



201  
36

---

---

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO.

FACULTAD DE INGENIERIA

MODELACION DE VORTICES.

Tesis que para obtener el título  
de Ingeniero Civil  
P r e s e n t a n

Alicia Canales Madrazo.  
Enrique A. Sánchez Camacho.

FALLA DE ORIGEN

México D.F. Noviembre de 1969.



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

INTRODUCCION	1
CAPITULO UNO CONSIDERACIONES GENERALES	3
1.1 Leyes de escala	3
1.2 Dinámica de los vórtices	6
CAPITULO DOS DESCRIPCION DE LA INSTALACION EXPERIMENTAL Y EL EQUIPO AUXILIAR	18
CAPITULO TRES DINAMICA DE UN VORTICE SIN GASTO DE SALIDA, EN PROTOTIPO	23
3.1 Configuración Espiral	24
3.2 Configuración Binaria	26
3.3 Transición de la configuración binaria a la triada	28
3.4 Configuración Triada	29
3.5 Configuración Triangular	30
3.6 Configuración Cuadrangular	31
3.7 Configuración Pentagonal	32
3.8 Configuración Poligonal	33
CAPITULO CUATRO SIMILITUD ENTRE MODELO Y PROTOTIPO	36
4.1 Configuraciones modelo-prototipo utilizando agua	38
4.1.1 Configuración Alfa	38
4.1.2 Configuración Beta	41
4.1.3 Configuración Gama	42
4.1.4 Configuración Vórtice1	44
4.1.5 Configuración Vórtice2	46
4.1.6 Configuración Vórtice3	48
4.2 Resultados de las mediciones	51
CAPITULO CINCO INFLUENCIA DEL NUMERO DE FROUDE EN EL FENOMENO	54
CAPITULO SEIS EFECTO DE LA VISCOSIDAD DEL FLUIDO EN EL FENOMENO	58
6.1 Ensayos con Glicerina	58
6.2 Ensayos con 50% Glicerina 50% Agua	65
6.3 Ensayos con 40% Glicerina 60% Agua	68
6.4 Ensayos con Agua	79
6.5 Estimación de la velocidad angular del fluido	82
CAPITULO SIETE ENSAYOS ADICIONALES	84
7.1 Fenómenos que se presentaron en alguna fase de la experimentación	85
7.1.1 Configuraciones semejantes con tirante distinto en prototipo	85
7.1.2 Delimitación de la zona de transición	89
7.2 Fenómenos provocados	91
7.2.1 Generación de vórtices libres con gasto de salida en modelo y prototipo	91
7.2.2 Generación de un vórtice mediante succión	99

CAPITULO OCHO ANALISIS DE RESULTADOS	101
8.1 Configuraciones semejantes en modelo y prototipo utilizando agua	101
8.2 Influencia del número de Froude en el fenómeno	103
8.3 Comparación de números adimensionales para las distintas mezclas	104
8.4 El tirante dinámico en función de la velocidad del disco	105
8.5 La velocidad del fluido en función de la velocidad del disco	107
8.6 Justificación de las proporciones encontradas entre los números adimensionales del prototipo y el modelo	109
CONCLUSIONES Y COMENTARIOS	145
1. Similitud dinámica entre modelo y prototipo	145
2. Importancia del número de Froude en el fenómeno	145
3. Influencia del efecto viscoso	146
4. Delimitación de $\omega_d$ en función de $Y_d$ y $v$	146
5. Velocidad del fluido	147
6. Ensayos adicionales	147
7. Últimas recomendaciones	148
APENDICE A LA VISCOSIDAD Y UNA FORMA DE CUANTIFICARLA	153
REFERENCIAS	156
BIBLIOGRAFIA	157

## INTRODUCCION

Al diseñar obras hidráulicas como las de toma y bombeo, es necesario conocer el comportamiento del agua, en particular estudiar la formación de vórtices en la proximidad de la entrada o cerca de la campana de succión de las bombas. Para esto, algunas veces se construyen modelos físicos basados en el diseño preliminar de la obra, para observar si el funcionamiento de la estructura es correcto.

Al no contar con un modelo matemático confiable para el estudio de la generación de vórtices, existen dudas respecto a los criterios de semejanza utilizados a la fecha para el estudio de ellos. Así mismo, surge la necesidad de efectuar estudios básicos que arrojen luz sobre el tema.

La construcción y operación del modelo así como el análisis de las mediciones realizadas en él, sólo representan un pequeño porcentaje del costo total del proyecto. Aún así son fuertes cantidades de dinero las que se invierten en este proceso, y no existe una garantía total de que los resultados obtenidos reproduzcan en toda su magnitud el funcionamiento del prototipo.

El objetivo del presente trabajo consiste en avanzar en el conocimiento de las leyes de semejanza utilizadas al modelar vórtices. Para alcanzarlo se contó con una instalación experimental que está formada por dos recipientes cilíndricos semejantes -prototipo y modelo- donde es posible generar vórtices libres y combinados (forzado en el centro y libre en la periferia).

El estudio se dividió de la manera siguiente:

1. Dinámica de un vórtice sin gasto de salida en prototipo.
2. Comparación de configuraciones semejantes entre modelo y prototipo.
3. Influencia del número de Froude en el fenómeno.
4. Efecto de la viscosidad en el fenómeno.
5. Ensayos adicionales.

## CAPITULO UNO

### CONSIDERACIONES GENERALES

#### 1.1 Leyes de escala.

Cuando se trabaja con modelos físicos se busca cumplir con las leyes de similitud geométrica, cinemática y dinámica. La similitud geométrica implica que la relación de todas las longitudes homólogas en los dos sistemas sea la misma. Esta similitud exige que, si se denota con  $p$  al prototipo y con  $m$  al modelo, se cumpla

$$L_e = \frac{L_p}{L_m}$$

donde  $L_e$  es la escala de líneas que cuantifica el tamaño relativo de los dos sistemas. Si esta escala de líneas se conserva en las tres direcciones, se tendrá una relación de áreas  $A_e = L_e^2$  y una de volúmenes  $V_e = L_e^3$ . Por otro lado, si el modelo lo requiere, se pueden utilizar escalas distorsionadas, esto es, que la escala de líneas horizontal sea diferente a la vertical.

La similitud cinemática entre dos sistemas de flujos se entiende como la semejanza geométrica entre las líneas de corriente o entre las componentes de la velocidad o de la aceleración de todos los puntos homólogos en ambos flujos.

La similitud dinámica implica que haya similitud geométrica entre los polígonos de fuerzas correspondientes a puntos homólogos. En esta similitud existen escalas de velocidades, fuerzas, tiempos, densidades, viscosidades, etc. que miden la relación entre las características de los flujos o propiedades de los fluidos utilizados en modelo y prototipo referidos a dos puntos homólogos. Dichos parámetros combinados de manera adecuada forman números adimensionales en los que se conjugan diferentes

fuerzas. El tratar de satisfacer la semejanza dinámica lleva a considerar algunas simplificaciones, como decidir cual fuerza o fuerzas son las más importantes y cuales son despreciables. Así, en un escurrimiento a superficie libre las fuerzas predominantes son las de inercia y peso propio. Si únicamente se consideran estas dos fuerzas, se logra satisfacer la ley de similitud dinámica, pero si se incluye en el análisis a la fuerza de cortante, la ley ya no se satisface totalmente.

Frecuentemente esto lleva a utilizar a los modelos sólo en forma cualitativa aceptando las modificaciones por él sugeridas con la simple observación del comportamiento de la superficie libre. Cualquier diferencia entre la predicción del modelo y el comportamiento del prototipo debido a que no se pueden escalar todas las fuerzas que intervienen, es llamado "efecto de escala". Normalmente, si hay superficie libre, se escala la fuerza de peso propio pero no la viscosa ni la de tensión superficial.

En la formación de vórtices intervienen varias fuerzas que son proporcionales a lo siguiente:

fuerza de inercia	$\rho v^2 L^2$
fuerza de presión	$\Delta p L^2$
fuerza de peso propio	$\gamma L^3$
fuerza viscosa	$\mu v L$
fuerza de tensión superficial	$\sigma L$

donde

$\rho$	densidad del fluido, $\text{kgf s}^2/\text{m}^4$
$\mu$	viscosidad dinámica del fluido, $\text{kgf s}/\text{m}^2$
$\nu$	viscosidad cinemática del fluido, $\text{m}^2/\text{s}$
$\gamma$	peso específico del fluido, $\text{kgf}/\text{m}^3$

$\sigma$	tensión superficial del fluido, kgf/m
$\Delta p$	diferencia de presión, kgf/m <sup>2</sup>
$L$	longitud característica del problema, m
$v$	velocidad característica del problema, m/s

Al relacionar algunas de estas fuerzas, se obtienen números adimensionales como, el de Froude, Reynolds y Weber, que se definen, respectivamente, como

$$F = \frac{\text{fza. inercia}}{\text{fza. peso propio}} \approx \frac{v^2}{gL} = \frac{\rho}{\gamma} \frac{v^2}{L}$$

$$R = \frac{\text{fza. inercia}}{\text{fza. viscosa}} \approx \frac{vL}{\nu} = \frac{\rho}{\mu} vL$$

$$W = \frac{\text{fza. inercia}}{\text{fza. tensión superficial}} \approx \frac{\rho}{\sigma} v^2 L$$

y se observa que en los tres aparecen:  $\rho, v$  y  $L$ , la cuarta componente es la que caracteriza al número.

En el  $F$ , la presencia de  $\gamma$ , indica que la conservación del mismo número adimensional en modelo y prototipo, es necesaria para la similitud de fenómenos, en los que el movimiento del fluido por su propio peso es el factor principal.

La  $\mu$  es característica del  $R$ , el tener el mismo valor para él en modelo y prototipo, es necesario para la similitud de fenómenos afectados por cortante. Cabe mencionar que no hay motivo para imponer esta condición en  $R$  elevados (régimen turbulento), ya que debido a las altas velocidades, el predominio de las fuerzas de inercia sobre las de cortante, hace que los efectos de éstas últimas desaparezcan (lo anterior se hace, en la consideración de que el fluido no sea muy viscoso), Levi (1965).

Al  $We$  lo caracteriza la tensión superficial; la permanencia de un mismo valor en modelo y prototipo, es necesaria para garantizar semejanza de fenómenos afectados por dicha característica. Sin embargo los efectos de la tensión superficial no han sido, hasta la fecha, bien cuantificados. Generalmente se asume, en base a experimentos realizados, que a menos que se trabaje con radios de curvatura pequeños los efectos son despreciables, Yildirim (1981).

### 1.2 Dinámica de los vórtices.

Se define como vórtice a una masa de fluido que gira alrededor de un eje. Existen tres clasificaciones para su estudio. Una examina la distribución de velocidades del fluido, otra considera la fuerza que los origina y la última toma en cuenta su forma.

Para la primera clasificación se tiene

a) Vórtice forzado, el cual se caracteriza por tener el movimiento rotacional permanente de un fluido que gira alrededor de un eje como cuerpo sólido y cuya distribución de velocidades está dada por

$$v = \omega * r \quad (1)$$

donde

$v$  velocidad tangencial en un punto, m/s

$\omega$  velocidad angular del fluido,  $s^{-1}$

$r$  radio de curvatura asociado al punto, m

b) Vórtice libre, este caso se presenta en un movimiento irrotacional permanente de un fluido cuyas partículas giran sobre circunferencias concéntricas con circulación constante ( $\Gamma$ ), alrededor de un eje vertical de rotación. La circulación se define como

$$\Gamma = \oint \bar{v} * dr \quad (2)$$

donde

$\bar{v}$  componente tangencial del vector velocidad

$dr$  diferencial del radio

y la distribución de velocidades es igual a

$$v = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (3)$$

donde

$v$  velocidad tangencial en un punto, m/s

$r$  radio de curvatura asociado a un punto, m

$\Gamma$  circulación constante para un vórtice dado,  $m^2/s$

Como se observa en la fórmula (3), cuando  $r \rightarrow 0$ ,  $v \rightarrow \infty$  hecho que en la naturaleza no se presenta por lo que hay dos opciones. La primera que se forme un vórtice abierto con núcleo de aire, fig 1. La segunda, que dicho núcleo se llene de fluido formándose un vórtice forzado en el centro de uno libre. Este nuevo tipo de vórtice se conoce como combinado o de Rankine, fig 2.

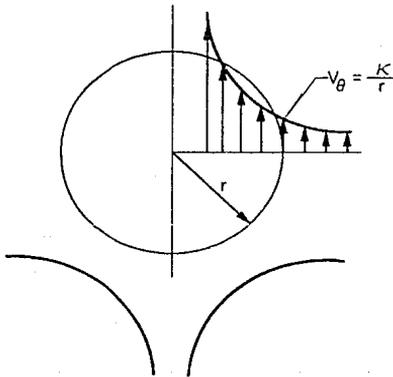
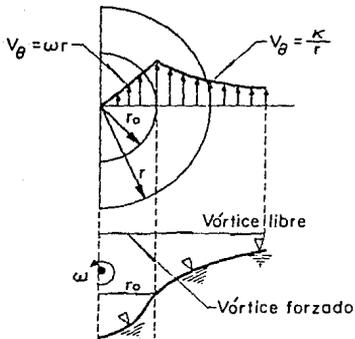


Fig. 1  
Distribución de velocidades en un vórtice libre, con núcleo de aire.



←  
 Fig.2  
 Distribución de velocidades en un vórtice combinado. Modelo propuesto por Rankine.

En la segunda clasificación, sugerida por Levi (1972), se tienen vórtices inducidos directamente por esfuerzo cortante (vórtice friccionante) y vórtices que no son inducidos directamente por este esfuerzo. Las diferencias principales entre estos dos tipos de vórtices son:

- 1) Los vórtices friccionantes están, generalmente, relacionados con un chorro en movimiento con velocidad casi uniforme, en cambio el no friccionante está asociado con la aceleración o desaceleración del chorro.
- 2) El eje del vórtice friccionante es paralelo a la interfase que lo separa del eje del chorro, en el vórtice no friccionante su eje es normal a la interfase.
- 3) El vórtice friccionante es resultado de un proceso permanente, en cambio el no friccionante es producido por condiciones inestables.

La tercera clasificación propuesta por Hecker (1984) es de acuerdo a como se ve la superficie del agua. En la tabla 1 se muestra la clasificación que él propone:

TABLA 1 Clasificación de vórtices según Hecker

vórtice	observaciones	
1	leve circulación en la superficie	
2	pequeña depresión superficial	
3	el núcleo del vórtice es claramente visible con el uso de colorante	
4	vórtice succiona partículas flotantes pero no aire	
5	vórtice succiona burbujas de aire	
6	succión completa de aire	

Esta clasificación es subjetiva, además al no poder observar un corte longitudinal del vórtice, es difícil determinar qué tipo del mismo es el que se tiene en ese momento. Dicha clasificación corresponde a vórtices que se presentan en un desagüe o en la zona de succión de una bomba y su característica principal es la inestabilidad.

En la literatura se encuentran diversos criterios utilizados para la modelación de vórtices en tomas de bombeo, a continuación se presentan los usados en el "Estudio en modelo del cárcamo de bombeo C.T. Valladolid" (1989).

1. Criterio de Padmanabhan y Hecker (1985) bombas horizontales

a) efecto del ángulo  $\theta = \text{áng tan} \left( \frac{\pi n d}{v} \right)$  del remolino (Reynolds de aproximación)

$$R_{\text{aprox}} = \frac{v_e h_a}{\nu} > 3 \times 10^4$$

b) efecto de pérdidas en la descarga (Reynolds del tubo)

$$R_{\text{tubo}} = \frac{v d}{\nu} > 10^5$$

c) efecto de la viscosidad sobre la intensidad del vórtice (Reynolds radial)

$$R_{\text{radial}} = \frac{Q}{\nu s} > 1.5 \times 10^4$$

d) efecto de la viscosidad sobre vórtices con Reynolds en la toma

$$R_{\text{toma}} = \frac{v d}{\nu} > 7.7 \times 10^4$$

e) efecto de la tensión superficial con Weber en la toma

$$W_d = \frac{\rho v^2 d}{\sigma} > 600$$

2. Criterio de Anwar, Weller y Amphlett (1978) tomas horizontales

a) Reynolds radial

$$R_{\text{radial}} = \frac{Q}{\nu s} > 3 \times 10^4$$

b) Weber  $W_s$

$$W_s = \frac{\rho v^2 d}{\sigma} > 10^4$$

3. Criterio de Jain, Raju y Garde (1978) tomas verticales

a) Weber en la toma

$$W_d = \frac{\rho v^2 d}{\sigma} > 120$$

b) Reynolds en la toma

$$R_{\text{toma}} = \frac{v d}{\nu} > 5 \times 10^4$$

4. Criterio de Tullis, Galloway, Campbell y Lindsey (1985)

a) Reynolds radial

$$R_{\text{radial}} = \frac{Q}{\nu s} > 4 \times 10^4$$

b) Diámetro de la toma o succión

$$d > 12.7 \text{ cm}$$

c) Weber

$$W_s = \frac{\rho v^2 s}{\sigma} > 10^4$$

Nota: El valor límite de Weber será generalmente satisfecho automáticamente si  $R_{\text{radial}}$  y el  $d_{\text{min}}$  se cumplen.

5. Criterio adoptado por la CPE (Gerencia de Proyectos Termo-eléctricos)

a) Reynolds de aproximación

$$R_{\text{Reprox.}} = \frac{v_a h_a}{\nu} > 5000$$

b) Reynolds radial

$$R_{\text{radial}} = \frac{Q}{\nu s} > 5 \times 10^4$$

c) Reynolds en la toma

$$R_{\text{toma}} = \frac{v d}{\nu} > 10^6$$

d) Weber en la toma

$$W = \frac{\rho v^2 d}{\sigma} > 600$$

En todos los casos

Q	gasto
$\nu$	viscosidad cinemática
$h_a$	tirante de aproximación
$\rho$	densidad
$v$	velocidad en la succión
$d$	diámetro de la succión
$\sigma$	tensión superficial
$v_a$	velocidad de aproximación
$s$	sumergencia

En estos criterios se observa la diversidad de valores sugeridos por distintos investigadores para minimizar los efectos de escala, aunque con ninguno de ellos se tiene la certeza de lograrlo.

A continuación se presenta una tabla en la que se compara la formación de vórtices en modelo y prototipo, en varias obras hidráulicas. Dicha tabla fue elaborada por Hecker (1981), a través de un cuestionario que envió a diferentes compañías que usaron modelos físicos, para resolver problemas con vórtices.

TABLA 2 Comparación de la intensidad de vórtices entre modelo y prototipo

Proyecto y Tipo	Toma	Modelo
Control de avenidas en la salida (Bear Creek)	Una compuerta de desagüe en torre cilíndrica.	depresión $\phi$ 3 cm $L_e = 1/20$ , $F_e = 1$
Cárcamo de bombeo en la estructura superior de la toma (Bear Swamp)	Toma abierta con un conducto con $\phi = 12.19\text{m}$ , $S = 15.24\text{m}$ $v = 2.74\text{ m/s}$	Intermitente, algunos succionaron burbujas de aire. $L_e = 1/50$ $F_e = 1$
Toma superior del cárcamo de bombeo (Cabin Creek)	Toma única cubierta $v = 1.22\text{ m/s}$ $S = 11.0\text{ m}$	Circulación lenta $L_e = 1/100$ , $F_e = 1$
Represa Dardanelle	Muchas lumbreras laterales a la entrada de la toma $v \approx 0.76\text{ m/s}$ $S_e = 7.32\text{ m}$	nada. $L_e = 1/25$ $F_e = 1$
Esclusa Demopolis	Entradas múltiples $v \approx 3.98\text{ m/s}$ (máx) $S = 7.62\text{ m}$	Vórtices fuertes sin descripción $L_e = 1/33$ $F_e = 1$
Presa Dover	18 compuertas continuas $0 < S < 16.46\text{m}$ $0 < v < 14.33\text{m/s}$	Sin ningún reporte
Represa Eisenhower	Compuerta superior	Remolinos $L_e = 1/24$ $F_e = 1$
Cárcamo de bombeo estructura del depósito inferior (Pfestiniog)	4 tomas horizontales $A = 9.75 \times 6.71\text{m}$ $S = 12.19\text{m}$ $v = 0.46\text{m/s}$	No hay vórtices para $F_e = 1$ , hay vórtices que jalar aire para $v_m = 0.3v_p$ , $L_e = 1/60$
Cárcamo de bombeo en la estructura superior del depósito (Foyers)	Cuatro aberturas adyacentes $A = 20.73 \times 7.32\text{m}$ $S_e = 7.01\text{m}$ $v = 1.4\text{m}$	No hay depresión para $F_e = 1$ . Depresión profunda para $2 < F_e < 4$ $L_e = 1/36$
Planta generadora Grand Coulee Tercera etapa	Seis tomas adyacentes en un canal de fuerza $v = 6.10\text{m/s}$ $S = 54.86\text{m}$ $AC(u) = 10 \times 13.72\text{m}$	Vórtices con núcleo torcido, sin jalar aire $L_e = 1/20$ $F_m = 3.5F_p$

Prototipo	Operación	Comentarios
Depresión de $\phi \approx 0.78$ m	Sin problemas	Buena correlación entre tipo y tamaño de los vórtices.
Intermitante, algunas veces $\phi = 0$ cm, succionaban aire y eran escuchados	-----	Vórtices en prototipo parecen mas frecuentes y estables, el modelo fue probado varias veces. Comparación basada en $Fr=1$
Sin remolinos, casi sin movimiento	-----	Diseño conservador por miedo a que entrara hielo
Nada	Sin problemas	Diseño sin vórtices usando modelo
2 vórtices audibles de $\phi$ máx = 2.44m, (intermitentes - o continuos)	Posible aumento de turbulencia en la cámara de esclusa por entrada de aire	Estudio en modelo por problemas en prototipo, revisión del diseño inicial
Ninguno con sumergencia normal	-----	-----
Remolino con depresión	-----	Vórtices en prototipo parecían más grandes
No hay formación de vórtices	-----	Velocidad casi igual, los vórtices son exagerados en el modelo
Depresión en la superficie para $S_s = 6.10$ m	sin problemas	Buena comparación con velocidades del modelo, no cumple bien con la escala de F
Sin vórtices	-----	Vórtices muy fuertes en el modelo que pueden deberse a mala simulación del gasto de entrada.

Vertedor de la presa Heart Butte	Vertedor de embudo $v \approx 0.91 \text{ m/s}$ $0 < S < 16.48 \text{ m}$	vórtices despreciables, $L_e = 1/22$ , $F_e = 1$ , ninguno se ha reportado
Cárcamo de bombeo en la estructura superior de la toma (Jocassee)	2 torres de toma $v = 1.98 \text{ m/s}$ $S_{CL} = 9.14 \text{ m}$	Pequeños vórtices en la ranura para obturar compuertas $L_e = 1/50$ $F_e = 1$
Hidroeléctrica Kariba	6 tomas adyacentes en la ladera derecha, $v = 0.91 \text{ m/s}$ $15.24 < S < 39.62 \text{ m}$ $A(c/u) = 16.5 * 9.8 \text{ m}$	Línea de borde del vórtice para $F_e = 1$ , núcleo de aire para $F_e > 3$ $L_e = 1/20$
Cárcamo de bombeo en la estructura superior de la toma (Ludington)	6 tomas horizontales, $v = 3.35 \text{ m/s}$ $S_{CL} = 10.97 \text{ m}$ $A(c/u) = 9.1 * 10.7 \text{ m}$	Remolinos mínimos con depresiones $L_e = 1/22$ $F_e = 1$
Cárcamo de bombeo y estructuras superiores (Muddy Run)	4 torres de toma $v = 1.22 \text{ m/s}$	Vórtices sin aire para elevación mayor de 143.3m, entra aire para la elevación de 142m o menores, $F_e = 1$ $L_e = 1/35$ y $1/141$
Cárcamo de bombeo, estructura superior (Northfield)	Toma horizontal al final de un canal $v = 1.52 \text{ m/s}$ $S_{CL} = 21.03 \text{ m}$	Vórtices despreciables, $L_e = 1/46$ $F_e = 1$
Túneles de desvío (Presa Oroville)	2 túneles adyacentes $\phi = 10.67 \text{ m}$ cerca del fondo del cauce $0 < S < 210.21 \text{ m}$ $0 < v < 22.86 \text{ m/s}$	Vórtices fuertes y ruidosos, con núcleo de aire, succionaron árboles hechos a escala, persistentes para $S < 30 \text{ m}$ , transitorio para $S > 30 \text{ m}$ , $L_e = 1/55$ $F_e = 1$
Toma auxiliar (Proyecto Ramaganga)	Lumbrera $\phi = 5.49 \text{ m}$ $4.27 < S < 14.33 \text{ m}$ $v = 3.51 \text{ m/s}$	Arrastre de aire, estable para $S \approx 7.01 \text{ m}$ $L_e = 1/40$
Toma enfriadora de agua (Reactores G2-G3 Marcoule)	3 tomas colocadas sobre un terraplén inclinado para $c/u$ $v \approx 1.52 \text{ m/s}$ $S = 4.27 \text{ m}$	Vórtice ancho, aereado y ruidoso $L_e = 1/25$ $F_m = 2.5 F_p$

Turbulencia superficial sin vórtices	-----	Comparación basada en el diseño final con 8 espigones radiales para minimizar vórtices
Pequeños vórtices transitorios $\phi = 2.5 - 5.1 \text{ cm}$	Sin problemas	
Remolino con agua espumosa	-----	Velocidad casi igual, los vórtices en el modelo son exagerados
Remolinos Cal arrancar el proyecto hubo vórtices con $\phi = 0.91 \text{ m}$	Sin problemas (incluyendo el arranque)	pared perforada usada para disipar 2 vórtices fuertes en el modelo; vórtice inicial no ha reaparecido
Vórtices cuando el nivel se acerca a la elevación 143 m	Ruido de turbina objetable para baja carga, cuando la elevación es menor de 143m opera con la mitad del gasto	predicción en el modelo basada en la sumergencia, estructura de prototipo 3 m más baja que la probada.
Remolinos menores	-----	
Vórtices persistentes, fuertes, audibles, con núcleo de aire para $30 \times 5 \times 70 \text{ m}$ , succión árboles, $\phi$ (superficie) = 9 m	Sin problemas	Vórtices del prototipo parecen más persistentes para sumergencias altas. Independientemente de esto se tiene concordancia
Vórtices fuertes y audibles con gasto sin control	Vibración del cerro adyacente	
Vórtice ancho, aireado y ruidoso	Rejillas bloqueadas debido a la succión de bacteria	Pruebas en modelo después de problemas en prototipo, diseño "re-medio" desarrollado usando el modelo, resultados satisfactorios en prototipo.

Represa Snell

Compuerta superior

Remolinos  
 $Le = 1/24$   $F_e = 1$

Cárcamo de bombeo en el depósito superior (Taum Sauk)

Lumbrera  
 $\phi$  (máx) = 14 m  
 $v = 1.22$  m/s  
 $S = 6.10$  m

Vórtice con entrada de aire para la elev. 460m, es menos severo para elevaciones mayores a la señalada  
 $Le = 1/36$   $F_e = 1$

Estación de bombeo (Treasure Island)

2 columnas de succión vertical  
 $v = 0.76$  m/s  
 $S = 0.76$  m

Vórtice con entrada de aire  
 $Le = 1/12$   $F_e = 1$

#### Variables utilizadas

- A área transversal de la toma o abertura
  - $F_e$  escala de Froude
  - $F_m$  Froude en modelo
  - $F_p$  Froude en prototipo
  - $\phi$  diámetro
  - $Le$  escala de líneas
  - S sumergencia \*
  - $S_{cl}$  sumergencia al centro de la apertura \*
  - $S_l$  sumergencia hasta la plantilla \*
  - $S_s$  sumergencia hasta el umbral \*
  - v velocidad promedio en la toma
  - $v_m$  velocidad promedio en la toma del modelo
  - $v_p$  velocidad promedio en la toma del prototipo
- \* si es posible se da la mínima

Vórtice con corazón  
deprimido

-----

Vórtice del prototipo  
parecía mas grande

Vórtice con entrada  
de aire para la elev.  
461.8 m o menor

Operar la turbina  
con la mitad del  
gasto para elev. ba  
jas y evitar proble  
mas de operación

Se pensó en usar una  
rejilla flotante en  
el prototipo si ella  
resultaba necesaria.

Vórtice con entrada  
de aire,  $\phi = 0.20$  m

Vibración y efec  
tos nocivos en la  
maquinaria

Buena comparación en  
tre modelo y prototi  
po al escalar el gas  
to según F, modelo  
construido para desa  
rrollar un supresor  
de vórtices (rejilla  
flotante)

## CAPITULO DOS

### DESCRIPCION DE LA INSTALACION EXPERIMENTAL Y EL EQUIPO AUXILIAR

La instalación experimental con que se cuenta consiste en dos recipientes cilíndricos, uno 2.85 veces mayor que el otro, con un disco plano giratorio en el fondo. En lo sucesivo se nombrará modelo al menor y prototipo al mayor, fig 3 y fotos 1 y 2.

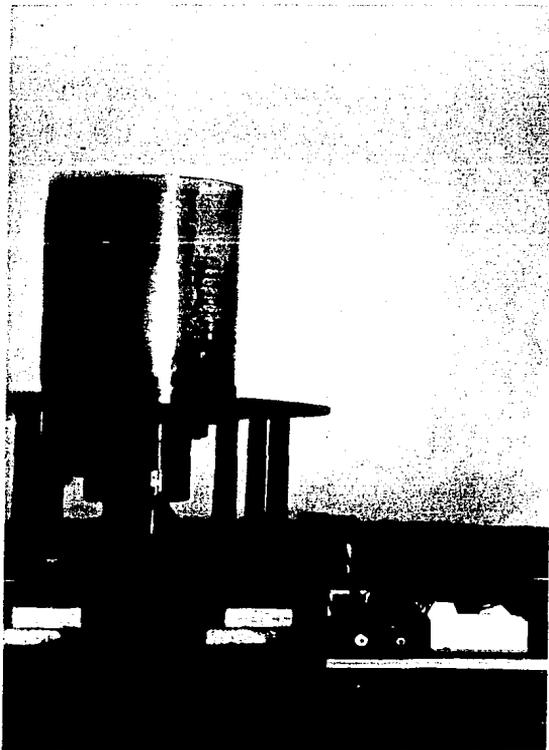


Foto 1. Vista del modelo, a su derecha el circuito que permite regular la velocidad de giro del disco.

