Zey
6

Arturo González Yáñez

LA NOCIÓN DE DEDUCIBILIDAD EN LA LÓGICA CLÁSICA Y EN LA LÓGICA RELEVANTE

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
1989

INTRODUCCIÓN GENERAL

Una de las razones por las cuales decidí hacer una tesis sobre tópicos lógicos-filosóficos fue por mi incapacidad de comprender los presupuestos teóricos que en principio subyacían a las presentaciones formales de los primeros cursos de lógica; presentaciones que posteriormente descubrieron ante mí un inmenso cúmulo de posibilidades para la investigación.

Sobra decir que al iniciar la elaboración de este trabajo estaba temeroso acerca del posible desarrollo que se podría efectuar del tema. Mi temor radicaba, sobre todo, en que a menudo había escuchado la leyenda de que la *Lógica* se había erigido, desde hacía ya mucho tiempo, en un cuerpo inmutable, rígido y aproblemático de conocimientos. Las primeras muestras de que eso era falso las descubrí, como otras tantas cosas, por casualidad.

La creencia —mi creencia— casi dogmática de que había sólo una *Lógica* fue diluyéndose poco a poco cuando me enteré de la existencia de diversos sistemas de lógica, algunos de los cuales pretendían y pretenden cuestionar la corrección de la lógica clásica. Por ejemplo, tal creencia se fue disipando cuando me enteré de la existencia de las lógicas inductivas, modales, temporales, deónticas, intuicionistas, libres, relevantes, polivalentes, paraconsistentes, etc. Otra cuestión de la que después me enteré fue de que aun dentro de la lógica clásica, que es aquella desarrollada en la tradición Frege-

Russell, todavía existen diversos problemas lógico - filosóficos no resueltos.

Creo que en lógica aún son muchos los problemas que debemos discutir. Pienso también que las soluciones a dichos problemas pueden cuestionarse casi en su totalidad desde un punto de vista filosófico. Considero que son pocos los arreglos definitivos que hemos obtenido; quzá no exista ninguno. Pero si es así, ¿cómo entonces optar por una propuesta que intente solucionar una cierta dificultad si esta pudiera no ser la auténtica, la definitiva? La respuesta a esta interrogante es difícil de proporcionar. En realidad no tengo ninguna idea de cómo pudiera darse. Pero si se me exigiera alguna orientación contestaría de este modo: a mi parecer existen dos criterios, que no son respuestas ni soluciones, por los que podemos elegir una propuesta y no otra, a saber, para simplificar los desarrollos técnicos que se efectúan a lo largo del análisis lógico y, sobre todo, para fundamentar junto con teoría de conjuntos muchas ramas de las matemáticas; que, por cierto, constituyen a mi parecer el conjunto más *seguro* del conocimiento humano. Ambas propuestas, como es fácil de ver, no son soluciones, ni siquiera pretenden contestar los problemas que suelen plantearse en lógica, son más bien criterios pragmáticos que facilitan, según creo, la tarea del investigador.

Con esto no niego que existan problemas cuando se intenta fundamentar casi toda la matemática. Lo que quiero decir es que la lógica y la teoría de conjuntos son las herramientas con las que podemos fundamentar adecuadamente muchas ramas de las matemáticas. La elección de una lógica y de una teoría de conjuntos dependará, claro está, de los supuestos filosóficos que uno esté dispuesto asumir.

Los problemas que abordaré en esta disertación mostrarán, espero, dos cosas, a saber, que en lógica hay mucho de qué discutir y que muchas de tales discusiones pueden postergarse durante mucho tiempo sin que encontremos una solución definitiva.

En el capítulo primero discutiré el tema de los *portadores de verdad.* Allí preguntaré por los objetos que están en la relación lógica de implicación y, por ende, por los objetos de los que es lícito predicar verdad o falsedad. En el capítulo segundo, caracterizaré con holgura la definición clásica de *validez.* En tal capítulo intentaré (de)mostrar que existen por lo menos dos definiciones semánticas de validez que son equivalentes sólo si se les considera en un determinado universo discursivo. Las definiciones a las que me refiero son el enfoque *sustitucional* que está basado en el lenguaje, y el *interpretacional* que está basado en conjuntos. Lo interesante de esta (de)mostración es que puede probarse en teoría de conjuntos que existen más conjuntos que expresiones lingüísticas para ellos y, sin embargo, puede demostrarse que ambas definiciones son equivalentes. En el último capítulo estudiaré una versión no clásica de *validez*, a saber, la *validez relevante* de Anderson y Belnap. A lo largo de este capítulo intentaré mostrar, siguiendo a Orayen, que este sistema de lógica no es adecuado, puesto que la crítica en que el sistema está basada es falsa. Para finalizar, presentaré una interesante propuesta de Raymundo Morado con la que se (de)muestra que con otra idea de *relevancia* la lógica clásica es relevante.

Debo recordar que el objetivo principal de esta tesis, que no es el único, es el de discutir diversos planteamientos de la lógica clásica y relevante. Discutirlos no es casual, con ello intentaré mostrar que la lógica clásica no es aquel cuerpo acabado, rígido e inmutable de conocimientos como lo piensan no pocos legos. Si al finalizar la lectura de este trabajo el lector se ha interesado por los tópicos lógico-filosóficos aquí planteados, su objetivo estará cumplido.

A continuación explicaré dos criterios que he adoptado al elaborar este trabajo: 1) La traducción de los textos citados en inglés es mía; en ocasiones usaré, si la hay, la traducción castellana, esto lo haré sólo cuando me paresca una excelente traducción, y 2) El uso de las comillas será desplazado por las letras itálicas, sólo utilizaré las comillas cuando dentro de un texto en itálicas pretenda subrayar alguna(s) palabra(s).

Por último, quiero dar mis más sinceros agradecimientos a una serie de personas que sin su ayuda moral, económica y sobre todo, sin cuya amistad me hubiera sido imposible acabar en estas fechas mi disertación profesional. Quiero agradecer a Francisco Hernández Quiroz, Victor M. Xalteno, Guillermo Betancourt, Milciades Jurado, Fernando Bustos, Luis Bernardo Pérez, José Luis Solís, Andrea Motta, a mi padre, a mis hermanos, a todos mis compañeros de generación y, en general, a todas aquellas personas e instituciones (en especial, al I.I.F por su apoyo) que han intervenido en mi formación profesional. Quiero reconocer sobre manera la ayuda que mis profesores Raúl Orayen, José A. Robles y Adolfo García de la Sienra me brindaron al elaborar esta tesis. Para concluir quiero agradecer y dedicar este trabajo a la persona que ha inspirado mi vida y mi vocación...a mi Madre.

CAPÍTULO PRIMERO

LA LÓGICA DEDUCTIVA Y LOS PORTADORES DE VERDAD

Two valued logic is the mother
of all others logics
H. Reichenbach

Introducción

En este capítulo analizo el tema de los portadores de verdad. En primera instancia caracterizo escuetamente el objetivo de la lógica clásica deductiva. Al hacerlo, me pregunto por las entidades que se encuentran en la relación lógica de implicación, que es el objetivo principal de aquella lógica. En un primer momento puede parecer trivial este tópico, pero sometido a cavilaciones menos endebles surgen varias dificultades. Estas dificultades las abordo al iniciar la segunda sección. Posteriormente, analizo los *ítems* que se han tomado como portadores de verdad y que han llamado la atención de los lógicos contemporáneos. Estos *ítems* son las oraciones, afirmaciones y proposiciones. Al estudiarlas intento ver si alguna clase de ellas es o no adecuada para la lógica deductiva clásica. Mi respuesta a eso es negativa. Sin embargo, en la última sección de este capítulo propongo dos posibles soluciones al problema de los portadores de verdad. Con ellas intento seleccionar una clase de *ítems* que sean adecuados para la lógica deductiva clásica. Una vez hecho eso, reconsideraré, a la luz de las dos propuestas dadas, las dificultades que se darán al inicio de la segunda sección.

§ 1. *El objeto de la lógica deductiva clásica*

Cuando se plantea la pregunta *¿de qué trata la lógica?*, uno puede contestar de diversas maneras; algunos filósofos dicen que la lógica se encarga de estudiar

> La relación de consecuencia que se da entre las premisas y la conclusión de un argumento sólido. Se dice que un argumento es sólido (correcto, válido) si su conclusión se sigue de o es una consecuencia de sus premisas; de otro modo es inválido. (Mates, (1972) p. 4).

Sin embargo, esta respuesta descarta aquella parte de la Lógica que recibe el nombre de *lógica inductiva*. Por ese y por otros motivos se ve que es difícil dar una buena y precisa definición de lo que es la Lógica, razón por la cual me limitaré a caracterizar brevemente a la lógica deductiva clásica.[1]

[1] Entiendo que la *Lógica* no es sino el conjunto de áreas que se dicen ser *lógicas*. En ese conjunto podemos encontrar a las lógicas deónticas, imperativas, dialécticas, paraconsistentes, relevantes, modales, intuicionistas, etc. y no sólo a la estándar.

Antes de hacerlo es importante señalar que en los últimos años se han desarrollado diferentes sistemas clásicos y no clásicos de lógica. En parte por eso, hoy en día es difícil proporcionar una definición imparcial, y que comprenda totalmente aquello que recibe el nombre de *Lógica*. Por tal motivo, tenemos que restringirnos a la parte de la Lógica que aquí nos interesa, a saber, la Lógica Deductiva Clásica (LDC).

Así, podemos proponer una alternativa más prudente y decir, siguiendo a Orayen, que la lógica deductiva estudia "los principios y métodos que nos permiten distinguir entre razonamientos válidos e inválidos" (Orayen, (en prensa) cap. 1). Ahora bien, de manera resumida y a reserva de posteriores aclaraciones, un argumento es válido si y sólo si no es posible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión falsa.[2] En otras palabras, si un argumento es válido, entonces si sus premisas son verdaderas, su conclusión también tiene que serlo (*Cf.* Haack, (1978) p. 79). Debido a eso, tanto las premisas como la conclusión requieren pertenecer al conjunto de objetos de los que es lícito predicar verdad o falsedad.

Pero ¿qué son tales objetos; qué tipo de entidades tenemos que adoptar como los objetos adecuados para LDC? ¿Cuáles son los portadores de verdad idóneos para la lógica clásica?[3] Al desarrollo de tal problema dedicaré el resto del capítulo.

---

2 Uso *razonamiento* y *argumento* de manera indistinta.

3 En la terminología técnica inglesa *truth bearers*.

§ 2. *Los portadores de verdad*

2.1. *Los portadores de verdad; lógica divergente y lógica clásica*

A mi parecer, la cuestión de saber cuáles son los portadores de verdad adecuados para la lógica clásica no es trivial.[4] Durante algún tiempo algunos filósofos de la lógica han considerado que los portadores de verdad son o bien las oraciones o bien las afirmaciones o bien las proposiciones y raramente, por lo menos en el ámbito de la lógica de este siglo, los juicios, las creencias o los pensamientos.[5] Algunos filósofos dicen que hay sólo una clase de entidades que son portadores de verdad, y que cualquier otra cosa a la que se le considere como tal tiene el pequeño inconveniente de *no existir* (*Cf.* Mates, *op.cit.*, p. 10). En cambio, otros filósofos admiten la existencia de cosas que son portadores de verdad primarios, aunque también aceptan la existencia de otras entidades que portan

---

[4] Hay quien piensa lo contrario. Por ejemplo, el profesor Platts considera que aquí no existe ningún problema sustancial (*Cf.* Platts, (1979) pp. 37-40), aun cuando después haya moderado un poco su posición (*Cf.* Platts, (1985) pp. 67-75).

[5] La forma en la que traduzco la terminología técnica inglesa es ésta: *oración* por *sentence*, *afirmación* por *statement*, *proposición* por *proposition*, *juicio* por *judgment*, *creencia* por *belief* y *pensamiento* por *thought*. Esta aclaración la proporciono porque en la literatura castellana no existe uniformidad alguna al traducir esas palabras. Por ejemplo, algunos traducen *sentence* por *oración*,por *sentencia* o por *enunciado*; *statement* por *aseveración*, por *afirmación* o por *enunciado*; etc.

con propiedad los valores de verdad, pero de manera secundaria o derivada.[6]

Sin embargo, los planteamientos anteriores traen consigo algunas dificultades: 1) Decir que tales o cuales portadores de verdad *no existen* es asumir cierta tesis ontológica, pero ¿cómo y por qué medios se puede demostrar o por lo menos mostrar la inexistencia de tal o cual entidad? 2) Un problema que se suscita respecto a la segunda posición presentada en el párrafo anteror consiste en señalar que si es posible encontrar casos en los cuales la primacía no vale, entonces ¿cómo demostrar o por lo menos mostrar que tales o cuales portadores de verdad son primarios? Quizá estas preguntas no cuestionan del todo aquellas propuestas a pesar de que planteen problemas difíciles.

Lo que a continuación se diga no se inclinará por ninguna de tales posturas, tan sólo intentará determinar una clase idónea de portadores de verdad para LDC. Esta labor se efectuará por cuestiones de simplicidad, economía y coherencia, *i.e.*, por criterios ante todo pragmáticos. Debo aclarar que no pretendo ser ambicioso, en ningún sentido del término. Antes bien, mi actitud frente a los problemas a los que me enfrentaré será cauta, sobre todo prudente en lo que se refiere a los compromisos teóricos y tesis ontológicas que asuma. Los portadores de verdad elegidos no necesariamente coincidirán con aquellos aceptados por sistemas divergentes de lógica. Bástenos con que los nuestros cumplan adecuadamente los requerimientos de LDC.

Por otro lado, ciertamente es difícil dar respuestas definitivas a los problemas de la índole que deseo estudiar en este

---

6 *Cf.* Cartwright, (1962) p. 81 y Quine, (1970) p. 13.

capítulo. Sin embargo, de allí no se sigue que no sea necesario o importante aclarar ciertos tópicos lógico-filosóficos que se han planteado respecto de ellos y cuyo esclarecimiento puede ser de utilidad conceptual para el investigador.

Pues bien, previo al análisis de los portadores de verdad es menester hacer algunos comentarios en torno a esta polémica. Comenzaré con dos preguntas. ¿Por qué se plantea el problema de los portadores de verdad en la filosofía de la lógica? ¿Es realmente importante? A juzgar por varios textos no parecen tener relevancia estos tópicos, en otros ni siquiera se mencionan los motivos por los cuales se estudian. A excepción de las obras de Haack, (1978), (1980), y de algún otro texto lógico-filosófico, no se plantean abiertamente las dificultades que se generan a raíz de este tema.

En un estadio inicial puede considerarse que el problema queda resuelto si, por ejemplo, postulamos a las oraciones, a las proposiciones o a las afirmaciones como portadores de verdad de LDC. Sin embargo, varios inconvenientes surgen después de considerar con más cuidado la cuestión inicial. Esas dificultades pueden expresarse del siguiente modo:

(a) En LDC se supone que todos los *ítems* tienen valor de verdad. Cuando elaboramos una tabla veritativa les atribuimos a los *ítems* en cuestión los valores de verdad. Y suponemos, quizá intuitivamente, que el resultado final será una tautología, una contingencia o una contradicción; dependiendo, por supuesto, de la operación lógica que se efectúe. Pero, ¿qué pasa con aquellas entidades a las que no les podemos predicar verdad o falsedad so pena de caer en complicaciones de difícil solución?[7]

(b) En LDC se supone que ningún *ítem* cambia de valor de verdad. Cuando hacemos una tabla de verdad, por ejemplo, le asignamos a cada *ítem* un valor veritativo. Y pensamos que el *ítem* considerado siempre poseerá el valor de verdad asignado. Pero, ¿qué sucede con aquellos *ítems* que mudan de valor veritativo? ¿qué pasa cuando el *ítem* considerado no conserva su valor de verdad?[8]

En resumen, cuando elaboramos una tabla de verdad suponemos que todo enunciado, oración, o como se le quiera llamar, es o verdadero o falso. Pero también suponemos que ninguno muda de valor veritativo. Las tablas de verdad presuponen lo contrario a lo preguntado en (a) y (b).

Uno puede pensar,como se hizo en el párrafo anterior, que las cosas elegidas como portadores de verdad o mudan o carecen de valor veritativo. De ser esa la situación podemos plantearnos lo siguiente: si los portadores de verdad elegidos fallan, o los cambio o cambio de lógica. Si los cambio, tengo que elegir una clase determinada de objetos que cumplan las exigencias de LDC. Si no los cambio, tengo que elegir un sistema de lógica (complementario o rival) que dé cuenta de los portadores de verdad aceptados; aunque éstos carezcan o muden de valor veritativo.[9]

---

7 Piénsese en *los futuros contingentes de Aristóteles*. *Cf.* Lukasiewicz, (1975b) pp. 43-60 y Simpson, (1975) p. 102

8 *Cf.* Strawson, (1973).

9 Siguiendo a Haack, (1980) considero que los sistemas de lógica complementarios se caracterizan, de manera general, porque sus usos, principios y consecuencias son compatibles con los de la lógica clásica. En cambio, un sistema es divergente cuando sus principios y consecuen-

Haack, (1980) presenta de manera general y satisfactoria cuatro alternativas teóricas que de algún modo plantean qué hacer con los *ítems* molestos que violan la bivalencia. Las tesis que Haack nos ofrece son las siguientes:

(1) La tesis del *no ítem*. Es decir, los objetos en cuestión no son cosas de la clase por las que la lógica deba estar interesada. Por ejemplo, los futuros contingentes de Aristóteles (*Cf.* Haack, (1980) p. 56).

(2) La tesis de la *forma engañosa*. Los *ítems* considerados no tienen la forma lógica que presentan gramaticalmente; la forma gramatical disfraza la estructura lógica de las oraciones. Por ejemplo, Bertrand Russell, (1905) y (1970) (*Cf.* Haack, *Ibid*).

Es por demás claro que (1) y (2) evitan la necesidad de adoptar un sistema de lógica divergente. Por un lado, la tesis (1) excluye por completo de la lógica los *ítems* molestos (*Cf.* Haack, *Ibidem*). Esta tesis a menudo se presenta de la forma siguiente: "el *ítem* en cuestión no es de la clase requerida, por ejemplo, no enuncia o no constituye una proposición; ahora bien, solamente los *ítems* de esta clase están dentro del ámbito de la lógica, de modo que aquellos *ítems* están fuera del alcance de ella" (Haack, *Ibidem*).

Por otro lado, la tesis (2) "presenta los *ítems* molestos en una forma nueva e inofensiva en la que se les puede aplicar el aparato lógico estándar" (Haack, *Ibidem*). Dado el hecho de que la forma gramatical no siempre refleja la estructura lógica de la oración, la asignación de verdad o falsedad a la oración en cuestión trae consigo algunas dificultades, pero tales

cias son incompatibles generalmente con los de LDC.

problemas desaparecen cuando se reconoce la forma lógica de dicha oración y se le asigna algún valor veritativo (*Cf.* Haack, *Ibid.* p. 61).

(3) La tesis del *hueco de valor de verdad.* Los *ítems*, aunque pueden estar dentro de la lógica, no poseen valores de verdad. Por ejemplo, Frege, (1973). (*Cf.* Haack, *Ibid.* p. 56).

(4) La tesis del *nuevo valor de verdad.* Los objetos considerados, aunque dentro del alcance de la lógica, no son verdaderos ni falsos, sino que tienen otro valor de verdad. Por ejemplo, Lukasiewicz, (l975a). (*Cf.* Haack, *Ibidem*).[10]

Las tesis (3) y (4), en contraposicion con las dos anteriores, exigen modificar la lógica clásica. "Pero (3), en apariencia, pide una modificación menos radical ya que, al contrario de (4), no exige la admisión de un(os) valor(es) de verdad no clásico(s)" (Haack, *Ibid.* p. 57). En cambio, los que proponen (4) no sólo demandarían modificar o rechazar la semántica veritativo funcional, sino también algunos principios y reglas fundamentales de LDC (*Cf.* Lukasiewicz, (1950b) p. 42).

Debido a lo dicho anteriormente, me parece pertinente señalar que las divergencias aludidas en (3) y (4) se basan, entre otras cosas, en la supuesta existencia de aparentes portadores de verdad que violan la bivalencia porque carecen

[10] Lukasiewicz, (1975a) dice que "la lógica trivalente es un sistema de lógica no aristotélica, puesto que opera sobre la base de que además de proposiciones verdaderas y falsas, hay también proposiciones que ni son verdaderas ni falsas. Este tercer valor de verdad lógico puede interpretarse como la posibilidad y se puede simbolizar por $\frac{1}{2}$" (p. 41).

de o proponen más valores veritativos. Esas situaciones, sin embargo, se evitarían seleccionando un conjunto de *ítems* que portaran, sin huecos ni variaciones, los valores de verdad clásicos. Empero, ese conjunto de *ítems* no impediría el desarrollo de sistemas divergentes de lógica, pues del hecho de que se forme un conjunto de objetos que satisfaga los requerimientos de la lógica clásica, no se sigue que no puedan desarrollarse diversos sistemas divergentes (o complementarios) para otro(s) conjunto(s) de *ítems*. Lo que aquella clase de objetos nos aseguraría es que en la lógica clásica no existe el tipo o la clase de problemas que convergen en la carencia o en la presunta existencia de nuevos valores veritativos.

Con todo, en las cuatro alternativas teóricas debidas a Haack no se considera el problema de la mutabilidad veritativa. Y en esa medida, me parece pertinente introducir otra tesis:

(5) La tesis del *cambio de valor veritativo*. Los *ítems* considerados, aunque dentro del ámbito de la lógica, mudan de valor veritativo. Posiblemente un ejemplo de esto lo sea Strawson, (1973).

No obstante, del hecho de que algunos portadores de verdad muden de valor de verdad no se sigue: 1) que todos cambien de valor veritativo, y 2) que deba rechazarse el conjunto de verdades, contingencias y contradicciones lógicas. Aunque sí podría implicar la modificación , si se quiere parcial, de la semántica veritativo funcional. Lo cual, de hecho, puede considerarse como un tipo especial de divergencia, una divergencia, por decir, parcial.[11]

[11] Un intento de esto lo podemos encontrar en los esfuerzos que ha

Mi intención hasta aquí ha sido la de señalar que los *ítems* adecuados para LDC ni mudan ni carecen de valor veritativo.[12] Haack, (1978) plantea explícitamente lo anterior mediante dos *desiderata*:

(i) Que los portadores de verdad no muden de valor veritativo, y

(ii) Que todos los portadores de verdad posean algún valor veritativo (*Cf.* Haack, (1978) pp. 80-81).

Encontrar una clase de portadores de verdad adecuados para la lógica clásica que cumplan con ambos *desiderata* será suficiente para mostrar dos cosas: 1) que podemos tener argumentos a favor de LDC, y 2) que es menos urgente elegir un sistema de lógica divergente.

Es importante advertir nuevamente que las lógicas divergentes no dejan de ser de consideración; quizá sea porque con ellas podemos acceder a campos vedados para LDC. Sin embargo, mi intención básica es buscar una clase de cosas (si las hay) que sean portadores de verdad adecuados para LDC. No obstante, al final de este capítulo, y después de haber seleccionado una clase idónea de portadores de verdad, regresaré brevemente a los sistemas divergentes de lógica y a las tesis (3), (4) y (5).

Por último, es pertinente considerar que los portadores de verdad más discutidos en el ámbito de la lógica han sido

efectuado Van Fraassen por salvar las verdades clásicas de la lógica de situaciones similares a las planteadas en este mismo párrafo (*Cf.* Haack, (1980) p. 66).

12 Recordemos brevemente uno espera que suceda cuando elabora una tabla de verdad. Por un lado, se considera que los objetos elegidos no mudan y, por otro, que no carecen de valor de verdad.

las oraciones, afirmaciones y proposiciones, razón por la cual dedicaré el resto del capítulo al estudio de esos *ítems*. También es preciso recordar que, a pesar de que esas entidades hayan sido las más usadas y discutidas por los lógicos durante los últimos años, no se sigue que no existan o que no puedan existir otros objetos susceptibles de verdad y falsedad, tanto para la lógica clásica como para otro tipo de teoría lógica o filosófica.[13]

2.2. *Oraciones*

Por oración entenderé una secuencia finita de palabras (con sentido completo) de un lenguaje natural. Por ejemplo, *la nieve es blanca*, *el ser humano es mamífero*, *¿el gato es cuadrúpedo?*, *¿la luna es un satélite?*, *¡ve a casa!*, *¡haz la limpieza!*, $22 - 4 = 18$, $5 + 3 = 8$, etc.

Para formar una clase de objetos que cumplan tanto (i) como (ii) requerimos eliminar las cosas que no los satisfacen. En ese sentido podemos decir que cuando las palabras se consideran aisladas, no constituyen o no son (en la mayoría de los casos) portadores de verdad, pues ¿qué valor de verdad le asignaremos a palabras tales como *silla*, *luna*, etc? O bien, ¿tiene sentido decir, por ejemplo, "*silla* es verdad"? (*Cf.* Reichenbach, (1948) p. 6).

Ahora bien, como lo ilustró el primer párrafo de esta sección, existen diferentes tipos de oraciones: las interrogativas, las imperativas y las declarativas. Pero como veremos

13 **Por ejemplo, hay quien piensa que para la filosofía de la mente las creencias constituyen los portadores de la verdad. *Vid.* Williams, (1986) pp. 181-200.**

a continuación, las oraciones que se presentan en los modos interrogativo e imperativo no representan una clase idónea de portadores de verdad para la lógica clásica.[14] Cuando en una charla se nos formula una pregunta y nosotros asentimos o disentimos, *i.e.*, afirmamos o negamos, ¿queremos decir con eso que el interrogante propuesto es verdadero o falso? Por ejemplo, si en una conversación nos preguntaran *¿has viajado a Europa?* Es normal que respondamos afirmativa o negativamente. Pero esto no significa que el interrogante mismo se haya negado o afirmado. Antes bien, lo que se da a entender es que cierta oración declarativa, que es la respuesta a la pregunta planteada, se ha afirmado o se ha negado, según sea el caso. Luego entonces, ¿tiene sentido decir, por ejemplo, "*¿Has viajado a Europa?* es verdadero"? Creo que cualquier persona, aun de manera intuitiva respondería negativamente. Situaciones similares son formulables para con las oraciones imperativas.[15]

A continuación veremos si las oraciones declarativas (de aquí en adelante solamente *oraciones*) pueden o no ser auténticos portadores de verdad. Pero antes aclaremos que para estudiarlas con mayor detalle, es preciso reconocer de una vez que seguramente hay excepciones en lo que se refiere a ellas. Pues ¿qué valor de verdad le asignaremos a oraciones de la forma optativa (*ojalá que...*), performativa (*te prometo que...*), etc.[16] Las oraciones a las que me referiré son únicamente de la forma *el gato es negro*, *Walter está jugando*,

[14] Véase Haack, (1978) p. 76 y Church, (1956) p. 23.
[15] *Cf.* Austin, (1975) p. 119-130.
[16] Esto me lo indicó el profesor Platts.

llueve en la esquina de Félix Cuevas e Insurgentes el 9 de Mayo de 1989 a las 8 pm., $3+3=6$, etc.

Para desarrollar la idea de oración con mayor rigor, necesitamos distinguir entre oraciones caso y oraciones tipo (en la terminología técnica inglesa *sentence-tokens* y *sentence-types* respectivamente).[17] Las oraciones caso son objetos físicos, entidades concretas localizadas en coordenadas espacio-temporales concretas (manchas en un papel, en un pizarrón, etc), o al menos localizadas en alguna coordenada temporal (sonidos del lenguaje hablado).[18] Considérense las siguientes oraciones:

(1)El gato es negro

(2)El gato es negro

Tomando en cuenta la explicación anterior, podemos decir que las oraciones escritas (1) y (2) no son la misma oración caso, pues son objetos físicos distintos; son manchas sobre un papel colocadas en coordenadas espaciales diferentes y en este caso fueron escritas en coordenadas temporales distintas.

En cambio, las oraciones tipo son formas gráficas, moldes o modelos que carecen de coordenadas espacio-temporales y de las que distintas oraciones caso pueden ser ejemplos.[19] No podemos, pues, decir con propiedad que las oraciones (1) y (2)

---

17 *Cf.* Haack y Haack, (1970); Haack, (1978) cap. 6; Reichenbach, (1948) cap. 1 y Orayen,(en prensa) cap. 1.

18 *Cf.* Haack y Haack, *op.cit.*, y Haack, (1978) p. 75.

19 Es pertinente reconocer que la noción de *oración tipo* es poco clara. Pues, "¿cómo puede una oración escrita compartir su forma física con otro objeto abstracto que ni siquiera existe espacio-temporalmente?"(*Cf.* Platts, (1985) p. 68).

son la misma oración caso.[20] Pero si las pensamos como casos o ejemplos de la misma oración tipo, entonces diremos algo correcto, pues el único requisito para que dos o más oraciones (caso) sean ejemplos de una tipo es que tengan similitudes gráficas (no necesariamente semánticas):[21]

> A veces, sin embargo, uno considera a dos o más casos como inscripciones o usos de, en algún sentido, la misma oración: "misma oración" aquí significa "la misma oración tipo" (Haack, (1978) p. 75).

El problema ahora es saber si las oraciones caso y las oraciones tipo son o no portadores de verdad adecuados para LDC. De otro modo, ¿satisfacen las oraciones (caso y tipo) correctamente los *desiderata* (i) y (ii)? consideremos la oración tipo *El actual rey de Francia es sabio.* Es claro que esta oración puede ser emitida en distintos contextos y por consiguiente mudar de valor veritativo.[22] Pero entonces, algunas oraciones tipo no cumplirían satisfactoriamente con (i). Además, si esa oración es emitida en este momento, entonces carecerá de valor veritativo y, por consiguiente, no cumplirá con (ii).[23]

La situación con las oraciones caso tampoco es halagadora, ya que presentan serios problemas con los dos *desiderata.* Imaginemos una situación en la que se aprecien tales defectos. Pensemos en un profesor de gramática que escribe en

[20] *Cf.* Mates, *op.cit.*, p. 10 y Reichenbach, *op.cit.*, cap. 1.

[21] *Cf.* Orayen, *op.cit.*, cap. 1.

