

01168
4
2ej.

**ANALISIS DEL PROBLEMA DE EXPANSION
DE UN SISTEMA ELECTRICO**

PRIMA OSORNO GUADARRAMA

TESIS DE MAESTRIA

Presentada a la División de Estudios de Posgrado de la

FACULTAD DE INGENIERIA

de la

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**TESIS CON
FALLA LE ORIGEN**

Como requisito para obtener
el grado de

**MAESTRO EN INGENIERIA
(Investigación de Operaciones)**

CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F., DICIEMBRE, 1991.





UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

| | Página |
|--|--------|
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| Panorama Nacional | 4 |
| Inventario Energético Nacional | 6 |
| Antecedentes Históricos de la Electricidad | 8 |
| Problemas Básicos | 11 |
| Objetivos del Trabajo y Partes que lo Componen | 14 |
| | |
| CAPÍTULO I | |
| El Sector Eléctrico | 16 |
| 1.1. La Situación Energética en México | 16 |
| 1.2. El Sistema Eléctrico Nacional | 20 |
| 1.3. Descripción del Sistema Eléctrico Nacional | 23 |
| 1.4. Características de la Operación | 30 |
| | |
| CAPÍTULO II | |
| Pautas para el Análisis del Problema de Expansión de Capacidad de un Sistema Productivo | 36 |
| 2.1. Análisis del Sistema Productivo | 37 |
| 2.2. Modelo Formal | 43 |
| 2.3. Enfoques del Problema: Sector Privado y Sector Público | 44 |
| 2.4. Tipos de Expansión de Sistemas Productivos | 47 |
| 2.5. Problema de Localización | 49 |
| 2.5.1. Localización Simple | 49 |
| 2.5.2. Localización Múltiple | 50 |
| 2.5.3. Secuenciación de Proyectos | 52 |

| | Página |
|---|--------|
| 2.6. Planteamiento del Problema como un problema de Programación Lineal | 53 |
| 2.6.1. Construcción de la función Objetivo | 54 |
| 2.6.2. Construcción de las Restricciones | 54 |
| 2.6.3. Solución del Problema e Interpretación de Resultados | 55 |
| | |
| CAPITULO III | |
| El Problema de Expansión del Sistema Eléctrico Nacional | 56 |
| 3.1. Problemática del Sistema | 57 |
| 3.1.1. Indicadores Económicos | 57 |
| 3.1.2. Características Técnicas del Problema | 59 |
| 3.2. Modelo Formal | 63 |
| 3.2.1. Presentación del Modelo | 63 |
| 3.2.2. Modelado de los Elementos | 69 |
| 3.2.3. Función Objetivo | 72 |
| 3.2.4. Restricciones del Problema | 75 |
| 3.3. Solución del Problema | 79 |
| | |
| CAPITULO IV | |
| Estructura del Programa en el Paquete de Programación GAMS | 80 |
| 4.1. Estructura del Programa GAMS | 82 |
| 4.2. Ajustes al Modelo | 83 |
| 4.3. Detalle de Simplificaciones | 83 |
| 4.4. Interpretación de resultados | 87 |
| 4.5. Listados de entrada y salida | 88 |
| Listado 1: Archivo de Entrada GAMS | 89 |
| Listado 2: Resumen de Archivo de Salida GAMS | 99 |

| | Página |
|---|--------|
| CONCLUSIONES | 116 |
| APENDICE A | |
| Conceptos básicos de Programación Lineal | 120 |
| A.1. Generalidades | 120 |
| A.2. Teorema Fundamental de la Programación Lineal | 122 |
| A.3. Relaciones Importantes de la Programación Lineal con Convexidad | 124 |
| A.4. Problemas Lineales Duales | 125 |
| APENDICE B | |
| Ramificación y Acotamiento en Programación Mixta | 132 |
| B.1. El Problema de Programación Entera Mixta | 132 |
| B.2. Ramificación y Acotamiento | 133 |
| APENDICE C | |
| Cálculo de los Costos en Valor Presente Neto | 137 |
| APENDICE D | |
| Instrucciones Generales para el Uso del Paquete GAMS | 146 |
| D.1. Instalación del Paquete GAMS | 146 |
| D.2. Edición de un archivo de entrada GAMS | 148 |
| D.3. Obtención de un archivo de salida GAMS | 148 |
| BIBLIOGRAFÍA | 150 |

INTRODUCCION

En la actualidad el hombre se encuentra cotidianamente frente a innovaciones tecnológicas. Estas innovaciones demandan para su funcionamiento, *energéticos*, que como se sabe, no sólo se encuentran en la naturaleza, como el petróleo y el uranio, sino que también existen otras formas de energía, como la *eléctrica*, que el hombre produce para satisfacer sus necesidades.

Los estudios dirigidos a inventariar estos *energéticos* ponen un alerta a la humanidad acerca de aprender a administrar su explotación, ya que algunos de éstos, además de ser recursos no renovables, su explotación implica un costo elevado.

Afortunadamente, hablar de "*crisis energética*", en términos de una escasez de recursos a nivel mundial, es poco realista. La crisis energética es más un asunto de *disponibilidad*, no uniforme -en espacio y tiempo- de dichos recursos, de precios altos e inestables de la energía en el mercado mundial y de *factores sociopolíticos* en general. Los problemas de energéticos están íntimamente relacionados con los económicos.

En años recientes el suministro energético, de la economía mundial, dependía de combustibles fósiles, a precios de mercado mundial no sólo reducidos, sino descendentes en términos reales. Cuando a principios de la década de los setentas, se interrumpió esta tendencia a la baja en los precios de la energía, la economía mundial se sacudió. Esto, aunado al temor creciente que se observó en los países industrializados por las posibles interrupciones en el suministro de hidrocarburos, constituye la llamada *crisis energética*, [ALTE85].

Un motivo que inquieta, tratándose de *energéticos*, es su costo, y éste seguramente continuará aumentando en el futuro; las posibles bajas de precios de algunos energéticos en el mercado mundial sólo podrán mantenerse temporalmente respondiendo más a condiciones de mercado que a su costo. Por otro lado, estimar los precios futuros de fuentes alternativas *no convencionales* (como la solar, la eólica, la biomasa, etc.), también resulta complicado debido al hecho de que muchas de las tecnologías para su aprovechamiento están aún bajo investigación y en un desarrollo relativamente incipiente.

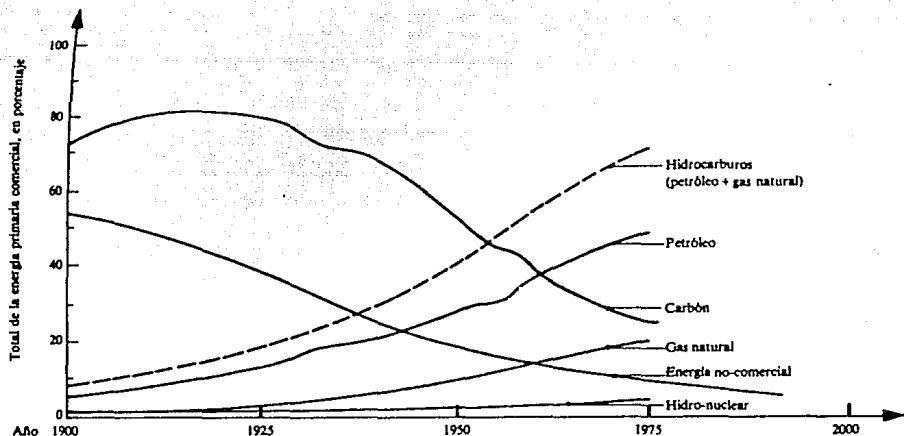
Una idea del crecimiento experimentado por la oferta y demanda mundial de energéticos, podemos obtenerla analizando los datos siguientes: entre 1925 y 1975 la *población mundial* creció en más de un 100% y el *producto mundial bruto* se multiplicó por seis en términos reales. En ese mismo lapso el *consumo mundial* creció casi a la par del *producto mundial bruto*, multiplicándose también por seis al pasar de 38 a 215 quads¹ por año. Durante el mismo período el consumo mundial de energía eléctrica se multiplicó por 30, pasando de 190 TWh² en 1925 a 6,480 TWh en 1975. La evolución de la composición porcentual del consumo de energéticos se ilustra en la Figura 1, aquí puede apreciarse el fuerte crecimiento que experimentan en este período los hidrocarburos.

Tanto en la producción como en el consumo de energía existen diferencias importantes entre los países industrializados, los países en desarrollo y los países de economía centralizada³. En la Tabla 1 se muestra el consumo de energía, el producto bruto y la población de cada uno de estos grupos de países en 1925 y 1975, expresados como porcentajes de los totales mundiales correspondientes.

¹Un QUAD = 10^{15} barriles de petróleo crudo por año (BTU)

²TWh = 10^9 KWh; Tera = 10^{12} ; Giga = 10^9 ; Mega = 10^6 ; Kilo = 10^3

³Llamados también países de economía planificada o socialistas



Composición porcentual del consumo mundial de energía a lo largo del tiempo según las fuentes principales (se consideró como 100% al total de la energía primaria comercial)

Figura 1

Consumo de energía comercial, Producto Bruto y Población, por grupos de países en 1925 y 1975, expresados como porcentajes de los totales mundiales

| | Mundial 1925-1975 | | Industria Ilizados 1925-1975 | | Economía Centralizada 1925-1975 | | En Desarrollo 1925-1975 | |
|------------------------------------|----------------------|-----|------------------------------------|----|---------------------------------------|----|----------------------------|----|
| Consumo de Energía Comercial | 100 | 100 | 86 | 59 | 9 | 29 | 5 | 12 |
| Producto Bruto | 100 | 100 | 74 | 64 | 13 | 22 | 13 | 14 |
| Población | 100 | 100 | 23 | 18 | 38 | 33 | 38 | 49 |

Fuente: Energy Economics Growth, Resources and Policies, [ALTE85]

Tabla 1

La distribución mundial de las reservas probadas en 1977 de los principales recursos energéticos se indican en la Tabla 2. Las cifras de esta tabla, se consideran útiles para dar idea de la magnitud de dichas reservas, sin olvidar que éstas pueden variar de acuerdo a la fuente de información debido a que frecuentemente se basan en definiciones e hipótesis diferentes o en información parcial. De estos datos se puede concluir que los países en desarrollo cuentan con reservas de carbón y uranio relativamente pequeñas, sobre todo de uranio [ALTE85].

Además del consumo de energía llamada "comercial", existe otro tipo de energía⁴, importante en los países en desarrollo, a base de leña y carbón vegetal. La contribución de este tipo de energía en el consumo mundial ha descendido, pero algunos autores [ALTE85] estiman que su contribución, en 1975, representaba entre el 9% y el 13% de la energía comercial mundial.

PANORAMA NACIONAL

El sector energético nacional, desde la década de los 40's, ha manifestado un desarrollo acelerado. Entre 1960 y 1972, mantuvo una tasa anual de crecimiento de 9.3%, la cual fué mayor que el producto interno bruto (PIB) de ese periodo. Hasta 1970, el país fué prácticamente autosuficiente en recursos energéticos. Un consumo que crecía a una tasa más elevada que la oferta provocó que entre 1970 y 1973 se recurriera a la importación, aunque en cantidades relativamente pequeñas de petróleo y carbón.

Las expectativas en ese momento hacían pensar en una dependencia del exterior a largo plazo, sólo que las reservas encontradas en el sureste del país, cambian radicalmente la situación, recuperando México la autosuficiencia energética y convirtiéndose en exportador importante de hidrocarburos. A la fecha éstos constituyen la principal fuente de energía primaria y de recursos del país.

⁴A este tipo de energía se le llama no-comercial y su consumo real es difícil de calcular por estar fuera de control

DISTRIBUCION MUNDIAL DE LAS RESERVAS PROBADAS

DE ALGUNOS RECURSOS ENERGETICOS

COMBUSTIBLES FOSILES (RESERVAS PROBADAS)^a

| | Petróleo Crudo (10 ⁶ x TJ) | Gas natural (10 ⁶ x TJ) | Carbón (10 ⁶ x TJ) | Uranio ^a (10 ³ ton) | Hidroelec- tricidad ^b (MW) |
|---------------------------------|---|--|----------------------------------|--|---|
| Mundial | 3,943.37 | 2,858.18 | 36,267.40 | 1,648 | 2,265.784 |
| Países Industr. | 394.08 | 488.88 | 20,053.70 | 1,355 | 558.234 |
| Países de econ. Centralizada | 598.40 | 1,007.51 | 14,991.28 | ---- | 678.423 |
| Países en Desarrollo | 2,950.89 | 1,179.81 | 1,222.42 | 293 | 1,031.127 |
| América lat. | 247.08 ^c | 120.78 ^e | 97.54 ^e | 56 ^e | |
| México | 85.68 ^e | 33.45 ^e | 13.04 ^c | 5 ^e | |
| | 348.45 ^c | 29.85 ^c | 95.93 ^d | ? | 43.667 ^d |

^a La mayoría de las estimaciones corresponden a 1977, excepto las de hidroelectricidad, que corresponden a 1974, y las que se señalan para América Latina y México correspondientes a 1979 y 1981

^a Reservas razonablemente ciertas que pueden ser explotadas a un costo inferior a 80 dólares por kilogramo de uranio

^b Incluye la potencia instalada. Se refiere al potencial identificado.

^c Estimadas en 1981

^d Estimadas en 1980

^e Estimadas en 1979

Información recabada del Programa de energía; metas al año 1990 y proyecciones al año 2,000: Resumen y Conclusiones, [ALT85]

TABLA 2

Inventario Energético Nacional

Los recursos energéticos disponibles en el país se pueden resumir como sigue:

a) Hidrocarburos. La reserva probada ha tenido un crecimiento muy grande en los últimos años, alcanzando en 1982 una cifra de 90,000 millones de barriles, ($550,800 \times 10^3 \text{ TJ}^5$). Las reservas potenciales, que incluyen a las probadas y las probables, se estiman en 250,000 millones de barriles de petróleo crudo (unos 11,530 millones de TJ). La relación de reservas probadas a producción, pasó de 23.2 años en 1976 a 60 años en 1981 y a 55 años en 1982.

b) Carbón. Se estima que las reservas de carbón del país son poco importantes. Para 1980, se calcularon reservas por 3,275 millones de toneladas de carbón *in situ* (unos 15,675 millones de barriles de petróleo crudo, equivalente a $95,931 \times 10^2 \text{ TJ}$), localizadas prácticamente todas en el estado de Coahuila.

La producción del carbón, tradicionalmente ha estado relacionada directamente a la industria siderúrgica, por lo que todos los esfuerzos de exploración y explotación han estado dirigidos hacia el carbón coquizable.

La Comisión Federal de Electricidad ha puesto en marcha un programa de exploración de las reservas de carbón no-coquizable y se han probado reservas por 600 millones de toneladas (2,872 millones de barriles de petróleo crudo o $17,577 \times 10^3 \text{ TJ}$); la explotación de estas reservas permitió generar un total de 4,000 MW en 1990.

c) Uranio. La explotación de éste energético, en México, se encuentra en franco retraso respecto a otros países, es hasta fines de los años setentas que se ha explorado sólo el 10% del territorio

⁵TJ = TERAJULIOS = 10^{12} JULIOS (Unidad de energía del Sistema Internacional de Unidades). Se incluye una tabla de conversión de unidades al final de este trabajo

nacional. Las reservas probables en 1980 se estiman en 32,000 toneladas de $U_3O_8^6$ y las potenciales en 225,000 toneladas. Sin embargo, las reservas probadas sólo representan una pequeña cantidad que asciende a 1474 toneladas, y que alcanzarían para alimentar la planta nuclear de Laguna Verde durante su vida útil (1,200 MW)⁷. La cifra mencionada puede crecer considerablemente si tomamos en cuenta que la mitad del territorio nacional presenta características geológicas y geofísicas favorables, [ALTE85].

d) Energía Eléctrica. En éste aspecto existe un potencial bastante interesante, el potencial hidroeléctrico máximo teórico asciende a 450 TWh por año, la capacidad instalada en plantas hidroeléctricas en 1979, ascendía a 5,220 MW, habiéndose generado 17,800 GWh (equivalente a 14 millones de barriles de petróleo crudo e igual a 85.7×10^3 TJ) o cerca del 30% del total de la energía eléctrica generada durante ese año.

En 1981, la capacidad instalada pasa a 6,550 MW por lo que de acuerdo con Javier González Villarreal [RING80], sólo se está aprovechando aproximadamente el 15% del potencial hidroeléctrico identificado.

e) Geotermia. El potencial geotérmico de México presenta características favorables (zonas de vulcanismo reciente y manifestaciones termales). La explotación de esta fuente aporta al sistema eléctrico nacional, por medio de los acuíferos de *Cerro Prieto* en Baja California y *Los Azufres* en Michoacán, 180 MW, con otros 440 MW en construcción.

Cada uno de los energéticos que requiere la sociedad moderna, presenta características especiales, tanto en su obtención como en su

⁶ Composición química del uranio en su forma natural

⁷ Estimaciones realizadas en 1978

procesamiento y distribución. La electricidad⁸, es junto con el petróleo, el energético de mayor importancia en el mundo moderno, por su impacto económico y social. El petróleo juega dentro de las economías de los países que poseen este recurso un papel de primera línea, y de la electricidad se dice con justa razón que es el energético que "mueve el mundo moderno".

Dentro del marco de los energéticos, consideraremos uno en particular, la energía eléctrica. *En este tipo de energía se concentra la atención del presente trabajo.*

Antecedentes Históricos de la Eléctricidad

El fenómeno eléctrico se conoce desde hace mucho tiempo y es una de las manifestaciones de la energía, este se *produce* cuando se *frotan dos cuerpos*, o por una *acción mecánica* cualquiera. La acción que ejerce el ámbar, frotado sobre los cuerpos ligeros, es de los primeros hechos observados. Tales de Mileto, en el año 600 A.C. describe el fenómeno aún cuando no se sabe si es el descubridor. Años después (70 D.C.), Plinio vuelve a mencionar el hecho, citando otra piedra (túrmalina) que goza de la misma propiedad [EDC80].

Los experimentos van sucediéndose, descubriéndose que existe una infinidad de sustancias que son capaces de electrizarse, así como otras que no lo son. De estos conocimientos elementales hasta lo que ahora se conoce como fluido eléctrico ha sido un recorrido muy largo. Inicialmente, su evolución fue lenta, pero a partir de los descubrimientos realizados por Coulomb, Faraday, Ohm, Kirchoff, Joule, Edison, entre otros, su desarrollo ha sido rápido, lo que ha permitido el estado actual del energético.

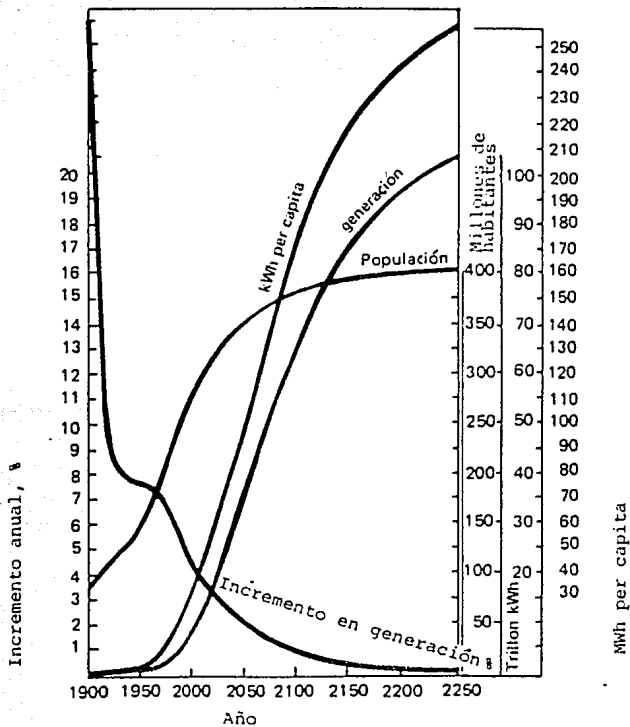
La primera estación central de generación de energía eléctrica, basada en el principio de *corriente directa*, se construyó en Nueva York, en 1882, por Thomas Alva Edison. El cual fue el primero en darle uso a la electricidad, [VIQ88I]. A partir de éste momento, las principales potencias económicas dedican grandes esfuerzos y presupuesto a la investigación dirigida a mejorar las técnicas que

⁸ Electricidad es un energético secundario dado que se obtiene a partir de un energético primario (hidrocarburo, vapor de agua)

permitan obtener electricidad suficiente para cubrir una demanda siempre creciente.

En la Figura 2, puede apreciarse el patrón de crecimiento del sistema eléctrico, en los Estados Unidos.

Entre los descubrimientos que motivaron cambios en las políticas de transmisión, se encuentra la invención del *transformador*, el cual permite otra forma de electricidad, llamada *corriente alterna*. Hoy día, las técnicas de conversión de energía han mejorado y se estudia la posibilidad de manejar en la transmisión, la corriente directa, por las ventajas que ofrece en cuanto a ahorro en pérdidas de potencia, cuando el fluido viaja grandes distancias.



Patrón de crecimiento del Sistema Eléctrico de E.U.A.
[YOUSO]

Figura 2.

PROBLEMAS BÁSICOS:

De los *problemas básicos* que enfrenta el energético eléctrico cabe mencionar los siguientes:

- El fluido eléctrico *no es susceptible de almacenamiento*.
- La *demand*a del fluido presenta un *comportamiento irregular* en el tiempo ya que está sujeto a aspectos ambientales. Así también, el crecimiento de ésta, se ve afectado por aspectos demográficos, Figura 3.
- La dificultad de *compatibilizar* la *distribución de potencia* debido a la *lejanía* entre las fuentes de generación y los centros de consumo.

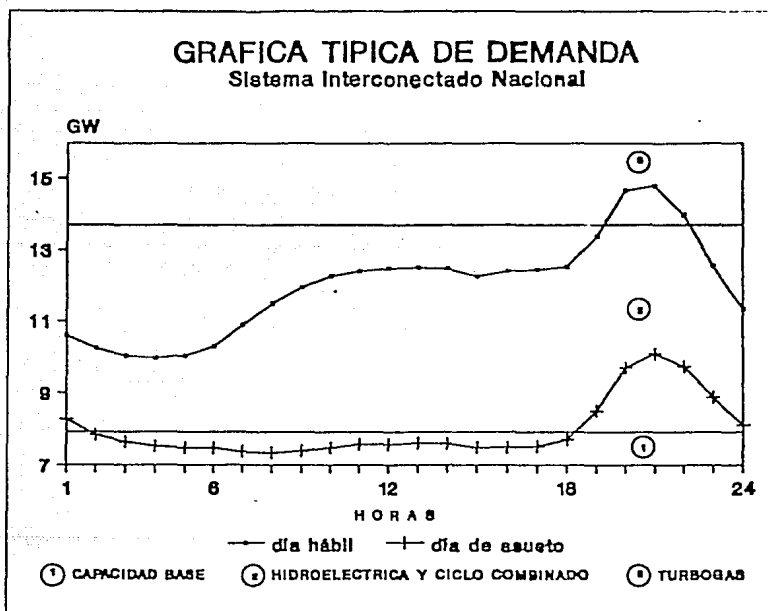


Figura 3

La gráfica muestra una curva típica de demanda para un día hábil y un día de asueto y pretende ilustrar en forma conceptual la manera en que se despachan los medios de generación disponibles. [PSE94]

- El aspecto ecológico también presenta algunas dificultades, ya que ante la necesidad de crear nuevos centros generadores, se desestabiliza el medio ambiente local. Este problema se manifiesta, no sólo cuando se trata de fuentes nucleares y térmicas, sino también en el caso de hidroeléctricas, cuyos efectos económicos son importantes, pero en algunos casos, produce efectos sociales no deseables.

Respecto a las fuentes no convencionales de energía, no ha sido posible cuantificar sus repercusiones en el ambiente, cuando estas sean explotadas masivamente; a pequeña escala la que más preocupa es la biomasa, por el proceso que requieren los residuos y desechos agrícolas, forestales, animales y urbanos. La biotecnología tendrá, seguramente, efectos importantes en la próxima década, pero se requiere mucho más tiempo para poder contar con su apoyo.

- Los problemas antes citados forman parte de la problemática que afronta el Sector Eléctrico. La imposibilidad de almacenar el fluido eléctrico en cantidades significativas, impide preparar reservas que evitarían el alto costo en que se incurre, cuando se genera el fluido en el momento de presentarse las cargas. De la misma forma influye la irregularidad de la demanda.

- El crecimiento de la población y del sector industrial, requiere que el Sector Eléctrico cuente con un Estudio del Desarrollo del Mercado eléctrico, que apoye sus Programas de Expansión en la capacidad de generación y por ende en la infraestructura de transmisión y distribución del fluido.

- La dificultad de compatibilizar la distribución de potencia desde puntos lejanos, las pérdidas de potencia al viajar grandes distancias, así como lo costoso que resulta transportarlo, requiere de una regionalización de las fuentes generadoras.

De lo antes expuesto, se puede deducir, que estudios encaminados a mejorar el aprovechamiento de los energéticos y de la electricidad, en particular son bienvenidos modelos que representen esta problemática y coadyuven a reducir costos en su generación, reducir pérdidas en la transmisión y mejorar su distribución; modelos que permitan llevar a cabo pronósticos confiables de la demanda futura y que sean la base de la expansión del sistema son realmente una

necesidad, y es también el objetivo de este trabajo.

Con base en la situación actual del sector eléctrico nacional, el presente trabajo, en el Capítulo III, se propone analizar un modelo matemático que contempla los principales problemas que enfrenta un sistema eléctrico de potencia.

Aplicando técnicas de Investigación de Operaciones a dicho modelo, se pretende obtener de él información que permita tomar decisiones correctas acerca del crecimiento de dicho sistema. Así también, analizará la factibilidad de implantar éste modelo en un equipo tipo computadora personal (PC), lo que vendría a apoyar la consulta fácil del modelo, en la tarea de toma de decisiones. Actualmente el modelo está propuesto para implantarse en equipo de cómputo de tipo macro, dada su dimensión y complejidad, éste requiere de gran cantidad de memoria.

A fin de llevar a cabo este trabajo, se consideran las simplificaciones necesarias del modelo original, para permitir la implantación de dicho sistema en el equipo mencionado, cuidando en todo momento que los objetivos originales se conserven.

La filosofía de la Investigación de Operaciones tiene como propósito principal atacar los problemas relacionados con la expansión y/o el mejor funcionamiento de sistemas que, como el del sistema eléctrico, debe operar con un alto grado de confiabilidad, además de maximizar la utilización del fluido generado o, dicho de otra manera, minimizar las pérdidas en la transmisión y los costos de operación. Es por este motivo que el problema que aquí se presenta se considera de gran interés no solo dentro del campo de la Investigación de Operaciones sino también dentro del contexto energético, y por tanto de la economía nacional.

OBJETIVOS DEL TRABAJO Y PARTES QUE LO COMPONEN

El objetivo de este trabajo consiste en formalizar una metodología para analizar y resolver el problema de expansión de capacidad de un sistema productivo en general y de uno eléctrico en particular.

Como objetivo colateral de este trabajo se tiene el uso del paquete de programación matemática GAMS (General Algebraic Modeling System) para obtener la solución, como una herramienta alternativa a los paquetes existentes, ya conocidos en el Departamento de Sistemas del Posgrado de la Facultad de Ingeniería, así como la promoción del uso de este paquete, con base en los resultados que se obtengan. Independiente de este trabajo, la experiencia lograda será plasmada, en forma compacta, en una *Guía del Usuario* de este paquete.

Este trabajo se desarrolla como sigue: en el capítulo I se trata de situar al lector en la problemática del sector eléctrico, considerando a éste como parte de una problemática mayor; esto es, la problemática energética del país. Se describen los componentes del Sistema Eléctrico, sus funciones y los problemas principales que enfrenta cada uno de ellos.

En el capítulo II se plantean pautas para cómo proceder o determinar que un sistema productivo requiere expandir su capacidad, y en qué medida, lugar y momento se debe llevar a cabo lo anterior. De esta manera se pretende conformar una metodología que ayude a analizar este problema.

En el capítulo III se aborda el problema de expansión del Sistema Eléctrico Nacional aplicando la metodología expuesta en el capítulo II. Se destacan de la problemática expuesta, las variables relevantes, así como las restricciones a que dan lugar los aspectos técnico,

social, económico, etc., de cada una de las partes del sistema; También se exhibe un modelo matemático que lo representa y que se puede resolver por alguno de los métodos de Programación Matemática.

En el capítulo IV, mediante el paquete de Programación Matemática GAMS, se resuelve el problema de expansión del sistema eléctrico utilizando una forma simplificada del problema real. Asimismo, se evalúan e interpretan los resultados obtenidos. Las Conclusiones, Apéndices y Bibliografía constituyen la parte final del trabajo.

CAPITULO I

EL SECTOR ELECTRICO

El Sector Eléctrico en México, miembro de la SEMIP¹, constituido por la Comisión Federal de Electricidad (CFE), organismo público descentralizado, entidad creada en aplicación de una ley del 17 de agosto de 1937 y administrada por el Decreto del 14 de enero de 1949, tiene como función primordial satisfacer las necesidades de energía eléctrica de los usuarios. Este Sector juega un papel muy importante en el desarrollo económico y social de cualquier país, ya que el uso final de su producto es insustituible. Para atender a una demanda creciente del fluido, el Sector Eléctrico tiene necesidad de expandir su sistema. La expansión del sistema requiere de una cuidadosa planeación del Sistema Nacional de Electrificación que tenga presente por una parte dar respuesta a la demanda, y por otra optimizar los recursos que se requieren. Entre los recursos que se requieren se pueden mencionar la infraestructura disponible, recursos naturales, financieros, etc.. Atender éste problema genera una problemática compleja, la cual se discute en este capítulo.

Este capítulo se desarrolla como sigue: primeramente se describe la *Situación energética en México*, en la segunda sección se describen las características básicas del *Sistema Eléctrico Nacional* y en la última las *Características de la operación*.

1.1. LA SITUACIÓN ENERGÉTICA EN MÉXICO

En el contexto energético nacional, cada una de las distintas formas de energía es importante, pero su contribución no puede medirse en términos absolutos. Es su aportación, con relación a la demanda energética (o de los requerimientos de energía²) lo que interesa. Así

¹ SEMIP: Secretaría de Energía y Minas e Industria Paraestatal es el organismo que controla el Sector energético de la Economía Nacional

² Los requerimientos de energía incluyen necesidades energéticas que no necesariamente se consideran como demanda de energía comercial

que parte del problema está en evaluar, para cada intervalo de tiempo que se considere, la *demanda total de energía* que corresponda. Para esto es necesario considerar, a fin de hacer un *buen pronóstico*, las *variables* que influyen en la *demanda a satisfacer*. Esta predicción, deberá tomar en cuenta el *crecimiento económico*, el *crecimiento poblacional*, la *composición del producto interno bruto (PIB)* por tipo de bienes producidos, el *estilo de vida*, las *políticas económicas y energéticas* que serán adoptadas.

Analizando los datos históricos, estos señalan una fuerte *correlación* entre *demanda total de energía* y *crecimiento económico*, (manifestándose la tasa de crecimiento de la primera ligeramente mayor que la segunda); así, predecir la *demanda energética* equivale a predecir el *crecimiento económico*, aún cuando esta manera de ver ambas variables plantea dificultades, ya que dependerán de las *políticas energéticas* adoptadas tendientes a la conservación y uso racional de la energía, [ALTESS].

Determinar la *demanda total* (o los requerimientos) de *energía* es sólo un primer paso para poder estimar la contribución de las diferentes fuentes de energía. Dicha demanda puede satisfacerse de diferentes maneras. En términos generales dado que *todo proceso de conversión de energía* implica siempre *pérdidas y costos*, racionalmente, la *política debería ser la de adecuar cada uso final de la energía*, el *tipo de fuente* y la *tecnología más apropiada*, obteniendo así, una base de *suministro energético diversificado*.

Si consideramos el *transporte de la energía*, éste genera *costos y pérdidas asociados*, por lo que sería lógico distribuir geográficamente la generación de energía, de acuerdo a la distribución de la demanda.

La situación, aunque racional y lógica, desgraciadamente no resulta sencilla. Por una parte, los diferentes energéticos no están igualmente disponibles, tampoco son iguales sus costos de explotación, ni las inversiones de capital requeridos, ni sus precios. Por otra parte, existen factores de *economía de escala*³, que pueden compensar los costos de transporte de energía.

³ Por economías de escala se entiende el ahorro que representa que al aumentar la producción se logra mayor eficacia y disminuyen los costos

Adicionalmente, los equipos disponibles en el mercado, y que se emplean en diferentes actividades, han sido diseñados para consumir un cierto tipo de energía y no siempre pueden adaptarse fácilmente al uso de otras fuentes; la adquisición de tecnología del exterior, obliga necesariamente al país o región que la solicita, a depender de un cierto tipo de fuente energética.

Para garantizar la seguridad en el suministro energético a nivel nacional o regional, pueden definirse preferencias de una fuente sobre otra o limitarse al consumo de una de ellas, un ejemplo de esto es el reciente énfasis en el uso del carbón (e incluso en fuentes nuevas), en algunos países industrializados, interpretado como medida de protección contra posibles embargos de hidrocarburos, aunque esto no se justifique tecnológicamente o desde el punto de vista de costos.

El sector eléctrico es parte importante dentro de la estructura económica del país, ya que forma parte de los 10 sectores más importantes de la economía nacional.

El comportamiento histórico de las variables económicas oferta y demanda en este sector [ALTE85] se resume en las siguientes conclusiones:

1. México puede considerarse entre los países que son a la vez grandes *productores y consumidores* de energía.
2. La oferta de recursos energéticos está controlada en su totalidad por el Estado. En 1974, Petróleos Mexicanos, la Comisión Federal de Electricidad y la Compañía de Luz y Fuerza del Centro representaban entre ellas la tercera parte de la inversión pública.
3. La estructura de la oferta de energía primaria⁴ con destino interno ha permanecido igual durante la última década, apoyándose principalmente en los hidrocarburos.

La composición de la oferta por fuentes energéticas, en 1972, era:

⁴Se conoce como energía primaria aquella que se obtiene directamente de la naturaleza como el petróleo

90.6% hidrocarburos, 5.3% carbón, y 4.1% energía hidráulica, 0.3% geotérmica y 1.9% importaciones.

4. La dinámica de la demanda de *energía primaria* y de la *energía secundaria*, ha sido distinta. La primera ha presentado una tasa de crecimiento más acelerado que la segunda.

La *demandada interna* de *energía primaria*, pasó de 142,000 millones de barriles de petróleo crudo (MBPC) en 1960, a 332.3 MBPC en 1972, 471.7 MBPC en 1976 y 753.2 en 1981. Esto representa una tasa anual promedio de crecimiento de aproximadamente 7.5% entre 1960 y 1972, y cerca de 9.5% entre 1972 y 1981.

La *demandada interna* de *energía secundaria* en ese período, observó entre 1960 y 1972 una tasa anual promedio de crecimiento de 6.8%, y en entre 1972 y 1981 de 7.8%.