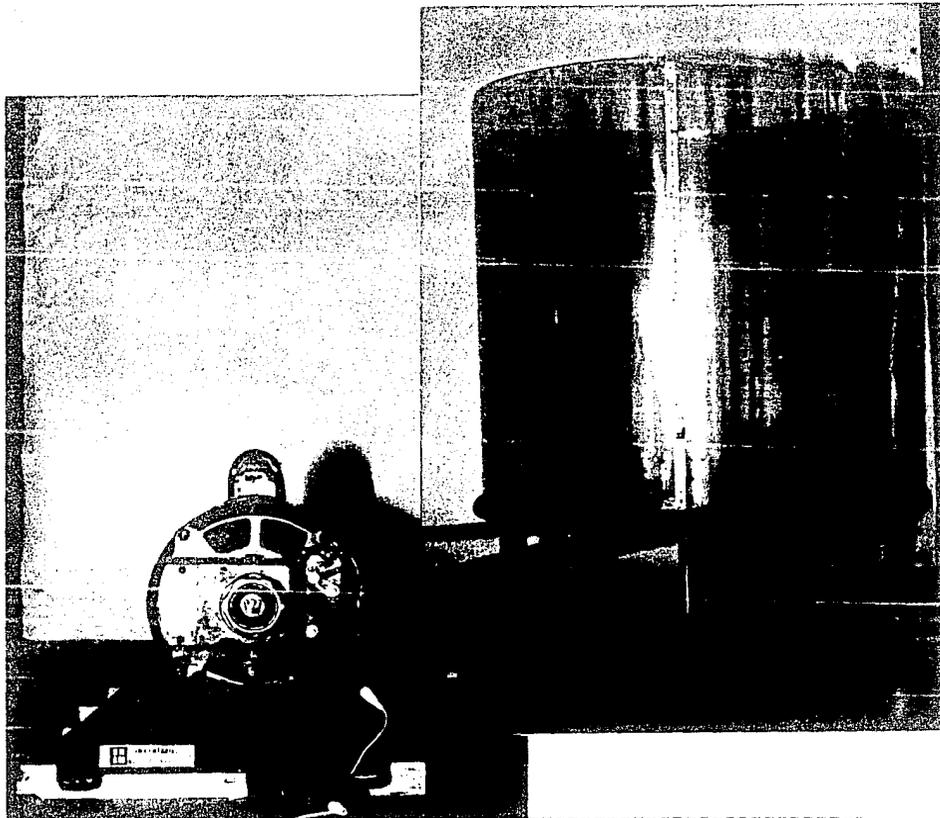


Foto 2. Prototipo visto de frente, a la izquierda se observa el motor y en la parte de atrás la banda dentada.

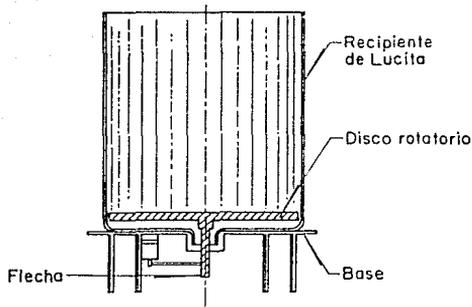


Fig 3. Aquí se muestra de manera general, la conformación del recipiente -para ambas instalaciones- donde se generan los vórtices.

El disco es movido en sentido horario por medio de dos poleas, una banda y un motor de velocidad variable, con un control para regularla. Respecto al funcionamiento mecánico de los aparatos se tiene que:

a) El modelo funcionó en un principio con un motor de máquina de coser, pero éste se sustituyó por uno de 1/15 H.P y velocidad variable pues con el primero no se podía mantener una velocidad constante. A continuación se presenta el diagrama del circuito que se instaló para poder hacer las mediciones, así como una breve descripción de sus componentes, fig 4.

Transformador: disminuye el voltaje que llega al circuito.

Rectificador: convierte la corriente alterna en directa.

Filtro: amortigua los picos de la corriente.

Regulador de voltaje: permite mantener estable, en su salida un voltaje.

Ajuste rango: permite delimitar un rango para la velocidad angular del disco.

Ajuste velocidad: permite fijar una velocidad que se encuentre dentro del rango delimitado anteriormente.

Amplificador de error: amplifica la diferencia que existe entre dos voltajes a la entrada.

Generador: permite obtener un voltaje proporcional a la velocidad de giro del motor.

Motor: transmite el movimiento al disco por medio de unas poleas y un aro-sello.

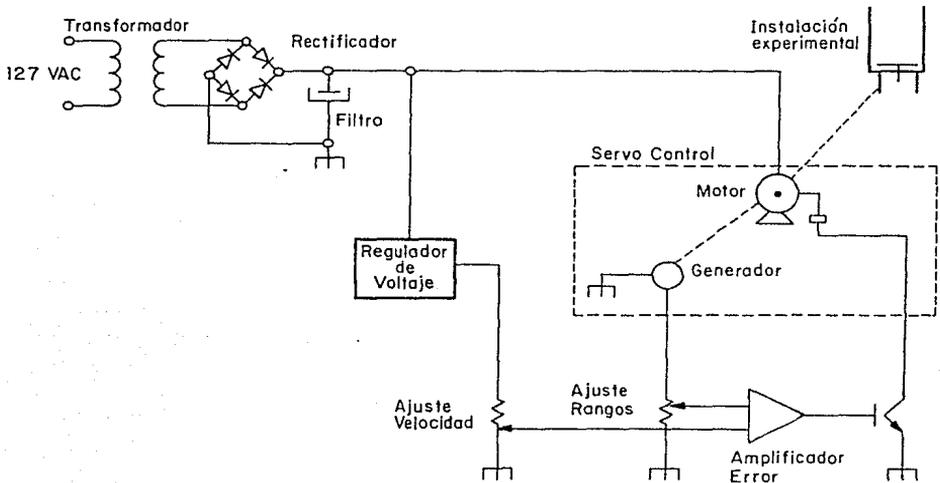


Fig 4. Circuito eléctrico del modelo. El funcionamiento de cada parte se describió brevemente líneas arriba.

b) El prototipo funciona con un motor de inducción de 1/3 H.P. al que está acoplado un motoreductor. El movimiento se transmite por medio de unas poleas y una banda. Al principio se usaron poleas y un aro-sello, pero por problemas de funcionamiento éstos se sustituyeron por poleas y banda dentada.

En la siguiente tabla se muestran las principales dimensiones del equipo.

TABLA 3

Dimensiones	Modelo	Prototipo
diámetro del cilindro, cm	15.2	42.1
altura del cilindro, cm	22.5	44.5
diámetro del disco, cm	14.0	40.0

Para poder estimar cuantitativamente el fenómeno se hicieron diferentes mediciones con los instrumentos siguientes:

- a) baño térmico: conserva la temperatura constante durante la medición de la viscosidad.
- b) limnímetros: para medir el perfil del vórtice o la depresión en el centro del mismo.
- c) tacómetro: permite cuantificar la velocidad angular del disco.
- d) viscosímetro: para medir la viscosidad cinemática de los fluidos utilizados, según se describe en el Apéndice A.

además de lo anterior se utilizó una báscula, una cámara fotográfica, un compás, un cronómetro, escalas, unas pipetas, un termómetro y vasos de precipitado.

## CAPITULO TRES

### DINAMICA DE UN VORTICE SIN GASTO DE SALIDA, EN PROTOTIPO

En esta etapa se hicieron ensayos en el prototipo utilizando agua, variando el tirante y la velocidad angular del disco. Se encontró que, de acuerdo con el tirante con que se trabaja, que se denominará tirante estático ( $Y_0$ ), altura del fluido en reposo dentro del recipiente, existen de manera bien definida dos tipos de movimiento del fluido:

- 1- Aquél en que se presentan varias geometrías de la superficie del agua o configuraciones.
- 2- Aquél en que sólo se presentan dos de ellas.

De este último se puede decir que ocurre cuando se trabaja con tirantes estáticos medianos o grandes, esto es, de 6 a 40 cm, que es la máxima altura que permite el recipiente. Sin embargo, la parte más interesante es la primera y se describirá a continuación.

Aunque se forman distintas configuraciones con tirantes de entre 3 y 6 cm, se escogió el de 4.5 cm, por ser en éste en el que se presenta el mayor número de ellas.

Dichas configuraciones se lograron con diferentes velocidades del disco ( $\omega d$ ), permitiendo que para cada una el movimiento del fluido se estabilizara y poder medir las variables siguientes:

- $Y_d$  tirante dinámico (altura que alcanza el fluido sobre la pared del recipiente al estar funcionando la instalación)
- $\eta$  depresión en el centro del vórtice
- $\omega_a$  velocidad angular del agua (medida utilizando un flotador esférico, colocado generalmente, en la zona de flujo irrotacional)
- $\omega_c$  velocidad angular de la configuración (velocidad con que gira la configuración alrededor de un eje vertical imaginario colocado en el centro del disco)
- $r$  radio del disco de modelo o prototipo

Las configuraciones se presentarán de acuerdo con la velocidad angular del disco en orden ascendente. Cada una de ellas se ha identificado con un nombre, tal como se muestra en la figura 5.

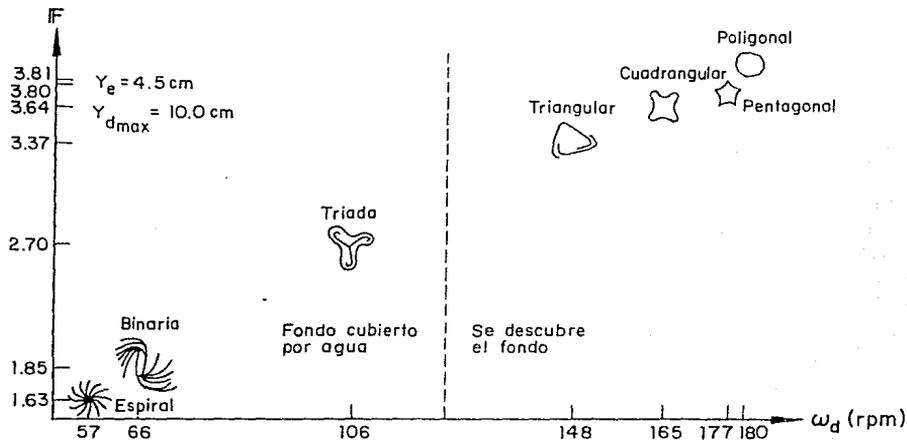


Fig. 5 Secuencia de las distintas configuraciones que se presentan en un vórtice generado en el prototipo con un  $Y_e = 4.5$  cm.

### 3.1 Configuración Espiral.

El vórtice tiene forma de espiral, con ondas estacionarias que surgen de la periferia y convergen hacia el centro, foto 3.

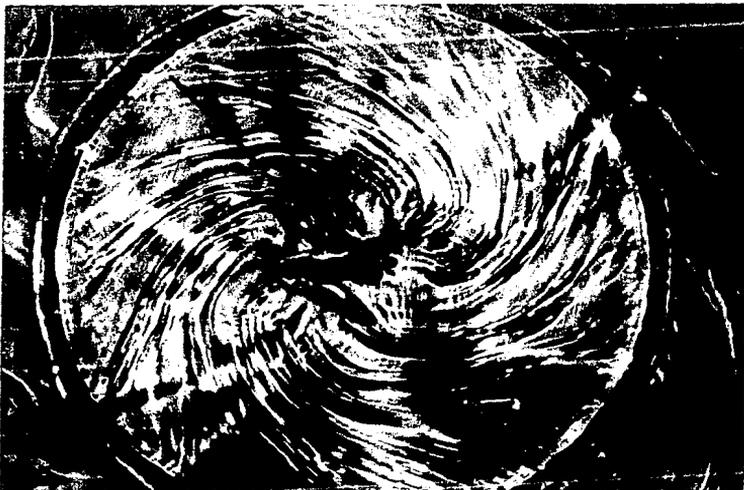


Foto 3. Vista en planta de la configuración espiral, en la parte central se ve azul de metileno (colorante) que se usó como trazador. Obsérvense las ondas estacionarias.

$Y_0 = 4.5 \text{ cm}$   
 $Y_d = 5.5 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 57 \text{ rpm}$   
 $\eta = 2.6 \text{ cm}$

Usando azul de metileno como colorante, pero en diferentes concentraciones, puede observarse en un acercamiento desde arriba, la parte central de este mismo vórtice, donde aparece una figura semejante a una flor de seis pétalos, foto 4.

Una característica adicional de esta configuración, además de la de desarrollarse con velocidades relativamente bajas, es que también se presenta cuando hay un incremento o decremento en la velocidad del disco durante la transición entre dos configuraciones sucesivas, hasta que el movimiento del fluido se estabiliza. Lo anterior fue observado y confirmado utilizando como fluido agua y sólo cuando no se descubría el disco que impulsa al fluido en el fondo del recipiente, lo cual ocurre si se trabaja

con tirantes bajos o velocidades del disco mayores.

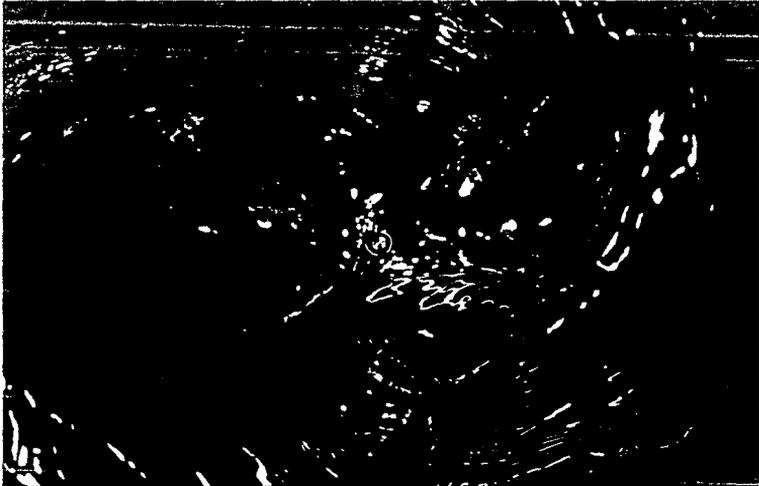


Foto 4. Acercamiento de la parte central de la configuración espiral, vista por arriba. Se observa un contraste de colores por las distintas concentraciones de colorante.

### 3.2 Configuración Binaria.

A partir de la configuración espiral, incrementando la velocidad angular del disco, aparece otra donde se aprecian dos vórtices como se observa en la foto 5. A ésta se le llamó configuración Binaria.

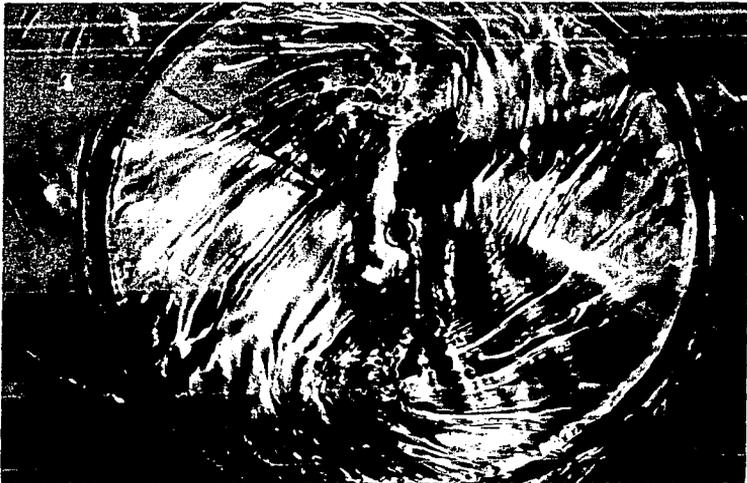


Foto 5. Vista en planta de la configuración binaria, en este vórtice se notan dos centros y las ondas de cada uno de ellos. El azul de metileno tiende a ocupar, en forma de franja la parte central.

$Y_e = 4.5$ cm
$Y_d = 5.7$ cm
$\omega_d = 66$ rpm
$\eta = 3.7$ cm

Esta presenta un fenómeno de inestabilidad porque sin variar la velocidad se alternan, por unos segundos, las dos primeras configuraciones. Sin embargo, sólo basta un pequeño incremento en la velocidad del disco para que la configuración binaria permanezca sin alteraciones.

La foto 6 muestra un acercamiento de ésta donde se aprecia que, sin modificar la velocidad angular del disco, varía la forma de los vórtices y se observa que tres ondas son comunes para ambos, estas ondas pasan por el centro geométrico del prototipo. También se observa que el diámetro que une los centros de estos dos vórtices gira en el mismo sentido del disco y con velocidad

aparentemente uniforme.



Foto 6. Acercamiento de la parte central de la configuración binaria, vista desde arriba. Se aprecian con claridad los dos centros de este vórtice.

### 3.3 Transición de la configuración binaria a la triada.

Al seguir incrementando la velocidad angular, antes de llegar a la configuración triada se observa una fase de transición, cuya principal característica es un enorme parecido a la configuración binaria, con la salvedad de que ahora se percibe con bastante claridad cierta turbulencia cerca de los centros. También son más marcadas las ondas que forman a cada uno de éstos, foto 7.

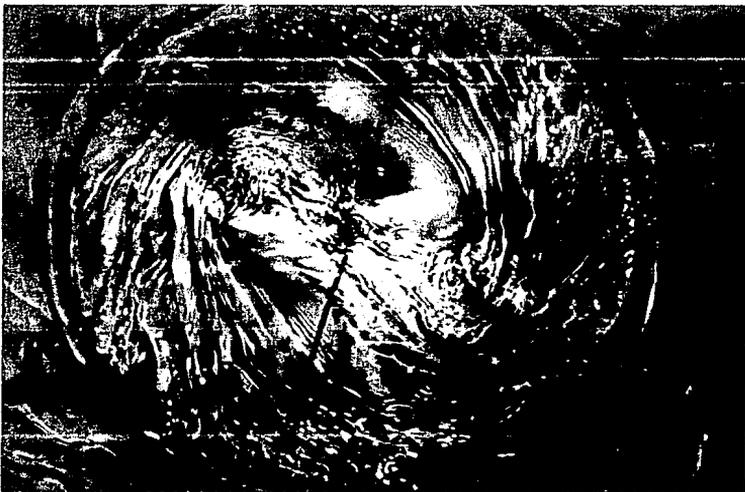


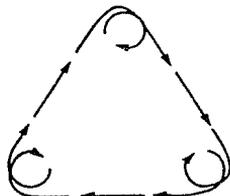
Foto 7. Transición de la configuración binaria a la configuración triada. En los dos centros se nota bastante turbulencia. El color azul se debe al colorante.

$Y_e = 4.5$  cm  
 $Y_d = 6.0$  cm  
 $\omega_d = 71$  rpm  
 $\eta = 4.1$  cm

### 3.4 Configuración Triada.

En la configuración triada, como se aprecia en la foto 8, aparece un nuevo vórtice para ahora formar dentro de la zona central del disco, una figura semejante a un triángulo. Aparentemente en cada vértice del triángulo hay un vórtice.

Un flotador esférico de plástico que se coloca en esta zona la recorre como muestra la fig 6.



←  
 Fig. 6 Movimiento que describe un flotador en la configuración triada.



Foto 8. El azul de metileno colorea, como se observa, una figura de tres ramas. La turbulencia ahora se presenta en la zona exterior del vórtice.

$Y_0 = 4.5 \text{ cm}$   
 $Y_d = 6.9 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 106 \text{ rpm}$   
 $\eta = 5.6 \text{ cm}$

La trayectoria descrita por el flotador, es siguiendo un triángulo con lados curvos. Al llegar a cada vértice del triángulo, el flotador gira en éste hasta que aparentemente la fuerza originada por la rotación del conjunto se suma a la fuerza centrífuga del propio flotador, y lo desprende del vértice para trasladarlo al siguiente donde queda atrapado por el vórtice que ahí se encuentra. Este fenómeno se repite en forma sucesiva.

### 3.5 Configuración Triangular.

En la configuración triangular mostrada en la foto 9, la zona central del disco se descubre formándose un triángulo equilátero con sus vértices redondeados. De esta velocidad angular en adelante, el agua realiza un efecto de oleaje sobre la parte central del disco, esto es, el agua avanza y retrocede del

perímetro de la configuración hacia el centro del disco, pero sin llegar a él, como se aprecia en la foto mencionada.

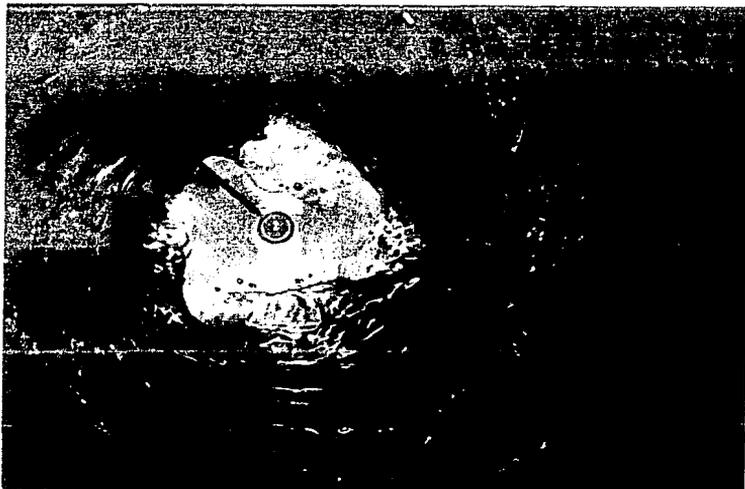


Foto 9. Vista en planta de la configuración triangular. Por vez primera el centro del disco se descubre, además se presenta un segundo fenómeno: un oleaje que es visible en el perímetro de la configuración.

$Y_0 = 4.5 \text{ cm}$   
 $Y_d = 8.6 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 148 \text{ rpm}$

### 3.6 Configuración Cuadrangular.

Al seguir aumentando la velocidad del disco, aparece una geometría de cuatro lados curvos y aristas redondeadas. El fenómeno de oleaje descrito anteriormente, con el paso del tiempo dibujó sobre el disco un círculo de  $r = 7.0 \text{ cm}$ , para la formación de dicho círculo es necesaria una velocidad angular del disco comprendida entre 148 y 165 rpm, foto 10.



Foto 10. Configuración cuadrangular vista desde arriba. El efecto de oleaje se aprecia en el perímetro de la configuración y en el círculo que "dibujó" sobre el disco.

$Y_0 = 4.5$  cm  
 $Y_d = 9.2$  cm  
 $\omega_d = 165$  rpm

### 3.7 Configuración Pentagonal.

En esta configuración, nuevamente se incrementó en uno el número de centros -puede observarse una geometría de cinco lados-, sin embargo es obvio que la forma del conjunto no es perfectamente simétrica. Esto se debe probablemente a que el prototipo presenta vibraciones originadas por el motor y la transmisión.

Aquí aparece un nuevo círculo sobre el disco, concéntrico con el primero, pero de un diámetro mayor, foto 11.

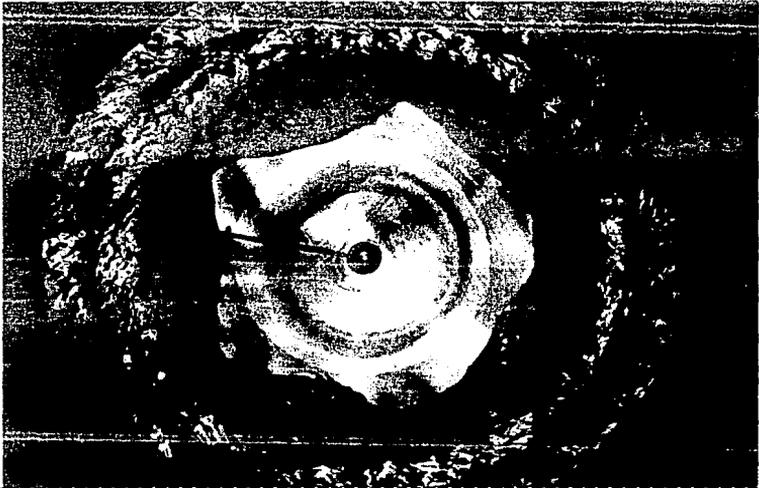


Foto 11. En esta fotografía, tomada por arriba, se ve un polígono de cinco lados. El tono oscuro que muestra la fotografía se debe a que no se usó "flash".

$Y_e = 4.5$  cm  
 $Y_d = 9.2$  cm  
 $\omega_d = 177$  rpm

### 3.8 Configuración Poligonal.

Antes de llegar a esta geometría, cada configuración aumentaba en uno el número de vértices al incrementar la velocidad. Ahora con un incremento de velocidad pequeño, el número de lados del polígono aumenta considerablemente hasta formar prácticamente un círculo. Probablemente éste último sería más perfecto con una velocidad mucho mayor, foto 12.



Foto 12. Vista por arriba de la configuración poligonal. Aquí la velocidad del disco es muy cercana a la máxima, prueba de ello es la turbulencia que se ve alrededor de la configuración.

$Y_e = 4.5$  cm  
 $Y_d = 10.0$  cm  
 $\omega d = 180$  rpm

A continuación se presenta una tabla en la que se resumen los parámetros más importantes que intervienen en el proceso descrito en este capítulo.

TABLA 4.

Instalación: Prototipo  
 Fluido : Agua  
 $Y_e$  : 4.5 cm

$\rho = 101.71$  Kgf s<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>  
 $\sigma = 0.00744$  Kgf/m  
 $\nu = 1.018$  m<sup>2</sup>/s

Nombre	$Y_d$ (cm)	$\omega d$ (rpm)	$\eta$ (cm)	IF	IR * 10 <sup>3</sup>	IR
Espiral	5.5	57	2.6	1.63	64.4983	32.73
Binaria	5.7	66	3.7	1.85	77.3980	38.59
Transición	6.0	71	4.1	1.94	87.6436	42.59
Triada	6.9	106	5.6	2.70	150.4755	68.18
Triangular	8.6	148	---	3.37	261.8611	106.28
Cuadrangular	9.2	165	---	3.64	312.3076	122.56
Pentagonal	9.7	177	---	3.80	353.2286	134.99
Poligonal	10.0	180	---	3.81	370.3253	139.39

donde

$$F = \frac{\omega d * r}{\sqrt{g * Y_d}} \quad R = \frac{\omega d * r * Y_d}{\nu} \quad B = \omega d * r * \sqrt{\frac{\rho * Y_d}{\sigma}}$$

y las características del fluido tales como la viscosidad cinemática ( $\nu$ ), la densidad ( $\rho$ ) y la tensión superficial; se obtuvieron de tablas que se encuentran en Hansen (1971).

## CAPITULO CUATRO

### SIMILITUD ENTRE MODELO Y PROTOTIPO

Al observar que con un determinado tirante en el prototipo se formaban las configuraciones descritas en el capítulo anterior, se intentó reproducirlas en el modelo. Para esto se usaron dos opciones de tirante:

1. Respetando la escala de líneas 1:2.86
2. Utilizando el mismo para ambas instalaciones.

Se utilizó el tirante de 4.5 cm pero no se tuvo éxito con ninguna de las dos alternativas anteriores, dado que las configuraciones que aparecieron en el modelo no eran semejantes a las del prototipo por lo que se ensayaron otros tirantes.

Se usó una determinada forma geométrica o configuración para establecer similitud dinámica entre ambas instalaciones, lo que disminuye de manera significativa la estimación subjetiva. Después se calcularon los números adimensionales  $R$ ,  $F$  y  $W$ .

En modelo y prototipo se consiguió formar, utilizando como fluido agua, seis configuraciones semejantes y para lograrlo se hizo lo siguiente:

1. Se conservó para los tirantes estáticos, la misma relación que existe entre los diámetros garantizando así una escala de líneas no distorsionada.
2. Visualmente se definió una semejanza geométrica, esto es se buscó la misma figura en ambas instalaciones y con ello también se establece una velocidad del disco en cada caso.

Para distinguir a cada una de las configuraciones se utilizaron las primeras letras del alfabeto griego,  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  y los

nombres vórtice1, vórtice2 y vórtice3 para aquellas que forman una secuencia. En la fig. 7 se muestra un diagrama con las configuraciones encontradas.

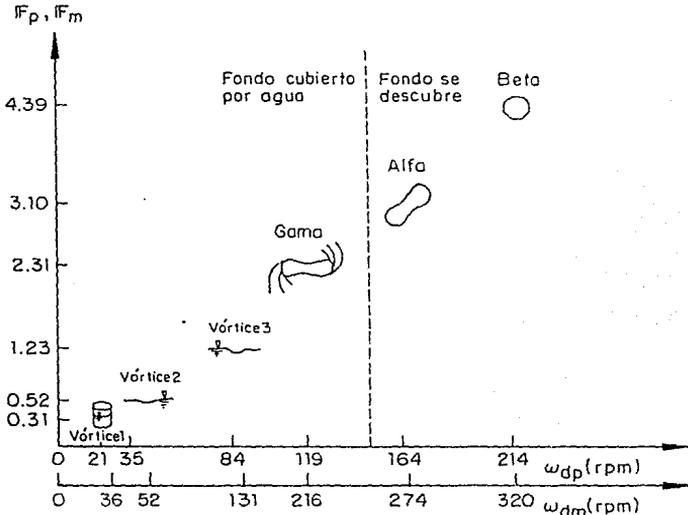


Fig.7 Configuraciones semejantes en modelo y prototipo.

Este primer intento por obtener una similitud entre ambas instalaciones fue productivo, pues se establecieron relaciones objetivas -hasta donde lo permite el equipo de medición- mediante una serie de parámetros.

Los parámetros usados fueron los números adimensionales de Froude (F), Reynolds (R) y Weber (W). Sin embargo al llegar a esta etapa no se sabía cuales eran las variables que debían intervenir en ellos para la comparación entre ambas instalaciones, dado que sólo se contaba con las mediciones del prototipo. Al poder usar el modelo, se generaron una serie de alternativas para escoger las variables idóneas que intervinieran en el cálculo de los números

arriba mencionados.

#### 4.1 Configuraciones modelo prototipo utilizando agua.

En cada una de las configuraciones siguientes, las variables que fueron medidas y su significado ya fueron definidas en el capítulo anterior.

Las características del fluido se encuentran, como ya se mencionó, en Hansen (1971), en función de la temperatura promedio del fluido que se presentó durante la cuantificación de las variables utilizadas. Finalmente la forma de calcular los números adimensionales fue la siguiente:

$$R = \frac{vL}{\nu} ; \quad v = \omega d * r ; \quad L = Yd$$

$$F = \frac{v}{\sqrt{gL}} ; \quad v = \omega d * r ; \quad L = Yd$$

$$W = v \sqrt{\frac{\rho L}{\sigma}} ; \quad v = \omega d * r ; \quad L = Yd$$

donde las variables ya fueron definidas.

##### 4.1.1 Configuración Alfa.

El vórtice tiene una forma semi-elíptica y el disco está descubierto. Hacia el centro de esta configuración puede observarse cierta contracción; así mismo pueden verse ondas que convergen hacia los extremos de la geometría, fotos 13, 14 y 15.