[22] Ver nota 19 de este capítulo

[23] *Cf.* Strawson, (1973) pp. 63-65 y Lemmon, (1966) pp. 90-92.

el pizarron *El gato está sobre el escritorio*, justo cuando por azares del destino había un gato sobre el escritorio. También figurémonos que durante la clase el gato subía y bajaba constantemente del escritorio, haciendo que la oración caso fuera unas veces verdadera y otras falsa. A mi parecer, este ejemplo muestra que al menos algunas oraciones caso mudan de valor de verdad y, por ende, que no cumplen todas ellas con el primer *desideratum*.

Para mostrar que existen oraciones caso que no satisfacen (ii), imaginemos una situación similar. Consideremos que un profesor de gramática escribe la oración caso *Juan está enfermo*, sin tener en mente a ningún Juan. Es por demás claro que esa oración carecerá de valor veritativo, pues no existe ninguna persona que en ese contexto se llame Juan y que esté enferma.

Pese a todo, lo que muestran los ejemplos anteriores no es que las oraciones tipo y caso no puedan ser portadores de verdad. En todo caso, lo que muestran es que no todas las oraciones (caso y tipo) son portadores de verdad adecuados para LDC. Con una metáfora lo ilustran Lemmon, (1966) y Haack y Haack, (1970):

> Sin embargo, los argumentos en contra de que las oraciones no son portadores de verdad no son conclusivos. (...) Uno de ellos dice que si las oraciones fueran verdaderas o falsas, algunas de ellas a veces serían verdaderas y otras veces falsas; otro argumento dice que algunas oraciones, las no-declarativas por ejemplo, no son verdaderas ni falsas y, por lo tanto, que no todas poseen valores de verdad. Pero de una puerta, por ejemplo, puede decirse

con propiedad que es roja o verde, aunque ella cambie de color año tras año; y a un vidrio, a uno de color por ejemplo, pueden adscribírsele predicados de color, a pesar de que algunos vidrios no estén coloreados. (Haack, (1978) p. 80).

Lo anterior, quizá, muestra que la clase entera de oraciones caso y tipo no es adecuada para LDC, pues algunos elementos de ellas, digamos, no son auténticos portadores de verdad.

Intentemos ahora ver bajo qué circunstancias las oraciones tipo cumplen ambos *desiderata*. Comencemos señalando que uno de los requisitos se basa en evitar las expresiones egocéntricas como *aquí*, *ahora*, *esto*, etc., pues el valor de verdad de las oraciones dependerá de dónde, cuándo y por quién se utilicen esas expresiones. A fuer de conjetura, es pertinente advertir que toda oración tipo de esta clase satisface adecuadamente ambos *desiderata*. El problema que surge es que no sé si todas las oraciones tipo tomadas de esa forma son auténticos portadores de verdad; de lo que sí estoy seguro es de que gran parte, si no es que la mayoría de las oraciones en el lenguaje ordinario no se presentan de esa forma. Pretender que la lógica estudie únicamente esa clase de oraciones es mutilar gravemente su campo de estudio.[24]

A pesar de que la solución anterior no es del todo factible, podemos considerar otra posibilidad para evitar la mutabilidad veritativa y decir que una oración tipo es verdadera o

---

[24] Mates, *op.cit.*, p. 13, elabora y propone esta limitación para los portadores de verdad y Orayen, *op.cit.*, cap. 1 la critica diciendo que es demasiado exagerada.

falsa sólo si se considera en relación a un contexto determinado. Sin embargo, en esta solución todo se complica, pues los predicados semánticos pasan a ser diádicos y no monádicos como antes. Podemos representar esto último así: "*Está lloviendo* es verdadera en $(a, b, c, ..., n)$", donde $(a, b, c, ..., n)$ es un contexto específico. Pero aquí la solución se nos enreda más, porque no sólo analizaríamos oraciones (tipo), sino también los contextos en los que aquellas aparecen. Haciendo, por lo tanto, más difícil su estudio.

Además, no es seguro que toda oración tipo considerada bajo un contexto determinado posea algún valor de verdad. Tomemos este caso: "*El actual rey de Francia es sabio* es verdadera en $(a, b, c, ..., n)$", donde a es un día del mes, digamos que es 17, b el mes de abril, c el año de 1985,..., n. Al parecer, esos ejemplos mestran algunas desventajas de la solución contextualista, pues ¿qué valor de verdad tendrán las oraciones como las del ejemplo? A mi parecer, ninguno.

Es importante consignar una dificultad más. Es posible que existan oraciones tipo no ejemplificadas a través de todo el espacio-tiempo transcurrido hasta ahora. Pero también existe la posibilidad de que algunas de ellas nunca sean ejemplificadas. Por eso es pertinente preguntar ¿qué valor de verdad le asignaremos a esa clase de oraciones? En un sentido nada laxo podremos responder que ninguno, pues de ser posible, ¿cómo lo haríamos; cómo les predicaríamos verdad y falsedad?

Concentrémonos ahora en las oraciones caso. Supongamos que hay oraciones que portan un valor de verdad, pero consideremos que son caso y no tipo. Pues bien, si podemos considerar de manera intuitiva que en toda oración caso está fijado o establecido el contexto enque aparece, entonces no es necesario considerar los valores de verdad en relación a un contexto determinado. Empero, lo anterior no nos garantiza que dada una oración caso y su contexto, dicha oración poseerá algún valor veritativo, ni nos garantiza que no mudará de valor de verdad.[25]

2.3. *Afirmaciones*

El problema que se ha planteado no ha quedado resuelto, pues ni las oraciones tipo ni las caso constituyen la clase idónea de portadores de verdad para LDC, ya que no todas satisfacen (i) y (ii). A pesar de ello, hay otra clase de objetos que pueden ser portadores de verdad y que reciben el nombre técnico de *afirmaciones*. En lo que sigue intentaré analizar brevemente a esas entidades.

Strawson distingue tres cosas: a) una oración, b) un uso de una oración, y c) una emisión de una oración. Para entender a) consideremos la oración *El rey de Francia es sabio.* Para Strawson, es perfectamente posible pensar que esa oración fue emitida en algún sitio de Francia durante varios reinados. En ese caso puede decirse que la misma oración fue proferida en diversas circunstancias, quizá para referirse a un individuo, quizá para referirse a otro. De allí que sea "natural y correcto hablar de *una y la misma* oración en distintas ocasiones" (Strawson, (1973) p. 63). Por ejemplo, nos dice Strawson, (1973) que

[25] Recordemos el ejemplo del profesor de gramática. Por un lado, la oración escrita en el pizarrón cambiaba y, por el otro, carecía de valor veritativo.

> es fácil imaginar que esta oración fue emitida en distintas oportunidades desde -digamos- los comienzos del siglo diecisiete en adelante, durante el reinado de cada uno de los monarcas franceses. Y es igualmente fácil imaginarse que dicha oración fue emitida durante los periodos subsiguientes en los que Francia no era ya una monarquía. Obsérvese que me ha resultado natural hablar de que la *oración* o de que *esta oración* fue emitida en distintos momentos durante este periodo (Strawson, (1973) p. 63).

Es importante advertir que Strawson habla no de oraciones caso sino de oraciones tipo, pues no sería tan natural ni tan correcto decir que una oración caso se ha emitido en distintos momentos, ya que al decir eso no se estaría considerando una y la misma oración caso, sino más de una.[26]

Las oraciones pueden usarse con diferentes propósitos en distintas formas y niveles de expresión. En ocasiones se usan en la literatura, en la poesía, en la prosa, en la ética, en la estética, etc.(*Cf.* Austin, (1975) p. 130). Sin embargo, el uso de una oración que me interesa estudiar es aquel mediante el cual se hace una afirmación (*to make a statement*).[27] Consideremos nuevamente la oración *El rey de Francia es sabio.*

---

[26] Creo pertinente mencionar nuevamente que la noción de *oración tipo* es poco clara. Ello se debe a que las oraciones tipo no son objetos físicos, temporales, espaciales, etc. Siendo así, ¿cómo es posible decir que *una* oración tipo puede emitirse en diversas ocasiones a lo largo de los años? Tratar de esclarecer este punto podría ser interesante, pero rebazaría las pretensiones de este capítulo. *Cf.* Orayen, (en prensa) cap. 1; Strawson, (1973) y ver nota 19 de este capítulo.

[27] *Cf.* Strawson, (1973) p. 57 y Strawson, (1952) p. 1.

Es claro que esa oración puede usarse en distintas ocasiones para referirse o bien a reyes distintos o bien al mismo rey. Si se usa en distintas oportunidades para referirse al mismo rey, se dirá que se ha hecho el mismo uso de la misma oración. Pero si se usa en distintas oportunidades para referirse a reyes distintos, se dirá que se han hecho usos distintos de la misma oración.

Para explicar c), consideremos nuevamente la oración *El rey de Francia es sabio.* Además, construyamos una situación en la que se aprecie de manera clara lo que se entiende por *emisión de una oración.* Imaginemos, en primera instancia, a dos individuos que usan aquella oración para referirse, por ejemplo, a Luis XV; luego, concedamos que los usos que han hecho de la misma oración son los mismos, pues la misma oración se ha usado en dos ocasiones diferentes para referirse a la misma persona. A pesar de ello, no podemos conceder que los actos de emitir o proferir aquella oración son los mismos, pues las emisiones de las personas no son iguales.

Según Strawson es correcto pensar que un determinado uso de una oración, aquel mediante el cual se hizo una afirmación, resulte verdadero; pero también es lícito pensar que otro uso de la misma oración resulte falso:

> si un hombre emitió la oración *el rey de Francia es sabio* durante el reinado de Luis XIV y otro la emitió durante el reinado de Luis XV, sería natural decir (o suponer) que ambos hablaron respectivamente, de distintas personas; y podría sostenerse que el primer hombre, al usar la oración, formuló una aseveración verdadera, mientras que el

segundo, al usar la misma oración, formuló una aseveración falsa. Por otra parte, si dos personas diferentes emitieran simultáneamente dicha oración (por ejemplo si uno la escribiera y el otro la dijera) durante el reinado de Luis XIV, sería natural decir (o suponer) que ambos hablarían de la misma persona y que, en tal caso, al usar una oración ambos deben haber formulado una afirmación verdadera o ambos deben haber formulado una afirmación falsa" (Strawson, (1973) p. 63).[28]

Verdad y falsedad son características de un uso de una oración y no de las oraciones mismas, "no podemos decir que la oración es verdadera o es falsa, sino, solamente, que se usa para hacer una afirmación verdadera o falsa"(Strawson, (1973) p. 64). O bien,

> No podemos identificar aquello que es verdadero o falso (la afirmación) con la oración que se usó por efectuarla; pues la misma oración puede utilizarse para hacer afirmaciones totalmente diferentes, algunas de ellas verdaderas y otras de ellas falsas (Strawson, (1952) p. 4).

En este último sentido podría decirse que es absurdo pensar que la oración *El rey de Francia es sabio* se refiere solamente a una persona en particular, ya que puede usarse en varios momentos, a través de varios años, a lo largo de varias épocas

28 *Cf.* Austin, (1975) pp. 121-122. En la traducción de Simpson, (1973) aparece la palabra *aseveración*; sin embargo, el lector debe recordar que en una nota al inicio de este capítulo advertí cómo pensaba traducir la terminología técnica habitual. Ver nota 4 de este caítulo.

para referirse a personas totalmente distintas y ajenas. Sólo cuando se hace un uso particular de una oración, esto es, cuando se usa para hacer una afirmación, puede decirse que el individuo que emitió (o escribió) tal oración ha dicho algo verdadero o algo falso.

En consecuencia, si se consideran las oraciones aisladamente, si se las examina fuera de cualquier contexto específico, si se las considera sin referencia alguna, no pueden ser, según Strawson, portadores de verdad, pues "si pregunto ¿es la oración verdadera o falsa? La pregunta es absurda porque la oración no es verdadera ni es falsa, así como tampoco es acerca de algún objeto"(Strawson, (1973) p. 67). De la verdad y de la falsedad hablamos sólo en relación a las afirmaciones y no con respecto a las oraciones. De éstas últimas sólo podemos decir que son significativas. "El significado —nos dice Strawson, (1973)— es una función de la oración; hacer referencia y verdad o falsedad son funciones del uso de una oración"(p. 65).

Dar el significado de una oración equivale a proporcionar las directrices generales mediante las cuales un uso de una oración puede efectuarse correctamente,

> el hecho de que una oración sea significativa —piensa Strawson, (1973)— es el mismo que el hecho de que puede usarse correctamente para hablar acerca de algo, y que al hacerlo, alguién formulará una oración verdadera o falsa sólo si la persona quien la usa está hablando acerca de algo (p. 67).

El significado no se identifica con algún objeto o persona particular, a lo sumo puede identificarse con el compendio de hábitos, costumbres, convicciones y reglas que adopta una comunidad para saber en qué condiciones puede usar correctamente una oración.

Aquí, Strawson se enfrenta a la situación siguiente: si un individuo emitió la oración *El rey de Francia es sabio* con la intención de hacer una afirmación en el reinado de Luis XIV, entonces aquel individuo hizo o una afirmación verdadera o una afirmación falsa; además, si otro individuo profirió aquella oración en el reinado de Luis XV, entonces o realizó una afirmación verdadera o realizó una afirmación falsa; pero si alguna persona emitiera esa oración en este momento con la intención de hacer una afirmación, ¿qué valor de verdad le vamos a atribuir? Strawson dice que una afirmación carecerá de valor veritativo justo cuando no exista el objeto al que se quiso hacer referencia. "Si cuando tal persona emite la oración no habla acerca de nada, entonces el uso que se hace de ella no es genuino sino que es un pseudo-uso o un uso espurio" (Strawson, (1973) p. 67).

Consecuentemente, el uso espurio (o secundario) de una oración carecerá de valor veritativo, pero no por eso la oración dejará de ser significativa, puesto que en última instancia el significado de una oración nos proporciona las directrices generales mediante las cuales una oración se usa correctamente.[29]

Sin embargo, lo que en realidad muestra el análisis de Strawson no es que las oraciones (tipo) no puedan ser portadores de verdad, sino que algunas de ellas mudan y otras

---

29 *Cf.* Strawson, *op.cit.*, pp. 70-71.

carecen de valor veritativo. Lemmon, (1966) señala el error que comete Strawson diciendo que el argumento que éste proporciona para decir que las oraciones no son portadores de verdad no es satisfactorio:

> Los ejemplos de Strawson no muestran que no podamos hablar de verdad o falsedad de oraciones: sino únicamente que muchas oraciones no pueden ser vistas absolutamente verdaderas o falsas (p. 91).[30]

Por consiguiente, el análisis de Strawson muestra que los usos genuinos de oraciones, *i.e.*, las afirmaciones, satisfacen (i) y (ii), pues ni mudan ni carecen de valor veritativo. En cambio, los usos secundarios no satisfacen ninguno de los *desiderata*, motivo por el cual podemos pensar que las afirmaciones no son el conjunto idóneo de *ítems* para la lógica clásica.

Con todo, el lector puede sentir cierta inconformidad y pensar que lo anterior no nos garantiza que las afirmaciones no puedan ser portadores de verdad. No niego eso.[31] No obstante, hay razones suficientes para sospechar que si bien pueden, en un sentido no laxo, ser auténticos portadores de la verdad, también hay razones para pensar que no son el conjunto adecuado para la lógica clásica: 1) existen oraciones que independientemente de haber sido o no afirmadas poseen algún valor veritativo; éstas, en su mayoría son las oraciones de las matemáticas y de la lógica, así como las oraciones

---

30 Strawson puede considerar que los usos espurios no son afirmaciones y excluir de esa manera los *ítems* molestos de la lógica clásica.

31 *Vid.* nota anterior.

del lenguaje natural que carecen de particulares egocéntricos. Es curioso señalar, a propósito de esto último, que algunos filósofos se interesan más por las relaciones lógicas que se dan entre oraciones no afirmadas.[32] 2) hay usos espurios de oraciones. Y 3) dos oraciones diferentes con significados distintos pueden usarse para hacer la misma afirmación.[33]

De los tres puntos anteriores sólo el último requiere que abundemos en él. Para considerarlo justamente tomemos las oraciones *tengo frío* y *tienes frío*. Es por demás claro que esas oraciones son disímiles entre sí, pero también es claro que expresan o que pueden expresar distintos significados. Empero, también es razonable pensar que ambas oraciones pueden usarse bajo ciertos contextos para hacer la misma afirmación (*to make the same statement*). Pero si lo anterior es correcto, ¿qué estructura tienen las afirmaciones? ¿Cómo son? ¿Cómo se las estudia? ¿acaso Cartwright, (1962) está en lo justo cuando dice "*las oraciones y las afirmaciones difieren en su aritmética*" (p. 90)? Por lo tanto, pensar que las afirmaciones constituyen la clase idónea de portadores de verdad para LDC nos conduce a complicaciones harto severas y de difícil solución.

2.4. *Proposiciones*

Los intentos que hemos realizado a través de dos secciones para encontrar una clase de *ítems* que satisfagan los *desiderata* (i) y (ii) y que sean adecuados para LDC, si bien no han

32 *Cf.* Strawson, (1973); Lemmon, (1966) p. 99 y Quine, (1970) pp. 13-14.

33 *Cf.* Mates, *op.cit.*, p. 14 y Lemmon, *op.cit.*, pp. 96-99.

fracasado totalmente, sí nos han enfrentado a serias dificultades, puesto que ni las oraciones caso ni las oraciones tipo ni las afirmaciones nos han permitido resolver, cabalmente, las objeciones planteadas. Ahora estudiaremos los objetos que reciben el nombre técnico de *proposiciones*.

Durante mucho tiempo ha habido una fuerte tendencia lógico-filosófica que considera a las proposiciones como los auténticos portadores de verdad, conforme a esta tendencia las proposiciones son los objetos que se encuentran en la relación lógica de implicación y, por lo mismo, son susceptibles de verdad y falsedad. ¿Pero qué los caracteriza? ¿Qué son esos objetos?

Usualmente se ha pensado que las proposiciones son algo así como el sentido o el significado de las oraciones. El sentido puede describirse como lo que se capta cada vez que se comprende la oración o la expresión en cuestión. En palabras de Church, (1956)

> el sentido es lo que es captado cuando uno entiende un nombre (o una oración) (p. 6).[34]

O bien, el significado puede entenderse como aquello que tienen en común dos oraciones de dos idiomas distintos (o del mismo idioma), para que cada una de ellas sea una correcta traducción o paráfrasis de la otra. El sentido de una oración, por lo tanto, es una entidad abstracta cuyo nombre técnico es *proposición*.[35]

---

34 El paréntesis es mío

35 Es importante señalar que la noción de proposición no pretende contener estados psicológicos o estados mentales propios de individuos

Pues bien, si el sentido de una oración, es decir, la proposición, es lo que se encuentra en la relación lógica de implicación con otras proposiciones, entonces todas las proposiciones tienen que ser verdaderas o falsas. Pero cabe preguntar si cumplen satisfactoriamente (i) y (ii). Para confirmar o negar lo anterior, es pertinente revisar dos posiciones que, de un modo u otro, han considerado a las proposiciones como los objetos de la lógica clásica.

Comencemos estudiando la propuesta de Frege. Para este filósofo, una proposición es el sentido de una oración, y las proposiciones son las entidades de las que predicamos los valores veritativos. El problema con esta propuesta surge cuando nos percatamos de que no todas las proposiciones son verdaderas; por ejemplo, las de la poesía, las del cuento, las de la literatura en general y los indecibles de la aritmética.[36]

> Al escuchar un poema épico —nos dice Frege, (1973)— aparte de la belleza del lenguaje, sólo nos atraen el sentido de las oraciones, las imágenes y los sentimientos que suscitan. Al preguntar por la verdad abandonaríamos el goce estético, sustituyéndolo por una actitud científica (p. 11).

---

particulares. Frege, por ejemplo, usaba por *proposición* la palabra *Gedanke*, pero aclaraba que no la tomaba en el sentido de un pensamiento particular, pues indicaba que "*Una proposición no es el proceso subjetivo del pensamiento sino aquel contenido objetivo que puede ser captado por ser propiedad común de muchos*" (Citado en Church, (1956) p. 26 o ver Frege, (1973) p. 10).

[36] Con brevedad, se dice que un indecible de la aritmética es una fórmula que no puede demostrarse (en la aritmética misma) y de la que no se sabe nada sobre su verdad o falsedad.

Luego, si la anterior interpretación es correcta, existirían proposiciones carentes de valor de verdad y, por ende, proposiciones que no cumplirían con el *desideratum* (ii).

Veamos someramente el planteamiento de Alonzo Church. Para este filósofo las proposiciones son los portadores de verdad de LDC. Pero a diferencia de Frege, añade que, por definición, todo lo que es proposición o es verdadero o es falso. Y, por consiguiente, todas cumplen con el segundo *desideratum*.[37] Esta caracterización de lo que es una proposición puede parecer *ad hoc*. Veamos lo que dice el propio Church, (1956):

> Sin embargo, es arbitrario que neguemos el nombre "proposición" al sentido de tales oraciones (del lenguaje natural); oraciones que expresan un sentido pero que no tienen valor de verdad (p. 27).

Pero, ¿las proposiciones (que tienen valor de verdad) para Frege y para Church satisfacen (i)? Recurramos a un ejemplo para entender este problema. Pensemos en la oración *Pedro está enfermo* y supongamos que hay una persona enferma cuyo nombre es *Pedro*. Además, figurémonos que cierta persona usó esa oración refiriéndose a Pedro la semana pasada (cuando Pedro se encontraba sano). También imaginemos que la misma persona usó aquella oración días después (justo cuando Pedro había contraído una grave enfermedad). Es por demás claro que en el primer caso la persona expresó una proposición falsa (lo que dijo fue falso), y en el segundo una proposición verdadera (lo que dijo fue verdadero); utilizando,

---

37 *Cf.* Church, (1956) p. 27.

por supuesto, la misma oración. No obstante, de allí no se sigue que la proposición expresada haya mudado de valor veritativo al cambiar el contexto de la emisión, lo que sucede es que las proposiciones emitidas son distintas.

Lo anterior muestra que las proposiciones en el sentido de Frege, cuando tienen valor de verdad, cumplen con (i), pero como no todas lo poseen, se sigue que algunas no satisfacen (ii). En cambio, el análisis anterior muestra que las proposiciones en el sentido de Church satisfacen (i) y (ii). Pero ¿qué estructura poseen las proposiciones? ¿Cuál es su gramática? ¿Cómo se las estudia? De otro modo, las proposiciones en el sentido de Church satisfacen ambos *desiderata*. Y cumplir con ellos es necesario para que algo pueda verse como portador de la verdad de LDC. Pero ¿es suficiente ese hecho para que algo se considere como un portador de verdad *adecuado*?

Preguntemos nuevamente: ¿qué estructura tienen las proposiciones? ¿cuál es su gramática? ¿cómo se las reconoce o identifica? Para apreciar los problemas que se generan aquí tomemos en cuenta los casos siguientes: 1) dos oraciones diferentes y de estructura distinta pertenecientes a un mismo idioma pueden expresar la misma proposición, 2) dos oraciones de dos idiomas diferentes y de estructura distinta pueden expresar el mismo significado o bien expresar la misma proposición.

La dificultad planteada en 1) podemos apreciarla considerando las oraciones *Juan es soltero* y *Juan no está casado*. Mientras que la complicación 2) se pone de manifiesto considerando las oraciones *The present king of France is wise* y *El actual rey de Francia es sabio*. Pues bien, si aceptamos que cada par de oraciones expresan lo mismo, *i.e.*, que tienen el mismo significado, entonces podemos decir con corrección que son sinónimas. Pero si esto es así, la noción de proposición dependerá de si la noción de sinonimia puede caracterizarse adecuadamente, lo cual ya tiene graves y grandes dificultades.[38]

Los puntos expuestos nos llevan a preguntarnos que si dos oraciones del mismo idioma y de estructura diferente expresan la misma proposición, ¿qué estructura tienen las proposiciones? Y si dos oraciones de idiomas distintos expresan la misma proposición, ¿a qué idioma pertenece esta proposición? (*Cf.* Lemmon, *op.cit.*, p. 100).

En esta sección no he querido dudar (totalmente) del estatus ontológico de las proposiciones.[39] Sólo he querido mencionar algunas dificultades que se presentan cuando se las quiere analizar y tomar como los auténticos y primarios portadores de verdad. Siendo así, es menester reflexionar y preguntar si las proposiciones son los objetos adecuados para LDC. Creo yo que no. Esto no implica, sin embargo, que no sean o no puedan ser portadores de la verdad y, por lo mismo, no implica que no podamos darles un uso adecuado a nuestras necesidades.

En seguida sugiero una estrategia en la que usaré las proposiciones en el sentido de Church. Elijo éstas pues cumplen con ambos requisitos. La estrategia que sugiero asigna el valor de verdad de la proposición a la oración caso que la expresó. Sin embargo, surgen varios inconvenientes. 1) ¿Qué pasa con aquellas oraciones caso que siendo significativas no expresan

---

38 *Vid.* Quine, (1970) p. 3 y (1960) cap. 2.

39 *Cf.* Mates, *op.cit.*, p. 10 y Cartwright, *op.cit.*, p. 96.

ninguna proposición? 2) Si las proposiciones no pertenecen a ningún idioma, ¿por medio de qué criterios consideraríamos una oración y no otra que teniendo estructura gramatical diferente expresara la misma proposición que ésta? 3) Es probable que existan proposiciones que nunca se hubieran expresado y, por lo mismo, que no existan las oraciones caso correspondientes.[40] 4)¿Qué papel juega aquí la tesis de la indeterminación de la traducción quineana? Pues si Quine tiene razón, no es legítimo hablar de proposiciones.[41]

§ 3. *Consideraciones finales*

En la sección precedente hemos cavilado, quizá largamente, sobre las entidades que pueden ser idóneas como portadores de verdad para la lógica deductiva clásica. Sin embargo, los objetos propuestos por los lógicos contemporáneos no han superado cabalmente las objeciones presentadas, pues ni las oraciones (caso y tipo), ni las afirmaciones, ni las proposiciones son conjuntos adecuados para LDC, debido, especialmente, a que o no satisfacen ambos *desiderata* o cumplen con (i) y con (ii) pero no conforman una clase pragmáticamente conveniente para el análisis lógico, o las dificultades que se les plantean son tantas y tan variadas que con dificultad podrían ser portadores de verdad de la lógica estándar (o clásica). Con todo, lo anterior no implica la imposibilidad de seleccionar un conjunto de *ítems* susceptibles de verdad y falsedad, razón por la cual intentaré esbozar un par de estrategias mediante las

---

40 Esta objeción a la estrategia propuesta se la debo a mi profesor Raúl Orayen.

41 *Cf.* Quine, (1970) p. 3 y (1960) cap. 2.

cuales podamos obtener, probablemente, los objetos deseados por la teoría clásica de lógica.

3.1. *Dos estrategias finales*

La primera estrategia es la siguiente: tomemos una oración caso. Si esta oración expresa una proposición en el sentido de Church, asignémosle el valor veritativo de la proposición a la oración caso que la expresó y sólo a ella. Así, todas las oraciones caso que cumplan con esa condición poseerán algún valor veritativo de manera inmutable. Pues, como vimos al final de la sección anterior, todas las proposiciones en el sentido mencionado satisfacen (i) y (ii).

El beneficio que nos proporciona esta estrategia es el de trabajar siempre con oraciones caso valuadas. Esta propuesta nos da una forma de trabajar siempre con un conjunto de *ítems* pragmáticamente conveniente para el análisis de la lógica clásica, pues las oraciones caso son objetos físicos (perceptibles) localizados en coordenadas espacio-temporales específicas. Esta estrategia, sin embargo, no nos asegura que todas las oraciones caso expresarán alguna proposición y, por lo mismo, no nos garantiza que todas poseerán algún valor veritativo; aunque sí lo tengan las seleccionadas. Del mismo modo, lo anterior no nos asegura que no haya oraciones caso que no muden de valor veritativo, pues algunas de ellas podrán mudar de valor de verdad dependiendo del contexto en el que se consideren; motivo por el cual, es razonable pensar que una misma oración caso puede expresar distintas proposiciones y, por ende, cambiar de valor de verdad en distintas ocasiones.

De cualquier manera, la propuesta anterior nos permitirá saber que si una oración caso cumple con (i) y (ii), entonces es un objeto pragmáticamente idóneo para LDC. Sin embargo, la estratagema anterior también tiene dificultades. Supongamos que en un cubículo se encuentran dos personas, una de las cuales está abrigada y la otra no. Asimismo, supongamos que es invierno y que la temperatura oscila entre uno y tres grados centígrados. También pensemos que en el pizarrón del cubículo está escrita la oración caso *Yo tengo frío*. Es claro, que esa oración expresará una proposición verdadera para un individuo y falsa para otro. Luego, por la estrategia elaborada anteriormente, o la misma oración mudará de valor veritativo dependiendo de la persona a la que esté dirigida, o será, a la vez, verdadera y falsa; consecuencia poco razonable y aceptable para las teorías lógicas deductivas del tipo clásico.[42]

Problemas semejantes al del párrafo anterior pueden eliminarse, a mi parecer, mediante una semántica situacional.[43] En este tipo de teorías se reconoce o se acepta que "*Las situaciones son básicas y están en todas partes.*" (Barwise y Perry, (1981) p. 668). Pues tanto nosotros como los objetos estamos siempre en una u otra situación. Y así,

> La actividad cognitiva humana categoriza esas situaciones en términos de los objetos que tienen atributos y que están relacionados con otros objetos en locaciones —conectados en regiones espacio-temporales. *Ibidem*

[42] Un ejemplo parecido a este puede verse en Platts, (1985) p. 70.

[43] La sugerencia de rastrear esta propuesta se la debo a Adolfo García de la Sienra.

Por eso, la semántica situacional considera los objetos, las relaciones n-arias y las locaciones espacio-temporales como sus primitivos. Lo que sucede —según los autores citados— es que mediante el lenguaje nosotros proporcionamos diversas informaciones sobre las situaciones; pero, como es bien sabido, los lenguajes naturales poseen múltiples formas de expresión y diversas ambigüedades o anomalías no deseadas por los sistemas formales. Igualmente, los autores citados reconocen que oraciones como *Tengo frío* pueden usarse para efectuar diversas afirmaciones. Por eso dicen que

> La oración tiene un "significado" fijo, pero diferentes afirmaciones describirán diferentes eventos. Esto es, las diferentes afirmaciones tendrán diferentes "interpretaciones" (Barwise y Perry, *Ibid.* p. 670).

