

1180



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

"COMENTARIOS A LA DISTRIBUCION DE ESFUERZOS  
EN EL DISEÑO DE PAVIMENTOS"

MIGUEL BARCENAS CARDENAS

T E S I S

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO DE LA  
FACULTAD DE INGENIERIA  
DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
COMO REQUISITO PARA OBTENER  
EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA  
(CONSTRUCCION)

CIUDAD UNIVERSITARIA

MEXICO, D. F.

1990



DEPFI

T. UNAM  
1 9 9 0  
BAR

A mi María Luisa

A mis papás,

Miguel y Ofelia

Por su cariño  
y paciencia.

**A Caro y Beto**

**A Maricarmen**

# INDICE

Indice	vi
Introducción	vii
I Las llantas	1
I-1 Historia de las llantas	2
I-2 Nomenclatura de las llantas	3
I-3 Las llantas como transmisores de esfuerzos	4
II La superposición de esfuerzos	14
II-1 Uso de la huella de forma rectangular	15
II-2 Implementación en computadora de la huella rectangular	16
II-3 Aplicación del modelo a llantas dobles	20
II-4 Extensión del modelo a ejes sencillos, tandem y triples	27
III Consideraciones de fatiga	42
III-1 El fenómeno de fatiga de los materiales	43
III-2 Modelo matemático del Instituto de Ingeniería	45
III-3 Aplicación de la huella rectangular	54
IV La Influencia de los materiales	61
IV-1 Los sistemas multicapa	62
IV-2 El coeficiente de equivalencia estructural	65
IV-3 Coeficientes de daño en sistemas multicapa	92
Post-Scriptum: Una aplicación al cálculo de espesores	98
Conclusiones	110
Apendice A. El Sistema Internacional de Unidades (SI)	115
Apendice B. Nomenclatura de las llantas	119
Apendice C. Parámetros geométricos y de resistencia de las llantas	122
Referencias	126
Bibliografía	128

## INTRODUCCION

Esta tesis propone un análisis teórico sobre la distribución de esfuerzos verticales en sistemas multicapa que conforman los pavimentos, en apoyo al método de diseño de pavimentos flexibles para carreteras propuesto por el Instituto de Ingeniería de la UNAM [Refs. 1, 2, 3]. Este método ha tenido la intención de, con apoyo experimental, contribuir a la evolución que permanentemente se ha presentado en la tecnología de los pavimentos, como se manifiesta por las investigaciones que desde 1962 y durante varios años se han desarrollado en este campo en el I. I.

Se sabe que en los últimos años se ha presentado en todo el mundo una clara tendencia hacia la racionalización de los métodos para diseño de pavimentos; sin embargo, dicho proceso ha ido acompañado de una fuerte sustentación experimental, ya que de otra forma no sería posible llegar a conclusiones confiables. A pesar de ésto, el problema del comportamiento de los pavimentos no se encuentra aún resuelto; por un lado, debido a la dificultad intrínseca de considerar todos los factores que en él intervienen, por otro, debido a la incertidumbre que se tiene en los valores y en la variación de los parámetros que se toman en cuenta, y por último, en la aplicación de teorías que no concuerdan del todo con el comportamiento real de estas estructuras.

Lo anterior obliga a realizar suposiciones que simplifiquen el problema, a introducir factores empíricos de corrección a los modelos teóricos, y a hacer consideraciones de tipo estadístico con el fin de conseguir soluciones confiables, aunque aproximadas. Esta tesis se centra en el primero de los puntos anteriores (i. e. las suposiciones que se hacen para simplificar el problema).



Primeramente, el aceptar que el efecto del tránsito sobre un pavimento puede ser representado mediante los esfuerzos verticales estáticos que produce, lleva a despreñar variables como esfuerzos horizontales, deformaciones o el impacto, cuyos efectos deben ser tomados en cuenta indirectamente en las ecuaciones de diseño. Sin embargo, ya que esta tesis se encuentra basada en el método del I. I., el cual considera que  $\sigma_x$  es un indicador confiable de los efectos del tránsito, todo el desarrollo que a continuación se presenta se fundamenta en él.

Como punto de partida, se analizaron las formas geométricas típicas con las que se representa a las huellas de los neumáticos y se hizo una comparación entre tres de ellas con el fin de conocer la influencia que pueden tener sobre los resultados obtenidos. Se propuso además, el uso de una huella de forma rectangular con el fin de facilitar los cálculos de superposición de esfuerzos y además, de tomar en cuenta, en forma directa, algún parámetro geométrico de la llanta.

El empleo de la teoría de Boussinesq, que en sí mismo constituye otra suposición, ha permitido solucionar de manera sencilla otro aspecto del problema que es el de la superposición de esfuerzos debidos a sistemas de varias llantas. Al igual que en el resto de la tesis, en este aspecto se ha hecho un uso extenso de la computadora, la cual permite resolver interrogantes que hace años habría sido imposible debido a lo laborioso de los cálculos. Por ejemplo, se ha sugerido el uso de una variable a la que se llamó "Número de Llantas Equivalentes" (N) que permite analizar la superposición de los esfuerzos y estudiar su cambio con la profundidad; además, con el fin de facilitar la aplicación práctica, se ajustó una ecuación de forma sencilla que permite aproximar su valor cuando sólo se disponga de una calculadora.

El estudio de superposición de esfuerzos, y el hecho de que la fórmula para calcular el radio de carga en conjuntos triples se haya propuesto tentativamente [Ref. 2], ha llevado a considerar una forma alterna de calcular los coeficientes de daño del método del I. I.

Se realizó, además, un análisis basado en los trabajos de tres capas de Jones y Peattie, de la influencia que tienen las propiedades de los materiales en el coeficiente de equivalencia estructural propuesto por el método del I. I. La única propiedad considerada fue el módulo de elasticidad del material, aunque para una solución completa del problema elástico lineal debiera haberse tomado en cuenta también la relación de Poisson. Sin embargo, los métodos para determinar esta última no son confiables, aunque existe la preocupación por avanzar en este sentido [Ref. 4]

Por último, se ha hecho énfasis en el empleo del Sistema Internacional de Unidades (ver Apéndice A), ya que constituye una preocupación muy grande el hecho de que México quede rezagado con respecto a los países del mundo en donde ya se emplea. No se considera que la transición a él deba ser súbita, sino paulatina; y la UNAM es uno de los principales responsables en su difusión [Ref. 5]. De cualquier manera, se han tratado de acompañar las cantidades con sus equivalencias en el sistema técnico de uso en México y, además, se han incluido algunos factores de conversión en el Apéndice A con el propósito de sensibilizar en el uso del SI.

**CAPITULO I**

**Las Llantas**

## I-1. Historia de las llantas.

Siendo las llantas el punto de contacto entre los vehículos y la superficie de los pavimentos, y por lo tanto los transmisores de los esfuerzos que interesa considerar en esta tesis, vale la pena dedicarles algunas líneas para ayudar a situarse en el problema.

Las llantas de hule pueden ser básicamente de dos tipos:

- 1) Sólidas: Aquellas en las que el hule soporta la carga del vehículo y absorbe el impacto.
- 2) Neumáticas: Aquellas en las que la carga es soportada y el impacto es absorbido principalmente por el aire comprimido en su interior.

Las llantas sólidas comenzaron a ser usadas en 1881 en Londres, sin embargo desaparecieron principalmente debido a leyes que prohibían su uso por el daño que causaban a los caminos.

Por otro lado, la primera patente de una llanta neumática fue obtenida por Robert William Thomson en Inglaterra en 1845 y consistía en una cubierta con una cámara interior para contener el aire, sin embargo las llantas de hule sólido del mismo inventor fueron más populares y por lo tanto las neumáticas fueron olvidadas por casi medio siglo. La creciente popularidad de la bicicleta en la segunda mitad del siglo XIX revivió el interés en el diseño de las llantas y en 1888 John Boyd Dunlop obtuvo la patente de una llanta neumática para bicicletas.

Las llantas neumáticas fueron aplicadas por primera vez a vehículos de motor por la compañía francesa Michelin (Compagnie Générale des Établissements Michelin, fundada por los hermanos André y Edouard Michelin en 1888), y por más de 60 años se usaron cámaras protegidas por una cubierta exterior que proporcionaba la tracción.

En la década de los 50's, las llantas sin cámara empezaron a tener un uso generalizado, y a principios de los 70's, había tres

tipos básicos de llantas sin cámara:

- a) De construcción diagonal.
- b) De construcción diagonal con cinturón.
- c) De construcción radial.

En el resto de este trabajo, sólo se considerarán llantas neumáticas y no se hará ninguna distinción en cuanto a los tres tipos de construcción que se acaban de mencionar.

## I-2. Nomenclatura de las llantas.

Debido a la diversidad de vehículos existentes en la actualidad, ha sido necesario desarrollar llantas con características apropiadas para cada uno de ellos. Por ésto, se tienen multitud de diseños y de nombres comerciales que da cada fabricante a sus llantas. Para facilitar el manejo de esta cantidad de información se usa una nomenclatura que asigna una clave a cada llanta, misma que emplea el fabricante de vehículos para indicar cuáles deben usarse. En el apéndice B se han listado algunas de ellas de acuerdo a su clave, junto con el vehículo en que pueden ser montadas. La información es para vehículos que circulan en México.

Por otro lado, la clave de cada llanta permite obtener las características geométricas, de resistencia y de presión de inflado de ésta. El apéndice C muestra una tabla con la información que es aplicable al problema que ocupa a esta tesis; dicha información es proporcionada por el fabricante y puede variar, incluso para neumáticos con la misma clave, dependiendo del modelo; pero a pesar de esto, el uso de las claves facilita enormemente la comparación entre llantas de diferentes fabricantes y hace posible un estudio de los esfuerzos que aplican a los pavimentos.

### I-3. Las llantas como transmisores de esfuerzos.

Si se desprecia el efecto de las paredes de la llanta (lo que se hará en este trabajo), la presión de contacto entre ésta y el pavimento debe ser igual a la presión de inflado. Sin embargo, a presiones bajas de inflado, la presión de contacto bajo las paredes de la llanta puede ser mayor que bajo el centro, y a presiones altas de inflado ocurriría lo contrario.

Se tiene, por lo tanto, que aceptando la suposición de que la presión de contacto es constante dentro del área de la huella, se cumple que:

$$S = Q / p$$

Donde S: Es el área de la huella (el área en contacto con el pavimento).

Q: Es la carga total soportada por la llanta.

p: Es la presión de inflado (que se supone igual a la presión de contacto).

Lo anterior permite definir el área de la huella a través de la cual se transmite la carga; sin embargo, no dice nada acerca de la forma de dicha huella. Para tratar de resolver este problema se han tomado directamente las huellas de algunas llantas y observado que, cuando la llanta es nueva, la forma de la huella se aproxima a una elipse; sin embargo, después de que la llanta se ha usado y ha sufrido desgaste, la forma de la huella cambia y deja de ser regular, aunque es difícil precisar una forma exacta debido a la variedad de usos y condiciones a las que se sujeta. Por lo anterior, es necesario buscar una aproximación razonable a la geometría de la huella.

Para efectos de cálculo, se podría considerar la forma básicamente de cuatro tipos:

- 1) Elíptica.
- 2) Combinación de rectángulo y semicírculos.
- 3) Circular.
- 4) Rectangular.

1) La huella elíptica, como se dijo, puede ser una muy buena aproximación de la forma para llantas nuevas; sin embargo, el cálculo de los esfuerzos en el suelo debidos a una carga con esta geometría es complejo, por lo que no se considera justificable su uso en la práctica.

Se sabe que una elipse queda definida cuando se conocen las longitudes de su semieje menor (a) y de su semieje mayor (b); además, que asociado a cada elipse existe el parámetro de excentricidad (e), el cual se puede obtener a partir de:

$$e = \sqrt{1 - a^2/b^2}$$

Para calcular la excentricidad de una huella elíptica a partir de parámetros mecánicos, se sabe que el área de una elipse está dada por  $S = \pi ab$  y como  $S = Q/p$ , entonces  $\pi ab = Q/p$ . Introduciendo el parámetro de excentricidad se obtiene finalmente que:

$$e = \sqrt{1 - (\pi pa^2/Q)^2}$$

Para una huella elíptica dada se puede, por lo tanto, calcular la excentricidad si se conoce la carga que soporta la llanta (Q), la presión de inflado (p) y el semieje menor (a). Este último dato se puede suponer como la mitad del ancho de piso (Apéndice C) en el caso de que  $Q \geq \pi pa^2$ , de lo contrario, debe realizarse la substitución anterior cancelando "a" en lugar de "b" (para evitar la raíz cuadrada de un número negativo).

2) La huella formada como combinación de rectángulo y semicírculos la cita Yoder<sup>1</sup> (favor de referirse a la figura).

Del dibujo se desprende que la superficie está dada por:

$$S = (0.6L)(0.4L) + \pi(0.6L)^2/4 = L^2(9\pi + 24)/100$$

Y usando una vez más la relación  $S=Q/p$ , se tiene:

$$L = 10\sqrt{(Q/(p(9\pi + 24)))},$$

$$\text{o aproximadamente, } L \approx (\sqrt{Q/p})/0.723$$

Desde luego, el cálculo de esfuerzos debido a huellas con esta geometría es también complicado.

3) La huella circular es un caso particular de la elíptica en el que  $a=b=r$ , es decir  $e=0$ .

El radio de esta huella ( $r$ ) puede calcularse siguiendo el mismo proceso que se ha usado para las dos anteriores:

$$\text{De } S = \pi r^2, S = Q/p \text{ tenemos } r = \sqrt{(Q/\pi p)}$$

Esta forma es la más usada y de hecho es la supuesta en el método para diseño de pavimentos flexibles del Instituto de Ingeniería de la UNAM [Ref. 2]. Tiene la ventaja de facilitar el cálculo de los esfuerzos que provoca en el pavimento, y además no es necesario, como en la huella elíptica, conocer previamente el ancho de piso de la llanta (o para el caso ningún parámetro geométrico).

---

<sup>1</sup>Cfr. en bibliografía Principles of Pavement Design



4) La huella rectangular, como la indicada en la figura de la página siguiente, es una suposición que se considerará, aunque generalmente no se menciona en la literatura.

La obtención de su longitud ( $v$ ) se puede realizar repitiendo el proceso que se ha usado:

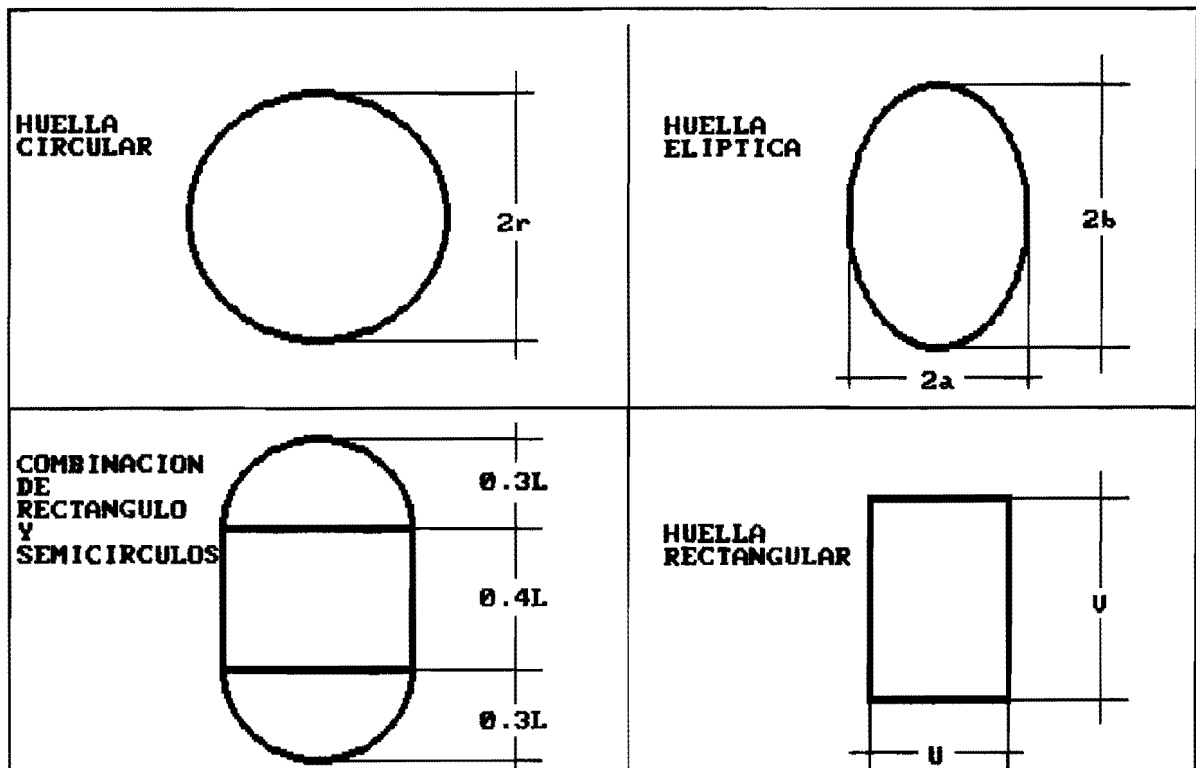
$$S = uv, S = Q/p \text{ de donde } v = Q/pu$$

Conociendo la carga soportada por la llanta ( $Q$ ) y la presión de inflado ( $p$ ), la longitud de la huella se puede calcular considerando  $u$  como el ancho de piso de la llanta (Apéndice C).

Dos son las razones por las que se propone la forma rectangular:

Primera: Como se mencionó anteriormente, la forma real de una huella es irregular; y considerando que las llantas, debido a la multitud de condiciones a las que están sujetas, pueden sufrir desgastes muy diversos, se tendría la misma certidumbre en los esfuerzos calculados, tanto al suponer huella rectangular, circular o alguna forma irregular.

Segunda: Es fácil, al igual que en el caso de la forma circular, calcular los esfuerzos bajo el centro de la huella. Sin embargo, en esfuerzos debidos a muchas huellas actuando simultáneamente (i. e. ejes duales, tandem o triples), la forma rectangular hace extremadamente fácil y sistemático (a diferencia de la huella circular), el uso del principio de superposición de causas y efectos, ventaja que se considera como una justificación más que suficiente para utilizarla.



Parámetros que definen a las cuatro Huellas Tipo

Para terminar el estudio de las huellas, se hará una comparación entre los esfuerzos verticales producidos por una llanta bajo su centro en un suelo isótropo y homogéneo (solución de Boussinesq), suponiendo tres formas diferentes de huellas: Elíptica, Circular y Rectangular.

La solución de los esfuerzos producidos por una huella elíptica cualquiera se puede encontrar en el libro de Poulos, citado en la bibliografía.

Ejemplo: Calcular los esfuerzos verticales máximos producidos por una llanta 9.00-20 que tiene un ancho de piso de 188 mm, soporta una carga de 20 kN (2039 kgf) y está inflada a la presión de las llantas del eje equivalente del método del Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Del apéndice C se obtiene que la carga máxima que puede soportar un neumático 9.00-20 es de 22.9 kN (2335 kgf), es decir, que la llanta del ejemplo recibe una carga del 87% de su carga máxima. Por otro lado, el eje equivalente tiene llantas con una presión de inflado de 5.8 kgf/cm<sup>2</sup>, es decir, 568,785.7 Pa  $\approx$  569 kPa en unidades del SI.

Para la llanta considerada el ancho de piso es 0.188 m, por lo tanto:

1) Suponiendo la huella de la llanta como elíptica, el semieje menor (a) vale  $a = (0.188 \text{ m})/2 = 0.094 \text{ m}$ . La excentricidad es:

$$e = \sqrt{1 - (\pi(568\,785.7 \text{ Pa})(0.094 \text{ m})^2 / (20\,000 \text{ N}))^2}$$

$$e = 0.61$$

Aunque no es necesario, para completar se anotará el valor del eje mayor de la elipse (2b).

De la definición de excentricidad se desprende que:

$$2b = 2a / \sqrt{1 - e^2} = 0.238 \text{ m}$$

2) Suponiendo la huella de la llanta como circular, el radio es:

$$r = \sqrt{Q/\pi p} = \sqrt{(20\,000 \text{ N}) / (\pi (568\,785.7 \text{ Pa}))} = 0.106 \text{ m}$$

3) Suponiendo la huella de la llanta como rectangular, el ancho es  $u = 0.188 \text{ m}$ , por lo que la longitud es:

$$v = Q/pu = (20\ 000\ \text{N}) / ((568\ 785.7\ \text{Pa})(0.188\ \text{m})) = 0.187\ \text{m}$$

y la huella resulta prácticamente cuadrada.

Obviamente la superficie de la huella tiene el mismo valor en los tres casos:

$$S = Q/p = (20\ 000\ \text{N}) / (568\ 785.7\ \text{Pa}) = 0.035\ \text{m}^2$$

Llamando  $\sigma_z$  al esfuerzo vertical a la profundidad  $z$ ,  $\sigma_z/p$  es el esfuerzo vertical expresado como fracción de la presión de contacto; esta forma de representar el esfuerzo vertical es muy útil puesto que permite manejar los valores como números adimensionales en el intervalo de 0 a 1, ya que éste disminuye con la profundidad (con algunas pocas excepciones en las que, como veremos en el capítulo IV, puede aumentar). Se tiene entonces que en la superficie ( $z=0$ ),  $\sigma_z/p = 1$  y este valor se aproxima a cero cuando  $z$  tiende a infinito.

Para la huella de forma circular<sup>2</sup> el esfuerzo vertical a la profundidad  $z$  expresado como fracción de la presión de contacto está dado por:

$$\sigma_z/p = 1 - (1 / (1 + (r/z)^2))^{3/2}; \quad r=0.106\text{m}$$

Los esfuerzos provocados por la huella rectangular se pueden obtener por medio de una fórmula<sup>3</sup> que permite calcular  $\sigma_z$  bajo la esquina de una superficie con esta forma, uniformemente cargada y a la profundidad  $z$  (trabajo originalmente realizado por Fadum). Puesto que se pretende obtener los esfuerzos bajo el centro y no bajo una esquina de la huella rectangular, se puede suponer a la huella formada por cuatro rectángulos iguales (cada uno con una

---

<sup>2</sup>cfr. en bibliografía Mecánica de Suelos (Tomo II)

<sup>3</sup>ibid.

superficie de una cuarta parte de la superficie de la huella), calcular el esfuerzo bajo la esquina de uno de ellos y multiplicarlo por cuatro. Realizando esto, se obtiene que:

$$\sigma_z/p = (2xyzR(R^2+z^2)/(R^2(R^2z^2+x^2y^2)) + \text{atan}(2xyzR/(R^2z^2-x^2y^2)))/\pi$$

Donde  $x=u/2=0.094$  m;  $y=v/2=0.0935$  m;  $R^2=x^2+y^2+z^2$

Resolviendo numéricamente para la huella elíptica, los esfuerzos son los siguientes:

Tabulación de esfuerzos debidos a la huella elíptica.

Profundidad (m):	$\sigma_z/p$
0.0000	1.000
0.0564	0.900
0.0752	0.800
0.0940	0.700
0.1128	0.600
0.1661	0.400
0.1880	0.330
0.2663	0.200
0.2820	0.180
0.3760	0.120
0.4700	0.080

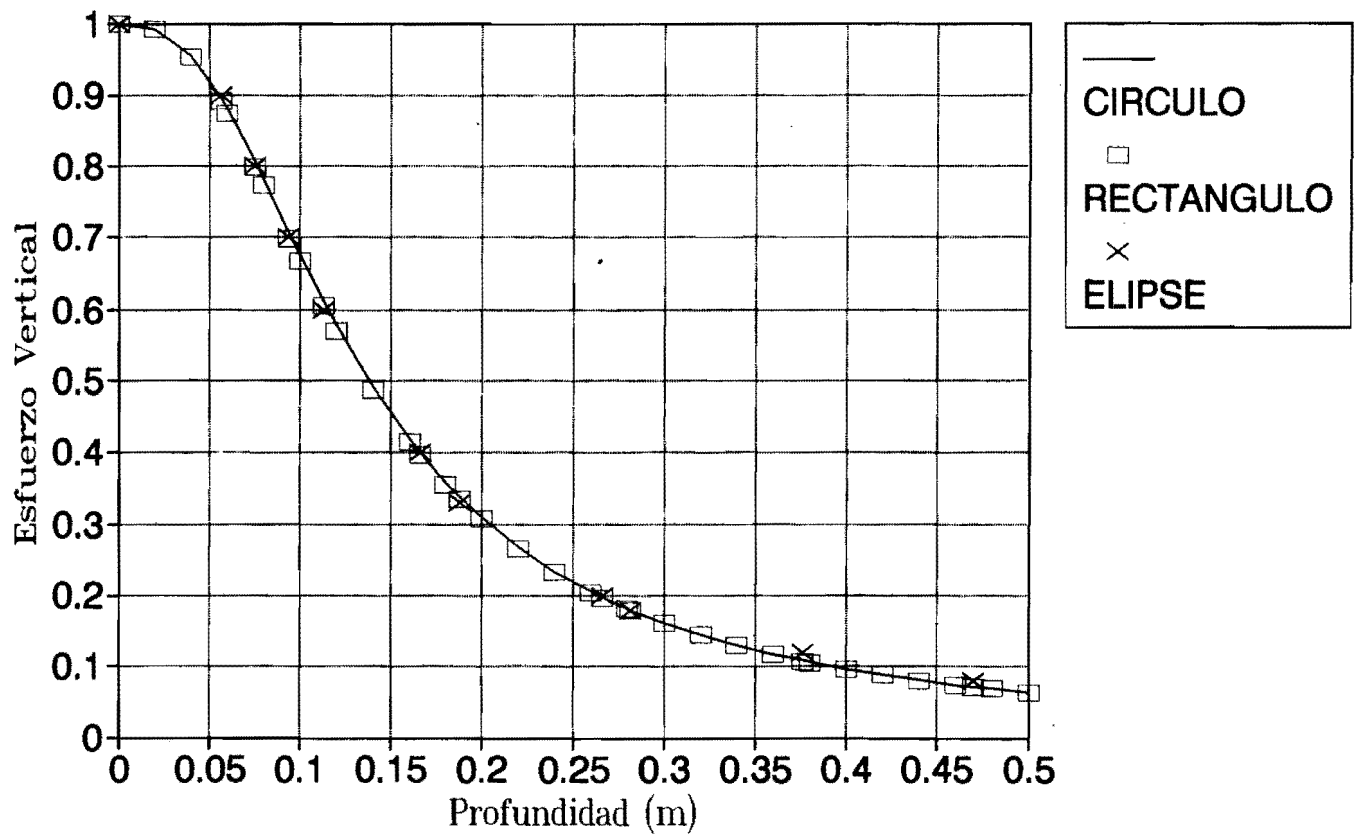
A continuación se presenta una tabla en la que se comparan los esfuerzos producidos por la huella circular con los de la rectangular.

Tabulación de esfuerzos debidos a las  
huellas circular y rectangular

Z (m)	$\sigma_z/p$ Huella	
	Circular	Rectangular
0.00	1.0000	1.0000
0.02	0.9936	0.9931
0.04	0.9558	0.9531
0.06	0.8799	0.8745
0.08	0.7806	0.7735
0.10	0.6759	0.6686
0.12	0.5779	0.5714
0.14	0.4922	0.4866
0.16	0.4196	0.4151
0.18	0.3592	0.3557
0.20	0.3093	0.3065
0.22	0.2681	0.2659
0.24	0.2338	0.2321
0.26	0.2053	0.2039
0.28	0.1814	0.1803
0.30	0.1612	0.1603
0.32	0.1441	0.1434
0.34	0.1294	0.1289
0.36	0.1168	0.1164
0.38	0.1059	0.1055
0.40	0.0964	0.0961
0.42	0.0881	0.0879
0.44	0.0809	0.0806
0.46	0.0744	0.0742
0.48	0.0687	0.0685
0.50	0.0636	0.0634

La figura que sigue, muestra la comparación entre los esfuerzos verticales producidos por las tres huellas. De ella se puede concluir que el error que se tiene al considerar la forma rectangular es prácticamente despreciable y la diferencia apenas se aprecia cuando la profundidad es mayor a treinta centímetros (últimos dos valores de la tabla). Este punto es muy importante, puesto que el estudio que se hará se basa en la suposición de que la huella tiene forma rectangular.

# COMPARACION DE ESFUERZOS VERTICALES PARA TRES FORMAS DE LA HUELLA



## CAPITULO II

### La Superposición de Esfuerzos



## II-1. Uso de la huella de forma rectangular.

En el capítulo anterior se veía la forma en la que los esfuerzos verticales, bajo el centro de una llanta individual, varían con la profundidad en el medio de Boussinesq. Sin embargo, en el caso de que sean varios los neumáticos actuando sobre el pavimento, la solución se complica, puesto que el esfuerzo total es resultado de la superposición de los esfuerzos individuales provocados por cada una de las diferentes llantas.

Se pueden hacer diversas simplificaciones para resolver este problema de superposición de esfuerzos. A manera de ejemplo, valga mencionar que en el método de diseño del Instituto de Ingeniería [Ref. 2] las huellas de llantas dobles son substituidas por una sola huella circular con la misma área, presión de contacto y centro de carga. Sin embargo, el problema de la superposición de esfuerzos puede ser resuelto de otra forma considerando que las huellas son rectangulares.

La solución de Fadum, mencionada en el capítulo I, para los esfuerzos verticales bajo la esquina de una superficie rectangular uniformemente cargada, permite realmente calcular los esfuerzos en cualquier punto que se desee del suelo, ya que, como se menciona en el libro del Ing. Juárez Badillo<sup>4</sup>, una superficie rectangular cualquiera puede substituirse por la suma algebraica de cuatro rectángulos que tengan una esquina común sobre el punto en el que se desea calcular el esfuerzo<sup>5</sup>.

Se tiene, entonces, que el esfuerzo que causa cada llanta del sistema que se esté considerando debe calcularse como la suma algebraica de los esfuerzos provocados por cuatro superficies rectangulares uniformemente cargadas; y el esfuerzo vertical

---

<sup>4</sup>Mecánica de Suelos (Tomo II), ed. cit.

<sup>5</sup>El Ing. Juárez Badillo muestra la forma de realizar esta sustitución por lo que, para más detalles, se sugiere remitirse a su libro.

provocado por el sistema, como la suma de los esfuerzos causados por cada una de las llantas individualmente.

## II-2. Implementación en computadora de la huella rectangular.

Es obvio que la consideración de cada neumático en lo individual da lugar a una solución al problema de la superposición de esfuerzos teóricamente muy confiable. Sin embargo, también puede notarse que el cálculo manual de los esfuerzos de esta forma es sumamente laborioso. Por ejemplo, para el caso de un conjunto triple de ejes duales (sistema con un total de 12 llantas), debe evaluarse 48 veces la complicada fórmula de Fadum para cada punto en el que se desee calcular el esfuerzo: El uso de la computadora es obligado.

Para implementar este método de cálculo de esfuerzos en una computadora, debe sistematizarse la elección de las cuatro superficies rectangulares que substituyen a cada llanta. La solución es la siguiente:

Si se llama  $S(X, Y)$  al esfuerzo calculado a una profundidad  $z$  bajo la esquina de una superficie rectangular uniformemente cargada, con una presión  $p$  y lados  $X$  e  $Y$  y se define:

$$S(-X, Y) = -S(X, Y)$$

$$S(X, -Y) = -S(X, Y)$$

$$S(-X, -Y) = +S(X, Y)$$

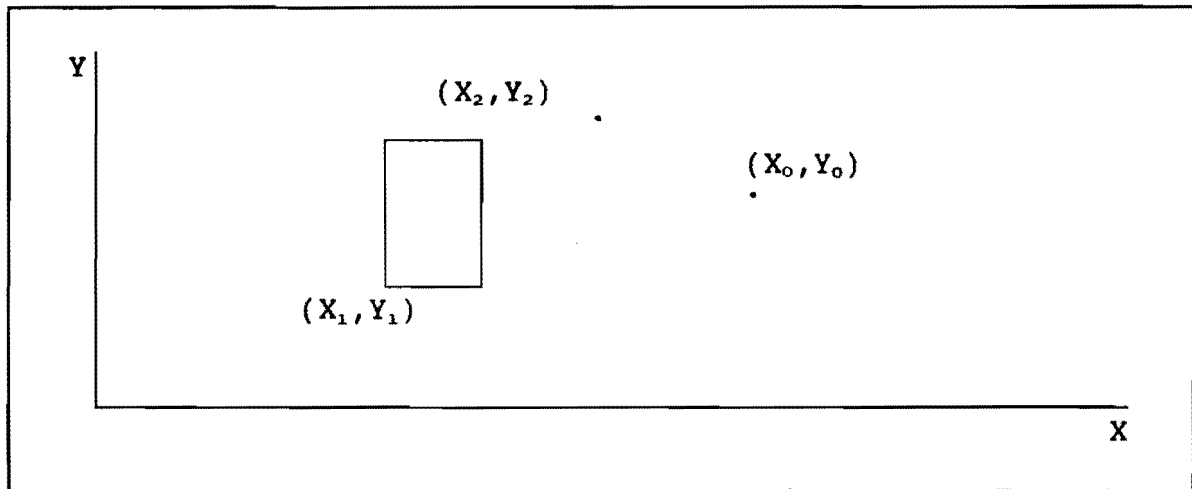
Se puede calcular el esfuerzo  $\sigma_z$  bajo el punto  $(x_0, y_0)$  debido a la carga rectangular con vértices  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  efectuando la suma:

$$\sigma_z = S(x_0 - x_1, y_0 - y_1) + S(x_0 - x_1, y_2 - y_0) + \\ S(x_2 - x_0, y_0 - y_1) + S(x_2 - x_0, y_2 - y_0)$$

Cada uno de los términos de esta suma representa uno de los

cuatro rectángulos mencionados anteriormente y su signo indica, obviamente, si su esfuerzo se añade o se sustrae.