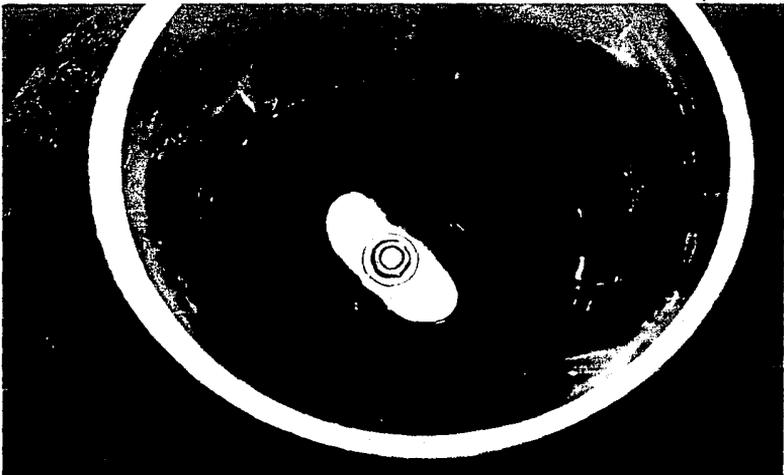


Foto 13. El colorante resalta la forma semi-elíptica del vórtice en el modelo para formar la configuración alfa. Al igual que en el prototipo, la parte central de la configuración se angosta.

$Y_e = 2.8$ cm
$Y_d = 4.0$ cm
$\omega_d = 274$ rpm

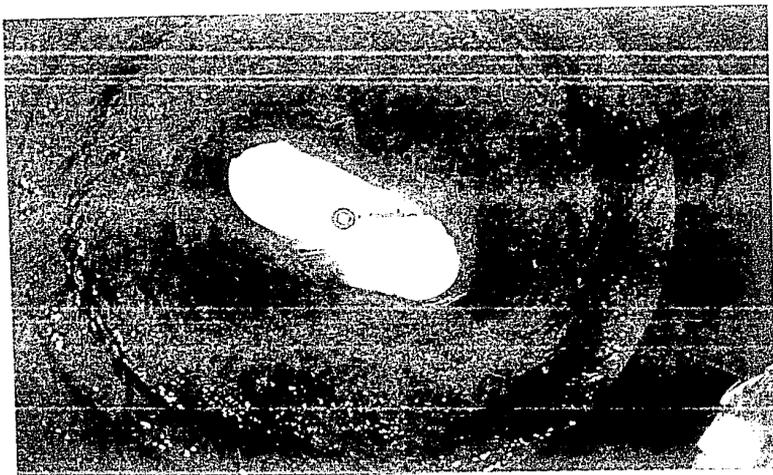


Foto 14. Vista en planta de la configuración alfa en  $Y_0 = 9.3$  cm. el prototipo, que resulta al usar colorante.  $Y_1 = 12.6$  cm. Un efecto de limpieza se presenta en el perfil  $\phi_1 = 19.6$  mm metro de la configuración.



Foto 15. Vista lateral en el prototipo de la configuración alfa. nótese que el vértice llega al disco. El perfil no parece simétrico por la deformación en la imagen de la foto.

#### 4.1.2 Configuración Beta.

El vórtice tiene forma poligonal y el disco está descubierto. Esta configuración se presenta con velocidades altas. En el prototipo es fácil distinguir un sinnúmero de ondas que se forman, mismas que no presentan un orden definido, lo que también ocurre en el modelo, pero éstas son menos claras. Lo anterior es una prueba de que el flujo es turbulento en ambas instalaciones, fotos 16 y 17.

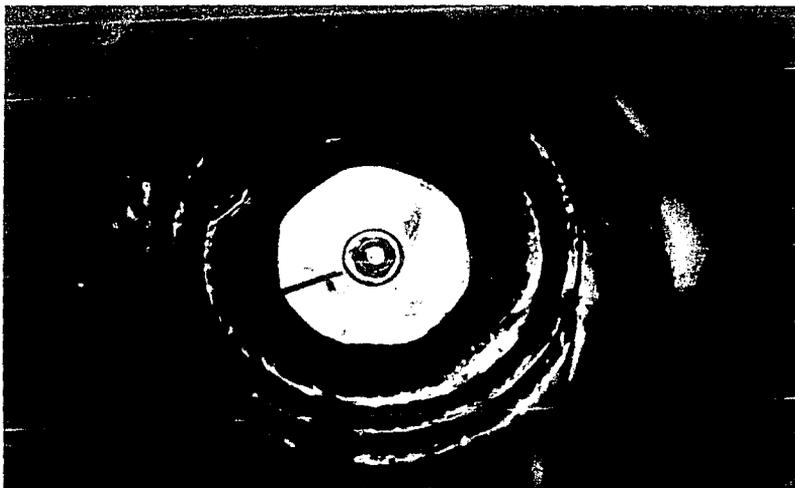


Foto 16. Vista en planta de la configuración beta en  $Y_e = 1.7$  cm  
el modelo. Se aprecia una figura muy  $Y_d = 3.7$  cm  
regular.  $\omega_d = 320$  rpm



Foto 17. Vista en planta de la configuración beta en  $Y_e = 4.6$  cm  
en prototipo. Obsérvese que no se presenta  $Y_d = 10.6$  cm  
una figura regular, debido probablemente a  $\omega = 214$  rpm  
las vibraciones del equipo.

#### 4.1.3 Configuración Gama.

El vórtice tiene dos centros como se aprecia en la foto 18 gracias al colorante. Es clara la semejanza entre los perfiles del modelo y el prototipo, aun cuando las ondas en el último son más evidentes y hacen parecer a este vórtice bastante más intenso que el generado en el modelo, fotos 18, 19 y 20.

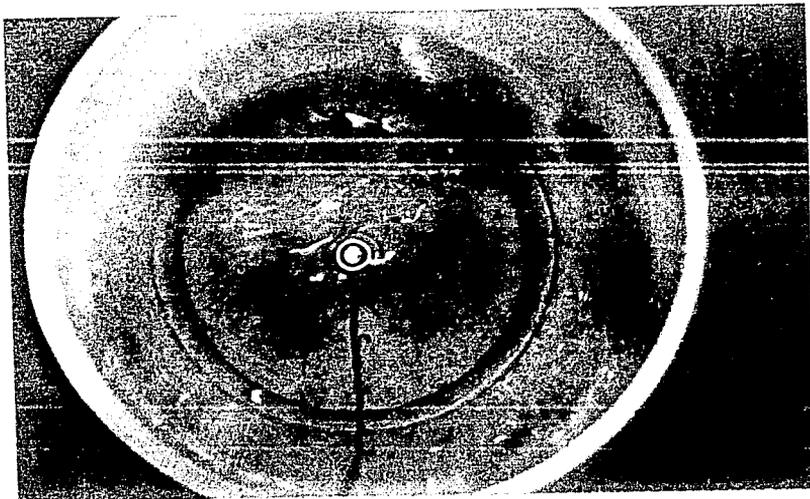


Foto 18. Vista en planta de la configuración gama en el modelo. Obsérvense, en azul oscuro, los dos centros de ésta.

$Y_e = 3.1 \text{ cm}$   
 $Y_d = 4.4 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 216 \text{ rpm}$   
 $\eta = 2.1 \text{ cm}$

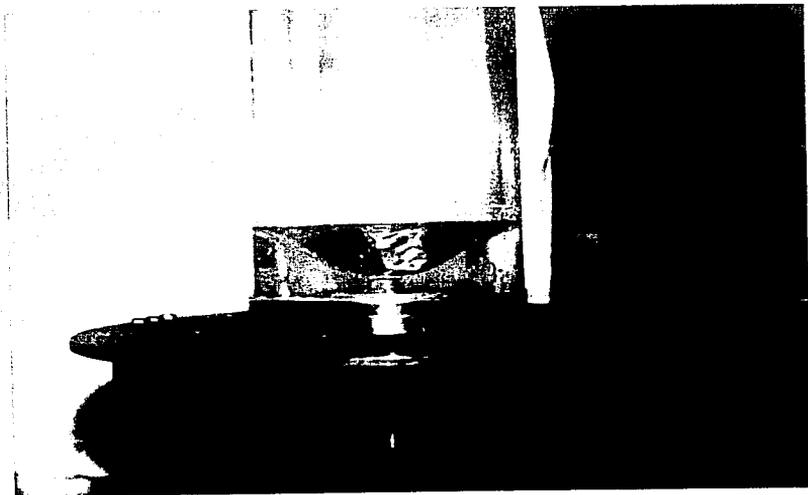


Foto 19. Vista lateral de la configuración gama en el modelo. Se aprecia que el perfil parece un trapecio regular.

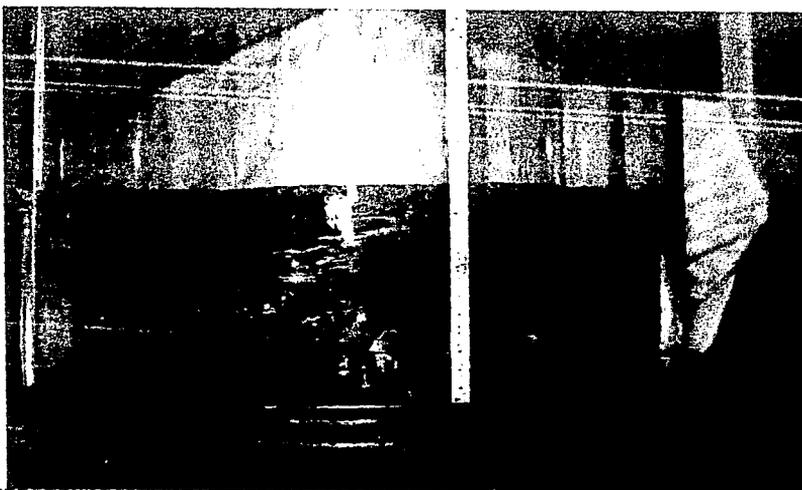


Foto 20. Perfil de la configuración gama en el prototipo. En éste se notan irregularidades debido a las ondas superficiales, magnificadas por los dobleces del recipiente de lucita.

$Y_e = 8.9$ cm
$Y_d = 11.9$ cm
$\omega_d = 119$ rpm
$\eta = 6.6$ cm

#### 4.1.4 Configuración Vórtice1.

Esta se obtuvo con la máxima velocidad con la que gira el agua, sin presentar depresión alguna. El uso de colorante permite separar la zona rotacional de la irrotacional. En la foto en planta del prototipo apenas son perceptibles las ondas que se generan con el movimiento, fotos 21, 22 y 23.

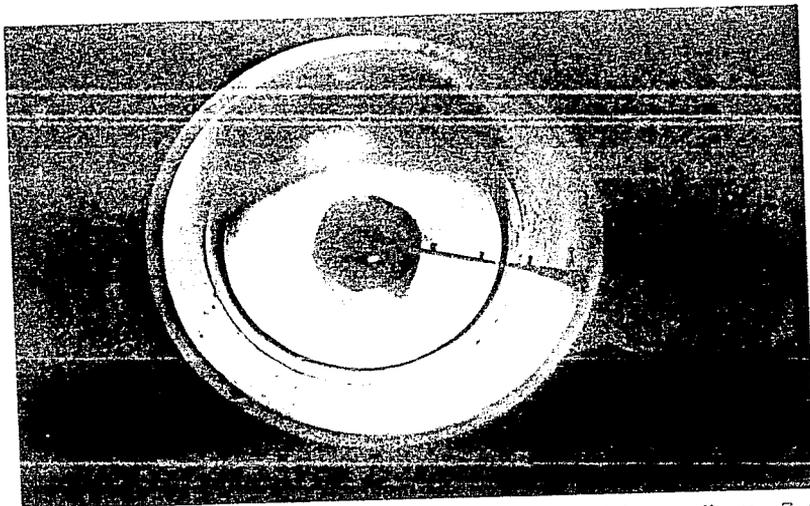


Foto 21. Vista en planta del vórtice en el modelo.  
 Nótese la zona del núcleo teñida con colorante.

$Y_e = 7.0 \text{ cm}$   
 $Y_d = 7.0 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 36 \text{ rpm}$

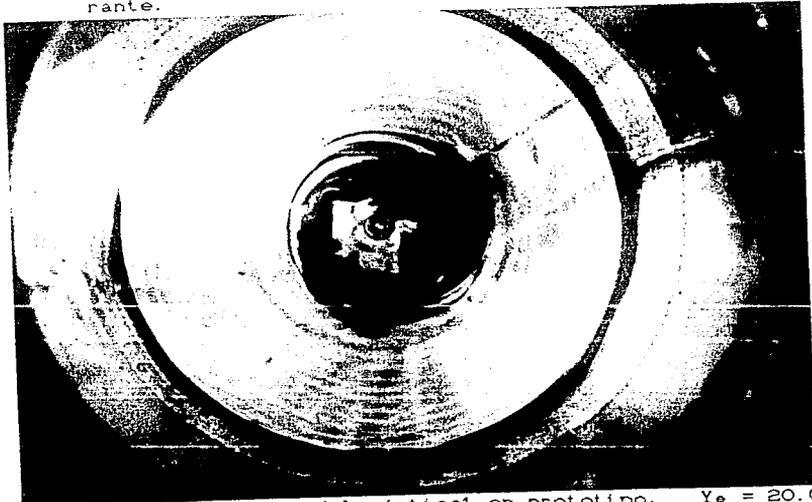


Foto 22. Vista en planta del vórtice en prototipo,  
 donde se observa como el colorante se diluye hasta un cierto diámetro.

$Y_e = 20.0 \text{ cm}$   
 $Y_d = 20.0 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 21 \text{ rpm}$



Foto 23. La presencia de una anillo de burbujas en el fondo muestra que el flujo es laminar. Vórtice1 en prototipo.

#### 4.1.5 Configuración Vórtice2.

La similitud geométrica en esta configuración se basó en el diámetro superficial de la depresión. Las mediciones se hicieron cuando dicho diámetro era un medio del diámetro del recipiente de lucita, fotos 24, 25 y 26.

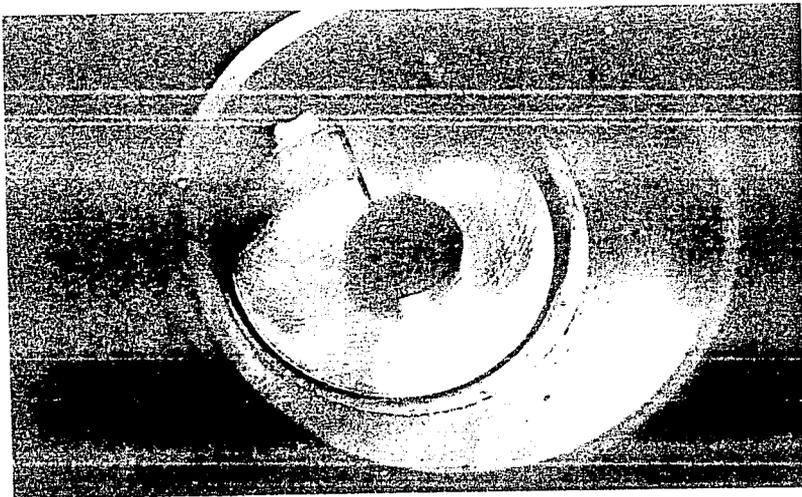


Foto 24. Vista por arriba. Nótese el núcleo teñido y la superficie libre sin perturbación alguna en el vórtice<sup>2</sup>.

$Y_e = 7.0$  cm  
 $Y_d = 7.0$  cm  
 $\omega_d = 52$  rpm

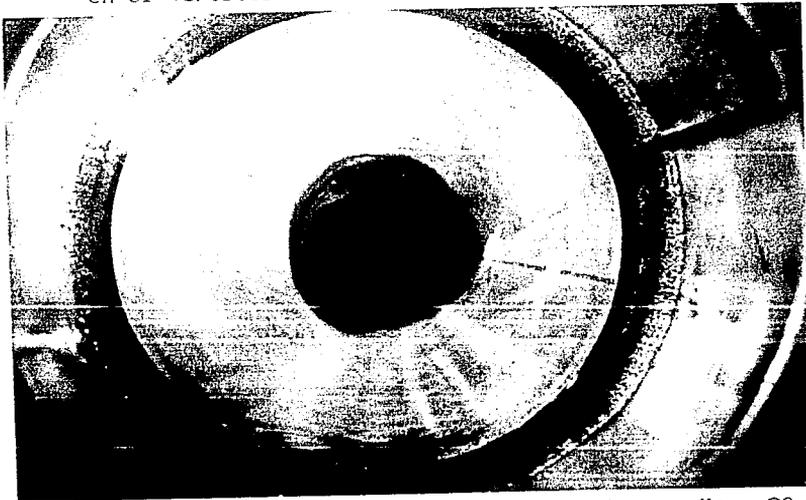


Foto 25. Vista en planta del vórtice<sup>2</sup> en prototipo. Se observa un anillo de burbujas de aire sobre la pared del recipiente de lucita.

$Y_e = 20.0$  cm  
 $Y_d = 20.2$  cm  
 $\omega_d = 35$  rpm

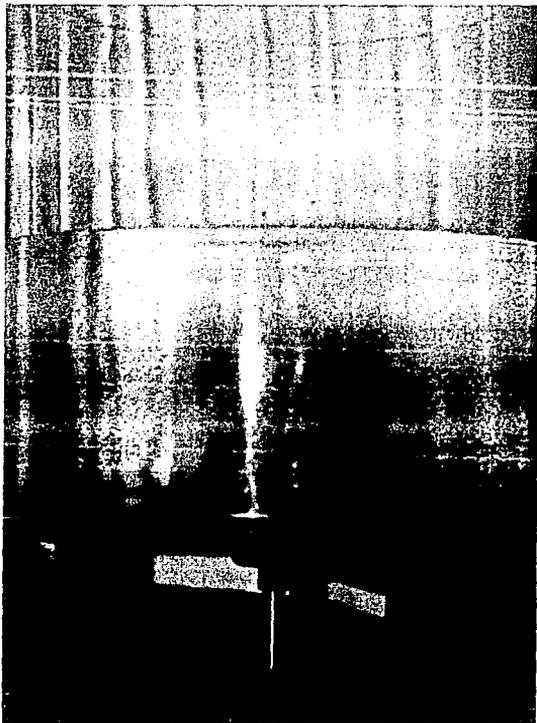


Foto 26.

Se observa como el colorante en el centro permanece concentrado formando un cilindro circular y en la periferia se diluye.

#### 4.1.6 Configuración Vórtice3.

En este caso, la similitud se basó en la profundidad de la depresión, la que se observa en las fotos 26 y 30. En el modelo ésta mide 1 cm y en el prototipo 2.9 cm, fotos 27 y 29.

Cabe mencionar que el diámetro de los círculos formados por el colorante es semejante, tanto en modelo como en prototipo, sin importar que tipo de vórtice sea. Esto coincide con la afirmación de Vastistas (1989) en cuanto a una serie de experimentos

realizados en un recipiente cilíndrico lleno de agua, que revelaron la presencia de un núcleo con diámetro aproximadamente constante. El cual se hizo visible con la ayuda de colorante soluble en agua.



Foto 27. Vista en planta del vórtice3 en el modelo. Por la velocidad del obturador de la cámara y dado que no se presentan ondas, da la impresión de que el fluido está en reposo.

$Y_e = 7.0$  cm  
 $Y_d = 7.1$  cm  
 $\omega_d = 131$  rpm  
 $\eta = 1.0$  cm

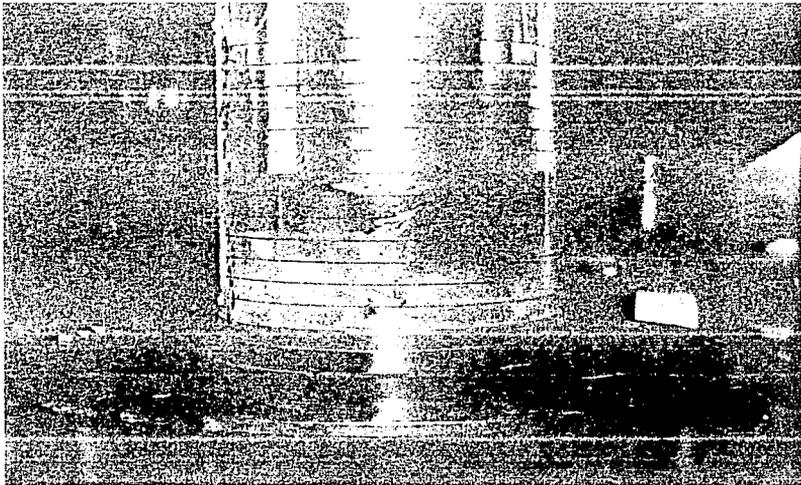


Foto 28. Obsérvese la depresión del vórtice<sup>3</sup> en el modelo.

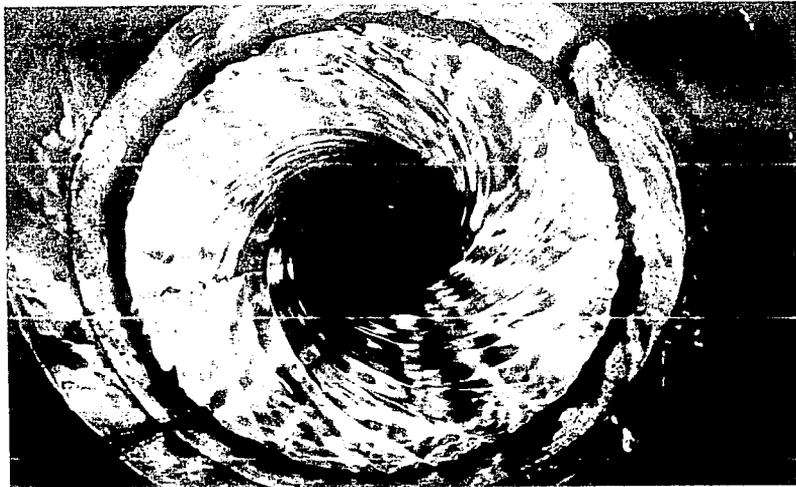


Foto 29. Vista en planta del vórtice<sup>3</sup> en prototipo. Las ondas que se aprecian son debidas a la presencia de una depresión importante en el centro.

$Y_e = 20.0$  cm  
 $Y_d = 20.8$  cm  
 $\omega_d = 84$  rpm  
 $\eta = 2.9$  cm

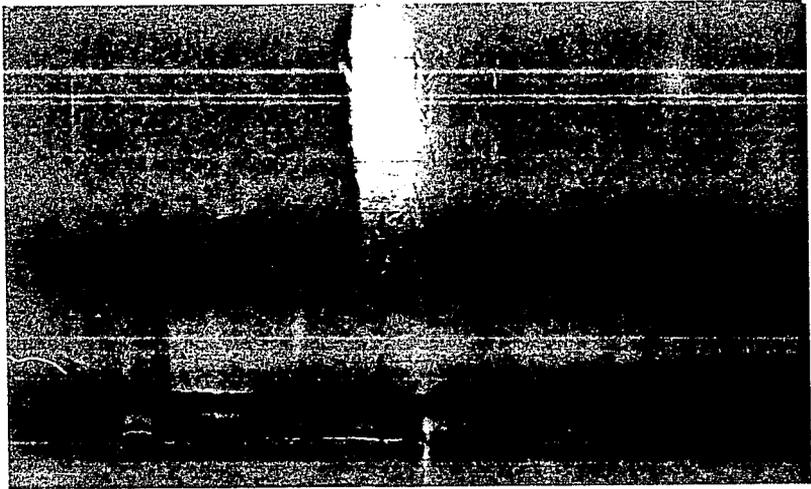


Foto 30. Aquí se observa la magnitud de la depresión del vórtice3.

#### 4.2 Resultados de la mediciones.

A continuación se presenta la tabla 5 que es un resumen de las variables medidas y los parámetros calculados, para ambas instalaciones.

TABLA 5

Configuración	MODELO						$\nu$	$\rho$
	$Y_e$	$Y_d$	$w_d$	$w_a$	$w_c$	T		
Alfa	2.8	4.0	274	--	87	17.6	$1.071 \times 10^{-6}$	101.765
Beta	1.7	3.7	320	128	--	19.0	$1.030 \times 10^{-6}$	101.725
Gama	3.1	4.4	216	--	85	18.5	$1.040 \times 10^{-6}$	101.739
Vórtice1	7.0	7.0	36	5	--	18.4	$1.047 \times 10^{-6}$	101.742
Vórtice2	7.0	7.0	52	12	--	18.1	$1.060 \times 10^{-6}$	101.752
Vórtice3	7.0	7.1	131	120	--	17.7	$1.070 \times 10^{-6}$	101.762

$\sigma$	IF	IR	IH	foto(s) #
$7.4636 \times 10^{-5}$	3.21	75032.7	40.90	13
$7.4400 \times 10^{-5}$	3.42	84237.9	60.06	16
$7.4500 \times 10^{-5}$	2.41	66930.8	38.78	19
$7.4500 \times 10^{-5}$	0.32	17643.7	8.16	21
$7.4600 \times 10^{-5}$	0.46	24962.3	11.68	24
$7.4500 \times 10^{-5}$	1.16	63634.6	29.86	27, 28

PROTOTIPO

Configuración	Ye	Yd	wd	wa	wc	T	$\nu$	$\rho$
Alfa	8.3	12.8	164	62	51	16.6	$1.100 \times 10^{-6}$	101.793
Beta	4.8	10.6	214	73	--	19.0	$1.030 \times 10^{-6}$	101.725
Gama	8.9	11.9	119	47	48	17.5	$1.070 \times 10^{-6}$	101.768
Vértice1	20.0	20.0	21	6	--	18.0	$1.060 \times 10^{-6}$	101.755
Vértice2	20.0	20.2	35	9	--	17.4	$1.080 \times 10^{-6}$	101.771
Vértice3	20.0	20.8	84	23	--	18.8	$1.040 \times 10^{-6}$	101.732

$\sigma$	IF	IR	IH	foto(s) #
$7.4776 \times 10^{-5}$	3.10	400290.9	143.60	14, 15
$7.4400 \times 10^{-5}$	4.39	461048.5	170.51	17
$7.4700 \times 10^{-5}$	2.31	278037.4	100.66	18, 20
$7.4600 \times 10^{-5}$	0.31	83018.9	22.98	22, 23
$7.4700 \times 10^{-5}$	0.52	137285.2	38.51	25, 26
$7.4600 \times 10^{-5}$	1.23	350000.0	93.20	29, 30

Variable(s)      Unidades

Ye , Yd

cm

wd, wa, wc

rpm

T

°C

(temperatura promedio durante el ensayo)

$\nu$

m<sup>2</sup>/s

$\rho$

kgf \* s<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>

COMPARACION MODELO-PROTOTIPO

Configuración	$\frac{F_p}{F_m}$	$\frac{R_p}{R_m}$	$\frac{H_p}{H_m}$	$\Delta Y_m$	$\Delta Y_p$	$\frac{\omega_{dm}}{\omega_{dp}}$	$\frac{\omega_{am}}{\omega_{ap}}$	$\frac{\omega_{cm}}{\omega_{cp}}$
Alfa	0.96	5.3	3.1	42.8	54.2	1.67	--	1.71
Beta	1.28	5.5	2.8	117.6	120.8	1.50	1.75	--
Gama	0.96	4.2	2.6	41.9	33.7	1.82	--	1.77
Vórtice1	0.98	4.7	2.8	0.0	0.0	1.70	0.80	--
Vórtice2	1.13	5.5	3.3	0.0	1.0	1.50	1.30	--
Vórtice3	1.06	5.5	3.1	1.4	4.0	1.60	5.20	--

Nota:  $\Delta Y_{m,p} = \frac{Y_d - Y_e}{Y_e} * 100$  (4)

## CAPITULO CINCO

### INFLUENCIA DEL NUMERO DE FROUDE EN EL FENOMENO.

De los resultados obtenidos en el capitulo anterior el más importante fue que  $F_e \approx 1$ ; esto coincide con lo que se presenta en la tabla 2, donde se observa que en muchos proyectos se utilizó esta condición como parámetro de modelación.

El que  $F_e = 1$  significa que el  $F_p$  y  $F_m$  son iguales y cuando se utiliza esta ley es que la fuerza predominante en el fenómeno es la de peso propio o gravedad. Por otro lado se observa que el cumplir con  $F_e = 1$  implica que  $V_e = \sqrt{L_e}$ , igualdad que satisfacen los cálculos realizados. Por otra parte partiendo de la definición del número de Froude

$$F = \frac{v}{\sqrt{g L}}$$

donde

$$v = \omega_d * r$$

$$L = Y_d$$

r,  $Y_d$  = longitudes ( $L_m$  o  $L_p$ )

$$F_m = \frac{\omega_m * L_m}{\sqrt{g_m * L_m}} = F_p = \frac{\omega_p * L_p}{\sqrt{g_p * L_p}} \quad \text{ó}$$

$$F_e = \frac{F_p}{F_m} = \frac{\omega_p * L_p}{\sqrt{g_p * L_p}} * \frac{\sqrt{g_m * L_m}}{\omega_m * L_m} = \frac{\omega_e * L_e}{\sqrt{g_e * L_e}}$$

como r es el radio del disco en la instalación respectiva y el cociente de éstos representa la escala de líneas. Considerando que la gravedad es la misma para modelo y prototipo  $g_e = 1$  y se recuerda que  $\frac{L_p}{L_m} = L_e = 2.86$  se tiene

$$\omega_m = \frac{2.86 \times \omega_p}{\sqrt{2.86}} \rightarrow \frac{\omega_m}{\omega_p} = \frac{2.86}{\sqrt{2.86}} = 1.70$$

relación que se conserva en la mayoría de los cocientes de velocidad presentados en la tabla 5.

Por último, para conocer la relación entre  $Y_d$  y  $\eta$  se hizo un ensayo con agua tanto en modelo como en prototipo. Este consistió en fijar una velocidad angular del disco y medir la depresión para diferentes tirantes dinámicos. Lo anterior se hizo con dos velocidades en prototipo ( $\omega_d = 101$  y  $196$  rpm) y una en modelo ( $\omega_d = 324$  rpm). Se observó que entre mayor fuera el tirante menor era la depresión. Se calcularon dos números de Froude distintos, uno donde  $L = Y_d$  y otro donde  $L = \eta$  para ver cual era el mejor al escalar el fenómeno.

Además se sacó agua de la instalación mientras funcionaba el motor, haciendo un sifón con un tubo colocado en el centro de la depresión. Lo que se observó fue que en cuanto empezaba a salir agua del sifón, la profundidad de la depresión aumentaba, llegando inclusive a descubrir el disco y romper el sifón. Por otro lado, si se suspendía la succión, la profundidad de la depresión disminuía rápidamente, fotos 31 y 32.

Al sacar una cantidad de agua -pequeño porcentaje respecto al volumen total- se facilita la formación del vórtice, esto parece indicar que las partículas que se encuentran en la superficie dentro del núcleo del vórtice, no pueden bajar pues las partículas debajo de ellas se lo impiden, pero al "crear" espacio por medio de la extracción de agua aquellas partículas pueden moverse.