Así, por ejemplo, la oración *Estoy sentado*

> puede ser usada por una sola persona en diferentes lugares del espacio-tiempo para describir diferentes eventos. Similarmente, la designación del "tu", "ahora", "ella", "esto", "fue" varia de uso a uso, dependiendo de quién, de cuándo, sobre quién, de qué y desde cuando se esté hablando. Nosotros representamos los hechos específicos de uso con referencia a "situaciones discursivas" y "conexiones" (*Ibid.* pp. 670-671).

Lo que tenemos que hacer con el conjunto de expresiones u oraciones (problemáticas) es fijar lo que les es específico en un uso particular. En otras palabras, lo que tenemos que hacer con las oraciones u expresiones es ver las posibles interpretaciones bajo las cuales están operando y determinar, con un aparato formal, las relaciones que se establecen entre los objetos en cuestión. La semántica situacional, aunque expuesta aquí laxamente y con demasiadas limitaciones, puede arrostrar exitosamente las dificultades de la clase antes aludida. Así pues, en el ejemplo formulado dos párrafos arriba puede decirse que del hecho de que la oración caso pueda expresar dos proposiciones de valor veritativo diferente, no se sigue que posea ambos valores a la vez. Lo que la semántica situacional parece aclarar es el uso de muchas oraciones y expresiones significativas.

Veamos rápidamente el ejemplo que aquí nos interesa: *Yo tengo frio*. La semántica situacional especificaría las interpretaciones bajo las cuales esa oración está operando. Posteriormente, presentaría las relaciones que poseen entre sí los objetos inmiscuidos en esa situación y delimitaría las coordenadas espacio-temporales bajo las cuales acaeció aquel evento. Todo esto se presentaría formalmente en una simbolización que mostrara los rasgos distintivos de cada proposición y, por lo mismo, el sentido exacto de la oración en cuestión. De igual forma, la simbolización mostraría que en esa situación no existe una persona responsable de la emisión o de la inscripción de la oración. La semántica situacional pondría de manifiesto que de verdad y falsedad solo se habla, entre otras cosas, cuando existe una persona responsable de la emisión o de la inscripción de la oración.[44]

---

[44] *Cf.* Barwise y Perry,(1981) p. 670.

Cuando un emisor o un escriba se responsabiliza de la oración hablada o escrita con la que se expresaron, en apariencia, diferentes proposiciones —una falsa y la otra verdadera—, la semántica situacional especificará no sólo las relaciones espacio-temporales que guardan los objetos entre sí, sino que también expresará, en su formalización, las intenciones que posee el individuo responsable al emitir o al escribir la oración en cuestión. Con esto, según creo, eliminaríamos del mapa los ejemplos del tipo Platts.[45]

Efectuemos tres comentarios con la semántica situacional respecto al caso presentado anteriormente: 1) en ese ejemplo ninguno de los individuos es responsable de la inscrpción de la oración *Tengo frío* y, por lo tanto, la oración no expresará ninguna proposición; 2) a pesar de que las personas de nuestro ejemplo se responsabilicen de la oración caso escrita, eso no implica que, conforme a la estrategia sugerida, a la misma oración se le transmitirán a la vez los valores veritativos de las proposiciones expresadas, es decir, no implica que la misma oración será verdadera y falsa. Esto se debe a que en nuestro ejemplo se maneja cierta ambigüedad existente dentro del lenguaje ordinario para obtener esa clase de consecuencias. La ambigüedad de la que se hace uso consiste en aplicar el mismo pronombre personal de la oración a personas diferentes y, en base a eso, decir que en una situación determinada la misma oración expresó dos proposiciones de valor de verdad diferente. 3) En todo caso, las proposiciones expresadas no provienen de *una sola* oración sino de dos distintas. Esto último puede defenderse, de algún modo, a

---

45 *Cf.* Platts, (1985) p. 70.

partir de la semántica situacional. La defensa consistiría en elaborar una fórmula para cada individuo donde se apreciaran las diferencias existentes de lo expresado por la oración respecto de cada sujeto. La ventaja de trabajar con ese ardid consistiría en obtener una fórmula específica para cada individuo y no una para dos. Con esto, la oración caso por la cual se originó la dificultad quedaría relegada a un segundo plano porque las fórmulas obtenidas mediante la semántica situacional ocuparían su lugar. En general, puede decirse que en esta interpretación de la semántica situacional estamos considerando las oraciones caso con todo un aparato teórico que fija su sentido y su referencia.[46]

Por lo que hemos visto, no está por demás decir que con la semántica situacional y la estrategía construida al inicio de esta sección, la solución al problema de los portadores de verdad queda ya más dibujada. Ahora todos nuestros *ítems* satisfacen ambos *desiderata*, y conforman un conjunto adecuado para la lógica estándar. El problema de trabajar con una semántica situacional estriba en que las fórmulas elaboradas dentro de esta teoría son demasiado complejas, y eso dificulta la posibilidad de manejar con facilidad las entidades en cuestión.

Esto último tampoco contituye una imposibilidad infranqueable. Sabiendo que todas las oraciones caso que expresan una proposición en el sentido de Church son portadores de

---

[46] Es prudente decir que ese no el manejo exacto que se hace en la semántica situacional. En una manipulación más elaborada podríamos tomar las oraciones caso junto con ciertos parámetros ya determinados y al conjunto le asignaríamos los valores de verdad.

verdad, y sabiendo que los casos o no problemáticos pueden ser arrostrados adecuadamente con la semántica situacional, entonces ¿por qué no pensar o suponer que todos los objetos de la teoría pueden analizarse con la semántica situacional sin necesidad de apelar a ella de manera explícita? ¿por qué no pensar o suponer la aplicación del análisis situacional a las oraciones problemáticas (o no)?

La segunda estrategia está vinculada al planteamiento anterior. Esta versión puede exponerse diciendo que si las dificultades que presenta el lenguaje ordinario son tantas y tan variadas y eso dificulta solucionar los probemas planteados mediante una construcción formal o a través de teorías contextualistas o de semánticas situacionales, entonces ¿por qué no pensar o suponer que los objetos que entran en la relación lógica de implicación son susceptibles de verdad y falsedad por un supuesto simplificatorio? De otro modo, sabemos de antemano que es difícil y además prácticamente imposible diseñar una teoría (semántica y formal) que dé cuenta del lenguaje ordinario y que cumpla siempre con los requerimientos de LDC. Sin embargo, esto no implica que no podamos trabajar con una clase de objetos pragmáticamente adecuados para la lógica clásica. Lo que sucede es que estos objetos, *i.e.* las oraciones caso, no cumplen todas ellas con los requerimientos establecidos por la lógica estándar, pues algunas de ellas carecen y otras mudan de valor de verdad.[47] Pero ¿por qué no suponer o idealizar esos objetos; por qué no hacer una

[47] La mutabilidad de las oraciones caso puede solucionarse aludiendo a la semántica situacional mediante un proceso semejante al del ejemplo: *Tengo frío.*

idealización con las oraciones caso y tomarlas *como si* todas ellas tuvieran las propiedades exigidas por LDC? ¿Por qué no proporcionar únicamente las condiciones bajo las cuales funcionan las oraciones caso; por qué no idealizar los *ítems* de LDC y suponer que en realidad no hay problemas?

Esta idea puede ejemplificarse con lo que sucede en torno a la teoría física de los cuerpos rígidos. Un cuerpo rígido —según los físicos— es aquello "cuya forma y tamaño no se alteran durante el movimiento. Una canica, una bala de fusil, un automóvil, etc." (Félix, (1981) p. 41). Otros dicen que "en un cuerpo verdaderamente rígido no hay movimiento interno de las partículas. Estas mantienen siempre una posición fija entre sí, y sólo se mueven con el cuerpo completo" (Resnick, (1980) p. 254). Por ejemplo,

> las torres que soportan un puente deben ser lo suficientemente fuertes como para que no se derrumben bajo el peso del puente y su carga de tráfico; el tren de aterrizaje de un avión no debe destruirse si el piloto efectúa un mal aterrizaje (Resnick, *Ibid.* p. 254).

Lo que sucede en la teoría de los cuerpos rígidos es que no existen cuerpos totalmente rígidos.

> La dificultad —nos dice Resnick, (1981)— se suprime cuando comprendemos que las estructuras no son nunca perfectamente rígidas, como tácitamente hemos supuesto hasta ahora. En realidad, las estructuras estarán algo deformadas. Por ejemplo, las ruedas del automovil y el suelo se deformarán, lo mismo harán la escalera y la pared (p. 303).

A pesar de ello, la teoría de los cuerpos rígidos funciona correctamente y su margen de error es tan pequeño que no ocasiona problemas graves. Esta teoría no tiene dificultades a pesar de que trabaja con entidades idealizadas; entidades que no existen. Pero la teoría funciona correctamente con esa idealización y eso es lo importante. ¿Por qué no hacer algo semejante en el ámbito de la lógica clásica?

Regresemos. Sabemos que no existe un conjunto de *ítems* que cumpla satisfactoria y totalmente con los requisitos solicitados por LDC. Asimismo, sabemos que con dificultad podremos obtener una clase de entidades pragmáticamente idóneas para la lógica clásica deductiva. Luego, ¿por qué no trabajar con una clase idealizada de objetos que sean pragmáticamente idóneos para LDC? En otras palabras, si conocemos que difícilmente obtendremos el conjunto de objetos deseados para la lógica standard, ¿por qué no trabajar con un conjunto conveniente de entidades para LDC *como si* fuera la clase buscada de portadores de verdad? ¿Acaso esta idealización implicaría cosas inaceptables para la teoría clásica de lógica? La necesidad de esta idealización surge del hecho de que la lógica funciona correctamente suponiendo que todos sus *ítems* cumplen con las peticiones principales de LDC. Parafraseando a Quine, podemos decir que gran parte de la simplificación en la lógica clásica deductiva consiste en hablar de oraciones caso haciendo abstracción de las ocasiones particulares de su uso; y esta abstracción no presenta dificultades si se hace con plena conciencia y se toma cierta precaución.[48]

Ahora bien, la teoría de los cuerpos rígidos idealiza, como se vió, sus objetos de estudio. Con todo, esa idealización

[48] *Cf.* Quine, (1952) p. xvi.

no conduce a errores importantes si se aplica con prudencia a cuerpos que son lo suficientemente indeformables; de otro modo, surgen diversas dificultades, por ejemplo, cuando la teoría se aplica a cuerpos no rígidos. A su vez, la idealización que aquí propongo funciona bien siempre y cuando uno estudie sólo aquellos objetos que en un momento dado puedan cumplir con los dos *desiderata.*

3.2. *Lógicas divergentes*

Al inicio de la segunda sección introduje algunas ideas concernientes a los sistemas no clásicos de lógica, razón por la cual comentaré algo en torno a ellos. Esos comentarios, por supuesto, únicamente tendrán relación con el desarrollo elaborado de los portadores de verdad y no intentarán agotar su problemática.

Dentro de los problemas planteados por los lógicos divergentes contemporáneos aparecen los que fueron reseñados con las cinco tesis mencionadas al inicio de la segunda sección. Las dos primeras tesis no intentan proponer un sistema divergente de lógica porque evitan la necesidad de adoptar alguno: la primera excluye y la segunda reformula, en una versión accesible, los *ítems* molestos. Consecuentemente, no hay necesidad de revisar más estas alternativas teóricas.

Otro de los planteamientos fue el de la mutabilidad veritativa; éste se presentó en la tesis quinta. No obstante, los resultados obtenidos mediante la semántica situacional muestran, de alguna manera, que los problemas generados por esta alternativa son solucionables, pues la aplicación reiterada de esta semántica puede arrostrar, no sin dificultad, los casos problemáticos.

Las dificultades surgen cuando regresamos a las tesis (3) y (4) porque, al parecer, exigen modificar la teoría clásica de lógica. Entre otras cosas porque allí se considera que los *ítems* en cuestión, aunque pueden estar dentro de la lógica, no poseen los predicados semánticos clásicos. Luego proponen la adopción de un conjunto de reglas y principios mediante los cuales pueda reformularse la lógica deductiva. Por supuesto, esta modificación incluiría los *ítems* relegados por LDC y apelaría a la adopción de un sistema divergente de lógica.

La idealización, en cambio, nos permitiría trabajar correcta y cómodamente dentro del ámbito clásico de lógica. Esto se debe, especialmente, a que los objetos de LDC se comportarían todos ellos *como si* tuvieran las propiedades adecuadas. Inclusive, algunos *ítems* molestos se les consideraría *como si* en realidad tuvieran las propiedades exigidas por LDC. En consecuencia, con la idealización sugerida se podría trabajar con todos aquellos objetos que, en un momento dado, fueran susceptibles de entrar en la relación lógica de implicación; tratando, por supuesto, de elegir sólamente aquellos objetos en los que hay poco riesgo de incumplimiento de (i) y (ii). Una cosa similar acaece en la teoría de los cuerpos rígidos. Para que no se cometan errores graves se eligen únicamente objetos que son suficientemente duros. Uno no aplica habitualmente esta teoría a cuerpos que no lo son, *i.e.*, uno no la utiliza en seres humanos, animales o plantas porque no son entidades lo bastante rígidas como para que la teoría funcione correctamente.

La única dificultad que se presenta a estas alturas de la exposición consiste en indicar que la idealización no descarta los sistemas de lógica divergente. Las razones por las cuales sucede eso son obvias: idealizar no implica descartar; la idealización no implica la eliminación de los *ítems* propuestos por los sitemas divergentes de lógica y, por lo mismo, la eliminacíon de éstos. A lo sumo, la idealización nos permite trabajar sin tantas dificultades en LDC, en la teoría que funciona adecuadamente en los fundamentos de muchas ramas de las matemáticas. Y ésta, en última instancia, es la razón primordial por la que se hace importante buscar y encontrar argumentos favorables para la lógica clásica deductiva. ¿No será éste su principal argumento?

CAPÍTULO SEGUNDO

VALIDEZ CLÁSICA

"Contrariwise", continued Tweedledee, "if it was so, it might be; and if it were so, it would be, but as it isn't, it ain't. That's logic"

L. Carroll

Introducción

En la primera parte de este capítulo trataré de mostrar que la definición de *validez* en su sentido ordinario es muy amplia y lleva a la lógica formal a complicaciones nada agradables. La manera de hacerlo será mostrar que hay argumentos que son válidos intuitiva pero no formalmente. Una vez hecho eso restringiré mi estudio al de la lógica formal; en especial, al de la teoría cuantificacional de orden uno (TC1).

La circunstancia de optar por un sistema formal de lógica me obliga a definir el concepto de *validez* tanto sintáctica como semánticamente. De la primera, sin embargo, no abundaré demasiado. Aquí supondré que el lector tiene una mínima noción de algún sistema formal deductivo o axiomático de lógica. Por esta razón, no me será necesario exponer con afán analítico el formalismo usado en TC1 ni sus respectivos métodos de prueba.

Después, presentaré breve y provisionalmente una definición semántica de *validez* breve y provisional. Esto lo haré así porque en la segunda y tercera partes de este capítulo proporcionaré dos definiciones semánticas de *validez*, y demostraré que, bajo cierta condición, ambas son equivalentes. Pues bien, para terminar con la primera parte del capítulo, mencionaré un par de bien conocidos metateoremas que nos aseguran que la definición sintáctica y la semántica coinciden, *i.e.*, que son equivalentes. Esos metateoremas son el de *corrección* y el de *completud*. Empero, no elaboraré en este escrito una explicación minuciosa de ellos sencillamente porque no son cosas por las que aquí debamos preocuparnos. Si el lector tiene algún interés en saber de qué tratan esos metateoremas le sugiero revise los libros citados en esa misma sección.

En la segunda parte proporcionaré dos definiciones semánticas de *validez*. Una de ellas yacerá sobre la base de la sustitución y la otra sobre la base de la interpretación. En esta misma parte mencionaré algunas ventajas y algunas desventajas que tiene el adoptar una u otra definición y postergaré para la última sección la consideración de otras más.

En la última parte continuaré señalando algunas ventajas, desventajas y diferencias existentes entre las definiciones semánticas de *validez*. Sin embargo, mi objetivo principal en este apartado será el de demostrar que las dos definiciones semánticas son equivalentes en cierto universo discursivo. Para finalizar sugeriré, pero sólo sugeriré, los motivos por los cuales es preferible elegir una definición y no la otra.

§ 1. *¿De qué trata la lógica?*

Al inicio del primer capítulo me planteé el problema *¿de qué trata la Lógica?* En aquel entonces adopté una postura cauta, pues me limité a responder no de lo que trata la Lógica, sino de lo que estudia la lógica deductiva. Por tal motivo, me parece pertinente reformular la pregunta inicial de este modo: *¿de qué trata la lógica deductiva?* A esta interrogante podemos responder, como también lo hicimos en el capítulo anterior, indicando que la lógica deductiva estudia "los principios y métodos que nos permiten distinguir entre *razonamientos válidos* e *inválidos*" (Orayen, (en prensa) cap. 1). Es decir, la lógica investiga, hasta sus últimas consecuencias, los conceptos y las técnicas que nos permiten o nos permitirán diferenciar entre los razonamientos válidos de los que no lo son.[1] Por otro lado, Quine, (1962) nos dice que

> El propósito más sobresaliente de la lógica, en su aplicación a la ciencia y al lenguaje ordinario, es la justificación y crítica de la inferencia. La lógica está muy interesada en distinguir técnicas para mostrar que dada una afirmación, ésta "se sigue" o "no se sigue" de otra. (p. 33)

Sin embargo, surge un problema al preguntar: ¿cuándo una oración *se sigue lógicamente* o cuando *no se sigue lógicamente*

[1] *Inválido* se entenderá aquí simplemente como *no-válido*. Por eso, en este escrito será suficiente analizar el concepto de *validez* para saber a qué nos referimos con el de *invalidez*.

de otra(s) oracione(s)? O ¿cuándo una oración es *una consecuencia lógica* de otra(s) y cuándo no lo es?

Habitualmente, en los manuales de lógica se responde a esta dificultad diciendo que una oración *se sigue lógicamente* o que es *una consecuencia lógica* de otra(s) cuando el argumento que forma(n) esta(s) última(s) oración(es) (la(s) premisa(s)) y la primera (la conclusión) es *válido*. Un argumento es válido si y sólo si no es posible que sus premisa(s) sea(n) verdadera(s) y su conclusión falsa. A veces también se dice que una oración *se sigue lógicamente* o que es *una consecuencia lógica* de otra(s) si y sólo si el correspondiente condicional asociado del argumento es *válido*.[2] Una oración condicional es válida si y sólo si no es posible que su antecedente sea verdadero y su consecuente falso.

Otra manera de plantear lo anterior consiste en señalar que si el número de oraciones que figuran en un argumento es finito, entonces el problema de si una oración es una consecuencia lógica de otras, se soluciona al saber si el correspondiente condicional asociado del argumento es válido. Un corolario que podemos extraer de la reflexión anterior sugiere que la noción de *consecuencia lógica* es paralela e interdefinible con la de *validez*, pues definimos esta última en términos de la primera y viceversa.[3] Por eso, teóricamente sería suficiente y pragmáticamente conveniente definir alguna de esas nociones

---

2 El condicional asociado de un razonamiento puede verse como una oración condicional en la que su antecedente no es sino la conjunción de las premisas, si hay más de una, y su consecuente es la conclusión.

3 *Cf.* Mates, (1982) p. 4 y Orayen, (no-publicado) § 1n. Es importante advertir que la noción de *validez* puede definirse tanto para fórmulas (oraciones) como para argumentos. Es fácil mostrar que un

para saber qué significa la otra. En este capítulo optaré por definir no *consecuencia* sino *validez lógica.* Uno de los motivos por los cuales procederé de este modo se basa en el hecho de que la relación de *consecuencia lógica* toma pares de oraciones (premisa(s) y conclusión),[4] y no a las oraciones en bloque como lo hace la validez (*Cf.* Mendelson, (1979) p. 54). Por esta razón, he preferido definir la noción de *validez lógica*, aun cuando después caracterice, con parquedad, la de *consecuencia lógica.*

1.1. *Validez intuitiva*

Pues bien, la validez se define y se caracteriza formal e intuitivamente. En la validez intuitiva no se examinan las propiedades formales de las oraciones y, por lo mismo, tampoco de los argumentos. En este ámbito de la validez apreciamos la relación existente entre la verdad de la(s) premisa(s) y de la conclusión sin necesidad de recurrir a un sistema formal deductivo (o axiomático). El término *intuitivo* de la validez se refiere al hecho de saber de manera directa que algo es válido o inválido. En otras palabras, sabemos que un argumento es válido "apenas captamos el significado de las expresiones, y no como resultado final de una cadena discursiva" (Simpson, (1975) p. 22).[5]

---

razonamiento $\Re$ puede considerarse como una fórmula $\Re'$ si y sólo si $\Re'$ es el condicional asociado de $\Re$

4 Ver la noción de par ordenado explicada en el apéndice, sobre todo es recomendable revisar la forma en la que las n-tuplas ordenadas pueden considerarse como pares.

5 Es interesante recordar las lucidísimas observaciones que sobre la

La validez intuitiva suele ser caracterizada del siguiente modo: un argumento es válido si y sólo si no es posible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión falsa. A veces también se dice, de manera positiva, que si un razonamiento es válido intuitivamente, entonces si sus premisas son verdaderas, entonces necesariamente su conclusión también debe serlo.[6] Otro modo de definir la validez intuitiva consiste en señalar que si las premisas de un argumento fueran verdaderas, su conclusión también lo sería.[7]

Sin embargo, existen varios problemas con la noción intuitiva de validez. Uno de ellos se suscita cuando nos percatamos de que hay argumentos que son válidos intuitiva pero no formalmente. Como el lector ha de saber, la lógica no sólo estudia la validez o invalidez de los argumentos, aunque ésta sea su tarea más importante, sino que también analiza, desde sus estadios primeros, las propiedades formales de los razonamientos. Ahora bien, el estudio de esas propiedades puede efectuarse desde distintas perspectivas, en distintos formalismos. En ocasiones, algunos argumentos que son intuitivamente válidos dejan de serlo al simbolizarlos, por ejemplo, en el cálculo veritativo funcional (CVF). Lo mismo sucede cuando se simbolizan algunos razonamientos en la teoría uniforme de la cuantificación (TUC).[8] Esta dificultad sucede en

noción de *consecuencia lógica* realizó Carroll, (1984) en su ya célebre cuento "Lo que le dijo la Tortuga a Aquiles" (pp. 151-158).

6 En su libro *Lógica, Significado y Ontología*, Raúl Orayen muestra que estas dos definiciones de validez son equivalentes (cap. 1).

7 *Cf.* Orayen, *op.cit.*, cap. 1 y Mates, *op.cit.*, p. 5.

8 CVF se caracteriza por ser una parte de la lógica estándar que está basada en las funciones de verdad. En cambio, TUC se distingue porque

casos como el siguiente:[9]

(1) Juan es soltero
Juan no está casado

Este razonamiento puede simbolizarse en CVF así:

(2) $\frac{p}{q}$

Y en TUC como:

(3) $\frac{Sj}{\sim Cj}$

Un problema surge al observar que (1) es intuitiva pero no formalmente válido, como lo muestran (2) y (3). Este hecho sugiere —pero sólo sugiere— que validez intuitiva no implica necesariamente validez formal. O bien, no hay seguridad alguna en decir que todo argumento intuitivamente válido también lo es formalmente. Quizá eso sea así porque en el lenguaje ordinario se efectúan diversas deducciones en las que se presuponen una gran cantidad de giros idiomáticos, algunos de los cuales no son formalizables en ningún sentido del término.[10] En el ejemplo dado líneas antes, parece claro que si la premisa *Juan es soltero* es verdadera, entonces su conclusión *Juan no está casado* también debería serlo, pues

Si *Juan* se usa de manera uniforme en el ejemplo, y las expresiones de (1) se utilizan de manera habitual, no es

considera no sólo variables proposicionales (p, q, r,...), sino que también considera cuantificadores ($\forall$ y $\exists$), predicados monádicos ($P, Q, R, \ldots$), constantes individuales ($a, b, c, \ldots$) y sólo una variable de cuantificación.

9 El ejemplo es de Orayen, *op.cit.*, cap. 1. Algunos casos similares se hayan en Mendelson, *op.cit.*, p. 1 y Simpson, *op.cit.*, pp. 22-27.

10 Un ejemplo de ellos se halla en Borges y Bioy Casares (comps.), (1967). p. 38, extraído del libro *El deslinde* de Alfonso Reyes.

posible que la premisa de (1) sea verdadera y su conclusión falsa. (Orayen, *Ibidem*)

Otra dificultad que a menudo presenta la validez intuitiva es la de no poder decir, a simple vista, si un razonamiento es o no válido. No podemos asegurar, vía la captación intuitiva del significado de las expresiones lingüísticas, si una cierta oración se sigue en sentido estricto de otras. A menudo, es importante encontrar argumentos —aunque inválidos— que presentan "la forma" de un razonamiento intuitivamente válido. Una manera de exhibir la invalidez de éstos consiste en encontrar otros cuya estructura lógica sea similar a la de aquéllos, con la excepción de que el significado intuitivo de las expresiones lingüísticas usadas en el argumento nos proporcione algo evidentemente falso. Haack, (1978) menciona esa estrategia del siguiente modo:

> Lo que uno busca, para mostrar que un argumento es inválido, es un argumento "estructuralmente similar al primero con premisas verdaderas y conclusión falsa. (p. 23)

Tomemos como ejemplo un razonamiento cuyo significado intuitivo corresponda, en apariencia, al de un argumento válido:

(4) Hay ciencias abstractas
Hay cosas abstractas que son epistemológicamente dudosas
Hay ciencias que son epistemológicamente dudosas

(4') $(\exists x)(Cx \land Ax)$
$\underline{(\exists x)(Ax \land Ex)}$

$(\exists x)(Cx \wedge Ex)$

Ahora consideremos un razonamiento que tenga una estructura lógica parecida a la de (4), con la salvedad de que el significado de las expresiones lingüísticas nos proporcione de inmediato un argumento falaz:

(5) Hay perros que son mexicanos
Hay mexicanos que son hombres

Hay perros que son hombres

(5') $$\frac{\begin{array}{l}(\exists x)(Px \wedge Mx)\\(\exists x)(Mx \wedge Hx)\end{array}}{(\exists x)(Px \wedge Hx)}$$

En (4) hallamos un argumento de cuya validez intuitiva difícilmente se dudaría. Es decir, en (4) tenemos un razonamiento que normalmente aceptaría quien no tuviera conocimientos profundos de lógica, pues la forma en la que allí se usan las oraciones y expresiones es poco cuestionable. En cambio, (5) se rechazaría habitualmente. Eso se debe a que en este mundo es prácticamente imposible que exista un ser que a la vez sea perro y hombre (aunque a veces lo parezca). A pesar de eso, (5) comparte su estructura o su forma lógica con (4), razón por la cual podemos pensar, y con justeza, que tanto (4) como (5) son inválidos.[11] En todo caso, el significado intuitivo de las expresiones lingüísticas nos puede orientar, pero no asegurar, si un argumento es o no válido.

A veces es posible encontrar razonamientos de cuya validez formal e intuitiva dudemos de inmediato. Pero también podemos hallar razonamientos de los que no encontremos

---

[11] Dicho sea de paso, a menudo se dice que los argumentos son válidos o inválidos *en virtud de su forma*.

ningún ejemplo de sustitución que los invalide. No obstante, del hecho de que no los encontremos no se sigue que no sean inválidos, aunque tampoco se sigue que no sean válidos:

> Si uno no puede encontrar un argumento de la misma forma con premisas verdaderas y conclusión falsa, esto no quiere decir que el argumento sea válido. (Haack, (1978) pp. 22-23)

En esta circunstancia, lo que nos es lílicito decir es que no tenemos ninguna prueba conclusiva de validez (o de invalidez) del argumento. Eso, no obstante, no significa que no existan diferentes procedimientos mecánicos que nos permitan calcular en un número finito de pasos si una forma es o no válida.[12]

Esta afirmación, sin embargo, no es totalmente exacta. Es preciso señalar que salvo en los estadios elementales y primarios de lógica como lo son CVF y TUC, no hay en general procedimientos mecánicos para decidir la validez o invalidez de cualquier esquema argumentativo. Sabemos que esto es así gracias a un importante teorema del lógico norteamericano Alonzo Church; su descubrimiento muestra que no hay un *método de decisión* que nos permita determinar, de manera efectiva (mecánica), la validez o invalidez de todos los argumentos. En otras palabras, no hay un procedimiento mecánico, aplicable a todos los razonamientos, que nos permita calcular en un número finito de pasos la validez o invalidez de cualquier razonamiento.[13]

---

[12] Algunos de esos procedimientos están en Copi, (1979) cap. 3; Quine, (1962) partes 1-3; Mates, *op.cit.*, cap. 6.

[13] *Cf.* Simpson, *op.cit.*, p. 36n, Quine, (1962) p. 190 y Mendelson,

Otra dificultad respecto de la validez intuitiva se presenta en casos como este:

Uno puede obtener de las premisas

A_0.- 1 es el sucesor inmediato de 0

A_1.- 2 es el sucesor inmediato de 1

A_2.- 3 es el sucesor inmediato de 2

Una oración general de la forma

A_n.- n es el sucesor inmediato de $n-1$

Donde n toma como valores números naturales y $n-1$ el anterior inmediato del elegido. Pues bien, a partir de (A_0, A_1, A_2, ..., A_n) podemos inferir con propiedad el enunciado

A_c.- Todo número natural n posee un sucesor inmediato $n+1$.[14]

que no puede probarse a partir de la definición intuitiva de validez. En la práctica, en la vida ordinaria, nos es imposible saber si todas las premisas de este argumento son verdaderas, aunque así lo supongamos. No podemos recorrer en un número finito aunque desmesurado de pasos todos los valores que puede asumir la variable n y, por lo tanto, es posible que nunca sepamos si la conclusión es verdadera o falsa. A pesar de todo, ese argumento cumple, en apariencia, con las exigencias propuestas por la definición de validez dada anteriormente. Cualquier persona que considerara ese argumento podría decir con propiedad que tanto las premisas (A_0, A_1, A_2, ..., A_n) como la conclusión A_c son verdaderas y, por lo tanto, que el argumento ((A_0, A_1, A_2, ..., A_n) $\Longrightarrow$ A_c) es válido. Pero esto último no puede corroborarse a través de la definición intuitiva de validez, como se dijo anteriormente.

