at these sites are roughly 10 times greater than expected for sites outside Mexico City at similar hypocentral distances. This implies that lake-bed sites are amplified by a factor of 100 to 500 at some frequencies between 0.2 to 0.7 Hz. The source spectra retrieved from the regression analysis agree well with those obtained from epicentral recordings alone. For two of the largest earthquakes ( $M_s=8.1$  and  $7.6$ ), whose seismic moments are well determined, and whose source spectra can be patched in a very broad band of frequencies (0.0015 to 20 Hz), we observe clear deviation from an  $\omega^2$  model; the spectra at intermediate frequencies (from about 0.05 to 2 Hz) show a sag. Whether the observed spectra deviate from  $\omega^2$  model for events with  $M_s < 6$ , depends on the reliability of the reported long-period seismic moments. If they are considered

reliable, then these events also deviate from the model. If, however, the reported seismic moments of smaller events are ignored, then the observed spectra can be fitted well with the  $\omega^2$  model.

## INTRODUCTION

For seismic engineering purposes, Mexico City is divided into three zones: lake-bed zone, which consists of a 10 to 100 m deposit of highly compressible, high water content clay underlain by resistant sands; hill zone, basically formed by a surface layer of lava flows or volcanic tuffs; and transition zone, composed of alluvial sandy and silty layers with occasional intervals of clay layers (Fig. 1). It is well known that the seismic waves are greatly amplified in the lake-bed zone (e. g., Rosenblueth, 1953; Faccioli and Reséndiz, 1976; Singh *et al.*, 1988a, b). The spectral amplification at lake-bed sites may reach values of 50 at some frequency between 0.2 and 0.7 Hz with respect to hill-zone sites. This amplification is the primary cause of damage suffered by the city from coastal earthquakes, whose epicentral distances exceed 250 km. Based on limited data obtained during the earthquakes of September 19 and 21, 1985 ( $M_s = 8.1$  and  $7.6$ , respectively), Singh *et al.* (1988a) suggested that the seismic waves are amplified even in the hill zone by a factor of about 10 near 0.5 Hz. This implies a net amplification at the lake-bed sites of up to 500.

It is clearly very important to know, in a more definitive manner, whether

the suggested amplification in the hill zone is true. If it is, then is this amplification confined to Mexico City, owing to some geological structure in the area, or all inland sites are amplified, perhaps due to the dipping subducted Cocos plate? Fortunately new data permit us to address these issues.

Since 1985, the number of digital strong-motion (SM) stations in Mexico City has increased from 11 to more than 100. Also, a number of new stations has been installed between the city and the coast. Several recent earthquakes have been extensively recorded near the epicentral region, along the coast, at inland sites as well as in Mexico City. In this paper we use the data from the two 1985 events and six recent earthquakes ( $4.1 \leq M_s \leq 6.9$ ), which have given rise to one or more recordings in the hill zone of the city, and several have triggered inland hard-rock sites, to evaluate the suggested amplification at the hill-zone sites in Mexico City. In order to do so, we need reference spectral attenuation curves, which must include inland data from stations between the coast and sites as close as possible to Mexico City. Note that the city's closest distance to the coast is about 280 km.

Recently, Castro *et al.* (1990) studied source spectra and attenuation of S waves from nine events ( $4 \leq M_s \leq 7$ ) originating along the Guerrero coast of the Mexican subduction zone. In that study the hypocentral distance of the events ranged from 13 to 133 km. Castro *et al.*, however, excluded records from inland stations. Use of the spectral attenuation curves given by these authors to quantify amplification in the hill zone of Mexico City would require extrapolation of the results and, even then, it would provide us

only a measure of the amplification with respect to the coastal sites. It is for these reasons that we have restudied the spectral attenuation. The data set used in this paper covers hypocentral distances of up to 320 km, and includes stations both inland and along the coast.

That seismic waves at hill-zone sites are indeed amplified can immediately be seen in Fig. 2, where we compare average Fourier acceleration spectra at epicentral sites with the corresponding average spectra at hill-zone sites of Mexico City for the earthquakes of September 19, 1985 ( $M_s = 8.1$ ) and April 25, 1989 ( $M_s = 6.9$ ). Note that the amplitudes are similar at frequencies critical to Mexico City ( $0.2 < f < 1.0$  Hz) although the sources are more than 300 km away.

A byproduct of this study is the source spectra of the events. Previous papers on source spectra of Mexican earthquakes are by Houston and Kanamori (1986), Singh *et al.* (1990), and Castro *et al.* (1990). We merge our results with those reported in these papers, and take a critical look at the source spectra, with emphasis on their possible deviation from an  $\omega^2$  model.

## DATA AND ANALYSIS

Table 1 lists the earthquakes, along with the relevant source parameters, which are analyzed in this study. As mentioned, these events gave rise to recordings along the coast, at sites inland, and one or more recordings on hill-zone sites in Mexico City. The epicenters of the events and stations

which recorded them, with the exception of those in Mexico City, are shown in Fig. 3. A magnitude *versus* hypocentral distance,  $R$ , plot is shown in Fig. 4. Open circles and solid dots represent coastal and inland stations, respectively. A coastal station is defined here as one for which more than half of the wave path lies within a 50-km band parallel to the coast; otherwise it is taken as an inland station. This distinction was made to investigate if the attenuation along the coastal path differs from that along the inland path. In Fig. 4 triangles marked T and C refer to Teacalco and Cuernavaca sites, respectively (Fig. 3), which are inland stations just south of Mexico City. Because the records from these stations show anomalous amplification, they are separately identified. Unmarked triangles are hill-zone sites of Mexico City. For ease in counting the number of stations that recorded in the city a given event, station distances are arbitrarily shifted by 2 km.

The two horizontal components of the acceleration at each station were corrected for baseline and then windowed. The window begins at the S-wave arrival and ends when the energy reaches 95% of the total. Thus the window includes the intense part of the motion. For a given event the window increases with focal distance. The signals were Fourier transformed and the Fourier amplitude spectra were smoothed by a 1/3 octave band filter. Amplitudes were picked at selected frequencies (0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 1.0, 2.0, 5.0 and 10.0 Hz) and the geometrical mean of the two horizontal amplitudes was calculated. Thus, for a selected frequency we have spectral amplitude as a function of  $R$  for each earthquake. For an event  $i$ , the Fourier acceleration amplitude  $A_i(f,R)$  may be written as

$$A_i(f,R) = C S_i(f) G(R) e^{-\pi f R / \beta Q(f)} \quad (1)$$

where

$$C = \frac{R_{\theta\phi} F P (2\pi)^2}{4\pi\rho\beta^3} \quad (2)$$

and  $S_i(f)$ , the source acceleration spectrum, may also be written as

$$S_i(f) = f^2 \dot{M}_{oi}(f) \quad (3)$$

where  $\dot{M}_{oi}(f)$  is the moment-rate spectrum. For an  $\omega^2$  model,

$$S_i(f) = \frac{f^2 f_{ci}^2 M_{oi}}{f^2 + f_{ci}^2} \quad (4)$$

In equations (1) to (4),  $R$  is the hypocentral distance,  $\beta$  = shear wave velocity (3.5 km/sec),  $\rho$  = density (2.8 gr/cm<sup>3</sup>),  $Q(f)$  = quality factor,  $R_{\theta\phi}$  = average radiation pattern (0.55, Boore and Boatwright, 1984),  $F$  is free surface amplification (taken as 2),  $P$  accounts for equal partitioning of energy in the two horizontal components ( $1/\sqrt{2}$ ), and  $M_{oi}$  is the seismic moment of event  $i$ . In equation (3),  $f_{ci}$  is the corner frequency, which is given by (Brune, 1970)

$$f_{ci} = 4.91 \times 10^6 \beta (\Delta\sigma / M_{oi})^{1/3} \quad (5)$$



where  $\Delta\sigma$  is the stress drop in bars and  $\beta$  is in km/sec.  $G(R)$  in equation (1) is the geometrical spreading term, which may be written as

$$G(R) = \begin{cases} 1/R & \text{for } R \leq R_x \\ (R_x/R)^{-1/2} & \text{for } R > R_x \end{cases} \quad (6)$$

The form of  $G(R)$  in equation (6) implies predominance of body waves for  $R \leq R_x$  and of surface waves for  $R > R_x$ , and preserves continuity at  $R = R_x$ .

Note that any attenuation of seismic waves near the site, which is commonly included in equation (1) by multiplying the right-hand side by  $e^{-\pi\kappa r}$  (e.g. Singh *et al.*, 1982; Anderson and Hough, 1984), is ignored here. In this study, the distance independent part of  $\kappa$  gets included in the source term,  $S_i(f)$ , and the distance dependent part gets absorbed in  $Q(f)$ .

Equation (1) can be written as

$$\log A_i(f,R) - \log G(R) - \log C = \log S_i(f) - 1.36 f R/\beta Q(f) \quad (7)$$

In this equation  $\log S_i(f)$  and  $Q(f)$  are the unknowns. To solve for them in the least squares sense, we followed the procedure outlined by Joyner and Boore (1981) which consists of first determining the shape of the attenuation curve with data from all the earthquakes, yielding  $Q(f)$ , and then finding the appropriate shift for each event, thus obtaining the source term  $\log S_i(f)$ .

With the exception of event 1 in Table 1,  $R$  is measured from the center of

Handwritten notes: a solid black dot, a checkmark, and the text "? x r +"

the rupture area. Event 1 consisted of two large subevents (e.g., UNAM Seismology Group, 1986; Anderson *et al.*, 1986); their locations are: 18.14°N, 102.71°W, and 17.69°N, 101.94°W (Singh *et al.*, 1990). For this event, R was taken as the average of the distances from both subevents. Furthermore, for this event, data from stations at distances less than 100 km (5 stations) were excluded from the analysis due to the special characteristics of the spectra of these epicentral recordings (Singh *et al.*, 1989). Data from stations Teacalco and Cuernavaca were not included in the regression analysis because they show large amplification. Stations in Mexico City were excluded because one of the main objectives of this paper is to measure amplification at these sites with respect to the regression curves.

Calculations were carried out assuming two values of  $R_x$  in equation (6). The standard errors showed minor differences assuming  $R_x = 100$  km, and  $R_x = 400$  km. However, for the second case,  $G(R) = 1/R$ , negative  $Q(f)$  values were obtained at some frequencies. On the other hand, it is generally accepted that for continental paths Lg waves predominate beyond about 100 km (e.g. Herrmann and Kijko, 1983; Herrmann, 1985). For this reason, this second case was not further explored.

## RESULTS

### 1. Q

Fig. 5 shows  $Q(f)$  as a function of frequency. A least squares fit to the

results yields  $Q(f) = 273 f^{0.66}$ . Previous studies in the region also suggest a frequency dependent  $Q$  (Rodríguez *et al.*, 1982; Novelo-Casanova *et al.*, 1985; Mahdyiar *et al.*, 1986; Singh *et al.*, 1990; Castro *et al.*, 1990). The procedure used to obtain  $Q(f)$  in this study is similar to that employed by Castro *et al.*, who included coastal data up to  $R = 133$  km and estimated  $Q(f)$  assuming  $G(R) = 1/R$  and  $G(R) = 1/\sqrt{R}$ . Note that the present analysis is based on data with  $R < 323$  km and  $G(R)$  given by equation (6) with  $R_x = 100$  km. Fig. 5 shows  $Q(f)$  reported by Castro *et al.* with  $G(R) = 1/R$ . The comparison is satisfactory, except at smaller frequencies where  $Q(f)$  given by Castro *et al.* is lower by a factor of 2 or less. The discrepancy reflects differences in the data set and the details of the analysis technique. We find relatively large values of  $Q$  with respect to  $Q = 273f^{0.66}$  around 1 Hz. For  $0.8 \leq f \leq 2$  Hz,  $Q$  in Castro *et al.*'s study becomes negative. Thus both studies suggest a less severe attenuation of seismic waves around 1 Hz.

## 2. SOURCE SPECTRA

The source acceleration spectra,  $f^2 \dot{M}_0(f)$ , of the eight events obtained from regression analysis are shown in Fig. 6 (solid inverted triangles). To explore the reliability of these source spectra, we also computed  $f^2 \dot{M}_0(f)$  of these events using only epicentral recordings (6 to 8 horizontal components for each earthquake). Use of close-in data eliminates the errors caused by uncertainty in  $Q$ . The computed spectra with  $G(R) = 1/R$  and  $Q(f) = 273f^{0.66}$  are shown in Fig 6 (circles). For events 1 and 2,  $f^2 \dot{M}_0(f)$  have been modified from Figs. 6 and 4 of Singh *et al.* (1990) to conform to the values of

parameters used in this study. Spectra obtained from the regression compare well with those computed from the epicentral data, giving us confidence in our results.

For events 1, 2 and 5, we have patched the epicentral source spectra with the free oscillations (stars) and/or teleseismic P-wave spectra (solid rectangles). For events 1 and 2 the free-oscillation spectra are taken from Riedsel *et al.* (1986) and the P-wave spectra from Houston and Kanamori (1986). For event 5 the P waves recorded at Gräfenberg were used to compute the spectrum. We note that the P-wave spectra for all the events are corrected with  $t^* = 1.0$  s (the spectra reported by Houston and Kanamori were originally corrected with  $t^* = 0.7$  s), since it brings the SM and P-wave spectra in closer agreement near 1 Hz (Singh *et al.*, 1990). The observed data in Fig. 6 have been fitted with an  $\omega^2$  model. The seismic moments of events 1, 2 and 5 are well determined from teleseismic LP data. This may also be true for event 8. For the remaining, relatively small events, the long period (LP)  $M_0$  may not be reliable. In routine moment-tensor inversion of such events, the retrieved depth is often too deep and  $M_0$  too large. For events 1 and 2 we have fixed the  $M_0$  values to those given in Table 1 and fitted an  $\omega^2$  model with  $\Delta\sigma = 30$  bars (dashed curve) and the value of  $\Delta\sigma$  which explains the high-frequency ( $\cong 1$  to 10 Hz) level of the spectra (continuous curve). For the remaining events in Fig. 6 we show two curves based on the same source model: the continuous curve corresponds to  $M_0$  fixed as the reported value and  $\Delta\sigma$  chosen to fit the high-frequency level; the dashed curve results from choosing  $M_0$  and  $\Delta\sigma$  such that it fits the SM spectra.

Table 2 gives the  $\Delta\sigma$  value when  $M_0$  is fixed at the reported value, and  $M_0$  and  $\Delta\sigma$  which fit the SM spectrum. We briefly describe some salient features seen in Fig. 6 and Table 2.

1. For events 1 and 2 the required  $\Delta\sigma$  to explain the high-frequency levels are 150 and 75 bars, respectively. The observed P-wave spectra are deficient for  $0.05 \leq f \leq 1$  Hz with respect to the  $\omega^2$  model; they show a "sag" and resemble somewhat those proposed by Gusev (1980).

2. For event 5, the model explains well the observed spectrum. The high-frequency level is well fitted by the reported value of  $M_0$  (Table 1) with  $\Delta\sigma = 50$  bars and the P-wave spectrum from Gräfenberg data does not deviate much from the  $\omega^2$  model. Epicentral SM data, however, is better explained by a smaller  $M_0$  of  $8.2 \times 10^{25}$  dyne-cm, which is roughly one third of the reported LP  $M_0$  (Tables 1 and 2). With this smaller  $M_0$ , the high-frequency spectral level requires a  $\Delta\sigma$  of 90 bars.

3. The only other earthquake whose LP  $M_0$  may be reliable is event 8. If so, the high-frequency SM spectrum may be explained with  $\Delta\sigma = 220$  bars. However, the observed epicentral SM spectrum is deficient between 0.2 and 2 Hz. Thus, if the LP  $M_0$  is correct, then this event, like events 1 and 2, also shows a sag. The observed spectrum is better fit with  $M_0 = 3.1 \times 10^{24}$  dyne-cm and  $\Delta\sigma = 400$  bars.

4. For the remaining smaller events  $\Delta\sigma$  needed to fit the high-frequency

level, along with the reported values of LP  $M_0$ , vary between 100 and 300 bars. If these seismic moments are correct then we must conclude that the observed spectra of the events are deficient at intermediate frequencies ( $\cong$  0.2 to 2 Hz) with respect to the  $\omega^2$  model. The SM spectra are well fit in the entire frequency band of observation with the model, but they require  $M_0$  values which are 2.5 to 7 times smaller than the LP  $M_0$ , and  $\Delta\sigma$  values between 200 and 700 bars.

5. Spectra in Fig. 6 generally fall off beyond about 7 Hz. This can be attributed to a site effect (e.g. Hanks, 1982; Singh *et al.*, 1982; Anderson and Hough, 1984) or to a source effect (Papageorgiou and Aki, 1983a, b).

Source spectra are essential in understanding the rupture processes; they are also often used in estimating ground motions (e.g. Boore, 1983). It is for these reasons that several recent papers have dealt with this problem (e.g. Gusev, 1983; Boore, 1983, 1986; Joyner, 1984; Papageorgiou and Aki, 1985; Houston and Kanamori, 1986; Singh *et al.*, 1990; Castro *et al.*, 1990; Kinoshita, 1990). As shown above, if the reported LP  $M_0$  values are taken to be correct, then all events, small and large, deviate from  $\omega^2$  model, showing a sag at intermediate frequencies below about 1 to 3 Hz. The sag in the spectra may be explained by relative lack of asperities on the fault plane with scale length of about 3 to 30 km. This is in agreement with the observed simplicity of P waves of Mexican subduction earthquakes (Chael and Stewart, 1982; Singh *et al.*, 1984; Astiz and Kanamori, 1984; Singh and Mortera, 1991), strong evidence of characteristic earthquakes (Singh *et al.*, 1983), and relatively small number of aftershocks (Singh and Suárez, 1988).

The high-frequency level of the spectra, however, can still be explained with this model requiring  $\Delta\sigma$  between 50 to 300 bars. A similar conclusion was reached by Singh *et al.* (1990). If we discard the reported  $M_0$  values of smaller events, as we are inclined to do for the reason given earlier, then only the larger events show a sag, but the smaller earthquakes would require high stress drops to fit the  $\omega^2$  model. If this is true, then it implies that scaling relations for large and small earthquakes differ. As discussed by Boatwright (1983), small events may behave like a crack, whereas large events may rupture like an asperity (*i.e.*, slow motion follows rupture of a strong patch on the fault plane). This suggests caution when using small earthquakes as Green's functions along with  $\omega^2$  scaling to synthesize expected ground motion during large earthquakes, especially at frequencies below about 1 to 3 Hz (see also Boatwright, 1988).

### 3. AMPLIFICATION OF SEISMIC WAVES IN THE HILL ZONE OF MEXICO CITY

Figure 7 shows attenuation function for 8 frequencies between 0.2 and 5 Hz. This function is defined as

$$\Gamma(f,R) = G(R) e^{-\pi f R / \beta Q(f)} \quad (8)$$

and is shown as a continuous curve. Dashed lines denote the 16 and 84 percentiles obtained from the regressional standard error. Circles represent amplitudes which have been used in the regression (open: coastal sites; solid: inland sites) divided by  $C S_i(f)$  (see equation 1). Triangles show

data not used in the regression; letters T and C denote stations Teacalco and Cuernavaca, respectively, and unmarked triangles correspond to hill-zone stations of Mexico City. For reasons given later, station MAD which lies NW of Mexico City (fig 1) is identified with an M. Note that open and solid circles are evenly distributed with respect to  $\Gamma(f,R)$  for all frequencies, suggesting that there is no significant difference in the attenuation of seismic waves along the coast and towards inland.

With the exception of station MAD, all hill-zone sites show amplifications in the frequency range of  $0.2 \leq f \leq 2$  Hz. This is also the case for stations Teacalco and Cuernavaca, which lie outside the valley of Mexico. At 5 Hz the observed amplitudes are in agreement with the expected ones. Although not shown in the figure, the same is true for  $f = 10$  Hz. Fig. 8 shows amplification at eight selected hill-zone sites for all events recorded. For a given station, the amplification varies from event to event. The smallest amplifications are seen for events 4 ( $M_w = 5.9$ , five hill-zone recordings) and 8 ( $M_w = 5.1$ , one hill-zone recording). The largest amplification at nearly all hill-zone sites corresponds to event 5 ( $M_w = 6.9$ , nine hill-zone recordings). For these three events, the spectral attenuation (excluding Mexico City sites) does not show any anomalous behavior. There is no evidence that the amplification depends on the magnitude, suggesting that nonlinear behavior is not a possible explanation to this observation. The azimuth does not appear to be the cause either, since event 6, whose epicenter is close to that of event 5, produced amplifications of roughly one third of those caused by event 5. Also, azimuths from events 8 and 4 are similar; however, amplifications due to event 4 are significantly lower than



those due to event 8. Since depths of all earthquakes, except event 7, lie between 16 and 23 km, it can hardly be invoked as an explanation of the observed variability of the amplification. The two events that gave rise to minimum amplification (events 4 and 7) are located inland. While it may be possible to attribute minimum amplification in Mexico City to the inland location of events (although we offer no physical explanation), we are at present unable to even speculate why maximum amplification was observed during event 5. This is of much interest, since the location of event 5 is close to that of July 28, 1957, earthquake, which in spite of its relatively low magnitude ( $M_s = 7.5$ ), caused severe damage to Mexico City. Perhaps the cause of the damage was related to the high relative amplification at hill-zone sites of Mexico City (similar to event 5 and not to event 6). Since the transfer functions of lake-bed zone sites with respect to a given hill-zone site are roughly constant (Singh *et al.*, 1988b), Fourier spectral amplitudes during the 1957 event may have been much larger than expected for an earthquake of this size.

We attribute amplification of seismic waves in the hill zone of Mexico City to a large scale geological structure. Between late Oligocene and Pliocene, a large lake basin existed covering the present Valley of Mexico and extending to the south down to Taxco (a city near Teacalco shown in Fig. 3). In this basin, thick lake clay deposits (200 to 300 m) developed. Little evidence is found for further clay deposition until late Pleistocene, when the Valley of Mexico was closed in the south by the formation of Chichinautzin Mountain Range (Mooser, 1990). Since then, the upper clay layers (10 to 100 m in thickness) have formed in the lower parts of the

Valley of Mexico. The hill-zone sites, as well as Cuernavaca, are devoid of these new clays, but are underlain by the old ones. The impedance contrast between the old clay layer and the rocks below it, along with lateral variation in the depth of the contact, may be sufficient to explain the observed amplification. Campillo *et al.* (1988) and Bard *et al.* (1988) have computed seismic response of a two-dimensional basin (11 km in length, 0.3 to 0.7 km in depth, with or without velocity gradient in the sediments, and realistic shear wave velocity ratios). They report that the spectral amplification on the sediments may reach a value of 7. We recall that MAD site, where only event 1 was recorded, does not show any amplification. While the quality of the accelerogram is poor, lack of amplification appears real in view of the geological characteristics of the site; it is located on an andesitic volcano, older than late Oligocene, with deep roots. If the absence of amplification at MAD is indeed true, then it reinforces the conjecture that its presence at other hill-zone sites is associated with a rather shallow (< 1 km) feature, and not with a deep regional structure related to the Mexican Volcanic Belt. In search of a clear answer, MAD has now been equipped with a sensitive digital accelerograph.

## CONCLUSIONS

In order to quantify amplification of seismic waves in the hill zone of Mexico City, we have derived reference spectral attenuation curves which have the form of equation 1 with  $Q(f) = 273f^{0.66}$  and  $G(R)$  as in equation 6 with  $R_x = 100$  km. We find no significant difference in attenuation

characteristics between coastal and inland paths. With respect to these reference curves, all stations in the hill zone of Mexico City, with the exception of one, show large amplifications, reaching values of more than 10 at some frequency between 0.3 and 1 Hz. This fact can be better appreciated by realizing that the spectral levels in the hill zone of Mexico City, which is roughly 300 km away from the sources, are equal, at critical frequencies (0.2 to 1 Hz), to those in the epicentral region. The size of the amplification varies from earthquake to earthquake, a fact for which we presently do not have a satisfactory explanation. This amplification seems to be absent at MAD site, located on an andesitic edifice of an older volcano with deep roots. This suggests that the cause of the observed increase in the amplitudes of seismic waves at other hill sites is related to a relatively shallow (< 1 km) clay deposit which was emplaced in a basin which existed in late Oligocene to Pliocene times. Since lake-bed sites are amplified by a factor of 10 to 50 with respect to hill-zone sites, this results in a net amplification of 100 to 500 with respect to hard coastal or inland sites at similar hypocentral distances.

The source spectra retrieved from the regression analysis compare well with those obtained from epicentral recordings alone. For the two largest earthquakes, whose seismic moments are well determined, the patched spectra from teleseismic and strong-motion data strongly deviate from  $\omega^2$  model, showing a sag between about 0.05 and 1 Hz. For one event ( $M_s = 6.9$ ), whose LP  $M_0$  is reliable, the  $\omega^2$  model works well with  $\Delta\sigma = 50$  bars. If we take the reported long-period seismic moments of smaller earthquakes to be correct, then all five such events deviate from this source model. If one wishes to

explain the high-frequency (roughly 2 to 7 Hz) level of the spectra by an  $\omega^2$  model, the required stress drops range from 100 to 300 bars. If we discard the reported LP seismic moments of smaller earthquakes then the observed SM spectra can be well fitted with an  $\omega^2$  model; the resulting seismic moments, however, are 2.5 to 7 times smaller than the reported ones, and the required stress drops vary from 200 to 800 bars. This may suggest that small ( $M_s \leq 6$ ) and large earthquakes do not follow the same scaling law. For this reason, caution is warranted in using records from small events as empirical Green's functions to synthesize expected ground motion from large events.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The data used in this study were collected by the Guerrero Strong Motion Network, operated jointly by Instituto de Ingeniería, UNAM, and University of Nevada-Reno, by Fundación Javier Barros Sierra, and by Centro Nacional de Prevención de Desastres. Dedication of the personnel in maintaining these networks is gratefully acknowledged. We thank E. Rosenblueth, F. Mooser, M. Campillo, R. Castro, A. Montiel, and A. Elstein for helpful discussions. This project was partially funded by DGAPA, UNAM (MO) and Secretaría General de Obras, Departamento del Distrito Federal (SKS).

Instituto de Ingeniería, UNAM  
Ciudad Universitaria  
Coyoacán 04510, DF, Mexico (MO,SKS)

Instituto de Geofísica, UNAM  
Ciudad Universitaria  
Coyoacán 04510, DF,  
Mexico (SKS)

Centro Nacional de Prevención de Desastres

Delfín Madrigal 665

Coyoacán 04360, DF, Mexico (MO)

## REFERENCES

Anderson, J.G. and S.E. Hough (1984). A model for the shape of the Fourier amplitude spectrum of acceleration at high frequencies, *Bull. Seism. Soc. Am.* 74, 1969-1994.

Anderson, J.G., P. Bodin, J.N. Brune, S.K. Singh, R. Quaas, and M. Oñate (1986). Strong ground motion from the Michoacan, Mexico, earthquake, *Science* 233, 1043-1049.

Astiz, L. and H. Kanamori (1984). An earthquake doublet in Ometepec, Guerrero, Mexico, *Phys. Earth. Planet. Inter.* 34, 24-45.

Astiz, L., H. Kanamori, and H. Eissler (1987). Source characteristics of earthquakes in the Michoacan seismic gap in Mexico, *Bull. Seism. Soc. Am.* 77, 1326-1346.

Bard, P.-Y., M. Campillo, F. Nicollin, and F.J. Sánchez-Sesma (1988). A theoretical investigation of large and small-scale amplification effects in the Mexico City Valley, *Earthquake Spectra* 4, 609-634.

Boatwright, J. (1988). The seismic radiation from composite models of faulting, *Bull. Seism. Soc. Am.* 77, 489-508.

Boore, D.M. (1983). Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra, *Bull. Seism. Soc. Am.*

73, 1865-1894.

Boore, D.M. (1986). The effect of finite bandwidth on seismic scaling relationships, in *Earthquake Source Mechanics, Geophysical monograph 37 (Maurice Ewing Series 6), American Geophysical Union, 275-283.*

Boore, D.M. and J. Boatwright (1984). Average body-wave radiation coefficient, *Bull. Seism. Soc. Am. 74, 1615-1621.*

Brune, J.N. (1970). Tectonic stresses and spectra of seismic waves from earthquakes, *J. Geophys. Res. 75, 4997-5009.*

Campillo, M., P.-Y. Bard, F. Nicollin, and F.J. Sánchez-Sesma (1988). The incident wave-field in Mexico City during the great Michoacan earthquake and its interaction with the deep basin, *Earthquake Spectra 4, 591-608.*

Castro, R., J.G. Anderson, and S.K. Singh (1990). Site response, attenuation and source spectra of S waves along the Guerrero, Mexico, subduction zone, *Bull. Seism. Soc. Am. 80, 1481-1503.*

Chael, E.P. and G.S Stewart (1982). Recent large earthquakes along the Middle America trench and their implications for the subduction process, *J. Geophys. Res. 87, 329-338.*

Faccioli, E. and D. Reséndiz (1976). Soil dynamics: behaviour including liquefaction, in *Seismic Risk and Engineering Decisions, C. Lomnitz and E.*

Rosenblueth, Editors, Elsevier Publishing Co., Amsterdam, The Netherlands, 71-139.

Gusev, A.A. (1983). Descriptive statistical model of earthquake source radiation and its application to an estimation of short-period strong motion, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 74, 787-808.

Hanks, T.C. (1982).  $f_{\max}$ , *Bull. Seism. Soc. Am.* 72, 1867-1879.

Herrmann, R.B. (1985). An extension of random vibration theory estimates of strong ground motion to large distances, *Bull. Seism. Soc. Am.* 75, 1447-1453.

Herrmann R.B. and A. Kijko (1983). Modeling some empirical vertical component Lg relations, *Bull. Seism. Soc. Am.* 73, 157-171.

Houston, H. and H. Kanamori (1986). Source spectra of great earthquakes; teleseismic constraints on the rupture process and strong motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* 76, 19-42.

Joyner, W.B. (1984). A scaling law for the spectra of large earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* 74, 1167-1188.

Joyner, W.B. and D.M. Boore (1981). Peak horizontal acceleration and velocity from strong-motion records including records from the 1979 Imperial Valley, California, earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.* 71, 2011-2038.



Kinoshita, S. (1990). Frequency dependent attenuation of shear waves in the crust of the Kanto area, Japan, and source-controlled  $f_{max}$ , *Bull. Seism. Soc. Am.*, submitted.

Mahdyiar, M., S.K. Singh, and R.P. Meyer (1986). Moment-magnitude scale for local earthquakes in the Petatlán region, Mexico, based on recorded peak horizontal velocity, *Bull. Seism. Soc. Am.* 76, 1225-1240.

Mooser, F. (1990). Mapeo de estructuras geológicas someras de la cuenca de México, *Memorias del simposio "El subsuelo de la cuenca del valle de México y su relación con la Ingeniería de cimentaciones, a cinco años del sismo"*, *Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos*.

Novelo-Casanova, D., E. Berg, V. Hsu, and C.E. Helsey (1985). Time-space variation of seismic S-wave coda attenuation ( $Q_c$ ) and magnitude distribution (b-values) for the Petatlán earthquake, *Geophys Res. Lett.* 12, 789-792.

Papageorgiou, A. and K. Aki (1983a). A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion. Part I. Description of the model, *Bull. Seism. Soc. Am.* 73, 693-722.

Papageorgiou, A. and K. Aki (1983b). A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion. Part II. Application of the model, *Bull. Seism. Soc.*

Am. 73, 953-978.

Papageorgiou, A. and K. Aki (1985). Scaling law of far-field spectra based on observed parameters of the specific barrier model, *PAGEOPH* 123, 353-374.

Riedsel, M.A., H. Jordan, A.F. Sheehan, and P.G. Silver (1986). Moment tensor spectra of the 19 Sept 85 and 21 Sept 85 Michoacan, Mexico, earthquakes, *Geophys. Res. Lett.*, 13, 609-612.

Rodríguez, M., J. Havskov, and S.K. Singh (1982). Q for coda waves near Petatlán, Guerrero, Mexico, *Bull. Seism. Soc. Am.* 72, 321-326.

Rosenblueth, E. (1953). Teoría del diseño sísmico sobre mantos blandos, *Ediciones ICA*, Serie B, No. 14, 3-12.

Singh, S.K., R. Apsel, J. Fried, and J.N. Brune (1982). Spectral attenuation of SH waves along the Imperial fault, *Bull. Seism. Soc. Am.* 72, 2003-2016.

Singh, S.K., M. Rodríguez, and L. Esteva (1983). Statistics of small earthquakes and frequency of occurrence of large earthquakes along the Mexican subduction zone, *Bull. Seism. Soc. Am.* 73, 1779-1796.

Singh, S.K., T. Domínguez, R. Castro, and M. Rodríguez (1984). P waveforms of large shallow earthquakes along the Mexican subduction zone, *Bull. Seism. Soc. Am.* 74, 2135-2156.

Singh, S.K., E. Mena, and R. Castro (1988a). Some aspects of the source characteristics and the ground motion amplifications in and near Mexico City from the acceleration data of the September, 1985, Michoacan, Mexico earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* 78, 451-477.

Singh, S.K., J. Lermo, T. Domínguez, M. Ordaz, J.M. Espinosa, E. Mena, and R. Quaas (1988b). A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site (CU), *Earthquake Spectra* 4, 653-673.

Singh, S.K., M. Ordaz, J.G. Anderson, M. Rodríguez, R. Quaas, E. Mena, M. Ottaviani, and D. Almora (1989). Analysis of near-source strong motion recordings along the Mexican subduction zone, *Bull. Seism. Soc. Am.* 79, 1697- 1717.

Singh, S.K., E. Mena, J.G. Anderson, R. Quaas, and J. Lermo (1990). Source spectra and RMS acceleration of Mexican subduction zone earthquakes, *PAGEOPH* 133, 447-474.

Singh, S.K. and F. Mortera (1991). Source-time functions of large Mexican subduction earthquakes, morphology of the Benioff zone, age of the plate and their tectonic implications, *J. Geophys. Res.*, in revision.

UNAM Seismology Group (1986). The September 1985 earthquakes: aftershocks distribution and history of rupture, *Geophys. Res. Lett.* 13, 573-576.

TABLE 1

EARTHQUAKES WHOSE STRONG-MOTION RECORDS ARE ANALYZED IN THIS STUDY.  
ALL EVENTS HAVE A THRUST-FAULTING MECHANISM.

Event No.	Date d/m/y	Lat °N	Long °W	Depth km	M <sub>s</sub>	M <sub>0</sub> dyn <sup>0</sup> -cm	M <sub>w</sub>
1	19/09/85	18.14	102.71	16	8.1	1.05x10 <sup>28</sup>	8.01
2	21/09/85	17.62	101.82	20	7.6	2.90x10 <sup>27</sup>	7.64
3	07/06/87	16.65	98.91	23	4.8	1.10x10 <sup>24</sup>	5.36
4	08/02/88	17.50	101.14	20	5.8	7.40x10 <sup>24</sup>	5.91
5	25/04/89	16.58	99.48	17	6.9	2.40x10 <sup>26</sup>	6.92
6	02/05/89	16.65	99.48	19	4.9	1.90x10 <sup>24</sup>	5.52
7	08/10/89	17.19	100.21	37	4.1	4.70x10 <sup>23</sup>	5.12
8	31/05/90	17.12	100.84	21	5.8	1.10x10 <sup>25</sup>	6.03

## Notes and references

All locations are from local networks. Except for events 1 and 2, whose depth have been estimated from P-wave modeling (Astiz *et al.*, 1987), all depths are from local networks. M<sub>s</sub> is from PDE of U.S. Geological Survey. For events 1 and 2, M<sub>0</sub> from Astiz *et al.* (1987), for events 3, 6, and 7, M<sub>0</sub> from Harvard Moment Tensor Inversion, and for events 4, 5, 8, M<sub>0</sub> from H. Kanamori (personal communication, 1990).

TABLE 2

 $M_0$  AND  $\Delta\sigma$  VALUES

Event No.	$M_0^+$ (dyne-cm)	$M_0^*$ (dyne-cm)	$\Delta\sigma^+$ bars	$\Delta\sigma^*$ bars
1	$1.05 \times 10^{28}$	-	150	-
2	$2.90 \times 10^{27}$	-	75	-
3	$1.10 \times 10^{24}$	$4.30 \times 10^{23}$	188	300
4	$7.40 \times 10^{24}$	$1.10 \times 10^{24}$	300	770
5	$2.40 \times 10^{26}$	$8.20 \times 10^{25}$	50	90
6	$1.90 \times 10^{24}$	$5.25 \times 10^{23}$	100	200
7	$4.70 \times 10^{23}$	$2.00 \times 10^{23}$	300	450
8	$1.10 \times 10^{25}$	$3.14 \times 10^{24}$	217	400

$M_0^+$ : seismic moment from teleseismic long-period data (Table 1).

$\Delta\sigma^+$ : stress drop required to fit observed high-frequency source spectral level in conjunction with  $M_0^+$  and an  $\omega^2$  model.

$M_0^*$ : seismic moment estimated from epicentral strong-motion recordings.

$\Delta\sigma^*$ : stress drop required to fit observed high-frequency source spectral level in conjunction with  $M_0^*$  and an  $\omega^2$  model.

## FIGURE CAPTIONS

FIG. 1. Map of Mexico City showing boundary between hill and transition zones (dotted) and between transition and lake-bed zones (dashed). The locations of hill-zone stations where amplification of seismic waves was estimated are marked by solid rectangles.

FIG. 2. Comparison of average Fourier amplitude spectra in the epicentral zone (dashed line) and in the hill zone of Mexico City. (a) September 19, 1985 ( $M_s = 8.1$ ) earthquake. Epicentral recordings from Caleta de Campos, Villita and La Unión (Fig. 3); hill-zone recordings from CUI and TAC (Fig. 1). (b) April 25, 1989 ( $M_s = 6.9$ ) earthquake. Epicentral recordings from San Marcos, Cerro de Piedra, Las Vigas, and Las Mesas; hill-zone recordings from CUI, TAC, BS34, and BS74. Note that the epicentral and hill-zone spectral levels are nearly equal between 0.2 and 1 Hz.

FIG 3. Map of Mexico showing locations of strong-motion stations and epicenters of the eight events used in this study.

FIG 4. Magnitude of the events *versus* hypocentral distance of the stations. Open circles: coastal sites; solid dots: inland sites; triangles marked T and C refer to stations Teacalco and Cuernavaca. Unmarked triangles are sites in Mexico City. Data from stations marked with triangles were not used in the regression to estimate spectral attenuation.

FIG 5. Quality factor,  $Q(f)$ , versus frequency,  $f$ . Open circles denote the values obtained in this study, and the straight line shows the least squares fit. For comparison,  $Q(f)$  reported by Castro *et al.* (1990) is also shown.

FIG 6. Source acceleration spectra,  $f^2 \dot{M}_0(f)$ , of the eight events analyzed in this study. Solid connected triangles: spectra obtained from regression analysis. Circles: spectra from epicentral data. Stars for events 1 and 2: spectra from free-oscillation data. Solid rectangles for events 1, 2, and 5: spectra from teleseismic P waves. Continuous curve:  $\omega^2$  model with reported LP  $M_0$  and  $\Delta\sigma$  required to fit the high-frequency level (see Tables 1 and 2). Dashed curve: for events 1 and 2,  $\omega^2$  model with reported LP  $M_0$  and  $\Delta\sigma = 30$  bars; for all other events,  $\omega^2$  model with  $M_0$  and  $\Delta\sigma$  required to fit the entire SM spectra (see Table 2).

FIG. 7. Attenuation function,  $\Gamma(f,R)$ , as a function of hypocentral distance,  $R$ , for 8 frequencies. Continuous curve corresponds to the median value, and dashed curves show the percentiles 16 and 84. Open circles: data from coastal stations. Solid dots: data from inland stations. Note that open circles and solid dots are evenly distributed with respect to the median value. Unmarked triangles: hill-zone sites in Mexico City. Triangles marked T, C and M refer to stations Teacalco, Cuernavaca (Fig. 3), and MAD (Fig. 1), respectively.

FIG 8. Amplification as a function of frequency for eight selected sites, six in the hill zone of Mexico City, and Cuernavaca and Teacalco. The observed amplifications during different events are clearly marked. Note the

differences in amplification from earthquake to earthquake, and that the amplifications are systematically highest during the April 25, 1989 event.