En las obras de toma tanto de bombas como de hidroeléctricas

ocurre algo semejante, el vórtice surge al existir circulación, esto es se forman líneas de corriente convergentes a un punto que concentran la rotación de las partículas formándose el vórtice.



+  
Foto 31  
Vista lateral del modelo  
donde se observa la gran  
profundidad de la depresión  
lograda al sacarle agua por  
el centro con un tubo de  
vidrio mientras el disco  
gira.  
 $Y_d = 15.4 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 360 \text{ rpm}$   
 $Q_{\text{extraído}} \approx 1 \text{ lt/min}$



Foto 32. Vista lateral del prototipo donde se observa la depresión más profunda que se logró al sacar agua por el centro, usando un tubo de PVC cuya punta se nota cerca de la tuerca mientras el disco gira.

$Y_d = 19.9$  cm  
 $\omega_d = 101$  rpm  
 $\eta = 13.9$  cm

## CAPITULO SEIS

### EFEECTO DE LA VISCOSIDAD DEL FLUIDO EN EL FENOMENO

Para observar los efectos que produce un cambio en la viscosidad del fluido en el comportamiento de un vórtice, se utilizaron agua, glicerina y dos mezclas de glicerina con agua: una de 50% glicerina 50% agua y otra de 40% glicerina 60% agua, ambas referidas en volumen. La viscosidad de estos fluidos fue medida con un viscosímetro de Ostwald, ver Apéndice A.

Para los ensayos con los fluidos arriba mencionados, se utilizó, en el modelo un solo tirante: 4.5 cm, y en el prototipo tres cuyos valores fueron: 4.5, 9.0 y 14.3 cm. Esto permitió comparar el comportamiento del fluido en ambas instalaciones desde dos puntos de vista:

- a) usando el mismo tirante (4.5 cm) en ambas.
- b) respetando la escala de líneas 1:2.86, con un tirante de 4.5 cm en el modelo y uno de 14.3 cm en el prototipo.

A continuación se hace una descripción de los ensayos realizados.

#### 6.1 Ensayos con Glicerina.

En el modelo se probaron un tirante muy pequeño (1 cm), otro muy grande (21.3 cm) y un tercero de 4.5 cm. Con el tirante pequeño se observó que el centro del disco se descubre fácilmente, y el fluido forma un anillo cuya superficie se aprecia en extremo lisa, foto 31. En tanto que para el máximo tirante que permite el recipiente, existe una velocidad límite para el fluido, dado que solo se presenta movimiento giratorio hasta aproximadamente  $\frac{4}{5}$  del tirante dinámico, el resto del fluido permanece en reposo. A

modo de establecer una comparación, se presenta la foto 34 la cual muestra al modelo trabajando con un tirante y velocidad semejantes pero con agua que es un fluido quinientas veces menos viscoso. fotos 35, 36 y 37.

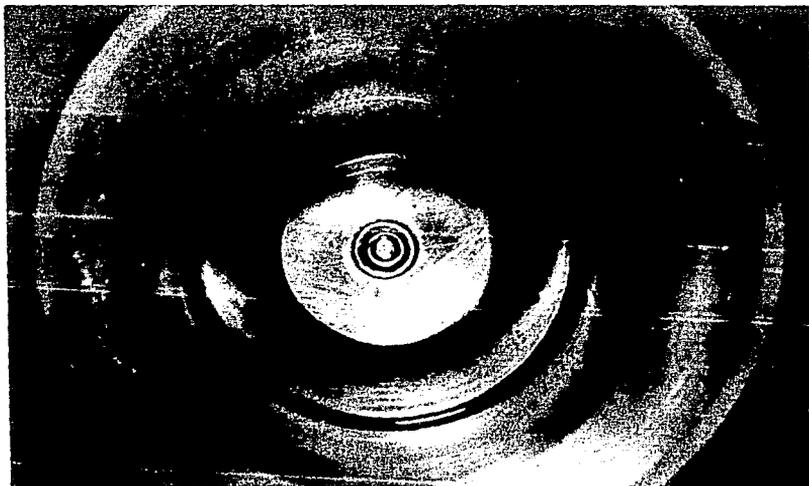


Foto 33. Vista por arriba del modelo. Al usar como fluido glicerina, se observa la formación de un anillo y se nota la ausencia de ondas superficiales.

$Y_0 = 1.0$  cm  
 $Y_d = 1.9$  cm  
 $\omega_d = 165$  rpm



+  
Foto 34.  
Modelo trabajando con  
agua. La profundidad  
de la depresión es  
bastante inestable.  
 $Y_e = 20.5 \text{ cm}$   
 $Y_d = 20.9 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 384 \text{ rpm}$   
 $\eta_{min} = 3.37 \text{ cm}$

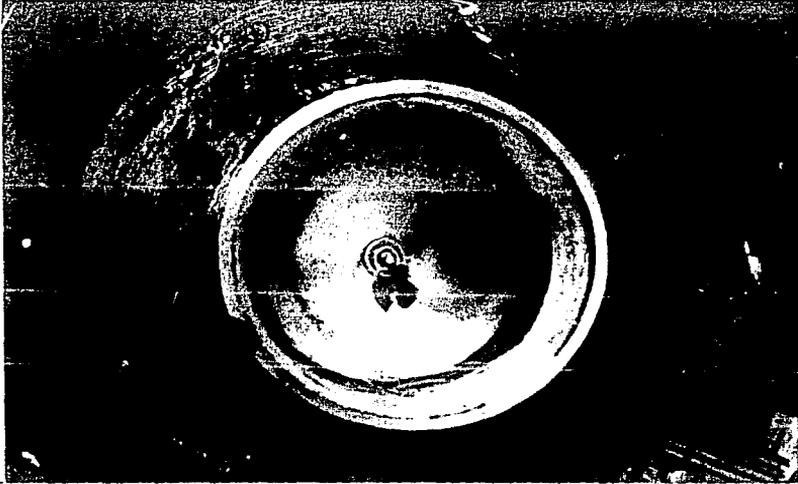


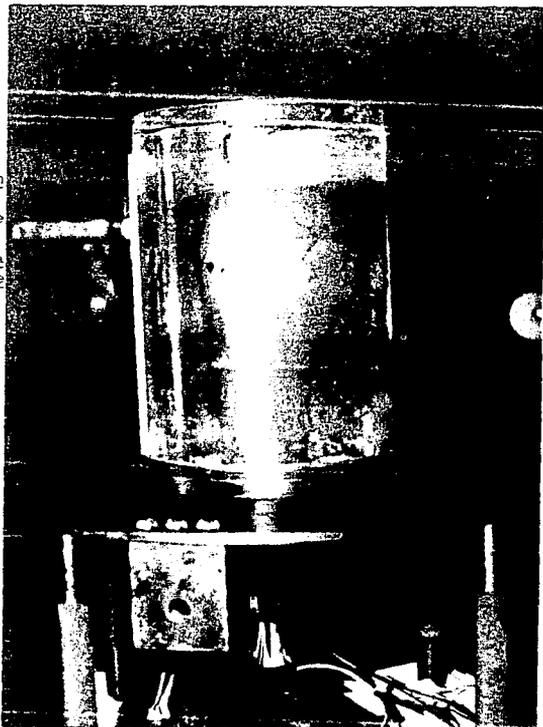
Foto 35. Modelo trabajando con glicerina. Obsér-  $Y_e = Y_d = 21.3$  cm  
vese el anillo de burbujas en el fondo.  $\omega d = 235$  rpm



←  
Foto 36.  
Vista lateral en el modelo. Al inyectar colorante en la glicerina, éste baja en forma de hilo y se diluye donde existe movimiento. Nótese la diferencia con el comportamiento del agua, ver foto 34.

Foto 37.

Se observa que el colorante se disemina hasta la altura donde el fluido se encuentra en movimiento. La zona transparente señala la zona donde la glicerina está en reposo.



Con el tirante estático de 4.5 cm se observó la formación de un toroide dentro del líquido, al oscilar la velocidad del disco entre las 50 y 100 rpm, así como el poco crecimiento de la depresión debido a la alta viscosidad, además de la presencia de un anillo de burbujas que se conservó estable a dos centímetros del fondo, fotos 38 y 39.

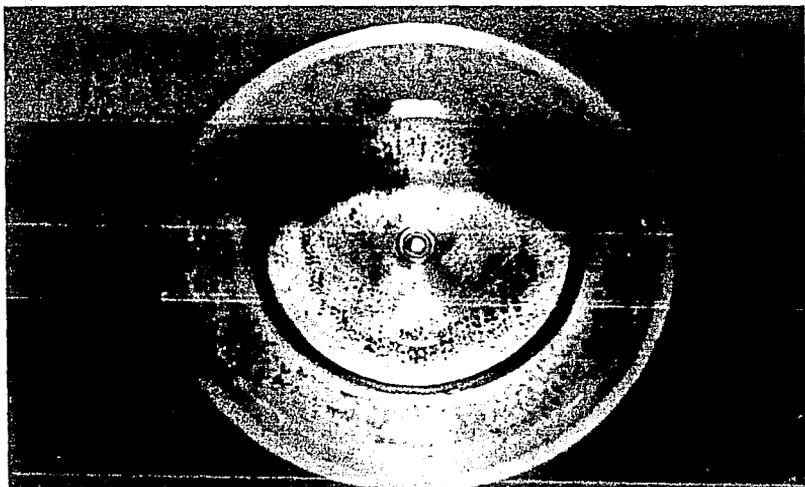


Foto 36. A pesar de que la depresión es significativa, todo indica en esta vista por arriba, que la superficie libre es horizontal.

$Y_e = 4.5$  cm  
 $Y_d = 4.9$  cm  
 $\omega d = 222$  rpm  
 $\gamma = 2.45$  cm



Foto 39. No obstante la velocidad tan alta y el tirante relativamente bajo, la depresión de este vórtice generado con glicerina en el modelo no llega al fondo.

En el prototipo, dadas sus dimensiones y la viscosidad del fluido utilizado, no fue posible ensayar con un tirante estático mayor de 4.5 cm, ni con una velocidad del disco mayor de 30 rpm, a pesar de utilizar poleas dentadas pues se llegó al límite tanto en la potencia del motor como en la capacidad de transmisión de la banda. Debido a las bajas velocidades, se puede asegurar que en este ensayo siempre se trabajó en régimen subcrítico y con flujo laminar. Lo único que se observó fue una depresión poco profunda en el centro.

#### 6.2 Ensayos con 50% Glicerina 50% Agua.

Con el tirante estático de 4.5 cm en el modelo puede

mencionarse como observación importante la presencia de un vórtice de dos centros que resultó el más estable, parecido al de la foto 13.

Para el prototipo fueron ensayados dos tirantes estáticos. Uno de 4.5 cm, cuyo comportamiento en términos generales es semejante al del agua para este mismo tirante. Sin embargo es obvio que la viscosidad incide de manera importante y hace que el comportamiento cambie de un fluido a otro, un ejemplo de esto se ve en la foto 40 en la que se observa que las ondas forman una configuración distinta a la que se presentó cuando se utilizó agua, ver foto 3. En las fotos 40, 41 y 42 se muestra parte del comportamiento del fluido al incrementar la velocidad del disco.

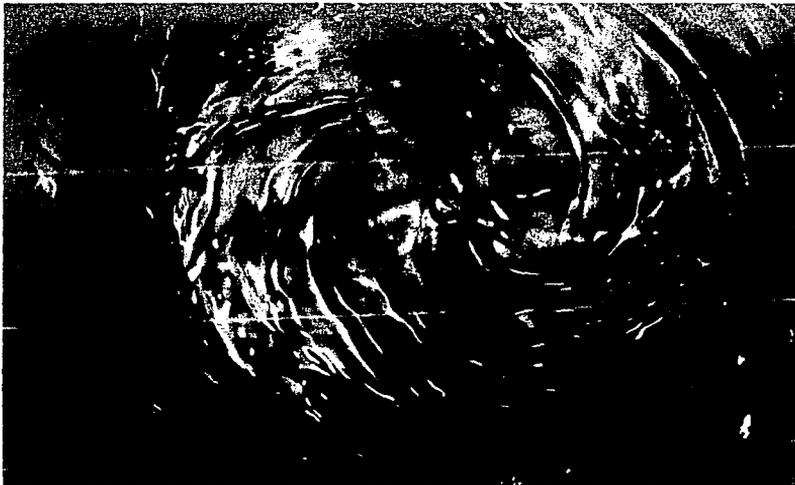


Foto 40. Al usar como fluido una mezcla de 50% gli  
50% agua, el vórtice generado denota ondas  
"quebradas" que convergen hacia el centro.

$Y_e = 4.5$  cm  
 $Y_d = 5.8$  cm  
 $\omega_d = 60$  rpm  
 $\eta = 4.1$  cm



Foto 41. Aquí puede verse como el disco en su parte central se descubre, sin que el fluido forme una geometría definida.

$Y_e = 4.5 \text{ cm}$   
 $Y_d = 6.9 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 89 \text{ rpm}$



Foto 42. Como se muestra en esta vista desde arriba  $Y_e = 4.5$  cm  
con la mezcla 50% gli 50% agua, se forma una  $Y_d = 8.0$  cm  
geometría triangular además del fenómeno de  $\omega = 128$  rpm  
cleaje sobre el perímetro de la configuración.

El segundo tirante utilizado fue de 14.5 cm, donde se observó lo siguiente: con 65 rpm del disco la superficie del líquido es lisa, sin embargo existe la tendencia a formarse un vórtice en espiral, mismo que se hace estable al dar 20 rpm más al disco. Posteriormente, con una velocidad mayor -128 rpm- aparece el vórtice con los dos centros y el núcleo se vuelve muy profundo. Finalmente, con una velocidad suficiente para que el fondo se descubra, se forma una elipse.

### 6.3 Ensayos con 40% Glicerina 60% Agua.

En el modelo, con el tirante estático de 4.5 cm, se observó que, mientras el disco no se descubría, la depresión era inestable, aumentaba o disminuía su profundidad aún cuando no se

variaba la velocidad. Aunado a lo anterior el núcleo del vórtice es circular hasta una velocidad del disco de 180 rpm; para velocidades mayores el núcleo toma formas caprichosas.

Respecto al prototipo se realizaron ensayos con tres distintos tirantes. Para 4.5 cm, son pocas las geometrías bien definidas que se forman. Como era de esperarse su comportamiento es más semejante al de la mezcla 50% glicerina 50% agua que al del agua. En las fotos 43 a 47 se puede observar de manera bastante precisa la evolución de este vórtice al incrementar la velocidad angular del disco.



Foto 43. El incremento en la viscosidad origina que las ondas sean "quebradas". Aquí se nota la presencia de dos centros.

$Y_0 = 4.5$  cm  
 $Y_d = 5.9$  cm  
 $\omega_d = 65$  rpm  
 $\eta = 3.95$  cm



Foto 44. En esta vista por arriba se aprecia como el centro del disco comienza a descubrirse y la periferia se empieza a volver turbulenta.

$Y_e = 4.5$  cm  
 $Y_d = 6.6$  cm  
 $\omega_d = 84$  rpm

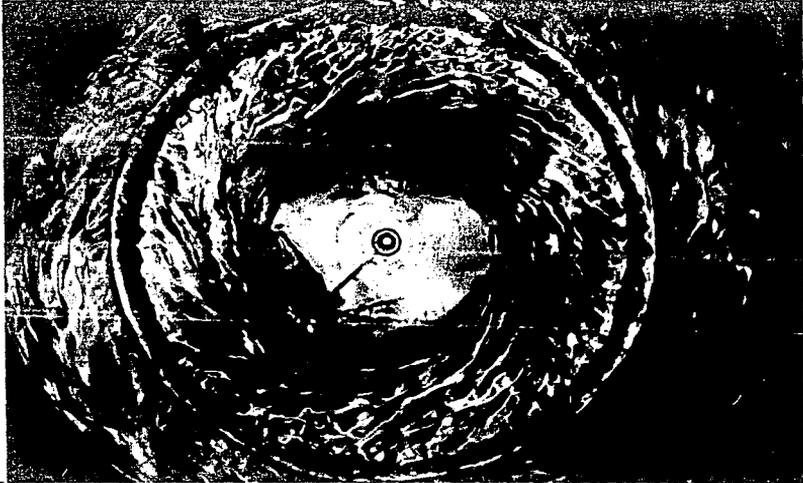


Foto 48. El vórtice generado con 40% gli 60% agua muestra una configuración parecida a un cuadrilátero de forma irregular.

$Y_e = 4.5$  cm  
 $Y_d = 7.6$  cm  
 $\omega_d = 105$  rpm



Foto 46. Vista en planta. Aquí se muestra un triángulo más o menos bien definido, debido a la velocidad del disco, la turbulencia crece.

$Y_0 = 4.5$  cm  
 $Y_d = 7.7$  cm  
 $\omega_d = 121$  rpm

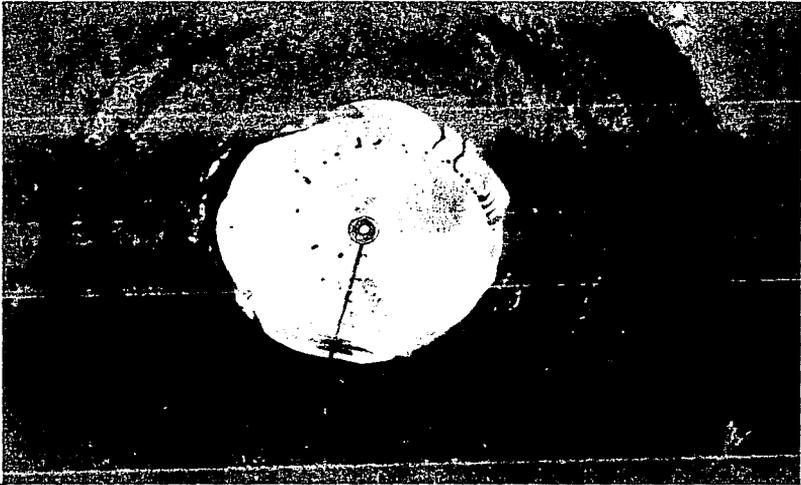


Foto 47. Con una velocidad bastante alta se forma una configuración poligonal que tiende a ser un círculo.

$Y_e = 4.5 \text{ cm}$   
 $Y_d = 9.5 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 186 \text{ rpm}$

Usando un tirante de 9.0 cm, la depresión nuevamente presentó un comportamiento inestable, al ser la velocidad del disco mayor de 90 rpm. Las fotos 48, 49 y 50 muestran parte de a evolución del proceso.

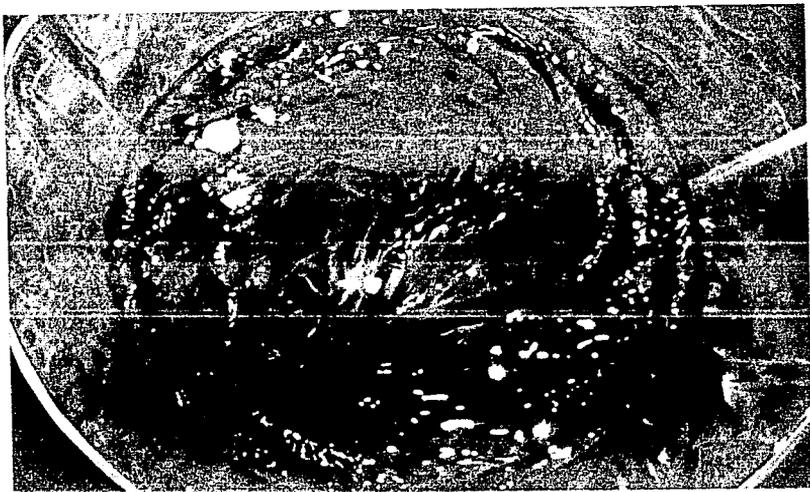


Foto 48. Se puede apreciar la configuración que es más frecuente; los dos centros son evidentes. En el ángulo superior izquierdo se distingue un flotador.

$Y_e = 9.0$  cm  
 $Y_d = 10.2$  cm  
 $\omega_d = 74$  rpm  
 $\eta = 5.06$  cm

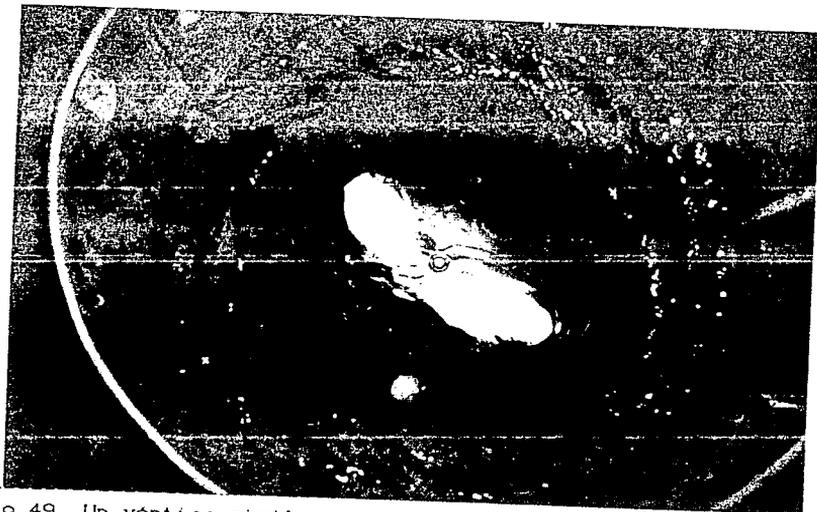


Foto 49. Un vórtice similar al de la configuración alfa se presenta al usar la mezcla 40% gli 60% agua.

$Y_e = 9.0 \text{ cm}$   
 $Y_d = 13.5 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 183 \text{ rpm}$

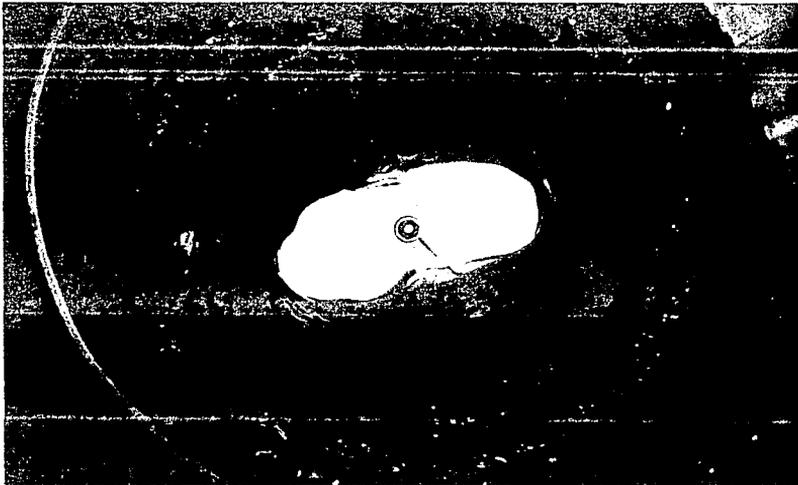


Foto 50. Al incrementar la velocidad angular del disco la geometría, en términos generales se conserva. Sin embargo hay que destacar que se tiene un incremento en la profundidad de la depresión con respecto a la mostrada en la foto 49.

$Y_e = 9.0$ cm
$Y_d = 14.4$ cm
$\omega d = 216$ rpm

Para un tirante estático de 14.3 cm. lo más importante que se presentó fue la variación de la magnitud de la depresión: con una velocidad angular del disco de 160 rpm ella se encuentra muy cerca del fondo, al aumentar a 177 rpm el fondo se descubre, sin embargo para una velocidad de 205 rpm, la depresión disminuye y el fluido cubre nuevamente el disco. Así mismo al principio del experimento se presentó un vórtice en espiral, configuración que con pequeñas variantes fue observada en todos los fluidos. Con una velocidad muy alta -237rpm- se presentó una configuración en la que se distinguen dos elipses simultáneas, una mayor que la otra, con la particularidad de que el eje mayor de la pequeña corresponde al

eje menor de la grande. Cabe señalar que dichas elipses no se encuentran en el mismo plano. Las fotos 49, 50 y 51 muestran parte de la secuencia de este proceso.

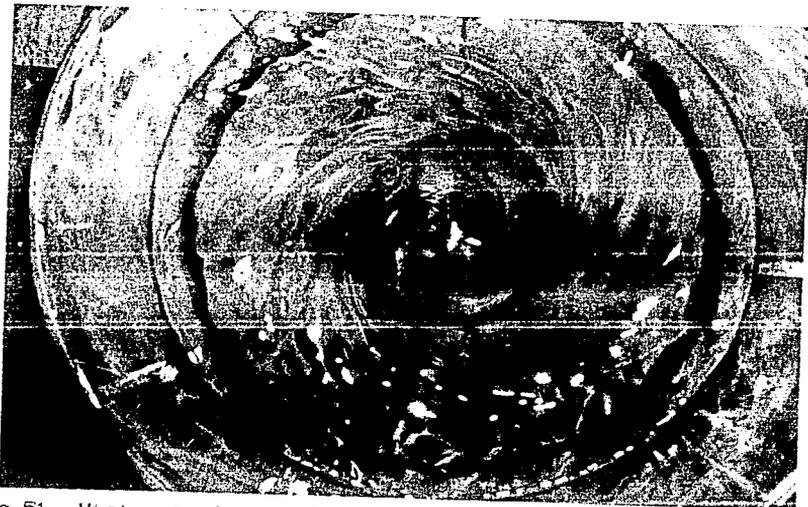


Foto 51. Vista en planta. El círculo azul marino se-  
para la zona rotacional de la irrotacional.  
Puede verse, una vez más, el vórtice en  
espiral.

$Y_e = 14.3$  cm  
 $Y_d = 16.0$  cm  
 $\omega_d = 105$  rpm  
 $\eta = 6.75$  cm

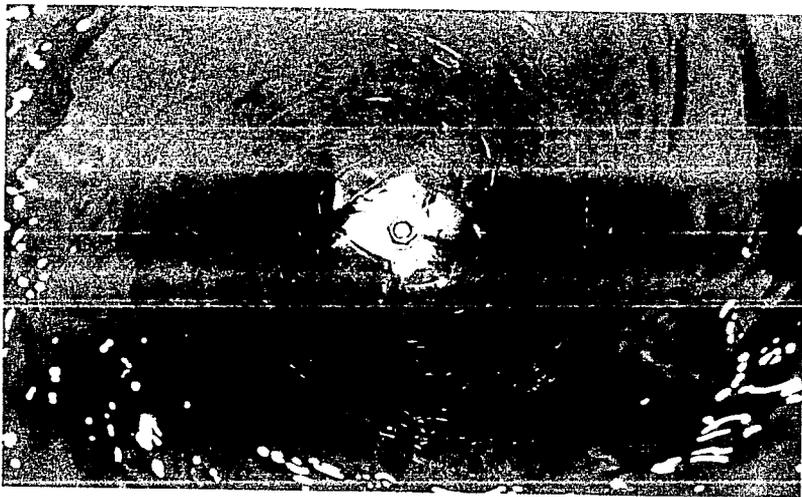


Foto 52. Al comenzar a descubrirse el disco, utilizando como fluido 40% gli 60% agua, se puede apreciar en forma muy tenue, sobre el fondo, una "flor de cinco pétalos".

$Y_e = 14.3$  cm  
 $Y_d = 18.0$  cm  
 $\omega_d = 175$  rpm  
 $\eta = 16.2$  cm

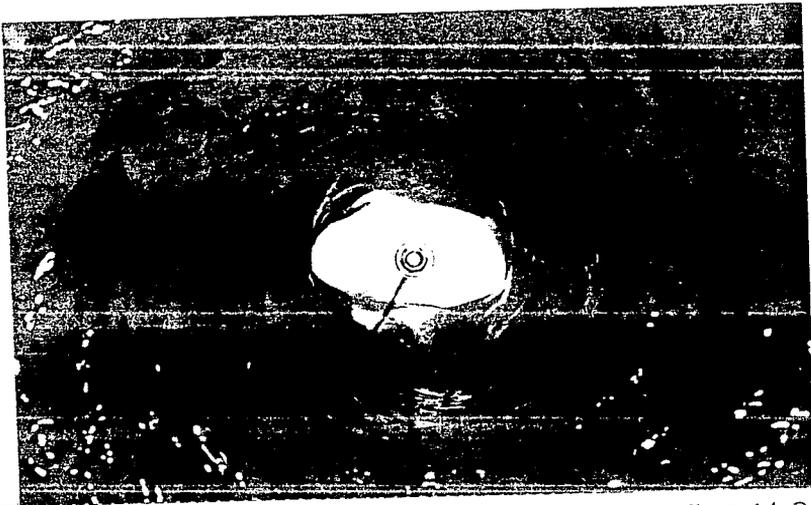


Foto 53. En esta vista en planta se aprecian las dos elipses superpuestas y perpendiculares entre sí.

$Y_e = 14.3$  cm  
 $Y_d = 19.0$  cm  
 $\omega_d = 237$  rpm

#### 6.4 Ensayos con agua.

Finalmente, en el modelo se ensayó con un tirante de 4.5 cm. Con este tirante sólo se observó que la forma de la depresión variaba entre circular y elíptica, dependiendo de la velocidad angular del disco, foto 54.

En el prototipo los ensayos se hicieron con tres tirantes: 4.5, 9.0 y 14.3 cm. Las observaciones hechas al trabajar con el primer tirante ya fueron comentadas en el capítulo tres.

Al ensayar con el segundo tirante, se presentaron tres configuraciones. Para una misma velocidad angular del disco, cercana a las 100 rpm, se formaban de manera alternada dos vórtices, uno de un centro y el otro de dos centros, con el primero aumentaba la profundidad de la depresión y disminuía con

el segundo. Es importante señalar que se presentó una configuración semejante a la triada descrita en el capítulo tres para una velocidad del disco de 178 rpm. Como se observa en la foto 55.

Con el tirante de 14.3 cm nuevamente se presenta la espiral cuando la velocidad angular del disco es de 80 rpm; al aumentar ésta a 117 rpm, aparece el vórtice de dos centros aunque la espiral sigue presentándose. Esta desaparece cuando la velocidad es de 135 rpm. Hay que destacar que se presenta un fenómeno curioso, al tener una velocidad de 170 rpm el vórtice de dos centros se vuelve inestable, mas adelante los centros se acercan y alejan entre sí y cuando la velocidad es de 192 rpm, la forma del vórtice parece una elipse que se acorta y alarga.

