



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

Facultad de Química

**PROPOSICION DE UN PROGRAMA DE PRACTICAS  
PARA EL LABORATORIO DE FISICA III-Q. F. B.**

**T E S I S**

Que para obtener el título de

QUIMICO FARMACEUTICO BIOLOGO

p r e s e n t a n

**BERTHA LILIA PANDO MIDOUÉ**

**OSCAR ALFREDO ABUNDIS CANALES**

346

México, D. F.

1976



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CLAS \_\_\_\_\_

ABO M. 1

FECHA 1976

PROC \_\_\_\_\_

• \_\_\_\_\_



QUÍMICA

Jurado asignado originalmente  
según el tema

PRESIDENTE:

María Luisa García Padilla.

VOCAL:

Rebeca Ugalde Vargas.

SECRETARIO:

Enrique Bonilla Knöcker.

1er SUPLENTE:

Héctor Jara Farjeat.

2do. SUPLENTE:

Rafael Zendejas y Guizar.

Sitio donde se desarrolló el tema: Facultad de Química.

Nombre completo y firma de los sustentantes:

Bertha Lilia Pando Midoue.

Oscar Alfredo Abundis Canales.

Nombre completo y firma del asesor del tema:

Enrique Bonilla Knöcker.

A large, stylized handwritten signature in black ink, consisting of several overlapping loops and curves, positioned below the printed name of Enrique Bonilla Knöcker.

A M I S P A D R E S

A M I S H E R M A N O S

A B E R T H A L I L I A

A MI GRAN AMIGO

J O R G E

CON AGRADECIMIENTO Y ESTIMACION AL  
MTRO. FIS. ENRIQUE BONILLA KNÖCKER  
POR SU INTERES Y AYUDA EN LA  
ELABORACION DE ESTE TRABAJO





"THIS IS NOT THE END. IT IS NOT EVEN THE  
BEGINNING OF THE END. BUT IT IS, PERHAPS,  
THE END OF THE BEGINNING".

W. CHURCHILL.

## C O N T E N I D O

- Introducción
- Objetivos.
- Requerimientos teóricos.
- Discusión de los requerimientos teóricos.
- Programa de prácticas.
- Discusión del programa de prácticas.
- Discusión general.
- Análisis de la interpretación de datos y técnicas:
  - Manejo de datos.
  - Toma de datos.
  - Graficación de datos.
  - Ecuaciones empíricas.
  - Relaciones de proporcionalidad. Cambios de variable.
  - Resolución de ecuaciones simultáneas.
  - Propagación de errores.
  - Cifras significativas.
  - Ajuste de gráficas por mínimos cuadrados.
- Preparación para la ejecución de un experimento.
- Prácticas.
- Bibliografía.

## I N T R O D U C C I O N

Uno de los problemas más graves a los que se presenta el Químico Farmacobiólogo es el de desconocer la aplicación de principios físicos en su rama, lo que ocasiona un criterio deficiente para juzgar los problemas que se presentan frecuentemente, tanto en la industria como en el laboratorio. La carencia de tal criterio - convierte al profesionista en un técnico que intuye las soluciones a sus problemas, algunas veces debidamente fundamentadas en la experiencia, pero que, desgraciadamente, se limitan egoístamente al individuo.

El presente trabajo intenta desarrollar el criterio científico, así como despertar el interés del estudiante, al igual que el del profesionista, de tal manera que, haga de la Física una materia interdisciplinaria a la cual vea y sienta aplicable a cualquiera de las ramas en las que se desenvuelva.

Dado que este curso de Física es el último en la carrera, debe sembrarse en él la inquietud de una continua relación de esta materia con las demás que forman el plan de estudio para una posterior aplicación en el desarrollo profesional. En otras palabras, - el curso de teoría debe contener los principios físicos puros con referencias aplicativas a las áreas correspondientes; en cambio, - el curso de prácticas debe presentarles una aplicación clara de -- los principios analizados en teoría. Cuando se habla de dar referencias aplicativas se pretende que el profesor que imparte la teoría esté íntimamente relacionado con la industria farmacéutica o alimenticia para que pueda presentar al alumno problemas reales, -- los cuáles pueda resolver con la dirección del profesor.

La aparente facilidad para desarrollar un programa de -- teoría y prácticas de la materia, resulta ser poco factible si se

- considera el período de cada semestre y el gran número de conocimientos básicos que debieran impartirse, situaciones que demuestran la dificultad del trabajo, por lo que, no se le debe juzgar con severidad, sino, antes al contrario, deben hacerse críticas constructivas que conduzcan a su mejoramiento.

Tradicionalmente el interés del alumno se perdía por la presentación y desarrollo del curso; ahora se intenta darle una serie de informaciones que, además de cumplir con los objetivos de la materia, relacionen ésta con el resto de las disciplinas que forman el plan de estudios.

Las prácticas de Física se pudieron haber estructurado con principios físicos puros, sin embargo, en el programa que se sugiere, además de ver éstos, también se presentan prácticas aplicadas a principios tales como: viscosidad, determinación de peso molecular de polímeros por medio de mediciones de viscosidad, experimento de Marey, conductividad, medición de un potencial bioeléctrico, etc. Estas prácticas no fueron escogidas al azar, sino que se seleccionaron por la utilidad que podrían proporcionar al alumno.

El desarrollo de cada práctica está hecho de tal forma que el alumno no sólo conoce la aplicación o comprobación de un principio físico sino que también amplía los conceptos teóricos en una serie de informaciones que se le presentan. Los fenómenos que se observan en algunas prácticas son obvios, no obstante eso no reduce su importancia puesto que sus implicaciones teóricas -- son lo bastante amplias para justificar su existencia en el curso de laboratorio.

Debido a la forma en que se presentan las prácticas, esto es, la presencia de requisitos, preguntas sobre la práctica y las amplias generalidades, hace que el alumno pueda realizarlas -

- en forma autodidacta y así, poder empezar con la última práctica y no tener problemas en cuanto a la comprensión del tema.

#### OBJETIVOS

1. Adquisición de interés por la pronta aplicación que visualiza en cada una de sus prácticas.
2. Capacidad de aplicación de los conocimientos adquiridos en -- las materias que tengan relación con la Física, como son el caso particular de Físicoquímica, Análisis instrumental, Operaciones Unitarias, y otras más.
3. Lograr la complementación adecuada entre el curso de prácti-- cas y el programa de teoría.
4. El mejoramiento continuo de prácticas, implantándose así, una revisión e innovación de las mismas.
5. Lograr un programa que responda a las necesidades de cada á-- rea.
6. Motivar al alumno hacia un mayor interés por la materia, pre-- vocándole la elevación de su nivel académico.
7. Optimizar el aprovechamiento del alumno en materias relaciona-- das con la Física proporcionando las bases necesarias.
8. Crear prácticas que el alumno pueda realizar sin la presencia del profesor.
9. Introducir al alumno al método experimental con un criterio - razonador que incluya el desarrollo de una capacidad para obte-- ner conclusiones partiendo de datos experimentales.

Para comprender la realización de este trabajo, es necesario que el lector se familiarice con los requerimientos teóricos vigentes en el curso de Física III.

**REQUERIMIENTOS TEORICOS****I. HIDROSTATICA:**

1. Fluidos.
2. Densidad: concepto y aplicaciones.
3. Presión: concepto y clases de presión.
4. Principio de Pascal.
5. Principio de Arquímedes.
6. Módulo volumétrico de elasticidad.

**II. HIDRODINAMICA.**

1. Conceptos generales del flujo de fluidos.
2. Gradiente transversal de velocidad.
3. Gradiente longitudinal de velocidad.
4. La ecuación de continuidad.
5. Teorema de Bernoulli.
6. Aplicaciones de las ecuaciones de Bernoulli y continuidad.
7. Viscosidad: concepto y factores que la afectan.
8. Ley de Poiseuille.
9. Ley de Stokes.
10. Conservación de la cantidad de movimiento en la mecánica de  
- fluidos.
11. Campos de flujo.
12. Medidores de flujo.

**III. ELECTROSTATICA.**

1. Estructura del átomo y modelos atómicos.
2. Carga eléctrica. Clasificación.
3. Formas de electrización.
4. Aislantes y conductores.
5. Naturaleza de los procesos de conducción.
6. Ley de Coulomb.

7. Unidades de carga.
8. Cuantización de la carga.
9. Carga y materia.

#### IV. CAMPO ELECTRICO.

1. Concepto de campo eléctrico.
2. Cálculo de la intensidad del campo eléctrico.
3. Campo debide a una distribución continua de carga.
4. Líneas de fuerza.

#### V. TEOREMA DE GAUSS.

1. Fluje del campo eléctrico.
2. Ley de Gauss.
3. Campo y carga dentro de un conductor.
4. Aplicación del teorema de Gauss (modelo nuclear atómico).

#### VI. POTENCIAL ELECTRICO.

1. Energía potencial electrostática.
2. Potencial eléctrico.
3. Diferencia de potencial.
4. Potencial y distribución de carga.
5. Gradiente de potencial.
6. Potencial, intensidad de campo eléctrica y distribución de  
- carga.
7. Superficies equipotenciales.
8. Generadores electrostáticos.

#### VII. CAPACIDAD Y DIELECTRICOS.

1. Concepto de capacitancia.
2. Cálculo de la capacitancia.
3. Capacidad de un conductor aislado.
4. Circuitos en serie y en paralelo.
5. Capacitores.
6. Dieléctricos.



7. Dieléctricos y la ley de Gauss.
8. Almacenamiento de energía en un campo eléctrico.

#### VIII. INTENSIDAD DE CORRIENTE Y RESISTENCIA.

1. Concepto de corriente, densidad de corriente.
2. Sentido de una corriente.
3. Conductibilidad eléctrica.
4. Resistencia, resistividad, Ley de Ohm.
5. Cálculo de la resistencia, circuitos en serie y en paralelo.
6. Ley de Joule.

#### IX. FUERZA ELECTROMOTRIZ Y CIRCUITOS.

1. Concepto de fuerza electromotriz y fuentes.
2. Cálculo de la corriente en un circuito.
3. Circuitos simples.
4. Diferencias de potencial, leyes de Kirchhoff.
5. Redes eléctricas.
6. Puentes de Wheatstone.
7. Medición de corriente y diferencia de potencial.
8. Potenciómetro.
9. Circuitos RC.

#### X. CAMPO MAGNETICO.

1. Magnetismo y propiedades magnéticas de la materia.
2. Campo magnético. Fuerza sobre una carga móvil.
3. Fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente.  
Fuerza y momento sobre un circuito completo, y sobre una espira con corriente.
4. Efecto Hall.
5. Ciclotrón.
6. Experimento de Thomson.
7. Ley de Ampère.

**XI. NATURALEZA Y PROPAGACION DE LA LUZ.**

1. La luz y el espectro electromagnético.
2. Energía y cantidad de movimiento.
3. La velocidad de la luz.
4. Efecto Doppler.
5. Reflexión y refracción de la luz. Principio de Huygens.
6. Reflexión total interna.

## DISCUSION

Los puntos anteriores intentan ajustarse a los mínimos requerimientos del Químico Farmacobiólogo. Aún así, tales requerimientos resultan ser muy extensos, por lo que queda a la consideración del profesor dar la importancia y profundidad necesarias para cumplir con los objetivos del curso. En algunos casos podrá avanzarse rápidamente y cubrir la mayor parte del programa, dependiendo de la facilidad de exposición del maestro y del aprovechamiento general del grupo. Por lo cual, la amplitud de estos puntos supone la plena conciencia del maestro de las necesidades del QFB, que se reflejarán en el desarrollo de su curso dando mayor o menor énfasis.

No obstante, es necesario sondear las necesidades reales más urgentes para el buen desempeño de la profesión y elaborar así un programa pedagógico debidamente planeado, que se adapte a las exigencias del plan de estudios (# de créditos) que se adjudican a la materia de Física III y a la factibilidad de cubrirlo eficientemente.

Por otro lado, para optimizar el desarrollo del curso, se sugieren las siguientes etapas: se principiaría con la exposición del tema por parte del maestro y la presentación de series de problemas y ejercicios que el alumno presentaría como requisito para sustentar el examen parcial. Tales exámenes se sugieren por bloques o temas, existiendo un período con fecha límite para su presentación.

Estos puntos abren mejores posibilidades de aprendizaje, evaluación y capacidad investigadora del alumno. Además, también supone la ayuda de un sistema de asesoramiento continuo que, aunque prescindible, no deja de ser excelente aliado de la instrucción.

Dentro de la industria químico farmacéutica el manejo de fluidos es constante. El conocimiento de las propiedades características de los fluidos y de su comportamiento bajo condiciones de transporte, almacenamiento, flujo, etc., justifican la inclusión de estos temas en el programa de Física III. Sin embargo, para cumplir los requisitos de toda carrera universitaria, la Física III, como materia básica, no debe estar supeditada a un área de trabajo. En fin, los ejemplos de materias y técnicas que requieren estos temas básicos se suceden en gran número. Lo que aquí se quiere proporcionar es tan sólo una idea general de lo que puede reportar como utilidad temas como éstos.

La industria no solo justifica los conocimientos de estos temas, así por ejemplo, dentro de la investigación Biofísica, el tema de Hemodinámica explica el porqué deben conocerse antecedentes sobre hidrodinámica e hidrostática; lo mismo acontece con el área de Biofarmacia puesto que requiere explicaciones basadas en el manejo de fluidos corporales.

La presentación de conceptos, principios y deducción de ecuaciones sigue una línea lógica. En ellos se quiere dar una idea clara y general de la Física de fluidos. Inclusive, en los conceptos a tratarse en el tema de Hidrostática, se incluye el módulo volumétrico de elasticidad que explica la compresibilidad de fluidos y la importancia que esto puede tener. Por otro lado, la Hidrodinámica analiza aspectos como ley de Poiseuille y Stokes, cuya importancia se justifica en mediciones de viscosidad, campos de flujo y medidores de flujo, de los cuáles su importancia se observa ampliamente en los procesos unitarios que incluyen manejo y control de fluidos.

La presencia del tema de electrostática es el principio

- de todo conocimiento básico de electricidad. La interpretación de fenómenos eléctricos son de suma importancia para comprender el comportamiento de las corrientes eléctricas y sus aplicaciones. Aparentemente es un tema de fácil entendimiento por parte del alumno y también de fácil exposición por parte del maestro, sin embargo, del desarrollo de este tema depende el raciocinio de los siguientes. El tema no debe presentarse de manera informativa, sino debe permitir que el alumno deduzca los principios que rigen la electrostática para aumentar la inquietud experimental personal.

El análisis de temas como resistencia, capacitancia y fuerza electromotriz, pretende dar al alumno la capacidad de entender el funcionamiento de aparatos que le son comunes, entre los cuales se pueden citar el conductímetro, potenciómetros, galvanómetros, amperímetros, etc.

Estos temas implican que también haya dominio sobre campo magnético y ley de Ampere, puesto que, muchos fenómenos eléctricos se ven acompañados de fenómenos magnéticos y viceversa.

Al igual que los temas de electricidad, los fenómenos de la luz también tienen igual relevancia tanto por ser fundamentos de una parte de la Física como por tener una gran aplicación en el campo del desarrollo del Químico Farmacobiólogo.

Como podrá comprenderse, la tarea no es sencilla, sino que supone una serie de intentos y esfuerzos en el salón de clases y fuera de él que desarrollen una educación activa por parte del alumno y, por otro lado, cree en el maestro una serie de nuevas experiencias que evolucionen su docencia.

## PROGRAMA DE PRACTICAS

El programa está constituido por las siguientes prácticas:

1. Balanza analítica.
2. Hidrostática: densidad.
3. Hidrodinámica: viscosidad.
4. Determinación del peso molecular de un polímero.
5. Experimento de Reynolds.
6. Experimento de Marey.
7. Electroestática.
8. Superficies equipotenciales.
9. Capacitancia.
10. Resistencias. Puente de Wheatstone.
11. Conductímetro.
12. Electrodo.
13. Potenciómetro.
14. Transporte activo de sodio a través de membrana.

Prácticas sugeridas:

- A. Transporte de burbujas de un gas en el seno de un líquido.
- B. Formación de una capa de burbujas en una solución jabonosa.
- C. Efecto Bernoulli.
- D. Formación de gotas.
- E. Velocidad terminal de las gotas de lluvia.
- F. Bioelectricidad en el músculo.
- G. Gravedad específica de la sangre.
- H. Balance iónico y actividad del corazón.
- I. Reflexión y refracción de la luz.
- J. Construcción de un turbidímetro.
- K. Construcción de un densitómetro magnético.
- L. Efecto de la corriente directa en el crecimiento bacteriano.
- M. Construcción de un electrodo para determinar calcio en leche.

- N. Presión osmótica.
- Ñ. Demostración de la ley de Coulomb.
- O. Construcción de un viscosímetro rotacional.
- P. Influencia de un campo eléctrico en la permeabilidad de una -  
membrana (selectividad iónica).
- Q. Construcción de un polarímetro.
- R. Construcción de un polarógrafo.

## DISCUSION DEL PROGRAMA DE PRACTICAS

El intento de formar un manual original adecuado a la carrera no se aleja de las bases de cualquier texto de laboratorio de Física. Sin embargo, la forma de presentar las prácticas se cambió, para dar paso al mejor desarrollo de la enseñanza de la Física en el laboratorio, de tal forma que cubra las necesidades, es decir, - que trate conceptos que no se ven en teoría, que profundice en otros o bien, que reafirme e integre lo que ya le ha sido expuesto en la clase de teoría. Con la presencia de nuevos conceptos, técnicas y - equipo de laboratorio, fue necesario desarrollar nuevos procedi- - mientos y métodos adecuados. En esta forma se presentó la necesi-- dad de incluir un apéndice que tratara los siguientes puntos:

Toma, manejo y control de datos.

Cifras significativas.

Control y propagación de errores.

Gráficas y ecuaciones empíricas.

Ajuste de gráficas por el método de mínimos cuadrados.

Preparación para la ejecución de un experimento.

La forma de presentar las prácticas hace que el alumno - las razone y entienda y no sólo verifique los conceptos. Como ayuda para lograr sus objetivos, el alumno puede realizar prácticas - extras que él proponga y que le sean de interés personal, con éste se trata de mantener un interés activo por parte del educando que redunda en su beneficio.

A continuación se da una breve discusión de las prácti-- cas propuestas como comunes, donde se comenta la profundidad, enfo que y objetivos que se persiguen al proponerlas, así como, un breve comentario de las prácticas extras que se sugieren, con el obje te de situar al lector.

Balanza analítica: esta práctica pretende infermar de --



- los principios teóricos que rigen las condiciones de construcción y operación de la balanza analítica, lo que implica que el alumno posea un criterio adecuado para el manejo de la misma. Dada la importancia de este instrumento en el trabajo del Químico, puede comprenderse la relevancia de la realización de tal práctica.

La forma en que se realiza conduce al estudiante a comprender el fenómeno de cuantización de magnitudes, tan usual en la Física moderna, así como lograr manejar con propiedad conceptos de incertidumbre y discernimiento, los que se deberán usar continuamente, no sólo en el resto de las prácticas propuestas, sino también como aplicación del método experimental.

Esta práctica también puede realizarse averiguando solubilidades de una sal cualquiera, de preferencia alguna cuya solubilidad varíe considerablemente con el incremento de la temperatura (nitrato de sodio, nitrato de potasio, etc.) en un solvente adecuado a diferentes temperaturas. Esta variante, también representa una aplicación útil de la balanza. es decir, lo que se pretende es que el estudiante no sólo aprenda a manejar la balanza, sino que también se cree en él una inquietud experimental.

Densidad: la información que se presenta proporciona una visión general de los aparatos más usados actualmente para determinar densidades, tanto de líquidos como de sólidos.

Se pide al alumno que desarrolle una curva estándar de densidad en función de concentración hidroalcohólica por los dos métodos que se le presentan: picnómetro y balanza de Westphal. Una vez que trazó las curvas, se le proporciona una muestra de concentración desconocida, para que él, midiendo la densidad del problema, interpole en las curvas estándares y encuentre el contenido alcóhólico de la muestra dada. La solución problema puede ser un elixir, una tintura, una bebida alcohólica, etc.

En esta práctica no sólo se analiza la propiedad característica y los métodos para determinarla, sino que además, se conduce al alumno a comparar métodos experimentales mediante un estudio de las incertidumbres de los parámetros medidos en cada método.

Viscosidad: debido a la importancia de este concepto, la información que se presenta pretende ser completa en todo lo posible, de tal forma que fundamente otros conceptos aplicativos de ella, como se vería en determinación de pesos moleculares de polímeros y flujo a través de fluidos.

Esta práctica puede tratarse en dos formas diferentes; una, la comparación de métodos, y otra, la variación de la viscosidad de un fluido por efecto de la temperatura.

En la comparación de métodos se pretende que el estudiante determine la viscosidad de algún fluido por dos métodos diferentes como lo son el viscosímetro de Ostwald y el método de esfera descendente, para que, por medio del análisis de los parámetros involucrados en cada caso, forme su criterio acerca de qué método es el más conveniente para un líquido dado.

La otra forma en que se puede presentar esta práctica, es haciendo determinaciones de viscosidad de un fluido a diferentes temperaturas, ya que siendo éste el principal factor que la afecta, es interesante para el alumno graficar estas dos variables y manejarlas de acuerdo a los principios dados en el apéndice.

La comparación de métodos se establece entre dos viscosímetros que corresponden, respectivamente, a los dos grandes grupos en los que se clasifican dichos métodos: esfera descendente y viscosímetro horizontal de Ostwald. Aunque los viscosímetros de tubos en U, no se emplean en esta práctica, se usan en la determinación de peso molecular de un polímero en la práctica siguiente.

Es importante incluir en este momento, una de las observaciones hechas durante la elaboración de este trabajo, que consiste en la posibilidad de elaborar un nuevo método para determinar la viscosidad de un líquido.

Determinación de peso molecular: esta práctica se introduce como una aplicación de la viscosidad. Habla del comportamiento de las macromoléculas bajo condiciones de flujo.

La importancia de la determinación del peso molecular de polímeros dentro del campo del QFB resulta ser evidente: se presentan macromoléculas en todos los seres vivos, aspecto importante para el Bioquímico. El farmacéutico las encuentra en estabilizadores, emulsificantes, agentes tensoactivos, etc., al igual que el Tecnólogo en alimentos maneja aspectos similares y otros relacionados.

Así pues, el conocimiento de un método para determinar el peso molecular de macromoléculas proporciona una visión más amplia sobre éstos. Además, al igual que en otras prácticas, el estudiante vuelve a echar mano de lo aprendido en el desarrollo de gráficas, de tal forma que la justificación de esta práctica no sólo se ampara por la importancia del tema, sino también por el ejercicio de una serie de conceptos de la metodología experimental, que el alumno ha ido desarrollando durante el transcurso de laboratorio.

Flujo laminar y turbulento: durante el transcurso de la carrera mucho es lo que se habla de tipos de flujo que observan los fluidos; aspectos sobre control de contaminaciones en determinadas áreas, efectos de calentamiento de fluidos, medidores de presión, representan sólo algunos tópicos importantes. Además de hacerse observar la influencia directa que tiene este tema sobre algunos cursos posteriores, también se sugiere en esta práctica la importancia que tiene un régimen laminar en el torrente sanguíneo.

El método de esta práctica puede presentar sólo la observación cualitativa del fenómeno; pero ésta puede hacerse cuantitativa de una forma más o menos aproximada y así, de nueva cuenta, el estudiante vuelve a emplear sus conocimientos sobre graficación.

**Experimento de Marey:** el objetivo de esta práctica es demostrar cuál es el papel de la elasticidad de las paredes capilares en el flujo sanguíneo cuando hay cambios de presión por efectos de bombeo del corazón; se usa para ello un modelo de tubo de hule látex y un patrón de tubo de vidrio. Sin embargo, este aparato tuvo que reestructurarse puesto que, hubieran sido necesarias presiones del fluido muy grandes para observar una diferencia cualitativa pequeña en el comportamiento entre el tubo de goma y el tubo rígido de vidrio.

Lo que se hizo fue sustituir el medio elástico, y así, en lugar de usar hule látex, se usó aire. Los cambios de presión en el nuevo aparato se lograron mediante una válvula de apertura y cierre, y los parámetros a medir fueron altura de la columna de aire (medio elástico) contra gasto de fluido colectado durante períodos de apertura y cierre. Los resultados obtenidos fueron evidentes y proporcionan al alumno una fuente de aplicación de su criterio experimental.

**Electricidad:** electrostática, superficies equipotenciales, capacitancia, resistencia. La finalidad de estas prácticas obedece a que explican y comprueban principios fundamentales; de tal forma que su presencia no puede ser descartada de todo curso de electricidad básica. Las razones que apoyan estas prácticas están ampliamente definidas en cualquier texto: analizan principios físicos puros que sustentan muchos otros conocimientos y aplicaciones subsecuentes. Además proporcionan al alumno un criterio sobre el manejo de aparatos, registro y control de datos.

Conductividad electrolítica: la adaptación de una serie de prácticas en la carrera del farmacéutico exigía que todas ellas se vieran ampliamente justificadas por sus aplicaciones profesionales inmediatas, como por ser sustentadoras de principios útiles para otras materias posteriores y así, la realización de esta práctica, además de analizar y comprobar un principio físico también introduce al campo de la Físicoquímica como materia pura; no sólo éso, sus preceptos son de gran utilidad en el desarrollo de medicamentos -preparación de estabilizadores, emulsificantes-, en el área del análisis, donde son fundamentos de toda titulación conductimétrica, técnicas de separación, fenómenos de precipitación, coprecipitación, tratamiento de aguas duras; en el área de la Inmunología, cuyas técnicas están basadas en este principio. En fin, las justificaciones a esta práctica son amplias y numerosas.

Construcción de un electrodo: al igual que la práctica anterior, la presentación de esta práctica se basa en el hecho de que este instrumento es de gran utilidad para el químico en el área del análisis e inclusive, su uso se extiende al campo de la investigación.

De allí que las razones que se dieron a la práctica anterior como justificantes, sean igualmente válidas para ésta.

La importancia de esta práctica se a entúa más al consultar la bibliografía recomendada en dónde se habla de numerosas aplicaciones.

Potenciómetro: la aplicación de esta práctica se observa directamente en las titulaciones potenciométricas analíticas; sin embargo, su importancia vá más allá de este campo: el principio de este aparato es de gran utilidad en medidores de temperatura, y en algunos otros aparatos usados en el laboratorio y en la industria.

**Potencial bioeléctrico:** por fin, en esta práctica se habla de Biofísica, materia tan olvidada en nuestra carrera a pesar de ser formativa de bases requeridas por Biología celular, Biofarmacia, Bioquímica y Fisiología. Cuando se tienen en cuenta los principios que gobiernan la velocidad y selectividad de absorción y excreción de fármacos y metabolitos, entonces se comprende la importancia de introducir a los alumnos en el campo Biofísico.

**Transporte de burbujas de un gas en el seno de un líquido:** en esta práctica se investiga la forma en la que las burbujas de aire ascienden a través de un líquido, tomando en cuenta el efecto que tiene el diámetro de las burbujas sobre la velocidad terminal y los cambios en su tamaño.

**Formación de una capa de burbujas en una solución jabonosa:** en la superficie de un líquido existe una fuerza de atracción entre las burbujas de la misma forma que existe una fuerza de atracción entre los átomos de un metal. Las burbujas se mantienen unidas en la superficie en una forma similar a la que los átomos se mantienen unidos para formar cristales. Se espera entonces que, estudiando la conducta de las burbujas en las superficies de líquidos se comprenda la estructura cristalina en los metales y por lo tanto su elasticidad.

**Efecto Bernoulli:** se pretende observar los efectos producidos en la presión al transportar un fluido a través de ductos que varían de diámetro a lo largo de su extensión.

**Formación de gotas:** estudia el proceso de formación de gotas, observando las fuerzas y parámetros que la afecten. Como la formación de gotas de agua en el aire es muy rápida y poco observable, se sugiere hacer el estudio de la formación de gotas de anilina a partir de un tubo sumergido en agua.

**Velocidad terminal de las gotas de lluvia:** se trata de -

- determinar experimentalmente cómo la velocidad terminal de las gotas de lluvia depende de su radio, considerando las gotas de agua de uno a seis milímetros. Se sugiere establecer una comparación entre el comportamiento observado para gotas de agua y esferas rígidas. Esta práctica resulta ser una aplicación del método de esfera descendente para determinar viscosidades de fluidos.

Bioelectricidad en el músculo: se parte del principio de - que un nervio o músculo en reposo es una célula polarizada debido a una distribución desigual de iones a través de la superficie de su - membrana, y de que el interior de la célula, al igual que un músculo lastimado, es eléctricamente negativo en comparación con la superfi- cie externa no lastimada. Así pues, lo que se intenta hacer es evi- denciar la propagación de una alteración electroquímica, producida - por una conversión eléctrica negativa del sitio lastimado o activo - en comparación con una región inactiva.

Gravedad específica de la sangre: se presenta una aplica- ción más de un principio visto en las prácticas comunes expuesta de tal forma que el alumno tenga que consultar otras fuentes bibliográ- ficas específicas.

Balance iónico y actividad del corazón: el balance iónico propio de una célula es importante para mantener su actividad normal. Se sabe que el corazón contiene numerosos iones que intervienen en - su balance electrolítico. Si se altera este balance, la actividad ce- lular cambia materialmente. Este hecho puede demostrarse perfundiendo un corazón de rana con solución ringer buffereada en la cual ha- lla exceso o carencia de ciertos iones. Esta práctica expone otra - forma diferente de determinar los efectos del balance iónico, además de la presentada en Transporte activo de sodio a través de una mem- brana; ambas formas contribuyen a la ampliación de conocimientos en este aspecto.

**Reflexión y refracción de la luz:** siendo el último curso de Física, es necesario introducir al alumno en el tema de fenómenos de la luz, por estar éstos íntimamente relacionadas con algunos métodos analíticos.

**Turbidímetro:** la construcción de este instrumento se basa en el principio de la ley de Lambert y Beer. Su aplicación es de gran utilidad en el Análisis.

**Densitómetro magnético:** es una aplicación de principios electromagnéticos y fuerza de flotación. El aparato consiste en un recipiente, un electroimán de fuerza variable, y un flotador con un metal ecluido en él. La densidad cuya densidad se desea conocer se vierte en el recipiente y se coloca en él el flotador. El recipiente se dispone sobre el electroimán y se determina la fuerza necesaria para sumergir el flotador a una profundidad determinada.

**Influencia de la corriente en el crecimiento bacteriano:** se investiga la forma en que influye la corriente directa en el crecimiento de bacterias; se observan cambios notorios.

**Construcción de un electrodo para la determinación de calcio en leche:** su importancia se analiza en los principios de electrodos. Es una práctica que instruye y orienta al alumno en un área específica del Análisis.

**Presión osmótica:** fenómenos de transporte y purificación de líquidos fisiológicos y algunos otros aspectos relacionados con la presión osmótica justifican la presencia de esta práctica.

**Demostración de la ley de Coulomb:** analiza los principios de repulsión electrostática entre cargas del mismo signo.

**Construcción de un viscosímetro rotacional:** se estudia la torca producida en un cilindro interno que es ocasionada por la fuerza de arrastre que le comunica un líquido al ser movido tal líquido por un cilindro externo que lo contiene.