5. La estructura de la *demandada interna* de *energía primaria* por destinos principales, en 1972, era la siguiente: industria 46.8%, transporte 38.3%, doméstico 11.6%, agrícola 1.6% y otros 1.7%. Para 1979 las cifras fueron: *sector energía* 34.4%, industria 24.9%, transportes 23.7%, doméstico 6%, y otros 10.9%. Para 1980 la demanda se repartió en la forma siguiente: *sector energía* 35.2%, industria 26.22%, transporte 24.25%, doméstico 5.8%, y otros 8.6%.
6. La mayor parte de la demanda de *energía secundaria* se cubre con productos derivados del petróleo. Entre 1972 y 1980 la energía eléctrica sólo representó el 8% del total de la demanda de energía secundaria, mientras que por otra parte, su participación de la demanda interna de energía primaria ha pasado del 14.1% en 1960 al 18.5% en 1972 y cerca de 23% en 1979.
7. La distribución del consumo, se encuentra concentrado principalmente en las ciudades de: Guadalajara, Monterrey y el D.F., correspondiendo a este último el mayor consumo de energía eléctrica.
8. Los precios de los energéticos al consumidor se ha mantenido en México bajos y relativamente estables desde la década de los sesentas.

A pesar de los datos anteriores, el sector eléctrico es uno de los más dinámicos de la economía, ya que en la década de los setentas registró una tasa promedio anual de crecimiento de 10%.

No obstante el crecimiento de la red eléctrica en 1979, el 28% de la población no cuenta con ese servicio, inclinándose hacia la población rural esta deficiencia. El 61% de la población consume el 98% de la energía eléctrica generada.

Tradicionalmente, la falta de planeación ha caracterizado la oferta energética, ésta ha venido supeditándose a una demanda no planificada, ni nacional ni sectorialmente. Así se ha favorecido una situación energética inestable. La política de precios bajos de los hidrocarburos ha desalentado el uso de otros recursos, provocando un consumo excesivo de energía por unidad de producto interno bruto.

Los planes de inversión del sector energético, generalmente, se han basado en precios internos vigentes, sin tomar en cuenta aspectos tales como la seguridad del suministro y el grado de dependencia del exterior, el valor estratégico de recursos no-renovables, los costos sociales de cada estrategia de desarrollo del sector y el valor de desarrollo tecnológico interno.

Afortunadamente, en 1980, La Secretaría de Patrimonio y fomento Industrial, dió los primeros pasos para corregir esta situación, elaborando un Programa de Energía para el país, con metas para 1990 y proyecciones al año 2000.

1.2 EL SISTEMA ELÉCTRICO NACIONAL

En México la generación de energía eléctrica se inicia hasta principios de este siglo, con pequeñas plantas privadas para uso industrial, con una *capacidad instalada* aproximada de 20 MW⁵. En 1960 contaba con una capacidad de 2300 MW y para 1981 alcanza 17,400 MW.

Desde sus inicios, el crecimiento y desarrollo experimentado por

⁵ Megawatts = 10⁶ watts

los sistemas eléctricos ha alcanzado una complejidad difícil de igualar por otros sistemas.

Sobre el futuro de los sistemas eléctricos se ha especulado con tratar de simplificarlo y hacer innecesario todo ese aparato complicado a que hemos llegado, pero hoy día, a una década del siglo XXI, los expertos opinan que aún tendremos que depender de los sistemas de suministro eléctrico interconectados, y que en este campo nos espera una evolución más que una revolución tecnológica, [VIQ881].

En 1988 el Sistema Interconectado Nacional (SIN), contaba con una potencia instalada de 23.912 GWh,⁶ habiendo generado 93.35 TWh⁷. De esta energía, el 20.4% se produjo con centrales hidroeléctricas, el 67.1% con unidades de vapor-combustóleo de ciclo combinado y turbina de gas, el 4.6% con geotermoeeléctricas y el 7.9% con vapor de carbón. La aportación fuera del SIN fue de 1.9 GW instalados y la generación, de 8.4 TWh se realizó en un 84% con unidades de vapor-combustóleo, un 31% con centrales geotérmicas y el 5% restante con turbina de gas y motores diesel (Tabla 1.1), [YOU90], [PAL90].

El Estudio de Mercado Eléctrico [DME94], para el año de 1994, demanda generar una energía necesaria bruta de 166,153 GWh para atender una demanda de energía necesaria bruta de 158,071 GWh. Las ventas totales esperadas para este mismo año son de 138,381 GWh para sus diferentes tipos de usuarios.

La necesidad de incrementar en forma constante la capacidad de generación del fluido eléctrico, para responder adecuada y oportunamente a los requerimientos de este tipo energía, seguirá los lineamientos generales del Plan Nacional de Desarrollo 1989-1994 y del Programa Nacional de Modernización energética, actualmente en elaboración [IDL89].

⁶ Gigawatts: GW = 10^9 watts

⁷ Terawatts = 10^{12} watts

GENERACION BRUTA EN MEXICO (GWH, 1988)

| | HIDRO-ELECTRICA | TERMoeLECTRICA | | | | | | TOTAL |
|---------------------------------|-----------------|----------------|-----------------|----------|--------------------|------------|-----------|---------|
| | | vapor | ciclo combinado | turbogas | combustión interna | geotérmica | carbónica | |
| Sector eléctrico nacional | 20 778 | 60 838 | 7 046 | 474 | 73 | 4 661 | 8 035 | 101 905 |
| Sistema eléctrico nacional | 20 778 | 60 208 | 7 046 | 459 | - | 4 661 | 8 035 | 101 187 |
| Sistema interconectado nacional | 20 778 | 56 986 | 7 046 | 289 | - | 213 | 8 035 | 93 347 |
| Sistema interconectado norte | 1 566 | 22 141 | 2 273 | 242 | - | - | 8 035 | 34 257 |
| Area noroeste | 1 176 | 8 524 | - | 8 | - | - | - | 9 708 |
| Area norte | 23 | 5 145 | 829 | 173 | - | - | - | 6 170 |
| Area noreste | 367 | 8 472 | 1 444 | 61 | - | - | 8 035 | 18 379 |
| Sistema interconectado sur | 19 212 | 34 845 | 4 773 | 47 | - | 213 | - | 59 090 |
| Area central | 5 294 | 15 200 | 2 211 | 21 | - | - | - | 22 726 |
| Area occidental | 1 046 | 18 814 | 955 | 25 | - | 213 | - | 21 053 |
| Area oriental | 12 872 | 831 | 1 607 | 1 | - | - | - | 15 311 |
| Baja california norte | - | 1 190 | - | 17 | - | 4 448 | - | 5 655 |
| Peninsular | - | 2 032 | - | 153 | - | - | - | 2 185 |
| Centrales aisladas | - | 630 | - | 15 | 73 | - | - | 718 |

Tabla 1.1

[YOU90]

1.3. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO

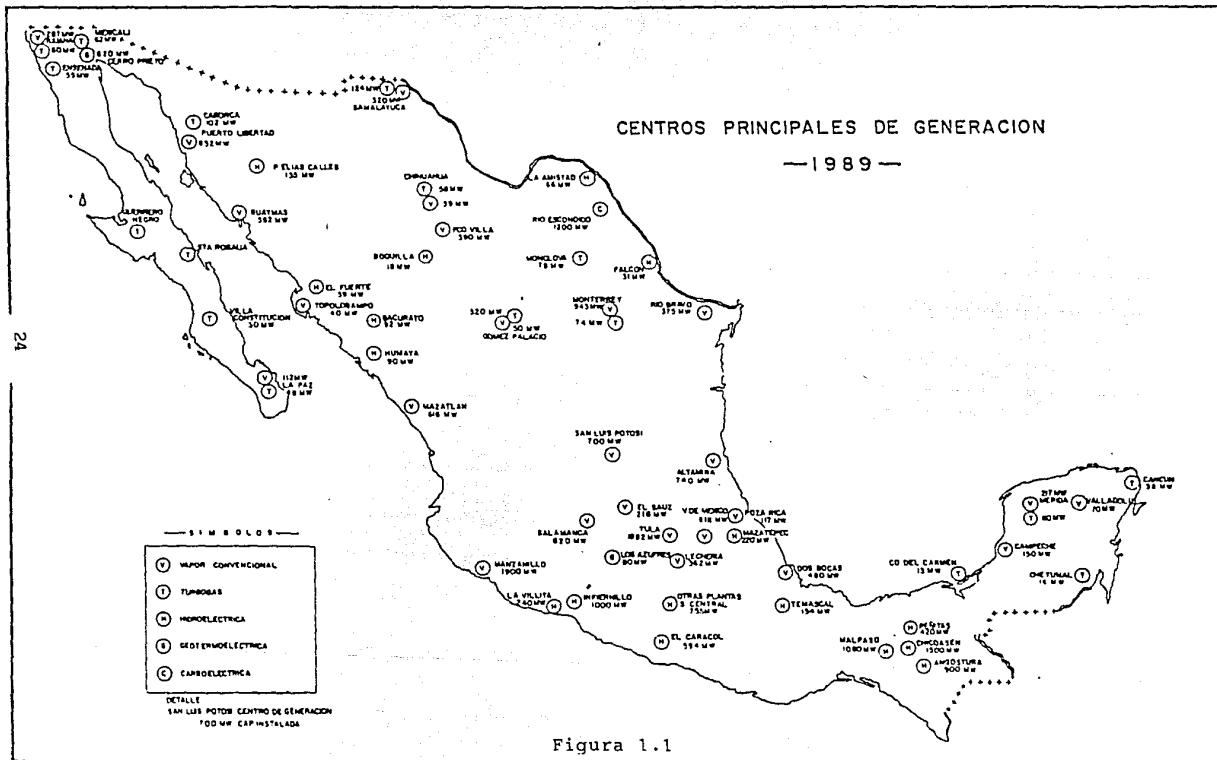
El Sistema Eléctrico está formado por tres subsistemas principales, que son: el Sistema de Generación, el Sistema de Transmisión y el Sistema de Distribución.

EL Sistema de Generación

El Sistema de Generación es el encargado de producir la electricidad. Este se encuentra distribuido en toda la República, sus centros principales de generación se pueden apreciar en la Figura 1.1, [DME99]. En ella se puede observar la capacidad instalada y el tipo de cada una de las fuentes. El sistema presenta peculiaridades propias que deja abierto un campo de estudio amplio e interesante, este sistema genera un producto que no se puede almacenar en cantidades significativas, además debe colocarse tan pronto es generado, por lo que hay necesidad de mantener un balance permanente entre oferta y demanda que evite incurrir en desperdicio del fluido eléctrico generado, en otras palabras, los costos de generación, transmisión y distribución deben minimizarse.

Los costos de generación representan un factor muy importante en el presente estudio. La fuente es diversa y sus costos también, por lo tanto se busca la alternativa más económica en cuanto a tipo de fuente y en cuanto a lugar dónde ubicarla, de tal forma que la electricidad no tenga que recorrer grandes distancias para ser colocada.

Las principales fuentes de generación que se explotan actualmente son: termoelectricas (a base de hidrocarburos o de ciclo combinado: turbogas o vapor), hidroléctricas, geotermoelectricas, centrales carboeléctricas y centrales nucleoelectricas. Históricamente las plantas térmicas han dominado el sistema de generación, como puede observarse en la Tabla 1.2, pero debido a la riqueza en recursos hidráulicos del país, actualmente la generación hidroeléctrica es casi una quinta parte de la generación total.



| año | vapor convencional | % | hidro | combustión % interna | turbina de gas | % | nuclear | % | geo- térmica | % | total |
|------|-----------------------|----|-------|-------------------------|-------------------|---|---------|---|-----------------|---|-------|
| 1960 | 132.5 | 79 | 32.4 | 19 | 2.8 | 2 | 0 | 0 | 0.3 | 0 | 168.0 |
| 1961 | 141.8 | 78 | 35.5 | 20 | 3.0 | 2 | 0 | 0 | 0.4 | 0 | 180.7 |
| 1962 | 150.0 | 78 | 37.3 | 20 | 3.0 | 2 | 0 | 0 | 0.7 | 0 | 191.1 |
| 1963 | 165.7 | 79 | 40.2 | 19 | 3.2 | 2 | 0.6 | 0 | 0.7 | 0 | 210.5 |
| 1964 | 175.0 | 79 | 42.2 | 19 | 3.3 | 1 | 0.9 | 0 | 0.9 | 0 | 222.3 |
| 1965 | 186.6 | 79 | 43.8 | 19 | 3.4 | 1 | 1.4 | 1 | 0.9 | 0 | 236.1 |
| 1966 | 195.4 | 79 | 45.0 | 19 | 3.5 | 1 | 2.0 | 1 | 1.9 | 1 | 247.8 |
| 1967 | 211.1 | 78 | 48.1 | 19 | 3.8 | 1 | 3.3 | 1 | 2.9 | 1 | 269.3 |
| 1968 | 226.8 | 78 | 51.2 | 18 | 4.0 | 1 | 6.2 | 2 | 2.8 | 1 | 291.3 |
| 1969 | 242.2 | 77 | 52.8 | 17 | 4.2 | 1 | 10.1 | 3 | 4.0 | 1 | 313.3 |
| 1970 | 260.0 | 76 | 55.1 | 16 | 4.4 | 1 | 15.5 | 5 | 6.5 | 2 | 341.6 |
| 1971 | 277.8 | 75 | 55.9 | 15 | 4.5 | 1 | 21.9 | 6 | 8.7 | 2 | 368.9 |
| 1972 | 294.1 | 74 | 56.4 | 14 | 4.8 | 1 | 27.7 | 7 | 15.3 | 4 | 398.6 |
| 1973 | 320.6 | 73 | 62.0 | 14 | 5.0 | 1 | 33.4 | 8 | 21.0 | 5 | 442.4 |
| 1974 | 337.3 | 71 | 63.6 | 13 | 5.0 | 1 | 39.6 | 8 | 31.6 | 7 | 477.6 |
| 1975 | 352.9 | 69 | 65.9 | 13 | 5.1 | 1 | 44.1 | 9 | 39.8 | 8 | 508.3 |
| 1976 | 367.9 | 69 | 67.7 | 13 | 5.3 | 1 | 46.6 | 9 | 42.9 | 8 | 531.0 |
| 1977 | 387.8 | 69 | 68.7 | 12 | 5.3 | 1 | 47.9 | 9 | 49.9 | 9 | 560.2 |
| 1978 | 399.5 | 69 | 71.0 | 12 | 5.5 | 1 | 49.0 | 8 | 53.5 | 9 | 574.2 |
| 1979 | 411.7 | 69 | 75.3 | 13 | 5.5 | 1 | 50.6 | 9 | 53.7 | 9 | 597.5 |

CAPACIDAD DE GENERACION INSTALADA NACIONAL (MILLONES DE KW)

[YOU90]

Tabla 1.2

La infraestructura disponible en materia de fuentes de generación es el resultado de los estudios de mercado que para el Sector Eléctrico realiza la CFE anualmente para actualizar sus programas de expansión y para otras aplicaciones relacionadas con la programación a diez años del Sector Eléctrico. La *energía necesaria bruta* que se tiene calculada producir *debe mantenerse por arriba de la demanda máxima proyectada, y con un nivel de confiabilidad aceptable.*

La *eficiencia* del sistema es muy baja (siendo muy altas las pérdidas en las termoeléctricas), de acuerdo a la SEPAFIN^B, en 1975 ésta era del 27.3%, y en 1979 del 29.9%.

Los errores de pronóstico pueden ser por sobre o subestimación, sin embargo, en caso de presentarse un exceso de capacidad, *el costo en que se incurre es menor que el costo de las pérdidas* para el país, si se produce un caso de insuficiencia [DME85-99]. Un caso de exceso de capacidad no es problema, dado que se puede recurrir a ajustes en el ritmo de construcción, nivelando las tasas de crecimiento de la demanda y la capacidad de oferta en corto plazo.

EL Sistema de Transmisión

Mediante el Sistema de Transmisión se efectúa el transporte de la energía, desde el Sistema de Generación hasta el Sistema de Distribución. Durante el movimiento de cargas eléctricas por la línea de transmisión se producen pérdidas. Estas pérdidas son de tipo cuadrático.

Con objeto de disminuir la pérdida de potencia en las líneas de transmisión, se usan los transformadores para elevar el voltaje y así compensar las pérdidas debidas al efecto Joule^B.

Las líneas de transmisión tienen impuestas una serie de

^B Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial (SEPAFIN)

^B Se conoce como efecto Joule a la transformación de energía eléctrica en calor, i.e. es la generación de calor debida a la fricción en el flujo de electrones: $T(E_e) \rightarrow E_c$

restricciones que afectan el valor de la potencia. Los principales problemas [YOU90] que enfrenta son:

- La longitud (tensión del cable)
- El radio del cable
- Adquisición del derecho de suelo para la línea de transmisión
- Compensación de la potencia reactiva para regular el voltaje

EL Sistema de Distribución

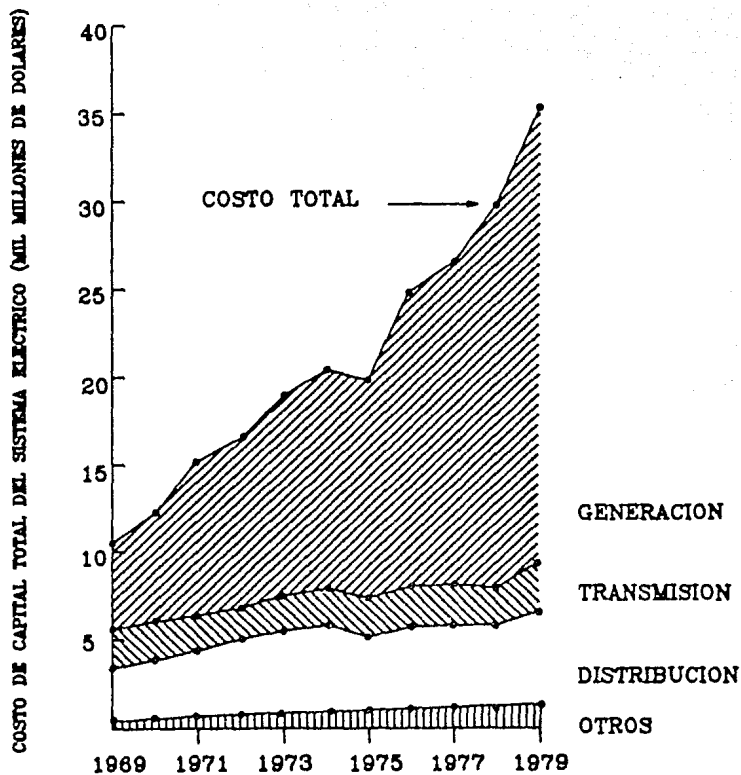
Este sistema conduce la energía eléctrica desde el sistema de Transmisión hasta los usuarios. A diferencia del sistema de transmisión, éste maneja menor voltaje y recorre distancias, en general, también menores. La red de distribución, normalmente tiene forma radial, a manera de árbol y sus principales problemas son la *regulación y la confiabilidad*.

Con la planeación del sistema de Distribución se intenta programar su desarrollo para satisfacer la demanda futura en forma *económica, confiable* y en el *rango de calidad preestablecido*, para lograr esto se resuelven los subproblemas:

- a. Expansión de subestaciones de distribución
- b. Expansión de alimentadores primarios
- c. Diseño del conjunto transformador-red secundaria

La estructura de costos de inversión del sistema eléctrico, se conforma de la siguiente forma; del costo de inversión total, la mayor parte le corresponde al sistema de Generación con un 56%, Transmisión 22% y Distribución 22%. En la Figura 1.2 se muestra gráficamente.

El Sistema Eléctrico Nacional consta de varios subsistemas eléctricos y una red principal de interconexión. El Interconectado Nacional soporta al Interconectado Norte y al Interconectado Sur y el Sistema Peninsular, cada uno de estos interconectados a su vez se dividen en áreas, ver Figura 1.3.



PESOS DE LOS SUBSISTEMAS EN EL COSTO DE CAPITAL

[YOUSO]

Figura 1.2

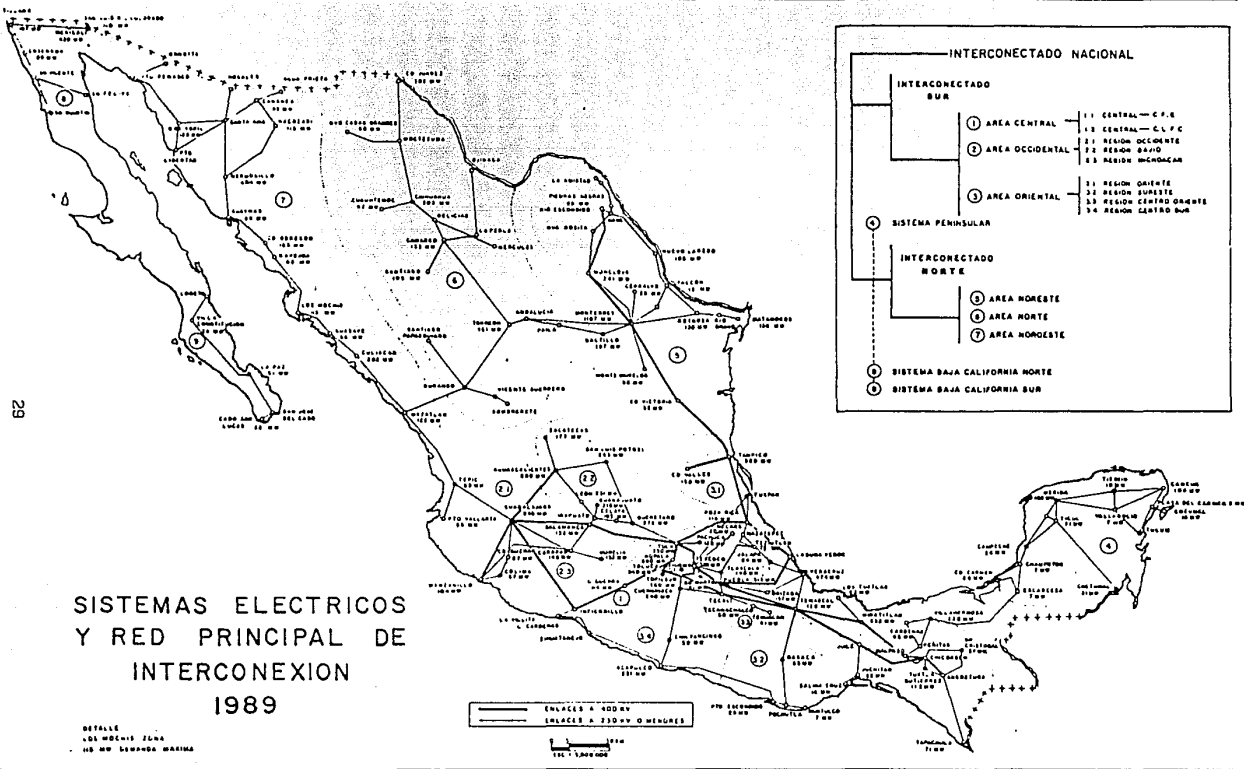


Figura 1.3

1.4. CARACTERÍSTICAS DE LA OPERACIÓN

Las características que presenta el suministro de energía eléctrica, la diferencian de los demás energéticos secundarios, como son, por ejemplo, los productos petrolíferos o el gas. La dificultad que presenta la electricidad para almacenarse económicamente en cantidades significativas implica que, *la potencia eléctrica generada debe ser igual en cada instante a la potencia demandada por los consumidores más las pérdidas del sistema*, esta es una fuerte limitante que soporta el sistema.

Otra característica está dada por la irregularidad de la demanda, la cual es consecuencia de las actividades humanas y en las cuales influye el territorio servido, los ritmos de trabajo (diarios, semanales, anuales), además de la influencia que ejercen los cambios estacionales. Esta variabilidad de la demanda viene a ser también una restricción para el sistema.

Por otro lado, la energía eléctrica debe suministrarse con una cierta calidad que permita utilizar los equipos eléctricos con un funcionamiento adecuado. La calidad del suministro está definida por tres aspectos importantes: continuidad prácticamente total del servicio, regulación del voltaje dentro de límites aceptables, y control de la frecuencia y control de la forma de la onda de la corriente alterna.

Las características anteriores han determinado la estructura actual de los sistemas eléctricos, convirtiéndose en condicionantes para cualquier cambio que se pretenda hacer a esa estructura.

Una forma que se encontró para mejorar la *continuidad del servicio* [VIQ881], fué la interconexión de las plantas generadoras de electricidad, haciendo más extensa la red de transmisión de alta tensión. La finalidad inicial fue únicamente la de transmitir la energía eléctrica generada hasta las *cargas eléctricas*, esto es hasta los centros de consumo, pero con la interconexión se logró también obtener economías de escala al utilizar plantas generadoras más grandes y compartir la reserva de generación para casos de emergencia.

Sin entrar en detalles técnicos, se pueden mencionar algunas de las consecuencias que impone el sistema interconectado en su operación:

En primer lugar se debe tener cuidado de operar el sistema de manera que las corrientes que circulan por los elementos de la red no los *sobrecarguen*. Si de alguna manera esto ocurre en alguno de sus elementos (un generador, una línea de transmisión o un transformador), la nueva distribución de las corrientes no debe provocar una desconexión en cadena de otros elementos por sobrecarga, lo cual podría colapsar el sistema total. Como consecuencia, se imponen al sistema restricciones de seguridad para que esto no ocurra.

En segundo lugar, en los sistemas eléctricos de corriente alterna todos los generadores deben funcionar sincronizados, o sea girar a la misma *velocidad angular de rotación nominal*, proporcional a la frecuencia eléctrica del sistema y al número de polos magnéticos de los generadores, manteniendo ese sincronismo tanto en operación normal, con cambios graduales de la carga, como en condiciones anormales, cuando pueden producirse cambios bruscos debidos a fallas de aislamiento en algún punto o a otras causas.

La preservación del equipo en caso de falla requiere de un *sistema de protección automático* que desconecte rápidamente la sección del sistema afectada por la falla, para limitar daños y para conservar la sincronía de los generadores y evitar así la desarticulación del sistema. Este sistema de protección es activado generalmente por señales de corriente y de voltaje locales y actúa a su vez, también localmente, sobre dispositivos de interrupción.

Un factor más que contribuye a la calidad de servicio es el *control de la frecuencia eléctrica* del sistema. Una variación de la *frecuencia* con respecto a su valor nominal (60 ciclos por segundo en México) refleja un desequilibrio entre la *potencia eléctrica total* que proporciona las unidades generadoras y la *potencia total* que están demandando las *cargas eléctricas* más las *pérdidas reales del sistema*. Los efectos de este desequilibrio se manifiestan en cadena en cada unidad generadora variando su velocidad de rotación afectando el funcionamiento del sistema. Para restablecer la frecuencia del sistema a su valor nominal se requiere de un control adicional centralizado,

que establece el *error de frecuencia* del sistema y actúa sobre las unidades generadoras para anularlo.

Un último factor que contribuye a la calidad del servicio consiste en la regulación del voltaje. El funcionamiento correcto de cualquier aparato eléctrico requiere que el voltaje aplicado no varíe más allá de ciertos límites; una variación del 5% en los puntos de utilización, con respecto al voltaje nominal, se considera generalmente adecuado.

Desafortunadamente, un sistema eléctrico no tiene una carga y un régimen de generación fijos, sino que está sujeto a cambios continuos en el transcurso de cada día. En los sistemas de *corriente alterna* (CA) esta carga se encuentra constituida por la *potencia real* o *activa*¹⁰, que requieren los aparatos eléctricos (los motores componen una proporción elevada), y la *potencia reactiva*¹¹, que es el resultado de la oscilación de potencia entre las inductancias y capacitancias del sistema como resultado de la polaridad de la corriente, que ocurre 120 veces en cada segundo en un sistema con frecuencia de 60 Hz. En efecto, la variación del voltaje en cualquier punto del sistema es función de la variación de la *potencia real* y de la *potencia reactiva* en ese punto.

La *potencia real* o *activa* se produce en los generadores eléctricos y se transmite a las cargas a través de los sistemas de transmisión y de distribución. En cambio, la *potencia reactiva* se produce y se "gasta" localmente, en consecuencia, esta debe suministrarse lo más cerca de las cargas que van a absorberla, adaptando ese suministro a las necesidades de la carga, disminuyendo así las variaciones de voltaje en el sistema y las pérdidas de potencia real, que serían mayores si toda la potencia reactiva se suministra con los generadores.

Las características de los sistemas eléctricos descritos indican

¹⁰ La potencia real o activa es aquella parte de la energía total que efectúa trabajo útil

¹¹ La potencia reactiva es aquella parte de la energía total que se gasta en magnetizar ("cargar") el circuito. Esta fluye desde y hacia la carga alternadamente

que estos sistemas deben concebirse y operarse como un conjunto donde todos los elementos y funciones, desde las plantas generadoras hasta las cargas, están estrechamente relacionados.

La economía del suministro de energía eléctrica y la calidad de ese suministro requieren que en el territorio servido exista un solo sistema eléctrico, lo que restringe la posibilidad de competencia y conduce a una situación de monopolio.

En las secciones anteriores se han manifestado una serie de problemas que conforman la problemática del sector eléctrico, y un conjunto de variables entre las cuales destacan *oferta, demanda, potencia, energía, tipo de fuente generadora, costos, confiabilidad del sistema, etc.* Las variables que se mencionan son de distinto tipo, es decir, algunas son continuas y otras de valor entero, como las unidades generadoras; mientras unas variables son de carácter aleatorio otras no lo son, de donde el problema resulta complicado.

Teniendo presente las obligaciones que como prestador de servicios tiene la CFE, cotidianamente, el sistema eléctrico está obligado a dar respuesta a las siguientes interrogantes:

Cuánta energía se debe producir, para mantener confiable al sistema?

Qué tipo de fuente es conveniente utilizar?

Cómo controlar la creciente demanda?

Cuánto es conveniente crecer?

Cuál debe ser la política de precios para la electricidad?

En que tipo de fuente se debe invertir?

Dónde es más conveniente colocar la fuente generadora?

La coordinación hidrotérmica de la operación de un sistema de plantas de generación es un problema muy complicado. La razón es simple, las plantas hidroeléctricas y termoeléctricas pueden ser acopladas tanto eléctrica (i.e. pueden servir a la misma carga) como hidráulicamente (i.e. el derrame de una planta puede ser una porción muy importante del escurrimiento de otras plantas río abajo). Para resolver este problema, primero se debe resolver otros problemas como son el problema de *despacho económico* y el problema de *asignación de unidades*.

El problema de despacho económico, supone que existen N unidades conectadas al sistema. El propósito del despacho económico es encontrar la política de operación para estas N unidades de manera de satisfacer la potencia requerida a costo mínimo.

El problema de asignación de unidades. Este problema es más complejo que el anterior. Supone que las N unidades están disponibles y que se tiene una demanda pronosticada a satisfacer. El problema de asignación de unidades consiste en determinar un subconjunto de M unidades generadoras de las N unidades disponibles ($M \leq N$), que satisfaga la demanda esperada minimizando el costo de operación.

Desde el punto de vista matemático, el problema de asignación de unidades es más complicado por las variables enteras involucradas. Esto es, la unidad generadora tiene dos estados: prendido y apagado, (0 y 1). Para resolver problemas de este tipo, i.e. con variables enteras, se han desarrollado técnicas como la programación entera, mixta y la programación dinámica [YOU89].

Otro problema importante para el sector eléctrico lo constituye la expansión del sistema, este problema, propio de sistemas productivos que proporcionan bienes o servicios, se presenta constantemente debido a la demanda creciente. Entre las variables que involucra pueden citarse tamaño, tipo y localización de las instalaciones que se requiere ampliar su capacidad, la fecha en que se requiere su funcionamiento, el presupuesto asignado, etc..

La toma de decisiones estará basado en un criterio prefijado, una política que permita resolver el problema de la mejor manera posible.

Los criterios prefijados o políticas pueden ser diversas: minimizar costos, maximizar el beneficio o servicio social, cubrir una demanda prevista, etc. Este problema puede ser analizado con técnicas de Investigación de Operaciones, como Programación Lineal¹², Teoría de

¹² En el apéndice A se exponen los conceptos básicos de la programación Lineal

Redes, Programación Entera¹³ y Programación Dinámica o con alguna combinación de estas técnicas. La forma en que se tomaran las decisiones requerirá de un criterio de jerarquización que facilite ordenar los proyectos.

Para modelar la expansión del sistema se requieren las características actuales del sistema productivo y un patrón de demanda para un cierto periodo u horizonte de planeación, se desea encontrar el *tipo, tamaño, fecha y localización* en que nuevas unidades de producción deben ser adicionadas, con objeto de que se satisfagan las necesidades actuales de demanda impuestas al sistema sujetas a restricciones técnicas, de medio ambiente, presupuesto, etc., y se optimice algún criterio expresado por medio de la función objetivo.

¹³ En el Apéndice B se exponen los conceptos básicos de la programación entera

PAUTAS PARA ANALIZAR EL PROBLEMA DE EXPANSIÓN DE CAPACIDAD
DE UN SISTEMA PRODUCTIVO

El problema de *expansión de capacidad* surge en el momento en que cambian las condiciones para las que fue *creado* un cierto sistema. El problema se presenta en cualquier tipo de sistema, y sobre todo en los sistemas productivos¹ de los países en desarrollo como México, ya que existen factores que favorecen que el problema se manifieste con mayor frecuencia. Un factor lo constituye los *altos índices de natalidad* que caracterizan a dichos países. Otro factor importante lo constituye la *escasez de recursos financieros*, debido a una economía de materias primas, por lo que es necesario una planeación eficiente que optimice el uso de éstos, con base en un análisis de los costos involucrados en la creación o modificación de sus sistemas productivos

El presente capítulo tiene como objetivo ofrecer pautas para el estudio del problema de *expansión de capacidad* de un sistema productivo, revisar el trabajo desarrollado en Investigación de Operaciones (I.O) para este problema, con la idea de organizar y unificar el conocimiento existente en este campo, esto es, de conocer el estado del arte del problema. A partir de esta revisión formular la *metodología* que apoyada en la *visión sistémica* de I.O. y la metodología de *Evaluación de Proyectos* planteé una manera de proceder para identificar, analizar y decidir si procede o no la expansión del sistema [LUSHA82]

El problema de expansión de capacidad ha sido tratado, a partir de los 50's, por diversos investigadores, en general la experiencia acumulada al respecto proviene de aplicaciones a problemas particulares cuyas formas de abordarlos y el éxito o fracaso de los resultados obtenidos, han conformado una técnica de estudio para dicho problema. A partir de los 60's, se han publicado un gran número de artículos al respecto, parte de ellos aparecen en la bibliografía de

¹Sistema productivo - Es un conjunto de elementos humanos, físicos y mecánicos interrelacionados y estructurados que tienen como propósito producir bienes y/o servicios para la sociedad

este trabajo

2.1. ANALISIS DEL SISTEMA PRODUCTIVO

Cuando surge un problema, el cual se advierte por un estado de *desorden* en el funcionamiento del sistema productivo, es decir, no está cumpliendo la función para la que fue creado, la I.O. propone como primer paso, ubicar al sistema, con el fin de analizar la problemática de dicho sistema en un momento dado, considerando tres aspectos: espacial, temporal y sectorialmente, es decir tener presente *donde* y *cuando* tiene lugar, así como el sector de la *economía nacional* que se vé afectado por éste problema. Como siguiente, paso realizar un estudio del sistema productivo, en cada uno de los aspectos antes mencionados, considerando su *estructura-proceso-actores*², lo cual deberá tomar en cuenta lo siguiente:

-Análisis del sistema

- a. Descripción global de su estado actual y su medio ambiente
- b. Definir el ámbito de influencia
(El sistema en general, departamento, oficina, etc.)
- c. Especificar sus límites o entorno de primer orden
(local, nacional, internacional)
- d. Identificar un área mayor que lo englobe o entorno de segundo orden

- Definición del Sistema Productivo

- e. La problemática del sistema
(ubicación, tipo de problema, duración)
- f. El origen y la causalidad de los problemas
Cómo opera realmente el sistema?
- g. La organización del sistema

- Determinar Parámetros para medir la actuación del sistema:

² Actores del sistema - Todos los elementos internos y externos que afectan al sistema (competencia, proveedores, empleados, usuarios, etc.)