(1979) p. 56).

14 *Cf.* Tarski, (1956) pp. 409-411.

Un lector atento podría argumentar en contra de los dicho en el párrafo anterior diciendo que allí yo presupuse *inducción*, y que por eso mi argumentación en contra de la validez intuitiva no funciona. Pero a ese lector se le podría replicar diciendo que esta definición no excluye, o al menos no explícitamente, los razonamientos inductivos que, dicho sea de paso, cumplen en apariencia con las exigencias propias de la validez intuitiva. En otras palabras, por lo general se aceptaría que A_0 es verdadera, lo mismo se haría con (A_1, $A_2, \ldots, A_{n-1}$). También se concedería que A_n es verdadera. Por consiguiente, sería preciso reconocer que A_c es verdadera. Pero ¿cómo saber ésto? ¿cómo verficarlo? ¿no hay aquí cierto problema para la definición intuitiva de *validez*?

En muchas ocasiones, con la ayuda de la validez intuitiva no apreciamos o no comprendemos con claridad las conexiones formales existentes entre las premisas y la conclusión de cierto argumento. Eso, sin embargo, no es del todo importante para la validez intuitiva. Ésta no trata de la forma lógica de las oraciones o argumentos sino, más bien, de la captación o comprensión global de la verdad de un razonamiento dado. Empero, esta forma de proceder no es totalmente factible. "La historia ofrece un pródigo muestrario de *verdades evidentes* que descendieron a la categoría de errores o a la condición menos majestuosa de verdades relativas a un cierto conjunto de supuestos" (Simpson, *op.cit.*, p. 26). A pesar de ello, no podemos desechar totalmente esa noción, pero su uso tiene que ser prudente y provisional.

La utilidad que le demos a la noción intuitiva de validez tendrá que reducirse al mínimo en el desarrollo de una teoría que aspire a ser sistemática, so pena de admitir diferentes formas de argumentación que son mutuamente excluyentes. Tarski, (1956), por ejemplo, señala en el contexto de la noción de *implicación* que el significado y el uso ordinario de muchos conceptos no es preciso y, por ende, que todo esfuerzo por sistematizarlos está destinado al fracaso (*Cf.* p. 409). Muchos estudios que se han elaborado en torno a estas nociones han estado muy cercanos al lenguaje ordinario, y claro está que éste posee una gran cantidad de giros ideomáticos, muchos de los cuales no pueden simbolizarse. Por eso, es sumamente difícil, si no es que imposible, dar una definición clara y precisa de estas nociones y de las relaciones que ellas establecen entre las oraciones del lenguaje coloquial.[15]. A menudo, utilizaré el concepto intuitivo de validez para caracterizar una noción más sofisticada, o si se quiere, más precisa.

> Esto pareciera ser el caso de alguién que se levanta a sí mismo tirando de sus propios cabellos, pero quizás esto pudiera ser algo así como usar una máquina defectuosa para construir una nueva que funcione mejor y que nos ayude a reparar la vieja. (Mates, *op.cit.*, p. 39).

Tarski, (1956) ya había considerado la posibilidad de trabajar en un estadio inicial mediante consideraciones intuitivas para desarrollar posteriormente su materia de un modo más refinado (*Cf.* p. 415). Al respecto, Orayen, (en prensa) nos dice que

> La lógica deductiva se ocupa realmente de la validez formal: la definición intuitiva de validez sólo se usa en los

---

15 *Cf.* Robles, (1980) p. 38.

estadios informales y didácticos de lógica. (cap. 1)

La noción de validez que espero definir a lo largo de este capítulo estará inmiscuida más bien con los sistemas formales que con los intuitivos de lógica. En especial, con la teoría cuantificacional de orden uno (TC1), que es un sistema clásico y deductivo de lógica.[16]

1.2. *Validez formal*

Al iniciar la sección precedente me referí no sólo a la validez intuitiva sino también a la formal. En ese momento opté por desarrollar brevemente la primera de ellas. Ahora, en cambio, me dedicaré a la otra. Pero antes de iniciar con una especificación detallada es menester consignar que la validez formal suele caracterizarse tanto *sintáctica* como *semánticamente*.[17] Es decir, a la validez se la define, por un lado, en términos de los axiomas y reglas de inferencia de un sistema simbólico y, por otro, en términos de sus sustituciones e interpretaciones.[18] La elección de una semántica dependerá, claro está, de los supuestos o de la abundancia ontológica que uno esté dispuesto a asumir.

Estas dos formas de definir *validez formal*, sin embargo, no son ajenas. Existen dos metatoremas que nos aseguran la

---

16 *Cf.* Robles, *op.cit.*, p. 38.

17 El símbolo $\vdash$ será usado en lo que sigue para representar la validez sintáctica. En cambio, el símbolo $\models$ se usará para la validez semántica.

18 Creo prudente señalar que estas dos formas de definir *validez semántica* no son las únicas, pero sí las más usuales y representativas. *Cf.* Quine, (1970). cap. 4.

equivalencia de la validez sintáctica y la validez semántica. Los resultados a los que me refiero son los ya célebres de *corrección* y *completud*.[19]. Aquí no consideraré en detalle estos metateoremas pues no son centrales para mi tema.

En lo que sigue, no presentaré de manera rigurosa un sistema puramente formal, esto es, un sistema simbólico de lógica. Mi labor presupondrá que el lector tiene conocimientos, no necesariamente profundos, de algún sistema de deducción natural o axiomático. A lo sumo, daré las reglas sintácticas habituales con las que nos sea posible generar un número infinito aunque enumerable de fórmulas bien formadas (*fbf*. En especial, mi trabajo aludirá a TC1, en donde se disponga tan sólo de axiomas y reglas de inferencia.

1.2.1. *Validez sintáctica: esbozo*

En un sistema formal como TC1 la validez se define sintácticamente, es decir, se caracteriza en términos de los axiomas y reglas de inferencia del sistema formal correspondiente, sin tener en cuenta el significado del lenguaje simbólico utilizado. En tal sistema, las fórmulas tienen un carácter puramente formal. Esta definición suele presentarse considerando una buena fórmula ϕ de TC1 del siguiente modo:

> La fórmula ϕ es válida o es un teorema de TC1 si es deducible de los axiomas, si los hay, y reglas de inferencia

---

19 Una explicación elaborada de estos resultados se encuentra en Mates, *op.cit.*, cap. 8; Mendelson, *op.cit.*, cap. 2; Enderton, (1972) pp. 124-136 y Quine, *op.cit.*, pp. 253-260.

de TC1: $\vdash_{TC1} \phi$.[20]

Demos una explicación informal de esta definición. Generalmente, TC1 se estudia mediante "un sistema formal, compuesto por un lenguaje formalizado, axiomas y reglas de inferencia, todo ello caracterizable de un modo puramente formal, esto es, sin apelar al significado que pueda dársele al lenguaje utilizado "(Orayen, (no publicado) § 1). En un sistema tal todas las secuencias de símbolos, ya sean axiomas, teoremas o fbfs que ni son axiomas ni teoremas, carecen de significado. En ese sistema deben existir criterios puramente formales, *i.e.*, sintácticos, con los que diferenciemos las fbfs de las que no lo son. Los manuales habituales de lógica suelen dar esos criterios.[21] Las fbfs se distinguirán de las que no lo son si al someterlas a algún análisis semántico se convierten en oraciones significativas del lenguaje ordinario.[22] Algunas de las fbfs de TC1 serán tomadas como axiomas y otras no. Los axiomas se distinguirán sobre todo en que no podrán demostrarse a partir de los otros axiomas de TC1 mediante una aplicación reiterada de las reglas de inferencia.[23] En cambio, de las fbfs del sistema que no sean axiomas diferenciaremos los teoremas de los que no lo son. Los teoremas podrán ser deducidos de los axiomas de TC1 por las reglas de inferencia

20 *Cf.* Haack, (1978) p. 13.

21 *Cf.* Mates, *op.cit.*, pp. 44-51; Mendelson, *op.cit.*, cap. 2; Copi, *op.cit.*, cap. 8 y ver *infra*, secc. 2.2. de este capítulo.

22 *Cf.* Copi, *op.cit.*, p. 168.

23 Por motivos de la exposición, en este escrito presupongo que el sistema axiomático no es redundante.

y por los axiomas de la teoría en cuestión. Así pues, un argumento o una fbf será válida (o será un teorema) de TC1 si es derivable de los axiomas por las reglas de inferencia de TC1; de otro modo será considerada simplemente como una buena fórmula.[24] Ahora bien, es prudente señalar que

> "Cuando se usa el método axiomático para la teoría de la cuantificación , la selección de los axiomas y de las reglas no tiene otro propósito que el de generar este este conjunto recursivamente enumerable de teoremas (...). Las reglas son formales, pero no hay criterios, con excepción de vagos criterios estéticos que guían la selección de ellas. Los axiomas son fórmulas bien formadas iniciales; nuestro interés,quizás es tener un pequeño número de ellos (o de esquemas de axiomas) pero no de ajustarlos, uno por uno, a nuestras intuiciones lógicas" (Van Heijenoort, (1976) p. 12).

Empero, esta definición de validez tiene la desventaja de que no nos dice *nada de nada*. Y por eso, difícilmente podremos darle aplicaciones útiles al formalismo usado para construir TC1. Para obtener tales aplicaciones requerimos proporcionarle algún significado al lenguaje simbólico. Por tal razón, a continuación daré una definición breve, informal y provisional de la *validez semántica*, con la promesa de que en la segunda y tercera partes de este capítulo abundaré más, mucho más, en ella.

---

24 *Cf.* Copi, *Ibid.* p. 169; Haack, *op.cit.*, pp. 13-14 y Van Heijenoort, (1976) p. 11.

1.2.2. *Validez semántica: una presentación breve*

La semántica comúnmente aceptada introduce infinitas interpretaciones ($> \aleph_0$) (y sustituciones) del lenguaje de TC1. Esta versión puede presentarse del siguiente modo:

> La fórmula ϕ es válida o es una verdad lógica de TC1 si es verdadera bajo cualquier interpretación (o sustitución):[25] $\models_{TC1} \phi$.[26]

La explicación exhaustiva de este asunto la reservo para la última sección de este capítulo. Por el momento me gustaría advertir que las definiciones semánticas de *validez* pueden darse no sólo para fórmulas, sino también para argumentos. Esto, sin embargo, no es realmente importante, pues, como mencioné anteriormente, la definición de *validez* y la de *consecuencia lógica* son mutuamente caracterizables.

1.2.3. *Validez sintáctica y validez semántica: equivalencia*

Hasta aquí he explicado someramente de qué tratan las dos definiciones de la validez formal. Esa explicación, sin embargo, ha tratado a cada una de ellas de manera independiente. Es decir, al caracterizar la validez sintáctica me he

---

[25] La versión *sustitucional* se basa en los lenguajes normales. En cambio, la *interpretacional* está basada en conjuntos; y puede mostrarse que hay más conjuntos que expresiones lingüísticas.

[26] Los signos *TC1* de $\vdash_{TC1}$ y $\models_{TC1}$ sirven para destacar que ambas concepciones de validez son relativas exclusivamente a TC1 y aplicables a argumentos meramente formales (*Cf.* Haack, (1978) p. 13.)

olvidado (intencionalmente) de la validez semántica. Lo mismo hice a la inversa. Ahora es tiempo de hacer una importante aclaración: existen dos metateoremas de la lógica clásica que nos aseguran que *validez sintáctica* y *validez semántica* son equivalentes.

> Pues bien, uno aspira tener, naturalmente, un sistema formal en el que sólo aquellas buenas fórmulas que son sintácticamente válidas son también semánticamente válidas (los resultados de "corrección" y "completud" muestran que "las fórmulas que son teoremas" y "las verdades lógicas" coinciden.) (Haack, (1978) p. 14).[27]

El metatorema de la *corrección* nos dice que si una bf es un teorema de TC1, entonces es una verdad lógica. En otras palabras, si una fbf es deducible a partir de los axiomas de TC1, entonces es verdadera bajo todas las interpretaciones (o sustituciones) realizables en TC1: $\vdash_{TC1} \varphi \Longrightarrow \models_{TC1} \varphi$.[28].

En cambio, el metateorema de la *completud* asegura que si una fbf es una verdad lógica de TC1, entonces es derivable a partir de los axiomas y reglas de inferencia de TC1. Esto puede explicarse también del siguiente modo: se dice que un sistema formal para TC1 es completo, si todas las fbf que son verdades lógicas en TC1, son demostrables mediante los axiomas y reglas de deducción de tal sistema: $\models_{TC1} \varphi \Longrightarrow \vdash_{TC1} \varphi$.[29] Al apreciar ambos resultados es "evidente" que *cor-*

---

27 *Cf.* Orayen, (no publicado) § 1.

28 *Cf.* Copi, *op.cit.*, pp. 144-146.

29 Una explicación bastante sencilla se halla en Quine, (1962) pp. 253-260.

rección y *completud* son equivalentes: $\vdash_{TC1} \varphi \Longleftrightarrow \models_{TC1} \varphi$. Es decir, una bf es un teorema si y sólo si es una verdad lógica.

§ 2. *Validez semántica*

Como lo mencioné en la parte anterior, en seguida daré dos definiciones de la noción semántica de validez. En primer lugar la definiré sobre la base de la sustitución y después lo haré sobre la base de la interpretación. Es pertinente consignar que estas definiciones no son las únicas, pero sí las más usuales. Existen otras definiciones semánticas de *validez*, pero éstas pueden definirse siempre, o mejor dicho, casi siempre, en términos de las nociones que aquí se estudiarán. Un ejemplo de esto lo daré cuando caractericemos *validez* sobre la base de los modelos.

2.1. *Sobre la base de la sustitución*

Existen varias formas de presentar la definición de *validez* sobre la base de la sustitución.[30] En este apartado, sin embargo, me ceñiré a una de ellas. Esta, por lo general, se expone en dos pasos y recurre a la noción de *forma lógica*, motivo por el cual daré brevemente una explicación de ésta.

Al analizar una oración podemos percatarnos de que todo lo que contiene no es sino estructura lógica y predicados (*n*-ádicos). Por un lado, la forma o la estructura lógica de una

---

30 Algunas de ellas se encuentran en Quine, (1962) partes 1-3 y (1970) cap. 4; Mates, *op.cit.*, caps. 4 y 5; Simpson, (1975) p. 35n y 105; Copi, *op. cit.*, caps. 2 y 3 y Orayen, (en prensa) cap. 1.

oración está constituida, en muchos casos, por las funciones veritativas habituales ($\sim, \wedge, \vee, \Longrightarrow, \Longleftrightarrow$), cuantificadores ($\exists$, $\forall$), y variables ($w_1, \ldots, w_n, w_{n+1}, \ldots, x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}, \ldots$). Y por otro lado, por predicados n-ádicos (*x juega, x es la madre de y, x mató a y con el cuchillo de z, etc.*), y por constantes individuales ($a_1, \ldots, a_n, a_{n+1}, \ldots, b_1, \ldots, b_n, b_{n+1}, \ldots$).

La estructura lógica de una oración es el modo en que ésta puede representarse formalmente por medio de algún análisis lógico. Esta labor puede efectuarse de distintos modos a partir de diferentes simbolismos y en esa medida, es perfectamente legítimo decir que una oración tiene más de una forma lógica, porque puede representarla más de una estructura formal (*Cf.* Orayen, (en prensa) cap. 1). No obstante, aquí nos inclinaremos por los análisis elaborados en TC1. Pero antes consideremos una etepa anterior.

Tomemos la oración *Juan es alto*. En un primer momento esta oración puede simbolizarse así:

(1) j es alto

que constituye una forma lógica inválida.[31] O bien, la oración *cualquier amigo de Juan es amigo de Pedro* suele representarse como sigue:

(2) $(\forall x)(x$ es amigo de $j \Longrightarrow x$ es amigo de $p)$

que también posee una forma inválida.[32] Asimismo, el argumento *Todo círculo es una figura. Por lo tanto, toda persona que dibuja círculos es una persona que dibuja figuras* se representa como:

---

31 Ver más abajo.

32 Ver más abajo.

(3) $\dfrac{(\forall x)(x \text{ es un círculo} \Longrightarrow x \text{ es una figura})}{(\forall z)((existsx)(x \text{ es un círculo} \wedge z \text{ dibuja un } x) \Longrightarrow (\exists x)(x \text{ es una figura} \wedge z \text{ dibuja un } x))}$

que posee una forma lógica válida.[33] Sin embargo, este proceder tiene la desventaja de que explicita los predicados usados en las oraciones. Esto, en un momento dado, puede impedirnos abreviar nuestros desarrollos técnicos, motivo por el cual, es menester modificarlo un poco más.

Ahora situémonos en TC1 y concentrémonos en los predicados. Como sabemos, existen múltiples tipos de ellos. Los hay monádicos, diádicos, o en general n-ádicos. Pues bien, para tener totalmente dibujada la estructura lógica de una oración escribamos letras de predicado F_j^n, G_j^n, H_j^n, etc., en los sitios que ellos ocupan y pongámos del lado derecho y en el orden en que aparecen las variables o constantes individuales de la oración en cuestión. Es decir, sustituyamos los predicados concretos por las variables de predicado para obtener el molde o la forma lógica de la oración. Con este proceder podremos escribir (1), (2) y (3) del siguiente modo:[34]

(4) Aj

(5) $(\forall x)(A^2xj \Longrightarrow A^2xp)$

(6) $\dfrac{(\forall x)(Cx \Longrightarrow Fx)}{(\forall z)((\exists x)(Cx \wedge D^2zx) \Longrightarrow (\exists x)(Fx \wedge D^2zx))}$

Es importante recordar que la noción de *consecuencia lógica* puede definirse por medio de la de *validez*. "Cuando

---

33 *Cf.* Haack, (1978) pp. 23-24 y Orayen, (en prensa) cap. 1. Ver más abajo.

34 *Cf.* Quine, (1961b) pp. 107-109

el número de fórmulas que se tienen en cuenta es finito, la cuestión de si una fórmula es una consecuencia lógica de otras equivale siempre al problema de si un condicional (*i.e.*, una fórmula) es una verdad lógica" (Orayen, (no publicado). § 1). En nuestro ejemplo, es posible trabajar no con un argumento de la estructura de (6), sino con una fórmula semejante a esta:

$$(7)\quad ((\forall x)(Cx \Longrightarrow Fx)) \Longrightarrow$$
$$((\forall z)((\exists x)(Cx \wedge D^2zx) \Longrightarrow (\exists x)(Fx \wedge D^2zx)))$$

La ventaja de trabajar con la noción de *validez* es la de tomar fórmulas de una en una y no de dos en dos como lo hace la *implicación lógica* (*Cf.* Mendelson, (1979) p. 54).[35]

Pero aquí no termina la explicación. Si tomamos las letras esquemáticas de predicado como tales, *i.e.*, como esquemas y no como nombres de los predicados auténticos, nos daremos cuenta de que (4), (5), (6) y (7) representan un número infinito de oraciones distintas. Representan a todas las oraciones que tienen o que pueden tener la misma forma lógica; así, nos damos cuenta de que no son sino moldes o modelos vacíos de cualesquiera oraciones con una estructura lógica semejante, aunque no necesariamente igual.

> Un esquema lógico es una oración vacía (*dummy*) (...). Es como una oración excepto porque tiene letras esquemáticas 'F', 'G', etc., en lugar de predicados. (Quine, (1970) p. 50).[36]

---

[35] Es menester recordar una cosa más, existe una notable diferencia entre el *si...,entonces...* del condicional material y la noción de *consecuencia lógica*. La primera expresa una relación más débil que la segunda (*Cf.* Quine, (1962) pp. 37-38 y Strawson, (1986) pp. 229-242, etc.).

[36] *Cf.* Quine, (1961b) pp. 108-109.

Este modo de caracterizar la noción de *forma lógica* tiene como consecuencia el que usemos oraciones tipo y no caso, como se hubiera deseado. Pues, ¿qué quiere decir que los esquemas representan un número quizá infinito de oraciones? Lo que sucede, sin embargo, es que al explicar la noción de oración tipo en el capítulo anterior, nos percatamos de que posiblemente muchas de esas oraciones nunca se han expresado, y también es posible que algunas de ellas nunca se expresarán Empero, aquí surge un problema importante. Supongamos que hay fórmas lógicas que nunca se han de expresar. Imaginemos, igualmente, que una de esas formas lógicas, una F digamos, comparte su estructura con otra F^2. Ahora figurémonos que F^2 es una fórmula lógica válida. En consecuencia, y por la definición de validez que se dará más adelante, F también será válida. Pero, ¿cómo es posible eso si ésta jamás se expresará? ¿Cómo predicaremos de F los valores veritativos? Y, por lo tanto, ¿porque circunstancia F será válida?

Algunas sustituciones que hagamos de oraciones simples o complejas por letras esquemáticas simples nos darán oraciones verdaderas. Otras, en cambio, no lo harán. El esquema (4), por ejemplo, con su primera significación será verdadero con mucha probabilidad, aunque no necesariamente. Empero, bajo otra sustitución de sus constantes no lógicas será posible obtener algo falso. Si, por ejemplo, sustituimos A por *es perro*, obtendremos una oración absurda si j es un ser humano. En (5) también sucederá algo similar. Pero en (6) la cosa cambia, porque esa oración tiene la estructura de un esquema lógicamente válido, *i.e.*, un esquema que es verdadero bajo todas las sustituciones de sus letras esquemáticas por oraciones.

Es interesante consignar que no hay necesidad de sustituir las letras esquemáticas simples por oraciones también simples. En efecto, si tenemos un esquema como el representado por el antecedente de (7), no será necesario que siempre pongamos, en vez de los esquemas simples, oraciones simples. Esa libertad nos permitirá obtener oraciones o esquemas como

$$(\forall x)(Cx \Longrightarrow (Fx \vee Ax))$$

o como

$$(\forall x)((Cx \Longrightarrow Ax) \Longrightarrow Fx)$$

Pero también nos será posible obtener esquemas tales como

$$(\forall x)((Cx \vee \sim Cx) \Longrightarrow (Fx \wedge \sim Fx))$$

que son falsos. Esta circunstancia le proporciona mayor variedad y riqueza al lenguaje utilizado.

Lo más interesante del asunto no son las sustituciones de esquemas simples por oraciones también simples, sino la sustitución de esquemas simples por oraciones cualesquiera. Pero obsérvese que no nos es permitido el paso inverso, *i.e.*, sustituir esquemas complejos por las oraciones simples. De ser ese el caso podríamos pasar de esquemas lógicos válidos como

$$(\exists x)(Fx \vee \sim Fx)$$

a esquemas lógicos no válidos como

$$(\exists x)Gx$$

(*Cf.* Quine, (1970) pp. 47-51). Quizá algunas o una inmensa mayoría de esas sustituciones suenen harto extrañas. Eso es lo de menos. En los sistemas formales, las demostraciones suelen correr por meandros lejanos, muy lejanos, de nuestros esquemas habituales. En ellos podemos introducir "nociones extrañas a las asunciones o a la conclusión" (Van Heijenoort, (1976) p. 20).[37] Lo importante es que bajo ninguna sustitución la conclusión del esquema (6) es falsa si su premisa es verdadera. Nótese que hasta aquí hemos hablado no de oraciones sino de esquemas lógicos de oraciones (*i.e.*, de oraciones tipo). Ahora bien, con esta caracterización de *forma lógica* nos es posible ya definir de una vez el concepto de *validez* sobre la base de la sustitución:

(1) Un esquema lógico es *válido* si toda oración que se pueda obtener de él sustituyendo por oraciones los esquemas oracionales simples es una oración verdadera (Quine, (1973) p. 94).[38]

Dicho sea de otro modo, *un esquema lógico es válido* si cualquier oración o ejemplo de sustitución obtenido a partir

---

37 Por tal motivo, a menudo se oye la consigna de que una oración es verdadera o falsa en virtud puramente de su forma lógica. *Cf.* Quine, (1970) pp. 47-49; Haack, (1978) p. 22 y Mendelson, *op.cit.*, p. 1.

38 Del mismo modo, la noción de *consecuencia lógica* puede definirse así: Un conjunto $\mathfrak{R}$ de oraciones *implica lógicamente* una oración $\wp$ si y sólo si no existe ningún ejemplo de sustitución que haga verdadero a $\mathfrak{R}$ y falso a $\wp$. Empero, como se dijo anteriormente, esto puede formularse exclusivamente en términos de validez: Un conjunto $\mathfrak{R}$ de oraciones *implica lógicamente* una oración $\wp$ si y sólo si su respectivo condicional asociado, *i.e.*, $\mathfrak{R} \Longrightarrow \wp$, es valido.

de él es verdadero. O bien, un esquema lógico es válido si ninguna oración obtenible a partir de él es falsa. Por eso decimos que una oración es lógicamente verdadera (o que es una verdad lógica) si se ha obtenido a partir de un esquema lógico válido. Lo dicho en la oración anterior queda garantizado porque de la validez de un esquema no podemos sino deducir la validez de cualquier otro esquema obtenido del primero por sustitución (*Cf.* Quine, (1962) p. 32).

A pesar de todo, la definición anterior no está exenta de dificultades. Un problema importante surge cuando percibimos que esta definición sólo expresa una condición necesaria pero no suficiente; esto lo observó Tarski en 1956.[39] Su observación puede formularse así: un esquema lógico $\mathfrak{R}$ es válido si toda sustitución de sus constantes extra-lógicas nos permite obtener únicamente oraciones $\mathfrak{R}'$ verdaderas. Llamemos (F) a esa definición. Pues bien, puede suceder que (F) sea satisfecha y que las oraciones $\mathfrak{R}'$ no sean verdaderas en el sentido ordinario del término. De hecho,

> Esta condición puede (...) ser satisfecha únicamente porque el lenguaje con el que se está trabajando no posee un número suficiente de constantes extralógicas. La condición (F) sería observada como suficiente (...) si la designación de todos los posibles objetos ocurriera en el lenguaje en cuestión. Este supuesto, sin embargo, es ficticio y nunca puede realizarse. (Tarski, *op.cit.*, pp. 415-416).

[39] *Cf.* Tarski, (1956) pp. 415-416; Simpson, (1975) p. 16 y 105n, y Orayen, (en prensa) cap1.

Esa deficiencia puede apreciarse al comprender que no tenemos ninguna seguridad para pensar que todos los predicados n-ádicos del lenguaje ordinario tendrán como extensión, todos los objetos posibles del universo.[40] La relación entre las palabras y las cosas puede parecer sencilla, pero no es así: su relación no es biunívoca. Por ejemplo, se ha probado en la teoría de conjuntos que hay más números reales que nombres posibles para ellos (*Cf.* Simpson, *op.cit.*, p. 2). La demostración de ese hecho se debe en esencia al ilustre matemático alemán George Cantor.[41] Una manera de explicar este resultado es señalar que hay tantas expresiones lingüísticas como números naturales, lo cual quiere decir que el conjunto de los números naturales y el conjunto de expresiones lingüísticas de los lenguajes naturales tienen el mismo número de miembros. Sin embargo, el matemático alemán también logró demostrar que hay más números reales que naturales y, por lo tanto, que hay más números reales que expresiones lingüísticas. Incluso, y esto es una consecuencia de lo anterior, que hay más reales que nombres posibles para ellos.

Regresemos entonces a la postura de Tarski. Ejemplifiquemos la circunstancia aludida por él con un caso trivial. Pensemos en un lenguaje muy pobre en el que las únicas constantes no lógicas son *Einstein* y *Newton*, y los predicados *es sabio* y *es famoso*, en un tal lenguaje el esquema lógico

---

[40] La extensión de un predicado n-ádico es la clase de todos los objetos de los cuales es verdadero el término.

[41] *Cf.* Suppes, (1972) p.2; Quine, (1962) p. 94n; Quine, (1961b) pp. 126-129; Simpson, *op.cit.*, p. 2n y Fraenkel, (1976) cap. 2.

$Se \Longrightarrow Fn$ cumple con la condición (F) y, por lo tanto, tiene que aceptarse como un esquema válido. Sin embargo, en un lenguaje más rico esa forma lógica se invalida fácilmente. En general, el cumplimiento o no de la condición (F) está subordinado a la riqueza del lenguaje o de la ontología con la que uno trabaje.

> Esta cuestión depende de nuestra elección de universo, así como de la riqueza del vocabulario que supongamos a nuestra disposición por encima de nuestra notaciones lógicas para funciones veritativas y para la cuantificación. (Quine, (1962) p. 95).

Esta breve digresión puede causar en el lector la impresión de que la definición de validez sobre la base de la sustitución descansa en terreno débil. Puede que tenga razón. Pero, como veremos más adelante, esta definición será equivalente a otra con mayor peso ontológico si se las ve bajo cierta condición.

Para finalizar esta sección sólo deseo apuntar algunas cosas. La definición de *forma lógica* se dio en dos pasos. En el primero se reformulan las oraciones en términos de conectivos y predicados. En el segundo, los predicados auténticos son sustituidos por letras esquemáticas de predicadio (F_j^n, G_j^n, etc). Este último proceder, sin embargo, no es necesario. Pudimos haber desarrollado sin problemas la definición de *validez* en base a la primera caracterización de *forma lógica*. De haber sido ese el caso habríamos expresado la definición de *validez* diciendo que una oración es lógicamente válida si todos los cambios de sus oraciones simples por oraciones arroja siempre verdades.

En esta definición se sustituyen oraciones simples por oraciones. En la otra, en la que aquí se adoptó, se ordena sustituir letras esquemáticas simples de predicado por oraciones.[42] La diferencia existente entre la definición de validez que aquí adoptamos y la sugerida un poco antes, consiste enque la primera de ellas se da en dos pasos, mientras que la segunda no. Empero, esa diferencia no es importante, pues ambas definiciones arrojan siempre los mismos resultados. La ventaja que tiene la que aquí se adoptó reside en las aplicaciones formales que posee. "Los esquemas son, en efecto, el medio natural de expresión de las leyes y las demostraciones lógicas, porque carecen de temática natural" (Quine, (1973) p. 94).