Cambios en la permeabilidad de la membrana por efecto de un campo eléctrico externo: como su nombre lo dice, aquí se estudia la influencia que el campo eléctrico ejerce sobre la selectividad iónica de una membrana.

Construcción de un polarímetro: se analizan los fundamentos ópticos de este aparato.

Construcción de un polarógrafo: después de haber estudiado los fundamentos de algunos aparatos eléctricos, resulta esta -- práctica una gran ayuda para comprender los fenómenos electroquímicos.

## D I S C U S I O N G E N E R A L

### Comentarios a la evolución del curso:

La presentación de un nuevo programa plantea la problemática de cómo dirigirlo al alumno para lograr los objetivos propuestos. Las soluciones a esta problemática no resultan ser más que sugerencias, pues el progreso de cualquier curso se basa en la capacidad de presentación del maestro y el poder de captación y entendimiento del alumno, de allí que, el seguir la evolución del curso requiera de una serie de sondeos continuos que reflejen la situación real del funcionamiento del método de enseñanza. Así pues, la evaluación de un criterio académico que ayude a integrar la preparación profesional de cada alumno.

Por todo lo anterior es prudente recalcar la preparación amplia del instructor, no por sus conocimientos, sino por las relaciones que pueda indicar entre los problemas cotidianos del profesionalista del ramo y los conocimientos teóricos impartidos. Si tal preparación del maestro no es la debida, se cae en lo que frecuentemente ha venido sucediendo de años atrás: el alumno pierde el interés por la materia, porque no la encuentra útil para su carrera, o bien, al alumno se le dificulta en extremo porque la entiende como obligatoria y no como básica, formativa y sobretodo, que pueda estar relacionada a las materias específicas de la carrera que seleccionó. Esta sugerencia no solo cumpliría con los propósitos de la motivación, sino que daría a conocer al alumno sus posibilidades de desarrollo como estudiante y profesionalista.

El proceso de aprendizaje no incluye solamente la capacitación del alumno, sino también la asimilación de éste como participante activo; es por éso, que se sugiere la formación de una fuente bibliográfica que proporcione al alumno nuevos conceptos y aplicaciones. -

Una consecuencia directa para el curso de laboratorio sería la realización de prácticas extras, ésto es, prácticas que no estén incluidas en el programa, pero que estén relacionadas con él. Dichas prácticas pueden ser sugeridas por el maestro de laboratorio o directamente por el alumno. Cuando la práctica resulta propuesta por el alumno es muestra clara del interés que en él está despertando la materia, es decir, se están cumpliendo los objetivos del curso.

Si se presentan ejercicios y problemas orientados, como se hizo en el programa de laboratorio, a cada una de las diferentes ramas, el alumno será motivado e interesado en realizarlos y sacar de ellos el mayor beneficio posible. En cambio, si se dan problemas irreales para el estudiante, éste no los retiene lo suficiente para aplicarlos en alguna situación que se le presente, y aún más, sencillamente los olvida, si no durante el semestre, - si al terminar su curso.

Esta serie de ejercicios orientados se sugieren como -- complemento de los exámenes parciales e indicarían el aprovechamiento y la participación activa del alumno, así como, la evaluación progresiva del curso se vería fomentada.

Por otro lado, sería bastante beneficioso si el alumno pudiera realizar visitas a centros de investigación o industriales, ya sea para el conocimiento de equipo o bien para realizar alguna práctica, y además, contribuyera a la formación de un archivo fotográfico que completase el material didáctico de la materia.

#### Conclusiones y comentarios:

A medida que avanza la investigación científica y se -- multiplica el volumen de conocimientos en todos los órdenes, se hace indispensable poner en práctica nuevos métodos de enseñanza, ya que los tradicionalmente utilizados se antojan a todas luces -

- inoperantes, al grado de que llegan a convertirse en uno de los -  
obstáculos responsables de la educación deficiente.

En el presente panorama del conocimiento científico y de la cultura en general, el alumno se encuentra con el imperativo de adquirir, aplicar y verificar un creciente caudal de información a fin de mantenerse suficientemente actualizado, tanto en el terreno correspondiente a sus estudios superiores como en las diversas áreas en que le es exigido desenvolverse. Es por ello que la investigación pedagógica se orienta hoy en día a la tarea de implementar - nuevos métodos más eficientes que permitan la rápida asimilación -- del material educativo con el menor esfuerzo posible por parte del alumno, lo mismo que del profesor.

Pero por otro lado, también es preciso tomar en cuenta -- que, en razón al vertiginoso crecimiento de la población en nuestro país, la demanda de educación para las generaciones jóvenes alcanza proporciones tan elevadas, que obviamente rebasa con mucho la capacidad y los recursos de las instituciones dedicadas a tal efecto.

Como una consecuencia de todo lo anterior, se destaca el hecho de que la enseñanza individualizada o de grupos reducidos, ideal de la educación de antaño, que corría a cargo del profesor, ha quedado descartada por impracticable. En su lugar, se impone la necesidad de que sea el propio alumno quien se encargue de asumir la dirección de sus estudios, tomando así un papel cada vez más activo y creador en el proceso de su formación académica. Esto desde luego con base en un instrumental didáctico adecuado.

Es por ésto, que al pretender crear un programa de prácticas se pensó en las condiciones que exigía una situación de una hora semanal de laboratorio y un programa tan extenso que, se encontraba diversificado en tres laboratorios: Física III, Física IV, y Física V. El primer paso de integración lo realizó el maestro Enri-

-que Bonilla Knöcker al integrar los tres laboratorios en uno solo y aumentar el número de horas del mismo. Así pues, el problema empezaba a solucionarse.

Ahora el problema se reducía a considerar el contenido de un programa de prácticas adecuado y la forma de presentarlo al educando, para que resultase eficaz en el proceso de enseñanza y aprendizaje y, además, respondiese a las exigencias que implicaban la formación de un profesional científico.

Así pues, se inició una encuesta con los profesionales de la industria, lo que dió por resultado la observación, por una parte de ellos, de la gran necesidad que existe de conocer conceptos físicos apropiados al QFB; no obstante, éstos sólo conocían de las aplicaciones y no del origen de las mismas; otra parte, -- desconocía toda vinculación de la Física con su desempeño profesional. Todo ésto refleja la situación real por la que viene atravesando la materia y que ha prevalecido durante años, a pesar de las numerosas modificaciones que se han hecho a la materia a nivel de revisión de su programa. Se habla del porqué de su existencia en el plan de estudios de la carrera, sin importar de qué manera vendría a ayudar ésta en una forma objetiva a la formación profesional del Químico Farmacobiólogo.

La encuesta no se limitó al campo profesional, sino que también se realizó con maestros de la Facultad. Se les pidió consejo y opiniones sobre el desarrollo de un nuevo curso. Sus necesidades eran imperantes, algunas de ellas factibles de ser cubiertas, otras, en cambio, trasgredían el plan básico de la materia - (Mecánica de Fluidos, electricidad, magnetismo, óptica). A pesar de saber que era el último curso de Física, no se quiso estructurar una materia que sirviera de desván para cubrir las deficiencias de otras.

También se recopilaron opiniones entre el alumnado que tuvo la oportunidad de sufrir la implantación del nuevo curso de laboratorio, las cuáles, según puede constar al maestro coordinador de Física en la Facultad, Fis. Enrique Bonilla Knöcker, arrojaron resultados si no buenos, si satisfactorios por la evolución en el proceso de enseñanza de la Física.

La perfección del laboratorio obedecería pues a aspectos de mejoramiento y abundancia de equipo apropiado, así como a una motivación en continua superación. Es por ésto, que se cree de este trabajo el inicio de un mejoramiento en la situación didáctica de la carrera.

Con estos conceptos en mente y las opiniones recopiladas entre gente de la industria, profesores y alumnos, se estructuró un plan básico de prácticas que funcionase de acuerdo a los lineamientos ya considerados.

Una vez resuelto este segundo paso, sólo restaba encontrar la forma adecuada de presentar las prácticas para que se cumplieren los objetivos para los que fue creado el laboratorio.

De acuerdo al plan antiguo, las prácticas constaban de una exposición del instructor ante los alumnos demostrando tal o cual principio físico sin participación alguna por parte del alumno. Este laboratorio se acreditaba por la sola asistencia y se pretendía justificar por la entrega de algunas preguntas que pudiesen indicar cuánto había logrado asimilar el alumno.

Resulta evidente que este sistema solucionaba en gran parte el problema de sobrepoblación en el laboratorio, no obstante, aún quedaba latente la confiabilidad de la eficacia del método de enseñanza.

Es por ello, que se descartó la posibilidad de continuar

- con este procedimiento, y sí asegurar una participación activa - del alumno para iniciar una evolución hacia el proceso de autoenseñanza, con una orientación apropiada.

Es en este momento, cuando surge una nueva problemática: proveer al alumno toda la información adecuada para sólo realizar la práctica, o bien, dar un cúmulo de informaciones, que además de abarcar los aspectos instructivos de la práctica, señalasen nuevos conceptos que completasen el tema.

La primera solución resultaba más fácil de realizar por su brevedad y su mayor control de orientación. No obstante, la segunda solucionaba el problema de la falta de un texto adecuado, sobretodo conociendo que no todos los libros tratan en forma clara - todos los temas; además, en esta forma puede darse un enfoque apropiado a la orientación del QFB, como al fin se realizó. Sin embargo, surgió una pregunta: ¿se limita al alumno al circunscribirlo a un solo texto, desprovoyéndolo de un criterio propio? Se cree que esto sucedería si esta información se diese como exclusiva. Así --pués, se pretendió resolver este problema al presentar conjuntamente a esta información una serie de preguntas previas y posteriores a la realización de la práctica, que hiciesen al alumno consultar otras fuentes bibliográficas además del texto. E inclusive, al final de cada práctica se dispuso una bibliografía que pudiese servir como complementaria a la información prevista.

Considerando las ventajas y desventajas que presentaban ambas soluciones se optó por la segunda. Bien, el problema aparentaba estar resuelto, sin embargo, faltaba la prueba más importante: su funcionamiento.

Al iniciar el segundo semestre del año 1975, el laboratorio funcionó con la resolución de un texto programado de "gráficas

- y ecuaciones empíricas" que venía a solucionar dudas y deficiencias graves para todo aquél principiante de una carrera técnico-científica. Se prosiguió con tres prácticas comunes, dos de las -- cuáles ejemplifican situaciones reales en donde era necesario aplicar los conceptos aprendidos en el texto programado y, la tercera, al igual que las otras dos, servía para orientar al alumno sobre - el nuevo funcionamiento autodidacta del laboratorio. El resto de - las prácticas se realizaron en forma rotativa, puesto que así se - solucionaban los problemas de falta de equipo, la sobrepoblación - de grupos, y el logro de la asimilación autodidacta.

El alumno antes de entrar a realizar una práctica, debe presentar una serie de preguntas previas a manera de requisitos, - de tal forma que, lo puedan ayudar a entender y relacionar todos - los aspectos y principios tratados en ella. Así mismo, se le pide que estudie toda la información correspondiente, lo cual se constata en preguntas que se le hacen durante el tiempo de laboratorio, y que le dan derecho a realizar su práctica. Al terminar su práctica, reporta los resultados inmediatos y una semana después entrega las preguntas posteriores.

La duración de la práctica es de aproximadamente dos horas, tiempo que fue verificado, así como el buen funcionamiento de la misma; de aquí que resultaran modificaciones a algunas de ellas, modificaciones que ya se incluyen en el manual actual.

Se piensa que la realización de este tipo de trabajo bien puede efectuarse en todas las materias que urgen de una pronta re-estructuración y actualización. También se espera la aportación de ideas contenidas en este texto como una experiencia en el proceso evolutivo de la enseñanza en la Facultad de Química.



### MANEJO DE DATOS

A nivel de enseñanza superior la Física en el laboratorio ha dejado de ser ya una materia basada en fenómenos ilustrativos que demuestran una serie de principios. Es entonces cuando requiere una serie de datos experimentales de confiabilidad determinada que permitan obtener resultados cuantitativos.

Es práctica común referirse a la discrepancia entre los resultados obtenidos en el laboratorio y los correspondientes en la teoría como "errores experimentales" sin preocuparse más de ellos. El esclarecimiento de éstos en cuanto a origen y grado de afección permiten obtener datos confiables; el estudio de estos datos podrían ayudar a concluir hechos por sí solos, sin embargo, una técnica útil para su interpretación adecuada es el análisis -- gráfico. En él se interpretan los resultados de una observación -- bajo los designios de una ecuación matemática que establece el -- comportamiento de una variable respecto a otra.

El objetivo que se persigue es que el alumno, a partir de una serie de datos experimentales pueda conocer qué tipo de errores han incurrido en tales datos, cómo manejarlos y hacerlos -- confiables estableciendo intervalos de incertidumbre de acuerdo a los instrumentos usados, y cómo obtener gráficas bien trazadas y relaciones empíricas y analíticas entre las variables que describen un fenómeno, indicando la precisión de los datos, la magnitud de los errores y los límites de validez de la ley.

### TOMA DE DATOS

La toma de datos de un experimento debe registrarse por escrito al igual que toda operación que se realice con ellos. Estos deben registrarse en forma clara y ordenada. Normalmente para el mejor control experimental se manejan dos variables, por lo -- cual es conveniente tabular los datos experimentales.

El número de cifras significativas confiables de todo dato experimental que debe conservarse está determinado por el límite de certidumbre con que se puede leer una escala de medición. En la práctica se ha aceptado que solamente se conocen los valores de aquellas cifras que se pueden leer en las divisiones mayores de la escala de medición. Sin embargo, entre dos divisiones de una escala podemos estimar otra cifra más. En la figura (1), la flecha indica una lectura de 26.6 en las divisiones de la escala, más un pequeño incremento entre ellas. Estimando este incremento como de 0.06 divisiones de la escala podemos anotar como lectura final el valor 26.66. En esta escala no hay posibilidad de otra estimación. Por lo tanto, la última cifra es incierta e indica que el mejor valor se encuentra probablemente entre 0.05 y 0.07. Debido a esta incertidumbre podemos anotar el valor final como  $26.66 \pm 0.01$ .

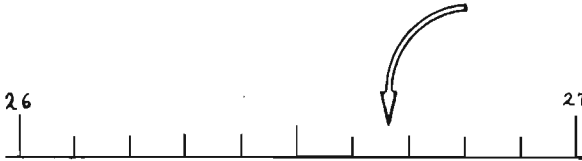


Figura 1.

Sin embargo, en muchos casos, como la graficación de datos, las magnitudes obtenidas, como se explicaba anteriormente, deben ser redondeadas. Para tal efecto se consideran tres casos:

A) Si la última cifra es menor que cinco, simplemente se suprime. Así, 1.23 se redondea a 1.2, 3.4 se redondea a 3.0 .

B) Si la última cifra es mayor que 5, se suprime ésta y la penúltima se aumenta en una unidad. Por ejemplo, 2.78 se redondea a 2.8, 2.6 se redondea a 3.0 .

C) Si la última cifra es 5, se suprime y la penúltima se deja i--

-inalterable ó se le agrega una unidad. De tal forma que 4.75 se re dondea a 4.7 ó 4.8 .

Sin embargo, existe la convención de que al redondear el valor de una magnitud terminada en 5 se escoja el número par. Así según esta convención, 3.85 se redondea a 3.8 y 15.75 se redondea a 15.8 .

Cuando hay necesidad de trabajar los datos experimentales existen reglas para considerar las cifras significativas:

1. La primera de ellas, indica que las adiciones o las sustracciones deben efectuarse en todas las columnas que están compuestas por cifras de magnitud conocida (incluyendo la última cifra que se ha podido estimar). Cuando se encuentra un lugar vacío en una columna dada a la derecha del punto decimal (es decir, cuando el valor de esta cifra se desconoce), la suma de las cifras de esa columna puede no aparecer en la respuesta. Por ejemplo al sumar los siguientes números:

$$\begin{array}{r} 4639.185 \\ + 20.02a \\ \hline f195.3bc \\ \hline 4854.5-- \end{array}$$

se encuentra que las cifras en las posiciones a, b, y c son desconocidas. Sin embargo, es obvio que  $5 + a + c > 5$  y que  $8 + 2 + b > 10$ , lo que permite que la última cifra que se pueda admitir en la respuesta sea 5 en lugar de 4.

Existen también vacíos en las columnas a la izquierda del punto decimal. Sin embargo, si se razona un momento se observará que se puede colocar, en cada uno de estos lugares vacíos (d, e, f) un cero como el valor absoluto conocido. Por el contrario, los vacíos a la derecha del punto decimal se deben a la falta de informa

-ción, y por lo tanto, los valores reales en estos casos pueden - incluir cualquier cifra de 0 a 9.

2. Tanto en la multiplicación como en la división el número de cifras que deben conservarse en la respuesta está limitado al número de cifras contenidas en aquel valor que tiene el menor número de cifras significativas. Así, en la siguiente multiplicación, la respuesta estará limitada a contener dos cifras significativas:

$$4669 \times 16.458 \times 10.2 \times 14 = 1.1 \times 10^7$$

Los números que se encuentran en el segundo miembro se expresan correctamente como el producto de dos números. El primer número, 1.1, expresa el número de cifras significativas conocidas, y el segundo,  $10^7$ , indica el orden de la magnitud. Este modo de expresión se llama notación científica.

3. Si el número de cifras no significativas es mayor que el número de cifras significativas, y si llegan a un valor de 5 ó más pueden usarse para alterar las últimas cifras significativas en una unidad.

3.a. Si la última cifra significativa es par, y la primera cifra no significativa es 5, todas las cifras no significativas se desprecian sin alterar la magnitud de la última cifra significativa.

3.b. Si la última cifra significativa es impar y la primera cifra no significativa es 5, la última cifra significativa se aumenta en una unidad.

3.c. En cualquier caso, si la primera cifra no significativa tiene una magnitud de 6 o más, la última cifra significativa se aumenta en una unidad.

## GRAFICACION DE DATOS

La interpretación gráfica es quizás la interpretación más simple de un fenómeno donde se muestra la influencia de una variable sobre otra. Es la forma más fácil de describir un fenómeno, sin embargo, a medida que los métodos experimentales son más exactos, los métodos gráficos deben excluirse para dejar paso a la mayor precisión de la computación matemática. Los cálculos gráficos no son muy comunes en Astronomía, ni en ciertas ramas de la Física, sin embargo, en otras aún son adecuados.

La graficación de los datos experimentales normalmente se realiza con coordenadas cartesianas. Así, los resultados pueden ser tan fácilmente descritos, que se puede visualizar la situación de un fenómeno con el mínimo esfuerzo. Otra de las ventajas de la representación gráfica yace en la forma conveniente de determinar datos promedios. Cada punto individual se registra en la forma de la gráfica inscrito dentro de un rectángulo de incertidumbre. Así, puede trazarse una curva de contornos suaves que atraviese los diversos rectángulos. Cuando la incertidumbre de una de las variables es muy pequeña con respecto a la escala en que se representan, los rectángulos se transforman en barras.

Antes de seleccionar la escala para la gráfica deben considerarse los siguientes puntos:

I. Los puntos experimentales deben llenar todo el espacio disponible.

II. Las escalas deben ser fáciles de subdividir, y por tanto, fáciles de leer.

III. Cada eje debe ser membretado.

Una vez seleccionada la escala, el trazo de la curva debe cumplir los siguientes requisitos: (véase la figura 2).

A. Debe ser una curva continua (sin quiebres).

B. Debe cortar los rectángulos de incertidumbre aunque no pase por los centros de éstos.

C. Los centros de los rectángulos deben quedar distribuidos a ambos lados de la curva.

D. Debe elegirse la más simple de las que cumplan con A, B, y C.

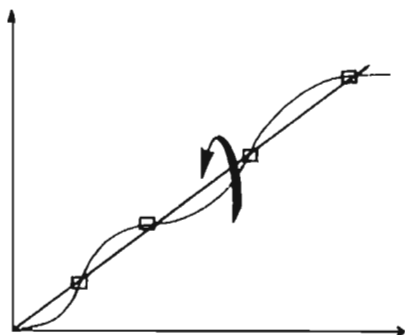


Figura 2. Condiciones de trazo de una curva.

#### ECUACIONES EMPIRICAS

El problema más frecuente de todo experimentador es el de encontrar una ecuación matemática que ajuste perfectamente a los resultados obtenidos en el laboratorio. Esta ecuación puede ser ajustada tanto a los datos originales como a los datos tomados de la curva. El primer procedimiento es el mejor; el último sólo se acepta en el caso de que los datos experimentales sean tan inexactos -- que no garantizan una gráfica razonable.

En algunos casos, la ley que gobierna el fenómeno es conocida, y entonces la ecuación teórica puede evidenciarse. Sin embargo, en la mayoría de los casos, la ley resulta desconocida o simplemente se encuentran involucradas numerosas leyes, y por lo tanto resulta necesario encontrar una ecuación empírica. Frecuentemente una ecuación empírica conduce a la deducción de una ecuación teórica y

- así mismo señala el camino que la ley natural toma al gobernar el fenómeno.

Para iniciar la búsqueda de una ecuación empírica es necesario determinar el tipo de ecuación y entonces evaluar todas las constantes involucradas. La primera ecuación que se intenta ajustar es la de la línea recta, puesto que es la más simple y la más fácil de usar para subsecuentes cálculos. Si la línea se aproxima a la recta, pero sin serlo, se prueba ajustar una ecuación parabólica:  $y = a + bx + cx^2$ , ó  $y = a + bx + cx^2 + dx^3$ . Como tercer posibilidad, se puede intentar la ecuación exponencial; en ella se grafica una variable contra el logaritmo de la otra. Si la línea graficada en papel semilogarítmico no resulta recta puede seleccionarse una cuarta posibilidad, aplicando la ecuación:  $y = a + bx + cx^2$  a la gráfica semilogarítmica. La ecuación semilogarítmica es muy común en fenómenos físicos, por lo que se aconseja probarla en primera instancia. Una serie de mediciones pueden representarse por cada una del gran número de ecuaciones, sin embargo, siempre debe seleccionarse la más común y simple.

#### RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD. CAMBIOS DE VARIABLE.

##### REDUCCION A LA LINEA RECTA.

Un método seguro para evaluar las constantes de una ecuación empírica, consiste en la selección de algunas funciones de las variables que puedan originar al ser graficadas una línea recta. El proceso de selección de una nueva función de una variable se le conoce con el nombre de cambio de variable. Normalmente se presentan los siguientes casos:

1.  $y = a + bx^2$

En esta ecuación una de las variables depende del cuadrado de la variable restante. Su representación gráfica es una

- parábola. Si  $x^2$  se grafica contra  $y$ , se puede obtener una línea recta. Esto se cumple solo si  $x^2 = z$ , y si  $y = a + bz$ . Las constantes de esta línea recta,  $a$  y  $b$  obtenidas por un análisis gráfico o matemático de la ecuación resultan ser las mismas de la ecuación original.

$$2. \quad y = a + bx^n$$

En este caso se supone que  $n$  se conoce. Las constantes  $a$  y  $b$  de esta ecuación, al igual que en el caso anterior, pueden evaluarse encontrando las constantes  $a$  y  $b$  de la ecuación de la línea recta que resulte de graficar  $x^n$  contra  $y$ .

$$3. \quad y = x/(a + bx)$$

Ahora se trata de una curva hiperbólica. Esta puede ser escrita en la siguiente forma:

$$\frac{1}{y} = b + \frac{a}{x}$$

y resulta evidente que se puede obtener una línea recta si se grafica  $1/y$  contra  $1/x$ . Los valores de  $a$  y  $b$  pueden obtenerse fácilmente de la línea recta y sustituirse en la ecuación original.

$$4. \quad y = a + bx + cx^2$$

Esta es la ecuación general de una parábola, cuyos ejes no coinciden con los cartesianos en el origen. En este caso debe graficarse  $(y_1 - y)/(x_1 - x)$  contra  $x$ , para que resulte una línea recta, de la cual puedan calcularse las constantes.

La razón de este cambio de variables se explica claramente por lo siguiente:

$$y = a + bx + cx^2 \quad (\text{ecuación general})$$

$$y_1 = a + bx_1 + cx_1^2 \quad (\text{ecuación el punto } P(x_1, y_1))$$

Restando ambas ecuaciones se tiene:

$$y_1 - y = b(x_1 - x) + c(x_1^2 - x^2)$$

arreglando términos, queda:



$$\frac{y_1 - y}{x_1 - x} = b + c \frac{(x_1^2 - x^2)}{(x_1 - x)} = b + c(x_1 + x) = (b + cx_1) + cx$$

En esta última ecuación se puede observar que  $(b + cx_1)$  es la ordenada al origen de la línea recta, y  $c$  su pendiente. A partir de estos dos términos,  $c$  y  $b$ , pueden calcularse, restando sólo así  $a$  como desconocida, la cual puede ser calculada sustituyendo los valores conocidos  $c$  y  $b$  en la ecuación

$$y_1 = a + bx_1 + cx_1^2$$

5.  $y = a e^{bx}$

Esta es la ecuación de una curva exponencial o semilogarítmica. Esta ecuación puede expresarse logarítmicamente de la siguiente forma:

$$\log y = \log a + bx \log e = \log a + 0.4343 b x$$

Aquí puede observarse claramente que  $\log y$  es directamente proporcional a  $x$ . Por lo tanto, si se grafica  $\log y$  contra  $x$  para obtener la ecuación de una línea recta, para así poder evaluar las constantes  $\log a$  y  $0.4343 b$ .

6.  $y = a x^b$

Esta ecuación representa una curva parabólica o hiperbólica. Trabajando con logaritmos esta ecuación se convierte en:

$$\log_{10} y = \log_{10} a + b \log_{10} x$$

donde  $\log_{10} y$  es una función lineal de  $\log_{10} x$ .

7.  $y = a + bx + cx^2 + dx^3 \dots + mx^n$

En muchas ocasiones la ecuación  $y = a + bx + cx^2$  no se ajusta perfectamente y es necesario introducir un tercer término. Las constantes se pueden calcular resolviendo simultáneamente un número suficiente de ecuaciones, es decir efectuando una serie de cambios de variable.

## RESOLUCION DE ECUACIONES SIMULTANEAS

Otra forma de evaluar las constantes de una ecuación es la selección de puntos típicos, cuyos valores específicos de  $x$  e  $y$  son introducidos en la ecuación. Las ecuaciones que resulten de esta operación, se resuelven simultáneamente para encontrar las constantes desconocidas.

Por ejemplo, si  $y = 4$  entonces  $x = 1$ , y si  $y = 6$ , entonces  $x = 2$  y la ecuación resulta ser  $y = a + bx$ , se sustituyen en ella los valores anteriores:

$$4 = a + b(1)$$

$$6 = a + b(2)$$

Restando ambas ecuaciones se tiene:

$$b = 2$$

Sustituyendo este valor en cualquiera de las ecuaciones se obtiene:

$$a = 4 - 2 = 2$$

Para un caso más general, como  $y = a + bx + cx^2$ , que tiene los siguientes puntos específicos:  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$  se establecen las siguientes ecuaciones:

$$y_1 = a + bx_1 + cx_1^2$$

$$y_2 = a + bx_2 + cx_2^2$$

$$y_3 = a + bx_3 + cx_3^2$$

Existen tres constantes desconocidas y tres ecuaciones, que son suficientes para determinarlas por simultáneas.

Si la ecuación tiene la forma de:

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

deben establecerse un conjunto de cuatro ecuaciones.

Los puntos escogidos pueden ser puntos experimentales o tomados directamente de la curva. La desventaja de este método yace

- en el hecho de que de un conjunto numeroso de mediciones, sólo -  
cuatro son usadas para el cálculo, teniendo igual importancia to-  
das.

### PROPAGACION DE ERRORES

La determinación del valor de muchos datos experimenta--  
les, como en el caso de la medición de velocidades o presiones, --  
muy rara vez se obtiene directamente, pues en general dependen de  
otros parámetros independientes tales como el tiempo, la distancia  
y la masa. Así pues, se determinan estos parámetros y se sustitui--  
yen en una relación conocida. Sin embargo la solución no resulta -  
tan sencilla, debido a que los parámetros medidos traen consigo e--  
rrores que se propagan en la relación, y para eliminarlos hay que  
considerar cada parámetro independientemente.

#### A. Errores sistemáticos:

Supóngase que se tiene una variable dependiente  $R$  que de  
pende de dos variables independientes  $X$  y  $Y$ , y que están relacionada  
das por la siguiente ecuación:

$$R = f(X, Y) \quad (1)$$

donde  $F$  es una función conocida de las variables independientes -  
 $X$  y  $Y$ , y  $R$  es la variable dependiente. La ecuación (1) es válida  
tanto para valores medidos, como para valores reales. Por lo cual,  
para diferenciarlos, se designan  $X_0$ ,  $Y_0$  y  $R_0$  a los valores reales  
y  $X$ ,  $Y$ , y  $R$ , los valores medidos. Luego entonces, la ecuación (1)  
se refiere a los valores medidos, y la ecuación para valores rea-  
les es:

$$R_0 = f(X_0, Y_0) \quad (2)$$

Para obtener una ecuación de errores, la ecuación (2) se  
resta a la (1) y se obtiene:

$$R - R_0 = f(X, Y) - f(X_0, Y_0) \quad (3)$$

Según el Teorema de Taylor, el lado derecho de la ecuación (3), para valores suficientemente pequeños de  $(X - X_0)$  y  $(Y - Y_0)$ , puede aproximarse a una función lineal de éstos valores; por lo que la ecuación (3) puede aproximarse a:

$$(R - R_0) = \frac{\partial f}{\partial X} (X - X_0) + \frac{\partial f}{\partial Y} (Y - Y_0) \quad (4)$$

Las derivadas parciales  $\partial f/\partial X$  y  $\partial f/\partial Y$  representan, respectivamente, la velocidad de cambio de R con respecto a X y Y. Por definición,  $(X - X_0)$ ,  $(Y - Y_0)$ , y  $(R - R_0)$  son respectivamente los errores en X, Y y R. Así pues, la ecuación (4) dice cómo calcular el error en R dados los errores en X y Y.

Normalmente lo más conveniente es trabajar con errores relativos o fraccionales, especialmente cuando la función  $f(X, Y)$  es un producto de potencias de X y Y. En este caso la ecuación (4) se divide entre la ecuación (1) para establecer una ecuación de error relativa. Este procedimiento equivale exactamente a tomar la diferencial logarítmica de la ecuación (1). Debido a que los errores sistemáticos son definidos tanto en signo como en magnitud, un error sistemático conocido en X se representa como  $\Delta X$ , y uno en Y como  $\Delta Y$ , y la ecuación (4) queda como:

$$R = \frac{\partial f}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial f}{\partial Y} \Delta Y \quad (5)$$

Una vez conociendo  $\Delta R$ , el valor real de R se puede determinar por una simple resta  $R_0 = R - \Delta R$ .

#### B. Errores casuales:

Supóngase que se han corregido todas las medidas de posibles errores sistemáticos, y sólo resta corregirlos de errores casuales. A diferencia de los errores sistemáticos, los errores casuales son indefinidos en signo y magnitud, y ésto hace que sean indeterminados; lo único que se puede hacer es hablar de la

- distribución de sus signos y magnitudes. Para evaluar estos errores es necesario hacer mediciones repetidas de cada variable independiente y así obtener las mejores estimaciones de los valores de los dos parámetros fundamentales,  $\mu$  y  $\sigma$ . Al igual que los errores sistemáticos, los errores casuales que se producen en las variables X y Y, repercuten en la variable dependiente R; obteniéndose entonces diversos valores de R que presentan una distribución que posee un promedio y una desviación estándar características. De aquí surgen dos preguntas: ¿Qué relación existe entre los valores promedio de X y Y y el valor promedio de R? y - ¿Cuál es la relación entre las desviaciones estándar de R y de las variables X y Y?