Hill-zone stations in the Valley of Mexico

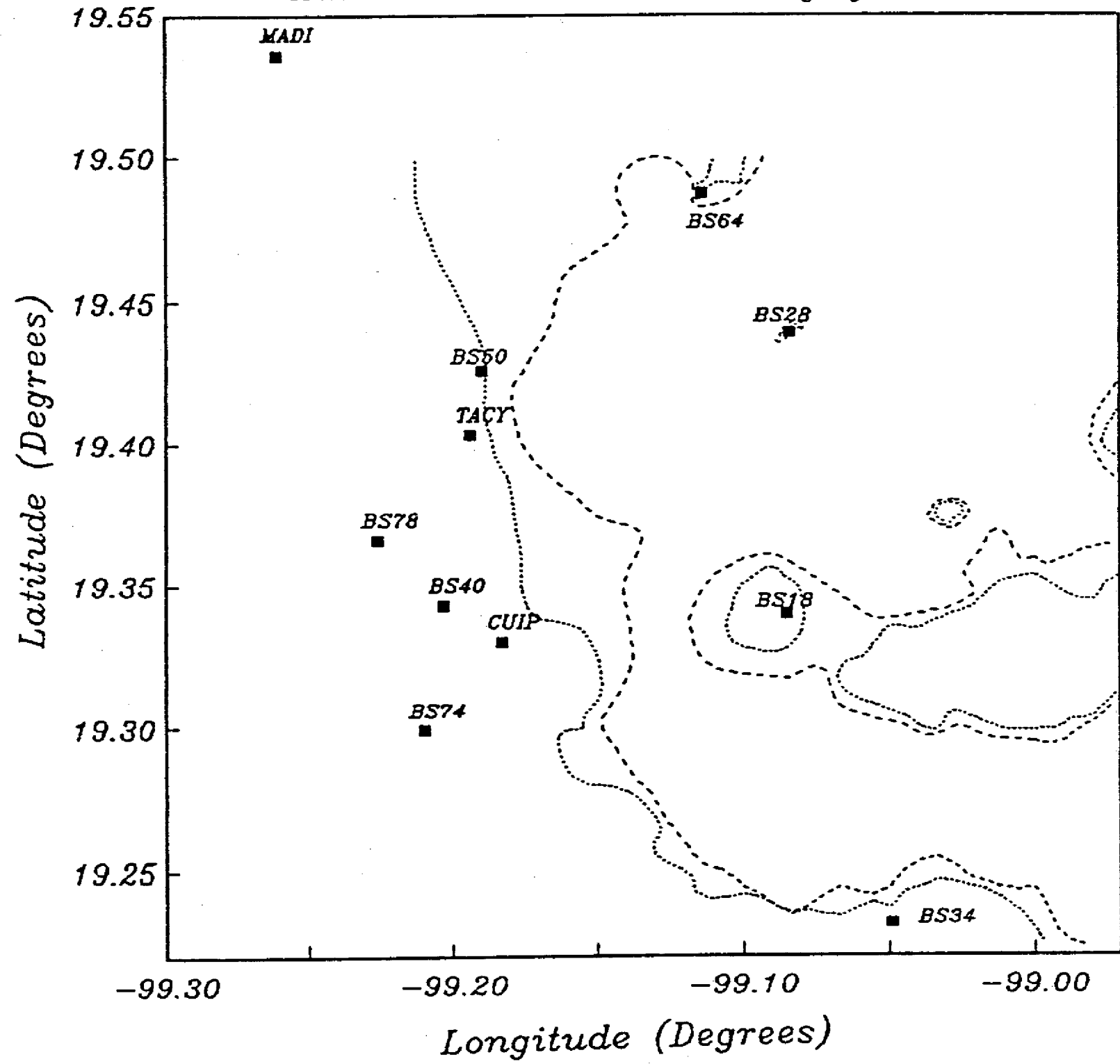


Figura 1 Apéndice 3

Average Fourier spectra, April 25, 1989

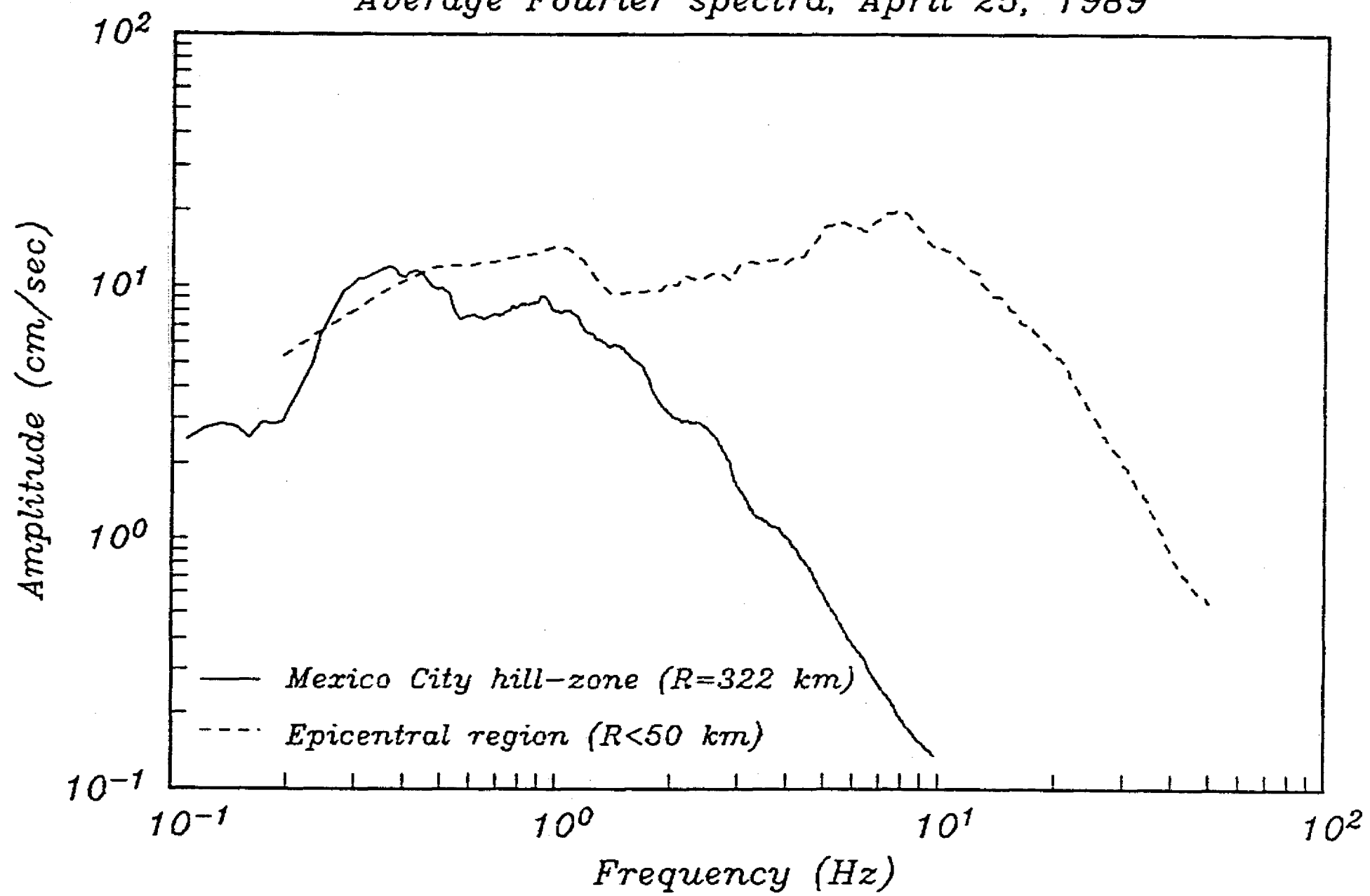


Figura 2 Apéndice 3

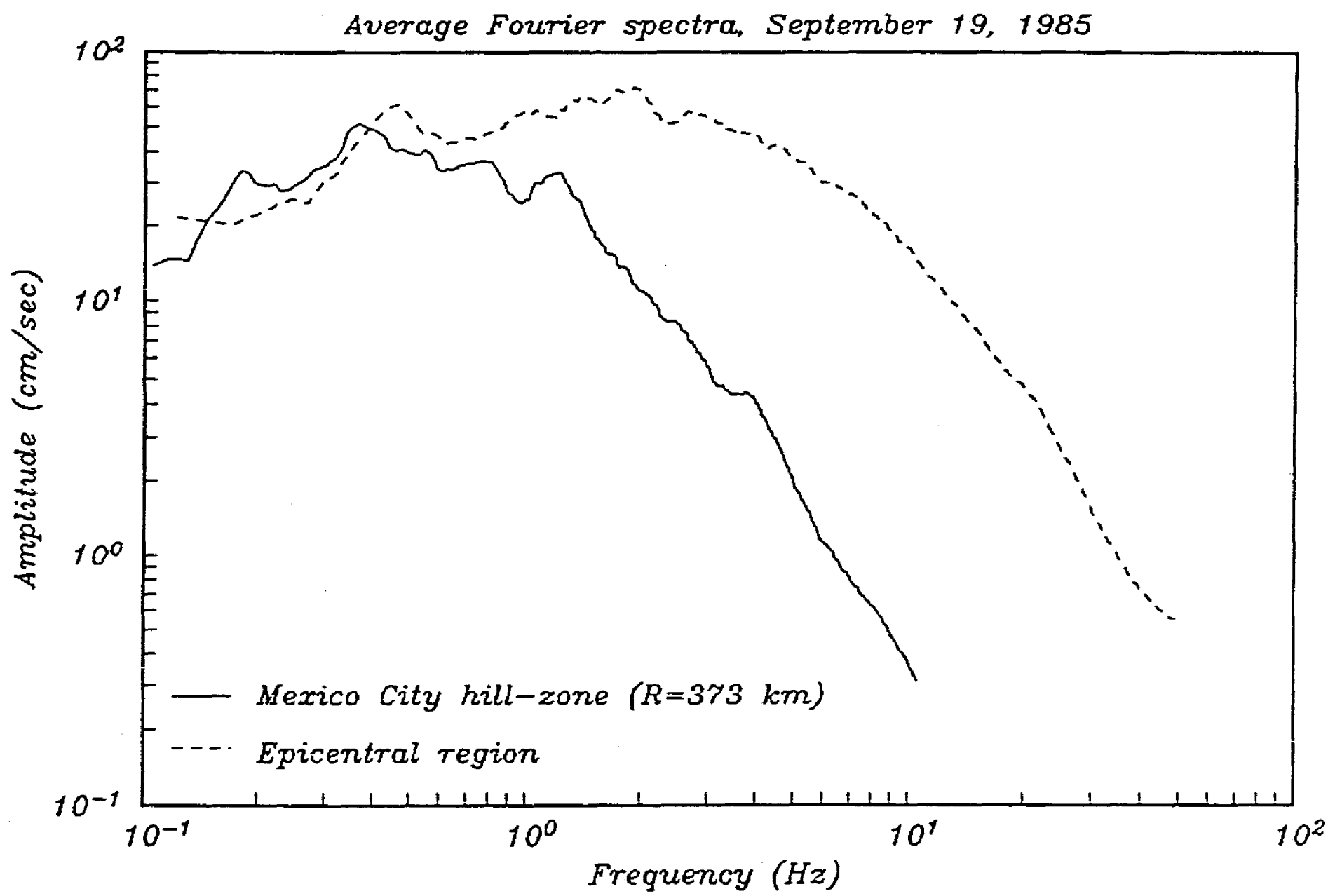


Figura 2 Apéndice 3 (continúa)

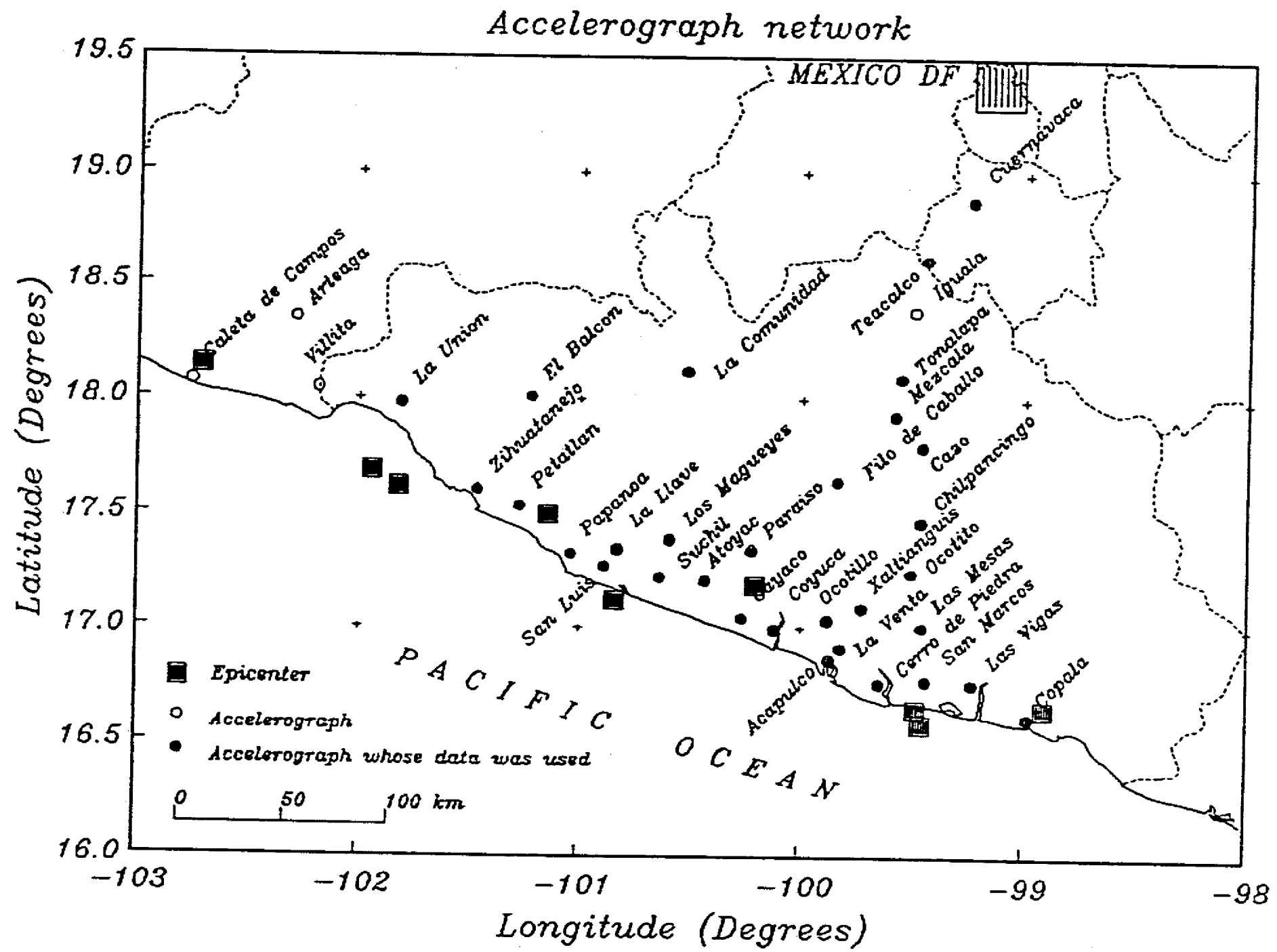


Figura 3 Apéndice 3

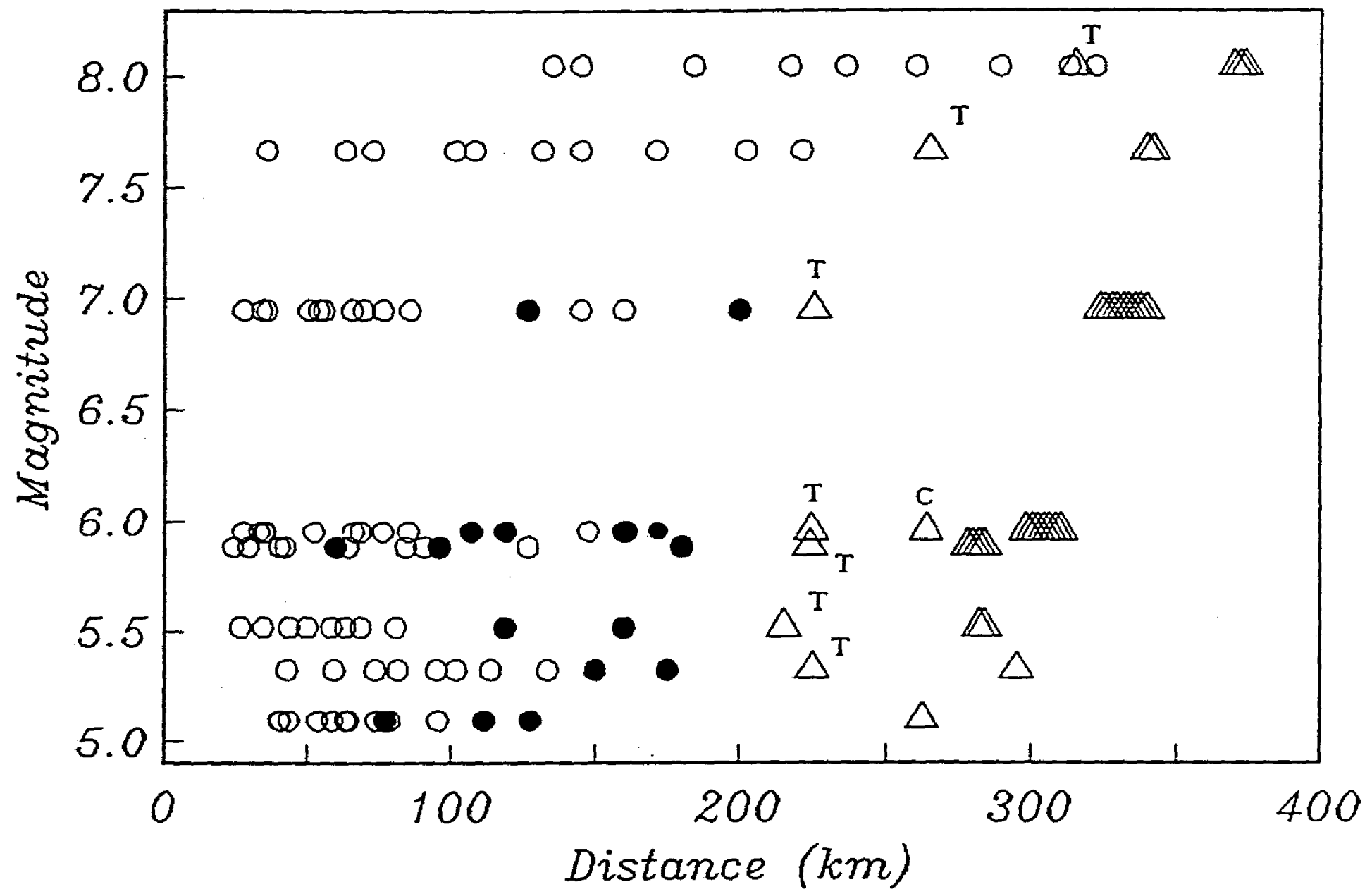


Figura 4 Apéndice 3

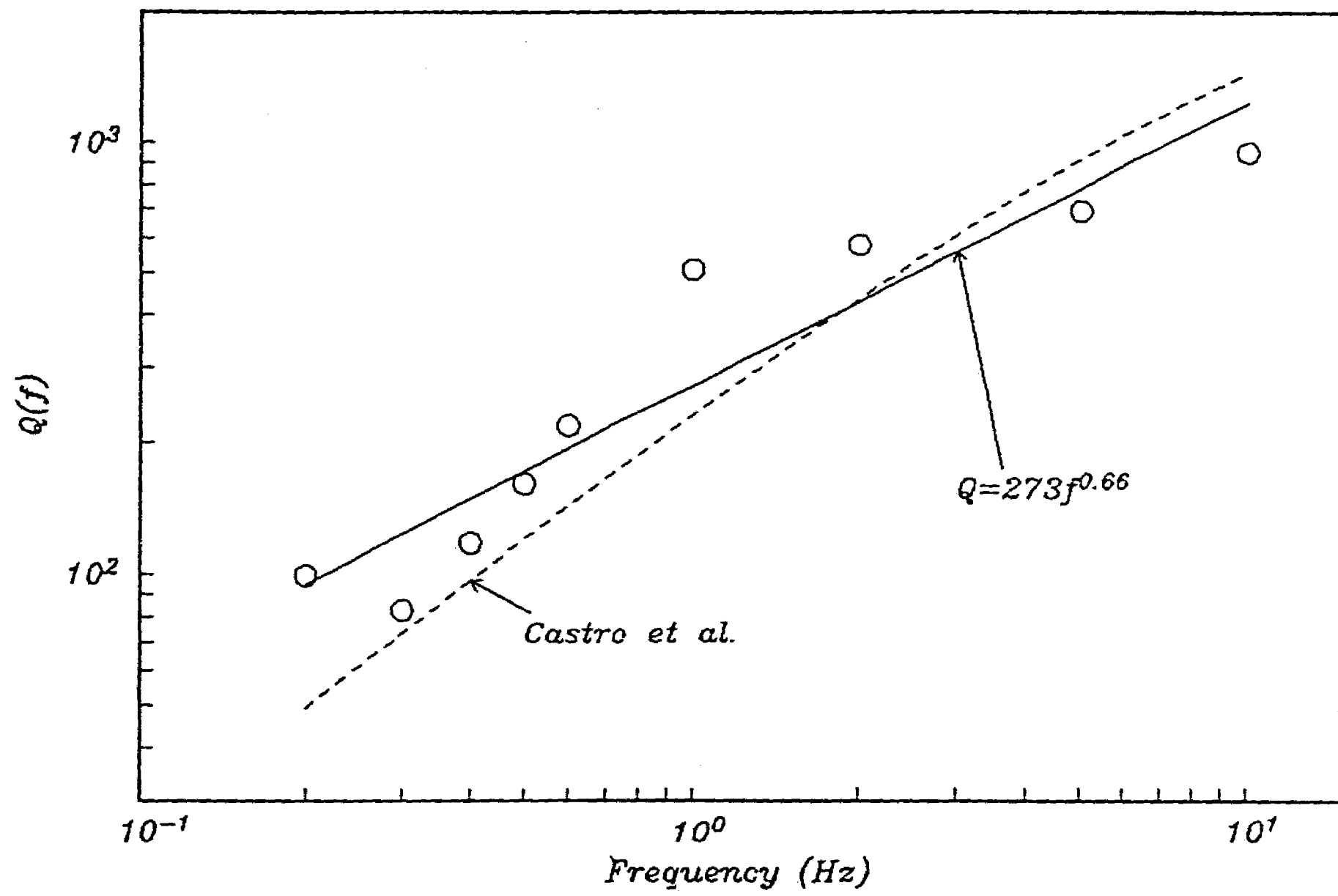


Figura 5 Apéndice 3

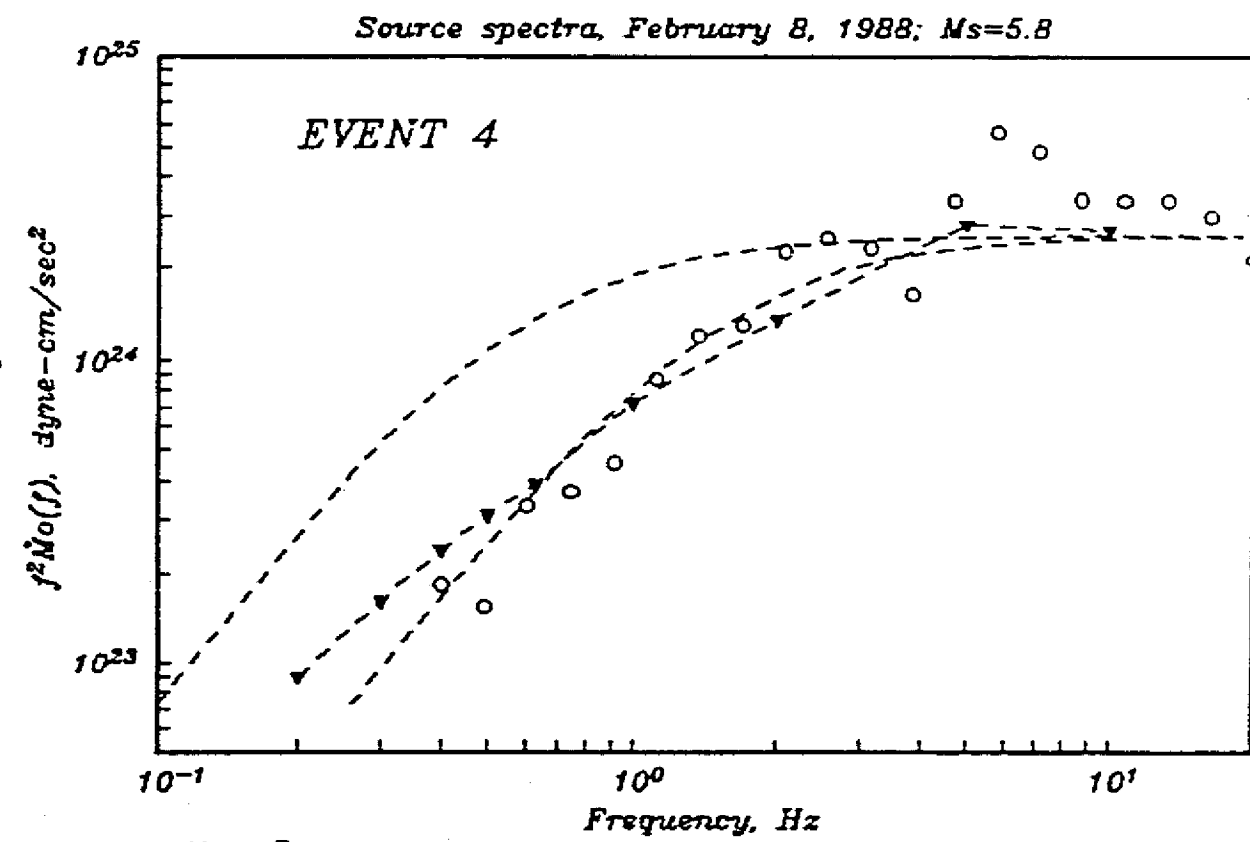
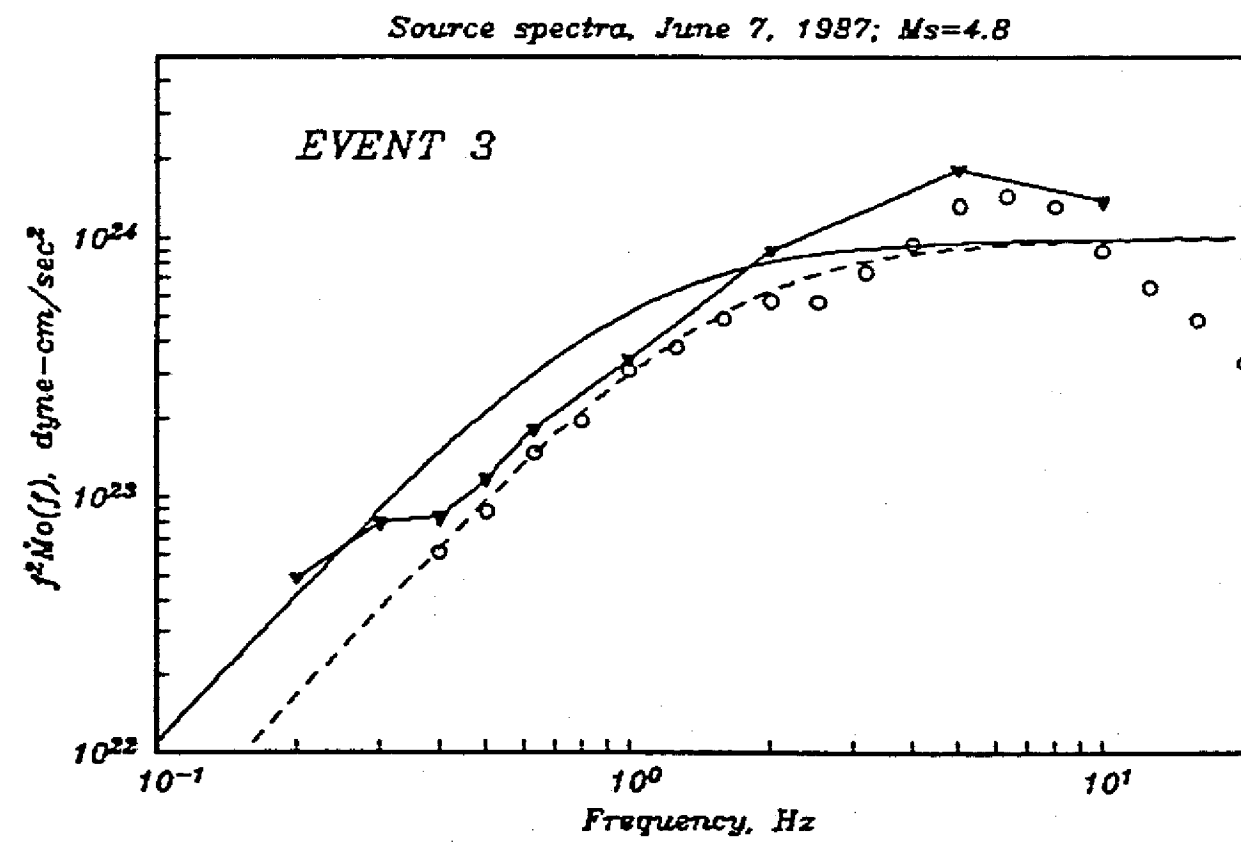
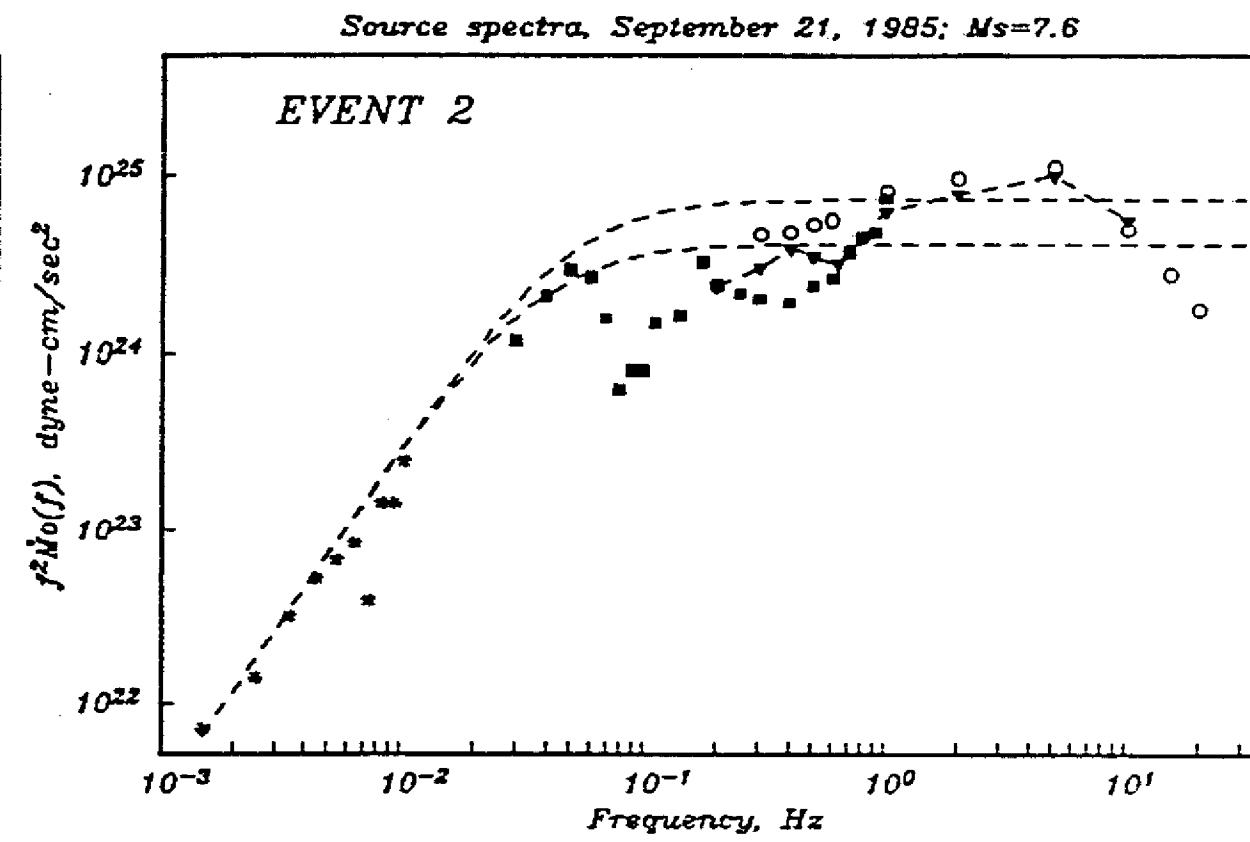
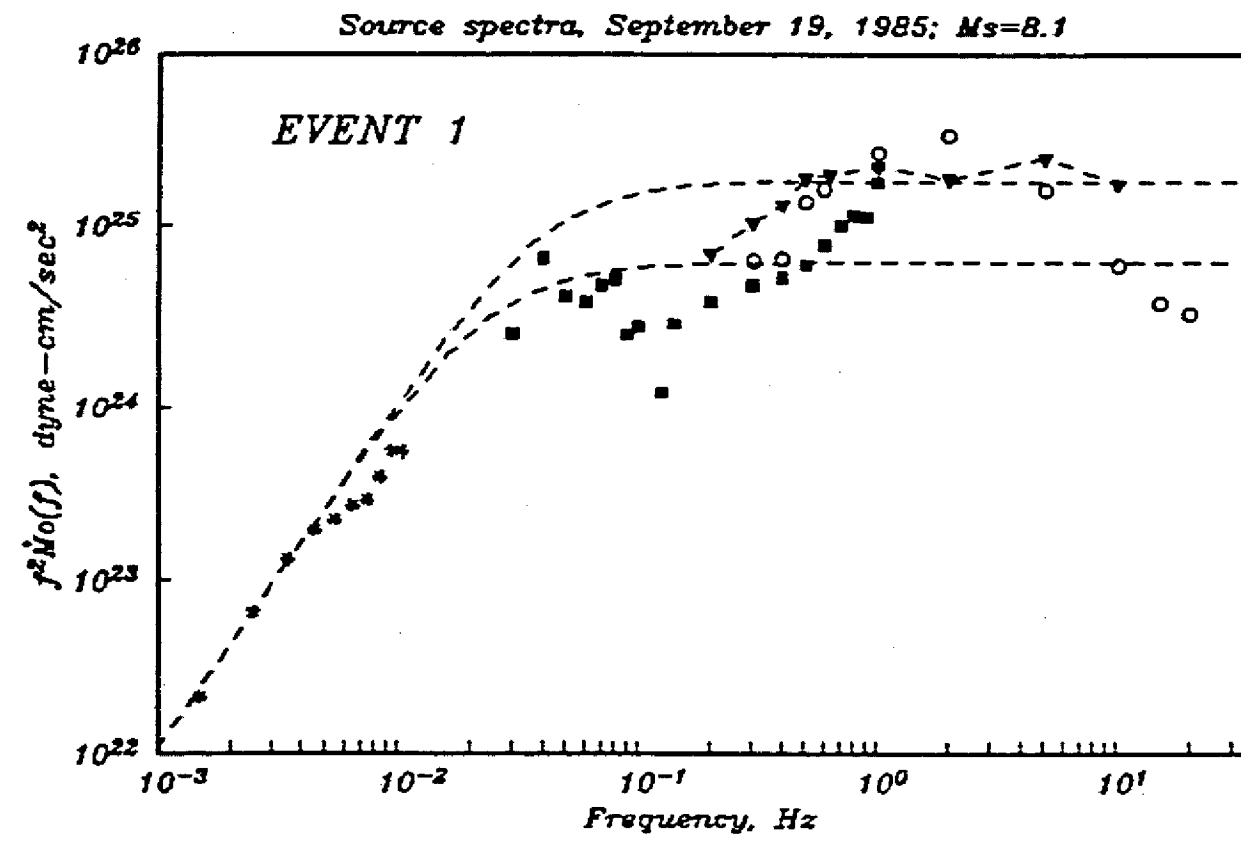


Figura 6 Apéndice 3

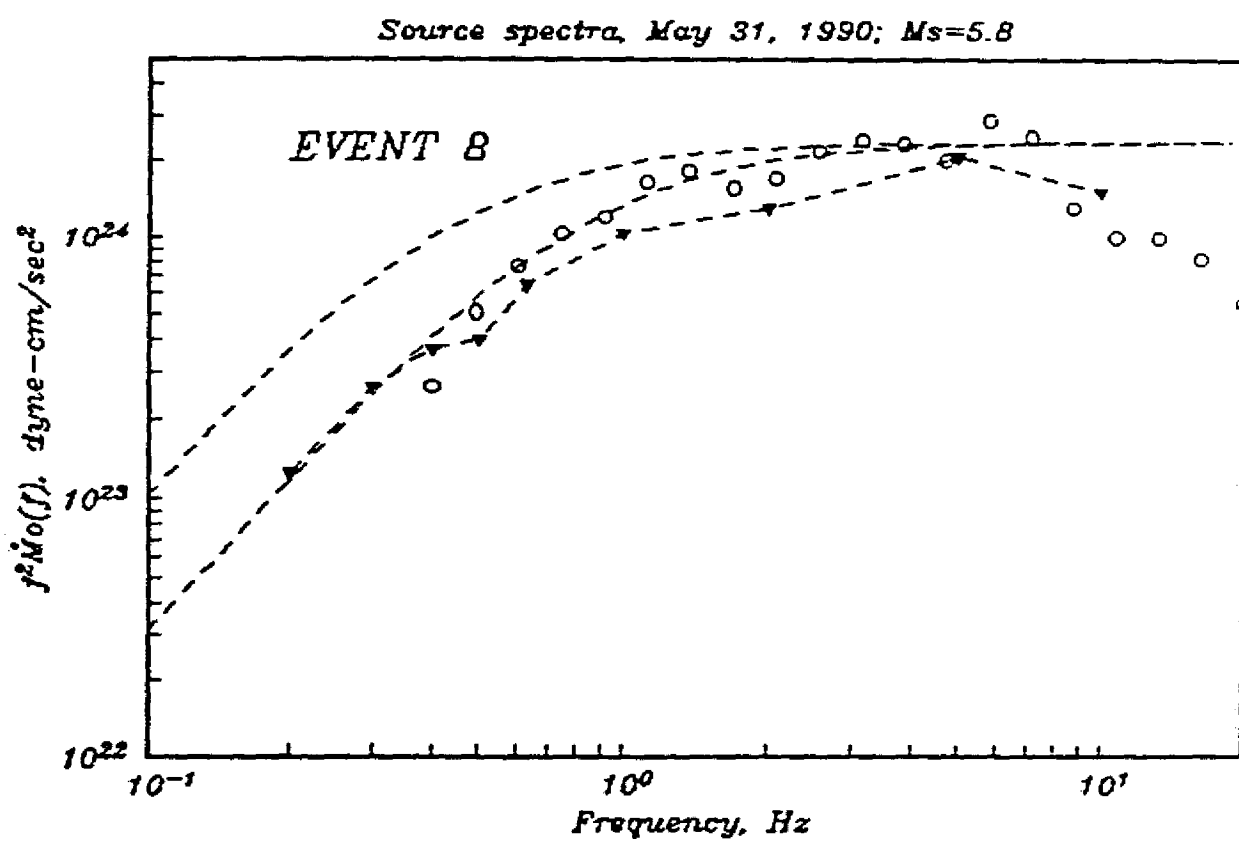
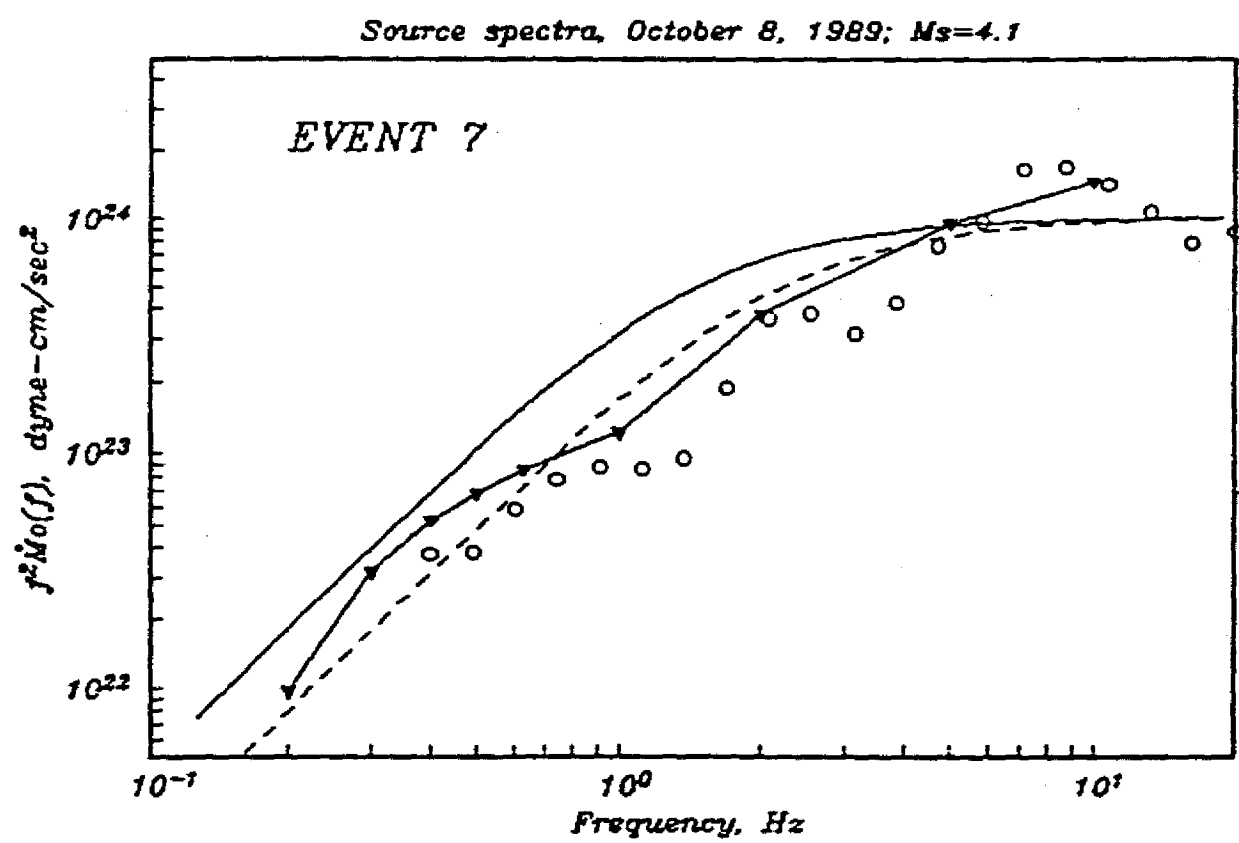
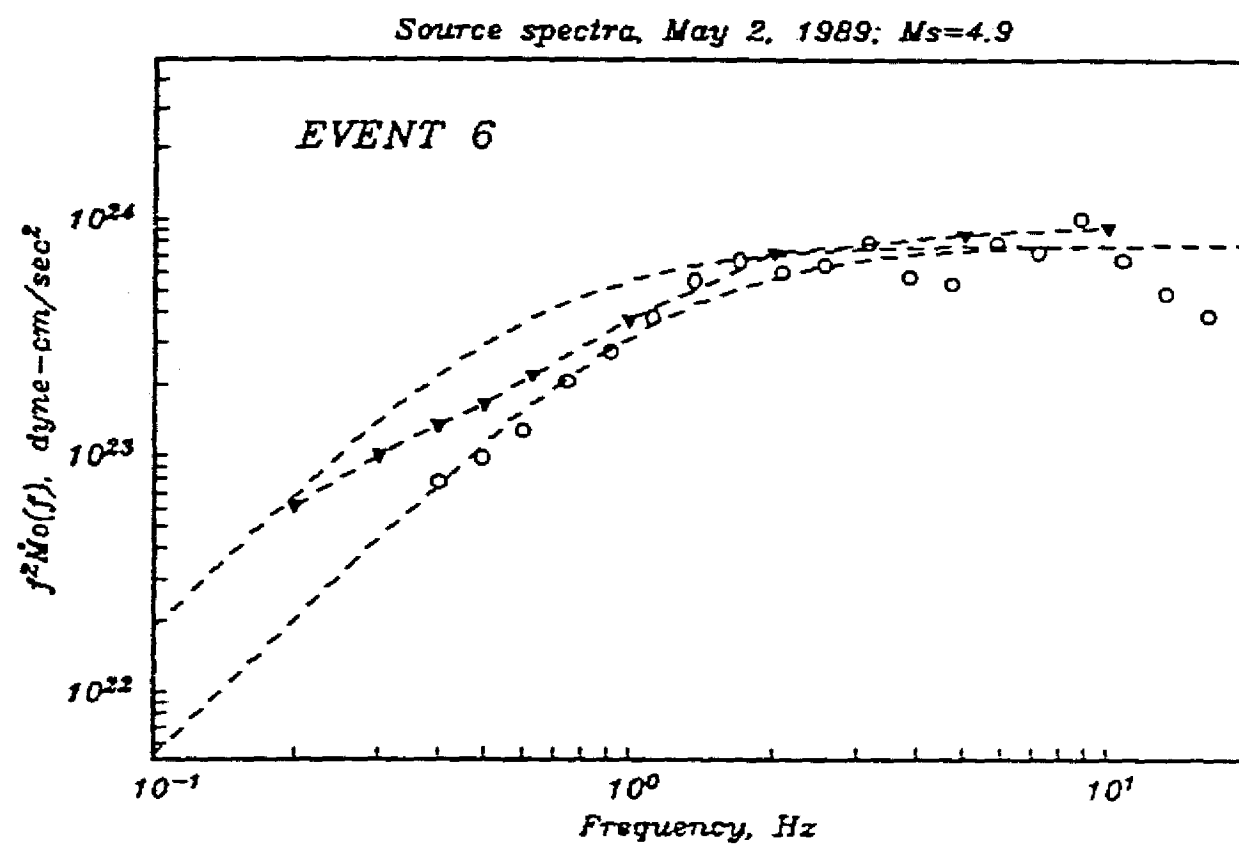
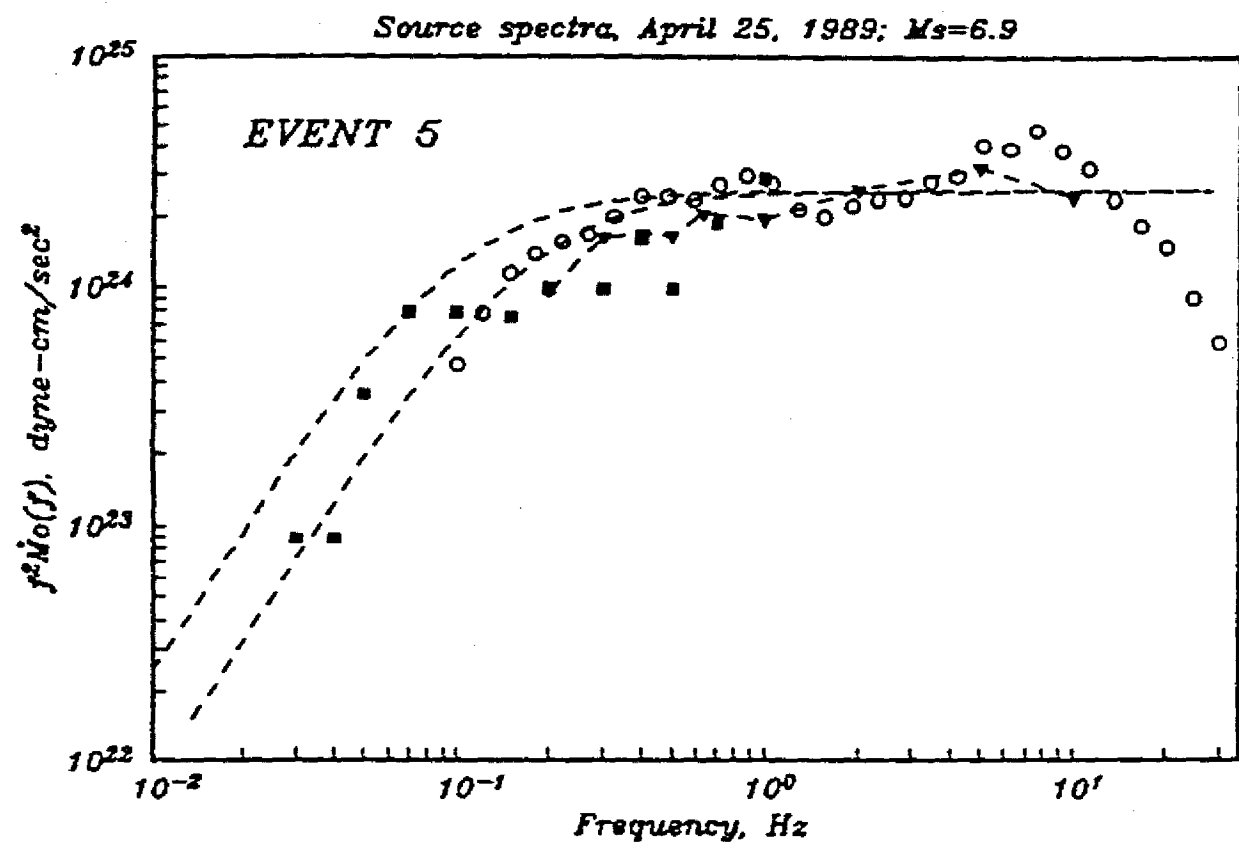


Figura 6 Apêndice 3 (continua)