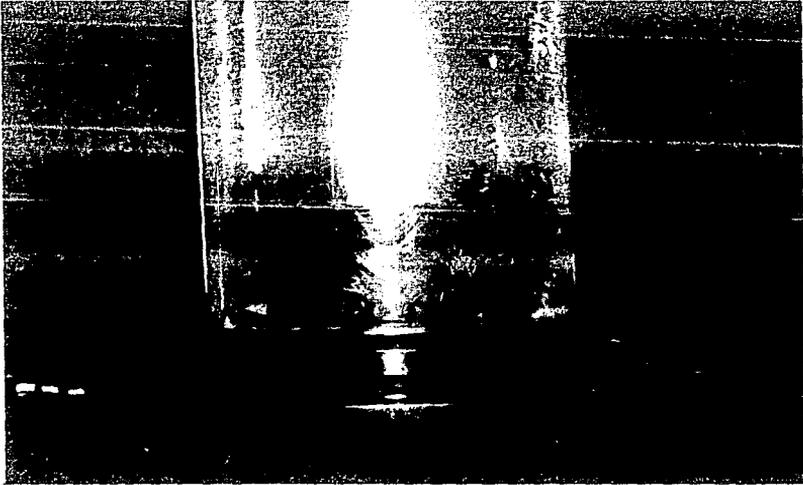


Foto 54. Vista lateral del modelo trabajando con agua. La forma de la depresión es muy semejante a una parábola.

$Y_e = 4.5$  cm  
 $Y_d = 1.7$  cm  
 $\omega_d = 109$  rpm  
 $\eta = 1.01$  cm

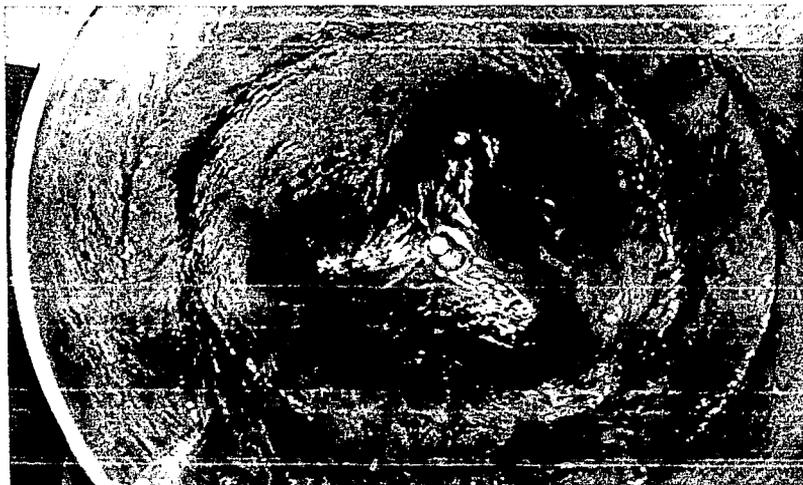


Foto 55. En esta vista en planta se observa, con la ayuda del colorante, una configuración semejante a la triada, ver cap.3

$Y_e = 9.0 \text{ cm}$   
 $Y_d = 15.4 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 178 \text{ rpm}$   
 $\eta = 14.01 \text{ cm}$

### 6.5 Estimación de la velocidad angular del fluido.

Un último experimento hecho con las mezclas y el agua, fue comparar la velocidad angular del disco contra la del fluido. Para hacer esto se llenó un flotador esférico con el fluido utilizado y se introdujo en el prototipo. Se observó que, para un primer rango, entre más viscoso fuera el fluido, mayor era la velocidad que alcanzaba. Todo indica que la velocidad de las mezclas llega a un límite, en cambio el agua parece no tenerlo, a mayor velocidad del disco, mayor velocidad del agua (dentro del rango que permite el equipo experimental).

Lo anterior indicaría que hasta cierto momento la viscosidad del fluido le permite a este últimomoverse como un cuerpo

sólido y posteriormente pueden ocurrir dos hechos:

1. El esfuerzo cortante entre el disco, las paredes del recipiente y el fluido es de tal magnitud que se frena a éste último impidiéndole aumentar de velocidad.
2. La instalación funciona a su máxima potencia de trabajo, por lo que con un motor de mayor caballaje y otra transmisión sería posible proporcionar mayor movimiento al fluido.

## CAPITULO SIETE

### ENSAYOS ADICIONALES

El presente capítulo tiene por objeto describir algunos de los hechos más relevantes que se presentaron durante todo el proceso de experimentación, y que no fueron mencionados con anterioridad, dado que cada uno de ellos puede proveer de material suficiente para elaborar un trabajo igual o más extenso que el presente. Por otra parte es necesario dejar claro que no se pretende analizar detalladamente esta serie de fenómenos adyacentes, aun cuando se encuentran ligados al tema central de este trabajo.

Los ensayos adicionales fueron practicados todos con agua, tanto en modelo como en prototipo. De acuerdo a las causas que los provocaron, se pueden clasificar en dos tipos:

1. Aquellos que se presentaron en alguna fase de los ensayos descritos en capítulos anteriores.
2. Aquellos que fueron provocados deliberadamente por nosotros.

A continuación se describe cada uno de ellos: los primeros se componen, a su vez, de dos tipos de fenómenos, uno el que ocurre en el prototipo y el segundo en ambas instalaciones. Respecto a los segundos -formados también por dos fenómenos- se presenta uno tanto en modelo como en prototipo y el segundo ocurre sólo en el prototipo.

7.1 Fenómenos que se presentaron en alguna fase de la experimentación.

7.1.1 Configuraciones semejantes con tirante distinto en prototipo.

Aunque existen varias de éstas, aquí solo se presentan tres de ellas. La primera corresponde a la que se identificó en el capítulo tres con el nombre de configuración Espiral. A pesar de ser los tirantes y las velocidades angulares del disco tan distintas, la configuración aparece en ambos casos. La que posee mayor tirante da la impresión de tener una mayor circulación esto se debe por una parte a que en este caso, evidentemente la velocidad del disco es mayor -como lo muestran los datos de la foto 56- y por otra a que la profundidad imprime un mayor vigor visual. foto 57.

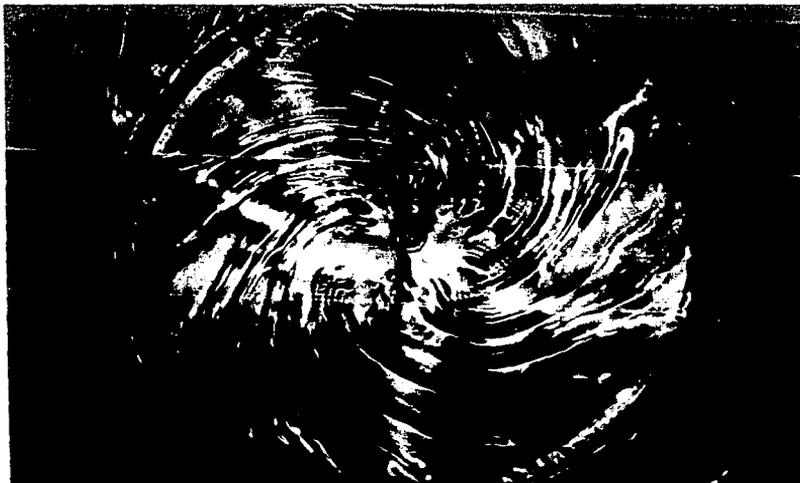


Foto 56. La espiral se forma con ondas que convergen hacia el centro, y en éste puede distinguirse una formación parecida a una flor.

$Y_0 = 4.5$  cm  
 $Y_d = 5.8$  cm  
 $\omega_d = 57$  rpm  
 $\eta = 2.6$  cm



Foto 57. El centro se encuentra bien definido por una mayor concentración de azul de metileno, lo cual ayuda a delinear una figura ya antes presentada.

$Y_e = 20.0$  cm  
 $Y_d = 20.8$  cm  
 $\omega_d = 83.6$  rpm  
 $\eta = 5.4$  cm

En cuanto a la segunda configuración tenemos la que se identificó con el nombre de Alfa en un capítulo anterior. En la primera de estas fotografías se distingue detergente flotando en el centro, esto se hizo para saber si un cambio en la tensión superficial influiría en la dinámica del vórtice. La respuesta es obvia, el fenómeno no se modifica significativamente, como se muestra en la foto 59, ver foto 58.

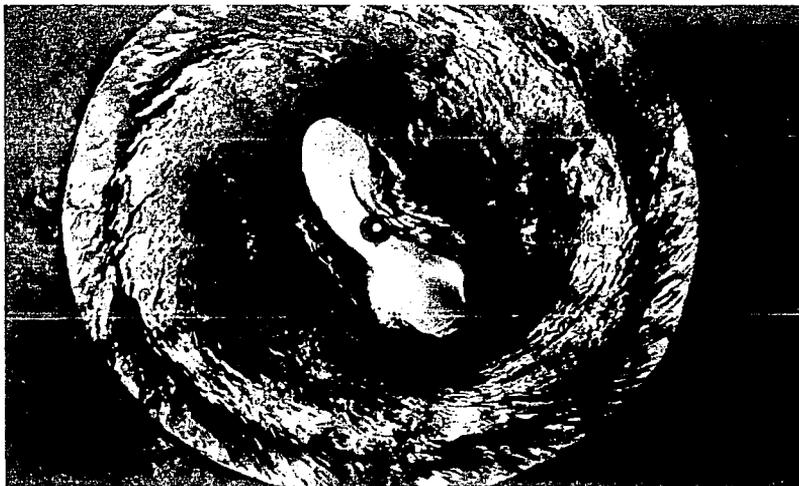


Foto S8. En esta vista por arriba se tiene nuevamente a la configuración alfa.

$Y_e = 6.3 \text{ cm}$   
 $Y_d = 12.8 \text{ cm}$   
 $\omega_d = 164 \text{ rpm}$



Foto 59. El polvo que se ve sobre la configuración  $Y_e = 11.1$  cm es detergente, se usó para saber si ocurría un cambio sustancial al variar la tensión superficial.

La tercera configuración que se presenta es la formación de un triángulo con lados curvos y aristas bastante redondeadas. Esta geometría se presentaba en dos versiones, con el disco descubierto o bien con el disco aun cubierto, ver foto 60 y compararla con la 55.

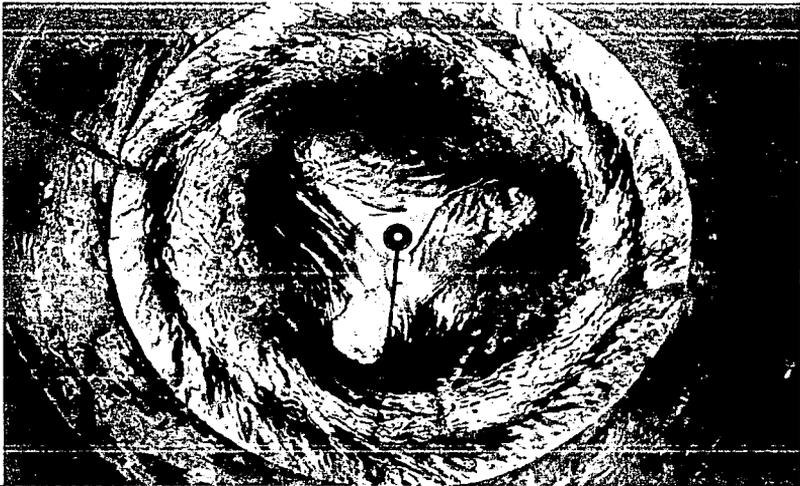


Foto 60. Puede apreciarse de manera clara una geometría triangular formada con agua.

$Y_e = 7.0$  cm  
 $Y_d = 12.9$  cm  
 $\omega_d = 188$  rpm

#### 7.1.2 Delimitación de la zona de transición.

En un vórtice combinado, que no tiene gasto de salida; el núcleo es rotacional y se mueve como un sólido, es decir, la velocidad en él es proporcional al radio. Fuera del núcleo existe una zona irrotacional, y la velocidad en este caso es inversamente proporcional al radio.

Lo anterior fue comprobado mediante flotadores colocados en las dos zonas, y posteriormente se usaron dos colorantes que contrastaran entre sí, uno inyectado en el centro y otro en la periferia, con lo que fue posible delimitar una zona; la zona de transición entre ambas; ésta zona permanece sin colorearse, fotos 61 y 62.

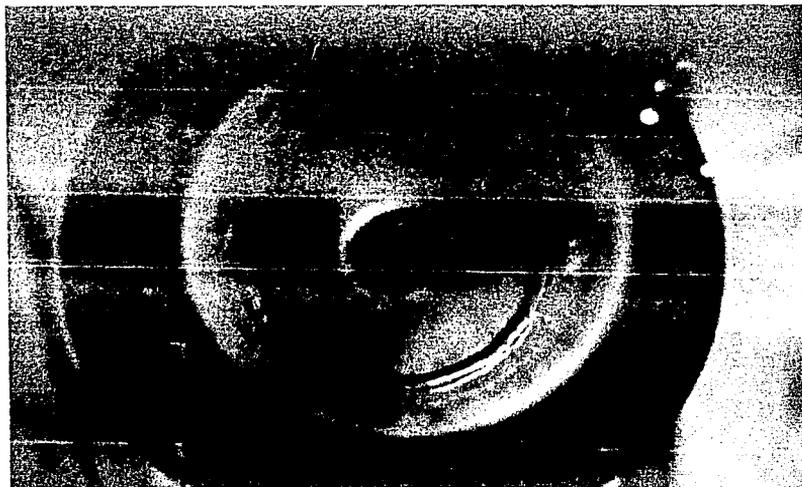


Foto 61. Usando dos colorantes -anilina roja y azul de metileno- es posible distinguir la zona de transición, que es la frontera entre la zona rotacional e irrotacional.

$Y_d = 6.2$  cm  
 $\omega_d = 82$  rpm  
 $R_{\text{rotac}} = 2.3$  cm  
Espesor  $z.t = 0.6$  cm

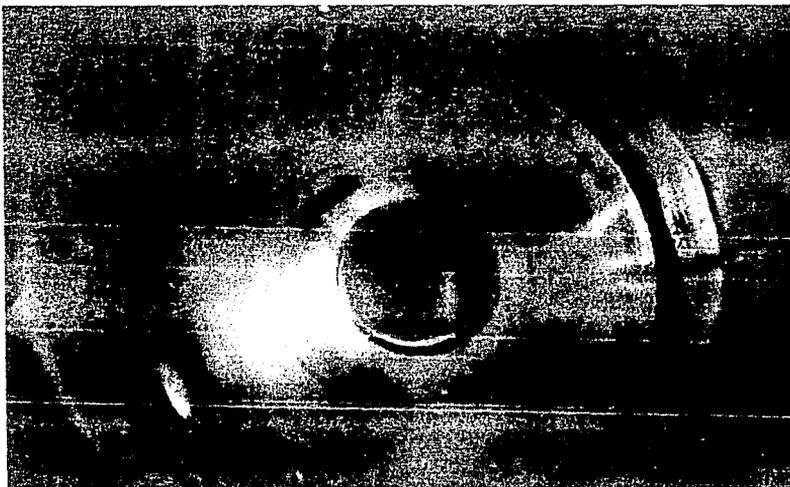


Foto 62. Un poco menos clara que en el modelo.  $Y_d = 7.2$  cm  
(ver foto 61) pero en el prototipo también  $\omega = 52$  rpm  
es posible distinguir la zona de transi-  $R_{nucleo} = 6.4$  cm  
ción, como muestra esta foto.  $\text{Espesor } z.t = 0.9$  cm

## 7.2 Fenómenos provocados.

Fueron generados dos tipos de estos vórtices; el primero de ellos a través del chorro que proporciona el gasto que sale a través de una manguera, misma que fue colocada sobre la pared del recipiente -tanto en el modelo como en el prototipo- y el segundo mediante la extracción de un gasto por medio de un tubo.

### 7.2.1 Generación de vórtices libres con gasto de salida en modelo y prototipo.

Para generar el primero, en ambas instalaciones, se separó el recipiente de lucita y su base de metal, del motor, la transmisión (poleas y banda) y el disco.

Como se nota en las fotos 63 a 68, el núcleo del vórtice libre toma distintos tamaños y formas dependiendo de la magnitud de la circulación y del gasto de salida.

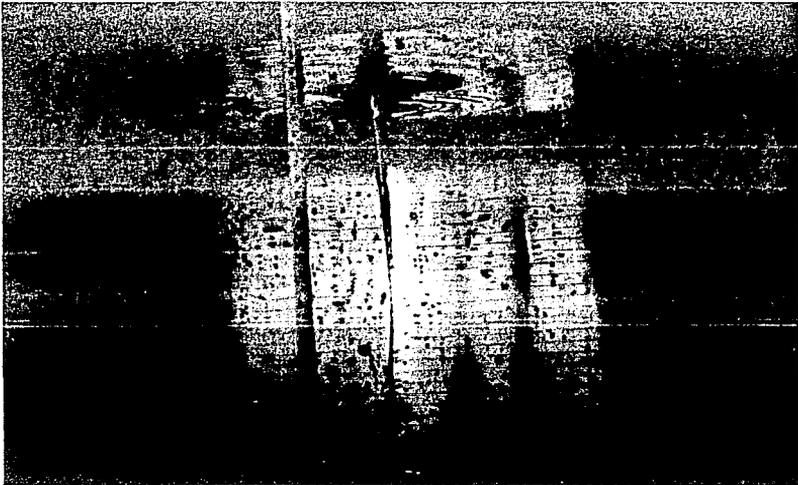


Foto 63. Al restringir casi totalmente el gasto de salida, la parte inferior del vórtice se adelgaza notablemente.

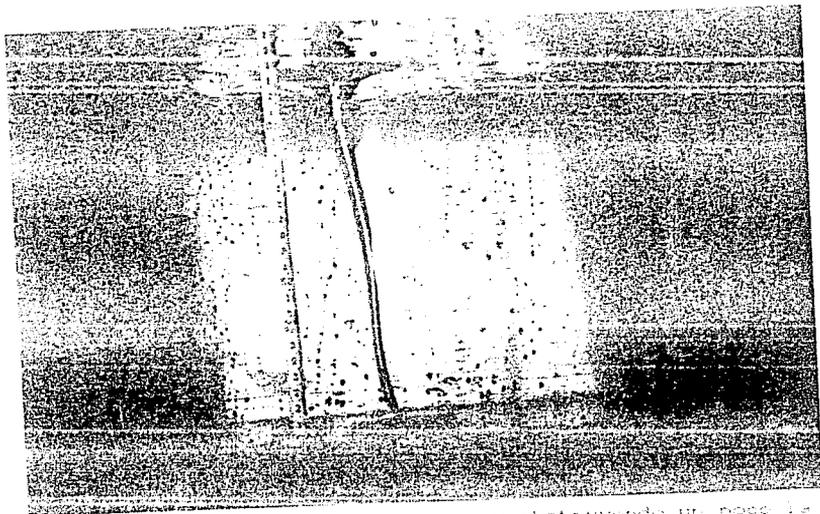


Foto 64. Con una circulación mediana, y obstruyendo un poco la salida del agua por abajo; como se ve en esta vista lateral el eje del vórtice se curva.



Foto 65. Las ondas que se aprecian sobre el perfil de este vórtice se deben probablemente a tensión superficial.



Foto 66.  
Con una circulación media  
na y obstruyendo la salida  
del gaso por abajo, el nú  
cleo de aire permanece in-  
merso en el fluido.

Foto 67  
Con una circulación rela-  
tivamente alta, pero res-  
tringiendo el gasto de  
salida, el núcleo del vór-  
tice es ancho en la super-  
ficie, pero se adelgaza  
notablemente hacia el  
fondo.



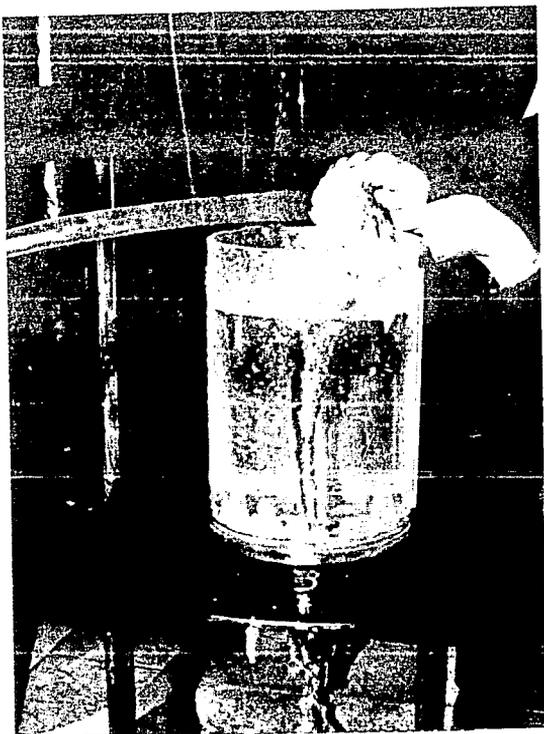


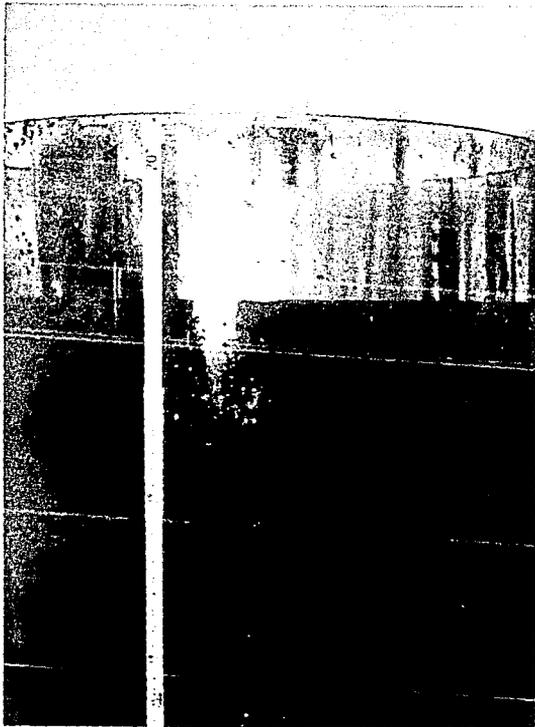
Foto 66.  
Mediante el chorro de la manguera, se incrementa la circulación. Dejándose totalmente libre el orificio del fondo, el núcleo de aire crece al máximo.

En la secuencia de fotos donde aparece el vórtice con colorante -este fue inyectado una parte por abajo y otra por arriba- se observa que el agua coloreada tiende a unirse en el centro y que no se forman cilindros rectos, aunque al unirse y pasados unos momentos, si se logra definir un cilindro de sección circular, fotos 69,70 y 71.



Foto 69  
Vórtice de desagüe en  
prototipo, obérvase la  
separación entre los  
colorantes, inyectados  
por arriba y por abajo

Foto 70  
El colorante inyectado por arriba y el inyectado por abajo se han movido hacia el centro del recipiente



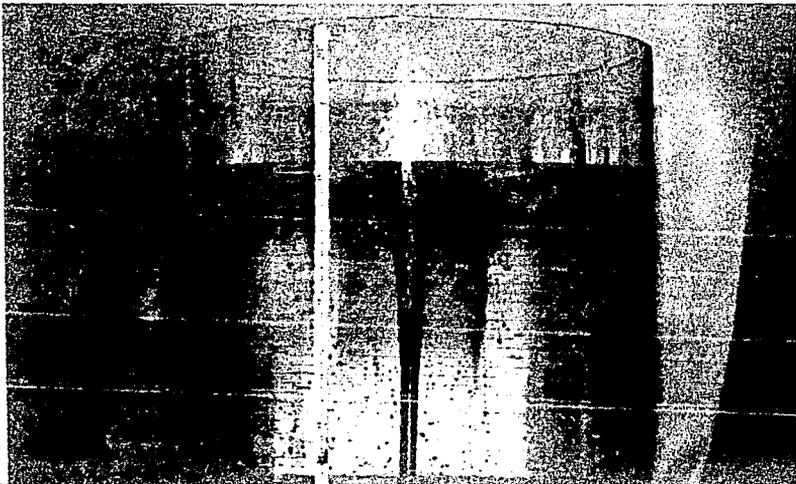


Foto 71. Aquí se aprecia el cilindro recto que se forma cuando se une el colorante inyectado por arriba con el inyectado por abajo. Esto quiere decir que en el núcleo del vórtice hay un movimiento ascendente y otro descendente.

### 7.2.2 Generación de un vórtice mediante succión.

Para concluir este capítulo, se hará mención del vórtice generado mediante la extracción de agua a través de un tubo. Si se llena el prototipo con agua, y se utiliza un sifón para drenarlo, se encuentra que es posible formar un vórtice mediante succión, como se muestra en la figura 8. Entre lo interesante que se puede mencionar de este ensayo, está que ese vórtice sólo se presenta si el tubo incide con un ángulo de aproximadamente  $45^\circ$  en la superficie del agua. Además la terminación del tubo debe ser recta, pues en otra ocasión se usó uno que no la tenía y no fue posible formarlo. Por último hay que mencionar que la presencia del vórtice depende de la sección transversal del tubo, la que a

su vez determina la máxima sumergencia en la que este vórtice puede ser generado, para un mayor diámetro se presenta aun con una sumergencia mayor.

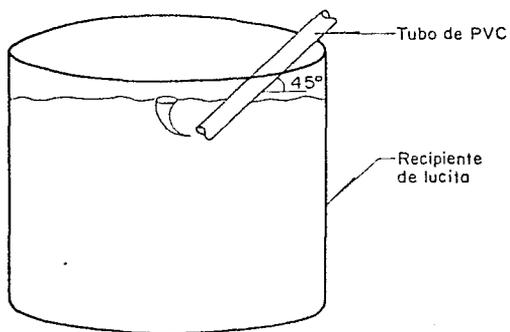


Fig.8 Vórtice generado mediante succión en un recipiente cerrado.

## CAPITULO OCHO

### ANALISIS DE RESULTADOS.

En este capítulo se comentarán los resultados obtenidos a lo largo de todo el proceso experimental. La forma en que éstos serán presentados, es la siguiente:

1. Similitud dinámica en ambas instalaciones.
2. Importancia del número Froude en el fenómeno.
3. Comparación de números adimensionales para las distintas mezclas.
4. Velocidad del fluido en función de la velocidad del disco.

#### 6.1 Configuraciones semejantes en modelo y prototipo utilizando agua.

De las seis configuraciones semejantes entre modelo y prototipo que se lograron utilizando agua como fluido se obtuvo, al dibujar las posibles combinaciones entre los números de  $R$ ,  $F$  y  $W$ , lo siguiente

1. Los números adimensionales asociados a cada configuración conservan el mismo orden tanto en modelo como en prototipo. Lo que indica se conserva una escala de velocidades entre ambas instalaciones.
2. La configuración alfa tiene asociados al  $R$  y al  $W$  más grandes, no así al  $F$ . Debido a la conformación de los dos primeros números, éstos crecen según el producto  $\omega d * Y_d$  y  $\omega d * \sqrt{Y_d}$  respectivamente.
3. La configuración beta tiene asociado al  $F$  más grande, por que dicho número aumenta en la medida en que el  $Y_d$  disminuye y la  $\omega d$

se incrementa.

4. De la configuración vórtice1 a la vórtice3 aumenta el valor de los tres números adimensionales. Esto se debe a que todas tienen el mismo tirante estático, modificándose significativamente la velocidad del disco. y un poco el  $Y_d$ .

5. Las seis configuraciones se presentan en régimen turbulento; el  $R$  asociado a ellas siempre es mayor de 2000.

6. Las configuraciones vórtice1 y vórtice2 se presentan en régimen subcrítico ( $F < 1$ ) y las demás en supercrítico ( $F > 1$ ).

Lo antes citado se observa en las gráficas 1, 2 y 3 y los valores que se utilizaron para dibujarlas aparecen en la tabla 5.

En la gráfica que compara  $R$  contra  $F$  se observa que las configuraciones vórtice1 a vórtice3 se alinean sobre dos rectas, una para el modelo y otra para el prototipo. En el modelo los segmentos de recta que unen a las diferentes configuraciones siempre tienen pendiente positiva. En cambio en el prototipo esto no se cumple para el segmento vórtice3-gama. Todas las pendientes en prototipo son menores que en modelo, excepto la alfa-beta que es casi igual para ambos. Se observa gran coincidencia en los valores de  $F$  y que los valores de los  $R$  del prototipo son cinco veces los del modelo.

En la gráfica que compara  $R$  contra  $W$  se tiene que todos los segmentos de recta tienen mayor pendiente en el modelo que en el prototipo excepto el segmento alfa-gama. Nuevamente hay una sola contrapendiente en el prototipo para el tramo vórtice3-gama mientras el resto tienen pendientes positivas. Aquí se aprecia que los valores del  $W$  en prototipo son el triple de los

del modelo.

En la gráfica que compara  $F$  contra  $\Omega$  se observa que la pendiente de todos los segmentos es positiva. La del segmento alfa-beta es mayor en modelo y las demás son mayores en prototipo. La del segmento vértice3-gama es muy semejante en ambas instalaciones. Se observa que el  $F$  es casi el mismo para cada configuración, excepto la beta, en la que  $F_p = 1.26 * F_m$

### 8.2 Influencia del número de Froude en el fenómeno.

La intención de presentar las gráficas 4 y 5 es mostrar la depresión en función de la velocidad angular del disco y el tirante dinámico. Para hacer lo anterior se tenían dos opciones para calcular el número de Froude, una utilizando la  $\eta$  como variable de ese número, lo que se muestra en la gráfica 4, esto no fue significativo ya que la variable dependiente se encuentra en ambos ejes y los puntos presentan bastante dispersión. En cambio la segunda opción que corresponde a usar el tirante dinámico para calcular el  $F$  fue mejor, como se observa en la gráfica 5, pues la dispersión de puntos es menor y la variable dependiente solo se encuentra en el eje vertical. En esta gráfica además se observa que la recta que se ajusta a las mediciones hechas en el modelo es casi paralela a una de las rectas ajustadas a las mediciones hechas en el prototipo con una  $\omega_d = 196$  rpm. Esto quiere decir que a un cambio igual en  $\eta/Y_d$  corresponde el mismo incremento de  $F(Y_d)$  lo que es significativo pues el cociente de esas velocidades es 1.7, relación que ya se comentó en el capítulo cuatro.

### 8.3 Comparación de números adimensionales para las distintas mezclas.

Como se mencionó en el capítulo cinco, se hicieron mediciones con el objeto de comparar, entre modelo y prototipo, el comportamiento del fluido. Como se recordará en el modelo se ensayó un tirante estático de 4.5 cm y en prototipo uno de 4.5 cm y otro de 14.3 cm con el que se conserva la escala de líneas 1 : 2.86. En las gráficas 6 a 10 se relacionaron los números de  $R$  y  $F$ , en ellas se incluyen todas las mediciones hechas. Al comparar las gráficas 6 y 7 se observa que tanto con agua sola como con 40% glicerina 60% agua el comportamiento entre el modelo y el prototipo es muy semejante para  $Y_e = 4.5$  cm, aunque el rango del  $R$  es mucho menor que el  $F$ . También se ve que para un mismo  $R$ , el  $F$  es mas grande entre menor sea el tirante dinámico, ya que esta variable se encuentra en el denominador del  $F$ . Por último para el mismo  $Y_e$  y el mismo  $F$ , el  $R$  será mayor conforme la viscosidad disminuye, pues ésta se encuentra en el denominador del  $R$ . Cada conjunto de puntos se ajusta a una ecuación logarítmica.