La primera pregunta sobre los promedios se puede contestar demostrando que la ecuación (2) es válida tanto para valores promedio como para valores reales.

Para contestar la segunda pregunta acerca de las desviaciones estándar, se establece, en función de la respuesta anterior, la siguiente ecuación:

$$R_{ij} - \bar{R} = \frac{\partial f}{\partial X} (X_i - \bar{X}) + \frac{\partial f}{\partial Y} (Y_j - \bar{Y}) \quad (6)$$

luego, se elevan al cuadrado ambos lados de esta ecuación, según:

$$(R_{ij} - \bar{R})^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)^2 (X_i - \bar{X})^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)^2 (Y_j - \bar{Y})^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)(X_i - \bar{X})(Y_j - \bar{Y}) \quad (7)$$

Si se suman ambos lados de esta ecuación con todos los valores i y j, la suma del producto  $2\left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)(X_i - \bar{X})(Y_j - \bar{Y})$  desaparece. Las sumas restantes son sumas del cuadrado de las desviaciones del promedio de R, X y Y. Así pues pueden reemplazarse por el cuadrado de las desviaciones estándar ó varianzas de R, X, y Y, si se supone que el común múltiplo entre n y m, que son respectivamente, el número de mediciones de la variable X y m el número

- de mediciones de Y, se anula:

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)^2 \sigma_X^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)^2 \sigma_Y^2 \quad (8)$$

Esta relación de varianzas es importante, ya que permite obtener  $\sigma_R$  a partir de valores de  $\sigma_X$  y  $\sigma_Y$  que provienen de mediciones directas de X y Y.

En el caso de que existan otras variables independientes además de X y Y, la ecuación (8) se amplía para éstas siguiendo el mismo razonamiento.

Ejemplo:

Se desea determinar el volumen V de un cilindro, al cuál se le han hecho mediciones de su diámetro D y su altura L. Los únicos errores presentes son de tipo casual. Suponga que el promedio de diez mediciones hechas al diámetro es de  $D = 0.4760$  cm con una desviación estándar aproximada  $\sigma_D = 3.1 \times 10^{-4}$  cm. Las practica--das a la altura dan un promedio de  $L = 8.99$  cm con una desviación estándar aproximada de  $\sigma_L = 0.010$  cm .

Para determinar el volumen se usa la siguiente ecuación:

$$V = f(D^2, L) = \frac{\pi D^2 L}{4} \quad (9)$$

Por lo tanto el volumen promedio es:

$$\bar{V} = \frac{3.14 (0.4760)^2 (8.99)}{4} \text{ cm}^3 = 1600 \text{ cm}^3$$

El siguiente paso es calcular la desviación estándar del volumen en términos de D y L usando la ecuación de varianza (8). Debido a que V es una función del producto de D y L, es más simple usar valores relativos de  $\sigma$  que valores absolutos. Para obtener la ecuación de valores relativos, la ecuación de varianza (8) se divide entre  $V^2$ , o sea:

$$\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 = \left(\frac{2\sigma_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 \quad (10)$$

Para este ejemplo:

$$\frac{\overline{V}_D}{D} = \frac{3.1}{4760} = 0.00065 \quad \text{y} \quad \frac{\overline{V}_L}{L} = \frac{1.0}{899} = 0.0011$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (10) se tiene:

$$\left(\frac{\overline{V}_V}{V}\right)^2 = (0.0013)^2 + (0.0011)^2 = 2.9 \times 10^{-6}$$

$$\frac{\overline{V}_V}{V} = 1.7 \times 10^{-3}$$

$$\overline{V}_V = 2.7 \text{ cm}^3$$

$$\overline{V}_{\text{m.v.}} = \frac{\overline{V}_V}{\sqrt{n}} = 0.9 \text{ cm}^3$$

El hecho de que los valores estimados de  $\overline{V}_D$  y  $\overline{V}_L$  estén hechos a partir de 10 mediciones respectivas indica que la posibilidad de error (1 en 3) sea el 25% ó más. Es obvio entonces, que estos valores se pueden redondear a  $\overline{V}_V = 3 \text{ cm}^3$  y  $\overline{V}_{\text{m.v.}} = 1 \text{ cm}^3$ .

Los resultados finales deben reportarse de la siguiente manera:  $V = 1600 \text{ cm}^3$  con una desviación estándar de  $1 \text{ cm}^3$  basada en diez mediciones respectivas de D y L. Este resultado no debe reportarse como  $\overline{V} = (1600 \pm 1) \text{ cm}^3$ , porque daría la falsa impresión de que el volumen del cilindro en  $\text{cm}^3$  cae en algún lugar del intervalo comprendido entre 1599 y 1601, y que la aproximación es debida a la incertidumbre del aparato de medida empleado. En el caso de reportarse en esa forma hay que sumar entonces la incertidumbre debida al aparato y la calculada estadísticamente.

COMBINACION DE ERRORES: intervalos de error e incertidumbre.

Los errores significativos que se presentan en los datos experimentales son, en la generalidad de los casos, una mezcla de errores sistemáticos y casuales. Un análisis satisfactorio del grado de afección de estos errores es un tanto difícil puesto que la ecuación de propagación para errores sistemáticos es lineal (ecuación 5), mientras que para errores casuales es de tipo cuadrática -

- (ecuación 8), lo que sugiere hacer cálculos separados de estos dos tipos de errores. El orden de análisis de cada tipo de error es indistinto.

La cantidad de trabajo que se requiere para hacer un análisis de este tipo es considerable y es rara vez realizado, excepto en laboratorios de práctica avanzada. En el laboratorio general de Física se usa un método más simple pero menos exacto para calcular los intervalos de error o incertidumbres.

El tamaño del intervalo de error es estimado por el observador en base al tipo de equipo y operaciones usadas para hacer la medida. Obviamente la experiencia juega un papel preponderante para hacer una estimación adecuada del intervalo de error. Pero justamente esta experiencia limita el trabajo de laboratorio.

Es difícil establecer cualquier regla general para determinar el tamaño de un intervalo de error, quizás lo único que pueda decirse sobre su tamaño es que sea lo suficientemente grande para ser confiable y así incluir el valor real del dato experimental medido y al mismo tiempo lo suficientemente pequeño para reflejar la exactitud de tal medida. Así pues, si el error significativo de un dato medido está constituido por un error sistemático con solo un límite mayor en su magnitud conocido, entonces el tamaño del intervalo correspondiente deberá ser al menos tan grande como este límite. Por otro lado, si los errores significativos son puramente casuales, entonces, el tamaño del intervalo deberá ser al menos tres veces el error estándar. La práctica común de usar la menor división de la escala del aparato de medida como intervalo de error debe ser tomado con precaución sólo debe hacerse cuando se han efectuado mediciones sucesivas que den prácticamente el mismo resultado. En este caso la medición está limitada por la escala.



En caso de errores puramente casuales que afecten a una medición directa, el tamaño del intervalo puede expresarse en términos de la desviación estándar  $\sigma$ , siempre y cuando se den el número de observaciones  $n$  consideradas. En el caso de que  $n \geq 10$ , el tamaño del intervalo puede tomarse como  $\sigma$ . En el caso en que  $n < 10$ , es mejor usar  $2\sigma$ , o mejor aún, puede usarse la desviación promedio independientemente de los signos, ya que la desviación promedio siempre es mayor que la desviación estándar (cerca de  $1.25\sigma$ ).

Los resultados de una medición directa de un dato experimental se expresan como  $X \pm \Delta X$  donde  $X$  es el valor promedio de numerosas medidas y  $\Delta X$  es el tamaño del intervalo de error que se conoce como error indeterminado.

El método más directo para calcular el tamaño del intervalo de error en  $R$  es usar la ecuación (5) y usar los intervalos de error en  $X$  y  $Y$  con los signos que puedan hacer a  $\Delta R$  lo más grande posible. Así pues, el valor máximo está dado por la siguiente ecuación:

$$|\Delta R| = \frac{\partial f}{\partial X} |\Delta X| + \frac{\partial f}{\partial Y} |\Delta Y| \quad (11)$$

donde  $\Delta R$  es el tamaño del intervalo de error para  $R$ .

La ecuación (11) es la base de numerosas reglas concernientes a la propagación de errores indeterminados que usan los intervalos de error. Las siguientes tres reglas basadas en esta ecuación son suficientes para manejar gran cantidad de problemas de error comunes en el laboratorio de Física.

#### Regla 1.

Si el resultado  $R$  es la suma o diferencia de dos cantidades medidas  $X$  y  $Y$ , el error indeterminado en  $R$  es la suma de errores en  $X$  y  $Y$ .

#### Ejemplo.

$$\text{Masa de una ampollita con aire} = 66.928 \pm 0.001 \text{ g}$$

$$\text{Masa de la ampollita vacía} = 66.682 \pm 0.001 \text{ g}$$

$$\text{Masa del aire contenido} = 0.246 \pm 0.002 \text{ g}$$

Note que, aunque la masa de la ampollita es confiable por cerca de una parte en 67,000, la masa del aire solo es confiable en 1 parte en 123, o sea, el 0.8%. También nótese que los errores se suman -- aunque las masas se resten.

### Regla 2.

Si el resultado R es el producto o cociente de dos cantidades medidas X y Y, el porcentaje de error en R es la suma de los porcentajes de error en X y Y.

#### Ejemplo:

$$\text{Masa de un objeto: } M = 345.1 \pm 0.1 \text{ g}$$

$$\text{Volumen del objeto: } V = 41.55 \pm 0.05 \text{ cm}^3$$

$$\text{Densidad del objeto: } D = \frac{M}{V} = \frac{345.1}{41.55} = 8.306 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{Porcentaje de error en M: } \frac{\Delta M}{M} 100 = 0.03$$

$$\text{Porcentaje de error en V: } \frac{\Delta V}{V} 100 = 0.12$$

$$\text{Porcentaje de error en D: } \frac{\Delta D}{D} 100 = 0.03 + 0.12 = 0.15$$

$$\text{Error en D: } \Delta D = 0.012 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{Densidad del objeto: } D = 8.31 \pm 0.01 \text{ g/cm}^3$$

Note que en este caso el error en el resultado afecta la tercera cifra de la densidad, por lo que, sólo deben reportarse 3 números para D.

### Regla 3.

Si el resultado R es alguna potencia n de la cantidad medida X, entonces el porcentaje de error en R es n veces el porcentaje de error en X.

#### Ejemplo:

$$\text{Diámetro de una esfera: } d = 7.65 \pm 0.03 \text{ cm}$$

$$\text{Volumen de la esfera: } V = \frac{1}{6} \pi d^3 = 234 \text{ cm}^3$$

Porcentaje de error en $d$ :	$\frac{\Delta d}{d} 100 = 0.4$
Porcentaje de error en $V$ :	$\frac{\Delta V}{V} 100 = 3(0.4) = 1.2$
Error en $V$ :	$\Delta V = 3 \text{ cm}^3$
Volumen de la esfera:	$V = 234 \pm 3 \text{ cm}^3$

#### PROPAGACION DE ERRORES DETERMINADOS

Las reglas para la propagación de errores determinados están basadas en el mismo análisis hecho para los errores indeterminados. Sin embargo, en este caso, los errores tienen un signo definido que debe considerarse en el cálculo de errores combinados.

#### EJEMPLO GENERAL

Suponga que se desea calcular la densidad  $D$  de un cilindro de metal a partir de medidas de su masa,  $m$ , su longitud  $l$ , y su diámetro  $d$ . Además determinese el error en  $D$  que resulta de errores en las cantidades medidas  $m$ ,  $l$ , y  $d$ . Se sabe que la densidad (masa por unidad de volumen) está dada por la siguiente ecuación:

$$D = \frac{4m}{\pi d^2 l} \quad (12)$$

Para obtener la correspondiente ecuación de error se toma la diferencial del logaritmo de la ecuación (12), o sea:

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta m}{m} - 2 \frac{\Delta d}{d} - \frac{\Delta l}{l} \quad (13)$$

Esta ecuación (13) muestra exactamente cómo se combinan los errores  $\Delta m$ ,  $\Delta d$ , y  $\Delta l$  para dar el error  $\Delta D$ . Si los errores son determinados (tienen un signo definido); entonces la ecuación (13) se usa tal cual. En este caso es perfectamente posible que los errores del lado derecho de la ecuación (13) puedan anularse dando por resultado  $\Delta D = 0$ .

Si los errores son indeterminados ( $\pm$ ), entonces es obvio

- que los signos de la ecuación (13) deben escogerse de tal forma que den el mayor valor de  $\Delta D$ . Este valor puede obtenerse simplemente añadiendo los diversos términos de error del lado derecho de la ecuación (13), sin importar sus signos. De aquí que, la ecuación de error para errores indeterminados pueda escribirse como:

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l} \quad (14)$$

## CIFRAS SIGNIFICATIVAS

En la escritura de datos y resultados es costumbre anotar sólo las cifras que son confiables y que tienen alguna significancia. A tales cifras se les conoce como cifras significativas, y están siempre determinadas por la cantidad de error que pueden expresar en algún valor. Así, de acuerdo al ejemplo (1), la masa de la ampollita con aire fue dado como  $66.928 \pm 0.001$  g. En este caso sólo se dan cinco cifras significativas, en donde la última, 8, es dudosa por una unidad, como se indica por la cantidad de error,  $\pm 0.001$  g. Por otro lado, la masa del aire dada fue de  $0.246 \pm 0.002$  g, y sólo tiene tres cifras significativas; la última, 6, es incierta por dos unidades. El primer 0 en este valor no se le considera como cifra significativa, pues su función sólo es la de evidenciar la posición del punto decimal. En el ejemplo 2, la masa del objeto tiene cuatro cifras significativas, y su volumen tiene cuatro, pero su densidad sólo tiene tres, debido a que el error en la densidad afecta al tercer dígito y lo hace dudoso. Nótese que la densidad calculada fue de 8.306, pero debido al error fue redondeado a 8.31 .

La cantidad de un error en cualquier dato medido o calculado determina el número de cifras significativas presentes en tal dato. Así pues, para escribir el valor de cualquier cantidad, se deben anotar todas las cifras superiores al error hasta la primera cifra que se vea afectada por el error. Por ejemplo, si el error en el valor de una cantidad es de 1 parte en 100 (1%), resulta evidente que el número de cifras significativas presentes en ese valor -- nunca deberá ser mayor de tres; aunque en algunas veces puede ser sólo dos.

Supóngase que se tiene un error del 1% en los valores de 5.024, 1.135, y 9.807. Luego entonces, estos errores son respectiva

-mente, 0.05, 0.01, 0.1; y los valores con sus errores respectivos pueden escribirse como  $5.02 \pm 0.05$ ,  $1.14 \pm 0.01$ , y  $9.8 \pm 0.1$ . Nótese que los primeros dos valores tienen tres cifras significativas, y que el último solo tiene dos cifras.

En cálculos con logaritmos es recomendable usar una tabla de 5 cifras cuando los errores sean de aproximadamente el 0.01% si el error es de cerca del 0.1% se aconseja usar una tabla de 4 - cifras, y una regla de cálculo para errores de cerca del 1%. Cuando se involucran ángulos, errores de 0.01, 0.1 y 1% representan aproximadamente 1, 6, y 30 minutos, respectivamente.

En el caso de que se escriban números muy pequeños o muy grandes, es costumbre expresarlos como productos de potencias de 10, es decir, se escriben como un producto de dos factores, conteniendo el primero de ellos tanto dígitos como cifras significativas tenga, y anotando el punto decimal de tal forma que sólo tenga una sola cifra entera. El segundo factor es una potencia de 10. Así pues, para escribir la velocidad de la luz de acuerdo a los lineamientos anteriores, se hace como sigue:  $2.99776 \times 10^{10}$  cm/seg. Esta notación implica que solo se han determinado seis cifras significativas de la velocidad.

## AJUSTE DE GRAFICAS POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS

Como ya se ha visto, la metodología experimental presupone encontrar relaciones entre las diferentes variables que ocurren en un fenómeno. Así por ejemplo, en experimentos de cinética química se busca una relación entre el coeficiente de velocidad y la temperatura de una reacción; en espectrofotometría también se busca una relación entre el coeficiente de extinción y la longitud de onda. Normalmente se busca una relación gráfica entre los datos obtenidos, para calcular alguna constante ( $s$ ) determinada. Sin embargo, estos datos están sujetos a incertidumbres, lo que ocasiona que no se ajusten precisamente a cualquier relación teórica o empírica que pueda haber entre las variables.

Cuando se tienen datos experimentales de dos variables con aparente relación lineal entre ellos y se grafican, se ve en general que, no todos están sobre la línea; ésto no implica que no guarden esa relación lineal. Esta discrepancia se debe a la incertidumbre que posee cada punto. La solución se obtiene trazando la línea con tendencia central, es decir, que la línea divida al total de puntos en igual número. Este método es muy usado, sin embargo, se requiere uno más representativo (estadístico) y para ello se ha desarrollado el método de mínimos cuadrados.

En el caso de una relación lineal entre dos variables, el método de mínimos cuadrados busca que la pendiente y la ordenada al origen de la línea ajustada presenten, con respecto a los mismos parámetros ideales, una suma mínima del cuadrado de sus desviaciones.

Supóngase que se tiene un conjunto de datos experimentales que relacionan dos variables ( $X$ ,  $Y$ ) y que su relación matemática puede escribirse como:

$$y = f(x, a, b, c, \dots) \quad (15)$$

- donde "y" y "x" son valores de Y y X y (a, b, c, ...) constituyen un conjunto de parámetros que deben escogerse para ajustar la curva que en el caso de la línea recta únicamente son dos. -- Considerando que los valores experimentales de x no tienen ningún error, la ecuación (15) puede escribirse como:

$$y_i = f(x, a, b, c, \dots) \quad (16)$$

Los puntos que satisfacen la ecuación (16), aparentemente lo hacen también en la ecuación (15) ya que

$$y = y_i \quad \text{donde } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (17)$$

Según el principio del método de mínimos cuadrados,  $y_i$  debe ser lo más aproximado a y; para hacerlo se trabaja con un parámetro que las relaciona y que se le conoce como desviación, según:

$$d_i = y_i - y \quad \text{donde } i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

El siguiente paso del método consiste en encontrar el mejor valor de y de tal forma que, reduzca la suma del cuadrado de las desviaciones a un mínimo. Para lo cual se establece una ecuación que relacione la suma del cuadrado de las desviaciones y una nueva función  $u(y)$ , adquiriendo así la forma de la ecuación de una parábola:

$$u(y) = \sum_{i=1}^n (d_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y)^2 \quad (19)$$

donde  $u(y)$  tiene las siguientes propiedades:

1.  $u(x)$  es positiva para todo valor real de y, ya que es la suma de cuadrados.
2. Si se hace una gráfica, tomando a los valores de y como abscisas, y a los valores de u como ordenadas, se obtiene una parábola que se extiende indefinidamente en la dirección de las ordenadas positivas, cuyo eje de simetría es paralelo al eje de las ordenadas y cuyo vértice yace por encima del eje de las abscisas. - Véase la figura (1).
3. El vértice de la parábola representa el único mínimo de  $u(y)$ .



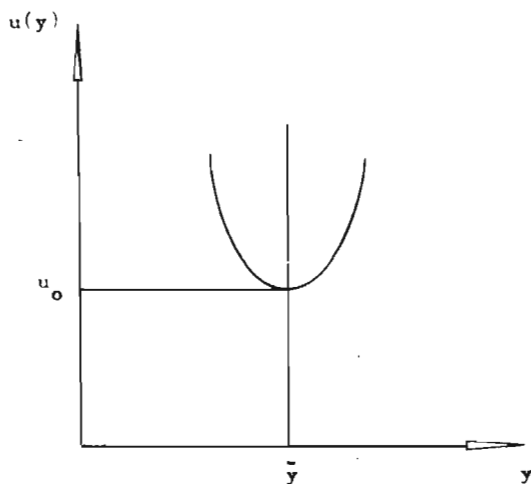


Figura 1. Propiedades geométricas de una función parabólica  $u(y)$ .

Por lo tanto, las coordenadas del vértice proporcionan el valor mínimo de  $u$ , y así pues, de acuerdo al principio de mínimos cuadrados el mejor valor de  $y$ .

4. La ecuación (16) puede reescribirse como:

$$u(y) - u(y_0) = n(y - \bar{y})^2 \quad (20)$$

puesto que la abscisa del vértice es el promedio de los valores medidos, además de que su ordenada es precisamente la suma del cuadrado de las desviaciones del promedio. Por lo tanto  $u_0 = (n - 1)\overline{v}^2$ , donde  $u_0$  es el mínimo de la curva, es decir, se deriva parcialmente -- con respecto a los parámetros  $a, b, c, \dots$ , según sea el caso, la ecuación siguiente:

$$u = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a, b, c, \dots)]^2 \quad (21)$$

que como se observa, es equivalente a la ecuación (19). Y se iguala a cero.

La razón de ésto se explica como sigue: para cualquier  $l_i$

-nea, la pendiente "a" y la ordenada al origen "b" se pueden escoger independientemente de tal forma que las variaciones en la suma del cuadrado de las desviaciones (S) sean debidas a una variación en la selección de "a" ó en una variación en la selección de "b". Si a se cambia en una cantidad  $\Delta a$ , la variación resultante en S es  $\Delta S_a$ .  $\Delta S_a$  dependerá entonces de la razón de cambio de S con respecto a "a" (su diferencial) y la cantidad de cambio,  $\Delta a$ . Como resultado de un cambio en a, el cambio en S está dado por:

$$\Delta S_a = \frac{dS}{da} \Delta a \quad (\text{manteniendo a "b" constante})$$

Alternativamente b puede cambiarse en una cantidad  $\Delta b$ , ocasionando un cambio en S por:

$$\Delta S_b = \frac{dS}{db} \Delta b \quad (\text{manteniendo a "a" constante})$$

El cambio total en S es la suma de  $\Delta S_a$  y  $\Delta S_b$ . Haciendo que  $\Delta a$  y  $\Delta b$  se aproximen a cero, se puede usar entonces notación diferencial, es decir:

$$dS = \frac{\partial S}{\partial a} da + \frac{\partial S}{\partial b} db$$

Ya que a y b se pueden cambiar independientemente, dS - puede ser cero sólo cuando cada uno de los términos sea cero independientemente, e sea:

$$\frac{\partial S}{\partial a} da = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial S}{\partial b} db = 0$$

Si da y db no pueden ser cero, entonces:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0$$

Por lo cual, la ecuación (21) se puede diferenciar parcialmente - con respecto a "a" y a "b", igualándolas, después, con cero. Este mismo procedimiento se puede continuar con cada uno de los parámetros.

Para cada uno de los parámetros, la ecuación (21) se generaliza y se iguala a cero en función de obtener la mínima desviación, según:

$$\frac{\partial u}{\partial a} = 0 = 2 \sum y_i - f(x_i, a, b, c, \dots) \frac{\partial f}{\partial a} \quad (22)$$

$$\frac{\partial u}{\partial b} = 0 = 2 \sum y_i - f(x_i, a, b, c, \dots) \frac{\partial f}{\partial b} \quad (23)$$

$$\frac{\partial u}{\partial c} = 0 = 2 \sum y_i - f(x_i, a, b, c, \dots) \frac{\partial f}{\partial c} \quad (24)$$

⋮  
⋮  
⋮

La solución de este conjunto de ecuaciones simultáneas - proporciona los mínimos valores cuadrados de a, b, c, ...

Para el caso de una línea recta cuya ecuación es:

$$y_i = ax_i + b = f(x_i, a, b) \quad (25)$$

se obtienen los siguientes resultados al derivar parcialmente con respecto a "a" y a "b" e igualar con cero:

$$(y_i - ax_i + b) x_i = 0 \quad (26)$$

$$(y_i - ax_i + b) = 0 \quad (27)$$

Ampliando las ecuaciones (26) y (27) se obtiene, respectivamente:

$$x_i y_i - a x_i^2 + b x_i = 0 \quad (28)$$

$$y_i - a x_i + n b = 0 \quad (29)$$

Resolviendo ambas ecuaciones por simultáneas, se obtienen los siguientes valores para a y b:

$$b = \frac{(\sum_{i=1}^n x_i^2)(\sum_{i=1}^n y_i) - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n x_i y_i)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (30)$$

$$a = \frac{n(\sum_{i=1}^n x_i y_i) - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (31)$$

donde a y b son respectivamente la pendiente de la recta y la ordenada al origen.

Para trazar la gráfica, el punto mínimo de la recta se -

- puede establecer como la ordenada al origen, o sea,

$$b = y_{\min} \quad (32)$$

El punto máximo ajustado, puede estimarse a partir de la pendiente "a" ya obtenida y una abscisa superior al mayor dato experimental de acuerdo a la siguiente relación:

$$b + a x_{\max} = y_{\max} \quad (33)$$

**Ejemplo.**

Considérese un conjunto de parejas de datos medidos experimentalmente  $(x_m, y_m)$  que se suponen están relacionadas linealmente. Calcule por el método de mínimos cuadrados la mejor ordenada al origen (b) y la mejor pendiente (a) para estos datos.

$X_m$	$Y_m$
0.0514	1.35
0.0954	1.67
0.162	1.76
0.165	1.99
0.233	2.20
0.300	2.65
0.355	2.93

**Solución:** primero deben calcularse algunas partes constitutivas de las ecuaciones (30) y (31) por separado:

$$n = 7$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i)^2 = 0.3355$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1.3618$$

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 = 1.8545$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = 14.55$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = 3.1899$$

Sustituyendo estos valores en las ecuaciones (30) y (31) se obtiene:

$$b = \frac{(0.3355)(14.55) - (1.3618)(3.1899)}{(7)(0.3355) - 1.8545} = 1.0884$$

$$a = \frac{(7)(3.1899) - (1.3618)(14.55)}{(7)(0.3355) - 1.8545} = 5.0898$$

Por lo tanto un punto puede seleccionarse en las siguientes coordenadas:  $M(0, b)$

Mientras que para el otro punto, puede escogerse arbitrariamente un valor de  $x_m = 0.4000$ , que es lo suficientemente grande para superar al máximo valor experimental de  $x_m = 0.355$ , como abscisa y calcular la ordenada correspondiente según la ecuación (33), o sea,

$$y_{\text{máx}} = 1.0884 + (5.0898)(0.4000) = 3.1243$$

Luego entonces el otro punto N tendrá las siguientes coordenadas:

$$N(0.4000, 3.1243)$$

## PREPARACION PARA LA EJECUCION DE UN EXPERIMENTO

La mayoría de los experimentos descritos en este trabajo han sido escritos pensando que colaborarán en cada uno de ellos dos estudiantes. El trabajo en equipo es ventajoso por cuanto da oportunidades de valiosa discusión del experimento entre los operadores.

Antes que el alumno llegue al laboratorio para efectuar un experimento es esencial que lo estudie con especial atención al método, diseño del aparato y procedimiento.

## Redacción del informe del experimento realizado

La evaluación final de todo trabajo de experimentación - se basa primariamente en el examen de un informe escrito. Este - informe debe estar bien organizado y ser de fácil lectura, de modo que el lector no familiarizado con el experimento pueda seguir la presentación, con las referencias explícitas donde sean necesarias, y obtener una idea clara de lo que se hizo y del resultado.

Debe procurarse usar un estilo científico comparable al estilo literario de un ensayo. Aunque el informe ha de leerse -- por un científico y no por un crítico de revista literaria, no - han de desdeñarse la ortografía y la corrección gramatical. El - informe debe ser conciso y apegado a los hechos sin mengua de la claridad. En particular, las ecuaciones matemáticas deben acompañarse de suficiente material verbal para darles un sentido claro.

Tiene suma importancia que el informe sea un escrito original. No debe estimarse lícito copiar ni parafrasear textos de manuales, notas impresas u otros informes. Citas breves entre comillas y acompañadas por una referencia completa son permitidas ahí donde tienen verdadera utilidad. Ciertamente es superfluo --

Muestra de un informe.

DETERMINACION DE LA DENSIDAD DE UN SOLIDO (a)

Juan López

Grupo del martes de 17 a 19 hrs.

Compañero: José Ruiz

Fecha del informe: febrero 17, 1976.

I. INTRODUCCION (b)

La finalidad de este experimento es medir la densidad de un sólido. Puesto que la densidad  $\rho$  se define por:

$$\rho = W_s / V_s \quad (1)$$

se ha de medir el volumen,  $V_s$ , ocupado por un peso conocido,  $W_s$ , del sólido.

(a) Además del título del informe, el encabezado debe contener - el nombre del alumno y el de su compañero, el grupo de laboratorio y la fecha en que se efectuó el experimento. Si el escrito - es largo, esta información se presenta en una hoja de título separada.

(b) La introducción debe declarar la finalidad del experimento y dar un bosquejo muy breve de la teoría necesaria, en el que suelen citarse las ecuaciones pertinentes. En esta muestra de informe, la teoría es sencillísima. Se ha de incluir una muy corta -- descripción del método experimental, con mención de algún aparato especial que sea necesario. En su conjunto, la introducción - debe ser lo más concisa que sea posible.

El método requiere el uso de un picnómetro de volumen conocido. Pesándolo primero vacío y después con el sólido muestra en su interior, la diferencia de pesos es el peso,  $W_s$ , del sólido que se estudia. Finalmente, el picnómetro (que contiene el sólido de muestra) se llena con un líquido de densidad conocida y

- dar más de un breve resumen de la teoría o de los detalles del procedimiento experimental si están lo bastante descritos en una referencia fácilmente accesible. En parte, se juzga un informe - por su claridad en exponer los puntos esenciales sin oscilar entre el menudo detalle en un tema y vagas generalidades en otro.

Salvo las constantes generales físicas y numéricas o las bien conocidas ecuaciones teóricas, los datos y otro material tomados de una fuente exterior deben acompañarse por una completa referencia de la fuente.

El contenido y la extensión de un informe dependen de la materia objeto del experimento y de las normas establecidas por el instructor. En opinión de los realizadores de este trabajo, el informe, al menos en algunos casos, debe ser completo y contener un análisis cuantitativo de las incertidumbres experimentales y una detallada exposición del significado de los resultados. Véase por ejemplo, el informe que se presenta más adelante. En muchos experimentos, puede considerarse suficiente un informe -- breve, con sólo un tratamiento cualitativo de errores y una corta discusión. En uno u otro caso, la clara presentación de los datos, cálculos y resultados es esencial en todo experimento.

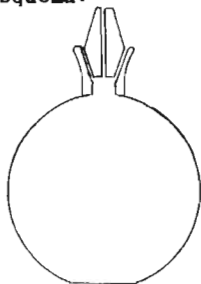
Posteriormente se reproduce como ejemplo el informe de un experimento muy sencillo, como ilustración de cómo ha de organizarse el informe y para indicar la clase de material que debe contener. Este ejemplo no se ha puesto aquí como una pauta rígida que ha de seguirse; el contenido del informe ha de estar sujeto al juicio del alumno que lo presenta. Los comentarios generales de las varias secciones de que consta este ejemplo de informe aparecen en una serie de notas de pie de página.