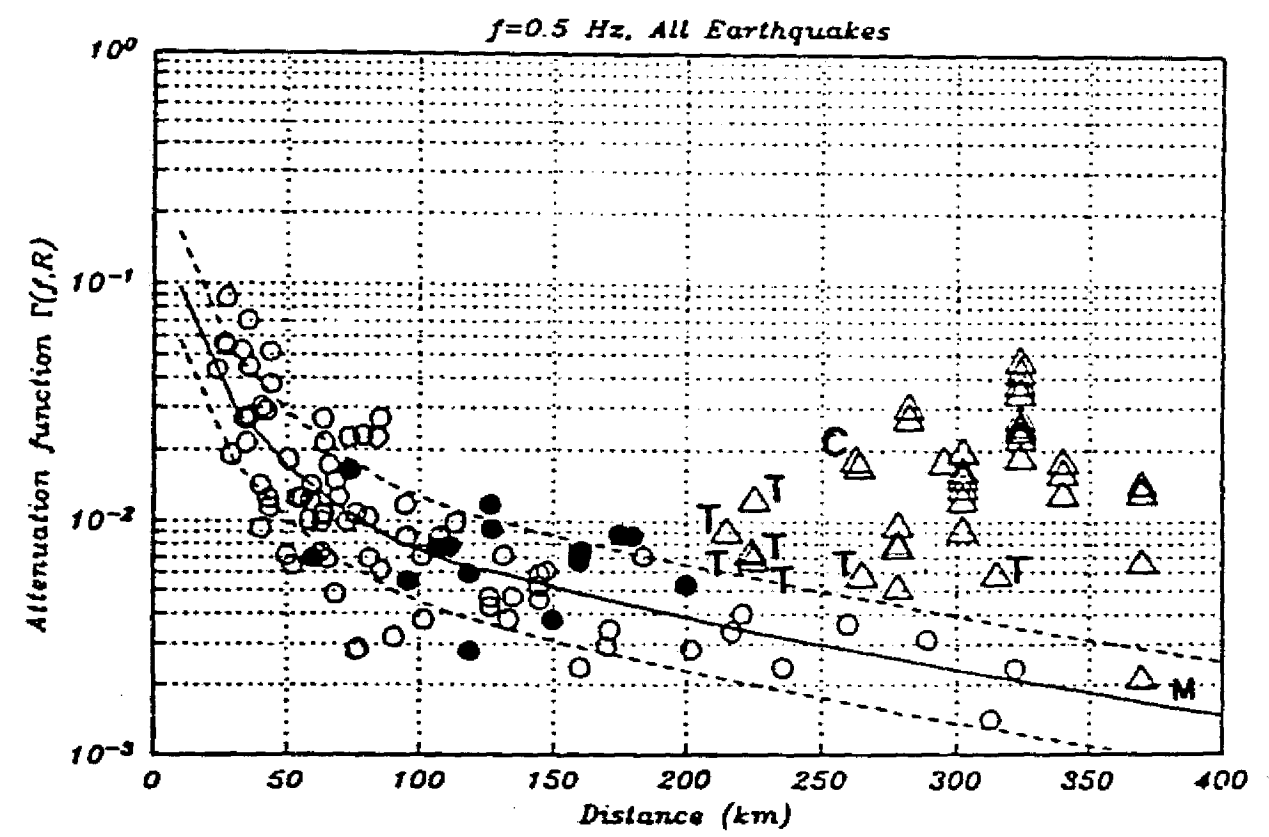
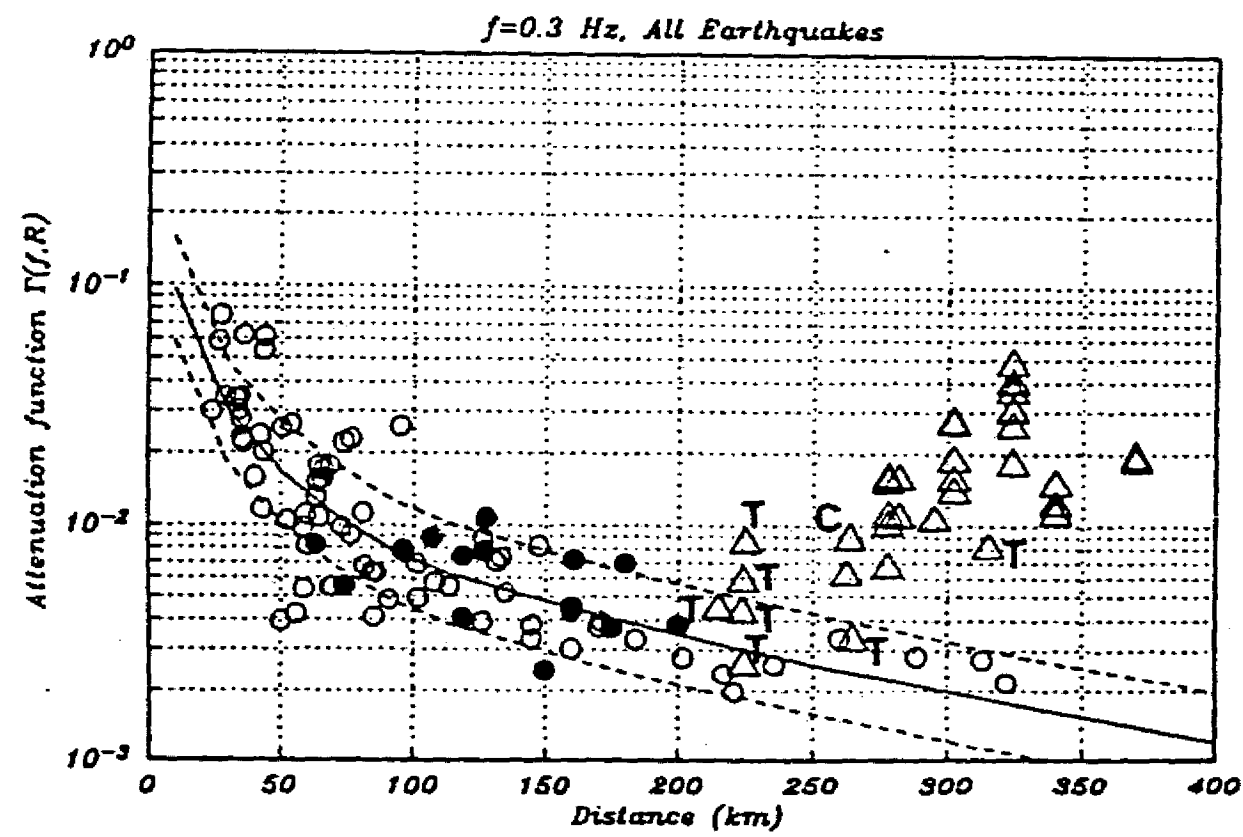
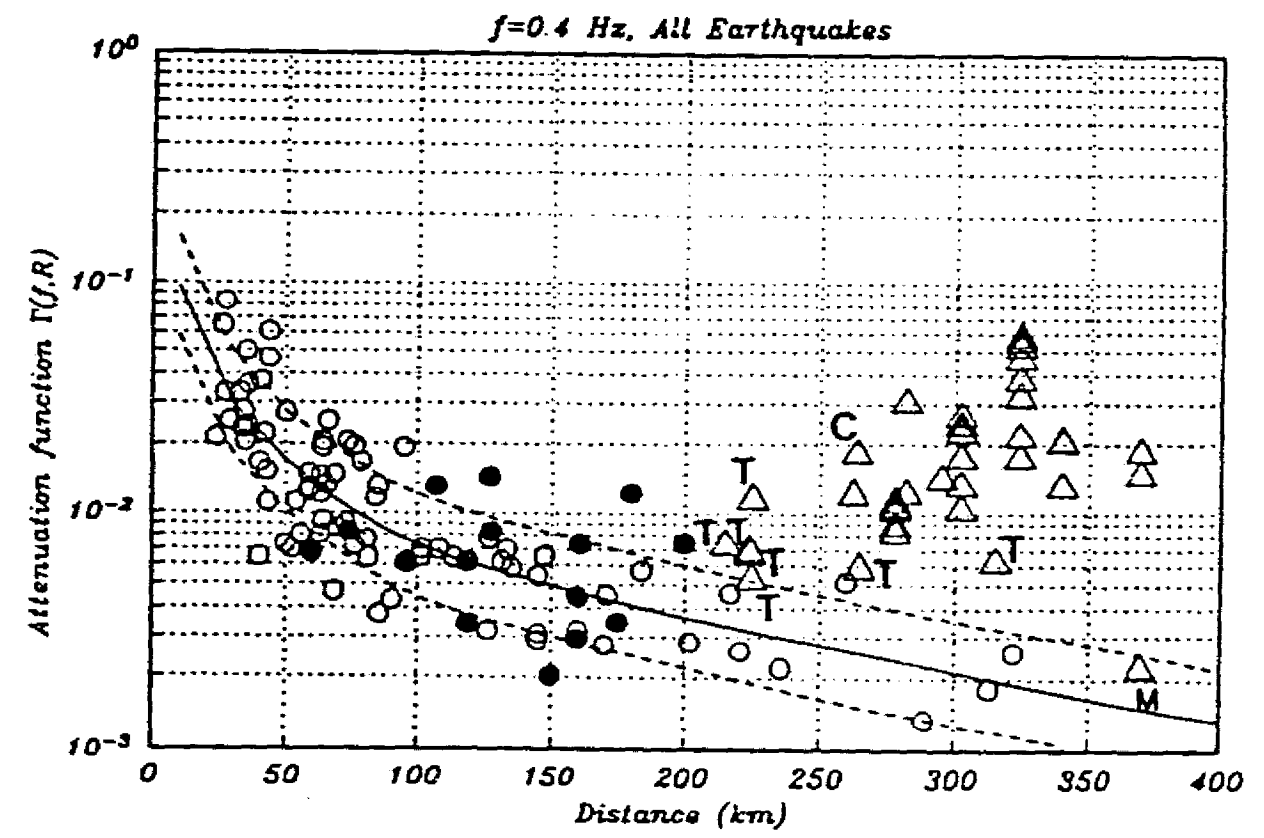
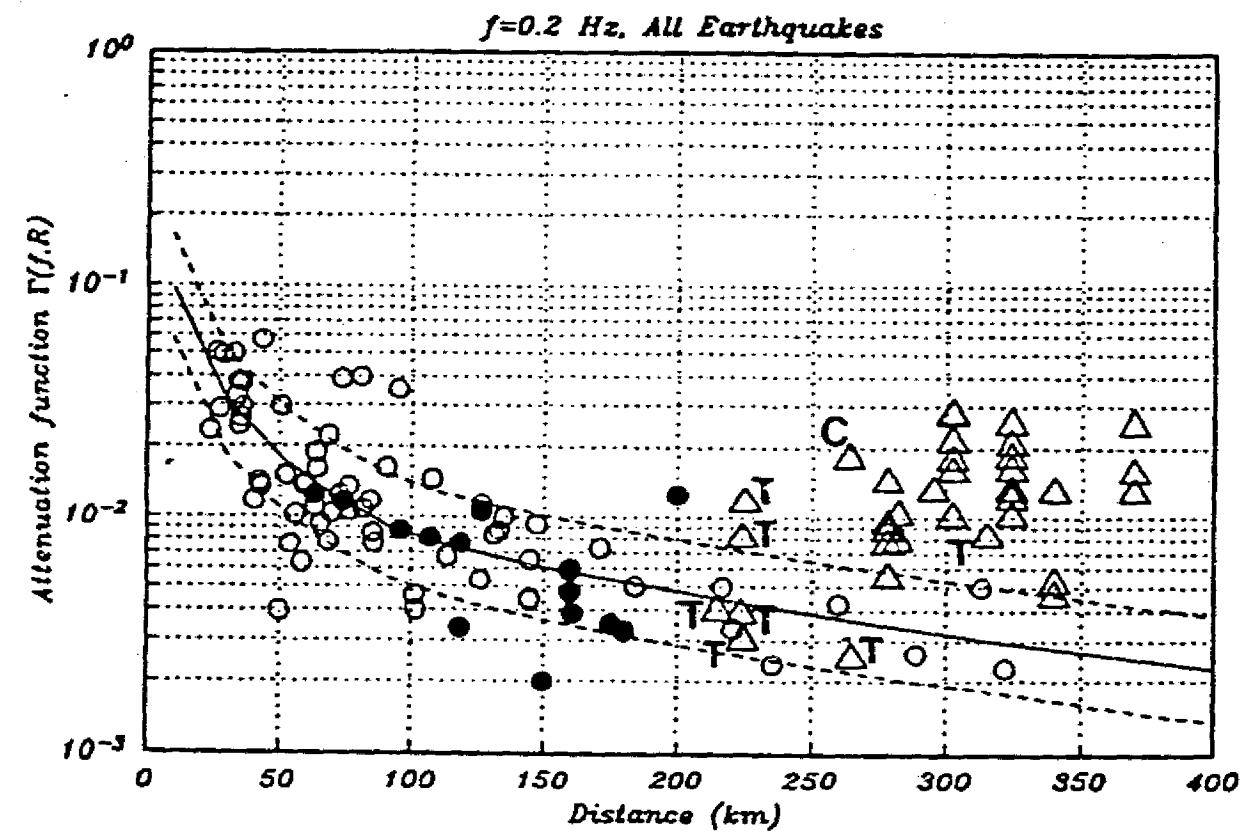


Figura 7 Apéndice 3

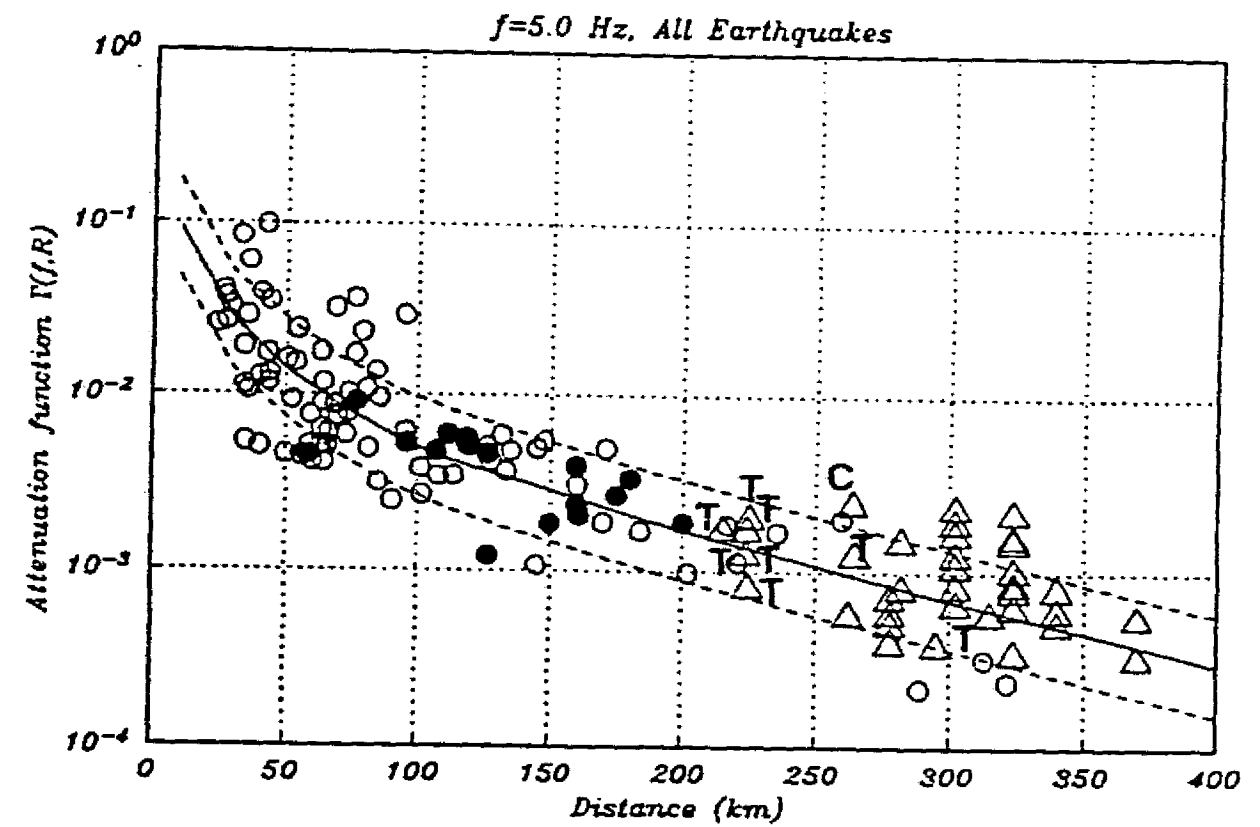
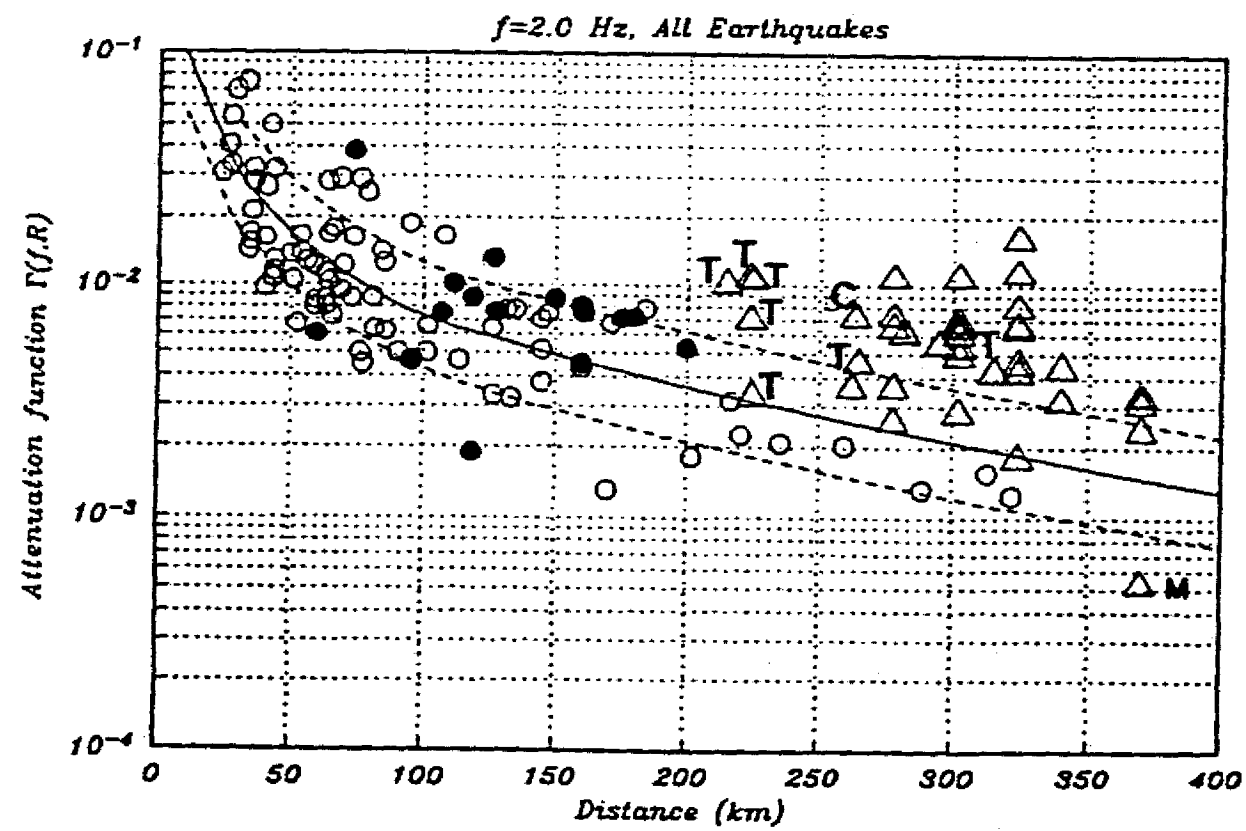
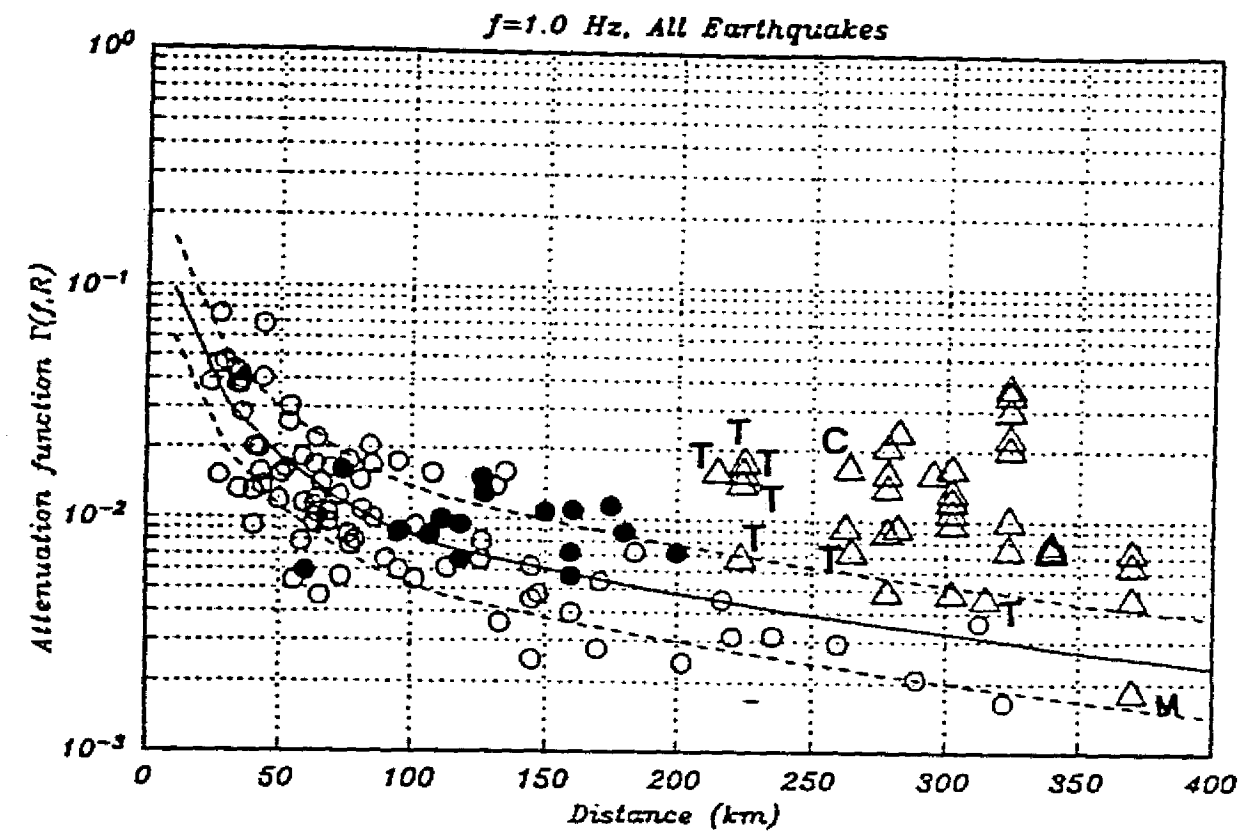
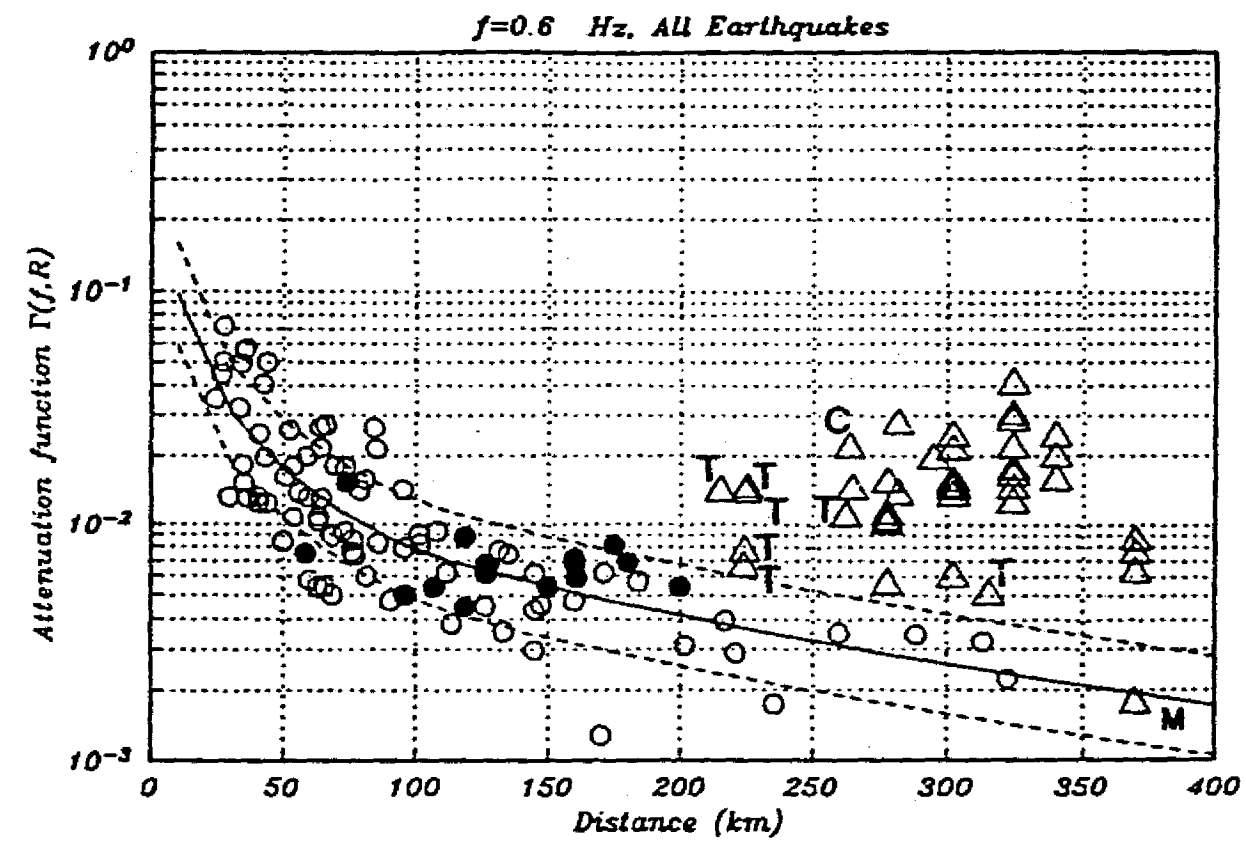


Figura 7 Apéndice 3 (continúa)

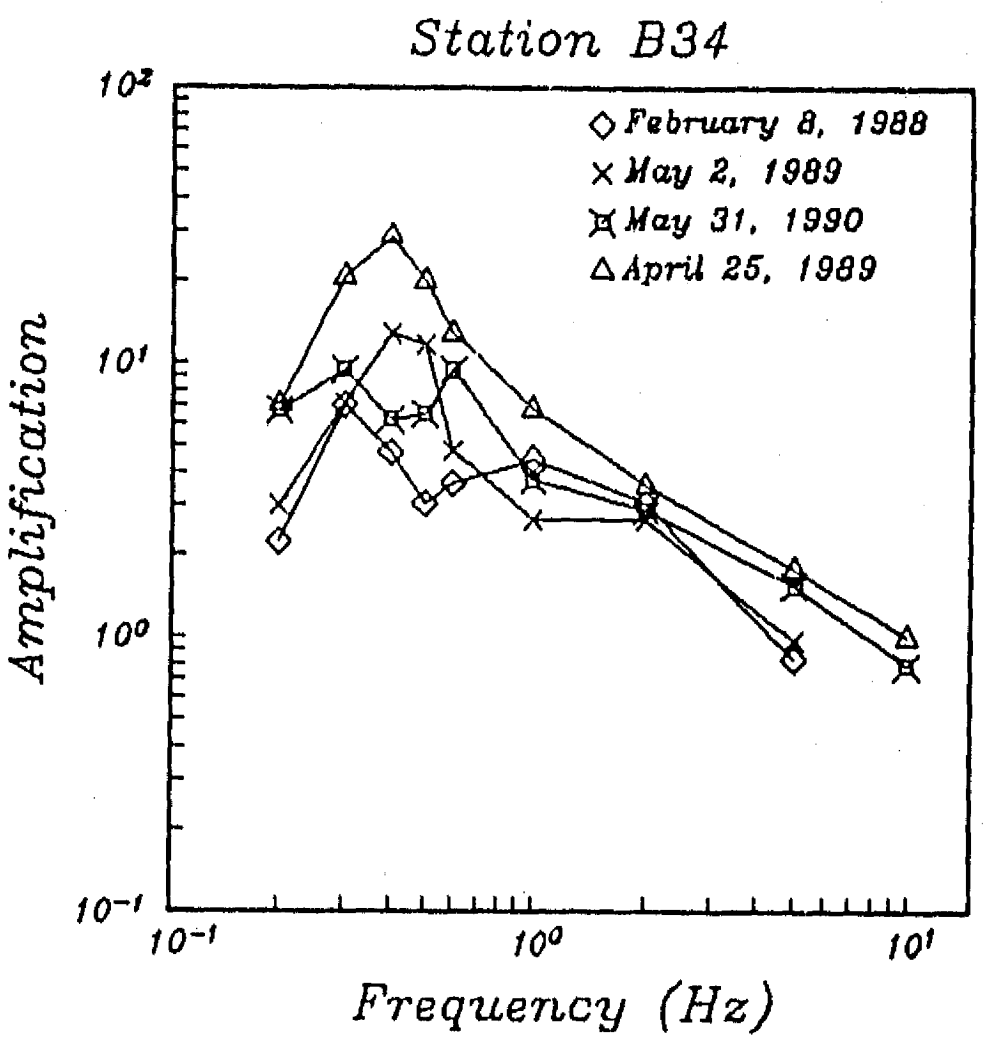
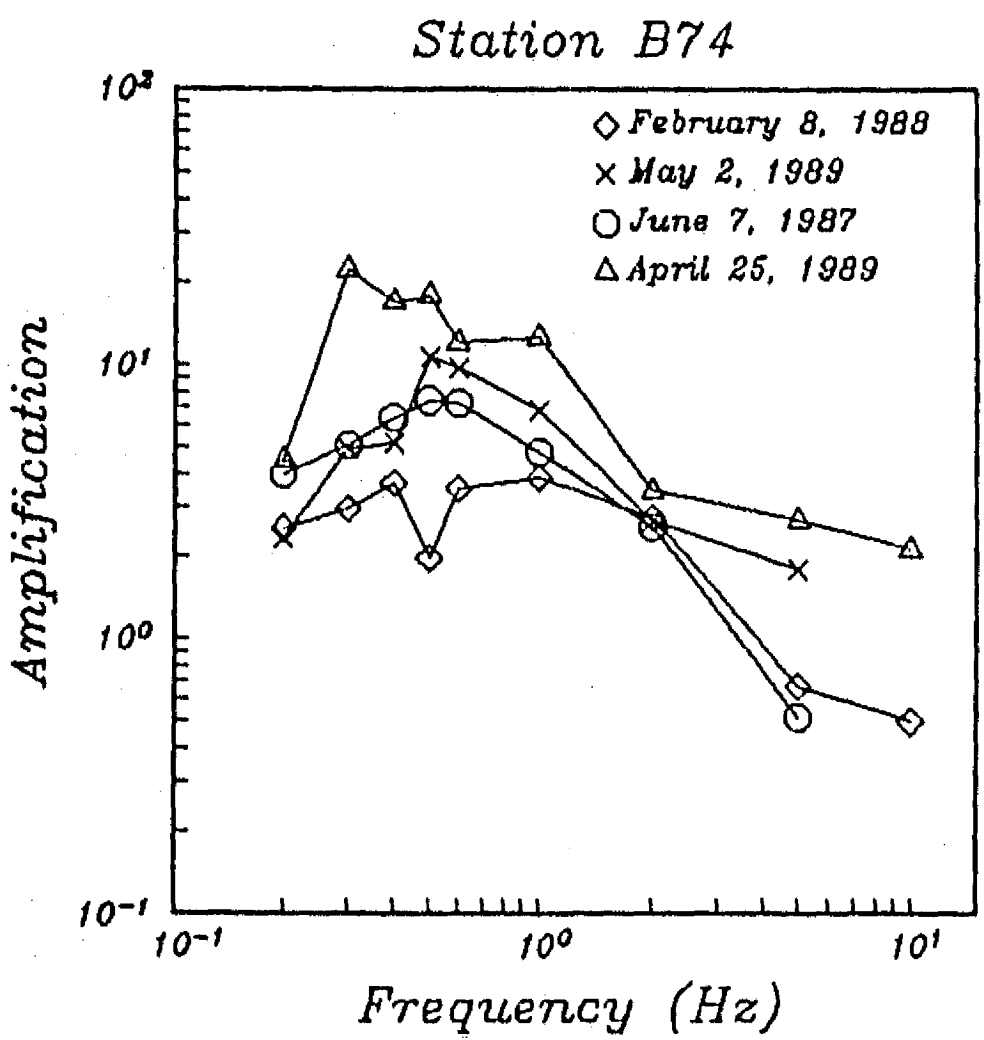
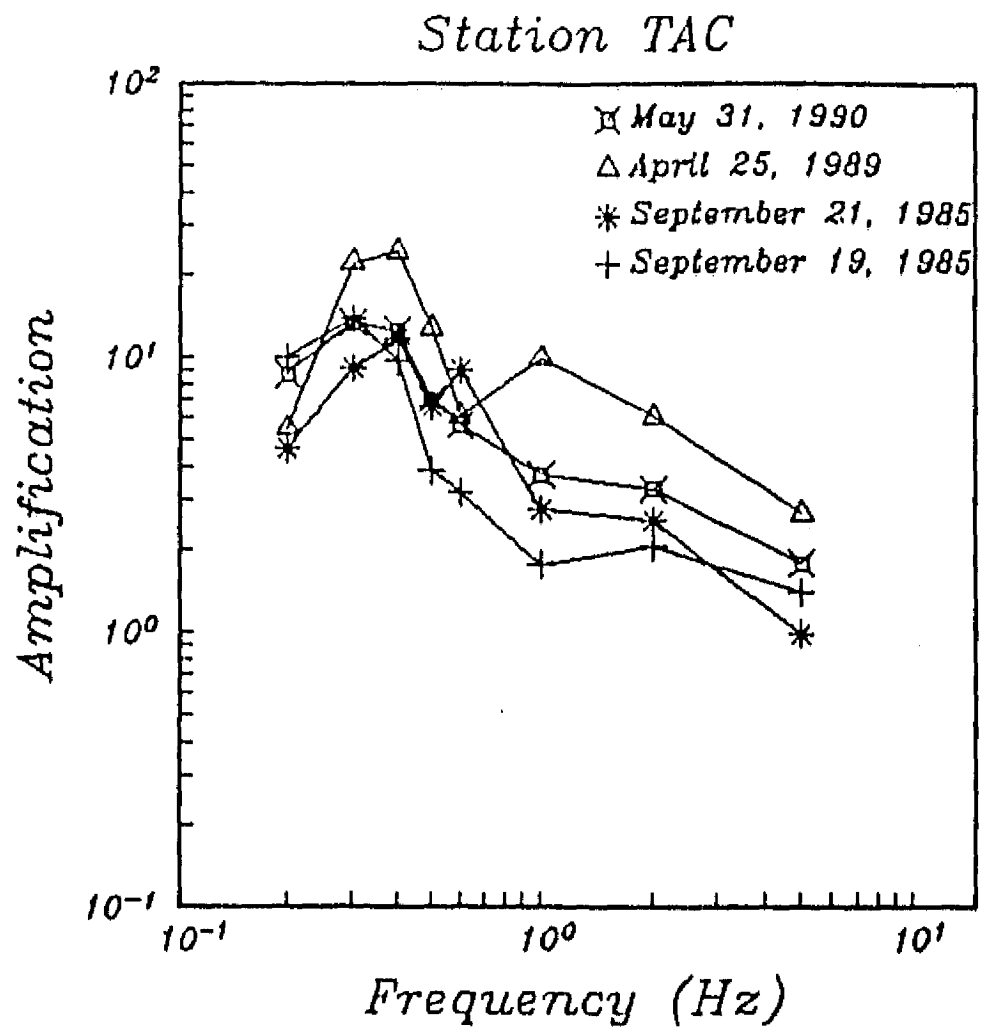
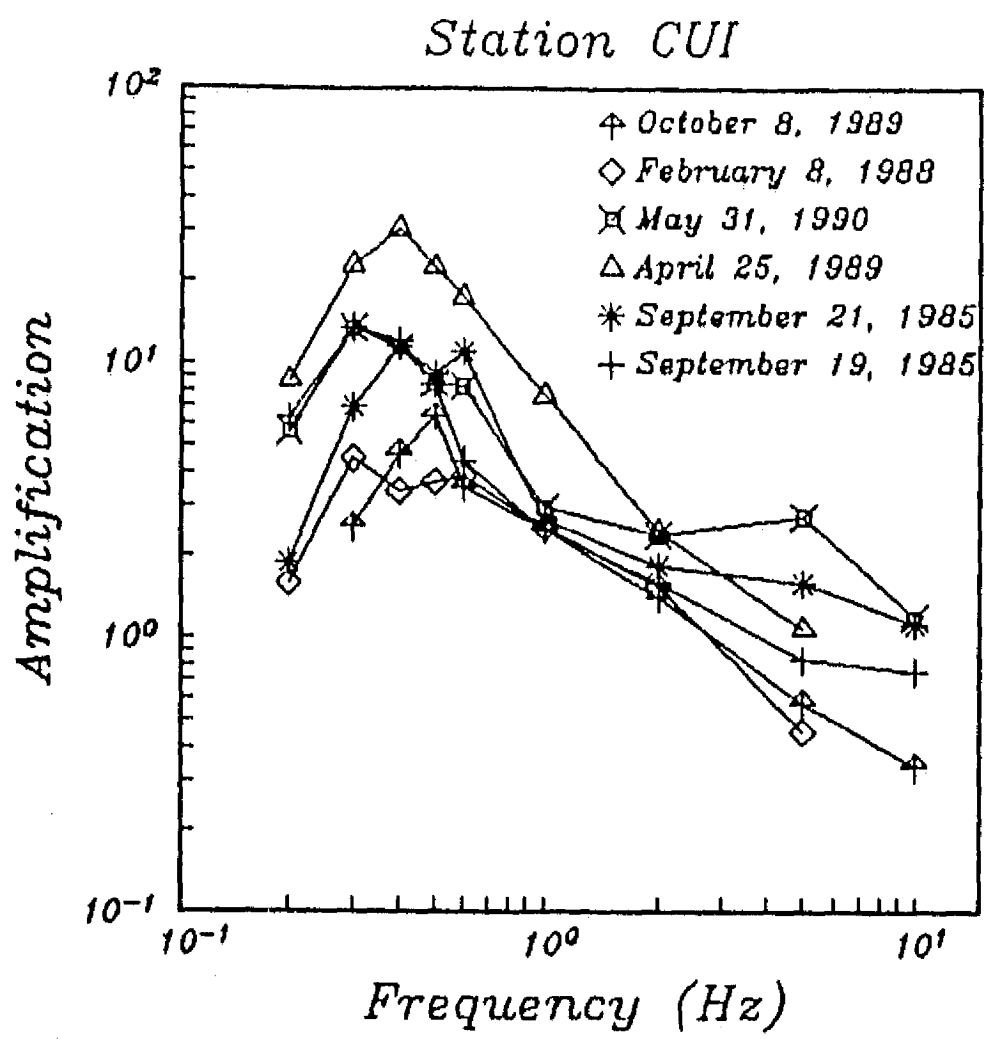
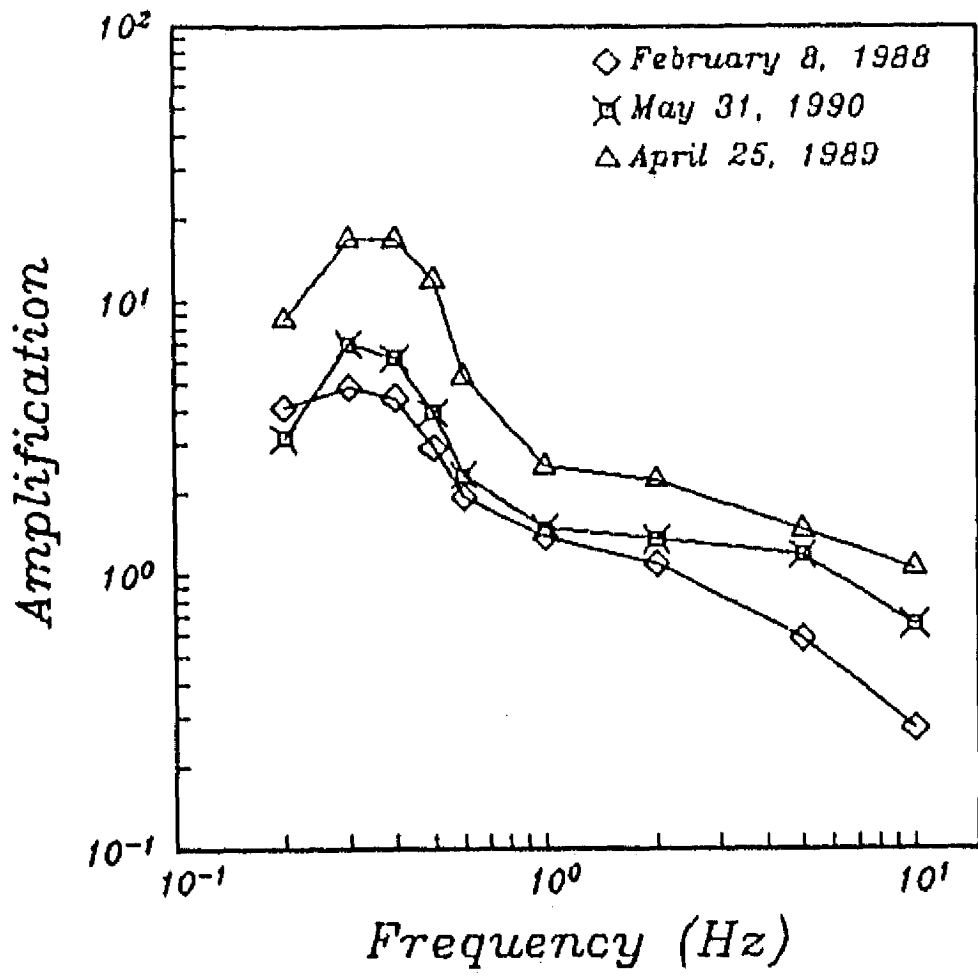
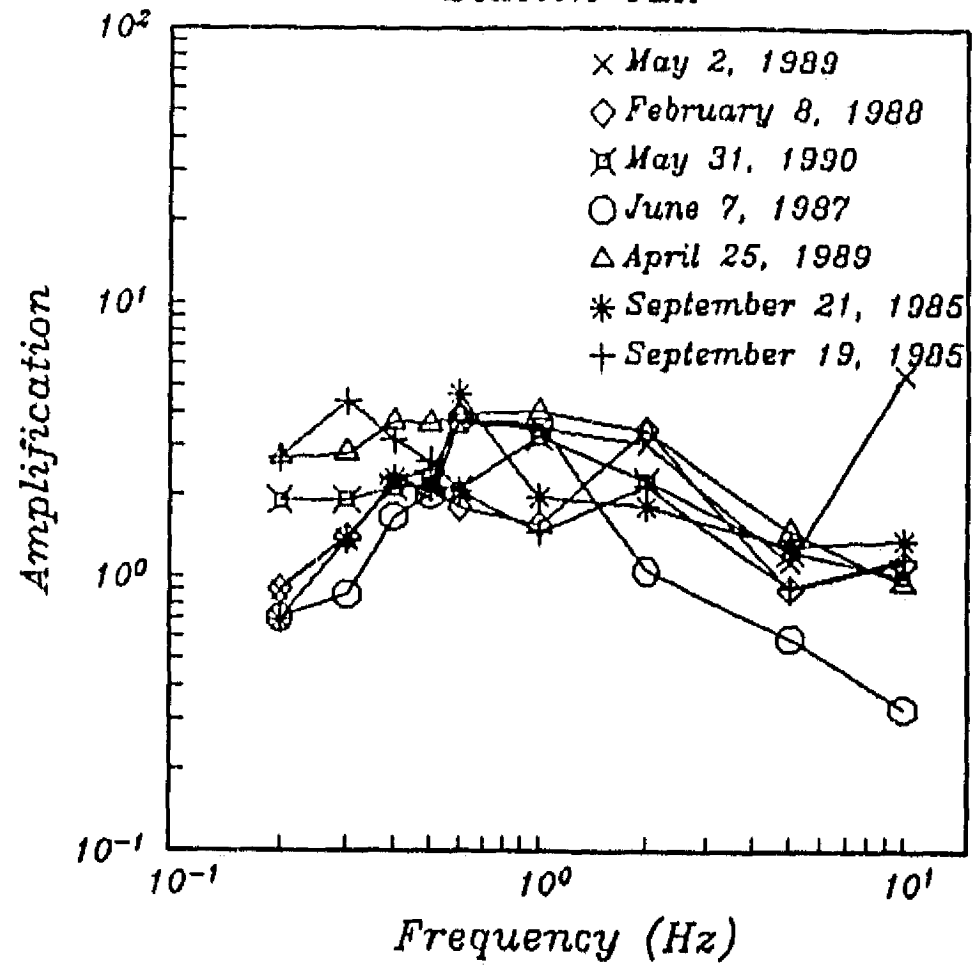


Figura 8 Apéndice 3

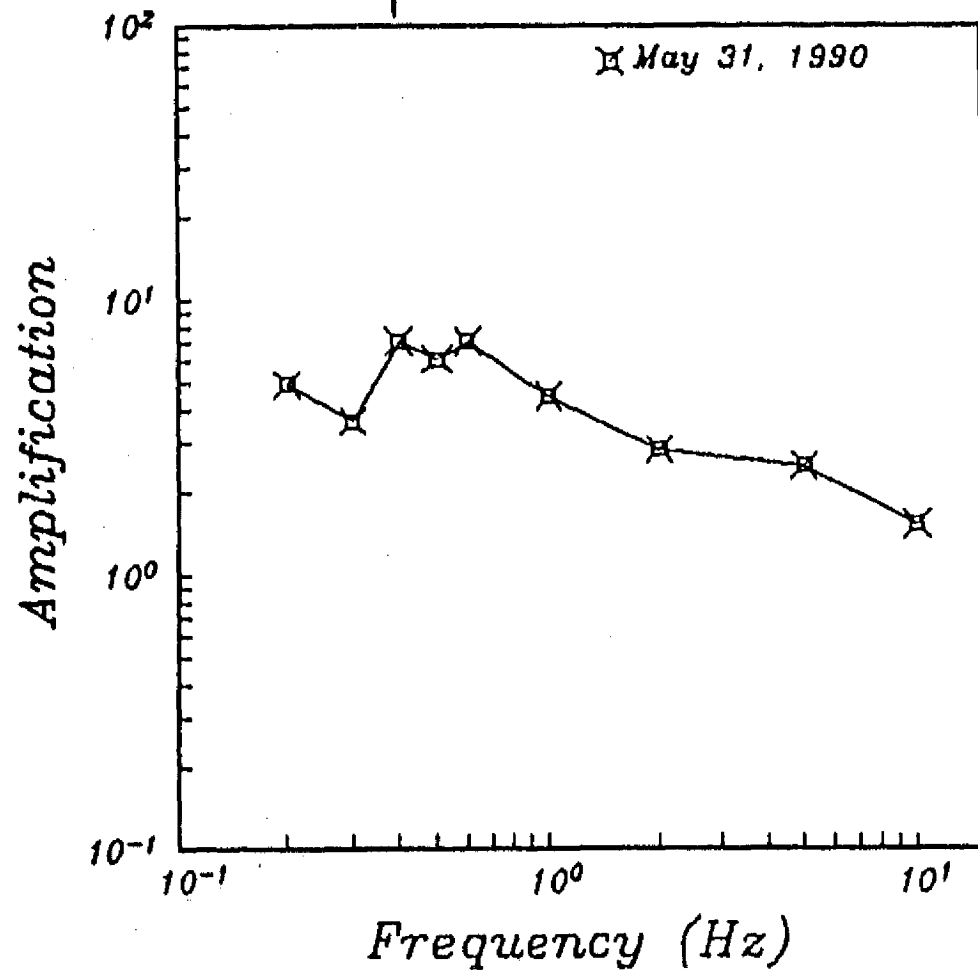
Station B18



Station TEA



Station CUE



Station MAD

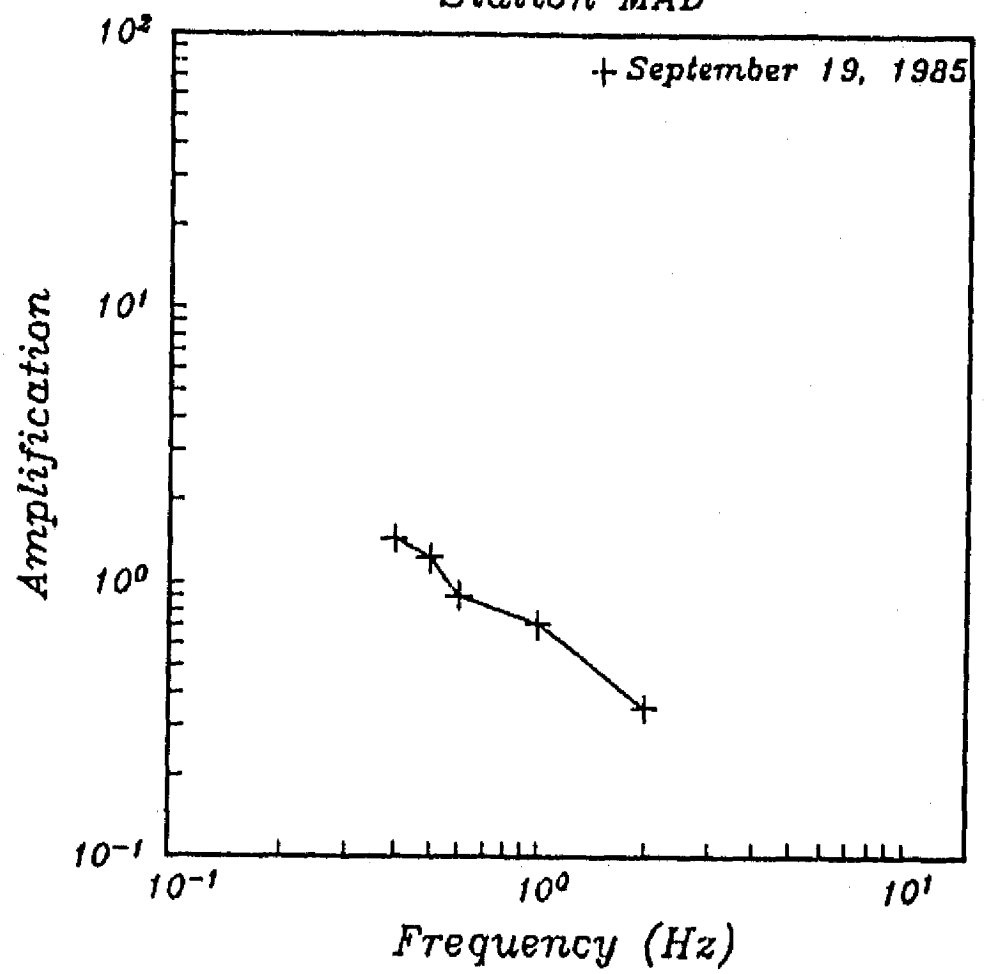


Figura 8 Apéndice 3 (continúa)

**APÉNDICE 4**

## 9.

# The Mexico Earthquake of September 19, 1985— Estimation of Response Spectra in the Lake Bed Zone of the Valley of Mexico

M. Ordaz, S.K. Singh, E. Reinoso, J. Lermo, J.M. Espinosa, and T. Domínguez

We estimate pseudo acceleration response spectra with 5% damping ( $S_a$ ) for the great Michoacán earthquake at 22 lake bed sites (in addition to five sites where the event was well recorded) in the valley of Mexico. The method used consists of (a) estimation of Fourier acceleration amplitude spectra (FAS) at the sites via observed FAS at Ciudad Universitaria (CU) and compiled spectral ratios of these sites with respect to CU obtained from recorded earthquakes, (b) estimation of the duration of strong ground motion during the Michoacán earthquake at the sites, and (c) application of random vibration theory to predict  $S_a$ . A constant duration of 71 sec at all sites is found to be satisfactory. The main uncertainties in estimated  $S_a$  come from (a) possible nonlinear behaviour of the clay during the great earthquake (the spectral ratios used in the computation are mostly for moderate earthquakes, when the clay behaves linearly), and (b) variations in site's spectral ratios due to randomness and/or its dependence on earthquake characteristics which are presently unknown. Assuming that the nonlinear behaviour was negligible and the spectral ratios estimated from one or few recordings are representative, we find (a)  $S_a \geq 600$  gals over a wide area of the lake bed zone, (b)  $S_a \geq 1g$  at 14 out of the 27 sites, (c) regions of high  $S_a$  in the center of the city and east of CU, and (d) a good correlation between severe damage and regions with  $S_a \geq 800$  gals. Although in general our results agree with reported effects of the earthquake, because of the uncertainties mentioned above direct use of the computed response spectra for code or design purposes is discouraged.