- . Volúmenes de Consumo
- . El mercado dominado por el sistema
- . Tendencia de la demanda
- . Demanda insatisfecha
- . Capacidad de respuesta o capacidad instalada
- . Rentabilidad, etc.

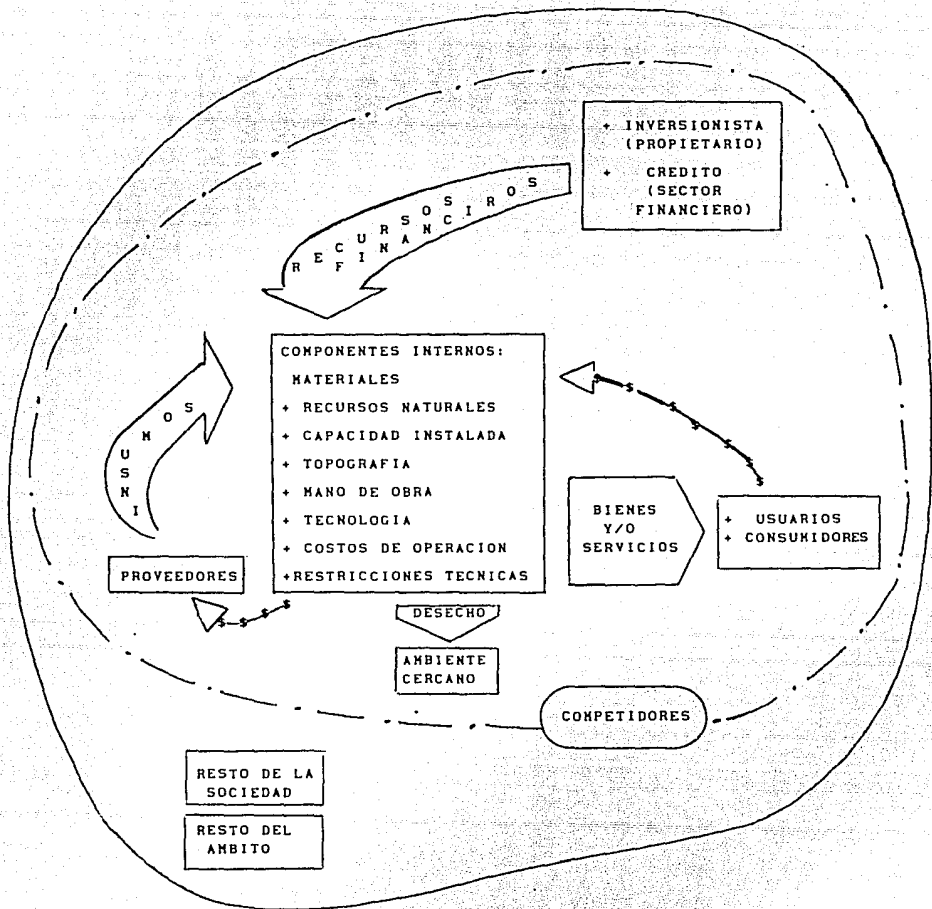
Determinar estos parámetros se considera esencial ya que, en la búsqueda de la solución, la variación de éstos, permitirá calibrar la situación problemática y buscar el *estado de equilibrio* del sistema

La tarea de *organización y selección de la información*, establecer el vínculo entre *factores internos y externos*, esto es, determinar la interrelación entre los distintos *actores del sistema*, constituye la *conceptualización* del problema. Llevar a cabo cada una de estas tareas, requiere de un trabajo organizado, de una metodología que facilite el trabajo de valorar los distintos aspectos del sistema y el impacto que éste produce en los demás sectores de la economía, *Figura 2.1.*

Una vez "*conocido*" el sistema: su problemática, funcionamiento, limitantes, etc., se determina el *tipo de problema* (estructurado³ o no). Los problemas que surgen en sistemas bien pudieran clasificarse como problemas de *operación*, que pueden ser de dos tipos, *corrección o mejoramiento* y problemas de *magnitud*, que también puede ser de dos tipos, de *expansión o de contracción* [OCHOABS]. Los esfuerzos de este trabajo como antes se ha mencionado, están dedicados al caso de *expansión del sistema*, es decir, cuando existe déficit del producto y el sistema no satisface la demanda. El *balance* entre *oferta y demanda* no existe y el sistema pierde su equilibrio. Una vez determinado qué problema se debe resolver, se deberá decidir *cómo* se va a resolver, esto es, que *método* se va a utilizar para encontrar la solución

Dados los pasos anteriores, el siguiente consiste en elaborar un *proyecto* que tenga como *objetivo* solucionar el problema, considerando como solución el reestablecimiento del estado de equilibrio del sistema.

³ Un problema estructurado es aquél que es posible conformarlo y resolverlo por medio de alguna de las técnicas conocidas en I.O.



MODELO GENERAL DE UN SISTEMA PRODUCTIVO

[OCHOA85]

Figura 2.1

La metodología desarrollada en *Evaluación de Proyectos*, considerando la elaboración de proyectos como la fase final de la formulación de los programas de desarrollo, considera la tarea de búsqueda de la información antes mencionada, con base en ella, se lleva a cabo la tarea de evaluación, esto es, ejecuta acciones que le permiten decidir cuando un proyecto es viable y cuando no, por lo que requiere de varias alternativas de solución del problema. A continuación se mencionan, a grandes rasgos, los estudios que realiza esta metodología para llevar a cabo la evaluación de un proyecto en general y de un proyecto de expansión en particular. Cada uno de estos pasos están apoyados por técnicas de vanguardia, estudios de mercadotecnia, finanzas, análisis tendencial, de desarrollo económico, escenarios, etc.

Un proyecto se define como el conjunto de antecedentes que permiten estimar las ventajas y desventajas económicas que se derivan de asignar recursos económicos de un país a la producción de bienes o servicios

Los proyectos se consideran como unidades económicas dentro de un marco de referencia constituido por todo el sistema económico y al cuál deben integrarse. Por tanto, los proyectos deben ser juzgados en función de sus relaciones con el resto de la economía, [CEPAL]. El *origen del proyecto* puede ser de índole diversa; este puede derivar de un programa global de desarrollo, por sustitución de importaciones, por demanda insatisfecha, por aprovechar otros recursos naturales o por ser de carácter político y estratégico. El problema que se aborda consiste en unir en un todo coherente *principios técnicos* con *principios económicos*

La información básica requerida para estructurar un proyecto es la siguiente, [CEPAL]:

Estudio de Mercado. Algunos de los puntos a investigar son:

- a. Recopilación de antecedentes (estadísticas, precios, costos, preferencia de los consumidores, bienes o servicios competitivos, política económica, etc.)
- b. Análisis de la demanda (actual, futura, proyecciones, etc.)

c. El estudio de mercado y los servicios gratuitos

Ingeniería del Proyecto. Cubre los aspectos técnicos del proyecto, por ejemplo:

- a. Aspectos básicos de ingeniería del proyecto
- b. Selección y especificación de equipos
- c. Programas de trabajo

Tamaño y Localización de los Proyectos. Desde este punto de vista se cuenta con apoyo teórico matemático para tomar decisiones, algunos de los aspectos que cubre este estudio son:

- a. Tamaño, técnica e inversiones
- b. Tamaño y mercado, distribución geográfica de la demanda
- c. Localización y transporte
- d. Disponibilidad de mano de obra
- e. Disponibilidad de los insumos

Inversiones en el Proyecto. En este estudio quedan contemplados todos los aspectos relacionados con las inversiones que se requieren para llevar a cabo el proyecto, por ejemplo:

- a. Investigaciones previas y costo de estudio del proyecto
- b. Organización, patentes y similares
- c. Terrenos y recursos naturales
- d. Intereses durante la construcción
- e. Calendario de inversiones

Presupuesto de Ingresos y Gastos. Este estudio se encarga de determinar los gastos y costos de:

- a. Materiales
- b. Mano de obra
- c. Depreciación y obsolescencia del equipo
- d. Agotamiento de recursos naturales

Financiamiento y Organización. La importancia de este estudio radica en proporcionar el capital necesario para llevar a cabo la obra, algunos de los aspectos que maneja son:

- a. Fuentes de recursos
- b. Limitaciones del mercado de capital
- c. Ventajas y desventajas del financiamiento con créditos
- d. Financiamiento de proyectos del Sector Público

Realizados los estudios anteriores, se inicia la etapa propiamente de la evaluación de los proyectos, donde intervienen una serie de conceptos y criterios económicos como:

- a. Precios de mercado y costos sociales
- b. Eliminación de impuestos y subsidios
- c. Costo de oportunidad (mano de obra, capital, recursos naturales, etc)
- d. Precios de equilibrio
- e. Relación Costo-Beneficio
- f. Rentabilidad

Determinar el tamaño, el tipo la localización, así como la fecha en que se deben adicionar nuevas unidades al sistema resultan ser lo más importante en la solución del problema de expansión. Cada una de estas fases del problema se discutirán mas adelante

El objetivo de todo estudio económico de un proyecto es evaluarlo, esto es, calificarlo y compararlo con otros proyectos de acuerdo a una escala de valores a fin de establecer un orden de prelación.⁴ La escala de valores que va aplicarse debe estar bien definida, y así poder manifestar lo que se entiende por "ventajas" y "desventajas" del proyecto, dado que está en juego la asignación de recursos a un fin dado. El problema teórico para decidir cuál es el criterio de evaluación válido para establecer *prelaciones* no ha sido resuelto en definitiva, pero en este aspecto la Teoría de Decisiones tiene importantes aportaciones en materia de criterios de jerarquización, métodos de *Toma de decisiones Multicriterio*, método de *Teoría de Utilidad Multiatributo*, etc.

⁴ Praelación, anterioridad o preferencia con que debe ser atendida una cosa con respecto a otra u otras

2.2. MODELO FORMAL

El *modelo formal* del problema, es el resultado de caracterizar los elementos exhibidos en el modelo conceptual. Este modelo tiene por objeto dar una estructura formal para su solución, esto es, definir las *variables de estado*, cuáles son las *variables de decisión*, parámetros, constantes, etc.. El modelo formal establece el tipo de problema, el método de solución y la estructura de acuerdo a ese método (heurísticos, programación matemática, etc.). En la siguiente figura se muestra la dinámica que se desarrolla entre ambos modelos, el fin de ambos modelos reside en tener lo más claro posible las fuerzas que actúan sobre el sistema y buscar su estabilidad

Las *variables de estado* o *variables endógenas*, se originan dentro del sistema, definen, como su nombre indica, el estado del sistema en cualquier momento t , como por ejemplo, la topografía, capacidad instalada, producción, cantidad y tipo de personal, políticas internas de trabajo, costos de operación, etc. El rango de variación de estas variables le dictan restricciones al equipo, valores estadísticos, etc. y en ocasiones, se fijan de acuerdo al "buen juicio" de un *experto*⁵.

Las *variables de decisión* o *variables exógenas*, se originan fuera del sistema, por medio de ellas el *decisor* impone cambios sobre el estado del sistema, por ejemplo agregar o remover equipo, políticas gubernamentales, políticas de comercio internacional, etc..

Las restricciones permiten limitar el rango de variación de las variables relevantes y la relación entre ellas, así como delinear las influencias externas sobre el proyecto

Las restricciones se presentan generalmente de dos tipos: *igualdades* y *desigualdades*. Otro tipo de restricción consiste en imponer a la variable ciertos tipos de valores enteros, (0 ó 1). Matemáticamente el problema puede complicarse a medida que aumentan las restricciones, dependiendo del tipo de sistema este puede tener un número elevado de variables o puede manejar distintos tipos de éstas

⁵Experto. Aquella persona que posee conocimientos y/o experiencia en el campo de que se trate

(enteras, continuas, mixtas) o bien ambos casos. Otro caso es el tipo de variables no-lineales, por lo que al imponer este tipo de restricciones se debe tener en cuenta que para lograr mayor precisión la complejidad matemática se acentúa

Una forma de resumir la relación que se manifiesta entre la problemática, el modelo conceptual, el modelo formal y el modelo de solución de un problema en general nos lo ofrece I. Mitroff [MODEL5] con un modelo global de como abordar un problema. Este modelo, llamado Modelo del Diamante, muestra esquemáticamente dicha interrelación, Figura 2.2

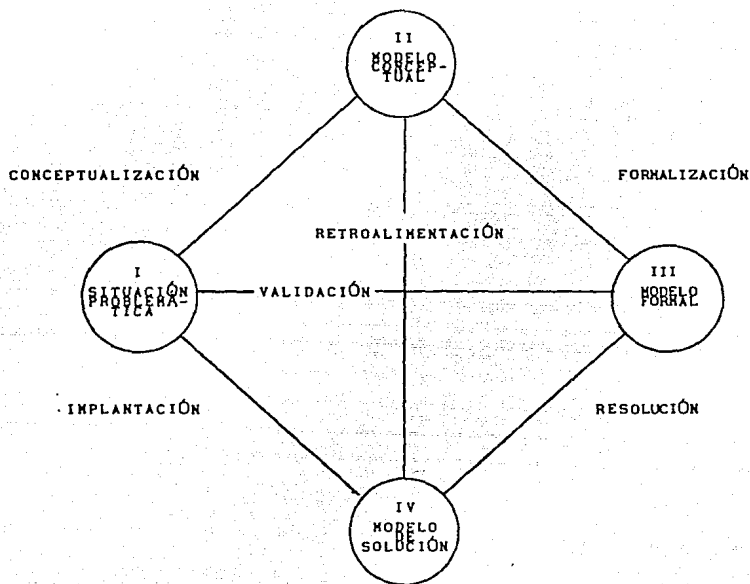
2.3. ENFOQUES DEL PROBLEMA: SECTOR PRIVADO Y SECTOR PÚBLICO

La metodología desarrollada por evaluación de proyectos marca un camino a seguir para cualquier tipo proyecto, es decir, sus lineamientos técnicos no toman en cuenta quién es el inversionista. Por lo tanto, ambos sectores, tanto Público como Privado aplican esta metodología para evaluar sus proyectos pero con *diferentes objetivos*. Los diferencia en objetivos constituye lo que en términos metodológicos se conoce como "*visión del mundo*"

Para iniciar el estudio de este aspecto del problema, algunos investigadores como Revelle, Marks y Leebberman [RML70] consideran dos distintas filosofías, dos enfoques del mismo problema: una, cuando el *sistema productivo* corresponde al Sector Público y otra, cuando corresponde al Sector Privado. Aún cuando ambos sectores comparten el objetivo de *maximizar alguna medida de utilidad* para los "dueños", sujeto a satisfacer algunas restricciones sobre *demanda* y otras condiciones; existe divergencia en cuanto a la *forma* en que se formulan esos objetivos y restricciones. Esa divergencia en cuanto a *forma* constituye toda una política de acción para cada uno de los sectores.

La política de acción del sector privado se puede resumir en *minimizar costos* o *maximizar beneficios* o *ganancias* de los "dueños". Desde este punto de vista, el beneficio es personal, la ganancia es única y exclusivamente para el "dueño" de la empresa, un criterio que se mantiene constante en este tipo de proyectos es lograr los objetivos propuestos con la menor inversión posible. La iniciativa privada (IP),

al tomar decisiones, piensa en su propio beneficio, invierte lo indispensable en materia de control de contaminantes, en preservación de fuentes naturales, o bien en elevar el nivel de vida de los trabajadores. En general, la IP considera como principal parámetro la rentabilidad del proyecto y no su impacto social.



MODELO DEL DIAMANTE

FIGURA 2.2

La política del Sector Público difiere de la anterior por dos motivos esenciales: primero, el "dueño" es un representante de la sociedad el cual tiene la obligación de satisfacer sus demandas; segundo, la inversión que se requiera son fondos aportados por la misma sociedad, por lo que la ganancia es y debe ser en favor de la misma. Así, las decisiones que toma el Sector Público son acordes con el beneficio social esperado, entendiéndose por esto que éste sea de mayor calidad o de una mayor cobertura o ambas, es decir, las

decisiones que toma el sector tienen como objetivo *maximizar un beneficio social*. Este sector también considera *minimizar la inversión*, pero si el beneficio social lo justifica, la inversión puede ser mayor.

Un beneficio social *no siempre es medible o cuantificable directamente en pesos*, por ejemplo, proyectos como proporcionar a un grupo social aislado, servicios como *atención médica, educación, energía eléctrica, recreación, servicio postal*, otros. Obviamente proyectos de beneficio social no representan un negocio para un empresario, las metas de este sector están en acrecentar el capital invertido en el menor tiempo posible. En general, el Sector Público tomará a su cargo este tipo de proyectos, y dependiendo de las políticas gubernamentales, algunos de estos servicios los toma el sector privado, con una serie de prerrogativas que los convierten en atractivos negocios, (escuelas, telefonía, transporte, etc.)

El problema que nos ocupa, problema de tipo estructurado, requiere analizar el sistema existente en función de las metas, y decidir si se requiere *organizar, modificar o crear nuevas unidades*. Si el sistema requiere *crecer* entonces hay que decidir el *monto o tamaño* de la expansión, el *tipo*, la *fecha* así como *localizar el lugar* donde se llevará a cabo. El Sector Público de acuerdo a su filosofía, influye en la localización del lugar, imponiendo *restricciones adicionales* que provienen de leyes que protegen el medio ambiente y *métodos de función objetivo*.⁶ Los métodos de función objetivo buscan cuantificar en términos monetarios algunas de las consideraciones de la empresa privada y llevarlas de los patrones tradicionales de autobeneficio a patrones socialmente más aceptables. Las alternativas no se limitan con estos métodos pero la función objetivo cambia, como ejemplo de este tipo de medida se tiene los incentivos de impuestos, cargo a los usuarios, subsidios, etc.

Al utilizar estos métodos de función objetivo, el análisis para determinar el orden de magnitud de tales medidas que permitan alcanzar las metas deseadas es por hoy una de las áreas de investigación más

⁶ Métodos de función objetivo - Aquellos métodos de programación lineal, no-lineal, entera o mixta, que establecen una función objetivo sujeta a un conjunto de restricciones

El Sector Público, para la toma de decisiones sobre *localización*, comprende además de los problemas considerados por el Sector Privado los problemas adicionales que derivan de metas, objetivos, y restricciones que no son fácilmente cuantificables, o aquellos que no se dispone de unidades para medirlos

La toma de decisiones sobre *localización* del lugar de la expansión recurre a todo tipo de análisis de carácter técnico ya que involucra costos. Algunos de los costos considerados tiene que ver con la *construcción, instalación, transporte, fuentes de materias primas, mano de obra, medidas ecológicas, etc.*, para cada una de las alternativas de *localización del proyecto de expansión*. Otros estudios paralelos que apoyan la toma de decisiones tienen que ver con *mercado del producto* (preferencias, comportamiento estacional de la demanda, etc.), *competencia, tecnologías, etc.*

Los problemas propios del Sector Público podrían clasificarse en dos grupos, *servicios ordinarios y extraordinarios o servicios de emergencia*. En el primer grupo se considerarían servicios como escuelas, oficina postal, telégrafo, agua, energía eléctrica, salud pública, carreteras, parques, etc., entre los servicios extraordinarios se pueden citar las estaciones de bomberos, defensa civil, hospitales, ambulancia de emergencia, etc. Cada uno de los servicios mencionados requiere de un criterio con enfoque social para decidir su funcionamiento y su expansión, un conjunto de procedimientos especiales que difieren de los criterios aplicados tanto entre ambos grupos de servicios como entre los distintos servicios

2.4. TIPOS DE EXPANSIÓN DE SISTEMAS PRODUCTIVOS

Considerando agrupar las situaciones a que puede dar lugar la expansión de un sistema productivo, esto es, incrementar la estructura productiva del sistema para satisfacer la demanda de las salidas, esta expansión se presenta en dos formas: [OMAR90]

EXPANSIÓN TIPO I. Suponiendo que la capacidad del sistema es una constante k y que la función de demanda $D(t)$ es *no-decreciente* en un

intervalo de tiempo $[0, T]$, con $D(t) > 0$ para toda $t \in [0, T]$. Entonces este problema consiste en determinar el incremento Δk , el tiempo t_0 y el lugar en que se debe realizar la expansión del sistema a costo mínimo, esto es:

$$\begin{aligned} & \text{mín} && \text{costos de expansión} \\ \text{s.a.} &&& \text{satisfacer la demanda en el periodo } [0, T] \end{aligned}$$

o bien

$$\begin{aligned} & \text{mín} && C(\Delta k) \\ \text{s.a.} &&& k + \Delta k \geq D(t) \quad \text{para toda } t \in [0, T] \end{aligned}$$

El comportamiento de la demanda $D(t)$, función no-decreciente, no se restringe al caso determinístico, sino que se amplía al caso estocástico⁷, un ejemplo de este caso se tiene en el comportamiento de la demanda del fluido eléctrico, en este caso $D(t)$ se encuentra variando constantemente. El incremento Δk , en ocasiones es posible realizarlo por etapas, esto es, $\Delta k = \Delta k_1 + \Delta k_2 + \Delta k_3 + \dots + \Delta k_n$ en los tiempos sucesivos t_1, \dots, t_n , en tal forma que la capacidad adicional obtenida es suficiente para satisfacer la demanda pronosticada para una determinada $t \in [0, T]$

Un trabajo de aplicación de este tipo fue llevado a cabo por Manne A. [17], éste consistió en un estudio realizado para satisfacer la demanda de aluminio en la India para un periodo de 30 años. Se desea expandir la capacidad de producción de aluminio, por lo que se deben determinar los centros de producción y los tiempos de la expansión de la capacidad, [MANNES1]

EXPANSIÓN TIPO II.— Suponiendo que la capacidad del sistema es una constante k y que la función de demanda $D(t)$ es no-decreciente en un intervalo de tiempo $[0, T]$, además $D(t) \geq k$ para toda $t \in [0, T]$. Entonces el problema consiste en determinar el incremento Δk , el tiempo t_0 y el lugar idóneo en donde se debe realizar la expansión, de tal forma que sean máximos los beneficios derivados de incrementar la capacidad del sistema, el problema se presenta en la forma siguiente:

⁷Una variación estocástica implica aleatoriedad en las observaciones, no existe una regla fija al pasar de una observación a otra, su determinación es por medio de su función de distribución

máx beneficios por la expansión
s. a. No sobrepasar el capital disponible

o bien

máx $C(\Delta k)$
s. a. $\Delta k \leq S(t)$ para toda $t \in [0, T]$

En este caso, si los beneficios que se esperan obtener no son "buenos", la demanda no necesariamente debe satisfacerse, por lo que la expansión puede ser optativa. Si la expansión es necesaria, deberán incluirse las restricciones de demanda del primer caso y las consideraciones sobre el incremento en la capacidad. Algunas de las restricciones más usuales son: capital, geográficas, institucionales, demanda, etc., así como técnicas

2.5. PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN

El problema de localización puede clasificarse en varias formas:
[OMAHAYO] [HAKIMIGO]

- a. De localización simple
- b. Multilocalización
- c. Secuenciación de proyectos

Entre los problemas de *localización simple* tiene lugar los de *transporte, comunicación o de transmisión*, estos pueden ser representados para propósitos analíticos, como una red o en el plano cartesiano. Aunque hay problemas en los cuales la única variable es la localización, en general existen otras variables involucradas. A estos últimos le corresponde la multilocalización

2.5.1. Localización Simple. El problema de *localización simple* se formula matemáticamente de la siguiente forma: una función objetivo que minimiza costos, sujeta a restricciones de demanda y de no-negatividad de las variables de estado

$$\text{Mín } \sum_j d_j x_j + F(y)$$

s. a.

$$\sum_j x_j = y$$

$$D_j \geq x_j \geq 0$$

$$y \geq 0, j \leq n$$

donde:

x_j = Cantidad enviada desde la localización x a la demanda j

y = Cantidad total que se envía desde la localidad x

d_j = Costos de transporte al enviar la cantidad x_j desde el punto x hasta el punto j

$F(.)$ = Costos de construcción y operación de la localización x

D_j = Demanda en el punto j

n = Número de puntos de demanda

2.5.2. Localización Múltiple. Cuando el problema consta de varios puntos de localización, es decir, *multilocalización*, se plantea de la siguiente forma:

$$\text{Mín } \sum_j \sum_i d_{ij} x_{ij} + \sum_i F(y_i)$$

s. a.

$$\sum_j x_{ij} = \bar{y}_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_j x_{ij} = D_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0$$

$$y_i \geq 0$$

donde

- x_{ij} = Cantidad enviada desde la localización i a la demanda j
 y_i = Cantidad total que se envía desde la localización i
 d_{ij} = Costos de transporte al enviar la cantidad x_{ij} desde el punto i hasta el punto j
 $F(.)$ = Costos de construcción y operación de la localización i
 D_j = Demanda en el punto j
 n = Número de puntos de demanda
 m = Número de puntos de localización propuestos

Puede observarse que este modelo trata la problemática de encontrar puntos de almacenamiento para satisfacer la demanda a costo mínimo, se satisface la demanda total del punto j y la variable y_i no está acotada, por lo que se supone capacidad de almacenamiento ilimitada, esto es, se va a construir la capacidad de almacenamiento necesaria en las localidades que minimicen los costos generados por la expansión

El problema de localización del lugar idóneo para la instalación de unidad(es) adicional(es) al sistema se clasifica en dos categorías:

- 1.- Localización sobre un plano
- 2.- Localización sobre una red

Localización sobre un plano está caracterizada por un espacio infinito de soluciones, es decir, los puntos pueden estar situados en cualquier parte del plano

La *localización sobre una red* está caracterizada por un espacio de soluciones que consiste de puntos sobre la red. La red está determinada por un conjunto de puntos y líneas, llamados nodos y arcos respectivamente, [HAKIMI64]

En cierto tipo de problemas, como el de *transporte*, el objetivo consiste en *minimizar distancias recorridas*, es importante tener en cuenta si la red es *orientada*, o si los recorridos entre localidades y nodos están orientados. Estas características complican el problema

Existen *Nodos de demanda* y *nodos de localización*, ambos tipos de *nodos* tienen las siguientes propiedades:

a) Los centros de demanda y/o localización pueden estar en cualquier punto de la red o

b) En un conjunto finito de puntos

2.5.3. Secuenciación de Proyectos. Estos modelos son típicos en *problemas de inversión*, en estos casos se tiene un conjunto finito de proyectos, todos viables, y se desea darles un secuencia de ejecución de forma tal que se *minimicen los costos* de realización de los proyectos, o bien, se *maximice* el valor presente del total de los beneficios netos. Las variables de decisión que surgen a menudo en estos modelos son el *tamaño* y el *tiempo* de la expansión

Como ejemplo, consideremos la expansión de un *sistema hidráulico*, supondremos que existen n proyectos para construir un vaso y que estos pueden ser desarrollados en un horizonte de planeación dado. El problema consiste en determinar en que orden serán efectuados los proyectos, esto es, ¿Cuándo va a ser ejecutado cada proyecto?

Matemáticamente, considerando que la solución debe ser entera, el problema se formula de la siguiente forma:

Se maximiza el valor presente del total de beneficios netos, de tal manera que el total de reembolsos no excedan los fondos disponibles S para cualquier tiempo $y \in Y$,

$$\begin{aligned} & \text{máx } \sum_y \sum_{s \in I} NB_{sy} X_{sy} \\ & \sum_{y \in Y} \sum_{s \in I} C_s X_{sy} \leq \sum_{y \in Y} S_y \end{aligned}$$

con la restricción de cada proyecto puede ser construido a lo más una sola vez

$$\sum_{y \in Y} X_{sy} \leq 1 \quad \text{para toda } s \in I$$

Las variables utilizadas son:

- Y = Conjunto de años en los cuales se debe llevar a cabo los proyectos
 I = Conjunto de los posibles lugares donde se pueden llevar a cabo los proyectos $\{1, 2, \dots, n\}$
 NB_{sy} = Valor presente de los beneficios netos si el proyecto es construido en el lugar $s \in I$ en el año $y \in Y$
 C_s = Costo de construir un proyecto en el lugar s
 S_y = Fondos disponibles para invertir en el año y
 K_s = Capacidad del proyecto en el lugar s

La variable de decisión es :

$$X_{sy} \begin{cases} 1 & \text{si el proyecto es construido en el lugar } s \text{ en el año } y \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

En la modelación del problema se recurre a algunas simplificaciones que permiten manejarlo con cierta simplicidad, este modelo supone que la demanda es una función $D(\tau)$ continua y creciente respecto al tiempo τ , y algunas condiciones iniciales necesarias como es la demanda inicial $D(0)$ que se satisface con la existencia disponible [OMAHASO]

2.6. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA COMO UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Tratar la solución del problema de expansión por medio de alguno de los métodos de Programación Matemática, ya sea lineal, entera, no-lineal, etc. plantea dos alternativas en cuanto a objetivos:

- I. *Minimizar costos* con restricciones de Demanda, esto es propio de los sistemas del Sector Público
- II. *Maximizar beneficios* con restricciones de capital, situación que corresponde generalmente al Sector Privado

Se analizarán las características de la *función objetivo* y de las *restricciones* para definir las variables de decisión: las variables espacio-temporal como son *localización* y *tiempo* de expansión, así como su *tamaño*, con el fin de diseñar un modelo matemático que represente el problema

El número de variables que surgen en un problema de expansión de sistema es considerable y tratándose de un sistema de potencia, se torna realmente en un problema de elevada complejidad, podría citarse por ejemplo la localización, tipo y tamaño de la planta, tiempo límite, demanda, costo de operación, etc., así como el número de *restricciones* a que debe sujetarse por instalación u operación de cada tipo de planta. El número de variables de un sistema como el Sistema Eléctrico Nacional puede ser del orden de 3000 a 4000 variables, lo que da idea de la magnitud del problema

2.6.1. Construcción de la Función Objetivo

La función objetivo se contruye a partir del criterio seleccionado para optimizar, esta función tendrá la forma

$$F = F(f_1, f_2, \dots, f_n)$$

donde cada f_i representa una función de costo si se tiene un problema del tipo I, y ésta será una función de beneficio (utilidades esperadas) si es del tipo II

La forma analítica de F depende de las condiciones específicas de cada problema; los costos, afectados por economías de escala, provocan que la función $F(f_i)$ se comporte como una función convexa, en ocasiones cóncava o bien cóncava a pedazos, convexa, o lineal, que es la forma más simple y a la cual se llevan muchos casos para facilitar su estudio

2.6.2. Construcción de las Restricciones

El conjunto de restricciones que determinan el problema surgen de la problemática que manifiesta el sistema, estas se contruyen a partir

de cada una de las situaciones detectadas como relevantes en el modelo conceptual. Las más frecuentes son de *demanda, capacidad, capital, ambientales, físicas, técnicas, etc.*

Como ejemplo se plantean las siguientes restricciones:

a. El costo del proyecto debe sujetarse al capital disponible

$$\sum \text{costos totales} \leq \text{capital disponible}$$

b. La demanda del producto se debe satisfacer plenamente

$$\sum \text{producción} \geq \text{Demanda total}$$

2.6.3. Solución del Problema e Interpretación de Resultados

Una vez modelado el problema se procede a resolverlo, utilizando alguna de las herramientas de que se dispone en Investigación de Operaciones. Existe una buena cantidad de paquetería en materia de software que bien utilizados brindan una buena ayuda en esta etapa del problema, algunos de estos paquetes son: *Lindo, Hiperlindo, BLP* (Lineal Programming with Bounded Variables), *GAHS* (General Algebraic Modeling System), *muMath Symbolic Mathematics Package*, *Modeling and Optimization with GINO* (Optimización no-Lineal), etc.

Una vez obtenido un resultado, la interpretación de éste, constituye una fase muy importante del problema. Para una correcta interpretación de resultados se requiere de amplia experiencia en el campo a que pertenezca el sistema. La *implantación del sistema* como última etapa de la solución del problema presentará dificultades en la medida en que se haya fallado en la conceptualización de éste, y si es necesario se deberá volver a la problemática como lo muestra el *Modelo del Diamante de Mitroff* (Figura 2.2). Con este paso finaliza la metodología que se propone, en este trabajo de tesis, para el problema de expansión

EL PROBLEMA DE EXPANSIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO NACIONAL

El presente capítulo considera el problema de expansión de un sistema del Sector Eléctrico. Este sistema tiene como objetivo determinar en qué medida y bajo qué condiciones debe o puede crecer dicho sistema en cualesquiera de sus tres componentes: generación, transmisión o distribución del fluido eléctrico. Primeramente, se conoce la *problemática* que enfrenta el sistema, lo que permite tener un *modelo conceptual* proporcionando un orden a los distintos problemas que se mencionan. Se consideran los *indicadores económicos* que intervienen, las características técnicas más relevantes que lo determinan, se destacan variables de estado, variables de decisión, parámetros, etc., y se estructura el *modelo formal* que representa la problemática, lo más cercano a la realidad, para su solución, haciendo el planteamiento de acuerdo al método de solución elegido.

La formulación de este proyecto está basado en uno de los *modelos de planeación de expansión* de la CFE. Este modelo, de nombre **EXPANDIM** (Expansión Dinámica), considera sólo dos subsistemas: Generación y Transmisión. Los planteamientos que hace este modelo serán la base del material de este capítulo.

El modelo en cuestión, implanta una serie de simplificaciones que facilitan su manejo pero que deja a un lado cuestiones que sería importante tomar en cuenta, como por ejemplo, el costo social de cambiar de hábitat a grupos indígenas, costo de áreas arqueológicas arrasadas, etc.. Actualmente como respuesta al aspecto ecológico, se ha tomado en cuenta para efectos de expansión sólo los tipos de generadores que tienen menor impacto contaminante. Considera los costos de inversión y operación de los nuevos tipos de generadores, agregando una constante correspondiente a los costos relacionados con los generadores existentes, los cuales serán reemplazados al término de su vida útil.

El objetivo de este modelo consiste en *localizar en el tiempo y el espacio los medios de generación y transmisión de energía eléctrica a*

través de un modelo de programación lineal continua, en cada período del horizonte de estudio.

3.1. PROBLEMÁTICA DEL SISTEMA

La problemática del Sistema Eléctrico, discutida en buena medida en el Capítulo I, tiene características especiales en cada una de sus componentes, en esta sección se mencionan sólo las más importantes correspondientes a la *Generación* y la *Transmisión* del fluido eléctrico.

- Imposibilidad de almacenamiento del fluido eléctrico en cantidades significativas.
- Grandes inversiones para el tipo de generación hidráulica.
- Costos elevados para la operación de los tipos de generación térmica
- Demanda fluctuante y creciente.
- Confiabilidad del servicio.
- Regulación del voltaje.
- Capacidad de Inversión.
- Capacidad de Generación suficiente para garantizar el servicio.
- Capacidad de reserva generadora o energía potencial necesaria para previsión de fallas.
- La Longitud de las Líneas de Transmisión, etc.
- Capacidad de Enlace.

3.1.1. Indicadores Económicos

Cuando se trata el problema de expansión de un sistema, este se encuentra vinculado directamente a otro problema, el problema financiero. Manejar y administrar recursos financieros, implica tomar decisiones sobre si los *beneficios económicos* y *sociales* que se obtendrán están en equilibrio con la *inversión* que el proyecto requiere.

Los *indicadores económicos*¹ que se consideran en proyectos del

¹Indicadores económicos.- Datos o valores concretos que se utilizan para conocer el comportamiento de la coyuntura económica de un país así como el grado de crecimiento o desarrollo. Ejemplos: producto Interno bruto (PIB), población económicamente activa (PEA), etc.