La gráfica 8 muestra que las mediciones hechas en el modelo se ajustan a una recta y las efectuadas en el prototipo a dos ecuaciones logarítmicas. El que los valores se ajusten a una recta significa que a un aumento en el valor del  $R$  siempre le corresponderá un incremento proporcional del  $F$  mayor; en cambio el ajuste a una ecuación logarítmica señala un valor límite, en este caso para  $F$ , aun cuando  $R$  siga aumentando. Ciertamente el porcentaje de incremento en  $F$  es menor que en  $R$  pues en el primero se tiene  $\omega d \sqrt{Y_d}$  mientras que en el segundo se tiene  $\omega d * Y_d$  y el

resto de los parámetros son constantes.

Finalmente en las gráficas 9 y 10 se muestra el comportamiento de la glicerina en modelo y prototipo, respectivamente. Obsérvese el pequeño valor de los  $R$  lo cual indica que fue el único fluido con el que se trabajó en régimen laminar (como analogía, para tuberías  $R < 2000$ , Sotelo 1985). Si se comparan ambas gráficas se nota que los valores de  $F$  aumentan en proporción, mucho más rápido en el prototipo que en el modelo.

Como se nota en estas gráficas, para un mismo incremento en  $F$ , el aumento en  $R$  es mayor cuanto menor es la viscosidad.

En la gráfica 11, se compara  $F$  contra  $W$ , el comportamiento de la glicerina es el mismo para ambas instalaciones cuando  $Y_e = 4.5$  cm ya que los datos de las dos mediciones se alinean sobre la misma curva. Por otro lado el comportamiento del agua en ambas instalaciones, con el mismo tirante, es muy semejante. Para  $0.9 < F < 2.3$  las mediciones correspondientes a glicerina y agua, en ambas instalaciones, se alinean sobre una misma curva, pero para otro valor fuera del rango de  $F$  indicado esto ya no se cumple. Con un fluido dado se tiene que, para un mismo  $F$ , entre mayor sea el  $Y_d$ , mayor será el  $W$  pues dicha variable se encuentra en su numerador. Para un mismo incremento en  $F$ , el aumento en  $W$  es mayor para el agua que para la glicerina.

En la gráfica 12 se compara  $R$  contra  $W$  cuando el fluido es agua. Nuevamente se tiene que las mediciones en ambas instalaciones, con  $Y_e = 4.5$  cm son muy parecidas en un primer tramo y dado que no se tienen mediciones para valores mas grandes no fue posible saber si esta tendencia es constante. Para un mismo

$R$ , entre menor es el  $Y_e$ , mayor es el  $W$ . Si se observan los numeradores del  $R$  y el  $W$ , se ve que para un mismo incremento de tirante y velocidad, el  $R$  aumenta más que el  $W$  pues en el primero se tiene  $\omega d * Y_d$  y en el segundo  $\omega d * \sqrt{Y_d}$  y el resto de las variables que intervienen son constantes.

Cuando se utilizó glicerina, por falta de potencia en el motor del prototipo, no coincidieron los rangos de medición en ambas instalaciones, lo que se observa en la gráfica 13. Como no es posible hacer extrapolaciones no es factible hacer comparaciones, aunque si se supone que la tendencia que muestran las mediciones se continua, al parecer para un mismo  $R$  el  $W$  del modelo será mayor que el del prototipo.

Para un mismo incremento en  $R$ , el aumento en  $W$  es mucho mayor para la glicerina que para el agua.

#### 8.4 El tirante dinámico en función de la velocidad del disco.

En las gráficas 14 a 18 se presenta al tirante dinámico en función de la velocidad del disco y de la viscosidad del fluido. En estas gráficas se observa que a mayor  $\omega d$  mayor  $Y_d$  y se aprecia que entre más viscoso sea el líquido, mayor es el incremento de tirante, para un mismo incremento en la velocidad.

En la gráfica 14 se aprecia que la tendencia del agua, sin importar el  $Y_e$ , consiste en un pequeño incremento en el tirante para incrementos de velocidades bajas y un mayor incremento en el tirante cuando se trabaja con velocidades altas. En cambio la tendencia de la mezcla 40% glicerina 60% agua, que se observa en la gráfica 15 varía de acuerdo al tirante. Cuando éste es de 9.0 cm, la mezcla se comporta como el agua; cuando  $Y_e = 4.5$  cm primero hay

grandes incrementos de tirante y después éstos se hacen menores; para 14.3 cm de tirante se presenta una gran dispersión de puntos que se ajustan a una recta.

En la gráfica 16 se observa que con el modelo, para un mismo incremento del parámetro, el incremento del tirante usando agua, es mucho mas grande que utilizando 40%glicerina 60%agua. Esto se debe a la diferencia de viscosidades, la de esta mezcla es tres veces mayor que la del agua. Cada conjunto de puntos se ajusta a una ecuación exponencial.

La gráfica 17 muestra el comportamiento de la mezcla 50%glicerina 50%agua en el prototipo para dos distintos tirantes estáticos,  $Y_e = 4.5$  y  $14.4$  cm. En ambos casos los puntos se ajustan a una recta.

Por último en la gráfica 18 se muestra el comportamiento de la glicerina en ambas instalaciones y el de la mezcla 50%glicerina 50%agua en el modelo. Las mediciones hechas con glicerina se ajustan a dos ecuaciones exponenciales, una para cada instalación experimental, muy parecidas pero defasadas respecto al eje vertical por la diferencia de los radios de las instalaciones. Las mediciones hechas con la mezcla 50%glicerina 50%agua también se alinean sobre otra ecuación exponencial.

### 8.5 La velocidad del fluido en función de la velocidad del disco.

Este ensayo permitió observar el comportamiento de dos variables, la  $\omega_d$  y la  $\omega_f$ , que influyen de manera importante, en el movimiento de un fluido dado y los resultados se presentan en las gráficas 19 y 20.

En principio se puede decir que la velocidad del fluido es

mayor, cuanto mayor es el tirante; esto es normal si se considera que una misma fuerza mueve con mayor rapidez a una masa pequeña que a una grande, además dado que el movimiento se transmite por cortante desde el fondo a la superficie, al ser menor la distancia, existen menos pérdidas; sin embargo a cierta velocidad este principio ya no prevalece, pues la velocidad del fluido para el tirante más pequeño deja de crecer, en tanto que para los otros dos, que son mayores, continua creciendo; lo anterior se debe probablemente a un efecto de inercia, esto es al acelerar una masa, se requerirá para frenarla una fuerza más grande cuanto mayor sea ésta.

Al considerar la viscosidad para un mismo tirante -hasta una velocidad del disco de aproximadamente 200 rpm-, la velocidad del fluido es mayor entre mas viscoso sea éste, pero al parecer existe un límite para la velocidad del fluido cuando se trata de las mezclas y de  $Y_0 = 4.5$  cm. En cambio para el agua todo indica que no tiene límite, entre mayor es  $\omega_d$  mayor es  $\omega_f$ .

Respecto al de 9.0 cm se tiene que, para la mezcla 40%glicerina 60%agua, al principio la  $\omega_f$  aumenta en forma casi directamente proporcional a la  $\omega_d$ , después la  $\omega_f$  casi no aumenta a pesar del incremento en  $\omega_d$  y quizá exista un límite de  $\omega_f$  aunque el último punto aparentemente señala un nuevo aumento en el valor de  $\omega_f$ . Nuevamente para el agua parece no existir un valor límite de  $\omega_f$ .

En cuanto al tirante de 14.5 cm de mezcla 40%glicerina 60%agua, la variación de la  $\omega_f$  en función de la  $\omega_d$  es muy semejante al comportamiento para el mismo fluido con  $Y_0 = 9.0$  cm,

pero aquí aparece claramente un tramo donde  $w$  aumenta mucho al subir la  $w_d$ . Para el tirante de 14.4 cm de agua, la velocidad de

En la gráfica 19 se aprecia que las mediciones hechas con agua se ajustan a ecuaciones exponenciales, las hechas con 40% glicerina 60% agua y 50% glicerina 50% agua para un tirante de 4.5 cm se ajustan a ecuaciones logarítmicas y en la gráfica 20 se observa que las hechas con 40% glicerina 60% agua para los tirantes  $Y_e = 9.0$  y 14.5 cm se ajustan a dos polinomios, el primero de tercer grado y el segundo de cuarto grado.

### 8.6 Justificación de las proporciones encontradas entre los números adimensionales del prototipo y el modelo.

El  $R_p$  es cinco veces mayor que el  $R_m$  y el  $W_p$  tres veces mayor que el  $W_m$ . Esto se explica así

$$R = \frac{v * L}{\nu} \qquad W = v \sqrt{\frac{\rho * L}{\sigma}}$$

donde

$$v = w_d * r$$

$$L = Y_d$$

$r$  y  $Y_d$  = longitudes ( $L_p$  o  $L_m$ )

$$R_m = \frac{w_{dm} * L_m * L_m}{\nu_m} \qquad R_p = \frac{w_{dp} * L_p * L_p}{\nu_p}$$

$$R_e = \frac{R_p}{R_m} = \frac{w_{dp} * L_p^2}{\nu_p} * \frac{\nu_m}{w_{dm} * L_p^2} = \frac{w_{de} * L_e^2}{\nu_e}$$

$$W_m = w_{dm} * L_m \sqrt{\frac{\rho_m * L_m}{\sigma_m}} \qquad W_p = w_{dp} * L_p \sqrt{\frac{\rho_p * L_p}{\sigma_p}}$$

$$W_e = \frac{W_p}{W_m} = w_{dp} * L_p \sqrt{\frac{\rho_p * L_p}{\sigma_p}} * \frac{\sqrt{\sigma_m}}{w_{dm} * L_m \sqrt{\rho_m * L_m}}$$

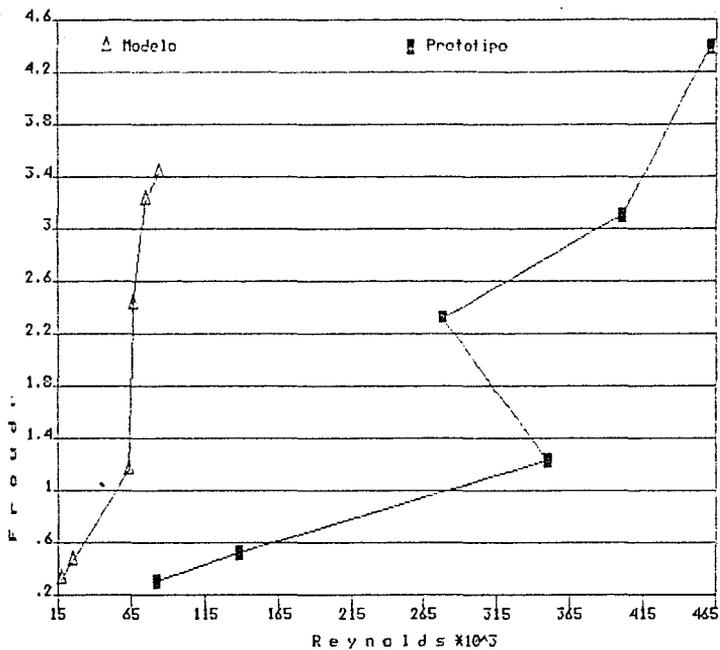
$$W_e = w_{de} * L_e \sqrt{\frac{\rho_e * L_e}{\sigma_e}}$$

Recordando que  $L_e = 2.86$  y  $w_{de} = \frac{1}{1.7}$  y si se considera que  $\nu_e = \sigma_e = \rho_e = 1$  se tiene que

$$R_e = \frac{(2.86)^2}{1.7} = 4.81 \quad \text{y} \quad W_e = \frac{2.86 \sqrt{2.86}}{1.7} = 2.84$$
$$R_p = 4.81 * R_m \quad \quad \quad W_p = 2.84 * W_m$$

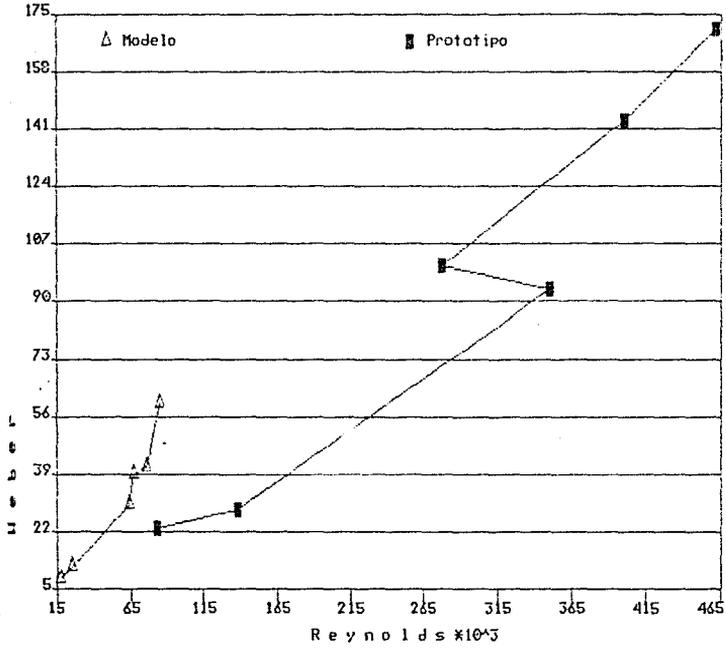
valores bastante parecidos a los presentados en la tabla 5 (capítulo cuatro).

Agua Comparacion R vs F Modelo y Prototipo



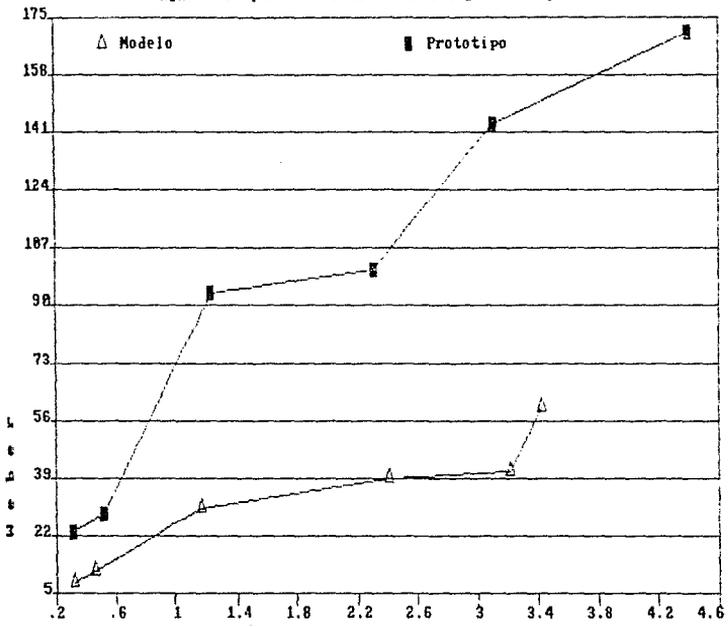
GRAFICA 1.

Agua Comparacion R vs H Modelo y Prototipo



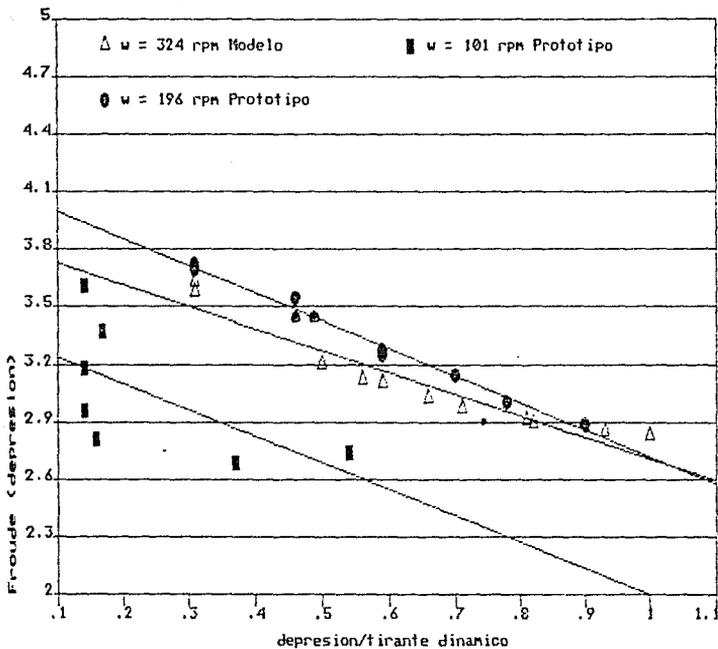
GRAFICA 2.

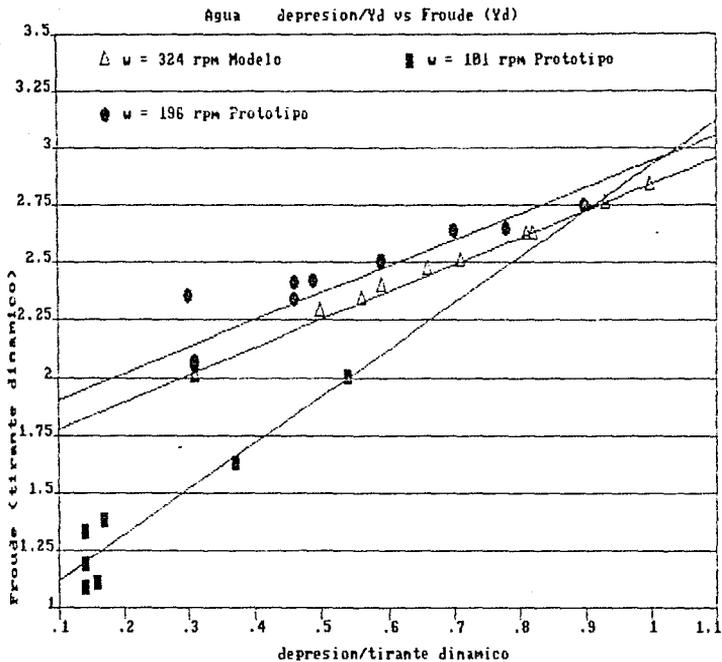
Figua Comparacion F vs W Modelo y Prototipo



GRAFICA 3.

Agua depression/ld vs Froude (depression)





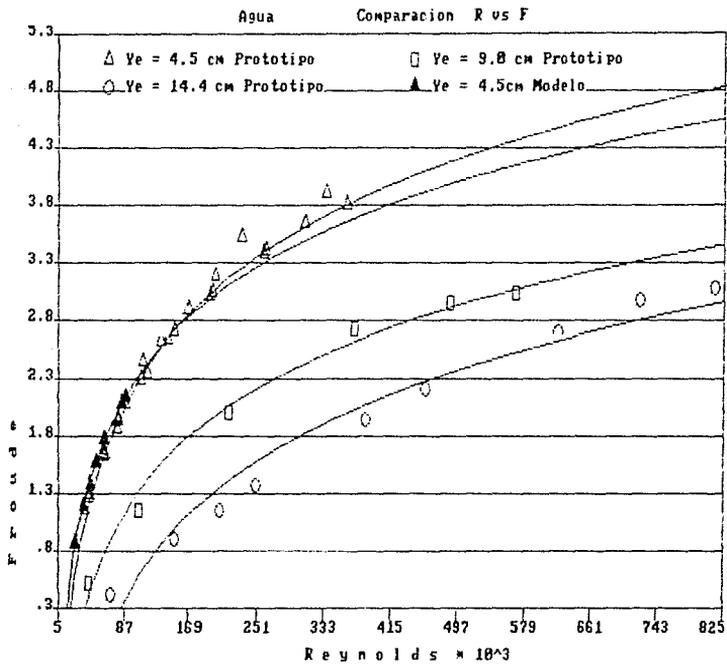
GRAFICA 5.

Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$\Delta$      $y = 1.66 + 1.18 * x$

$\blacksquare$      $y = 0.92 + 2.00 * x$

$\bullet$      $y = 1.79 + 1.15 * x$



GRAFICA 6.

Ecuaciones ajustadas a los puntos:

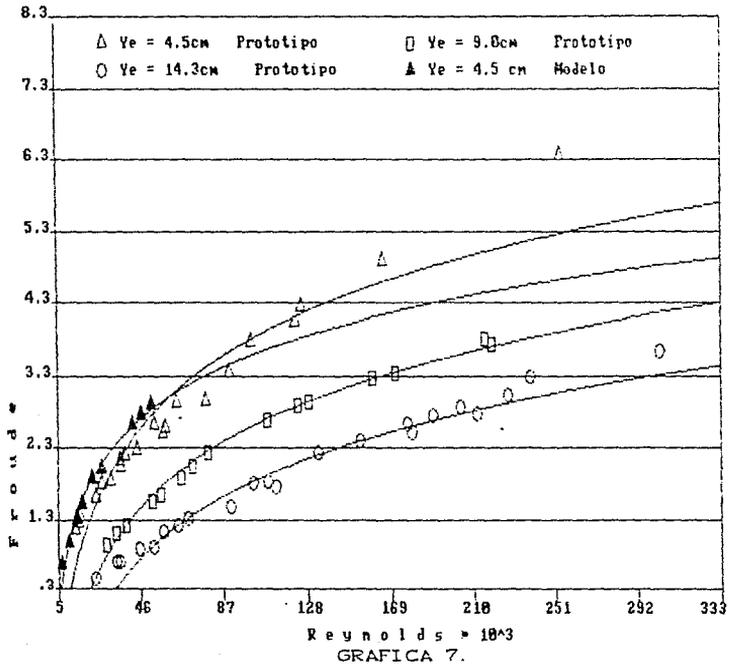
$$\Delta \quad y = -3.50 + 1.24 * \text{Ln } x$$

$$\square \quad y = -3.52 + 1.04 * \text{Ln } x$$

$$\circ \quad y = -4.81 + 1.16 * \text{Ln } x$$

$$\blacktriangle \quad y = -2.70 + 1.08 * \text{Ln } x$$

48% Glicerina 68%Agua Comparacion R vs F



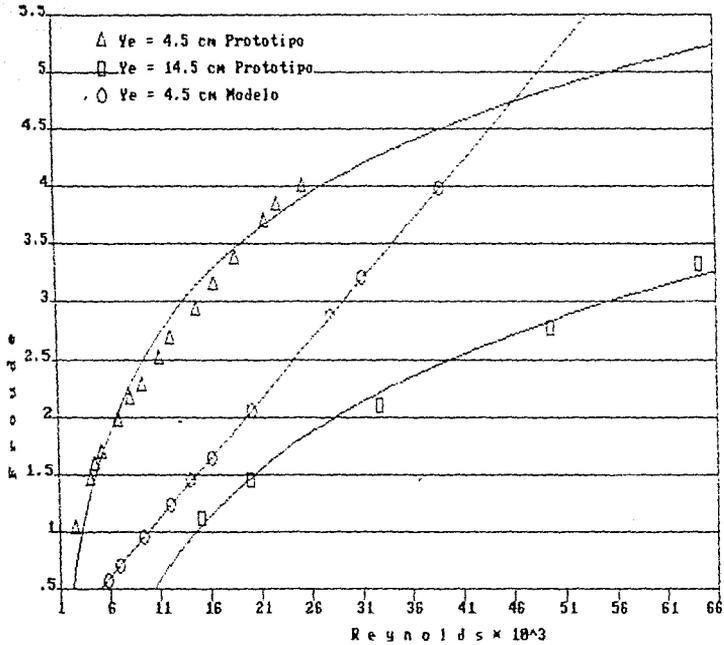
Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$$\Delta \quad y = -3.52 + 1.59 * \text{Ln } x$$

$$\square \quad y = -4.04 + 1.44 * \text{Ln } x$$

$$\circ \quad y = -4.45 + 1.36 * \text{Ln } x$$

$$\blacktriangle \quad y = -1.64 + 1.13 * \text{Ln } x$$



GRAFICA 8.

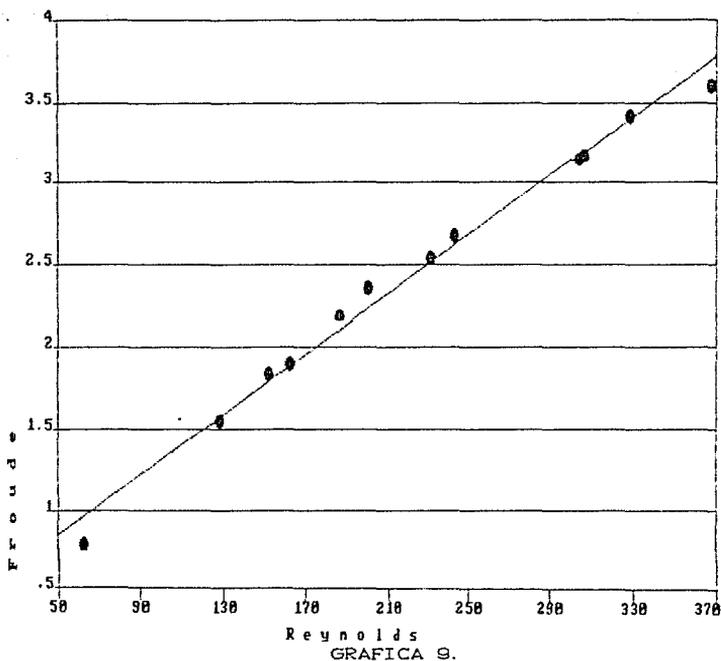
Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$$\circ \quad y = 0.00048 + 0.1022 * \ln x$$

$$\Delta \quad y = -0.65 + 1.41 * \ln x$$

$$\square \quad y = -3.0 + 1.49 * \ln x$$

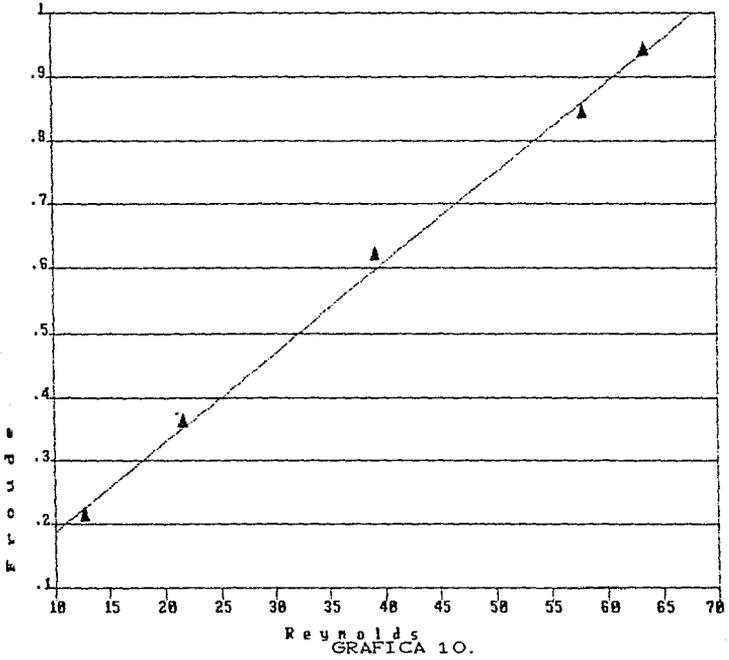
Glicerina Comparacion R vs. F Modelo



Ecuación ajustada a los puntos:

●  $y = 0.40 + 0.009 * x$

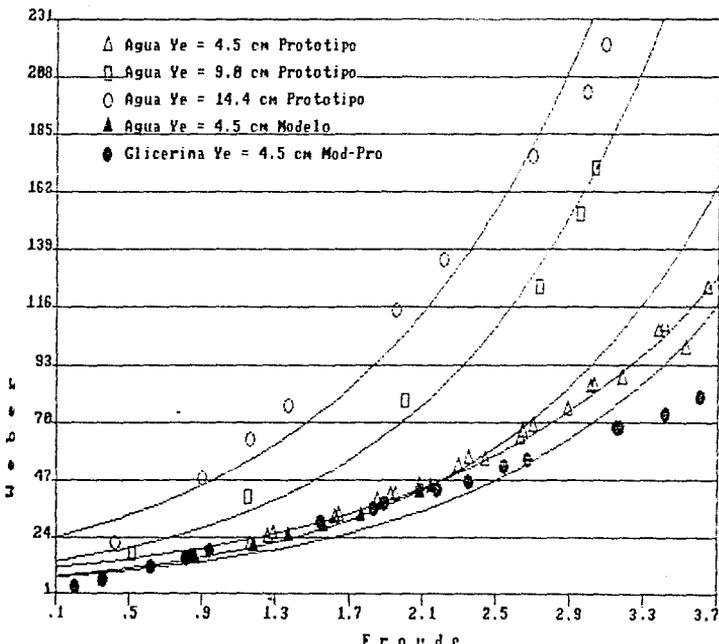
Glicerina Comparacion R vs. F Prototipo



Ecuación ajustada a los puntos:

▲  $y = 0.05 + 0.014 x$

Comparacion de F vs W



Froude  
GRAFICA 11.

Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$$\Delta \quad y = 10.67 * e^{0.97 * x}$$

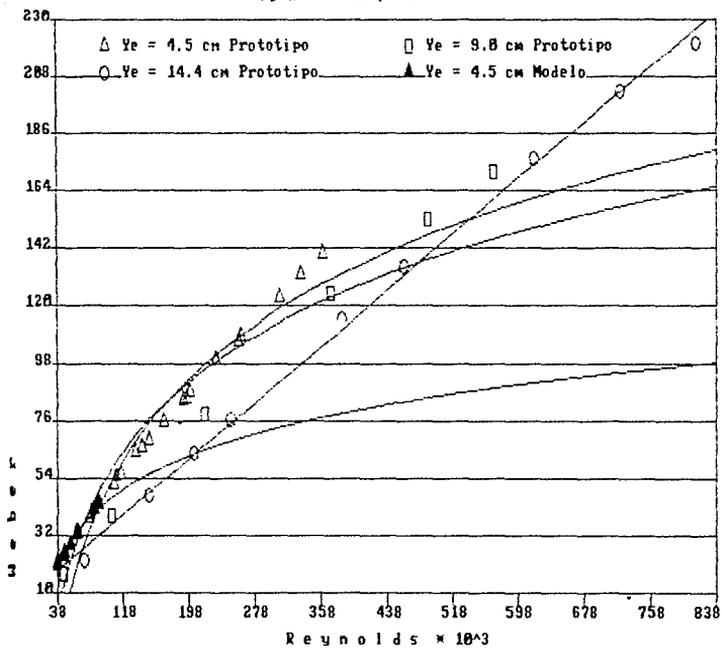
$$\square \quad y = 12.89 * e^{0.85 * x}$$

$$\circ \quad y = 22.33 * e^{0.78 * x}$$

$$\blacktriangle \quad y = 7.33 * e^{0.84 * x}$$

$$\bullet \quad y = 7.04 * e^{0.76 * x}$$

Agua Comparacion R vs. W



GRAFICA 12.