### INTRODUCTION

Strong motion records of the great Michoacán earthquake of September 19, 1985 ( $M_s = 8.1$ ) were obtained at four sites in the hill zone (of which three were in Ciudad Universitaria, UNAM), one in the transition zone and

(MO, SKS, JL, TD) Instituto de Ingenieria, UNAM, CU, 04510, Mexico DF.

(ER, MO) Centro de Investigacion Sismica, A.C., Carr. al Ajusco 203, Tlalpan 14200, Mexico DF.

(JME) Centro de Instrumentacion y Registro Sismico, A.C., Carr. al Ajusco 203, Tlalpan 14200, Mexico DF.

(SKS) Instituto de Geofisica, UNAM, CU, 04510, Mexico DF.

six in the lake bed zone of the valley of Mexico. These records have proved extremely valuable in understanding the ground motion characteristics during the earthquake. The response spectra have been computed at all of these sites (Mena et al., 1986; Carmona et al., 1987). Clearly it is desirable to estimate the response spectra of the earthquake at many other sites, especially in the lake bed zone, since it may shed light on the causes of the severe damage. More importantly, the new building code for the Federal District (DF) contemplates an earthquake in the Guerrero gap of a similar magnitude as the Michoacán earthquake (Rosenblueth et al., 1988). It follows that an estimate of response spectra at many sites in DF for the Michoacán earthquake would have a direct impact on the design spectra.

The response spectra of the Michoacán earthquake in the valley of Mexico were estimated by Kobayashi et al. (1986) using microtremor measurements. The microtremor velocity spectra were roughly found to be similar in shape to the response spectra at a few lake bed sites where strong motions of the Michoacán earthquake had been recorded. The microtremor spectra obtained at many sites were then converted to response spectra using a scaling curve. Because the microtremor in the city is mostly caused by local traffic, the amplitude of the microtremor spectra is expected and found to be a function of time of the day and location of the site. Lermo et al. (1987) compared the predicted response spectra using the method of Kobayashi et al. with the observed response spectra at three sites whose strong motion data were not available at the time of Kobayashi et al.'s study. Significant differences were found leading to the conclusion that the response spectra estimated from the microtremor spectra were not reliable.

Beginning 1987 an extensive network of strong motion stations have been installed in the valley of Mexico. This network has so far recorded three moderate earthquakes. From these new data along with the results from the analysis of previous accelerograms, the spectral ratios at 40 sites with respect to the hill zone site of Ciudad Universitaria (CU) are now available (Singh et al., 1988a, b). The fluctuations in the spectral ratio at a given site appear to be roughly independent of azimuth and depth of earthquakes with epicenters  $\geq 200$  km from the city (Singh et al., 1988a, b). Although there is evidence of nonlinear behaviour of the clay in the lake bed zone during the Michoacán earthquake we shall ignore it in this paper. In other words we assume that the spectral ratios obtained for moderate and large earthquakes provide a reasonable estimation of the ratios during the great Michoacán earthquake. Under this assumption we estimate the Fourier acceleration amplitude spectra (FAS) at all lake bed sites whose spectral ratios with respect to CU are known by multiplying these ratios with FAS at CU for the Michoacán earthquake. From FAS and an estimation of strong ground motion duration of the Michoacán earthquake we compute the pseudo acceleration response spectra with 5% damping ( $S_a$ ) using random vibration theory (Cartwright and Longuet-Higgins, 1956; Vanmarcke, 1976; Boore, 1983; Boore and Joyner, 1984).

## SITES AND DATA

Fig. 1 gives a map of the valley of Mexico along with the locations of the strong ground motion stations and their codes. The figure also shows the contours of hill, transition, and lake bed zones. The earthquakes whose records are used in this study are listed in Table 1 of Singh *et al.* (1988a). In the lake bed zone the great Michoacán earthquake was recorded at SCT1, CDAO, CDAF, TLHB, TLHD, and TXSO. We did not use the CDAF data because the recording is incomplete due to an instrumental malfunction.

## VALIDATION OF THE METHOD

The applicability of the random vibration theory (RVT) requires that the strong ground motion records be modeled as stochastic, stationary, and ergodic process. A cursory examination of the lake bed strong motion records shows that these conditions are not strictly fulfilled. Tests were carried out to check whether satisfactory results could be obtained from the application of RVT even if the above mentioned conditions are not rigorously met and the records have a harmonic character (Ordaz and Reinoso, 1987). It was found that the estimated  $S_a$  with 5% damping using RVT were in reasonable agreement with the exact spectra provided that the duration of the strong ground motion is taken as the time interval over which the Arias' intensity (Arias, 1969) is between 5 and 95% of the total. We will call this duration the Arias duration. The use of Arias duration was found to yield satisfactory results not only for Michoacán records but also for the records of three recent moderate earthquakes which have triggered the strong motion network of the valley of Mexico.

In the estimation of FAS at lake bed sites where the Michoacán earthquake was not recorded but where (and also at CU) other events have been recorded we proceeded as follows. We took the spectral ratios given by Singh *et al.* (1988a) which were calculated by first smoothing FAS using 1/6 and 1/3 octave band smoothing routines for the lake bed sites and CU, respectively, and then computing the spectral ratios. If more than one event were recorded at a given site they computed the geometric mean. We multiplied these spectral ratios by the smoothed FAS at CU for the Michoacán earthquake, thereby obtaining the corresponding FAS at the different sites.

One further parameter needed for the estimation of response spectra during the Michoacán earthquake using RVT is the duration of strong ground motion at each site. Table 1 shows the Arias durations at lake bed sites where the Michoacán earthquake was recorded. Note that this duration varies from site to site. At SCT1 NS and EW durations are significantly different. No relationship could be found between the known soil characteristics of the sites and the Arias durations either for the Michoacán or for the other earthquakes. This led us to use the same duration for all lake bed sites. Since our objective is to predict as accurately as possible the response spectra during the Michoacán



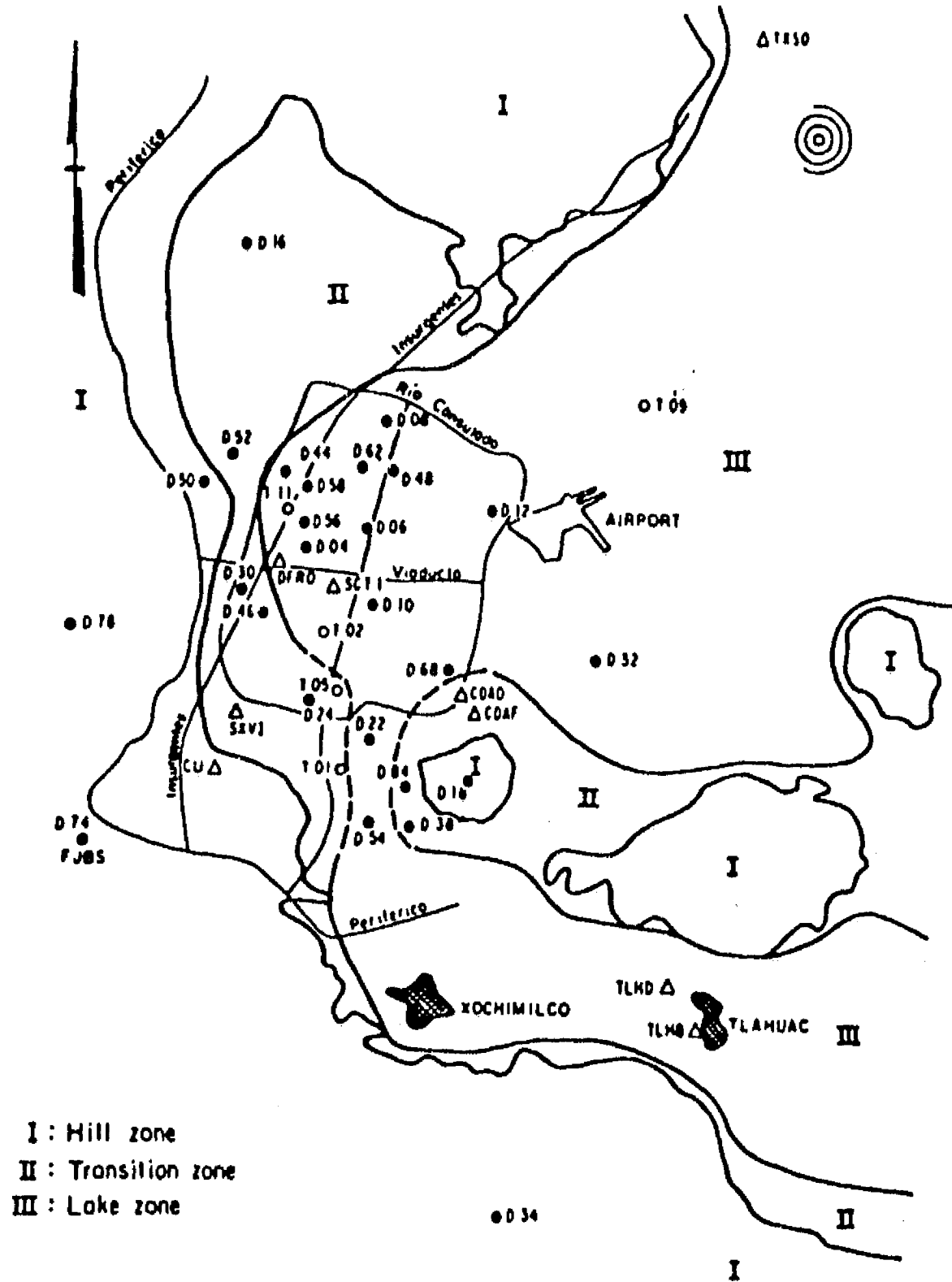


Fig. 1.- Location map of the valley of Mexico showing hill, transition, and lake bed zones. Strong motion stations along with their codes are given. Open triangles: stations operated by Instituto de Ingeniería, UNAM. Circles: stations operated by Fundación Javier Barros Sierra (open: temporary, solid: permanent). Response spectra are estimated at all stations in the lake bed zone.

Table 1.- Arias Duration at Lake Bed Sites where the Michoacán Earthquake was Recorded.

Station <sup>1</sup>	Arias Duration <sup>2,3</sup>	
	NS (sec)	EW (sec)
SCT1	71	37
THLB	61	69
THLD	58	67
CDAO	102	104
TXSO	74	65

<sup>1</sup> Data from station CDAF not used because of incomplete record.

<sup>2</sup> Average Arias duration for all sites and both components is 71 sec.

<sup>3</sup> Arias durations at CU are 37 sec and 38 sec for NS and EW components, respectively.

earthquake, we searched for this duration based on minimization of some measures of errors, such as the squared differences or relative differences between predicted and observed  $S_a$ . For the February 8, 1988 ( $M_s=5.8$ ) earthquake for which 19 lake bed recordings are available, no significant difference was found between the average duration at all sites and the durations which minimized the standard error or other commonly used dispersion measures. Hence, in our computation of response spectra of the Michoacán earthquake we took the strong ground motion duration as 71 s, which is the average of all sites where the earthquake was recorded (Table 1). Since in the calculations using RVT  $S_a$  roughly scales as  $T^{-1/2}$  (Boore, 1983), where  $T$  is the Arias duration of ground motion, an error of, say, 30% in  $T$  results in an error of only 14% in  $S_a$ . This shows that our estimation of  $S_a$  is robust with respect to expected errors in  $T$ . Note that if the objective were to use computed response spectra for design purposes, the choice of the duration would have been based on minimization of expected losses due to seismic damage and not on the criterion used above.

Fig. 2 compares the exact  $S_a$ ,  $S_a$  computed from RVT using Arias duration, and  $S_a$  computed from FAS at CU along with the smoothed spectral

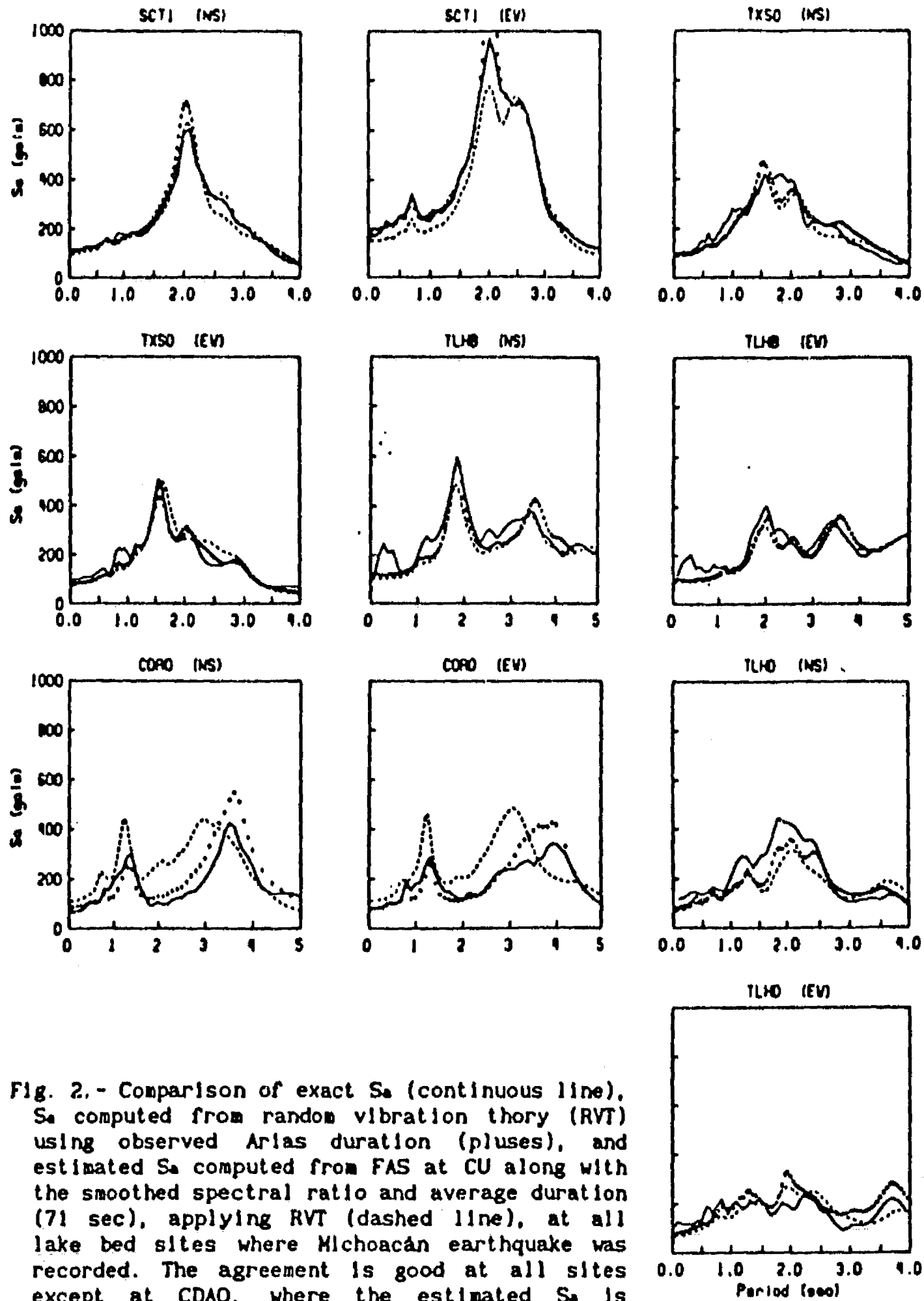


Fig. 2.- Comparison of exact  $S_a$  (continuous line),  $S_a$  computed from random vibration theory (RVT) using observed Arias duration (pluses), and estimated  $S_a$  computed from FAS at CU along with the smoothed spectral ratio and average duration (71 sec), applying RVT (dashed line), at all lake bed sites where Michoacán earthquake was recorded. The agreement is good at all sites except at CDAO, where the estimated  $S_a$  is significantly different from the exact  $S_a$  (see text for discussion).

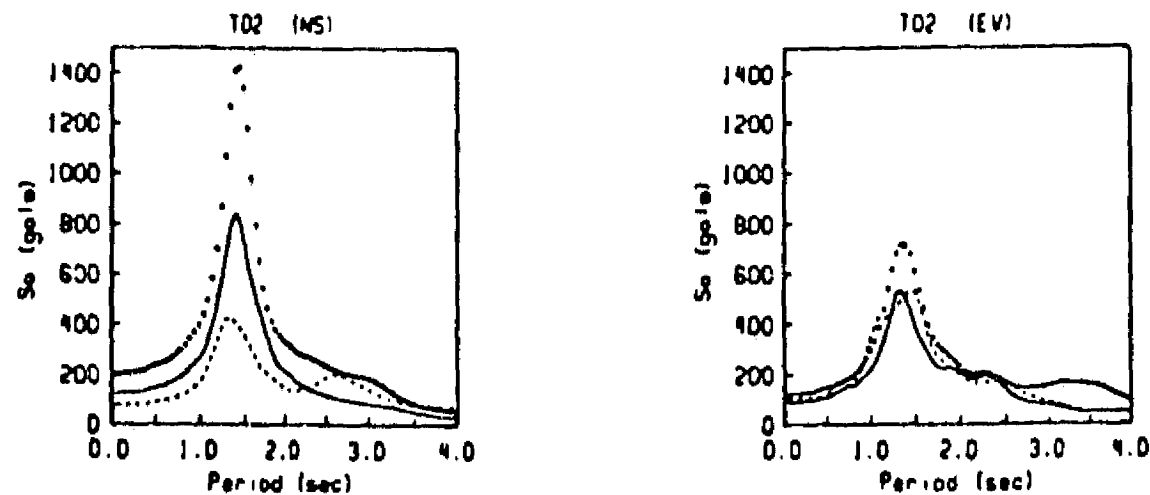


Fig. 3.- Estimated  $S_a$  for the Michoacán earthquake at site T02 using spectral ratios from three events. Spectral ratios used: continuous line, 7/VI/87 earthquake ( $M_b = 4.8$ ); dashed line, 15/VII/87 ( $M_b = 5.9$ ); dotted line, 8/II/88 ( $M_b = 5.8$ ).

ratio and average duration, applying RVT, at all lake bed sites where Michoacán earthquake was recorded. Note that the spectral ratio used for CDAO is the average of four earthquakes including the Michoacán event ( $5.8 \leq M_b \leq 8.1$ ). Significant nonlinear behaviour of the clay has been noted at this site during the great Michoacán earthquake (Singh *et al.*, 1988a). Note that the agreement is good at all sites except at CDAO. This is because the average spectral ratio of this site is dominated by smaller earthquakes for which no nonlinear behaviour is found. It is not known whether the nonlinear behaviour observed at CDAO also occurred at other lake bed sites (Singh *et al.*, 1988a). If in fact nonlinear behaviour was important at other sites, then our computed  $S_a$  for the Michoacán earthquake overestimates the true  $S_a$ .

Although the spectral ratios of a given site for different events are similar in shape, they differ by a factor of about 3 at some frequencies, without showing any consistent pattern (see Fig. 3 in Singh *et al.*, 1988a). To investigate the sensitivity of the estimated  $S_a$  on these fluctuations, we computed  $S_a$  at site T02 (see Fig. 1) where three events ( $4.8 \leq M_b \leq 5.8$ ) have been recorded. The spectral ratio of each earthquake, along with FAS at CU for the Michoacán earthquake and a duration of 71 sec were used in the computation. The results are shown in Fig. 3. Note that the  $S_a$  values for the EW component are very similar. However, they vary by about 50% with respect to the mean values for the NS component. This shows that an uncertainty of this order may exist in our estimated  $S_a$  values, which can only be diminished by recording more earthquakes.

## RESULTS AND ANALYSIS

Fig. 4 shows the estimated  $S_a$  plots at all lake bed sites in Fig. 1 except where the Michoacán earthquake was recorded. The observed  $S_a$  plots at sites with recordings of the earthquake are given in Fig. 2. From these  $S_a$  plots we picked out the largest of the NS and EW values in the period ranges of  $3.0 \pm 0.25$ ,  $2.5 \pm 0.25$ ,  $2.0 \pm 0.25$ ,  $1.5 \pm 0.25$ , and  $1.0 \pm 0.25$  sec. These values are listed in Table 2. Figs. 5 to 9 show the  $S_a$  values at each site for periods centered at 3.0, 2.5, 2.0, 1.5, and 1.0 sec, respectively. In each of these figures the areas with  $S_a \geq 600$  gals (a value chosen somewhat arbitrarily) are hatched. From these figures it is clear that the hatched areas at shorter periods (0.75 to 1.75 sec) are near the lake bed - transition zone boundary, whereas at longer periods (1.75 to 3.25 sec) these hatched areas extend into the lake bed zone.

Note that maximum values of  $S_a$  between periods of 0.75 to 1.75 sec occur east of CU and west of Cerro de la Estrella. This part suffered considerable damage during the Michoacán earthquake. Iglesias (1987) inferred high seismic intensities in this area from a study of seismic capacity of concrete structures during the earthquake. In fact, this area is considered as one of high seismic potential in the new code for the Federal District. Our estimates show that the highest value of  $S_a$  ( $\approx 2g$ ) occurred in this area at a period of about 1.5 sec at station D84 (Fig. 8, Table 2). During the 14 March, 1979 ( $M_s = 7.6$ ) Petatlán earthquake, the only building that suffered collapse (Universidad Iberoamericana) was located within this region. It has been speculated that high seismic intensities in this area are caused by lateral confinement of the lake bed zone (Sánchez-Sesma and Singh, 1986). High values of  $S_a$  found here would support this conjecture.

In the center of the city,  $S_a$  values reach a maximum of 1.8g at station D56 (Colonia Roma) at a period of 2.4 sec (Fig. 6), and there are many sites where  $S_a$  exceeds 0.8g in the period range of 1.75 to 3.25 sec. In Fig. 7 an island with  $S_a < 600$  gals appears within the hatched area. This island roughly coincides with the region where Iglesias (1987) also inferred low seismic intensity; this has been taken into account in the new building code for the Federal District. It is worth noting that at station D62 (Bellas Artes) the maximum estimated  $S_a$  does not exceed 470 gals at any period. Just NE of this island, at station D08 (Tlatelolco), large values of  $S_a$  are found ( $S_a \approx 1g$  at 2.0 sec). In fact, the building complex in Tlatelolco suffered severe damage.

Fig. 10 shows sites with  $S_a \geq 800$  gals at any period between 0.75 and 3.25 sec. As mentioned before, towards the center of the city, values of  $S_a \geq 800$  gals occur mostly at periods between 1.75 to 3.25 sec, whereas east of CU these values appear at shorter periods (0.75 to 1.75 sec). The area of severely damaged and collapsed buildings (Anonymous, 1985) shown in the figure correlates well with  $S_a \geq 800$  gals.

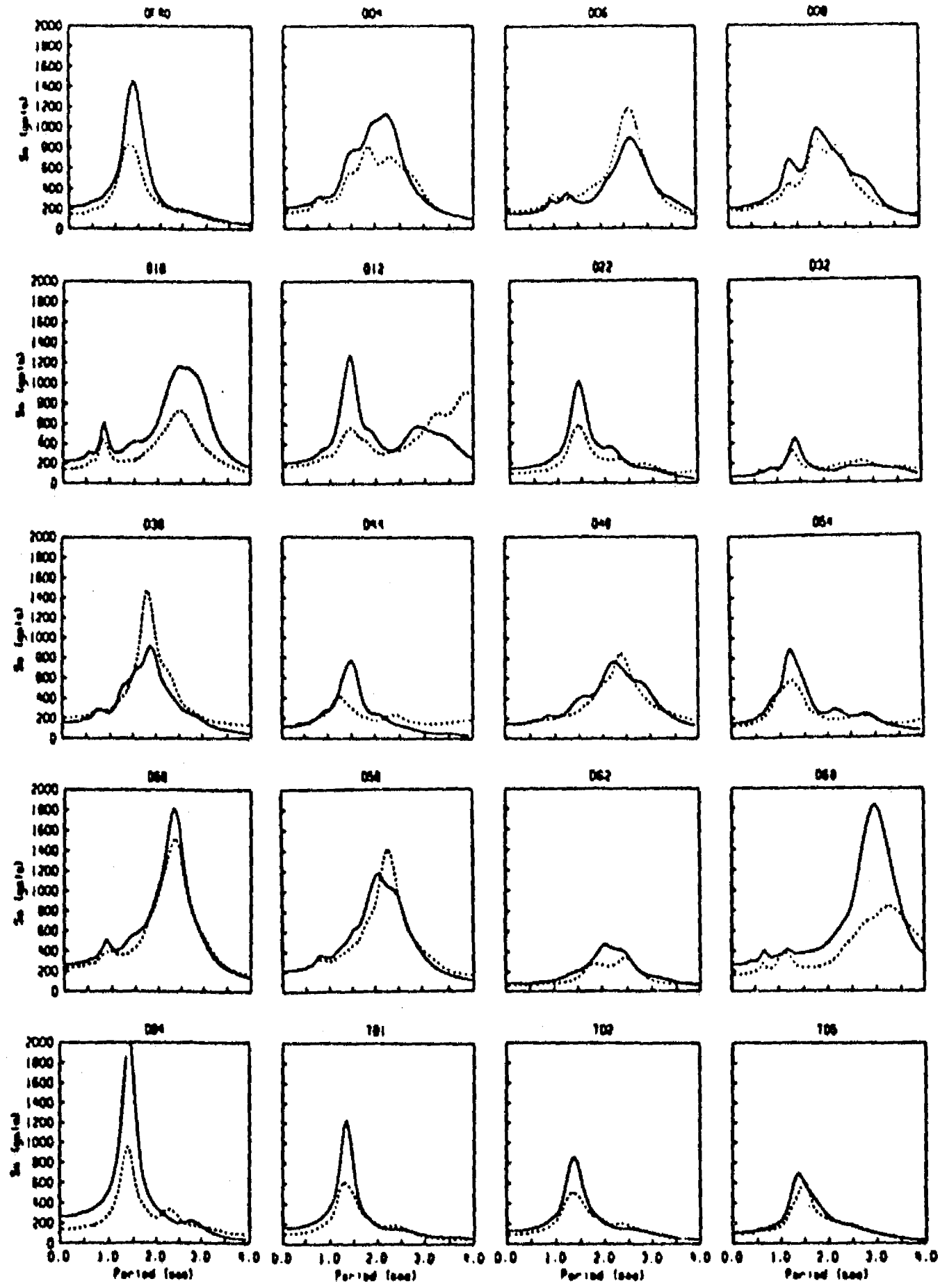


Fig. 4.- Estimated  $S_a$  at 22 lake bed sites where the Michoacán earthquake was not recorded. Continuous line: NS component. Dashed line: EW component.

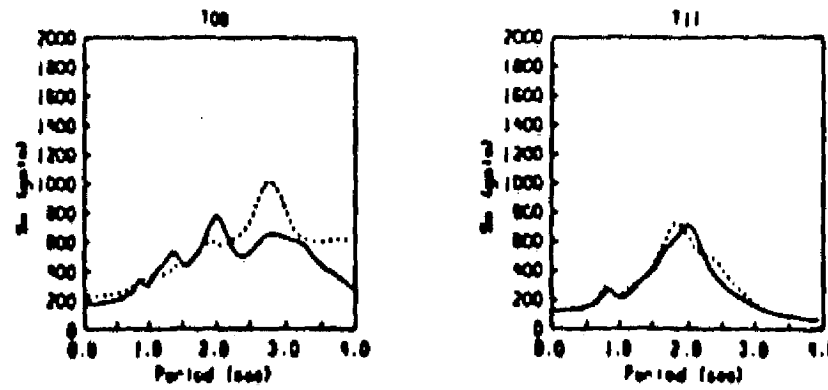


Fig. 4.- (continued)

#### CONCLUSIONS

Our estimation of pseudo acceleration response spectra for 5% damping ( $S_a$ ) at lake bed sites in the valley of Mexico during the great Michoacán earthquake is based on two approximations: (a) The duration of strong ground motion (Arias duration) at all lake bed sites was 71 sec. (b) The spectral ratios of lake bed sites with respect to CU are independent of magnitude, azimuth, and depth of sources located at epicentral distances  $\geq 200$  km.

As discussed in the text, the error caused by the first approximation is not very important. Although the spectral ratios of a site appear to be roughly independent of depth and azimuth of sources they show fluctuations which introduce an uncertainty of about 50% in our estimated  $S_a$ . The other critical factor that affects our estimations is the assumption that spectral ratios are independent of magnitude, i.e., there was no nonlinear behaviour of the clay during the Michoacán earthquake. A clear example of nonlinear behaviour, however, is seen at CDAO, where four earthquakes ( $5.8 \leq M_s \leq 8.1$ ) have been recorded (Singh et al., 1988a). In fact, the estimated  $S_a$  values at CDAO are generally higher in amplitude with the peaks shifted towards smaller periods as compared to the exact  $S_a$  (Fig. 2). It is, however, not certain that nonlinear behaviour similar to CDAO occurred at other lake bed sites. For example, at SCT1 and TXSO, the spectral ratios for the Michoacán earthquake were compared by Singh et al. (1988b) with ratios for events recorded in 1979 ( $M_s = 7.6$ ), 1980 ( $M_s = 6.3$ ), and 1981 ( $M_s = 7.3$ ). Spectral ratios did not show any nonlinear behaviour during the Michoacán earthquake at these sites. However, data for events before 1985 were of poorer quality and thus no definitive conclusion could be drawn. It is worth noting that the observed maximum  $S_a$  value at SCT1 (972 gals) is not very different from the maximum estimated  $S_a$  values at nearby sites of D04 (1125 gals) and D10 (1166 gals). Furthermore, Romo and Jaime (1987) have successfully generated average response spectra at lake bed sites from the corresponding spectra at CU using linear properties of the soil column. In summary, the available evidence is inconclusive whether sites other than CDAO experienced

Table 2.- Maximum Pseudo Acceleration Response Spectral Values with 5% Damping ( $(S_a)_{max}$ , gals) for the Michoacán Earthquake at Lake Bed Sites for Different Period Ranges.

Station <sup>1</sup>	$(S_a)_{max}$ , gals				
	1.0 ± 0.25 sec	1.5 ± 0.25 sec	2.0 ± 0.25 sec	2.5 ± 0.25 sec	3.0 ± 0.25 sec
CDAO <sup>2</sup>	177.6	256.5	367.2	344.0	432.0
TLHB <sup>2</sup>	276.9	508.6	588.4	311.0	347.2
TLHD <sup>2</sup>	292.5	364.7	443.5	356.6	138.9
SCT1 <sup>2</sup>	343.0	538.0	972.0	746.0	561.0
TXSO <sup>2</sup>	280.4	503.1	419.9	224.4	197.1
DFRO	915.9	1456.3	630.5	210.4	168.3
D04	414.7	779.7	1116.1	1125.1	537.1
D06	336.1	375.1	596.8	1187.2	1082.5
D08	555.6	680.6	984.4	816.4	517.1
D10	607.9	431.3	892.2	1166.0	1136.7
D12	706.3	1277.6	584.1	514.6	694.6
D22	477.1	1012.0	440.3	320.8	190.2
D32	233.4	434.1	162.3	209.7	212.7
D38	431.7	1132.6	1471.6	678.8	287.9
D44	427.5	772.7	371.7	244.1	173.3
D48	252.3	431.8	761.8	847.2	573.6
D54	872.1	867.4	281.1	271.4	231.3
D56	514.8	657.7	1519.3	1813.4	835.8
D58	411.7	674.8	1268.0	1409.0	613.3
D62	148.1	260.4	466.3	422.6	207.7
D68	412.7	399.5	603.3	1347.8	1832.2
D84	930.0	2042.2	594.0	337.1	222.9
T01	763.4	1234.7	301.3	185.3	127.0
T02	576.6	858.1	325.1	204.3	138.6
T05	434.6	688.2	432.9	204.4	142.5
T09	443.0	534.0	776.4	968.7	1011.7
T11	292.4	619.7	727.7	510.6	283.4

<sup>1</sup>For exact locations of these sites see Mena et al. (1986) and Espinosa et al. (1988).

<sup>2</sup> Observed values at these sites. At all other sites the values are estimated.



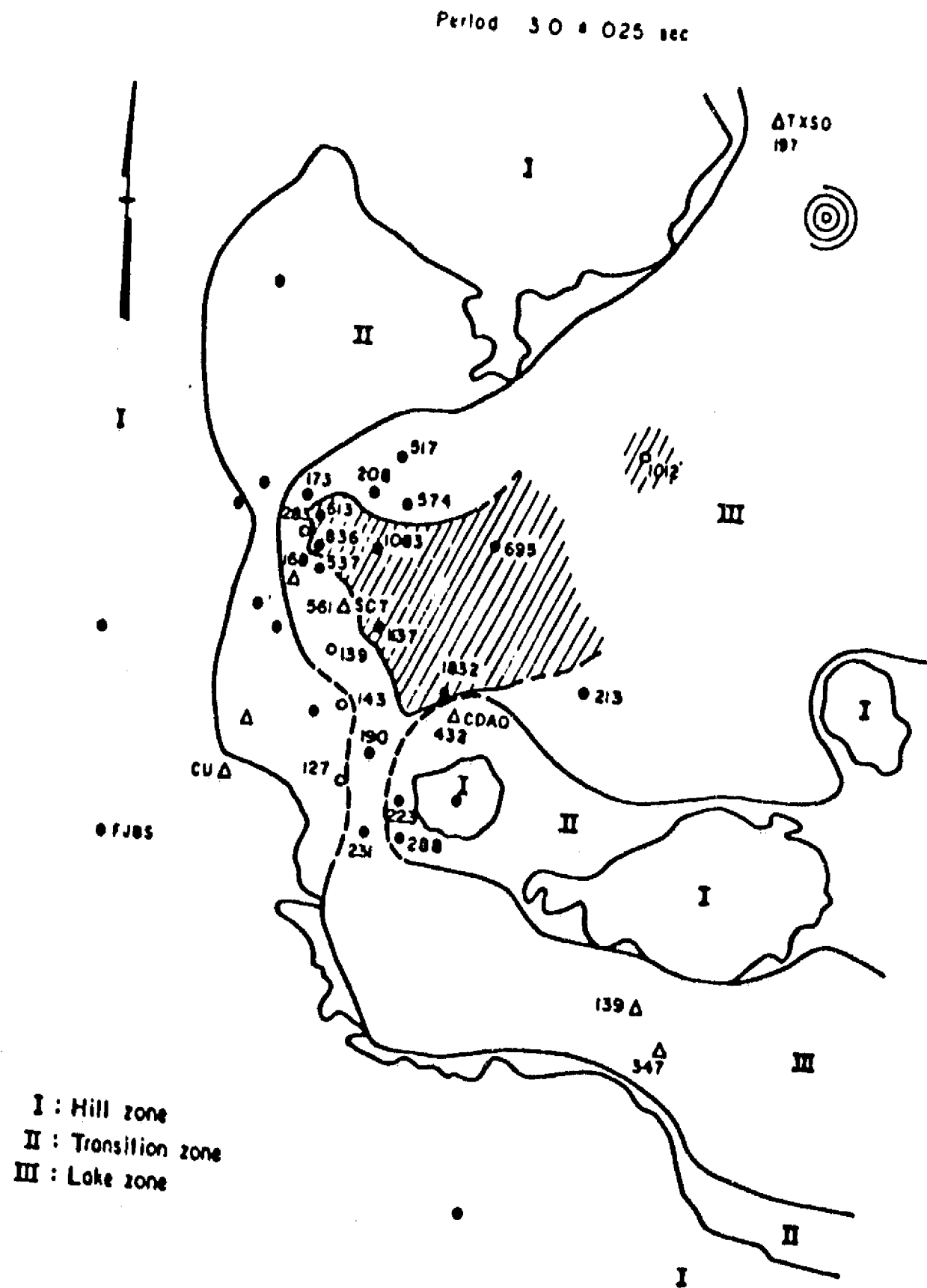


Fig. 5.- Estimated  $S_a$  values (gals) in the period range of  $3.0 \pm 0.25$  sec.  
Hatched areas correspond to  $S_a \geq 600$  gals.

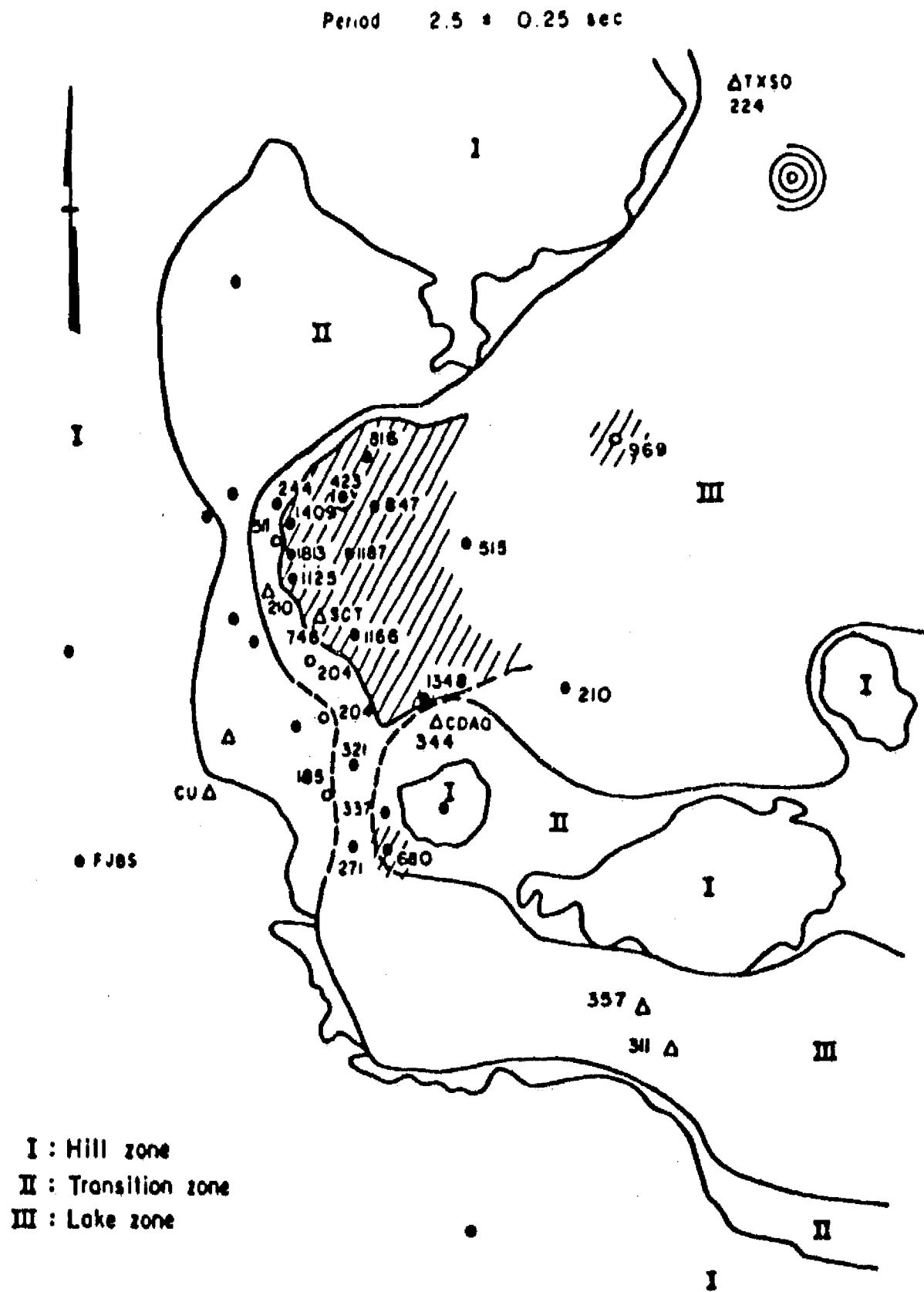


Fig. 6.- Same as Fig. 4 but for the period range of  $2.5 \pm 0.25$  sec.

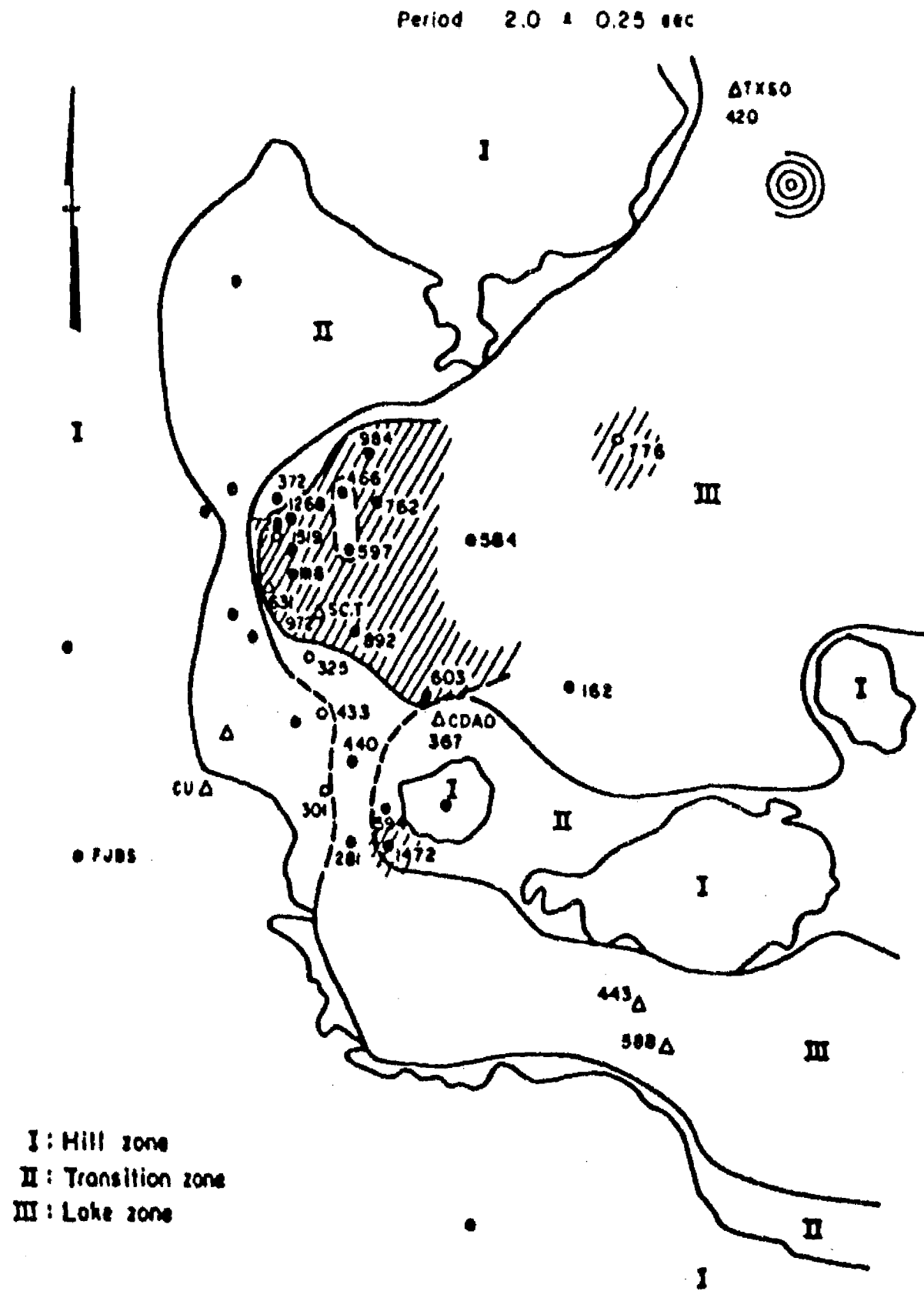


Fig. 7. - Same as Fig. 4 but for the period range of  $2.0 \pm 0.25$  sec.