- se vuelve a pesar; el peso del líquido se halla por diferencia y del peso se deduce el volumen. Como el volumen total del picnómetro es conocido, se puede calcular el volumen,  $V_g$ , ocupado por el sólido.

## II. Práctica del experimento. (c)

El método experimental fue semejante al descrito en el manual de texto (Aardvark y Zebra, 2a ed., exp. 13). El diseño del picnómetro usado, que difiere del descrito en el manual, se muestra en el siguiente esquema:



El procedimiento se modificó como se explica a continuación: después de añadir agua destilada al picnómetro que contenía la muestra, el picnómetro (quitado el tapón capilar) fue sumergido completamente en un matraz de agua destilada y se hirvió a baja presión durante 15 minutos para eliminar el aire atrapado por el sólido o disuelto en el agua. (1). Después de esta ebullición se equilibró el picnómetro durante 15 minutos en un baño termostático a 25°C antes de insertar el tapón.

Se hicieron dos ensayos por el mismo procedimiento con cada una de dos muestras diferentes.

(c) Esta sección es por lo general, sumamente breve y en ella se citan las referencias apropiadas en que se describen los detalles del procedimiento experimental. Si la referencia es el manual de

### III. Cálculos. (d)

El peso de la muestra del sólido es dado por:

$$W_s = W_2 - W_1 \quad (2)$$

donde  $W_1$  es el peso del picnómetro vacío y  $W_2$  el peso del picnómetro más la muestra. El peso del agua contenida en el picnómetro,  $W_L$ , es:

$$W_L = W_3 - W_2 \quad (3)$$

donde  $W_3$  es el peso del picnómetro más la muestra más el agua. Si la densidad del líquido (agua) es denotada por  $\rho_L$ , de la ecuación (3) se deduce que el volumen de la muestra es dado por:

$$V_s = V - V_L = \frac{\rho_L V + W_2 - W_3}{\rho_L} \quad (4)$$

donde  $V$  es el volumen total del picnómetro.

- texto o las notas de laboratorio asignadas para el curso, basta citarla por su título en abreviatura en lugar de dar una bibliografía completa. Las referencias a otros libros ó a otros materiales deben ponerse con números en notas de pie de página y se enumerarán al final del informe. La descripción de los procedimientos experimentales debe darse sólo para los detalles no descritos en la referencia o que difieren de los que ésta contiene. Un esquema sencillo del aparato es oportuno sólo cuando difieren del descrito en la referencia.

Al final de cada sección debe apuntarse el número de ensayos efectuados y las condiciones en que se operó.

(d) Puede darse aquí una derivación condensada de las ecuaciones que se usen. Cada ecuación debe ser parte de una oración completa; numere las ecuaciones consecutivamente en todo el informe y cítelas por el número. Todos los símbolos deben definirse en el lugar en que aparecen por primera vez. Suele ser útil una tabla

De las ecuaciones (1), (2) y (4), se obtiene:

$$\rho = \frac{W}{V} = \frac{\rho_L (W_2 - W_1)}{\rho_L V + W_2 - W_3} \quad (5)$$

Puesto que los valores de  $V$  y  $\rho_L$  son conocidos, basta determinar  $W_1$ ,  $W_2$  y  $W_3$  para calcular la densidad del sólido. Los valores medios de estos pesos se enumeran más adelante juntamente con los valores de  $V$  y  $\rho_L$ .

$$\rho_L = 0.997044 \text{ g cm}^{-3} \text{ a } 25^\circ\text{C (tomado del Handbook of Chem. \& Phys.)}$$

$$V = 12.410 \pm 0.004 \text{ cm}^3 \text{ (dado por el instructor).}$$

$$W_1 = 8.6309 \text{ g}$$

$$\text{Muestra I: } W_2 = 42.0301 \text{ g}$$

$$W_3 = 48.1732 \text{ g}$$

$$\text{Muestra II: } W_2 = 45.8479 \text{ g}$$

$$W_3 = 51.2944 \text{ g}$$

La densidad del sólido puede ahora calcularse introduciendo los datos de arriba en la ecuación (5). El detalle del cálculo para la muestra I es el siguiente:

$$\rho_I = \frac{(0.99704)(42.0301 - 8.6309)}{(0.99704)(12.410) + 42.0301 - 48.1732}$$

$$= \frac{(0.99704)(33.3992)}{12.3733 - 6.1431} = \frac{33.3003}{6.2302} = 5.345 \text{ g cm}^{-3}$$

- condensada de los datos esenciales usados en los cálculos; para un cálculo largo, es muy conveniente tabular todos los resultados intermedios importantes. Es innecesario e inconveniente presentar en el informe todas las operaciones del cálculo; sin embargo, debe darse una operación como ejemplo del modo en que se hicieron los cálculos.

Muchos informes requieren la presentación gráfica de los datos o de los resultados obtenidos por el cálculo. A cada gráfi-

El resultado para la muestra II es  $5.357 \text{ g cm}^{-3}$ . Los pesos usados para estos cálculos no se han corregido del empuje ascendente del aire en las pesadas. En vez de corregir cada peso al vacío, se puede emplear una sencilla fórmula dada por Bauer para corregir el resultado final del cálculo. Esta fórmula da para la densidad corregida  $\rho^*$

$$\rho^* = \rho + 0.0012 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_L}\right) \quad (6)$$

Aplicando la ecuación (6) a los resultados, se obtiene para \* los siguientes valores:

Muestra I:	$5.340 \text{ g cm}^{-3}$
Muestra II:	5.352
Valor medio:	5.346

#### IV. Incertidumbre en los resultados . (e)

Según la ecuación (5), la incertidumbre en  $\rho$  depende de la incertidumbre que existe en cada una de cinco variables; sin embargo, el valor de  $\rho_L$  se conoce con seis cifras significativas y su imprecisión puede despreciarse en comparación con las de las otras variables. Teniendo ésto en cuenta, se puede aplicar un tratamiento de propagación de errores tomando la diferencial de ambos miembros de la ecuación (5) para obtener:

$$d\rho = \frac{\rho}{W_2 - W_1} (dW_2 - dW_1) - \frac{\rho}{W_2 - W_3 + L V} (dW_2 - dW_3 + \rho_L dV) \quad (7)$$

ca se le da un número de figura y un título; y se citarán las gráficas en el texto por su número.

(e) El tipo de tratamiento de las incertidumbres depende en gran medida de la naturaleza del experimento. El material dado arriba es típico de un buen tratamiento de propagación de errores. Es importante combinar y simplificar todas las expresiones lo más posible a fin de obtener ecuaciones de errores que no sean com--

Se nota que  $(dW_2 - dW_1)$  es menor que  $(dW_2 - dW_3 + \rho_L dV)$  (poniendo los valores de los errores en lugar de las diferenciales) y que  $(W_2 - W_1)$  es aproximadamente el quintuplo de  $(W_2 - W_3 + \rho_L V)$ . Por consiguiente, es posible despreciar el primer término del segundo miembro de la ecuación (7) en la obtención de una cifra de incertidumbre aproximada. Así, el límite de error en  $\rho$ ,  $\lambda(\rho)$ , es aproximadamente dado por:

$$\lambda(\rho) = \frac{\rho}{W_2 - W_3 + LV} \left| \lambda(W_2) + \lambda(W_3) + \rho_L \lambda(V) \right| \quad (8)$$

donde  $\lambda(W_2)$ ,  $\lambda(W_3)$ ,  $\lambda(V)$  son los límites de error en las respectivas cantidades  $W_2$ ,  $W_3$  y  $V$ . Se pueden tomar como razonables límites de error  $\lambda(W_2) = 0.001$  g y  $\lambda(W_3) = 0.0021$  g. El valor mayor para  $\lambda(W_3)$  incluye el efecto de no haber llenado exactamente el picnómetro con agua. Para  $\lambda(V)$  se toma  $0.004$  cm<sup>3</sup>, valor dado por el instructor.

Así para la muestra I,

$$\begin{aligned} \lambda(\rho_I) &= \frac{5.340}{6.230} (0.001 + 0.002 + 0.004) \\ &= 0.86 (0.007) = 0.006 \text{ g cm}^{-3} \end{aligned}$$

Análogamente, se obtiene  $\lambda(\rho_{II}) = 0.006 \text{ g cm}^{-3}$

-plicadas e incómodas. Puesto que no es necesario calcular las cifras de incertidumbre con mayor aproximación de 10 ó 20%, se debe procurar siempre la obtención de aproximaciones que ahorren tiempo. Cuando el número de ensayos sea tan pequeño que no sea posible obtener límites de error fidedignos por consideraciones estadísticas, habrán de determinarse por un buen juicio basado en la experiencia. Conviene hacerlos de cuantía suficiente para que sean seguros, pero no absurdamente grandes. En un informe largo y detallado, debe siempre derivarse un análisis cuantitati

## V. Discusión. (f)

Los valores y límites de error obtenidos para la densidad del sólido a 25°C son:

$$\text{Muestra I: } 5.340 \pm 0.006 \text{ g cm}^{-3}$$

$$\text{Muestra II: } 5.352 \pm 0.006 \text{ g cm}^{-3}$$

El valor medio es  $5.346 \text{ g cm}^{-3}$ . El valor dado por el Handbook of Chemistry and Physics es  $5.35 \text{ g cm}^{-3}$  a 20°C; el cálculo basado en el volumen de la célula cristalográfica y el peso atómico da un valor de  $5.355 \text{ g cm}^{-3}$ . Sólo el mayor de los dos resultados (el de la muestra II) concuerda dentro de los límites de error con el valor del Handbook.

Los valores obtenidos para las dos muestras difieren del valor medio justamente en el límite de error asignado. Sin embargo, la diferencia es mucho mayor de lo que debería ser, considerando el hecho de que la parte de error en V es la misma en los dos ensayos. Esto hace pensar que el material examinado quizá sea algo no homogéneo, por lo que, las dos muestras tienen una ligera diferencia de densidad. Se sugiere la posibilidad de que la muestra I tiene grietas inaccesibles al líquido o que las dos muestras tienen fisuras en diferente grado. Si esta suposición es cierta, el valor que merece mayor confianza es el más alto, que es el de la muestra II, si bien sobre la base de sólo dos muestras no hay prueba intrínseca de que la muestra II esté exenta de defectos.

vo de las incertidumbres y se ha de presentar un valor numérico límite de error (o alguna otra medida apropiada de la incertidumbre). En un informe breve puede bastar la discusión cualitativa de las fuentes de error. En tal caso, se omite esta sección.

(f) Esta es la sección más flexible de todo el informe y el alum

La concordancia del resultado de la muestra II con los valores reconocidos en la literatura técnica es satisfactoria, pero en general la mejor indicación de confianza sería la conformidad entre los resultados de varias muestras.

Las ecuaciones (8) y (9) muestran que la parte mayor en el error total procede de la imprecisión en el volumen V del picnómetro. La precisión experimental indica que midiendo el peso - del picnómetro lleno de agua sola, podía haberse obtenido un mejor valor de V. Esto habría reducido la incertidumbre en la densidad, pero no habría mejorado la conformidad entre las dos muestras.

-no debe basar en su propio juicio la elección de temas para la discusión. Debe presentar con claridad los resultados del experimento, frecuentemente en forma tabular o gráfica. Por lo general es útil la comparación entre estos resultados y los valores teóricos o experimentales que se hallan en obras y trabajos de revistas. Debe hacerse un comentario sobre las discrepancias respecto de los valores aceptados o esperados. En esta discusión de muestra se hace también un comentario sobre "discrepancias internas", errores sistemáticos posibles y la importancia relativa de varias fuentes de error fortuito; y se apunta una breve sugerencia para el mejoramiento del método experimental. Otros posibles temas son la conveniencia del método empleado con relación a otros métodos, aplicaciones del método, mención de circunstancias especiales o dificultades que pudieran haber influido en los resultados, discusión de las aproximaciones realizadas o que pudieran haberse hecho, ideas para variaciones o mejoras en los cálculos, opinión acerca de la significación teórica de los resultados.

## VI. Referencias. (g)

1. N. Bauer, "determination of density", Cap. VI en A. Weissberger (dir), "Technique of Organic Chemistry", 2a ed., Vol I, esp. págs. 238-290, Interscience, New York (1949).
2. "Handbook of Chemistry and Physics", 41a ed., pág 2129. Chemical Rubber Publishing Co., Cleveland (1959).
3. Ibid., pág 579.
4. R. W. B. Wyckoff, "Crystal structures", Vol. I, p. 11 - 10 y tabla II, 6, Interscience, Nueva York (1951).

(g) Un modo apropiado para referirse a un libro es el ejemplo de la entrada número cuatro citada arriba. Si el nombre del editor no es muy conocido, debe escribirse completo (vease la entrada 2) si la ciudad de la publicación no es muy conocida, conviene indicar el estado o el país. El modo de citar un libro que contiene capítulos escritos por diferentes autores se ilustra en la entrada 1. La citación de artículos de revistas se muestra en las muchas referencias dadas en este manual. En los informes mecanografiados es práctica común subrayar solo el número que indica el volumen de la revista.



## PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 1

1. Mencione los tipos de palanca que existen y descríbalos.
2. ¿Qué significa la torca de una fuerza y cómo está definida?
3. ¿Qué diferencia existe entre masa y peso?
4. Describa una balanza de dos brazos.
5. Se tiene una balanza de brazos iguales y el marco del fiel está graduado en 100 divisiones. Si sólo se tienen cuentas de vidrio que pesan 100mg, ¿qué peso mínimo se podrá detectar?

## P R A C T I C A 1

Objetivo: conocimiento de la balanza analítica y su manejo.

Principios preliminares:

Concepto de masa y peso.

Teoría de la pesada.

Balanza de sustitución. (de un solo platillo)

Propiedades de la balanza.

Errores.

Concepto de masa y peso.

La balanza analítica está diseñada para establecer una comparación entre objetos de masa desconocida con objetos cuya masa si se conoce y solo dentro de los límites de detección de la balanza.

En ocasiones el concepto de masa es confuso para el principlante. Masa es la cantidad de materia contenida por un objeto y cuya característica es ser constante. Es una medida de la inercia de un cuerpo, es decir, la tendencia que tiene un cuerpo de permanecer en el reposo o en movimiento en una línea recta.

En cambio, el peso es una medida de la fuerza que resulta de la atracción gravitacional ejercida por la tierra. Varía con la localización geográfica, pues la fuerza de atracción depende de la distancia que hay entre el objeto y el centro de la Tierra.

En resumen, la masa es constante en el Universo y depende sólo de la cantidad de materia en el objeto; el peso no es constante universalmente y depende de la cantidad de materia y de la relación que hay entre el objeto y un cuerpo mucho mayor que ejerce una atracción gravitacional sobre él.

Habiendo señalado esta distinción entre masa y peso, se debe

- señalar que ambos conceptos son igualmente usados, esto sucede debido a que la balanza analítica está diseñada para comparar un peso desconocido con una masa conocida bajo condiciones de igual atracción gravitacional. La localización geográfica y también la atracción gravitacional del objeto y de la masa conocida es el mismo durante la comparación, y como resultado, los pesos son iguales cuando las masas son iguales. Por conveniencia el término peso es usado y referido idénticamente al término masa y la distinción entre los dos es hecha sólo cuando se requiere.

#### Teoría de la pesada.

Existen dos tipos de balanza usados en la mayoría de los laboratorios analíticos. La balanza de brazos iguales o de doble platillo usada por Lavoisier fue el tipo más popular de balanza hasta hace poco tiempo, pero ha sido desplazada por la balanza de sustitución o de un solo platillo.

La teoría de la balanza es la teoría de una palanca de primera clase, cuyo fulcro yace entre los extremos de la palanca. En la balanza de doble platillo el objeto a ser pesado se coloca en el platillo izquierdo, representado por  $M_x$  en la figura (1), y los pesos conocidos,  $M_c$ , se depositan en el platillo derecho.  $M_x$  y  $M_c$  representarían en realidad no sólo el objeto y las pesas respectivamente, sino también los estribos y platillos suspendidos de los brazos de la balanza. Por simplicidad, se asumirá que los dos sistemas suspendidos están igualados, permitiendo considerar sólo los objetos adicionales en los platillos.

Las fuerzas que actúan sobre los dos brazos de la palanca cuando están cargados son:

$$F_x = M_x g \qquad F_c = M_c g \qquad (1)$$

donde  $g$  es la aceleración debida a la gravedad.

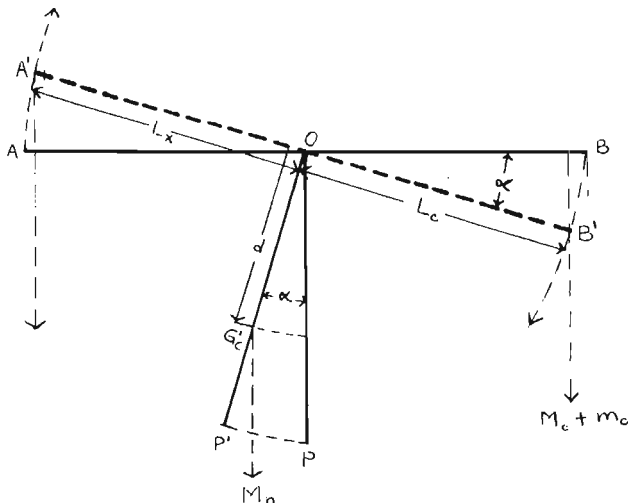


Figura 1. Giro del brazo por una pequeña sobrecarga.

AOB representa la posición de equilibrio de la balanza. En esta posición los momentos son iguales y usando la ley de momentos se puede escribir

$$F_x L_x = F_c L_c \quad (2)$$

Sustituyendo la ecuación (1) en la (2), queda:

$$M_x g L_x = M_c g L_c \quad (3)$$

Ya que  $L_x = L_c$  por diseño de la balanza y que  $g$  es una constante, resta sólo

$$M_x = M_c$$

Cuando hay un exceso de masa en alguno de los platillos, por ejemplo,  $m_o$ , la fuerza adicional  $m_o L_c$  ocasiona una deflexión del brazo en el sentido de las manecillas del reloj con respecto al fulcro O. Existe también una torca restaurativa debida a la masa del brazo  $M_N$  actuando sobre su centro de gravedad,  $G'$ , que ocasiona que se pare el brazo y regrese su movimiento cada vez que la fuerza de la torca exce-

-da la fuerza que ocasionó la deflexión. El brazo cesaría su movimiento finalmente en la posición  $P'$  si la adición de la masa  $m_0$  ocasionara un desplazamiento del centro de gravedad a través del arco  $G_c G'_c$ .

La balanza de sustitución o de un solo platillo es una modificación de la balanza de brazos iguales. Usa un peso fijo en uno de los brazos de la balanza y pesas removibles en el otro, y la longitud de -- sus brazos y peso total del sistema de ellos ajustados en tal forma que los momentos de los dos brazos sean iguales.

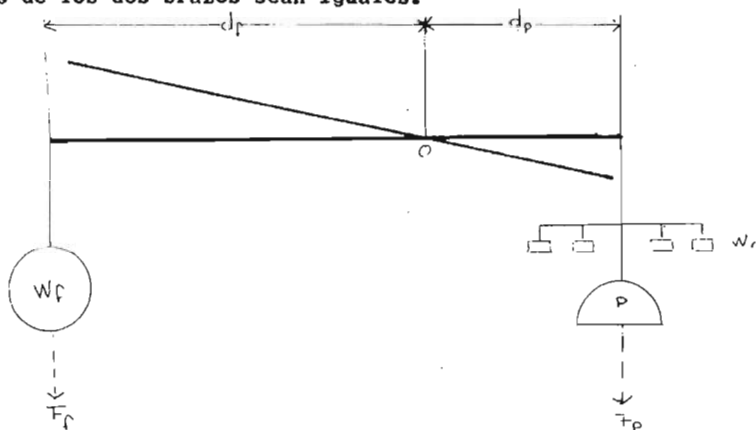


Figura 2. Principio de la balanza de sustitución.

$W_f$  = peso fijo

$W_r$  = pesas removibles

$d_f$  = longitud del brazo con el peso fijo

$d_p$  = longitud del brazo del platillo

$F_f$  = fuerza gravitacional sobre el brazo del peso fijo

$F_p$  = fuerza gravitacional sobre el brazo del platillo

O = fulcro

P = platillo

$W_{fa}$  = peso total del brazo con el peso fijo

$W_{pa}$  = peso total del brazo del platillo, platillo y  $W_r$

Conforme al diseño de la figura 2, la ecuación (2) se convierte en

$$F_f d_f = F_p d_p \quad (4)$$

donde

$$F_p = W_{pa} g \quad (5)$$

y

$$W_{pa} = W_a + W_p + W_r \quad (6)$$

donde  $W_a$  es el peso del brazo de la balanza,  $W_p$  es el peso del platillo y del sistema de suspensión, y  $W_r$  es la suma de las pesas removibles. Debido a que  $F_f d_f$  es constante,  $F_p d_p$  deberá ser siempre el mismo cuando la balanza está en equilibrio. La única variable en  $F_p d_p$  es  $W_r$ , que puede variarse por las pesas movibles. Como consecuencia, las pesas son removidas en la balanza de sustitución más que añadidas como en la balanza de brazos iguales.

Si un objeto que tenga el peso exacto de alguna de las pesas movibles se deposita en el platillo y dicha pesa es retirada, la balanza permanecerá en equilibrio debido a que no hay cambio efectivo en el peso o momento del brazo de la balanza. Sin embargo, esto no ocurre con regularidad. En estos casos, el brazo de la balanza será desplazado de su posición de equilibrio debido a la diferencia entre el peso del objeto y la suma de las pesas removidas y tomará la posición de la línea acotada en la figura 2. Se usa una escala de proyección óptica para medir este desplazamiento.

La sensibilidad de la balanza de brazos iguales varía con la cantidad de carga en los platillos. Tal variación es probablemente debida a los efectos de fricción que se incrementan conforme el peso de los platillos se incrementa. La balanza de sustitución tiene como su mayor ventaja una carga constante principal que repercute en la -

- sensibilidad constante remanente.

#### Balanza de sustitución.

La balanza de sustitución o de un solo platillo es normalmente la más usada en los laboratorios analíticos. Las pesas están dispuestas en la estructura de la balanza y, de esa manera, se evita imprecisión.

La característica esencial de la balanza de sustitución es que es una balanza de carga constante. Al igual que la balanza de brazos iguales, la balanza de sustitución es una palanca de primera clase con las pesas y el platillo en uno de los lados del fulcro y el contrapeso en el otro. El platillo de pesada y el conjunto de pesas penden de un mismo sistema de suspensión del brazo. Cuando se coloca un objeto en el platillo, las pesas correspondientes al peso del objeto son retiradas. Así pues, la balanza siempre está bajo una carga constante operando siempre con una sensibilidad constante. La balanza está ajustada de tal forma que mediante una escala situada en el brazo de la balanza y su proyección en base a un sistema de espejos e iluminación sobre otra escala que aparece en el tablero indicador, proporcione de una manera similar al vernier o calibrador las últimas cifras del peso del objeto, que son una fracción de la pesa más pequeña de la balanza. Así, el grado de deflexión del brazo de la balanza respecto a su posición de reposo es leído de la escala proyectada e indica la masa requerida para restaurar la posición de reposo inicial del brazo de la balanza.

#### Propiedades de la balanza.

La balanza mencionada anteriormente debe, por supuesto, ser exacta y reproducible dentro de los rangos de sensibilidad. Para que la balanza sea exacta, deben considerarse cuidadosamente muchos aspectos importantes en su diseño.

Como ya se mencionó, la balanza de doble platillo debe tener sus brazos iguales. Los tres bordes en forma de cuchilla deben estar en el mismo plano y deben ser paralelos. También éste es aplicable para la balanza de un solo platillo. La balanza debe ser rápida o por lo menos regresar a la posición de equilibrio en un tiempo razonable.

La balanza debe estar estabilizada. Las condiciones de estabilidad se consiguen cuando el centro de gravedad del sistema oscilante está por debajo del plano de soporte.

Una balanza debe ser sensible, es decir, debe tener una respuesta adecuada para diferencias de pesos muy pequeñas. La sensibilidad es una medida de la relación que existe entre el desplazamiento que ocasiona un pequeño objeto detectable y la masa de dicho objeto. La sensibilidad está afectada por los siguientes puntos:

1. La sensibilidad es directamente proporcional a la longitud del brazo de la balanza. Considerando solamente este factor, los brazos largos mejoran la sensibilidad.

2. La sensibilidad es inversamente proporcional a la masa del sistema oscilante (brazos, platillos y carga). Si esta masa se incrementa, la sensibilidad disminuye. Como resultado, las balanzas de un solo platillo operan a una sensibilidad constante pero mínima. Es por ello que son construidas de materiales muy ligeros como el aluminio o magnesio - aluminio.

3. La sensibilidad es inversamente proporcional a la distancia entre el plano del soporte y el centro de gravedad del sistema oscilante. Si se incrementa esta distancia, la sensibilidad disminuye.

4. Finalmente, la fricción de las partes móviles debe mantenerse al mínimo ya que si ésta incrementa, la sensibilidad disminuye. Es por ello que todas las partes de la balanza que estén expues -



-tas a la fricción deben mantenerse limpias y libres de cualquier daño.

La revisión de estos cuatro puntos muestran incompatibilidades. Por ejemplo, el centro de gravedad del sistema oscilante debe estar por debajo del plano del soporte para proporcionar estabilidad sin embargo, entre mayor sea la distancia entre ellos, menor es la sensibilidad. La sensibilidad se mejora si se incrementa la longitud de los brazos de la balanza, pero también se incrementa el peso y -- por tanto, se reduce la sensibilidad.

#### Errores.

Los errores están clasificados en cuatro clases principales: instrumentales, electrostáticos, de efecto flotante, y de efecto atmosférico.

1. Los errores instrumentales incluyen cualquier error inherente a la construcción u operación de la balanza, incluyendo las pesas usadas. Los errores en construcción pueden ser: la desigualdad de los brazos de la balanza, bordes astillados de las cuchillas de sostén, daños por corrosión, distorsión del brazo por un exceso de carga, polvo sobre la superficie del brazo. Muchos de los errores debidos a las pesas se deben a la diferencia entre el peso verdadero y el peso marcado. Por ejemplo, usualmente hay dos pesas de 10 gramos en cada caja de pesas, pero en realidad pesan  $10 \text{ g} \pm 0.05 \text{ mg}$ . Este puede corregirse calibrando cada pesa; dichas calibraciones deben -- chequearse periódicamente ya que con la manipulación o con algún golpe, sus pesos pueden variar.

2. Se producen efectos electrostáticos en el vidrio cuando se frota con tela o papel. Si se coloca un objeto cargado en el platillo de la balanza, parte de la carga se disipa en la atmósfera y otra parte se distribuye en la balanza. Ya que las partes metálicas

- cargadas se repelen entre sí, se ocasiona una fuerza extraña al sistema, produciéndose así un error al pesar. Para eliminar tal error debe dejarse pasar un tiempo razonable entre la limpieza de las partes de vidrio de la balanza y la operación de pesar para que se disipen completamente las cargas. Una pequeña cantidad de materia radiactivo colocado en el platillo de la balanza disipará la carga más rápidamente debido a que ioniza el aire. Este error está relacionado con la humedad y es más pronunciado en condiciones de humedad baja.

3. Los errores de efecto flotante son debidos a la fuerza que hace flotar un objeto en un fluido. Un objeto flotará debido a la diferencia que existe entre las densidades del objeto y del fluido que desplaza. El peso de una piedra en agua es menor que su peso en aire, debido a que el aire es menos denso que el agua.

Tales errores ocurren cuando el volumen y la densidad del objeto difieren del volumen y densidad de las pesas usadas. Estos errores pueden eliminarse en algunos casos, usando un densímetro, o calculando el peso del objeto al vacío. El peso al vacío de un objeto puede determinarse usando la siguiente ecuación:

$$W_{vac} = W_{aire} + W_{aire} (0.0012/d_o - 0.0012/d_w) \quad (7)$$

donde

$W_{vac}$  = peso al vacío  
 $W_{aire}$  = peso en el aire  
 $0.0012$  = densidad del aire  
 $d_o$  = densidad del objeto  
 $d_w$  = densidad de las pesas



4. Efectos atmosféricos. Algunos materiales ganan peso cuando se exponen a la atmósfera mientras que otros lo pierden. Esto puede deberse a la absorción o pérdida de agua, oxígeno, etc.

**Material:**

Balanza analítica.

Tubos de ensaye preparados.

**Procedimiento.**

Preparación de los tubos de ensaye: tómesese un número determinado de tubos de ensaye (5 X 50 mm). Llénelos con plastilina hasta la mitad, ajustando los tubos a un mismo peso aproximadamente. Funda la plastilina poniendo los tubos en baño maría. Vierta dentro de ellos cantidades diferentes de balines de acero (2 mm de diámetro). - Por último, deje solidificar la plastilina.

**Observaciones:**

1. Asegúrese que la balanza esté nivelada.
2. Antes de conectar la balanza a la corriente, asegúrese que la perilla de encendido esté en la posición neutral.
3. Asegúrese que el platillo esté completamente limpio y fijo.
4. Ponga la palanca de encendido a medio disparo y ajuste todas las perillas a cero.
5. Asegúrese de no poner pesos que sobrepasen el límite de la balanza.
6. Nunca debe colocar pesos sobre el platillo de la balanza ni moverla cuando la perilla de encendido esté marcando medio disparo o disparo completo.
7. Proteja el platillo de la balanza colocando el objeto o sustancia a pesar dentro de un material protector.

**Operación:**

Asegúrese que la perilla de encendido esté en la posición neutral y coloque el tubo a pesar en el platillo. Cierre las ventanas de la balanza para evitar que las corrientes de aire hagan osci-

-lar el platillo.

Coloque la perilla de encendido en medio disparo.

Mueva la perilla de las decenas de gramo, en aumento gradual, observando constantemente la proyección de la escala (vernier). Tan pronto se observe que la proyección cambia abruptamente elevándose la posición de cero arriba del índice, indicará que la lectura está entre las decenas marcadas y las decenas de la posición anterior.

Mueva la perilla de las decenas a la posición anterior. La posición de cero de la proyección bajará del nivel del índice.

Repítanse los pasos anteriores para las unidades de gramo.

Coloque la perilla de encendido en disparo completo para obtener las décimas, centésimas y milésimas de gramo por medio de la proyección.

Si la transparencia está en una posición tal que no coincidan perfectamente alguna de las rayas de la proyección con las del índice, entonces mueva la perilla de ajuste fino para hacer coincidir alguna de las rayas de la proyección con el índice. Esta perilla mueve ópticamente la proyección dentro del rango de una división. Si la perilla que lo mueve está dividida en diez partes, se tendrán entonces mediciones de décimas de miligramo; en caso de estar dividida en cien partes, se obtendría hasta centésimas de miligramo.

Reporte de resultados.

Habiendo pesado todos los tubos, determine el peso de cada balín. Grafique número de balines estimado por tubo en función del peso del tubo respectivo.

## PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 1

1. ¿Cuál es la función del medio disparo y qué mecanismos se accionan?
2. ¿Por qué no se debe colocar peso sobre el plato cuando la balanza está en el disparo completo?
3. ¿Por qué no debe excederse en el peso máximo de la balanza?
4. ¿Cuál es la sensibilidad de la balanza que usó?
5. Una balanza de brazos iguales tiene las siguientes especificaciones de diseño:

La longitud de cada brazo es de 50 cm; el peso de cada brazo es de aproximadamente 10 gramos; el centro de gravedad se localiza a - 5 cm del fulcro sobre el eje del fiel de la balanza y su peso, para la resolución de este problema, considérese despreciable.

a) si se colocan pesos en cada uno de los platillos de 1 g y 400 mg respectivamente, calcúlese el ángulo que forma el fiel de la balanza con respecto a la vertical.

b) Determinése la sensibilidad de la balanza.

c) ¿Cómo se vería afectada la sensibilidad de la balanza si la distancia entre el centro de gravedad y el fulcro se reduce a 3 cm?