Ecuaciones ajustadas a los puntos:

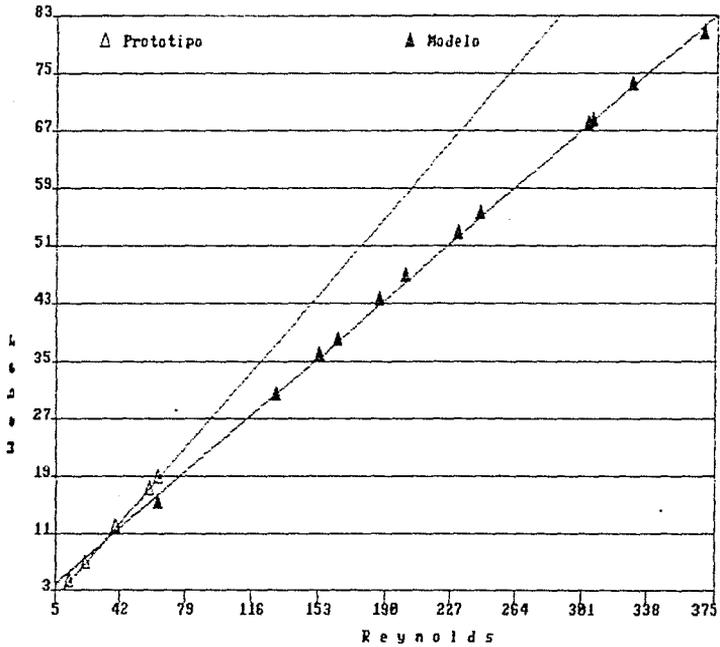
$$\Delta \quad y = -182.91 + 51.76 * \text{Ln } x$$

$$\square \quad y = -229.66 + 60.82 * \text{Ln } x$$

$$\circ \quad y = -8.39 + 0.27 * x$$

$$\blacktriangle \quad y = -69.09 + 24.90 * \text{Ln } x$$

Glicerina Comparacion R vs W  $Y_e = 4.5 \text{ cm}$



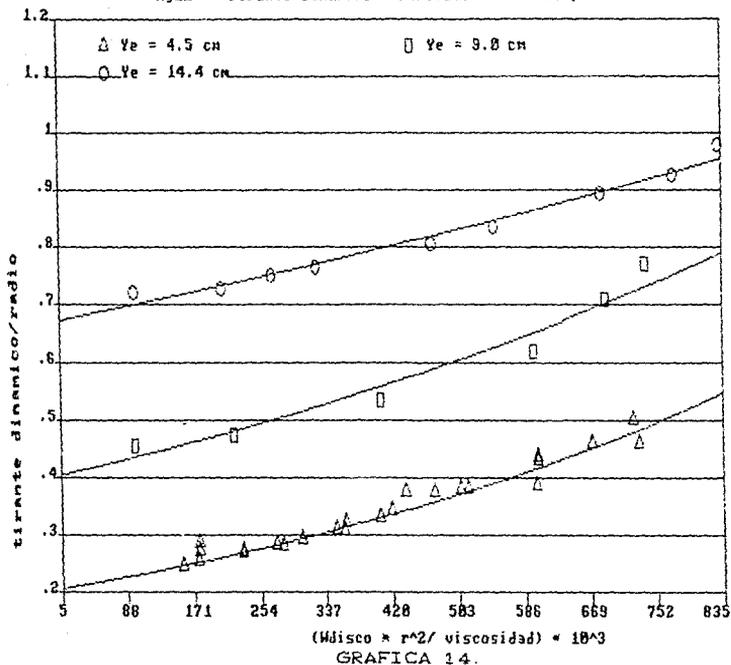
Reynolds  
GRAFICA 13.

Ecuaciones ajustadas a los puntos:

Δ  $y = 0.33 + 0.29 * x$

▲  $y = 2.79 + 0.21 * x$

Agua Tirante dinamico = f(Wdisco) Prototipo

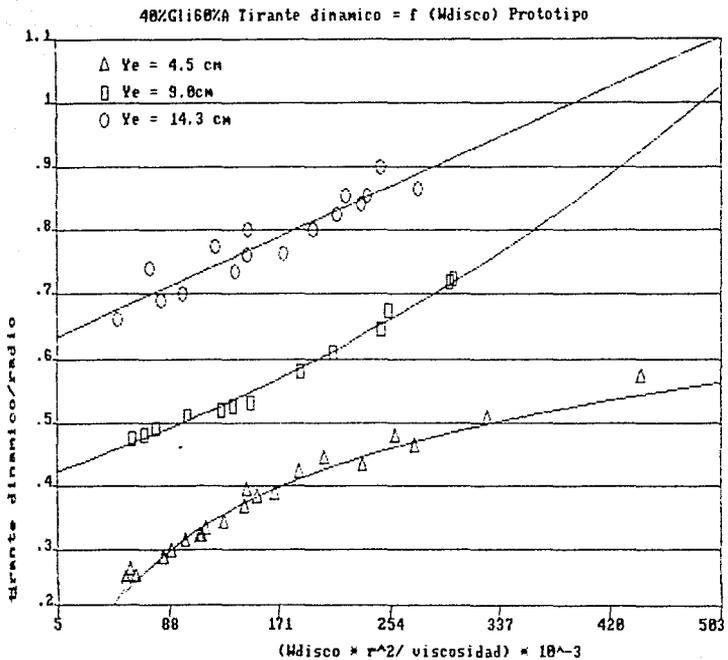


Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$$\Delta \quad y = 0.21 * e^{0.0012 * x}$$

$$\square \quad y = 0.40 * e^{0.00081 * x}$$

$$\circ \quad y = 0.67 * e^{0.00042 * x}$$



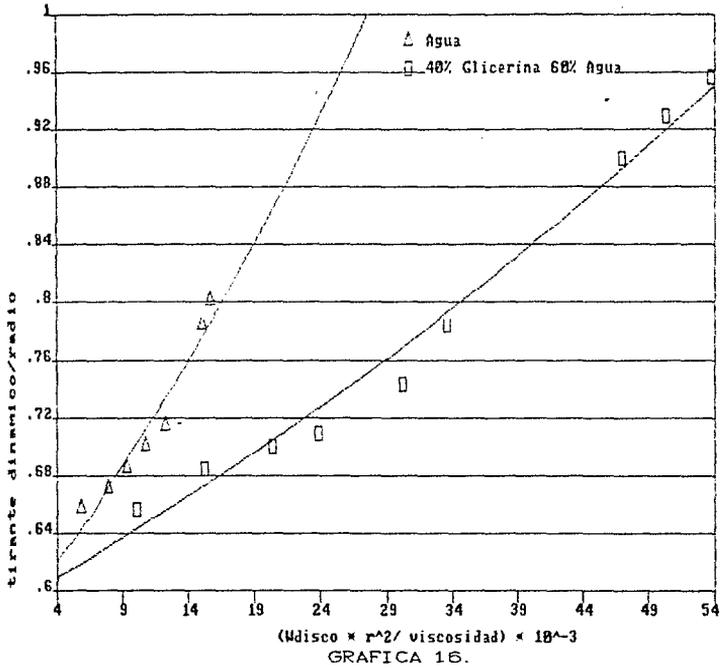
Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$$\Delta \quad y = -0.39 + 0.15 * \text{Ln } x$$

$$\square \quad y = 0.42 * e^{0.0018 * x}$$

$$\circ \quad y = 0.63 + 0.0009 * x$$

Tirante dinámico = f(Wdisco) Ye = 4.5 cm Modelo

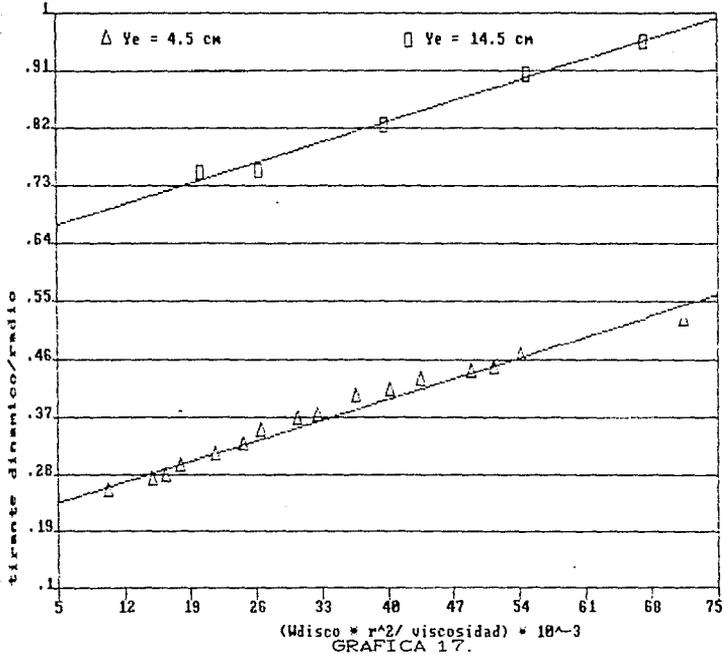


Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$$\Delta \quad y = 0.57 * e^{0.020 * x}$$

$$\square \quad y = 0.59 * e^{0.0080 * x}$$

50%Gli 50%Agua Tirante dinamico = f(Wdisco) Proto



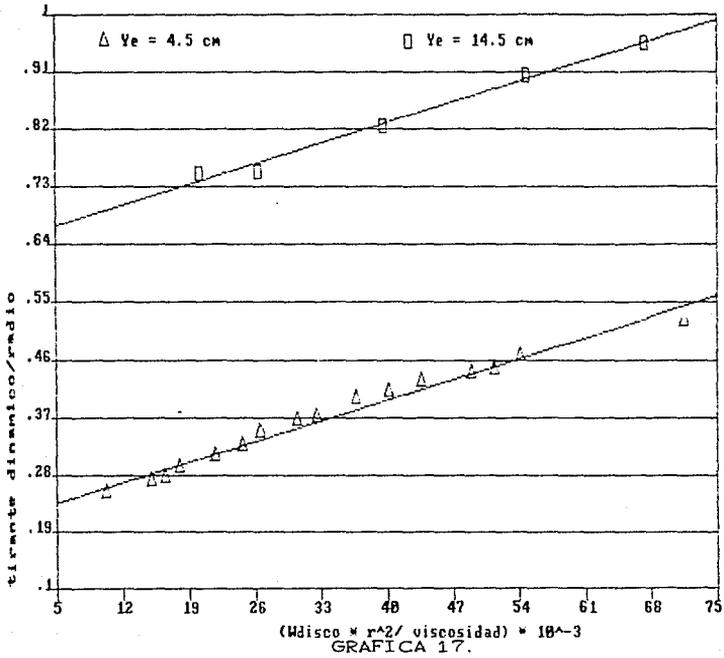
(Wdisco \* r^2 / viscosidad) \* 10^-3  
GRAFICA 17.

Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$$\Delta \quad y = 0.21 + 0.005 * x$$

$$\square \quad y = 0.65 + 0.005 * x$$

58%Gli 58%Agua Tirante dinámico = f(W<sub>d</sub>isco) Proto



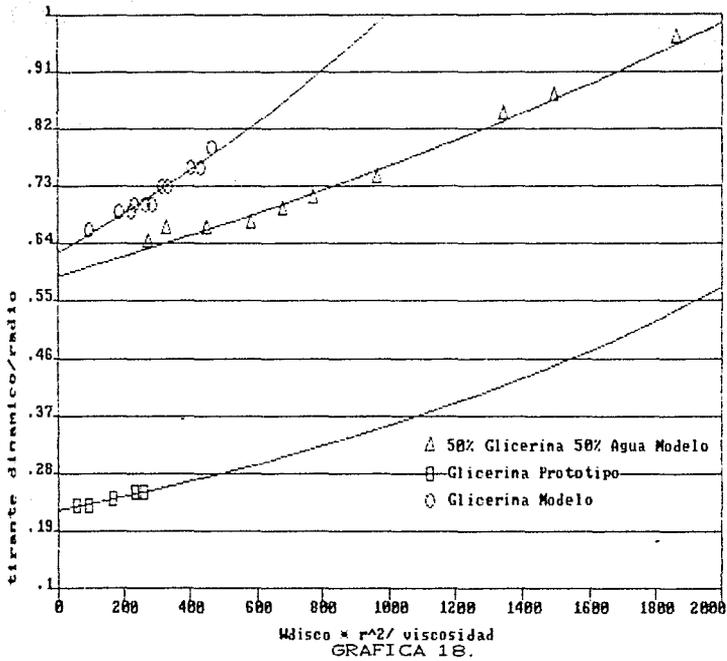
Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$$\Delta \quad y = 0.21 + 0.005 * x$$

$$\square \quad y = 0.65 + 0.005 * x$$

Tirante dinámico = f (Wdisco)

Ye = 4.5 cm



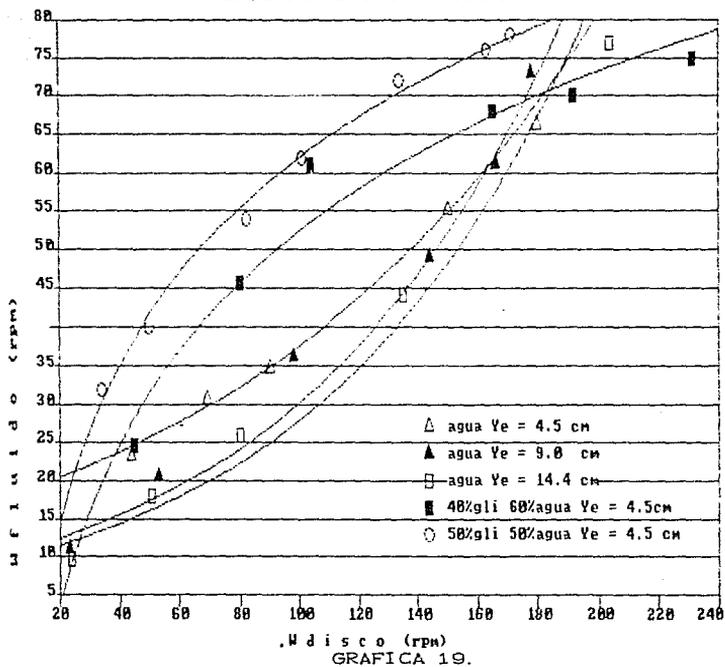
Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$$\Delta \quad y = 0.59 * e^{0.00026 * x}$$

$$\square \quad y = 0.22 * e^{0.00047 * x}$$

$$\circ \quad y = 0.63 * e^{0.00047 * x}$$

Comparacion Wd vs Wf Prototipo



Ecuaciones ajustadas a los puntos:

$$\Delta \quad y = 17.56 * e^{0.0076 * x}$$

$$\blacktriangle \quad y = 10.03 * e^{0.011 * x}$$

$$\square \quad y = 9.27 * e^{0.011 * x}$$

$$\blacksquare \quad y = -86.58 + 30.16 * \text{Ln } x$$

$$\circ \quad y = -73.45 + 29.38 * \text{Ln } x$$

Comparacion Md vs Wf

Prototipo

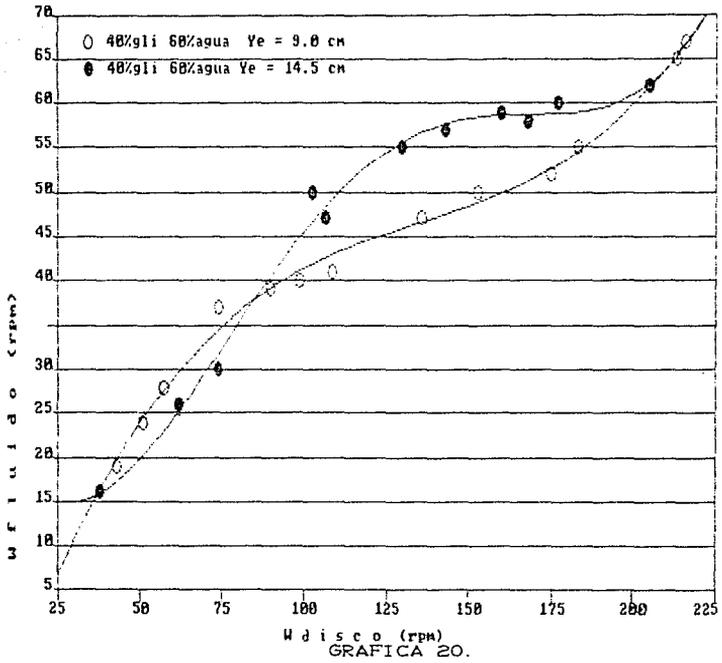


TABLA 5

		Prototipo			
$\omega d = 101$ rpm	$Y_d$ (Ccm)	$\eta$ (Ccm)	$\eta/Y_d$	$F(Y_d)$	$F(\eta)$
	38.4	5.2	0.135	1.0899	2.9617
	37.2	5.8	0.156	1.1073	2.8043
	32.2	4.5	0.140	1.1902	3.1838
	25.8	3.5	0.136	1.3296	3.6100
	23.4	4.0	0.171	1.3962	3.3769
	17.2	6.3	0.366	1.6285	2.6908
	11.3	6.1	0.540	2.0091	2.7345
$\omega d = 116$ rpm					
	40.3	12.6	0.313	2.0646	3.6923
	31.5	14.5	0.460	2.3352	3.4419
	29.3	14.5	0.495	2.4213	3.4419
	27.2	16.0	0.588	2.5130	3.2766
	24.4	19.0	0.779	2.6533	3.0068
	22.8	20.6	0.904	2.7448	2.8877
	40.5	12.4	0.306	2.0595	3.7219
	29.5	13.7	0.464	2.4131	3.5410
	27.5	16.3	0.593	2.4993	3.2463
	24.6	17.3	0.703	2.6425	3.1511
		Modelo			
$\omega d = 324$ rpm					
	14.3	4.4	0.308	2.0053	3.6150
	10.6	5.9	0.557	2.3291	3.1218
	9.2	6.5	0.707	2.5000	2.9743
	8.4	6.8	0.810	2.6164	2.9079
	7.6	7.1	0.934	2.7506	2.8458
	14.4	4.5	0.313	1.9983	3.5746
	11.1	5.6	0.505	2.2760	3.2044
	10.1	6.0	0.594	2.3860	3.0957
	9.5	6.3	0.663	2.4602	3.0211
	8.4	6.9	0.821	2.6164	2.8868
	7.2	7.2	1.000	2.8260	2.826

TABLA 7

PROTOTIPO

Fluido : agua  
 $Y_e$  (cm) = 4.5  
 $r$  (cm) = 20

	$Y_d$ (cm)	$\eta$ (cm)	$\omega_d$ (rpm)	$\omega_d$ (s <sup>-1</sup> )
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.00000103	4.90	1.6	38.5	4.0317
$\sigma$ (Kgf/m) = 0.00745	5.40	3.0	57.0	5.9690
$\rho$ (Kgf*s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ) = 101.727	5.60	3.5	69.0	7.2257
	5.80	3.8	75.0	7.8540
	6.40	5.6	89.0	9.3201
	6.80	6.6103	0	10.7861
	7.60	124.0		12.9852
	8.60	148.0		15.4985
	9.20	165.0		17.2788

$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.000001018	5.05	1.7	42.5	4.4506
$\sigma$ (Kgf/m) = 0.00744	5.35	3.1	56.0	5.8643
$\rho$ (Kgf*s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ) = 101.71	5.65	3.7	66.0	6.9115
	6.15	5.5	85.0	8.9012
	6.90	5.6106	0	11.1003
	7.45	130.0		13.6136
	7.10	115.0		12.0428
	7.60	125.0		13.0900
	7.70	146.0		15.2891
	9.20	177.0		18.5354

$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.000001045	5.20	2.2	44.0	4.6077
$\sigma$ (Kgf/m) = 0.00745	5.70	4.0	69.0	7.2257
$\rho$ (Kgf*s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ) = 101.739	6.10	5.6	90.0	9.4248
	6.60	5.7101	0	10.5767
	8.70	150.0		15.7080
	10.00	180.0		18.8496

$\omega_a$ (rpm)	$\omega_a$ (s <sup>-1</sup> )	$f$	$R$ (10 <sup>-3</sup> )	$H$	$Y_d/r$	$\omega_d * r^2 / \nu$ (10 <sup>-3</sup> )
1.1630	38.3600		20.8573	0.25	156.5713	
1.6402	62.5878		32.4168	0.27	231.8067	
1.9498	78.5703		39.9615	0.28	280.6082	
2.0824	68.4526		44.2052	0.29	305.0089	
2.3525	115.8221		55.1034	0.32	361.9439	
2.6412	142.4188		65.7340	0.34	418.8789	
3.0077	191.6269		83.6618	0.38	504.2814	
3.3747	258.8102		106.2208	0.43	601.8849	
3.6376	308.6690		122.4832	0.46	671.0191	
1.2646	44.1561		23.3878	0.25	174.8758	
1.6190	61.6386		31.7189	0.27	230.4246	
1.8567	76.7190		38.4169	0.28	271.5718	
2.2920	107.5486		51.6191	0.31	349.7516	
2.6984	150.4755		66.1843	0.35	436.1606	
3.1849	199.2555		86.8911	0.37	534.9142	
2.8660	167.0836		75.0370	0.36	473.1933	

$\omega_a$ (rpm)	$\omega_a$ (s <sup>-1</sup> )	F	R (10 <sup>3</sup> )	D	Yd/r	$\omega_a * r^2 / \nu$ (10 <sup>3</sup> )
		3.0320	195.4494	84.3861	0.38	514.3405
		3.5183	231.2887	99.2092	0.39	600.7497
		3.9021	335.0209	131.4683	0.46	728.3062
23.0	2.4086	1.2903	45.8562	24.5572	0.26	176.3701
30.5	3.1940	1.9326	78.8254	40.3191	0.29	276.5803
34.5	3.6128	2.4367	110.0309	54.4041	0.31	360.7570
40.5	4.2411	2.6289	133.6003	63.5064	0.33	404.8495
55.0	5.7596	3.4006	261.5488	108.2867	0.44	601.2616
66.0	6.9115	3.8062	360.7570	139.3146	0.50	721.5140

TABLA 8

PROTOTIPO

Fluido: Agua

$Y_e$  (cm) = 9

r (cm) = 20

	Yd (cm)	$\eta$ (cm)	$\omega_d$ (rpm)	$\omega_d$ (s <sup>-1</sup> )
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.0000101	9.1	0.55	23.5	2.4609
$\sigma$ (Kgf/m) = 0.00743	9.5	2.23	53.0	5.5501
$\rho$ (Kgf*s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ) = 101.701	10.7	3.50	98.0	10.2625
	12.4	10.45	144.0	15.0796
	14.2		166.0	17.3835
	15.4	14.01	178.0	18.6401

$\omega_a$ (rpm)	$\omega_a$ (s <sup>-1</sup> )	F	R (10 <sup>3</sup> )	D	Yd/r	$\omega_a * r^2 / \nu$ (10 <sup>3</sup> )
11.0	1.1519	0.5209	44.3452	17.3706	0.455	97.4619
20.5	2.1468	1.1498	104.4087	40.0280	0.475	219.8077
36.0	3.7699	2.0034	217.4438	78.5497	0.535	406.4369
49.0	5.1313	2.7345	370.2724	124.2510	0.620	597.2135
61.0	6.3879	2.9457	488.8027	153.2777	0.710	688.4544
73.0	7.6445	3.0331	568.4312	171.1619	0.770	738.2222

TABLA 9

PROTOTIPO

Fluido: Agua  
 $Y_e$  (Ccm) = 14.4  
 $r$  (cm) = 20

	$Y_d$ (Ccm)	$\eta$ (Ccm)	$\omega_d$ (rpm)	$\omega_d$ (s <sup>-1</sup> )
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.00000102	14.4	0.55	24	2.5133
$\sigma$ (Kgf/m <sup>2</sup> ) = 0.00744	14.5	1.61	51	5.3407
$\rho$ (Kgf*s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ) = 101.721	15.3	4.44	80	8.3776
	16.7	7.66	135	14.1372
	19.6	14.11	204	21.3628
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.00000104	15.0	2.93	67	7.0162
$\sigma$ (Kgf/m <sup>2</sup> ) = 101.734	16.1	5.68	117	12.2522
$\rho$ (Kgf*s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ) = 0.00745	17.9	10.02	170	17.8024
	18.5	15.14	192	20.1062

$\omega_a$ (rpm)	$\omega_a$ (s <sup>-1</sup> )	$F$	$R$ (10 <sup>-3</sup> )	$W$	$Y_d/r$	$\omega_d * r^2 / \nu$ (10 <sup>-3</sup> )
9.6	1.0053	0.4229	70.3424	22.3033	0.720	97.6977
18.0	1.8850	0.8956	150.5155	47.5589	0.725	207.6076
26.0	2.7227	1.3676	249.1292	76.6325	0.765	325.6590
44.0	4.6077	2.2090	458.8739	135.1044	0.835	549.5496
77.0	8.0634	3.0812	813.8219	221.1748	0.980	830.4305
		1.1568	204.5546	63.5088	0.750	269.8547
		1.9498	383.4025	114.8979	0.805	471.2388
		2.6869	619.3628	176.0309	0.895	684.7059
		2.9850	722.9631	202.1159	0.925	773.3150

TABLA 10

Fluido: Agua  
 $Y_0$  (cm) = 4.5  
 $r$  (cm) = 7

MODELO

$\nu$  ( $m^2/s$ ) = 0.00000101  
 $\sigma$  (Kgf/m) = 0.00743  
 $\rho$  (Kgf\*s<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>) = 101.699

Yd (cm)	$\eta$ (cm)	$\omega d$ (rpm)	$\omega d$ (s <sup>-1</sup> )
5.8	4.35	216	22.6195
5.5	3.78	208	21.7817
5.0	2.10	169	17.6976
4.9	1.44	148	15.4985
4.8	1.23	129	13.5088
4.7	1.01	109	11.4145
4.6	0.45	79	8.2729

F	R (10 <sup>3</sup> )	D	Yd/r	$\omega d * r^2 / \nu$ (10 <sup>3</sup> )
2.1362	87.7904	43.8367	0.800	15.6769
2.0757	83.0293	41.8346	0.786	15.0962
1.7689	61.3284	32.4087	0.714	12.2657
1.5648	52.6336	28.0964	0.700	10.7415
1.3780	44.9403	24.2382	0.666	9.3626
1.1767	37.1817	20.2659	0.671	7.9110
0.8621	26.3749	14.5310	0.657	5.7337

TABLA 11

PROTOTIPO

Fluido: 40% Gli 60% Agua

$Y_e$  (cm) = 4.5

$r$  (cm) = 20

$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	$Y_d$ (cm)	$\eta$ (cm)	$\omega_d$ (rpm)	$\omega_d$ (s <sup>-1</sup> )
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.00000284	5.0	2.0	38.0	3.9793
	5.7	3.6	57.0	5.9690
	6.2	4.6	68.5	7.1733
	6.4	5.1	76.0	7.9587
	6.8	6.5	88.0	9.2153
	7.6		105.0	10.9956
	8.4		127.0	13.2994
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.00000297	5.3		43.0	4.5029
	5.9	1.3	65.0	6.8068
	6.6	4.0	84.0	8.7965
	7.3	5.7	105.0	10.9956
	7.7		121.0	12.6711
	8.8		148.0	15.4985
	9.5		186.0	19.4779
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.00000295	11.4		320.0	33.5103
	5.1	2.4	45.0	4.7124
	6.4	5.5	80.0	8.3776
	7.8		104.0	10.8909
	9.2		192.0	20.1062
	8.6		165.0	17.2788
	10.1		231.0	24.1903

$\omega_a$ (rpm)	$\omega_a$ (s <sup>-1</sup> )	$IF$	$IR$ (10 <sup>3</sup> )	$Y_d/r$	$\omega_d * r^2 / \nu$ (10 <sup>3</sup> )
		1.1364	14.01180	0.25	56.04718
		1.5965	23.96017	0.29	84.07077
		1.8396	31.32005	0.31	101.03242
		2.0089	35.87020	0.32	112.09436
		2.2566	44.12978	0.34	129.79347
		2.5469	58.84954	0.38	154.86721
		2.9301	78.67254	0.42	187.31558
		1.2490	16.07113	0.27	60.64577
		1.7894	27.04378	0.30	91.67384
		2.1864	39.09537	0.33	118.47081
		2.5967	54.05231	0.37	148.08851
		2.9158	65.70194	0.39	170.65438
		3.3361	91.84308	0.44	208.73428
		4.0353	124.60590	0.48	262.32822
		6.3376	257.25090	0.57	451.31737
24.7	2.5866	1.3325	16.29368	0.26	63.89679
45.5	4.7647	2.1146	36.35017	0.32	113.59429
61.0	6.3879	2.4901	57.59230	0.39	147.67257
70.0	7.3304	4.2328	125.40809	0.46	272.62629
68.0	7.1209	3.7623	100.74393	0.43	234.28822
75.0	7.8540	4.8604	165.64177	0.51	328.00350

TABLA 12

PROTOTIPO

Fluido: 40% Gli 60% Agua

$Y_0$ (cm) = 9  
 $r$  (cm) = 20

$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.00000295	$Y_d$ (cm)	$\eta$ (cm)	$\omega_d$ (rpm)	$\omega_d$ (s <sup>-1</sup> )
	9.5	1.89	43	4.5029
	10.4	4.81	90	9.4248
	12.9	10.77	175	18.3260
	14.5		213	22.3053

$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) = 0.00000302				
	9.6	2.48	51	5.3407
	9.8	3.11	57	5.9690
	10.2	5.06	74	7.7493
	10.5	4.60	99	10.3673
	10.6	5.83	109	11.4145
	11.6	7.87	136	14.2419
	12.2	9.54	153	16.0221
	13.5		183	19.1637
	14.4		216	22.6195

$\omega_a$ (rpm)	$\omega_a$ (s <sup>-1</sup> )	$F$	$R$ (10 <sup>-3</sup> )	$Y_d/r$	$\omega_d * r^2 / \nu$ (10 <sup>3</sup> )
19	1.9897	0.9329	29.0020	0.475	61.0569
39	4.0841	1.8662	66.4527	0.520	127.7936
52	5.4454	3.2581	160.2744	0.645	248.4875
65	6.8068	3.7404	219.2725	0.725	302.4448
24	2.5133	1.1007	33.9542	0.480	70.7378
28	2.9322	1.2175	38.7394	0.490	79.0599
37	3.8746	1.5494	52.3460	0.510	102.6392
40	4.1888	2.0430	72.0902	0.525	137.3146
41	4.2935	2.2387	80.1279	0.530	151.1848
47	4.9218	2.6701	109.4076	0.580	188.6342
50	5.2360	2.9291	129.4502	0.610	212.2135
55	5.7596	3.3305	171.3312	0.675	253.8240
67	7.0162	3.8062	215.7088	0.720	299.5955