Para ilustrar lo anterior, favor de referirse a la siguiente figura, que representa la superficie de un pavimento mediante un plano X-Y; en ella se esquematiza una huella rectangular con las coordenadas que la definen y un punto cualquiera bajo el que se calcula el esfuerzo.



Coordenadas que definen la carga rectangular

Para calcular los esfuerzos debidos a todo el sistema por medio de un programa de computadora escrito en un lenguaje de alto nivel deben declararse cinco variables de tipo vector (arreglo unidimensional), con tantos elementos como neumáticos quieran considerarse, y que contengan las coordenadas  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $x_2$ ,  $y_2$  y la presión de inflado de cada una de las llantas del sistema. Posteriormente, mediante un ciclo de tipo "For", deben recorrerse todos los elementos del arreglo y acumular en una variable el esfuerzo que cada uno de ellos produce.

La implementación de estas ideas se ha realizado en lenguaje Pascal, aunque pudo haber sido hecha en cualquier otro que disponga de estructuras similares. A continuación se presentan las rutinas que se emplearon, lo que terminará de aclarar los puntos ya

expuestos:

Rutinas en lenguaje Pascal para el cálculo de esfuerzos verticales debidos a sistemas de huellas rectangulares.

---

```
Const NN=12;
```

```
Var n:byte; LL:Array [1..NN] of Record X1,Y1,X2,Y2:Real End;  
    Presion,Z:Real;
```

```
Function Esf (x,y:real):Real;
```

```
Var a,At,b,c,d,e,f,g,h,w:real;
```

```
Begin
```

```
    w:=Presion;
```

```
    If (X=0.0) or (Y=0.0)
```

```
        then w:=0
```

```
        else Begin
```

```
            w:=w/4.0;
```

```
            If X<0.0 then Begin w:=-w; X:=-X End;
```

```
            If Y<0.0 then Begin w:=-w; Y:=-Y End;
```

```
            If z<>0.0
```

```
                then Begin
```

```
                    a:=Sqr(x); b:=Sqr(y); c:=Sqr(z); d:=a+b+c;
```

```
                    e:=2.0 * x * y * z * Sqrt (d); f:=c*d;
```

```
                    g:=a*b; h:=f-g;
```

```
                    If h=0.0 then At:=pi/2.0
```

```
                        else At:=ArcTan (e/h);
```

```
                    If At<0 then At:=At+pi;
```

```
                    w:=w*((c+d)*e/(d*(f+g)) + At)/pi
```

```
                End
```

```
            End;
```

```
    Esf:=w
```

```
End;
```

```
Function Sigma (x,y:Real):Real;
```

```
Var i:byte; S,X01,X20,Y01,Y20:Real;
```

```
Begin
```

```
    S:=0.0;
```

```
    For i:=1 to N do
```

```
        Begin
```

```
            X01:=X - LL [i].X1; X20:=LL [i].X2 - X;
```

```
            Y01:=Y - LL [i].Y1; Y20:=LL [i].Y2 - Y;
```

```
            S:=S + Esf(X01,Y01) + Esf(X01,Y20) +
```

```
                Esf(X20,Y01) + Esf(X20,Y20)
```

```
        End;
```

```
Sigma:=S  
End;
```

---

Primeramente se definió la constante NN que contiene el número máximo de cargas rectangulares que se desea usar y la cual es empleada posteriormente al definir el límite de los arreglos. El número de huellas, que de hecho se emplean, se encuentra en la variable n.

Para estas rutinas no se han declarado los cinco vectores mencionados anteriormente, sino que, dado que la presión de inflado es igual en todas las llantas que se consideran en un momento dado, se ha empleado una sola variable (Presion) para almacenar este valor. Los cuatro arreglos unidimensionales restantes se han integrado dentro de un solo vector (LL) formado por registros que contienen las coordenadas de cada huella. Del mismo modo, la profundidad (z) se ha declarado como una variable global.

La función Esf (x,y:real):Real, es equivalente a la que se describió como S (x,y); ésta calcula los esfuerzos bajo la esquina de una carga rectangular de lados (x,y) y contiene las consideraciones de signos ya mencionadas.

La función Sigma (x,y:Real):Real, devuelve el valor del esfuerzo vertical producido por el sistema, a una profundidad Z, bajo el punto (x,y). El esfuerzo se acumula en la variable S por medio del ciclo "For" que, para cada elemento del vector LL, llama cuatro veces a la función Esf. Al terminar el ciclo, la variable S contiene el esfuerzo vertical producido por todos los neumáticos.

### II-3. Aplicación del modelo a llantas dobles.

Como primera aplicación del algoritmo del inciso anterior, se estudiará la superposición de esfuerzos debidos a llantas dobles y, particularmente, el valor del esfuerzo vertical máximo para una profundidad determinada. Desafortunadamente surge una complicación adicional, y es que no es posible saber "a priori" en donde se localiza el esfuerzo vertical máximo para cada valor de  $z$ . Es obvio que en la superficie todos los puntos dentro del área de contacto están sometidos a esfuerzo máximo. Sin embargo, al aumentar la profundidad se definen dos puntos de esfuerzo máximo, los cuales se encuentran bajo el centro de cada una de las huellas. Y para profundidades cada vez mayores, esos puntos tienden a unirse en uno solo, hasta que lo hacen a un determinado valor de  $z$ , directamente bajo el centro de carga del sistema. Pero en la solución de este problema no se tomarán en cuenta el o los puntos donde los esfuerzos máximos se presenten, sino únicamente el valor de dicho esfuerzo dependiendo de la profundidad.

Para obtener la solución se deben definir datos que sean representativos de las condiciones que se presentan en la realidad. Los parámetros que se han considerado son:

- Dos llantas con ancho de piso de 230 mm. De acuerdo a los datos del apéndice C, éste es el ancho de piso máximo correspondiente a una llanta 11.00 R 22.
- Presión de inflado de ambas llantas igual a 568.79 kPa (5.8 kgf/cm<sup>2</sup>), la cual es la presión del eje equivalente del Instituto de Ingeniería de la UNAM.
- Carga soportada por cada llanta de 5.64 kN (575 kgf).
- Separación entre llantas duales de 120 mm. De acuerdo a mediciones realizadas personalmente esta separación es la más común.

Con los datos anteriores, se puede determinar que las huellas

rectangulares son de 230 mm x 43 mm y la huella circular equivalente tiene un radio de 79 mm.

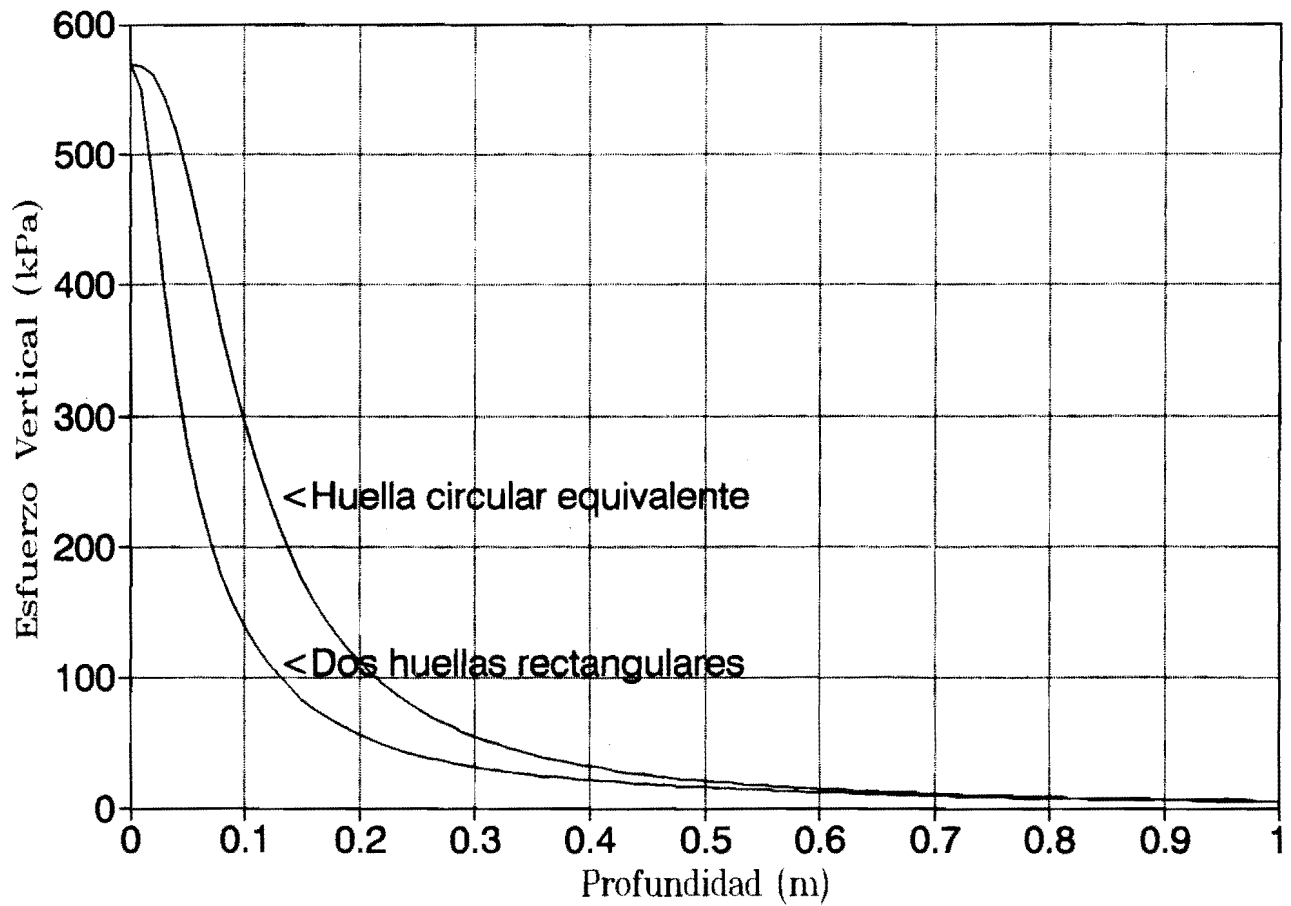
Empleando las rutinas para cálculo de esfuerzos, se ha tabulado una comparación entre los esfuerzos verticales máximos calculados en función de la profundidad para las dos huellas rectangulares, y los calculados para la huella circular equivalente. En la página siguiente se muestra dicha tabulación, en donde la columna Z tiene los valores de la profundidad, la cual se ha hecho variar entre 0.00 m y 1.00 m; la columna R contiene los esfuerzos verticales máximos en kilopascales debidos a las dos huellas rectangulares, y la columna C los debidos a la huella circular equivalente.

Para completar la solución, después de la tabulación, se presenta una gráfica de los valores calculados de los esfuerzos.

Z(m)	R(kPa)	C(kPa)			
			0.49	16.43	21.71
			0.50	15.95	20.88
0.00	568.79	568.79	0.51	15.48	20.09
0.01	549.69	567.68	0.52	15.04	19.35
0.02	478.21	560.51	0.53	14.61	18.64
0.03	396.38	543.71	0.54	14.20	17.98
0.04	328.47	517.05	0.55	13.80	17.35
0.05	276.01	482.83	0.56	13.42	16.75
0.06	235.49	444.28	0.57	13.05	16.18
0.07	203.58	404.44	0.58	12.70	15.64
0.08	177.90	365.58	0.59	12.36	15.13
0.09	156.85	329.11	0.60	12.03	14.64
0.10	139.31	295.75	0.61	11.71	14.17
0.11	124.52	265.75	0.62	11.40	13.73
0.12	111.93	239.04	0.63	11.11	13.30
0.13	101.12	215.42	0.64	10.83	12.90
0.14	91.79	194.59	0.65	10.55	12.51
0.15	83.68	176.25	0.66	10.29	12.14
0.16	76.61	160.10	0.67	10.03	11.79
0.17	70.42	145.85	0.68	9.79	11.45
0.18	64.97	133.26	0.69	9.55	11.13
0.19	60.16	122.12	0.70	9.32	10.81
0.20	55.90	112.22	0.71	9.10	10.52
0.21	52.11	103.40	0.72	8.88	10.23
0.22	48.74	95.52	0.73	8.68	9.96
0.23	45.72	88.47	0.74	8.47	9.69
0.24	43.01	82.14	0.75	8.28	9.44
0.25	40.58	76.43	0.76	8.09	9.20
0.26	38.38	71.28	0.77	7.91	8.96
0.27	36.40	66.61	0.78	7.73	8.74
0.28	34.60	62.37	0.79	7.56	8.52
0.29	32.96	58.51	0.80	7.40	8.31
0.30	31.47	54.98	0.81	7.24	8.11
0.31	30.11	51.76	0.82	7.08	7.92
0.32	28.86	48.81	0.83	6.93	7.73
0.33	27.72	46.09	0.84	6.79	7.55
0.34	26.67	43.59	0.85	6.64	7.37
0.35	25.70	41.29	0.86	6.51	7.20
0.36	24.81	39.16	0.87	6.37	7.04
0.37	23.98	37.18	0.88	6.24	6.88
0.38	23.21	35.35	0.89	6.12	6.73
0.39	22.46	33.65	0.90	6.00	6.58
0.40	21.75	32.07	0.91	5.88	6.44
0.41	21.06	30.59	0.92	5.76	6.30
0.42	20.39	29.21	0.93	5.65	6.17
0.43	19.76	27.93	0.94	5.54	6.04
0.44	19.15	26.72	0.95	5.44	5.91
0.45	18.56	25.59	0.96	5.33	5.79
0.46	17.99	24.53	0.97	5.23	5.68
0.47	17.45	23.53	0.98	5.14	5.56
0.48	16.93	22.60	0.99	5.04	5.45
			1.00	4.95	5.34



# COMPARACION DE ESFUERZOS



Como se puede apreciar en la gráfica anterior, la curva de esfuerzos, a la profundidad calculada, en base a la superficie circular uniformemente cargada, se asemeja mucho en la forma a la correspondiente a las dos huellas rectangulares. No obstante, la curva del área circular siempre se encuentra por encima de la de las áreas rectangulares, excepto en  $z=0$ , donde coinciden. Además, conforme la profundidad aumenta los esfuerzos tienden a igualarse, por lo que las curvas se aproximan entre sí al tender la profundidad a infinito. Nótese, sin embargo, que para profundidades cercanas a los 120 mm, el esfuerzo calculado, considerando las huellas rectangulares, es menos del 50 % del calculado con la huella circular equivalente.

Con la intención de ampliar la solución de este problema, a continuación se considerarán tres casos adicionales variando los parámetros del sistema en cuanto al ancho de piso y la carga soportada por las llantas. Se ha llamado al caso anterior "A" y a los nuevos "B", "C" y "D"; y los parámetros de cada uno son:

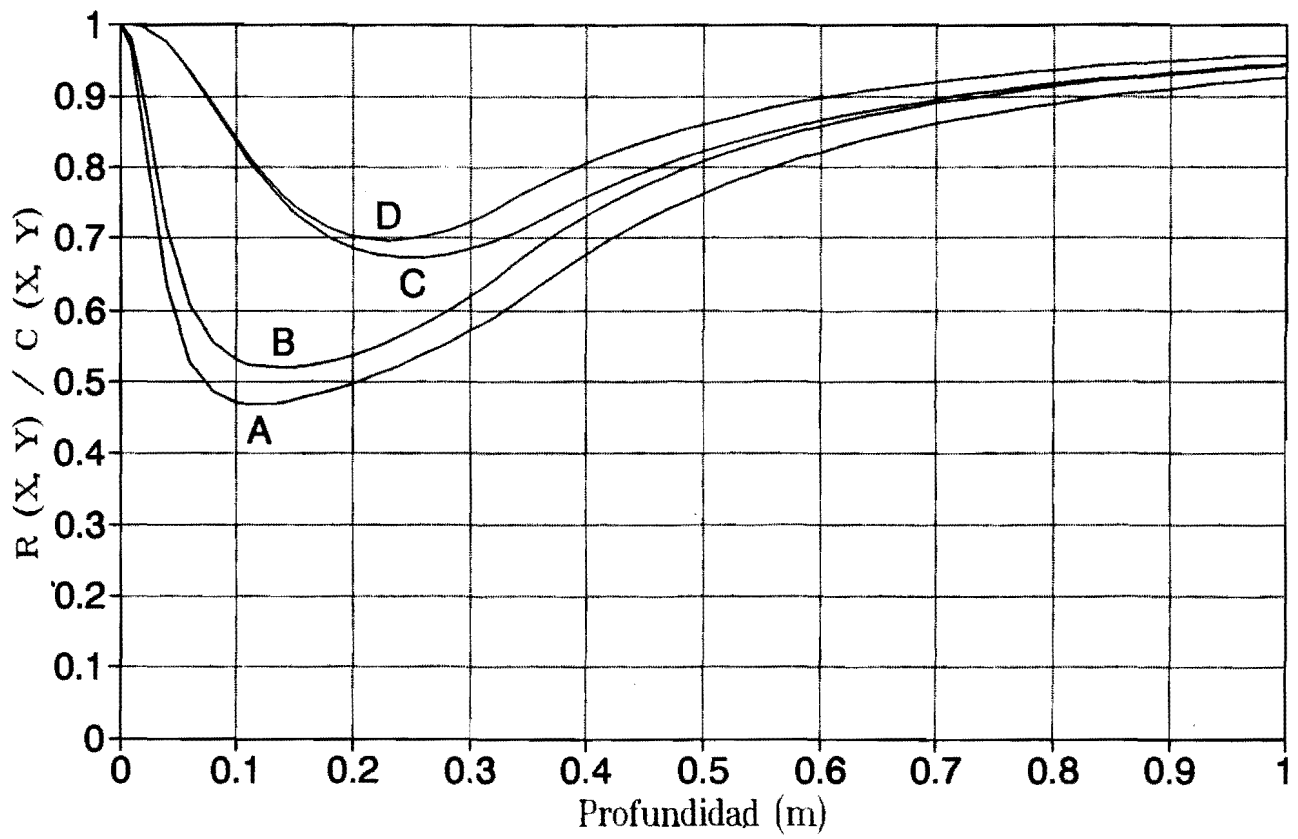
Caso:	A	B	C	D
Ancho de piso (mm)	230	191	230	191
Carga por llanta (kN)	5.64	5.64	24.52	24.52
(kgf)	575.00	575.00	2500.00	2500.00
Longitud de la huella (mm):	43	52	187	226
Radio Equivalente (mm)	79	79	166	166
Separación de llantas (mm):	120	120	120	120

Se han seleccionado dos anchos de piso y dos cargas diferentes que representan condiciones extremas de las llantas que se usan en camiones. Además, la presión de inflado para todos los casos es la del eje equivalente, y el espacio entre las huellas rectangulares se ha conservado igual a 120 mm.

A continuación, se presentan los cuatro casos en forma gráfica. Pero, para hacerlas más ilustrativas, no se tabularon los esfuerzos en forma absoluta, sino el cociente del esfuerzo vertical máximo debido a las huellas rectangulares sobre el debido a la huella circular equivalente:  $R(X,Y)/C(X,Y)$ .

# Estudio de llantas dobles

## Uso de la huella circular equivalente



Las cuatro curvas anteriores permiten la obtención de algunas conclusiones sobre el uso de una sola huella circular equivalente, para calcular los esfuerzos debidos a dos llantas.

En primer término, nótese que las cuatro funciones son menores o iguales a uno en todo el intervalo que se ha graficado de la profundidad (de 0.00 m a 1.00 m). Todas ellas parten del valor 1.0, lo cual es lógico, puesto que en la superficie del pavimento el esfuerzo vertical máximo corresponde a la presión de inflado y ésta es igual tanto para las huellas rectangulares como para la huella circular equivalente y, por otro lado, las curvas vuelven a tomar el valor de 1.0 a una profundidad infinita. Se tiene por lo tanto que, exceptuando la superficie y la profundidad infinita, el esfuerzo vertical máximo siempre es menor si se calcula considerando las huellas en lo individual, que si se calcula con la huella circular equivalente; e incluso, puede llegar a ser mucho menor. Como se aprecia en la curva D, para profundidades entre los 200 y 250 mm, el esfuerzo debido a las huellas rectangulares es aproximadamente el 70% del calculado con la huella circular equivalente; y para la curva A, como ya se había mencionado, puede ser incluso menor del 50%.

Conviene también mencionar que la geometría de las llantas puede tener influencia, aunque pequeña, dependiendo de la profundidad. Compárense, por ejemplo, las curvas C y D, las cuales representan dos casos con diferente ancho de piso pero con la misma carga. Para profundidades menores a 150 mm las curvas se empalman, por lo que el ancho de piso no tiene una influencia importante en los esfuerzos verticales; a profundidades mayores, las curvas se separan y se tiene que, a 350 mm, la diferencia es de aproximadamente 5%, la cual tampoco es significativa.

#### II-4. Extensión del modelo a ejes sencillos, tandem y triples.

En el primer inciso de este capítulo se mencionaba que, en la práctica, una llanta nunca actúa sola sobre la superficie de un pavimento. Sin embargo, como ocurre pensar, tampoco las llantas dobles, que se veían en el inciso anterior, se presentan en forma aislada, lo que obliga a considerar la superposición de esfuerzos en sistemas de más de dos neumáticos.

En realidad, si se buscara una clasificación natural de sistemas de llantas probablemente se encontraría que la mejor sería aquella que considerase a las de cada vehículo que transita sobre un pavimento como un conjunto aislado. Desafortunadamente, esta solución sería, en algunos casos, muy costosa en cuanto al tiempo de máquina, pues el número de neumáticos de un vehículo puede llegar a superar los treinta y, además, se estaría obligado a hacer un análisis para cada uno de los múltiples tipos de vehículos que existen.

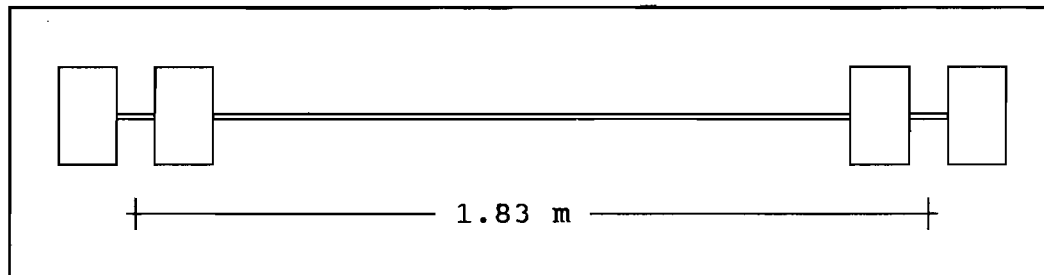
Con objeto de reducir el número de casos a estudiar y al mismo tiempo tratar de conservar una aplicación general a la mayoría de los vehículos existentes, se ha decidido considerar como sistemas de llantas a conjuntos de ejes por separado<sup>6</sup>, y los análisis que se efectuarán son:

- Dual: un eje con llantas dobles (sistema de cuatro llantas).
- Tandem: dos ejes con llantas dobles (sistema de ocho llantas).
- Triple: tres ejes con llantas dobles (sistema de doce llantas).

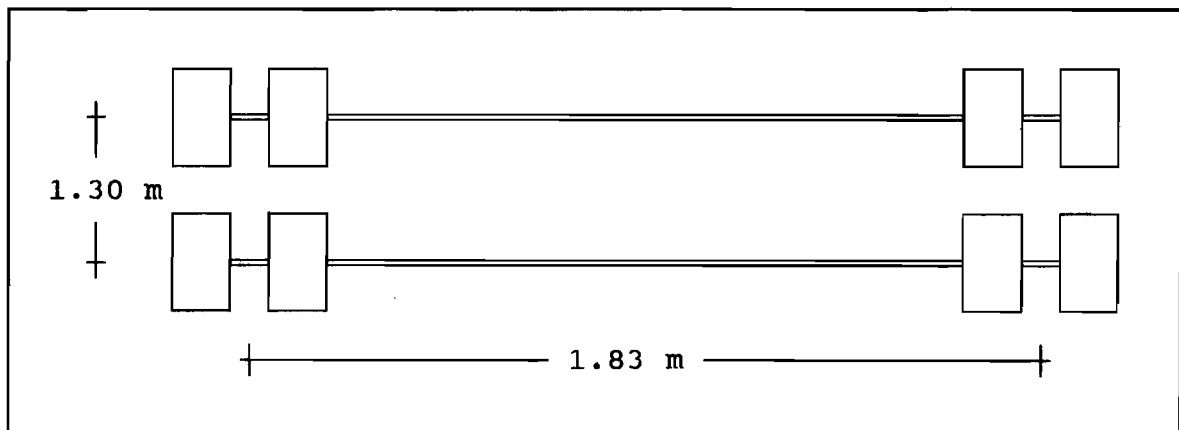
---

<sup>6</sup>Se está siguiendo la práctica del Instituto de Ingeniería de la UNAM [Refs. 1, 2, 3]

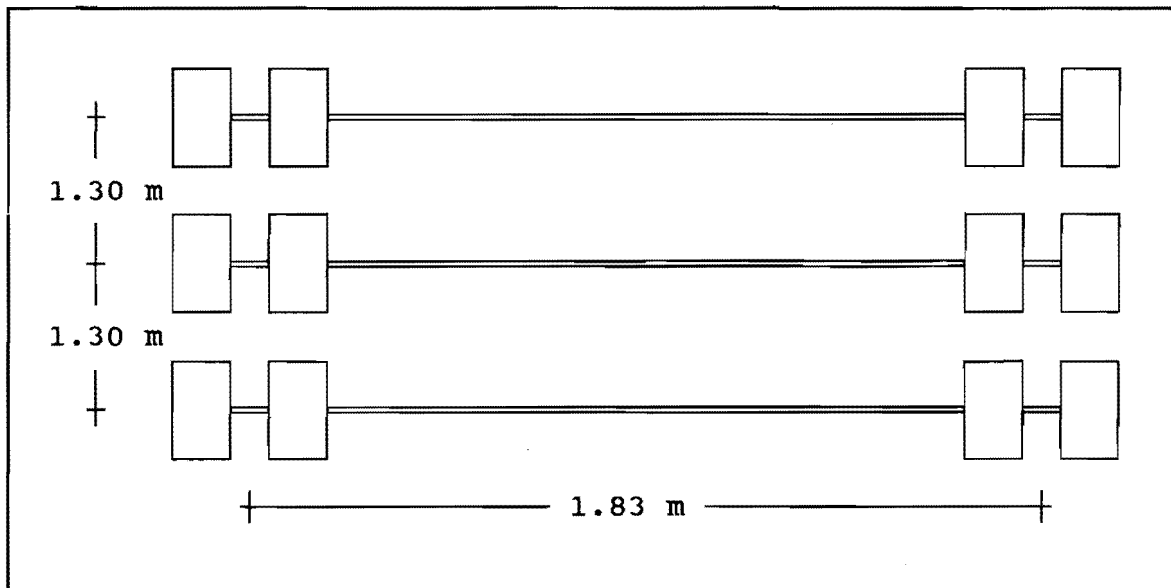
A continuación se muestra una planta de la disposición de las llantas en cada uno de los tres sistemas.



Disposición de los neumáticos en el sistema dual



Disposición de los neumáticos en el sistema tandem



Disposición de los neumáticos en el sistema triple

En cada uno de los tres sistemas anteriores se han considerado cuatro variantes para conocer el efecto que la carga y la geometría de la llanta tienen sobre los esfuerzos. Del Instructivo para Diseño de Pavimentos del I. I. [Ref. 2] se han tomado las condiciones extremas de carga correspondientes a vehículos cargados y vacíos. Y, por otro lado, del apéndice C los anchos de piso de una llanta angosta y de una ancha. Por lo tanto, se han definido doce casos de estudio cuyas características se enlistan en la siguiente página.

Caso	Sistema	Carga		Ancho de Piso
		Total	Por llanta	
		kN (kg)	kN (kg)	mm
1	Dual	98.07 (10000)	24.52 (2500)	191
2	Dual	22.56 (2300)	5.64 (575)	191
3	Tandem	176.52 (18000)	22.06 (2250)	191
4	Tandem	29.42 (3000)	3.68 (375)	191
5	Triple	220.65 (22500)	18.39 (1875)	191
6	Triple	49.03 (5000)	4.09 (417)	191
7	Dual	98.07 (10000)	24.52 (2500)	230
8	Dual	22.56 (2300)	5.64 (575)	230
9	Tandem	176.52 (18000)	22.06 (2250)	230
10	Tandem	29.42 (3000)	3.68 (375)	230
11	Triple	220.65 (22500)	18.39 (1875)	230
12	Triple	49.03 (5000)	4.09 (417)	230



El objetivo de estos análisis es resolver el problema de la superposición de esfuerzos verticales, y en todos los casos se ha considerado que la presión de inflado de todas las llantas del sistema es igual a las del eje equivalente. Para cada valor de la profundidad ( $z$ ), se han calculado los esfuerzos verticales máximos producidos por cada sistema de neumáticos. Pero, a diferencia de los casos anteriores, no se ha expresado en kPa o como fracción de la presión de contacto, sino como coeficiente del producido por una sola llanta.

Es obvio que en la superficie el esfuerzo máximo es el producido por una sola llanta, independientemente del número de éstas que tenga el sistema. Sin embargo, al aumentar la profundidad el esfuerzo vertical máximo también se vuelve mayor que el que produce una sola llanta.

Si se llama  $\sigma^*$  al esfuerzo vertical máximo producido por el sistema a una profundidad determinada, y  $\sigma$  al esfuerzo a esa misma profundidad producido por una sola llanta, es posible escribir:  $\sigma^* = N\sigma$ , donde  $N$  es función de  $z$  y para  $z=0$ ,  $N=1$ .

Es muy interesante notar que conforme  $z$  tiende a infinito, el valor de  $N$  se aproxima asintóticamente al número de neumáticos del sistema, es decir:

- Para ejes duales,  $N$  tiende a 4.
- Para conjuntos tandem,  $N$  tiende a 8. Y,
- Para conjuntos triples,  $N$  tiende a 12.

La solución del problema se ha expresado como valores de  $N$ , parámetro al que se ha llamado: "Número de Llantas Equivalentes", y la profundidad se ha expresado en forma logarítmica, con el fin de descubrir la tendencia asintótica de este parámetro.