## B I B L I O G R A F I A

C. T. Kenner, R. E. O'Brien.

Analytical separations and Determinations.

The Macmillan Company. New York (1971).

Clifford N. Wall, R.B. Levine, F. E. Christensen.

Physics Laboratory Manual.

Prentice Hall, Inc. 3rd edition. New Jersey (1972).

David P. Shoemaker, C. W. Garland.

Experimentos de Fisicoquímica.

Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana. 1a edición. México (1968).

## PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 2

1. ¿Qué es densidad?
2. ¿Qué es gravedad específica?
3. Mencione las diferencias que existen entre los conceptos de densidad y gravedad específica.
4. ¿Qué factores afectan la densidad y cómo lo hacen?
5. Explique el principio de Arquímedes.
6. ¿Qué es equilibrio de flotación?

## P R A C T I C A 2

## HIDROSTATICA

Objetivo: revisión y aplicación de los conceptos de densidad.

## Principios preliminares:

Densidad y gravedad específica.

Picnómetros.

Método de presión ascendente.

Equilibrio de flotación.

Caída de la gota.

Aplicaciones de las medidas de densidad.

## Densidad y gravedad específica.

La cantidad de materia contenida en la unidad de volumen de cualquier sustancia es una característica de esa sustancia a temperatura y presión constantes. Esta cantidad es la densidad. En el uso práctico la propiedad física usualmente encontrada es la gravedad específica,  $\rho_{t'}^t$ . La gravedad específica de una sustancia es el peso de esa sustancia a  $t^{\circ}\text{C}$  relativa al peso de un volumen igual de agua a  $t'^{\circ}\text{C}$ . Usualmente  $t = t'$  en medidas de gravedad específica.

La gravedad específica de un líquido es fácilmente medible, sin embargo para los sólidos no es fácilmente determinable debido a la heterogeneidad de la mayoría de las muestras sólidas.

La gravedad específica de un líquido puede escribirse como:

$$\rho_{t'}^t = \frac{\frac{m}{V}^t \text{ liq}}{\frac{m}{V}^{t'} \text{ H}_2\text{O}} \quad (1)$$

donde  $m$  representa peso y  $V$  volumen.



Evidentemente esta es una magnitud adimensional;  $m$  y  $m'$  se expresan en gramos y  $V$  en  $\text{cm}^3$ .

Como una cantidad de referencia en el denominador de la ecuación (1), el peso por unidad de volumen de agua a  $4^{\circ}\text{C}$ , en  $\text{g}/\text{cm}^3$ , es muy importante. El agua pesa  $1.00 \text{ g}/\text{cm}^3$ . Por lo tanto la gravedad específica referida a  $4^{\circ}\text{C}$  resulta ser, de la ecuación (1):

$$\rho_4^t = \frac{m}{V}_{\text{liq}}^t \quad (2)$$

La gravedad específica relativa al agua a  $4^{\circ}\text{C}$ ,  $\rho_4^t$ , se llama densidad. Convencionalmente se asignan las unidades de  $\text{g}/\text{cm}^3$  a esta propiedad.

La densidad y la gravedad específica se relacionan por la ecuación (3), la cual resulta de la combinación apropiada de (1) y (2):

$$\rho_4^t = \rho_t^t \times \rho_4^{t'}(\text{H}_2\text{O}) \quad (3)$$

donde  $\rho_4^{t'}(\text{H}_2\text{O})$  es la densidad del agua a  $t'^{\circ}\text{C}$ .

Las densidades de los líquidos se pueden determinar al medir el peso del líquido que ocupa un volumen conocido (métodos picnométricos), y por métodos de presión ascendente basados en el principio de Arquímedes.

#### Picnómetros.

Los picnómetros son recipientes con cuellos capilares en los que se pesa un volumen definido de líquido. El volumen se determina al pesar el recipiente lleno con agua como una función de la temperatura definida.

Para obtener una exactitud hasta de cinco decimales en las determinaciones de las densidades, se debe observar un número de precauciones. Las pesas se corroborarán unas con otras para obtener sus

- valores relativos. No es necesario comparar el juego con una masa estándar. Uno de los errores más grandes se debe a menudo a la absorción de una cantidad incierta de humedad por el vidrio, y es necesario limpiar el picnómetro con un paño y dejarlo en reposo en la caja de la balanza durante varios minutos antes de pesarlo.

Para obtener el peso verdadero del líquido en el picnómetro, es necesario corregir por la presión ascendente del aire; el volumen ocupado por el vidrio del picnómetro se puede excluir del cálculo si la tara tiene muy aproximadamente el peso y densidad idénticas. El peso verdadero  $W_0$  (corregido al vacío) se calcula de la ecuación:

$$W_0 = W \left( 1 + \frac{\rho_{\text{aire}}}{\rho_s} - \frac{\rho_{\text{aire}}}{8.5} \right) \quad (4)$$

donde  $W$  = peso aparente dado por las pesas;  $\rho_{\text{aire}}$  = densidad del aire;  $\rho_s$  = densidad de la sustancia que se pesa.

La densidad del aire generalmente ha de tomarse como ---  $0.0012 \text{ g/cm}^3$ , pero para trabajo exacto se debe considerar la variación de la densidad del aire debido a cambios en la temperatura ambiente, - presión barométrica y humedad relativa.

Para determinar la densidad de un sólido, es necesario un picnómetro con una boca ancha que permita el paso del sólido. El tipo ordinario es un pequeño frasco con un tapón de vidrio esmerilado a través del cual avanza un fino capilar.

El frasco se llena con agua y se inserta firmemente el tapón. Después se equilibra a una temperatura; se limpia el exceso de líquido, se seca el picnómetro y se pesa. Se pesa el picnómetro vacío y en seguida con el sólido. Después de llenar con agua (más el sólido), se pesa - una vez más y entonces se dispone de todos los datos para calcular el - peso y el volumen del sólido y su densidad. En el caso de que el sólido

- sea soluble en agua, se usa otro líquido de densidad conocida.

La mayor fuente de error en la determinación de la densidad de un sólido, es la adsorción de aire por el sólido.

#### Métodos de presión ascendente.

La balanza de Westphal es más exacta que el hidrómetro graduado de flotación. Depende del principio de Arquímedes, conforme en que el efecto de empuje ascendente es directamente proporcional al peso del líquido desplazado. Se suspende el bulbo en agua pura con el peso unitario en posición y se gira un tornillo de elevación hasta -- que la aguja indique cero en la escala. Después se seca el bulbo y se suspende en el líquido cuya densidad va a medirse. Las pesas más pequeñas se colocan en los lugares apropiados sobre la escala para restaurar el punto de equilibrio. Algunas balanzas están construidas -- con tres jinetes que corresponden a 0.1, 0.01 y 0.001 y la escala se divide en diez partes iguales. La posición en la escala da el valor numérico para cada jinete, es decir, si el jinete 0.1 está en 9, el 0.01 en 8 y el 0.001 en 7, el peso específico es 0.987.

La temperatura se lee directamente en el termómetro que está encerrado en el bulbo. Se usa un alambre de platino muy fino para la suspensión del bulbo; el efecto de la tensión superficial en este alambre es despreciable para trabajo ordinario, pero para trabajo exacto puede ser una fuente de error. El alambre estará sumergido a la misma profundidad en todas las mediciones.

#### Equilibrio de flotación.

El inconveniente del alambre que emerge a la superficie del líquido en el caso de la balanza de Westphal, se puede eliminar manteniendo el bulbo tan cuidadosamente ajustado que ni se sumerja ni se eleve en el líquido.

Se pueden realizar mediciones de densidad exactas al colocar una pieza de hierro en el flotador y medir la fuerza del campo magnético necesaria para mantener el bulbo en equilibrio de flotación.

Gilfillan ajustó la presión hidrostática sobre el líquido con una columna de mercurio hasta que obtuvo el equilibrio del bulbo. Calibró el aparato con soluciones diluidas de cloruro de potasio de densidades conocidas.

La densidad de sólidos se puede determinar de una manera similar al mezclar dos líquidos de densidad diferente hasta que el sólido ni se eleve ni se hunda.

Se debe evacuar el sistema para eliminar el aire del sólido. Un líquido pesado como el yoduro de metileno, se mezcla con un líquido ligero, benceno, y se determina la densidad de la mezcla final con un picnómetro. La densidad del líquido es la misma que la densidad del sólido con el que está en equilibrio de flotación.

#### Caída de la gota.

Este método es especialmente útil cuando se dispone solamente de pequeñas cantidades de muestra. Este método requiere medir la velocidad de caída de una gota de líquido a través de un fluido inmisible de densidad conocida.

#### Aplicaciones de las medidas de densidad.

La densidad es una propiedad fundamental de un compuesto debido a que refleja el tipo y arreglo de los átomos en la molécula y el arreglo de las moléculas en muestras macroscópicas. El volumen molar,  $M/d$ , donde  $M$  es el peso molecular, es una cantidad muy útil en estudios estructurales. La refracción molar es una función del volumen molar. La densidad también se usa en el cálculo de la rotación específica de un líquido puro.

La densidad es un criterio auxiliar en la identificación y -- determinación de pureza. La Farmacopea de los Estados Unidos y el National Formulary especifican rangos estrechos en los cuáles debe estar la gravedad específica de los líquidos.

La densidad de una mezcla es función de la composición de la solución y en algunos casos puede utilizarse en análisis cuantitativo de la mezcla. La aplicación analítica de las medidas de densidad es la determinación del contenido de alcohol en soluciones acuosas. Se elabora una curva estándar midiendo la gravedad específica de soluciones diferentes de alcohol y agua exactamente preparadas. La gravedad específica de la solución desconocida se mide bajo condiciones idénticas y su concentración se interpola de la curva. Se han publicado tablas con datos de gravedad específica - concentración de alcohol, las cuáles pueden utilizarse directamente en lugar de preparar la curva estándar.

Cuando se analizan elixires, tinturas, espíritus y extractos fluidos, se requiere una destilación preliminar para separar el alcohol de otros componentes y así determinar su concentración.

La densidad de un líquido puede determinarse pesando un volumen conocido de él. La precisión al medir el líquido determina la precisión de la densidad obtenida de esta forma. Es más fácil y comúnmente - más exacto determinar la gravedad específica pesando un recipiente lleno con el líquido y después pesar el mismo recipiente, pero ahora lleno con agua; la gravedad específica se calcula entonces de la ecuación (1).

**Material:**

Baño de agua.	Pipetas volumétricas de 10, 20, 50 ml.
Picnómetros.	Matraces aforados de 100 ml.
Termómetros.	Balanza analítica.
Balanza de Westphal.	

**Reactivos:**

Etanol.

Agua destilada.

**Procedimiento.****A. Uso del picnómetro.**

Un picnómetro se llena con el líquido y se coloca a temperatura constante en un baño maría hasta alcanzar el equilibrio. El picnómetro se tapa, saliendo el líquido excedente por el capilar. Este exceso se quita cuidadosamente con papel absorbente y después se retira el picnómetro del baño. El exterior del picnómetro se limpia cuidadosamente -- con un lienzo ligeramente húmedo que no desprenda peluza. Se deja el picnómetro en la balanza durante 15 a 20 minutos, para que alcance el equilibrio en dicha atmósfera. Entonces se pesa.

Esta operación completa se repite con agua como líquido de -- prueba.

Finalmente se pesa el picnómetro vacío.

Estos tres pasos dan todas las variables para calcular la gravedad específica con la ecuación (1). La densidad, si se desea, puede -- calcularse con la ecuación (3).

**B. Uso de la balanza de Westphal.**

Esta balanza es muy útil para la determinación de gravedad específica de líquidos. El principio de la balanza consiste en que una plomada (ocupando un volumen de cerca de 5 ml), yace suspendida del brazo -- de la balanza y se sumerge en el líquido de prueba, en el cual la plomada se ve sujeta a un efecto boyante, equivalente al peso del líquido desplazado. Este efecto boyante se mide colocando pesas en el brazo de la -- balanza graduado para sumergir la plomada y colocarla en un punto de referencia constante. Si el instrumento se ha calibrado previamente con a-

-gua, las pesas que se añaden cuando la plomada se sumerge en otro líquido será la medida de la gravedad específica de éste.

El brazo tiene nueve muescas para dividir la distancia entre las dos cuchillas en diez partes iguales. Se usan jineterillos que pesan 5, 0.5, 0.05, y 0.005 g, que corresponden a la primera, segunda, tercera y cuarta cifra decimal en el peso específico. Hay dos jinetes de 5 g para medir densidades mayores que la unidad. Para la densidad 1.0 se cuelga un jinete de 5 g del mismo gancho que sostiene el cuerpo testigo, e dos jinetes de 5 g en la división 5 ó en las divisiones 4 y 6, etc. - Cuando hay que colgar dos o más jinetes en la misma división, uno se coloca en el brazo sobre la muesca y los otros se cuelgan en los ganchos laterales del primero.

Debido a que la temperatura es un factor importante que debe considerarse, en algunos tipos de balanza de Westphal, la plomada trae incorporado un termómetro.

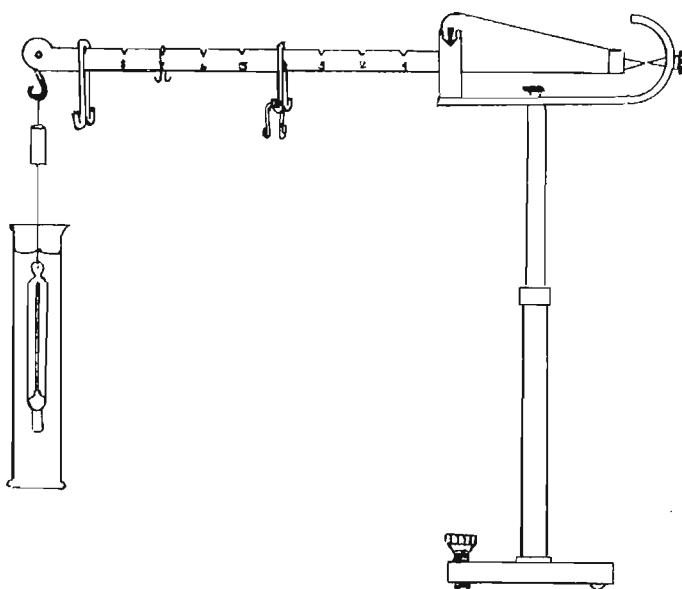


Figura 1. Balanza de Westphal. La densidad del líquido ensayado como ejemplo es 0.9447 .

C. Determinación de la concentración de alcohol en soluciones.

Prepare soluciones de etanol en agua que varían de 0 a 100% de concentración de alcohol. Determine la gravedad específica del agua pura, del etanol puro y de las soluciones etanol agua, todas a la misma temperatura. Elabore una gráfica de gravedad específica contra % en volumen de alcohol.

Su instructor dará dos muestras de alcohol acuoso. Mida sus gravedades específicas y reporte el porcentaje de alcohol en cada muestra utilizando para ello la gráfica correspondiente. Debe trazar dos curvas estándares: una usando la balanza de Westphal y otra, usando el picnómetro.

D. Determinación del contenido de alcohol en tintura de benzoina.

Pipeteo 50 ml de tintura de benzoina dentro de un matraz redondo de fondo plano de 500 ml; mida la temperatura a la cual tomó la muestra. Agregue cerca de 100 ml de agua y coloque algunas piedras de ebullición en el matraz. Conecte un cabezal de destilación y un refrigerante al matraz. Coloque un matraz volumétrico de 100 ml como colector. Destile y colecte cerca de 98 ml del destilado en el matraz. Lleve el destilado a la temperatura a la cual se tomó la muestra. Diluya a 100 ml con agua y mezcle vigorosamente. Esta solución tiene exactamente la mitad del contenido de alcohol de la tintura original.

Lleve la solución a 25°C y determine su gravedad específica. Usando la curva estándar de gravedad específica contra concentración de alcohol, o bien, las tablas de gravedad específica de la literatura, determine el porcentaje de alcohol en la solución final y en la tintura original.



## Reporte de resultados.

1. Trazar las dos curvas estándares correspondientes, explicando las diferencias encontradas, si las hay.
2. Determine el contenido de alcohol en sus problemas.
3. Compare los resultados obtenidos al usar la balanza de Westphal y el picnómetro, explicando las diferencias.

## PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 2

1. Un picnómetro seco pesa 15.6527 g. Cuando se llena con agua de Hamamelis pesa 39.6945 g y cuando se llena con agua ordinaria pesa 40.1908 g; todas las medidas están hechas a 25°C.

a) ¿Cuál es la gravedad específica a 25°C de la muestra de agua de hamamelis?

b) Calcule la densidad del agua de hamamelis.

2. Explique cada paso del ensayo para contenido de alcohol del National Formulary XII para las siguientes preparaciones: extracto fluido de hojas de belladona y elixir de benzaldehído compuesto.

3. Una pelota de pingpong flota sobre el agua contenida en un recipiente cerrado, parcialmente lleno. Si la presión en el recipiente se incrementa bombeando más aire dentro de él, ¿flotaría la pelotita, o se hundiría?

## B I B L I O G R A F I A

Connors Kenneth A.

A textbook of Pharmaceutical Analysis.

John Wiley & Sons, Inc. New York (1967).

Daniels Farrington.

Curso de Fisicoquímica experimental.

McGraw-Hill. México (1972).

Cook - Martin.

Remington's Practice of Pharmacy.

The Mack Publishing Co. Easton, Pa. (1970).

Clifford N. Wall, R. B. Levine, F. E. Christensen.

Physics Laboratory Manual.

Prentice Hall, Inc. 3rd edition. New Jersey (1972).

David P. Shoemaker, C. W. Garland.

Experimentos de Fisicoquímica.

Unión tipográfica Editorial Hispano Americana. 1a edición. México (1968).

## P R A C T I C A 3

## VISCOSIDAD

Objetivo: revisión del concepto de viscosidad y conocimiento del fundamento de los aparatos para su medición.

## Principios preliminares:

Concepto de viscosidad.

Flujo a través de un tubo circular. Ecuación de - -

- Poiseuille.

Ley de Stokes.

Efecto de la temperatura.

Medición de la viscosidad, aparatos. Fundamento.

Viscosidad de dispersiones.

## Concepto de viscosidad.

Gases y líquidos poseen una propiedad conocida como viscosidad que se define como la resistencia que una parte del fluido ofrece al desplazamiento de la otra, es decir, la resistencia al movimiento relativo de dos planos adyacentes en el líquido debido a la fricción interna de las moléculas o viscosidad del fluido. Esta propiedad es muy distinta de la atracción intermolecular y está presente tanto en los gases ideales, como en los reales y líquidos.

Un modelo molecular simple de un líquido fluyendo es el de dos planos de moléculas resbalando uniformemente una sobre otra, entre más rápido se mueva un plano con respecto al otro, éste comparte su momento y su resistencia al flujo. Este tipo de flujo se llama viscoso, laminar o en corriente lineal. La relación entre la tensión aplicada y el gradiente de velocidad perpendicular a la dirección del flujo en el líquido fue descrita por Newton:

$$\text{Tensión tangencial} = \frac{F}{A} = \eta \frac{du}{dx} \quad (1)$$

donde  $F$  es la fuerza aplicada,  $A$  es el área a la cual es aplicada dicha fuerza,  $u$  es la velocidad de flujo,  $x$  es la distancia perpendicular a la dirección del flujo y  $\eta$  es la constante de proporcionalidad o coeficiente de viscosidad.

Despejando e integrando la ecuación (1), resulta:

$$F = \eta A \frac{u}{x} \quad (2)$$

El coeficiente de viscosidad es característico de cada líquido y está definido por el Poise, que es la fuerza, expresada en dinas, necesaria para que un  $\text{cm}^2$  de líquido resbale sobre otro  $\text{cm}^2$  del mismo, situado a un  $\text{cm}$  de distancia con la velocidad de  $1 \text{ cm/seg}$ . Si un plano, teniendo una velocidad de  $1 \text{ m/seg}$ , se mueve en un líquido en forma paralela a un plano estacionario separado  $1 \text{ m}$ , entonces el plano estacionario experimenta una fuerza de arrastre de  $1 \text{ nt/m}^2$  cuando el líquido tiene una unidad de viscosidad, por tanto,

$$1 \frac{\text{Nt/m}^2}{\frac{\text{m/s}}{\text{m}}} = 1 \text{ Nt} \cdot \text{s/m}^2 = 10 \text{ poise} \quad (3)$$

El concepto inverso de la viscosidad es lo que se entiende por fluidez, que se representa por lo general, por la letra  $\phi$  y que es la medida de la facilidad que tiene un líquido al fluir. La unidad de la fluidez es el rhe.

$$\phi = \frac{1}{\eta} \quad \text{rhe} = \frac{1}{\text{poise}} \quad (4)$$

A partir de la ecuación de Newton se tiene que la tensión tangencial ( $\frac{F}{A} = \tau$ ), es proporcional a la velocidad de arrastre ( $\frac{du}{dx} = \dot{\gamma}$ ) y entonces,

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (5)$$

por lo que,  $\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{\text{tensión de arrastre}}{\text{velocidad de arrastre}}$ .

Cuando la tensión de arrastre se grafica contra la velocidad de arrastre se obtiene una línea recta que, pasa por el origen en el ca-

-so de un líquido newtoniano donde tangente de  $\theta$  da la viscosidad del líquido (figura 1):

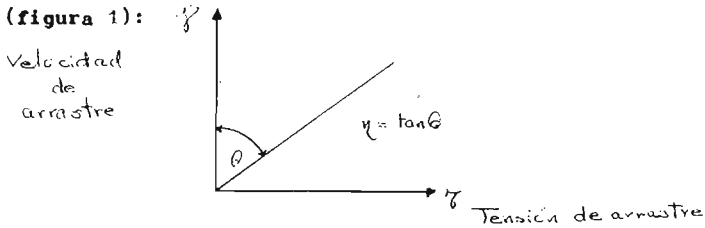


Figura 1.

Flujo a través de un tubo circular. Ecuación de Poiseuille.

Un líquido fluyendo a través de un tubo bajo un régimen de flujo laminar mostrará un gradiente de velocidad que va desde las paredes del tubo, donde las capas adyacentes a ellas estarán estacionarias, hasta el eje de simetría del tubo, donde la velocidad es máxima. La ecuación de Poiseuille reduce los parámetros que afectan la fluidez y su deducción simplificada se presenta a continuación:

Considere un líquido que fluye a través de un capilar de radio  $R$  en la forma de capas cilíndricas coaxiales o tubos, cada uno de anchura  $dr$ ; la fuerza que impulsa a una capa cilíndrica de radio  $r$  es el área lateral de éste:  $2 \pi r dr$ , multiplicada por la presión,

$$F = P 2 \pi r dr \quad (6)$$

Sea  $u$  la velocidad de este tubo, entonces el gradiente de velocidad en ángulos rectos con respecto a la dirección del movimiento es  $\frac{du}{dr}$ . Si  $j$  es el valor de este gradiente entre el tubo de radio  $r$  y el próximo interno a él, entonces el gradiente de velocidad entre el tubo de radio  $r$  y el contiguo externo a él será  $j + dj$ , debido a que el gradiente de velocidad, así como la velocidad, varía en forma seccional al tubo.  $j (= \frac{du}{dr})$  es negativo porque si  $r$  se incrementa,  $u$  decrece. La fuerza actuante en el tubo central debida al tubo interno a él es  $2 \pi r l j \eta$  (resultado del producto del área curva de contacto con los tubos adyacentes, del gradiente de velocidad y de la viscosidad). La

- fuerza ejercida sobre el tubo central por el más próximo tubo externo será:  $2 \pi l (r + dr)(j + dj) \eta$ ; la fuerza neta en el tubo central es:

$$F = - 2 \pi l (r + dr)(j + dj) \eta + 2 \pi l r j \eta \quad (7)$$

Debido a que las dos fuerzas actúan en sentido contrario,

$$F = - 2 \pi l (j dr + r dj) \eta \quad (8)$$

en la cual se omite el término  $dr dj$ . Ya que  $j dr + r dj = d(r j)$ , -- resta,

$$F = - 2 \pi l \eta d(r j) \quad (9)$$

En el estado de reposo, justo antes de que se establezca el flujo, esta fuerza neta retardante es igual a la fuerza debida a la presión aplicada que empuja el tubo hacia afuera, que es igual a la presión por el área seccional del extremo del tubo:  $2 \pi r P dr$ . Por lo tanto:

$$P 2 \pi r dr = - 2 \pi l \eta d(r j) \quad (10)$$

Integrando esta ecuación resulta,

$$r^2 P = C - 2 l r j \eta \quad (11)$$

donde C es una constante de integración. Despejando J,

$$j = \frac{1}{2 r l \eta} (C - r^2 P) = \frac{C}{2 r l \eta} - \frac{r P}{2 l \eta} = \frac{du}{dr} \quad (12)$$

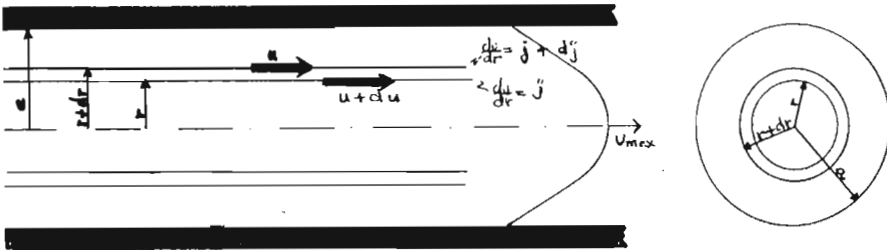


Figura 2. Teoría del flujo laminar a través de un capilar. La curva de la derecha representa la velocidad en puntos diferentes.

Cuando  $r = 0$ ,  $u$  es máxima y entonces,  $\frac{du}{dr} = j = 0$  ; consecuen-  
temente  $C = 0$  ;  $j = \frac{du}{dr} = - \frac{r P}{2 l \eta}$  .

Esta ecuación permite determinar el valor de la velocidad de cualquier tubo de líquido en términos de  $r$ , es decir, por integración,

$$u = \int du = - \frac{P}{2 l \eta} \int r dr \quad (13)$$

$$u = C' - \frac{P r^2}{4 l \eta} \quad (14)$$

donde  $C'$  es una constante de integración. Donde el líquido está en con-  
tacto con el capilar  $u = 0$  pues  $r = R$ , entonces,

$$C' = \frac{P R^2}{4 l \eta} \quad (15)$$

y por tanto, e introduciendo límites a la ecuación (13) se obtiene,

$$u = \frac{P(R^2 - r^2)}{4 l \eta} \quad (16)$$

El líquido fluyendo puede ser considerado como una serie de capas cilíndricas, delgadas, coaxiales, de ancho  $dr$ , con velocidades dadas por la ecuación (16). Un cilindro de éstos transportará en el tiempo  $t$  un volumen  $u \cdot 2 \pi r dr$  y el volumen total transportado por el capilar en el tiempo  $t$ , será la integración de la expresión anterior comprendiendo todos los tubos entre  $r = 0$  y  $r = R$ :

$$V = \frac{\pi P t}{2 l \eta} \int_0^R r(R^2 - r^2) dr = \frac{\pi P R^4 t}{8 l \eta} \quad (17)$$

que representa la ecuación de Poiseuille.

Si la velocidad de flujo del líquido se incrementa por efecto de un incremento en la diferencia de presiones a lo largo del tubo se alcanza una velocidad crítica a la cual la tensión de arrastre en el líquido se vuelve tan grande que el flujo en línea recta o laminar se rompe. El líquido obtiene una casual velocidad radial y sobreviene un "mezclado" por la formación de remolinos. Este es el tipo de flujo tur-

-bulento. Bajo condiciones de flujo turbulento, el líquido en el centro del tubo es continuamente mezclado en tal forma que el gradiente de velocidad se ve notablemente reducido. El líquido adyacente a las paredes del tubo se mueve a pesar de todo, más lentamente y aunque el gradiente de velocidad es grande en esa parte, existe aún una capa delgada de líquido que fluye en forma de corriente lineal, es decir, flujo laminar. A esta capa se le conoce como subcapa laminar y el mezclado en ella sólo sucede por difusión molecular.

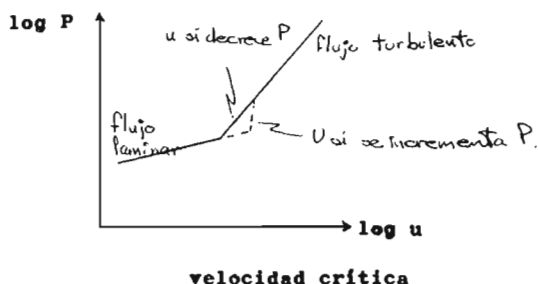


Figura 3. Efecto de la presión sobre la velocidad de flujo.

Bajo condiciones turbulentas se necesita dar un incremento ma yor de presión para proporcionar un mismo incremento en la velocidad ob tenido por un flujo laminar. Reynolds demostró que la transición de flu jo laminar a turbulento dependía del diámetro del tubo ( $d$ ), de la velo- cidad ( $u$ ), de la densidad del líquido ( $\rho$ ), y de la viscosidad ( $\eta$ ):

$$Re = \frac{\rho u d}{\eta} \quad (18)$$

Si  $Re$  es menor de 2000 el flujo es laminar y si es superior - de 3000 es turbulento. La velocidad  $u$  se obtiene dividiendo el volumen del líquido descargado por segundo entre el área seccional interna del tubo.

Para la determinación de viscosidades a través de tubos es im portante que se mantenga el flujo laminar. Así pues, debe seleccionarse el diámetro adecuado del tubo para cada líquido y la presión que debe -



- ejercerse para que la velocidad no sea muy grande, pues de otra manera se obtendrían resultados erróneos.

#### Ley de Stokes.

Si se deja caer una esfera de radio  $r$  a través de un fluido, la capa de fluido adyacente a la superficie se mueve con ella y, la fuerza de arrastre viscoso entre esta capa y el resto del líquido se ejerce sobre la esfera. Esta fuerza de arrastre viscosa o resistencia al movimiento de la esfera ( $f_r$ ) está dada por:

$$f_r = 6 \Pi \eta r u \quad (19)$$

donde  $u$  es la velocidad de la esfera. La fuerza debida a la acción de la gravedad sobre la esfera es:

$$f_g = \frac{4}{3} \Pi r^3 (\rho_1 - \rho_2) g \quad (20)$$

donde  $g$  es la aceleración debida a la gravedad y  $\rho_1$  y  $\rho_2$  son las densidades de la esfera y el líquido respectivamente. Si se incrementa la velocidad,  $f_r$  también se incrementa y cuando  $f_r$  y  $f_g$  son iguales, la velocidad es constante, por lo que, igualando las ecuaciones (19) y (20), queda:

$$\eta = \frac{\frac{2}{9} r^2 (\rho_1 - \rho_2) g}{u} \quad (21)$$

El movimiento de una esfera a través de un líquido deja de ser gobernada por la ley de Stokes cuando el número de Reynolds corresponde a flujo turbulento y en la medición de la viscosidad por el método de la esfera descendente, debe vigilarse el usar una esfera de diámetro y densidad apropiados.