TABLA 13

PROTOTIPO

Fluido: 40% Gli 60% Agua

r (cm) = 20

$Y_e$ (cm)	$\nu$ (cm <sup>2</sup> /s)	$Y_d$ (cm)	depression (cm)	$W_d$ (rpm)	$W_d$ (s <sup>-1</sup> )
13	0.00000311	13.2	1.04	38	3.9793
		13.8	2.32	62	6.4926
		14.0	3.88	74	7.7493
		14.7	7.14	103	10.7861
		15.3	9.39	130	13.6136
		16.5	15.06	160	16.7552
		17.1		177	18.5354
		17.3	11.67	205	21.4675

$Y_e$ (cm) = 13.5		15.2	7.58	107	11.2050
$\nu$ (cm <sup>2</sup> /s) = 0.00000302		16.0	12.33	143	14.9749
		16.8	15.77	168	17.5929

$Y_e$ (cm) = 14.3		14.8	1.77	53	5.5501
$\nu$ (cm <sup>2</sup> /s) = 0.00000295		15.5	4.93	87	9.1106
		16.0	6.75	105	10.9956
		17.1	12.79	156	16.3363
		18.0	16.23	175	18.3260
		19.0		237	24.8186

$\omega_a$ (rpm)	$\omega_a$ (s <sup>-1</sup> )	F	R (10 <sup>3</sup> )	$Y_d/r$	$\omega_d * r^2 / \nu$ (10 <sup>3</sup> )
16	1.6755	0.6994	33.7797	0.660	51.1813
26	2.7227	1.1160	57.6194	0.690	83.5064
30	3.1416	1.3225	69.7683	0.700	99.6689
50	5.2360	1.7964	101.9654	0.735	138.7284
55	5.7596	2.2224	133.9470	0.765	175.0941
59	6.1785	2.6339	177.7878	0.825	215.5004
60	6.2832	2.8622	203.8297	0.855	238.3973
62	6.4926	3.2958	238.8351	0.865	276.1099
20	2.0944	1.8352	112.7922	0.760	148.4107
34	3.5605	2.3906	158.6747	0.800	198.3433
58	6.0737	2.7408	195.7357	0.840	233.0187
		0.9212	55.6896	0.740	75.2562
		1.4777	95.7387	0.775	123.5338
		1.7553	119.2740	0.800	149.0925
		2.5226	189.3901	0.855	221.5089
		2.7582	223.6388	0.900	248.4875
		3.6358	319.6969	0.950	336.5231

TABLA 14

Fluido: 40% G11 60% Agua  
 $Y_0$  (cm) = 4.5  
 $r$  (cm) = 7

MODELO

$\nu$  (m<sup>2</sup>/s) = 0.00000305

$Y_d$ (cm)	$\eta$ (cm)	$\omega_d$ (rpm)	$\omega_d$ (s <sup>-1</sup> )
4.6	0.21	60	6.2832
4.8	0.60	91	9.5295
4.9	0.93	121	12.6711
5.0	1.50	142	14.8702
5.2	3.33	180	18.8496
5.5	3.59	200	20.9439
6.3		280	29.3215
6.5	5.06	300	31.4159
6.7	5.60	320	33.5103

$\Gamma$	$\Gamma$ (10 <sup>3</sup> )	$Y_d/r$	$\omega_d * r^2 / \nu$ (10 <sup>3</sup> )
0.6547	6.6182	0.657	10.0712
0.9721	10.4740	0.685	15.2746
1.2793	14.2172	0.700	20.3102
1.4863	17.0251	0.714	23.8351
1.8474	22.4443	0.742	30.2135
1.9959	26.3769	0.785	33.5706
2.6108	42.2990	0.900	46.9988
2.7540	46.7591	0.926	50.3559
2.8934	51.4110	0.957	53.7130

TABLA 15

PROTOTIPO

Fluido: 50% Gli 50% Agua

Ye (cm) = 4.5

r (cm) = 20

$\nu$  (cm<sup>2</sup>/s) = 0.000013

Yd (cm)	$\eta$ (cm)	$\omega d$ (rpm)	$\omega d$ (s <sup>-1</sup> )
5.0	1.42	34	3.5605
5.4	2.85	50	5.2360
5.5		82	8.5870
7.3		101	10.5767
8.2		134	14.0324
8.8		163	17.0693
8.9		171	17.9071

$\nu$  (cm<sup>2</sup>/s) = 0.000014

5.5	3.33	55	5.7596
5.8	4.10	60	6.2832
6.2	5.17	73	7.6445
7.0		89	9.3201
7.4		109	11.4145
8.0		123	12.8805
8.5		146	15.2891
9.3		182	19.0590
10.4		240	25.1327

$\omega a$ (rpm)	$\omega a$ (s <sup>-1</sup> )	F	R	Yd/r	$\omega d \times r^2 / \nu$ (10 <sup>3</sup> )
32	3.3510	1.0168	2.5505	0.250	10.2019
40	4.1888	1.4388	4.0508	0.270	15.0028
54	5.6549	2.1507	7.9965	0.325	24.6046
62	6.4926	2.4997	11.0616	0.365	30.3057
72	7.5398	3.1291	16.4851	0.410	40.2076
75	7.9587	3.6743	21.5201	0.440	48.9092
78	8.1681	3.8329	22.8328	0.445	51.3097
		1.5682	4.5384	0.275	16.3671
		1.6659	5.2210	0.290	17.8550
		1.9604	6.7903	0.310	21.7236
		2.2575	9.2800	0.348	26.4850
		2.6794	12.1013	0.370	32.4366
		2.9079	14.7628	0.400	36.6028
		3.3486	18.6185	0.425	43.4472
		3.9907	25.3938	0.465	54.1602
		4.9764	37.4471	0.520	71.4201

TABLA 16

PROTOTIPO

Fluido: 50% Gli 50% Agua

$Y_e$  (cm) = 14.5

$r$  (cm) = 20

$\nu$  (m<sup>2</sup>/s) = 0.0000135

$Y_d$ (cm)	$\eta$ (cm)	$\omega_d$ (rpm)	$\omega_d$ (s <sup>-1</sup> )
15.0	2.81	65	6.8068
15.1	4.78	85	8.9012
16.5	9.69	128	13.4041
18.1	17.20	177	18.5354
19.1		217	22.7242

$F$	$R$ (10 <sup>3</sup> )	$Y_d/r$	$\omega_d * r^2 / \nu$ (10 <sup>3</sup> )
1.1223	15.1262	0.750	20.1662
1.4627	19.9123	0.755	26.3739
2.1071	32.7656	0.825	39.7159
2.7820	49.7023	0.905	54.9197
3.3202	64.3010	0.955	67.3309

TABLA 17

MODELO

Fluido: 50% Gli 50% Agua

Ye (Ccm) = 4.5

r (Ccm) = 7

$\nu$  (m<sup>2</sup>/s) = 0.00001422

Yd (Ccm)	$\eta$ (Ccm)	$\omega d$ (rpm)	$\omega d$ (s <sup>-1</sup> )
4.5	0.16	53	5.5501
4.6	0.33	64	6.7021
4.6	0.49	67	9.1106
4.7	0.71	112	11.7286
4.8	1.14	131	13.7183
5.0	1.50	150	15.7080
5.2	2.16	187	19.5826
5.9	4.92	260	27.2271
6.1		290	30.3667
6.7	5.53	361	37.8038

F	IR (10 <sup>3</sup> )	Yd/r	$\omega d * r^2 / \nu$
0.5847	1.2295	0.643	273.2139
0.7061	1.5176	0.657	329.9187
0.9599	2.0630	0.657	448.4832
1.2357	2.7136	0.671	577.3577
1.4453	3.2415	0.686	675.3024
1.6549	3.8662	0.714	773.2470
2.0631	5.0127	0.743	963.9812
2.8685	7.9077	0.843	1340.2948
3.1995	9.1192	0.871	1494.9442
3.9828	12.4683	0.957	1860.9477

TABLA 18

PROTOTIPO

Fluido: Glicerina

$Y_0$  (cm) = 4.5

r (cm) = 20

$\nu$  (cm<sup>2</sup>/s) = 0.00050117

$\sigma$  (Kgf/m) = 0.00717

$\rho$  (Kgf\*s<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>) = 120

Yd (cm)	$\eta$ (cm)	$\omega d$ (rpm)	$\omega d$ (s <sup>-1</sup> )
4.95	1.39	28.00	2.9322
4.70	0.71	20.00	2.0944
4.50	0.36	11.50	1.2043
4.50	0.18	6.75	0.7059
4.90	1.48	31.00	3.2463

F	R	W	Yd/r	$\omega d * r / \nu$
0.8415	57.9211	16.8791	0.248	234.0246
0.6169	39.2627	11.7481	0.235	167.1604
0.3625	21.6264	6.6099	0.225	96.1172
0.2128	12.6937	3.8797	0.225	56.4166
0.9365	63.4792	18.5930	0.245	259.0986

TABLA 19

## MODELO

Fluido: Glicerina

 $Y_0$  (Ccm) = 4.5

r (Ccm) = 7

	Yd (Ccm)	$\eta$ (Ccm)	$\omega d$ (rpm)	$\omega d$ ( $s^{-1}$ )
$\nu$ ( $m^2/s$ ) = 0.00039628	5.3	3.26	310	32.46311
$\sigma$ (Kgf/m) = 0.00717	5.3	3.57	336	35.08111
$\rho$ (Kgf*s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ) = 120	5.1	1.94	258	27.01769
	5.1	2.24	245	25.65633
	5.5	4.68	361	37.80382
	4.6	0.19	74	7.74926
	5.3	2.88	312	32.67255
	5.1	2.08	258	27.01769
	5.1	1.90	245	25.65633
	4.9	1.52	222	23.24778
	4.9	1.22	206	21.57226
	4.9	0.86	180	18.84955
	4.8	0.66	172	18.01179
	4.8	0.53	145	15.18436

F	R	D	Yd/r	$\omega d * r^2 / \nu$
3.1514	303.9218	67.6795	0.7571	401.4082
3.4056	328.4317	73.1375	0.7571	433.7777
2.6737	243.3964	55.2538	0.7285	334.0736
2.5390	231.1323	52.4697	0.7285	317.2404
3.6026	367.2774	80.2871	0.7857	467.4440
0.8075	62.9671	15.0511	0.6571	95.8195
3.1718	305.8826	68.1162	0.7571	403.9960
2.6738	243.3964	55.2538	0.7286	334.0736
2.5390	231.1323	52.4697	0.7285	317.2404
2.3471	201.2210	46.6024	0.7000	287.4586
2.1780	186.7186	43.2437	0.7000	266.7409
1.9031	163.1522	37.7857	0.7000	233.0746
1.8373	152.7193	35.7360	0.6857	222.7157
1.5489	128.7459	30.1263	0.6857	187.7545

## CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

A continuación se presentan las conclusiones a las que se llegó en este estudio. El orden en que se presentan es de acuerdo al índice.

### 1. Similitud dinámica entre modelo y prototipo.

Con las configuraciones homólogas en modelo y prototipo fue posible establecer que el comportamiento en ambas instalaciones solo es parecido, pues las diferencias en la potencia del motor, en la rugosidad de los recipientes, y en suma las particularidades propias de cada instalación, no permiten que las variables utilizadas tengan un comportamiento análogo en ambas instalaciones.

A pesar de esas diferencias inevitables, se corroboró que el número de Froude es el que debe utilizarse para la modelación de vórtices. Su conservación en modelo y prototipo, indica similitud de fenómenos en que el movimiento del fluido por su peso propio es factor principal.

Respecto al incremento del tirante ( $\Delta Y$ ) dado por la ecuación (4) es parecido para ambas instalaciones. En las configuraciones  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  hay variaciones en el prototipo respecto al modelo de hasta un 20%. En cambio en la secuencia de vórtices 1, 2 y 3 las variaciones fueron mas severas; esto se debe a que en estos casos la estimación fue más subjetiva pues no había una geometría muy precisa que debiera identificarse.

### 2. Importancia del número de Froude en el fenómeno.

Al comparar las gráficas 4 y 5 resalta el que las rectas presentan pendientes contrarias. Esto puede interpretarse de la

siguiente manera: para las velocidades de 324 rpm (modelo) y 106 rpm (prototipo) a mayor tirante, menor depresión y viceversa. Esto equivale a que para un  $F$  (depresión) grande le corresponde un  $F(Y_d)$  pequeño. Para la velocidad del disco de 101 rpm (prototipo) se presenta una dispersión tan grande que no se puede saber si aquello mismo sucede. Aquí también se aprecia que a menor velocidad, menor depresión, lo cual es lógico pues el fluido tiene menos circulación.

### 3. Influencia del efecto viscoso.

La variable que tuvo valores mas diferentes fue la viscosidad, variando de  $10^{-6}$  hasta  $500 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  lo que se refleja en la magnitud de los  $R$ . La tensión superficial y la densidad son semejantes para agua y glicerina, la primera varía de 0.00746 a 0.00717 Kgf/m y la segunda de 101 a 120 Kgf  $\times \text{s}^2/\text{m}^4$ , por lo que los valores de  $F$  y  $W$  son semejantes en ambos fluidos.

Las gráficas de  $R$  contra  $F$  muestran que entre ambas instalaciones existe un comportamiento similar cuando trabajan con el mismo  $Y_e$ . Este hecho sólo se conserva mientras la viscosidad no crece mucho, cuando esto sucede dicha similitud tiende a desaparecer. Lo anterior se corrobora al graficar  $F$  contra  $W$ , para la glicerina los puntos de modelo y prototipo se alinean sobre una misma curva y ésta coincide con las de modelo y prototipo para un  $Y_e = 4.5 \text{ cm}$ , usando agua como fluido. En resumen, al hacer intervenir la viscosidad, la similitud sólo se presenta por intervalos que son más pequeños cuanto mayor es la viscosidad.

### 4. Delimitación de $w_d$ en función de $Y_d$ y $\nu$ .

Una mayor viscosidad, permite al fluido moverse con mayor rapidez, ya que lo hace como sólido. Sin embargo esto, por alguna

razón sólo es válido en el prototipo; en el modelo este hecho no ocurre. Por otra parte el comportamiento del parámetro se hace más estable con viscosidades grandes y velocidades del disco pequeñas, pues las mediciones señalan en estos casos curvas prácticamente paralelas entre una y otra instalación. Ciertamente entre mas viscoso es el fluido, la transmisión del movimiento es mas eficaz, probablemente por que hay menos pérdidas por cortante tanto en el seno del fluido como contra las paredes del recipiente.

#### 5. Velocidad del fluido.

La comparación de las velocidades del disco y el fluido, en rigor no es cuantitativa, pues para un determinado tirante las curvas muestran bastante inestabilidad, comparadas con las demás, sin embargo todas ellas dejan ver la enorme influencia que tienen la viscosidad y la masa en el movimiento del fluido.

#### 6. Ensayos adicionales.

a) La geometría del vórtice no se modifica a pesar de disminuir en dos tercios la magnitud de la tensión superficial, lograda al agregar detergente al agua.

b) La configuración espiral se presenta, mientras el disco no se descubre, siempre que se modifica la velocidad del disco y el agua tiene que estabilizarse. Esto es la configuración más sencilla que permite llegar al equilibrio.

c) El ancho del núcleo teñido se conserva sin importar ni la magnitud de la velocidad del disco ni la del tirante.

d) El anillo que aparece en las fotos 61 y 62 señala la zona de transición entre el vórtice forzado y el libre, como se comentó en el capítulo uno.

e) La magnitud y profundidad de los vórtices asociados a un

gasto de salida son proporcionales a la magnitud de éste y a su circulación.

#### 7. Ultimas recomendaciones.

Como parte final de este trabajo se presenta, lo que a nuestro criterio y sustentado en las experiencias adquiridas mediante la experimentación, bien puede considerarse una forma satisfactoria de modelar vórtices que se encuentren confinados. Así mismo se agregan algunos comentarios, respecto a las instalaciones usadas con el fin de que puedan servir de guía a quien se interese en esta forma de estudiar el fenómeno.

Es factible hacer la modelación de un vórtice usando el número de Froude. Si por las características particulares del fenómeno que se está estudiando es necesario hacer intervenir otras fuerzas como son, por ejemplo, las de viscosidad y/o tensión superficial, éstas guardarán una proporción distinta a uno, la cuál dependerá básicamente de la escala de líneas entre modelo y prototipo.

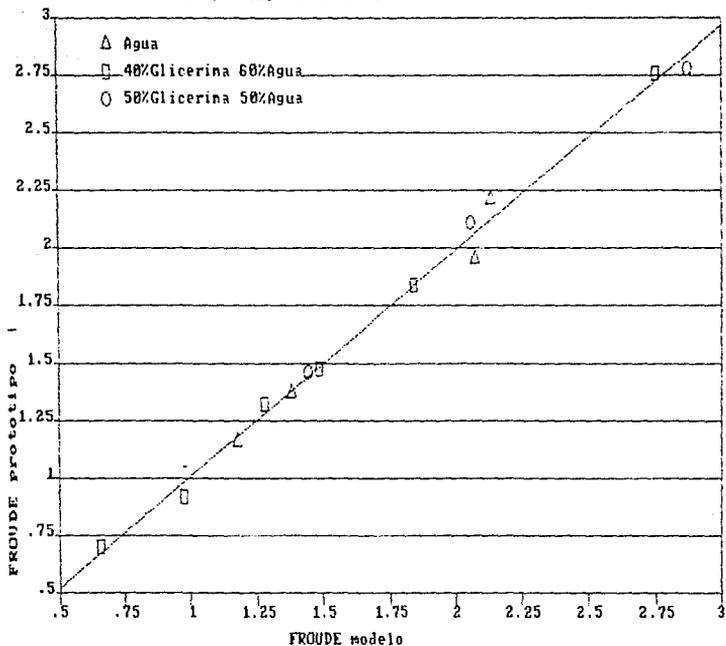
En el caso del número de Froude, como lo muestra la gráfica 20 de  $F_m$  contra  $F_p$ , la recta ajustada es válida en toda su extensión independientemente de la viscosidad del fluido de que se trate; sin embargo al usar  $R_m$  contra  $R_p$  los puntos se agrupan a lo largo de la recta de acuerdo a la viscosidad del fluido, y si bien es posible vislumbrar un rango para cada viscosidad, también es cierto que ese rango es compartido en sus extremos inferior y superior, por dos fluidos, uno de menor y el otro de mayor viscosidad, respectivamente. Esto se observa en la gráfica 21. Puesto que no se conocía el valor de la tensión superficial para las dos mezclas, se modificó el número de  $W$  para que no la tomara en cuenta, en la gráfica 22 de  $W_m$  contra  $W_p$  se observa un

comportamiento semejante al de la gráfica de  $F$ , es decir, los valores no se agrupan por zonas, en función de su viscosidad, están todos mezclados. En las tres gráficas se observa que la pendiente de la recta es prácticamente uno, lo que muestra que se conservan las relaciones  $F_p = F_m$ ,  $R_p = 5 \times R_m$  y  $D_p = 3 \times D_m$  independientemente del fluido con que se trabaje.

Con respecto a las instalaciones experimentales se puede decir que una manera de explicar en forma matemática la formación de las distintas configuraciones, se daría al determinar campos de velocidades en distintos planos de cada vórtice; la forma de medir estas velocidades puede ser tan precisa como lo permitan los recursos con que se cuenta. Por otra parte, sería pertinente prescindir de la tuerca como modo de sujeción entre el disco y la flecha en ambas instalaciones; esto podría hacerse usando prisionero.

Así mismo en el prototipo, hay que disminuir la presencia de dobleces sobre la superficie del recipiente de lucita y proveerlo de un motor de velocidad variable y eje vertical, que permite usar una transmisión de cadena. Finalmente hacer que la escala de líneas entre una y otra instalación fuera un número entero, procurando que el modelo tuviera un mayor tamaño, lo que facilitaría las mediciones en él.

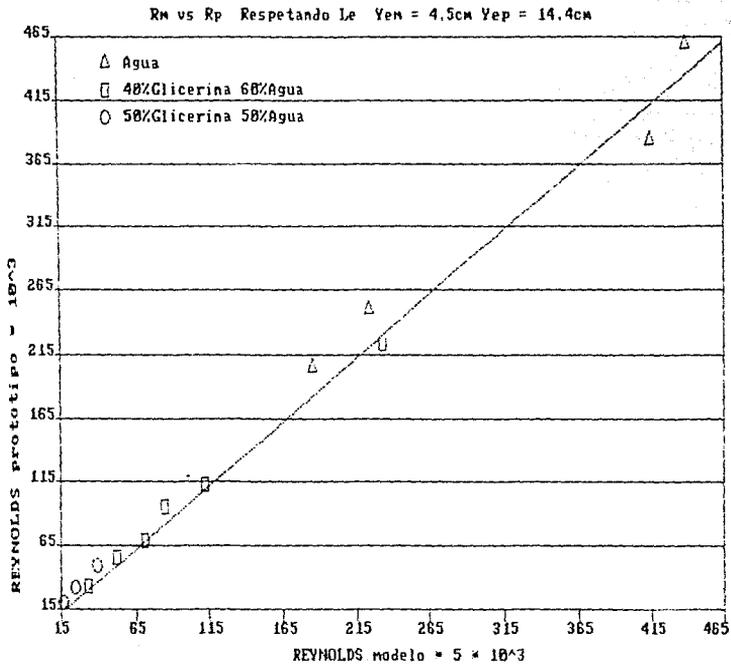
Fm vs Fp Respetando Le Yen = 4.5cm Yep = 14.4cm



GRAFICA 21.

Ecuación ajustada a los puntos:

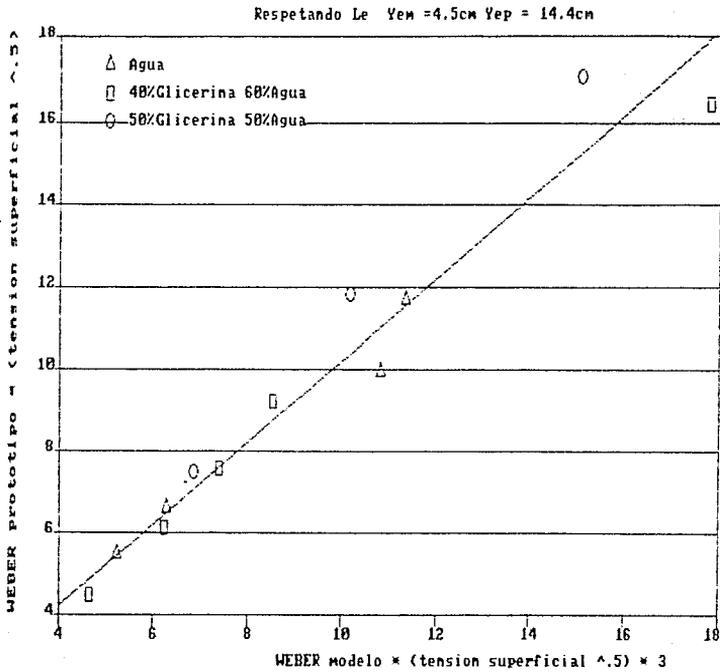
$$\Delta, \square, \circ \quad y = 0.030 + 0.98 * x$$



GRAFICA 22.

Ecuación ajustada a los puntos:

$$\Delta, \square, \circ \quad y = -2.91 + 1.00 \times x$$



GRAFICA 23.

Ecuación ajustada a los puntos:

$$\Delta, \square, \circ \quad y = 0.26 + 0.99 * x$$

## APENDICE A

### LA VISCOSIDAD Y UNA FORMA DE CUANTIFICARLA.

Debido a la importancia que tiene la fuerza viscosa en la formación de vórtices, en este apéndice se describe el concepto de viscosidad, así como una forma sencilla de cuantificarla.

La viscosidad es una medida de la resistencia al cortante o deformación angular de un fluido a una temperatura determinada.

En la mayoría de los casos la viscosidad del fluido controla inherentemente su movimiento; ésta se debe a la cohesión entre las partículas del fluido y también al intercambio de las capas de diferentes velocidades. Matemáticamente, la relación entre el esfuerzo cortante viscoso y la viscosidad se expresa:

$$\tau = \mu \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

la relación anterior indica que la resistencia al cortante viscoso es proporcional a la relación de cambio de velocidad en la dirección perpendicular al esfuerzo cortante. El factor de proporcionalidad ( $\mu$ ) se llama viscosidad absoluta o dinámica y usualmente se mide en centipoises (1 centipoise = 0.01 g/cm\*s).

La viscosidad cinemática ( $\nu$ ) se define como el cociente de la viscosidad absoluta entre la densidad  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  y la unidad comúnmente usada es el centistoke (1 centistoke = 0.01 cm<sup>2</sup>/s).

Para poder determinar la viscosidad de los fluidos como son el agua, la glicerina y mezclas de glicerina y agua, se utilizó el viscosímetro de Ostwald que es el que se recomienda usar para fluidos newtonianos. Un fluido newtoniano es aquél en el cual el esfuerzo tangencial es directamente proporcional al gradiente transversal de velocidades (Sotelo 1985).

A continuación se describe la manera como se utilizan los

viscosímetros de Ostwald que existen y se menciona el rango, en centistokes, que maneja cada uno de los modelos que existen. Entre más viscoso sea un fluido se recomienda usar un viscosímetro de talla mayor.

Número del viscosímetro	Rango de centistokes
25	0.5 a 2
50	0.8 a 4
100	3 a 15
150	7 a 35
200	20 a 100
300	50 a 250
350	100 a 500
400	240 a 1200
450	500 a 2500
500	1600 a 8000

La determinación de la viscosidad se hace de la forma siguiente en un baño térmico, para conservar una temperatura dada constante, se introduce el viscosímetro, luego se mide el tiempo que tarda, tanto una muestra del fluido problema, como una de agua destilada en pasar de la marca A a la B del viscosímetro. La viscosidad del fluido buscada se obtiene sustituyendo los valores medidos en la fórmula siguiente

$$\mu_p = \frac{t_p \rho_p}{t_a \rho_a} \mu_a \quad (5)$$

donde

$\mu_p$  viscosidad absoluta de la muestra de fluido que se desea conocer

$t_p$  tiempo que tardó la muestra en fluir por el viscosímetro, s

$\rho_p$  densidad de la muestra,  $\text{kgm}/\text{m}^3$

$\mu_a$  viscosidad absoluta del agua destilada, centipoises

$t_a$  tiempo que tardó el agua destilada en fluir por el viscosímetro, s

$\rho_a$  densidad del agua destilada,  $\text{kgm}/\text{m}^3$

La densidad se obtiene al pesar un volumen conocido de cada muestra. Para este trabajo se pesaron dos muestras y se trabajó con un peso promedio.

Para las mezclas de glicerina y agua se utilizó el viscosímetro No.300 y para la glicerina pura el No.400. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla siguiente:

TABLA 20

Muestra	°C	tiempo (s)	$\rho$ $\frac{\text{kgf s}^2}{\text{m}^4}$	$\mu 10^{-6}$ $\frac{\text{kgf s}}{\text{m}^2}$	$\nu 10^{-6}$ $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$	viscosímetro utilizado
agua	22.8	1.75	101.6	95.92	0.944	400
		5.00	101.6	95.92	0.944	300
agua	31.5	1.63	101.6	79.00	0.778	400
		4.52	101.6	79.00	0.78	300
glicerina	22.8	825.47	120.0	53 000	442.0	400
		433.46	120.0	25 000	208.0	400
glice 50% agua 50%	22.8	71.75	117.6	159.0	13.5	300
		31.5	66.39	117.6	134.0	11.4
glice 40% agua 60%	22.8	14.84	111.7	313.0	2.8	300
		31.5	12.13	111.7	233.0	2.1

Nota: Los porcentajes de agua-glicerina están en función del volumen.

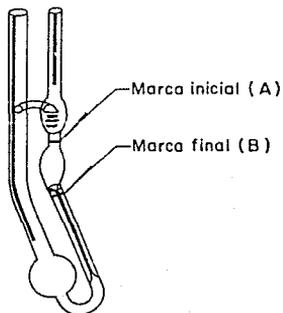


Fig.9  
Viscosímetro de Ostwald.

## REFERENCIAS

- Comisión Federal de Electricidad, Estudio en modelo del cárcamo de bombeo C.T. Valladolid propuesta técnica-económica, Subdirección de construcción, Gerencia de proyectos hidroeléctricos, Laboratorio de Hidráulica, Cuernavaca, Morelos, abril 1989, pp. 3-6.
- Hansen, A. G., Mecánica de fluidos, México, Ed. Limusa, 1981, pp. 525, 528 y 529.
- Hecker, G., "Model-Prototype Comparison of Free Surface Vortices" Journal of Hydraulics Division, A.S.C.E., vol 107, No HY10, octubre 1981, pp. 1248-1251.
- "Scale Effects in Modelling vortices", Symposium on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures, I.A.H.R., septiembre 3-6 1984, p. 6.1-1.
- Levi E., "Experiments on unstable vortices", Journal of the Engineering Mechanics Division, A.S.C.E., vol 98, No EM3, junio 1972, pp. 539, 540.
- Mecánica de los fluidos, México, Facultad de Ingeniería, U.N.A.M., 1985, pp. 12, 13.
- Sotelo, G., Hidráulica General, México, Ed. Limusa, 1985, pp 277.
- Vatistas G.H., "Analysis of Fine Particle Concentrations in a Combined Vortex", Journal of Hydraulic Research, I.A.H.R. vol. 27, No 3, pp 418.
- Yildirim N., S. Jain, "Surface Tension Effect on Profile of a Free Vortex", Technical Note, Journal of the Hydraulics Division A.S.C.E., Vol 107, No HY1, enero 1981. pp. 134.

## BIBLIOGRAFIA

- Anwar, H.O., "Flow in a Free Vortex", Water Power, abril 1965, pp. 158-161.
- et al., "Similarity of Free-Vortex at Horizontal Intake", Journal of Hydraulic Research, I. A. H. R., vol 16, No 1, enero 1978, pp. 95-105.
- Chomaz, J.M. et al., "Experimental and Numerical Investigation of a Forced Circular Shear Layer", Journal of Fluid Mechanics, vol 187, febrero 1988, pp. 115-140.
- Farell, C., A.P. Cuomo, Introduction to the Study of Vortex Dynamics and Similitud in Free Surface Flows, Convênio Departamento de Aguas e Energia Elétrica e Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil 1981, pp. 1-65.
- Gulliver, J.S. et al., "Designing Intakes To Avoid Free-Surface Vortices", Water and Power Dam Construction, septiembre 1986, pp. 24-28.
- Kurokawa, J. et al., "Transient Flow caused by Rotationally Decelerated Disk Enclosed in a Housing", J.S.M.E. vol. 24, No 195, septiembre 1981, pp. 1572-1579.
- Newman, B.G., "Flow and Heat Transfer on a Disk Rotating Beneath a Forced Vortex", A.I.A.A. Journal, vol 21, No 8, agosto 1983, pp. 1066-1070.
- Rabaud, M, Y. Couder "A Shear-Flow Instability in Circular Geometry", Journal of Fluid Mechanics, vol. 136, noviembre 1983, pp. 291-319.