2.2. *Sobre la base de la interpretación*

En la sección precedente hemos definido *validez* sobre la base de la sustitución, ahora lo haremos sobre la base de la interpretación. En la presente definición trataremos directamente con fórmulas bien formadas (fbf) de TC1 obtenidas a partir de ciertas reglas de formación.[43] Estas reglas se exponen en

---

42 *Cf.* Quine, *op.cit.*, §§ 5, 23-25.

43 A lo largo de esta sección distinguiré dos tipos de fbf, a saber, las que tienen y las que no tienen variables libres. A las primeras las nombraré, ocasionalmente, como *oraciones abiertas*, a las otras en cambio como *oraciones*. Las primeras suelen caracterizarse del siguiente modo: una fbf tiene (una) variable(s) libre(s) si y sólo si o una variable x de la fbf no es la variable del cuantificador "$(\forall\alpha)$" o x no está en el alcance del cuantificador "$(\forall\alpha)$"; de otro modo, la ocurrencia de x no está libre (*está ligada*) en la fbf.

los manuales habituales de lógica. En lo que sigue presentaré algunas de ellas.[44]

Un sistema formal cuenta con *términos individuales* (*variables* [x_1, x_2, ..., x_n, x_{n+1}, ..., y_1, y_1, y_2, ..., y_n, y_{n+1}, ...], y *constantes individuales* [a_1, a_2, ..., a_n, a_{n+1}, ..., b_1, b_2, ..., b_n, b_{n+1}, ...]) y *letras de predicado* (A_j^n, B_j^n, C_j^n, ...),[45] así como con las constantes lógicas normales ($\sim$, $\wedge$, $\vee$, (,), $\Longrightarrow$, $\Longleftrightarrow$, $\forall$, $\exists$).[46]

Pues bien, si A_j^n es una letra de predicado y (α_1, ..., α_n) son términos individuales, entonces A_j^n (α_1, ..., α_n) es una fórmula atómica. Con esto nos basta para saber qué secuencias de símbolos son buenas fórmulas atómicas y cuáles no lo son. Las reglas para construir fórmulas más complejas son las siguientes:

(i) Toda fórmula atómica es una bf.

(ii) Si ϕ y ψ son fbfs, entonces $\sim \phi$, $\phi \wedge \psi$, $\phi \vee \psi$, $\phi \Longrightarrow \psi$, $\phi \Longleftrightarrow \psi$ son bfs.

(iii) Si ϕ es una fórmula y α es una variable, entonces $(\exists\alpha)\phi$ y $(\forall\alpha)\phi$ son bfs.[47]

---

44 *Cf.* Mates, *op.cit.*, p.40; Mendelson, *op.cit.*, pp. 46-47; Copi, (1979) cap. 8 y Van Heijenoort, (1976) p.14.

45 Las letras n y j de A_j^n nos son útiles porque nos permitirán saber de qué grado son los predicados y cómo diferenciarlos entre sí.

46 En mi exposición prescindiré de los *functores*. Ello se debe a que pueden ser sustituidos -según Quine, (1970)- mediante predicados adecuados (cap. 2).

47 Es importante advertir que no es necesario usar "($\exists$)" como símbolo primitivo, debido a que puede definirse en términos del cuantificador universal "($\forall$)" y de la negación del siguiente modo: $(\exists x)Ax =_{def} \sim (\forall x) \sim Ax$. (*Cf.* Mendelson, (1979) p. 47 y otros)

Una buena fórmula (bf) es una expresión que o es una fórmula atómica o es obtenible a partir de una o más fórmulas atómicas por medio de un número finito de aplicaciones de (i)-(iii).

Cabe recordar que las fórmulas construibles mediante las cláusulas expuestas anteriormente carecen de significado. Una fórmula ϕ, por ejemplo, obtenida por (i)-(iii) constituye una secuencia bien formada pero asignificativa de símbolos. El significado, o cierto significado de las bfs de TC1 suele suministrarse a través de un enfoque semántico. Uno de los cuales yace, a propósito de lo anterior, sobre la base de la interpretación.

> Las buenas fórmulas tienen significado únicamente cuando una interpretación es dada para los símbolos. Una "interpretación" consiste de un conjunto D no vacío, llamado el "dominio" de la interpretación, y una asignación de una relación n-ádica de D a cada letra de predicado A_j^n (...) y a cada constante individual a_1 algún elemento de D.[43] Dada una interpretación, las variables son vistas como el alcance del conjunto D, y $\sim$, ($\wedge$, $\vee$, $\Longleftrightarrow$),

---

[43] Es importante convenir que el universo de discurso elegido no sea vacío. La razón de esto se debe al hecho de que algunas fórmulas válidas dejarían de serlo si incluyéramos tal conjunto como universo discursivo. Por ejemplo, el esquema $(\forall x)Fx \Longrightarrow (\exists x)Fx$ dejaría de ser válido en ese universo. *Pues $(\forall x)Fx$ tiene que ser verdadero en un universo vacío (puesto que no hay objetos de los que pueda ser falso Fx), mientras que $(\exists x)Fx$ tiene que ser falso en dicho universo vacío (porque no hay objetos).* (Quine, (1962) p.96). Así pues, cuando interpretamos una fórmula ϕ se supone que el universo de discurso elegido está dotado con un número suficiente de individuos. Pese a todo, *el fallo de*

⟹ y cuantificadores conservan su significado habitual" (p. 49).[49]

Dada una interpretación, una oración representa una fbf que es verdadera o falsa. Verdadera para algunas interpretaciones y falsa para otras. En cambio, las oraciones abiertas representan una relación en el dominio de la interpretación que pueden ser satisfechas (verdaderas) por algunos valores del dominio de las variables libres y no satisfechas (falsas) por otros.[50]

Empero, en el párrafo anterior hemos utilizado dos nociones semánticas (*satisfacción* y *verdad*) sin haberlas definido previamente, razón por la cual a continuación daré tales definiciones. Comenzaré con *satisfacción* y después definiré *verdad*. La idea de definir *satisfacción* surge de hecho de que con ella podremos obtener una definición satisfactoria del concepto *verdad*. El descubrimiento de este hecho se debe, esencialmente, a Alfred Tarski en 1936.[51] Esta definición suele presentarse del siguiente modo:

(1) Nombres
   (a) '*a*' se refiere a *a*
   (b) '*b*' se refiere a *b*
   (c) ....
(2) Predicados

---

un esquema cuando el universo es vacío nada significa contra el esquema mismo desde un punto de vista práctico. (Quine, *op.cit.*, p. 96).

49 Los paréntesis son míos.

50 Esta formulación se debe en esencia a Mendelson, (1979) p. 49.

51 *Cf.* Mendelson, (1979) pp. 50-51; Tarski, (1956a) y (1956b); Nuño, (1971) y Platts, (1979) pp. 16-33.

(a) Un objeto α satisface 'F' si y sólo si α es F.

(b) Un objeto α satisface 'G' si y sólo si α es G.

(c) ....

A continuación proporcionaré las condiciones bajo las cuales son satisfechas las fbf (en una interpretación I dada):

(3) Una secuencia S satisface un predicado F conectado a un nombre n si y sólo si el objeto al cual el nombre se refiere satisface F.

(4) Una secuencia S satisface un predicado F conectado con la *i-ésima* variable (v_i) si y sólo si el *i-ésimo* miembro de la secuencia (s_i) satisface F.

(5) Una secuencia S satisface la fórmula $\sim F$ si y sólo si S no satisface a F

(6) Una secuencia S satisface la fórmula $(F \wedge G)$ si y sólo si S satisface a la vez F y G.

(7) Una secuencia S satisface la fórmula $(F \vee G)$ si y sólo si S satisface F o satisface G.

(8) Una secuencia S satisface la fórmala $(F \Longrightarrow G)$ si y sólo si S no satisface F o satisface a G.

(9) Una secuencia S satisface la fórmula $(F \Longleftrightarrow G)$ si y sólo si S satisface a la vez F y G o no las satisface.

(10) Una secuencia S satisface la cuantificación existencial de una fórmula A con respecto a la v_i si y sólo si A es satisfecha por alguna secuencia S' que coincide con la dada, excepto, quizás, en el *i-ésimo* lugar.

(11) Una secuencia S satisface la cuantificación universal de una fórmula A con respecto a la v_i si y sólo si A es satisfecha por todas las secuencias S' que coinciden con la dada, excepto, quizás, en su *i-ésimo* lugar.

Ahora expliquemos intuitivamente algunos aspectos de la definición anterior. Existen fbfs (oraciones abiertas) que ni son verdaderas ni falsas. Fbfs tales como x *juega*, $x \prec y$, x *mató a* y *con la navaja de* z, etc. Estas fórmulas son satisfechas o no por secuencias ordenadas de objetos. Es decir, son satisfechas por pares, tríos, cuádruplas, o más generalmente, por n-tuplas ordenadas de objetos.[52]

Por ejemplo, la oración abierta x *juega* es satisfecha por todas las cosas que juegan y sólo por ellas. La oración $x \prec y$ es satisfecha por pares ordenados de números y sólo por ellos. Las oraciones de tres variables libres son satisfechas por tríos ordenados de objetos ($< x, y, z >$). La satisfacción de oraciones con cuatro variables libres requiere de cuádruplas ordenadas objetos ($< x, y, z, x_1 >$). La satisfacción de oraciones abiertas con n variables libres necesita de n-tuplas ordenadas de objetos.[53]

Un modo sencillo mediante el cual podemos entender la noción en discusión consiste en "considerar a toda 'sentencia' (oración) como expresión de una función del tipo x *es* p, la cual quedará satisfecha mediante la correcta sustitución de sus variables" (Nuño, (1971) p. 113).[54]

A guisa de ejemplo, tomemos la oración y *nació después que* z. Esta oración es satisfecha por una sucesión S de alguna interpretación I si la oración resulta intuitivamente verdadera

---

52 Una explicación informal sobre las n-tuplas *ordenadas de objetos* se haya en el apéndice.

53 Es menester recordar que podemos trabajar con pares de individuos y no nesariamente con n-tuplas. Ver el apéndice.

54 *Cf.* Tarski, (1949) p. 63; Tarski, (1956a) y (1956b) p. 416. El paréntesis es mío.

cuando se toma al primer objeto de S como valor de la variable y, y al segundo objeto de S como valor de la variable z. En este caso, nuestra oración es satisfecha por el par ordenado < mi hermano, mi madre >, pues mi hermano y mi madre bajo una interpretación I pueden asumir los valores de las variables y y z, y además mi hermano nació después que mi madre. Sin embargo, es relativamente sencillo encontrar interpretaciones I' en las cuales la oración *y nació después que z* resulta falsa. Por ejemplo, pensemos en una interpretación I' cuyo universo discursivo sea el conjunto de todas las personas que nacieron el 29 de octubre de 1965 a las 23 horas. Es claro ver que no existen objetos que satisfagan aquella oración y, por lo tanto, que la hagan (intuitivamente) verdadera.

El anterior ejemplo no sólo nos proporciona una idea, si se quiere vaga, de la noción de *satisfacción*, sino que también pone de manifiesto que una fbf puede mudar de valor de verdad dependiendo la interpretación bajo la cual sea considerada. Esto último puede apreciarse mejor en este otro ejemplo: Consideremos una fbf construible en TC1, una F^1a_1 por ejemplo. Imaginemos, ahora, una interpretación I que la haga (intuitivamente) verdadera. Pensemos que esta interpretación tiene como universo discursivo al conjunto de todos los mexicanos. Supongamos que a_1 se refiere a José Sarukhán y que F^1 denota al conjunto de todas las personas que tomaron posesión de la rectoría universitaria en 1989.[55] Pues bien, bajo esta interpretación la oración atómica F^1a_1 resulta ser (intuitivamente) verdadera, pues Sarukhán tomó posesión de la rectoría universitaria en 1989.

---

[55] Una explicación informal sobre las nociones de *conjunto* y *pertenece a* se halla en el apéndice.

Esto, sin embargo, no nos impide proporcionar una interpretación I' bajo la cual aquella fórmula resulte (intuitivamente) falsa. Si el lector siente alguna sospecha le recomiendo considere la interpretación I', que coincide con la dada salvo en lo que I' asigna a a_1. Supongamos ahora que nuetro individuo es Arturo Azuela. Siendo así, lo que $F^1 a_1$ nos dice es que Arturo Azuela pertenece al conjunto de personas que tomaron posesión de la rectoría de la UNAM en 1989. Lo cual, evidentemente, es falso. Este es un caso, de los muchos que abundan en la literatura, en que una oración cambia de valor de verdad al ir de una a otra interpretación.[56]

Intuitivamente, podemos decir que una secuencia $S = \langle a_1, a_2, \ldots \rangle$ de una interpretación I satisface una fbf B si y sólo si B resulta (intuitivamente) verdadera en I cuando ponemos al *i-ésimo* objeto de la secuencia S por la *i-ésima* variable de B.[57]

El modo en que hemos procedido anteriormente nos dice dos cosas: 1) qué sucesiones satisfacen una oración dada y qué sucesiones no la satisfacen, y 2) puede suministrarnos una definición de *verdad*. Del primer punto ya dijimos lo suficiente. Ahora paso a tratar el segundo.[58]

(2) Una oración ϕ es verdadera bajo una interpretación I si y sólo si todas las secuencias de objetos de I satisfacen ϕ.

---

56 *Cf.* Mates, *op.cit*, pp. 54-56.

57 *Cf.* Mendelson, *op.cit.*, p. 51

58 Agunas explicaciones detalladas sobre ***satisfacción***, sus problemas y límites se encuentran en Nuño, (1968) y (1971); Platts, *op.cit.*, parte; Quine, (1970) cap. 3; Tarski, (1956a) y (1956b) p. 416, entre otros.

(3) Una oración ϕ es falsa bajo una interpretación si y sólo si ninguna secuencia de objetos de I satisface ϕ.

De otro modo: Una bf ϕ es verdadera (o falsa) en I cuando y sólo cuando ϕ es satisfecha por todas las secuencias de objetos de I (o por ninguna).

Otra noción no menos importante que la anterior y que puede definirse en términos del concepto de *satisfacción* es la de *modelo*.[59] Un modelo es una interpretación que hace verdadera a una fórmula ϕ. La noción de *modelo*, entonces, es formulable en los siguientes términos: Si tengo una oración ϕ y una interpretación I, e I hace verdadera a ϕ, entonces I es un modelo de ϕ.[60] Esta noción suele presentarse en los siguientes términos:

(4). Una interpretación I es un modelo de una fórmula ϕ si y sólo si ϕ es verdadera en I.

Es decir, *ser verdadero en I* no es sino *ser satisfecho por todas las secuencias de I*. Y *ser satisfecho por todas las secuencias de I* no es sino *tener un modelo*, que es I. Por lo tanto, decir que *ϕ es verdadero en I* no significa otra sino que *I es un modelo de ϕ*. A esta conclusión podemos llegar por el simple análisis de (2), (3) y (4).[61]

Un uso posible que podemos hacer de la similitud existente entre las nociones de *ser modelo de* y *ser verdadero en* es el de definir el concepto de *validez*. Anteriormente vimos que hay oraciones (abiertas) que mudan de valor veritativo

---

59 Ver Tarski, (1956b) p. 417; Quine, (1970) pp. 51-53; Mendelson, *op.cit.*, p. 51; Chao, (1962a) pp. 553-566 y Crossley, (1972) pp. 20-30.

60 Este proceder es parecido al elaborado por Quine, (1970) pp. 51-53.

61 *Cf.* Orayen, (no publicado) § 2.

dependiendo la interpretación bajo la cual sean consideradas. Sin embargo, hay oraciones (abiertas) en las que no ocurre eso, *i.e.*, hay oraciones (abiertas) que no mudan de valor de verdad bajo ninguna interpretación. Algunas de esas oraciones se les conoce con el nombre técnico de *oraciones válidas*, y se les define del siguiente modo:[62]

(5) Una oración ϕ es válida si y sólo si ϕ es verdadera bajo cualquier interpretación.[63]

De otro modo,

(6) Una oración ϕ es válida si y sólo si cualquier I es modelo de ϕ.[64]

Una consecuencia que obtenemos de las definiciones anteriores es esta:

(7) Una oración ϕ es verdadera bajo cualquier interpretación si y sólo si cualquier interpretación es modelo de ϕ.[65]

Ahora bien, todas las oraciones que cumplen con las definiciones dadas anteriormente son conocidas usualmente con el nombre técnico de *verdades lógicas*.

---

62 Es pertinente advertir que las *contradicciones* tampoco mudan de valor veritativo. Empero, éstas pueden ser tratadas como la contrapartida de las oraciones válidas. Razón por la cual me ocuparé exclusivamente de estas últimas.

63 *Cf.* Mendelson, *op.cit.*, p. 54.

64 *Cf.* Quine, (1970) p. 52 y Tarski, (1956b) p. 417.

65 Se dice que una fórmula ϕ *implica lógicamente* otra ψ si y sólo si, en cualquier interpretación, toda secuencia de objetos que satisfagan ϕ satisfacen también ψ. Sin embargo, y como ya lo hemos mencionado anteriormente, podemos prescindir de esta definición. Ello se debe a que es legítimo decir que ϕ *implica lógicamente* ψ si y sólo si $\phi \Longrightarrow \psi$ es *válido*.

Por último, me parece pertinente e instructivo hacer un par de comentarios. Para desarrollar el primero es menester que el lector tenga siempre en mente que la elección y admisión de conjuntos no depende de la abundancia de las expresiones lingüísticas del lenguaje natural. Efectivamente, tan pronto recordamos el hallazgo de Cantor y del uso que Tarski hizo de éste, nos daremos cuenta de que existen más objetos que nombres posibles para ellos.

> Al entender totalmente el efecto de esta referencia, el estudiante debe tener en mente que cualquier conjunto no vacío puede ser elegido como el dominio de las variables de una interpretación, (...) No es necesario que el dominio sea un conjunto con un nombre del lenguaje natural, como el conjunto de los seres humanos o el conjunto de los enteros impares; (...) Ni los conjuntos ni las relaciones requieren tener un nombre del lenguaje natural, (...) (Mates, *op.cit.*, p. 56)

La importancia de señalar lo anterior reside en el hecho de que la mayoría de los legos suelen considerar sólo aquellos conjuntos para los cuales existen nombres. Esto, sin embargo, es erróneo. En efecto, cuando en las definiciones de validez dadas anteriormente se dijo *para toda interpretación* o *para todo modelo*, el *para todo* debió entenderse en sentido fuerte y no supeditado a las expresiones lingüísticas construibles en los lenguajes normales. *De este modo* —nos dice Quine, (1962)— *el concepto de validez se vuelve independiente de los límites de cualquier vocabulario particular.* (p. 95) Esta definición, por lo tanto, no tropieza con los problemas que Tarski legó a la posteridad. Problemas que, por cierto, ya fueron mencionados en la sección anterior.

En segundo lugar deseo advertir que bajo este enfoque semántico no es necesario aludir a la noción de *formas lógicas* y, por lo mismo, no es necesario apelar a la noción de oraciones tipo. Esto es así porque al definir la noción de *verdad bajo una interpretación* convenimos en trabajar con fbf obtenidas, en un número finito de pasos, a partir de ciertas reglas de formación. O, como diría Orayen, (en prensa) pero en el ámbito de la implicación lógica: "El enfoque consiste en trabajar directamente con fórmulas que se obtienen a partir de la conclusión y las premisas del razonamiento bajo análisis, y establecer que bajo esas fórmulas se da la relación de consecuencia lógica; definida en términos de interpretaciones" (cap. 1).[66] La ventaja que reviste trabajar con este enfoque es la de usar oraciones caso y no tipo. Más aún, su real beneficio, entre otros, reside en el hecho de evitar oraciones tipo nunca antes ejemplificadas y oraciones tipo que jamás se van a ejemplificar en todo el espacio-tiempo.

§ 3. *Consideraciones finales*

En la primera parte de este capítulo analizamos la noción intuitiva de validez. Ésta, sin embargo, resultó demasiado amplia para los sistemas formales de lógica estándar, pues en ella nos vimos obligados a admitir como válidas algunas oraciones que dejan de serlo bajo cierto formalismo, por ejemplo, bajo el de TC1. Una consecuencia que obtuvimos de aquel

---

[66] Quine, (1962) p. 95.

análisis fue la imposibilidad de caracterizar de manera uniforme y unívoca la noción intuitiva de validez. Esa circunstancia nos orilló a restringir nuestro estudio al de la validez formal.

Una vez ubicados en este ámbito tuvimos que definir esa noción en términos sintácticos y semánticos. Para la primera de estas definiciones recurrimos al formalismo de TC1 y determinamos qué sucesiones de símbolos son o no teoremas. En cambio, la definición semántica de validez se dio en dos sentidos, uno de los cuales fue el enfoque sustitucional y el otro el interpretacional. También mencionamos los metateoremas que nos aseguran que la definición semántica y la sintáctica coinciden. Estos resultados, sin embargo, sólo se mencionaron en este escrito, pues no son cosas por las que aquí debamos preocuparnos. A continuación regresaré a las definiciones semánticas de validez y trataré de demostrar, o por lo menos de mostrar, que bajo cierta condición son equivalentes. A eso dedicaré el resto del capítulo.

3.1. *Sobre la base de la sustitución y sobre la base interpretación: comparación*

La definición de validez por sustitución está supeditada a lo que puede expresarse mediante el lenguaje; por lo tanto, la riqueza ontológica de esta definición tiene por límite al lenguaje mismo. Esa limitación, sin embargo, puede llevarnos a una serie de complicaciones, una de las cuales está expuesta en Tarski, (1956b).[67] En cambio, la definición interpreta-

[67] *Cf. supra*, sección 2.1. de éste capítulo y Orayen, (en prensa) cap. 1.

cional no tiene como limitante a ningún lenguaje normal. Cabe recordar que esto así ocurre porque hay más conjuntos que expresiones lingüísticas para ellos.[68] Veamos lo que al respecto nos dice Orayen:

> Una interpretación es una asignación de individuos y conjuntos a partes de una fórmula, pero entendiendo que una asignación tal puede existir sin que nadie haya asociado tales partes de la fórmula con tales entidades, hay tantas interpretaciones de la fórmula *x es B* como pares formados por un individuo y un conjunto, aunque nadie haya conectado *a* con ese individuo ni *B* con ese conjunto. La razón es que los teoremas de la teoría de conjuntos tienen esa curiosa consecuencia: dado un lenguaje cualquiera siempre existen más conjuntos que expresiones de ese lenguaje. Se sigue de esta conclusión que dado un lenguaje normal L^1 siempre habrá conjuntos que no sean extensiones de ningún término general ni de predicado monádico alguno de L^1. (Orayen, *op.cit.*, cap. 1)

La diferencia anterior nos conduce al cuestionamiento siguiente: hay oraciones que pueden ser validadas por la primera definición mencionada anteriormente pero no por la segunda.[69] El paso inverso, sin embargo, no es posible darlo. De hacerlo ambas definiciones serían incompatibles, porque existirían fórmulas que harían imposible tal comparación. Lo que

---

[68] *Cf.* Fraenkel, *op.cit.*, sección 3; Orayen, (en prensa) cap. 1; Mates, *op.cit.*, pp. 33-36 y Robles, (1980) p. 42

[69] *Cf.* Tarski, (1956b); Orayen, (en prensa) cap. 1 y sección 2.1. de este capítulo.

sucede es que esta suposición es falsa y nunca puede lograrse. La demostración de ello se dará en la siguiente subsección.

Otra notable diferencia entre ambas definiciones y no menos importante que la anterior es que en

> Las teorías de conjuntos que se usan habitualmente, se reconoce implícita y explícitamente que hay predicados monádicos a los que no les corresponde ninguna clase o conjunto, en el sentido de que el predicado se aplica a muchas cosas pero todas ellas reunidas no constituyen una clase o un conjunto. (Orayen, (no publicado) § 3).[70]

En efecto, en la teoría de conjuntos se reconoce que tiene sentido aplicar un predicado *n*-ario a muchas cosas, sin que necesariamente exista el conjunto que las contenga a todas ellas. Así, por ejemplo, uno puede hablar de que existen cosas tales como los perros blancos. Pero también podemos hablar del conjunto que los contiene a todos ellos. Empero, de ningún modo nos es lícito hablar ni mucho menos admitir la *perreidad* ni la *blancura* como entidades *per se*.[71]

3.2. *Sobre la base de la sutitución y sobre la base de la interpretación: equivalencia*

Pues bien, si a cada oración le correspondiera un conjunto, y si a cada conjunto le correspondiera una oración, sería relativamente sencillo demostrar que ambas definiciones de validez

---

70 *Cf.* Orayen, (en prensa); Quine, (1961b) pp. 13, 33-34 y Quine, (1961a) p. 108.

71 Ver nota anterior.

son equivalentes. Empero, no es obvio que eso suceda así, puesto que existen conjuntos para los cuales no existe ninguna oración y oraciones para las cuales no existe ningún conjunto, como se vió anteriormente.[72] Las discrepancias existentes entre conjuntos y oraciones podrían motivar en nosotros la idea de que las definiciones semánticas de validez son irreconciliables. No obstante, disponemos de dos metateoremas que nos aseguran lo contrario. Es decir, nos garantizan que

> Ni la escasez de conjuntos ni la escasez de oraciones tienen influencia alguna en la definición de validez, con la condición de que nuestro lenguaje objeto sea lo suficientemente rico para expresar la teoría elemental de los números. En un lenguaje de esa riqueza, todo esquema que resulte verdadero para todas sus sustituciones por oraciones quedará también satisfecho por todos los modelos, y viceversa. (Quine, (1970) p. 53)[73]

Los metateoremas a los que me refiero son formulables de la siguiente manera:[74]

(I) Si un esquema es satisfecho por algún modelo, ese esquema resulta verdadero para alguna sustitución de

72 *Cf.* Quine, (1970) p. 53 y Orayen, (no publicado) § 3.

73 La demostración que proporciono se debe a Quine, (1970) cap. 4. No existen muchos textos donde se presente esa prueba. *Cf.* Orayen, (en prensa) cap. 1 y (no publicado).

74 Nótese que en esta formulación quineana se usa la palabra *modelo* en el sentido en el que yo uso *estructura* o *interpretación*. Véase *supra*, sección 2.2. de este capítulo.

sus esquemas simples por oraciones de la teoría elemental de los números (Quine, (1973) p. 98).[75]

(II) Si un esquema es satisfecho por todo modelo, entonces es demostrable (Quine, (1973) p. 99).[76]

Del primer metateorema es derivable el siguiente enunciado:

(A) Si un esquema resulta verdadero para todas sus sustituciones por oraciones de la teoría elemental de los números, queda satisfecho por todo modelo (Quine, (1973) p. 98).

En cambio, del segundo metateorema es derivable este otro enunciado:

(B) Si un esquema es satisfecho por todo modelo, resulta verdadero para todas sus sustituciones por oraciones (Quine, (1973) p. 98).

La demostración de (A) es enunciable de este modo: (I) equivale por contraposición a decir que

si un esquema es falso para todas sus sustituciones de sus

---

[75] La formulación de este metateorema se debe en esecia Leopold Löwenheim en 1915. Lo que éste lógico descubrió fue que *"todo esquema que es satisfecho por un modelo cualquiera también es satisfecho por cierto modelo $< U, \alpha, \beta, \gamma, \ldots >$ cuyo U está limitado a los enteros positivos"* (Quine, (1970) p. 54). Posteriormente, Hilbert y Bernays —nos cuenta Quine, (1970)— reforzaron ese logro considerando que cada uno *"de los conjuntos $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ esté determinado por una oración de la teoría elemental de los números"*. (p. 54).

[76] La presentación de este metateorema no es sino una variante del metateorema de la completud de TC1. Este resultado encuentra sus raíces en Skolem, Herbrand y Gödel (1928-1930).

esquemas simples por oraciones de la teoría elemental de los números, entonces no es satisfecho por ningún modelo. (Quine, *op.cit.*, p. 99)

De lo anterior se sigue (A):

si en vez de hablar de un esquema hablamos de su negación, el *es falso* de esa formulación se tiene que cambiar por *verdadero*, y el *no es satisfecho por ningún modelo* se tiene que cambiar por *es satisfecho por todos los modelos*. (Quine, *op.cit.*, p. 99)

Por otro lado, la prueba que podemos dar de la oración (B) es formulable del modo que a continuación se presenta.

La palabra *demostrable* (de (II)) se tiene que entender en este contexto como alusiva a algún método de demostración de los que se presentan en los tratados de lógica; el teorema de la completud se puede demostrar por varios de esos métodos, algunos de los cuales, además, son manifiestamante consistentes, esto es, es manifiesto que no producen más que esquemas verdaderos para todas las sustituciones. Si se entiende que el método demostrativo aludido en (B) (que aquí es (II)) es de ese tipo consistente, (II) (que aquí es (B)) se infiere de (B).[77] (Quine, (1973) p. 99)

Luego entonces, lo que podemos deducir a partir de (A) y (B) no es sino el siguiente enunciado:

[77] Los paréntesis son míos.

(C) Un esquema es satisfecho por todo modelo si y sólo si resulta verdadero para todas sus sustituciones por oraciones de la teoría elemental de los números.

La demostración de que (A) y (B) son equivalentes no es sino la prueba de que el enfoque sustitucional y el modelístico son equivalentes en cierto universo discursivo. Empero, al lector le ha de extrañar el hecho de que hasta aquí se haya demostrado, como lo hace Quine, la equivalencia entre los enfoques recientemente mencionados, y no entre la versión sustitucional y la interpretacional, como se hubiera esperado, dado el extenso desarrollo que elaboré de ellos. Sin embargo, (C) nos ha de servir para obtener lo deseado.

El procedimiento a seguir constituye un simple ejercicio de lógica. Anteriormente vimos (sección 2.2.) que la definición de validez sobre la base de la interpretación y la definición de validez sobre la base de los modelos son equivalentes. Esta consecuencia nos lleva de manera obvia a la conclusión de que el enfoque sustitucional y el interpretacional también son equivalentes, cuando nuestro universo discursivo puede expresar a la aritmética elemental: dado que la versión modelística es equivalente a la sustitucional y la primera a la interpretacional, se sigue que esta última es equivalente a la sustitucional.

(D) Un esquema es verdadero bajo cualquier interpretación si y sólo si es verdadero para todas sus sustituciones por oraciones de la teoría elemental de los números.

que es la prueba de lo que habíamos venido anunciando desde la primera parte de este capítulo.