Sector Público, sector al que pertenece el Sector Eléctrico, a diferencia de los considerados en proyectos del Sector Privado, están ligados a criterios de *beneficio social*, aún cuando la relación de beneficio-coste esté presente en dichos proyectos y el objetivo sea maximizar alguna medida de "utilidad" para el "inversionista" al mismo tiempo que se satisfagan restricciones de demanda, condiciones técnicas, de confiabilidad u otras.

Al calcular las inversiones que requiere la expansión del sistema eléctrico, estas se calculan en valor *presente* (VP) (Apéndice C), es decir, se evalúa a la fecha de inicio del proyecto.

Los costos originados por la expansión de un sistema son el punto neurálgico del problema, por lo que se requiere determinar el monto de estos así como un análisis de su comportamiento. Estos costos amenudo son afectados por *economías de escala*, las cuales son favorables para proyectos a gran escala. Si se comparan varias líneas de transmisión de la misma longitud, el costo de capacidad por unidad tiende a decrecer cuando la capacidad se incrementa. Estas economías se representan por medio de una función $\phi(x)$ cóncava. En el caso de las funciones de potencia se tiene:

$$\phi(x) = kx^a, \quad 0 < a < 1, \quad x \geq 0$$

Para las funciones que incluyen un costo fijo, en el que se incurre al hacer la expansión, se representan por la función lineal

$$\phi(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ A + Bx & x > 0 \end{cases}$$

Así también, existen otros costos de expansión que se representan por funciones cóncavas o cóncavas por intervalos.

Entre estos costos se encuentran los derivados por la construcción de cualquier tipo de infraestructura de generación, transmisión o distribución, algunos costos importantes son los siguientes:

- Costos por instalación de capacidad térmica, hidráulica o del sistema de transmisión, estos costos se realizan cuando la capacidad

instalada es insuficiente para cubrir la demanda y hay que construir nuevas unidades generadoras, nuevos enlaces, etc..

- *Costo por déficit*, este ocurre cuando se retrasa la expansión del sistema más allá del punto en que se puede satisfacer la demanda con la capacidad instalada. En un sistema eléctrico, si éste está saturado, puede acarrear un costo muy alto de penalización por caídas de voltaje en el sistema o por las pérdidas que ocasiona en la industria (equipos dañados), etc..

- *Los costos de operación*, sobre todo en las termoeléctricas son otro rubro que debe ser considerado, estos están sujetos a los vaivenes del mercado, un ejemplo lo constituyen los hidrocarburos.

- *Políticas de renovación* también son consideradas. Los costos por rescate de la inversión y rescate por reemplazo son requeridos en cada una de las inversiones realizadas en el problema.

- *Costos por pérdidas de potencia*, estos aparecen debido a que, al transportar la energía de un lugar a otro, ocurren pérdidas de potencia por distintos motivos de carácter técnico, entre otros por calentamiento (efecto Joule), es decir debe generarse energía suficiente para contrarrestar dichas pérdidas.

- El *costo por inventario* propiamente no existe en este tipo de sistemas ya que no se almacena el fluido, pero si se toma en cuenta el costo que implicaría tener instalaciones ociosas o produciendo energía que no puede ser aprovechada.

En general, cualquiera de los costos mencionados se presenta como un flujo a través del tiempo, por lo que hay que llevar a cada uno de los costos que forman ese flujo a un punto de valuación común. Ese punto de valuación común, es usual que sea el momento en que se planea iniciar la expansión.

3.1.2. Características Técnicas

El problema de expansión del Sistema eléctrico está sujeto a una serie de tipificaciones propias que le dan un carácter complejo. El producto del sistema, para entregarlo al *consumidor* o *usuario*, debe

estar garantizado con una calidad y continuidad especificada en voltaje y frecuencia. Esta calidad y continuidad de gran impacto económico y social es muy importante en las sociedades modernas, de aquí que se requiera una *planificación cuidadosa* de las necesidades de expansión o instalación de nuevas unidades de generación, o del sistema de transmisión o de distribución, utilizando métodos flexibles que permitan incluir una gama de restricciones reales del problema, las cuales son necesarias en el *proceso de decisión*, apoyándose en estudios de pronóstico de demanda, determinar tendencias, inventarios de energéticos, escenarios a corto, mediano y largo plazo y toda herramienta que proporcione una idea de la *situación futura* de oferta y demanda de este energético secundario.

Nuestro problema presenta en general un alto grado de incertidumbre, debido a que se deben cuidar aspectos como la eficiencia, minimización y recuperación de inversiones, calidad del producto, etc., los cuales no son fáciles de determinar. Para su solución hay que trabajar con objetivos múltiples, los actores del sistema consideran tres aspectos; los técnicos cuidan de operar un sistema eficiente, los directivos o administradores de la empresa persiguen minimizar y recuperar la inversión realizada y los usuarios o consumidores del producto del sistema desean recibir un servicio de calidad con un impacto mínimo en el ambiente.

Entre las características importantes que deberá contemplar el *modelo* que represente al problema de expansión en cuestión se encuentran las siguientes:

- *Garantizar la satisfacción de la demanda pronosticada*

Esta demanda se comporta en un horizonte de planeación finito de tiempo como un proceso estocástico² no-decreciente [OMAHAN89], considerando que debe mantenerse el equilibrio entre oferta y demanda. La demanda es calculada en las distintas áreas en que está dividido el Sistema Interconectado Nacional (SIN) con el fin de determinar mejor las cargas y su distribución.

²Proceso estocástico conlleva aleatoriedad, éste se determina por su distribución de probabilidad.

- *Factor de Uso, Capacidad y Factor de Planta*

El uso de los distintos tipos de unidades generadoras instaladas estará en relación directa no sólo con el *costo de operación* de cada una de ellas, sino también, con el *factor de uso*, *capacidad (kwh)* y *factor de planta* de cada una de las unidades. Este último factor permite mantener dentro de un rango la proporción entre las potencias hidráulicas tanto en el *pico* como en la *base* (modos).

- *Costos de Instalación y de Operación de una planta Hidroeléctrica*

Las plantas hidroeléctricas tienen un costo de instalación muy alto pero su costo de operación por Kwh tiende a ser despreciable.

- *Costos de Instalación y Operación de las Plantas Térmicas*

El costo de instalación de las plantas térmicas es menor que el costo de las plantas hidroeléctricas pero su *costo de operación* es, de manera importante, mayor por Kwh, debido al alto costo de los combustibles destacando, entre estos el turbogas. En las unidades nucleares, su costo inicial y de operación es elevado, sin embargo, a largo plazo el costo de operación es mucho menor que el de una planta térmica común.

- *Factor de Disponibilidad*

Cualquier tipo de planta generadora es susceptible de fallas por lo que está sujeta a un *factor de disponibilidad*.

- *Costo por Pérdidas de Flujo de Potencia.*

La red de transmisión, problema de redes con ganancia negativa, registra pérdidas en el flujo de potencia al transportarse de un nodo a otro, por lo que se considera un *costo por pérdidas de flujo de potencia en líneas de transmisión*. Existe un *factor de potencia* que permite calcular dichas pérdidas. Estas pérdidas deben ser consideradas en el momento de calcular la oferta real de potencia.

- *Límites de Instalación y Operación*

Esta restricción puede atribuirse a posibles limitaciones en la capacidad de construcción, a consideraciones de tipo ambiental o geográficos, o eventualmente a costos de los hidrocarburos.

- *Reserva de Potencia*

Se requiere, para garantizar un servicio confiable, una *reserva de*

potencia. Esta reserva es necesaria ya que el consumo es variable y se presentan picos tanto en periodos diarios como anuales. El Sistema Interconectado Nacional se encarga de llevar el fluido a los lugares de demanda, aún cuando se preveé una reserva por área, teniendo preferencia las áreas industriales.

- *Capacidad de enlace*

En líneas de transmisión existen también condiciones respecto a la capacidad de enlace de una línea con otra. Es necesario que exista una cierta capacidad de enlace para poder transmitir el flujo de potencia en líneas en cada modo de operación (base y pico).

- *Otras Características*

Existen otras características del sistema eléctrico de tipo general como demanda industrial reubicable y cotas en las variables de esta demanda. En cada modo de operación y en cada periodo se desea localizar en el sistema una demanda reubicable especificada. Se requiere también determinar la cantidad de esta demanda que es posible colocar en cada nodo-modo-periodo, la cual se encuentra acotada por el sistema. Este tipo de demanda aparece en el modelo EXPANDIM pero ha sido omitida para simplificar el modelo.

Conceptualmente el problema se representa como sigue: para lograr el objetivo propuesto: *satisfacer la demanda de energía*, se requiere determinar la *expansión óptima de la capacidad del sistema* de tal forma que los *costos resulten mínimos*. Acatando las condiciones impuestas al sistema se formula un conjunto de *restricciones* de carácter *económico, social y técnico*. De entre las restricciones de carácter económico destacan las restricciones de capital por lo que se plantea minimizar los costos derivados de la expansión del sistema por medio de la función objetivo del problema.

min \sum costos de expansión del sistema

s.a.

restricciones de tipo económico:

demanda

capital

restricciones de tipo técnico:

capacidad hidráulica

capacidad térmica
capacidad en líneas de transmisión
capacidad de construcción teniendo o no en
cuenta consideraciones ambientales
utilización efectiva en los generadores, etc...

A continuación se trata el modelo formal siguiendo el orden de la Figura 3.1.2.

3.2. EL MODELO FORMAL

El modelo formal del problema de expansión de capacidad del sistema eléctrico, se propone estructurar el problema con una representación lineal estableciendo las interrelaciones entre las distintas variables reconocidas conceptualmente como determinantes del mismo. Nuestro modelo, como antes se mencionó, por simplicidad trata el aspecto económico y técnico únicamente, dejando a un lado el aspecto social, por lo que se procede a plantear el problema refiriendo sólo las características económicas y técnicas ya mencionadas.

3.2.1. Presentación del Modelo

Definición de Términos Utilizados en el Modelo

Nodo (N). Punto en el cual puede existir *generación y/o consumo* de energía eléctrica.

Enlace. Es la conexión eléctrica entre dos nodos que incluye al menos una línea de transmisión. Un conjunto de nodos con sus respectivos enlaces representa al Sistema Interconectado Nacional (SIN).

Áreas del sistema (A). Con el fin de establecer características de conjuntos de nodos, el SIN se encuentra dividido en seis áreas, Central, Oriental, Occidental, Noroeste, Norte, Noeste. Estas se utilizan cuando hay políticas de *reserva de energía*. En este trabajo no se toman en cuenta.

Horizonte de Planeación (HP) o de Estudio. Es el número de años que comprende el estudio, éste está dividido en varias partes.

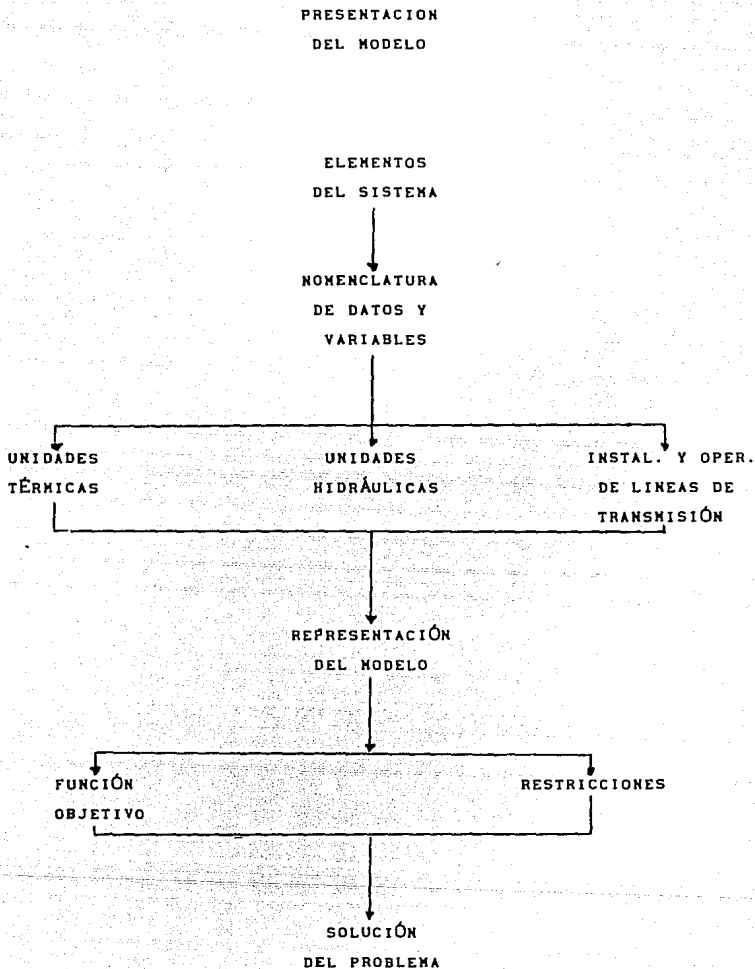


Figura 3.1.2

Período (P). Cada una de las partes en que se divide el horizonte de estudio, no necesariamente iguales, pero cada una de ellas compuesta por un número non de unidades de tiempo (años).

Tasa de Interés (TI) Es el monto contratado para ser pagado por unidad de tiempo y por unidad de capital invertido.

Valor Presente (VP). Es el importe del capital que, invertido durante cierto plazo a una tasa de interés dada, es suficiente para producir un monto determinado, es decir, es un criterio económico que capitaliza los gastos que se hacen durante el horizonte de estudio, para lo cual es necesario determinar en valor presente el costo total de dichos gastos. El VP al inicio del estudio, de una inversión I, que se hará el año n, con una tasa de interés i será,

$$VP = \frac{I}{(1 + i)^n}$$

Tipo (T). Las diferentes alternativas de generar energía (geotermia, gas, nuclear, hidroeléctrica, etc.).

Voltaje (V). Los distintos niveles de voltaje en las líneas de transmisión, se manejan dos: 400 y 230 volts.

Modo (M). Se le llama así a las formas de operar el sistema para atender a la demanda. Se consideran dos formas que son: base y pico.

Curva de Duración de Carga del Sistema (CDC). Indica la porción del intervalo de tiempo durante el cual una demanda de potencia excede algún nivel específico p_0 . Con fines prácticos la C.D.C. se representa como una gráfica escalonada decreciente, donde cada escalón constituye un modo de operación, Figura 3.2.1.

Nomenclatura de Datos y Variables

El modelo requiere de un conjunto de parámetros, índices, datos y variables para expresar la problemática que le dá sentido. Para facilitar su manejo se hace la siguiente clasificación:

- a) Carácter General
- b) Instalación y Operación de Unidades Térmicas
- c) Instalación y Operación de Unidades Hidráulicas
- d) Instalación y Operación de Líneas de Transmisión

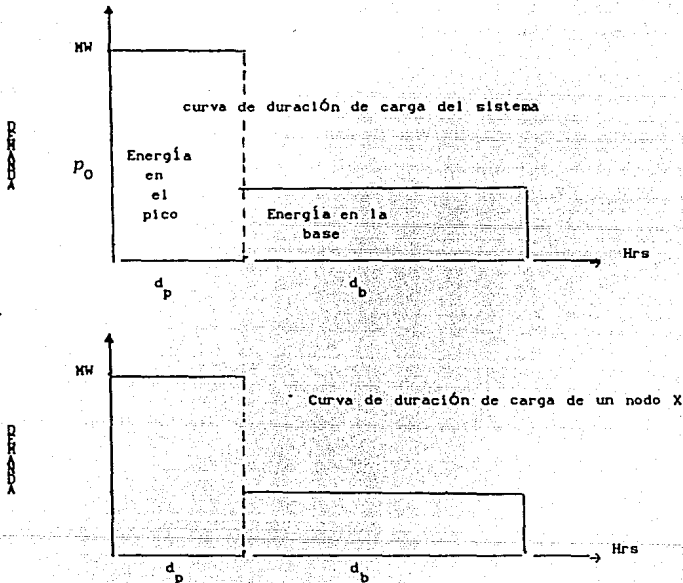


Figura. 3.2.1. Posible CDC de un nodo X y la del sistema

a) CARÁCTER GENERAL

Índices:

| | |
|------|------------------------|
| N, n | Nodo |
| M, m | Modo |
| P, p | Periodo |
| K, k | Cantidad |
| T, t | Tipo de Generador |
| V, v | Voltaje de Transmisión |
| A, a | Área |

Datos y Variables

| | |
|------------|--|
| NN | Número de Nodos |
| NP | Número de Periodos |
| NM | Número de Modos (base y pico) |
| TI | Tasa de Interés |
| D(n, m, p) | Demanda en el (nodo, modo, periodo), en MW |
| DURA(m) | Duración anual de operación del modo en 10 ³ Hrs. |
| NUMA(p) | Número de años correspondientes al (periodo) |

b) INSTALACIÓN Y OPERACIÓN DE UNIDADES TÉRMICAS

| | |
|-------------------------|--|
| NG(n) | Nodo factible de Generación Térmica |
| NGG | Núm de nodos donde es factible instalar generación ter |
| NTTG(t) | Núm total de tipos de generadores |
| NUTG(n) | Núm de tipos de generadores térmicos en el nodo NG() |
| NUTPG(n,t) | Tipo de generador térmico en el nodo NG() |
| NARG ^{*3} | Núm de áreas con restricciones de reserva de generación térmica |
| NNARG() [*] | Núm de nodos en el área con restric de reserva de generación térmica |
| NARRG [*] | Num del área con restricciones de reserva de generación térmica |
| FACRE() [*] | Factor de reserva del área NARRG() |
| NAARG(n,a) [*] | Núm del nodo de generación térmica en el área |

³ La versión del modelo que se presenta en este trabajo no considera la política de tener reserva térmica por área

| | |
|---------------|--|
| VUG(t) | Vida útil del (tipo) de generador en años |
| CAPCO2(n,t) | Capacidad del generador en (nodo, tipo) en MW |
| GLIM(n,p) | Límite de capacidad a instalar en el (nodo, período), MW |
| CAGI(n,t) | Capacidad instalada al inicio de la expansión en el (nodo, tipo) en MW |
| FACS(n,t,m,p) | Factor de uso superior del generador en el (nodo, tipo, modo, período) |
| FACI(n,t,m,p) | Factor de uso inferior del generador en el (nodo, tipo, modo, período) |
| COSPL(m) | Costo de pérdidas en las líneas de transmisión en el (modo) en 10^3 \$/(MWH) o bien 10^6 \$/(GWH) |
| COOP(n,m,t) | Costo de operación en el (nodo, modo, tipo) en 10^3 \$/(MWH) |
| CAPCO1(n,t) | Costo de la inversión del generador del (nodo, tipo) en 10^3 \$/KW o bien 10^6 \$/MW |
| GN(n,t,p,k) | Variable de decisión, para instalar generadores en cada (nodo, tipo, período, cantidad) en MW |
| GR(n,t,m,p) | Variable de decisión, continua, para la potencia activa térmica generada en el (nodo, tipo, modo, período) en MW |

c). INSTALACIÓN Y OPERACIÓN DE UNIDADES HIDRÁULICAS

| | |
|------------|---|
| NNGH | Número de nodos con capacidad de generación hidráulica |
| FDPHM | Factor de disponibilidad de la potencia hidráulica máxima |
| VUGH | Vida útil del generador de capacidad hidráulica en años |
| NGRH(n) | Nodo factible de generación hidráulica |
| PHMAX(n,p) | Potencia hidráulica máxima susceptible de permanecer instalada en el (nodo, período) en MW |
| EHDIS(n,p) | Energía hidráulica disponible por año en el (nodo, período) en GWh |
| PHI(n,m) | Potencia hidráulica inicial, en operación, en el (nodo, modo) en MW |
| FPHS(n,p) | Factor de planta hidráulica superior en el (nodo, período) |
| FPHI(n,p) | Factor de planta hidráulica inferior en el (nodo, período) |
| COSPH(n) | Costo de inversión en potencia hidráulica en el (nodo), en 10^3 \$/KW o bien 10^6 \$/MW |
| GRH(n,p) | Variable de decisión continua para la potencia |

hidráulica activa generada en el (nodo, periodo)

d) INSTALACIÓN Y OPERACIÓN DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

| | |
|------------------------|---|
| NEF | Número de enlaces factibles |
| VUL | Vida útil de las líneas de transmisión |
| FACPL | Factor de pérdidas de voltaje en las líneas |
| NI(n) | Nodo inicial de la línea |
| NR(n) | Nodo final de la línea |
| DIST(n_1, n_2) | Longitud de la línea en KM entre dos nodos, (n_1, n_2) |
| VOLT(n_1, n_2) | Voltaje de la línea en KV |
| CAP(n_1, n_2) | Capacidad de la línea en MW |
| CAPL() | Capacidad de la línea asociada, internamente, a su correspondiente CAP() |
| CAPE() | Capacidad de la línea en MW al inicio del proyecto |
| CAPEL() | Capacidad inicial de la línea asociada internamente a su correspondiente CAPE(n_1, n_2) |
| COPL(n_1, n_2) | Constante de pérdidas en la línea |
| IVOLT() | Indicador de los niveles de voltaje en cada enlace, |
| COSTO(n_1, n_2, v) | Costo de la línea en 10^6 /KM |
| COPE(m) | Costo de pérdidas de transmisión en el (modo) |
| L(n_1, n_2, v, p) | Variable de decisión continua para instalar líneas |
| FL(n_1, n_2, m, p) | Variable de decisión, continua, para el flujo de potencia activa en las líneas (n_1, n_2, m, p) |

3.2.2. Modelado de los Elementos

Linealidad. En la formulación de este modelo, tanto la función objetivo como el conjunto de restricciones se representan como *funciones lineales* (Apéndice A).

Política de Renovación. El criterio para decidir el retiro de los equipos consiste en suponer que al término de su vida útil éstos son reemplazados por unidades de idénticas características y que el costo de cada equipo, en valor presente, tiene incluidos estos reemplazos hasta el infinito (Apéndice C).

Costo Neto. Cuantifica la parte de la vida útil de los equipos que se gastan durante el horizonte de estudio, éste gasto se considera lineal

en el tiempo.

Elementos de Instalación y Operación de Unidades Térmicas

Generadores. Se designa en qué nodos puede existir capacidad térmica y de qué tipos, dependiendo de la región en cuanto a sus características y tipos de combustibles; la gama de combustibles es amplia, por simplicidad se trataran hasta 4 tipos de generadores térmicos con capacidad estandar. Las capacidades ya existentes se clasifican en estos tipos o se aproximan a ellos si es necesario. El modelado de este problema se lleva a cabo con 3 (ó 4) tipos en total incluyendo generación hidráulica y 3 ó 4 tipos térmicos (incluida la nuclear).

GENERADORES EXISTENTES

| | | |
|-----|-------------------|--------|
| TP1 | Nuclear de 600 MW | (N) |
| TP2 | Carbon | (C) |
| TP3 | Ciclo Combinado | (CC) |
| TP4 | Gas | (G) |
| TP5 | Vapor | (V) |
| TP6 | Geotermia | (Geot) |
| TP7 | Hidráulica | (H) |

GENERADORES NUEVOS

| | |
|-----|-------------------|
| TP1 | Nuclear de 600 MW |
| TP7 | Hidrodráutica |
| TP8 | Duales |
| TP9 | Mixta (CC-GAS) |

Algunas de las modalidades de combustibles congregados en los 6 tipos de generación térmica existente son:

Carbón de 300 MW,
Combustóleo de 300, 150, 100, Y 75 MW
Diesel de 60MW
Gas de 50 MW

Número de Unidades a Instalar. Para la instalación de generadores estándar se recurre a variables de decisión discretas, el modelo con representación discreta permite instalar en cada nodo-periodo, hasta tres unidades de cada tipo. En la representación continua la instalación de capacidad, y el número de unidades a instalar no se limita.

Mantenimiento y Confiabilidad de las Unidades Térmicas. El complemento del factor de utilización superior $[1 - FACS(n,t,m,p)]$ representa el porcentaje de la capacidad de cada unidad generadora que se reserva

para mantenimiento y confiabilidad del tipo correspondiente, de esta manera se simula el tiempo durante el año, que una unidad estará fuera de servicio, (FACI - Factor de utilización inferior).

Cota Inferior del Rango de Operación. Este valor mínimo está en función del tipo de generador, se tratan dos casos:

Caso 1. En los generadores con costo de operación bajo, la cota inferior del rango de operación se hace igual al mínimo de operación permisible.

Caso 2. En los generadores con costo de operación alto, la cota inferior del rango de operación se hace igual a cero con el propósito de que se tenga flexibilidad en el uso de estos equipos.

La interpretación de un valor de operación obtenido entre cero y el mínimo de operación es que no todos los generadores de estos tipos deben estar funcionando.

Elementos de Instalación y Operación de Unidades Hidráulicas

Especificación de Proyectos Hidráulicos. Un proyecto hidráulico queda especificado por la *energía hidráulica disponible* y por la *potencia hidráulica máxima* susceptible de instalarse.

Confiabilidad de las Unidades Hidráulicas. El factor de disponibilidad de potencia hidráulica máxima, FDPHM, representa el porcentaje de potencia hidráulica instalada disponible. El complemento de esta, $(1 - FDPHM)$, representa la potencia hidráulica no disponible debida a fallas.

Capacidad Hidráulica. Se maneja sólo un tipo de alternativa y el manejo de la instalación de potencia se modela por una variable continua. La capacidad instalada se determina a partir de la *capacidad de operación en el pico* multiplicada por el inverso del factor de disponibilidad, (FDPHM).

Utilización de las Plantas Hidráulicas. Siempre que sea posible se utilizará la energía de las plantas hidráulicas durante el pico, para reemplazar los generadores térmicos usados durante este modo y cuyo

costo es más alto. Esto se logra por medio de la utilización de un factor de planta, (FPHS Y FPFI), el cual es flexible y permite manejar dos criterios:

- Factor de planta hidráulico por proyecto para cada periodo
- Factor de planta hidráulico global para cada periodo

Elementos de Instalación y Operación de Enlaces

Enlace. A cada línea que es susceptible de existir entre dos nodos del sistema, se le denomina enlace. En cada enlace se consideran dos voltajes de transmisión, que pueden ser diferentes entre enlaces, los niveles de voltaje permanecen fijos durante los periodos del horizonte de estudio.

Número de Líneas a Instalar. Con el fin de instalar líneas de capacidad estándar, se recurre a variables de decisión discretas, el modelo permite instalar por cada voltaje y en cada enlace-periodo hasta tres líneas. Para la representación continua de la instalación de líneas no existe límite en el número a instalar.

Potencia Activa en las Líneas. En las líneas de alta tensión la relación entre la reactancia y la resistencia, la cual depende de la cantidad del flujo en la línea, es grande (mayor que 5) lo que permite tener una buena aproximación en el cálculo de potencia activa mediante una formulación lineal.

Pérdidas de Transmisión. La energía que se trasmite a través de un enlace es afectada por un factor de pérdidas, este es proporcional a la longitud de dicho enlace con lo que es posible:

- Obtener el costo de las pérdidas en cada enlace.
- Al minimizar estos costos la energía transmitida sigue las trayectorias más cortas.

3.2.3. *Función Objetivo*

La función objetivo minimiza la suma de los costos que derivan de la expansión, por simplicidad, como ya se estableció, se asumirá que estos costos tienen un comportamiento lineal, estos son:

- Costo Neto de Inversión en:
 - Capacidad Térmica
 - Capacidad Hidráulica
 - Sistema de Transmisión
- Costo de Operación de los Generadores Térmicos
- Costo de Pérdidas de Transmisión

Cada uno de los costos se calculan en valor presente durante el horizonte de estudio, utilizando las variables asignadas a los costos mencionados y los parámetros que las afectan, la función objetivo queda expresada como la suma de:

1. Costo de Inversión en Capacidad Térmica (CAPCO1)

$$\sum_{n=1}^{np} \sum_{t=1}^{ntlg} \sum_{p=1}^{np} \sum_k \left\{ \text{CAPCO1}(n,t) \cdot \text{CAPCO2}(n,t) \cdot k \cdot \text{FACVP} \right\} \text{GN}(n,t,p)$$

donde,

$$\text{FACVP} = \frac{1 - (1+TI)^{-VUG(T)}}{1 + TI} \cdot \frac{AA(P)}{[1 - (1 - \text{VAU}/VUG(T))]} \cdot \frac{1 - \text{VAU}}{1 + TI}$$

es el factor que permite calcular el valor presente neto de la inversión (Apéndice C).

Este costo contempla la inversión (CAPCO1) realizada en capacidad generadora térmica, multiplicada por el número de unidades a instalar (K) en valor presente (FACVP). La variable de decisión continua GN decide la expansión de capacidad en el nodo, tipo, periodo.

Analizando los coeficientes de la variable de decisión, el cálculo se reduce a obtener el valor de CAPCO1(n,t)*FACVP, puesto que los otros factores son simplemente la capacidad del generador multiplicada por el número de unidades. El desarrollo de este cálculo aparece en el Apéndice C, y comprende el costo neto de la inversión en valor presente, considerando rescate de inversión y rescate de reemplazo.

ii. Costo de Inversión en Capacidad Hidráulica (COSPH)

El costo de la inversión en capacidad de generación de potencia hidráulica considera una sola alternativa de tipo de generación e iguales políticas en cuanto a recuperar la inversión. Este costo está dado por,

$$\sum_{n=1}^{nn} \sum_{p=1}^{np} 1/FDPHM \left\{ \text{COSPH}(n) \cdot \text{FACVP} \right\} \text{GRH}(n, m, p),$$

esta expresión introduce un factor que corresponde a la disponibilidad de potencia hidráulica máxima (FDPHM) de la planta generadora, así al multiplicarse por la variable de decisión (GRH) que determina la operación de la potencia que actúa durante el modo pico, proporciona la cantidad de potencia a instalar. El factor a calcular se reduce a calcular $\text{COSPH} \cdot \text{FACVP}$. El cálculo se lleva a cabo en cada nodo, tipo y período.

iii. Costo de la Inversión en Capacidad de Líneas de Transmisión (COSTO)

El costo en capacidad en líneas de transmisión (COSTO), en valor presente, es proporcional a la longitud de la línea (DIST) entre dos nodos. La línea puede conducir alguno de los dos tipos de voltaje, para este costo se tiene la siguiente expresión,

$$\sum_{n_1}^{nn} \sum_{n_2}^{nn} \sum_{p=1}^{np} \sum_k \sum_{v=1}^2 \left\{ \text{COSTO}(n_1, n_2, v) \cdot \text{DIST}(n_1, n_2) \cdot k \cdot \text{FACVP} \right\} L(n_1, n_2, v, p)$$

iv. Costo de Operación de los Generadores Térmicos (COOP)

El costo de operación de los generadores térmicos tiene la siguiente expresión,

$$\sum_n \sum_{p=1}^{nn} \sum_{m=1}^{np} \sum_t^2 \left\{ \text{COOP}(n, t, m) \cdot \text{DURA}(m) \cdot \text{NA}(p) / (1+TI)^{\frac{AA(P)}{2}} \right\} \text{GR}(n, t, m, p),$$

el coeficiente de la variable de decisión GR esta compuesto por los factores de costo de operación (COOP), duración anual del modo (DURA), por el número de años del periodo (NA)/(1+TI)^{AA(P)/2}, este costo representa el valor del costo unitario de operación en el (n, t, m, p). Este costo se considera concentrado a mitad del periodo P.

v. Costo por Pérdidas de Potencia en Líneas de Transmisión (COPE)

Este costo considera el valor unitario de la potencia que se pierde al transitar la energía eléctrica de un nodo a otro, para cada nodo, modo y periodo. Este costo también se considera a mitad del periodo p, su expresión es la siguiente:

$$\sum_{n_1}^{nn} \sum_{n_2}^{nn} \sum_{p=1}^{np} \sum_{m=1}^2 \left\{ \text{COPE}(m) \cdot \text{DIST}(n_1, n_2) \cdot \text{DURA}(m) \cdot \text{NA}(p) \cdot (1/10^6) \text{COPL}(n_1, n_2) \right\} \cdot \text{FL}(n_1, n_2, m, p)$$

donde interviene una constante por pérdidas [COPL/10⁶], la variable de decisión del flujo, FL, controla si la expansión procede o no.

3.2.4. Restricciones del Problema

Las *restricciones* surgen, como se ha mencionado, de la problemática expuesta, estas son:

- Satisfacción de la Demanda (BRP(n, m, p))

Esta restricción busca el balance real entre la *potencia* y la *demand*a, calcula por un lado la oferta compuesta por la potencia hidráulica inicial, la generación térmica e hidráulica, menos las pérdidas en las líneas de transmisión y por otro la demanda. Existe

otro tipo de demanda catalogada como *demanda reubicable*, por simplicidad, esta se considera incluida en la demanda. La restricción queda expresada como sigue:

$$\sum_t^{ntg} GR(n, t, m, p) + \sum_{p=1}^{np} GRH(n, m, p) + \sum_n^{nn} FACPL \cdot FL(n_1, n_2, m, p) - \sum_n^{nn} FL(n, n, p, m) + PHI(n, m) = D(n, p, m)$$

el tercer sumando se refiere a las pérdidas que se registran en el flujo de potencia activa (FL) en las líneas, FACPL es un factor que proporciona el porcentaje de pérdidas de voltaje en las líneas.