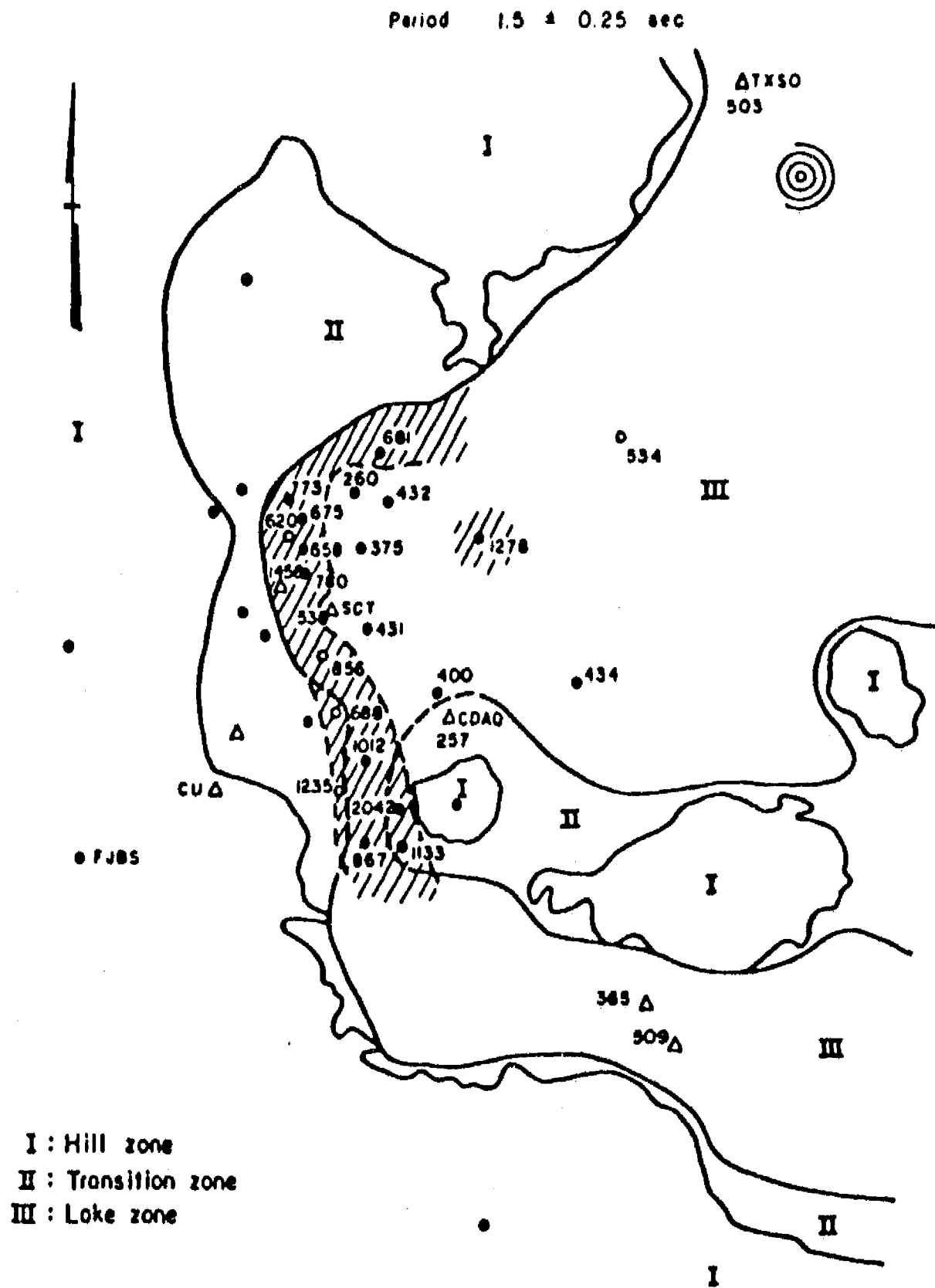


Fig. 8.- Same as Fig. 4 but for the period range of  $1.5 \pm 0.25$  sec.

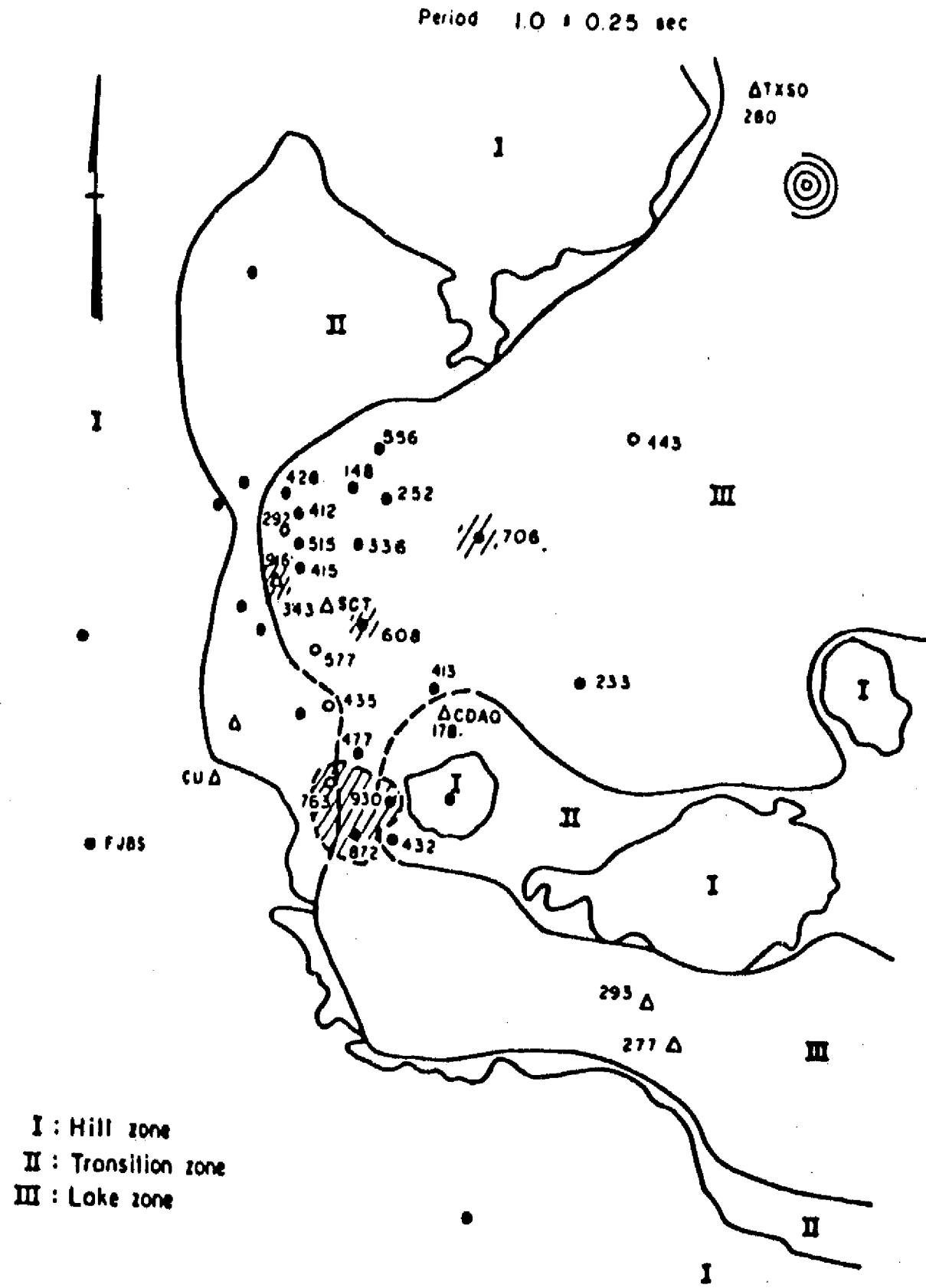


Fig. 9.- Same as Fig. 4 but for the period range of  $1.0 \pm 0.25$  sec.

- Ordaz, M. and E. Reinoso (1987). Uso de teoría de vibraciones aleatorias en la determinación de los espectros de diseño del reglamento para las construcciones del Distrito Federal, *Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, 19-21 Nov., Querétaro, México, A155-A167.
- Romo, M. and A. Jalme (1987). Metodología para generar espectros de diseño deterministas en campo libre, *Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, 19-21 Nov., Querétaro, México, A135-A154.
- Rosenblueth, E., M. Ordaz, F.J. Sánchez-Sesma, and S.K. Singh (1988). Design spectra for Mexico's Federal District, *Earthquake Spectra*, submitted.
- Sánchez-Sesma, F.J. and S.K. Singh (1986). Grandes temblores y sus efectos en el valle de México: observaciones y teoría, *Memorias del Simposio Los Sismos de 1985: Casos de Mecánica de Suelos*, 5-6 Sept, Mexico City, 1-12.
- Singh, S.K., J. Lermo, T. Domínguez, M. Ordaz, J.M. Espinosa, E. Mena, and R. Quaas (1988a). A study of relative amplification of seismic waves in the valley of Mexico with respect to a hill zone site (CU), *Earthquake Spectra*, submitted.
- Singh, S.K., E. Mena, and R. Castro (1988b) Some aspects of source characteristics of the 19 September 1985 Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico City from strong motion data, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 451-477.
- Vanmarcke, E.H. (1976). Structural response to earthquakes, in *Seismic Risk and Engineering Decisions*, C. Lomnitz and E. Rosenblueth, editors, Elsevier Publishing Co., Amsterdam, pp. 287-337.

## REFERENCES

- Anonymous (1985). Efectos de los sismos de septiembre de 1985 en las construcciones de la ciudad de México, Aspectos estructurales, Segundo Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Arias, A. (1983). A measure of earthquake intensity, in *Seismic Design for Nuclear Power Plants*, R. Hansen, editor, MIT Press, Cambridge, Mass.
- Boore, D.M. (1983). Stochastic simulation of high frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 73, 1865-1894.
- Boore, D.M. and Joyner, W.B. (1984). A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74, 2035-2039.
- Carmona, C., E. Mena, L. Alcántara, R. Delgado, and O. Domínguez (1987). Catálogo de acelerogramas procesados del sismo del 19 de septiembre de 1985. Parte II: Réplica del 21 de septiembre en la ciudad de México, Series del Instituto de Ingeniería, UNAM, No. 503.
- Cartwright, D.F. and Longuet-Higgins, M.S. (1956). The statistical distribution of the maxima of a random function, *Proc. Roy. Soc. London*, A237, 212-232.
- Espinosa, J.M., A. Uribe, G. Ibarrola, and O. Contreras (1988). Sismo del 8 de febrero de 1988. Acelerogramas captados en la ciudad de México. Informe RA-DF-2, CIRES A.C.
- Iglesias, J. (1987). Zonificación sísmica de la ciudad de México, *Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, 19-21 Nov., Querétaro, México, B127-B141.
- Kobayashi, H., K. Seo and S. Midrikawa (1986). Report on seismic microzoning studies of the Mexico earthquake of september 19, 1985. Part 2. Estimated strong ground motions in the Mexico City due to the Michoacán, México earthquake of Sept. 19, 1985 based on characteristics of microtremor, Report of the Graduate School at Nagatsuta, Tokyo Institute of Technology, Yokohama, Japan.
- Lermo, J., M. Rodríguez, and S.K. Singh (1987). Observaciones de microtemblores y su aplicación en la Ingeniería sísmica, *Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, 19-21 Nov., Querétaro, México, B17-B31.
- Mena, E., C. Carmona, R. Delgado, L. Alcántara, and O. Domínguez (1986). Catálogo de acelerogramas procesados del sismo del 19 de septiembre de 1985. Parte I: Ciudad de México, Series del Instituto de Ingeniería, UNAM, No. 496.

significant nonlinear behaviour. Assuming that the nonlinear behaviour in the lake bed zone during the Michoacán earthquake was negligible and that the spectral ratios used in the computations are representative, we draw the following conclusions from our estimated values of response spectra:

- (a) In most of the lake bed zone  $S_a$  values exceeded 600 gals at some period between 0.75 and 3.25 sec.
- (b)  $S_a \geq 1g$  occurred at 14 out of the 27 lake bed sites which we studied in this paper. For comparison, note that the maximum recorded  $S_a$  was 972 gals at SCT1.
- (c) In the center of the city maximum  $S_a$  values occur at periods between 1.75 and 3.25 sec, whereas east of CU they are found at shorter periods (0.75 to 1.75 sec). These two areas (center of the city and east of CU) are also the regions of larger  $S_a$ . They roughly coincide with regions previously identified as ones of high seismic intensity. In fact, areas with  $S_a \geq 800$  gals in the center correlate well with the zone of severely damaged and collapsed buildings.
- (d) A small region, near Bellas Artes, with relatively low  $S_a$  is found. It roughly agrees with a previously reported area of low seismic intensity.

We reiterate that our computed  $S_a$  values may be overestimating the true values especially at sites with high calculated  $S_a$ , since in such cases nonlinear behaviour of the clay is more likely to become significant. Direct use of the computed response spectra for code or design purposes is discouraged. Aside from probable nonlinear soil behaviour, several factors make for drastic reductions in responses of real structures, especially when the response spectrum for linear behaviour is very peaked.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

Authors benefitted from discussions with E. Rosenblueth, L. Esteva, F.J. Sánchez-Sesma, and J. Iglesias. Some of the data used in this study were recorded by the network operated by Fundación Javier Barros Sierra A.C. This network is funded by Departamento del Distrito Federal through Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), Mexico.



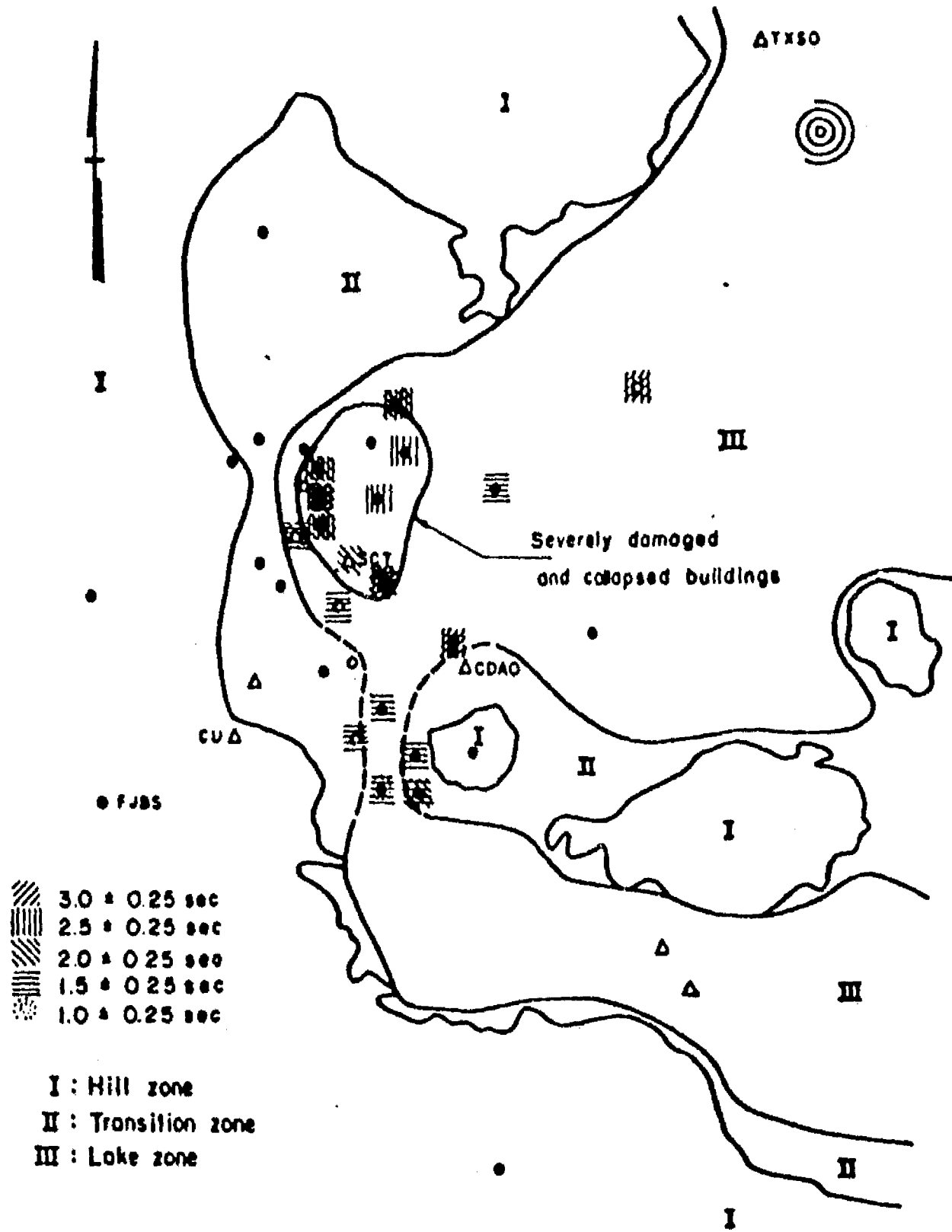


Fig. 10.- Regions of  $S_a \geq 800$  gals at any period between 0.75 and 3.25 sec. The area of severely damaged and collapsed buildings is sketched.

**APÉNDICE 5**

# FUTURE GROUND MOTIONS IN MEXICO CITY

M. ORDAZ<sup>1,2</sup>, E. ROSENBLUETH<sup>2,3</sup>, AND E. REINOSO<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México*

<sup>2</sup> *Centro Nacional de Prevención de Desastres*

<sup>3</sup> *Centro de Investigación Sísmica, Fundación Javier Barros Sierra*

## Abstract

Future ground motions at a soft site of the Valley of Mexico are estimated for a postulated M 8.2 earthquake with epicentral distance of 280 km. Three techniques are used: a) semiempirical estimation of Fourier acceleration spectra at a hard -reference site plus empirical determination of site effects through empirical transfer functions; b) semiempirical computation of Fourier spectra at the reference site with theoretical calculation of site response using 1D horizontal S-wave propagation corrected to account for surface waves; c) use of an M 6.9 recording as the Green's function of the postulated event. Results of the three techniques are competing approaches, and we illustrate a rational way to combine them and obtain a single estimate that includes information from the three approaches.

## Introduction

Analysis of site effects on a large valley underlain by soft clay and other lacustrine sediments is beyond the capability of present methods and computers. If one were to use finite elements, due to the extension, depth and low shear-wave velocities the Valley of Mexico, for example, would require about  $3 \times 10^9$  three-dimensional elements to give accurate results for frequencies of up to 2 Hz. This would demand a speed of computation several orders of magnitude greater than those of the fastest existing equipment. There is greater hope in use of hybrid methods, or in propagation methods on Connection Machines employing cell automata [Bravo *et al.*, 1989; Stauffer, 1991], but such methods are still not sufficiently practical.

What we do have is competing approximate approaches. This paper centers on a means for combining results of such approaches. The study is principally motivated by the high probability of a severe earthquake originating in the near future in the Guerrero Gap.

Ground motions are herein characterized by response spectral accelerations, both linear and elastoplastic.

Approaches used to evaluate site effects are: a) one-dimensional analysis of horizontal shear-wave propagation; b) empirical transfer functions between a site on relatively firm ground and the station of interest; and c) synthetic records using small earthquakes as Green's functions. Correlations among these approaches are taken into account.

### **The Valley of Mexico**

The valley measures about 30 x 70 km (Fig. 1). It is completely surrounded by mountains. A north-south section is shown in Fig. 2, and a typical log of the first 100 m in Fig. 3. Under much of the city one finds an archaeological fill, typically 1 m thick but reaching several meters in the old center of town. The most decisive formations for seismic site effects are the very deformable clays, which can reach depths exceeding 100 m and contain sand lenses and layers. Shear-wave velocities in the upper clay deposits can be as low as 50 m/sec. However, significant wave amplification is also due to the contrast between the cretaceous limestones and the overlying deposits at depths of over 3 km in some sites.

### **The earthquakes**

The Valley of Mexico is affected by earthquakes having different causes. Here we shall be concerned with those due to subduction of the Cocos Plate under the North American Plate. The first macroseism for which there were appropriate strong-motion instruments in the valley was the Michoacán

earthquake of 85.9.19. With a magnitude of 8.1 (all magnitudes quoted in this paper are  $M_s$ ) it caused the worst natural disaster in the country's history, with the major part of the damage and casualties taking place in Mexico City. It was followed 36 hours later by one with magnitude 7.7. After that, a number of small and moderate earthquakes have been recorded (Fig. 4 and Table 1) and their records analyzed.

Statistical analyses of the sizes and times of occurrence of subduction events along Mexico's Pacific Coast have led to the conclusion that a subduction earthquake with magnitude 8.1-8.3 is likely to occur in the near future, with rupture area in the Guerrero Gap (Fig. 4). More recent monitoring of  $Q$  [Ponce *et al.*, 1990] and examination of the pattern of epifoci during the last few years [Ponce *et al.*, 1991] has increased the probability to perhaps 0.5 that the event occur within the next four years. There is a probability of 17 percent that it will be followed by one with an expected magnitude of 7.6 a few hours or up to two years later. On the other hand, it is possible that instead of the great earthquake, the energy stored be released through three or so events with magnitudes close to 8.0. In this paper we examine the ground motions that could take place during an  $M$  8.2 earthquake occurring 280 km away from Mexico City, that is, the expected event associated with the rupture of the Guerrero Gap.

### Ground motion parameters

Many design decisions are made on the basis of pseudo-acceleration response spectra for linear behavior with 5 percent damping. A sample of such spectra for records obtained at various sites in the Valley of Mexico is shown in Fig. 5. The elastic response spectrum is insufficient to properly describe the behavior of real structures during strong shaking. Its importance mainly lies in its widespread use in building codes, and in that it has served as a means to empirically calibrate the design criteria, comparing observed damages during earthquakes with response spectral levels and nominal design conditions. For these reasons it is convenient to use elastic response spectra as the first way to describe ground motion.

We have also estimated ground motion in terms of elastoplastic response spectra for fixed ductility demands. These spectra are a slightly better way to characterize strong shaking for structural purposes. However, as more structures undergo intense seismic loading, it becomes clear that correlation between observed damage and elastoplastic spectral ordinates is also low. Reasons for these discrepancies probably lie in the methods used for computing member resistances. However, as it will be shown, reductions on spectral accelerations due to nonlinear structural behavior are so dramatic at the soft sites of the valley that it would be extremely conservative to ignore this nonlinear behavior. Therefore, we include also estimates of ground motion intensities in terms of elastoplastic spectra. We estimate the duration of strong shaking, as this is needed to convert Fourier amplitude spectra into response spectra through random vibration theory, to generate time histories based on Fourier amplitude spectra and because it is of interest for the design of structures whose properties degrade under successive cycles of alternating load.

#### **Techniques used to predict ground motion**

For illustration purposes, we have concentrated on the estimation of ground motion at a particular recording station within the Valley of Mexico. Station 56, operated by Centro de Instrumentación y Registro Sísmico AC, is located in Colonia Roma (see Fig. 1), one of the most damaged areas of Mexico City during the great Michoacán earthquake. The prevailing ground period at the site is about 2.2 sec, with an average S-wave velocity of the uppermost layers of 60 m/sec and a thickness of soft clay of about 35 m. Station 56 was installed in 1987. It has recorded several small and moderate events, which have systematically shown peak accelerations among the highest of the valley. In what follows we describe the three techniques used to estimate ground motion at Station 56 during a postulated M 8.2 earthquake in the Guerrero Gap.

The estimation process pursues computing both expected response spectra

and a measure of the uncertainty involved in the estimation. Sources of uncertainty considered are also described in the following paragraphs.

#### *Technique 1*

This approach consists in: a) estimating Fourier acceleration spectra (FAS) at a relatively firm site of the valley (a station within University City referred to in this paper as CU) using the semiempirical equations derived in Ref. 1, which relate FAS with magnitude and distance; b) computing the transfer function between this site and Station 56 with Haskell's method for vertical S-wave propagation, based on a simplified stratigraphic profile of the site; c) obtaining FAS at Station 56 as the product, in the frequency domain, of FAS at the firm site and the computed transfer function; d) estimating strong-shaking duration at the site; e) based on FAS and duration at the site, calculating the first two statistical moments of elastic and inelastic response spectral ordinates.

We have regarded as uncertain the Fourier spectral ordinates at CU, the S-wave velocities of the stratigraphic profile of the site, and the duration of strong shaking. We assigned to the Fourier spectral ordinates a multidimensional lognormal distribution with vector of means given by the semiempirical equations, and matrix of covariances obtained empirically from the same data set used to derive the equations. We also assigned lognormal distributions to the S-wave velocities, considering them independent from each other. Finally, the duration was assigned a lognormal distribution with a median value of 60 sec and coefficient of variation of 0.15.

It has been shown by several authors (*e.g.* Campillo *et al.* 1988; Bard *et al.* 1988; Sánchez-Sesma *et al.* 1988; Seed *et al.*, 1988) that the above mentioned procedure to compute elastic response spectra usually underestimates observed motions at soft sites of the Valley of Mexico, mainly due to lateral heterogeneities and generated surface waves. Depending on the method used to evaluate the influence of surface waves, amplification factors vary. Seed *et al.* (1988) reach the conclusion that the motions observed at a soft site (SCT) during the Michoacán earthquake are adequately described by

the percentile 75 of the computed motions (in their study uncertainty lies in the incident motion); for the sizes of variances obtained in our calculations, percentile 75 corresponds approximately to an amplification factor of 1.6 at response spectra level, independent of structural period. Sánchez-Sesma *et al.* (1988) obtained for a simplified shape of the Valley of Mexico acceleration amplifications of more than 2 for a site located at a distance from the edge of the valley similar to that of Station 56. Based on these considerations, and some observations of bore-hole recordings at Mexico City, we applied a scaling factor of 1.6 to the accelerograms computed following steps a) to e) to take into account the effect of surface waves.

The first two statistical moments of the elastic response spectral ordinates were obtained with a perturbation technique and random vibration theory. Inelastic spectral moments, as well as crossed elastic moments, were obtained by simulating time histories based on the random FAS at the site and then computing individual inelastic response spectra. To simulate time histories based on FAS and duration we used the approach proposed by Boore (1983); five samples of the synthetic accelerograms are depicted in Fig. 6. Fig. 7 shows response spectra associated with percentiles 16, 50 and 84 obtained with this technique. Note the large reductions of spectral accelerations for ductility demands,  $\mu$ , as low as 1.5.

### *Technique 2*

The second technique is similar to the first one, except that the site response -the transfer function between CU and Station 56- has been described using empirical transfer functions obtained from small and moderate events recorded at both CU and Station 56. Ordinates of the transfer function are regarded as lognormally distributed random variables, with vector of means and matrix of covariances obtained from the data. Except for the explicit inclusion of uncertainties, this approach has previously been used to successfully predict the elastic response spectra in the Valley of Mexico during the earthquake of 85.9.19 [Ordaz *et al.*, 1988]. A sample of the time histories obtained is shown in Fig. 8, whereas Fig. 9 depicts the response spectra corresponding to the 16, 50 and 84 percentiles computed with this



approach. Note that with the use of empirical transfer functions there is no need to correct for surface waves, since the spectral ratios contain all the information about soil amplification.

### *Technique 3*

This approach consists in using the accelerogram recorded at station 56 (NS component) during the M 6.9 event of 89.4.25 (see Table 1) as an empirical Green's function of the postulated M 8.2 event. The focal distance and path to the Valley of Mexico of both the Green's function and the postulated earthquake are similar. To sum the Green's functions we used the method proposed by Joyner and Boore (1986), which essentially consists in adding N subevent records with uniformly distributed random delays between 0 and the duration of the rupture. A subevent recording is obtained by scaling the observed accelerogram of the smaller earthquake; the scaling factor and number of subevents are chosen such that both the high-frequency and the low-frequency levels scale as Brune's  $\omega^2$  model [Brune, 1970]. In our case we fixed for the  $\omega^2$  model a stress drop of 100 bars and used Brune's formula to compute the rupture duration of an M 8.2 event, which turned out to be 40 sec.

We present a sample of the synthetic accelerograms in Fig. 10, and in Fig. 11 we show the response spectra obtained for 16, 50 and 84 percentile levels. The only uncertainty considered comes from the randomness of the oversimplified rupture process. Both linear and nonlinear response spectral statistical moments were computed through simulations.

### *Discussion of results using the three techniques*

We obtained expected response spectra and measures of the uncertainty in spectral ordinates from three different approaches. Results are correlated since each technique uses pieces of information also used by the others. We have assumed that there is no model uncertainty, that is, that there is no systematic bias due to inapplicability of the model; therefore, we have assumed that all uncertainties are either "statistical uncertainties", that

is, coming from lack of knowledge about the parameters governing the models or "random uncertainties" due to simplifications. These assumptions do not strictly hold. For instance, we know that a bias is introduced due to the simple way used to consider the influence of lateral heterogeneities. However, knowledge of the stratigraphic profile contains some information that should not be kept out from the analysis. In computing response spectra with technique 2, we have not taken into account the possible dependence of empirical transfer functions on azimuth, and to fix the probability distributions of its ordinates we have used recordings of events originating at very different coastal locations. For summation of Green's functions we use an oversimplified rupture scheme; directivity effects, possible anomalous radiation -as observed during the Michoacán earthquake- and more complex and realistic rupture patterns are not accounted for, possibly introducing a bias that is difficult to assess. Note, however, that although in technique 3 uncertainty comes only from variations in the time delays, we obtain a rather large variation from one simulation to another, as can be inferred from Fig. 11.

The procedure used to generate synthetic accelerograms in techniques 1 and 2 produces signals with time-invariant spectral shapes. This limitation is especially important when computing second statistical moments of inelastic spectral ordinates, since their coefficients of variation are usually underestimated. Note in Fig. 12 that the standard deviations of the logarithm of inelastic ordinates are of the same order of magnitude as those corresponding to elastic ordinates, while with techniques 1 and 2 the inelastic standard deviations are smaller than their elastic counterparts. This fact will be accounted for when combining estimates from the three techniques.

#### The combination scheme

The estimations presented of response spectra are results of competing approaches. Each approach is correct to some extent, and since none includes all the information available, one would expect that a combination of the

three is closer to the correct answer. We describe here a rational way to combine results, based on an earlier work [Rosenblueth and Ordaz, 1990].

The problem is similar to that of combining expert opinions. The expected response spectra obtained from each technique can be regarded as the answer of an expert to the question concerning response spectra at Station 56 from a postulated earthquake. As mentioned, we shall assume that answers from experts are unbiased and, furthermore, we shall assume that the computed second moments are measures of the uncertainty that each expert places on his estimation. On empirical bases several authors have adopted lognormal distributions for response spectral ordinates. We will also assign them a joint lognormal distribution, with median values and standard deviations computed as described previously, on the basis of  $\chi^2$  tests performed on earthquakes recorded on the Valley of Mexico which show that the assumption is tenable at the 0.05 level. Moreover, within bounds, the variance of a response spectral ordinate computed combining the three techniques is not very sensitive to the precise shape of the distributions (see Fig. 13) and the lognormal is intuitively appealing and mathematically tractable.

To fully define the joint distribution of the response spectral ordinates computed with the three techniques, we need also to assess the correlation scheme. To do this, we first computed the correlation coefficient between pairs of estimates directly from the simulations. We then smoothed the correlation functions (they are functions of the structural period) and modified them to account for the relatively small sample size and to introduce our own judgment about the coefficients of correlation. The uncertainty in the coefficients of correlation could have been formally dealt with using the Bayesian approach proposed in Ref. 11. However, the authors of that work conclude that results are much more sensitive to the relative values of the variances than to the correlation scheme. We also modified the variances of the inelastic spectral ordinates computed with techniques 2 and 3 to take into account the problems caused by the lack of time evolution of the Fourier spectra when simulating ground motion. We assumed that the standard deviations of the logarithm of inelastic spectral ordinates were similar to those computed for elastic responses. In Figs. 14 and 15 we show

the final standard deviations and correlation coefficients, respectively, used to fix the second-order moments of the joint distribution of estimates.

Let  $C$  be the matrix of covariances among the log-errors and  $x$  the vector of expected log-response spectral ordinates furnished by each technique or expert. If  $C$  is known -assigned- and no prior information is included, a formal Bayesian approach [Rosenblueth and Ordaz, 1990] leads to the conclusion that the combined estimate is also a lognormally distributed random variable with moments given by

$$\bar{x} = x^T C^{-1} j / h \quad (1)$$

$$h = j^T C^{-1} j \quad (2)$$

where  $\bar{x}$  and  $h$  are the mean and precision -the inverse of the variance-, respectively, of the log combined estimate, and  $j$  is a three-dimensional vector of ones. Note that Eqs. 1 and 2 imply that the mean value of the log-combined estimate is the weighted average of the opinions supplied by each technique. The weighting factors depend both on the relative precision of each technique and on the correlations between them.

Results of applying Eqs. 1 and 2 to the outcomes of the different strong-motion estimation techniques are shown in Fig. 16. Thus, for decision making purposes the response spectra due to the postulated earthquake should be regarded as a lognormally distributed random variable with the statistical moments given in this figure.

#### Summary and conclusions

We estimated ground motion at a soft site of the Valley of Mexico in terms of elastic and inelastic response spectra for a hypothetical M 8.2 earthquake occurring in the Guerrero Gap, 280 km away from Mexico City. We used three different techniques which produce competing estimators of the

quantities of interest, and we applied a combination scheme to end up with a single probability distribution of response spectral ordinates that includes all the information available.

Estimators from the different approaches are treated as lognormally distributed random variables; they are not independent since each technique makes use of information shared with the rest. Furthermore, each approach is associated with a different degree of precision, measured with the computed second-order moment. We included these facts in computing the probability distribution of the final estimator.

Results show, for instance, that given that a M 8.2 earthquake occurs at the postulated epicentral distance, the probability of the elastic response ordinate at 2.2 sec exceeding 1000 gals is about 50%, and that, for the same structural period, a pseudoacceleration of 1650 gals has a 1% probability of exceedance. It is also worth to note that the expected spectral ordinates for a ductility demand as low as 1.5 are 2.5 times lower than their elastic counterparts, showing the large reductions in acceleration due to inelastic behavior for narrow-band motions.

Several matters should be further looked into in order to improve on the present study. One is explicit consideration of statistical correlations between spectral ordinates for different periods and between those of linear behavior, those of nonlinear behavior and duration when using techniques 1 and 2. The procedure used to generate synthetic motions with these techniques does not allow for the inclusion of a prescribed correlation function. Another is use of evolutionary spectra which is particularly relevant to the elastoplastic responses, since an elastoplastic structure softens simultaneously with the general lengthening of ground motion periods.

In view of the existence of more than 100 accelerographic stations at the Valley of Mexico, the approach presented can be used to derive microzonation maps of Mexico City that combine, in a formal way, most of the knowledge that on ground motion at the city has been collected in the last years, with explicit probabilistic considerations and optimum design

criteria.

### Acknowledgements

Authors greatly appreciate suggestions made by S. K. Singh. This study was funded by Secretaría General de Obras (Departamento del Distrito Federal) and DGAPA (UNAM).

### References

1. Arciniega, A., "Modelo semiempírico para estimar espectros de respuesta sísmicos en el valle de México", thesis presented to the National Autonomous University of Mexico in partial fulfillment on the requirements for the degree of Geophysical Engineer, 1990.
2. Bard, P.-Y., M. Campillo, F.J. Chávez-García, and F.J. Sánchez-Sesma, "A theoretical investigation of large- and small-scale amplification effects in the Mexico City Valley", *Earthquake Spectra*, Vol. 4 (3), pp. 609-624, 1988.
3. Boore, D.M., "Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on the seismological models of the radiated spectra", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 73 (6), pp. 1865-1894, 1983.
4. Bravo, M.A., F.J. Sánchez-Sesma, and S. Chávez-Pérez, "A hybrid approach to study the seismic response of soft-soil sedimentary basins", in *Engineering Seismology and Site Response* (Proceedings of the Fourth International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering), A.S. Cakmak and I. Herrera, editors, pp. 183-193, 1989.
5. Brune, J.N., "Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 75, pp. 4997-5009, 1970.
6. Campillo, M., P.-Y. Bard, F. Nicollin, and F. Sánchez-Sesma, "The incident wave field in Mexico City during the great Michoacán earthquake and its interaction with the deep basin", *Earthquake Spectra*, Vol. 4 (3), pp. 591-608, 1988.

7. Joyner, W.B. and Boore, D.M., "On simulating large earthquakes by Green's function addition of smaller earthquakes", Earthquake Source Mechanics, Geophysical Monograph 37, Maurice Ewing Vol. 6, American Geophysical Union, pp. 269-274, 1986.
8. Ordaz, M., S.K. Singh, E. Reinoso, J. Lermo, J.M. Espinosa, and T. Domínguez, "Estimation of response spectra in the lake bed zone of the Valley of Mexico", Earthquake Spectra, Vol. 4 (4), pp. 815-834, 1988.
9. Ponce, L., L. Granados, D. Comte, and M. Pardo, "Seismicity and Q-coda temporal variation in the Guerrero, Mexico, seismic gap: evidences for a soon-to-break gap?" (Abstract), Seismological Research Letters, Vol. 61 (1), pp. 43, 1990.
10. Ponce, L., M. Pardo, D. Comte, and G. Malavé, "Spatio-temporal analysis of the Guerrero, Mexico, seismic gap seismicity ( $m_b \geq 4.5$ ): a quiescent subregion lasting 14 years", Bulletin of the Seismological Society of America, submitted.
11. Rosenblueth, E. and M. Ordaz, "Maximum earthquake magnitude at a fault", Journal of Engineering Mechanics (ASCE), Vol. 116 (1), pp. 204-216, 1990.
12. Sánchez-Sesma, F.J., S. Chávez-Pérez, M. Suárez, M.A. Bravo, and L.E. Pérez-Rocha, "On the seismic response of the Valley of Mexico", Earthquake Spectra, Vol. 4 (3), pp. 569-589, 1988.
13. Seed, H.B., M.P. Romo, J.I. Sun, A. Jaime, and J. Lysmer, "Relationships between soil conditions and earthquake ground motions", Earthquake Spectra, Vol. 4 (4), pp. 687-729, 1988.
14. Stauffer, D., "Programming cellular automata", Computers in Physics, Jan/Feb, pp. 62-67, 1991.

TABLE 1. EARTHQUAKES RECORDED IN MEXICO CITY SINCE 1985

DATE (y.m.d)	ORIGIN a	M	R (km)	NUMBER OF DATA				
				b	c	d	e	f
85.09.19	SM	8.1	380	11	-	-	11	1150
85.09.21	SM	7.6	320	7	-	-	7	680
86.04.30	SM	7.0	410	7	-	-	7	400
87.03.12	L	3.0	-	1	2	-	3	45
87.06.07	SG	4.8	270	6	7	-	13	480
87.07.15	NO	5.9	280	10	7	-	17	1020
88.02.08	SG	5.8	290	55	5	-	60	3910
89.03.10	SG	5.0	240	13	-	-	13	330
89.04.25	SG	6.9	305	66	2	-	68	12430
89.05.02	SG	5.0	305	50	3	-	53	3280
89.08.12	?	5.5	220	14	3	-	17	370
90.05.11	SG	5.3	295	51	4	5	60	3930
90.05.31	SG	6.1	295	71	7	16	95	8800

Notes:

a) S=subduction zone event; L=local event; N=normal fault event; M=State of Michoacán; G=State of Guerrero; O=State of Oaxaca.

b) Free-field accelerographs that recorded the event.

c) Building accelerographs that recorded the event.

d) Bore-hole accelerographs that recorded the event.

e) Total number of accelerographs that recorded the event.

f) Total recording time produced by the earthquake, in sec.



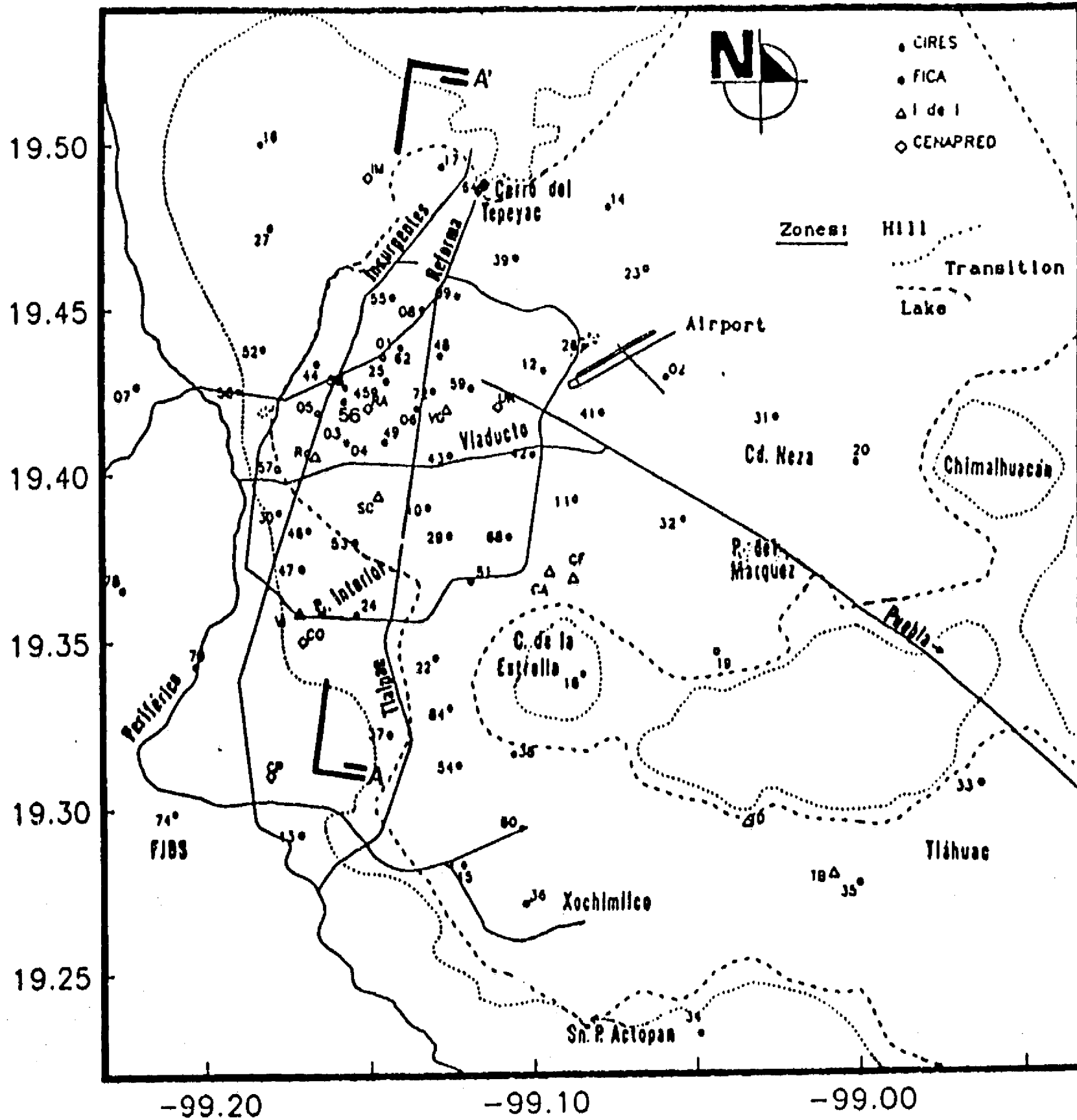


Fig. 1 Map of Mexico City showing locations of strong-motion instruments, operated by different institutions (see top right corner). Dotted line denotes the border between hill and transition zones, while dotted line shows the border between transition and lake-bed zones. Solid lines are the main avenues. Note Station 56, approximately at  $19.42^{\circ}$  N and  $99.16^{\circ}$  W.

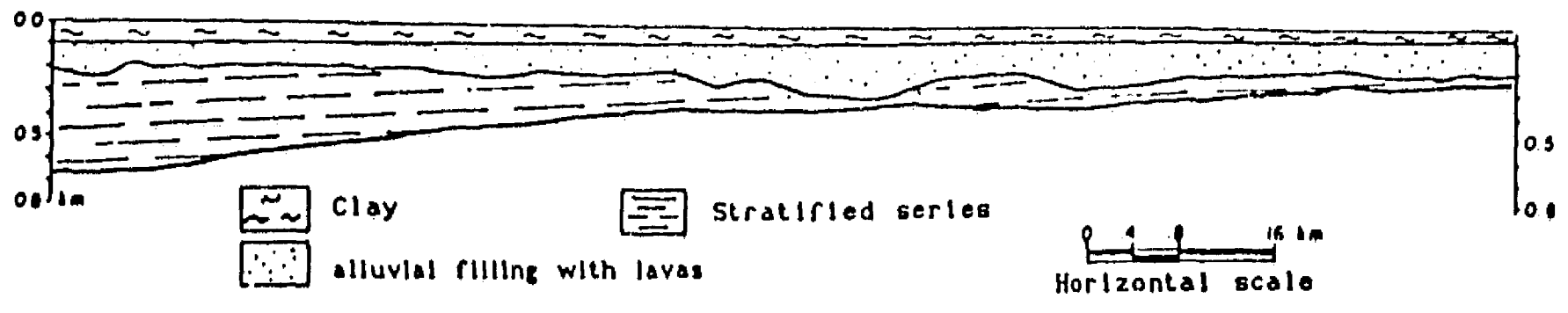


Fig. 2 Section A-A' (see Fig. 1), roughly NS across the most densely populated area of Mexico City.

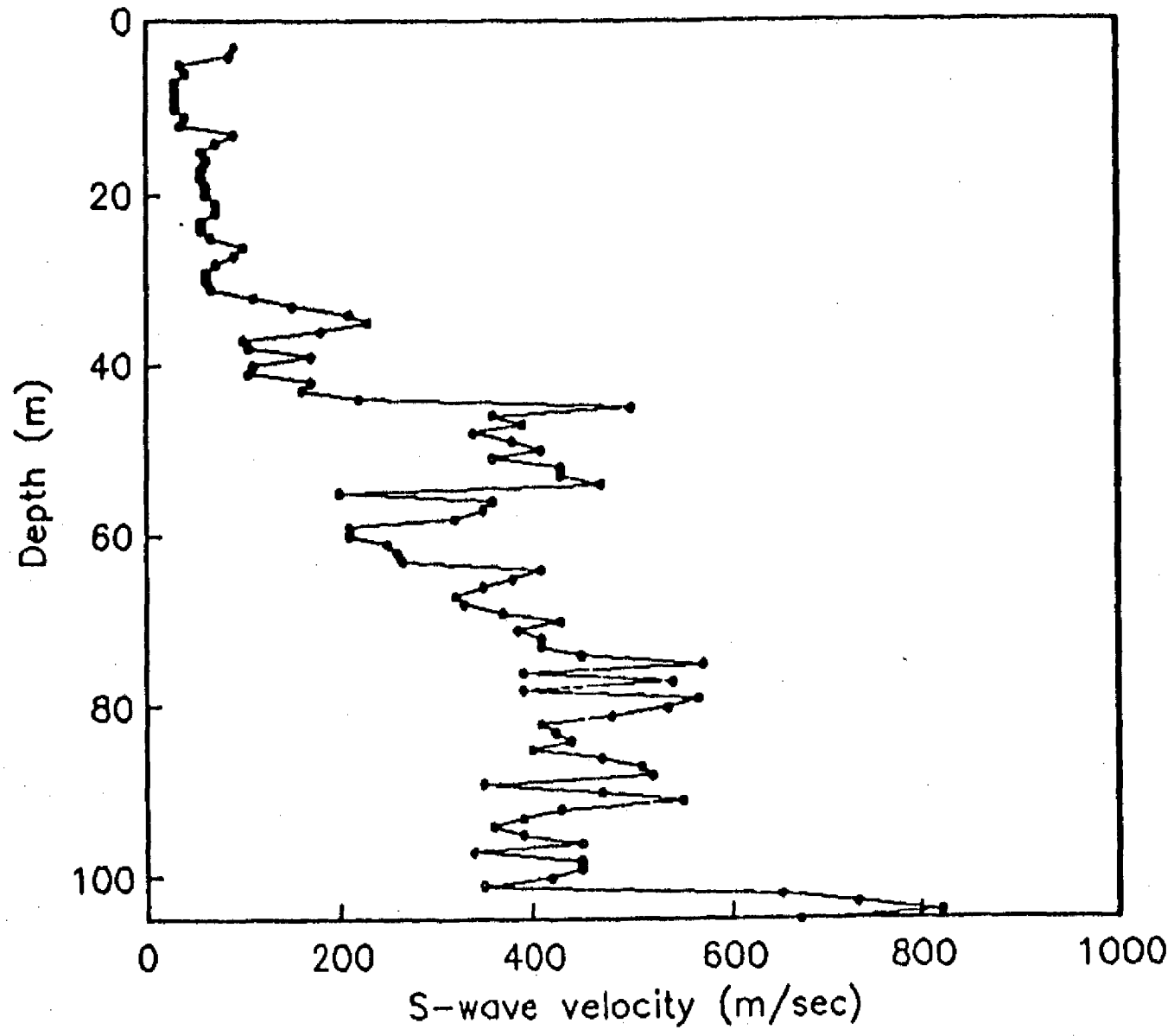


Fig. 3 S-wave velocity profile at a soft site of the Valley of Mexico.