A continuación, se dan tres tablas que resumen los resultados obtenidos en los doce casos del estudio para valores de  $z$ , que van de 0.01 m a 100.0 m:

Análisis de un eje dual (4 llantas)

Profundidad Log (z)	z (m)	Número Equivalente de Llantas (N) Condición de carga			
		1	2	7	8
-2.00	0.010	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
-1.80	0.016	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
-1.60	0.025	1.0002	1.0000	1.0001	1.0000
-1.40	0.040	1.0006	1.0002	1.0004	1.0002
-1.20	0.063	1.0025	1.0013	1.0016	1.0009
-1.00	0.100	1.0102	1.0068	1.0067	1.0049
-0.95	0.112	1.0145	1.0103	1.0097	1.0074
-0.90	0.126	1.0207	1.0156	1.0140	1.0112
-0.85	0.141	1.0295	1.0233	1.0201	1.0167
-0.80	0.158	1.0419	1.0345	1.0289	1.0249
-0.75	0.178	1.0591	1.0506	1.0414	1.0367
-0.70	0.200	1.0828	1.0731	1.0588	1.0535
-0.65	0.224	1.1151	1.1043	1.0829	1.0769
-0.60	0.251	1.1584	1.1466	1.1156	1.1091
-0.55	0.282	1.2158	1.2031	1.1597	1.1527
-0.50	0.316	1.2911	1.2777	1.2182	1.2107
-0.45	0.355	1.3835	1.3716	1.2948	1.2870
-0.40	0.398	1.4724	1.4635	1.3870	1.3803
-0.35	0.447	1.5538	1.5473	1.4749	1.4699
-0.30	0.501	1.6272	1.6226	1.5560	1.5524
-0.25	0.562	1.6926	1.6893	1.6297	1.6270
-0.20	0.631	1.7507	1.7484	1.6961	1.6942
-0.15	0.708	1.8028	1.8011	1.7562	1.7549
-0.10	0.794	1.8507	1.8494	1.8117	1.8106
-0.05	0.891	1.8969	1.8959	1.8647	1.8639
0.00	1.000	1.9444	1.9436	1.9183	1.9177
0.10	1.259	2.0595	2.0587	2.0437	2.0431
0.20	1.585	2.2352	2.2345	2.2277	2.2271
0.30	1.995	2.5258	2.5250	2.5254	2.5248
0.40	2.512	2.9374	2.9369	2.9372	2.9369
0.50	3.162	3.2717	3.2714	3.2700	3.2698
0.60	3.981	3.5142	3.5141	3.5123	3.5122
0.70	5.012	3.6821	3.6821	3.6804	3.6804
0.80	6.310	3.7946	3.7946	3.7934	3.7934
0.90	7.943	3.8684	3.8684	3.8676	3.8676
1.00	10.000	3.9162	3.9162	3.9156	3.9156
1.10	12.589	3.9468	3.9468	3.9464	3.9464
1.20	15.849	3.9663	3.9663	3.9660	3.9660
1.30	19.953	3.9787	3.9787	3.9785	3.9785
1.40	25.119	3.9865	3.9865	3.9864	3.9864
1.50	31.623	3.9915	3.9915	3.9914	3.9914
1.60	39.811	3.9946	3.9946	3.9946	3.9946
1.70	50.119	3.9966	3.9966	3.9966	3.9966
1.80	63.096	3.9979	3.9979	3.9978	3.9978
1.90	79.433	3.9986	3.9986	3.9986	3.9986
2.00	100.000	3.9991	3.9991	3.9991	3.9991

Análisis de un conjunto tandem (8 llantas)

Profundidad Log (z)	z (m)	Número Equivalente de Llantas (N) Condición de carga			
		3	4	9	10
-2.00	0.010	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
-1.80	0.016	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
-1.60	0.025	1.0001	1.0000	1.0001	1.0000
-1.40	0.040	1.0006	1.0002	1.0004	1.0001
-1.20	0.063	1.0023	1.0012	1.0015	1.0009
-1.00	0.100	1.0097	1.0067	1.0064	1.0048
-0.95	0.112	1.0139	1.0102	1.0093	1.0073
-0.90	0.126	1.0199	1.0154	1.0135	1.0111
-0.85	0.141	1.0286	1.0231	1.0196	1.0167
-0.80	0.158	1.0407	1.0343	1.0283	1.0248
-0.75	0.178	1.0578	1.0504	1.0407	1.0367
-0.70	0.200	1.0814	1.0729	1.0581	1.0535
-0.65	0.224	1.1135	1.1042	1.0821	1.0770
-0.60	0.251	1.1569	1.1467	1.1151	1.1095
-0.55	0.282	1.2146	1.2036	1.1595	1.1534
-0.50	0.316	1.2904	1.2789	1.2186	1.2121
-0.45	0.355	1.3844	1.3740	1.2963	1.2896
-0.40	0.398	1.4758	1.4679	1.3907	1.3849
-0.35	0.447	1.5610	1.5550	1.4823	1.4778
-0.30	0.501	1.6401	1.6355	1.5689	1.5654
-0.25	0.562	1.7145	1.7107	1.6514	1.6485
-0.20	0.631	1.7864	1.7830	1.7315	1.7290
-0.15	0.708	1.8596	1.8564	1.8126	1.8102
-0.10	0.794	1.9394	1.9359	1.8997	1.8971
-0.05	0.891	2.0329	2.0289	1.9997	1.9969
0.00	1.000	2.1494	2.1445	2.1219	2.1185
0.10	1.259	2.5030	2.4956	2.4852	2.4801
0.20	1.585	3.1525	3.1426	3.1434	3.1365
0.30	1.995	4.0645	4.0588	4.0651	4.0612
0.40	2.512	5.0891	5.0858	5.0876	5.0853
0.50	3.162	5.9475	5.9458	5.9439	5.9427
0.60	3.981	6.6031	6.6023	6.5993	6.5988
0.70	5.012	7.0732	7.0729	7.0700	7.0697
0.80	6.310	7.3958	7.3956	7.3933	7.3932
0.90	7.943	7.6106	7.6105	7.6089	7.6088
1.00	10.000	7.7510	7.7509	7.7498	7.7498
1.10	12.589	7.8415	7.8415	7.8407	7.8407
1.20	15.849	7.8994	7.8994	7.8990	7.8990
1.30	19.953	7.9363	7.9363	7.9360	7.9360
1.40	25.119	7.9597	7.9597	7.9595	7.9595
1.50	31.623	7.9746	7.9746	7.9744	7.9744
1.60	39.811	7.9839	7.9839	7.9839	7.9839
1.70	50.119	7.9899	7.9899	7.9898	7.9898
1.80	63.096	7.9936	7.9936	7.9936	7.9936
1.90	79.433	7.9960	7.9960	7.9959	7.9959
2.00	100.000	7.9975	7.9975	7.9974	7.9974

Análisis de un conjunto triple (12 llantas)

Profundidad Log (z)	z (m)	Número Equivalente de Llantas (N) Condición de carga			
		5	6	11	12
-2.00	0.010	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
-1.80	0.016	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
-1.60	0.025	1.0001	1.0000	1.0001	1.0000
-1.40	0.040	1.0005	1.0002	1.0003	1.0002
-1.20	0.063	1.0021	1.0012	1.0013	1.0009
-1.00	0.100	1.0089	1.0067	1.0060	1.0048
-0.95	0.112	1.0129	1.0102	1.0088	1.0073
-0.90	0.126	1.0188	1.0155	1.0129	1.0111
-0.85	0.141	1.0271	1.0232	1.0188	1.0167
-0.80	0.158	1.0390	1.0344	1.0274	1.0249
-0.75	0.178	1.0558	1.0505	1.0396	1.0368
-0.70	0.200	1.0792	1.0732	1.0569	1.0537
-0.65	0.224	1.1112	1.1046	1.0810	1.0774
-0.60	0.251	1.1545	1.1473	1.1140	1.1101
-0.55	0.282	1.2124	1.2047	1.1587	1.1545
-0.50	0.316	1.2888	1.2806	1.2184	1.2139
-0.45	0.355	1.3843	1.3769	1.2973	1.2925
-0.40	0.398	1.4784	1.4727	1.3939	1.3897
-0.35	0.447	1.5674	1.5630	1.4891	1.4857
-0.30	0.501	1.6523	1.6486	1.5813	1.5786
-0.25	0.562	1.7353	1.7321	1.6723	1.6699
-0.20	0.631	1.8205	1.8173	1.7656	1.7633
-0.15	0.708	1.9136	1.9103	1.8665	1.8641
-0.10	0.794	2.0227	2.0189	1.9826	1.9800
-0.05	0.891	2.1572	2.1528	2.1235	2.1205
0.00	1.000	2.3285	2.3235	2.3006	2.2971
0.10	1.259	2.8324	2.8262	2.8142	2.8100
0.20	1.585	3.6390	3.6326	3.6301	3.6257
0.30	1.995	4.8636	4.8579	4.8657	4.8618
0.40	2.512	6.3914	6.3872	6.3892	6.3863
0.50	3.162	7.8272	7.8246	7.8224	7.8207
0.60	3.981	9.0377	9.0362	9.0324	9.0314
0.70	5.012	9.9728	9.9721	9.9683	9.9678
0.80	6.310	10.6495	10.6492	10.6460	10.6458
0.90	7.943	11.1170	11.1169	11.1145	11.1144
1.00	10.000	11.4299	11.4298	11.4282	11.4281
1.10	12.589	11.6349	11.6349	11.6338	11.6338
1.20	15.849	11.7675	11.7675	11.7667	11.7667
1.30	19.953	11.8524	11.8524	11.8519	11.8519
1.40	25.119	11.9065	11.9065	11.9062	11.9062
1.50	31.623	11.9409	11.9409	11.9407	11.9407
1.60	39.811	11.9626	11.9626	11.9625	11.9625
1.70	50.119	11.9764	11.9764	11.9763	11.9763
1.80	63.096	11.9851	11.9851	11.9851	11.9851
1.90	79.433	11.9906	11.9906	11.9906	11.9906
2.00	100.000	11.9941	11.9941	11.9940	11.9940

En las tablas anteriores puede verse claramente que, en efecto, existe una tendencia asintótica del valor de  $N$  hacia el número de huellas que componen el sistema.

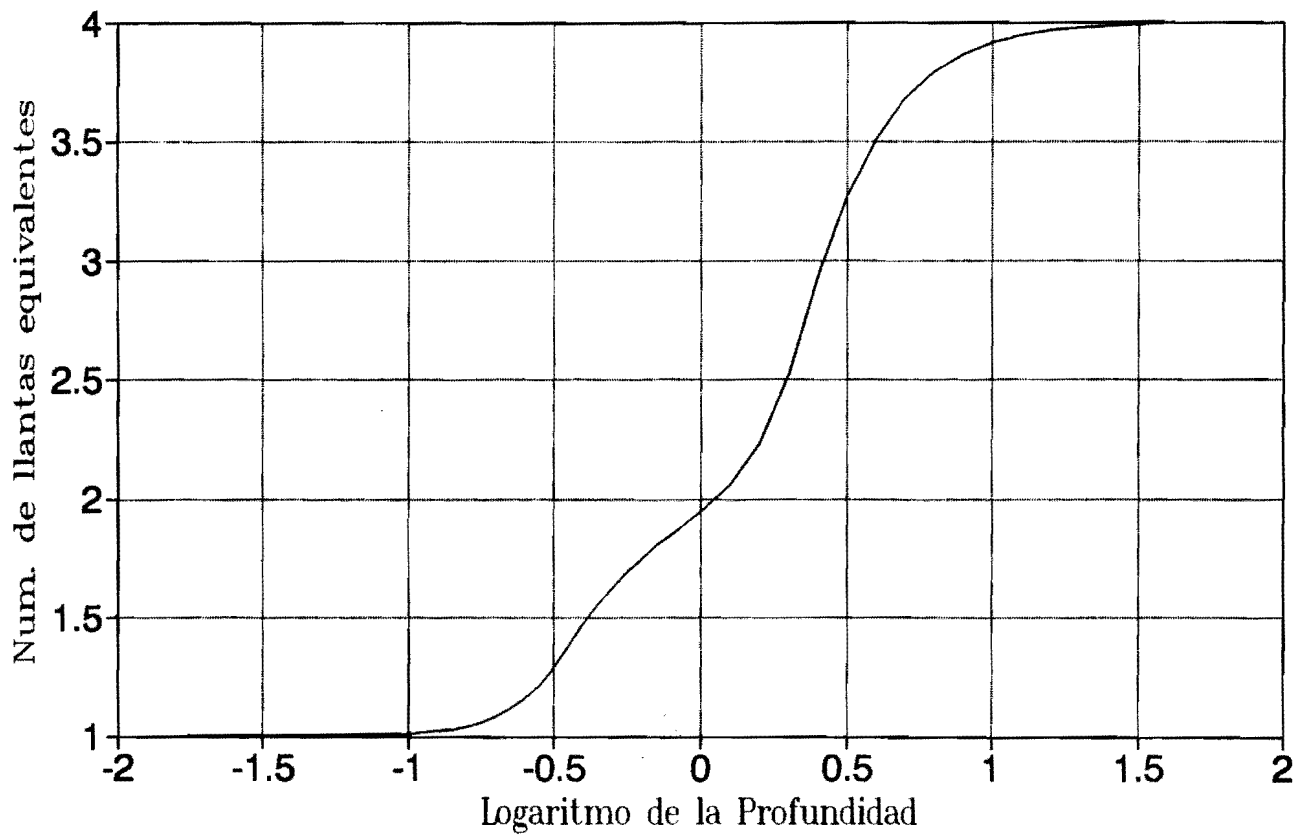
Es también interesante observar el efecto que tienen la carga y el ancho de la huella sobre  $N$ .

En el eje dual, los valores máximos para una misma profundidad están en la columna 1 ( $N_1$ ), mientras que los mínimos están en la columna 8 ( $N_8$ ). Pero la diferencia entre ellos ( $N_1 - N_8$ ) nunca es mayor que 0.1; de hecho, su valor máximo se presenta para  $z = 0.355$  m, donde  $N_1 - N_8 = 0.0965$ . Se puede decir, por lo tanto, que la condición más crítica, en cuanto a esfuerzos verticales, es la que corresponde al vehículo cargado con llantas angostas, mientras que la menos crítica ocurre con el vehículo vacío y llantas anchas.

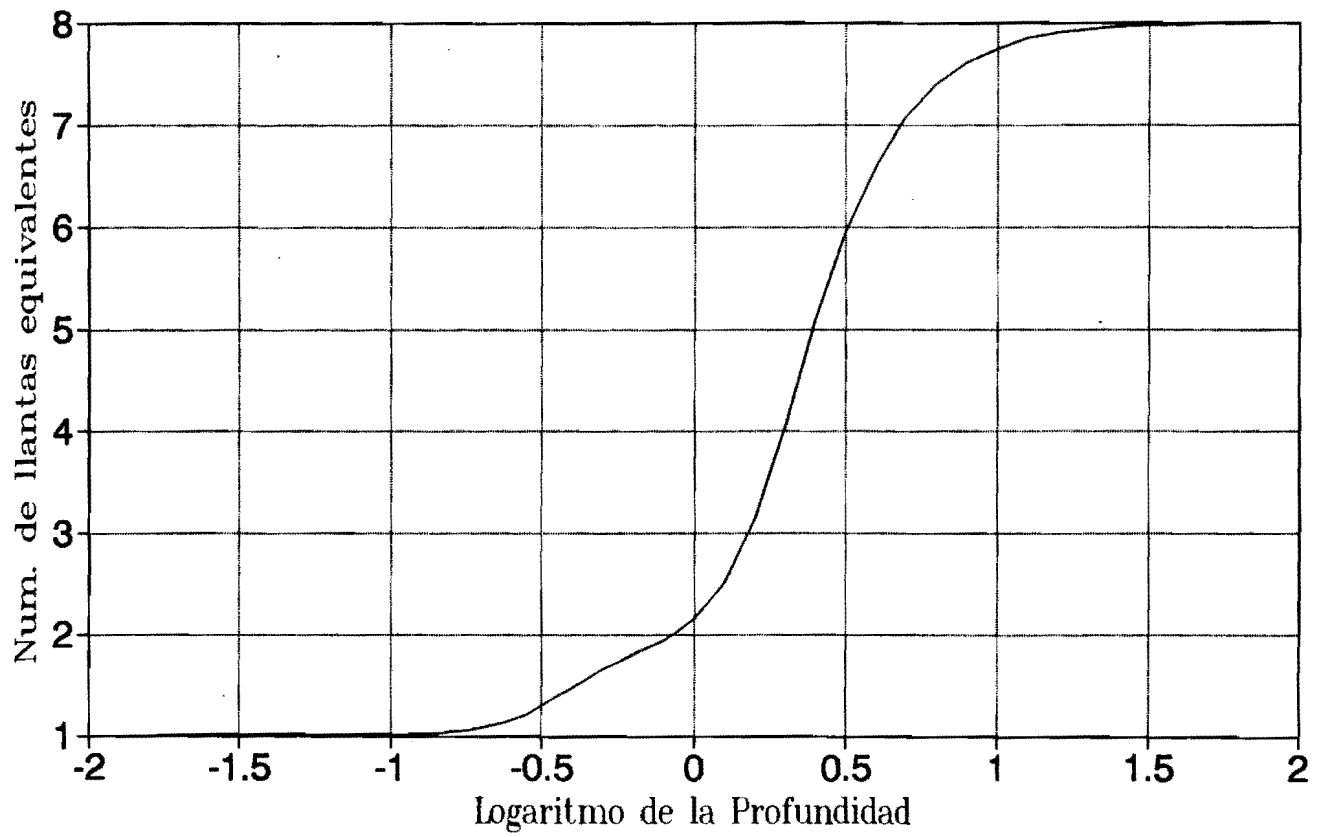
La misma situación se presenta en los conjuntos tandem y triple, donde también la máxima diferencia en los valores de  $N$  se localiza a una profundidad de aproximadamente 0.35 m. Para el conjunto tandem,  $N_3 - N_{10} = 0.0948$  y para el triple  $N_5 - N_{12} = 0.0918$ .

Ya que la influencia del ancho de piso y de la carga es tan pequeña en los valores de  $N$ , se puede plantear el uso de una sola relación entre  $N$  y  $Z$  para cada conjunto, independientemente de la carga o el ancho de piso. A continuación se presenta dicha relación en forma gráfica para cada uno de los tres casos que resultaron más críticos (1,3,5):

N vs Log (z)  
Eje Dual (4 llantas)

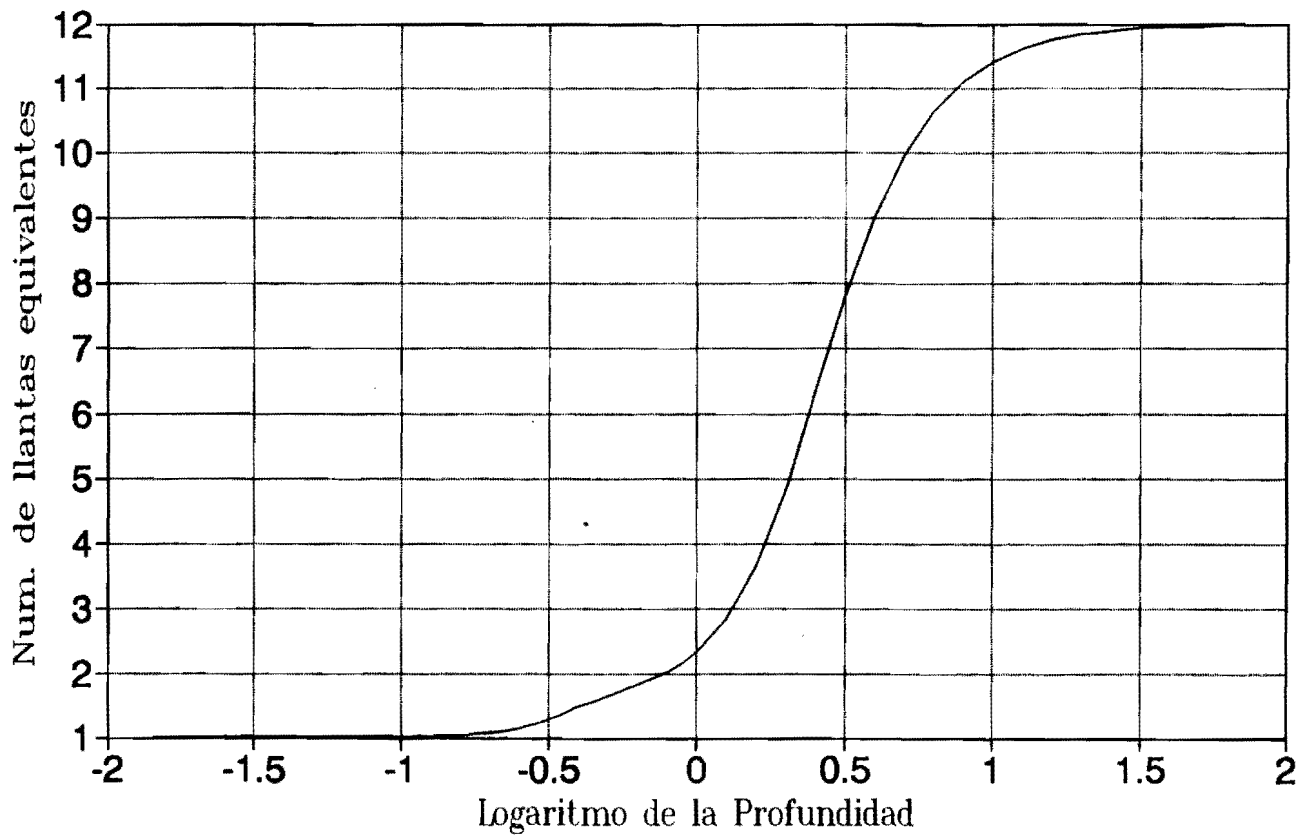


N vs Log (z)  
Conjunto tandem (8 llantas)



# N vs Log (z)

## Conjunto Triple (12 llantas)





Las gráficas anteriores constituyen una extensión de las utilizadas por McLeod en el Departamento Canadiense del Transporte<sup>7</sup>. Sin embargo, el procedimiento de McLeod (basado en el trabajo original de Boyd y Foster del Cuerpo Estadounidense de Ingenieros), aproxima mediante tres líneas rectas en escala logarítmica la superposición de esfuerzos debidos a un sistema de dos llantas.

En la actualidad se puede obtener la solución "exacta" a este problema cuando se dispone de una computadora, aunque en calculadoras programables o cálculos manuales puede ser necesario recurrir a métodos de aproximación. Por ello, se ha realizado un ajuste de curvas para obtener una ecuación que aproxime los valores de  $N$  en función de  $z$ .

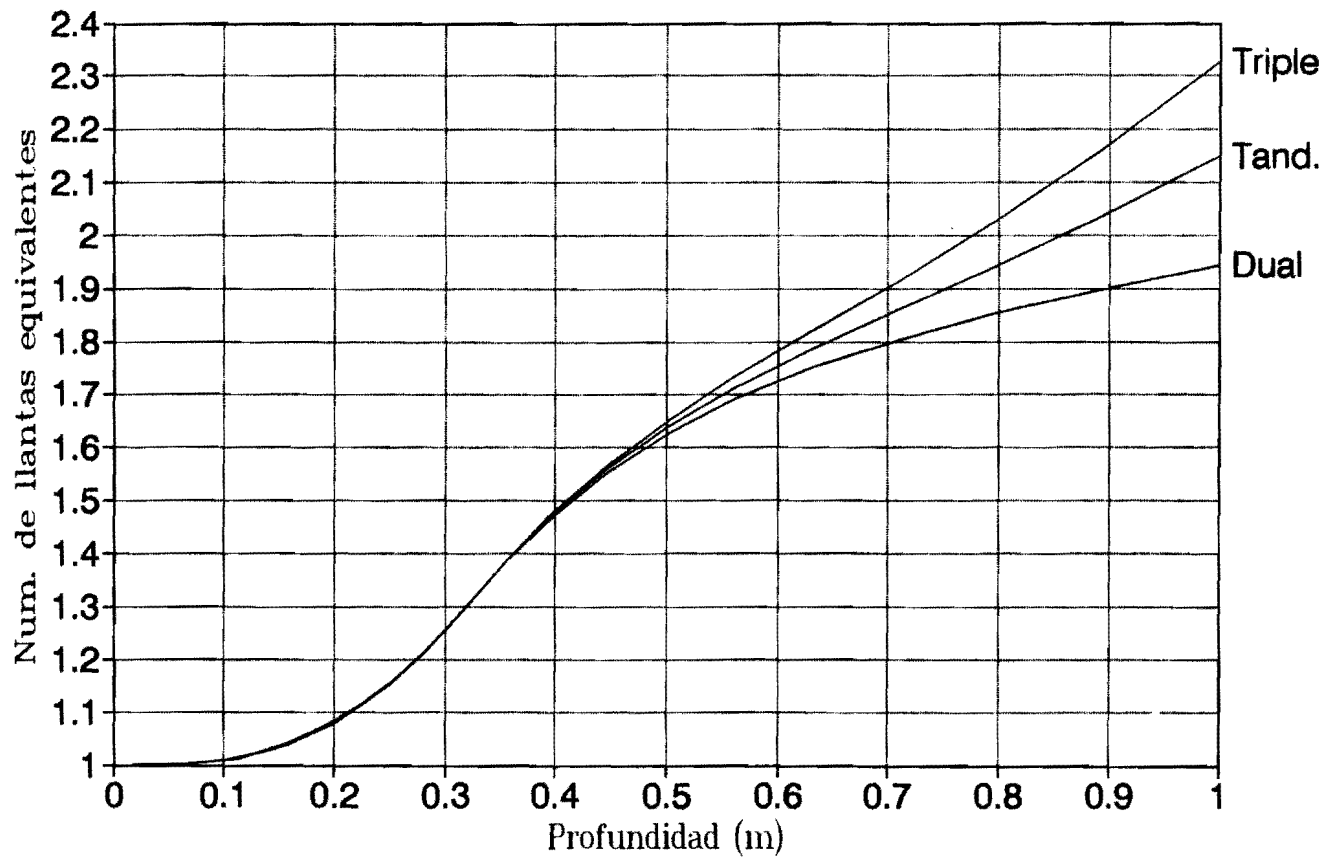
La gráfica de la página siguiente muestra simultáneamente una ampliación de las curvas correspondientes al eje dual, y los conjuntos tandem y triple. En ella se expresa la profundidad en un eje aritmético para el intervalo de 0.00 m a 1.00 m, pues para una aplicación a los pavimentos se puede reducir a éste el dominio de interés de la función de ajuste.

Es muy interesante ver que para las profundidades menores a 0.40 m las tres curvas se encuentran empalmadas, lo cual significa que en el rango de valores de  $z$  de 0.00 m a 0.40 m, el valor de  $N$  es prácticamente independiente del tipo de sistema de neumáticos que se tenga y es siempre menor que 1.5; pero, a profundidades mayores, se vuelve necesario considerar el efecto de cada conjunto por separado. Por lo tanto, se han generado cuatro ecuaciones de ajuste para describir cada uno de los casos que se presentan.

---

<sup>7</sup>cfr. en bibliografía Principles of Pavement Design, ed. cit.

# GRAFICA PARA LA ECUACION DE AJUSTE



Las ecuaciones obtenidas son las siguientes:

A) Para  $z \leq 0.40$  m, y ejes duales o conjuntos tandem o triples:

$$N = 1 + ( z / (0.53 \text{ m}) )^{2.48}$$

B) Para  $0.40 \text{ m} < z < 1.00 \text{ m}$  y ejes duales:

$$N = 1.5 + ( (z - 0.40 \text{ m}) / (1.89 \text{ m}) )^{0.68}$$

C) Para  $0.40 \text{ m} < z < 1.00 \text{ m}$  y conjuntos tandem

$$N = 1.5 + ( (z - 0.40 \text{ m}) / (1.00 \text{ m}) )^{0.86}$$

C) Para  $0.40 \text{ m} < z < 1.00 \text{ m}$  y conjuntos triples

$$N = 1.5 + ( (z - 0.40 \text{ m}) / (0.74 \text{ m}) )^{0.98}$$

La aproximación que se consigue con estas ecuaciones a las curvas originales es bastante buena y, además, permite resolver el problema inverso (obtener  $z$  en función de  $N$ ), de manera también muy sencilla.

Con esta exposición se termina lo referente a la superposición de los esfuerzos verticales. En el siguiente capítulo se comentará una de las aplicaciones que se le puede dar a este desarrollo.

**CAPITULO III**

**Consideraciones de  
Fatiga**

### III-1. El fenómeno de fatiga de los materiales.

El término "Fatiga", como se entiende en ingeniería, se refiere a la manifestación de una fractura progresiva en un sólido sujeto a carga cíclica. La fractura por fatiga comienza con una o varias grietas en la superficie que se prolongan hacia adentro debido a la aplicación repetitiva de fuerzas, hasta que la ruptura completa ocurre cuando la pequeña porción no afectada del sólido es demasiado débil para resistir la carga.

Análogamente, en el caso de esta tesis, el término fatiga supone un modo de falla del pavimento de concreto asfáltico como resultado de la aplicación repetitiva de esfuerzos inducidos por el tráfico. Y para la construcción moderna de pavimentos, es necesario diseñar considerando este fenómeno.

En la práctica es difícil definir la falla por fatiga, ya que ésta se puede basar en el número de ciclos requeridos para la aparición de la primera grieta o para la fractura total<sup>8</sup>. Estas dos situaciones son extremas y, por lo tanto, se debería definir una condición intermedia como criterio de falla. En el método del Instituto de Ingeniería se propuso [Refs. 1, 2] "que un modelo de pavimento había fallado cuando veinte por ciento de la longitud del mismo tenía deformaciones permanentes iguales o mayores que 2.5 cm, medidas con relación al perfil original".

Una vez fijado el criterio de falla por fatiga debe obtenerse alguna función empírica que relacione el número de ciclos de carga hasta la falla, con algún parámetro de resistencia del pavimento. Pueden, alternativamente, relacionarse el valor del esfuerzo aplicado, o de la deformación unitaria, con el número de ciclos de vida.

Es muy importante notar que el criterio de falla por fatiga se encuentra muy relacionado con el método de prueba utilizado.

---

<sup>8</sup>Otra forma de definir la falla por fatiga podría ser como el punto en el cual la rigidez, o alguna otra propiedad del material, se ha reducido a una determinada fracción de su valor original. No obstante, cualquiera que sea la forma que se escoja, la elección de la condición de falla es frecuentemente arbitraria.

Generalmente, los métodos de prueba se pueden clasificar como [Ref. 4]:

- De esfuerzo controlado.
- De deformación unitaria controlada.

Se dice que se tiene un modo de esfuerzo controlado cuando la carga causa esfuerzos alternantes de amplitud constante, y un modo de deformación unitaria controlada cuando la carga causa una deflexión o deformación de amplitud constante. En pruebas de esfuerzo controlado, si ocurre una reducción de rigidez, la deformación se incrementa gradualmente; y en el caso de deformación controlada, el esfuerzo resultante disminuirá al disminuir la rigidez.

En muchos casos el número de ciclos hasta la falla depende de cuál de los dos modos anteriores se presente. Aunque, esos modos constituyen casos extremos puesto que, en la realidad, se presenta una situación intermedia entre los dos. Pero, para una aplicación al diseño, son preferibles las pruebas de esfuerzo controlado, ya que arrojan resultados más conservadores (menor número de ciclos hasta la falla).

Por otro lado, independientemente del método de prueba, es preferible relacionar el número de ciclos a la falla con la deformación unitaria por medio de una recta en una escala logarítmica, es decir, una ecuación de la forma:

$$N = A (1/e)^B$$

Donde N: Es el número de aplicaciones de la deformación unitaria que causa la falla con el particular método de prueba usado.

A,B: Son constantes experimentales que deben determinarse al efectuar las pruebas.

Se puede obtener una ecuación similar en función del esfuerzo y, aunque ésta también depende del método de prueba, la mejor forma

de representar matemáticamente el comportamiento a la fatiga es mediante una relación deformación unitaria vs número de ciclos a la falla [Ref. 4].

Para terminar, vale mencionar que en las pruebas de fatiga de materiales se ha encontrado que, después de un número determinado de ciclos, la resistencia del material deja de disminuir. Es decir, se presenta lo que se llama "límite de fatiga", que es aquel esfuerzo para el cual el material puede soportar un número infinito de ciclos de carga. En el caso del acero, el límite de fatiga ocurre aproximadamente a los dos millones de ciclos. Sin embargo no hay evidencia de dicho límite en pavimentos hasta diez millones de aplicaciones de la carga, pero la pendiente de la línea de fatiga es tal que, una pequeña disminución en el nivel de esfuerzo, puede resultar en un incremento considerable del número de ciclos.

### III-2. Modelo matemático del Instituto de Ingeniería.

El modelo matemático del Instituto de Ingeniería [Refs. 1, 2, 3] está basado en la hipótesis de que existe una relación lineal entre el logaritmo de la resistencia requerida del pavimento y el logaritmo del número acumulado de cargas estándar, donde la carga estándar se define como la sollicitación de un eje sencillo de 80.41 kN (8.2 T) con presión de inflado de 569 kPa (5.8 kgf/cm<sup>2</sup>).

La resistencia requerida se encuentra medida por el valor relativo de soporte (VRS), y depende de la profundidad a la que se haga el análisis. Eliminando el uso de los logaritmos, la ecuación de diseño propuesta tiene la forma:

$$VRS_z = VRS_0 (\Sigma L)^{-F_z}$$

Donde: VRS<sub>z</sub> es el valor de soporte requerido a la profundidad z.

VRS<sub>0</sub> es una constante experimental

ΣL es el número de aplicaciones de la carga estándar

- $\alpha$  es una constante experimental cuyo valor es  
 $\text{Log}(1.5) \approx 0.1761$
- $F_r$  es el factor de influencia de Boussinesq para  
 un radio de 15 cm

En el manejo de estos parámetros debe hacerse, además, una consideración estadística, pero para una información completa sobre la ecuación anterior, favor de remitirse al "Instructivo para diseño estructural de pavimentos flexibles para carreteras" del I. I. [Ref 2].

La sollicitación de ejes diferentes al estándar se toma en cuenta mediante la hipótesis: "dos ejes diferentes que provocan el mismo esfuerzo vertical a una determinada profundidad causan el mismo daño al pavimento"<sup>9</sup>. De esta forma se define, para cada tipo de eje (i), el llamado coeficiente de daño ( $d_i$ ) como el cociente del número de ejes estándar entre el número de ejes de tipo i que producen la falla. Desde luego, el coeficiente de daño es función de la profundidad y, para la carga estándar, su valor es obviamente igual a uno.

Si se utiliza la ecuación de diseño se puede expresar el coeficiente de daño en función de los esfuerzos verticales como:

$$d_i = (\sigma_{zi}/\sigma_{zeq})^{1/\alpha}$$

- Donde:
- $d_i$  Es el coeficiente de daño para el eje i a la profundidad z
  - $\sigma_{zi}$  Es el esfuerzo vertical producido por el eje i a la profundidad z
  - $\sigma_{zeq}$  Es el esfuerzo vertical producido por el eje equivalente a la profundidad z
  - $1/\alpha$  Vale aproximadamente 5.6789 ( $\alpha \approx 0.1761$ )

---

<sup>9</sup>Es interesante notar aquí que, haciendo una extensión de lo mencionado en el inciso anterior, la igualdad de daño también podría definirse como igualdad de deformaciones unitarias.