En general, lo que el desarrollo anterior nos dice es que los tres enfoques semánticos expuestos anteriormente coinciden en cierto universo discursivo. A pesar de todo, todavía existen inconvenientes.

3.3. *Ventajas y desventajas de las anteriores definiciones*

Desde que inicié esta sección me olvidé, con intención, de que en el enfoque sustitucional se usan oraciones tipo y no caso, como se hubiera deseado.[78] Más aún, cuando proporcioné la prueba de que la definición por sustitución y la definición por modelos, así como la interpretacional, son equivalentes, me olvidé intencionalmente de que en tal demostración se usan esquemas oracionales, *i.e.*, oraciones tipo. Ahora es tiempo de enfrentarnos a tal inconveniente.

En realidad, podríamos no tener tantas dificultades con las oraciones tipo si todas ellas tuvieran algún valor de verdad clásico. Sin embargo, es fácil mostrar que algunas de ellas pueden no llegar a tenerlo nunca.[79] De ser ese el caso, ¿cómo decir que esas oraciones son válidas si no tienen ni tendrán valores de verdad? El problema al que deseo referirme es el siguiente: en la demostración dada en la pasada subsección se presupone que todas las oraciones tipo tienen un algún valor veritativo. De ser así, ¿qué diremos de las que nunca lo poseerán, en el sentido ordinario del término? Pretender que todas las oraciones tipo funjan como los *ítems* de TC1 nos conduce a problemas de ardua solución. Sin embargo, tales inconvenientes no se nos presentarán si usamos las oraciones

---

78 Ver *supra*, sección 2.1. de este capítulo.

79 Ver *supra*, sección 2.1. y Orayen (en prensa) cap. 1.

tipo generadas en la aritmética elemental, que es un subconjunto del conjunto de oraciones tipo. Su uso nos proporciona la ventaja de laborar con oraciones que no son ambiguas, ni contienen huecos de valuación veritativa, ni componentes egocéntricos. Su uso está justificado por el resultado quineano proporcionado recientemente.

Una vez ubicados en ese ámbito podemos optar por cualquier definición semántica de *validez*, puesto que son equivalentes en ese universo discursivo. Si elegimos el enfoque sustitucional, se suscitan las dificultades que momentos ha nos aquejaban. En cambio, si utilizamos la versión interpretacional la situación variará un poco, puesto que uno no se compromete directamente con oraciones tipo sino más bien con fórmulas tipo que, dicho sea de paso, constituyen un problema mucho más resuelto.

La anterior elección, sin embargo, puede parecer cuestionable. Ello se debe a que la versión sustitucional tiene el beneficio filosófico de que nos permite mayor parquedad ontológica, es decir, nos permite trabajar con oraciones tipo y no con universos discursivos como los conjuntísticos. Universos para los cuales puede o no haber nombres y, por lo tanto, universos en los que mucho puede quedar sin precisar. La importancia que reviste la observación anterior se suscita al comprender que siempre es preferible comprometerse lo menos posible con la ontología propuesta por la teoría de conjuntos y, por lo mismo, con la ontología propuesta por la versión interpretacional y la modelística, puesto que operan sobre la base de que existen universos precisables e imprecisables y, por consiguiente, universos de los que nada podemos saber. La definición por sustitución nos permite reducir los costos ontológicos. En ella nos vimos librados de la exhuberancia ontológica de la teoría de conjuntos. Exuberancia de la que, por cierto, nos ha sido posible conocer poco.

Lo que antecede no quiere decir que la definición por sustitución está libre de conjuntos. En efecto, cuando decidimos elegir como universo de discurso a la teoría elemental de lo números, no hicimos sino aludir otra vez a la teoría de conjuntos, puesto que aquella equivale a una pequeña parte de esta última.[80] Con todo, el enfoque sustitucional está libre de los *altos vuelos* de la teoría de conjuntos.[81]

Por último, deseo señalar una cosa más. Si tuviera que elegir una de la definiciones dadas en este capítulo, escogería, sin dudarlo, la versión interpretacional o la modelística, aunque parezca contrario a lo dicho en los párrafos anteriores. La razón es obvia. El enfoque por el que me inclino conecta la validez lógica con la teoría de conjuntos, como es evidente.[82] Y esta a su vez nos conduce, casi de inmediato, a lo que los lógicos y los matemáticos han llamado *los fundamentos (de muchas) ramas de las matemáticas*.[83]. Y esto, en última instancia, es lo que puede motivar en nosotros la idea de elegir el enfoque interpretacional (o el modelístico) al sustitucional. ¿No será ese su mejor argumento?

---

80 *Cf.* Quine, *op. cit.*, p. 56

81 Quine, *op.cit.*, p. 56 y Orayen, (no publicado) § 3.

82 Creo oportuno decir que la teoría de conjuntos es una teoría confiable para el estudio de la noción de validez.

83 *Cf.* Suppes, (1972) p. 1

CAPÍTULO TERCERO

VALIDEZ RELEVANTE

El caso del sistema E del "entailment" de Anderson y Belnap

Not everything can be derived from an arbitrary contradiction, even when we liberalize the notion in "Official ways".
A. R. Anderson y N. D. Belnap

Introducción

En la primera parte de este capítulo considero nuevamente algunos tópicos de la lógica estándar. Allí explico, con brevedad, la relación que poseen conceptos tales como *deducibilidad*, *implicación* y *validez* lógicas. Posteriormente, presento un par de deducciones admitidas (válidas) en la lógica clásica. Termino esta sección indicando que existen filósofos y lógicos no-clásicos que se niegan a admitir la validez de aquellos razonamientos. Entre esas personas se encuentran Anderson y Belnap. En ellos centraré mi atención pues son los pioneros en cuestiones de *lógica relevante*.

Inmediatemente después explico el sistema *E* del *entailment* de Anderson y Belnap, especialmente el contenido filosófico que subyace a tal sistema.[1]. A continuación presento, con brevedad, las críticas que estos filósofos formulan contra el *Silogismo Disyuntivo*; a propósito, mi atención se centra en esta regla porque creo que el principal *argumento* de Anderson y Belnap contra la lógica clásica se basa en el intento de refutar la validez irrestricta de dicha regla.

Después de hacer lo anterior, hago explícitas algunas incongruencias de la propuesta relevantista de Anderson y Belnap. A la luz de esas consideraciones me detengo momentáneamente a ver si el sistema *E* es una lógica divergente —en el sentido fuerte del término. Mi respuesta a eso es negativa. Sin embargo, menciono algunas posibles aplicaciones de la lógica relevante de Anderson y Belnap en torno al estudio de ciertos condicionales del lenguaje ordinario. Por último, menciono una interesante propuesta de Raymundo Morado en la que se pone de manifiesto que, en otro sentido de *relevancia*, la lógica clásica es relevante. Debo reconocer que los puntos teóricos más importantes de este capítulo se pueden hallar en los no pocos artículos, ensayos y discusiones que ha tenido mi profesor Orayen.

---

[1] Es preciso señalar que a lo largo del capítulo usaré la palabra inglesa *entailment* para referirme a la noción de implicación *desarrollada* por Anderson y Belnap. Eso se debe a que la única traducción castellana que encontré no me parece convincente: *entrañamiento*

§ 1. *Y otra vez la lógica clásica*

1.1. *Relaciones conceptuales en la lógica clásica*

En los capítulos precedentes he desarrollado con bastante holgura la noción clásica de *validez*. En esos mismos capítulos advertí que esta noción es interdefinible con las nociones clásicas de *implicación*, *consecuencia* y *deducibilidad* lógicas.[2] En otras palabras, en aquellos capítulos comenté de manera explícita que

> Si un razonamiento es válido, se dice que sus premisas *implican lógicamente* su conclusión, o que esta última *se deduce* de tales premisas. Debido a estas conexiones conceptuales, una definición de *validez* arroja también definiciones de *implicación* y *deducibilidad*. (Orayen, (en prensa) cap. V)

A lo largo de este capítulo llamaré concepción clásica de *validez* a la desarrollada principalmente en el capítulo segundo de este trabajo.

---

[2] En lo que sigue sólo hablaré de *deducibilidad* e *implicación* lógicas, pues es fácil ver que las nociones de *consecuencia* y *deducibilidad* son equivalentes: sea K un conjunto de premisas y p una oración cualquiera, intuitivamente se dice que p es una *consecuencia lógica* de K si y sólo si p se *deduce lógicamente* de K. También es menester recordar que en la terminología técnica habitual se permite formular la noción de *deducibilidad* como la conversa de la de *implicación lógica*. *Cf.* Orayen, (en prensa) cap. V y Duncan-Jones, (1935) p. 71

1.2. *Deducciones válidas de la lógica clásica*

En la lógica clásica es posible probar argumentos de la forma:
(1) $p \wedge \sim p \,/\, q$
(2) $q \,/\, p \vee \sim p$

Su justificación puede proporcionarse de un modo sencillo. Veamos el primero: lo que (1) dice es que de una contradicción se sigue cualquier cosa. Pues bien, de acuerdo con la definición clásica de *validez* decimos que un razonamiento es válido si no es posible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión falsa. Pero como no es posible que $p \wedge \sim p$ sea verdadero porque es contradictorio, entonces no es posible que (1) tenga premisas verdaderas y conclusión falsa. Siendo así, podemos decir que (1) es válido. Este razonamiento usualmente es conocido como el *argumento de Lewis*.[3]

Ahora veamos lo que ocurre en (2): lo que ese argumento dice es que una tautología se deduce de cualquier cosa. Pues bien, como no es posible que (2) tenga premisas verdaderas y conclusión falsa porque $p \vee \sim p$ es necesariamente verdadero, se sigue que (2) también es válido.

La validez de (1) y (2) habitualmente es reconocida por los lógicos ortodoxos, pero éstos también suelen reconocer que (1) y (2) son, en algún sentido, equivalentes. La prueba de ello es trivial. La forma en que podemos mostrar lo anterior consiste en trabajar con el condicional asociado de tales argumentos:

(a) $p \wedge \sim p. \Longrightarrow q$

[3] *Cf.* Lewis y Langford, (1959) pp. 248-251. Lo que Lewis trató de mostrar es que $p \wedge \sim p \,/\, q$ no sólo se desprende de la definición usual de validez, sino que dicho argumento puede probarse usando reglas intuitivas de inferencia. *Cf.* Méndez, (1986) pp. 61-62

(b) $q \Longrightarrow .p \vee \sim p$

Por *contraposición*, *de Morgan*, *Doble negación* y *Conmutación* en (b) es posible obtener una fórmula parecida a (a), salvo por el hecho de que en lugar de tener q tenemos $\sim q$. Esto, sin embargo, no es importante desde un punto de vista lógico(-semántico): dado que el argumento es válido para cualquier prposición, en especial para q, también es válido para $\sim q$. Además, si trabajáramos con $\sim q$ en (a) y las operaciones lógicas anteriormente mencionadas podríamos obtener q como antecedente de (b) y no $\sim q$. La razón de haber indicado esta equivalencia no es sino para señalar que en este capítulo trabajaré exclusivamente con argumentos de la forma de (1).

El hecho de haber presentado estos razonamientos no es casual. En la actualidad existen diferentes sistemas de lógica (divergentes) en los que se alega contra la validez de tales razonamientos. Ello se debe, entre otras cosas, a que en la vida ordinaria los legos tienden a considerar como erróneos y carentes de todo sentido la formulación de esos procesos de pensamiento. En primer lugar, piensan que es impropio y apto de *retrasados mentales* el uso de ellos. En segundo lugar, creen que es *ilógico* considerar como acertado (válido) un argumento que "no tiene nada que ver con la conclusión" (Orayen, *op.cit.*, cap. V).[4]

Algunos lógicos se han adherido a los reproches que el lego formula contra la lógica clásica y, en consecuencia, han propuesto diferentes sistemas de lógica. Uno de los cuales es conocido con el nombre de el sistema E del *entailment* de los

---

4 *Cf.* Duncan-Jones, (1935) pp. 75-78

profesores Anderson y Belnap (A & B).[5] La razón de elegir el sistema E de A & B se debe a que éste constituye, por decir, la obra clásica (y básica) para los estudios de *relevancia* en lógica.[6]

§ 2. *El sistema E del "entailment"*

Existe una diferencia importante entre la propuesta de A & B y la lógica clásica. Ésta reside en la forma de entender y caracterizar la noción (clave) de *deducibilidad lógica.* A & B sostienen que esta relación tiene dos propiedades esenciales: *necesidad* y *relevancia.* Empero, los lógicos clásicos (aparentemente) han abandonado este último requisito al aceptar inferencias como las mencionadas en la subsección anterior *i.e.*, inferencias tales como $p \wedge \sim p \,/\, q$, entre otras.[7]

El motivo principal de su rechazo se basa en creer, *y creer justificadamente* de acuerdo con las convicciones usuales de los legos, que las premisas no son relevantes para la conclusión, "en el sentido de que (aproximadamente) no hay

---

[5] Realmente es importante consignar que el sistema de lógica relevante propuesto por A & B no es el único. (*Cf.* Haack, (1978) p. 17) Existen otros que podrían ser de interés para las personas con inquietudes lógico-filosóficas. Algunos de ellos proponen nuevos sistemas de lógica relevante; otros, en cambio, pretenden mejorar el sistema E del *entailment* de A & B. En el primer grupo se hallan Routley, (1982); Miró Quesada, (1985), etc. En el segundo, en cambio, se encuentran Méndez, (1986); Sánchez Pozos, (1980); Díaz, (1981), etc.

[6] *Cf.* Haack, (1978) p. 202

[7] *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 3-5 y Orayen, (en prensa) cap. V y (1983a) p. 5

conexión significativa entre ambas" (Orayen, (en prensa) cap V).[8] El producto final de su rechazo es la construcción paulatina del sistema *E* del *entailment*.

El primer capítulo del libro en el que se expone tal sistema se encarga del cálculo puro del *entailment*. Éste se obtiene mediante la unión de dos sistemas lógicos:[9] en primer lugar mediante el fragmento implicacional puro del sistema S_4 de Lewis,[10] y en segundo lugar mediante el sistema *R*, que es un cálculo equivalente a ciertos sistemas lógicos estudiados por Moh y Church.[11] La elección de S_4 y *R* no es arbitraria. La razón es que, en opinión de A & B, el primer sistema sirve para simbolizar la noción de *necesidad* mientras que el segundo para caracterizar la noción de *relevancia*.[12]

Anderson y Belnap *definen* al *entailment* como la relación conversa de la deducibilidad clásica (*A entails B* si y sólo si *B se deduce lógicamente* de *A*); relación que, por cierto, es simbolizada de este modo: '$\longrightarrow$'. Pues bien, como dije anteriormente, este concepto posee dos rasgos principales, a saber, *necesidad* y *relevancia*.[13] Estudiemos entonces dichas

---

8 *Cf.* Anderson y Belnap, *op.cit.*, p. 17; Orayen, (1983a) pp. 4-7 y (1983b) pp. 3-4

9 *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) p. 23 y Haack, (1978) pp. 199-200

10 *Cf.* Anderson y Belnap *op.cit.*, pp. 14-17, 117-118; Orayen, (1983a) pp. 5-7, (1988a) pp. 92-94 y (en prensa) cap. V

11 *Cf.* Orayen, (en prensa) cap. V, (1988a) pp. 93-94, (1983a) pp. 5-7; Diaz, (1981) pp. 12-14 y Anderson y Belnap, (1975) pp. 5-6, 20

12 *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 3-106

13 Es menester consignar que además de esas dos características existe otra que no es cuestionada en el sistema *E*, a saber, la *transitividad* del *entailment*. (*Cf.* Anderson y Belnap (1975) p. 154). Siendo así, existe

características.

En primera instancia veamos someramente el rasgo de *necesidad*. Los autores del sistema E proponen caracterizar formalmente el *entailment* en el sentido en que C.I. Lewis intentó hacerlo con la noción de *implicación lógica*, mediante sistemas tales como el S_4 (o el S_5).

La motivación principal de Lewis por desarrollar estos sistemas surgió como consecuencia de no aceptar totalmente la noción de *implicación material* usada por los lógicos clásicos.[14] Al construir esos sistemas Lewis añadió, como primitivo, un operador modal a la lógica clásica, a saber, L (necesidad).[15]

De los sistemas modales propuestos por Lewis el que aquí nos interesa es el S_4. De éste sólo un rasgo nos conviene estudiar, a saber:[16] el sistema S_4 establece un vínculo necesario entre el antecedente y el consecuente de un condicional, este vínculo obedece a la siguiente ley:[17]

(A) $L(p \Longrightarrow q) \Longleftrightarrow \sim M(p \wedge \sim q)$.

Una lectura factible de la fórmula (A) sería esta: p implica necesariamente q si y sólo si no es posible que p sea verda-

---

una cierta afinidad entre los lógicos relevantes y los clásicos. Razón por la cual, no consideraré este punto en la discusión del capítulo.

14 *Cf.* Haack, (1978) pp. 36 y 176

15 En realidad, existe otro operador en dichos sistemas, éste es M (posibilidad) y se define en términos de L del siguiente modo: $MA =_{def} \sim L \sim A$.

16 *Cf.* Haack, (1978) pp. 176-177. Para mayor información acerca de este sistema modal ver Hughes y Cresswell, (1972) pp. 22-81

17 *Cf.* Orayen, (1988a) p. 93

dero y q falso.[18] Pero curiosamente esta es la definición de deducibilidad aceptada usualmente en la lógica clásica.

Si el lector siente alguna sospecha de esto, le recomiendo revise, primero, la definición intuitiva de validez y, después, la formal. Es más, le conmino a que revise la justificación que dimos anteriormente del argumento de Lewis, pues de acuerdo con ella

> Un razonamiento es válido cuando existe un vínculo necesario entre sus premisas y su conclusión, en el sentido de que *no es posible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión falsa.* (Orayen, (1988a) p. 90).

Hasta aquí todo parecería indicar que los lógicos relevantes están de acuerdo con los cásicos, pues, según creo, admiten que el *desiderata* de *necesidad* requiere ser cumplido por todo aquel razonamiento al que se le considere válido. Sin embargo, este requisito por sí sólo no garantiza —según A & B— la validez de los razonamientos presentados en la primera subsección de este capítulo, porque *no hay conexión significativa entre su(s) premisa(s) y su conclusión.* Veamos lo que Haack, (1978) nos dice al respecto:

> Sin embargo, la implicación estricta también tiene sus propias paradojas; brevemente, se dice que una proposición falsa implica materialmente cualquier proposición, y una proposición verdadera es implicada por cualquier proposición; del mismo modo, una proposición imposible implica estrictamente cualquier proposición, y cualquier

[18] *Cf.* Haack, (1978) p. 37

proposición implica una necesaria. Consecuentemente, los lógicos relevantes proponen un condicional estricto que requiera también una relación de relevancia entre antecedente y consecuente.[19] (p. 37)

Una forma de plantear lo que nos dicen A & B es formulable en los siguientes términos:

> Desde un punto de vista intuitivo, parece que la falta de conexión significativa se debe a que los temas de los que hablan las premisas son distintos de los temas tocados en la conclusión; no hay siquiera superposición temática parcial. (Orayen, (1983a) p. 90)

Luego, cuando el lógico relevante se halla ante deducciones como las presentadas en 1.1., siente la fuerte intuición, y con ello, la convicción, de que al no haber conexión de significados entre las premisas y la conclusión de un razonamiento, se está ante una deducción inválida. En realidad, A & B piensan que la validez de un argumento está garantizada no sólo por el vínculo de necesidad, sino también por la conexión temática de las oraciones en cuestión.[20]

---

[19] *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 30, 162-177

[20] Es preciso aclarar de una vez que A & B nunca definen formalmente el concepto de relevancia, sino sólo se limitan a caracterizarlo mediante una serie de ideas intuitivas. A lo sumo se limitan a advertir que *una premisa A es relevante para otra B si y sólo si A es usada genuinamente para probar B y no sólo bajo el supuesto de que A.* (*Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 17-23; Haack, (1978) p. 199; Morado, (1983) p. 105; Méndez, (1986) pp. 64-68)

Los lógicos relevantes, A & B claro, piensan que el requisito de *necesidad* con el que está impregnado el *entailment* es una condición necesaria pero no suficiente para la validez de los razonamientos. Creen además que la condición de *relevancia* es necesaria y suficiente para la validez de aquellos. En cambio, los lógicos clásicos consideran que el primer requisito mencionado en este párrafo constituye una condición necesaria y suficiente para la correcta caracterización de la noción de *deducibilidad* y, por ende, de la de *validez*.

Con esta concepción del *entailment*, A & B rechazan no pocas reglas de la lógica clásica, aunque no a todas; algunas se salvan por su mera utilidad pragmática.[21] Otras, en cambio, son descartadas del ámbito de la lógica (relevante). Caen, por ejemplo, *venerables* reglas como el *Modus ponens* y el *Silogismo Disyuntivo*, por solo nombrar dos casos.[22]

2.1. *Un "argumento" de Anderson y Belnap contra la lógica clásica*

No pocos son los intentos que hacen A & B a lo largo de su texto para convencer al lector de que la noción de *deducibilidad* exige (su) relevancia, en el sentido de que entre las premisas y la conclusión debe existir cierta conexión temática. Los triunfos que obtienen, sin embargo, no son muchos. A menudo apelan a ejercicios mentales que desafían al lector; además de que lo exhortan a que los refute. Sus afrentas, sin

---

[21] Por ejemplo, Bunge, (1975) manifiesta, citando a Anderson, (1972) que no podemos *extirpar* de la lógica la regla de *adición* porque se la necesita diariamente. (*Cf.* p. 106)

[22] *Cf.* Haack, (1978) pp. 155 y 203, y Orayen, (en prensa) cap. V

embargo, son mas bien copiosas e inteligentes que bien fundamentadas. Frente a tal carencia, el juego de A & B sucumbe ante los argumentos más contundentes de la lógica clásica.

Por las razones expuestas en secciones anteriores, A & B se ven obligados a rechazar la inferencia $p \wedge \sim p / q$. El motivo de su rechazo se debe a que, según ellos, no existe ninguna conexión temática (significativa) entre sus premisas y su conclusión. La intuición (fuerte), *su* intuición, de que las premisas no son relevantes para la conclusión los conduce inexorablemente a la afirmación de que aquella inferencia no es válida, puesto que el requisito de relevancia es una condición necesaria y suficiente para *su* validez.[23] De aceptar aquella inferencia, según A & B, caeríamos con facilidad en la llamada *paradoja de la relevancia*, es decir, nos veríamos obligados a aceptar, como válido, un argumento en el que el contenido de las premisas y el de la conclusión es disyunto.[24]

La *argumentación* anterior es inquietante. Sobre todo porque A & B no sólo apelan a *sus* intuiciones, sino también a las intuiciones *de los legos*, a las intuiciones *ordinarias*, es decir, a las intuiciones que acepta la gente no allegada a estos tópicos. Siendo así, ¿qué criterios considerar para optar por tal o cual intuición? Es decir, ¿ qué criterios reputar para quedarse con una definición de validez y no con otra, siendo que una de ellas al parecer *se aleja* de lo que los legos admiten como válido?

La cuestión hasta aquí parece complicarse, pero una interesante propuesta de Orayen nos indica la pauta a seguir: no

---

23 *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 151 y *ss.*

24 *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) p. 30

puede negarse que las intuiciones son insustituibles; aunque tampoco puede negarse que las intuiciones aceptadas por A & B están ampliamente difundidas; del mismo modo, no puede negarse que todo sistema lógico fue, en sus estadios primeros, la formalización de intuiciones; empero, es fácil ver que las intuiciones a las que apelan A & B y, con ellos los *legos*, no gozan de la solidez que se les confiere.[25]

Para apreciar el por qué de ello veamos lo siguiente: un estudiante de lógica, un estudiante en general, suele iniciar sus estudios cuando aún trae consigo muchas convicciones intuitivas, *i.e.*, convicciones que adolecen, en la mayoría de los casos, de fundamentación. Algunas de ellas desaparecen cuando se le ofrecen los elementos suficientes de juicio; otras, en cambio, no desaparecen inmediatamente sino hasta después de que el estudiante se ha percatado de que, en efecto, sus creencias anteriores no eran del todo correctas;[26] empero, hay otras convicciones (intuitivas) que no desaparecen ni a la luz de las explicaciones que proporciona la lógica (clásica).[27]

De las creencias anteriormente mencionadas las que no desaparecen con argumentaciones lógicas son las que deben preocuparnos, sobre todo porque ponen en *juego* la aceptabilidad de las explicaciones lógicas y, con ello, la aceptabilidad de las leyes que rigen, como dirían antaño, el pensamiento matemático. Por ejemplo, la intuición lógica de que *de una contradicción se sigue cualquier cosa*, o la intuición de que *cualquier cosa implica una tautología*, no son aceptadas usualmente por los legos. Para convencerlos requerimos no sólo

---

25 *Cf.* Orayen (1985) y Miró Quesada, (1985)

26 *Cf.* Margaín, (1973) p. 94

27 *Cf.* Orayen, (en prensa) cap. V

apelar a las intuiciones comúnes sino que también necesitamos dirigir nuestra atención a las más básicas, a las que soportan el conocimiento humano.

Lo que sucede con estas últimas intuiciones, sin embargo, es que su aplicación reiterada suele llevarnos ocasionalmente por meandros lejanos, pero muy lejanos, a los de nuestra intuición ordinaria. Siendo así, estas intuiciones suelen contravenir las que maneja el fuero común.

> Toda investigación científica, en cualquier campo, suele conducir a conclusiones que no eran obvias anteriormente, y muchas de ellas contradicen convicciones anteriores del sentido común por considerar, de modo más o menos consciente, que los elementos de juicio aportados por alguna investigación son más poderosos, o convincentes, que las razones intuitivas por las que se guiaba anteriormente.[28] (Orayen, (en prensa) cap. V)

Una cuestión similar a la mencionada en el párrafo anterior ocurre en lógica. En efecto, si uno observa con cuidado es perfectamente posible darse cuenta que algunas reglas aceptadas por el consenso de los lógicos, filósofos y científicos conducen mediante una aplicación reiterada de ellas a conclusiones *inesperadas*; inesperadas en el sentido de que lo que se obtuvo va *contra* la intuición del lego.

---

[28] Una cosa similar a la señalada en este párrafo sucedió en los períodos de gestación de la teoría de conjuntos. Basta recordar que las propuestas de Cantor causaron gran sorpresa y aversión en el siglo pasado. Pero ahora ya es común trabajar con ellas al intentar fundamentar muchas ramas de las matemáticas.

Sin embargo, A & B piensan que la noción del *entailment* que ellos defienden abarca, en un sentido nada baladí, las intuiciones que habitualmente sostiene el lego en torno a la noción de *deducibilidad*, y que es les proporciona los elementos suficientes de juicio como para criticar, en sentido estricto, a la lógica clásica. Siendo así, uno esperaría encontrar en el libro de A & B los argumentos que fundamenten (fuertemente) su propuesta.[29] Pero al parecer no ocurre eso. Sobre todo porque las *razones* a las que aluden no resisten los argumentos en contra que la lógica clásica le opone. Veamos porqué.

Anteriormente se indicó que A & B rechazan (totalmente) las inferencias del tipo $p \wedge \sim p / q$. También se señaló que ese tipo de razonamientos habitualmente son aceptados por la lógica clásica.[30] Lo curioso de esto es que ese argumento puede demostrarse fácilmente a partir de ciertas reglas lógicas que generlmente son aceptadas; reglas que, por cierto, pueden ser y quizá son usadas por el fuero común. Pues bien, si en ralidad fuera ese el caso, podría mostrarse que las intuiciones sobre las cuales descansan los argumentos de A & B no son las contundentes.

Creo, sin embargo, que no será indispensable escribir una lista de intuiciones-A & B que nos muestre la inoperancia de ellas y, por lo mismo, lo inoperable de su sistema. Nos bastará, según pienso, con revisar someramente aquella intuición que intenta refutar la validez irrestricta del *Silogismo Disyuntivo*; en adelante *S.D.*[31]

---

29 *Cf.* Orayen, (en prensa) cap. V

30 Véase la primera sección de este capítulo.

31 Anderson y Belnap no critican otra regla de las usadas en el

2.2. *El argumento de Lewis y la crítica de A & B*

Al inicio de este capítulo presenté dos argumentos que acepta la lógica clásica. En esa sección mostré que ambos razonamientos son equivalentes. Esta equivalencia hizo que me inclinara por el análisis de uno de ellos. El elegido fue el llamado *Argumento de Lewis.* Ahora es tiempo de reparar un poco en él.[32] En la demostración de dicho argumento se utilizan las siguientes reglas lógicas:

Simplificación (*Simp.*): $p \wedge q \,/\, p$; $p \wedge q \,/\, q$
Adición (*Ad.*): $p \,/\, p \vee q$
Silogismo Disyuntivo (*S.D.*): $p \vee q, \sim p \,/\, q$

Y la prueba puede presentarse del siguiente modo:

1.	$p \wedge \sim p$	(Premisa)
2.	p	(1, *Simp.*)
3.	$\sim p$	(1, *Simp.*)
4.	$p \vee q$	(2, Adic.)
5.	q	(3,4, *S.D.*)

Pocos son los filósofos y lógicos que han negado la validez de la regla de *Simplificación*, así como tampoco existen mu-

argumento de Lewis, su rechazo va dirigido especialmente contra el *S.D.* Motivo por el cual sólo ceñiré este estudio a esta regla. Lo anterior no quiere decir A & B no formulen otros ataques contra la lógica clásica; al contrario, hay otros de sumo interés, pero creo que éste es el más importante. *Cf.* Méndez, (1986) p. 61; Orayen,(1983a), (1983b), y (en prensa).