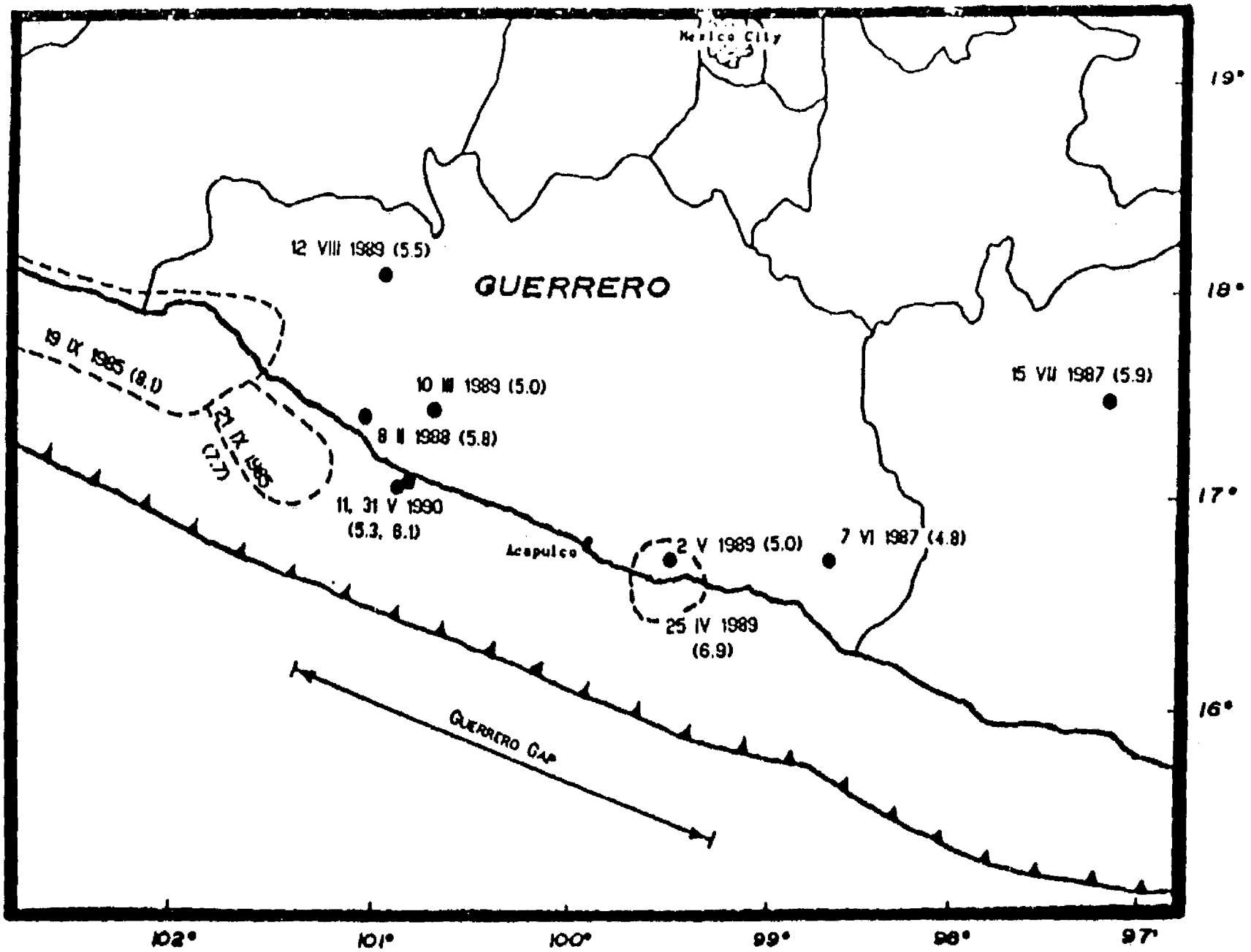


Fig. 4 Partial map of the Pacific coast of Mexico showing epicenters of earthquakes (solid dots) whose strong motions were recorded at Mexico City. Dashed lines show the rupture areas of the largest three events. Numbers between brackets are magnitudes.

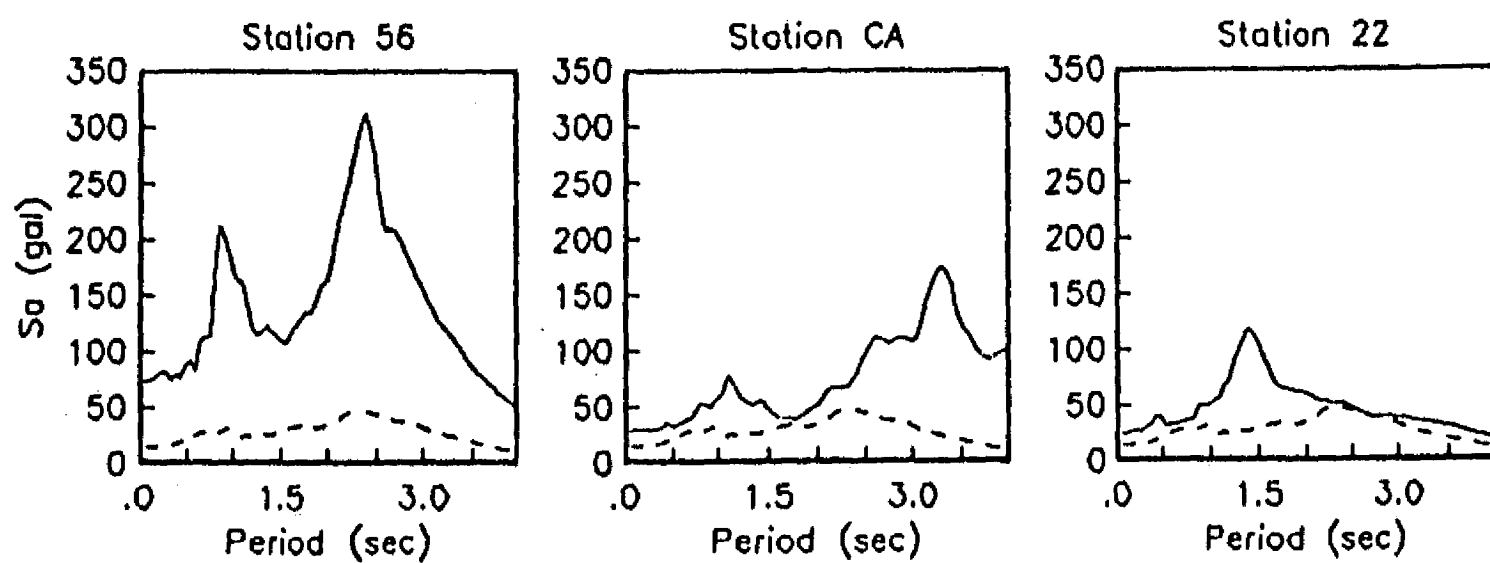


Fig. 5 Sample of response spectra (pseud accelerations, 5% of critical damping) computed from recordings of the April 25, 1989 (M=6.9) earthquake at different sites of the Valley of Mexico. The spectrum obtained from the CU recording (a hill-zone site) is shown with dotted line for reference. The title in each box indicates the number or code of the station (see Fig. 1 for locations).

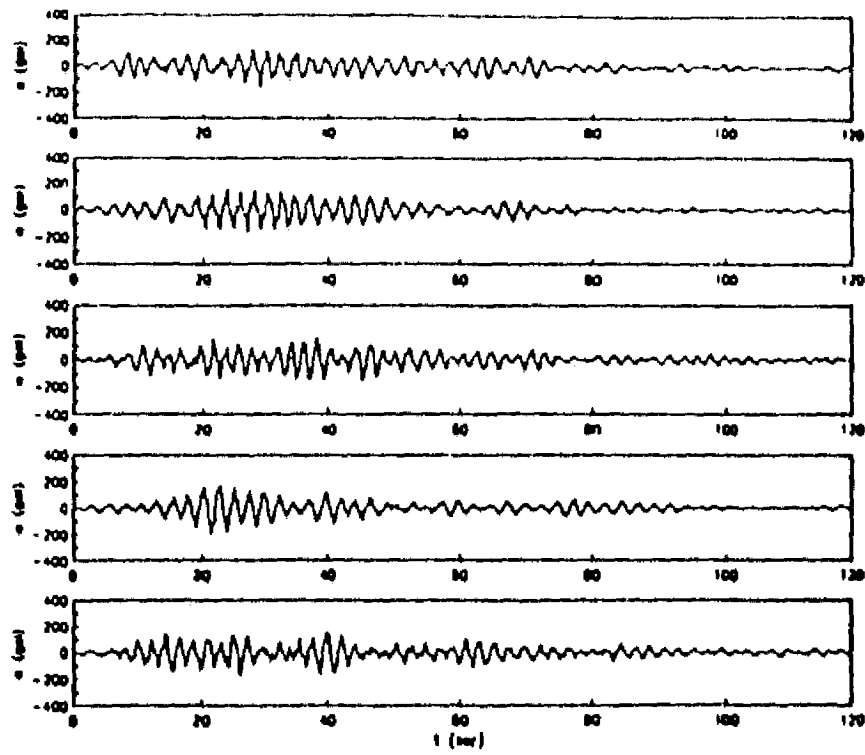


Fig. 6 Sample of synthetic accelerograms generated with technique 1 for Station 56 ( $M=8.2$ ,  $R=280$  km).

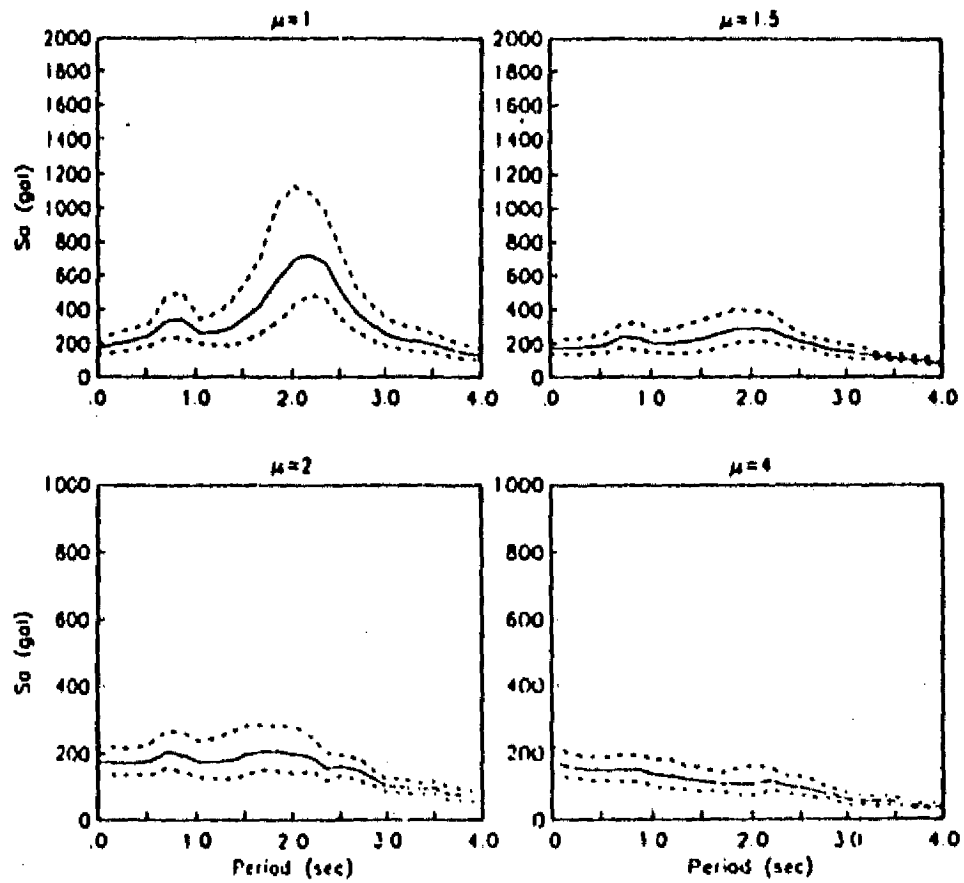


Fig. 7 Response spectra associated with percentiles 50 (solid line), 16 (upper dotted line) and 84 (lower dotted line) computed with technique 1, for several ductility demands,  $\mu$ .

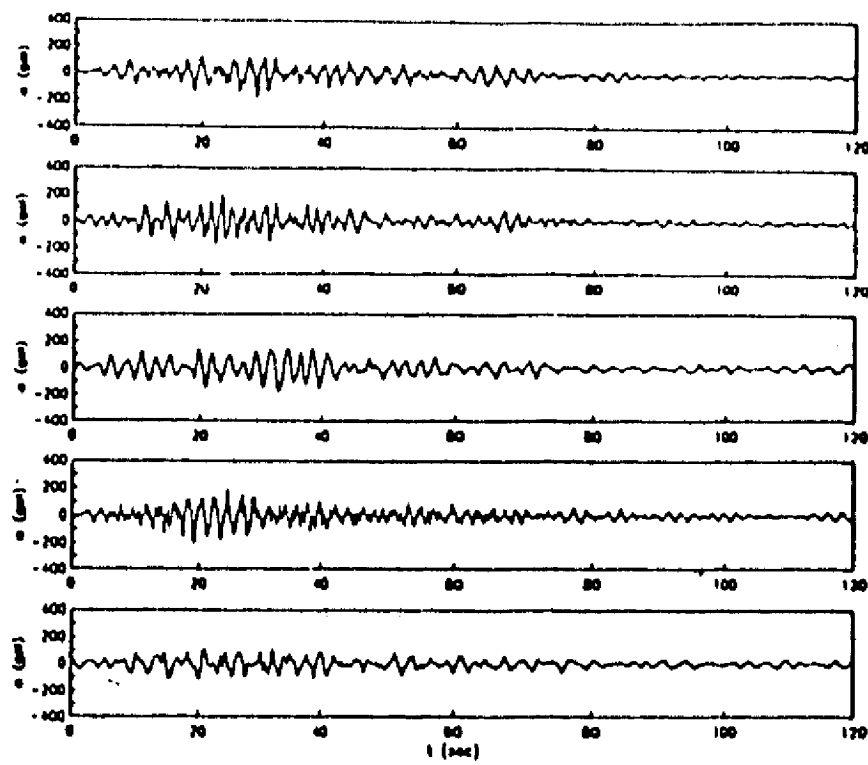


Fig. 8 Sample of synthetic accelerograms generated with technique 2 for Station 56 ( $M=8.2$ ,  $R=280$  km).

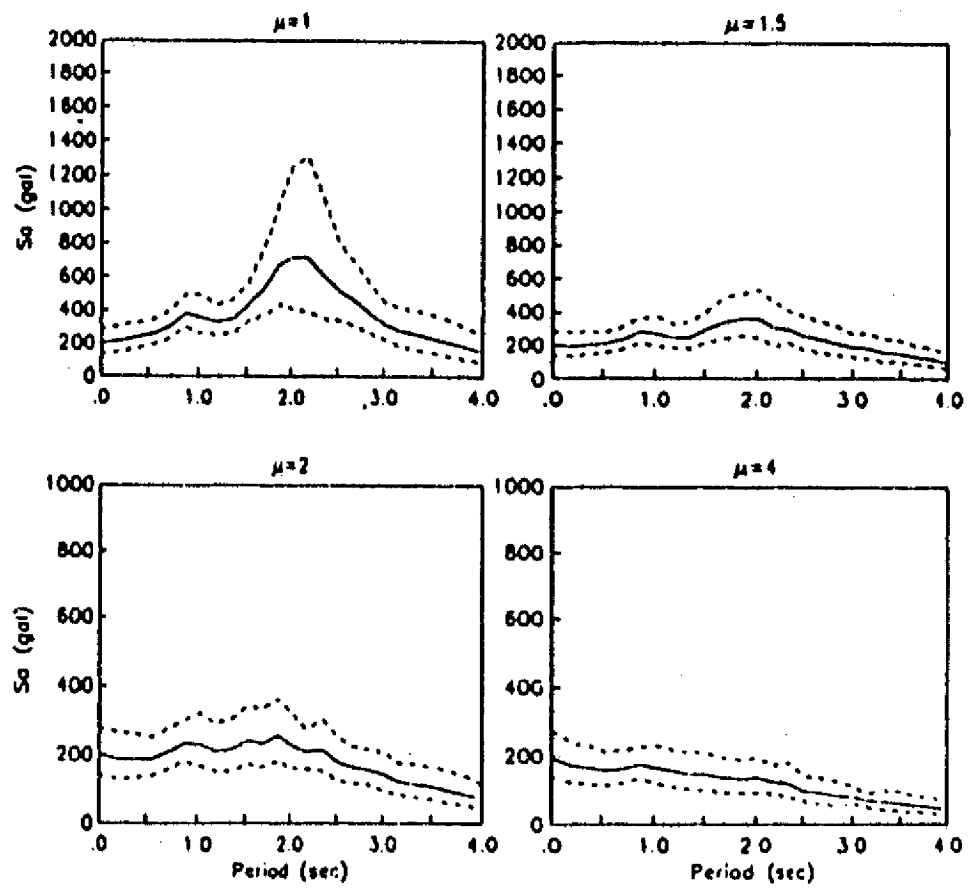


Fig. 9 Response spectra associated with percentiles 50 (solid line), 16 (upper dotted line) and 84 (lower dotted line) computed with technique 2, for several ductility demands,  $\mu$ .

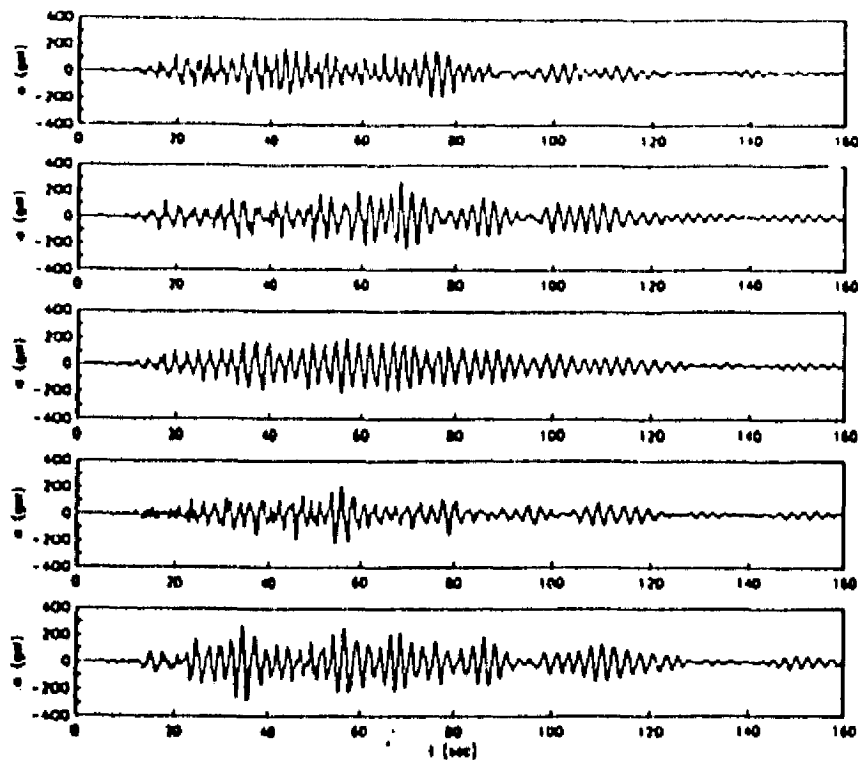


Fig. 10 Sample of synthetic accelerograms generated with technique 3 for Station 56 ( $M=8.2$ ,  $R=280$  km).

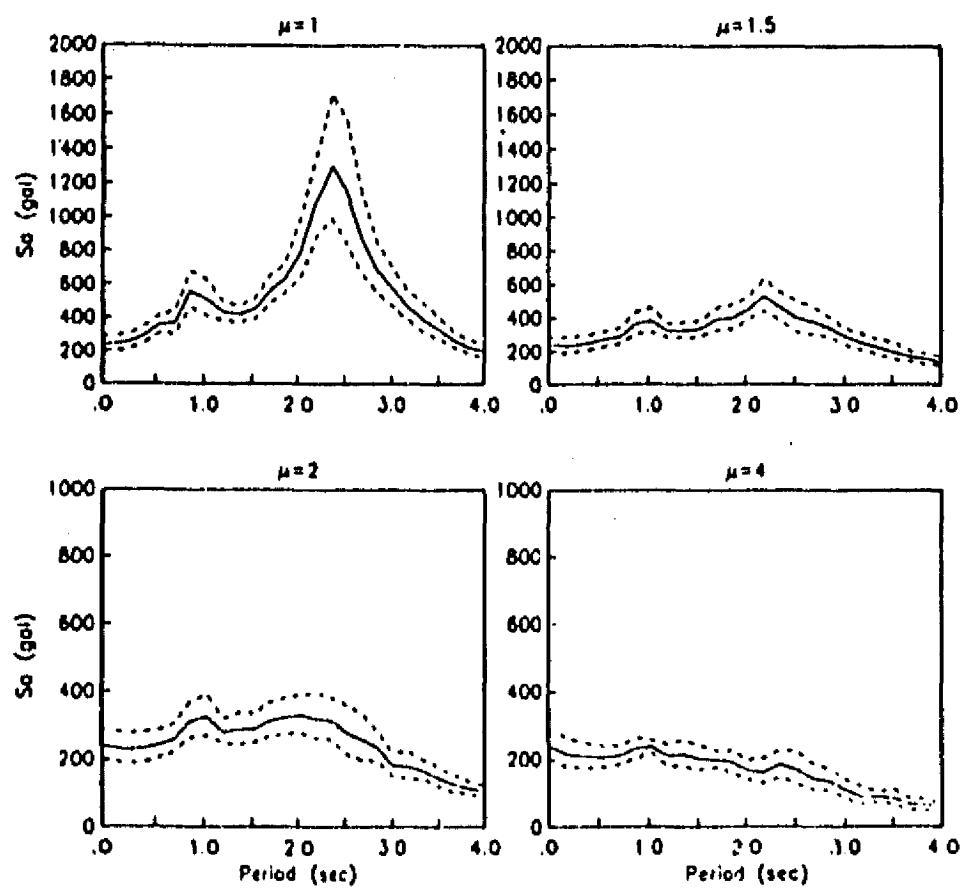


Fig. 11 Response spectra associated with percentiles 50 (solid line), 16 (upper dotted line) and 84 (lower dotted line) computed with technique 3, for several ductility demands,  $\mu$ .

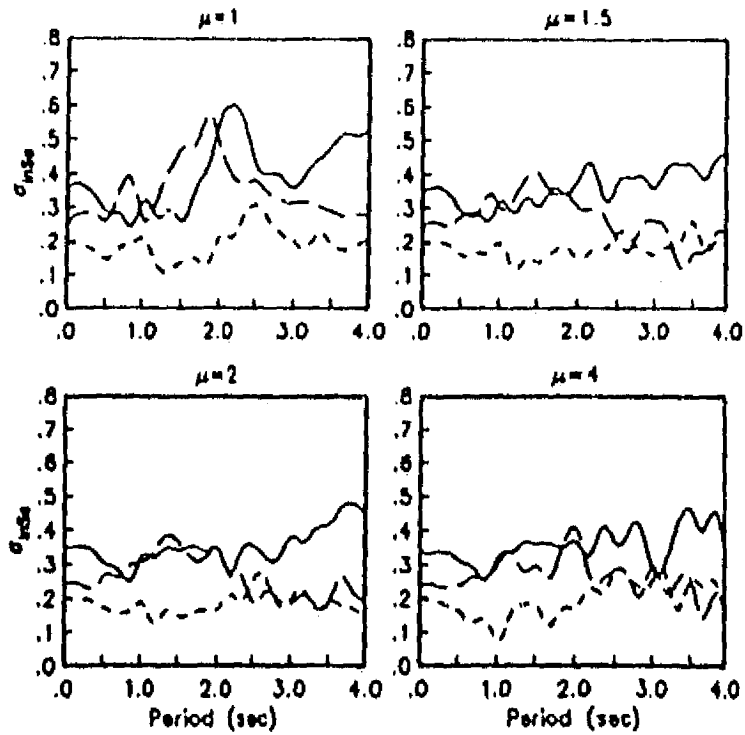


Fig. 12 Standard deviations of the natural logarithm of response spectral ordinates,  $\sigma_{\ln S_a}$  for several ductility demands,  $\mu$ , obtained by simulation with the three techniques. Dashed line: technique 1; solid line: technique 2; dotted line: technique 3.

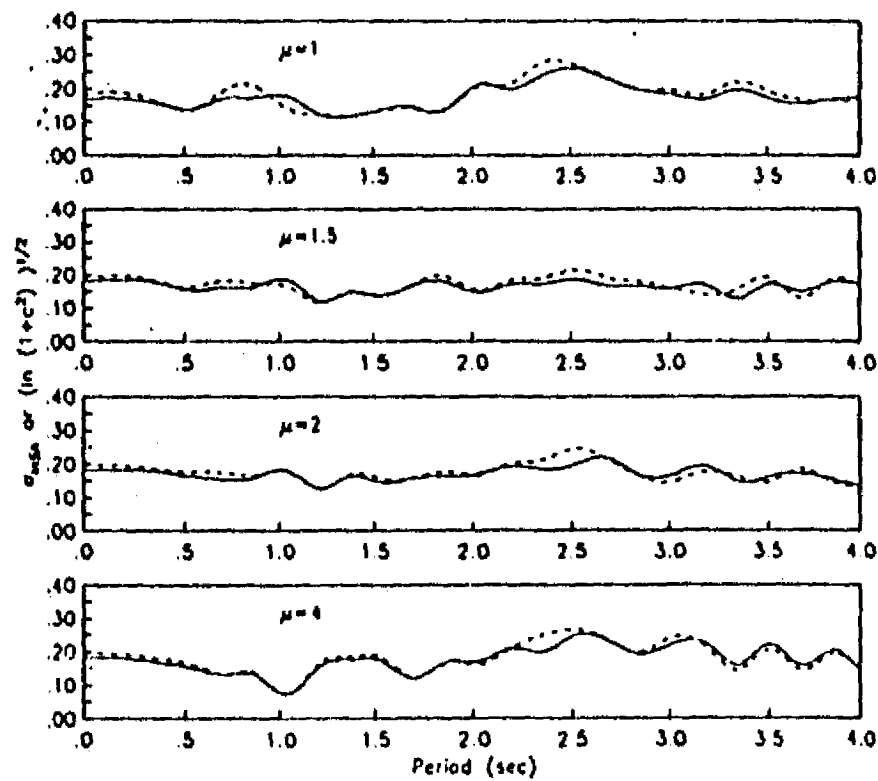


Fig. 13. Final second moments of response spectral ordinates, for several ductility demands,  $\mu$ , computed assuming two different distributions for predicted responses from each technique. Solid line: standard deviation of the natural logarithm of responses,  $\sigma_{\ln S_a}$  assuming lognormal distribution; dotted line:  $[\ln(1+c^2)]^{1/2}$ , where  $c$  is the coefficient of variation, assuming normal distribution.

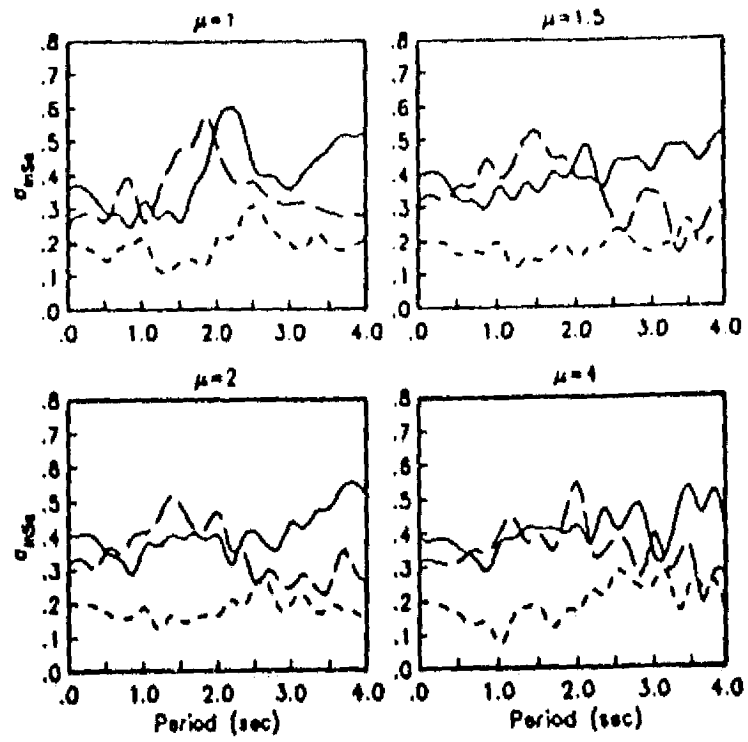


Fig. 14 Standard deviations of the natural logarithm of response spectral ordinates,  $\sigma_{\ln S_a}$ , for several ductility demands,  $\mu$ , obtained modifying those shown in Fig. 12 as described in the text. Dashed line: technique 1; solid line: technique 2; dotted line: technique 3. These values, in conjunction with the coefficients of correlation of Fig. 14 were used to form the final matrix of covariances to apply the combination scheme.

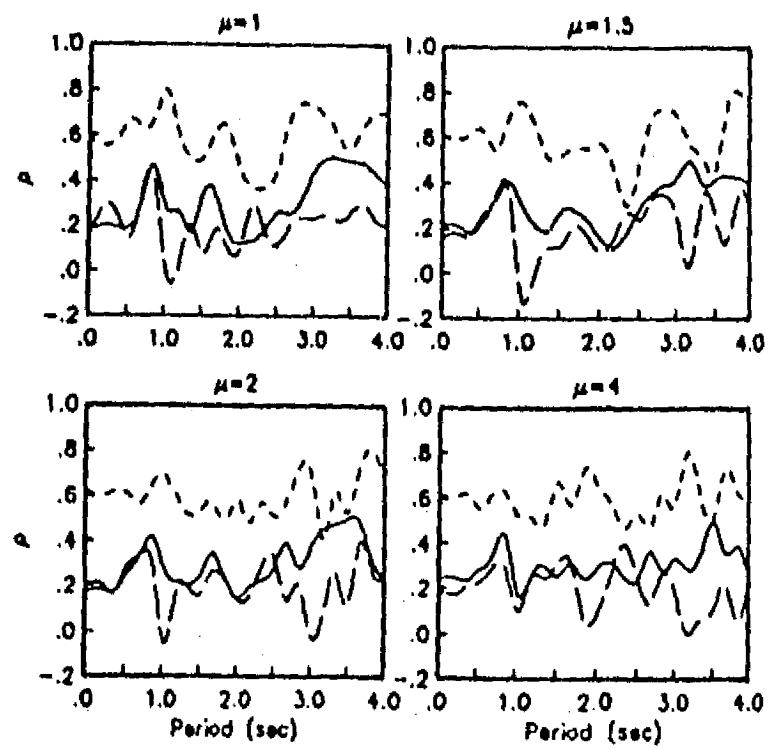


Fig. 15 Coefficients of correlation of the natural logarithm of response spectral ordinates,  $\rho$ , for several ductility demands,  $\mu$ , obtained with the three techniques. Dotted line: coefficient of correlation between techniques 1 and 2; dashed line: between techniques 1 and 3; solid line: between techniques 2 and 3. These values, in conjunction with the standard deviations of Fig. 14 were used to form the final matrix of covariances to apply the combination scheme.



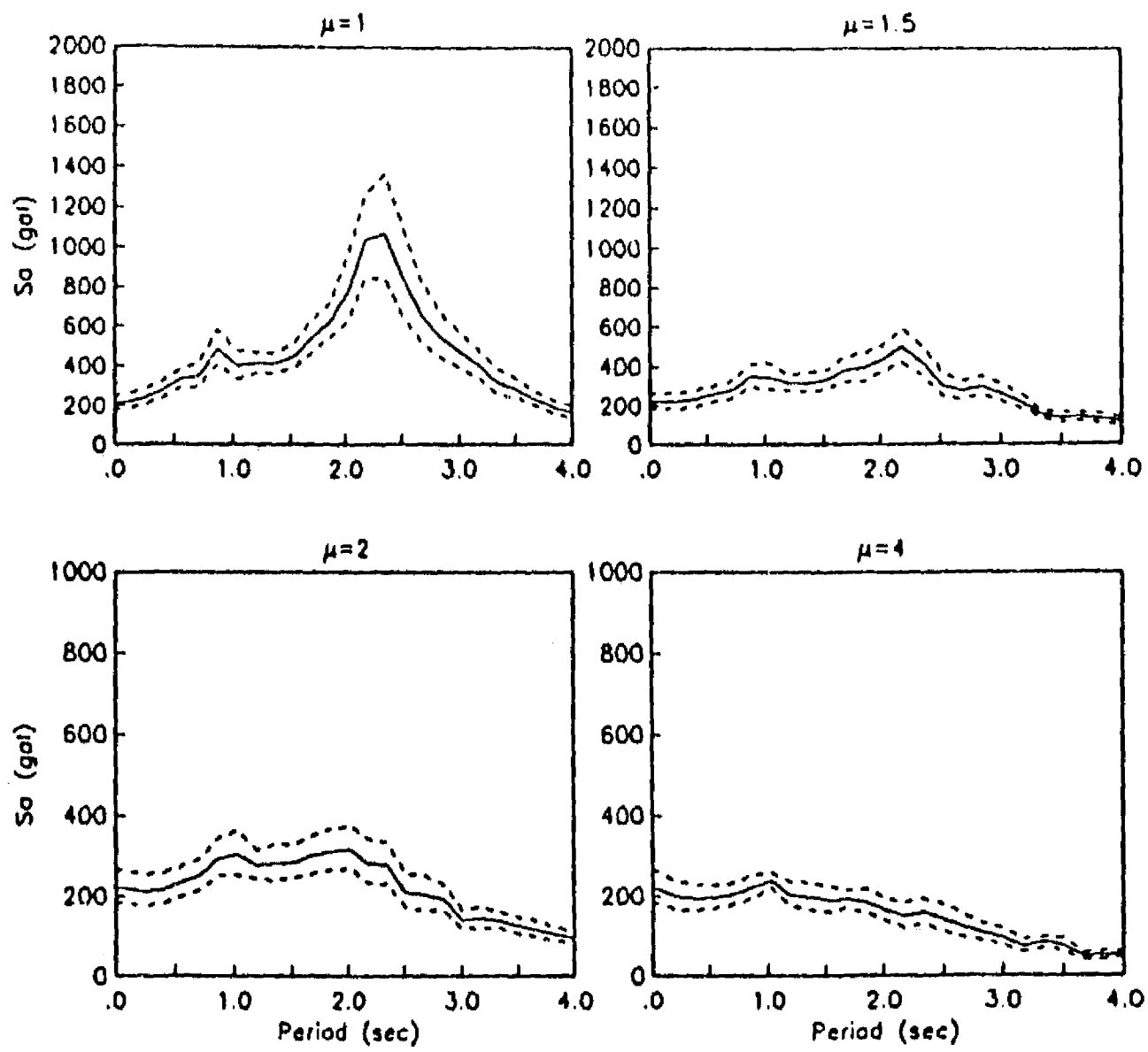


Fig 16. Final response spectra associated with percentiles 50 (solid line), 16 (lower dotted line) and 84 (upper dotted line), for several ductility demands,  $\mu$ , obtained combining estimates from the three techniques.

**APÉNDICE 6**

# A STUDY OF NONLINEAR SOIL RESPONSE IN THE VALLEY OF MEXICO

M. ORDAZ

*Institute of Engineering, National Autonomous University of Mexico,  
and National Center for Disaster Prevention*

AND

E. FACCIOLI

*Department of Structural Engineering, Technical University (Politecnico)  
of Milan, Italy.*

## SUMMARY

It is well known that seismic waves at the lake-bed zone of Mexico City are dramatically amplified, and that the soft clays in this region exhibit an unusually large elastic range. New field and laboratory data show that clays at certain areas within the Valley of Mexico have lower elastic thresholds and, hence, nonlinear soil behavior would be more likely to take place. In this paper, we analyze geotechnical and strong-motion data to model, using a one-dimensional approach, the nonlinear soil response at two sites in Mexico City during the September 19, 1985 ( $M_s=8.1$ ) Michoacán earthquake. Results suggest that linear viscoelastic behavior must be assumed for the examined area, even for motions of the size of those recorded during the 1985 Michoacán event although, as far as it is presently known, the clays from this area show the greatest modulus degradation among the Mexico City clays. We also find that, although linear 1D propagation analyses continue to appear as a suitable engineering option in computing expected ground motions at soft sites for the Valley of Mexico, caution is warranted when selecting input motions, since, as shown in this paper, large differences can exist depending on where one assumes outcrop motions are recorded.

## INTRODUCTION

Among the causes of the extreme seismic amplification occurring in the soft clay deposits of the Mexico City area is the unusually wide range of linear response exhibited by these soils under cyclic loading. Linearity is strongly supported by spectral analysis of the great Michoacán earthquake of 19.05.85 and of its strong aftershock of 21.05.85<sup>1</sup>. This is consistent with the results of cyclic laboratory tests which show that a reduction of only 10 to 20 % occurs in the small-strain shear modulus,  $G_{max}$ , for strain amplitudes as large as 0.1 percent<sup>2,3</sup>. The difference with respect to typical clays, which exhibit a much larger modulus decrease, was pointed out perhaps for the first time by one of the authors<sup>4</sup>, and investigated in detail recently<sup>2,5</sup>. Furthermore, intrinsic dissipation is also quite small, with values of the internal damping coefficient,  $D$ , as low as 0.03-0.06 for shear strains of nearly 0.1 percent<sup>5</sup>.

These properties combine most unfavorably with the strong surficial contrast of shear-wave velocity in the so-called lake zone (LZ) of the Valley of Mexico, to generate catastrophic resonance phenomena when the frequency content of the excitation matches the predominant frequency of the deposit, as in 1985 for some places within the Valley.

However, recent field and laboratory data reveal some differences in dynamic properties between the clays of Lake Texcoco, *i.e.* of the part of the Valley of Mexico where the central and eastern sectors of the metropolitan area are located (Fig 1), and those of Lake Xochimilco-Chalco in the southernmost part of the Valley<sup>3</sup>. Although the latter is still sparsely populated and contains no important construction, it is undergoing a fast development, as it already has happened with other suburbs of the city. The Xochimilco-Chalco clays (but probably also the clays of specific layers found elsewhere in the Valley) exhibit smaller values of plasticity index,  $PI$ , and this is now recognized as the main factor controlling the elastic threshold strain and the rate of modulus decrease with increasing strains for normally consolidated clays under cyclic loading<sup>5</sup>. Larger nonlinearity of soil response corresponds to smaller  $PI$ , and this would give rise to lower ordinates and larger dominant periods in the elastic response spectra for strong earthquakes. Therefore,

the spatial distribution of the plasticity index of the clays (or the water content, closely correlated to it) should have some influence in the microzonation of the Valley of Mexico.

Two strong motion stations, TLD and TLB, recorded the accelerations of the 1985 main shock in the Xochimilco-Chalco area, yielding smaller peak values and, at a period of 2 s, spectral ordinates less than half of those at the well known SCT station (Fig 1). Such data, and those of a smaller event recorded in 1989 by many stations within the Valley, jointly with the improved information on the dynamic properties of the clay, provided the leading motivation for the analysis of the influence of nonlinear soil response in the Valley of Mexico illustrated in this paper.

#### GENERAL APPROACH

Previous studies, carried out before and after 1985, show that one-dimensional models (1D) correctly predict some essential features of soil response in the LZ, such as the natural period of vibration, the response spectrum and, perhaps, the earlier portion of time histories<sup>6</sup>. However they fail to predict the significant duration of shaking and the character of the coda<sup>7</sup>. Herein, we assume that soil response within a moderately nonlinear range can also be studied by 1D models, at least as a first approximation. Truly nonlinear 2D analysis, *e. g.* by finite elements, face formidable difficulties by way of computation and of modelling the spatial variation of soil properties, even for limited portions of the LZ.

We selected as a tool of analysis the method of integration along the characteristics<sup>8</sup>, implemented in the computer program CHARSOIL<sup>9</sup>. This has been previously evaluated and shown to provide an efficient numerical means to compute truly nonlinear response of layered soil deposits in the time domain. As an improvement of the original version of the computational model, which has a rigid base, we introduced radiation damping through a massless dashpot having a constant equal to the square root of the seismic impedance of the underlying half-space.

Earlier work on nonlinear response of Mexico City clays was carried out by one of the writers<sup>4</sup> in the context of equivalent linearization approaches in the frequency domain, using a Ramberg-Osgood (R-O) soil description, which is also used by CHARSOIL. This earlier approach was consistent with the quality of the data available 15 years ago. The progress occurred since 1985, discussed in the Introduction, appears to justify more refined nonlinear analyses in the time domain, such as those reported herein.

We believe that realistic predictions of the soil nonlinear effects can be attained provided the following two conditions are satisfied. Firstly, the experimental observations showing the relation between index soil properties (such as the plasticity index, PI) and the extent of nonlinearity must be well reproduced by the soil model. Secondly, the input motions must be representative of the real motion experimented by the consolidated materials at the base of the clay deposits. The latter condition is especially relevant in view of the high sensitivity of the soil response in the nonlinear range to the details of the incident wave forms, and it may be hard to fulfill because of 2D amplification effects occurring in the deeper deposits of the Valley of Mexico<sup>10</sup>.

## SOIL DESCRIPTION

### Constitutive model under cyclic loading

A careful analysis by Romo et al<sup>3</sup> of both previous and new data from resonant column and cyclic triaxial tests on clay samples extracted from different LZ sites shows very clearly the strong influence of PI on the shape of the shear modulus vs strain curves. The data points by Romo et al. are depicted in Fig 2a and by referring also to Fig 1, one notes that the Xochimilco-Chalco clays are significantly less plastic, and hence less linear, than those of the central and eastern parts of the Valley. The surficial silty clay layers, up to 13 meters thick<sup>11</sup> and found in many sites within the Valley, are even more nonlinear, as shown in Fig 2. The variation of  $L$  as a function of PI is not as well defined as for the shear modulus, but there is an evident trend of decreasing damping values with increasing PI values (Fig 3).

At first sight, the previous data suggest that for earthquakes capable of generating soil strains of 0.1 percent, the response spectra in Xochimilco-Chalco (and possibly also in other areas not investigated yet) might differ appreciably from those expected at other well studied sites such as SCT and CAO, where nonlinear effects in 1985 were shown to be small.

Data of Fig 2a were fitted by a R-O model, where  $G$  depends on the shear strain amplitude,  $\gamma$ , through the relation

$$\frac{G(\gamma)}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \alpha \left| \frac{G \gamma}{G_{\max} \gamma_r} \right|^{r-1}} \quad (1)$$

in which  $\alpha$  and  $r$  are shape constants of the model, and  $\gamma_r$  = reference strain, taken equal to 0.001. To fit the data, given a value of  $r$ , the optimum value of  $\alpha$  in the least squares sense was obtained first, and the procedure was repeated for different values of  $r$  until the minimum standard error was reached. The parameters thus obtained are shown in Fig 2, with the associated  $G/G_{\max}$  curves. The variation of  $D$  vs  $\gamma$ , where  $D$  is computed according to Masing's rule<sup>12</sup>, is illustrated in Fig 3. and it can be seen to be generally consistent with the data.

#### Reference soil profiles

The soil profiles chosen for seismic response calculations were subdivided into two groups. The first one includes the hard ground sites of accelerograph stations TAC (Tacubaya Observatory) and II (Instituto de Ingeniería, Ciudad Universitaria), where earthquake motions recorded at the surface are reduced by deconvolution to a depth where the consolidated materials attain an S-wave velocity,  $v_s$ , of about 700 m/s. To the second group belong the profiles used in upward propagation analyses, i.e. from the deeper sediments to the surface. As an input to such analyses we took either the accelerograms computed by deconvolution, or motions recorded on a volcanic rock outcrop at station 18, located on Cerro de la Estrella (see Fig 1).

Station TAC, in the western part of the city ("lomas"), recorded both the 1985 earthquake and the 25.4.1989, M<sub>s</sub> 6.9 Guerrero earthquake, which was likewise recorded by tens of other digital stations throughout the Valley<sup>13,14,15</sup>. To represent the soil conditions at TAC, where no specific data are available, we chose the  $v_s$  profile measured at site P14, also located in the "lomas" zone about 1 km south of TAC and recently investigated for the installation of a new accelerometer array under a Mexico-Japan technical cooperation program. At site P14, a  $v_s$  value of about 700 m/s is attained at 60 m depth (Fig 4), and the velocity remains constant thereafter.

For station II,  $v_s$  measurements to a depth of 60 m are available<sup>2</sup> and also shown in Fig 4; here  $v_s$  values exceeding 700 m/s are attained between 15.5 and 17.5 m, but they oscillate around a mean value of 550 m/s at greater depths. Station II has recorded seismic motions on hard ground during most of the earthquakes affecting Mexico City since 1965, thus providing a convenient reference site for amplification studies<sup>4,16,17</sup> and for the scaling of peak values<sup>18,19</sup>. However, both numerical analysis and the 1985 data show that II amplifies the motion in a 0.3 to 0.7 Hz frequency band with respect to TAC, possibly due to 2D amplification effects in the deeper sediments<sup>10</sup>.

The profiles used for the upward analyses include sites P12, TLD and TLB (see Fig 1 for their locations). The first one, representative of the "pre-consolidated" LZ, is located in the 1985 heavy damage area, and has the properties shown in Fig 4. Site P12 was investigated in the same program as P14, and is especially interesting because the values of  $v_s$  were measured to a depth of 200 m. The clay materials at this site are assumed to have very high PI values. Because of the location and general geotechnical characteristics, we associated with P12 the 1989 earthquake motion recorded at station 56 (see Fig 1).

Station TLD is located in the Xochimilco-Chalco area, which is characterized by the presence of very thick clay layers reaching, at some sites, depths of more than 100 m. Fig 5a shows the S-wave velocity profile, as well as the PI values obtained from measured water contents using an empirical correlation<sup>3</sup>. We present also the simplified profile used in modelling the nonlinear



behavior, and parameters  $\alpha$  and  $r$  of the R-O model for each layer. We used different values of  $\alpha$  and  $r$  depending on the assumed PI of the layer, as shown in Fig 2.

Station TLB, also located in the Xochimilco-Chalco area, is underlain by a low-velocity ( $\cong 100$  m/s or less) layer for the first 70 m, and a shear velocity of 700 m/s is reached at about 90 m depth. The velocity profile is shown in Fig 5b with the measurements of liquid limit, the inferred values of the plasticity index, and the values of  $\alpha$  and  $r$ , as functions of depth, assumed for the nonlinear analysis. TLB is of particular relevance since it is the only station under study that recorded both the 1985 Michoacán earthquake and the 1989 Guerrero earthquake.