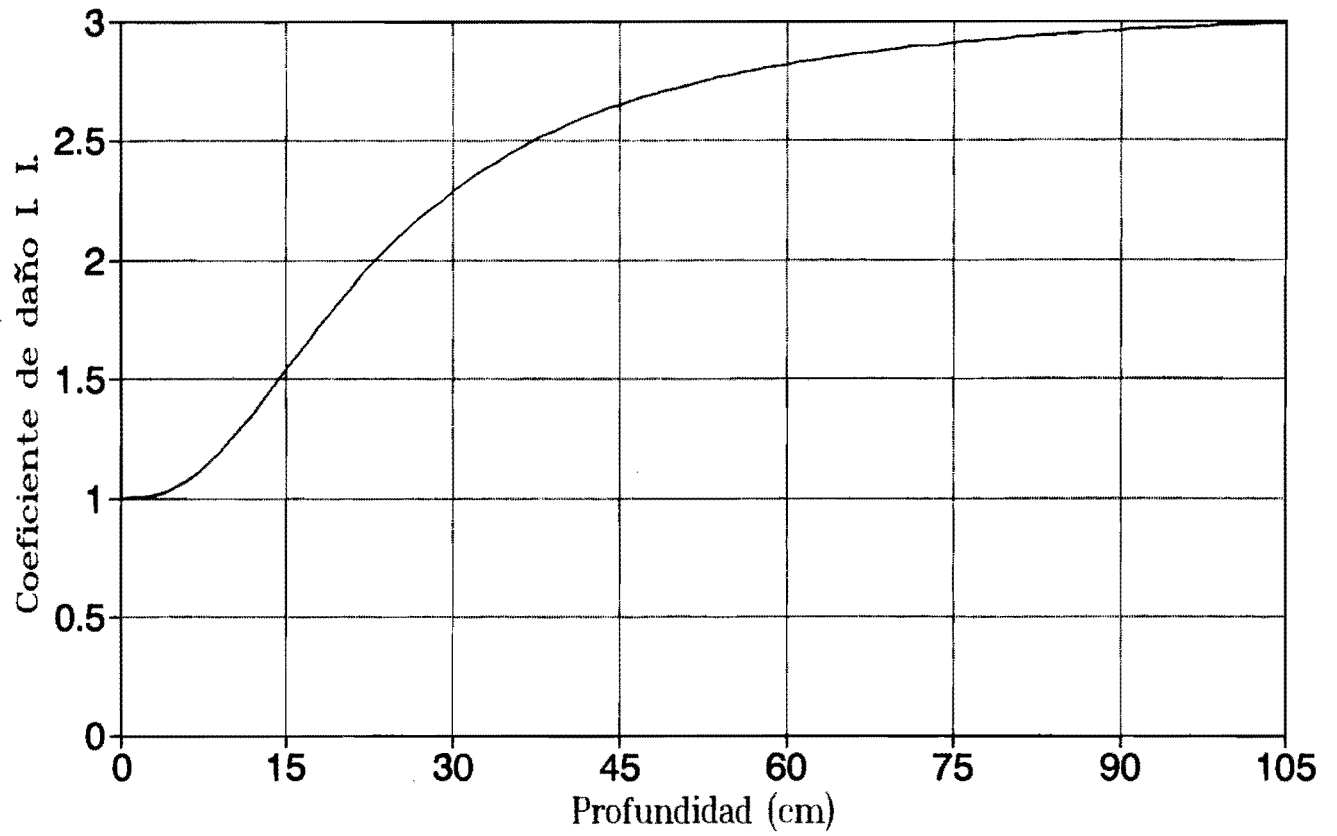
Desgraciadamente, cuando se presenta la superposición de esfuerzos verticales debida a conjuntos de varios ejes, el uso de la ecuación se complica; para ello se propone el uso de factores empíricos que aproximen la solución del problema.

En esencia, la propuesta del método del Instituto de Ingeniería consiste en considerar que en conjuntos tandem o triples:

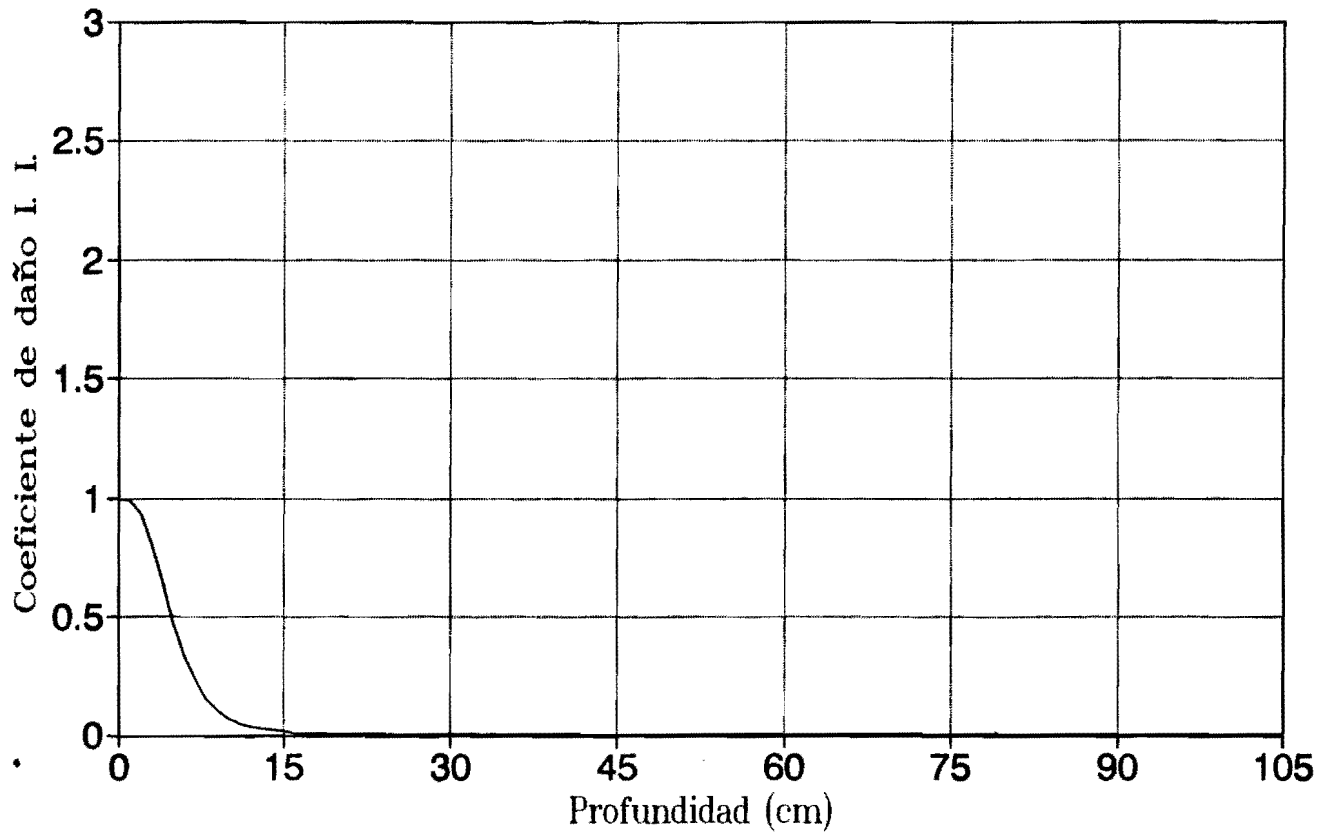
- Cada eje actúa independientemente hasta los 30 cm de profundidad, por lo que el coeficiente de daño del conjunto se obtiene multiplicando por dos o por tres (según sea tandem o triple), el coeficiente de daño calculado para uno de los ejes.
- A partir de los 30 cm de profundidad, el coeficiente de daño se calcula como el de un solo eje en el que el radio de la carga real (recuérdese que en el método del I. I. se supone que la huella es circular), se multiplica por  $1.111^{0.5}$  o por  $1.333^{0.5}$  para conjuntos tandem y triples respectivamente.

Para aclarar lo anterior, se incluyen a continuación seis gráficas que muestran el coeficiente de daño (d) en función de la profundidad (z) para las doce condiciones de carga definidas en el inciso II-4, ya que, dado que el coeficiente de daño del I. I. no depende del ancho de piso de las llantas, cada curva representa dos de los doce casos mencionados.

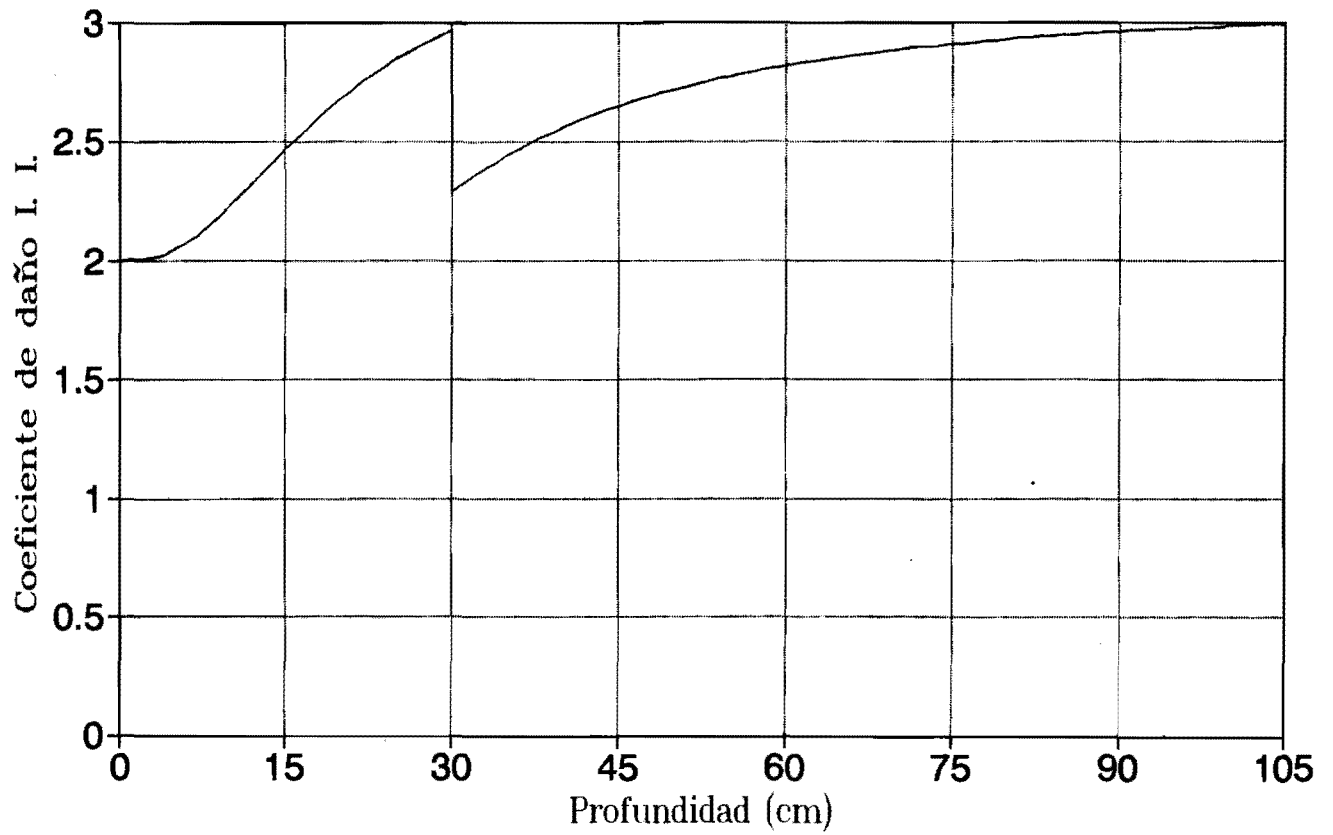
d vs z  
Casos: 1 y 7



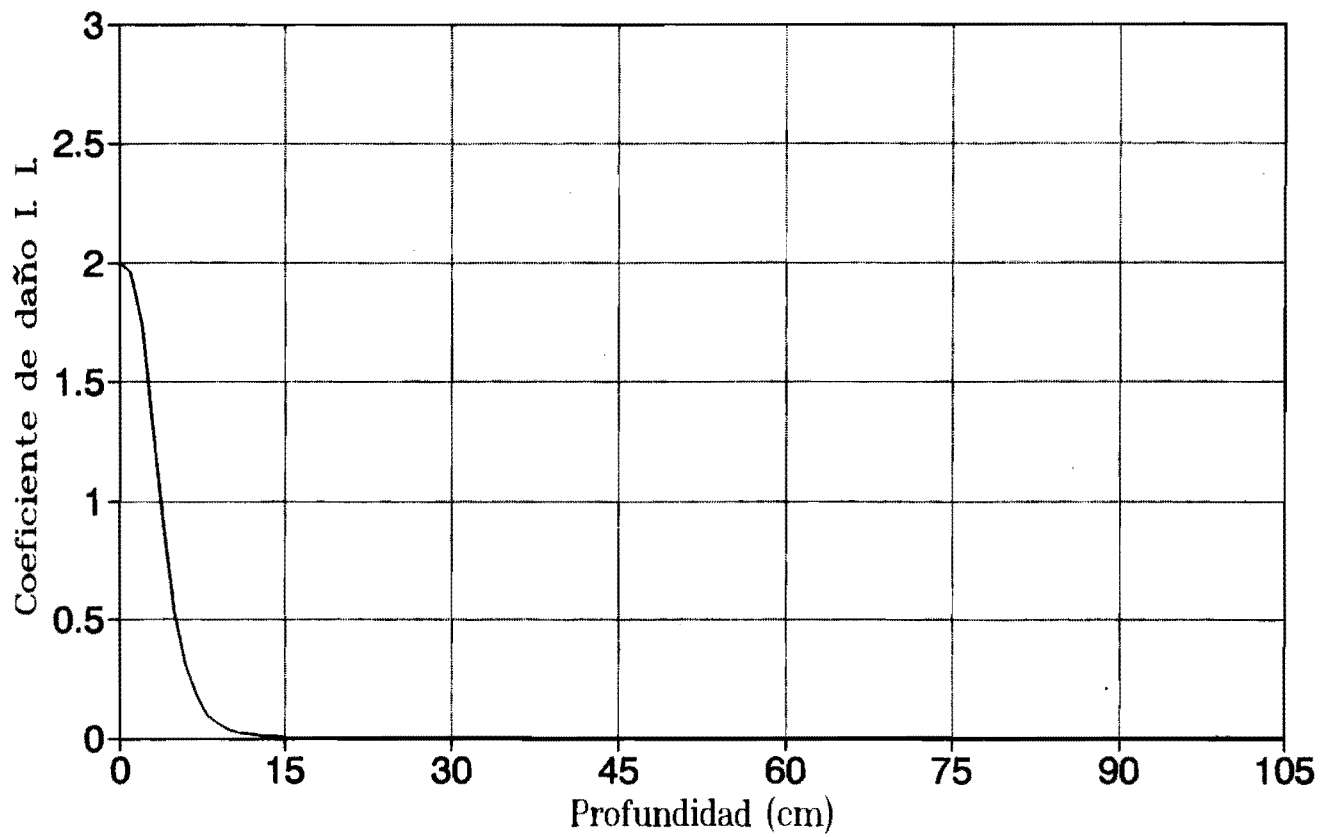
d vs z  
Casos: 2 y 8



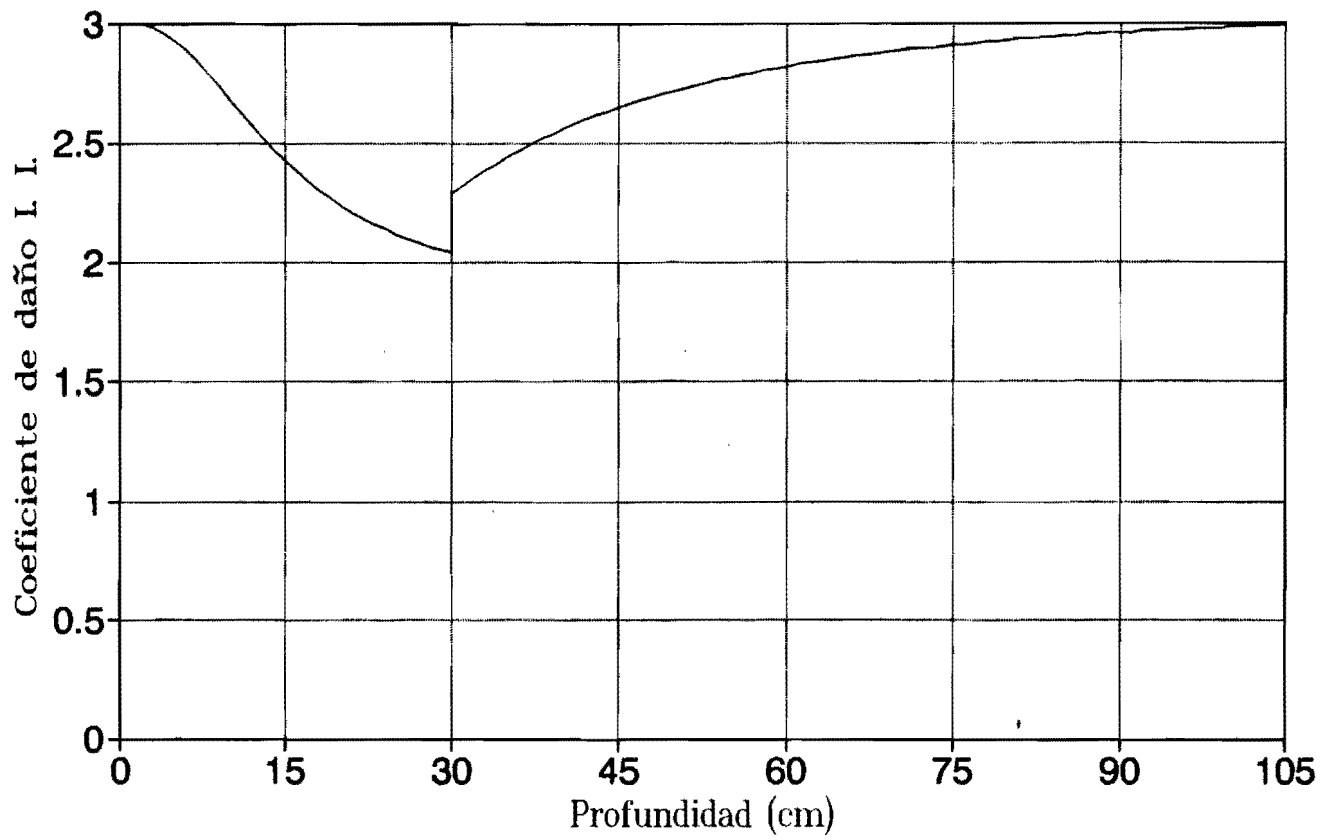
d vs z  
Casos: 3 y 9



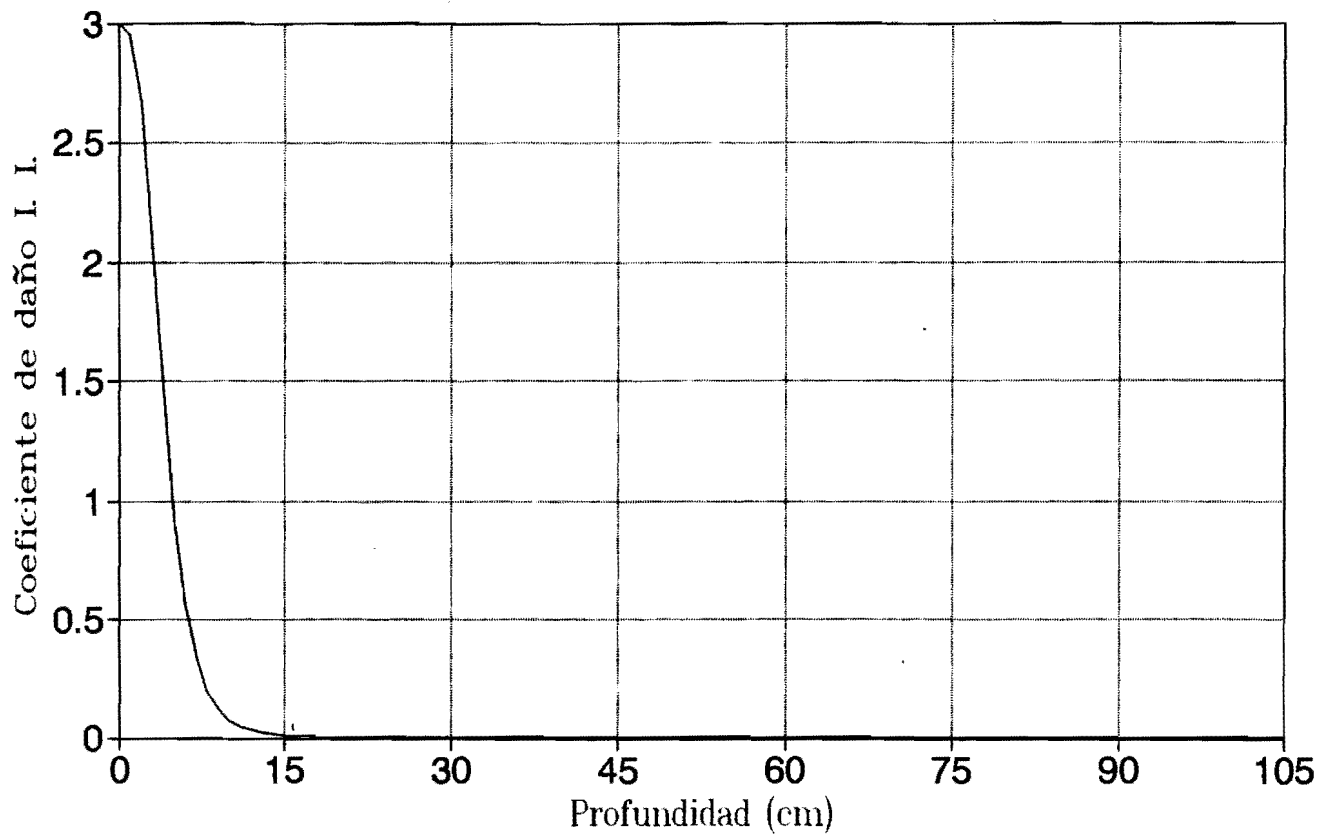
d vs z  
Casos: 4 y 10



d vs z  
Casos: 5 y 11



d vs z  
Casos: 6 y 12



La gráfica del eje equivalente sería, desde luego, una recta horizontal sobre la ordenada 1.0, puesto que, por ser éste el eje de referencia, su coeficiente de daño vale uno a cualquier profundidad. Para otros ejes puede notarse en las gráficas cómo el valor del coeficiente de daño puede aumentar o disminuir con la profundidad.

El detalle más interesante que se aprecia en las gráficas es la discontinuidad que se presenta para  $z = 0.30$  m en las condiciones de carga correspondientes a conjuntos cargados tanto tandem (casos 3 y 9), como triples (casos 5 y 11). Dicha discontinuidad se debe a la intrucción de los factores  $1.111^{0.5}$  y  $1.333^{0.5}$  mencionados anteriormente.

Es lógico pensar que una discontinuidad de esa naturaleza no debe existir, por lo que debiera reconsiderarse la forma de calcular los coeficientes de daño; de hecho, el mismo factor  $1.333^{0.5}$  fue propuesto tentativamente.

### III-3. Aplicación de la huella rectangular

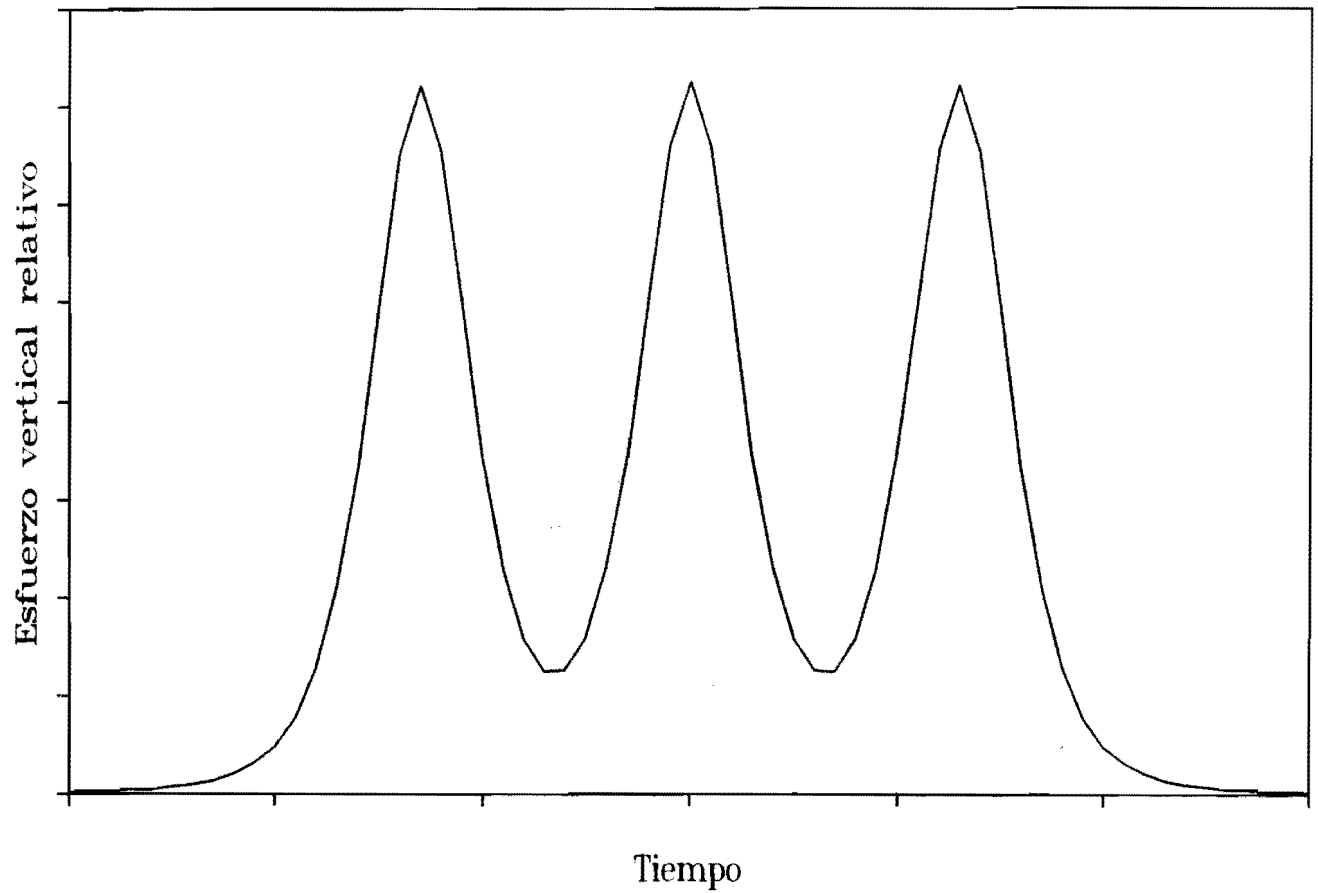
El uso de la huella rectangular para el cálculo de la superposición de los esfuerzos, como se planteó en el capítulo II, permitiría definir una forma alternativa de calcular los coeficientes de daño partiendo de la fórmula:

$$d_1 = (\sigma_{z1}/\sigma_{zeq})^{1/\alpha}$$

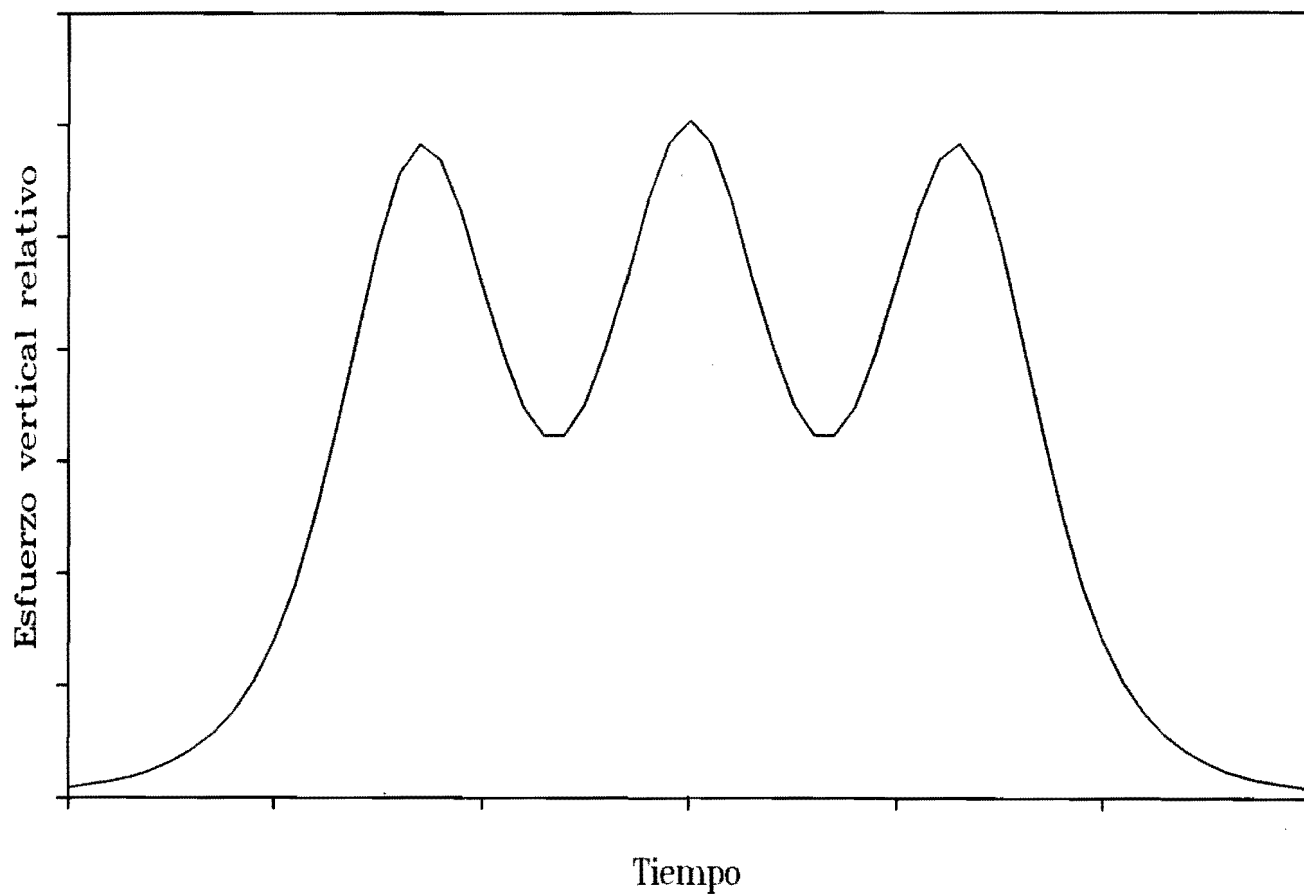
El esfuerzo máximo a cada profundidad  $\sigma_{z1}$  se puede calcular de acuerdo a lo expuesto previamente, ya sea mediante un programa en computadora que calcule la superposición "exacta", o mediante las fórmulas empíricas propuestas. Desgraciadamente, con la profundidad, no sólo cambia el esfuerzo máximo provocado por un sistema de llantas, sino también la distribución misma de éstos. Tómense por ejemplo las siguientes cinco gráficas que muestran cuantitativamente cortes longitudinales de los esfuerzos verticales producidos por un conjunto triple a cinco profundidades:  $Z_1 < Z_2 < Z_3 < Z_4 < Z_5$ .