La viscosidad de un fluido es independiente de su densidad y la densidad sólo se involucra como una medida de la presión aplicada al líquido.

En la ecuación de Poiseuille, la presión puede determinarse por el nivel del líquido ( $h$ ) pues,  $P = h \rho g$ , y cuando se comparan dos

- líquidos, bajo las mismas condiciones de nivel, la presión es proporcional a la densidad en cada caso. Similarmente en la fórmula de Stokes, la diferencia de densidades entre la esfera y el fluido determina sólo la fuerza actuante sobre la esfera por acción gravitatoria.

Efecto de la temperatura.

La expansión de un líquido por un incremento de temperatura aumenta el espacio libre y se permite a las moléculas moverse con más libertad, por consecuencia la viscosidad decae de acuerdo a la ecuación derivada por Arrhenius:

$$\eta = A e^{B/RT} \quad (22)$$

donde A y B son constantes del líquido. La gráfica de  $\log \eta$  contra  $1/T$  muestra una línea recta. En el caso de mezclas binarias que se comportan idealmente, la viscosidad resultante de estas soluciones es intermedia. La contribución de cada componente a la fluidez de la mezcla es proporcional a la fracción mol presente:

$$\phi = X_A \phi_A + X_B \phi_B \quad (23)$$

Cuando toma lugar la asociación entre los dos componentes, la viscosidad es mayor que la esperada con la ecuación (23).

Medición de la viscosidad, aparatos. Fundamento.

Han sido desarrollados diversos métodos experimentales para medir la viscosidad los cuáles, pueden clasificarse en dos grupos basados en la resistencia al flujo de un líquido en un tubo y la resistencia que ofrece un líquido al movimiento de un sólido.

A. Basados en la resistencia al flujo en un tubo:

A.1. Viscosímetros de tubos en U.

A.2. Viscosímetros de Redwood y Engler.

B. Resistencia al movimiento de un sólido en un líquido:

B.1. Método de la caída de la esfera: viscosímetro de Hö-

## B.E. Viscosímetros rotacionales: Viscosímetro de Couette.

## Viscosímetros de cono y plato.

## Viscosímetros de tubos en U.

Este método fue desarrollado por Ostwald y es el más empleado para determinar la viscosidad dinámica. Está fundado en medir la velocidad de salida de los líquidos, que es igual a (ecuación 17):

$$u = \frac{1}{\eta} \frac{\pi r^4 P}{8 l V} = \frac{V}{t}$$

si despejamos  $\eta$ ,

$$\eta = \frac{\pi r^4 P t}{8 l V} \quad (24)$$

Debido a que  $\frac{\pi r^4}{8 l V}$  es un producto constante para un viscosímetro dado (C), se tiene:

$$\eta = C P t$$

$$C = \frac{\eta}{P t} \quad (25)$$

Suponiendo que el viscosímetro es vertical, la presión hidrostática P del líquido en virtud de la cual fluye, está dada por:

$$P = \rho a = \text{densidad} \times \text{altura} \quad (26)$$

sustituyendo esta ecuación en la ecuación (25) se tiene,

$$C = \frac{\eta}{\rho a t} \quad (27)$$

Dado que la constante C para un viscosímetro es independiente del líquido que se esté utilizando, puede emplearse este hecho, para medir la viscosidad de un fluido conociendo la viscosidad de otro, medida en el mismo aparato:

$$\frac{\eta}{\rho a t} = C = \frac{\eta'}{\rho' a t'}$$

donde las literales marcadas corresponden al líquido cuya viscosidad se desea saber, mientras que las otras son del líquido del cual son conocidas. a es un valor similar para ambas mediciones, por lo que puede anularse. Por tanto la ecuación final queda como sigue:

$$\eta' = \frac{\eta}{\rho} \rho' t' \quad (28)$$

Una medida más conveniente de viscosidad es la viscosidad cinemática ( $\nu$ ), que es la viscosidad dinámica dividida por la densidad. - Su unidad es el stoke, que es la viscosidad de un líquido de densidad 1, que posea la viscosidad dinámica de 1 poise; por lo tanto,

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \text{ stokes (S)} \quad (29)$$

Por lo que la ecuación (28) queda:

$$\nu' = \nu \frac{t'}{t}$$

Viscosímetros de Redwood y Engler.

Estos aparatos están basados en el mismo principio, son de -- gran aplicación para determinar la viscosidad de lubricantes, para la estandarización del tragacanto y de la vaselina líquida que se expresa siempre en grados Engler,  $\circ E$ . El fundamento del método es el mismo del viscosímetro de Ostwald variando sólo la forma material de la determinación.

El líquido problema se coloca en el compartimento central que está rodeado por una chaqueta de temperatura constante. Cuando la temperatura de equilibrio se ha alcanzado, se quita una válvula, que puede consistir en una esfera o un cono y se toma el tiempo necesario para colectar un cierto volumen del líquido.

Estos viscosímetros no son aptos para medir viscosidades absolutas, debido a que la longitud del orificio es tan corta que no establece un flujo lineal e incluso la tensión superficial del líquido afecta la forma del chorro de él. Sin embargo, para líquidos de composición similar, como las parafinas, tales viscosímetros son útiles como instrumentos de comparación.

La viscosidad relativa en grados engler se halla con la fórmula la:

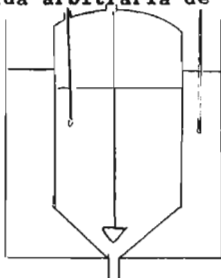
$$\varrho E = \frac{t}{t_{H_2O}} \quad (30)$$

cuyas equivalencias a poises o stokes son las siguientes:

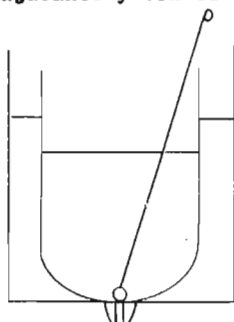
$$\text{poises} = \frac{(0.073 \varrho E^2 - 0.0631) \varphi}{\varrho E}$$

$$\text{stokes} = \frac{(0.073 \varrho E^2 - 0.0631)}{\varrho E}$$

Las soluciones de tragacanto presentan cierta estructura molecular que pueden ser modificadas por el arrastre. En este caso, el método de la esfera descendente no puede emplearse, pues a medida que varias esferas caen en el líquido, su velocidad final se ve incrementada causando un error en la medición de la viscosidad. Probablemente el movimiento de las esferas ocasione que se orienten las moléculas de tragacanto en dirección del arrastre. El viscosímetro de Redwood se usa como un método de comparación para diferentes muestras de tragacanto y con él se obtiene una medida arbitraria de flujo de masa.



Viscosímetro de Engger



Viscosímetro de Redwood

Figura 4.

Resistencia al movimiento de un sólido en un líquido.

Método de la caída de la esfera, viscosímetro de Höppler.

Este método está basado en la velocidad de sedimentación de las partículas sólidas en el seno de los fluidos, que aplicada a la de los eritrocitos en la sangre, constituye el fundamento de una determinación de gran interés clínico conocida con el nombre de velocidad de sedimentación globular. El aparato consiste en un tubo de vidrio de diámetro uni-

-forme que está sumergido en un baño a temperatura constante. El tubo debe ser vertical y tiene una serie de graduaciones en mm y a distancias específicas del fondo del tubo.

El tubo se llena por arriba de la marca más superior con el líquido problema. Un tubo más angosto se inserta en el tapón hasta -- que su extremo esté por debajo del nivel del líquido, pero por arriba de la marca superior, en tal forma que la esfera se introduzca a través del tubo angosto, ésta cae siguiendo el eje de simetría del tubo -- del viscosímetro.

La velocidad final puede obtenerse de la siguiente forma: la velocidad de caída de la esfera se observa a través de su paso por marcas sucesivas, hasta obtener un valor constante; una vez satisfecha egta consición, la distancia escogida debe ser tal que dé un intervalo - de tiempo razonable para hacer una medida precisa. Tanto el diámetro - como la densidad de la esfera afectan la velocidad, y para evitar cual quier turbulencia, la esfera escogida debe dar un número de Reynolds - menor de 0.2.

El valor de la viscosidad se deduce del siguiente raciocinio: sea  $\rho'$  la densidad del líquido problema y  $r$  y  $\rho$  el radio y la densidad de la esfera empleada en una determinación. La esfera caerá por su peso que vale  $\frac{4}{3} \Pi r^3 \rho g$ , menos el empuje que sufre por el líquido problema, que es igual a  $\frac{4}{3} \Pi r^3 \rho' g$ ; luego la fuerza real que hace caer a la esfera es:  $\frac{4}{3} \Pi r^3 (\rho - \rho')g$ . La resistencia que ofrece el líquido a ser atravesado por la esfera, sin formar torbellinos, vale, según Stokes,  $6 \Pi r \eta u$ , siendo  $r$  el radio,  $\eta$  la viscosidad y  $u$  la velocidad de caída.

Al alcanzar la esfera, en su caída, la velocidad de régimen que es la que se mide con el aparato, se tendrá:

$$\frac{4}{3} \Pi r^3 (\rho - \rho')g = 6 \Pi r \eta u \quad (31)$$

- de donde:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 (\rho - \rho') g}{u} \quad (32)$$

Debido a que las paredes del tubo tienen un efecto retardante sobre la velocidad de la esfera, se obtienen valores de viscosidad mayores de lo que en realidad son. El factor de corrección de Faxen (F) toma en consideración los diámetros relativos de la esfera (d) y el tubo (D), de acuerdo a:

$$F = 1 - 2.104 \left(\frac{d}{D}\right) + 2.09 \left(\frac{d}{D}\right)^3 - 0.9 \left(\frac{d}{D}\right)^5 \quad (33)$$

Para propósitos prácticos, los tres primeros términos son suficientes. Para una esfera de diámetro de 1.59 mm ( $\frac{1}{16}$  pulgadas) y un tubo de 25 mm de diámetro,  $F = 0.867$ . Por lo tanto la ecuación (32) queda:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 (\rho - \rho') g}{u} F \quad \text{poises} \quad (34)$$

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 (\rho - \rho') g}{\rho' u} F \quad \text{centistokes (cS)}$$

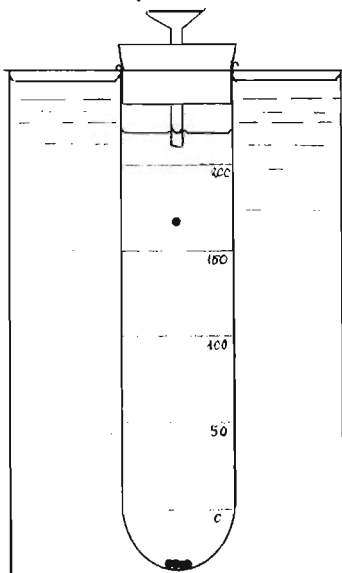


Figura 5. Viscosímetro de Höppler o de la

### Viscosímetros rotacionales.

#### Viscosímetro de Couette o de cilindro concéntrico.

El aparato consiste de un cilindro interno suspendido por un alambre de torsión y dispuesto en forma concéntrica a un cilindro externo, estando lleno el espacio entre ellos con el líquido problema.

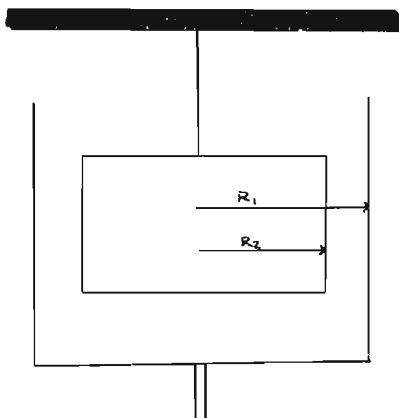


Figura 6. Viscosímetro de Couette.

El cilindro externo puede ser rotado a una velocidad conocida y la fuerza de arrastre es transmitida al cilindro interno por el líquido, el cual rotará hasta una posición de equilibrio según la velocidad de rotación del cilindro externo. La torca transmitida al cilindro interno se mide mediante una fuente de luz y una escala con un pequeño espejo sujeto al alambre que suspende al cilindro. La torca ( $T$ ) puede calcularse a partir de las características del alambre y de la rotación -- del cilindro, también depende de la tensión de arrastre ( $\mathcal{J}$ ) calculada a partir de las dimensiones del instrumento:

$$\mathcal{J} = \frac{T}{4 \pi L} \left( \frac{1}{R_1^3} + \frac{1}{R_2^2} \right) \quad (35)$$

donde  $L$  es la longitud del cilindro y  $R_1$  y  $R_2$  son el radio de los cilindros interno y externo, respectivamente.



La velocidad de arrastre ( $\dot{\gamma}$ ) en el espacio entre los cilindros está dada por:

$$\dot{\gamma} = \omega \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (36)$$

donde  $\omega$  es la velocidad angular del cilindro rotatorio en radianes/seg.

Entonces,

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{\tau}{4 L \Pi \omega} \left( \frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \quad (37)$$

Si el espacio entre los cilindros no es muy grande, la velocidad de flujo,  $du/dr$ , puede tomarse como igual a la velocidad del cilindro externo dividida por la distancia entre dos cilindros estando el cilindro interno en reposo en el estado de equilibrio. Las deflexiones a varias velocidades de flujo se miden primeramente para el agua y después para el líquido problema. Las gráficas de las deflexiones contra las velocidades de flujo muestran líneas rectas que pasan por el origen cuando se trata de líquidos que tienen propiedades de flujo newtoniano.

$$F_1 = A \eta_1 \left( \frac{du}{dr} \right) \quad F_2 = A \eta_2 \left( \frac{du}{dr} \right) \quad (38)$$

$F_1$  y  $F_2$  son las medidas de las deflexiones;  $A$  está dada por las dimensiones del aparato;  $F_1/(du/dr)$  es la pendiente de la línea para el agua y  $F_2/(du/dr)$  es la pendiente para el líquido problema, ambas se relacionan por la siguiente ecuación:

$$\eta_r = \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{\text{pendiente del líquido problema}}{\text{pendiente del agua}} \quad (39)$$

donde  $\eta_r$  es la viscosidad relativa.

Con líquidos de gran viscosidad la gráfica de deflexión-velocidad de flujo no es lineal y cuando esto sucede, se trata de un líquido no newtoniano. La línea curva puede indicar propiedades estructurales y elásticas en el líquido.

El viscosímetro de Couette tiene ciertas ventajas sobre el tu

-bo capilar. Una fuente de error en un viscosímetro del tipo de tubo capilar procede del hecho de que el esfuerzo de arrastre ejercido en el líquido no es uniforme sino que varía con la distancia desde el centro del capilar. Este efecto no es importante si la viscosidad del líquido es independiente del esfuerzo de arrastre o tensión (líquido newtoniano), pero en el caso de líquidos no newtonianos la viscosidad obtenida es un valor promedio que depende de las dimensiones del instrumento y de la relación entre la viscosidad y la tensión de arrastre. Esta dificultad se puede evitar con el viscosímetro de Couette.

#### Viscosímetros de cono y plato.

La preparación se coloca en el espacio formado entre un plato plano y un plato ligeramente cónico. La punta del cono apenas toca el plato y el ángulo que un lado del cono forma con la horizontal ( $\Psi$ ) es pequeño, generalmente de  $0^{\circ} 20'$ , y puede conocerse exactamente.

Bajo estas circunstancias, el material entre el cono y el plato es arrastrado a una velocidad uniforme a través de todo el radio del cono, cuando se rota ya sea el cono o el plato plano.

La velocidad de arrastre está dada por:

$$\dot{\gamma} = \frac{\omega}{\Psi} \quad (40)$$

y

$$\eta = \frac{3 T \Psi}{2 \pi R^3 \omega} \quad (41)$$

donde T es la torca y R el radio del cono.

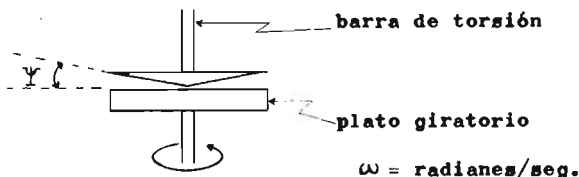


Figura 7. Viscosímetro de cono y plato.

Los métodos para la determinación de la viscosidad específica-

-dos en la Farmacopea Británica son:

Sustancia	Viscosímetro
Parafina líquida	Viscosímetro tubular
Parafina líquida ligera	Viscosímetro tubular
Inyecciones de Dextrana	Viscosímetro tubular
Pirexilina	Viscosímetro de esfera descendente
Tragacanto	Viscosímetro de Redwood.

El efecto de un soluto en la viscosidad de un líquido puede expresarse en varias formas. Sea  $\eta$  la viscosidad de la solución y  $\eta_0$  la del solvente. Entonces,

$$\text{Viscosidad relativa} = \eta_r = \frac{\eta}{\eta_0} \quad (42)$$

$$\text{viscosidad específica} = \eta_{sp} = \frac{\eta - \eta_0}{\eta_0} = \frac{\eta}{\eta_0} - 1 \quad (43)$$

$$\text{Viscosidad reducida} = \frac{\eta_{sp}}{c} \quad (44)$$

donde  $c$  es la concentración del soluto.

$$\text{Viscosidad intrínseca} = [\eta] = \frac{\eta_{sp}}{c} \text{ cuando } c \rightarrow 0 \quad (45)$$

La viscosidad intrínseca se obtiene graficando  $\frac{\eta_{sp}}{c}$  contra  $c$ , siendo la intersección del eje  $\frac{\eta_{sp}}{c}$  la viscosidad intrínseca.

Viscosidad de dispersiones.

Einstein mostró que existía la siguiente relación entre la viscosidad de una dispersión y la fracción del volumen de la fase dispersa  $\phi$ :

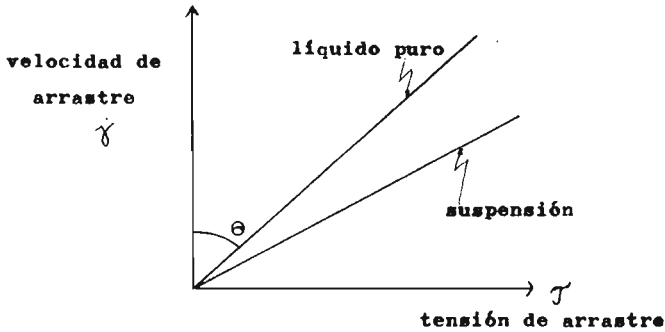
$$\eta = \eta_0 (1 + 2.5 \phi) \quad (46)$$

por lo tanto,

$$\eta_{sp} = \frac{\eta}{\eta_0} - 1 = 2.5 \phi \quad (47)$$

La ecuación es válida para dispersiones diluidas de esferas rígidas que son ampliamente comparadas con las moléculas del solvente, pero no pueden compararse con las dimensiones del instrumento. La dispersión -

- debe ser suficientemente diluida para evitar remolinos en el flujo del líquido. La presencia de material disperso causará un incremento en la  $\nu$  viscosidad como se aprecia en la figura (8):



$$\nu = \frac{\text{tensión de arrastre}}{\text{velocidad de arrastre}} = \tan \theta$$

Figura 8. Curvas de flujo para líquidos newtonianos.

Si la gráfica es lineal, la dispersión es newtoniana. Con concentraciones elevadas de fase dispersa, el sistema mostrará desviaciones con respecto a la conducta de sistemas newtonianos.

Viscosímetro de Ostwald horizontal.

El aparato consiste en un frasco de Mariotte con una salida lateral para el fluido y un tubo vertical de vidrio que permite la entrada del aire.

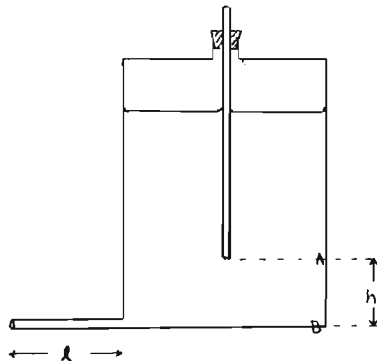


Figura 9. Viscosímetro de Ostwald horizontal.

El funcionamiento del mismo es sencillo: todo el líquido que se encuentra por encima del nivel B (figura 9) está sometido a la misma

- presión, siempre y cuando, la altura del líquido comprendida entre -- las marcas A y B no disminuya.

Por lo tanto, la presión de salida del líquido estará dada -- por:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{m g}{A} = \frac{V \rho g}{A} = h \rho g \quad (48)$$

donde h es la distancia de separación entre las marcas A y B.

Por otro lado, la ecuación que gobierna la velocidad de flujo bajo un régimen laminar está dada por Poiseuille:

$$V = \frac{P \pi R^4 t}{8 \eta l}$$

Si en esta ecuación se sustituye el valor de la presión en-- contrada y se expresa en función de la viscosidad, se tiene:

$$\eta = \frac{\rho h g \pi R^4 t}{8 V l} \quad (49)$$

En esta ecuación  $\rho$  es la densidad del líquido problema, h la altura com-- prendida entre las marcas A y B, g la aceleración debida a la gravedad, R el radio del tubo horizontal de salida del fluido, t el tiempo que -- tarda en fluir un determinado volumen V, y l es la longitud del tubo ho-- rizontal de salida.

El método consiste entonces, en medir el tiempo que tarda en fluir un cierto volumen de líquido, o sea, los parámetros V y t. Para -- determinar h en una forma exacta, lo que se hace es calibrar el aparato con algún líquido de viscosidad conocida o, en su defecto, hacer una -- comparación directa entre las relaciones viscosidad-tiempo (para un mis-- mo volumen) de los líquidos patrón y problema, de acuerdo a la ecuación 49), de donde se obtiene la siguiente relación:

$$\eta = \frac{\rho t}{\rho' t'}, \quad \eta' = k \rho t \quad (50)$$

onde k es una constante del aparato que depende del volumen de líquido considerado.

**Material.**

A. Viscosímetro de Ostwald horizontal, cronómetro, aparatos para medir densidades, termómetros de -10 - 110°C.

B. Viscosímetro de esfera descendente, balines, mi crómetro, escala para medir la altura del fluido y calibrar espacios.

Reactivos: acetona, cloroformo u otros líquidos, - jarabes, leche, etc.

C. Viscosímetro en U de Ostwald.

**Procedimiento.**

Viscosímetro de Ostwald (U).

Después que se ha limpiado completamente el viscosímetro con solución caliente de ácido sulfúrico - dicromato de potasio, se lava to talmente, haciendo pasar agua y luego acetona; finalmente se seca, aspi rando aire limpio a través de él. Pipetee a través del tubo grueso e in vertiéndolo (haga succión por el tubo delgado ayudado por una pera de - hule) un volumen de muestra tal que los bulbos superior (A) e inferior (B) queden a la mitad de su volumen. Ponga el viscosímetro en su posi-- ción normal dentro de un baño de agua, utilizando unas pinzas para bureta. Permita que el líquido se equilibre térmicamente. Obligue al líqui- do a subir sobre la marca b, haciendo succión por el tubo delgado. Con el cronómetro mida el tiempo que tarda la muestra en pasar de la marca b a la marca c. Repita esta medida varias veces.

Efectúe sus mediciones a diferentes temperaturas con agua -- destilada y con el líquido problema.

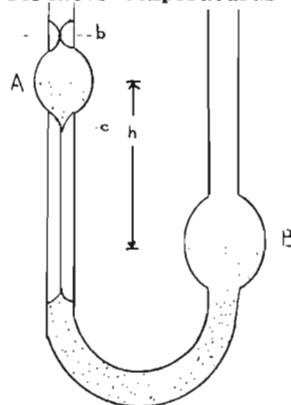


Figura 10. Viscosímetro de Ostwald.

#### Viscosímetro de Ostwald horizontal:

Calibre su aparato con agua u otro líquido estándar midiendo el tiempo que tarda en fluir un cierto volumen de líquido. Mediante la ecuación (50) determine la viscosidad de su muestra problema.

#### Viscosímetro de esfera descendente:

Consiste en una probeta rodeada por una sección de tubo Pyrex de 60 mm que puede servir como baño de temperatura constante. La probeta de 100 ml debe tener un diámetro aproximado de 30 mm. La probeta está montada perpendicularmente a la placa de la base y se utiliza un pequeño nivel de burbuja fijo a ésta última; se emplea para asegurarse que la probeta esté vertical. Hay un termómetro unido con cinta adhesiva a la pared exterior del cilindro interior.

La probeta debe llenarse por adelantado y dejarse reposar por horas, hasta que hayan escapado todas las burbujas. Un procedimiento satisfactorio para determinar la densidad del fluido es el de calibrar la probeta antes de llenarla; pese la probeta antes y después de llenarla y anote el nivel del fluido cuando esté sin burbujas y haya alcanzado la temperatura a la cual debe medirse la viscosidad.

El aparato estará vertical, para que las esferas desciendan a lo largo del eje del tubo. Deberá darse un tiempo adecuado para que el fluido alcance una temperatura uniforme, si la ambiente es diferente de aquélla a la cual se ha almacenado la unidad.

Tres esferas de acero de cada uno de los tamaños que se van a usar se lavan con benceno, se secan sobre una toalla y ya no se vuelven a manejar con los dedos. Se encuentra el peso promedio de cada esfera pesando varias que tengan el mismo tamaño. Sus diámetros pueden encontrarse haciendo uso de un micrómetro; posteriormente se calculan las densidades por medio de los pesos medidos. Después de una corrida de práctica se obtienen datos para, cuando menos, dos esferas de cada tamaño.

Ya que las líneas de calibración de la probeta de 100 ml describen una circunferencia, debe evitarse el error de paralaje al determinar los tiempos a los cuales pasa la esfera de estas líneas.

Usando dos cronómetros ajustados en cero, se deja caer una esfera a través del tubo de alineación que está en la parte superior. En el instante en que cruz la primera línea, se pone en operación un cronómetro. En el instante en que la esfera cruza cada línea subsecuente, se para el primer cronómetro y se pone en marcha el segundo. Después de cada uno de estos cambios se anota la lectura del cronómetro que se paró y este cronómetro se vuelve a poner en cero. Se anota la temperatura del fluido. Se mide la distancia promedio entre las líneas de calibración. Después que se han acumulado varias esferas, pueden sacarse deslizándolas por la pared con ayuda de un imán pequeño o una canastilla.

Los datos tendrán que examinarse cuidadosamente, para determinar la velocidad de caída en la región del tubo en la que la velocidad es sensiblemente uniforme; la viscosidad se calculará con este promedio.

La comparación de los resultados de diferentes diámetros de las esferas proporciona una valiosa verificación de la exactitud de la corrección de la pared.

#### Sugerencias.

La variación de la viscosidad con la temperatura se representa por una ecuación análoga a las constantes de equilibrio, es decir,

$$\frac{d (\ln \eta)}{d T} = \frac{E_{vis}}{R T^2} \quad (51)$$

donde  $\eta$  es la constante de viscosidad del sistema, T la temperatura absoluta, R la constante de los gases en calorías, y  $E_{vis}$  una cantidad característica del proceso, con dimensiones de energía y conocida como energía de viscosidad.



Si se integra la ecuación (51) bajo el supuesto de que  $E_{vis}$  sea constante, tenemos:

$$d(\ln \eta) = \frac{E_{vis}}{R} \frac{dT}{T^2}$$

$$\ln \eta = \left( \frac{E_{vis}}{R} \right) \frac{1}{T} + C \quad (52)$$

donde C es una constante de integración.

Si la ecuación (52) se integra entre los límites  $T = T_1$  cuando  $\eta = \eta_1$  y  $T = T_2$  para  $\eta = \eta_2$ , resulta:

$$\ln \eta = \frac{E_{vis}}{R} \left( \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} \right) \quad (53)$$

De la ecuación (53) es evidente que es posible evaluar  $E_{vis}$ , o bien, si tenemos el valor de ésta y el de  $\eta$  a una temperatura dada, es posible calcular esta última constante a otra temperatura. También pueden ser conocidos estos datos a partir de la graficación de los resultados experimentales.

La ecuación (51) se puede reescribir como:

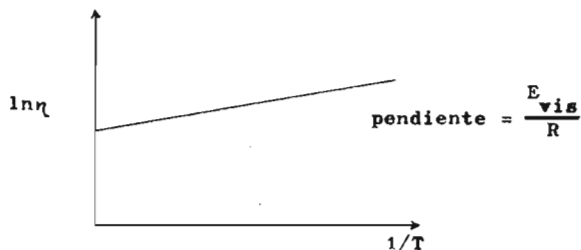
$$\eta = A e^{B/RT} \quad (54)$$

Esta ecuación también puede escribirse a su vez como

$$\ln \eta = \frac{B}{RT} + \ln A \quad (55)$$

que representa la ecuación de una recta y donde B representa  $E_{vis}$ .

La expansión de un líquido por un incremento de temperatura aumenta el espacio libre que permite a las moléculas moverse con más libertad, de tal forma que la viscosidad decae de acuerdo a la ecuación (54).



Reporte de resultados.

1. Determine la viscosidad del líquido problema utilizando los valores de la literatura de la viscosidad del agua y de las densidades del agua y del líquido problema a las cuatro temperaturas indicadas.
2. Grafique  $\ln \eta_s$  contra  $1/T$  para el agua y para el líquido problema y determine la energía necesaria  $\Delta E_{vis}$  para efectuar el proceso de viscosidad en cada caso. Determine si su problema tiene un comportamiento semejante al de líquidos newtonianos.
3. Determine el espacio recorrido por cada una de las tres esferas en su caída a través de su líquido problema al cabo de 3 segundos y compare estos resultados con los obtenidos experimentalmente. Explique el resultado de su comparación.
4. Interprete sus resultados y haga una comparación entre los dos métodos usados para medir viscosidad, fundamentando sus razones.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 3

1. ¿Considera importante determinar la temperatura a la cual se mide la viscosidad? ¿Por qué?
2. ¿Por qué es importante mantener un flujo laminar en la determinación de viscosidades por el método de tubos capilares en U?
3. ¿Por qué debe seleccionarse, en el caso de los viscosímetros de tubos en U y en los de Redwood y Engler un diámetro adecuado y la altura de la columna del líquido para cada fluido?
4. En el viscosímetro de Ostwald vertical ¿qué relación debe mantenerse entre el radio del capilar y su longitud para medir viscosidades de 0.15 poises?
5. De los resultados obtenidos por el método de la esfera descendente, ¿a qué ley obedece el efecto de retardamiento de la caída de la esfera por acción de las capas de fluido sobre las paredes de la columna y las

- zonas de rozamiento de la esfera?

#### B I B L I O G R A F I A

Daniels Farrington.

Curso de Fisicoquímica experimental.

McGraw-Hill. México (1972).

L. Saunders.

Principles of Physical Chemistry for Biology and Pharmacy.

Oxford University Press. 2nd edition. London (1971).

E. Shotton, Ridgway.

Physical Pharmaceutics.

Clarendon Press. 1st edition. London (1974).

Cook - Martin.

Remington's Practice of Pharmacy.

The Mack Publishing Co. Easton, Pa. (1970).

Maron, Prutton.

Fundamentos de Fisicoquímica.

Limusa Wiley. 5a edición. México (1973).

PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 4

1. ¿Qué ecuación gobierna al tiempo de flujo de un fluido en un viscosímetro de Ostwald?
2. ¿Cómo afecta la temperatura a la viscosidad?
3. ¿Qué polímeros naturales conoce y qué importancia tienen?
4. ¿Qué métodos existen para poder determinar el peso molecular de un polímero?