Due to the method employed in modelling the wave propagation, the computer program CHARSOIL redefines the stratigraphic profile given by the user. Figures 5a and 5b show also the modified S-wave velocity profile. The differences are minor and, as will be shown later, have small influence in the results.

#### INPUT MOTION

As stated in the Introduction, one of the conditions to compute realistic nonlinear response of soil deposits is to have a realistic representation of the motion experimented by the hard deposits underlying the soft layers. The Valley of Mexico presents a rather complex structure both in the vertical direction and in plan. It has been suggested that the edges of the Valley (and also some topographical accidents inside it, as the Cerro de La Estrella) are extremely efficient surface waves generators. These interactions result in very complex wave patterns and it seems difficult to identify the free-field outcrop motion, even at hard rock sites.

If we assume that at least the first portion of significant ground motion is controlled by 1D vertical shear wave propagation, the elastic deconvolution of recorded surface motion should give us a partial representation of the excitation. Fig 6 shows the results of deconvolution of the 1989 earthquake

records at stations TAC and II, compared with the recorded signal at station 18 on the volcanic rock of Cerro de la Estrella. Although the record at station 18 shows lower peak acceleration than the TAC deconvolved signal, the differences are relatively small and the waveforms are similar between about 8 sec and 20 sec. In the same interval, the II deconvolved motion exhibits a dominant period of about 2 sec, not seen in the other seismograms. This suggests that the II site is possibly affected by resonance occurring in the deeper sediments and causing a slight amplification with respect to other hard sites such as TAC.

To investigate the validity of the computed signals as input motions, we calculated the elastic response of site P12 to the deconvolved TAC signal, since this station is the closest hard site for which there are recordings available. The result is depicted in Fig 7, where it is compared with the first portion of the accelerogram recorded at station 56 during the same earthquake (recall that site P12 has been assumed to be representative of the stratigraphy at site 56). Note that the peak ground acceleration is underestimated by about 15%, but the character of both waveforms is very similar for the first 20 s. For larger times, the recording shows low frequency oscillations that are not present in the computed signal. This can probably be attributed to effects caused by lateral heterogeneity, which, of course, cannot be reproduced by the 1D approach adopted in this study.

Since it is very likely that the soil behaved linearly during the 1989 earthquake, previous results give some confidence in the criteria employed to select input ground motions, and show that, at least for the southern part of the Valley of Mexico, it seems possible to find a consistent description of the motion experienced by the deep deposits. However, in choosing a reasonable earthquake input, greater weight should be given to outcrop recordings -specially if they are close to the area of study- in comparison with computed signals, in view of the unavoidable use of soil response models in the calculations.

## RESULTS

### 25/4/89 data

In order to find the most suitable base motion for the inelastic calculations, the three signals shown in Fig 6 were separately input to compute the elastic soil response at site TLB, with the soil properties of Fig 5b. Results, in terms of response spectra for both NS and EW components, are depicted in Fig 8, where they are compared with the corresponding observed spectra. It can be noted that the EW spectrum is consistently underestimated regardless of the input motion used. For the NS component, a satisfactory match is obtained with the deconvolved II recording, while both deconvolved TAC and Station 18 recordings underestimate the observed spectrum. Some reasons of the mismatch between observed and computed response spectra have already been mentioned: (a) errors in the prescription of the input wave-field; (b) inapplicability of 1D analysis to model the more efficient generation of surface waves in the EW direction, probably due to an azimuth dependence.

We selected the deconvolved II record as an input to investigate the effects of soil nonlinearity on the waveforms. Fig 9 shows the elastic response at site TLD, NS component, computed with both the Thomson-Haskell approach<sup>20,21</sup> and CHARSOIL. Differences in the high-frequency content of the computed signals may be attributed to the small amount of viscous damping introduced in CHARSOIL to smooth out numerical noise. However, for practical purposes, both methods give the same response, proving that the modifications in the soil profile required by CHARSOIL do not affect the results. Waveforms resulting from nonlinear calculations are presented in Fig 10, where they are compared with the observed motion at TLB, NS component. Three cases are considered: (1) elastic; (2) unscaled inelastic; and (3) inelastic but with the input motion scaled by a factor of 3. Case 1 -the elastic solution- is in better agreement with the observed motion than inelastic responses of cases 2 and 3. Note that, even at the relatively low strain levels of this example, the effects of nonlinearity appear excessive.

19/9/85 data

The 1985 event was recorded on two hard sites: TAC and II (in fact, it was also recorded on a third one: MAD, located northwest of downtown Mexico City; however, the analog instrument installed at MAD produced a very low quality signal, useless for our purposes). We applied the described deconvolution process to obtain input motions from the surface recordings at II. These motions were used to calculate the inelastic soil response at TLD and TLB in three cases: 1) elastic response; 2) inelastic response with input scaled by a factor of 1; and 3) inelastic response scaled by a factor of 3. Fig 11 shows response spectra associated to the computed signals. They are compared with the response spectra, of the recorded signals. Again, in order to compare shapes of response spectra, those corresponding to the input motion scaled by a factor of 3 were divided by the same factor. The use of the deconvolved II record gives approximately the correct peak spectral ordinate but only for the elastic soil response. Assuming that the deconvolved II record is a reasonable approximation to the true input motion, the reductions due to nonlinearity are excessive, and an elastic soil description clearly appears to be superior.

The NS signals computed using deconvolved II as input are presented in Fig 12, and compared with the recorded accelerograms. The elastic waveforms both at TLD and TLB do not differ very much from the recorded signals; the approximation seems appropriate considering the simplicity of the 1D model. However, the inelastic responses are too small, indicating an incorrect modelling.

In Figs. 13a and b we have plotted the peak shear strains developed in each layer under stations TLD and TLB, respectively, for the above mentioned three cases. These strain profiles do not correspond to a single point in time since maximum strains occur at different instants. However, such instants are separated by only a few tenths of a second. Note that the highest strains tend to concentrate in relatively deep layers with low PI values. Fig 13a shows that peak strains at TLD increase in the same proportion as the scaling factor of the excitation, and that even at the depth of maximum strain, the soil response is essentially linear, albeit with a reduced modulus. For

station TLB (Fig 13b), some high-strain regions develop at greater depths with increasing nonlinearity of the soil, but for Case 3 strain, again, concentrates at a depth of about 10 m. These observations could be significant in the verification of piles subjected to prescribed soil deformation in addition to the structural loading at their head.

Fig 2b shows the experimental range of variation of shear modulus for a Xochimilco-Chalco clay with plasticity index of 150. Computations shown above for TLB have been performed using for such clays the upper experimental curve of the shear modulus *versus* strain, *i.e.*,  $r = 2.4$ ,  $\alpha = 0.23$  in the R-O model. These are the parameters associated with the soils that undergo the least amount of shear modulus deterioration; there is no experimental report showing Xochimilco-Chalco clays with  $PI = 150$  that behave more linearly. The influence of a different choice of R-O parameters, still within the experimental range, can be seen in Fig 14, where we compare observed response spectra at TLB, both components, with spectra computed using two different R-O curves for layers with  $PI = 150$ : the upper bound ( $r = 2.4$ ,  $\alpha = 0.23$ ) and the mean value ( $r = 2.22$ ,  $\alpha = 0.75$ ). There is a reduction in the peak spectral value for the NS component of the order of 100%, while for the EW component there are no important changes.

From the foregoing discussion it would appear that only modest, if any, nonlinear soil behavior took place at stations TLD and TLB during the 1985 earthquake. This observation has additional support in Figs 15a and b, where we present for NS and EW components, respectively, the ratios between Fourier amplitude spectra obtained from the recordings of the 1985 and the 1989 earthquakes both at TLB and at II. The spectral ratios are very similar up to frequencies of the order of 0.7 Hz, which means that the soil response at TLB was constant for both earthquakes -at least in this frequency band- regardless of the very different amplitude of the ground motions. This conclusion holds if the soil response at II was linear for both earthquakes, which is a reasonable assumption in view of the amplitude of the recordings at this hill-zone site. On the other hand, it is very unlikely that the same kind of nonlinear behavior took place at both stations in the same frequency band. However, for frequencies greater than 0.7 Hz there is a systematic reduction in the TLB spectral ratios with respect to those obtained at II. We

interpret this as additional evidence of only moderate nonlinear behavior at TLB. Consequently, the spectral ratios of Figs 15a and b primarily reflect source and path differences of the 1985 and the 1989 earthquakes, but no significant differences in soil behavior.

## CONCLUSIONS

We have studied the strong ground motion recorded at two stations in a specific area of the lake zone in the Valley of Mexico, trying to re-examine the importance of nonlinear soil behavior in view of new and more accurate field and laboratory data. Few firm ground sites are found suitable for providing input motions (either recorded or calculated by deconvolution) for the area of interest. Although recordings at firm site II (Ciudad Universitaria) are adequate to reproduce important characteristics of the observed accelerograms at sites TLD and TLB for the 1985 earthquake, for the 1989 earthquake the use of II motions leads to a severe underestimation of the EW response spectrum at TLB. Site II must be used because it is apparently the only one which incorporates 2D or 3D amplification effects occurring in the deeper sediments; these are probably present also under Xochimilco-Chalco and their geometry is not known. Station 18 motions, even if closer, are not suitable. This reflects our lack of understanding of the seismic response of real sedimentary valleys at high frequencies, and points to the need of better analytical models, but specially for more complete geotechnical data.

Linear viscoelastic behavior (with little, if any, reduction in  $G_{\max}$ ) must be assumed for the examined Xochimilco-Chalco area, even for motions of the size of those recorded during the 1985 Michoacán event although, as far as it is presently known, the clays from this area show the greatest modulus degradation among the Mexico City clays. Thus, what is concluded for the Xochimilco-Chalco clays in terms of nonlinear behavior should also be valid for other regions within the Valley of Mexico. Results show that accurate *in situ* measurements of  $V_s$  versus depth seem to be more crucial than the changes in dependence of  $G/G_{\max}$  on  $\gamma$  and PI observed in the laboratory (at least in the range  $100 \leq PI \leq 300$ ).

Variations of the clay index properties observed in the laboratory (such as PI) within the Valley do not appear to be significant for microzonation purposes, while regional variations of hard-ground motions at the same scale are much more influential.

Although linear 1D propagation analyses continue to appear as a suitable engineering option in computing expected ground motions at LZ sites for the Valley of Mexico, caution is warranted when selecting input motions, since, as shown in this paper, large differences can exist depending on where one assumes outcrop motions are recorded.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

Authors greatly appreciate comments by F. Sánchez-Sesma and S.K. Singh. Most of the work was done when one of the authors (MO) was guest at the Department of Structural Engineering of the Technical University (Politecnico) of Milan, Italy; support by this Institution is gratefully acknowledged.

#### REFERENCES

1. Singh, S.K., E. Mena, and R. Castro (1988). Some aspects of the source characteristics and the ground motion amplifications in and near Mexico City from the acceleration data of the September, 1985, Michoacan, Mexico earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* 78, 451-477.
2. Jaime, A. (1987). "Características dinámicas de la arcilla del valle de México", Ph.D. Thesis, Faculty of Engineering, National Autonomous University of Mexico.
3. Romo, M.P., A. Jaime, and V. Taboada (1989), Comportamiento cíclico de arcilla normalmente consolidada de la ciudad de México, *Internal Report No 9501, Institute of engineering, UNAM, Mexico.*
4. Faccioli, E. (1977). A stochastic approach to soil amplification, *Bull. Seism. Soc. Am.* 66, 1277-1291.

5. Dobry, R. and M. Vucetic (1987). State-of-the Art Report: Dynamic properties and response of soft clay deposits, *Proceedings Int. Symposium on Geotechnical Eng. of Soft Soils*, Mexico City, Vol 2, 51-87.
6. Seed, H.B., M.P. Romo, J.I. Sun, A. Jaime, and J. Lysmer (1988), Relationships between soil conditions and earthquake ground motions, *Earthquake Spectra*, 4, 687-729.
7. Sánchez-Sesma, F.J, S. Chávez-Pérez, M. Suárez, M.A. Bravo, and L.E. Pérez-Rocha (1988), On the seismic response of the Valley of Mexico, *Earthquake Spectra* 4, 569-590.
8. Streeter, V.L., E.B. Wylie, and F.E. Richart (1974a). CHARSOIL. Characteristics method applied to soils, a computer program distributed by NISEE/Computer Applications.
9. Streeter, V.L., E.B. Wylie, and F.E. Richart (1974b). Soil motion computations by characteristics method, *Proc. ASCE, Jour. Geotechnical Eng. Div.*, 100(GT3), 247-263.
10. Bard, P.-Y., M. Campillo, F.J. Chávez-García, and F.J. Sánchez-Sesma (1988), A theoretical investigation of large- and small-scale amplification effects in the Mexico City Valley, *Earthquake Spectra*, 4, 609-624.
11. Mazari, M., R.J. Marsal and J. Alberro (1985). Los asentamientos humanos del Templo Mayor analizados por la mecánica de suelos, *Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Instituto de Ingeniería e Instituto de Investigaciones Históricas, UNAM, México.*
12. Ishihara, K. (1986). Evaluation of soil properties for use in earthquake response analysis, in *Geomechanical Modelling in Engineering Practice*, R. Dungar and J.A. Studer, editors, A.A. Balkema, Rotterdam, 241-275.
13. Mena, E., D. Almora, L. Alcántara, S.K. Singh, R. Quaas, O. Domínguez, G. Castro, D. Belmont, J.M. Velasco, and M. Torres (1989), Sismo del 25 de abril de 1989, *Report IPS-12-A, Institute of Engineering, UNAM, Mexico.*
14. Contreras, O., G. Ibarrola, and B. Frontana (1989), Sismo del 25 de abril de 1989. Acelerogramas captados en la ciudad de México, *Report RA-DF-4, Fundación Javier Barros Sierra, Mexico.*
15. FICA (1989). El sismo del 25 de abril de 1989 en las costas de Guerrero. Registros en estaciones acelerográficas de la Fundación ICA, *Report FICA 3-2, Fundación ICA, Mexico.*



16. Singh, S.K., J. Lermo, T. Domínguez, M. Ordaz, J.M. Espinosa, E. Mena, and R. Quaas (1988). A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site (CU), *Earthquake Spectra* 4, 653-673.
17. Ordaz, M., S.K. Singh, E. Reinoso, J. Lermo, J.M. Espinosa, and T. Domínguez (1988). Estimation of response spectra in the lake bed zone of the Valley of Mexico, *Earthquake Spectra* 4, 815-834.
18. Singh, S.K., E. Mena, R. Castro and C. Carmona (1987). Empirical prediction of ground motion in Mexico City from coastal earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* 77, 1862-1867.
19. Castro, R., S.K. Singh, and E. Mena (1988), An empirical model to predict Fourier amplitude spectra of horizontal ground motion, *Earthquake Spectra* 4, 675-686.
20. Thomson, W.T. (1950). Transmission of elastic waves through a stratified soil, *Jour. Applied Physics* 21, 89-93.
21. Haskell, N.A. (1962). Crustal reflection of plane P and SV waves, *Jour. Geophys. Res.* 67, 4751-4767.

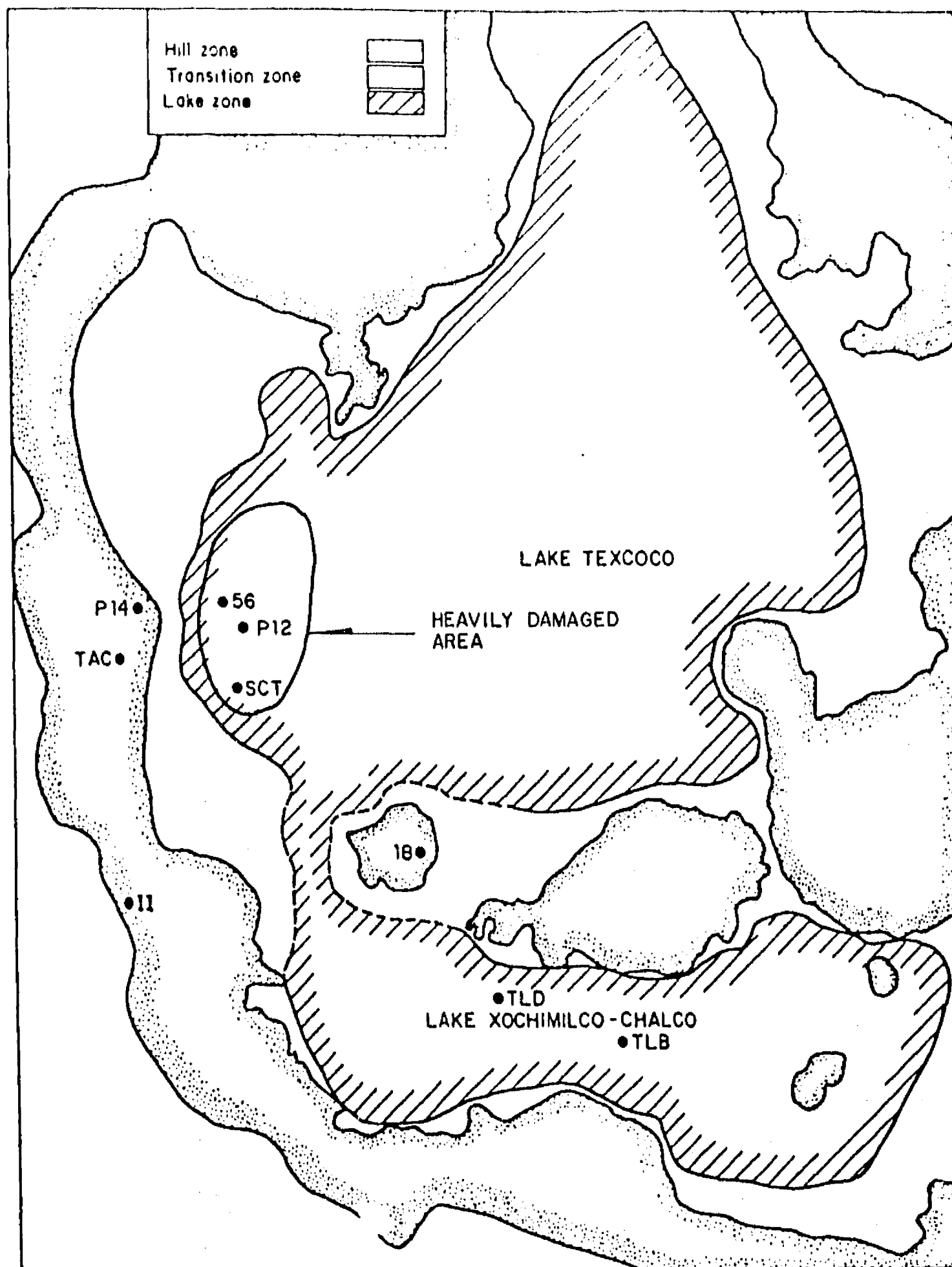


Figure 1. Map of the Valley of Mexico showing the three zones in which it is divided for earthquake hazard purposes. The two different basins (Texcoco and Xochimilco-Chalco) are clearly distinguished. Solid dots denote locations of recording stations and sites used in this paper. Station 18 is on top of Cerro de la Estrella.

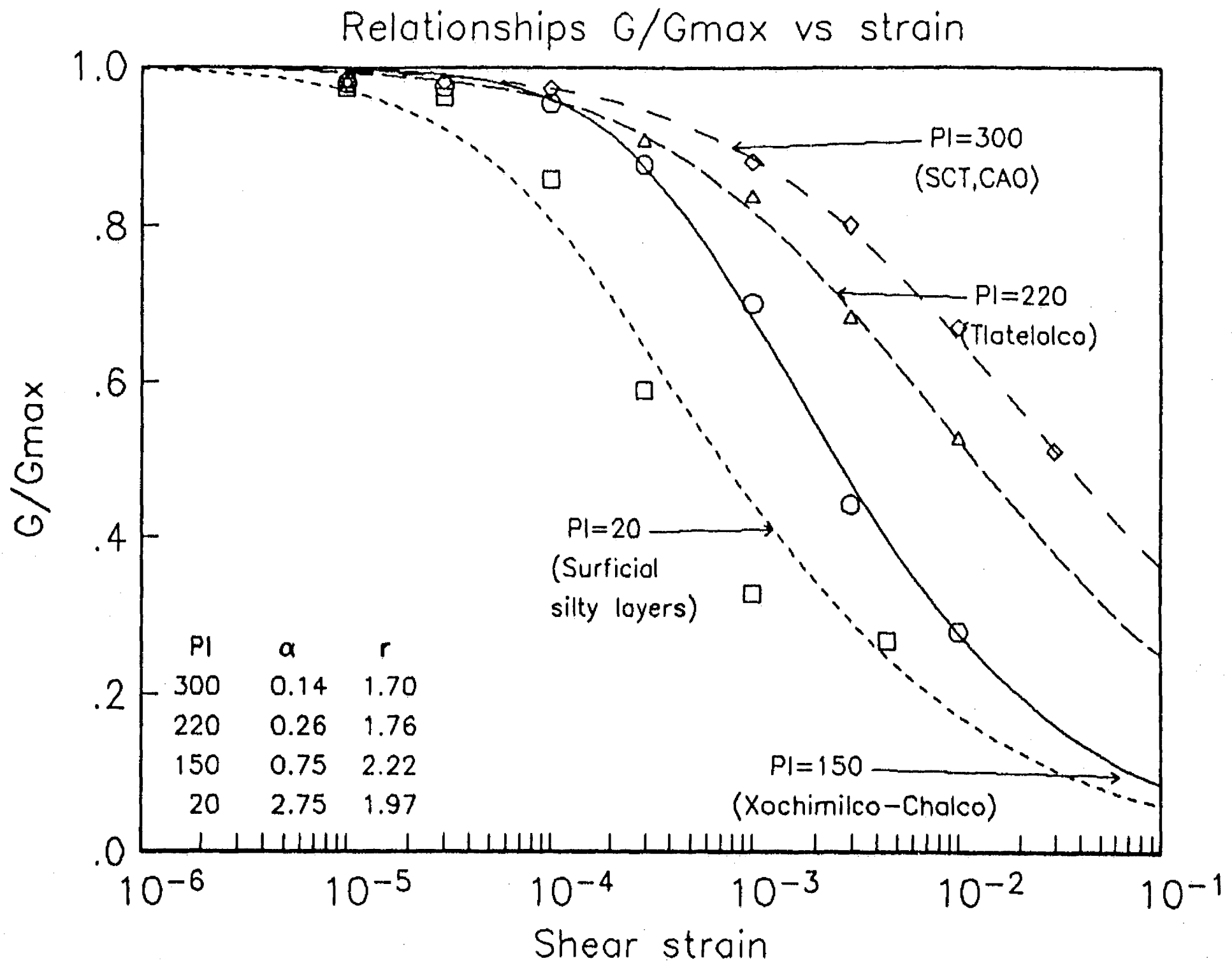


Figure 2a. Relationships  $G/G_{max}$  vs shear strain for the clays of the lake zone used in this study. Names in brackets are the locations where each kind of material is commonly found. Parameters  $\alpha$  and  $r$  of the Ramberg-Osgood model associated with each curve are given in the lower left corner. The symbols denote experimental data.

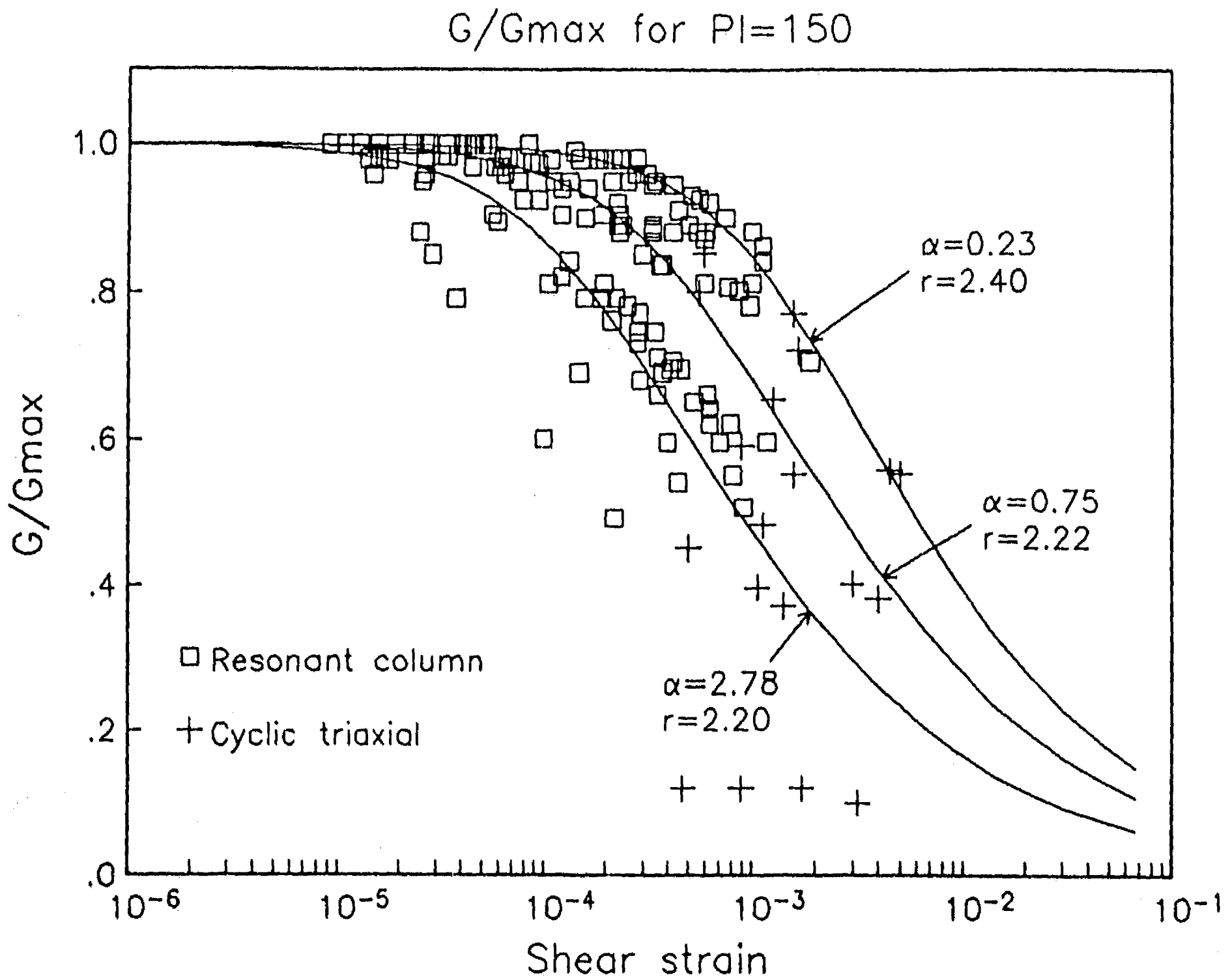


Figure 2b. Experimental range of variation of  $G/G_{max}$  versus shear strain curves for Xochimilco-Chalco clays with  $PI = 150$ . Symbols denote actual experimental data. Three curves (upper bound, mean, and lower bound) are given with their corresponding R-O parameters (after Jaime, 1987)

### Relationships Damping D vs strain

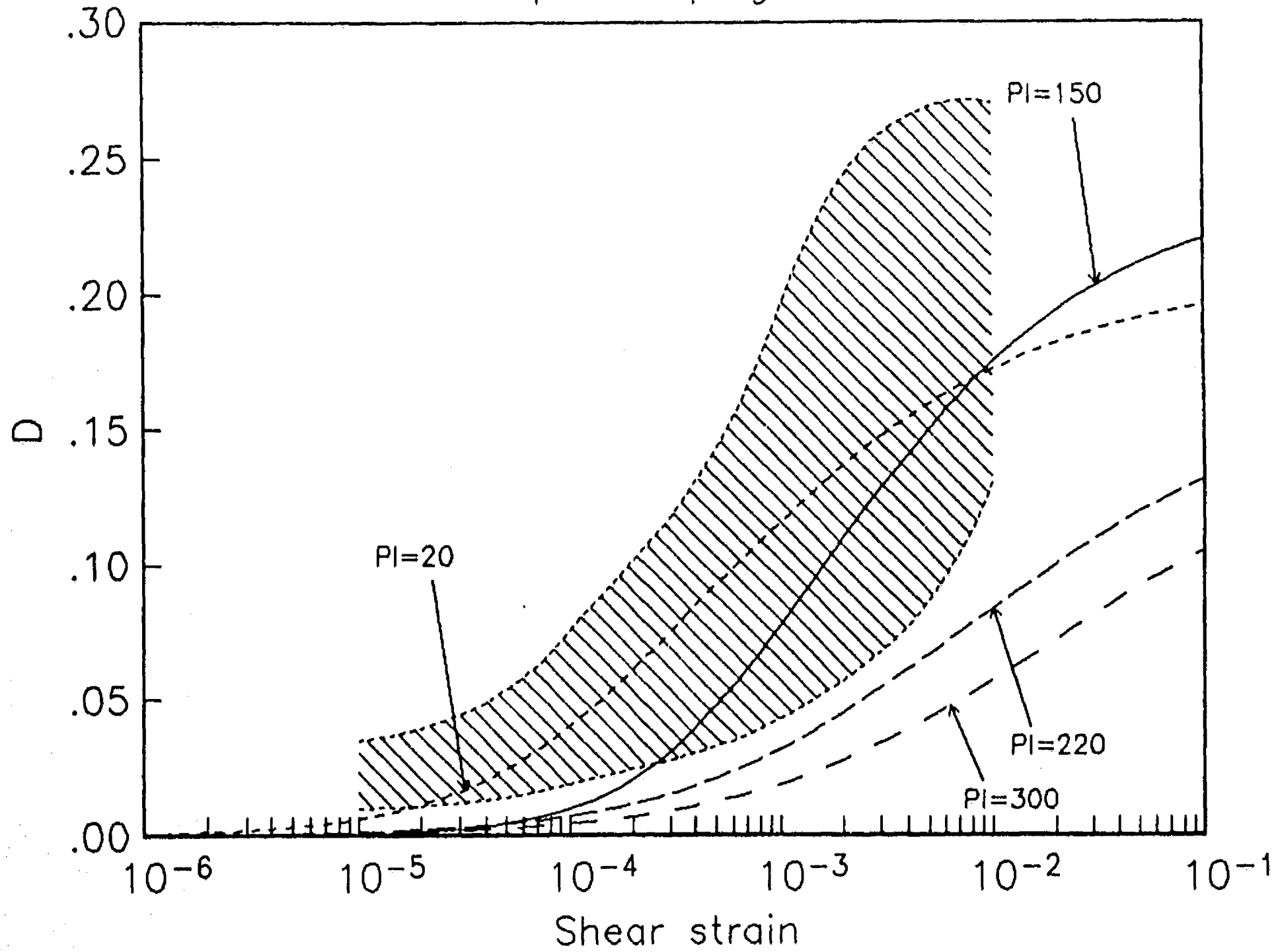


Figure 3. Dependence of damping coefficient,  $D$ , on strain, derived from the  $G/G_{max}$  curves of Fig 2a applying Masing's rule. Shaded area depicts the typical range of values reported by Dobry and Vucetic (1987).

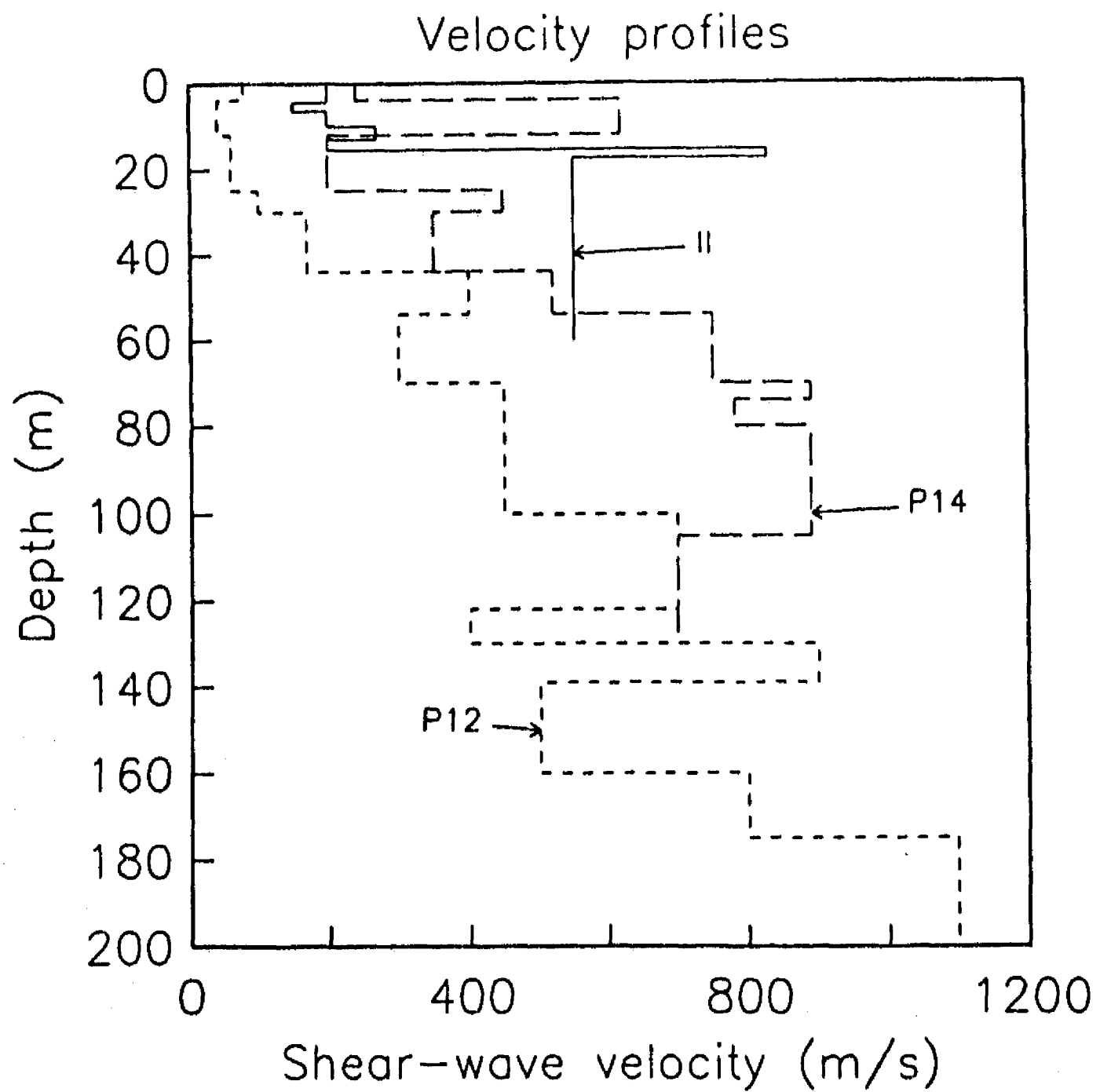


Figure 4. Measured shear-wave velocity profiles at some of the sites used in this study. II denotes the Instituto de Ingeniería, UNAM site; sites P14 and P12 are assumed representative of the accelerograph sites TAC and 56, respectively (see Fig. 1).

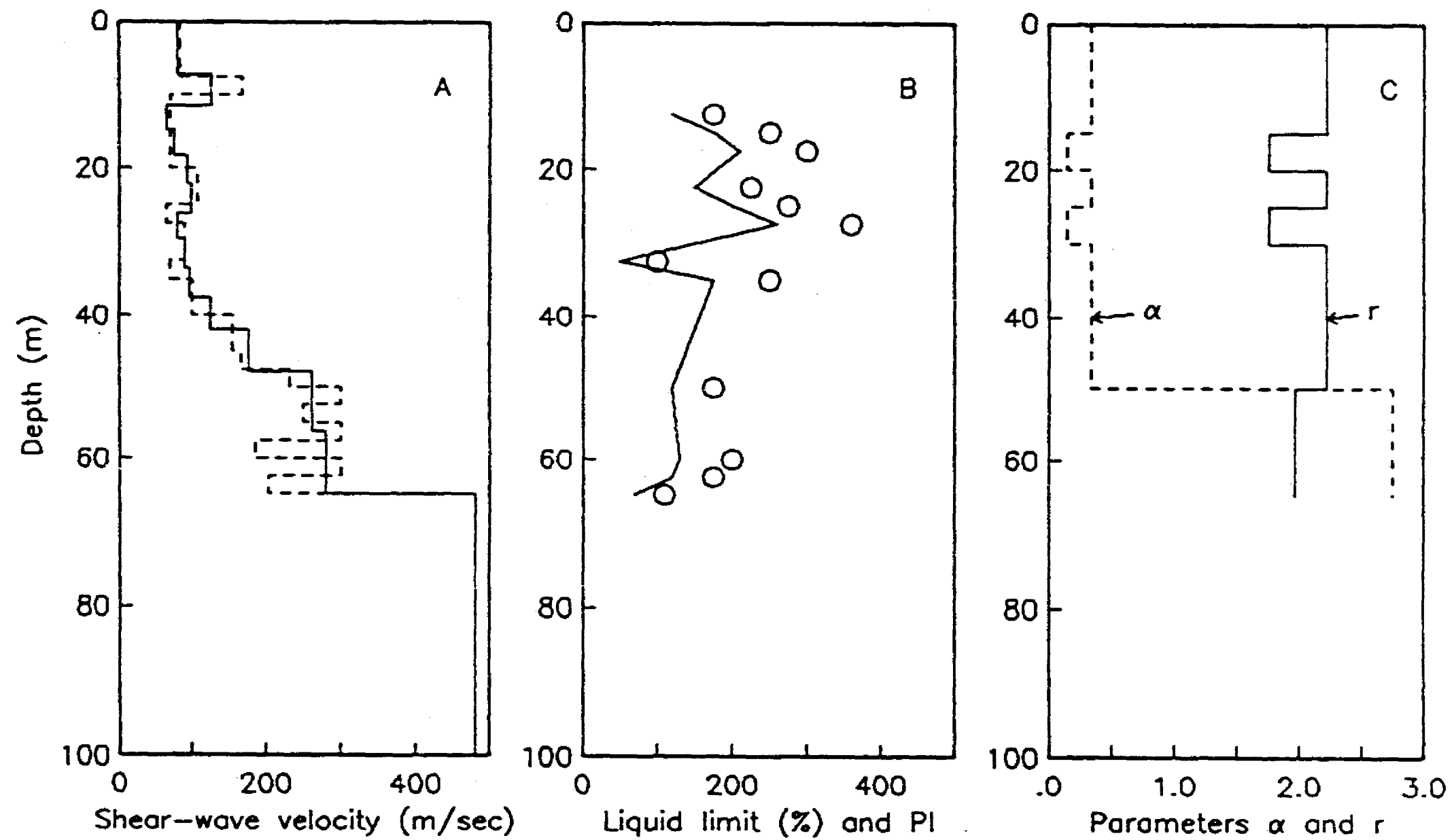


Figure 5a. Soil characteristics used to describe site TLD. A) Dotted line: shear-wave velocity profile reported by Jaime (1987); continuous line: velocity profile used in calculations (includes CHARSOIL adjustments). B) Open circles: measured values of liquid limit (LL) reported by Jaime (1987); continuous line: values of PI estimated from LL by the correlation of Romo et al. (1988). C) Parameters  $\alpha$  and  $r$  of the R-O model for each layer; the reference strain was taken equal to 0.001.

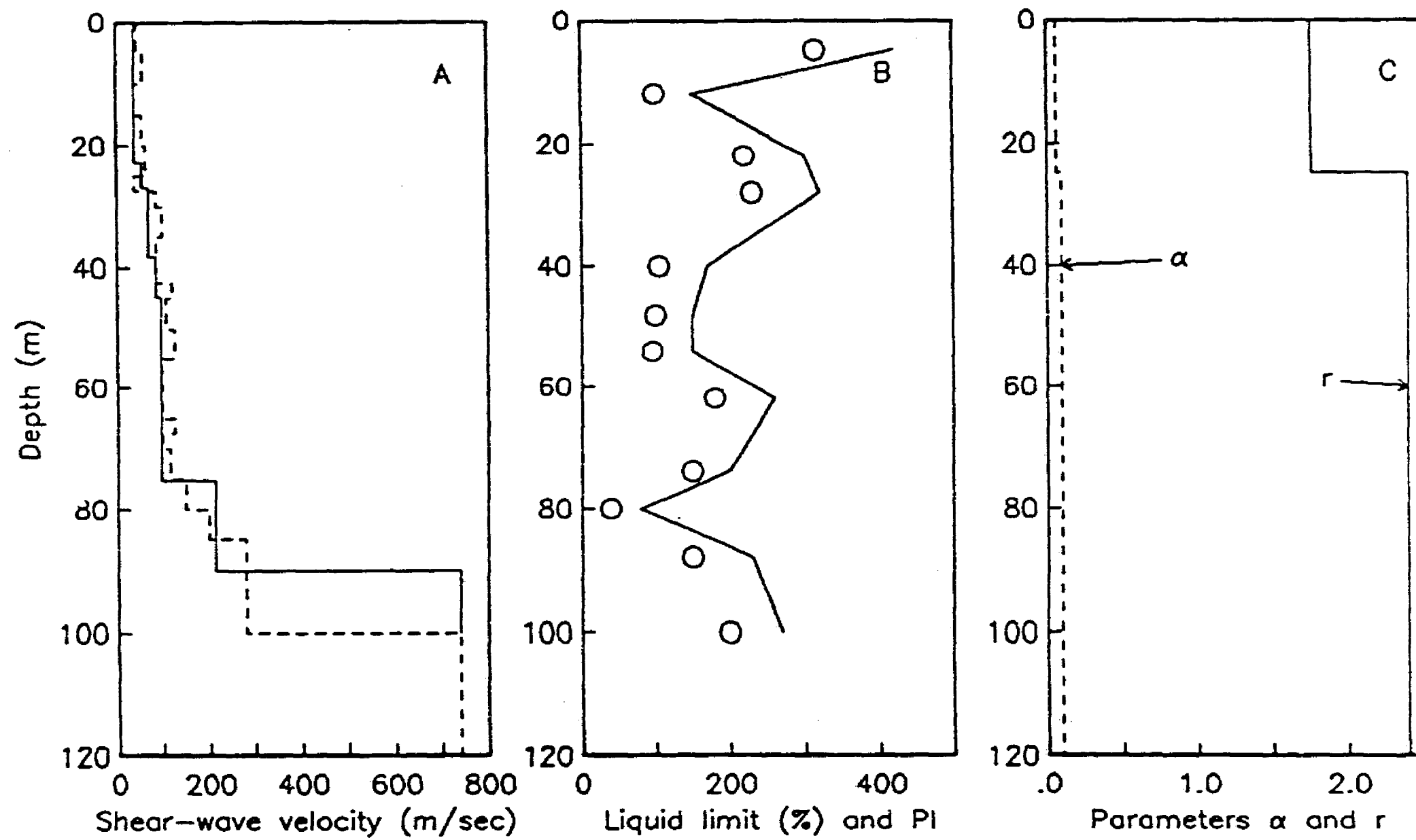


Figure 5b. Same as Fig 5a, but for TLB site. The velocity profile is from Jaime (1987).



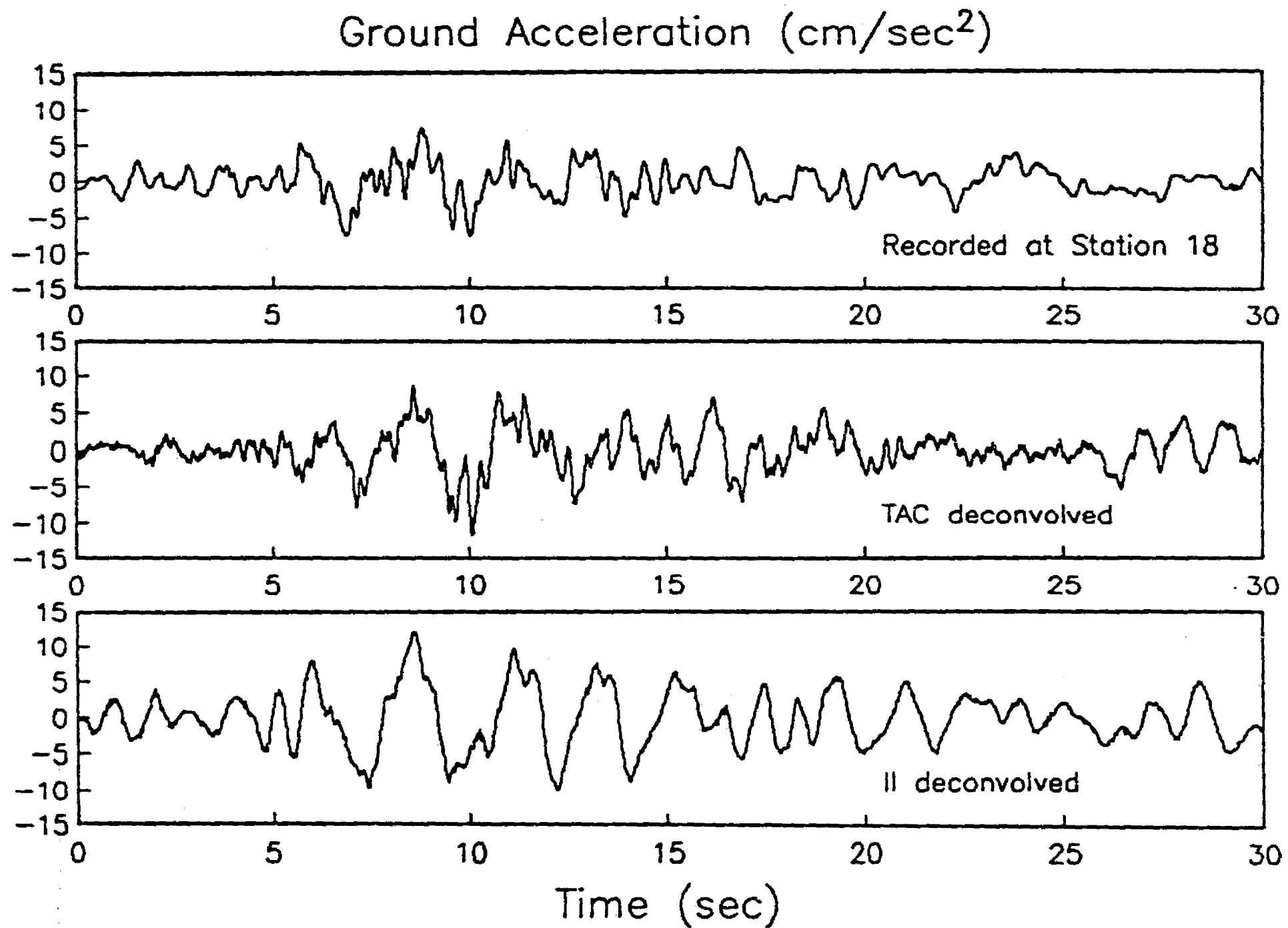


Figure 6. Input motions for the 25/4/89 event. The three signals correspond to the NS component. Note the similarity of the waveforms, especially at station 18 and TAC.