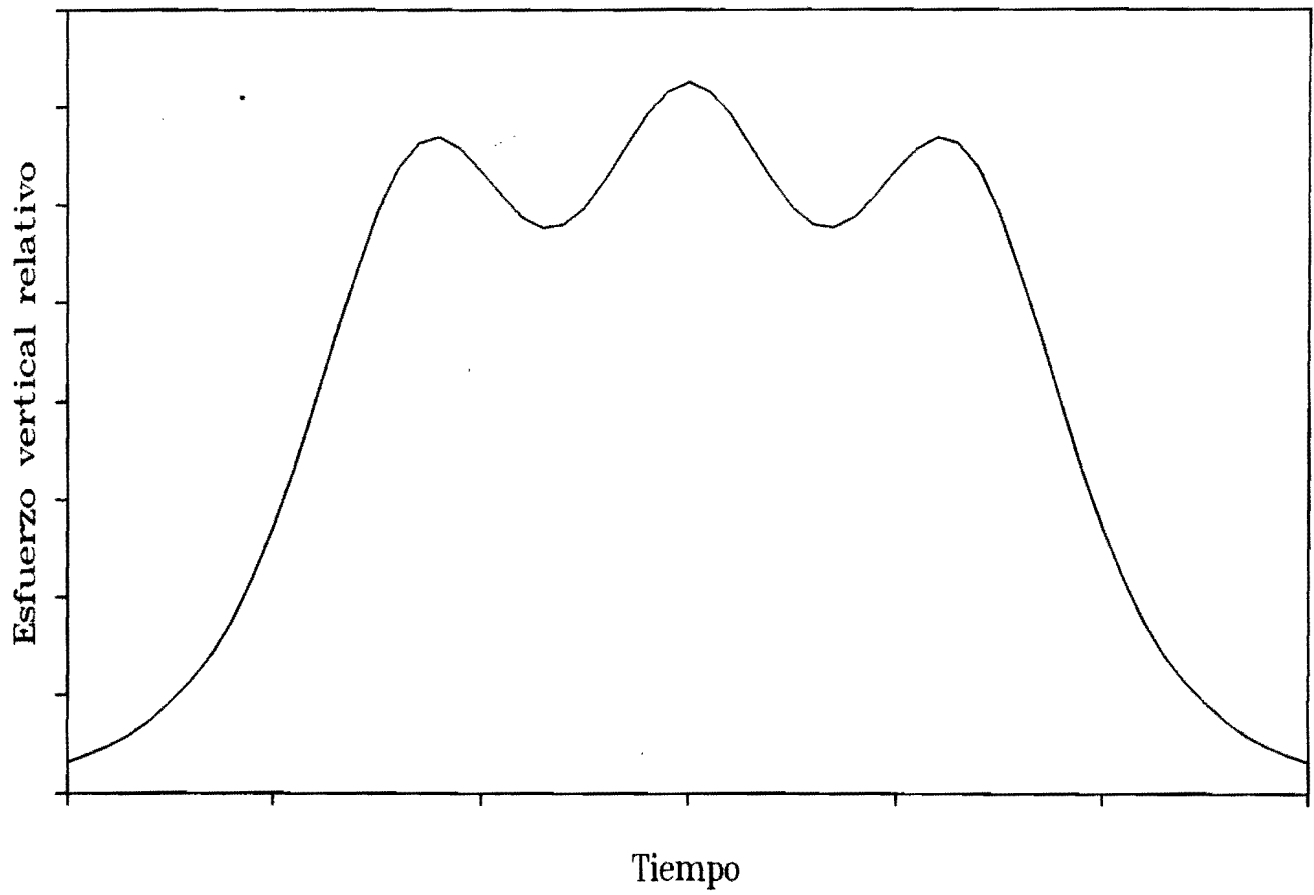
## Ciclos de carga a la profundidad Z1



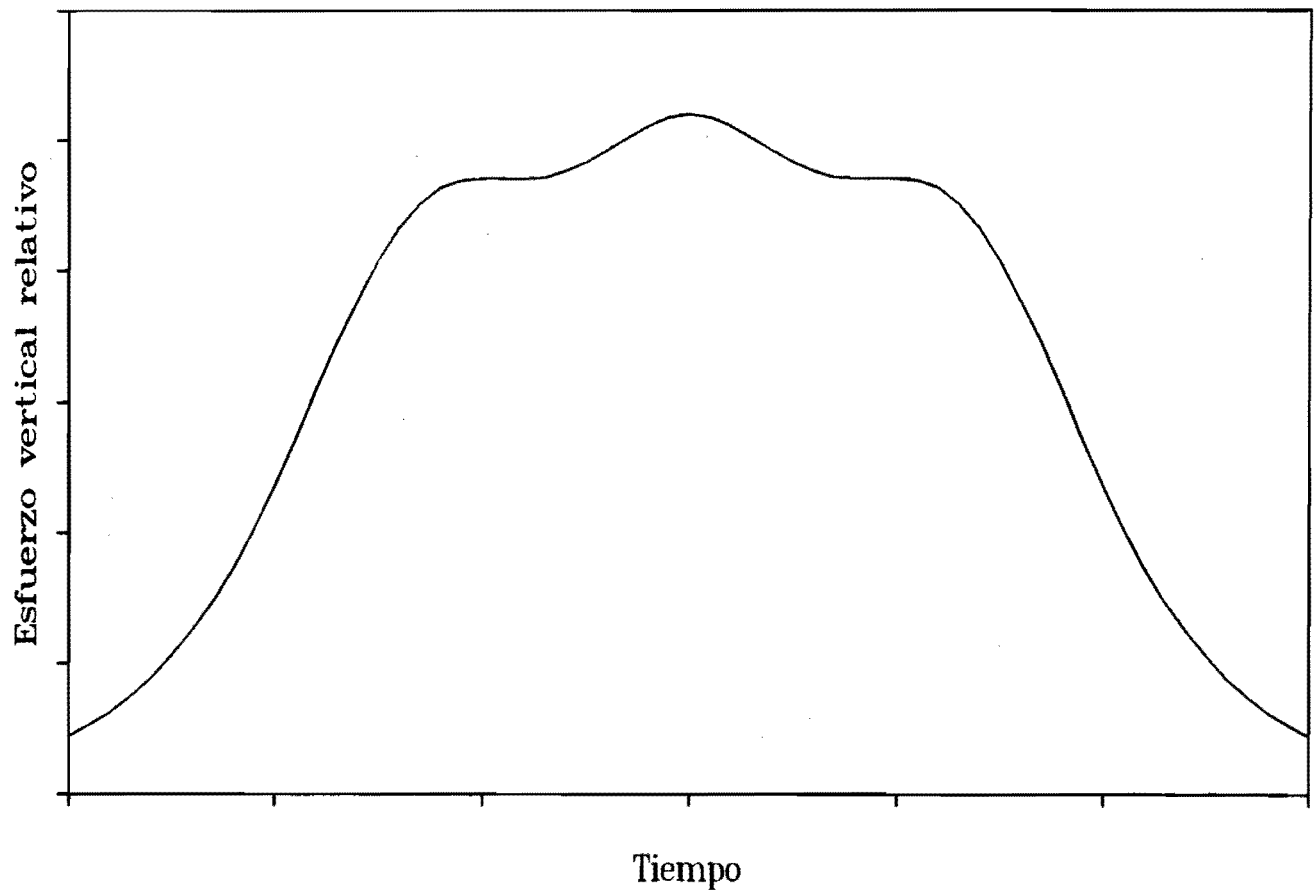
## Ciclos de carga a la profundidad Z2



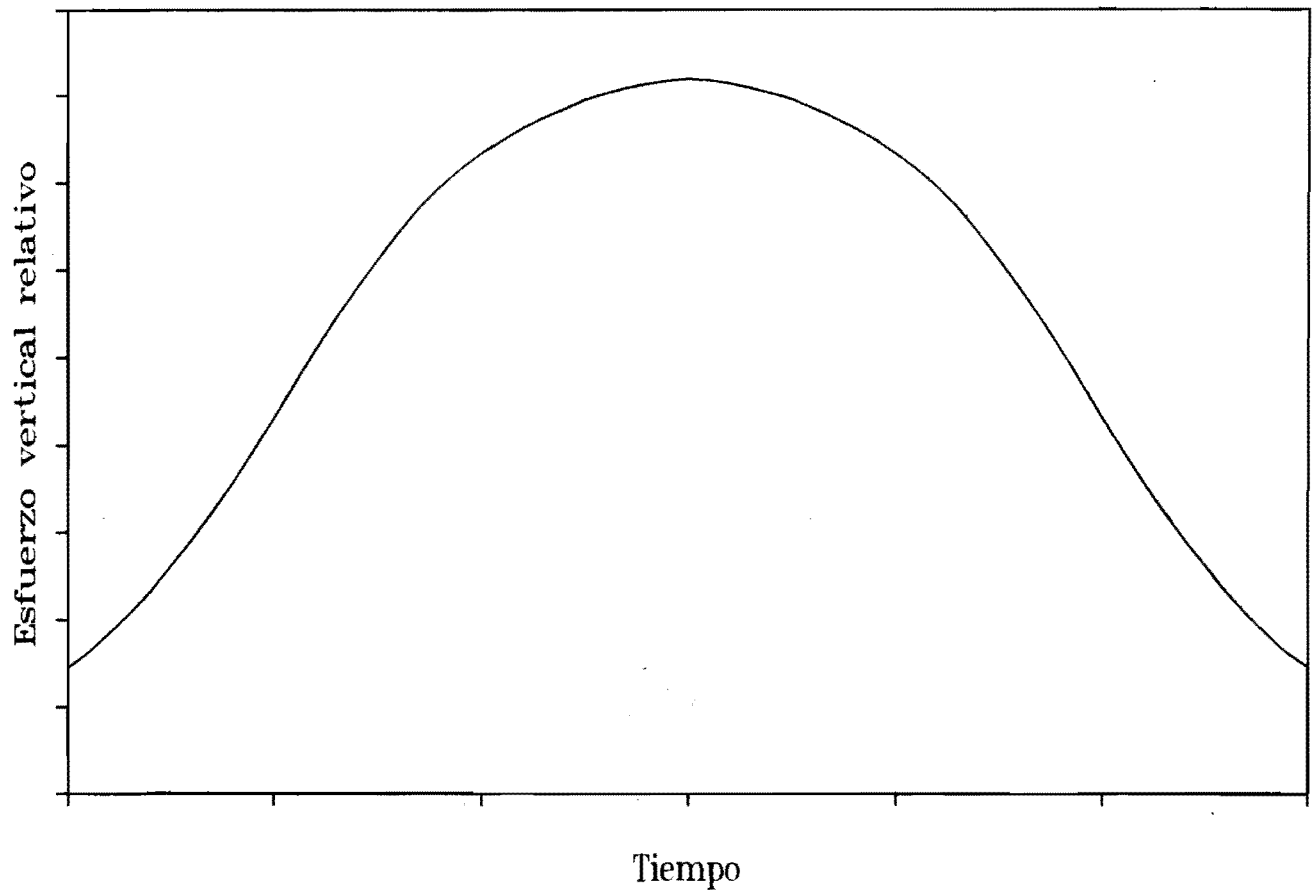
## Ciclos de carga a la profundidad Z3



## Ciclos de carga a la profundidad Z4



## Ciclos de carga a la profundidad Z5



En las gráficas anteriores se aprecia claramente como, cerca de la superficie ( $Z_1$ ), los tres ejes actúan casi independientemente y se puede considerar que, al pasar sobre el pavimento, provocan tres ciclos de carga; pero, al aumentar la profundidad, ese efecto tiende a desaparecer hasta que se llega a un valor ( $Z_s$ ) en el que se presenta un solo ciclo de carga. El efecto anterior es muy importante, ya que recuérdese que la vida de un pavimento sometido a fatiga depende de las aplicaciones de la carga; y el hecho de que el número de éstas cambie con la profundidad, introduce una complicación adicional al diseño.

En el método del Instituto de Ingeniería se toma en cuenta esta situación considerando que, para capas superficiales (profundidad menor que 30 cm), se presentan tres ciclos de carga en el caso de ejes triples y dos en el caso de ejes tandem; mientras que, para las capas profundas (profundidad mayor que 30 cm), se presenta sólo un ciclo de carga causado por todo el conjunto (tandem o triple). Matemáticamente, lo anterior equivale a multiplicar por 2 o por 3 (para conjuntos tandem y triples respectivamente), el coeficiente de daño de un eje sencillo, cuando se trata de capas superficiales, y a modificar el radio de carga, cuando se trata de capas profundas.

Para terminar, debe mencionarse que el uso de la huella rectangular permite resolver el problema de la superposición de los esfuerzos, aunque no dice nada sobre el número de ciclos de carga que se deben considerar a cada profundidad. Esto significa que el coeficiente de daño obtenido con el esfuerzo máximo debe multiplicarse por un factor, que es función de la profundidad y, que para  $Z=0$  vale 3 en el caso de conjuntos triples y 2 en el caso de conjuntos tandem; y que debe tender a 1 cuando la profundidad tiende a infinito. En el post-scriptum se hará un intento para determinar este factor, pero una solución definitiva debe apoyarse en datos experimentales.

**CAPITULO IV**

**La Influencia de  
los Materiales**

#### IV-1. Los sistemas multicapa.

Lo descrito en el capítulo I referente a la forma de las huellas de las llantas y las cargas que éstas transmiten es aplicable a la representación del tránsito en un modelo matemático para diseño de pavimentos, pero no se ha hecho ninguna consideración referente al efecto que pueden tener las propiedades de los materiales que componen un pavimento, en los esfuerzos causados por las llantas, ya que el análisis se ha basado en el medio de Boussinesq. Por lo tanto, en este capítulo se estudiará la representación que, en un modelo matemático de diseño, tendría el pavimento que recibe esas cargas de tránsito.

En el instructivo del I. I., como parte del modelo teórico de comportamiento, se propone el empleo de la "Teoría de distribución de esfuerzos verticales ( $\sigma_z$ ) de Boussinesq, deducida para una placa circular flexible de radio  $a$ , apoyada uniformemente en la superficie de un medio elástico, homogéneo e isótropo" [Ref. 2]. En virtud de que el pavimento en realidad está compuesto por capas de materiales distintos (carpeta, base, sub-base, sub-rasante, terracerías), cada una de las cuales tiene diferentes propiedades, en esta tesis se propone utilizar un modelo más realista, como es el caso de la Teoría Elástica de tres capas, la cual estudia la distribución de esfuerzos en suelos que se consideran compuestos por varias capas elásticas, homogéneas e isótropas pero cada una con un diferente módulo de elasticidad.



a) Sistema de dos capas<sup>10</sup>:

Burmister estudió el problema de la distribución de esfuerzos y desplazamientos en un sistema no homogéneo formado por dos capas, cada una de ellas homogénea, isotrópica y linealmente elástica. La primera capa es infinita horizontalmente pero tiene un espesor finito ( $h$ ). La segunda capa, subyacente a la anterior, es semiinfinita. Se supone que, entre las dos capas, hay un contacto continuo, siendo la frontera entre ellas perfectamente rugosa. Al módulo de elasticidad en la capa superior se le llama  $E_1$ , y al módulo de elasticidad en la capa inferior  $E_2$ .

Burmister graficó las curvas de influencia de esfuerzos verticales, para su sistema de dos capas, debidas a una carga circular de radio  $r$  que aplica una presión  $p$  en la superficie, para diferentes valores de la relación  $E_1/E_2$ . Puesto que, en los pavimentos suelen usarse materiales de mejor calidad en la superficie que en la profundidad, las curvas son para los casos de  $E_1/E_2 \geq 1$ .

Es interesante notar que, conforme aumenta el valor de  $E_1/E_2$ , los esfuerzos a la misma profundidad van disminuyendo, esto es: un material de alta rigidez en la superficie provoca una disminución de los esfuerzos que actúan sobre la capa inferior, a costa de un aumento en los que actúan sobre la capa superior. Desde luego, el caso  $E_1/E_2=1$  corresponde a la teoría original de Boussinesq de una sola capa.

---

<sup>10</sup>Cfr. en bibliografía Mecánica de Suelos (Tomo II), ed. cit.

b) Sistema de tres capas<sup>11</sup>:

Una representación aún más real del pavimento se obtiene al considerarlo compuesto por tres capas. La capa superior 1, con un espesor  $h_1$  y un módulo de elasticidad  $E_1$ , es infinita horizontalmente. Bajo ésta, se encuentra la capa intermedia 2, con un espesor  $h_2$  y un módulo de elasticidad  $E_2$ , también infinita horizontalmente. Y finalmente la capa inferior 3, semiinfinita y con un módulo de elasticidad  $E_3$ .

Los esfuerzos verticales en las interfaces entre las capas 1,2 y 2,3 han sido obtenidos por Peattie, y los esfuerzos horizontales por Jones. Estos esfuerzos están dados en función de cuatro parámetros adimensionales, a saber:

$$k_1=E_1/E_2, \quad k_2=E_2/E_3, \quad A=r/h_2, \quad \text{y} \quad H=h_1/h_2.$$

La carga que actúa en la superficie se supone circular de radio  $r$ , y el esfuerzo vertical se tabula como fracción de la presión de contacto.

c) Sistema de más de tres capas<sup>12</sup>:

Algunas soluciones y aproximaciones a sistemas de más de tres capas han sido propuestas. Por ejemplo, Verstraeten, para un sistema de cuatro capas sujeto a una carga vertical uniforme sobre un área circular, propone contornos de esfuerzos para una geometría determinada y varias relaciones de módulos de elasticidad. Sin embargo, de ser posible, es preferible el uso de programas de computadora, por ejemplo, el Chevron, que considera cinco capas [Ref. 4], para obtener los esfuerzos y deformaciones de interés en estos sistemas.

---

<sup>11</sup>Cfr. en bibliografía Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics y Principles of Pavement Design, ed. cit.

<sup>12</sup>Cfr. en bibliografía Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics, ed. cit.

No se comentará más a este respecto, ya que la complejidad del problema aumenta considerablemente para cuatro o más capas y, la incertidumbre en los valores de los parámetros manejados, quizá no justifique usar más de tres capas en la práctica.

#### IV-2. El coeficiente de equivalencia estructural.

Como ya se había mencionado, en el método del I. I., los esfuerzos verticales se calculan suponiendo al pavimento linealmente elástico, homogéneo e isótropo de una sola capa. Esto tiene la gran ventaja de simplificar enormemente los cálculos, aunque queda la duda de la aplicabilidad de los resultados obtenidos, ya que el pavimento en realidad se aproxima más a un sistema multicapa.

A este respecto, comenta Nai C. Yang sobre la validez de la teoría de esfuerzos de Boussinesq que: "debido a que la construcción de pavimentos involucra el uso de un volumen muy grande de materiales y la economía permite una variación razonable en el control de calidad, por esta variación en los materiales la teoría sencilla de Boussinesq debería ser lo suficientemente precisa para cálculos de diseño de pavimentos".<sup>13</sup>

Por su parte el I. I. propone, para considerar al pavimento como un sistema multicapa, asignar a cada capa (i) un espesor equivalente  $a_i D_i$ , donde  $D_i$  es el espesor real y  $a_i$  es un coeficiente de equivalencia estructural que toma en cuenta la capacidad de repartición de carga del material [Ref. 2]. De esta forma, los esfuerzos se calcularían, no a la profundidad real, sino a la profundidad equivalente<sup>14</sup>.

Esta manera de resolver el problema presenta muchas ventajas, ya que permite considerar el sistema multicapa con la formulación

---

<sup>13</sup>Cfr. en bibliografía Design of Functional Pavements

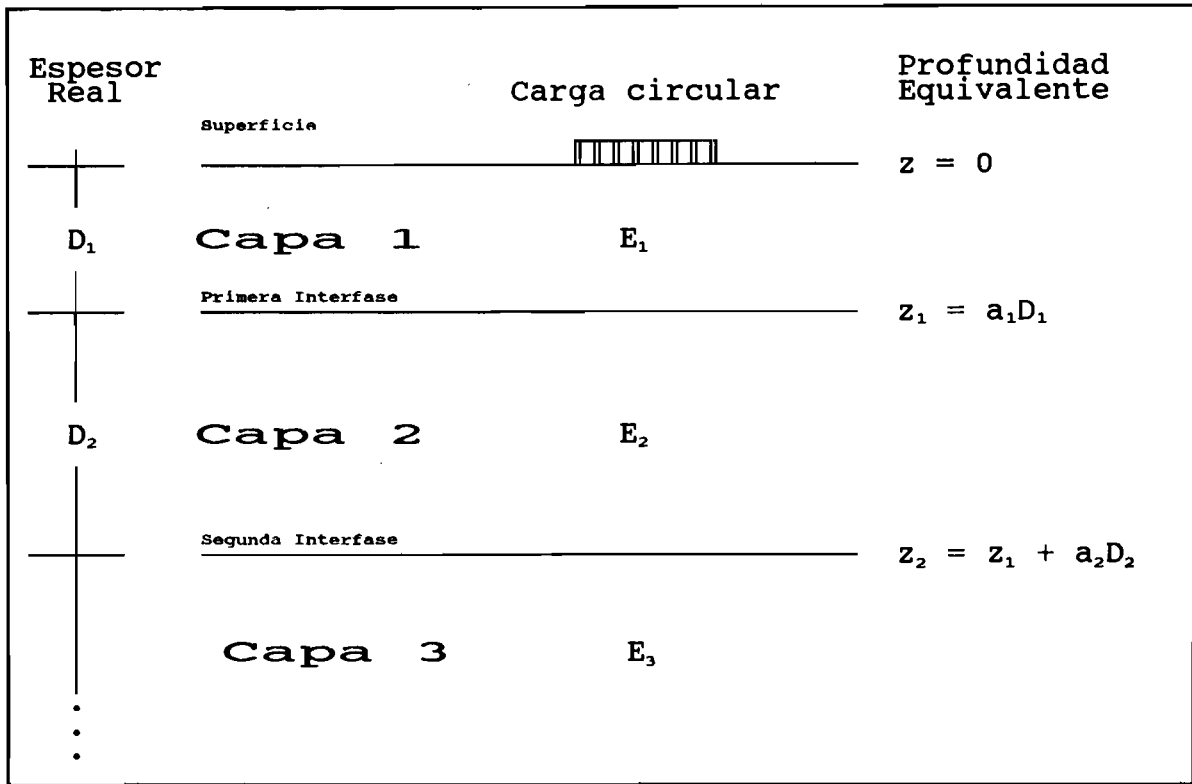
<sup>14</sup>Otra forma en la que el método del I. I. considera al sistema como multicapa, es utilizando un valor diferente del parámetro  $VRS_0$  para capas superficiales (bases), que el que usa para capas profundas (sub-bases y terracerías) [Refs. 2, 3].

sencilla de Boussinesq para una sola capa. A pesar de ello, persiste la duda sobre la confiabilidad de los resultados obtenidos. El resto de este capítulo se dedicará a analizar la validez de esta suposición.

El método del Instituto de Ingeniería aproxima los esfuerzos reales a una profundidad determinada en el pavimento mediante los calculados en el sólido elástico, homogéneo y semi-infinito de Boussinesq a otra profundidad. El problema se presenta al no conocer la distribución real de éstos, pero se podría modelar matemáticamente el pavimento usando un sistema de tres capas con todas las limitaciones que ello represente. Por otra parte, hay algunos casos en el sistema de tres capas en los que el esfuerzo vertical aumenta con la profundidad y éstos, desde luego, no podrían ser representados mediante el modelo de Boussinesq, en el cual los esfuerzos verticales siempre disminuyen al aumentar el valor de  $z$ .

De cualquier manera, es obvio que, en el caso de que los esfuerzos verticales en el sistema de tres capas disminuyan al aumentar el valor de  $Z$ , es posible encontrar una profundidad equivalente en el modelo de Boussinesq en la que el esfuerzo vertical calculado coincida con el "real". Por lo tanto, el problema se reduciría a verificar si es válido suponer que tal profundidad equivalente se puede calcular multiplicando la profundidad real por una constante (coeficiente de equivalencia estructural).

Para aclarar lo anterior, considérese el siguiente dibujo:



Sistema de tres capas

En él, se representa el sistema de tres capas de Jones, pero señalando la denominada profundidad equivalente<sup>15</sup> que se usará para aproximar los esfuerzos reales.

Empleando los esfuerzos tabulados por Jones en las dos interfases, se calcularán los coeficientes de equivalencia estructural  $a_1$  y  $a_2$ , haciendo una igualación con el esfuerzo calculado por la fórmula de Boussinesq.

<sup>15</sup>La profundidad equivalente de un punto dentro del pavimento se obtiene sumando los espesores equivalentes (que son el producto del espesor real por el coeficiente de equivalencia estructural), de las capas que hay sobre él.

Se tiene entonces que:

$$\sigma_z/p = 1 - ( 1/(1 + (r/z)^2) )^{3/2}$$

para una carga circular en el modelo de Boussinesq.

$$\text{haciendo } L = \sigma_z/p, \text{ se tiene } L = 1 - ( 1/(1 + (r/z)^2) )^{3/2},$$

donde L es el esfuerzo vertical a la profundidad expresado como fracción de la presión de contacto.

$$\text{Despejando } z, \text{ se obtiene } z = r / \sqrt{( 1/(1-L)^{2/3} - 1 )}$$

$$\text{Para la primera interfase: } z_1 = a_1 h_1$$

$$\text{Por lo tanto: } a_1 = (r/h_1) / \sqrt{( 1/(1-L_1)^{2/3} - 1 )}$$

y los parámetros adimensionales usados por Jones

$A = r/h_2$  y  $H = h_1/h_2$  permiten escribir

$$a_1 = (A/H) / ( 1/(1-L_1)^{2/3} - 1 )^{1/2}$$

Con lo que se puede calcular el coeficiente de equivalencia estructural para la primera capa.

En la segunda interfase  $z_2 = a_1 h_1 + a_2 h_2$ , y utilizando nuevamente la ecuación para z y las relaciones adimensionales, se tiene:

$$a_2 = A / ( 1/(1-L_2)^{2/3} - 1 )^{1/2} - A / ( 1/(1-L_1)^{2/3} - 1 )^{1/2}$$

Con lo que se puede calcular el coeficiente de equivalencia

estructural de la segunda capa.

Como se mencionaba antes, Jones plantea su solución al sistema de tres capas en función de cuatro parámetros adimensionales.

De ellos, dos se refieren a la geometría del problema:

$$A = r/h_2 \quad \text{y} \quad H = h_1/h_2$$

Y los otros dos a las propiedades mecánicas de los materiales:

$$k_1 = E_1/E_2 \quad \text{y} \quad k_2 = E_2/E_3$$

Los esfuerzos han sido tabulados para los siguientes valores de los parámetros:

A »	0.1	0.2	0.4	0.8	1.6	3.2	
H »	0.125	0.25	0.5	1.0	2.0	4.0	8.0
k <sub>1</sub> »	0.2	2.0	20.0	200.0			
k <sub>2</sub> »	0.2	2.0	20.0	200.0			

Tomando los esfuerzos verticales calculados por Jones para las dos interfases<sup>16</sup> se ha preparado una tabulación de los coeficientes de equivalencia estructural ( $L_1$  y  $L_2$ ), para cada uno de los 16 casos posibles que se pueden obtener combinando los valores de  $k_1$  y  $k_2$  dados.

Las tablas consisten en arreglos tipo matricial de 6 x 7 con cuatro elementos por celda. Cada renglón de esas matrices representa un valor del parámetro A y cada columna un valor del parámetro H, por lo tanto, cada celda corresponde a una combinación determinada de valores de A y H.

Los cuatro elementos de las celdas se refieren a lo siguiente: Los dos primeros elementos (redondeados a cinco decimales) son los

---

<sup>16</sup>Cfr. en bibliografía Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics y Principles of Pavement Design, ed. cit.

esfuerzos verticales en la primera y segunda interfaces respectivamente, expresados como fracción de la presión de contacto; los dos últimos elementos (redondeados a tres decimales) son los coeficientes de equivalencia estructural para la primera y segunda capas, respectivamente.



**Coefficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=0.2$ ,  $k_2=0.2$**

<b>H»</b>	<b>0.125</b>	<b>0.250</b>	<b>0.500</b>	<b>1.000</b>	<b>2.000</b>	<b>4.000</b>	<b>8.000</b>
<b>A</b>							
<b>0.1</b>	0.66045	0.27115	0.07943	0.02090	0.00540	0.00139	0.00035
	0.01557	0.01259	0.00914	0.00541	0.00242	0.00086	0.00027
	0.779	0.826	0.840	0.840	0.831	0.821	0.818
	0.878	0.879	0.856	0.822	0.824	0.892	0.907
<b>0.2</b>	0.90249	0.66109	0.27189	0.08023	0.02138	0.00555	0.00142
	0.06027	0.04892	0.03577	0.02138	0.00964	0.00345	0.00108
	0.830	0.778	0.824	0.835	0.830	0.820	0.812
	0.869	0.890	0.864	0.825	0.825	0.884	0.954
<b>0.4</b>	0.95295	0.90404	0.66375	0.27493	0.08209	0.02198	0.00566
	0.21282	0.17538	0.13135	0.08125	0.03770	0.01371	0.00432
	1.239	0.824	0.774	0.818	0.825	0.818	0.812
	0.807	0.874	0.888	0.841	0.833	0.886	0.944
<b>0.8</b>	0.99520	0.95659	0.91143	0.67330	0.28150	0.08435	0.02240
	0.56395	0.48699	0.38994	0.26887	0.13832	0.05323	0.01711
	1.095	1.201	0.797	0.760	0.806	0.813	0.811
	0.794	0.768	0.882	0.900	0.866	0.899	0.952
<b>1.6</b>	1.00064	0.99703	0.96334	0.92595	0.68908	0.28870	0.08589
	0.86258	0.81249	0.72106	0.60229	0.40830	0.19003	0.06610
	Error	0.930	1.127	0.740	0.737	0.792	0.805
	Error	0.884	0.817	0.996	0.999	0.951	0.967
<b>3.2</b>	0.99970	0.99927	0.99310	0.95852	0.93103	0.70074	0.29318
	0.94143	0.92951	0.89599	0.82194	0.73496	0.51882	0.23182
	1.718	1.157	1.241	1.181	0.719	0.720	0.784
	1.134	1.162	1.085	0.997	1.243	1.157	1.026

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=0.2$ ,  $k_2=2.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
A							
0.1	0.66048	0.27103	0.07906	0.02045	0.00502	0.00123	0.00030
	0.00892	0.00739	0.00557	0.00356	0.00180	0.00071	0.00023
	0.779	0.826	0.842	0.849	0.862	0.873	0.884
	1.195	1.214	1.216	1.201	1.160	1.105	1.005
0.2	0.90157	0.66010	0.27046	0.07845	0.01986	0.00491	0.00120
	0.03480	0.02893	0.02190	0.01410	0.00716	0.00283	0.00091
	0.833	0.780	0.827	0.845	0.862	0.872	0.883
	1.190	1.228	1.227	1.205	1.162	1.111	1.049
0.4	0.95120	0.90120	0.65847	0.26816	0.07630	0.01942	0.00479
	0.12656	0.10664	0.08222	0.05427	0.02815	0.01126	0.00364
	1.256	0.834	0.782	0.832	0.858	0.872	0.883
	1.145	1.223	1.258	1.223	1.169	1.108	1.043
0.8	0.99235	0.94928	0.89579	0.65090	0.26196	0.07447	0.01894
	0.37307	0.32617	0.26429	0.18842	0.10523	0.04388	0.01446
	1.286	1.275	0.853	0.793	0.844	0.869	0.883
	1.163	1.139	1.252	1.277	1.196	1.114	1.036
1.6	0.99918	0.99029	0.94217	0.88171	0.63535	0.25449	0.07271
	0.74038	0.69047	0.60357	0.48957	0.33075	0.15904	0.05601
	1.203	1.398	1.342	0.902	0.817	0.860	0.880
	1.175	1.120	1.061	1.226	1.254	1.133	1.041
3.2	1.00032	1.00000	0.99189	0.94153	0.87025	0.62074	0.24933
	0.97137	0.95608	0.91215	0.81663	0.68388	0.45455	0.19828
	Error	Error	1.313	1.348	0.939	0.839	0.871
	Error	Error	0.932	0.861	1.099	1.178	1.060

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=0.2$ ,  $k_2=20.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
A							
0.1	0.66235	0.26945	0.07862	0.01981	0.00444	0.00087	0.00016
	0.00256	0.00222	0.00175	0.00118	0.00065	0.00028	0.00009
	0.776	0.829	0.844	0.863	0.917	1.038	1.210
	2.321	2.390	2.503	2.701	2.968	3.168	3.228
0.2	0.90415	0.66161	0.26873	0.07587	0.01756	0.00346	0.00065
	0.01011	0.00877	0.00692	0.00471	0.00260	0.00111	0.00037
	0.824	0.777	0.830	0.861	0.917	1.040	1.201
	2.323	2.412	2.521	2.702	2.964	3.190	3.127
0.4	0.95135	0.90102	0.65188	0.25817	0.06706	0.01367	0.00260
	0.03838	0.03354	0.02676	0.01846	0.01030	0.00443	0.00149
	1.255	0.835	0.792	0.852	0.919	1.042	1.200
	2.303	2.429	2.565	2.726	2.968	3.181	3.086
0.8	0.98778	0.94012	0.87401	0.61544	0.22561	0.05207	0.01026
	0.13049	0.11658	0.09552	0.06839	0.03956	0.01741	0.00594
	1.515	1.360	0.927	0.848	0.928	1.050	1.204
	2.370	2.386	2.577	2.790	2.988	3.172	3.050
1.6	0.99407	0.97277	0.89568	0.78884	0.51929	0.17367	0.03926
	0.36442	0.33692	0.28721	0.21770	0.13743	0.06525	0.02320
	2.356	2.019	1.707	1.186	1.008	1.086	1.216
	2.399	2.346	2.326	2.608	2.955	3.114	3.014
3.2	0.99821	0.99075	0.95392	0.82936	0.65700	0.39955	0.13335
	0.76669	0.73532	0.66445	0.53612	0.37409	0.20965	0.08510
	3.131	2.748	2.458	2.133	1.568	1.257	1.264
	2.108	1.993	1.863	1.780	2.148	2.737	2.834