- Restricciones de Instalación y Operación de Generadores Térmicos

i) *Límite de capacidad a localizar (LG(n,p)) para instalar generadores.* Esta restricción se basa en la capacidad de construcción o por consideraciones ambientales puede ser necesario limitar la instalación de capacidad (MW) en cada nodo, periodo del sistema:

$$\sum_t^{ntg} \sum_k \left\{ k \cdot CAPCO2(n, t) \right\} GN(n, t, p) \leq GLIM(n, p)$$

ii) *Límite de las unidades térmicas a localizar (LGN(n,p)).* Es posible, si se desea, limitar el número de generadores de un tipo determinado en cada nodo, tipo y periodo; para la representación continua de GN se tiene:

$$\sum_{k=1} k \cdot GN(n, t, p) \leq ALIM(n, t, p)$$

iii) *Reserva de potencia (REG(NARG(),p).* Esta restricción se basa en la necesidad de contar con reserva que permita cubrir la demanda máxima en cada una de las áreas que conforman el sistema, y en cada periodo. El factor FACRE permite calcular la cantidad de potencia térmica de reserva necesaria, la cual se resta de la potencia térmica

generada (GR). La cota superior para esta reserva la proporciona la capacidad de generación instalada al inicio del estudio (CAGI).

$$\sum_{n \in \text{NUMA}} \sum_t^{nttg} GR(n, t, m1, p) - \sum_{n \in \text{NUMA}} \sum_{t=1}^{nttg} \sum_{p=1}^{np} \sum_{k=1}^{np} \text{FACRE}(\text{NUMA}) * k * \text{CAPCO2}(n, t) \\ * GN(n, t, p, k) \leq \sum_{n \in \text{NUMA}} \sum_t^{nttg} \text{CAGI}(n, t)$$

Se ha convenido que por política actual de CFE y tratando de simplificar el modelo, esta restricción no se ha tomado en cuenta.

iv) *Utilización efectiva de los generadores.* Esta restricción requiere que todos los generadores sean utilizados entre los límites impuestos por los factores de uso superior $GS(n, t, m, p)$ e inferior $GI(n, t, m, p)$ en cada modo y periodo.

factor de Uso Superior:

$$GN(n, t, m, p) - \sum_{p=1}^{np} \sum_k \text{FACS}(n, t, m, p) * k * \text{CAPCO2}(n, t) * GN(n, t, m, p) \leq \\ \text{FACS}(n, t, m, p) * \text{CAGI}(n, t)$$

Factor de Uso inferior:

$$GN(n, t, m, p) - \sum_{p=1}^{np} \sum_k \text{FACI}(n, t, m, p) * k * \text{CAPCO2}(n, t) * GN(n, t, m, p) \geq \\ \text{FACI}(n, t, m, p) * \text{CAGI}(n, t)$$

- Restricciones de Instalación y Operación de Generadores Hidráulicos

i) *Potencia hidráulica Máxima (PHM(n,p)).* Esta restricción evita que la potencia hidráulica instalada en el pico en cada nodo-periodo exceda la potencia hidráulica máxima susceptible de instalarse,

$$\sum_{n=1}^{nn} \sum_{p=1}^{np} \text{GRH}(n, m1, p) \leq \text{FDPHM} * \text{PHMAX}(n, p) - \text{PHI}(n, m1)$$

ii) *Energía Hidráulica Disponible (EDH(n,p))*. Esta restricción controla que la energía hidráulica utilizada no sobrepase la energía hidráulica disponible:

$$\sum_{p=1}^{np} \sum_{m=1}^2 \text{DURA}(m) \cdot \text{NUMA}(p) \cdot \text{GRH}(n, m, p) \leq \text{EHDIS}(n, p) \cdot \text{PHI}(n, m1) \cdot \text{DURA}(m1) \cdot$$

$$\text{NUMA}(p) - \text{PHI}(n, m2) \cdot \text{DURA}(m2) \cdot \text{NUMA}(p)$$

iii) *Potencia Hidráulica en el Pico (PPB(n,p))*. Establece que la potencia Hidráulica en el pico en operación durante el pico sea mayor o igual que la de la base,

$$- \sum_{p=1}^{np} \text{GRH}(n, m1, p) + \sum_{p=1}^{np} \text{GRH}(n, m2, p) \leq \text{PHI}(n, m1) - \text{PHI}(n, m2)$$

iv) *Factores de Planta en Instalaciones Hidráulicas*. Se requiere mantener dentro de un rango la proporción entre las potencias hidráulicas en el pico y la base. Eligiendo la alternativa de factor de planta global las restricciones asociadas para cada nodo es:

Factor de Planta Hidráulica Superior (GHS(n,p))

$$\left[\text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m1) \left[\frac{1}{\text{FDPHM}} - \frac{1}{\text{FPHS}(n, p)} \right] + \text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m2) / \text{FDPHM} \right] \cdot$$

$$\sum_{p=1}^{np} \text{GRH}(n, m1, p) - \left[\text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m2) / \text{FPHS}(n, p) \right] \cdot \sum_{p=1}^{np} \text{GRH}(n, m2, p) \geq$$

$$\text{PHI}(n, m2) \cdot \text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m2) / \text{FPHS}(n, p) - \text{PHI}(n, m1) \cdot \left[\text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m1) \left[\frac{1}{\text{FDPHM}} - \frac{1}{\text{FPHS}(n, p)} \right] + \text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m2) / \text{FDPHM} \right]$$

$$\left[\text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m1) \left[\frac{1}{\text{FDPHM}} - \frac{1}{\text{FPHI}(n,p)} \right] + \text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m2) / \text{FDPHM} \right] \cdot$$

$$\sum_{p=1}^{np} \text{GRH}(n, m1, p) - \left[\text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m2) / \text{FPHI}(n, p) \right] \cdot \sum_{p=1}^{np} \text{GRH}(n, m2, p) \leq$$

$$\text{PHI}(n, m2) \cdot \text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m2) / \text{FPHI}(n, p) - \text{PHI}(n, m1) \cdot \left[\text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m1) \left[\frac{1}{\text{FDPHM}} - \frac{1}{\text{FPHI}(n, p)} \right] + \text{NUMA}(p) \cdot \text{DURA}(m2) / \text{FDPHM} \right]$$

- Restricciones referentes a la Instalación y Operación de Enlaces

1) Capacidad de los Enlaces de Transmisión (RF(n,n,m,p)). Garantiza la capacidad de enlace para transmitir el flujo de potencia en las líneas, en cada modo y período

$$- \text{FL}(n_1, n_2, m, p) - \text{FL}(n_2, n_1, m, p) + \sum_{p=1}^{np} \sum_k \sum_{v=1}^2 \text{CAPL}(v) \cdot k \cdot \text{L}(n_1, n_2, m, p) \geq$$

$$- \text{CAPEL}(n_1, n_2)$$

3.3. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

La solución del problema se llevará a cabo utilizando el Paquete de Programación Lineal GAMS: General Algebraic Modeling System. Este paquete, para equipo PC, ofrece una estructura sencilla. Consta de dos versiones, una versión *estudiante*, dirigida a trabajos de tipo didáctico, de poca capacidad, y otra *profesional*, dirigida a tareas de gran escala, es decir, con mayor capacidad

La manera de estructurar el problema en este paquete se presenta en el siguiente capítulo, así como la obtención de los datos requeridos, los resultados obtenidos y su interpretación

4. ESTRUCTURA DEL PROGRAMA EN EL PAQUETE DE PROGRAMACIÓN GAMS

El presente capítulo está dedicado a presentar una solución del modelo EXPANDIM de CFE, expuesto en el capítulo III, utilizando el paquete de programación lineal GAMS.

El modelo EXPANDIM integra dos de los tres subsistemas del sistema eléctrico: Generación y Transmisión, por tanto, maneja un fuerte volumen de información. La simultaneidad de estos subsistemas es una de las principales características del modelo.

El software antes mencionado (GAMS) cuenta con dos versiones; *Estudiante y Profesional*. La primera está dirigida a problemas típicos de clase y algunos otros que no sobrepasen el límite impuesto a esta versión; es decir, 500 elementos distintos de cero, 20 variables discretas, o bien 100 elementos distintos de cero en programación no-lineal. La segunda está dirigida a problemas de gran talla, como nuestro modelo; en esta versión tienen cabida modelos que contengan hasta más de cuatro mil elementos distintos de cero.

Antes de utilizar un paquete de optimización, es bueno saber si la solución que éste ofrece es confiable. Al respecto se puede decir que GAMS es un paquete que cuenta con un conjunto de *solucionadores* que, antes de ser instalados, han sido probados ampliamente. En efecto uno de los solucionadores al cual se recurre en el caso lineal, denominado MINOS, es considerado por algunos investigadores como el mejor entre los existentes. Como ejemplo de la confianza que existe en este solucionador se mencionan a continuación dos trabajos presentados recientemente en el Coloquio de Investigación de Operaciones¹, por el Banco de México y el Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE).

El trabajo del Banco de México, "Una Aplicación de Flujo en Redes al

¹Coloquio de Investigación de Operaciones, IMSIO, ITAM, México (diciembre 1991).

Problema de Conciliación de Valores Gubernamentales"², próximo a publicarse, se llevó a cabo utilizando el paquete GAMS. Se eligió dicho paquete por el conjunto de solucionadores que tiene integrados, MINOS entre otros, y además por las facilidades que brinda para modelar el problema.

La solución encontrada para el problema se ajusta perfectamente a la solución que antes se consideraba buena, sólo que ahora se obtiene en menos tiempo, lo cual es muy importante en este caso debido a que se busca impedir oportunamente los sobregiros de los clientes en los distintos títulos que maneja el Banco.

Para el trabajo del IIE, "Optimización Estocástica en Sistemas de Generación Hidroeléctrica"³, se utilizó el optimizador MINOS. Se mencionaron, entre otros puntos, las ventajas que MINOS ofrece respecto al manejo eficiente de matrices poco densas de las restricciones lineales y no-lineales, así como su versatilidad para manejar diversos tipos de problemas, incluyendo el tipo entero (0/1).

Es importante hacer notar que GAMS también permite hacer interfase con otros programas en lenguaje Pascal y encadenar los resultados de una salida del programa a otra nueva corrida.

Actualmente se dispone sólo de la primera versión de GAMS. Esto ha provocado que se lleve a cabo una serie de modificaciones al modelo original a fin de obtener una solución por este medio. A continuación se detallan la estructura del programa y las modificaciones mencionadas.

En el Apéndice D se proporcionan indicaciones generales acerca de cómo instalar el paquete GAMS en una PC, los requerimientos mínimos del equipo y cómo crear un archivo de entrada y salida GAMS.

4.1. ESTRUCTURA DEL PROGRAMA GAMS

GAMS tiene una estructura vertical. El cuerpo del programa consta de

² Autores: Dr. Gilberto Calvillo V. y Dr. Francisco Solís R.

³ Autor: Dr. Alejandro Afuso H., investigador del Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE)

varios módulos, cada uno con una función bien definida, organizados de tal forma que no se puede hacer referencia a ningún elemento que no haya sido previamente definido. Los módulos son los siguientes: *Sets*, *Scalars*, *Parameters*, *Variables* y *Equations* (Guía del Usuario de Gams⁴) [GAMS88].

El programa inicia con *Sets*, *Scalars* y *Parameters*, en este orden. La entrada de datos se lleva a cabo en estos módulos; el formato es libre. En el primer módulo, se declaran los índices, y opcionalmente un nombre para ellos. A continuación, en el módulo *Scalars*, se declaran los valores constantes del modelo. En *Parameters*, utilizando los módulos anteriores, se declaran los parámetros. Estos pueden declararse en cualquiera de las siguientes maneras: *tablas*, *asignación* o por *cálculo directo* basado en otros parámetros o escalares previamente establecidos. Los parámetros deberán estar asociados a los índices declarados en *Sets*.

Otro módulo importante es *Variables*. En él se lleva a cabo la declaración de variables que el modelo requiere. Los índices de éstas son estrictamente los declarados en *Sets*. También se establecen características de dichas variables como son: carácter entero o continuo, valores iniciales, cotas, carácter positivo o negativo, o rango de variación de las mismas.

El último módulo es *Equations*. En él se declaran las restricciones, escribiendo en primer lugar la función objetivo y a continuación las restricciones a que de lugar cada una de las alternativas del modelo.

El programa finaliza con dos líneas esenciales: en la primera se halla el nombre del modelo que va a resolverse y en la segunda se instruye al paquete de programación sobre el tipo de solución que se desea obtener (lineal, mixta, no-lineal) en el modelo referenciado en la línea anterior.

Existen comandos que facilitan el entendimiento del programa o que le

⁴Esta referencia se encuentra en proceso de elaboración; su objetivo es el poder contar con un medio de consulta rápida y su contenido se basa en las experiencias de los usuarios.

dán mejor presentación, pero no son esenciales: *title*, *subtitle*, comentarios (* en la primera columna), *report*, *display*, etc..

Se utiliza cualquier editor de textos para editar el programa escribiéndolo al final como un archivo ASCII, o bien utilizando, como en este caso, el editor de PASCAL 5. El formato de cada uno de estos módulos y la sintáxis del programa se pueden ver directamente en el listado anexo (Listado No 1). Este listado es la forma de *entrada* del programa; debe ser un archivo cuyo nombre se limita a 8 caracteres con extensión GMS. La forma de *salida* es un archivo con el mismo nombre pero con extensión LST. Esta salida se crea automáticamente al correr el programa, destruyendo en la misma forma cualquier otro archivo de salida anterior con el mismo nombre. Sobre el formato de salida se pueden hacer algunos cambios, pero en general es rígido.

4.2. AJUSTES AL MODELO

Las simplificaciones impuestas al modelo para obtener una solución con la versión disponible de GAMS concentran la información en un reducido número de nodos; el horizonte de planeación se reduce al mínimo, dos periodos, y las alternativas respecto a tipos de generación térmica son afectadas por dos motivos: la limitada capacidad del software y las nuevas políticas ecológicas de CFE. Ejemplo de esta simplificación es el tipo *mixto*, que engloba las alternativas de *gas* y *ciclo combinado*.

4.3. DETALLE DE LAS SIMPLIFICACIONES

El modelo modificado obviamente no cumple con el fin para el que fue diseñado, es decir, orientar la toma de decisiones cuando se trata de la expansión del sistema eléctrico, pero sí conserva los elementos generales del modelo y la intención metodológica del trabajo.

El sistema interconectado nacional está dividido en seis áreas, en este caso se reducen a cuatro. El problema de localización de los nuevos centros se resuelve previamente, al señalar los nodos factibles. En seguida se presentan los cuatro nodos del modelo modificado, considerándolos como centros de generación y de consumo a la vez, i.e., cualquier tipo de generación es posible en cada nodo. La información se agrupa como sigue (Figura 4.3):

- N1 Área central
Regiones: Infiernillo, Villita, Tula, Necaxa, etc..

- N2 Área Sur (Áreas Oriental y Occidental)
Regiones: Chicoasén, Angostura, Malpaso, Peñitas, Caracol, etc..

- N3 Área Norte (Áreas Norte y Noreste)
Regiones: La Amistad, Chihuahua, Altamira, Laguna, etc..

- N4 Área Noroeste
Regiones: Guaymas, Topolobampo, Culiacán, Humaya, etc.

Los sistemas peninsulares y otros aislados de menor importancia (2000 MW aprox.) no se toman en cuenta por no formar parte del Sistema Interconectado Nacional (SIN).

La capacidad instalada respecto a costos de inversión y operación de los tipos tradicionales de generación térmica (vapor, geotermia, ciclo combinado, etc.) aparece en la función objetivo, concentrada en tres alternativas: *nuclear*, *dual* y *mixto*. Las variables de decisión $GN(n, TN, p)$ y $GR(n, TN, m, p)$, correspondientes a generación y operación térmica consideran sólo estos tipos nuevos de generadores denotados por TN y que son las alternativas antes mencionadas.

En el horizonte de planeación, se utilizan sólo dos periodos de dos años cada uno, 1990 como año inicial y se planea la expansión del sistema para cubrir la demanda proyectada de 1994.

Los modos de operación son dos como en el modelo original: base y pico, y se consideran de igual forma dos voltajes: 230 y 400 KV.

Una de las simplificaciones importantes que afectan al modelo rompe con la característica de simultaneidad de los subsistemas; esto es, el programa no calcula conjuntamente las restricciones de las tres alternativas: generación térmica, generación hidráulica y líneas de transmisión, puesto que sobrepasa el límite de la versión de GAMS.

NOTA: Los Sistemas Peninsulares no se encuentran integrados al STN [DMF99]

COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD SISTEMAS ELECTRICOS Y PRINCIPALES LINEAS DE INTERCONEXION

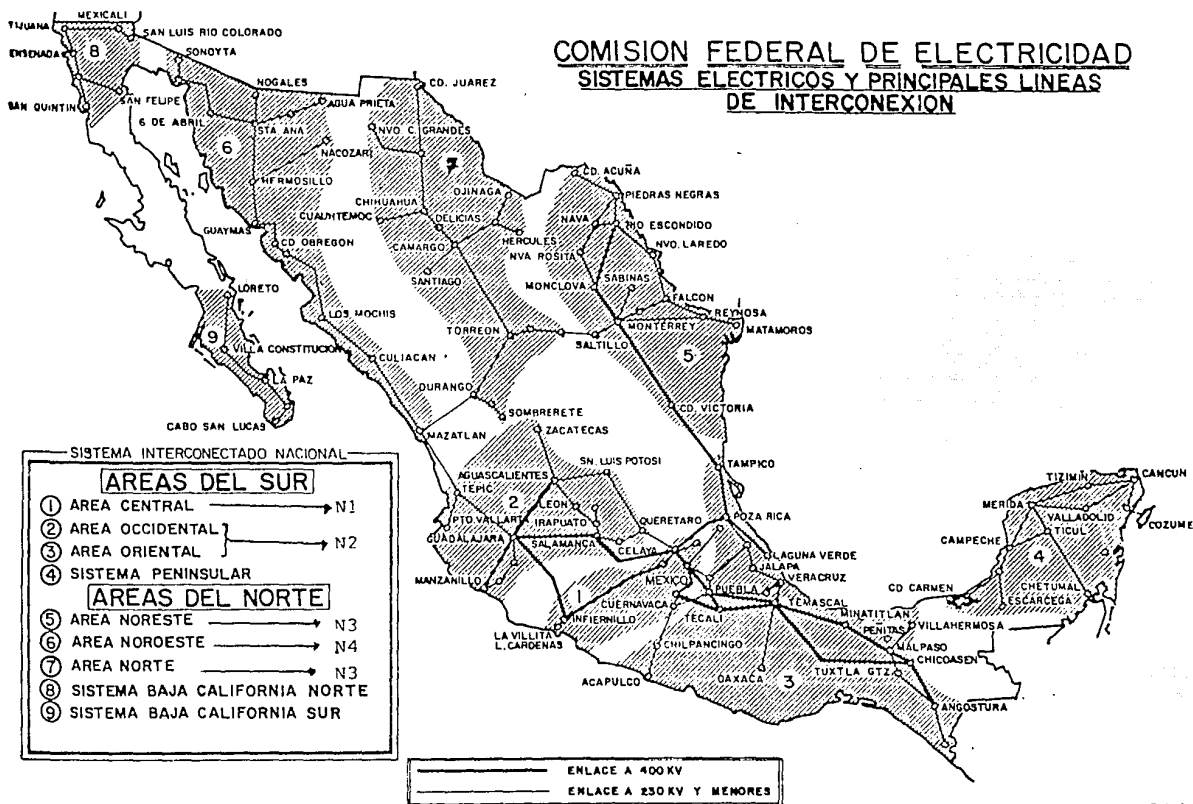


Figura 4.3

Por el motivo anterior, se presenta un programa EXPANH.GMS, Listado No. 1, en el cual aparece el modelo completo pero actúan sólo las restricciones para la *generación hidráulica*. Las restricciones correspondientes a *térmica* y *líneas de transmisión* se invalidan en el programa por medio de un asterisco en la primera columna de la línea, quedando estas líneas con carácter de comentarios.

Dentro de este mismo programa, es posible que actúen las restricciones correspondientes a las otra dos alternativas, siempre y cuando no sobrepasen los 500 elementos distintos de cero, límite de la versión del paquete que se está utilizando.

Este programa considera resolver, por medio de la generación térmica e hidráulica, existente y potencial, la demanda proyectada para 1994. La solución del problema mediante las variables de decisión $GR(n,tn,m,p)$, $GN(n,tn,m,p)$, $GRH(n,m,p)$, indica la tecnología de la planta por construir (térmica o hidráulica) en cada *nodo-periodo* y cómo debe operarse en cada *modo* con un *costo mínimo*. También, las variables $L(ni,nr,v,p)$ y $FL(ni,nr,v,p)$ proporcionan, respectivamente, la cantidad de líneas por instalar y la capacidad de flujo que puede transitar por éstas.

El estudio de factibilidad de los proyectos para instalar nuevas plantas de generación se lleva a cabo por anticipado, por tanto el modelo *localiza* los centros de generación entre los nodos proporcionados y minimizando costos decide el *más conveniente*. Los nodos aquí proporcionados, por simplicidad, se consideran susceptibles de instalar cualquier tipo de tecnología.

La información utilizada en este trabajo ha sido tomada de las publicaciones de la CFE. Para calcular la demanda futura se recurre a proyecciones basadas en un estudio de mercado [DME99]; los datos de potencia inicial, potencia máxima, etc. se basan en los informes anuales de operación [INFOR90] y los costos de inversión y operación correspondientes en la información [CFE87]. Algunos datos como factores de planta, factores de pérdidas, etc. han sido obtenidos del manual del modelo [MODELO]; estos valores han sido calculados estadísticamente y son datos en este caso, pero también pueden ser determinados dentro del programa aunque esto aumenta la complejidad del problema.

Los datos respecto a distancias entre nodos y por ende la longitud de las líneas se resolvieron de manera arbitraria pero que permitiera comunicación entre estos, simulando en la forma más restringida -por la capacidad del paquete- al Sistema Interconectado Nacional. Igual se procedió con la capacidad de las líneas. No se consideran pérdidas en el flujo de potencia.

4.4. INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

La salida del programa, Listado 2, muestra en primer lugar la función de costos para cada una de las variables en cada nodo, tipo, modo y periodo. En segundo lugar aparecen listadas las variables, cada una de ellas con su valor de costo y el valor que toman en cada una de las restricciones donde intervienen en cada nodo-modo-periodo. En tercer lugar vienen las restricciones, y se muestran el valor de los niveles de cada restricción -valor inferior y superior (*lower, upper*)-, el valor que tomó entre estos dos valores extremos (*nivel*), si la restricción es factible y el valor *marginal* o beneficio equivalente al valor de las λ_s del problema dual, en cada nodo-modo-periodo, pág. 109 (listado 2, pp. 25). En caso de no ser factible alguna de las restricciones simples, aparece señalada con la etiqueta *INFES*; i.e., no factible.

La solución obtenida es óptima, pág. 109 (Listado 2, pp. 25); el análisis de las ecuaciones da como resultado un conjunto de cero ecuaciones no-factibles, cero no-óptimas y cero no-acotadas, pág. 115 (Listado 2, pp. 31).

Aparecen sólo los tres primeros de cada uno de los resultados antes mencionados, ésta es la salida por omisión del paquete (*default*), pero se puede alterar por medio de un *comando* que indica el número de líneas que se desea imprimir.

Los tiempos de proceso están dados en función del número de elementos distintos de cero; en nuestro modelo reducido se tienen 485 elementos distintos de cero, con un tiempo de generación del modelo de 1.466 min y un tiempo de ejecución de 1.666 min, pág. 108 (Listado 2, pp. 24). Una idea aproximada de estos tiempos, para modelos de gran tamaño, se puede ver en los ejemplos del Cap. 17.2, pp. 168, [GAMS88].

4.5. LISTADOS DE ARCHIVOS DE ENTRADA Y SALIDA GAMS

LISTADO 1: ARCHIVO DE ENTRADA GAMS

*MODELO DE EXPANSION DEL SISTEMA ELECTRICO: GENERACION/TRANSMISION

\$TITLE GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

*OBSERVACIONES:

- PARA LA EXPANSION SE CONSIDERAN 4 TIPOS DE GENERACION: 3 TIPOS TERMICOS
- Y EL TIPO DE GENERACION HIDRAULICA
- UN CONJUNTO DE 4 NODOS ENGLOBAL TODOS LOS NODOS DEL SISTEMA
- INTERCONECTADO NACIONAL.
- SE CONSIDERAN: MODOS (2), PERIODOS (2)
- LOS COSTOS DE EXPANSION CONSIDERA SOLO LOS TIPOS DE GENERADORES NUEVOS
- (TN) ATENDIENDO A LAS RECIENTES POLITICAS ECOLOGICAS
-
- NOTA: LA VERSION DISPONIBLE DEL PAQUETE GAMS NO TIENE CAPACIDAD
- SUFICIENTE PARA TRABAJAR EL MODELO COMPLETO, POR LO QUE SE
- SEPARAN LA GENERACION TERMICA, HIDRAULICA Y TRANSMISION Y NO
- ACTUAN TODAS LAS RESTRICCIONES

SETS

TN GENERADORES NUEVOS / TP1 NUCLEAR, TP8 DUALES, TP9 MIXTO /

- Los tipos DUALES comprenden turbo gas y ciclo combinado
- los tipos MIXTO comprenden a carbon y vapor
- El tipo de generacion hidraulico es unico y GRH su variable de decision

M MODO / M1, M2 /

P PERIODO / P1*P2 /

N NODO / N1 CENTRAL, N2 SUR, N3 NORESTE,
N4 NOROESTE /

- EL NODO N2 COMPRENDE EL AREA ORIENTAL Y OCCIDENTAL

- EL NODO N3 COMPRENDE EL AREA NORTE Y NORESTE

V VOLTAJE DE TRANSMISION / V1, V2 /

NI(N) NODO INICIAL DE LA LINEA / N1, N4, N3 /

NR(N) NODO TERMINAL DE LA LINEA / N2*N4 /

SCALARS

| | | |
|-------|---|--------|
| TI | TASA DE INTERES | /.12 / |
| FDPHM | FACTOR DE DISP DE LA POTENCIA HIDRO MAXIMA | /.98 / |
| FACPL | FACTOR DE PERDIDAS EN LAS LINEAS | /.10 / |
| VOGH | VIDA UTIL DE LAS INSTALACIONES HIDRO (A#OS) | / 50 / |

NEF NUM DE ENLACES FACTIBLES
VUL VIDA UTIL DE LAS LINEAS

/ 20 /
/ 30 / ;

• PARAMETROS GENERALES Y DE GENERACION TERMICA

PARAMETERS

DURA(M) DURACION ANUAL DE OPERACION TER DEL MOD0 (MILES DE HS)

/ M1 = 7.51

M2 = 1.26 /

NUMA(P) NUM DE CICLOS ANUALES CORRESPONDIENTES AL PERIODO

/ P1 2, P2 2 /

AA(P) NUM ANOS DESDE INICIO DE HORIZ EST HASTA MITAD DEL PERIODO P

/ P1 3, P2 5 /

VAU(P) VALOR IGUAL A " VAU = DHA - AA(P) "

/ P1 7, P2 5 /

VUGT(T) VIDA UTIL DEL TIPO DE GEN TERMICO EXISTENTE (ANUAL)

/ TP1 30, TP2 25, TP3 15, TP4 20, TP5 30,

TP6 30 /

VUCTN(TN) VIDA UTIL DEL TIPO DE GEN TERMICO NUEVO (ANUAL)

/ TP1 30, TP8 25, TP9 30 /

GLIM(N,P) LIM DE CAPACIDAD A INSTALAR EN (NODO-TER-PERIODO) (MW)

/ N1*N4.P1 = 20000.00,

N1*N4.P2 = 20000.00 /

ALIM(N, TN, P) LIM EN EL NUM DE GENERADORES DE CADA TIPO EN CADA PERIODO

/ N1.TP1.P1 = 5, N1.TP8*TP9.P1 = 5,

N1.TP1.P2 = 5, N1.TP8*TP9.P2 = 5,

N2.TP1.P1 = 5, N2.TP8*TP9.P1 = 10,

N2.TP1.P2 = 5, N2.TP8*TP9.P2 = 10,

N4.TP1.P1 = 5, N4.TP8*TP9.P1 = 10,

N4.TP1.P2 = 5, N4.TP8*TP9.P2 = 10 /

• OTROS DATOS DE GENERACION TERMICA SE PRESENTAN EN FORMA DE TABLAS

•PARAMETROS DE GENERACION HIDRAULICA

EHDIS(N,P) ENERGIA HIDRO DISPONIBLE POR CICLO (MWH)

/ N1.P1*P2 = 6020, N2.P1*P2 = 1240, N3.P1*P2 = 4750,

N4.P1*P2 = 2618 /

PHMAX(N,P) DATOS DE POTENCIA MAXIMA EN CADA NODO-PERIODO (MW)

/ N1.P1*P2 = 1836.0,

N2.P1*P2 = 187.6,

N3.P1*P2 = 1246.0,

N4.P1*P2 = 879.2 /

PHI(N,M) POTENCIA HIDRO INICIAL EN OPERACION (MW)

/ N1.M1 = 756.53, N1.M2 = 1891.33,

N2.M1 = 2150.87, N2.M2 = 5377.19,
N3.M1 = 66.50, N3.M2 = 166.25,
N4.M1 = 167.68, N4.M2 = 419.20 /

FPHS(N,P) FACTOR DE PLANTA HIDRO SUPERIOR (.5)

/ N1.P1*P2 = 0.4710,
N2.P1*P2 = 0.5831,
N3.P1*P2 = 0.3554,
N4.P1*P2 = 0.4917 /

FPHI(N,P) FACTOR DE PLANTA HIDRO INFERIOR (.25)

/ N1.P1*P2 = 0.4000,
N2.P1*P2 = 0.4000,
N3.P1*P2 = 0.3800,
N4.P1*P2 = 0.3252 /

COSPH(N) COSTO DE INVERSION DE POTENCIA HIDRAULICA (MILES DE \$ POR KW)

/ N1*N4 15.917 /

• OTROS DATOS DE GENERACION HIDRAULICA ESTAN DADOS POR MEDIO DE TABLAS

• PARAMETROS DE LINEAS DE TRANSMISION

VOLT(NI,NR,V) VOLTAJE DE LA LINEA KV

/ N1.N2.V1 = 230, N1.N3.V1 = 230, N3.N4.V1 = 230,
N1.N2.V2 = 400, N1.N3.V2 = 400, N3.N4.V2 = 400 /

DIST(NI,NR) LONGITUD DE LA LINEA EN KM

/ N1.N2 600.0, N1.N3 800.0, N3.N4 800.0 /

CAP(NI,NR,V) CAPACIDAD DE LA LINEA EN MW

/ N1.N2.V1 = 800, N1.N2.V2 = 800, N1.N3.V1 = 800,
N1.N3.V2 = 800, N3.N4.V1 = 800, N3.N4.V2 = 800 /

CAPL(NI,NR,V) CAPACIDAD DE LA LINEA ASOC INTER A SU CORRESP CAP MW

/ N1.N2.V1 = 800, N1.N2.V2 = 800, N1.N3.V1 = 800,
N1.N3.V2 = 800, N3.N4.V1 = 800, N3.N4.V2 = 800 /

COSTO(NI,NR,V) COSTO DE LA LINEA EN MILLONES DE PESOS POR KM

/ N1.N2.V1 = 6993, N1.N2.V2 = 16980, N1.N3.V1 = 6993,
N1.N3.V2 = 16980, N3.N4.V1 = 6663, N3.N4.V2 = 16980 /

CAPE(NI,NR,V) CAP EXISTENTE EN LA LINEA AL INICIO DEL ESTUDIO EN MW

/ N1.N2.V1 = 600, N1.N2.V2 = 600, N1.N3.V1 = 600,
N1.N3.V2 = 600, N3.N4.V1 = 800, N3.N4.V2 = 800 /

CAPEL(NI,NR,V) CAP INICIAL DE LA LINEA ASOC INTER A SU CORRESP CAPE MW

/ N1.N2.V1 = 600, N1.N2.V2 = 600, N1.N3.V1 = 600,
N1.N3.V2 = 600, N3.N4.V1 = 800, N3.N4.V2 = 800 /

COPL(NI,NR) CONSTANTE DE PERDIDAS EN LA LINEA

/ N1.N2 100, N1.N3 100, N3.N4 100 /

TABLE D(N, M, P) DEMANDA ANUAL LOCAL EN BASE Y PICO (MW)

| | P1 | P2 |
|-------|--------|---------|
| N1.M1 | 1846.7 | 2285.1 |
| N1.M2 | 3841.2 | 4318.2 |
| N2.M1 | 699.3 | 965.7 |
| N2.M2 | 1018.8 | 1509.3 |
| N3.M1 | 55.8 | 70.2 |
| N3.M2 | 90.9 | 97.2 |
| N4.M1 | 452.7 | 583.2 |
| N4.M2 | 703.8 | 930.6 ; |

TABLE FACS(N, TN, M, P) FACTOR DE USO SUPERIOR DEL GENERADOR NUEVO (.8)

| | TP1.M1.P1*P2 | TP1.M2.P1*P2 | TP8.M1.P1*P2 | TP8.M2.P1*P2 |
|----|--------------|--------------|--------------|--------------|
| N1 | .79 | .79 | .60 | .84 |
| N2 | .79 | .79 | .60 | .84 |
| N3 | .79 | .79 | .60 | .84 |
| N4 | .79 | .79 | .60 | .84 |

+ TP9.M1.P1*P2 TP9.M2.P1*P2

| | | |
|----|-----|-------|
| N1 | .70 | .80 |
| N2 | .70 | .80 |
| N4 | .70 | .80 ; |

TABLE FACI(N, TN, M, P) FACTOR DE USO INFERIOR DEL GENERADOR (.5)

| | TP1.M1.P1*P2 | TP1.M2.P1*P2 | TP8.M1.P1*P2 | TP8.M2.P1*P2 |
|----|--------------|--------------|--------------|--------------|
| N1 | .67 | .67 | .50 | .50 |
| N2 | .67 | .67 | .50 | .50 |
| N3 | .67 | .67 | .50 | .50 |
| N4 | .67 | .67 | .50 | .50 |

+ TP9.M1.P1*P2 TP9.M2.P1*P2

| | | |
|----|-----|-------|
| N1 | .45 | .45 |
| N2 | .45 | .45 |
| N3 | .45 | .45 |
| N4 | .45 | .45 ; |

TABLE CAPCO1(N,T) COSTO EN INVERSION TER EXIST (MILES DE PESOS POR KW)

| | TP1 | TP2 | TP3 | TP4 | TP5 | TP6 |
|----|-------|-----|-------|------|-------|--------|
| N1 | | | 14.00 | 5.50 | 10.00 | 7.60 |
| N2 | 22.65 | | 14.00 | 5.50 | 10.00 | 7.60 |
| N3 | | | 14.00 | 5.50 | 10.00 | 7.40 |
| N4 | | | 14.00 | 5.50 | 10.00 | 7.60 ; |

TABLE CAPCO2(N,T) CAPACIDAD DEL TIPO DE GEN TER EXISTENTE (MW)

| | TP1 | TP2 | TP3 | TP4 | TP5 | TP6 |
|----|-----|------|-----|-----|------|-----|
| N1 | | | 482 | 374 | 2454 | |
| N2 | 675 | | 618 | 158 | 4421 | 85 |
| N3 | | | | 157 | 1857 | |
| N4 | | 1200 | 587 | 481 | 1841 | ; |

- LA CAPACIDAD EFECTIVA ES LA CAPACIDAD INSTALADA AL INICIO DE LA OPERACION
- LA CAPACIDAD POR AREAS SE DISTRIBUYE EN LOS NODOS DE CADA UNA DE ELLAS
- SE REUNE EN 5 TIPOS LA GENERACION TERMICA

TABLE COOP(N,T,M) COSTO DE OPER TERMICA EXISTENTE MILLONES-PESOS-MW-HRS

| | TP1.M1*M2 | TP2.M1*M2 | TP3.M1*M2 | TP4.M1*M2 | TP5.M1*M2 | TP6.M1*M2 |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| N1 | | | .5000 | .7000 | .4000 | |
| N2 | .1500 | | .5000 | .7000 | .4000 | |
| N3 | | | .5000 | .7000 | .4000 | |
| N4 | | | .5000 | .7000 | .4000 ; | |

TABLE CAPCO1N(N,TN) COSTO EN INVERSION TER NUEVO (MILES DE PESOS POR KW)

| | TP1 | TP8 | TP9 |
|----|--------|--------|----------|
| N1 | 22.650 | 14.000 | 10.000 |
| N2 | 22.650 | 14.000 | 10.000 |
| N3 | 22.650 | 14.000 | 10.000 |
| N4 | 22.600 | 14.000 | 10.000 ; |

TABLE CAPCO2N(N,TN) CAPACIDAD DEL TIPO DE GEN TERMICO NUEVO (MW)

| | TP1 | TP8 | TP9 |
|----|-----|-----|-------|
| N1 | 675 | 100 | 150 |
| N2 | 675 | 50 | 300 |
| N3 | 675 | 50 | 250 |
| N4 | 675 | 100 | 300 ; |

- LA CAPACIDAD EFECTIVA ES LA CAPACIDAD INSTALADA AL INICIO DE LA OPERACION
- LA CAPACIDAD POR AREAS SE DISTRIBUYE EN LOS NODOS DE CADA UNA DE ELLAS
- SE REUNE EN 5 TIPOS LA GENERACION TERMICA

TABLE CAGI(N,TN) CAP TERMICA INSTALADA AL INICIO DE LA EXPANSION (MW)

| | TP1 | TP8 | TP9 |
|----|-----|------|--------|
| N1 | | 866 | 2000 |
| N2 | 675 | 776 | 4506 |
| N3 | | 157 | 1867 |
| N4 | | 1068 | 4667 ; |