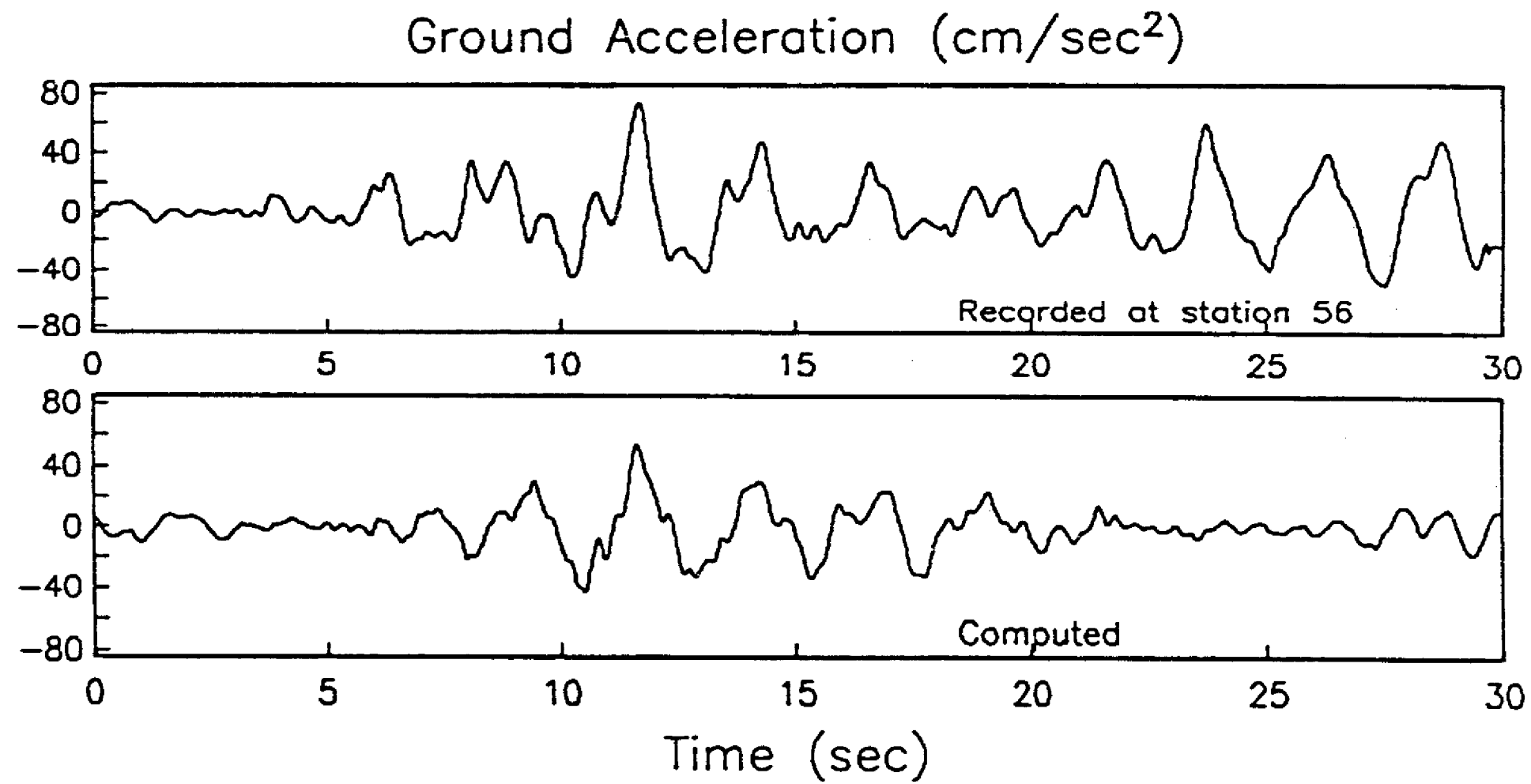


Figure 7. Recorded signal at station 56 during the 25/4/89 event and accelerogram computed using TAC deconvolved as input motion and the velocity profile of site P12, assumed representative of the stratigraphy at site 56 (see Fig. 1).

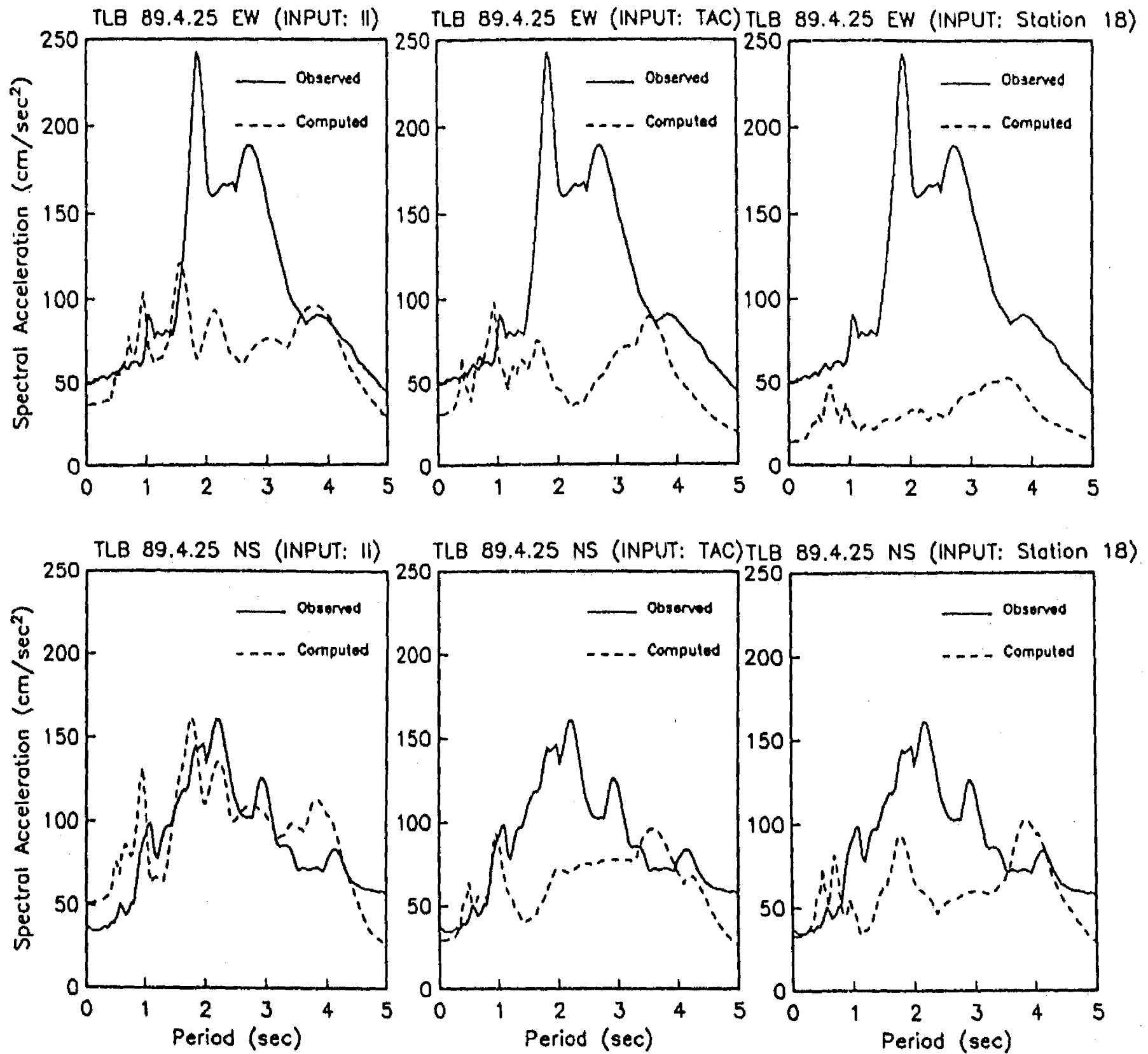


Figure 8. Response spectra (pseudoaccelerations, 5% of critical damping) at station TLB, 25/4/89 earthquake. Solid line: observed. Dotted line: computed (linear soil behavior) for the input motion and component that is indicated in each case.

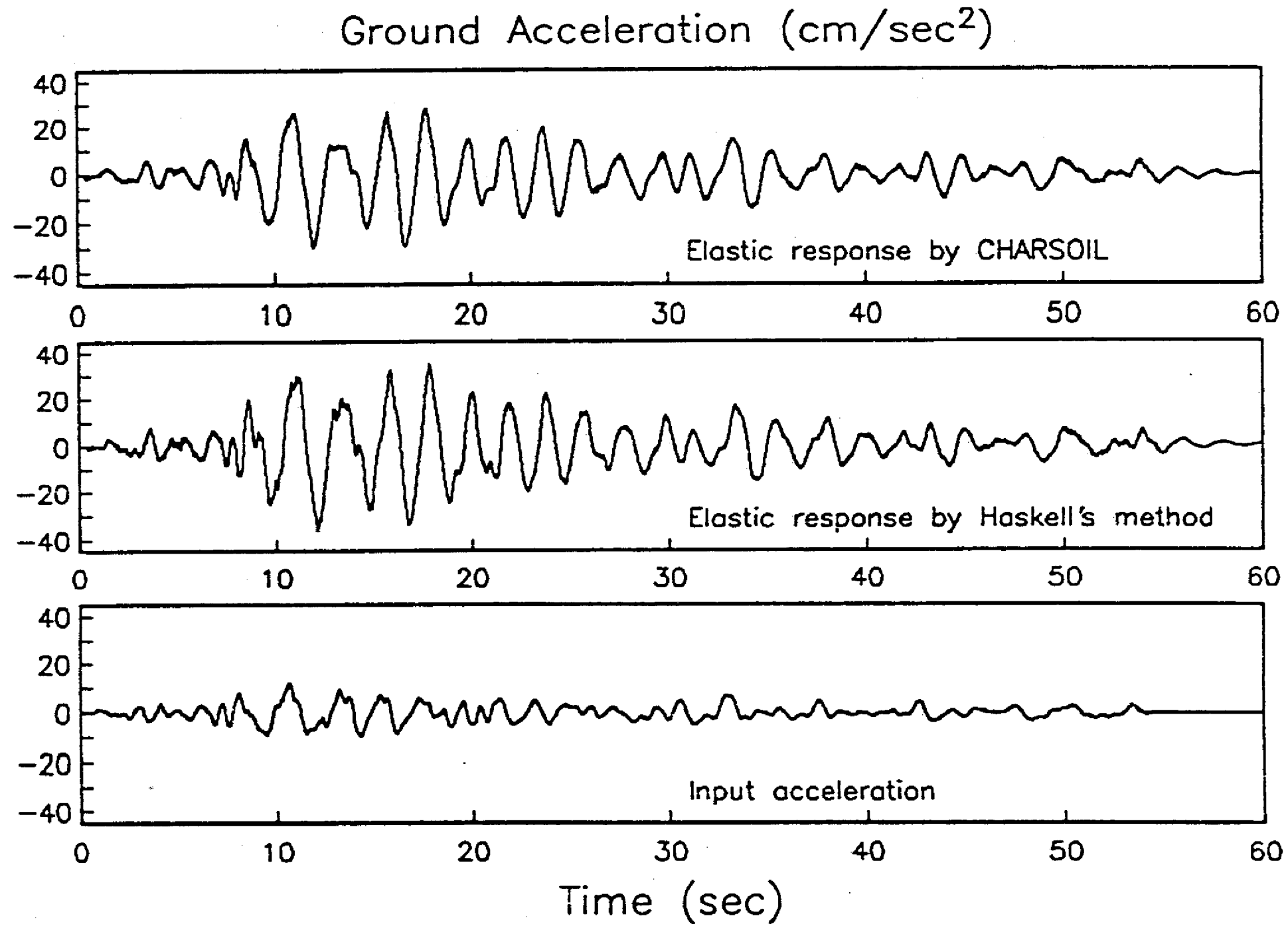


Figure 9. Elastic response of soil at site TLD (NS component, 25/4/89 earthquake) computed both with Thomson-Haskell approach and CHARSOIL. The input acceleration is also presented for comparison.

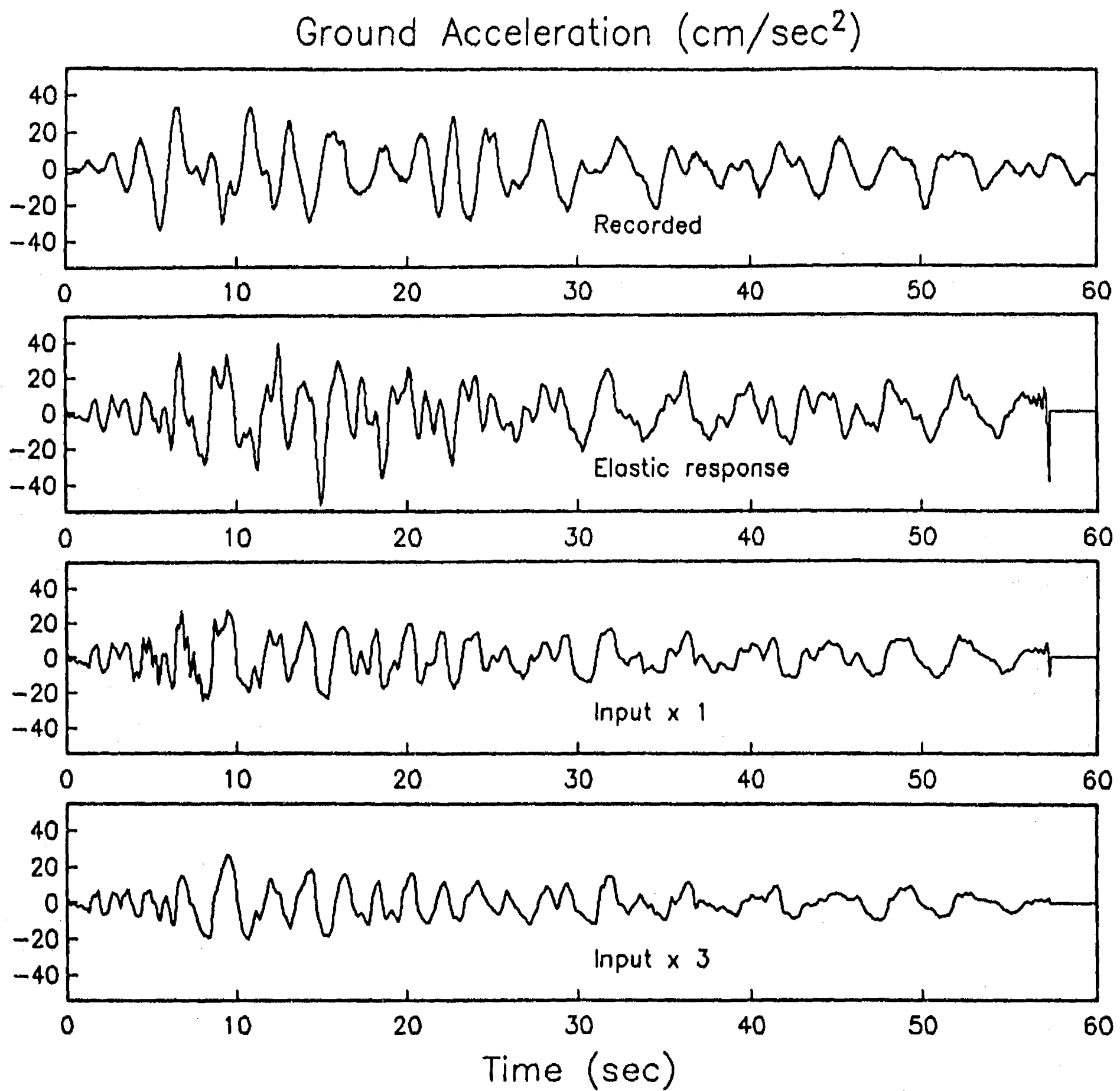


Figure 10. Computed accelerograms at TLB (NS component, 25/4/89 earthquake) when the deconvolved II recording is used as input. See text for a description of the three different cases presented.

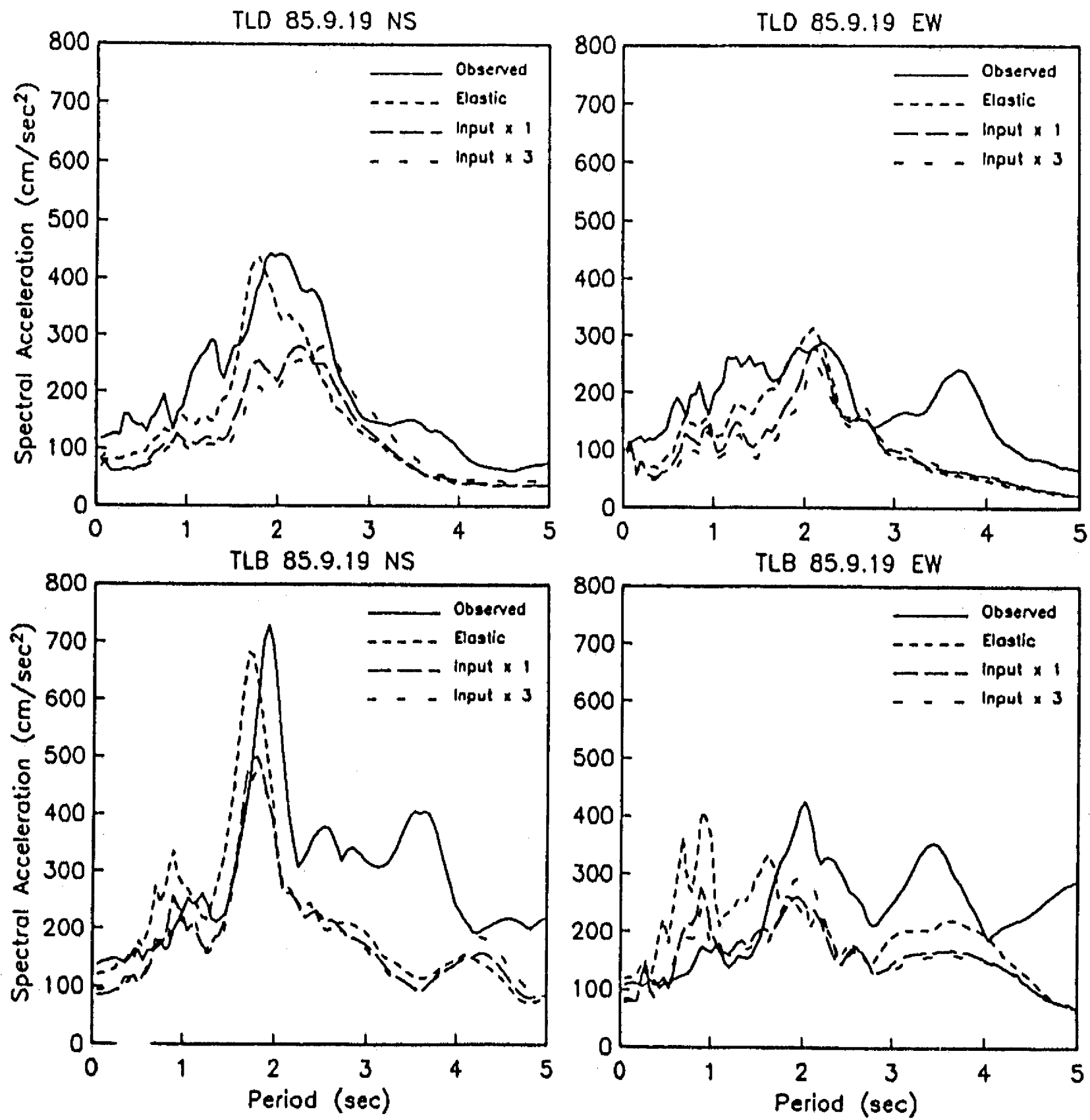


Figure 11. Response spectra (pseudoaccelerations, 5% of critical damping) at stations TLD and TLB, two horizontal components. Solid lines denote the observed spectra. The other lines correspond to the cases discussed in the text.

Response at TLD, NS (acceleration, m/sec<sup>2</sup>)

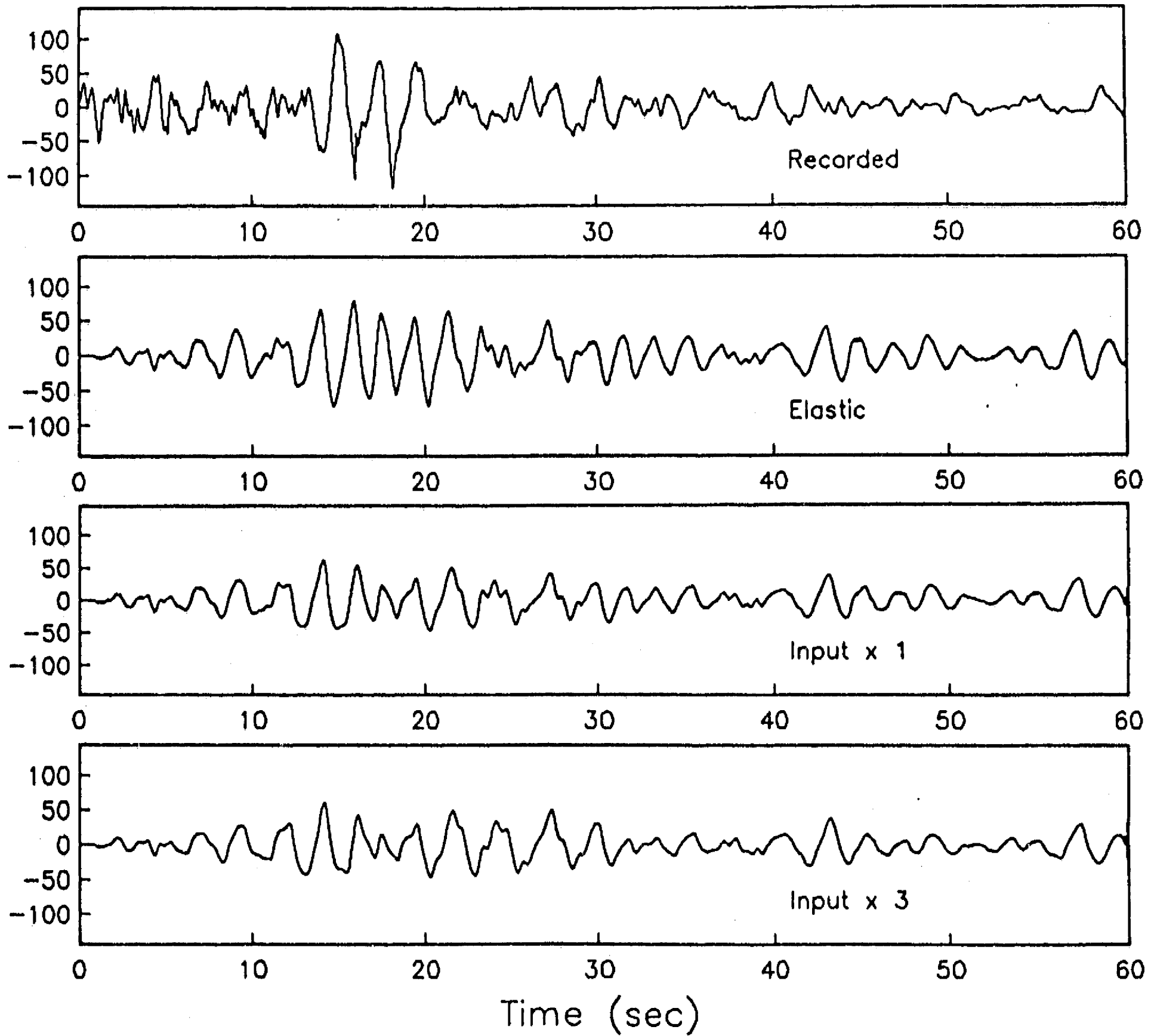


Figure 12a. Accelerograms at station TLD, NS component, for the 19/9/85 earthquake. The recorded signal (top trace) is compared with those computed for the three cases described in the text.

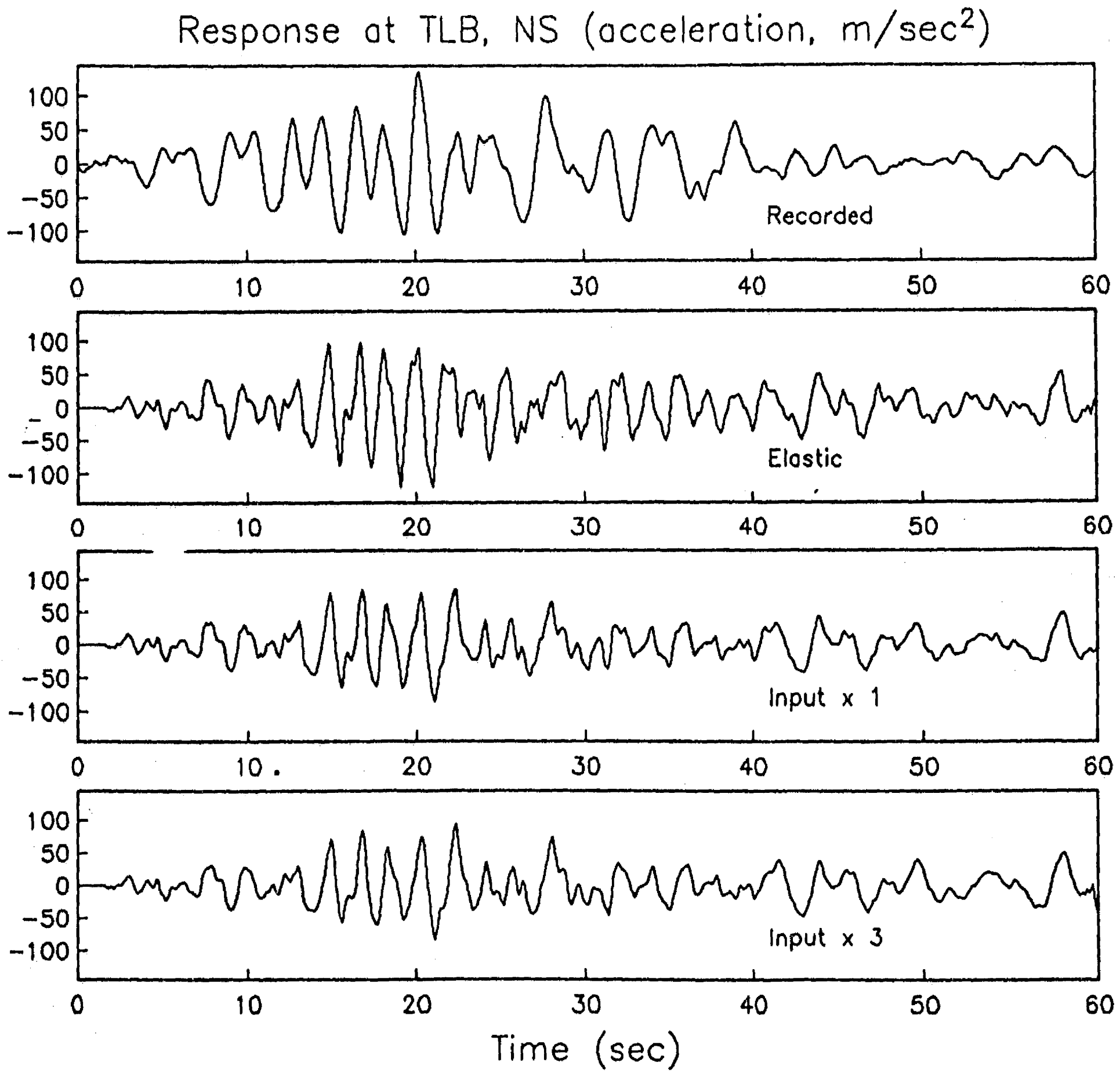


Fig 12b. Same as Fig 12a, but for TLB station.



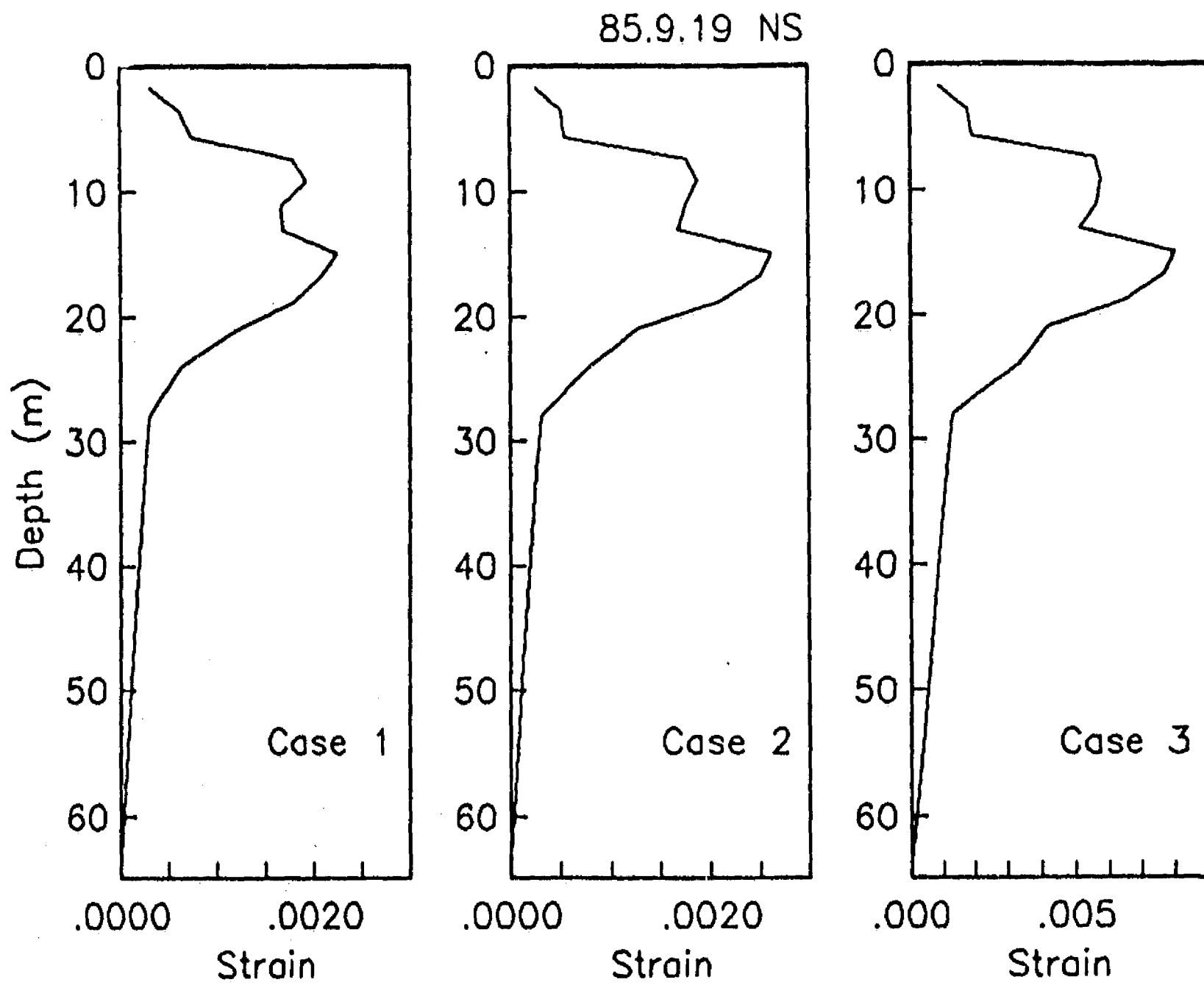


Figure 13a. Peak shear strain distribution within the TLD soil deposit excited by the deconvolved II recording of 19/9/85, NS component. This distribution is not associated with a single point of time, since peak strains occur at different times in different layers. See text for a description of the three different cases presented.

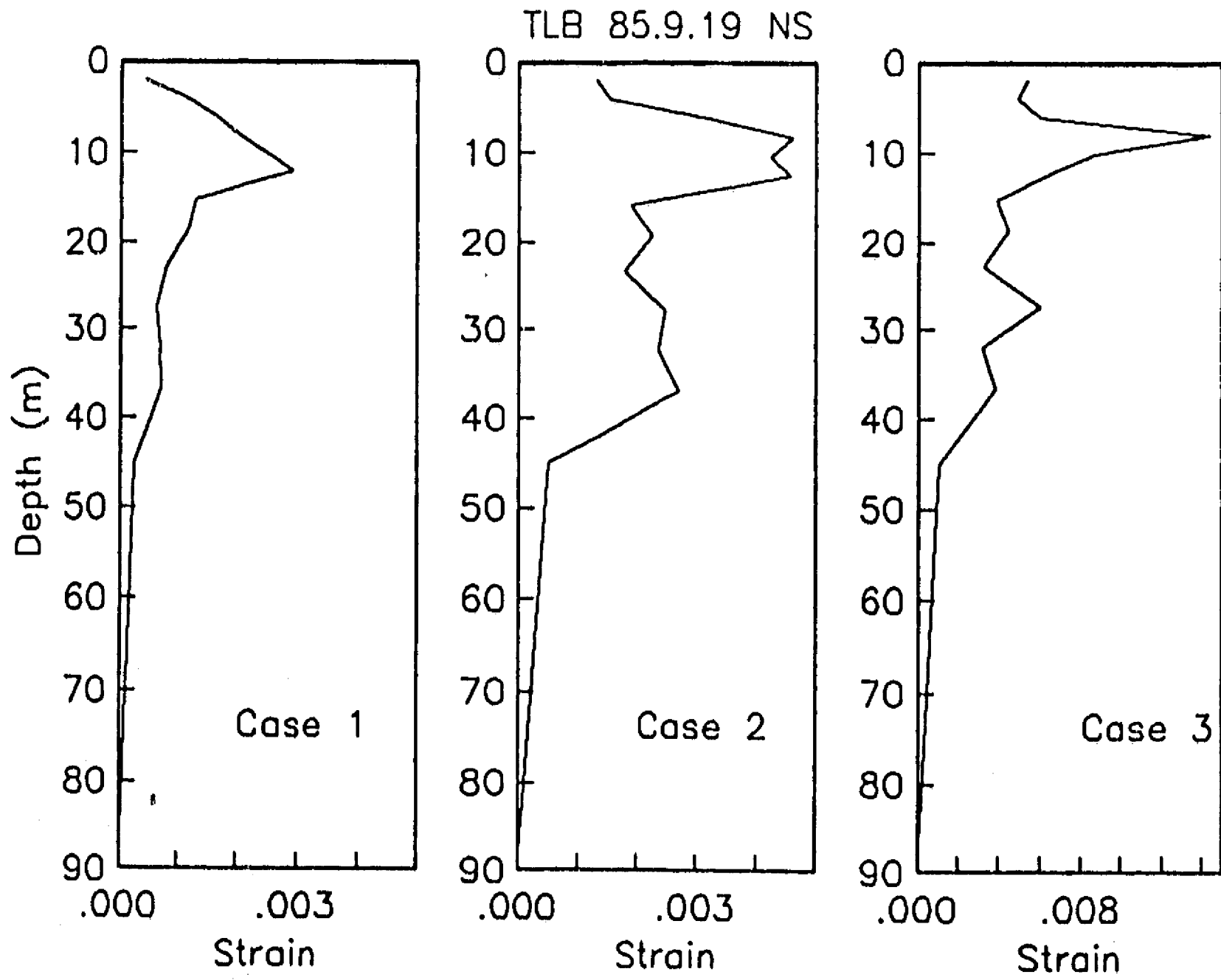


Figure 13b. Same as Fig 13a, but for station TLB.

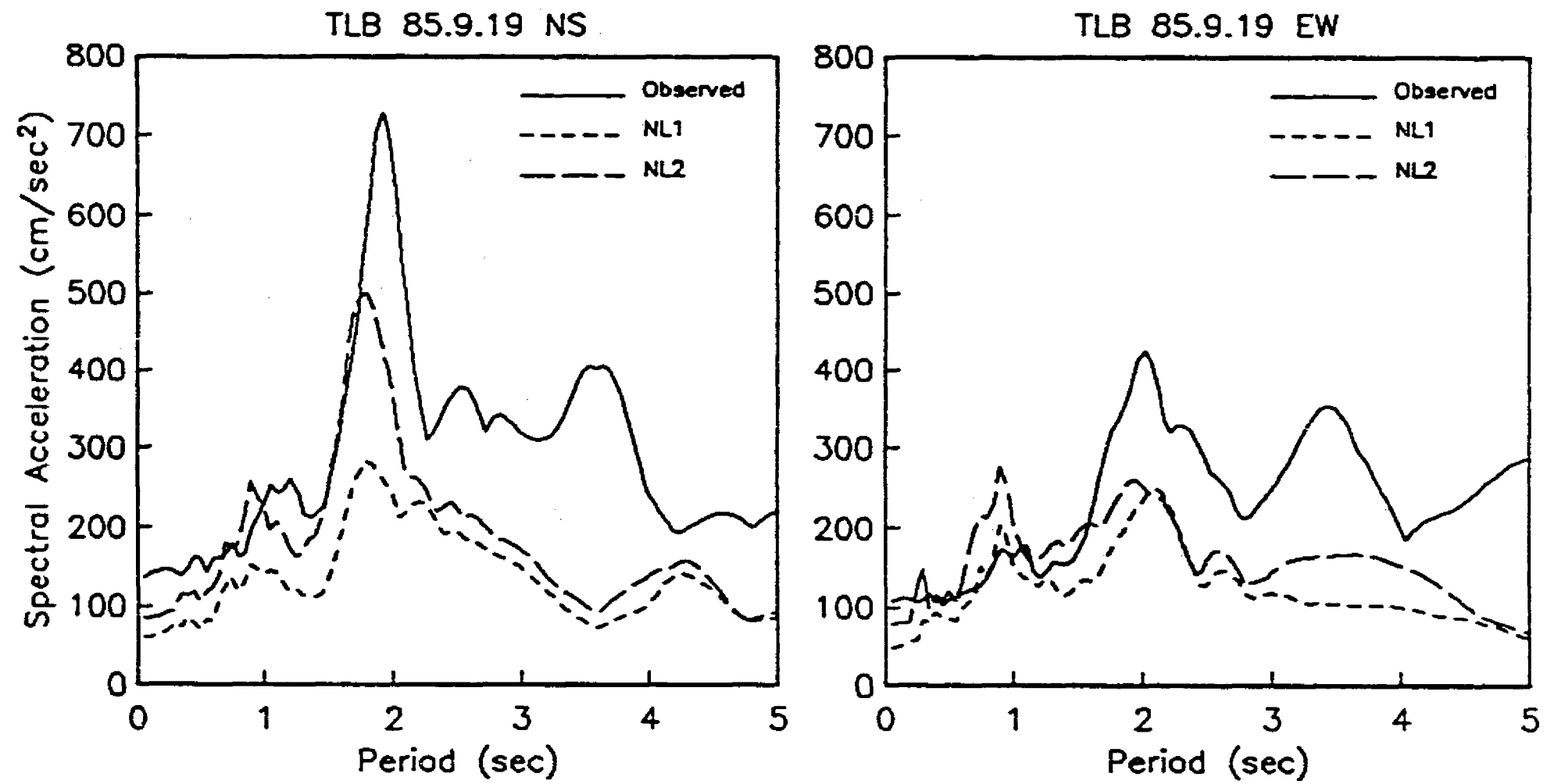


Figure 14. Response spectra (pseudoaccelerations, 5% of critical damping) at station TLB for the 19/9/85 Michoacán earthquake, showing the influence of the choice of R-O parameters. Observed spectra are depicted with solid line. NL1 curve corresponds to calculations using for the layers with  $PI = 150$  the upper-bound relation of Fig 2b. NL2 curve was computed using the mean value relation of Fig 2b.

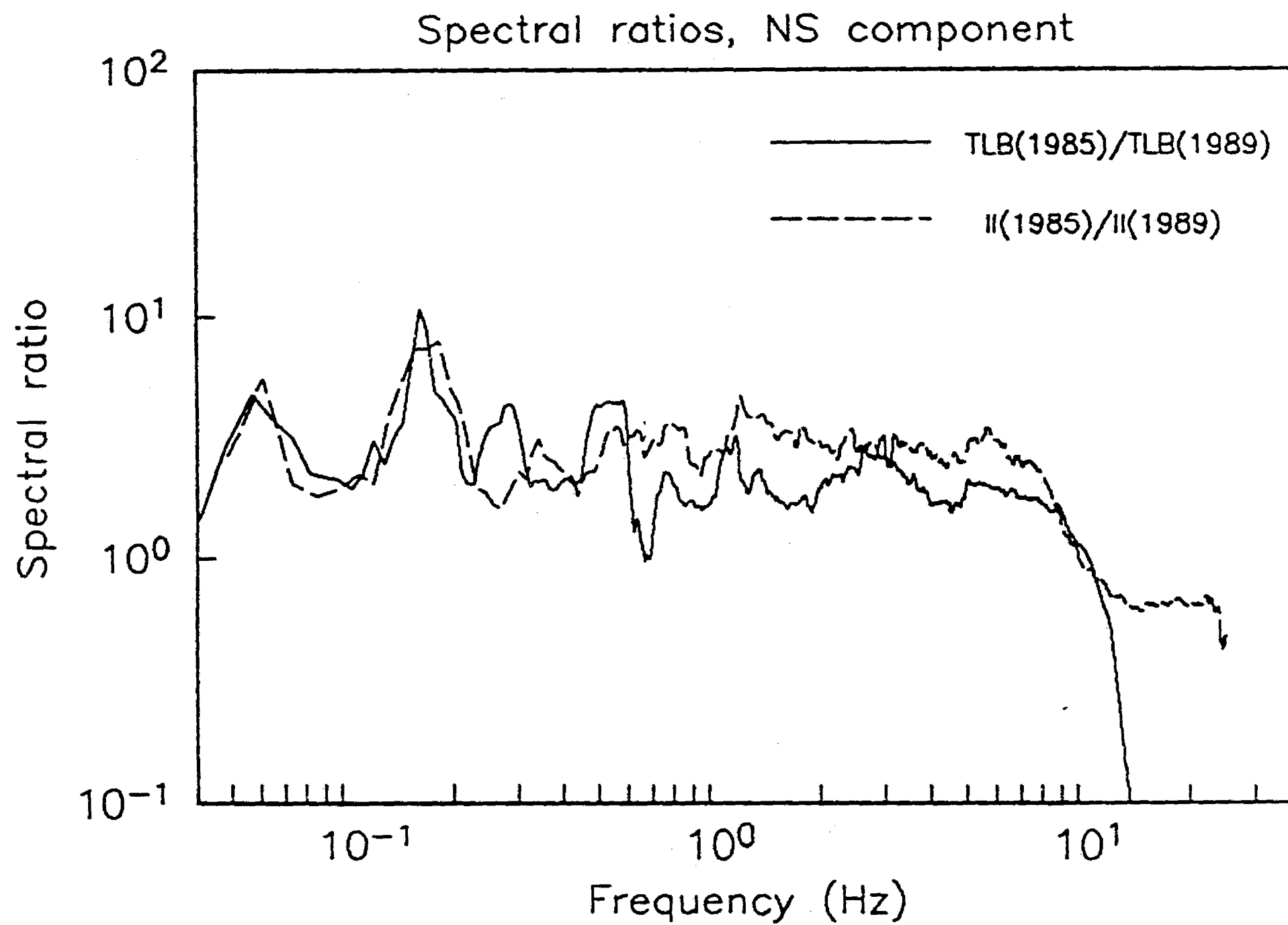


Figure 15a. Fourier amplitude spectral ratios, NS component, for stations TLB and II. Solid line: spectral ratio between 19/9/85 and 25/4/89 recordings at TLB. Dotted line: spectral ratio between 19/9/85 and 25/4/85 at II.

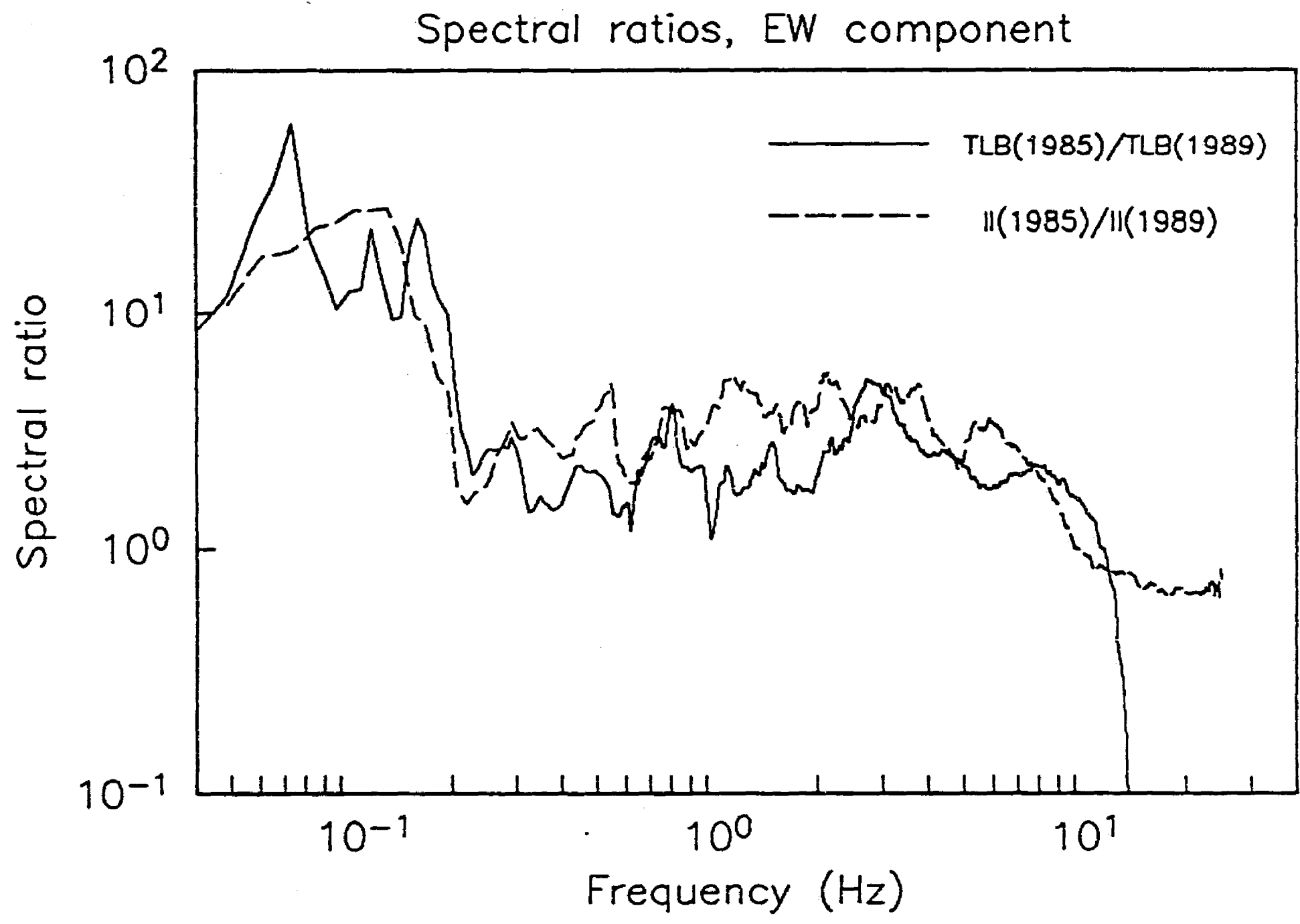


Figure 15b. Same as Fig 15a, but for EW component.