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=0.2$ ,  $k_2=200.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
<b>A</b>							
0.1	0.66266	0.27072	0.07820	0.01952	0.00414	0.00069	0.00009
	0.00057	0.00051	0.00041	0.00028	0.00015	0.00006	0.00002
	0.776	0.826	0.847	0.869	0.950	1.165	1.614
	5.032	5.215	5.624	6.449	8.099	11.150	14.476
0.2	0.90370	0.65909	0.26803	0.07473	0.01635	0.00274	0.00036
	0.00226	0.00202	0.00163	0.00110	0.00058	0.00024	0.00008
	0.825	0.781	0.832	0.868	0.951	1.169	1.614
	5.045	5.250	5.647	6.515	8.266	11.136	14.477
0.4	0.94719	0.89724	0.64904	0.25368	0.06231	0.01079	0.00145
	0.00881	0.00791	0.00643	0.00436	0.00231	0.00095	0.00032
	1.295	0.848	0.796	0.862	0.955	1.174	1.607
	5.038	5.278	5.695	6.544	8.272	11.193	14.525
0.8	0.99105	0.93596	0.86406	0.59853	0.20757	0.04074	0.00573
	0.03259	0.02961	0.02436	0.01679	0.00905	0.00378	0.00127
	1.358	1.397	0.959	0.874	0.977	1.193	1.614
	5.183	5.274	5.734	6.634	8.307	11.140	14.566
1.6	0.99146	0.96370	0.86677	0.73387	0.45550	0.13117	0.02160
	0.11034	0.10193	0.08540	0.06020	0.03363	0.01456	0.00503
	2.673	2.246	1.901	1.344	1.132	1.276	1.652
	5.286	5.308	5.511	6.439	8.271	11.037	14.359
3.2	0.99332	0.97335	0.89703	0.70248	0.48642	0.26403	0.06938
	0.32659	0.30707	0.26467	0.19189	0.11105	0.05161	0.01912
	4.909	4.006	3.396	2.869	2.139	1.680	1.805
	5.213	5.078	5.011	5.322	6.921	10.155	13.676

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=2.0$ ,  $k_2=0.2$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
A							
0.1	0.43055	0.15577	0.04496	0.01241	0.00356	0.00103	0.00028
	0.01682	0.01348	0.00903	0.00490	0.00216	0.00078	0.00024
	1.185	1.157	1.133	1.094	1.025	0.954	0.915
	0.790	0.760	0.717	0.652	0.583	0.569	0.587
0.2	0.78688	0.43310	0.15978	0.04816	0.01415	0.00411	0.00113
	0.06511	0.05259	0.03551	0.01943	0.00861	0.00312	0.00096
	1.192	1.180	1.140	1.093	1.024	0.954	0.910
	0.784	0.749	0.710	0.649	0.583	0.565	0.619
0.4	0.98760	0.79551	0.44523	0.17203	0.05493	0.01631	0.00451
	0.23005	0.19094	0.13314	0.07496	0.03386	0.01241	0.00384
	0.761	1.167	1.153	1.092	1.021	0.952	0.910
	0.822	0.735	0.689	0.640	0.583	0.565	0.612
0.8	1.01028	1.00871	0.83298	0.48612	0.19661	0.06319	0.01786
	0.60886	0.54570	0.42199	0.26193	0.12702	0.04842	0.01522
	Error	Error	1.056	1.070	1.009	0.948	0.910
	Error	Error	0.677	0.618	0.580	0.568	0.615
1.6	1.00647	1.02425	1.05462	0.91312	0.55306	0.22413	0.06895
	0.90959	0.90563	0.85529	0.67611	0.40376	0.17617	0.05900
	Error	Error	Error	0.790	0.949	0.932	0.906
	Error	Error	Error	0.721	0.596	0.582	0.622
3.2	0.99822	0.99617	0.99967	1.04671	0.96647	0.60654	0.24127
	0.94322	0.93918	0.94506	0.95985	0.83197	0.50917	0.20949
	3.126	2.028	0.443	Error	0.545	0.861	0.890
	0.942	0.862	1.094	Error	1.027	0.661	0.651

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=2.0$ ,  $k_2=2.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
A							
0.1	0.42905	0.15524	0.04330	0.01083	0.00250	0.00057	0.00013
	0.00896	0.00710	0.00465	0.00241	0.00100	0.00034	0.00010
	1.189	1.159	1.156	1.172	1.223	1.282	1.343
	1.140	1.159	1.215	1.321	1.424	1.512	1.506
0.2	0.78424	0.42809	0.15325	0.04176	0.00991	0.00228	0.00053
	0.03493	0.02783	0.01836	0.00958	0.00397	0.00137	0.00041
	1.199	1.191	1.168	1.178	1.225	1.281	1.330
	1.141	1.153	1.210	1.315	1.431	1.489	1.458
0.4	0.98044	0.77939	0.42077	0.14665	0.03832	0.00905	0.00213
	0.12667	0.10306	0.06974	0.03724	0.01569	0.00544	0.00164
	0.895	1.213	1.207	1.198	1.231	1.283	1.326
	1.189	1.155	1.197	1.301	1.423	1.497	1.483
0.8	0.99434	0.96703	0.75683	0.39942	0.13516	0.03500	0.00844
	0.36932	0.31771	0.23256	0.13401	0.05974	0.02135	0.00653
	1.159	1.083	1.278	1.257	1.255	1.290	1.328
	1.189	1.214	1.182	1.264	1.398	1.485	1.464
1.6	0.99364	0.98156	0.93447	0.71032	0.36644	0.12354	0.03269
	0.72113	0.66753	0.56298	0.38690	0.20145	0.07972	0.02556
	2.413	1.753	1.410	1.412	1.341	1.320	1.336
	1.079	1.099	1.160	1.165	1.295	1.427	1.436
3.2	0.99922	0.99840	0.98801	0.92112	0.67384	0.34121	0.11640
	0.96148	0.93798	0.88655	0.75805	0.51156	0.25441	0.09405
	2.367	1.507	1.505	1.519	1.518	1.412	1.364
	0.852	1.002	1.018	1.030	1.053	1.233	1.354

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=2.0$ ,  $k_2=20.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
A							
0.1	0.43022	0.15436	0.04193	0.00963	0.00181	0.00030	0.00005
	0.00228	0.00179	0.00117	0.00061	0.00025	0.00008	0.00002
	1.186	1.163	1.175	1.243	1.438	1.768	2.165
	2.414	2.602	2.991	3.715	4.869	6.622	10.066
0.2	0.78414	0.42462	0.14808	0.03697	0.00716	0.00119	0.00019
	0.00899	0.00706	0.00464	0.00241	0.00099	0.00034	0.00010
	1.200	1.199	1.191	1.254	1.443	1.774	2.221
	2.424	2.607	2.993	3.730	4.896	6.185	6.725
0.4	0.97493	0.76647	0.40086	0.12805	0.02746	0.00469	0.00076
	0.03392	0.02697	0.01799	0.00950	0.00394	0.00134	0.00040
	0.979	1.251	1.254	1.293	1.461	1.785	2.221
	2.500	2.637	2.998	3.713	4.870	6.236	6.726
0.8	0.97806	0.92757	0.69098	0.33263	0.09396	0.01790	0.00300
	0.11350	0.09285	0.06476	0.03578	0.01535	0.00532	0.00159
	1.866	1.467	1.468	1.438	1.534	1.817	2.233
	2.533	2.721	3.010	3.664	4.789	6.135	6.689
1.6	0.96921	0.91393	0.79338	0.52721	0.23065	0.06045	0.01154
	0.31263	0.26454	0.19803	0.12007	0.05599	0.02049	0.00630
	4.225	3.149	2.346	1.988	1.830	1.942	2.269
	2.475	2.568	2.846	3.375	4.425	5.806	6.470
3.2	0.98591	0.95243	0.85940	0.65530	0.37001	0.14979	0.04003
	0.68433	0.60754	0.49238	0.33669	0.17843	0.07294	0.02409
	6.372	4.976	3.896	3.147	2.664	2.367	2.407
	2.179	2.196	2.285	2.557	3.225	4.594	5.738

Coefficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=2.0$ ,  $k_2=200.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
<b>A</b>							
0.1	0.42925	0.15414	0.04160	0.00925	0.00164	0.00023	0.00003
	0.00046	0.00036	0.00024	0.00013	0.00005	0.00002	0.00001
	1.188	1.164	1.180	1.269	1.511	2.019	2.795
	5.561	6.163	7.315	9.473	14.298	19.311	16.369
0.2	0.78267	0.42365	0.14676	0.03561	0.00647	0.00091	0.00011
	0.00183	0.00143	0.00095	0.00051	0.00021	0.00007	0.00002
	1.204	1.201	1.197	1.279	1.519	2.029	2.919
	5.571	6.173	7.345	9.566	13.865	21.159	31.418
0.4	0.97369	0.76296	0.39570	0.12348	0.02470	0.00360	0.00042
	0.00711	0.00557	0.00374	0.00202	0.00085	0.00029	0.00008
	0.997	1.261	1.266	1.320	1.542	2.038	2.988
	5.668	6.234	7.365	9.571	13.713	20.612	30.870
0.8	0.97295	0.91600	0.67257	0.31422	0.08326	0.01360	0.00167
	0.02597	0.02064	0.01416	0.00783	0.00335	0.00115	0.00034
	2.014	1.559	1.522	1.496	1.638	2.088	2.995
	5.762	6.371	7.424	9.540	13.630	20.525	29.170
1.6	0.95546	0.88406	0.74106	0.46897	0.19224	0.04409	0.00629
	0.08700	0.07014	0.04972	0.02874	0.01283	0.00451	0.00135
	4.852	3.574	2.647	2.208	2.046	2.290	3.080
	5.790	6.285	7.280	9.211	13.116	19.966	28.660
3.2	0.96377	0.89712	0.75176	0.51161	0.25526	0.09323	0.02020
	0.26292	0.21692	0.15960	0.09751	0.04612	0.01705	0.00527
	8.977	6.789	5.171	4.089	3.434	3.081	3.418
	5.616	5.908	6.542	7.938	11.027	17.476	26.526



Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=20.0$ ,  $k_2=0.2$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
<b>A</b>							
0.1	0.14648	0.04596	0.01351	0.00417	0.00134	0.00042	0.00012
	0.01645	0.01107	0.00596	0.00271	0.00108	0.00037	0.00011
	2.397	2.241	2.095	1.893	1.672	1.494	1.397
	0.649	0.598	0.535	0.457	0.381	0.391	0.497
0.2	0.39260	0.15126	0.05079	0.01641	0.00533	0.00166	0.00047
	0.06407	0.04357	0.02361	0.01080	0.00429	0.00148	0.00044
	2.548	2.354	2.127	1.899	1.674	1.502	1.412
	0.623	0.564	0.515	0.447	0.385	0.355	0.379
0.4	0.80302	0.41030	0.16972	0.06210	0.02100	0.00663	0.00190
	0.23135	0.16337	0.09110	0.04241	0.01702	0.00588	0.00176
	2.289	2.463	2.202	1.914	1.675	1.500	1.404
	0.627	0.510	0.459	0.422	0.378	0.373	0.439
0.8	1.06594	0.85464	0.47191	0.21057	0.07950	0.02603	0.00754
	0.64741	0.51644	0.31904	0.15808	0.06576	0.02319	0.00701
	Error	1.978	2.197	1.936	1.679	1.502	1.406
	Error	0.519	0.382	0.358	0.357	0.365	0.420
1.6	1.02942	1.12013	0.97452	0.58218	0.26613	0.09718	0.02947
	1.00911	1.01061	0.82609	0.49705	0.23186	0.08758	0.02746
	Error	Error	0.985	1.801	1.671	1.506	1.409
	Error	Error	0.584	0.298	0.306	0.349	0.415
3.2	0.99817	0.99676	1.09911	1.06296	0.67882	0.31040	0.10817
	0.97317	0.99168	1.08304	1.00217	0.63006	0.28747	0.10145
	3.155	1.915	Error	Error	1.504	1.509	1.420
	0.610	0.183	Error	Error	0.292	0.320	0.407



DEPA

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=20.0$ ,  $k_2=2.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
<b>A</b>							
0.1	0.14529	0.04381	0.01122	0.00263	0.00059	0.00013	0.00003
	0.00810	0.00530	0.00259	0.00100	0.00033	0.00010	0.00003
	2.408	2.297	2.302	2.386	2.520	2.685	2.795
	1.055	1.104	1.253	1.486	1.700	1.506	0.000
0.2	0.38799	0.14282	0.04172	0.01029	0.00235	0.00054	0.00013
	0.03170	0.02091	0.01028	0.00397	0.00130	0.00039	0.00011
	2.571	2.432	2.356	2.404	2.524	2.635	2.685
	1.036	1.071	1.227	1.477	1.742	1.863	1.872
0.4	0.78651	0.37882	0.13480	0.03810	0.00922	0.00214	0.00050
	0.11650	0.07933	0.03998	0.01565	0.00518	0.00154	0.00043
	2.385	2.618	2.513	2.470	2.541	2.645	2.738
	1.065	1.026	1.152	1.421	1.710	1.895	1.716
0.8	1.02218	0.75904	0.35175	0.12173	0.03412	0.00837	0.00200
	0.34941	0.26278	0.14419	0.05938	0.02023	0.00610	0.00170
	Error	2.544	2.764	2.661	2.614	2.668	2.736
	Error	1.049	1.037	1.259	1.602	1.841	1.856
1.6	0.99060	0.98743	0.70221	0.31575	0.10918	0.03109	0.00786
	0.69014	0.61673	0.42106	0.20098	0.07444	0.02358	0.00673
	2.764	1.530	2.871	2.982	2.826	2.742	2.754
	1.125	1.309	0.978	1.001	1.302	1.667	1.789
3.2	0.99893	1.00064	0.97420	0.66041	0.29183	0.10140	0.02944
	0.93487	0.91258	0.82256	0.53398	0.23852	0.08444	0.02579
	2.632	Error	1.980	3.116	3.146	2.943	2.820
	1.077	Error	1.184	0.812	0.878	1.229	1.581

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=20.0$ ,  $k_2=20.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
<b>A</b>							
0.1	0.14447	0.04236	0.00990	0.00193	0.00033	0.00005	0.00001
	0.00182	0.00123	0.00063	0.00024	0.00008	0.00002	0.00001
	2.416	2.338	2.452	2.786	3.371	4.330	4.841
	2.567	2.906	3.652	5.119	6.952	10.066	0.000
0.2	0.38469	0.13708	0.03648	0.00751	0.00130	0.00021	0.00004
	0.00716	0.00488	0.00251	0.00098	0.00031	0.00009	0.00002
	2.588	2.489	2.526	2.818	3.395	4.225	4.841
	2.563	2.877	3.621	5.004	7.120	8.917	16.043
0.4	0.77394	0.35716	0.11448	0.02713	0.00503	0.00083	0.00014
	0.02710	0.01888	0.00988	0.00387	0.00123	0.00035	0.00009
	2.458	2.734	2.753	2.940	3.447	4.250	5.175
	2.635	2.854	3.532	4.922	7.068	9.184	10.236
0.8	0.98610	0.68947	0.27934	0.08027	0.01782	0.00321	0.00056
	0.09061	0.06741	0.03731	0.01507	0.00485	0.00138	0.00037
	1.585	2.945	3.239	3.340	3.643	4.318	5.174
	2.931	2.930	3.374	4.591	6.756	9.090	9.535
1.6	0.93712	0.85490	0.50790	0.17961	0.05012	0.01130	0.00217
	0.24528	0.20115	0.12654	0.05549	0.01862	0.00542	0.00147
	5.547	3.953	4.116	4.260	4.284	4.587	5.254
	2.829	2.993	3.150	3.864	5.681	8.210	9.050
3.2	0.96330	0.90325	0.70903	0.34355	0.11331	0.03258	0.00791
	0.55490	0.48647	0.35807	0.18344	0.06728	0.02061	0.00576
	9.020	6.614	5.663	5.622	5.538	5.354	5.490
	2.656	2.625	2.626	2.791	3.602	5.648	7.595

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=20.0$ ,  $k_2=200.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
A							
0.1	0.14422	0.04204	0.00960	0.00176	0.00027	0.00003	0.00000
	0.00033	0.00024	0.00013	0.00006	0.00002	0.00000	0.00000
	2.419	2.347	2.490	2.917	3.726	5.590	Error
	6.439	7.318	9.496	12.894	19.933	Error	Error
0.2	0.38388	0.13584	0.03526	0.00683	0.00106	0.00014	0.00002
	0.00131	0.00095	0.00054	0.00022	0.00007	0.00002	0.00000
	2.592	2.502	2.570	2.955	3.760	5.175	6.846
	6.440	7.319	9.253	13.557	21.756	34.071	Error
0.4	0.77131	0.35237	0.10970	0.02443	0.00406	0.00054	0.00006
	0.00505	0.00372	0.00214	0.00088	0.00028	0.00008	0.00002
	2.473	2.761	2.819	3.102	3.838	5.269	7.905
	6.570	7.330	9.171	13.406	21.598	33.693	46.300
0.8	0.97701	0.67286	0.26149	0.06983	0.01397	0.00206	0.00025
	0.01830	0.01399	0.00831	0.00348	0.00110	0.00030	0.00008
	1.898	3.042	3.381	3.598	4.121	5.392	7.745
	6.950	7.475	9.020	12.987	21.287	34.993	47.580
1.6	0.91645	0.81223	0.45078	0.14191	0.03538	0.00683	0.00096
	0.06007	0.04830	0.03070	0.01339	0.00431	0.00120	0.00032
	6.222	4.470	4.566	4.882	5.132	5.911	7.903
	7.014	7.617	8.757	11.958	19.532	32.897	46.310
3.2	0.92662	0.82390	0.57074	0.22655	0.06182	0.01590	0.00319
	0.18395	0.15278	0.10470	0.04911	0.01644	0.00468	0.00125
	11.802	8.663	7.354	7.404	7.675	7.719	8.662
	6.925	7.195	7.891	9.915	15.006	26.303	41.495

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=200.0$ ,  $k_2=0.2$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
A							
0.1	0.03694	0.01139	0.00363	0.00117	0.00036	0.00010	0.00003
	0.01137	0.00589	0.00256	0.00097	0.00033	0.00010	0.00003
	5.019	4.568	4.059	3.579	3.227	3.062	2.795
	0.516	0.450	0.388	0.352	0.287	0.000	0.000
0.2	0.12327	0.04180	0.01414	0.00464	0.00144	0.00042	0.00011
	0.04473	0.02334	0.01021	0.00388	0.00130	0.00039	0.00011
	5.285	4.708	4.095	3.589	3.226	2.988	2.919
	0.476	0.411	0.366	0.337	0.339	0.451	0.000
0.4	0.36329	0.14196	0.05256	0.01814	0.00572	0.00167	0.00046
	0.16785	0.09024	0.04014	0.01538	0.00518	0.00157	0.00044
	5.400	4.881	4.179	3.610	3.231	2.995	2.855
	0.433	0.348	0.314	0.315	0.330	0.376	0.513
0.8	0.82050	0.42603	0.18107	0.06766	0.02231	0.00663	0.00182
	0.53144	0.31785	0.15048	0.05952	0.02038	0.00625	0.00175
	4.372	4.781	4.239	3.659	3.249	3.000	2.869
	0.440	0.289	0.241	0.256	0.306	0.361	0.455
1.6	1.12440	0.94520	0.53465	0.22994	0.08215	0.02562	0.00720
	1.03707	0.83371	0.48201	0.21214	0.07675	0.02427	0.00693
	Error	2.628	3.923	3.668	3.299	3.028	2.878
	Error	0.396	0.195	0.187	0.245	0.339	0.447
3.2	0.99506	1.10738	1.04537	0.62710	0.26576	0.09166	0.02751
	1.00400	1.10259	1.00671	0.60056	0.25484	0.08799	0.02656
	4.425	Error	Error	3.318	3.346	3.110	2.920
	Error	Error	Error	0.166	0.183	0.278	0.424

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=200.0$ ,  $k_2=2.0$

H>	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
A							
0.1	0.03481	0.00909	0.00215	0.00049	0.00011	0.00003	0.00001
	0.00549	0.00259	0.00094	0.00029	0.00008	0.00002	0.00001
	5.175	5.119	5.278	5.532	5.838	5.590	4.841
	1.002	1.124	1.354	1.659	2.016	5.025	0.000
0.2	0.11491	0.03269	0.00826	0.00195	0.00045	0.00011	0.00003
	0.02167	0.01027	0.00373	0.00116	0.00033	0.00009	0.00002
	5.495	5.345	5.372	5.542	5.772	5.838	5.590
	0.962	1.071	1.319	1.646	1.937	2.465	10.051
0.4	0.33218	0.10684	0.02946	0.00746	0.00179	0.00042	0.00010
	0.08229	0.04000	0.01474	0.00460	0.00131	0.00036	0.00009
	5.758	5.720	5.638	5.654	5.785	5.975	6.123
	0.928	0.978	1.191	1.555	1.957	1.916	2.650
0.8	0.72695	0.30477	0.09508	0.02647	0.00685	0.00168	0.00041
	0.27307	0.14513	0.05622	0.01797	0.00520	0.00142	0.00038
	5.456	6.111	6.097	5.955	5.902	5.972	6.048
	0.962	0.882	0.986	1.299	1.753	2.098	1.874
1.6	1.00203	0.66786	0.27135	0.08556	0.02441	0.00646	0.00162
	0.63916	0.42940	0.19358	0.06671	0.02003	0.00560	0.00149
	Error	6.144	6.602	6.455	6.207	6.079	6.082
	Error	0.840	0.773	0.917	1.316	1.810	2.081
3.2	1.00828	0.98447	0.62399	0.25186	0.08061	0.02332	0.00625
	0.92560	0.84545	0.52912	0.22047	0.07248	0.02126	0.00584
	Error	3.298	6.674	6.927	6.665	6.353	6.181
	Error	1.211	0.625	0.603	0.779	1.226	1.715

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=200.0$ ,  $k_2=20.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
A							
0.1	0.03336	0.00776	0.00149	0.00027	0.00005	0.00001	0.00000
	0.00128	0.00065	0.00023	0.00007	0.00002	0.00000	0.00000
	5.289	5.543	6.342	7.453	8.660	9.682	Error
	2.760	3.417	4.904	7.185	10.066	Error	Error
0.2	0.10928	0.02741	0.00564	0.00104	0.00018	0.00003	0.00001
	0.00509	0.00257	0.00094	0.00028	0.00007	0.00002	0.00001
	5.650	5.850	6.508	7.592	9.128	11.180	9.682
	2.720	3.364	4.732	7.045	11.020	10.051	0.000
0.4	0.31094	0.08634	0.01911	0.00384	0.00071	0.00013	0.00002
	0.01972	0.01014	0.00372	0.00110	0.00030	0.00008	0.00002
	6.028	6.423	7.031	7.893	9.190	10.741	13.693
	2.706	3.239	4.504	6.871	9.901	11.806	0.000
0.8	0.65934	0.23137	0.05574	0.01236	0.00261	0.00050	0.00010
	0.07045	0.03844	0.01453	0.00436	0.00119	0.00031	0.00008
	6.245	7.308	8.104	8.768	9.579	10.952	12.247
	2.800	3.090	4.027	6.044	9.231	11.833	11.565
1.6	0.87931	0.46835	0.13946	0.03379	0.00819	0.00186	0.00039
	0.20963	0.13148	0.05399	0.01683	0.00467	0.00124	0.00032
	7.276	8.843	9.861	10.509	10.790	11.350	12.401
	2.973	2.886	3.311	4.490	7.040	10.218	10.318
3.2	0.93309	0.71083	0.30247	0.08859	0.02341	0.00612	0.00149
	0.49938	0.37342	0.18091	0.06167	0.01784	0.00483	0.00127
	11.372	11.284	12.284	12.670	12.682	12.492	12.684
	2.758	2.471	2.341	2.700	3.760	6.309	8.448

Coeficientes de Equivalencia Estructural para  $k_1=200.0$ ,  $k_2=200.0$

H»	0.125	0.250	0.500	1.000	2.000	4.000	8.000
<b>A</b>							
0.1	0.03307	0.00744	0.00133	0.00021	0.00003	0.00000	0.00000
	0.00025	0.00014	0.00005	0.00002	0.00000	0.00000	0.00000
	5.313	5.662	6.713	8.451	11.180	Error	Error
	7.081	8.935	13.964	18.935	Error	Error	Error
0.2	0.10810	0.02616	0.00498	0.00082	0.00012	0.00002	0.00000
	0.00098	0.00056	0.00022	0.00006	0.00002	0.00000	0.00000
	5.684	5.991	6.928	8.551	11.180	13.693	Error
	7.111	8.851	13.049	23.071	32.412	Error	Error
0.4	0.30639	0.08141	0.01649	0.00298	0.00047	0.00007	0.00001
	0.00386	0.00224	0.00086	0.00025	0.00007	0.00002	0.00000
	6.089	6.630	7.577	8.963	11.296	14.638	19.365
	7.111	8.684	12.911	22.018	35.959	50.991	Error
0.8	0.64383	0.21293	0.04553	0.00893	0.00165	0.00025	0.00003
	0.01455	0.00871	0.00340	0.00100	0.00026	0.00007	0.00002
	6.432	7.692	9.007	10.330	12.052	15.490	22.360
	7.269	8.537	12.276	20.641	36.653	55.143	40.204
1.6	0.84110	0.40876	0.10209	0.02065	0.00445	0.00086	0.00013
	0.05011	0.03234	0.01315	0.00392	0.00104	0.00027	0.00007
	8.247	9.880	11.729	13.519	14.660	16.699	21.482
	7.538	8.278	11.130	17.729	31.417	52.446	62.351
3.2	0.86807	0.56613	0.18358	0.04154	0.00929	0.00225	0.00047
	0.15719	0.11049	0.04854	0.01505	0.00409	0.00107	0.00027
	15.141	14.831	16.820	18.893	20.252	20.637	22.593
	7.316	7.523	9.014	12.853	20.673	37.213	57.744



De las tablas anteriores se pueden obtener algunas conclusiones sobre el uso del modelo de Boussinesq para calcular los esfuerzos en un sistema multicapa. Nótese, primeramente, que existen algunas celdas en las que aparece el mensaje "Error"; dichas celdas representan casos en los que no es posible aplicar el modelo de una sola capa, ya que en ellos se ha presentado al menos una de estas tres posibles condiciones:

- 1) Esfuerzos verticales en alguna interfase mayores o iguales que 1.0 (recuérdese que el esfuerzo se encuentra expresado como fracción de la presión de contacto),
- 2) Esfuerzos verticales en la segunda interfase mayores que los de la primera, o
- 3) Esfuerzos verticales en alguna interfase iguales a 0.

Las dos primeras condiciones indicarían que para ese sistema de tres capas en particular, los esfuerzos han aumentado con la profundidad; lo cual no es una situación representable con el modelo de Boussinesq. La última condición (debida más bien al redondeo de valores en las tablas de Jones), tampoco es posible, ya que en el modelo de Boussinesq el esfuerzo vertical igual a cero se presenta únicamente a una profundidad infinita, y las dos interfaces del sistema de tres capas se encuentran a profundidades finitas.

De las tablas también se desprende que no es factible, en forma generalizada, el uso del coeficiente de equivalencia estructural, ya que existe una gran variación de éste con la geometría del sistema. Obsérvese por ejemplo que, para  $k_1 = 20.0$  y  $k_2 = 20.0$ , el valor de  $a_2$  puede llegar a ser menor que 2 o mayor que 15 dependiendo de los parámetros A y H. De hecho, inspeccionando las tablas se pueden encontrar muchos otros casos como éste.

Sin embargo, el hecho de que no se pueda usar en forma generalizada el coeficiente de equivalencia estructural no significa que haya que desecharlo, sino que sólo debe emplearse como una aproximación.

Para limitar el número de casos se harán dos consideraciones referentes al módulo de elasticidad de los materiales que se emplean en la práctica en pavimentos:

- En primer lugar, ya que por lo general en pavimentos se utilizan materiales de mejor calidad en las capas superiores que en las inferiores, los valores de  $k_1$  y  $k_2$  no pueden ser menores que uno<sup>17</sup>. Esto significa que se deben eliminar los casos en los que  $k_1$  o  $k_2$  son iguales a 0.2
- Por otro lado, se hará la consideración arbitraria de que es muy poco probable que el módulo de elasticidad de la primera capa sea cuatrocientas o más veces mayor que el de la tercera; lo cual significa que se deben eliminar los casos en los que  $k_1 \cdot k_2 = E_1/E_3 \geq 400$ .

Tomando en cuenta lo anterior, se pueden reducir a tres las tablas de estudio: 1)  $k_1 = 2.0$ ,  $k_2 = 2.0$ ; 2)  $k_1 = 2.0$ ,  $k_2 = 20.0$ ; 3)  $k_1 = 20.0$ ,  $k_2 = 2.0$ ; y de hecho, las más representativas son la primera y la tercera.

Se puede notar que para estas relaciones de módulos de elasticidad, la variación en los coeficientes de equivalencia estructural es mucho menor que para otros valores de  $k_1$  y  $k_2$  que no tienen aplicación práctica a los pavimentos.

Para facilitar la interpretación de los diferentes valores del coeficiente de equivalencia estructural se han obtenido los promedios y desviaciones estándar de éstos, manteniendo constante el valor de A (Horizontalmente) y haciendo lo mismo con el valor del parámetro H (Verticalmente). Los resultados obtenidos se muestran en las dos tablas siguientes.

---

<sup>17</sup>Esta situación se presenta por lo general en materiales estabilizados mecánicamente, sin embargo es importante mencionar que puede no ocurrir. Por ejemplo, en el caso de bases estabilizadas con cemento Portland (Suelo-Cemento), el módulo de elasticidad de éstas puede llegar a superar al de la carpeta asfáltica y por lo tanto se tendría un valor de  $k_1$  inferior a la unidad.

Promedios y Desviaciones Estándar Horizontales

H» 0.125 0.25 0.50 1.00 2.00 4.00 8.00

k1 = 2.0 k2 = 2.0	Prom	a <sub>1</sub>	1.54	1.32	1.29	1.29	1.30	1.31	1.34
		a <sub>2</sub>	1.10	1.13	1.16	1.23	1.34	1.44	1.45
	DEst	a <sub>1</sub>	0.61	0.24	0.13	0.13	0.11	0.05	0.01
		a <sub>2</sub>	0.12	0.07	0.07	0.10	0.14	0.10	0.05
k1 = 2.0 k2 = 20.0	Prom	a <sub>1</sub>	2.64	2.20	1.89	1.73	1.73	1.91	2.25
		a <sub>2</sub>	2.42	2.56	2.85	3.46	4.51	5.93	7.07
	DEst	a <sub>1</sub>	2.00	1.42	0.98	0.68	0.44	0.21	0.08
		a <sub>2</sub>	0.12	0.17	0.26	0.42	0.60	0.64	1.38
k1 = 20.0 k2 = 2.0	Prom	a <sub>1</sub>	2.44	2.09	2.46	2.67	2.70	2.72	2.75
		a <sub>2</sub>	1.09	1.14	1.14	1.24	1.49	1.67	1.47
	DEst	a <sub>1</sub>	0.28	0.57	0.30	0.29	0.23	0.11	0.04
		a <sub>2</sub>	0.04	0.12	0.10	0.25	0.31	0.24	0.66

### Promedios y Desviaciones Estándar Verticales

		k1 = 2.0 k2 = 2.0		k1 = 2.0 k2 = 20.0		k1 = 20.0 k2 = 2.0	
		Prom	DEst	Prom	DEst	Prom	DEst
A	0.1 a <sub>1</sub>	1.22	0.07	1.45	0.36	2.48	0.18
	a <sub>2</sub>	1.33	0.15	4.75	2.56	1.16	0.52
0.2	a <sub>1</sub>	1.22	0.06	1.47	0.36	2.52	0.11
	a <sub>2</sub>	1.31	0.14	4.22	1.61	1.47	0.34
0.4	a <sub>1</sub>	1.19	0.13	1.46	0.38	2.56	0.11
	a <sub>2</sub>	1.32	0.14	4.24	1.60	1.43	0.33
0.8	a <sub>1</sub>	1.24	0.08	1.69	0.27	2.55	0.28
	a <sub>2</sub>	1.31	0.12	4.22	1.56	1.40	0.33
1.6	a <sub>1</sub>	1.57	0.37	2.54	0.80	2.64	0.46
	a <sub>2</sub>	1.24	0.14	3.99	1.49	1.31	0.29
3.2	a <sub>1</sub>	1.60	0.32	3.69	1.40	2.53	0.69
	a <sub>2</sub>	1.08	0.15	3.25	1.29	1.15	0.24

#### IV-3. Coefficientes de daño en sistemas multicapa.

En el capítulo anterior se mencionaba que el daño que causa un vehículo a los pavimentos se puede medir a través de un coeficiente, que en caso del método del I. I. depende sólo de los esfuerzos verticales que se producen.

Es lógico pensar que el coeficiente de daño también debiera depender de la rigidez del material<sup>18</sup>, sin embargo los esfuerzos verticales en el medio de Boussinesq no son función del módulo de elasticidad, sino sólo de la profundidad y de la condición de carga. Esta situación causa que se busquen otras alternativas en cuanto a la forma de definir el coeficiente de daño, como por ejemplo, el hacerlo depender de las deformaciones unitarias y, por ende, del módulo de elasticidad, o calcularlo en base a los esfuerzos obtenidos en un sistema multicapa. Aunque se considera que la primera alternativa es más adecuada, pues en el segundo caso el coeficiente de daño no dependería estrictamente de la rigidez del material, sino de la relación de rigideces (v. gr.  $E_1/E_2$ ).