Menciónelos y explíquelos brevemente.

## P R A C T I C A 4

DETERMINACION DEL PESO MOLECULAR DE UN  
POLIMERO SUPERIOR

Objetivo: conocer el peso molecular promedio de moléculas de un polímero superior en solución, usando mediciones sencillas de viscosidad.

## Principios preliminares:

soluciones de macromoléculas.

Propiedades de las soluciones macromoleculares.

Relación entre el número de viscosidad límite y el peso molecular del polímero.

## Soluciones de macromoléculas.

Mediante reacciones de polimerización es posible unir, por enlaces de valencia, un número grande de moléculas de peso molecular relativamente bajo, en una molécula única, gigante. Tales macromoléculas alcanzan cientos o miles de moléculas combinadas en una forma más o menos repetida. Así, las moléculas de butadieno (peso molecular=54) pueden unirse para dar polibutadieno, de un peso molecular tan alto como 5 ó 6 millones. Las moléculas de este tipo de alto polímero son generalmente lineales, con pequeña sección transversal y gran longitud. Además las moléculas son muy flexibles, y adquieren diversas formas: desde esferas, cuando están completamente dobladas, hasta barras, cuando están extendidas. Sin embargo, la configuración más probable es la de una espiral.

Los materiales muy polimerizados como el hule sintético, el poliestireno, el polietileno, la lucita, el nylon, etc., se preparan por síntesis, pero muchos existen en la naturaleza, como las proteínas, los polisacáridos, las gomas y resinas de varias clases y el hule natu-

-ral. Algunos polímeros son cristalinos pero la mayoría son amorfos. Así mismo, algunos son solubles en solventes apropiados mientras que otros son prácticamente insolubles. Aparentemente, la longitud de la cadena no es impedimento para la solubilidad, sino su cruzamiento para formar un sistema tridimensional, tal es el origen de los polímeros insolubles o geles.

Los polímeros se disuelven para formar soluciones verdaderas de igual forma que los solutos de menor peso molecular. Tales soluciones se forman espontáneamente y son termodinámicamente estables. Además, un polímero precipitado de una solución se redisuelve, mientras que con las dispersiones no ocurre así. Sin embargo, debido al gran tamaño de las moléculas de soluto, las soluciones se comportan como coloides.

#### Propiedades de las soluciones macromoleculares.

Las soluciones de altos polímeros se comportan en muchos aspectos como soles liófilos. Sus propiedades físicas, generalmente, son bastante diferentes de las de los solventes y puede haber una considerable interacción entre las moléculas del polímero y las del medio. Una propiedad destacable es su viscosidad relativamente alta, sobre todo en solu-ciones muy concentradas. Además, estas soluciones, en especial, las diluidas, presentan flujo no newtoniano, es decir, el coeficiente de viscosidad de una solución dada no es constante, sino que depende de las condiciones en que se encuentra. Así por ejemplo, una solución de un polímero en un buen solvente puede volverse no newtoniana a una concentración del 1 ó 2% en peso, mientras que las dispersiones liófilas, el comportamiento no newtoniano no aparece a veces, sino hasta que se alcanza una con-centración de 25% en volumen.

El comportamiento coligativo de las soluciones de altos polímeros es muy similar al descrito en las dispersiones. La única propiedad medida generalmente, es la presión osmótica. Las soluciones de polímeros

- también dispersan la luz y se sedimentan en ultracentrifugas. Ambos fenómenos se emplean también para la determinación del peso molecular de las macromoléculas, y la sedimentación permite además, calcular la distribución de pesos moleculares.

Las macromoléculas se precipitan por evaporación del solvente, o por adición de otro en el que el polímero sea insoluble. En este último caso precipita primero la molécula mayor y luego otras más ligeras., en orden decreciente de peso molecular. En consecuencia, la adición controlada de un no solvente a una solución de un polímero en fracciones, - cada una de las cuales tiene cierta variación estrecha, de pesos moleculares.

En este experimento el objetivo es hacer una estimación del tamaño de una macromolécula de un polímero superior organico promedio a partir de las observaciones del comportamiento de la viscosidad de sus soluciones muy diluidas. La viscosidad de tales soluciones es probablemente su propiedad más extensamente medida; es muy útil con moléculas del tipo de serpentín al azar. En el tubo de viscosidad el flujo se origina por un gradiente aplicado externamente, y dependiendo de su tamaño y forma, la macromolécula está sujeta a una torsión la cual produce una pequeña orientación efectiva en el campo. De esta manera se produce una disipación de energía que origina un aumento de la viscosidad de la solución en comparación con la del disolvente.

Relación entre el número de viscosidad limite y el peso molecular del polímero.

La viscosidad de una solución de un polímero depende en parte del tamaño de las moléculas del polímero en solución, sin embargo, el experimento de viscosidad no las cuenta o pesa y el peso molecular promedio así obtenido para un polímero polidisperso frecuentemente no se ajusta a un número sencillo o una cantidad de peso promedio; se le llama el promedio de viscosidad.

En general, el promedio de viscosidad está mucho más próximo al peso molecular promedio en peso que a la cantidad promedio en número. Así tenemos un experimento sencillo desde el punto de vista de los requisitos de aparatos pero uno que es complicado en la teoría y en la interpretación de los datos. ✓

El experimento de viscosidad puede proporcionar no solo información acerca de la masa y tamaño de la molécula polímero sino también ciertos datos termodinámicos de la solución. Para el primer propósito se puede decir que la interpretación de los datos experimentales empezaron con Einstein quien demostró que el coeficiente de viscosidad de una suspensión diluida de esferas rígidas pequeñas y no solvatadas sin carga está dado por la expresión:

$$\eta = \eta_0 (1 + 2.5 \phi) \quad (1)$$

en esta ecuación  $\eta_0$  es la viscosidad del medio de dispersión y  $\phi$  la fracción de volumen de las partículas coloidales, es decir, el volumen de las partículas dividido por el volumen total de la dispersión.

En relación con esta ecuación (1), pueden definirse varios coeficientes de viscosidad, entre los que se incluyen: la viscosidad relativa, la viscosidad específica ( $\eta_{sp}$ ), y la viscosidad intrínseca, los cuales, a partir de la ecuación (1), vienen dados por las relaciones siguientes:

$$\eta_{rel} = \frac{\eta}{\eta_0} = 1 + 2.5 \phi \quad (2)$$

$$\eta_{sp} = \frac{\eta}{\eta_0} - 1 = 2.5 \phi \quad (3)$$

En términos de la ecuación que gobierna el tiempo de flujo en el viscosímetro de Ostwald (U):

$$t = \frac{8 \eta l}{g \rho R^4} D$$

donde D es una constante del aparato; R, el radio del capilar; l la altura desde la cual fluye el fluido a través del capilar y  $\rho$  la densidad del fluido; la viscosidad específica puede expresarse en términos de --



- tiempos medidos  $t_i$  y de las densidades  $\rho_i$  como:

$$\eta_{sp} = \frac{t_i \rho_i - t_o \rho_o}{t_o \rho_o} \quad (4)$$

A una temperatura dada, es de esperarse que  $\eta_{sp}$  dependa de la concentración del soluto. La dependencia de la concentración de  $\eta_{sp}$  puede escribirse como una serie de Taylor, teniendo en cuenta que  $c$  se aproxima a cero, 0:

$$\eta_{sp} = \eta_{sp}^o + c \left( \frac{d \eta_{sp}}{dc} \right)_{c=0} + \frac{c^2}{2} \left( \frac{d^2 \eta_{sp}}{dc^2} \right)_{c=0} + \dots \quad (5)$$

donde  $\eta_{sp}$  es la viscosidad específica cuando  $c = 0$ . De acuerdo a la ecuación (3)  $\eta_{sp}^o = 0$ , por lo que la ecuación anterior (5) debe rearrreglarse, omitiendo algunos términos de orden elevado, quedando como:

$$\frac{\eta_{sp}}{c} = [\eta] + k c [\eta]^2 \quad (6)$$

donde  $k [\eta]^2 = \frac{1}{2} (d^2 \eta_{sp}/dc^2)_{c=0}$ .

La concentración  $c$  se expresa generalmente en gramaridad, es decir en gramos de partículas coloidales por 100 ml de dispersión total.

Ahora bien, los valores de  $\eta_{sp} = (\eta - \eta_o)/\eta_o$  pueden determinarse a diferentes concentraciones y representar gráficamente  $\eta_{sp}/c$  en función de  $c$ . La recta así obtenida, se extrapola hasta el eje  $\eta_{sp}/c$  en el cual se obtiene  $[\eta]$  a dilución infinita. La viscosidad intrínseca  $[\eta]$  es una medida de la magnitud de la interacción soluto-solvente, mientras que  $k$  indica tal interacción.

Empíricamente se ha demostrado que la viscosidad intrínseca ó número de viscosidad límite es afectada sensiblemente por la forma y el peso molecular del soluto macromolecular. Con este fin, para polímeros cuyos pesos moleculares exceden 10 000, existe una relación llamada de Mark-Houwink:

$$[\eta] = K M^a \quad (7)$$

donde  $M$  es el peso molecular promedio y  $K$  y  $a$  son constantes del sistema

- solvente soluto, que deben ser determinadas a una temperatura definida, mediante experimentos aislados con el sistema polímero disolvente dado. La constante  $a$  es sensible a la forma y varía desde 0 en esferas rígidas a 0.5 en moléculas del tipo de serpiente al azar y a 2.0 para cilindros rígidos. Para un polímero dado con una distribución de peso molecular determinada, el coeficiente  $a$  variará de solvente a solvente debido a que las diferentes interacciones solvente-soluto tenderán a alterar la forma del soluto. Para los fines presentes un buen solvente es aquél que ocasiona un desenrollamiento extenso ( $a$  es grande), mientras que un solvente pobre es el que ocasiona un enrollamiento del soluto ( $a$  es baja).

Para una molécula en forma de cadena flexible, la distancia promedio de extremo a extremo,  $\bar{r}$ , será:  $\bar{r} = l \sqrt{n}$  (8) donde  $l$  es la longitud por unidad de monómero y  $n$  es el número total de ellos en la molécula. Para un esqueleto de carbono - carbono, con estructura angular tetraédrica, se modifica esta expresión, por lo que

$$\bar{r} = l \sqrt{n} \sqrt{2} \quad (9)$$

Ahora si se dibuja un vector  $R$  del centro de la masa hacia cada segmento de la cadena, se puede demostrar que su longitud promedio rms es proporcional a  $\sqrt{n}$ .

El volumen ocupado por la molécula polímero es proporcional a  $(\bar{R}^2)^{3/2}$ , por lo que es proporcional a  $n^{3/2}$  ó  $M^{3/2}$ . El volumen actual ocupado por los segmentos es proporcional a  $n$  ó  $M$ . Así el volumen efectivo por unidad de masa que es  $[\eta]$  es proporcional a  $M^{3/2}/M = M^{1/2}$ . Las teorías más detalladas son indicaciones claras de la razón por la cual  $a$  es ordinariamente algo más grande; hay una expansión de la molécula como un todo debido a la penetración del disolvente. Los valores de  $K$  y  $a$  enlistados en la tabla 1 han sido determinados para polímeros fraccionados.

Además de proporcionar pesos moleculares, las mediciones de

- viscosidad dan una idea interna de la forma general de las moléculas - de polímero en solución.

Polímero	Disolvente	T °C	K X 10 <sup>4</sup>	a
Acetato de celulosa	Acetona	25	1.49	0.82
Polisopreno	Tolueno	25	5.02	0.67
Poliestireno	Tolueno	25	3.7	0.62
Copolímero GR-S	Tolueno	30	5.4	0.66
Metacrilato de metilo	Benceno	25	0.94	0.76
Polisobutileno	Tolueno	20	3.6	0.64
Acetato de polivinilo	Acetona	25	2.14	0.68
Acetato de polivinilo	Metanol	25	3.8	0.59

Tabla 1.

Una molécula de cadena larga en solución adquiere una forma - algo torcida o ensortijada, intermedia entre una masa estrechamente enro- llada y una conformación lineal rígida. Es de esperarse, que estén repre- sentados todos los posibles grados de ensortijamiento, debido al movimien- to browniano interno de las cadenas flexibles. En un buen disolvente, es decir, uno que dé un calor cero o negativo al mezclarlo con el polímero, la molécula polímero está más bien extendida libremente y, como ya se -- vió anteriormente, la viscosidad intrínseca es alta. En un disolvente po- bre, es decir, en uno en el cual se disuelva el polímero con calor de -- mezclado positivo (absorción de calor), los segmentos de la molécula po- límero se atraen entre sí en solución con mucho más fuerza que con la -- que atraen las moléculas del disolvente, y el resultado es que la molécu- la adquiere una forma más compacta, consecuentemente la viscosidad in- trínseca será más baja que en un buen disolvente.

La viscosidad del peso molecular promedio de la relación de - Mark - Houwink (ecuación 7), es en realidad un promedio muy complejo y - no es rigurosamente el peso promedio  $M_w$  ó el número promedio  $M_n$ . Por de- finición estos dos promedios son:

$$M_w = \frac{\sum \text{ todos tipos } C_i M_i}{C_i} \quad (10)$$

$$M_n = \frac{\sum \text{ todos tipos } n_i M_i}{n_i} \quad (11)$$

donde  $M_i$  es el peso molecular del tipo de la  $i$ -ésima partícula,  $C_i$  la concentración del peso (gramos por  $\text{cm}^3$ ) del tipo de la  $i$ -ésima partícula, y  $n_i$  el número de concentración (partículas por  $\text{cm}^3$ ) del tipo de la  $i$ -ésima partícula. Sin embargo, la viscosidad del peso molecular promedio es aproximadamente equivalente al peso promedio del peso molecular.

Dado que el coeficiente de viscosidad varía con la temperatura experimental en el caso de líquidos y de que solo lo hace muy ligeramente por efecto de la presión del sistema, deberá evitarse cualquier variación significativa en la temperatura, pues  $\eta$  decrece exponencialmente con la temperatura.

#### Material:

Viscosímetro de Ostwald vertical.

Cronómetro.

Matraces aforados de 100 ml y 250 ml.

Pipetas volumétricas de 10 ml y 50 ml.

Matraz de 250 ml con tapón de vidrio.

Vaso de precipitados de 100 ml y 250 ml.

Parilla eléctrica

Termómetro de  $-10$  a  $110^\circ\text{C}$ .

Balanza de Westphal.

Baño termostático.

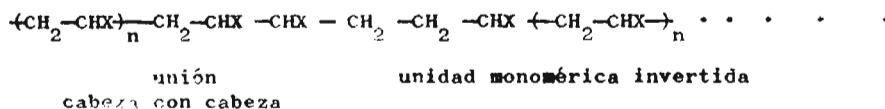
Reactivos: Acetato de polivinilo, acetona y metanol; ó poliestireno, tolueno y metanol; ó alcohol polivinílico (P.M. 60,000), y agua destilada; 5 g de  $\text{KIO}_4$  (periyodato potásico)

#### Procedimiento.

A. Alcohol polivinílico: Este experimento se refiere al poli-

-mero lineal alcohol polivinílico (PVOH),  $(\text{CH}_2-\text{CHOH})_n$ , el cual se prepara por hidrólisis del acetato de polivinilo (PVAc), obtenido por polimerización directa del acetato de vinilo monomérico,  $\text{CH}_2=\text{CH}-\text{OOCCH}_3$ . Preparado en la forma común, el alcohol polivinílico tiene una magnitud de preciable de ramificación de cadena. Difiere ligeramente de los grandes polímeros sintéticos en que es soluble en agua.

Un carácter interesante del PVOH y del PVAc es la consistencia en la orientación de las unidades del monómero a lo largo de la cadena. En la fórmula anterior se supone que todas las unidades monoméricas van unidas "cabeza con cola". Sin embargo, ocasionalmente una unidad monomérica se unirá en la cadena en forma de "cabeza con cabeza", originando una cadena de la forma



donde X es Ac u OH. El PVOH muestra una estructura 1-2 glicol, la cual se rompe específica y cuantitativamente por el ácido peryódico o por el ión peryodato. El tratamiento del PVOH con peryodato romperá, por consiguiente, la cadena en un número de fragmentos, con la correspondiente disminución de peso molecular efectivo.

Lave cuidadosamente el viscosímetro con una solución limpiadora, enjuague copiosamente con agua destilada y séquelo con acetona y aire. Sumérjalo en un baño termostático a 25°C para equilibrar su temperatura. Coloque un pequeño matraz con agua destilada (o el solvente en cuestión) para equilibrar su temperatura. El equilibrio del agua o de las soluciones debe alcanzarse en aproximadamente unos 15 minutos.

Si no se dispone de solución matriz de polímero, debe prepararse en la forma siguiente: pese con exactitud, en un pesafiltros o en un vidrio de reloj de 4 a 4.5 g del polímero seco. Trasládelo a un vaso de 250 ml. Llénelo hasta tres cuartas partes con agua destilada y agite,

- calentando suavemente hasta que el polímero se haya disuelto. Enfríe y páselo cuantitativamente a un matraz aforado de 250 ml, procurando que no se forme espuma, dejando que la solución escurra por las paredes del matraz. Complete los 250 ml con agua destilada y mezcle por completo, -- con suavidad, para evitar la formación de espuma. Si la solución parece estar contaminada con material insoluble, que posiblemente interfiera en las determinaciones de viscosidad, filtrela por lana de vidrio Pyrex. La ve muy bien con agua todo el material de vidrio tan pronto como pueda -- después de usarlo. (Como la preparación de esta solución puede consumir bastante tiempo, se sugiere que mientras tanto se efectúe la graduación del viscosímetro con agua)

Tome con una pipeta 50 ml de la solución y échelos en un matraz aforado de 100 ml. Complete el volumen con agua destilada evitando la formación de espuma. Mezcle y coloque en el baño para equilibrar la temperatura. En ésta y en otras diluciones enjuague muy bien la pipeta con agua y séquela con acetona y aire. Realice otras dos diluciones, de tal forma que se cuente con diluciones de 16, 8, 4, y 2 mg/ml.

Para escindir el polímero, tome con una pipeta 50 ml de la -- solución y pásela a un matraz de 250 ml, adiciónéle 25 ml de agua destilada y 0.25 g de  $KIO_4$  sólido. Caliente el matraz hasta unos 70°C y agite hasta disolver toda la sal. Entonces fije con una pinza el matraz en un baño termostático y agite hasta que la solución esté a 25°C. Traslade -- cuantitativamente la solución a un matraz aforado de 100 ml y complete -- hasta el aforo con agua destilada. Mezcle y colóquelo en el baño para equilibrar la temperatura (esta operación puede efectuarse mientras se ha cen las mediciones de viscosidad en el polímero sin romper). Haga las -- diluciones correspondientes restantes (16, 8, 4, y 2 mg/ml).

#### B. Acetato de polivinilo.

Prepárense las siguientes soluciones en acetona y en metanol, que tengan concentraciones de 16, 8, 4, y 2 mg/ml. Estas soluciones debe

-rán ser cuidadosamente preparadas, y para ello todo el material de vidrio que se emplee deberá estar limpio y seco. Una vez preparadas tales soluciones, éstas deberán mantenerse cerradas perfectamente en los matraques respectivos que las contienen para evitar cualquier pérdida de solvente por evaporación.

Usando un viscosímetro de Ostwald perfectamente limpio, determine la viscosidad específica para el sistema solvente - solución de cada solución preparada. Después de cada determinación lave el viscosímetro con mezcla crómica, enjuáguelo con solvente y séquelo perfectamente. Las densidades de los solventes y de cada solución determínelas, usando para ello, el picnómetro o la balanza de Westphal.

#### C. Poliestireno.

Se preparan soluciones de la muestra de poliestireno, de peso molecular desconocido, en un buen disolvente (tolueno) y en un disolvente pobre (una mezcla de tolueno y metanol). Puesto que el polímero puede disolverse algo despacio, se puede emplear un baño de agua para calentar la suspensión y acelerar la solución. Cuando se ha hecho esto, la solución deberá enfriarse a 25°C antes de añadir disolvente para elevar el menisco de líquido hasta la marca del matraz aforado. Se necesitan las siguientes soluciones:

1. Dos gramos de poliestireno se disuelven en tolueno y se diluyen cuantitativamente hasta 100 ml en un matraz aforado.
2. Se preparan 400 ml de una solución que contenga 15% de metanol y 85% de tolueno por volumen. De nuevo se disuelven dos gramos de poliestireno en este disolvente y se diluyen cuantitativamente hasta 100 ml. El resto del disolvente se necesita para diluciones y una determinación del tiempo de flujo.

Después que se ha limpiado completamente el viscosímetro con solución limpiadora, se enjuaga y se seca aspirando aire limpio a través de él. Es importante que el viscosímetro esté perfectamente seco en el -

- interior antes de que se añadan disolventes orgánicos.

El tiempo de flujo en el viscosímetro está determinado por el tolueno y el disolvente tolueno - metanol como lo expresa la ecuación -- del viscosímetro vertical de Ostwald. Se determina el tiempo de flujo para la solución de poliestireno en tolueno. Después se diluye la muestra por un factor de 2 y se determina el tiempo de flujo. La exactitud de -- las diluciones se puede mejorar usando pipetas calibradas, una calibrada para sacar la solución y la otra para añadir el disolvente. Esta solución se repite hasta que la relación de viscosidad de la solución se aproxima tanto a 1 que hay un gran error en la viscosidad específica.

Hecho ésto, se repite el mismo procedimiento con la solución de poliestireno en tolueno - metanol, en este caso diluyendo con la mezcla de disolventes. Puesto que el metanol no es disolvente del poliestireno, la adición de mayor cantidad producirá la precipitación del polímero. Para determinar el porcentaje de metanol por volumen que se requiere para originar la primera turbidez, se titulan unos cuantos mililitros de la solución del poliestireno en tolueno

#### Reporte de resultados.

Para cada solución de polímeros estudiada calcule la viscosidad  $\eta$  y la concentración C en gramos de polímero por 100 ml de solución. Entonces calcule  $\eta_{\text{esp}}/C$  y  $(1/C)(\ln \eta/\eta_0)$ . Haga una gráfica, tanto de  $\eta_{\text{esp}}/C$  como de  $(1/C)(\ln \eta/\eta_0)$  en función de C y extrapole linealmente a C = 0 para obtener  $[\eta]$  del polímero original y el degradado, según sea el caso.

En el caso del poliestireno, la ventaja de la doble extrapola ción es que el punto de intersección se determina con mayor precisión -- que usando una sólo línea recta.

Usando los valores de K y a dados en la tabla 1 (en el caso - del alcohol polivinílico:  $K = 2.0 \times 10^{-4}$  y  $a = 0.76$  a 25°C)(en agua), -



- el peso molecular de la muestra del problema, se calcula a partir del número de viscosidad límite o viscosidad intrínseca.

Debe tenerse presente que este es un peso molecular promedio, siendo algunas de las moléculas más grandes y más pequeñas; aún los más homogéneos de los llamados polímeros vivos, exhiben alguna heterogeneidad.

#### PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 4

1. Si un polímero tuviese carga eléctrica neta ¿podría realizar satisfactoriamente el presente experimento?
2. ¿Afecta la concentración de la solución problema la realización perfecta del experimento?
3. ¿Cuál es la velocidad de una solución de acetato de polivinilo que, bajo las mismas condiciones en que usted realizó el experimento, tiene una concentración de 0.6 mg/ml?
4. ¿Dependen las propiedades físicas de los polímeros de su peso molecular? Explíquelo.

5. Un polímero tiene la siguiente distribución de pesos moleculares:

$f_n$	0.1	0.3	0.4	0.1	0.1
$5 \times 10^{-5}$ g/mol	1	2	3	4	6

donde  $f_n$  es la fracción del número total de moléculas. Hallar el número y peso molecular promedio del polímero.

6. Para un polímero en un solvente dado a 25°C se midieron las viscosidades siguientes:

$C$ (g/100 cm <sup>3</sup> )	0.152	0.271	0.541
$r$	1.226	1.425	1.983

Encuentre la viscosidad intrínseca del polímero.

7. De estudios de viscosidad de soluciones de nitrocelulosa en butilacetato a 20°C se obtuvieron los siguientes datos para dos fracciones de nitrocelulosa:

Fraccion I		Fraccion II	
$C_m$	$\eta_{sp}$	$C_m$	$\eta_{sp}$
0.00682	0.670	0.00114	0.444
0.0136	1.593	0.00227	1.060
0.0273	4.575	0.00455	2.858
0.0545	17.85	0.00909	10.800
0.109	104.20	0.01820	68.000

donde  $C_m$  es la concentracion en moles de la unidad básica del monómero del polimero ( $C_{12}H_{15}O_{10}(NO_2)_5$ )<sub>n</sub> y  $\eta_{sp}$  la viscosidad especifica. Si  $K = 1.4 \times 10^{-3}$  para este sistema, determine gráficamente el peso molecular de las dos fracciones de nitrocelulosa.

#### B I B L I O G R A F I A

Daniels Farrington.

Curso de Fisicoquímica experimental.

McGraw-Hill. México (1972).

John M. White. Physical Chemistry Laboratory Experiments.

Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey (1975).

Alfred N. Martin.

Principios de Fisicoquímica para farmacia y Biología.

Editorial Alhambra, S.A. Madrid (1967).

Samuel H. Maron, C.F. Pruttoh.

Fundamentos de Fisicoquímica.

Limusa Wiley. 5a edicion. México (1973).

Bares, Cerny, Fried, Pick.

Collection of problems in Physical Chemistry.

Addison-Wesley Publishing Co., Inc. Massachusetts (1968).

David P. Shoemaker, Carl W. Garland.

Experimentos de Fisicoquímica.

Unión Tipográfica Editorial Hispanoamericana. México (1968).

## PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 5

1. Deducción de la ecuación de Poiseuille.
2. ¿Qué tipos de flujos existen? Definalos y dé sus características.
3. ¿Qué importancia tiene la viscosidad en la velocidad de flujo de un fluido a través de un tubo?
4. Si se tienen 2 columnas llenas con un mismo líquido, cuyo nivel es exactamente igual, al vaciarlas con tubos de diferentes tamaños ¿cree ud. que la relación gasto/diámetro del tubo se mantenga en ambos casos? ¿Por qué?
5. ¿Por qué la ventilación de un área de fácil contaminación biológica se debe mantener bajo una vigilancia rigurosa? ¿En qué forma debe efectuarse tal ventilación?

## P R A C T I C A 5

## EXPERIMENTO DE REYNOLDS

**Objetivo:** demostración de la existencia de flujo laminar y su transición a flujo turbulento.

**Principios preliminares:**

Flujo laminar.

Flujo turbulento.

Aplicación al torrente circulatorio.

La forma de fluir de los líquidos a través de tubos puede resumirse brevemente: a bajas velocidades, un fluido pasa a través del tubo con un flujo de corriente lineal, un régimen en el cual las moléculas del fluido viajan en planos paralelos y que difícilmente se mezclan. Al incrementar la velocidad, se produce un cambio en la forma del flujo, formándose remolinos, de tal forma que una molécula describe una trayectoria sinuosa a lo largo del tubo.

La transición del flujo de corriente lineal o laminar a flujo turbulento, empieza cuando el valor del número de Reynolds oscila entre 2000 y 3000. En el régimen laminar, el flujo obedece a la ley descubierta y formulada independientemente por Hagen en 1839 y Poiseuille en 1840. En el régimen turbulento, no existe una ecuación que defina exactamente el flujo, sin embargo, muchas ecuaciones empíricas se han desarrollado posteriormente, y la relación entre la fricción con la pared y el número de Reynolds, puede graficarse satisfactoriamente. En la región de transición el flujo no es predecible exactamente, no obstante, pueden establecerse límites superiores e inferiores.

Flujo laminar.

La principal característica del flujo laminar es que las moléculas del fluido viajan en planos paralelos; en el caso más sencillo,

- éste se desplazacomo si estuviese formado por capas de líquido que resbalan unas sobre otras, a pequeñas velocidades y donde se verifica la ley de Poiseuille. Las moléculas del fluido adyacentes a las paredes del tubo permanecen estacionarias y la velocidad del fluido se incrementa hacia el eje de simetría del tubo.

En la figura (1) se muestra una sección cilíndrica del fluido de radio  $y$  y longitud  $l$  que fluye a través de un tubo. Bajo las condi--

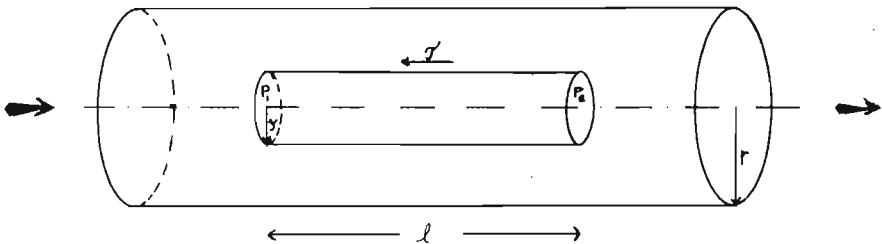


Figura 1. Balance de fuerzas para un elemento cilíndrico del fluido, con flujo laminar a través de un tubo.

-ciones de flujo estable, la velocidad del fluido no cambia con respecto al tiempo, por lo que no hay aceleración y la fuerza neta sobre el cilindro del fluido debe ser cero. Esto significa que la fuerza de presión que actúa sobre el cilindro es igual a la fuerza de cizalla sobre su superficie curva. Si la fuerza de arrastre es por unidad de área, entonces

$$(P_1 - P_2) \pi y^2 = - 2 \pi y l \tau \quad (1)$$

donde el signo negativo, indique que las fuerzas de arrastre y de presión son opuestas. Despejando  $\tau$ ,

$$\tau = - \frac{(P_1 - P_2)}{2 l} y \quad (2)$$

La fuerza de arrastre sobre cualquier plano del fluido está dada por

$$\tau = \eta \frac{du}{dy} \quad (3)$$

donde  $u$  es la velocidad en cualquier punto.

Esto proviene de la definición de viscosidad: el arrastre por

- unidad de área es igual al coeficiente de viscosidad multiplicado por el gradiente de velocidad o velocidad de cizalla,  $du/dy$ . Sustituyendo - la ecuación (3) en (2):

$$\eta \frac{du}{dy} = - \frac{(P_1 - P_2)}{2l} y \quad (4)$$

rearrreglando,

$$du = - \frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l} y dy \quad (5)$$

Esto puede integrarse entre los límites  $r$ , que es el radio - del tubo, e  $y$  para dar la velocidad a cualquier distancia de la pared:

$$\int_r^y du = - \int_r^y \frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l} y dy = \int_y^r \frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l} y dy \quad (6)$$

$$[u]_r^y = \frac{P_1 - P_2}{2\eta l} \left[ \frac{y^2}{2} \right]_r^y$$

$$u_y - u_r = \frac{P_1 - P_2}{2\eta l} \left( \frac{r^2}{2} - \frac{y^2}{2} \right) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} (r^2 - y^2) \quad (7)$$

donde  $u_y$  y  $u_r$  son las velocidades del fluido a las distancias  $r$  e  $y$  del eje del tubo. Así  $u_r$  es la velocidad en la pared del tubo, la cual es - cero; por lo tanto,

$$u_y = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} (r^2 - y^2) \quad (8)$$

Esta es la ecuación de una parábola, que tiene su valor máxi - mo,  $u_{\max}$ , cuando  $y = 0$ , es decir, en el eje del tubo.

$$u_{\max} = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} r^2 \quad (9)$$

Esto se aplica a lo largo de cualquier radio, por lo que la distribución de la velocidad es un paraboloides, como se ve en la figura (2).