TABLE COOPN(N,TN,M) COSTO DE OPERACION TERMICA MILLONES-PESOS-MW-HRS

| | TP1.M1*M2 | TP8.M1*M2 | TP9.M1*M2 |
|----|-----------|-----------|-----------|
| N1 | .8000 | .5000 | .7000 |
| N2 | .8000 | .5000 | .7000 |
| N3 | .8000 | .5000 | .7000 |
| N4 | .8000 | .5000 | .7000 ; |

PARAMETERS

COPE(M) EL COSTO DE OPERACION MAS ALTO EN EL MODO(PICO)-PERIODO ;
 COPE(M) = SMAX((N,TN), COOPN(N, TN, 'M1'));

VARIABLES

GN(N,TN,P) VAR DE DECISION CONTI PARA INSTALAR GEN-TER (MW)
 GR(N,TN,M,P) VAR DE DECISION CONTI PARA POTENCIA ACTIVA GEN-TER (MW)
 GRH(N,M,P) VAR DE DECISION CONTI PARA LA POT HIDRO ACTIVA GEN (MW)
 L(NI,NR,V,P) VAR DE DECISION CONTI PARA INSTALAR LINEAS ENTRE NODOS
 FL1(NI,NR,M,P) VAR DE DECISION CONTI PARA FLUJO DE POT ACTIVA EN LINEAS
 *FL2(NR,NI,M,P) VAR DE DECISION CONTI PARA FLUJO DE POT ACTIVA EN LINEAS
 Z SUMA DE COSTOS DE EXPANSION EN MILES DE PESOS;

POSITIVE VARIABLES GN, GR, GRH, L, FL1, FL2 ;

EQUATIONS

COSTOT SUMA TOTAL DE COSTOS EN MILES DE PESOS: DEFINITION
 BRP(N,M,P) BALANCE REAL DE POTENCIA (1000MW)
 LG(N,P) LIMITE DE CAPACIDAD A LOCALIZAR GEN TER
 LGN(N,TN,P) LIMITE DE INSTALACION EN EL NUM DE GENERADORES
 GS(N,TN,M,P) UTILIZACION EFECTIVA FACTOR DE USO SUPERIOR (TER)
 GI(N,TN,M,P) UTILIZACION EFECTIVA FACTOR DE USO INFERIOR (TER)
 PHM(N,P) POTENCIA HIDRO EN PICO INST EN EL NODO-PERIDO (MW)
 EHD(N,P) ENERGIA HIDRO UTILIZADA NO EXCEDA LA DISPONIBLE
 PPB(N,P) POTENCIA HIDRO EN EL PICO MAYOR O IGUAL A LA BASE
 GHS(N,P) FAC DE PLANTA SUP RANGO DE PROPORCION ENTRE LAS
 GHI(N,P) FAC DE PLANTA INF POT HIDRO ENTRE PICO Y BASE
 RF(NI,NR,M,P) CAP DE ENLACE PARA TRANSMITIR FLUJO DE POTENCIA

..... FUNCION OBJETIVO

* COSTO NETO EN CAPACIDAD TERMICA EXISTENTE

$$COSTOT.. Z = E = \sum((N,T,P), ((CAPCO1(N,T)*CAPCO2(N,T))/((1+TI)**AA(P)))$$

$$\quad * (1-(1+TI)**(- VUGT(T)))$$

$$\quad * (1 - (1 - (VAU(P)/VUGT(T)))*(1+TI)**(- VAU(P))))$$

* COSTO DE OPERACION DE LOS GENERADORES TERMICOS EXISTENTES

$$+ \sum((N,P,M,T), (COOP(N,T,M)*DURA(M)*NUMA(P)/(1+TI)**AA(P)))$$

.....
 * COSTO NETO DE LOS GENERADORES TERMICOS NUEVOS *

$$+ \sum((N,TN,P), ((CAPCO1(N,TN)*CAPCO2(N,TN))/((1+TI)**AA(P)))$$

$$\quad * (1-(1+TI)**(- VUGTN(TN)))$$

$$\quad * (1 - (1 - (VAU(P)/VUGTN(TN)))*(1+TI)**(- VAU(P)))*GN(N,TN,P))$$

* COSTO NETO EN CAPACIDAD HIDRAULICA

$$+ \sum((N,M,P), COSPH(N)/(FDPHM*(1+TI)**AA(P))*(1 - (1+TI)**(- VUGH))$$

$$\quad * (1 - (1 - (VAU(P)/VUGH))*(1+TI)**(- VAU(P)))*GRH(N,M,P))$$

* COSTO DE CAPACIDAD DE TRANSMISION

$$+ \sum((NI,NR,P,V), (COSTO(NI,NR,V) * DIST(NI,NR) / ((1+TI)**AA(P)))$$

$$\quad * (1 - (1+TI) ** (- VUL))$$

$$\quad * (1 - (1 - (VAU(P)/VUL) * ((1+TI) ** (- VAU(P)))) * L(NI,NR,V,P))$$

▪ COSTO DE OPERACION DE LOS GENERADORES TERMICOS

$$+ \text{SUM}((N, P, M, TN), (\text{COOPN}(N, TN, M) * \text{DURA}(M) * \text{NUMA}(P) / ((1 + \text{TI}) ** \text{AA}(P)) * \text{GR}(N, TN, M, P)))$$

▪ COSTO DE LAS PERDIDAS ESTIMADAS EN LINEAS DE TRANSMISION

$$+ \text{SUM}((NI, NR, P, M), \text{COPE}(M) * \text{DIST}(NI, NR) * \text{DURA}(M) * \text{NUMA}(P) / ((1 + \text{TI}) ** \text{AA}(P)) * (\text{COPL}(NI, NR) / 10 ** 6) * \text{FL1}(NI, NR, M, P));$$

***** BALANCE REAL DE POTENCIA ENTRE LA GENERACION Y LA DEMANDA *****

$$\text{BRP}(N, M, P) .. \text{SUM}(TN, \text{GR}(N, TN, M, P)) + \text{GRH}(N, M, P) \\ + \text{SUM}((NI, NR), (\text{FACPL} - 1) * \text{FL1}(NI, NR, M, P)) = \text{E} = \\ \text{D}(N, M, P) - \text{PHI}(N, M) ;$$

***** RESTRICCIONES DE GENERACION TERMICA *****

- POR MOTIVOS AMBIENTALES SE LIMITA LA CAPACIDAD DE CONSTRUCCION (MW)
- EN ALGUNOS NODOSNTALES

$$* \text{LG}(N, P) .. \text{SUM}(TN, \text{CAPCO2N}(N, TN) * \text{GN}(N, TN, P)) = \text{L} = \text{GLIM}(N, P) ;$$

$$* \text{LGN}(N, TN, P) .. \text{GN}(N, TN, P) = \text{L} = \text{ALIM}(N, TN, P) ;$$

$$* \text{GS}(N, TN, M, P) .. \text{GR}(N, TN, M, P) - \text{FACS}(N, TN, M, P) * \text{CAPCO2N}(N, TN) * \text{GN}(N, TN, P) = \text{L} =$$

$$* \text{FACS}(N, TN, M, P) * \text{CAGI}(N, TN) ;$$

$$* \text{GI}(N, TN, M, P) .. \text{GR}(N, TN, M, P) - \text{FACI}(N, TN, M, P) * \text{CAPCO2N}(N, TN) * \text{GN}(N, TN, P) = \text{G} =$$

$$* \text{FACI}(N, TN, M, P) * \text{CAGI}(N, TN) ;$$

***** RESTRICCIONES DE GENERACION HIDRAULICA *****

$$\text{PHM}(N, P) .. \text{GRH}(N, 'M2', P) = \text{L} = \text{FDPHM} * \text{PHMAX}(N, P) - \text{PHI}(N, 'M2') ;$$

$$\text{EHD}(N, P) .. \text{SUM}(M, \text{DURA}(M) * \text{NUMA}(P) * \text{GRH}(N, M, P)) = \text{L} = \\ \text{EHDIS}(N, P) * \text{NUMA}(P) - \text{NUMA}(P) * \text{DURA}('M1') * \text{PHI}(N, 'M1') \\ - \text{NUMA}(P) * \text{DURA}('M2') * \text{PHI}(N, 'M2') ;$$

$$\text{PPB}(N, P) .. - \text{GRH}(N, 'M2', P) + \text{GRH}(N, 'M1', P) = \text{L} = \\ \text{PHI}(N, 'M2') - \text{PHI}(N, 'M1') ;$$

$$\text{GHS}(N, P) .. (\text{NUMA}(P) * \text{DURA}('M1')) * (1 / \text{FDPHM} - 1 / \text{FPHS}(N, P)) \\ + \text{NUMA}(P) * \text{DURA}('M2') / \text{FDPHM} * \text{GRH}(N, 'M2', P) \\ - \text{NUMA}(P) * \text{DURA}('M2') / \text{FPHS}(N, P) * \text{GRH}(N, 'M1', P) = \text{G} = \\ \text{NUMA}(P) * \text{DURA}('M2') / \text{FPHS}(N, P) * \text{PHI}(N, 'M1') \\ - (\text{NUMA}(P) * \text{DURA}('M2')) * (1 / \text{FDPHM} - 1 / \text{FPHS}(N, P)) \\ + \text{NUMA}(P) * \text{DURA}('M1') / \text{FDPHM} * \text{PHI}(N, 'M2') ;$$

GHI(N,P).. (NUMA(P)*DURA('M1')*(1/FDPHM - 1/FPHI(N,P))
 + NUMA(P)*DURA('M2')/FDPHM)*GRH(N, 'M1', P)
 - NUMA(P)*DURA('M2')/FPHI(N,P)*GRH(N, 'M2', P) =L=
 PHI(N, 'M1')*NUMA(P)*DURA('M1')/FPHI(N,P)
 - PHI(N, 'M2')*(NUMA(P)*DURA('M2')*(1/FDPHM -1/FPHI(N,P))
 + NUMA(P)*DURA('M1')/FDPHM) ;

• RESTRICCIONES REFERENTES A LA INSTALACION Y OPERACION DE ENLACES

• RF(NI, NR, M, P).. - FL1(NI, NR, M, P) - FL2(NR, NI, M, P)
 • + SUM(V, CAPL(NI, NR, V)*L(NI, NR, V, P)) =G=
 • - SUM(V, CAPEL(NI, NR, V)) ;

MODEL EXPANSION / ALL / ;

SOLVE EXPANSION MINIMIZING Z USING LP;

PARAMETER REP SUMMARY REPORT;

LISTADO 2: RESUMEN DE ARCHIVO DE SALIDA GAMS

EQUATION LISTING SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- COSTOT =E= SUMA TOTAL DE COSTOS EN MILLONES DE PESOS: DEFINITION

COSTOT.. - 14257.7088*GN(N1,TP1,P1) - 9172.7114*GN(N1,TP1,P2)

- 1355.1801*GN(N1,TP8,P1) - 874.8659*GN(N1,TP8,P2)

- 2022.37*GN(N1,TP9,P1) - 1301.0938*GN(N1,TP9,P2)

- 14257.7088*GN(N2,TP1,P1) - 9172.7114*GN(N2,TP1,P2)

- 677.5901*GN(N2,TP8,P1) - 437.433*GN(N2,TP8,P2)

- 4044.7401*GN(N2,TP9,P1) - 2602.1876*GN(N2,TP9,P2)

- 14257.7088*GN(N3,TP1,P1) - 9172.7114*GN(N3,TP1,P2)

- 677.5901*GN(N3,TP8,P1) - 437.433*GN(N3,TP8,P2)

- 3370.6167*GN(N3,TP9,P1) - 2188.4897*GN(N3,TP9,P2)

- 14257.7088*GN(N4,TP1,P1) - 9172.7114*GN(N4,TP1,P2)

- 1355.1801*GN(N4,TP8,P1) - 874.8659*GN(N4,TP8,P2)

- 4044.7401*GN(N4,TP9,P1) - 2602.1876*GN(N4,TP9,P2)

- 83.3893*GR(N1,TP1,M1,P1) - 66.4775*GR(N1,TP1,M1,P2)

- 13.9908*GR(N1,TP1,M2,P1) - 11.1533*GR(N1,TP1,M2,P2)

- 18.7091*GR(N1,TP8,M1,P1) - 14.9148*GR(N1,TP8,M1,P2)

- 3.139*GR(N1,TP8,M2,P1) - 2.5024*GR(N1,TP8,M2,P2)

- 58.8002*GR(N1,TP9,M1,P1) - 46.8751*GR(N1,TP9,M1,P2)

- 9.8653*GR(N1,TP9,M2,P1) - 7.8645*GR(N1,TP9,M2,P2)

- 83.3893*GR(N2,TP1,M1,P1) - 66.4775*GR(N2,TP1,M1,P2)

- 13.9908*GR(N2,TP1,M2,P1) - 11.1533*GR(N2,TP1,M2,P2)

- 16.9986*GR(N2,TP8,M1,P1) - 13.5512*GR(N2,TP8,M1,P2)

- 2.852*GR(N2,TP8,M2,P1) - 2.2736*GR(N2,TP8,M2,P2)

- 58.8002*GR(N2,TP9,M1,P1) - 46.8751*GR(N2,TP9,M1,P2)

- 9.8653*GR(N2,TP9,M2,P1) - 7.8645*GR(N2,TP9,M2,P2)

- 83.3893*GR(N3,TP1,M1,P1) - 66.4775*GR(N3,TP1,M1,P2)

- 13.9908*GR(N3,TP1,M2,P1) - 11.1533*GR(N3,TP1,M2,P2)

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

EQUATION LISTING SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- COSTOT =E= SUMA TOTAL DE COSTOS EN MILLONES DE PESOS: DEFINITION

- 22.7717*GR(N3, TP8, M1, P1) - 18.1535*GR(N3, TP8, M1, P2)
- 3.8206*GR(N3, TP8, M2, P1) - 3.0457*GR(N3, TP8, M2, P2)
- 58.8002*GR(N3, TP9, M1, P1) - 46.8751*GR(N3, TP9, M1, P2)
- 9.8653*GR(N3, TP9, M2, P1) - 7.8645*GR(N3, TP9, M2, P2)
- 83.3893*GR(N4, TP1, M1, P1) - 66.4775*GR(N4, TP1, M1, P2)
- 13.9908*GR(N4, TP1, M2, P1) - 11.1533*GR(N4, TP1, M2, P2)
- 18.7091*GR(N4, TP8, M1, P1) - 14.9148*GR(N4, TP8, M1, P2)
- 3.139*GR(N4, TP8, M2, P1) - 2.5024*GR(N4, TP8, M2, P2)
- 58.8002*GR(N4, TP9, M1, P1) - 46.8751*GR(N4, TP9, M1, P2)
- 9.8653*GR(N4, TP9, M2, P1) - 7.8645*GR(N4, TP9, M2, P2)

- 24764.4851*GRH(N1, M2, P1) - 15810.8697*GRH(N1, M2, P2)
- 24764.4851*GRH(N2, M2, P1) - 15810.8697*GRH(N2, M2, P2)
- 24764.4851*GRH(N3, M2, P1) - 15810.8697*GRH(N3, M2, P2)
- 24764.4851*GRH(N4, M2, P1) - 15810.8697*GRH(N4, M2, P2)

- 1.885658E+6*L(N1, N2, V1, P1) - 1.213140E+6*L(N1, N2, V1, P2)
- 4.578646E+6*L(N1, N2, V2, P1) - 2.945676E+6*L(N1, N2, V2, P2)
- 2.514210E+6*L(N1, N3, V1, P1) - 1.617520E+6*L(N1, N3, V1, P2)
- 6.104861E+6*L(N1, N3, V2, P1) - 3.927569E+6*L(N1, N3, V2, P2)
- 4.399868E+6*L(N1, N4, V1, P1) - 2.830660E+6*L(N1, N4, V1, P2)
- 1.068351E+7*L(N1, N4, V2, P1) - 6.873245E+6*L(N1, N4, V2, P2)
- 2.395565E+6*L(N3, N4, V1, P1) - 1.541189E+6*L(N3, N4, V1, P2)
- 6.104861E+6*L(N3, N4, V2, P1) - 3.927569E+6*L(N3, N4, V2, P2)

- 5.0034*FL1(N1, N2, M1, P1) - 3.9886*FL1(N1, N2, M1, P2)
- 0.8394*FL1(N1, N2, M2, P1) - 0.6692*FL1(N1, N2, M2, P2)
- 6.6711*FL1(N1, N3, M1, P1) - 5.3182*FL1(N1, N3, M1, P2)
- 1.1193*FL1(N1, N3, M2, P1) - 0.8923*FL1(N1, N3, M2, P2)

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

EQUATION LISTING SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- COSTOT =E= SUMA TOTAL DE COSTOS EN MILLONES DE PESOS: DEFINITION

$$\begin{aligned}
 & - 11.6745 * FL1(N1, N4, M1, P1) - 9.3068 * FL1(N1, N4, M1, P2) \\
 & - 1.9587 * FL1(N1, N4, M2, P1) - 1.5615 * FL1(N1, N4, M2, P2) \\
 & - 6.6711 * FL1(N3, N4, M1, P1) - 5.3182 * FL1(N3, N4, M1, P2) \\
 & - 1.1193 * FL1(N3, N4, M2, P1) - 0.8923 * FL1(N3, N4, M2, P2) + Z =E= 0 ;
 \end{aligned}$$

---- BRP =E= BALANCE REAL DE POTENCIA (1000MW)

$$\begin{aligned}
 BRP(N1, M1, P1) .. & GR(N1, TP1, M1, P1) + GR(N1, TP8, M1, P1) + GR(N1, TP9, M1, P1) \\
 & + GRH(N1, M1, P1) - 0.9 * FL1(N1, N2, M1, P1) - 0.9 * FL1(N1, N3, M1, P1) \\
 & - 0.9 * FL1(N1, N4, M1, P1) - 0.9 * FL1(N3, N2, M1, P1) - 0.9 * FL1(N3, N3, M1, P1) \\
 & - 0.9 * FL1(N3, N4, M1, P1) - 0.9 * FL1(N4, N2, M1, P1) - 0.9 * FL1(N4, N3, M1, P1) \\
 & - 0.9 * FL1(N4, N4, M1, P1) =E= 2218.6 ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BRP(N1, M1, P2) .. & GR(N1, TP1, M1, P2) + GR(N1, TP8, M1, P2) + GR(N1, TP9, M1, P2) \\
 & + GRH(N1, M1, P2) - 0.9 * FL1(N1, N2, M1, P2) - 0.9 * FL1(N1, N3, M1, P2) \\
 & - 0.9 * FL1(N1, N4, M1, P2) - 0.9 * FL1(N3, N2, M1, P2) - 0.9 * FL1(N3, N3, M1, P2) \\
 & - 0.9 * FL1(N3, N4, M1, P2) - 0.9 * FL1(N4, N2, M1, P2) - 0.9 * FL1(N4, N3, M1, P2) \\
 & - 0.9 * FL1(N4, N4, M1, P2) =E= 3312.9 ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BRP(N1, M2, P1) .. & GR(N1, TP1, M2, P1) + GR(N1, TP8, M2, P1) + GR(N1, TP9, M2, P1) \\
 & + GRH(N1, M2, P1) - 0.9 * FL1(N1, N2, M2, P1) - 0.9 * FL1(N1, N3, M2, P1) \\
 & - 0.9 * FL1(N1, N4, M2, P1) - 0.9 * FL1(N3, N2, M2, P1) - 0.9 * FL1(N3, N3, M2, P1) \\
 & - 0.9 * FL1(N3, N4, M2, P1) - 0.9 * FL1(N4, N2, M2, P1) - 0.9 * FL1(N4, N3, M2, P1) \\
 & - 0.9 * FL1(N4, N4, M2, P1) =E= 1251.7 ;
 \end{aligned}$$

REMAINING 13 ENTRIES SKIPPED

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

EQUATION LISTING SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- GS =L= UTILIZACION EFECTIVA FACTOR DE USO SUPERIOR (TER)

GS(N1, TP1, M1, P1).. - 533.25*GN(N1, TP1, P1) + GR(N1, TP1, M1, P1) =L= 0 ;

GS(N1, TP1, M1, P2).. - 533.25*GN(N1, TP1, P2) + GR(N1, TP1, M1, P2) =L= 0 ;

GS(N1, TP1, M2, P1).. - 533.25*GN(N1, TP1, P1) + GR(N1, TP1, M2, P1) =L= 0 ;

REMAINING 45 ENTRIES SKIPPED

---- PHM =L= POT HIDRO EN PICO MENOR A POT HIDRO-MAX A INST (MW)

PHM(N1, P1).. GRH(N1, M2, P1) =L= 1443.86 ;

PHM(N1, P2).. GRH(N1, M2, P2) =L= 1443.86 ;

PHM(N2, P1).. GRH(N2, M2, P1) =L= 2762.68 ;

REMAINING 5 ENTRIES SKIPPED

---- EHD =L= ENERGIA HIDRO UTILIZADA NO EXCEDA LA DISPONIBLE

EHD(N1, P1).. 15.02*GRH(N1, M1, P1) + 2.52*GRH(N1, M2, P1) =L= 15954.58 ;

EHD(N1, P2).. 15.02*GRH(N1, M1, P2) + 2.52*GRH(N1, M2, P2) =L= 15954.58 ;

EHD(N2, P1).. 15.02*GRH(N2, M1, P1) + 2.52*GRH(N2, M2, P1) =L= 30732.82 ;

REMAINING 5 ENTRIES SKIPPED

---- PPB =L= POTENCIA HIDRO EN EL PICO MAYOR O IGUAL A LA BASE

PPB(N1, P1).. GRH(N1, M1, P1) - GRH(N1, M2, P1) =L= 1949 ;

PPB(N1, P2).. GRH(N1, M1, P2) - GRH(N1, M2, P2) =L= 1949 ;

PPB(N2, P1).. GRH(N2, M1, P1) - GRH(N2, M2, P1) =L= 3453 ;

REMAINING 5 ENTRIES SKIPPED

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

EQUATION LISTING SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- GHS =G= FAC DE PLAN HIDRO-S - RANGO PROPORCION ENTRE BASE Y PICO

GHS(N1,P1).. - 4.4211*GRH(N1,M1,P1) - 8.4529*GRH(N1,M2,P1) =G= -41308.2642 ;

GHS(N1,P2).. - 4.4211*GRH(N1,M1,P2) - 8.4529*GRH(N1,M2,P2) =G= -41308.2642 ;

GHS(N2,P1).. - 4.0645*GRH(N2,M1,P1) - 6.3278*GRH(N2,M2,P1) =G= -81498.9835 ;

REMAINING 5 ENTRIES SKIPPED

---- GHI =L= FAC DE PLAN HIDRO-I - RANGO PROPORCION ENTRE BASE Y PICO

GHI(N1,P1).. - 25.0163*GRH(N1,M1,P1) - 7.2*GRH(N1,M2,P1) =L= 32660.9959 ;

GHI(N1,P2).. - 25.0163*GRH(N1,M1,P2) - 7.2*GRH(N1,M2,P2) =L= 32660.9959 ;

GHI(N2,P1).. - 21.6284*GRH(N2,M1,P1) - 6.6316*GRH(N2,M2,P1) =L= 58678.7465 ;

REMAINING 5 ENTRIES SKIPPED

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

COLUMN LISTING SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- GN VAR DE DECISION CONTI PARA INSTALAR GEN-TER (MW)

GN(N1, TP1, P1)

(.LO. .L. .UP = 0, 0, +INF)

-14257.7088 COSTOT
 -533.25 GS(N1, TP1, M1, P1)
 -533.25 GS(N1, TP1, M2, P1)

GN(N1, TP1, P2)

(.LO. .L. .UP = 0, 0, +INF)

-9172.7114 COSTOT
 -533.25 GS(N1, TP1, M1, P2)
 -533.25 GS(N1, TP1, M2, P2)

GN(N1, TP8, P1)

(.LO. .L. .UP = 0, 0, +INF)

-1355.1801 COSTOT
 -60 GS(N1, TP8, M1, P1)
 -84 GS(N1, TP8, M2, P1)

REMAINING 21 ENTRIES SKIPPED

-- GR VAR DE DECISION CONTI PARA POTENCIA ACTIVA GEN-TER (MW)

GR(N1, TP1, M1, P1)

(.LO. .L. .UP = 0, 0, +INF)

-83.3893 COSTOT
 1 BRP(N1, M1, P1)
 1 GS(N1, TP1, M1, P1)

GR(N1, TP1, M1, P2)

(.LO. .L. .UP = 0, 0, +INF)

-66.4775 COSTOT
 1 BRP(N1, M1, P2)
 1 GS(N1, TP1, M1, P2)

GR(N1, TP1, M2, P1)

(.LO. .L. .UP = 0, 0, +INF)

-13.9908 COSTOT
 1 BRP(N1, M2, P1)
 1 GS(N1, TP1, M2, P1)

REMAINING 45 ENTRIES SKIPPED

-- GRH VAR DE DECISION CONTI PARA INSTAL POT HIDRO ACTIVA (MW)

GRH(N1, M1, P1)

(.LO. .L. .UP = 0, 0, +INF)

1 BRP(N1, M1, P1)
 15.02 EHD(N1, P1)

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

COLUMN LISTING SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- GRH VAR DE DECISION CONTI PARA INSTAL POT HIDRO ACTIVA (MW)

1 PPB(N1,P1)
 -4.4211 GHS(N1,P1)
 -25.0163 GHI(N1,P1)

GRH(N1,M1,P2)

(.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)

1 BRP(N1,M1,P2)
 15.02 EHD(N1,P2)
 1 PPB(N1,P2)
 -4.4211 GHS(N1,P2)
 -25.0163 GHI(N1,P2)

GRH(N1,M2,P1)

(.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)

-24764.4851 COSTOT

1 BRP(N1,M2,P1)
 1 PHM(N1,P1)
 2.52 EHD(N1,P1)
 -1 PPB(N1,P1)
 -8.4529 GHS(N1,P1)
 -7.2 GHI(N1,P1)

REMAINING 13 ENTRIES SKIPPED

---- L VAR DE DECISION CONTI PARA INSTALAR LINEAS ENTRE NODOS

L(N1,N2,V1,P1)

(.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)

-1.885658E+6 COSTOT

L(N1,N2,V1,P2)

(.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)

-1.213140E+6 COSTOT

L(N1,N2,V2,P1)

(.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)

-4.578646E+6 COSTOT

REMAINING 13 ENTRIES SKIPPED

-- FL1 VAR DE DECISION CONTI PARA FLUJO DE POT ACTIVA EN LINEAS

FL1(N1,N2,M1,P1)

(.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)

-5.0034 COSTOT
 -0.9 BRP(N1,M1,P1)
 -0.9 BRP(N2,M1,P1)
 -0.9 BRP(N3,M1,P1)

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

COLUMN LISTING SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- FL1 VAR DE DECISION CONTI PARA FLUJO DE POT ACTIVA EN LINEAS

-0.9 BRP(N4, M1, P1)

FL1(N1, N2, M1, P2)

(.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)

-3.9886 COSTOT

-0.9 BRP(N1, M1, P2)

-0.9 BRP(N2, M1, P2)

-0.9 BRP(N3, M1, P2)

-0.9 BRP(N4, M1, P2)

FL1(N1, N2, M2, P1)

(.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)

-0.8394 COSTOT

-0.9 BRP(N1, M2, P1)

-0.9 BRP(N2, M2, P1)

-0.9 BRP(N3, M2, P1)

-0.9 BRP(N4, M2, P1)

REMAINING 33 ENTRIES SKIPPED

---- Z SUMA DE COSTOS DE EXPANSION EN MILES DE PESOS

Z

(.LO, .L, .UP = -INF, 0, +INF)

1 COSTOT

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

MODEL STATISTICS SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

MODEL STATISTICS

| | | | |
|---------------------|-----|------------------|-----|
| BLOCKS OF EQUATIONS | 8 | SINGLE EQUATIONS | 105 |
| BLOCKS OF VARIABLES | 6 | SINGLE VARIABLES | 141 |
| NON ZERO ELEMENTS | 485 | | |

GENERATION TIME = 1.466 MINUTES

EXECUTION TIME = 1.666 MINUTES

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

SOLUTION REPORT SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

S O L V E S U M M A R Y

MODEL EXPANSION OBJECTIVE Z
 TYPE LP DIRECTION MINIMIZE
 SOLVER BDMLP FROM LINE 440

**** SOLVER STATUS 1 NORMAL COMPLETION

**** MODEL STATUS 1 OPTIMAL

**** OBJECTIVE VALUE 284630.8388

RESOURCE USAGE, LIMIT 1.517 1000.000

ITERATION COUNT, LIMIT 71 1000

BDM - LP VERSION 1.01

A. Brooke, A. Drud, and A. Meeraus,

Analytic Support Unit,

Development Research Department,

World Bank,

Washington, D.C. 20433, U.S.A.

WORK SPACE NEEDED (ESTIMATE) -- 10436 WORDS.

WORK SPACE AVAILABLE -- 8100 WORDS.

EXIT -- OPTIMAL SOLUTION FOUND.

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|-----------------|---|-------|-------|----------|
| ---- EQU COSTOT | | | | 1.000 |
| -- COSTOT | SUMA TOTAL DE COSTOS EN MILLONES DE PESOS: DEFINITION | | | |
| ---- EQU BRP | BALANCE REAL DE POTENCIA (1000MW) | | | |

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| N1.M1.P1 | 2218.600 | 2218.600 | 2218.600 | 41.295 |
| N1.M1.P2 | 3312.900 | 3312.900 | 3312.900 | 29.496 |
| N1.M2.P1 | 1251.700 | 1251.700 | 1251.700 | 3.139 |
| N1.M2.P2 | 2723.000 | 2723.000 | 2723.000 | 2.502 |
| N2.M1.P1 | 3230.300 | 3230.300 | 3230.300 | 39.585 |
| N2.M1.P2 | 5121.500 | 5121.500 | 5121.500 | 28.132 |
| N2.M2.P1 | 1469.100 | 1469.100 | 1469.100 | 2.852 |
| N2.M2.P2 | 3839.000 | 3839.000 | 3839.000 | 2.274 |
| N3.M1.P1 | 2148.700 | 2148.700 | 2148.700 | 22.772 |
| N3.M1.P2 | 3069.900 | 3069.900 | 3069.900 | 18.153 |
| N3.M2.P1 | 599.700 | 599.700 | 599.700 | 19.954 |
| N3.M2.P2 | 1754.000 | 1754.000 | 1754.000 | 13.461 |
| N4.M1.P1 | 552.900 | 552.900 | 552.900 | EPS |
| N4.M1.P2 | 909.100 | 909.100 | 909.100 | 14.915 |
| N4.M2.P1 | -108.300 | -108.300 | -108.300 | -25.945 |
| N4.M2.P2 | 338.000 | 338.000 | 338.000 | 2.502 |

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

SOLUTION REPORT

SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- EQU GS

UTILIZACION EFECTIVA FACTOR DE USO SUPERIOR (TER).