Como quiera que sea el coeficiente de daño no debe desaparecer del diseño de pavimentos, pues es la herramienta que permite calcular la vida de un pavimento sujeto a una mezcla de cargas, causada por multitud de vehículos diferentes. En realidad, el concepto de coeficiente de daño no es otra cosa sino una transformación de la "Hipótesis de Miner", la cual, además de su sencillez de aplicación, ha sido comprobada [Ref. 4], no justificándose hasta ahora el uso de otro modelo matemático del tránsito mezclado<sup>19</sup>.

Como ejemplo se verá la forma en la que el coeficiente de equivalencia estructural puede afectar al coeficiente de daño. Para esto, considérense los casos 5 y 11 definidos en el capítulo II, es decir, el conjunto triple con carga máxima.

---

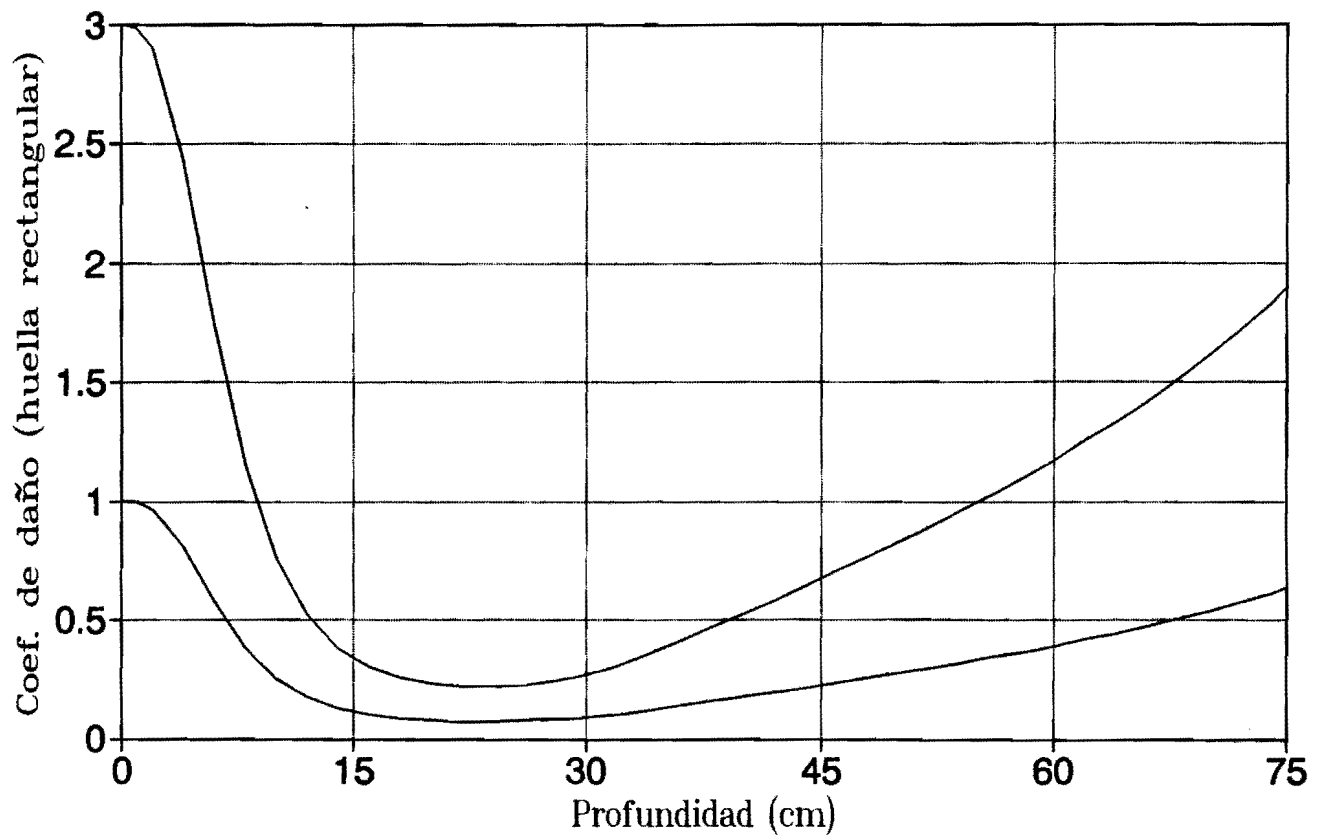
<sup>18</sup>I. e. para iguales esfuerzos verticales, un material con bajo módulo de elasticidad sufre más daño que uno con alto módulo de elasticidad.

<sup>19</sup>En la referencia 1, se comenta que es de esperarse que se cumpla dicha hipótesis.

Calculando el coeficiente de daño a partir de los esfuerzos verticales que se obtuvieron por medio de la huella rectangular, se puede generar la siguiente gráfica, en la que se expresa su variación con la profundidad:

# EJE TRIPLE CON CARGA MAXIMA

## SISTEMA DE UNA SOLA CAPA



Los valores de la desviación estándar dan una medida de la confiabilidad de aplicar el criterio de equivalencia estructural: mientras menor sea ésta, mayor será la confiabilidad del criterio.

Realmente los valores de la desviación estándar son bajos en la mayoría de los casos, y además los promedios del coeficiente de equivalencia estructural son muy cercanos a los propuestos por el método del Instituto de Ingeniería. Los promedios globales de los valores de  $a_1$  y  $a_2$ , se han resumido en la siguiente tabla:

	C1	C2	C3
	<u>k1=2 k2=2</u>	<u>k1=2 k2=20</u>	<u>k1=20 k2=2</u>
$a_1$ :	1.34	2.05	2.55
$a_2$ :	1.26	4.11	1.32

Para la primera capa (la carpeta asfáltica) se han propuesto coeficientes menores o iguales que dos, y en los tres casos,  $a_1$  es muy cercano a este valor. En realidad, C2 y C3 se encuentran del lado de la seguridad si  $a_1=2$ .

Para materiales estabilizados mecánicamente se propuso un coeficiente igual a uno. Para C2 el valor se dispara, sin embargo, para C1 y C3 (1.26 y 1.32), el considerar  $a_2=1$  es bastante aceptable.

En resumen, se puede emplear el coeficiente de equivalencia estructural siempre y cuando se tengan en cuenta las limitaciones que ello tiene y considerando que es una simplificación del modelo multicapa, que es el que debiera usarse si se pudiera disponer de datos confiables sobre las propiedades de los materiales.



Como se puede apreciar, se han trazado dos curvas. Esto se debe a que, como se recordará del inciso III-3, existe una dificultad en la cuantificación del número de ciclos de carga a diferentes profundidades para conjuntos tandem y triples. Las ordenadas de la curva superior se calcularon multiplicando por tres las de la curva inferior, las cuales se obtuvieron con los esfuerzos verticales máximos calculados con la huella rectangular.

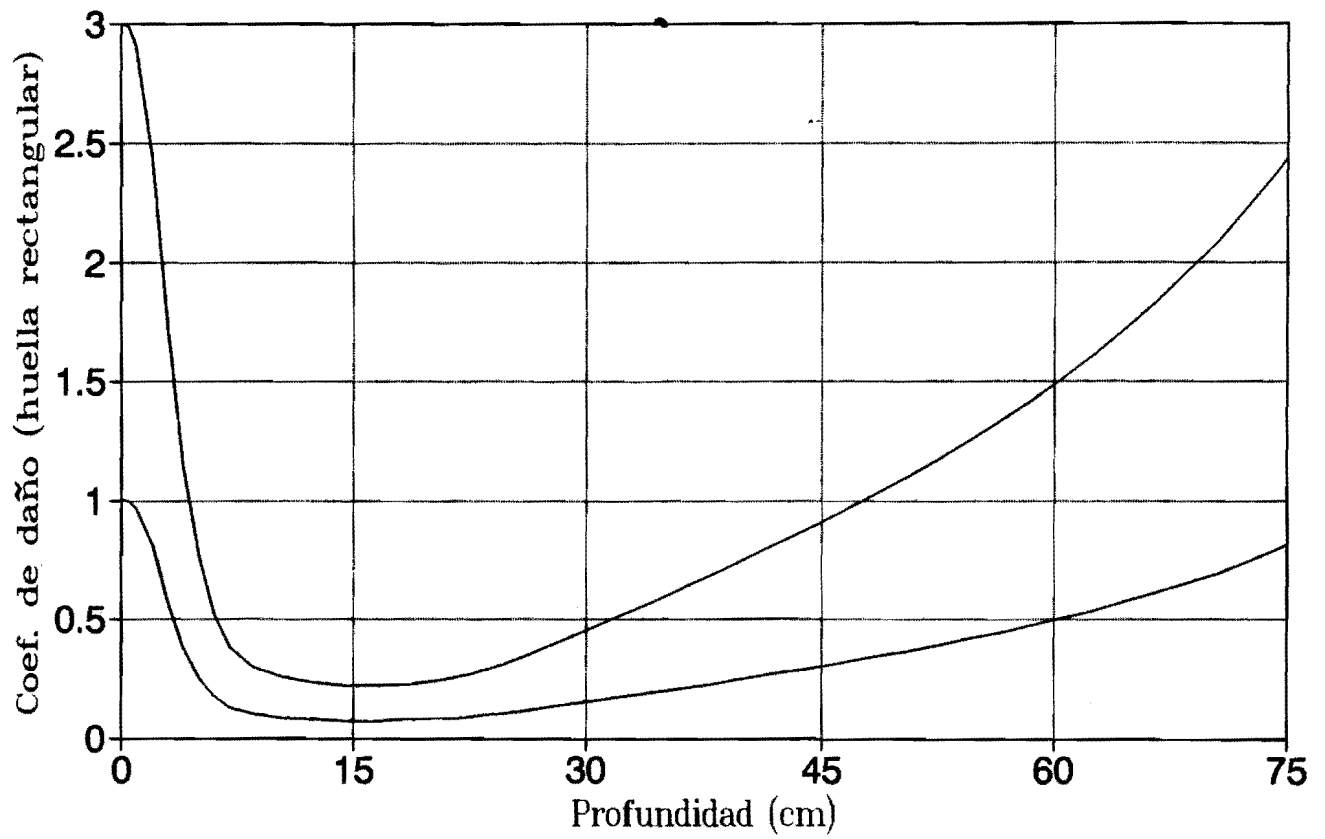
Las dos curvas delimitan un área dentro de la que se debe encontrar el coeficiente de daño, el cual se aproxima a la curva superior para las capas superficiales y a la curva inferior para las capas profundas.

Los resultados anteriores están obtenidos a partir del modelo de una sola capa. Para analizar ahora el efecto que tendría el coeficiente de equivalencia estructural sobre el coeficiente de daño, supóngase un pavimento con carpeta asfáltica de 7.5 cm de espesor y coeficiente de equivalencia estructural  $a_1=2.0$ , en el que además todas las capas inferiores a la carpeta tengan un coeficiente  $a_i=1.0$  ( $i \geq 2$ ).

En este sistema la interfase entre la carpeta y la base se encontraría a una profundidad real de 7.5 cm, es decir 15 cm de profundidad equivalente. Al graficar el coeficiente de equivalencia estructural, como función de la profundidad real, pero calculando los esfuerzos verticales por medio de la profundidad equivalente, se obtiene la gráfica de la página siguiente. En ella se aprecia, como es lógico, un corrimiento de las curvas hacia la izquierda con respecto a las del sistema de una sola capa; es decir, el daño que en el sistema de una sola capa se presentaba a los 10 cm de profundidad, ahora se presenta a los 5 cm; el que ocurría a los 20 cm, ahora sucede a los 12.5 cm de profundidad; etc.

# EJE TRIPLE CON CARGA MAXIMA

## SISTEMA DE DOS CAPAS ( $a_1=2.0$ $a_2=1.0$ )



Es importante mencionar que si el coeficiente de equivalencia estructural se incluyera (como en la gráfica anterior) en el coeficiente de daño, el algoritmo de diseño debería modificarse, ya que no se trabajaría con la profundidad equivalente sino con la real.

Lo anterior se realizó con la intención de aproximar lo que sucedería con los valores del coeficiente de daño en un sistema multicapa. Sin embargo, el concepto de coeficiente de equivalencia estructural debe ser eventualmente substituido (al mejorar la información sobre las propiedades de los materiales), por el cálculo de esfuerzos y deformaciones en sistemas multicapa. Obviamente, al desaparecer el coeficiente de equivalencia estructural también desaparecería el concepto de profundidad equivalente y el diseño de pavimentos se realizaría siempre en función de la profundidad real.

**POST-SCRIPTUM**

**Una Aplicación al  
Cálculo de Espesores**

A pesar de que los coeficientes de daño deben redefinirse en función de las deformaciones unitarias es posible emplear las consideraciones hechas sobre los esfuerzos verticales para realizar un análisis preliminar del efecto que tendría, sobre el espesor del pavimento, el considerar las llantas en lo individual.

Recuérdese (inciso III-3) que al emplear la huella rectangular en el cálculo de los coeficientes de daño surgió la dificultad en el sentido de que es difícil determinar el número de ciclos de carga que provocan los conjuntos tandem y triples a la profundidad. Entre la superficie (en donde no existe ambigüedad) y alguna profundidad en la cual ya sólo se presente un ciclo de carga, debiera definirse (como se hizo en el capítulo anterior), un rango de valores dentro del cual se encuentre el coeficiente de daño. Para realizar este último análisis de la tesis será necesario calcular en forma singular (y no como un rango) los coeficientes de daño a cada profundidad.

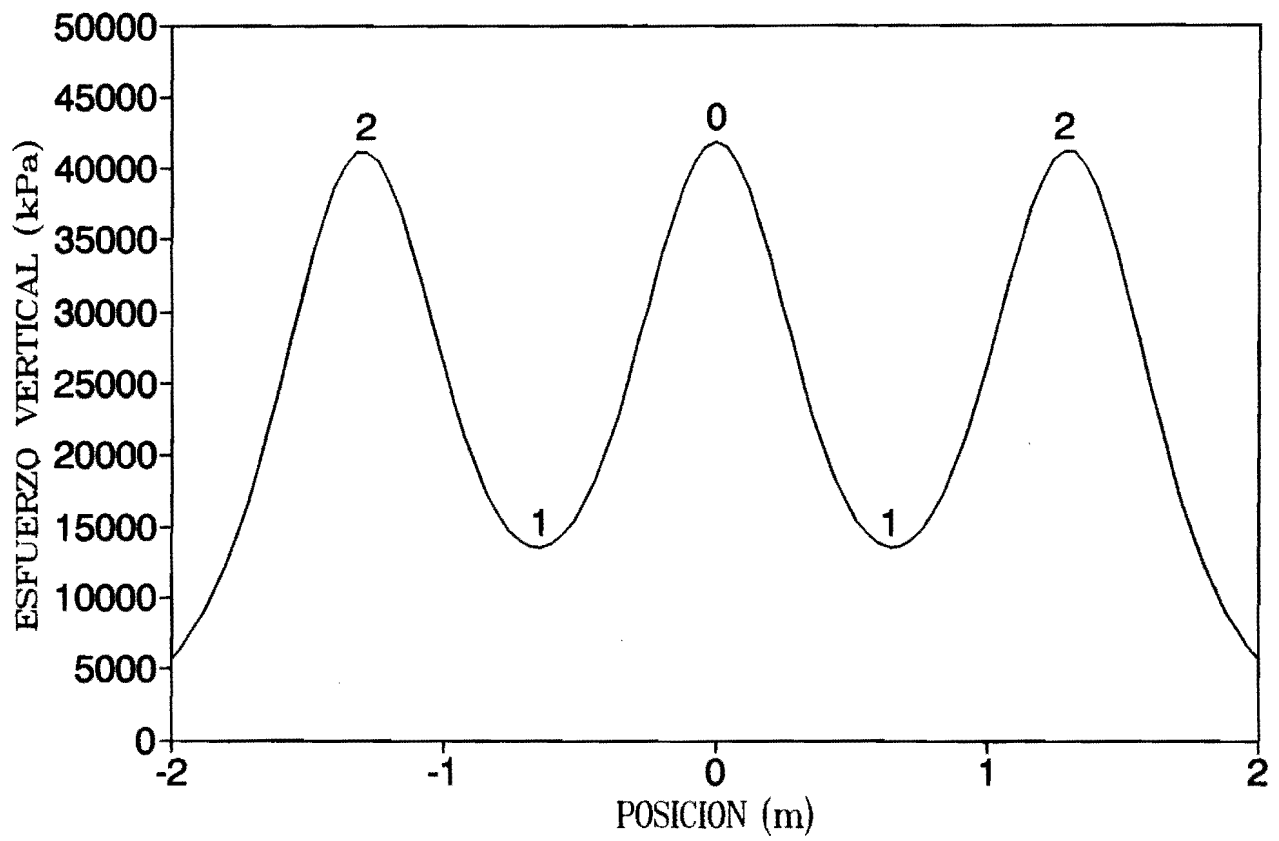
Con la intención de aproximar el valor del coeficiente de daño, y sin fundamento teórico o experimental, se propone lo siguiente:

"Obtener el coeficiente de daño provocado por un conjunto tandem o triple como la suma algebraica de los coeficientes de daño individuales, calculados a partir de los esfuerzos máximos o mínimos relativos a una profundidad determinada, y a lo largo de un eje paralelo al de movimiento y, considerando positivo el daño debido a esfuerzos máximos relativos y negativo al daño debido a esfuerzos mínimos relativos."

Para aclarar lo anterior considérese la gráfica de la página siguiente, en la que se muestra el corte de los esfuerzos verticales (en kPa), provocados por el conjunto triple del caso 5, a una profundidad de 0.6 m, a lo largo del eje paralelo al movimiento donde se presentan los valores máximos.

# Esfuerzos Verticales

## Caso 5 a 60 cm de profundidad



Del análisis se desprende que:

La gráfica es simétrica con respecto a  $x=0$ , en donde se presenta el esfuerzo máximo en el punto marcado como "0", y cuyo valor exacto es igual a 41893.3 Pa.

A ambos lados del eje de simetría se presentan dos puntos de esfuerzo mínimo relativo y dos de esfuerzo máximo relativo, marcados como "1" y "2", respectivamente. El valor exacto del esfuerzo vertical en los puntos "1" es de 13509.9 Pa, y en los puntos "2", de 41258.5 Pa.

Como se había mencionado anteriormente, el método del Instituto de Ingeniería [Ref. 2] propone que el coeficiente de daño se calcule como:

$$d_1 = (\sigma_{z1}/\sigma_{zeq})^{5.6789}$$

Donde:  $d_1$ : Es el daño provocado por el esfuerzo vertical  $\sigma_{z1}$   
 $\sigma_{zeq}$  Es el esfuerzo vertical que produce una carga circular de 15 cm de radio y presión de contacto de 569 kPa (5.8 kgf/cm<sup>2</sup>) a la profundidad de interés y bajo su centro.

$$5.6789 = 1/\alpha = 1/\log(1.5)$$

En este caso, el esfuerzo  $\sigma_{zeq}$  tiene un valor de 49441.5 Pa, a 60 cm de profundidad.

A partir de lo anterior, se puede calcular el daño para los puntos 0, 1 y 2:

$$d_0 = ( 41893.3 \text{ Pa} / 49441.5 \text{ Pa} )^{5.6789} = 0.3903$$

$$d_1 = ( 13509.9 \text{ Pa} / 49441.5 \text{ Pa} )^{5.6789} = 0.0006$$

$$d_2 = ( 41258.5 \text{ Pa} / 49441.5 \text{ Pa} )^{5.6789} = 0.3579$$

Finalmente, se calcula el coeficiente de daño del conjunto mediante la suma algebraica de los daños anteriores, considerando  $d_0$  y  $d_2$  como positivos (ya que corresponden a esfuerzos máximos), y  $d_1$  como negativo (ya que corresponde a un esfuerzo mínimo

relativo):

$$d = d_2 - d_1 + d_0 - d_1 + d_2$$

Es decir:  $d = 0.3903 + 2*( 0.3579 - 0.0006 )$

$$d = 1.1049$$

Por lo tanto, el daño provocado por el conjunto triple del caso 5 a 60 cm de profundidad sería de 1.1049, aplicando el criterio del Instituto de Ingeniería a los conceptos aquí expuestos; aunque es importante notar que éste se desarrolló a partir de huellas circulares.

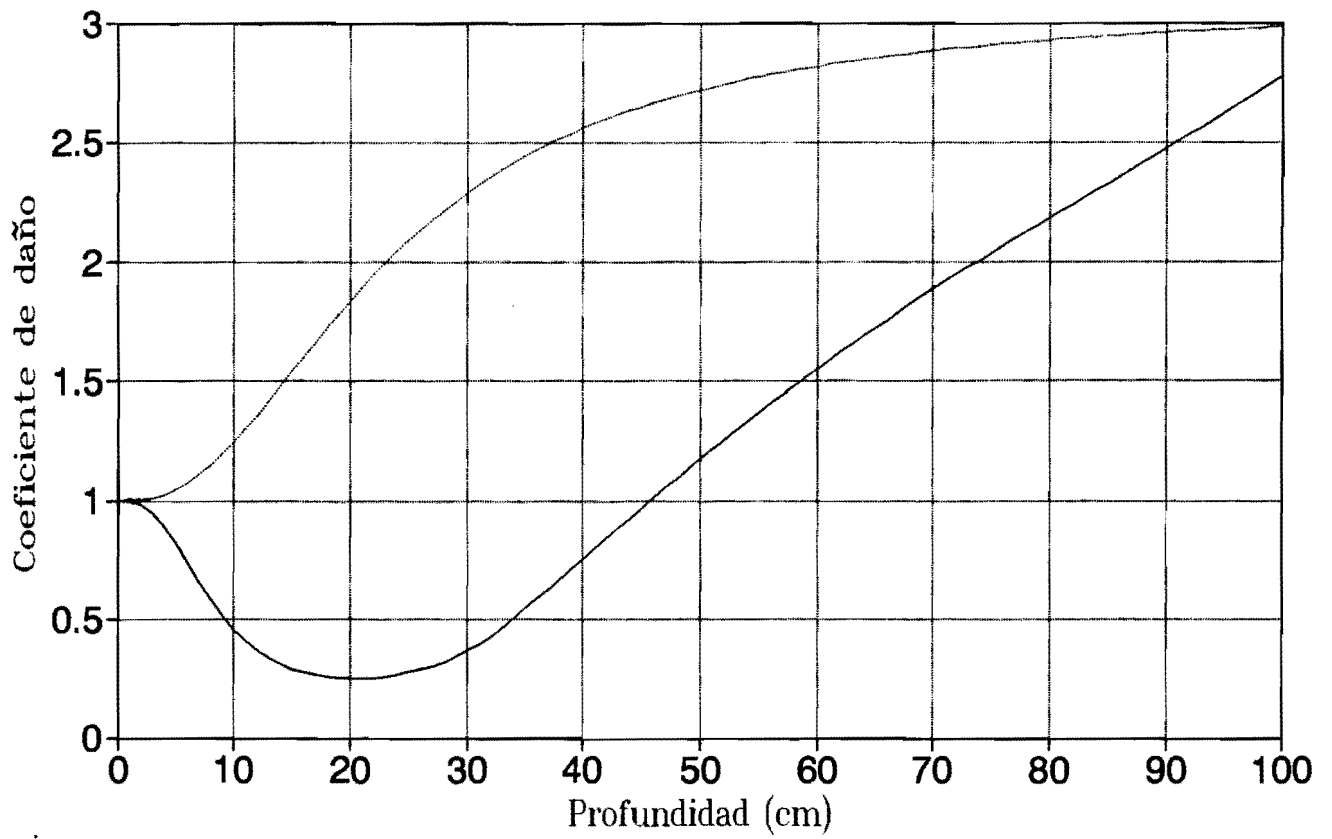
Este mismo procedimiento de suma algebraica de coeficientes de daño, puede aplicarse a conjuntos en tandem o a cualquier sistema de llantas con varios ejes. Es obvio que en el caso de sistemas de llantas de un solo eje no se observa el problema en la determinación del número de ciclos de carga, ya que sólo se presenta un punto de esfuerzo vertical máximo a cada profundidad.

El cálculo de los coeficientes de daño, por el método que se acaba de describir, se realizó para los conjuntos de los casos 1, 3 y 5, y los resultados, en función de la profundidad, se han graficado en las páginas siguientes con una curva en trazo grueso. Además, se ha trazado con línea delgada el coeficiente de daño propuesto, en cada caso, por el I. I.



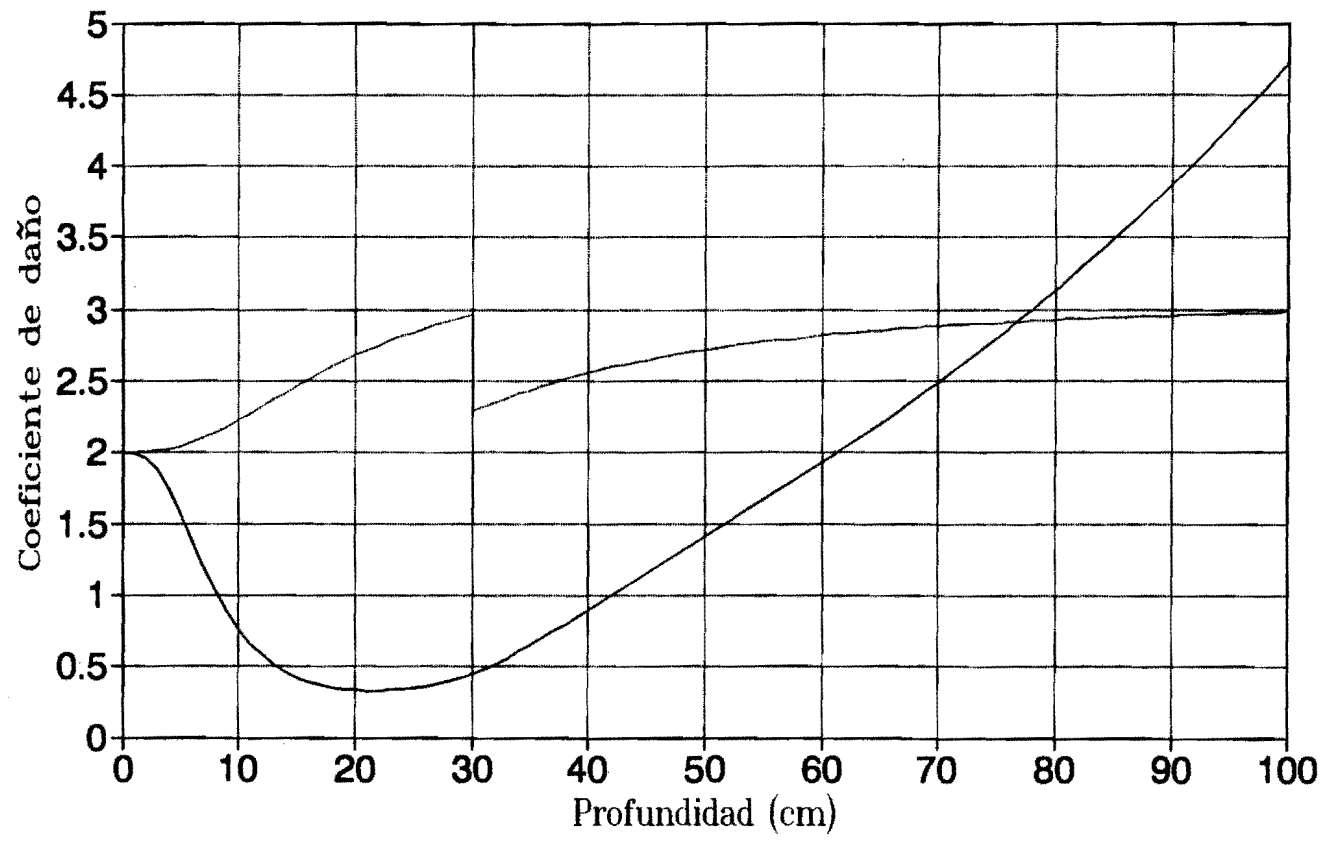
# Conjunto Sencillo

(Carga legal = 10,000 kgf)



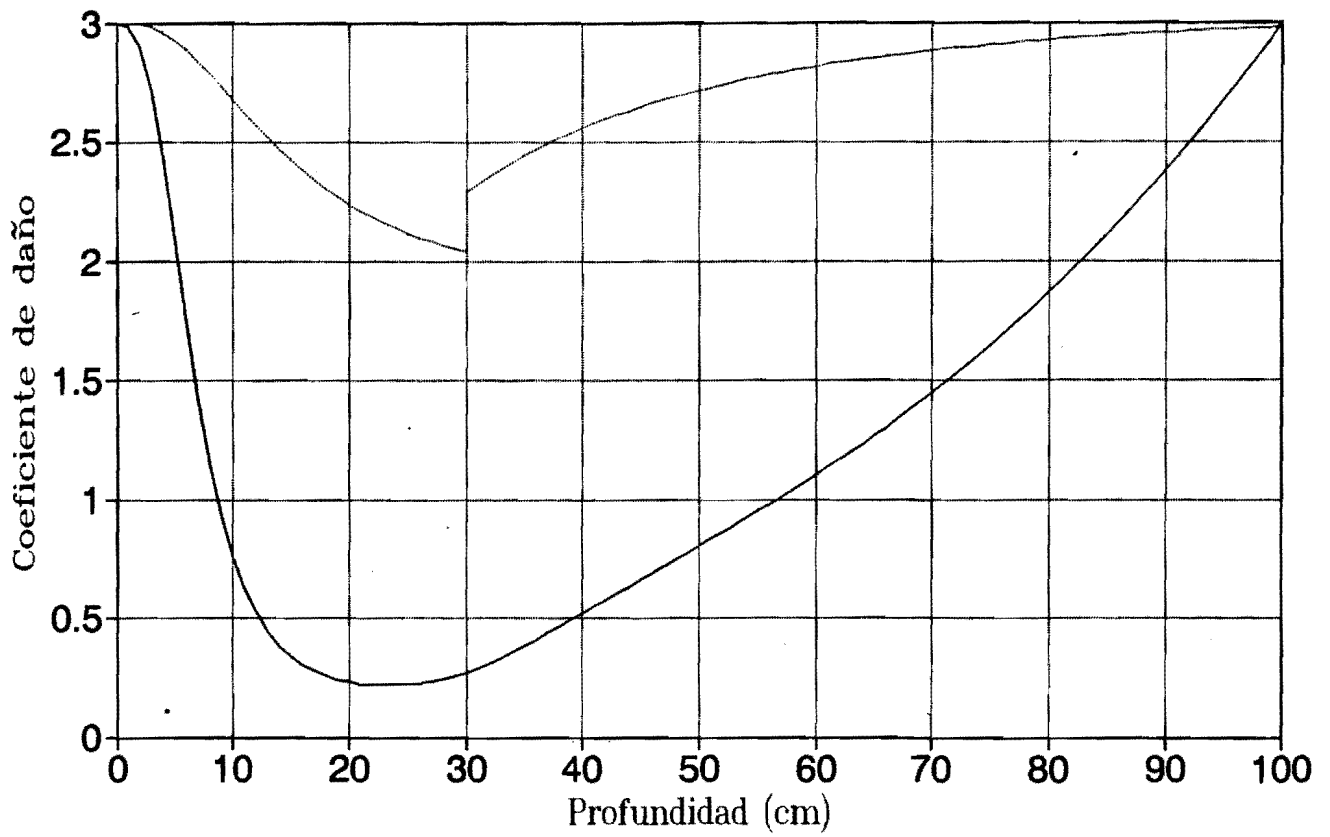
# Conjunto Tandem

(Carga legal = 18,000 kgf)



# Conjunto Triple

(Carga legal = 22,500 kgf)



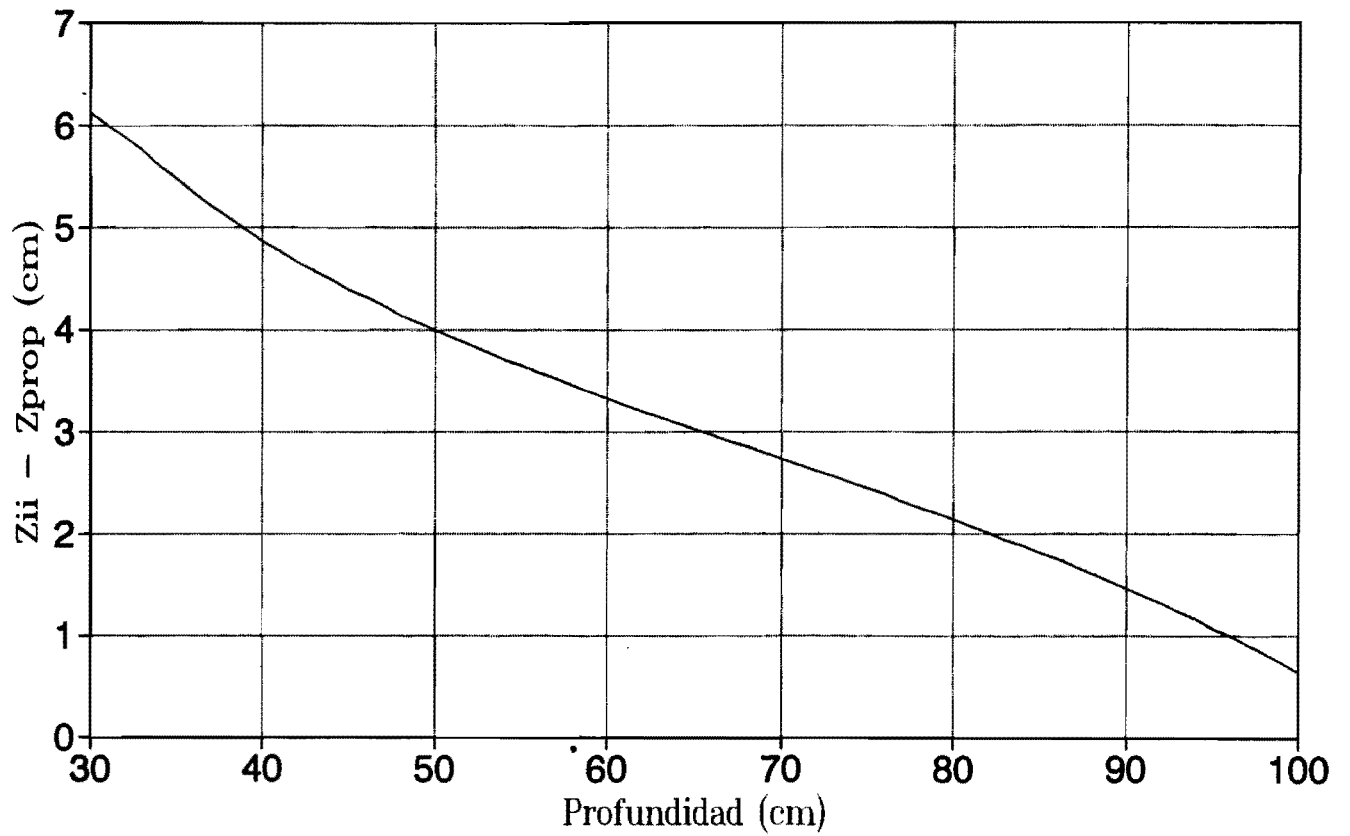
Como puede observarse, el coeficiente de daño calculado con el método anterior es menor que el del I. I. para las profundidades normales de diseño; lo cual significa que, en esos casos, debe disminuir el espesor equivalente, si dados un VRS y un tránsito determinados, se aplicase este método en lugar del propuesto por el I. I.