[32] La demostración de esto se encuentra en Lewis y Langford, (1959) pp. 248-251. También se pueda hallar en Orayen, (en prensa) cap. V, (1983a) pp. 15-16, (1983b) 3-4, (1983a) p. 95; Haack, (1978) pp. 197-198, Anderson y Belnap, (1975) p. 164, entre otros.

chos que hayan negado la validez del *Silogismo Disyuntivo*.[33] Acaso la regla de *Adición* resulta ser más bien dudosa,

> Pero cuando se trata de aclararlas resultan ser más bien dudas sobre la utilidad de las reglas que sobre su validez. (Orayen, *op.cit.*, cap. V)

Pues bien, si una persona no versada en tópicos lógico-filosóficos consintiera que las reglas utilizadas en el argumento de Lewis son aceptables, en un sentido intuitivo, podríamos pensar, y con razón, que el argumento de A & B en contra de aquel razonamiento yace sobre terreno débil, puesto que ellos apelaban a las intuiciones de éstos para criticar a la lógica clásica. De ser ese el caso podría mostrarse que la noción de *deducibilidad lógica* no implica necesariamente *relevancia*-A & B.[34] Pero, por supuesto, A & B intentan mostrar que el argumento de Lewis es, en algún sentido, defectuoso.[35]

La crítica que estos autores le hacen a la lógica clásica no es del todo clara, en el sentido de que no ofrecen una prueba conclusiva de la inoperancia de ella. Incluso, sus argumentos podrían parecer, en un momento dado, no del todo filosóficos. Empero, *por mor* a la discusión pensemos que eso no es así y que, en efecto, A & B intentan poner en tela de juicio la validez irrestricta del *S.D.*[36]

Según A & B, el sentido de la disyunción, *i.e.*, de la *o*, no siempre es extensional, como lo suponen los lógicos clásicos.

---

33 *Cf.* Miró Quesada, (1985) pp. 247-251 y 253

34 *Cf.* Orayen, (en prensa) cap. V

35 *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 164 y *ss.*

36 *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 163-167, 296-300

Piensan, además, que la disyunción tiene en (muchas) ocasiones, matices intensionales y que en esos casos la relevancia de los disyuntos es de suma importancia para que la disyunción sea verdadera.[37]

Por un lado, aceptan que la regla de *Adición* admite únicamente usos extensionales de la *o*. La admisión de ello obedece esencialmente a las múltiples aplicaciones que podemos hacer de ella en distintos campos del pensamiento humano, por ejemplo, en las matemáticas. Al respecto, Bunge nos dice que

> Es obvio que hay que remediar esta situación. Es igualmente claro que el remedio no consiste en extirpar el principio, puesto que se lo necesita diariamente. (Bunge, (1975) p. 106).[38]

La regla de *Adición* sólo sería legítima en el caso del *o* extensional, pues, de otro modo se le podría criticar con facilidad, por cuestiones de relevancia claro:[39]

---

37 *Cf.* Anderson y Belnap, *op.cit.*, pp. 163-167

38 Creo prudente consignar que el análisis *intuitivo* que proponen los logicos relevantes, A & B claro, parece traicionarse al aceptar la regla de *Adición* como parte del sistema *E* del *entailment*. La razón es obvia, dicha regla parece contravenir, con mayor fuerza, las intuiciones ordinarias, las intuiciones de los legos. Por ello creo que la crítica que le hacen al *S.D.* es más bien injusta, puesto que su uso es más del dominio público que el uso de la *Adición*. *Cf.* Miró Quesada, (1985) pp. 248-253; Orayen, (1988) pp. 57-62

39 *Cf.* Haack, (1978) p. 201)

> Si en determinados ejemplos, *o* se usa para indicar, entre otras cosas, relevancia entre las proposiciones que conecta, en tal uso no se puede inferir de A la proposición $A \vee B$, para un B arbitrario, porque la verdad de A no garantiza que sea relevante respecto de una proposición cualquiera. (Orayen, *op.cit.*, cap. V)

Hasta aquí, creo yo, aún nos es posible *concederles* algo de credibilidad a A & B. Sin embargo, intentando lanzar una estocada mortal contra el argumento de Lewis, A & B atacan la validez irrestricta del *S.D.* diciendo que para que éste sea válido requiere que su *o* sea intensional.[40] Y así, puesto que en la misma demostración se estarían usando dos diferentes tipos de *o*, uno extensional y el otro intensional, se estaría cometiendo una falacia de equívoco o de ambigüedad.[41] O como dirían Anderson y Belnap (1975):

> Cuando rechazamos el principio del *Silogismo Disyuntivo*, intentamos restringirnos al caso en el que el *o* es tomado veritativo-funcionalmente.(...); quizá toda vez que el principio es usado uno tiene en mente un significado intensional del *o*, donde existe relevancia entre los disyuntos. Para el significado intensional del *o*, parece claro que los análogos $A \longrightarrow A \vee B$ son inválidos, puesto que éstos se darían sólo si la verdad de A fuera suficiente para la relevancia de $A \vee B$; así, hay un sentido en el que el error del argumento de Lewis no es una falacia de relevancia, sino una falacia de ambigüedad. El paso de (2) a (4) es válido

40 *Cf.* Haack, (1978) p. 201

41 *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 163-167 y Haack, (1978) p. 201.

> sólo si "V" es leido veritativo funcionalmente, mientras que el paso de (3) y (4) a (5) es válido sólo si el "V" es tomado intensionalmente.[42] (pp. 165-166)

Para A & B el error de la deducción en cuestión consistiría en lo siguiente:

> Para obtener la demostración del argumento de Lewis usamos un *o* extensional al aplicar la regla de *Adición*, pero para aplicar el *Silogismo Disyuntivo* requerimos sustituir el primer *o* por uno intensional. Lo que lleva a una falacia de equívoco.[43] (Orayen, (en prensa) cap. V)

Hasta aquí, *todo parecería ser claro*. Empero, lo que ya no es tan evidente es la razón por la cual el *o* del *S.D.* exige ser intensional. El motivo al que A & B aluden es oscuro, quizá ni siquiera sea un motivo auténtico. Orayen, por ejemplo, piensa que es un argumento *ad hoc*.[44] En lo personal creo que, en efecto, A & B no dan en realidad ningún argumento que muestre la veracidad de su posición. Es decir, "no dan *ningún* argumento en favor de la restricción del *S.D.* que creen necesaria." (Orayen, *op.cit.*, cap. V).[45] Inclusive, A & B reconocen que su postura frente al *S.D.* no es conclusiva:

---

42 Los números de la cita se refieren a los pasos que anteriormente dimos para demostrar el argumento de Lewis. En el *Entailment...* de A & B aparecen letras.

43 *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 165-166 y Haack, (1978) p. 201

44 *Cf.* Haack, (1978) p. 202

45 *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 163-167.

Hay acuerdos y desacuerdos, pero como anteriormente hemos indicado, no poseemos ningún argumento conclusivo de esto. (Anderson y Belnap, (1975) p. 177)

El *argumento* al que A & B recurren es al siguiente: para considerar que la inferencia $p \vee q, \sim p \,/\, q$ es válida requerimos corroborar si la oración disyuntiva $(p \vee q)$ permite deducir un condicional subjuntivo cuyo antecedente es la negación de uno de los disyuntos y su consecuente el otro disyunto (si no se diera p, se daría q). En otras palabras, lo que A & B sostienen es que la validez de $p \vee q, \sim p \,/\, q$ implica la validez de $p \vee q$ / *si no se diera* p, *se daría* q. Empero, no parece existir ninguna razón para sostener este argumento, como A & B lo reconocen.[46] Lo más que A & B hacen para convencernos de que lo anterior es *cierto* es retarnos a que encontremos algún caso válido del *S.D.* con *o* extensional y que no implique ningún condicional contrafáctico.[47]

Aquí podríamos detener el análisis que hemos hecho sobre la propuesta de A & B, pues toda su argumentación, según creo, descansa en una hipótesis, *prima facie*, criticable. Empero, y otra vez *por mor* a la argumentación, presentaré las quejas que Orayen repara contra el sistema *E* del *entailment* de A & B, en especial, atenderé su objeción al argumento *ad hoc* de A & B.

---

[46] *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) pp. 166 y 176-177

[47] *Cf.* Anderson y Belnap, (1975) p. 177

2.3. *Las críticas de Orayen al "argumento" de Anderson y Belnap contra la validez irrestricta del Silogismo Disyuntivo*

Orayen inicia su crítica a la propuesta relevantista recordando dos cuestiones. La primera de ellas es

> La observación de que *algunas* disyunciones que admite el *S.D.* tienen un caracter intensional, que puede advertirse porque permiten deducir un condicional subjuntivo (...), cuyo antecedente es la negación de un disyunto y su consecuente el otro disyunto. (Orayen, (en prensa) cap. V)

La segunda es

> La exhortación al lector de que encuentre una disyunción que admita el *S.D.* y *no admita* la derivación de un subjuntivo. Si el lector no encuentra tal ejemplo, eso avalaría la hipótesis de que el *S.D.* no puede usarse con *o* extensional. (Orayen, (en prensa) cap. V)

El desafío que A & B proponen es asumido por Orayen. Éste, dándose cuenta de la debilidad del argumento de A & B, intenta mostrar que estos filósofos "no tienen ningún argumento general contra la existencia de casos válidos del *S.D.* con *o* extensional" (Orayen, (en prensa) cap. V). Uno de los cuales puede presentarse del siguiente modo:[48] Considérese la oración

[48] El ejemplo se debe en esencia a Orayen, (en prensa) cap. V. Este mismo ejemplo aparece en Orayen, (1983a) pp. 18-21, (1985) pp. 229-230 y (1988a) pp. 99-100.

(1) Juan mató a Pedro u otro lo hizo.

Supongamos que el jefe de la policia metropolitana está convencido de que la muerte de Pedro fue ocasionada por un asesino solitario, pero no tiene la certeza de que haya sido Juan. El hecho de que tenga ese convencimiento le hará creer que (1) es verdadero. Ahora bien, imaginemos que, debido a las pesquizas realizadas a lo largo de la investigación, el jefe de la policia llega a pensar que

(2) Juan no mató a Pedro.

De ser ese el caso, la conclusión a la que podemos llegar, y con nosotros el jefe de la policia, es que

(3) Otro lo hizo.

Pues bien, según la propuesta de A & B, el hecho de que admitamos la veracidad de (1) nos obliga a admitir un condicional subjuntivo en el que el antecedente sea la negación de uno de los disyuntos y el consecuente el otro. En nuestro caso, nos veríamos obligados a aceptar el condicional siguiente:

(4) Si Juan no hubiese matado a Pedro, otro lo hubiera hecho.

Pero, ¿estamos obligados a admitir ese condicional? La respuesta a tal pregunta puede anticiparse sin necesidad de justificarla ampliamente: ¡no!, pues

> Para creer en (4) hay que ser partidario de alguna suerte de teoría de necesidad o inevitabilidad histórica. (Orayen, *op.cit.*, cap. V).

En cambio, para creer en (1) nos basta con estar convencidos de que *alguién* mató a Pedro.

El ejemplo anterior muestra, contra lo pensado por A & B, que hay disyunciones aceptadas por el *S.D.* que no implican ningún tipo de condicional subjuntivo. Y, en consecuencia, que su crítica contra el *S.D.* queda computada en cero. Es decir, su conjetura de que la inferencia $p \vee q, \sim p / q$ sólo es admisible si de $p \vee q$ puede derivarse *si no se diera p, se daría q* es falsa. Y este es el único *argumento* que aparece en el libro de A & B que intenta *lidiar* contra la validez irrestricta del *S.D.* y del argumento de Lewis. Veamos lo que dice Orayen, (en prensa)

> Refutar con claridad la conjetura de A & B no es fácil. Para lograrlo, debe encontrarse un caso de $p \vee q$ que no implique un condicional subjuntivo; pero $p \vee q$ implica *siempre* algún tipo de condicional (si usted acepta $p \vee q$, acepta que *en algún sentido* es verdadero *si no es cierto p, entonces es cierto q*). Y como en general no es claro si un condicional tiene connotaciones subjuntivas o no, puede resultar difícil asegurarse de que un caso de $p \vee q$ no tiene consecuencias subjuntivas.[49] (Orayen, *op.cit.*, cap. V).

A pesar de eso, es relativamente fácil encontrar, como se hizo anteriormente, un ejemplo en que la disyunción permita obtener un condicional en indicativo y no en subjuntivo.

Por las razones anteriores podemos afirmar que la crítica de A & B al argumento de Lewis es inadecuada. Esta conclusión los deja en un posición desventajosa frente a *su oposición*, frente a la lógica clásica. Y, por ende, ella, *su oposición*, dispone de argumentos suficientes como para afirmar,

---

49 Orayen usa en su texto *A* y *B* en lugar de *p* y *q*.

con legitimidad, que la noción de *deducubilidad* usada habitualmente en la lógica no implica *relevancia*-A & B.

En resumen, la única razón para rechazar el argumento de Lewis es la convicción de que no puede haber deducción correcta si *no hay una conexión temática* entre la premisa y la conclusión. Pero, como ya hemos visto, esta convicción adolece de los elementos suficientes de juicio como para tomarse en serio, pues los argumentos contra A & B son más contundentes que las intuiciones a las que ellos apelan.

Existe otro modo de enfrentar la propuesta relevantista de A & B. Éste puede describirse de la siguiente manera: aun en el caso hipotético de que la noción de *deducibilidad* requiriera rasgos de *relevancia*-A & B, esto no demeritaría el hecho de que el concepto técnico de *deducibilidad*, en el sentido clásico, sea usado éxitosamente en distinta ramas del saber humano. Un ejemplo de esto lo constituye su aplicación a las matemáticas.

Una defensa posible de A & B, si la hubiera, consistiría en aceptar que las reglas de inferencia usadas en la prueba del argumento Lewis son de uso familiar, pero negar que la inferencia $p \wedge \sim p \,/\, q$ lo sea. A esa posible defensa podríamos contestar —siguiendo a Orayen, (en prensa)— lo siguiente:

> En contraste, las intuiciones en contra de $p \wedge \sim p. \Longrightarrow q$ versan sobre lo que ocurre en una situación lógica de la que los legos no se ocupan nunca —¿quién razona a partir de contradicciones explícitas?— y que es de más complejidad que los casos inferenciales básicos antes contemplados. No pretendo ser concluyente en materia de intuiciones; simplemente intento persuadir al lector de

que si mis intuiciones sobre reglas *simples* de aplicación *frecuente* chocan con intuiciones sobre asuntos *más complejos y menos familiares*, parece razonable, *prima facie*, quedarse con las primeras (...). Por razones teóricas se podría renunciar más bien a las primeras que a las segundas; pero *debe* haber tales razones, y deben ser importantes y convincentes. Esas son las razones que he buscado infructuosamente en los argumentos de A & B.[50] (Orayen, (en prensa) cap. V)

2.4. *Otras críticas en torno al argumento de Lewis*

Las críticas propuestas por A & B contra el argumento de Lewis no son las únicas. Existen otras que han intentado refutar su validez. En especial, han pretendido contravenir las otras reglas usadas para demostrarlo. De ellas me ocuparé en esta sección. Sin embargo, no abundaré demasiado en el tema. La razón es clara, pretender lo contrario rebasaría con mucho y exigiría más de lo que me he propuesto en este capítulo, a saber, estudiar los aspectos filosóficos de la lógica relevante propuesta por A & B.

Pues bien, además de A & B, existen otros filósofos que se han negado a aceptar la validez del argumento de Lewis.[51] Ellos han criticado, no ya al *S.D.*, sino a las otras reglas de

[50] *Cf.* Orayen, (1983a) pp. 22-23

[51] En el capítulo V de su libro *Lógica, Significado y Ontología*, Orayen expone no pocos argumentos en contra de estas posturas. Veáse también Orayen, (1983b) pp. 3-25

inferencia usadas en dicho argumento. Algunos han rechazado la *Simplificación*,[52]; otros la *Adición*,[53]; y raros son los que niegan la *Transitividad* de la deducibilidad.[54]

No creo necesario extenderme en la tercera de esas posturas, sencillamente porque existe un consenso generalizado que acepta, como acertada, la transitividad de la deducción lógica. Incluso, A & B, cuya virulencia contra la lógica estándar no deja de sorprenderme, aceptan este rasgo de la deducibilidad y critican a los filósofos que la rechazan. Su ataque, justificado o no, va dirigido especialmente contra una propuesta de Smiley, (1959). La forma de hacerlo es así:

> Todo criterio de acuerdo al cual el *entailment* no es transitivo es, *ipso facto*, erróneo.[55] (Anderson y Belnap, (1975) p. 154)

En cambio, han habido filósofos, no muchos por cierto, que han alegado contra la regla de *Simplificación*.[56] El abandono de esta regla no es totalmente claro. Creo, y en esto no pocas personas estarían dispuestas a comprometerse conmigo, que la aplicación de la regla de *Simplificación* en la vida ordinaria es claro. O como diría Orayen, (en prensa):

---

52 *Cf.* Nelson, (1930) pp. 440-453

53 *Cf.* Bunge, (1969) pp. 27-29, (1976) pp. 105-108; Miró Quesada, (1985) pp. 248-252

54 *Cf.* Smiley, (1959) pp. 233-254

55 *Cf.* Miró Quesada, (1985) p. 246n; Orayen, (en prensa) cap. V, (1983b) pp. 15-16 y (1988) pp. 54

56 *Cf.* Nelson, (1930) pp. 440-453

"La regla de *Simplificación* es de una obviedad aplastante" (cap. V). Motivo por el cual no abundaré más al respecto.[57]

La regla más criticada por los lógicos y filósofos ha sido la *Adición*.[58] Algunos de sus retractores piensan que su sóla aplicación nos lleva ha resultados contra-intuitivos.[59] Sin embargo, existen razones de peso que nos obligan a conservar dicha regla, a saber, su uso constante en las matemáticas.[60]

Otros, en cambio, no proponen eliminarla, tan solo intentan restringir su aplicación a los usos en los que no existan problemas de relevancia.[61] Empero, estos esfuerzos no sólo no han sido baladíes, sino que también han resultado inútiles. La razón, que no es la única, a la que se suele recurrir en contra de esas posturas se basan en señalar que esa limitante "obstruye aplicaciones útiles y perfectamente intuitivas de la

---

57 Véase también Orayen, (1983b) pp. 4-7; Bennet, (1954) pp. 461-463 y Miró Quesada, (1985) p. 247

58 Es interesante ver la discusión que Margaín, (1972), (1976) y (1978) sostuvo con Bunge, (1969) y (1975) en torno a la regla de *Adición*. Asimismo, es pertinente revisar, para el caso, el artículo que Robles, (1976) escribió al intentar replicar la crítica que Bunge elaboró en torno a la regla en cuestión. Sin embargo, la discusión que estos filósofos sostuvieron resulta insuficiente al enfrentarse con propuestas como las de A & B, sencillamente porque ellos no rechazan la definición clásica de validez, y A & B sí. *Cf.* Haack, (1978) p. xii y Orayen, (en prensa) cap. V

59 *Cf.* Bunge, (1969) pp. 27-31; Miró Quesada, (1985) pp. 244, 248-253

60 *Cf.* Orayen, (en prensa) cap. V, (1988) pp. 59, 62 y Bunge, (1975) p. 106

61 *Cf.* Bunge, (1975); Miró Quesada, (1985) pp. 249-252, entre otros.

regla" (Orayen, (en prensa) cap. V). Tales aplicaciones se encuentran nuevamente en el ámbito de las matemáticas.

§ 3. *Consideraciones finales*

A lo largo de este capítulo he tratado de mostrar que las intuiciones a las que aluden los lógicos relevantes, A & B claro, no son del todo convincentes. Sobre todo porque la *crítica* que intenta contravenir la validez irrestricta del *Silogismo Disyuntivo* es, *prima facie*, errada, pues está basada en una suposición falaz o si se prefiere *ad hoc*. El haber mostrado eso, sin embargo, no implica que la lógica propuesta por A & B no pueda ser de ayuda para el investigador o, al menos, para la personas que tienen cierto interés por cuestiones lógico-filosóficas. Razón por la cual, en la siguiente sección mencionaré únicamente algunas posibles aplicaciones del *entailment* de Anderson y Belnap.

3.1. *Divergencia o complementareidad de la lógica relevante de Anderson y Belnap*

Por las consideraciones anteriores me inclino a pensar que no hay razones teóricas que justifiquen, desde el punto de vista de A & B, el rechazo del argumento de Lewis. Esta consideración implica que *E*, como sistema alternativo al clásico, es deficiente.[62] Ello, sin embargo, no implica que la lógica propuesta por A & B no sea de ninguna utilidad. Quizá ella

[62] *Cf.* Orayen, (en prensa) cap. V y (1983a); Morado, (1984) y (1988a)

pueda servir en otros campos distintos al del clásico.[63]

Sin embargo, es obvio que el problema de si la lógica relevante de A & B es o no una lógica auténticamente divergente no se agota con lo anterior. En efecto, en el párrafo anterior sólo he querido emitir un fallo intuitivo de lo que a mi parecer se sigue de la argumentación dada anteriormente, sin tomar en cuenta consideraciones teóricas de mayor peso. Sería interesante, no obstante, intentar desarrollar ampliamente este tema, pero ello rebasaría notablemente las pretensiones que me he trazado para este capítulo que, dicho sea de paso, no son muchas. Empero, para no ser tan escueto veamos lo que dice Orayen, (1985) al respecto:

> El *Entailment* de A & B no es una obra cuyos objetivos estén confinados a los de la investigación lógico-formal. El libro defiende una tesis filosófica ambiciosa: la lógica estándar es defectuosa, pues habría algo intrínsecamente erróneo en su concepción de deducibilidad. Otra tesis de los autores, complementaria de la anterior, es que resulta aconsejable el reemplazo de la lógica clásica por una lógica relevante en la línea del sistema *E*, que en algún sentido nos brindaría una lógica más adecuada. Es obvio que estas tesis tienen un enorme alcance. Si se considerara que las pretensiones filosóficas de sus autores están bien fundadas, ello nos comprometería con el *desideratum* de lograr una re-fundamentación, no sólo de la lógica, sino también de campos teóricos conectados, como

---

63 *Cf.* Orayen, (en prensa) cap. V; Wolf, (1978) pp. 327-340; Morado, (1984) pp. 237-249; Haack, (1978) p. 29 y Miró Quesada, (1975) p. 249

el de la matemática. Parecería razonable exigir una argumentación muy sólida a quien proponga tamaña reestructuración conceptual. Nuestros intentos de encontrar tal argumentación en A & B resultaron frustrantes, (como puede apreciarse después de haber analizado el *argumento más importante* que A & B proporcionan en su libro del *Entailment...*).[64] (p. 231)

A pesar de todo, la lógica relevante puede ser interesante si se la mira desde otro punto de vista. El interés que puede suscitar una lógica como la propuesta por A & B es el de estudiar ciertos condicionales del lenguaje ordinario; condicionales de los que la lógica clásica no puede ocuparse, por ejemplo, condicionales contrafácticos, subjuntivos, causales, etc. Pretender que la lógica clásica se ocupe de ellos es demasiado; intentar hacerlo implicaría en un sentido nada trivial, la obtención de una larga lista de absurdos, oscuridades e incorrecciones.[65]

Es decir, la lógica clásica debe moderar sus pretensiones de aplicabilidad, pues ella no posee la capacidad suficiente para estudiar ciertas nociones (intensionales) y giros idiomáticos del lenguaje ordinario.[66] En este sentido, un lógico clásico podría aceptar, creo yo, que las lógicas del tipo de A & B pueden llegar a ser de utilidad para el investigador, debido, esencialmente, a que le permitirían *acceder*, en algún sentido del término, a campos vedados para la lógica clásica. Cabe recordar que la lógica clásica está diseñada, casi en

---

64 El paréntesis es mío.

65 *Cf.* Haack, (1978) p. 39 y Morado, (1984) pp. 244-245

66 *Cf.* Morado, *op.cit.*, p. 244 y Miró Quesada, (1985) p. 249

su totalidad, para fines precisos, como son los fundamentos de las matemáticas, etc., campos que, por cierto, carecen de términos ambiguos.

> La lógica clásica —nos dice Morado, (1984)— sólo se aplica a oraciones tales que ellas o sus negaciones son verdaderas y que sólo es aplicable a sistemas que aceptan que *ex contradictoriis quodlibet.* (p. 246)

Que la lógica relevante propuesta por A & B sea un rival auténtico de la lógica clásica, en el sentido de que ocupe todas sus funciones, no es tan claro como que funja como un tipo de lógica complementaria. Creo, y en esto comparto una idea de Raymundo Morado, que la rivalidad propugnada por el sistema E de A & B puede interpretarse como complementareidad, debido a que la noción del *entailment* estudiada por ellos formaliza y captura una noción diferente a la de *deducibilidad.*[67] Además, esta clase de estudios podrían resultar de interés para todas aquellas personas que creen importante "la exploración de nuestros sistemas conceptuales, científicos o no" (Orayen, (1988) p. 68). O como diría Morado, (1984)

> Enfaticemos las posibilidades de alcance entre las diversas lógicas, sobre todo porque habitualmente se enfatiza lo contrario. Creo que el plan de trabajo que surge así es más fructífero por centrarse en la rivalidad sólo como posibilidad de cooperación. E incluso cuando una lógica está equivocada en sus críticas a la lógica clásica, por

67 *Cf.* Morado, (1984) p. 245

ejemplo la lógica relevante, es conveniente buscar áreas en las que su aplicación sea provechosa.[68] (p. 246)

3.2. *La propuesta de Morado*

La noción de validez (de deducibilidad) relevante que se ha estudiado hasta este momento pertenece al sistema E del *entailment* de A & B. Sin embargo, es importante recordar nuevamente que ese sistema no es el único en tópicos relevantistas, existen otros que han intentado mejorar en muchos aspectos y en el ámbito de una lógica divergente las propuestas de aquellos lógicos. Empero, estas propuestas si bien no dejan de ser de interés sí constituyen temas novedosos que requieren mayor atención.[69]

Un descubrimiento notable en este tipo de tópicos es el efectuado por Raymundo Morado. Lo que Morado sostuvo fue que los criterios de relevancia propuestos por A & B no son los

> (...) únicos posibles y con *otros* criterios de esa noción podría sostenerse que $p \wedge \sim p \,/\, q$ es una inferencia legítima y relevante.[70] (Orayen *op.cit.*, cap. V)

Con esto en mente desarrolló una interesante idea en la que se (de)muestra que deducibilidad clásica sí implica relevancia,

68 *Cf.* Haack, (1978) p. 39

69 Ver nota 5 de este capítulo.

70 Él, en lugar de p y q usa A y B respectivamente.

auque no en el sentido de A & B.[71]

> La lógica relevante se ha destacado —nos dice Morado, (1988b)— por acusar a la lógica clásica de irrelevancia. Afirma que varias reglas de inferencia que esta última emplea son realmente falacias de irrelevancia y, por lo tanto, deducciones ilegítimas. (...) Raúl Orayen sostiene que a pesar de ser irrelevantes, las inferencias usadas en la lógica clásica son legítimas. Yo también creo que son legítimas pero considero que, en algún sentido, son relevantes. (p. 109)

Lo que Morado observó fue que tomando los criterios de relevancia propuestos por los lógicos relevantes, por A & B claro, son muchas las deducciones válidas de la lógica clásica que resultan irrelevantes. No obstante, indicó que definiendo de otro modo la idea de relevancia, podría (de)mostrarse que toda deducción clásica es también relevante. A esta labor dedicó no pocas páginas en su disertación profesional.[72]

Morado, tomando como punto de partida lo que él llama el *dictum* de Ackermann, trató de probar que el contenido de q, cuando q es el consecuente de un condicional principal, está incluido en el contenido de p, cuando p es el antecedente de ese condicional principal y, además, el condicional es válido.

---

71 Morado, (1983) pp. 105-108; Morado, (1988a) pp. 105-106; Morado, (1988b) pp. 109-120; Orayen, (1988c) pp. 109-110 y Orayen, (en prensa) cap. V

72 *Cf.* Morado, (1984a) pp. 47-80, (1983) pp. 105-108, (1988b) pp. 109-120

Trató de probar que p es relevante para q. El *dictum* de Ackerman puede formularse en los siguientes términos:

> Decir que q se deduce en sentido estricto de p es equivalente a decir que el contenido de q es parte del contenido de p.[73]

Luego, definiendo el *contenido de una proposición* como el conjunto o la suma de mundos posibles en los que es falsa, en los que no se cumple, Morado muestra que el *dictum* de Ackermann se cumple para todas las inferencias válidas de la lógica clásica. En otras palabras, muestra que el contenido de la conclusión está siempre incluido en el contenido de la(s) premisa(s). Lo cual equivale a decir que la(s) premisa(s) es (son) relevante(s) para la conclusión.

Con esta idea en mente, Raymundo Morado muestra que el contenido de una tautología está siempre incluido en el contenido de cualquier proposición, es decir que $q \Longrightarrow .p \vee \sim p$, y que el contenido de cualquier proposición está siempre incluido en el contenido de una contradicción, es decir que $p \wedge \sim p. \Longrightarrow q$.

La forma de efectuar lo anterior es simple. Tomemos en primera instancia el segundo conyunto del párrafo anterior, puesto que se refiere de forma explícita a lo que aquí llamamos *el argumento de Lewis*. Ahora, apliquemos la definición anterior a las *contradicciones*, que entonces serían definidas como el conjunto o la suma de mundos posibles en que no se cumplen. Es fácil ver que éstas no se cumplen en ningún mundo posible, puesto que son necesariamente falsas. Por eso,

73 *Cf*. Morado, (1984a) p. 48, (1983) p. 107

el contenido proposicional de las contradicciones es el conjunto universal de ellas, pues éstas no se cumplen en ningún mundo posible. Y por lo tanto, el contenido de cualquier proposición está siempre incluido en el contenido de una contradicción, según la definición de *contenido proposicional* dada anteriormente. Siendo así, es sencillo ver que el contenido de una q cualquiera siempre está *metido* en el contenido de $p \wedge \sim p$ y, en consecuencia, que el contenido de $p \wedge \sim p$ es siempre relevante para el contenido de q, cumpliendo así el *dictum* de Ackermann.[74]

Una cosa similar sucede con las *tautologías*. Todos sabemos que cualquier cosa implica una tautología. Por ese motivo, es fácil ver que el contenido *proposicional* de una tautología es el conjunto vacío, puesto que es necesariamente verdadera y, puesto que es necesariamente verdadera no es cierto que no se cumpla en algún mundo posible. De esa forma, es sencillo darse cuenta de que el *contenido* de una tautología está siempre incluido en el contenido de una proposición, ya que su contenido es vacío. Por ese motivo, podemos afirmar que el contenido de $p \vee \sim p$ está siempre *metido* en el contenido de q y, por lo tanto, que q siempre es relevante para $p \vee \sim p$, cumpliendo también el *dictum* de Ackermann.[75]

Para Morado, el contenido de una proposición está estrechamente relacionado con la estructura sintáctica en que aparece.