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|--------------|-------|---------|----------|----------|
| N1.TP1.M1.P1 | -INF | . | . | -26.737 |
| N1.TP1.M1.P2 | -INF | . | . | -17.202 |
| N1.TP1.M2.P1 | -INF | . | . | . |
| N1.TP1.M2.P2 | -INF | . | . | . |
| N1.TP8.M1.P1 | -INF | 540.000 | 540.000 | -22.586 |
| N1.TP8.M1.P2 | -INF | 540.000 | 540.000 | -14.581 |
| N1.TP8.M2.P1 | -INF | 497.071 | 756.000 | . |
| N1.TP8.M2.P2 | -INF | 328.051 | 756.000 | . |
| N1.TP9.M1.P1 | -INF | . | 840.000 | . |
| N1.TP9.M1.P2 | -INF | . | 840.000 | . |
| N1.TP9.M2.P1 | -INF | . | 960.000 | . |
| N1.TP9.M2.P2 | -INF | . | 960.000 | . |
| N2.TP1.M1.P1 | -INF | . | 533.250 | . |
| N2.TP1.M1.P2 | -INF | . | 533.250 | . |
| N2.TP1.M2.P1 | -INF | . | 533.250 | . |
| N2.TP1.M2.P2 | -INF | . | 533.250 | . |
| N2.TP8.M1.P1 | -INF | 450.000 | 450.000 | -22.586 |
| N2.TP8.M1.P2 | -INF | 450.000 | 450.000 | -14.581 |
| N2.TP8.M2.P1 | -INF | 549.557 | 630.000 | . |
| N2.TP8.M2.P2 | -INF | 163.477 | 630.000 | . |
| N2.TP9.M1.P1 | -INF | . | 1050.000 | . |
| N2.TP9.M1.P2 | -INF | . | 1050.000 | . |
| N2.TP9.M2.P1 | -INF | . | 1200.000 | . |
| N2.TP9.M2.P2 | -INF | . | 1200.000 | . |
| N3.TP1.M1.P1 | -INF | . | . | -20.774 |
| N3.TP1.M1.P2 | -INF | . | . | -14.894 |
| N3.TP1.M2.P1 | -INF | . | . | -5.963 |
| N3.TP1.M2.P2 | -INF | . | . | -2.307 |
| N3.TP8.M1.P1 | -INF | -21.166 | 360.000 | . |
| N3.TP8.M1.P2 | -INF | 152.891 | 360.000 | . |
| N3.TP8.M2.P1 | -INF | 504.000 | 504.000 | -16.133 |
| N3.TP8.M2.P2 | -INF | 504.000 | 504.000 | -10.415 |
| N3.TP9.M1.P1 | -INF | . | . | . |
| N3.TP9.M1.P2 | -INF | . | . | . |
| N3.TP9.M2.P1 | -INF | . | . | -10.088 |
| N3.TP9.M2.P2 | -INF | . | . | -5.596 |
| N4.TP1.M1.P1 | -INF | . | . | -26.737 |
| N4.TP1.M1.P2 | -INF | . | . | -17.202 |
| N4.TP1.M2.P1 | -INF | . | . | . |
| N4.TP1.M2.P2 | -INF | . | . | . |
| N4.TP8.M1.P1 | -INF | . | 600.000 | . |
| N4.TP8.M1.P2 | -INF | 171.784 | 600.000 | . |
| N4.TP8.M2.P1 | -INF | . | 840.000 | . |
| N4.TP8.M2.P2 | -INF | 338.000 | 840.000 | . |
| N4.TP9.M1.P1 | -INF | . | 1050.000 | . |
| N4.TP9.M1.P2 | -INF | . | 1050.000 | . |
| N4.TP9.M2.P1 | -INF | . | 1200.000 | . |
| N4.TP9.M2.P2 | -INF | . | 1200.000 | . |

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

SOLUTION REPORT SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- EQU PHM POT HIDRO EN PICO MENOR A POT HIDRO-MAX A INST (MW)

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|-------|-------|-------|----------|----------|
| N1.P1 | -INF | . | 1443.860 | . |
| N1.P2 | -INF | . | 1443.860 | . |
| N2.P1 | -INF | . | 2762.680 | . |
| N2.P2 | -INF | . | 2762.680 | . |
| N3.P1 | -INF | . | 1397.180 | . |
| N3.P2 | -INF | . | 1397.180 | . |
| N4.P1 | -INF | . | 676.680 | . |
| N4.P2 | -INF | . | 676.680 | . |

-- EQU EHD ENERGIA HIDRO UTILIZADA NO EXCEDA LA DISPONIBLE

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|-------|-------|-----------|-----------|----------|
| N1.P1 | -INF | 15954.580 | 15954.580 | -2.749 |
| N1.P2 | -INF | 15954.580 | 15954.580 | -1.964 |
| N2.P1 | -INF | 30732.820 | 30732.820 | -2.635 |
| N2.P2 | -INF | 30732.820 | 30732.820 | -1.873 |
| N3.P1 | -INF | 30402.760 | 30402.760 | -1.516 |
| N3.P2 | -INF | 30402.760 | 30402.760 | -1.209 |
| N4.P1 | -INF | 8304.558 | 11074.480 | . |
| N4.P2 | -INF | 11074.480 | 11074.480 | -0.993 |

---- EQU PPB POTENCIA HIDRO EN EL PICO MAYOR O IGUAL A LA BASE

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|-------|-------|----------|----------|----------|
| N1.P1 | -INF | 1062.222 | 1949.000 | . |
| N1.P2 | -INF | 1062.222 | 1949.000 | . |
| N2.P1 | -INF | 2046.126 | 3453.000 | . |
| N2.P2 | -INF | 2046.126 | 3453.000 | . |
| N3.P1 | -INF | 2024.152 | 2376.000 | . |
| N3.P2 | -INF | 2024.152 | 2376.000 | . |
| N4.P1 | -INF | 552.900 | 981.000 | . |
| N4.P2 | -INF | 737.316 | 981.000 | . |

-- EQU GHS FAC DE PLAN HIDRO-S - RANGO PROPORCION ENTRE BASE Y PICO

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|-------|-----------|-----------|-------|----------|
| N1.P1 | -4.131E+4 | -4696.141 | +INF | . |
| N1.P2 | -4.131E+4 | -4696.141 | +INF | . |
| N2.P1 | -8.150E+4 | -8316.514 | +INF | . |
| N2.P2 | -8.150E+4 | -8316.514 | +INF | . |
| N3.P1 | -3.348E+4 | -1.275E+4 | +INF | . |
| N3.P2 | -3.348E+4 | -1.275E+4 | +INF | . |
| N4.P1 | -1.926E+4 | -2533.287 | +INF | . |
| N4.P2 | -1.926E+4 | -3378.246 | +INF | . |

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

SOLUTION REPORT SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- EQU GHI FAC DE PLAN HIDRO-I - RANGO PROPORCION ENTRE BASE Y PICO

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|-------|-------|-----------|-----------|----------|
| N1.P1 | -INF | -2.657E+4 | 32660.996 | . |
| N1.P2 | -INF | -2.657E+4 | 32660.996 | . |
| N2.P1 | -INF | -4.425E+4 | 58678.747 | . |
| N2.P2 | -INF | -4.425E+4 | 58678.747 | . |
| N3.P1 | -INF | -8.538E+4 | 39853.491 | . |
| N3.P2 | -INF | -8.538E+4 | 39853.491 | . |
| N4.P1 | -INF | -1.779E+4 | 19486.284 | . |
| N4.P2 | -INF | -2.372E+4 | 19486.284 | . |

---- VAR GN VAR DE DECISION CONTI PARA INSTALAR GEN-TER (MW)

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|-----------|-------|--------|-------|-----------|
| N1.TP1.P1 | . | . | +INF | . |
| N1.TP1.P2 | . | . | +INF | . |
| N1.TP8.P1 | . | 10.273 | +INF | . |
| N1.TP8.P2 | . | 28.511 | +INF | . |
| N1.TP9.P1 | . | . | +INF | 2022.370 |
| N1.TP9.P2 | . | . | +INF | 1301.094 |
| N2.TP1.P1 | . | . | +INF | 14257.709 |
| N2.TP1.P2 | . | . | +INF | 9172.711 |
| N2.TP8.P1 | . | 24.472 | +INF | . |
| N2.TP8.P2 | . | 87.512 | +INF | . |
| N2.TP9.P1 | . | . | +INF | 4044.740 |
| N2.TP9.P2 | . | . | +INF | 2602.188 |
| N3.TP1.P1 | . | . | +INF | . |
| N3.TP1.P2 | . | . | +INF | . |
| N3.TP8.P1 | . | 4.857 | +INF | . |
| N3.TP8.P2 | . | 29.762 | +INF | . |
| N3.TP9.P1 | . | . | +INF | 3370.617 |
| N3.TP9.P2 | . | . | +INF | 2168.490 |
| N4.TP1.P1 | . | . | +INF | . |
| N4.TP1.P2 | . | . | +INF | . |
| N4.TP8.P1 | . | . | +INF | 1355.180 |
| N4.TP8.P2 | . | . | +INF | 874.866 |
| N4.TP9.P1 | . | . | +INF | 4044.740 |
| N4.TP9.P2 | . | . | +INF | 2602.188 |

-- VAR GR VAR DE DECISION CONTI PARA POTENCIA ACTIVA GEN-TER (MW)

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|--------------|-------|----------|-------|----------|
| N1.TP1.M1.P1 | . | . | +INF | 68.831 |
| N1.TP1.M1.P2 | . | . | +INF | 54.183 |
| N1.TP1.M2.P1 | . | . | +INF | 10.852 |
| N1.TP1.M2.P2 | . | . | +INF | 8.651 |
| N1.TP8.M1.P1 | . | 1156.378 | +INF | . |
| N1.TP8.M1.P2 | . | 2250.678 | +INF | . |
| N1.TP8.M2.P1 | . | 1360.000 | +INF | . |

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

SOLUTION REPORT SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- VAR GR VAR DE DECISION CONTI PARA POTENCIA ACTIVA GEN-TER (MW)

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|-----------------|-------|----------|-------|----------|
| N1. TP8. M2. P2 | . | 2723.000 | +INF | . |
| N1. TP9. M1. P1 | . | . | +INF | 17.505 |
| N1. TP9. M1. P2 | . | . | +INF | 17.379 |
| N1. TP9. M2. P1 | . | . | +INF | 6.726 |
| N1. TP9. M2. P2 | . | . | +INF | 5.362 |
| N2. TP1. M1. P1 | . | . | +INF | 43.804 |
| N2. TP1. M1. P2 | . | . | +INF | 38.345 |
| N2. TP1. M2. P1 | . | . | +INF | 11.139 |
| N2. TP1. M2. P2 | . | . | +INF | 8.880 |
| N2. TP8. M1. P1 | . | 1184.174 | +INF | . |
| N2. TP8. M1. P2 | . | 3075.374 | +INF | . |
| N2. TP8. M2. P1 | . | 1577.400 | +INF | . |
| N2. TP8. M2. P2 | . | 3839.000 | +INF | . |
| N2. TP9. M1. P1 | . | . | +INF | 19.215 |
| N2. TP9. M1. P2 | . | . | +INF | 18.743 |
| N2. TP9. M2. P1 | . | . | +INF | 7.013 |
| N2. TP9. M2. P2 | . | . | +INF | 5.591 |
| N3. TP1. M1. P1 | . | . | +INF | 81.392 |
| N3. TP1. M1. P2 | . | . | +INF | 63.218 |
| N3. TP1. M2. P1 | . | . | +INF | . |
| N3. TP1. M2. P2 | . | . | +INF | . |
| N3. TP8. M1. P1 | . | 124.548 | +INF | . |
| N3. TP8. M1. P2 | . | 1045.748 | +INF | . |
| N3. TP8. M2. P1 | . | 708.000 | +INF | . |
| N3. TP8. M2. P2 | . | 1754.000 | +INF | . |
| N3. TP9. M1. P1 | . | . | +INF | 36.028 |
| N3. TP9. M1. P2 | . | . | +INF | 28.722 |
| N3. TP9. M2. P1 | . | . | +INF | . |
| N3. TP9. M2. P2 | . | . | +INF | . |
| N4. TP1. M1. P1 | . | . | +INF | 110.127 |
| N4. TP1. M1. P2 | . | . | +INF | 68.764 |
| N4. TP1. M2. P1 | . | . | +INF | 39.935 |
| N4. TP1. M2. P2 | . | . | +INF | 8.651 |
| N4. TP8. M1. P1 | . | . | +INF | 18.709 |
| N4. TP8. M1. P2 | . | 171.784 | +INF | . |
| N4. TP8. M2. P1 | . | . | +INF | 29.084 |
| N4. TP8. M2. P2 | . | 338.000 | +INF | . |
| N4. TP9. M1. P1 | . | . | +INF | 58.800 |
| N4. TP9. M1. P2 | . | . | +INF | 31.960 |
| N4. TP9. M2. P1 | . | . | +INF | 35.810 |
| N4. TP9. M2. P2 | . | . | +INF | 5.362 |

-- VAR GRH VAR DE DECISION CONTI PARA INSTAL POT HIDRO ACTIVA (MW)

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|------------|-------|----------|-------|-----------|
| N1. M1. P1 | . | 1062.222 | +INF | . |
| N1. M1. P2 | . | 1062.222 | +INF | . |
| N1. M2. P1 | . | . | +INF | 24768.275 |
| N1. M2. P2 | . | . | +INF | 15813.316 |

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

SOLUTION REPORT SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- VAR GRH VAR DE DECISION CONTI PARA INSTAL POT HIDRO ACTIVA (MW)

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|----------|-------|----------|-------|-----------|
| N2.M1.P1 | . | 2046.126 | +INF | . |
| N2.M1.P2 | . | 2046.126 | +INF | . |
| N2.M2.P1 | . | . | +INF | 24768.275 |
| N2.M2.P2 | . | . | +INF | 15813.316 |
| N3.M1.P1 | . | 2024.152 | +INF | . |
| N3.M1.P2 | . | 2024.152 | +INF | . |
| N3.M2.P1 | . | . | +INF | 24748.352 |
| N3.M2.P2 | . | . | +INF | 15800.455 |
| N4.M1.P1 | . | 552.900 | +INF | . |
| N4.M1.P2 | . | 737.316 | +INF | . |
| N4.M2.P1 | . | . | +INF | 24790.430 |
| N4.M2.P2 | . | . | +INF | 15810.870 |

-- VAR L VAR DE DECISION CONTI PARA INSTALAR LINEAS ENTRE NODOS

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|-------------|-------|-------|-------|-----------|
| N1.N2.V1.P1 | . | . | +INF | 1.8857E+6 |
| N1.N2.V1.P2 | . | . | +INF | 1.2131E+6 |
| N1.N2.V2.P1 | . | . | +INF | 4.5786E+6 |
| N1.N2.V2.P2 | . | . | +INF | 2.9457E+6 |
| N1.N3.V1.P1 | . | . | +INF | 2.5142E+6 |
| N1.N3.V1.P2 | . | . | +INF | 1.6175E+6 |
| N1.N3.V2.P1 | . | . | +INF | 6.1049E+6 |
| N1.N3.V2.P2 | . | . | +INF | 3.9276E+6 |
| N1.N4.V1.P1 | . | . | +INF | 4.3999E+6 |
| N1.N4.V1.P2 | . | . | +INF | 2.8307E+6 |
| N1.N4.V2.P1 | . | . | +INF | 1.0684E+7 |
| N1.N4.V2.P2 | . | . | +INF | 6.8732E+6 |
| N3.N4.V1.P1 | . | . | +INF | 2.3956E+6 |
| N3.N4.V1.P2 | . | . | +INF | 1.5412E+6 |
| N3.N4.V2.P1 | . | . | +INF | 6.1049E+6 |
| N3.N4.V2.P2 | . | . | +INF | 3.9276E+6 |

-- VAR FL1 VAR DE DECISION CONTI PARA FLUJO DE POT ACTIVA EN LINEAS

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|-------------|-------|-------|-------|----------|
| N1.N2.M1.P1 | . | . | +INF | 98.290 |
| N1.N2.M1.P2 | . | . | +INF | 85.615 |
| N1.N2.M2.P1 | . | . | +INF | 0.839 |
| N1.N2.M2.P2 | . | . | +INF | 19.334 |
| N1.N3.M1.P1 | . | . | +INF | 99.958 |
| N1.N3.M1.P2 | . | . | +INF | 86.945 |
| N1.N3.M2.P1 | . | . | +INF | 1.119 |
| N1.N3.M2.P2 | . | . | +INF | 19.557 |
| N1.N4.M1.P1 | . | . | +INF | 104.961 |
| N1.N4.M1.P2 | . | . | +INF | 90.934 |
| N1.N4.M2.P1 | . | . | +INF | 1.959 |

GENERACION DE POTENCIA HIDRAULICA

SOLUTION REPORT SOLVE EXPANSION USING LP FROM LINE 440

-- VAR FL1 VAR DE DECISION CONTI PARA FLUJO DE POT ACTIVA EN LINEAS

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|----------------|-------|---------|-------|----------|
| N1. N4. M2. P2 | . | . | +INF | 20.227 |
| N3. N2. M1. P1 | . | . | +INF | 93.287 |
| N3. N2. M1. P2 | . | . | +INF | 81.627 |
| N3. N2. M2. P1 | . | 120.333 | +INF | . |
| N3. N2. M2. P2 | . | . | +INF | 18.665 |
| N3. N3. M1. P1 | . | . | +INF | 93.287 |
| N3. N3. M1. P2 | . | . | +INF | 81.627 |
| N3. N3. M2. P1 | . | . | +INF | EPS |
| N3. N3. M2. P2 | . | . | +INF | 18.665 |
| N3. N4. M1. P1 | . | . | +INF | 99.958 |
| N3. N4. M1. P2 | . | . | +INF | 86.945 |
| N3. N4. M2. P1 | . | . | +INF | 1.119 |
| N3. N4. M2. P2 | . | . | +INF | 19.557 |
| N4. N2. M1. P1 | . | . | +INF | 93.287 |
| N4. N2. M1. P2 | . | . | +INF | 81.627 |
| N4. N2. M2. P1 | . | . | +INF | EPS |
| N4. N2. M2. P2 | . | . | +INF | 18.665 |
| N4. N3. M1. P1 | . | . | +INF | 93.287 |
| N4. N3. M1. P2 | . | . | +INF | 81.627 |
| N4. N3. M2. P1 | . | . | +INF | EPS |
| N4. N3. M2. P2 | . | . | +INF | 18.665 |
| N4. N4. M1. P1 | . | . | +INF | 93.287 |
| N4. N4. M1. P2 | . | . | +INF | 81.627 |
| N4. N4. M2. P1 | . | . | +INF | EPS |
| N4. N4. M2. P2 | . | . | +INF | 18.665 |

| | LOWER | LEVEL | UPPER | MARGINAL |
|------------|-------|-----------|-------|----------|
| ---- VAR Z | -INF | 2.8463E+5 | +INF | . |

Z SUMA DE COSTOS DE EXPANSION EN MILES DE PESOS

```

**** REPORT SUMMARY :
                        0  NONOPT
                        0  INFEASIBLE
                        0  UNBOUNDED

```

**** FILE SUMMARY

```

INPUT C: AMSLIBXPAN4H1.GMS
OUTPUT C: AMSLIBXPAN4H1.LST
EXECUTION TIME = 0.380 MINUTES

```


CONCLUSIONES

La necesidad de expandir la capacidad de los sistemas productivos siempre está presente. Existen factores que cambian constantemente y que modifican el escenario de referencia inicial; por tanto, dichos sistemas deberán estar sujetos a revisiones periódicas que permitan conocer oportunamente en qué medida el sistema está respondiendo a las necesidades actuales, mediatas e inmediatas, e imponer correctivos si son necesarios.

Este trabajo muestra una forma de tratar el *problema de expansión* del Sistema Eléctrico Nacional. Con base en estudios de *planeación de crecimiento* del servicio eléctrico y en la metodología de *enfoque de sistemas*, se analiza la *problemática* que presenta este sistema y se determina cuándo el problema es de expansión. Además, se formulan los modelos *conceptual* y *formal* a partir de dicha problemática y finalmente se traduce ésta a un modelo matemático para obtener una solución.

La problemática analizada incluye aspectos económicos, sociales, técnicos y ecológicos. Tratar de resolver toda esta gama de problemas en uno sólo resulta prácticamente imposible por la complejidad que se origina; por ello, el problema se divide y se resuelve por partes: una se dedica a estudiar a partir de los aspectos antes mencionados, la viabilidad de los proyectos de expansión del sistema, determinando posible *localización*, *tamaño*, *costos*, etc; otra se enfoca a resolver, con base en la información de la primera, la satisfacción de los requerimientos al sistema minimizando costos. Algunos aspectos técnicos son considerados en las restricciones del modelo matemático.

EXPANDIM (Expansión Dinámica), es el modelo matemático que tiene como objetivo solucionar los requerimientos mencionados; se caracteriza por reunir dos componentes del Sistema Eléctrico: Generación y Transmisión. La importancia de este modelo reside en que permite tener una idea gruesa de cuáles serían las políticas a seguir para expandir dichos subsistemas en cada lugar, tipo de generador, modo de operación

y periodo con un costo mínimo. EXPANDIM maneja la filosofía de un *sistema interconectado*, donde cualquier fuente de generación está integrada a una red y, por tanto, aplica en la *función de costos*, mediante un *factor de pérdidas en la línea*, una penalización económica debida a pérdidas de potencia por la transportación de energía desde largas distancias.

Al modelar la problemática, se ha tenido en cuenta que incluir un número elevado de restricciones complica el problema por resolver y no necesariamente se obtiene una mejor solución; por eso, después de un análisis cualitativo y cuantitativo se simplificó el modelo, descartando la posibilidad de considerarlo de tipo entero, ya que en ese caso el número de variables crece notoriamente y la solución no es significativamente mejor. En el modelo se trata a las variables involucradas como de tipo continuo y a los costos como lineales.

EXPANDIM es útil en la medida en que proporciona una respuesta oportuna; es decir, su consulta es fácil y en cuestión de segundos, desde la comodidad que brinda una computadora personal, se obtiene una solución del problema. Con esta idea de oportunidad de la respuesta, unida a la limitación del software disponible, se utiliza en este trabajo una representación del modelo sumamente simplificada. Un objetivo logrado consiste en tener disponible este modelo en un equipo PC.

La representación consta de cuatro nodos: Centro, Sur, Norte y Noroeste, los cuales representan las seis áreas en que está dividido el Sistema Interconectado Nacional. De esta manera se puede saber de qué orden son los requerimientos de *energía e inversión* en cada una de las áreas, y cuál es el tipo de tecnología por instalar y operar en cada *lugar* (nodo), *modo* (formas de operación) y *periodo* para satisfacer la demanda con un costo mínimo.

En el siguiente cuadro se muestra qué área representan los nodos en el programa y cómo están denominados. Cada nodo se considera a la vez como centro de generación y de consumo.

| SÍMBOLO Y NOMBRE EN EL PROGRAMA | | ÁREA REPRESENTADA |
|---------------------------------|----------|-----------------------|
| N1 | CENTRAL | Central |
| N2 | SUR | Oriental y Occidental |
| N3 | NORTE | Norte y Noreste |
| N4 | NOROESTE | Noroeste |

EXPANDIM localiza simultáneamente los medios de generación y transmisión de energía eléctrica; esto es, los distintos tipos de generación, hidráulica y térmica, incluyendo en la térmica la alternativa nuclear y balancea los costos altos de inversión de un tipo con los costos bajos de operación del otro. También, calcula las líneas de transmisión que serán necesarias para que pueda transitar el nuevo volumen de energía, informando el número, capacidad y voltaje de líneas por instalar para transportar el fluido eléctrico desde el centro de generación hacia el lugar de consumo.

Respecto a los distintos tipos de energéticos utilizados, el problema se modeló tomando en cuenta sólo los tipos menos contaminantes: nuclear, ciclo combinado, turbo gas, carbón, vapor, reuniéndolos en tres grupos: nuclear, dual y mixto. Actualmente se sigue explotando la capacidad instalada sin importar el combustible que utiliza el generador, pero para expandir el sistema se consideran sólo aquellos generadores que estén dentro de las nuevas políticas ecológicas y que económicamente sean viables. La localización del lugar para ubicar nuevas instalaciones es seleccionada por EXPANDIM entre los cuatro nodos posibles.

Debido a limitaciones del software, no fue posible incluir el conjunto total de restricciones; por tanto se consideraron únicamente las relacionadas con la generación hidráulica y la relativa al *balance de potencia* (BRP). Esta es básica por las pérdidas económicas que ocasiona si se sobrepasa o no se satisface la demanda de energía. Es oportuno mencionar que, disponiendo de la versión *Profesional* de GAMS, se puede trabajar con el modelo EXPANDIM sin ningún tipo de limitaciones.

No se llevó a cabo un análisis de sensibilidad por la simplificación del modelo y la dificultad para comparar con otros resultados (versión Fortran). Sería conveniente la implantación del modelo en la versión *Profesional* de GAMS, ya que posibilitaría la realización de dicho análisis y la comparación de tiempos de proceso y de entrada y salida del programa

Es importante el uso de un paquete de optimización que permita efectuar modificaciones fácilmente; con este fin, se recurrió al paquete GAMS. La actualización de datos como costos, demanda, capacidades, etc. no es fácil si se recurre a sistemas de computo grandes, por lo que no es posible obtener una respuesta rápida. EXPANDIM, implantado en otro paquete de programación, requiere de consultar archivos de datos, y recurre a un buen número de subrutinas programadas en lenguaje Fortran. Este modelo ha sido trasladado sin problemas a un programa GAMS y permite obtener la solución en pocos segundos. Por otra parte, la presentación de la salida de este paquete es fácil de leer, ventaja sobre todo para usuarios que no estén familiarizados con interpretación de resultados

Se está elaborando una *Guía del Usuario* de GAMS con el objeto de promover y facilitar el uso de este paquete de programación en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM. Tanto el manual como la guía mencionada son útiles para cualquier versión de este paquete.

La información fundamental requerida para realizar este trabajo fue proporcionada por la Comisión Federal de Electricidad por medio del Informe de Costos de Generación y Operación (1990), y el Estudio de Mercado para Demanda, 1994-2000. Estos informes proporcionan datos sobre *demanda, potencia instalada, costos de equipo y mantenimiento*, etc., en cada uno de los nodos, áreas o regiones en que está dividido el Sistema Eléctrico. Otros datos obtenidos fueron: costos y capacidades de las líneas (1990), costos de pérdidas en transmisión, voltajes, etc.

APENDICE A

CONCEPTOS BÁSICOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

A.1 GENERALIDADES

Un problema de programación lineal consiste en optimizar (maximizar o minimizar) el valor de una función lineal de varias variables, sujeta a restricciones lineales sobre esas variables. Cualquier problema de programación lineal puede ser expresado en forma estándar:

minimice (máximice) $c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

suje to a

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$(P) \quad a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1 \geq 0 ; x_2 \geq 0 ; \dots ; x_n \geq 0$$

donde los coeficientes a_{ij} , b_j y c_j son números reales, y x_i , $i = 1, \dots, n$ son las variables a determinar. Considerando el problema de minimización, una forma compacta y usual de escribir (P) es

$$\begin{array}{ll} \text{minimice} & cx \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

donde A es una matriz $m \times n$; c, un vector hilera de n componentes; b, un vector columna de m componentes y x, un vector columna de n variables

Considere el sistema de ecuaciones

$$Ax = b$$

Supongamos que el rango de la matriz A es m, entonces es posible elegir m columnas de A que sean linealmente independientes. Sin pérdida de generalidad puede considerarse que éstas son las primeras m columnas, las cuales forman una submatriz de A de orden $m \times m$, no singular a la que denominaremos B. De esta forma podemos escribir $A = [B, R]$ donde R está formada por las restantes $n - m$ columnas de A

Definamos ahora $x = (x_B, x_R)^T$, donde x_B de dimensión m está asociado a la matriz B, x_R de dimensión $n - m$ está asociado a la matriz R. Entonces se puede escribir

$$Ax = [B, R] \begin{bmatrix} x_B \\ x_R \end{bmatrix} = b$$

Haciendo $x_R = 0$, se obtiene una solución para $Ax = b$, puesto que $Bx_B = b$ y B es no singular. Entonces $x_B = B^{-1}b$, i.e.

$$x = \begin{bmatrix} x_B & x_R \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} B^{-1}b, & 0 \end{bmatrix}^T$$

Esta solución se denomina una solución básica con respecto a la base B. Las componentes de x asociadas a las columnas de B, esto es, x_B , se denominan variables básicas. Si una o más de las variables básicas tienen valor cero entonces la solución básica es degenerada

Note que en una solución básica no degenerada es inmediata la identificación de las columnas de A que forman la matriz no singular B. En cambio, en una solución degenerada, existe cierta ambigüedad para identificar B, pues las variables básicas con valor cero pueden ser confundidas con las variables no básicas cuyo valor también es

cero.

Considere el problema lineal en forma estándar

$$\text{minimizar } z = cx$$

s.a.

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

donde A es una matriz de orden $m \times n$; b es un vector columna de m componentes; c es un vector fila de n componentes y x es un vector columna de n componentes a determinar. Se dice que x es una solución factible si satisface las restricciones del problema. Si la solución factible es además básica, se dice que es una solución factible básica. Si una solución factible básica, una o más de las variables básicas son iguales a cero, entonces se trata de una solución factible básica degenerada.

Finalmente una solución factible para la cual, la función objetivo alcanza su valor mínimo se denomina solución óptima.

A.2 TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA PROGRAMACION LINEAL

En la solución de problemas de programación lineal, las soluciones básicas factibles desempeñan un papel de gran importancia. Específicamente, el teorema fundamental de la programación lineal señala que en la determinación de las soluciones óptimas del problema lineal en forma estándar, es necesario considerar únicamente las soluciones factibles básicas de este problema.

Teorema Fundamental De La Programación Lineal.- Dado el problema,

$$\begin{array}{ll} \text{(P)} & \min \quad z = cx \\ & \text{suje to a } \quad Ax = b \\ & \quad \quad \quad x \geq 0, \end{array}$$

donde A es una matriz de $m \times n$ de rango m , b es un vector columna de m componentes y c es un vector renglón de n componentes, se tiene que:

- i. Si existe una *solución factible*, existe una *solución factible* que es *básica*.
- ii. Si existe una *solución factible óptima*, existe una *solución factible básica* que es *óptima*.

La prueba de este teorema se puede consultar en [BAZARAA].

El teorema anterior establece que se puede reducir la búsqueda de soluciones óptimas del problema lineal en forma estándar al subconjunto finito formado por las soluciones factibles básicas. En particular, se observa que el número de soluciones factibles básicas en un problema de programación lineal con m restricciones y n variables ($m \leq n$) es a lo más,

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

correspondiente al número de maneras de seleccionar m de las n columnas de la matriz A .

Teóricamente, se ha encontrado una solución al problema de programación lineal. Resulta conveniente puntualizar que el teorema fundamental ofrece una manera de resolver el problema de programación lineal, pero que resulta impráctica y computacionalmente ineficiente. Si por ejemplo, el problema tiene 10 variables y 7 restricciones, se tendrían que analizar 120 bases. Sin embargo, la extensión de los argumentos de prueba de este teorema han servido de base para diseñar métodos de solución eficientes, tal como el método simplex.

El concepto de *solución básica* en un problema de programación lineal está relacionado con el concepto de *punto extremo* de un cierto polítopo convexo. Esta relación de conceptos, uno algebraico y otro geométrico se tratan en la siguiente sección.

A.3 RELACIONES IMPORTANTES DE LA PROGRAMACION LINEAL CON CONVEXIDAD

Uno de los conceptos más importantes para la programación lineal es el de *convexidad*, el cual, es sencillo de manejar tanto geométrica como analíticamente. A partir de este concepto se han obtenido resultados analíticos de gran relevancia en este campo. A continuación se tratan algunos de estos resultados.

Es interesante hacer notar que existe una relación bien definida entre las soluciones *factibles básicas* de un sistema lineal $Ax = b$, $x \geq 0$ y los puntos extremos del politopo formado por las soluciones de este sistema.

Teorema 3.1 (Equivalencia de puntos extremos y soluciones básicas). Sean A una matriz $m \times n$ de rango m , x un vector de n componentes y b un vector columna de m componentes. Sea el politopo convexo.

$$K = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b, x \geq 0\}$$

Entonces, un vector $x \in \mathbb{R}^n$ es un punto extremo de K , si y sólo si $x \geq 0$ y x es una solución básica de $Ax = b$.

La demostración se puede consultar en [BAZARAA].

Corolario 3.1 Si el conjunto convexo K del teorema anterior es no vacío, entonces posee al menos un punto extremo.

Colorario 3.2 Si el politopo convexo K del teorema 3.1 es acotado, entonces K consiste de las combinaciones convexas de sus puntos extremos.

Proposición 3.1. En el problema de programación lineal (\bar{P}) , la solución óptima ocurre en un punto extremo del poliedro convexo K del teorema 3.1.

La demostración se puede consultar en [BASARAA].

A.4 PROBLEMAS LINEALES DUALES

4.1 Generalidades. Considere los problemas lineales,

| | | | | | |
|-----|----------|-------------|-----|----------|--------------------|
| | minimice | cx | | maximice | λb |
| (P) | s. a. | | (D) | s. a. | |
| | | $Ax \geq b$ | | | $\lambda A \leq c$ |
| | | $x \geq 0$ | | | $\lambda \geq 0$ |

donde A es una matriz $m \times n$; b , un vector columna de m componentes; c , un vector hilera de n componentes; x , un vector columna de n componentes y λ un vector hilera de m variables.

Estos problemas se denominan problemas lineales duales, a (P) se le llama el problema primal y a (D) su correspondiente problema dual. Así también, éstos se comportan en forma simétrica, en el sentido que, el vector de variables a determinar en ambos problemas es no negativo y el número de restricciones del primal (dual) es igual al número de variables a determinar del problema dual (primal). La forma asimétrica de los problemas lineales duales se presenta cuando el vector de variables es restringido en un problema y en el otro, no lo es.

Si alguna de las desigualdades del problema primal se cambia a igualdad, la componente correspondiente del vector λ en el problema dual será una variable no restringida. Recíprocamente, si alguno de los componentes del vector x en el problema primal es no restringido, la desigualdad correspondiente en el problema dual será igualdad. Las reglas aquí mencionadas no son arbitrarias, estas son consecuencia de resultados obtenidos del análisis de los problemas lineales duales.

A continuación se presentan dos teoremas de alternativas de la teoría de desigualdades que son esencialmente útiles en la demostración del teorema de dualidad, tema de la siguiente sección.

Teorema 4.1.1 (Farkas) Sea A una matriz $m \times n$ y b un vector en \mathbb{R}^m . Entonces, uno y sólo uno de los siguientes sistemas de desigualdades lineales tiene solución.

- i. $Ax = b ; x \geq 0$
 ii. $\lambda A \geq 0 ; \lambda b < 0$

La prueba de este teorema se puede consultar en los textos de "Programación Lineal" de M. Simonard, [SIMM62], y "Programación Lineal y Flujo en Redes" de Mokhtar S. Bazaraa [BAZARAA].

Teorema 4.1.2 Sea A una matriz $m \times n$ y b un vector de m componentes. Entonces, uno y sólo uno de los siguientes sistemas de desigualdades tiene solución.

- i. $Ax \leq b ; x \geq 0$
 ii. $\lambda A \geq 0 ; \lambda b < 0 ; \lambda \geq 0$

Demostración. Primeramente se observa que i. es equivalente a

$$\left(A, I \right) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = b ; x \geq 0 ; y \geq 0$$

Por lo tanto, del teorema 4.1.1, se tiene que este sistema tiene solución si y sólo si el sistema de desigualdades

$$\lambda A \geq 0 ; \lambda b < 0 ; \lambda I \geq 0$$

no tiene solución. Este resultado prueba el teorema.

4.2 TEOREMA DE DUALIDAD

Con el propósito de establecer el teorema de dualidad, es conveniente considerar el siguiente resultado de los problemas lineales duales.

Proposición 4.2.1

$$\min \{ cx ; Ax \geq b, x \geq 0 \} \quad \geq \quad \max \{ \lambda b ; \lambda A \leq c, \lambda \geq 0 \}$$

Demostración. Sean x y λ soluciones factibles de los respectivos problemas lineales duales. Entonces,

$$cx \geq (\lambda A)x = \lambda (Ax) \geq \lambda b$$

con lo que se prueba la proposición.

Corolario 4.2.1 Sean x^* y λ^* soluciones factibles de los problemas lineales duales anteriores. Si $cx^* = \lambda^* b$ entonces x^* y λ^* son soluciones óptimas de estos problemas.

Teorema de dualidad. Considere los problemas lineales duales,

| | |
|---------------|----------------------|
| $\min Z = cx$ | $\max W = \lambda b$ |
| (P) s.a. | (D) s.a. |
| $Ax \geq b$ | $\lambda A \leq c$ |
| $x \geq 0$ | $\lambda \geq 0,$ |

acordando que, por extensión, si un problema tiene solución factible se le llamará problema factible se tiene:

- i. Si (P) y (D) son factibles, entonces $\min Z = \max W$ (finito).
- ii. Si (P) es factible y (D) no es factible, entonces $\min Z$ es no acotado.
- iii. Si (P) es no factible y (D) es factible, se tiene que $\max W$ es no acotado.
- iv. (P) y (D) pueden ser ambos no factibles.

Demostración:

i) Si x y λ son soluciones factibles de (P) y (D) respectivamente, se tiene que $cx \geq \lambda b$ (Proposición 4.2.1). (i) quedará demostrado si existen soluciones factibles x y λ tales que $cx < \lambda b$. Se probará que el sistema.

$$Ax \geq b; \quad \lambda A \leq c; \quad cx \leq \lambda b; \quad x \geq 0; \quad \lambda \geq 0,$$

tiene solución. Este sistema puede escribirse como

$$\begin{bmatrix} A^T & 0 \\ 0 & -A \\ -b^T & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda^T \\ x \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} c^T \\ -b \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \lambda^T \\ x \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.2.1)$$

Sin embargo, si el sistema (4.2.1) no tiene solución, entonces

$$\{r, s, t\} \begin{bmatrix} A^T & 0 \\ 0 & -A \\ -b^T & c \end{bmatrix} \geq 0; \quad \{r, s, t\} \begin{bmatrix} c^T \\ -b \\ 0 \end{bmatrix} < 0; \quad \begin{bmatrix} r \\ s \\ t \end{bmatrix}^T \geq 0 \quad (4.2.2)$$

si tiene solución (teorema 4.1.2). Debe observarse que t es un escalar y que los vectores hilera r y s tienen tantos componentes como número de columnas e hileras tiene A , respectivamente. Se presentan dos casos según que t sea mayor o igual a cero.

Caso 1. t mayor que cero. Sin pérdida de generalidad, hagamos $t=1$. En este caso se tiene que existe r^T y s , ambos no negativos, tales que

$$Ar^T \geq b; \quad sA \leq c; \quad cr^T < sb$$

lo cual contradice la Proposición 4.2.1. (Farkas)

Caso 2. $t=0$. Afirmar que el sistema 4.2.2 tiene solución equivale a que el sistema

$$\begin{bmatrix} A^T & 0 \\ 0 & -A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda^T \\ x \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} c^T \\ -b \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \lambda^T \\ x \end{bmatrix} \geq 0$$

no tiene solución, lo cual contradice la suposición inicial de que (P)

y (D) son ambos factibles, con lo cual (I) queda demostrado.

ii) Si (D) es no factible ((P) factible) entonces:

$$A^T \lambda^T \leq c^T \quad ; \quad \lambda^T \geq 0$$

no tiene solución, consecuentemente,

$$Ay \geq 0 \quad ; \quad cy < 0 \quad ; \quad y \geq 0$$

si tiene solución (Teorema 4.1.2). Por otra parte, sea x una solución factible de (P), esto es, $Ax \geq b$, $x \geq 0$. Entonces, el vector $x + \alpha y$, con $\alpha > 0$, satisface las restricciones,

$$A(x + \alpha y) \geq b \quad ; \quad x + \alpha y \geq 0$$

y el valor de la función objetivo es $Z = cx + \alpha cy$. Sin embargo, cuando α tiende a infinito el valor de Z tiende a menos infinito, por lo cual el mínimo de Z es no acotado.

iii) Dada la simetría con (ii) se omite la prueba.

iv) Es sencillo construir ejemplos de problemas lineales duales que sean ambos no factibles. Por ejemplo, para

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad c = \begin{bmatrix} -1, & 3 \end{bmatrix};$$

los problemas lineales duales (P) y (D) no tienen solución factible.