La medida en la que se presenta el cambio en el espesor depende de la profundidad misma y, para ilustrar este efecto, se ha calculado la diferencia entre el espesor obtenido con los coeficientes de daño del I. I. y el obtenido con el método descrito anteriormente ( $Z_{ii} - Z_{prop}$ ).

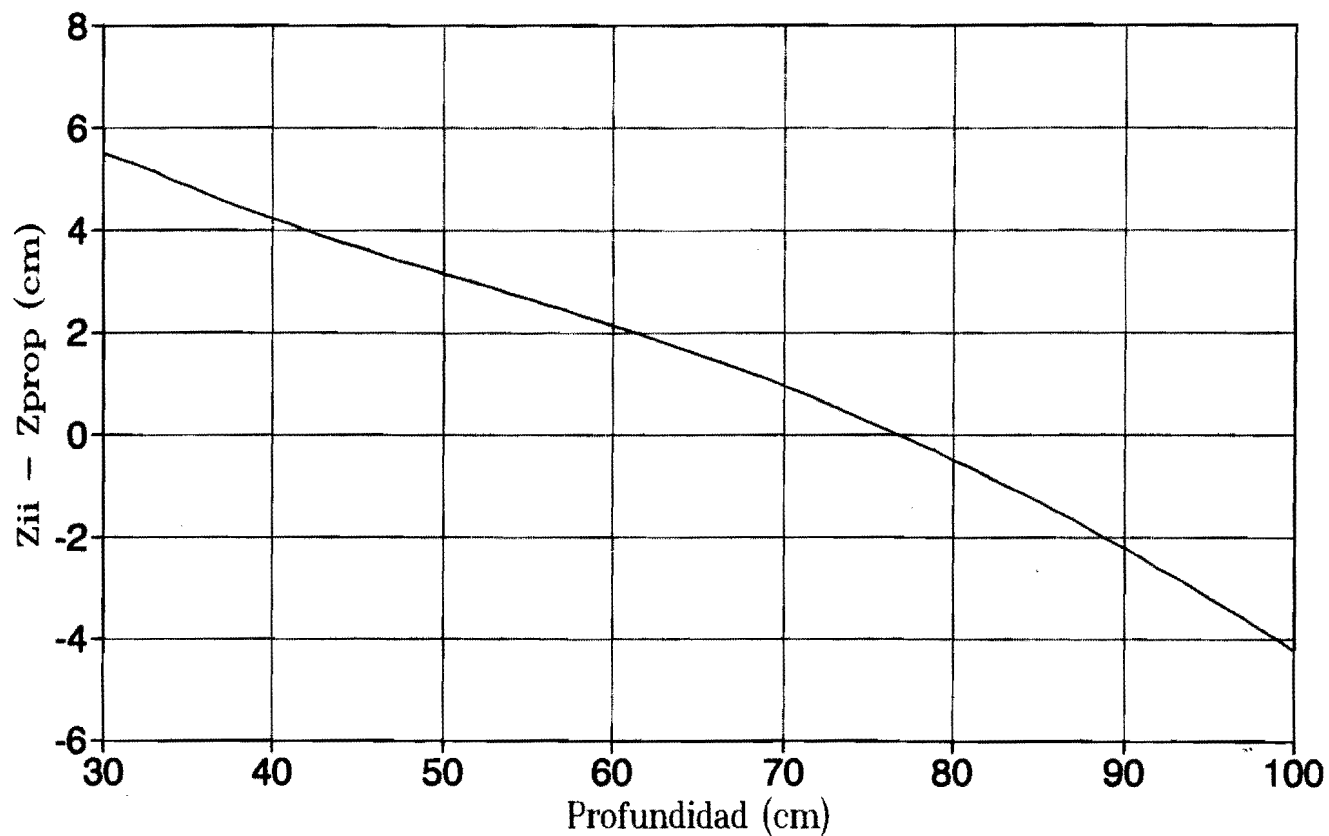
Los resultados se han graficado en las páginas siguientes para valores de la profundidad equivalente a partir de los 30 cm, y es importante notar que no dependen del VRS ni del tránsito, sino sólo del sistema de llantas considerado.

Nótese que el aplicar los coeficientes de daño calculados con el método propuesto puede disminuir el espesor equivalente hasta en un máximo del orden de los seis centímetros. Sin embargo, también puede conducir a un sobrediseño en la profundidad (ver gráfica del conjunto en tandem). Desde luego, debido a que el cambio en el espesor depende del conjunto considerado, la determinación de éste deberá hacerse para cada mezcla de tránsito.

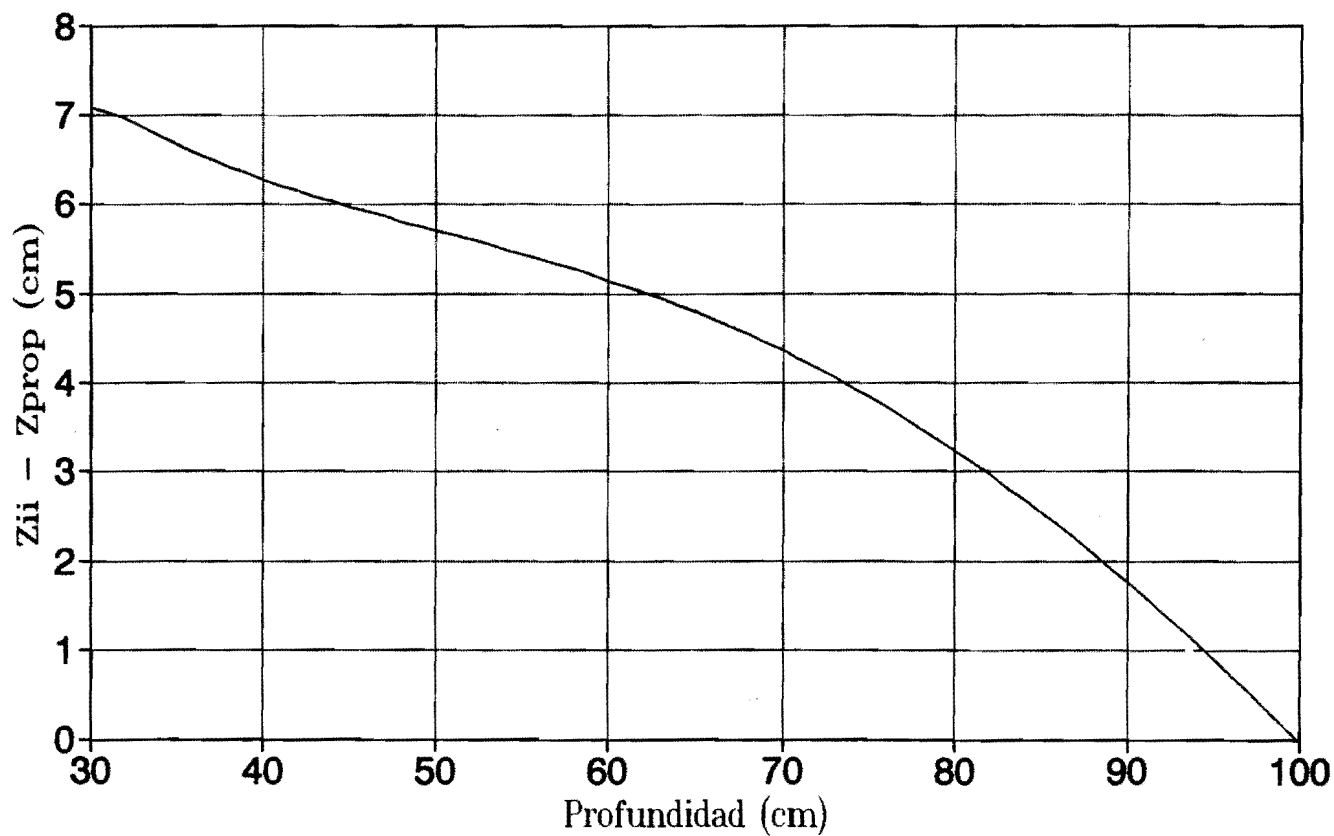
## Diferencias en el espesor equivalente Conjunto Sencillo



## Diferencias en el espesor equivalente Conjunto Tandem



## Diferencias en el espesor equivalente Conjunto triple



C O N C L U S I O N E S



En esta tesis se han hecho diversas consideraciones sobre la distribución de esfuerzos verticales aplicada al diseño de los pavimentos flexibles para carreteras. Del estudio realizado se destaca lo siguiente:

a) Se vio que, aunque la forma geométrica que más se acerca a la huella real de los neumáticos nuevos es la elipse, el círculo o el rectángulo (convenientemente definido), proporcionan una aproximación bastante buena de los valores de los esfuerzos verticales máximos a la profundidad.

b) Por otro lado, el representar una llanta dual como una sola huella en lugar de dos, puede conducir a errores del orden de 50% (dependiendo de la condición de carga), en la determinación de los esfuerzos máximos. Sin embargo, los errores son del lado de la seguridad.

c) Una forma conveniente de resolver el problema de la superposición de los esfuerzos debida a sistemas de varios neumáticos es refiriéndolos a una sola llanta. Esto permitió determinar que el ancho de piso de la huella no tiene una influencia significativa en los resultados. Además, que para profundidades menores a 0.4 m, los esfuerzos máximos calculados prácticamente no dependen del tipo de sistema (dual, tandem o triple) que se considere.

d) Se vio que se pueden ajustar ecuaciones de forma sencilla para calcular la superposición de los esfuerzos debidos a los sistemas de llantas tipo que se definieron.

e) En cuanto al problema de fatiga, se sugiere la forma de aplicar los planteamientos hechos sobre superposición de esfuerzos para unificar el cálculo de los coeficientes de daño del método del Instituto de Ingeniería. Sin embargo, se requiere un ajuste con

datos experimentales ya que se presenta una dificultad al tratar de determinar el número de ciclos de carga en función de la profundidad, debidos al tránsito de conjuntos tandem o triples.

f) Aunque la tendencia en el diseño de pavimentos debe ser el considerar al suelo como un sistema multicapa, se puede emplear el concepto de coeficiente de equivalencia estructural que es muy limitado en cuanto al número de casos reales que puede aproximar.

g) Los valores del coeficiente de equivalencia estructural propuestos en el método del I. I. son confirmados por la teoría de tres capas para dos de los casos representativos estudiados por Jones. Desafortunadamente, las combinaciones de  $k_1$  y  $k_2$  con aplicación a los pavimentos con bases estabilizadas mecánicamente son sólo tres.

h) Es importante considerar que los materiales tienen influencia sobre los coeficientes de daño, y aunque se intentó apreciarla usando el coeficiente de equivalencia estructural, la cuantificación "exacta" sólo podrá realizarse mediante sistemas multicapa.

i) Sin fundamento teórico o experimental se propuso un método para calcular el coeficiente de daño cuando no es fácil determinar el número de ciclos de carga causados por un conjunto (v. gr. tandem y triples).

j) Finalmente, se calculó el efecto que tendría en el espesor equivalente de diseño el emplear el coeficiente de daño calculado con el método propuesto, y se encontró una reducción máxima del orden de seis centímetros.

Probablemente lo más interesante del estudio de los pavimentos sea lo mucho que aún falta por conocer, y por lo tanto, la cantidad de líneas de investigación que de él se pueden derivar.

Es claro que la solución al problema de diseño de los pavimentos se debe encaminar en el sentido de buscar modelos teóricos cada vez más perfectos pero siempre apoyados en información experimental.

Dentro de lo que se propone en esta tesis podría estudiarse experimentalmente la utilidad de la huella rectangular en el análisis de la superposición de esfuerzos en un sólido elástico, homogéneo e isótropo. Por otro lado, es importante reconocer que los coeficientes de daño no sólo deben depender de la profundidad y de la condición de carga, sino también de los materiales mismos que componen los pavimentos. Un modelo que ofrece posibilidades para realizar el estudio teórico son los sistemas multicapa elásticos, homogéneos e isótropos.

Otra línea de investigación particularmente interesante, y sobre la que todavía falta un gran desarrollo, es la correspondiente al estudio de fuerzas horizontales actuando sobre la superficie del pavimento. Dicha situación se presenta en forma particularmente crítica en las zonas de frenado de los vehículos y obviamente depende, entre otras cosas, del coeficiente de fricción entre las llantas y el pavimento.

Modelos elásticos no lineales o inclusive no elásticos, búsqueda de nuevos indicadores de resistencia (que substituyan al VRS), pruebas que determinen parámetros "difíciles" de los materiales (como la relación de Poisson), considerar que las variables de diseño cambian a lo largo de la vida de proyecto... Son muchas las posibles líneas de investigación futura y es necesario continuar avanzando en el conocimiento de los pavimentos. Sin embargo los mejores métodos de diseño no deben olvidarse de su aplicación práctica, argumentando una mal entendida "exactitud".

A P E N D I C E A

El Sistema Internacional  
de Unidades (SI)

Debido a los rápidos avances de la ciencia y la tecnología en los siglos XIX y XX, se desarrollaron varios sistemas de unidades de medidas que los científicos improvisaban para satisfacer las necesidades prácticas de sus disciplinas. Esto provocó un desorden que requirió de un acuerdo internacional con el fin de unificar criterios.

El primer intento para remediar esta situación fue el llamado sistema mks (metro-kilogramo-segundo), el cual se derivó del Sistema Métrico de Pesas y Medidas heredado de la Revolución Francesa de 1789. Posteriormente, se añade al sistema una unidad eléctrica (el Ampere), y en 1954 la Conferencia General de Pesas y Medidas añade una unidad de temperatura (el Kelvin) y una de intensidad luminosa (la Candela). En 1960, se le da el nombre de *Système Internationale D'Unités* (Sistema Internacional de Unidades), conocido como SI en todos los idiomas.

En el Diario Oficial de la Federación del día 7 de Abril de 1961 apareció una declaración donde se hace constar que el Gobierno Mexicano se ha adherido a la Conferencia General de Pesas y Medidas, y la Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial estableció que en México el Sistema Internacional de Unidades es el único legal, de uso obligatorio, de orden público y jurisdicción federal. Sin embargo, como bien observa el Ing. Ricardo Padilla [Ref. 5], el uso del SI no se ha generalizado en nuestro país y eso causa que México se esté rezagando en ese renglón. Por lo anterior, se ha decidido incluir el SI en esta tesis, pues es necesario que en México se haga costumbre el empleo de este sistema que ya se usa en muchas partes del mundo.

El SI es un sistema lógico y compatible que utiliza una sola unidad para cada cantidad física. Además, es un sistema homogéneo de unidades, las cuales se dividen en tres categorías:

- Unidades Base
- Unidades Derivadas
- Unidades Suplementarias.

Las unidades base son siete, y a partir de ellas se obtienen todas las derivadas. A continuación se enlistan las unidades base, junto con el símbolo que tienen (entre paréntesis) y la magnitud física que miden:

Metro	(m)	longitud
Kilogramo	(kg)	masa
Segundo	(s)	tiempo
Ampere	(A)	intensidad de corriente eléctrica
Kelvin	(K)	temperatura termodinámica
Candela	(cd)	intensidad luminosa
Mol	(mol)	cantidad de sustancia

Existen dos unidades suplementarias que son la del ángulo plano (el radián) y la del ángulo sólido (el esterradián). Sobre ellas aún no se ha tomado una decisión de si pertenecen a las unidades base o a las unidades derivadas.

En esta tesis se han considerado dos unidades derivadas que son la unidad de fuerza y la unidad de presión (o esfuerzo). La primera es el Newton, que el SI define como la fuerza que, cuando se aplica sobre una masa de 1 kg, produce una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ , y la segunda es el Pascal que equivale a la fuerza de un Newton aplicada en una superficie de un metro cuadrado.

En el SI se recomienda el uso de prefijos cuando se quiere referir a valores mayores o menores que la unidad. Cada uno de ellos representa un factor que multiplica a la unidad base; así, el prefijo kilo (que se simboliza como "k"), equivale a  $10^3$  y el prefijo mega (que se simboliza como "M"), equivale a  $10^6$ . Esto permite decir, a manera de ejemplo, que un kilonewton (kN) equivale a mil newtons (N) y que un megapascal (MPa) equivale a un millón de pascuales (Pa). Para una lista completa de los prefijos del SI, favor de remitirse a la referencia 5.

Para terminar este apéndice se incluyen a continuación algunas equivalencias de unidades (de empleo en pavimentos), entre el sistema internacional, el sistema técnico de uso actual en México y el sistema Inglés, además de una tabla para facilitar el familiarizarse con las magnitudes de presión (o esfuerzo) expresadas en SI.

Longitud:	1 in = 0.0254 m
	1 ft = 0.3048 m
Fuerza:	1 kgf = 9.80665 N
	1 lb = 0.45359237 kgf
	1 Ton $\approx$ 9.8 kN
	1 kN $\approx$ 101.97 kgf
Presión o Esfuerzo:	1 Pa = 1 N/m <sup>2</sup>
	1 psi $\approx$ 0.07 kgf/cm <sup>2</sup>
	1 kPa $\approx$ 0.0102 kgf/cm <sup>2</sup>
	1 kgf/cm <sup>2</sup> $\approx$ 98.07 kPa
	5.8 kgf/cm <sup>2</sup> $\approx$ 569 kPa

TABLA DE CONVERSION DE PRESIONES Y ESFUERZOS

kPa	kgf/cm <sup>2</sup>	psi
68.948	0.703	10.000
98.067	1.000	14.223
100.000	1.020	14.504
137.895	1.406	20.000
147.100	1.500	21.335
150.000	1.530	21.756
196.133	2.000	28.447
200.000	2.039	29.008
206.843	2.109	30.000
245.166	2.500	35.558
250.000	2.549	36.259
275.790	2.812	40.000
294.200	3.000	42.670
300.000	3.059	43.511
343.233	3.500	49.782
344.738	3.515	50.000
350.000	3.569	50.763
392.266	4.000	56.893
400.000	4.079	58.015
413.685	4.218	60.000
441.299	4.500	64.005
450.000	4.589	65.267
482.633	4.921	70.000
490.333	5.000	71.117
500.000	5.099	72.519
539.366	5.500	78.228
550.000	5.608	79.771
551.581	5.625	80.000
568.786	5.800	82.495
588.399	6.000	85.340
600.000	6.118	87.023
620.528	6.328	90.000
637.432	6.500	92.452
650.000	6.628	94.275
686.466	7.000	99.563
689.476	7.031	100.000
700.000	7.138	101.526
735.499	7.500	106.675
750.000	7.648	108.778
758.423	7.734	110.000
784.532	8.000	113.787
800.000	8.158	116.030
827.371	8.437	120.000
833.565	8.500	120.898
850.000	8.668	123.282
882.599	9.000	128.010
896.318	9.140	130.000
900.000	9.177	130.534

A P E N D I C E B

Nomenclatura de las  
Llantas



El siguiente listado de vehículos, de acuerdo a las llantas que pueden usar, pretende servir como referencia de la nomenclatura de uso en el país. No se han enlistado todas las llantas que se venden en México, pero este apéndice permite familiarizarse con el uso de dichas claves.

Clave:	Vehículos que pueden usar la llanta:
185 R-14 CL	Nissan-Pick Up, V.W.-Combi
6.50-16	General Motors Custom de Luxe 15
7.00-14	Nissan-Pick Up, V.W.-Combi
7.00-15	FORD F-150 (XLT): Explorer, Ranger, Lobo, Custom CHRYSLER D-100: Power Ram, Prospector, Adventurer, Club Cab, Ram Charger GENERAL MOTORS: Cheyenne, Sport, Suburban VAM: Wagoneer, Y Alpina, Jeep, Laredo
7.00-16	General Motors Custom de Luxe 15
7.50-16	FORD F-350 XLT, GENERAL MOTORS Custom de Luxe 15
7.50-17	CHRYSLER: Dodge Ram 350 GENERAL MOTORS: Custom de Luxe 35, Cheyenne 35, P-300 DINA: D3131 D1, D3100 A1, FAMSA: F1317/39, F1317/52, F1317/60b, F1317/60c, F1314/39, F1314/52, F1314/60b, F1314/60c DINA: D5316 G, D5312 G2, D5324 M, D5323 M4
10.00-20	
11.00-20	FAMSA: F1521/52 DINA: D631, D661 D2, D661 G3
11.00-22	FAMSA: SF2574, SF2575 KENWORTH: W924, L700 DINA: D861 K, D857 2G
11.00 R22	KENWORTH: T800
CR-70-13	Citation, Celebrity '82, Mustang '74 al '78, Topaz, Corsar
DR-70-14	New Yorker, LeBaron K, Dart K (Sedán y Guayín), Volare K, Magnum K, Sakura, Fairmont
ER-70-14	Dart (Sedán y Guayín), Volare, Super Bee, Magnum, Mustang (excepto del '74 al '78), Thunderbird, Cougar, Fairmont, Maverick, Malibú, Concours, Chevelle, Celebrity, X-11, Nova, American, Pacer, Gremlin
F-78-14	Nissan Pick Up, Combi
FR-70-14	Cougar, Thunderbird, Dart Sedán y Guayín, Coronet, Charger, Classic, Javelin, Concours, Chevelle, Malibu, Celebrity, Montecarlo
P155/80 D-15	V. W. Sedán, Brasilia, Renault R-10 y R-8
P155/80 R-13	Caribe, Renault R-5, R-9 y R-12, Datsun Sedán, Tsuru
P155/80 R-15	V. W. Sedán, Brasilia, Renault R-8 y R-10
P165/75 D-13	Caribe, Atlantic, Datsun Sedán, Datsun Guayín, Samurai, Tsuru, Renault 12 y 18, Renault Encore y Alliance
P165/80 R-13	Renault R-18, Datsun Guayín, Samurai, Corsar,

Atlantic

P175/70 HR-13 Topaz, Corsar, Atlantic, Caribe, Tsuru Sedán, Tsuru Vagoneta, Tsuru Samurai, Alliance, Encore, R-18, R-12

P175/70 R-13 Atlantic, Caribe, Renault R-9, R-12, R-18, Datsun Sedán, Datsun Guayín, Samurai, Tsuru

P185/70 R-13 Atlantic, Corsar, Topaz, Citation

P185/70 R-14 Dart K, Volare K, Le Baron K, New Yorker, Sakura

P185/75 D-14 Maverick del 70 al 74, Mustang excepto del 74 al 78, Gremlin, Rally, American Sedán, Pacer, New Yorker, Le Baron K, Dart K, Volare K, Sakura

P185/75 R-14 New Yorker, Le Baron K, Dart K, Volare K, Magnum K, Sakura

P185/80 R-13 Citation, Celebrity 82, Mustang 74 al 78, Topaz, Corsar

P195/60 R-13 Mustang 74 al 78, Topaz, Caribe, Atlantic, R-18, Datsun Sedan, Tsuru Samurai, Citation, Celebrity 82

P195/75 R-14 Dart, Volare, Super Bee, Magnum, Mustang excepto del 74 al 78, Fairmont, Maverick, Malibu, Concours, Celebrity, Century Limited, Cutlass Eurosport, X-11, Nova, American, Pacer, Gremlin

P205/70 R-14 Magnum, Dart Guayín y Sedán, Volare, Mustang excepto del 74 al 78, Fairmont, Thunderbird, Cougar, Malibu, Concours, Montecarlo, X-11, Celebrity, Century, American, Pacer, Javelin

P205/75 D-14 Mustang 79 al 84, Maverick 75 al 77, Dart Sedán y Guayín, Valiant, Volare, Super Bee, Magnum, Chevelle, Concours, Malibu, Montecarlo, American, Guayín, Lerma, Cougar, Thunderbird

P215/60 HR-14 Celebrity, Cutlass Eurosport, X-11, Mustang excepto 74 al 78, Le Baron K, Dart K, Volare K, New Yorker, Magnum K, Sakura

P215/60 R-14 X-11, Mustang excepto 74 al 78, Le Baron K, Dart K, Volare K, New Yorker, Magnum K, Sakura

P215/70 HR-14 Thunderbird, Cougar, Celebrity, Montecarlo, Dart Guayín, Lerma, Malibu Rallye, Fairmont Guayín, Concours, Mustang excepto del 74 al 78, Classic, Rambler, Guayín, Javelin, Charger

P215/70 R-14 Charger 1971, Dart, Guayín, Thunderbird, Cougar, Mustang excepto de 74 al 78, Fairmont Guayín, Classic, Lerma, Rambler Guayín, Javelin, Montecarlo, Malibu Rallye, Concours, Celebrity

P215/75 D-15 Monaco, Le Baron Sedán y Guayín, Cordoba, Galaxie LTD Sedán y Guayín, Grand Marquis Sedán y Guayín, Impala, Caprice

P235/60 R-14 Dart, Volare, Super Bee, Fairmont, Chevelle, Malibu, Concours, Celebrity, Nova, Montecarlo, Eurosport, Century

P235/70 R-15 General Motors: C20, Suburban

P255/60 R-15 Monaco, Le Baron Guayín, Cordoba, Galaxie, LTD, Crown Victoria, Grand Marquis, Impala, Caprice

A P E N D I C E C

Parámetros Geométricos y  
de Resistencia de las  
Llantas

A continuación se enlistan, para cada llanta y de acuerdo a su clave, los tres parámetros de ellas que son de interés en el diseño de pavimentos: el ancho de piso, la presión de inflado máxima y la carga máxima que pueden soportar. La carga máxima recomendada para cada llanta por el fabricante es una función aproximadamente lineal de la presión de inflado, por lo que las cargas tabuladas en la última columna son las correspondientes a la presión máxima de inflado.

Los valores del ancho de piso se encuentran en milímetros, mientras que la presión de inflado esta dada en kilopascales y en libras por pulgada cuadrada (entre paréntesis), y la carga máxima en kilonewtons y en kilogramos fuerza (entre paréntesis).

Clave:	Ancho de Piso		Presión Máxima		Carga Máxima	
	mm		kPa (psi)		kN (kgf)	
145 SR-13	107		248 (36)		4.07 (415)	
155 SR-13	121	125	221	248 (32-36)	4.17	4.51 (425-460)
155 SR-15	121	125	221	248 (32-36)	4.66	4.81 (475-490)
165 SR-13	133	135	221	248 (32-36)	4.66	4.81 (475-490)
175/70 SR-13	127		248 (36)		4.56 (465)	
185 R 14 C	140		372 (54)		7.60 (775)	
185/70 SR-13	138		248 (36)		5.05 (515)	
185/70 SR-14	138		248 (36)		5.39 (550)	
215 60HR-14	201		248 (36)		5.69 (580)	
5.60-15	102		221 (32)		4.31 (440)	

6.50-13	134		221 (32)	5.10 (520)
6.50-16	119	166	310 (45)	7.16 (730)
6.95-14	131		221 (32)	5.49 (560)
7.00-13	133		221 (32)	5.64 (575)
7.00-14	122		276 (40)	6.77 (690)
7.00-15	132	181	310 414 (45-60)	7.65 9.07 (780-925)
7.00-16	133	158	310 414 (45-60)	7.99 9.46 (815-965)
7.35-14	133		221 (32)	6.03 (615)
7.50-16	138	194	414 (60)	10.84 (1105)
7.50-17	139	173	517 621 (75-90)	12.45 14.12 (1270-1440)
7.75-14	113		221 (32)	6.67 (680)
8.25-20	152	178	689 (100)	20.01 (2040)
9.00-20	167	206	655 (95)	22.90 (2335)
10.00-20	178	213	586 689 (85-100)	24.17 26.87 (2465-2740)
10.00 R20	218		827 (120)	29.40 (2998)
10.00-22	192		586 (85)	25.69 (2620)
11.00-20	191	212	586 689 (85-100)	26.33 29.32 (2685-2990)
11.00 R20	230		827 (120)	32.02 (3265)

11.00-22	192	212	586	689	28.00	31.14
			(85-100)		(2855-3175)	
11.00 R22	230		827		34.07	
			(120)		(3474)	
DR70-14	155		221		5.88	
			(32)		(600)	
ER70-14	158		221		6.23	
			(32)		(635)	
FR70-14	165		221		6.67	
			(32)		(680)	
GR70-15	168		221		7.21	
			(32)		(735)	
HR70-15	180		221		7.89	
			(32)		(805)	
P185/75 SR-14	138		241		5.74	
			(35)		(585)	
P185/80 R 13	130		241		5.79	
			(35)		(590)	
P195/75 R 14	136		241		6.23	
			(35)		(635)	
P205/70 R 14	144		241		6.37	
			(35)		(650)	
P205/75 R 14	144		241		6.82	
			(35)		(695)	
P205/75 R 15	144		241		7.11	
			(35)		(725)	
P215/70 R 14	150		241		6.91	
			(35)		(705)	
P215/75 R 15	150		241		7.75	
			(35)		(790)	
P225/75 R 15	158		241		8.34	
			(35)		(850)	
P235/70 R 15	164		241		8.43	
			(35)		(860)	

R E F E R E N C I A S

1. Corro, S. y Prado, G. "Diseño estructural de carreteras con pavimento flexible", Serie Azul del Instituto de Ingeniería, UNAM, 325, México (Ene 1974)
2. Corro, S., Magallanes, R. y Prado, G. "Instructivo para diseño estructural de pavimentos flexibles para carreteras", Serie Azul del Instituto de Ingeniería, UNAM, 444, México (Nov 1981)
3. Corro, S. "Full scale testing applied to pavement design", Serie Gris del Instituto de Ingeniería, UNAM, E-52 México (Nov 1983)
4. Monismith, C. L. y otros "Structural Design of Asphalt Concrete Pavements to Prevent Fatigue Cracking", Highway Research Board, Special Report 140, Washington, D. C. (1973)
5. Padilla Velázquez, R. R. "El Sistema Internacional de Unidades y la Mecánica de Suelos", Facultad de Ingeniería, UNAM, Revista Ingeniería No. 3 (pp 32-38), México, D. F. (1986)



B I B L I O G R A F I A

Design of Functional Pavements

Nai C. Yang  
McGraw-Hill Book Company  
New York, N. Y. 1972

Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics

H. G. Poulos & E. H. Davis  
John Wiley & Sons, Inc.  
New York, N. Y. 1975

Encyclopædia Britannica

The University of Chicago  
Encyclopædia Britannica, Inc.  
Chicago, Ill. 1988

Mecánica de Suelos (Tomo II)

Teoría y Aplicación de la Mecánica de Suelos  
Eulalio Juárez Badillo y Alfonso Rico Rodríguez  
Ed. LIMUSA, 2a. Ed.  
México, D. F. 1984

Métodos de Optimización

En investigación de operaciones y análisis de sistemas  
K. V. Mital  
Ed. LIMUSA,  
México, D. F. 1984

Principles of Pavement Design

Eldon Joseph Yoder & Matthew W. Witczak  
John Wiley & Sons, Inc  
New York, N. Y. 1975