Debe notarse que el contenido de una proposición compleja no está determinado tan sólo por las proposiciones

---

74 *Cf.* Morado, (1983) p. 107, (1984) pp. 62-84 y (1988b) pp. 109-120

75 Véase nota anterior.

que contiene sino también por su estructura sintáctica.[76] (Morado, (1983) p. 108)

Y en otro sitio explica:

La creencia errónea —dice Morado, (1988a)— de que los conectivos lógicos no influyen sobre el contenido semántico sólo puede surgir si (...) descuidamos la estructura. Se olvida completamente que un cambio de estructura puede modificar el significado global de un enunciado complejo. (Morado, (1988a) p. 106).

Esto marca una diferencia notable con lo que A & B pensaron era *relevancia*, pues ellos creyeron que la(s) premisa(s) de un argumento era(n) relevante(s) para la conclusión si y sólo si existía cierta conección temática entre ellas. Se dejaron llevar, pues, por los meandros a los que su intuición los condujo.[77] Lo interesante del análisis de Raymundo es que

Se aplica a la totalidad del cálculo de primer orden clásico y está basado en nociones intuitivas que gozan de aceptación entre muchos filósofos. (Orayen, (1988c) p. 124)

Dos críticas posibles a la propuesta de Morado pueden presentarse brevemente del siguiente modo:

(1) La definición que da Raymundo Morado de *contenido proposicional* es *ad hoc*, ya que, al parecer, Morado no

---

76 *Cf.* Orayen, (1988c) pp. 122

77 *Cf.* Morado, (1988b) pp. 109-120, (1983) p. 108 y Orayen, (1988c) pp. 121-122

proporciona el suficiente apoyo intuitivo para definir de aquella manera dicha noción.

(2) La propuesta de Morado pone de manifiesto un par de cuestiones, a saber, que por definición las contradicciones lo dicen *todo*, y que las tautologías no dicen *nada*. Por esa razón, Morado puede afirmar que el contenido de cualquier proposición está *metido* en el contenido de cualquier contradicción y que el contenido de las tautologías está *metido* en el contenido de cualquier proposición, siguiendo en ambos casos el *dictum* de Ackermann. Hasta aquí todo parecería ser claro. Sin embargo, al observar detenidamente la definición de *contenido proposicional* propuesta por Morado, pueden surgir ciertas perplejidades filosóficas. Para ilustrarlas recordemos al filósofo judío Maimónides y, en especial, recordemos la forma en la que él (de)muestra que Dios existe, a saber, recordemos la *vía negativa*.

La propuesta de Maimónides puede presentarse en los siguientes términos: siendo Dios una entidad de caracter especial, el lenguaje humano no tiene la capacidad suficiente para explicar Su naturaleza . Acaso, lo más verdadero que podemos decir de él es expresando lo que no es. La consecuencia inmediata de esto es que Dios no es ninguna cosa del universo, que Su naturaleza es otra distinta a la de éste. Lo anterior puede, en consideración al filósofo judío, suministrarnos alguna idea, si se quiere vaga, de Su estatus ontológico. Sin embargo, una dificultad surge con la idea de Maimónides: decir lo que Dios es expresando lo que no es, en realidad no nos dice nada acerca de Él; su naturaleza, por decir, permanece desconocida.

Pues bien, creo que la definición que da Raymundo Morado de *contenido proposicional* tiene, en algún sentido y guardando las inmensas distancias que impone la autoridad, un problema similar al de Maimónides. Cuando Morado define las *contradicciones* como la suma o el conjunto de mundos posibles en que no se cumplen, lo que quiere decir es que ellas no se cumplen en ningún mundo posible. Pero esto tiene una semejanza profunda a lo propuesto por Maimónides, pues decir que las contradicciones son la suma o el conjunto de mundos posibles en que no se cumplen no nos proporciona ninguna información de ellas, no nos dice absolutamente nada de ellas. Esto sugiere, pero sólo sugiere, que el contenido proposicional de una proposición cualquiera no está *metido*, como lo pretende Morado, en el contenido proposicional de una contradicción, porque de las contradicciones no se nos ha proporcionado ninguna información. En cambio, con las tautologías sucede lo contrario. De ellas se nos dice todo, porque no es cierto que no se cumplan en todos los mundos posibles. Pero entonces no es tan claro que el contenido proposicional de una tautología esté incluido en el contenido proposicional de una proposición cualquiera, puesto que aquella lo dice todo y esta última no. A mi parecer, esta es una vía mediante la cual la propuesta de Morado pudiera ser cuestionada.

Con todo, la verdad o falsedad de (1) y (2) aún está sujeta a discusión. Lo cierto es que Raymundo Morado debe suministrar mayores elementos de apoyo intuitivo para reforzar su resultado y para que su propuesta sea aceptada ampliamente por lógicos y filósofos. De lo contrario podrá ponerse a discusión la veracidad de su propuesta.

A pesar de ello, me parece que la importancia de caracterizar en este sentido la noción de *relevancia* reside en el hecho de pensar, junto con Morado, que las deducciones presentadas al inicio de este capítulo no sólo son legítimas sino también relevantes; claro, si por relevancia no entendemos *relevancia*-A & B. Pero existe un asunto, creo yo, por el que el argumento de Morado es más importante. Su prueba se aplica a la lógica de primer orden, que es la lógica que nos sirve de herramienta en la fundamentación de muchas ramas de las matemáticas. Y, por ende, ¿no será ese el rasgo por el que su propuesta se hace más importante para las personas que creen que la lógica clásica es la mejor herramienta que dispone el ser humano para fundamentar el ámbito *más seguro* del conocimiento?

COMENTARIO FINAL

La preocupación central de este trabajo, contraria a la que no pocos legos y lógicos sostienen hoy en día, yace en la creencia de que aún en lógica es posible discutir ampliamente sobre diversos tópicos lógico-filosóficos.

Efectivamente, no fueron pocos los temas que se abordaron y se discutieron a lo largo de esta disertación. Las dificultades que se plantearon y que se dejaron al margen de la polémica tampoco fueron escasas. Quizá, el mérito de discutir y de argumentar en *pro* o en *contra* de una postura lógico-filósofica descanse en el hecho de comprender *mejor* los problemas que subyacen a dicha disciplina para intentar darles una solución satisfactoria.

En una disertación como esta, el deseo de continuar indefinidamente la discusión ha sido tan grande que se me presentaron, como enemigos inevitables, dos inconvenientes, a saber, el *tiempo* para pensar con prolijidad las dificultades y el *espacio* para presentar aquellos pensamientos por escrito de la mejor manera posible. He de confesar que dichas limitantes me impidieron, como señalé en el párrafo anterior, estudiar y desarrollar en este escrito diversos temas que, acaso, sólo mencioné en el texto; otros, en cambio, no tuvieron tal suerte y fueron totalmente omitidos.

La *discusión* de los problemas planteados a lo largo de los tres capítulos, sin embargo, no fue la única preocupación, aunque sí la más importante. También se buscaron argumentos favorables de juicio cuando la crítica (positiva o negativa) parecía permear las hojas de este escrito; sobre todo, cuando el cuestionamiento constante parecía no dejar ninguna alternativa viable.

Confieso que el argumento en favor de la lógica clásica al que en última instancia recurrí en los tres capítulos de esta tesis fue al de la fundamentación de muchas ramas de las matemáticas. No niego que este argumento o que la fundamentación misma no posea también dificultades, lo que pienso es que aun con esos inconvenientes puede fundamentarse adecuadamente, con lógica (clásica) y teoría de conjuntos (clásica), casi toda la matemática. Y para ser sincero, esto es de lo poco que he dejado al margen de toda discusión.

APÉNDICE

Nociones básicas de la teoría de conjuntos

Creo pertinente explicar con brevedad algunos conceptos y nociones elementales de la teoría de conjuntos. Esta explicación tiene el fin de proporcionarle al lector no versado en tópicos conjuntísticos el material mínimo adecuadp que le permita seguir con facilidad las explicaciones que daré al definir *validez* sobre la base de la interpretación.

Comencemos, pues, caracterizando la idea de *conjunto*. Un conjunto es una colección de objetos de cualquier tipo. Así, podemos hablar del conjunto de los seres humanos, del conjunto de los enteros positivos, o bien del conjunto que no tiene miembros, a saber, del conjunto vacío ($\emptyset$). A los objetos que están dentro de un conjunto se les conoce con el nombre de *elementos* o *miembros* del conjunto. En notación de conjuntos $x \in A$. Esto último suele leerse como *x es un miembro de A*, *x es un elemento de A*, *x pertenece a A*, *x está incluido en A*, o como *A contiene a x*. Cuando un objeto x no pertenece al conjunto A se dice que *x no es un miembro de A*, *x no es un elemento de $\bar{A}$*, o que *x no pertenece a A*. En notación cojuntística $x \notin A$.

Por otro lado, si A y B son conjuntos y todo elemento de A es también elemento de B, entonces diremos que A es un subconjunto de B o que A estaá incluido en B. En simbología conjuntística escribimos $A \subseteq B$. Asimismo, podemos decir que dos conjuntos A y B son iguales si tienen a los mismos miembros. Es decir, dos conjuntos son iguales si todo elemento de A es también elemento de B y viceversa. Se dice que un conjunto A es un subconjunto propio de uno B ($A \subset B$) si A está incluido en B pero A y B no son iguales $((A \subseteq B) \wedge (A \neq B))$

Otras nociones básicas en la teoría de conjuntos son las de *intersección* y *unión*. La primera se define diciendo que si A y B son conjuntos y '$A \cap B$' representa la intersección de esos conjuntos, entonces $A \cap B$ es el conjunto formado por los elementos que pertenecen tanto a A como a B. De manera semejante, podemos definir la unión de dos conjuntos A y B señalando que si A y B son conjuntos y '$A \cup B$' representa la unión de ellos, entonces el conjunto $A \cup B$ esta formado por aquellos elementos que pertenecen a A o a B o a ambos. La intersección y la unión son conmutativas

$$A \cap B = B \cap A$$

y

$$A \cup B = B \cup A$$

asociativas

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

y

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

e idempotentes

$$A \cap A = A$$

y

$$A \cup A = A.$$

Además, la intersección es distributiva ante la unión y viceversa

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

y

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Otra noción básica conjuntística es la de par ordenado. Un par ordenado se representa del siguiente modo: $< x, y >$. Y se distingue del par $< y, x >$ a menos que x sea igual a y. La importancia de esta distinción se aprecia cuando comprendemos, entre otras cosas, que los pares ordenados cumplen una importante función en la noción de satisfacción de oraciones abiertas. Así, por ejemplo, el par ordenado $< 8, 15 >$ satisface la oración $x \leq y$, mientras que el par $< 15, 8 >$ no la satisface. Ahora bien, la ley de los pares ordenados puede enunciarse diciendo que si $< x, y >=< v, w >$, entonces $x = v$ y $y = w$. En especial, cuando uno quiere acentuar la importancia del orden de los pares es menester recurrir a una definición conjuntística. Esta definición puede elaborarse indicando que el par ordenado $< x, y >$ es igual al conjunto que tiene como subconjuntos al unitario de $\{x\}$ y al binario $\{x, y\}$: $< x, y >= \{\{x\}, \{x, y\}\}$. Donde $\{x\}$ indica o denota al primer miembro del par y sólo a él, y el segundo miembro del conjunto de la definición contiene a los dos elementos del par. Un lector atento podría argumentar que en la definición anterior no hicimos sino describir lo que en un inicio dijimos sobre el par ordenado, pero

> Nuestra única intuición sobre los pares ordenados es que son entidades que representan dos objetos en un orden dado. (Suppes, (1972) p. 32)

Es importante decir una cosa más acerca de los pares ordenados. Éstos se nos presentan, o pueden presentársenos, como conjuntos o como sucesiones de individuos de dos elementos que satisfacen o no cierta oración abierta. Sin embargo, también es común que esos conjuntos o que esas sucesiones se nos presenten con un número n de elementos (donde $n \geq 2$). En otras palabras, es falso que siempre tengamos como sucesiones aquellas y sólo aquellas que tienen dos objetos, pues en ocasiones tenemos ternas ($< x, y, z >$), cuádruplas ($< x, y, z, x_1 >$) y, en general, n-tuplas de individuos. A pesar de todo, estas sucesiones pueden someterse a una ampliación obvia de los pares ordenados. Así, la sucesión ordenada de tres elementos $< x, y, z >$ puede verse como el par ordenado $< x, < y, z >>$, y la cuádrupla $< x, y, z, x_1 >$ como el par $< x, < y, z, x_1 >>$, y así sucesivamente.

Asimismo, es importante señalar que las sucesiones se diferencian de los conjuntos básicamente porque en aquellas el orden de los objetos es fundamental. Así, por ejemplo, el conjunto

> que tiene como miembros a los números uno y dos, $\{1, 2\}$, es idéntico al conjunto que tienen como miembros a los números dos y uno, $\{2, 1\}$, pues los conjuntos son idénticos si y sólo si tienen los mismos miembros. Pero la secuencia $< 1, 2 >$ no es idéntica a la secuencia $< 2, 1 >$, pues en las secuencias el orden de los elementos es importante. (Platts, (1979) p. 25)

Otra noción básica en la teoría conjuntística es la de *Relación*. Las relaciones son vistas habitualmente como conjuntos. Así, cualquier par ordenado de objetos puede verse como una relación binaria; toda tripla ordenada como una relación ternaria; y, en general, toda n-tupla como una relación n-aria. Aquí es importante hacer una aclaración. Un par ordenado $< x, y >$ pertenecerá a una relación R si y sólo si el primer miembro del par está relacionado al segundo miembro mediante R. Lo mismo sucederá en cualquier otro caso.

Con todo, vale la pena señalar que al caracterizar las relaciones como conjuntos surgen varias dificultades. Entre ellas destacan las siguientes: 1) los conjuntos que tienen el mismo número de miembros y a los mismos miembros son iguales y, por lo mismo, *las relaciones que relacionan los mismos objetos son idénticas.* (Mates, *op.cit.*, p. 38) Sin embargo, esto va contra el uso intuitivo de relación, pues no es habitual para los legos decir que las relaciones que son satisfechas, por ejemplo, por un mismo par ordenado son todas ellas idénticas. 2) dado que es posible demostrar, por un teorema de Cantor, que hay más conjuntos que expresiones lingüísticas para ellos, entonces también es posible demostrar que hay relaciones no expresables en el lenguaje. Y 3) para todas las relaciones —intuitivas— que ocurren en la teoría de conjuntos, no necesariamente existe su correspondiente conjunto asociado. "*For instance, there is not set corresponding to the inclusion relation between sets*" (Suppes, *op.cit.*, pp. 57-58).

La notación que usaremos para las relaciones binarias será

$$xRy$$

o mejor

$$< x, y > \in R$$

Para las ternas será

$$< x, y, z > \in R$$

y así sucesivamente.

Otras nociones importantes son el *dominio*, *el contradominio* o *dominio converso* o *rango*, el *campo* y la *relación conversa*.

El dominio de una relación R se define como el conjunto de todas las cosas x tales que $< x, y > \in R$, para alguna y; el contradominio de una relación R se define como el conjunto de todos los objetos y tales que $< x, y > \in R$, para alguna x; el campo de una relación R se define como la unión de su dominio y su contradominio. En cambio, la conversa de una relación R se obtiene invirtiendo el orden de los miembros de todos los pares ordenados que están inmiscuidos en la relación en cuestión.

La última noción que caracterizaré será la de función. Una función simplemente es una relación de muchos a uno, es decir, es

> Una relación tal que para todo elemento en su dominio se relaciona exactamente uno en su rango (por su puesto, distintos elementos en el dominio pueden ser relacionados al mismo elemento en el rango). (Suppes, *op.cit.*, p. 86).

En otras palabras, una función es una relación que asocia a cada elemento de su dominio exactamente un elemento de su contradominio.

Espero que este brevísimo compendio de explicaciones informales sobre tópicos conjuntísticos ayuden al lego a comprender la definición de validez sobre la base de la interpretación que proporciono en este capítulo. Además, es pertinente señalar que estas explicaciones no tienen sino el fin de servir de una introducción informal y general a la teoría de conjuntos.[1]

---

1 Para mayor información ver Suppes, *op.cit.*, caps. 2 y 3; Mendelson, *op.cit.*, pp. 1-7; Enderton, (1972) pp. 15-31; Cárdenas, (1986) pp. 16-25; Mates, *op.cit.*, pp. 33-39; Quine, (1970) caps. 3 y 4 y Platts, *op.cit.*, pp. 24-26.

BIBLIOGRAFIA

(1) Austin, J.L., (1975) "Verdad" en *Ensayos Filosóficos*. tr. Alfonso García Suarez, Madrid, Revista de Occidente, No.5, pp. 119-132.

(2) Anderson, A.R., (1972) "*An intensional interpretation of truth values*" en *Mind* 81, pp. 348-371.

(3) Anderson, A.R. y Belnap, N.D., (1975) *Entailment; The Logic of Relevance and Necessity*, Vol. I, Princeton University Press, Princeton.

(4) Barwise, J y Perry, J., (1981). "*Situations and Attitudes*"en *The Journal of Philosophy*. Vol. LXXVIII, No.11, Noviembre, pp. 668-691.

(5) Bennett, A. J., (1954) "*Meaning and Implication*, *Mind*, Vol. 63, No. 52, october, pp. 451-463.

(6) Borges, J.L. y Bioy Casares (comps.), (1967) *Cuentos Breves y Extraordinarios*. Buenos Aires, Santiago Rueda.

(7) Bunge, M., (1969) "*The Paradox of Addition and its Dissolution*" en *Crítica*, Vol. III, No. 9, México, septiembre, pp. 27-32.

(8) Bunge, M., (1975) "La paradoja de la Adición: respuesta al maestro Margáin" en *Crítica*, Vol. VII, No. 20, México, octubre, pp. 105-108.

(9) Cárdenas, H. *et al.*, (1986). *Algebra Superior*. México, Trillas.

(10) Carroll, L., (1984) "Lo que le dijo la Tortuga a Aquiles" en Carroll, L. *El juego de la lógica.* tr. Alfredo Deaño. Madrid, Alianza, pp. 151-158.
(11) Cartwright, R., (1962) "*Propositions*" en R. J. Butler (ed.) *Analytical Philosophy.* Oxford, Basic Blackwell, pp. 83-101.
(12) Copi, I., (1979) *Symbolic Logic.* New York, Mcmillan Publishing Co., Inc. 5a. edic.
(13) Crossley, J.N., *et al.*, (1972) *What is mathematical logic?* Oxford, Oxford University Press.
(14) Chao, Y.R., (1962a) "*Models in linguistic and models in general*" en Nagel, *et al.*, (eds.), (1962) pp. 558-566.
(15) Church, A., (1956) *Introduction to Mathematical Logic.* Vol. 1. Princeton, New Jersey, Princeton University Press.
(16) Diaz, R., (1981) *Topics in the Logic of Relevance* München, Philosophia Verlag.
(17) Duncan-Jones, A.E., (1935) "*Is Strict Implication the same as Entailment?* en *Analysis*, Vol. 2, pp. 70-78.
(18) Enderton, E., (1972) *A Mathematical Introduction to Logic.* New York, Academic Press.
(19) Ewing, A.C., (1940) "*The linguistic theory of a priori propositions*"Proceeding of the Aristotelian Sociaty. No. 40, pp. 207-244.
(20) Félix Estrada, A. *et.al.*, (1981) *Lecciones de Física.* México, CECSA.
(21) Fraenkel, A., (1976) *Set theory and logic.* Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company.
(22) Frege, G., (1973) "Sobre el sentido y la referencia" en Simpson, *Semántica...* pp. 3-27.

(23) Grandy, R.E. y Warner, R. (eds.), (1986) *Philosophical Grounds of Rationality; Intentions, Categories, Ends.* Oxford, Oxford University Press.

(24) Haack, S., (1977) *Deviant Logic.* Cambridge, Cambridge University Press.

(25) Haack, S., (1980) *Lógica divergente.* tr. Eugenio Gil Borjabad. Madrid, Paraninfo.

(26) Haack, S., (1978) *Philosophy of Logics.* Cambridge, Cambridge University Press.

(27) Haack, R. J. y Haack, S. (1970) "*Token-sentences, Translation and Truth-value*" en *Mind.* Vol. 79, No.313, Enero, pp. 40-57.

(28) Heijenoort, J. Van, (1976) *El desarrollo de la teoría de la cuantificación.* México, UNAM, IIF. (Colecc. Cuadernos 32).

(29) Hughes, C.E. y Cresswell, M.J., (1972) *An introduction to Modal Logic*, Londres, Methuen and Co. Ltd., reimp.

(30) Lemmon, R. J., (1966) "*Sentences, Statements and Propositions*" en Williams and Montesfiore (eds.) *British Analytical Philosophy.* London, Routledge and Kegan Paul, pp. 87-107.

(31) Lewis, C.I. y Langford, C., (1959) *Symbolic Logic*, New York, Dover, 2a. edic.

(32) Lukasiewicz, J., (1975) *Estudios de Lógica y Filosofía.* tr. Alfredo Deaño. Madrid, Revista de Occidente No.10.

(33) Lukasiewicz, J., (1975a) "Sobre la Lógica Trivalente" en Lukasiewicz, (1975) pp. 41-41.

(34) Lukasiewicz, J., (1975b) "Sobre el Determinismo" en Lukasiewicz, (1975) pp. 43-60.

(35) Margáin, H., (1972) "La paradoja del Doctor Bunge" en *Crítica*, Vol. VI, No. 18, México, septiembre, pp. 113-116.
(36) Margáin, H., (1976) "Validez, Inferencia e Implicaturas I" en *Crítica*, Vol. VIII, No. 23, México, agosto, pp. 63-98.
(37) Margáin, H., (1978) *Racionalidad, Lenguaje y Filosofía.* México, FCE.
(38) Mates, B., (1972) *Elementary Logi* . New York, Oxford University Press. 2a. edic.
(39) Mates, B., (1979) *Lógica Matemática Elemental.* tr. Carmen García Trevijano. Madrid, Tecnos.
(40) Mendelson, E., (1979) *Introduction to Mathematical Logic.* New York, Van Nostrand Company, 2a. edic.
(41) Méndez, J.M., (1986) "Una crítica inmanente de la lógica de la relevancia" en *Crítica*, Vol. XVIII, No. 52, México, abril, pp. 61-94.
(42) Miró Quesada, F., (1985) "Acerca de las ideas de Orayen sobre deducibilidad y relevancia" en *Revista Latinoamericana de Filosofía*, Vol. XI, No. 3, noviembre, pp. 239-255.
(43) Morado, R., (1983) "*Deducibilty implies Relevance? A cautious answer (on professor Orayen's criticism of Relevant Logic)*" en *Crítica*, Vol. XV, No. 45, México, diciembre, pp. 105-108.
(44) Morado, R., (1984) "La rivalidad en la Lógica" en *Diánoia*, Año XXX, No. 30, México, UNAM y FCE., pp. 237-249.
(45) Morado, R., (1984a) *¿Hay rivales para la lógica clásica? El caso de las lógicas relevantes y las lógicas libres.* Tesis, México, UNAM.

(46) Morado, R., (1988a) "Réplica A:II *¿Son coherentes las intuiciones básicas de la lógica relevante?* en Villanueva (comp.) *Cuarto simposio...*, pp. 105-106. (Ver Orayen, (1988a))

(47) Morado, R., (1988b) "El problema de la relevancia en la lógica clásica" en Villanueva (comp.) *Cuarto simposio...*, pp. 109-120.

(48) Nagel, *et al.*, (eds.), (1962) *Logic, Methodologic and Philosophy.* Standford, Standford University Press.

(49) Nelson, E.J., (1930) "*Intensional Relations*", *Mind*, Vol. 39, pp. 440-453.

(50) Nuño, J.A., (1968) "Black *vs* Tarski en el problema filosófico de la verdad". Crítica, Vol. II, No. 6, Septiembre, pp. 33-41.

(51) Nuño, J.A., (1971) "Teoría de la verdad en Tarski". Crítica, Vol. V, No. 13, Enero, pp. 109-127.

(52) Orayen, R., (1983a) "*Deducibility implies Relevance? A negative answer (I)*" en *Crítica*, Vol. XV, No. 43, México, abril, pp. 3-29.

(53) Orayen, R., (1983b) "*Deducibility implies Relevance? A negative Answer (II)*" en *Crítica*, Vol. XV, No. 44, México, agosto, pp. 3-25.

(54) Orayen, R., (1983c) "*On kinds of Relevance (Reply to Raymundo Morado)*" en *Crítica*, Vol. XV, No. 45, México, diciembre, pp. 109-110.

(55) Orayen, R., (1985) "*Entailment*, Deducibilidad y condicionales del lenguaje ordinario" en *Revista Latinoamericana de Filosofía*, Vol. XI, No. 3, noviembre, pp. 217-237.

(56) Orayen, R., (1988a) "¿Son coherentes las intuiciones básicas de la lógica relevante?" en Villanueva, (comp.) *Cuarto simposio...*, México, UNAM, pp. 89-103.

(57) Orayen, R., (1988b) "*Respuesta a* Raymundo Morado" en Villanueva (comp.) *Cuarto simposio...*, pp. 107-108, (Ver Morado, (1988a))

(58) Orayen, R., (1988c) "*Réplica a* El problema de la relevancia en la lógica clásica" en Villanueva (comp.) *Cuarto simposio...*, pp. 121-124, (Ver Morado, (1988b)).

(59) Orayen, R., (1988) "Sobre Relevancia, deducibilidad y condicionales: respuesta a Miró Quesada y Dorothy Edgington" en *Revista Latinoamericana de Filosofía*, No. 1, marzo, pp. 53-74.

(60) Orayen, R., (en prensa) *Lógica, Significado y Ontología.* México, UNAM. IIF.

(61) Orayen, R., (no publicado) "Una Solución *Quineana* a una Paradoja en los Fundamentos Lógicos de la teoría de Conjuntos". México, UNAM. IIF.

(62) Platts, M., (1985) "Acerca de los *Portadores de Verdad*" en *Análisis Filosófico.* Vol.V. No.2, pp. 67-75.

(63) Platts, M., (1979) *Ways of Meaning.* London, Routledge and Kegan Paul.

(64) Quine, W. V. (1973) *Filosofía de la Lógica.* tr. Manuel Sacristán. Madrid, Alianza Universidad.

(65) Quine, W.V., (1961) *From a logical point of view.* Cambridge, Massachusetts, 2a. edic.

(66) Quine, W.V., (1961b) "*Logic and the reification of Universals*" en Quine, (1961) pp. 102-129.

(67) Quine, W.V., (1961a) "*On what there is*" en Quine, (1961) pp. 1-19.

(68) Quine, W. V., (1962) *Methods of Logic*. Cambridge Massachusetts, Harvard University Press. 2a. edic.
(69) Quine, W.V., (1967) *Los Métodos de la Lógica*. tr. Manuel Sacristán. Barcelona, Ariel, 2a. edic.
(70) Quine, W. V., (1970) *Philosophy of Logic*. New Jersey, Prentice-Hall.
(71) Quine, W. V. (1960) *Word and Object*. Cambridge Massachusetts, The M.I.T. Press.
(72) Reichenbach, H., (1948) *Elements of Simbolic Logic*. New York, The Mc.Millan Company.
(73) Resnick, R., (1980) *Física; Primera Parte*. tr. Raúl Gómez González. México. Continental.
(74) Robles, J.A., (1976) "Comentarios en torno a Bunge, Margáin y la paradoja" en *Crítica*, Vol. VIII, No. 23, México, agosto, pp. 105-113.
(75) Robles, J.A., (1980) "La Generalidad Múltiple y la Cuantificación en la Lógica de Frege". en Episteme, Año 2, No. 4, Julio-Septiembre, pp. 37-42.
(76) Routley, R., (1982) *Relevant logics and their rivals*, Vol. I, Camberra, Australian National University.
(77) Russell, B., (1970) "*Descriptions*" en *Introduction to Mathematical Logic*. London, George Allen and Unwing LTD, pp. 167-180.
(78) Russell, B., (1905) "*On Denoting*" *Mind* 14, pp. 479-493.
(79) Sánchez Pozos, J., (1980) "Semánticas Intuitivas", Reporte de Investigación 18, UAM, México.
(80) Simpson, T. M., (1975) *Formas Lógicas, Realidad y Significado*. Prólogo de Gregorio Klimovski. Buenos Aires, Editorial Universitaria, 2a. edic.

(81) Simpson, T. M., (1973) *Semántica Filosófica: Problemas y Discusiones.* Buenos Aires, Siglo XXI, Argentina eds. S.A. (en coedición con Siglo XXI de España).
(82) Smiley, T.J., (1959) "*Entailment and deducibility*" en *Proceedings of the Aristotelian Sociaty*, Vol. 59, pp. 233-254.
(83) Strawson, P.F., (1952) *Introduction to Logical Theory.* London, Meuthen.
(84) Strawson, P.F., (1986) "*'IF' and '⊃'*" en Grandy y Warner (eds.) *Philosophical Grounds...* pp. 229-242.
(85) Strawson, P.F. (1973) "Sobre el referir" en Simpson, *Semántica...* pp. 57-86.
(86) Suppes, P., (1972) *Axiomatic Set Theory.* New York, Dover Publications.
(87) Tarski, A., (1956) *Logic, Semantics, Metamathematics.* Oxford, Oxford University Press.
(88) Tarski, A., (1956a) "*The concept of truth in the formalized languages*" en Tarski, (1956) pp. 152-278.
(89) Tarski, A., (1956b) "*On the concept of logical consequence*" en Tarski, (1956) pp. 409-420.
(90) Tarski, A., (1949) "*The semantic conception of truth in the formalized languages*" en H. Feigl and W. Sellars (eds.) *Readings in Philosophical Analysis.* New York.
(91) Villanueva, E. (comp.), (1988) *Cuarto simposio internacional de Filosofía*, Vol. I, México, UNAM.
(92) Williams, B., (1986) "Decidirse a Creer" en *Los Problemas del YO.* tr. José M. G. Holguera. México, IIF. UNAM, pp. 181-200.
(93) Wolf, R.G., (1978) "*Are relevant logis deviants?*" en *Philosophia*, Vol. 7, No. 2, Junio, pp. 327-340.

ÍNDICE