Corolario 4.2.2. Si alguno de los problemas lineales duales (P) o (D) tienen solución óptima, entonces ambos lo tienen y el correspondiente valor de la función objetivo es el mismo. Por otra parte, si uno de los problemas tiene función objetivo no acotada, el otro problema no tiene solución factible.

A.4.3 Teorema de Complementaridad. Sean los problemas lineales duales,

$$(P) \quad \begin{array}{l} \min Z = cx \\ \text{s. a.} \\ Ax \geq b, \\ x \geq 0 \end{array}$$

$$(D) \quad \begin{array}{l} \max W = \lambda b \\ \text{s. a.} \\ \lambda A \leq c, \\ \lambda \geq 0 \end{array}$$

Sean x^* y λ^* soluciones factibles de (P) y (D) respectivamente. Entonces, una condición necesaria y suficiente para que x^* y λ^* sean soluciones óptimas es que satisfagan las relaciones:

$$a. \quad x_j^* > 0 \text{ implica } \lambda^* a^j = c_j$$

$$b. \quad x_j^* = 0 \text{ si } \lambda^* a^j < c_j$$

$$c. \quad \lambda_i^* > 0 \text{ implica } a_i x^* = b_i$$

$$d. \quad \lambda_i^* = 0 \text{ si } a_i x^* > b_i$$

donde a_i (a^j) es el i -ésimo (j -ésimo) vector hilera (columna) de la matriz A.

Demostración. Si x^* y λ^* son soluciones factibles de (P) y (D) respectivamente, entonces

$$\begin{aligned} \alpha &= \lambda^* (Ax^* - b) \geq 0 \\ \beta &= (c - \lambda^* A) x^* \geq 0 \end{aligned}$$

de donde, $\alpha + \beta = cx^* - \lambda^* b$. Sin embargo, el Teorema de Dualidad establece que x^* y λ^* son soluciones óptimas si y sólo si se cumple que $cx^* = \lambda^* b$, lo que es equivalente a que $\alpha = 0$ y $\beta = 0$, con lo que la prueba termina pues las relaciones del teorema son fáciles de implicar dado que α y β resultan del producto de vectores no negativos.

El resultado de este teorema tiene una importante interpretación económica. Específicamente, se puede decir que si una restricción del problema primal (P) es activa, esto es, $a_i \cdot x^* = b_i$ entonces, el precio a que compraría una unidad adicional del recurso i es igual a λ_i , dicho de otra forma, λ_i es el *precio justo* que se pagaría por tener una unidad extra del recurso i . En particular, note que si la restricción es *no-activa*, esto es, $a_i \cdot x^* > b_i$, el precio a que se compraría la unidad adicional del recurso es igual a cero. De esto se justifica el que los elementos λ_i , $i = 1, \dots, m$, sean denominados *precios sombra* o *precios de oportunidad*.

Es interesante preguntarse qué sucede cuando se efectúan cambios en el vector b o en el vector de costos c . Esto corresponde a otra etapa en la solución del problema denominada análisis de sensibilidad, la cual permite extraer una buena cantidad de información adicional del Método Simplex y que muestra cómo ante grandes cambios, la solución óptima se comporta irregularmente y además, cómo la variación apropiada de los vectores b y c permite normar criterios económicos [STRANG82].

Otra interpretación económica del problema dual completo puede consultarse en [BAZARAA]

APENDICE B

RAMIFICACIÓN Y ACOTAMIENTO EN PROGRAMACIÓN MIXTA

En el apéndice A se estudió el problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} \text{Máx } & cx \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Algunos problemas prácticos no son exactamente de Programación Lineal pues requieren además que el vector x tenga algunas componentes enteras. Estos problemas son llamados de Programación Lineal Entera Mixta.

B.1 EL PROBLEMA DE PROGRAMACION LINEAL ENTERA MIXTA

El problema de *programación lineal entera mixta* (PLEM) puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \text{Máx } & cx + dy \\ & Ax + By = b \\ \text{(M)} \quad & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \\ & y_k \text{ entera para toda } k, \end{aligned}$$

Es decir las variables x son continuas mientras que las y son enteras.

La complejidad del problema de PLEM estriba en que no se conocen condiciones de optimalidad. Es decir los conceptos de *costos reducidos* y/o de *precios sombra* que son los que permiten saber cuándo el problema ha sido resuelto, carecen de sentido en PLEM. Una observación que vale la pena hacer es que el truncamiento y/o redondeo de la solución para el problema (M) considerando y_k continuas, no da la solución óptima. Una lista de los métodos más comunmente usados para la resolución de problemas de programación lineal entera mixta es la siguiente:

Métodos de Solución

1. Planos Cortantes (R. Gomory)
2. Enumeración Implícita (E. Balas)
3. Ramificación y Acotamiento (Land y Dolg)
4. Métodos de Flujos (Frod y Fulkerson)
5. Métodos Combinatorios (Edmonds)
6. Subgradientes (Held y Karp)
7. Heurísticas (Nemhauser, Balas y otros)

De estos métodos el más usado en la práctica es el de *Ramificación y Acotamiento*. A continuación se tratarán sus principales características.

B.2 RAMIFICACION Y ACOTAMIENTO

Este es el método usado por GAMS y por la mayoría de los paquetes confeccionados para este tipo de problemas. La idea de cualquier técnica de ramificación y acotamiento es construir un conjunto de subproblemas que son equivalentes al problema original y cuya solución es la óptima deseada. La construcción de estos subproblemas es como sigue:

Se considera el problema

$$\begin{aligned} \text{Máx} \quad & cx + cy \\ (1) \quad & Ax + By = b \\ & x, y \geq 0 \\ & y_k \text{ entera } k = 1, \dots, t \end{aligned}$$

Se resuelve el problema sin tomar en cuenta las restricciones de *integralidad*. Supongamos que la solución a este problema es x^* , y^* . Si y_k^* es entera para toda k , entonces hemos encontrado la solución óptima para (1). Si alguna componente de y^* no es entera, sea y_r^* , cuyo valor es y_{rv}^* , entonces se construyen dos subproblemas:

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \text{Máx } cx + dy \\
 & Ax + By = b \\
 & x, y \geq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_r & \geq \lfloor y_{rv}^* \rfloor \\
 y_k & \text{ entera } k = 1, \dots, t,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \text{máx } cx + dy \\
 & Ax + By = b \\
 & x, y \leq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & y_r \leq \lceil y_{rv}^* \rceil \\
 & y_k \text{ entera } k = 1, \dots, t
 \end{aligned}$$

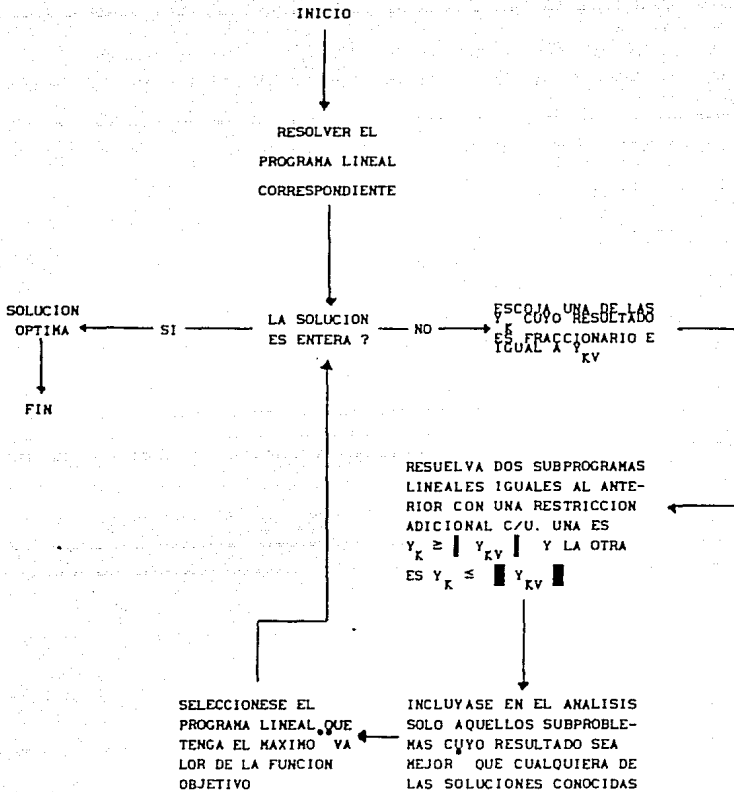
donde $\lfloor s \rfloor$ y $\lceil s \rceil$ proporcionan el mínimo entero mayor que s y el máximo entero menor que s respectivamente

Así, el valor óptimo de (1) se puede encontrar resolviendo (2) y (3). Para lo que se puede usar la misma técnica.

La descripción que se acaba de hacer explica el nombre de "ramificación". La palabra "acotamiento" denota otra parte importante del algoritmo: En un caso más general que el anterior, la operación de ramificación se repite para cada una de las variables que faltan de tomar valor entero. La pregunta es: a partir de que subproblemas no es eficiente hacerlo?. Si uno de los subproblemas da una solución entera, entonces el valor de la función es una cota (inferior o superior si se está maximizando o minimizando respectivamente) del valor del óptimo, por lo tanto, cuando se resuelve otro subproblema que da un valor menor a tal cota se puede cortar esa rama de árbol ya que no es posible encontrar en esa dirección algo mejor de lo que ya se tiene, es decir, debe incluirse en el análisis sólo aquellos subproblemas cuyo resultado sea mejor (mayor en el caso de maximización y menor en el caso de minimización) que cualquiera de las soluciones enteras y conocidas.

Al ramificar es necesario decidir qué variable se usará para crear los subproblemas. Estos subproblemas van formando una colección que se puede representar como un árbol llamado árbol de enumeración.

En la siguiente figura se presenta un diagrama de flujo de este algoritmo.



- MAYOR EN EL CASO DE MAXIMIZACION Y MENOR EN EL CASO DE MINIMIZACION
- PARA PROBLEMAS DE MINIMIZACION SE BUSCA EL MINIMO

DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO DE RAMIFICACION Y ACOTAMIENTO

APENDICE C

CALCULO DE ALGUNOS COSTOS DE LA EXPANSIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO EN VALOR PRESENTE NETO

Los costos involucrados en la expansión del Sistema Eléctrico es necesario que sean tratados con un criterio económico adecuado, es decir, para capitalizar los gastos realizados durante el periodo de estudio es necesario determinar en valor presente neto (VPN) el costo total de dichos gastos. El VPN, al inicio del estudio, de una inversión I , que se hará en el año n , con una tasa de interés i , está dado por

$$VPN = \frac{I}{(1+i)^n}$$

- La *Política de Renovación* que sigue CFE para retirar los equipos es la siguiente; se supone que al término de la vida útil de los equipos estos son reemplazados por unidades de idénticas características y que el costo de cada equipo, en valor presente, tiene incluidos estos reemplazos hasta el infinito.

Suponiendo una *tasa de interés* i , el costo C en valor presente de una inversión I con vida útil de n años y reemplazo cada n años hasta el infinito, Figura C.2, es:

$$\begin{aligned} C &= I + I/(1+i)^n + I/(1+i)^{2n} + \dots \\ &= I + I \left[1/(1+i)^n + 1/(1+i)^{2n} + \dots \right] \\ &= I + I / (1+i)^n - 1 = I / 1 - (1+i)^{-n} \\ &= \frac{I}{1 - (1+i)^{-n}} \end{aligned}$$

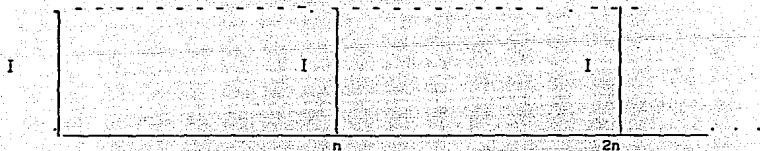


Figura C.1. Reemplazo hasta el infinito

- El Costo Neto (CN), cuantifica la parte de vida útil de los equipos que se gasta durante el horizonte de estudio, este gasto se considera lineal en el tiempo. Al considerar solamente los costos netos de los equipos y no el costo total, se tiene en cuenta el tiempo posterior al periodo de estudio.

Si DH es la duración del horizonte de estudio y suponiendo, sin pérdida de generalidad, que DH es menor que n, como se muestra en la Figura C.2, el costo neto CN será:

$$CN = C - \left[RI + \frac{I}{(1+i)^n - 1} \right]$$

donde: RI es el importe, en valor presente, correspondiente a la parte de la vida útil del equipo que no se gastó durante el horizonte de estudio y,

$$\frac{I}{(1+i)^n - 1}$$

es el importe correspondiente a las renovaciones hasta el infinito

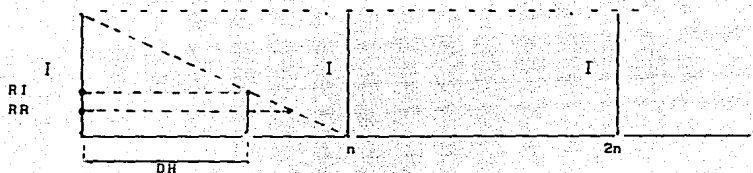


Figura C.2. Parte del costo C que queda fuera de la DH

Los costos considerados en la expansión del Sistema Eléctrico, tomando en cuenta las políticas de renovación, costo neto, etc., (Modelado de los Elementos, CAP III), son:

1. Costo Neto de Inversión en:

- Capacidad Térmica,
- Capacidad Hidráulica y
- Sistema de Transmisión

2. Costo de Operación de los Generadores Térmicos

3. Costo de Pérdidas de Transmisión

El desarrollo de cada uno de estos costos es el siguiente:

1.1. Costo en Capacidad Térmica (CAPCO1)

El costo neto de inversión en capacidad térmica queda expresado como sigue:

$$\sum_{n=1}^{NP} \sum_{t=1}^{NTIG} \sum_{p=1}^{NP} \sum_k \text{CAPCO1}(n,t) \cdot \text{CAPCO2}(n,t) \cdot k \cdot \frac{(1 - (1+TI)^{-VUG(t)})}{(1 + TI)^{AA(p)}}$$

$$[1 - (1 - \text{VAU}(p)/\text{VUG}(t))] [1 + TI]^{-\text{VAU}(p)} \text{GN}(n,t,p), \quad (1)$$

El costo efectuado en capacidad de generación térmica considera el costo neto de la inversión en valor presente neto, rescate de la inversión y rescate de reemplazo.

Analizando los coeficientes de la variable de decisión GN, el cálculo se reduce a obtener el valor de:

$$CAPCO1(n,t) \left\{ \frac{(1-(1+TI)^{-VUG(T)})}{(1+TI)^{AA(p)}} (1-(1-VAU(p))^{-VUG(t)}) (1+TI)^{-VAU(p)} \right\} \quad (2)$$

puesto que, los otros factores son constantes que representan la capacidad del generador (CAPCO2), multiplicada por el número de unidades k. Al factor de CAPCO1(n,t), en la ecuación (2), se le denotará por FACVP. La determinación de la expresión (2) se analiza en cuatro pasos:

- i. Determinación de CAPCO1(n,t).
- ii. Valor Presente de CAPCO1(n,t)
- iii. Rescate de la Inversión
- iv. Rescate de los Reemplazos

1) Determinación de CAPCO1(n,t)

Como antes se mencionó, CAPCO1(n,t) incluye los costos de reemplazo hasta el infinito con la primera inversión al inicio del horizonte de estudio con una tasa de interés TI, suponiendo que el gasto de la inversión I es lineal en el tiempo. Representando por DHA la *duración del horizonte de estudio en años* y VUG(t) la *vida útil del generador tipo t*, CAPCO1(n,t) tiene la siguiente expresión analítica:

$$CAPCO1(n,t) = I + I (1+TI)^{-VUG(t)} + I (1+TI)^{-2VUG(t)} + \dots$$

o bien

$$CAPCO1(n,t) = \frac{I}{1 - (1+TI)^{-VUG(t)}} \quad (3)$$

ii) Valor Presente de CAPCO1(n,t)

La instalación de los equipos se lleva a cabo al inicio de los periodos del horizonte de estudio pero la inversión que requiere se aplica a la mitad de dichos periodos, de esta manera para una inversión que se hace en el periodo p su costo en valor presente se expresa como:

$$CVP = CAPCO1(n,t) (1 + TI)^{-AA(P)}$$

iii) Rescate de Inversión (RI)

Al término del horizonte de estudio se rescata el importe correspondiente a la parte de vida útil de la inversión I que no se gastó durante DH. Sea este importe RI, Figura C.3.

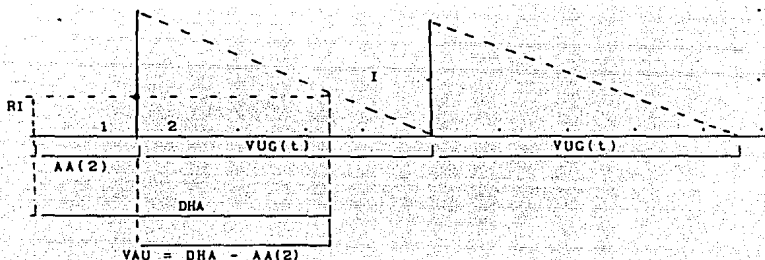


Figura C.3.

De la figura anterior se observa que

$$\frac{RI}{VUG(t) - VAU} = \frac{I}{VUG(t)}$$

o bien

$$RI = I \left(1 - \frac{VAU}{VUG(t)} \right)$$

sustituyendo el valor de I de la expresión 3 se tiene:

$$RI = CAPCO1(n, t) \cdot \left(1 - (1 + TI)^{-VUG(t)} \right) \left(1 - \frac{VAU}{VUG(t)} \right)$$

Por último actualizando a RI al inicio del horizonte de estudio y llamando el nuevo valor RI' tenemos:

$$\begin{aligned} RI' &= \frac{RI}{(1 + TI)^{DHA}} = \frac{CAPCO1(n, t) (1 - (1 + TI)^{-VUG(t)})}{(1 + TI)^{AA(p)} (1 + TI)^{VAU}} \left(1 - \frac{VAU}{VUG(t)} \right) \\ &= CAPCO1(n, t) (1 + TI)^{-AA(p)} (1 + TI)^{-VAU} (1 - VAU/VUG(t)) \end{aligned}$$

Puesto que $DHA = VAU + AA(p)$, ver figura 3

iv) Rescate de los Reemplazos (RR)

Se rescata el importe correspondiente a las renovaciones sucesivas hasta el infinito, este importe se denota por RR. De la figura 3, se observa que quedan fuera de estudio (DHA) de la segunda inversión en adelante. El monto de ellas en valor presente se expresa como:

$$\begin{aligned} RR &= I (1 + TI)^{-(AA(p) + VUG(t))} + I (1 + TI)^{-(AA(p) + 2VUG(t))} + \dots \\ &= I (1 + TI)^{-AA(p)} \frac{(1 + TI)^{-VUG(t)}}{1 - (1 + TI)^{-VUG(t)}} \end{aligned}$$

Expresando a RR en términos de CAPCO1(n, t) según la expresión 3 y simplificando se tiene:

$$RR = CAPCO1(n, t) (1 + TI)^{-AA(p)} (1 + TI)^{-VUG(t)}$$

El costo neto de cada MW a instalar, CN', será

$$CN' = CVP - (RI' + RR)$$

Después de sustituir cada uno de los elementos del segundo miembro de la ecuación anterior en función de CAPCO1(n,t) y asociando convenientemente se tiene:

$$CN' = \frac{CAPCO1(n,t;1)}{(1+TI)^{AA(p)}} (1 - (1+TI)^{-VUG(t)}) \left(1 - \left(1 - \frac{VAU}{VUG(t)}\right) (1+TI)^{-VAU}\right)$$

que es igual a la expresión 2 y para el costo neto de cada unidad y número de ellas se tiene:

$$CN = \frac{CAPCO1(n,t) * CAPCO2(n,t) * k}{(1+TI)^{AA(p)}} (1 - (1+TI)^{-VUG(t)})$$

$$\left(1 - \left(1 - \frac{VAU}{VUG(t)}\right) (1+TI)^{-VAU}\right)$$

1.2. Costo en Capacidad Hidráulica (COSPH)

La expresión del costo neto de inversión en capacidad hidráulica es la siguiente:

$$\sum_n \sum_{p=1}^{NP} \frac{COSPH(n)}{FDPHM} \left\{ \frac{(1 - (1+TI)^{-VUGH})}{(1+TI)^{AA(p)}} \right.$$

$$\left. \left(1 - \left(1 - \frac{VAU}{VUGH}\right) (1+TI)^{-VAU}\right) GRH(n, m2, p) \right\}$$

El coeficiente de la variable de decisión GRH(n,m,2,p) es semejante al de la variable GN en la expresión 1.1, nótese el factor FACVP, por lo que el cálculo es el mismo. En la expresión 2.1. se observa un factor de disponibilidad de potencia hidráulica máxima, (FDPMH). El producto de este factor por la variable GRH(n,m,2,p), en modo pico, proporciona la cantidad de potencia a instalar.

1.3. Costo en Capacidad del Sistema de Transmisión (COSTO)

El costo neto de inversión en la capacidad del sistema de transmisión se expresa como:

$$\sum_{n_1} \sum_{n_2} \sum_{p=1}^2 \sum_{v=1}^2 \frac{\text{COSTO}(n_1, n_2, v) * \text{DIST}(n_1, n_2) * k}{(1+TI)^{AA(p)}} (1-(1+TI)^{-VUL})$$

$$(1 - (1 - \frac{VAU}{VUL}) (1 + TI)^{-VAU}) L(n_1, n_2, v, p),$$

donde n1 y n2 representan los nodos inicial y final y L(n1,n2,v,p) es la variable de decisión para instalar líneas de transmisión. El cálculo de cada uno de los coeficientes de L(n1,n2,v,p,k) es similar al de los coeficientes de GN(n,t,p).

2. Costo de Operación de los Generadores Térmicos

El costo de operación de los generadores térmicos queda expresado como sigue:

$$\sum_n \sum_{p=1}^{MP} \sum_{m=1}^2 \sum_t \frac{\text{COOP}(n, t, m) * \text{DURA}(m) * \text{NA}(p)}{(1+TI)^{AA(p)}} \text{GR}(n, t, m, p),$$

cada uno de los coeficientes de GR(n,t,m,p) representa el valor del costo unitario de operación en un nodo-tipo-modo-periodo, este costo se considera concentrado a la mitad del período p.

3. Costo de Pérdidas Estimadas en Líneas de Transmisión (COPE)

Este costo queda expresado como sigue:

$$\sum_{n_1}^{NN} \sum_{n_2}^{NN} \sum_{p=1}^{NP} \sum_{m=1}^2 \text{COPE}(m) \frac{\text{DIST}(n_1, n_2) * \text{DURA}(m) * \text{NA}(p) * \text{COPL}(n_1, n_2)}{(1 + I)^{AA(p)} 10^6}$$

$$\text{FL}(n_1, n_2, m, p).$$

Cada uno de los coeficientes de FL(n₁, n₂, m, p) representa el costo unitario debido a pérdidas estimadas por transmisión de energía, para cada enlace-modo período. Este costo también se considera concentrado a la mitad del período p.

APENDICE D

INSTRUCCIONES GENERALES PARA EL USO DEL PAQUETE GAMS

El paquete de optimización GAMS¹ cuenta con dos versiones, *Estudiante* y *Profesional*, ambas se instalan de la misma forma y los requerimientos mínimos de equipo de computo son para la primera versión 512 KB de memoria RAM y para la segunda 640 KB. Es útil que el equipo cuente con coprocesador matemático para obtener la solución más rápido pero no es indispensable. La instalación debe hacerse en el directorio raíz C ya que así esta dirigido internamente en el paquete.

Las reglas para instalar el paquete de Programación Lineal GAMS son las siguientes:

D.1. Instalación del paquete GAMS

El paquete consta de 4 diskettes, referenciandolos como disco I, II, GAMS/MINOS y GAMS/ZOOM y existen dos versiones: *estudiante* y *profesional*.

Las instalación de este paquete requiere un equipo al menos de 512k de memoria RAM, pero es recomendable la de 640k, sobre todo si se cuenta con la versión Profesional. Si se cuenta con la versión profesional de GAMS y un equipo con coprocesador matemático, la solución es obtiene más rápido, la versión estudiante ignora el coprocesador.

En el Manual del Usuario del paquete GAMS² [GAMS88], pp. 273-289, así como en el archivo GAMS.DOC, que se encuentra en el diskette II, se establecen los siguientes pasos:

a. En el directorio raíz C (y no otro) se crea un directorio de nombre GAMS205, este nombre no debe sustituirse por ningún otro. En el directorio GAMS205 se inicia la instalación con el comando *VERIFY ON*,

¹ GAMS: General Algebraic Modeling System

²

Este trabajo se encuentra en proceso de elaboración

cd GAMS205
VERIFY ON

b. Se copia en el directorio GAMS205 los discos I, GAMS/MINOS y GAMS/ZOOM. Una vez copiados se escribe el comando VERIFY OFF.

c. También en la raíz C se crea otro directorio que contenga la biblioteca de tareas GAMS, i.e. todos los archivos de extensión .GMS, .LST, y .IDX del disco II. No hay restricción en el nombre de este directorio, sea por ejemplo GAMSIB, refiriéndose a la biblioteca GAMS

d. Se verifica que el archivo CONFIG.SYS incluya las siguientes líneas con valores iguales o mayores:

```
FILES = 16  
BUFFERS = 10
```

e. Establecer la ruta de GAMS205 en el archivo AUTOEXEC.BAT,

```
PATH = C:\GAMS205
```

y aplicar RESET a su computadora para que cargue la nueva ruta.

f. Se instalan los solucionadores, *solvers*, dentro del directorio GAMS205 como sigue:

```
GAMS205> GAMSNSTL
```

Ud. recibe un mensaje similar a:

```
"The following solver systems are available:
```

```
GAMS/BDMLP
```

```
GAMS/MINOSS
```

```
GAMS/ZOOM
```

```
OK to rewrite GAMS capability file (y/n)?
```

La respuesta debe ser 'Y' para completar esta parte de la instalación.

Terminado el paso f, el sistema está listo para trabajar cualquier tarea desde el directorio GAMSIB, lugar de residencia para archivos de entrada y salida (i/o).

D.2. Edición de un archivo GAMS

Para editar un archivo *nombre.gms* se recurre a cualquier editor de textos, pero este archivo debe tener las características de un archivo de datos, el nombre del archivo acepta como máximo 10 caracteres o bajo la reglas de DOS, esto es, 8 caracteres como máximo. La extensión es GMS. Si se utiliza el editor de textos chi-writer, al salvarlo debe ser por medio de EXPORT ASCII. Este archivo deberá residir en el directorio de la biblioteca GAMS, GMSBIB, nunca en GAMS205, porque ocasiona daños en los archivos. La sintaxis se consulta en las referencias antes mencionadas.

D.3. Obtención de un archivo de salida GAMS

Para compilar el archivo *nombre.gms* (sólo compila archivos con extensión *gms*) se hace en el directorio de residencia GMSBIB de este archivo en la siguiente forma:

```
GMSBIB>GAMS nombre
```

i.e. el nombre del paquete GAMS, un espacio en blanco seguido del nombre del archivo que contiene el programa, sin la extensión GMS. La compilación del archivo *.gms* produce, en equipos MS-DOS, un archivo de salida *.lst* y con mismo nombre. Los errores que presente el programa se revisan en este archivo de salida que reside en el mismo directorio. Este archivo contiene el listado del programa, señalando los errores por medio de asteriscos y un número. Además contiene una lista de los errores detectados, referenciados por dicho número. Un ejemplo del formato de este listado es el siguiente:

2. Identifier expected
99. Character is illegal in GAMS input

Para consultar el archivo de salida cuyo nombre es *nombre.lst*, se edita por medio del editor de turbo pascal y se revisan los errores cometidos. Estos se deben corregir en el archivo *nombre.gms*.

Si al compilar nuevamente este archivo no se detectan errores se inicia automáticamente la fase de ejecución. En esta fase se revisan los errores de lógica o de corrida, proporcionando siempre, en caso de error, un mensaje señalando el tipo de error. Un ejemplo típico es cuando se sobrepasa el límite de la versión del paquete. Si en esta fase no existen errores continúa con la fase de *generación del modelo*, en la cual se obtiene la *solución del problema*. Aquí se genera un reporte con información estadística acerca del número de variables, ecuaciones, cantidad de valores distintos de cero, etc., Listado No. 2.

Una vez que se ha obtenido la solución, si se desea llevar a cabo un análisis de sensibilidad, debe protegerse el archivo de salida con otro nombre, ya que, al hacer otra corrida del programa, el nuevo reporte destruye la salida anterior. Para esta tarea se utiliza el comando SAVE con la sintaxis siguiente:

```
GAMS nombre SAVE = nombre1
```

BIBLIOGRAFIA

- [ALTE85] - Alternativas Energéticas, Antonio Alonso Concheiro (UNAM)
Luis Rodríguez Viqueira (UNAM),
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología,
Fondo de Cultura Económica
- [BAZARAA] - Preprogramación Lineal y Flujo en Redes,
Mokhtar S. Bazaraa, John J. Jarvis,
Limusa, 1984
- [BLP88] - "Linear Programming with Bounded Variables for the IBM PC"
Eastern Software Products, Inc.
DEFFI¹, UNAM
- [CEPAL] - Manual de Proyectos de Desarrollo Económico,
Naciones Unidas, 1958
Comisión Económica para América Latina (CEPAL)
- [CFE87] - Costos y Parámetros de Referencia para la formulación de
Proyectos de Inversión en el Sector Eléctrico. Generación,
7a. Edición, 1987. Anexo costos actualizados de 1990
Comisión Federal de Electricidad
- [DME99]- Desarrollo del Mercado Eléctrico 1985-1999
Subdirección de Programación, Gerencia de Programación
de Sistemas Eléctricos de la CFE, 1990
- [EDNI90] - Teoría y Problemas de Circuitos Eléctricos; Teoría y
Problemas Resueltos,
Joseph A. Edminister,
Editorial McGraw-Hill

¹ División de estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería,
Departamento de Ingeniería de sistemas

- [GAMS88] - "GAMS: A User's Guide"
General Algebraic Modeling System,
- [GINO] - "Modeling and Optimization with GINO",
Judith Liebman, Leon Lasdon, Linus Schrage, Allan Waren,
The Scientific Press
- [INFOR89] - Informe Anual 1989,
Comisión Federal de Electricidad
- [MODELO] - Modelo de Expansión Dinámica de los Medios de Generación y
Transmisión de un Sistema Eléctrico de Potencia,
Comisión Federal de Electricidad, 1980
- [MODELS] - Un Modelo Cualitativo del Proceso de Solución de Problemas:
El Modelo del Diamante,
Javier Suárez Rocha,
Cuadernos de Planeación y Sistemas No. 5, 1990
DEPFI, UNAM
- [MUMATH] - "Symbolic Mathematics Package",
MUMaTH and MUSIMP System, Lisp Language
- [NOBLE69]- Applied Lineal Algebra.
Ben Noble,
Englewood Cliffs, New Jersey,
Prentice-Hall, Inc.
- [OCHOA85] - Método de los Sistemas,
Dr. Felipe Ochoa Rosso,
DEPFI, UNAM, 1985
- [OMANA89] - Expansión de Capacidad en Sistemas Productivos,
Tesis de Maestría, DEPFI, UNAM
Elsa Omaña
- [PESE78]- Plan de Expansión del Sector Eléctrico al año 2000: tomos
I y II (2ª edición), Gerencia General de Estudios e
Ingeniería Preliminar, CFE, México, 1978

- [PSE94]- Programa del Sector Eléctrico 1990-1994
Comisión Federal de Electricidad, Junio de 1990
- [SIMM62] - "Linear Programming",
M. Simmonard, 1962
Dunood, Paris
- [STRANG82]- Algebra Lineal y sus Aplicaciones,
Gilbert Strang,
Massachusetts Institute of Technology,
Fondo de Cultura Interamericano, 1982
- [STEV88] - Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia
William D. Stevenson, Jr.
McGraw- Hill, 1979
- [VENTSEL] - Investigación de Operaciones; Problemas, Principios y
Metodología,
E. S. Ventzel
Editorial Mir, Moscú
- [WOOD] - Power Generation, Operation, and Control
Allen J. Wood, Bruce F. Wollenberg,
John Wiley & Sons
- [YOU90] -Planeación del Sistema de Generación y Transmisión Usando
Técnicas de Descomposición, Tesis Doctoral, UNAM, 1990
Jianyu You Lin

ARTICULOS

- [BARRAS87] - "Network simplex Method Applied to AC Load-Flow Calculation,
J. Barras, S. Alec, c. Pasche, P. A. Werra,
IEEE Transaction on Power Systems, Vol. PWRS-2, No. 1,
Febrero 1987
- [ERLE71] - "Sequencing Expansion Projects",
Donald Erlenkotter,
University of California, Los Angeles, California, 1971
- [ERLE75] - "Capacity Planning for Large Multilocation Systems:
Approximate and Incomplete Dynamic Programming Approaches",
Donald Erlenkotter,
University of California, Los Angeles, California,
Management Science, Vol. 22 No. 3, Noviembre 1975
- [FLORIAN71] - "Deterministic Production Planning with concave cost and
Capacity constraints",
Michael Florian, Morton Klein,
Management Science, Vol 18, No. 1, Septiembre, 1971
- [FONG75] - "Deterministic Expansion With two Production Regions and
Concave Costs
C. O. Fong, M.R. Rao
Management Science, Vol 22, No. 3, pp. 331-339, November,
1975,
- [FONG76] - "Multi-period Capacity Expansion and shipment Planning
with Linear Costs,
C. O. Fong,
Faculty of Economics and Administration University of
Malaya, 1976
- [FONG80]- "The Multiregion Dynamic Capacity Expansion Problem, Part I
and Part II,

Fong C. , Srinivasan V. ,
Operations Research, Vol. 20, No. 4, pp. 787-799,
Julio-Agosto, 1981.

[HENDER80] - "The Influence of Decision Style on Decision Making Behavior",

John C. Henderson , Paul Nutt,
Management Science, Vol 26, No. 4, Abril 1980

[JEROS74] - "Trivial Integer Programs Unsolvable by Branch-and-Bound",
R. G. Jeroslow, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, Pa.,
U.S.A.,

Mathematical Programming 6, p. 105-109, 1974

[KEENEY80] "Utility Functions for Equity and Public Risk"

Ralph L. Keeney
Management Science, Vol 26, No. 4, Abril 1980

[LUSS82] "Operations Research and Capacity Expansion Problems: A Survey,

Hanan Luss,
Bell Laboratories, Holmdel, New Jersey, 1982

[LARD84] - "The Origin of Operational Research "

Harold Larnder,
Operations Research, Vol. 32, No. 2, March-April 1984

[MARKS71]-"An Analysis of Private and Public Sector Location Models",
Management science, Vol 16, No. 11, pp 672-707, Julio 1970.

[REVELL70] "An Analysis of Private and Public Sector Location Models",

Charles Revelle, David Marks y Jon C. Liebman,
Management Science, Vol. 16, No. 11, July, 1970