El volumen de un paraboloides es el área de su base multipli - cada por la mitad de su altura. Así el flujo total de fluido está dado

$$\text{por: } Q = \Pi r^2 \frac{u_{\max}}{2} = \Pi r^2 \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} \frac{r^2}{2} = \frac{\Pi \Delta P r^4}{8\eta l} \quad (10)$$

que es la ecuación de Poiseuille.

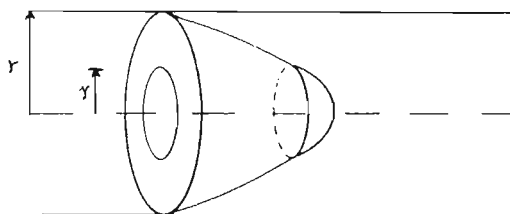


Figura 2. Perfil en paraboloides de la velocidad para flujo laminar en un tubo de sección circular.

Nótese que la velocidad promedio en el tubo, es la velocidad obtenida dividiendo el volumen desalojado entre el área seccional del tubo, es decir,

$$\frac{Q}{\pi r^2} = \frac{u_{\max}}{2} \quad (11)$$

Lo que significa que la velocidad promedio es la mitad de la velocidad máxima.

#### Flujo turbulento.

Normalmente en la industria, el manejo y transportación de fluidos se hace por tuberías relativamente pequeñas y a grandes velocidades, por razones económicas produciéndose así un flujo turbulento.

En el cálculo de tuberías, el flujo turbulento debe considerarse de importancia. En cambio el flujo laminar y la ecuación de Poiseuille, son más importantes cuando se trata de fluidos que fluyen a través de conductos de flujo pequeño, por ejemplo, cuando un líquido fluye a través de los poros de un sedimento filtrante.

Históricamente, el cálculo de la velocidad de flujo esperada para un determinado tubo y a una diferencia de presiones entre esos extremos, involucraba una dificultad. Esto se debía a que un gran número de parámetros influían. Para cualquier caso específico, la presión de go

-ta es una función de la longitud y del diámetro de la tubería, de la densidad y viscosidad del fluido y de su velocidad de flujo.

Para obtener una gráfica experimental de presión de gota contra velocidad de flujo, otros cuatro parámetros tenían que mantenerse -- constantes, y para un periodo largo no había método conocido para graficar los datos experimentales que podrían ser correlacionados por una simple curva. Sin embargo, la fuerza de arrastre del fluido requerida para vencer la fuerza opuesta por la fricción en las paredes del tubo,  $R$ , es una función de  $\rho u^2$  y de  $\frac{\rho u d}{\eta}$ ; esto significa que  $R/\rho u^2$  debiera ser una función simple de  $\rho u d/\eta$ , suponiendo tan sólo que no se ha omitido ninguna otra cantidad física importante. La forma de la función debiera ser la misma no importando si se trata de aire o agua fluyendo, o de si la velocidad de flujo es grande o pequeña, o de si el tubo es largo o -- corto, ancho o delgado. Lo que normalmente se mide en forma experimental es la presión de gota sobre un segmento de tubo para una velocidad de -- flujo dada (figura 3).

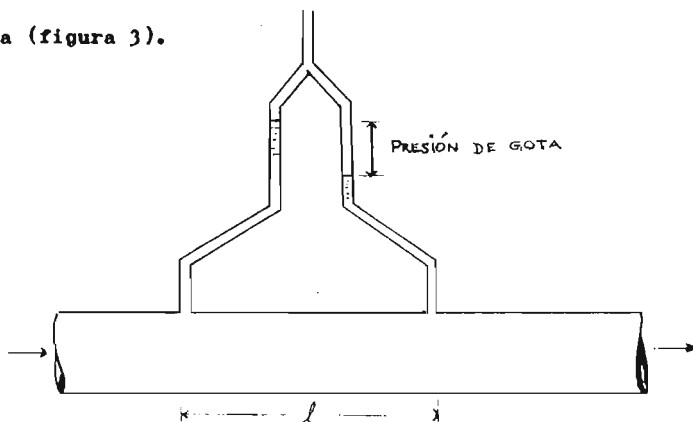


Figura 3. Medición manométrica de la presión de gota a lo largo de una sección de un tubo debida a la fricción.

La fricción en la pared para un tubo circular está simplemente relacionada a la medición de la presión de gota. Exactamente esta misma relación que se usó para la derivación de la ecuación de Poiseuille, que menciona que la fuerza debida a la presión del fluido es igual a la



- fuerza de arrastre puede usarse también. De acuerdo a la figura (4) tenemos,

$$(P_1 - P_2) \frac{\pi d^2}{4} = R \pi d l \quad (12)$$

$$R = (P_1 - P_2) \frac{d}{4 l} = \Delta P \frac{d}{4 l} \quad (13)$$

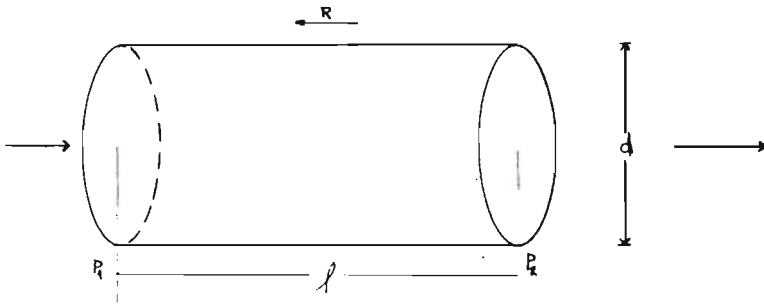


Figura 4. Balance de fuerzas en una porción de un tubo: la diferencia de presiones es opuesta por la fricción del fluido con las paredes del tubo.

Ya que  $\Delta P$  es medido a una velocidad de flujo conocida y que  $d$  y  $l$  definen el tamaño del tubo,  $R$  puede encontrarse y puede hacerse una gráfica de  $R/\rho u^2$ , normalmente llamado factor de fricción, contra  $\rho u d/\eta$ . Tal curva fue usada por Stanton y Pannell, que llevaron a cabo un gran número de medidas experimentales, encontrando que todas sus medidas caían en una simple curva cuando se graficaba de la forma antes mencionada. Esta gráfica relaciona los datos para ambos regímenes, el laminar y el turbulento. Véase la figura (5).

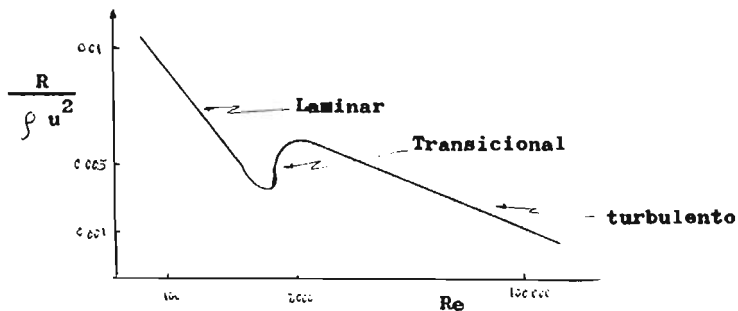


Figura 5. Carta del factor de fricción de Stanton-Pannell.

Para la porción laminar, la ecuación de Poiseuille establece:

$$Q = \frac{\pi \Delta P r^4}{8 \eta l}$$

Rearreglando términos en función de la presión de gota se tiene:

$$\Delta P = \frac{8 Q \eta l}{\pi r^4} = \frac{Q}{\pi r^2} \frac{8 \eta l}{r^2}$$

$$\Delta P = \frac{8 \eta l u}{r^2} \quad (14)$$

ya que la velocidad promedio  $u = Q/\pi r^2$  por definición.

En términos del diámetro del tubo  $d$ ,

$$P = \frac{32 \eta l u}{d^2} \quad (15)$$

Ahora se ha demostrado que  $R = \Delta P d/4 l$ , así -

$$\frac{R}{\rho u^2} = \frac{\Delta P d}{4 l} \frac{1}{\rho u^2}$$

Sustituyendo  $\Delta P$  para la ecuación (15),

$$\frac{R}{\rho u^2} = \frac{32 \eta l u}{d^2} \frac{d}{4 l} \frac{1}{\rho u^2} \quad (16)$$

$$= \frac{8 \eta}{\rho d u} = 8 Re^{-1} \quad (17)$$

Así la ecuación de Poiseuille es equivalente a la ecuación (17)

donde se usa  $Re$  para denotar al número de Reynolds.

Debido al rango extremadamente grande de variación tanto para  $R/\rho u^2$  como para  $Re$ , normalmente se hace una gráfica logarítmica; en tal gráfica la ecuación de Poiseuille da una línea recta de pendiente -1.

La curva en la región turbulenta está bien representada por la ecuación empírica sugerida por Blasius:

$$\frac{R}{\rho u^2} = 0.0396 Re^{-1/4} \quad (18)$$

suponiendo que el tubo es liso. Si se grafica logarítmicamente la ecuación (18), muestra una línea recta de pendiente  $-1/4$ . Nótese que en la región de transición,  $R/\rho u^2$  aumenta repentinamente, debido a que el a--

-rrastre de fluido sobre las paredes del tubo se incrementa de igual forma, al desarrollarse remolinos turbulentos.

Los puntos experimentales de la curva Stanton-Pannell para tubos comerciales normalmente caen arriba de la línea de Blasius. Haciendo mediciones en tubos artificialmente rugosos mediante una cubierta arenosa sobre la superficie interna se ha podido determinar el efecto de tal rugosidad. Es mejor usar el parámetro  $e/d$ , donde  $e$  es una medida de la altura promedio de las proyecciones sobre la pared del tubo y  $d$  es el diámetro del tubo. El parámetro  $e$  se conoce como rugosidad absoluta y la relación  $e/d$ , que es adimensional, como rugosidad relativa.

Una carta de factores de fricción está dada en la figura (6).

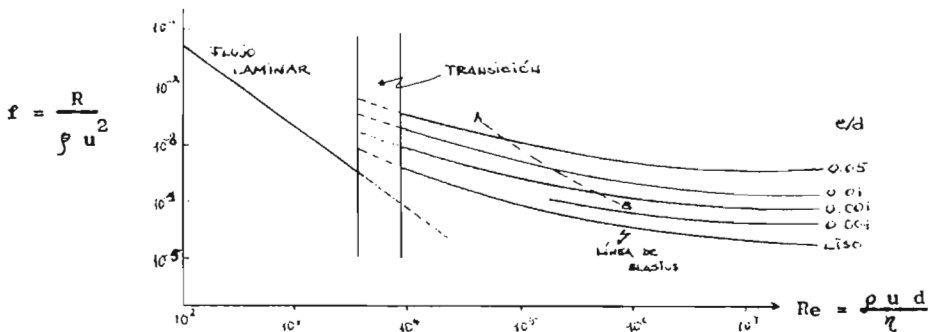


Figura 6. Carta de factores de fricción, incluyendo el efecto de la rugosidad del tubo.

Los límites en la región de transición están entre 2000 y 3000 reynolds y dentro de estos límites el flujo tiende a ser inestable y las mediciones de la presión de gota no son muy reproducibles.

La línea punteada AB marca el borde de la región donde el valor  $R/\rho u^2$  es constante para cualquier valor de  $e/d$ . Así pues en esta región, la presión friccional de gota es proporcional al cuadrado de la velocidad.

En la región de flujo laminar el factor de fricción  $f$  puede ser determinado a partir del número de Reynolds de acuerdo a:

$$\frac{R}{\rho u^2} = f = \frac{16}{Re} \quad (19)$$

Para  $Re$  mayor de 4000, la relación entre el factor  $f$  y el  $Re$  no es sencilla sino que se ha determinado experimentalmente. En la figura - (6) la línea recta para flujo laminar corresponde a la ecuación (19).

#### Aplicación al torrente circulatorio.

En el torrente circulatorio el flujo es normalmente laminar. En la aorta, con un diámetro aproximado de dos centímetros, una viscosidad de la sangre 5 veces superior a la del agua (0.05 poises) y una densidad aproximada de  $1 \text{ g/cm}^3$  (como la del agua), la velocidad crítica resulta ser 0.025 cm/seg. La velocidad de la sangre en esta arteria es de aproximadamente 30 cm/seg, luego el número de Reynolds correspondiente es del orden de 1200. Y en todos los demás conductos circulatorios disminuye el diámetro y disminuye también la velocidad de flujo, debido a la ramificación, por lo que, el número de Reynolds es todavía más pequeño.

Según esto, no habría ninguna posibilidad de que el movimiento de la sangre fuera turbulento. Sin embargo, los datos de Reynolds sólo son exactos para tubos largos y rectos, sin estrechamientos, codos, - obstáculos, etc. Cuando existe alguna de estas circunstancias, el flujo puede hacerse turbulento; para valores de Reynolds inferiores al crítico y de hecho, en el torrente circulatorio, surgen a veces situaciones en - las que aparecen turbulencias.

Uno de los casos tiene lugar al abrirse y cerrarse las válvulas del corazón; otro, a veces, cuando como consecuencia del ejercicio, el corazón suministra un flujo de sangre muy superior al normal, con el correspondiente aumento de velocidad. También pueden aparecer turbulencias como consecuencia del estrechamiento de los conductos de circulación por un origen patológico, traumático o de malformación.

En general la aparición de turbulencias viene acompañada de - ruidos y susurros que pueden ser detectados con el estetoscopio. La de--

-tección e interpretación de esos ruidos tiene gran importancia en la práctica médica. Aunque su causa remota puede ser variada, su causa próxima, en muchos casos, suele ser la misma: el paso del régimen laminar al turbulento.

#### Material.

Columna de vidrio de 5 cm de diámetro interno y aproximadamente 1.5 m de longitud.

Tubo capilar de 1.0 m de longitud.

Manguera rígida de plástico de 0.8 cm de diámetro

Manguera de hule látex de 1.5 cm de diámetro interno

Tapones del número 10.

Jeringa hipodérmica de 10 ml.

Probeta de 500 ml.

Cronómetro.

Pinza prensa.

Azul de metileno.

#### Procedimiento.

Llene completamente la columna con agua, asegurándose que no haya fugas por los tapones. En este momento, la llave de entrada de agua debe estar totalmente abierta al igual que la válvula de salida. Mantenga estas condiciones e inyecte el colorante muy lentamente, observe qué pasa con la línea de colorante. Mida el gasto.

Cierre la válvula un poco y repita la operación antes mencionada midiendo también, el gasto.

Haga mediciones similares repetidas hasta observar el cambio de régimen turbulento a laminar.

### Reporte de Resultados.

Anote las lecturas tomadas del gasto, marcando aquéllas entre las cuáles se observó la transición del flujo laminar a turbulento.

Suponiendo que la presión del agua que entra a la columna es constante, determine el número de Reynolds en los intervalos de transición de los regímenes.

### PREGUNTAS DE LA PRACTICA 5

1. ¿Por qué debe mantenerse el nivel del líquido constante en el recipiente alimentador?
2. ¿Puede influir la temperatura en el presente experimento?
3. ¿Cómo varía el número de Reynolds con respecto al material de que está hecho el tubo?
4. ¿Qué aplicación importante deduce de la pregunta anterior?
5. Supóngase que se determina el gasto de un líquido que fluye a través de una tubería bajo condiciones de flujo laminar. Si se colocara un dispositivo mecánico que produjera grandes turbulencias en dicho tubo, - - ¿Cree ud. que el gasto se mantendría igual? ¿Por qué? ¿Se vería afectada la presión?
6. ¿Qué es un tubo de Pitot?
7. ¿En qué forma se encuentra relacionado el Teorema de Benoulli con el número de Reynolds?

## B I B L I O G R A F I A

Shotton E., Ridgway K.

Physical Pharmaceutics.

Clarendon Press. Oxford (1974).

Lachman Leon, H.A. Lieberman, J.L. Kanig.

The Theory and practice of industrial pharmacy.

Lea & Febiger. Philadelphia (1970).

Fruento A.

Biofísica. 2a edición.

Inter-Médica. Buenos Aires (1974).

J. González Ibeas.

Introducción a la Física y Biofísica.

Editorial Alhambra. Madrid (1974).

Martin N. Alfred. Principios de Fisicoquímica para Farmacia y Biología.

Editorial Alhambra, S. A. Madrid (1967).

## P R A C T I C A 6

## HEMODINAMICA: EXPERIMENTO DE MAREY

Objetivo: demostrar la continuidad del flujo sanguíneo utilizando un modelo.

## Principios preliminares:

Distribución del lecho circulatorio.

Leyes generales de la circulación.

La sangre como sistema heterogéneo.

Influencia de la elasticidad en el caudal.

Fenómenos periódicos.

Papel de la elasticidad de las paredes arteriales.

## Distribución del lecho circulatorio.

La circulación de la sangre y su regulación son el resultado de un conjunto complejo de factores, muchos de los cuales se encuentran muy bien descritos en los textos de Fisiología. En esta sección tan sólo se consideran los fundamentos físicos de esos mecanismos.

/Se puede representar el aparato circulatorio como una tubería por la que circula un líquido impulsado por una bomba central: el corazón. Como se sabe, esta tubería está dividida en dos circuitos, sin embargo sólo se tomará como ejemplo el circuito mayor o sistémico.

Se comenzará por describir la disposición de los vasos que la componen. La figura (1) muestra esta distribución en forma esquemática a partir del ventrículo izquierdo A. La línea llena r representa el radio de cada uno de los vasos en función de la distancia que lo separa del corazón, la que se encuentra graficada en las abscisas. El recorrido comienza en la aorta a, de 1 cm de radio aproximadamente, magnitud que varía muy poco hasta unos 40 cm de distancia del ventrículo. Los vasos más distantes van teniendo menor diámetro, hasta llegar a las arteriolas y los



- capilares b, cuyo diámetro es mínimo. Luego el calibre vuelve a aumentar en el territorio venoso c, hasta llegar a la vena cava, cuyo diámetro es similar al de la aorta.

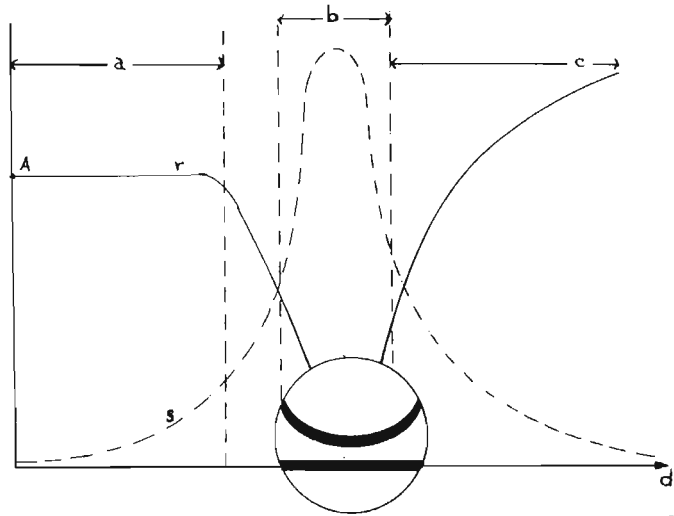


Fig 1. Distribución de la sección de los vasos y de la sección total del lecho en el circuito circulatorio: r, radio de los vasos; s, sección total del lecho; a, aorta; b, arteriolas y capilares; c, territorio venoso.

Sin embargo, si bien el diámetro de los vasos individuales va ría como se ha indicado, hay que tener presente que ha medida que un tipo de vaso es más delgado, es mayor el número de los de su clase que, en paralelo, intervienen en el circuito. Si se suman las secciones de esos vasos, se tiene la sección total del lecho circulatorio a una determinada distancia del ventrículo. Dicha sección se representa con la línea -- discontinua s en la misma figura. Como se puede apreciar en ésta, la sec ción total es mínima a nivel de la aorta, donde mide  $3 \text{ cm}^2$  aproximadamen te; va aumentando hasta alcanzar un máximo a la altura de los capilares, donde tiene un valor cerca de 600 veces mayor, y vuelve a disminuir ha-- cia las venas cavas.

#### Leyes generales de la circulación.

La circulación obedece a tres leyes generales, que pueden denominarse:

Ley del caudal, Ley de las velocidades, y Ley de las presiones.

La ley general del caudal establece que el caudal sanguíneo es el mismo en cualquier sección completa del lecho circulatorio.

Si ésto no ocurriese, es decir, si por dos secciones distintas del circuito circulatorio pasasen diferentes caudales, la sangre se iría acumulando o desapareciendo entre ellas.

Puesto que el caudal es constante en cualquier sección completa del lecho circulatorio, indica que, la velocidad promedio de la sangre en los diferentes vasos es inversamente proporcional a la sección completa del lecho circulatorio en la porción considerada.

La ley general de las velocidades no es más que una consecuencia de ésto. Expresa que la velocidad sanguínea disminuye desde la aorta hacia los capilares (donde la sección completa es máxima), para ir aumentando nuevamente desde éstos hacia las venas. Véase la figura (1).

En cuanto a la magnitud de la velocidad sanguínea, es del orden de 30 cm/seg en la aorta y de 0.5 mm/seg, a la altura de los capilares.

La ley general de las presiones establece que la presión hidrostática es mayor en la raíz de la aorta A y que a partir de allí va disminuyendo hacia el sector venoso, para ser mínima en la desembocadura de las venas cavas. Esta variación se muestra en la figura (2), donde las presiones se representan en el eje de las ordenadas, y las distancias desde el ventrículo izquierdo, en el de las abscisas.

Como se ve, la mayor caída de presión se produce a nivel de las arteriolas a y de los capilares b, mientras que en las arterias c y las venas d la caída es pequeña. Esto se contradice, en apariencia, con el Teorema de Bernoulli, pues, de acuerdo con él, en la zona de mayor sección y de velocidad menor (a la altura de los capilares) la presión debería ser mayor.

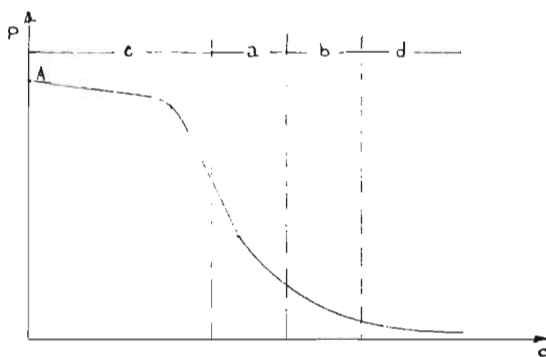


Figura 2. Caída de presión a lo largo del circuito sistémico: a, arteriolas; b, capilares; c, territorio arterial; d, territorio venoso.

En realidad, tal contradicción no existe: el Teorema de Bernoulli se cumple solamente para líquidos ideales; cuando se trabaja con líquidos reales, las conclusiones que se puedan extraer de él deben ser corregidas de acuerdo con los efectos de la viscosidad.

Si empleando los valores de la sección, del caudal, de la velocidad, etc., que aparecen en el aparato circulatorio, se calculan las variaciones de presión, de acuerdo con el Teorema de Bernoulli, y las que corresponden a la viscosidad, se comprueba que las primeras son muy pequeñas comparadas con las segundas. En consecuencia, las presiones en el aparato circulatorio están prácticamente regidas por la fórmula de Poiseuille, con las limitaciones que se verán más adelante.

La sangre como sistema heterogéneo.

Se dice que un líquido es newtoniano cuando cumple con la ley de Poiseuille; a partir de la cual pueden calcularse viscosidades:

$$\eta = \frac{\pi \Delta P r^4}{8 V l} \quad (1)$$

donde V equivale al caudal sanguíneo.

Cuando se trata de sangre, si se hacen varias determinaciones con diferentes valores de las variables, el valor de la viscosidad  $\eta$ , calculado mediante esta fórmula, se mantiene constante. Esto es lo que o

-corre con la sangre cuando circula por tubos de mas de 0.4 mm de diámetro. Pero su comportamiento es diferente cuando fluye por tubos de diámetro menor o por los vasos capilares. Se dice, por lo tanto, que la sangre es un líquido no newtoniano.

Si se hace circular sangre por tubos rígidos de menos de 0.4 mm de diámetro se comprueba que el valor de  $\eta$ , obtenido mediante la fórmula de Poiseuille, depende de la diferencia de presión empleada, así como del radio del tubo, es decir, que no es constante. Carece entonces de sentido afirmar que la sangre tiene una determinada viscosidad, puesto que el valor resultante depende de las condiciones experimentales. Se calcula pues la viscosidad mediante la fórmula de Poiseuille, pero al valor logrado se le llama viscosidad aparente.

El resultado así obtenido, se deduce considerando infinitas capas concéntricas que se desplazan dentro del tubo. Esto es válido para un líquido homogéneo, pero en el caso de la sangre cada capa líquida no puede ser más delgada que un glóbulo rojo, de modo que debe medir como mínimo 0.007 mm de espesor. Se comprende que entre el eje y la pared de un tubo de 0.1 mm de radio caben entonces alrededor de 15 capas, número que no puede ser considerado prácticamente infinito. Este podría ser motivo que explicara por qué no se cumple la fórmula de Poiseuille en estos casos.

Cuando se hace circular sangre por tubos capilares rígidos -- (por ejemplo de vidrio) a diferentes presiones, se observa que, aunque la viscosidad aparente cambie, a cualquier valor de la diferencia de presión (por pequeño que sea) corresponde un caudal, es decir, la sangre -- fluye. En cambio, cuando se estudia la circulación en los vasos capilares de un animal, se obtienen los resultados que se muestran en la figura (3), donde la presión esta representada en las abcisas y el caudal, en las ordenadas.

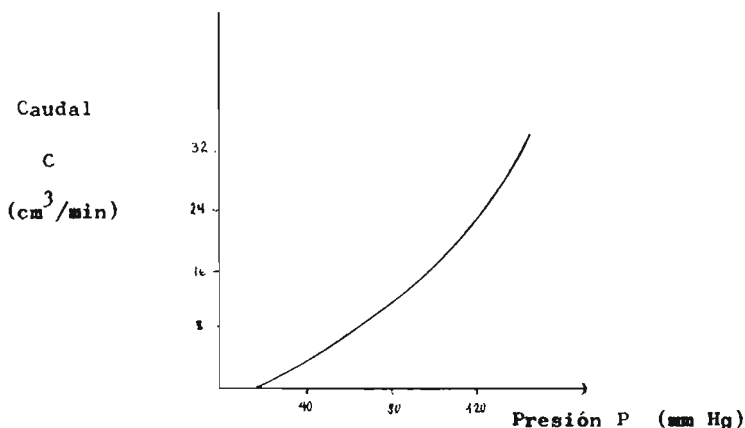


Figura 3. Flujo plástico de la sangre en los capilares.

Como se ve, una presión inferior a un valor determinado, en este caso 20 mm de mercurio, no alcanzan a provocar la circulación de la sangre por los capilares. Por este motivo se dice que el flujo de la sangre es "plástico" en estos vasos. Como los glóbulos tienen dimensiones del mismo orden que los vasos capilares, se interpreta el fenómeno suponiendo que se necesita una presión mínima para que dichas células puedan franquear la luz de aquéllos.

#### ✓ Influencia de la elasticidad en el caudal.

Ya se ha hablado de la elasticidad de los vasos sanguíneos, debido a la cual, su comportamiento es diferente del de los tubos rígidos.

Esto se manifiesta especialmente cuando se estudia el caudal correspondiente a distintas diferencias de presión. Supóngase, por ejemplo, que a lo largo de un vaso sanguíneo la presión desciende de 40 mm Hg a 20 mm Hg (figura 4.1). La caída de presión es de 20 mm Hg y a ella corresponde un caudal determinado. Supongamos ahora que deseamos saber qué caudal corresponde a una caída de presión de 30 mm Hg. Este valor se puede lograr aumentando la presión inicial a 50 mm Hg o disminuyendo la final a 10 mm Hg. Los resultados son diferentes en ambos casos; en el --

- primero, el incremento de presión en la parte inicial del vaso lo dilatará, aumentando su radio (figura 4.2). El caudal crecerá entonces por el aumento de la diferencia de presión y la disminución de la resistencia, y será mayor que en un tubo rígido. Al contrario, si se reduce la presión final, la parte correspondiente del vaso disminuirá de radio (figura 4.3) de modo que aumentará la resistencia. En consecuencia, el caudal será menor que en el caso de un tubo rígido.

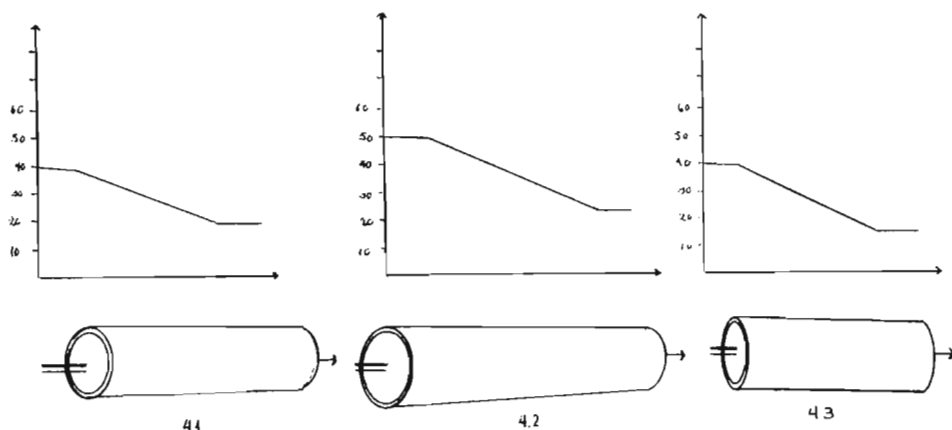


Figura 4. Influencia de la elasticidad en el caudal.

En general, el primer caso es el que se da en los vasos capilares cuando por algún motivo aumenta la presión arterial, de modo que, la resistencia no sólo decrece en ellos por disminución de la viscosidad aparente, como ocurre en los tubos rígidos, sino también por aumento del radio. ✓

#### Fenómenos periódicos.

Hasta aquí se ha considerado la mecánica circulatoria como si los procesos en estudio fuesen estacionarios. Este, sin embargo, no es el hecho real. Se sabe perfectamente que el corazón cumple un ciclo periódico formado por la sístoles auricular, la sístole ventricular y la diástole. El período de este proceso es de 0.8 seg, aproximadamente. En consecuencia, las presiones en los ventrículos y en los vasos, los volú-

-menes de las cavidades del corazón, la velocidad de la sangre, las ondas de propagación a lo largo de las arterias, etc., varían con el mismo periodo. Por lo tanto, un conocimiento más completo acerca de la dinámica circulatoria requiere el estudio de esos fenómenos periódicos.

El primer problema que se plantea se relaciona con los instrumentos de registro empleados para hacer ese estudio, especialmente los manómetros. Estos deben reunir dos condiciones fundamentales:

1. Tener suficiente sensibilidad para registrar los cambios que a veces son muy pequeños, y
2. Tener poca inercia para registrar los fenómenos sin deformarlos.

En la actualidad, estos problemas se han resuelto prácticamente mediante el empleo de "trasductores" y amplificación por medios electrónicos.

#### ✓ Papel de la elasticidad de las paredes arteriales.

Los efectos que la elasticidad de las paredes arteriales tiene sobre la circulación de la sangre fueron demostrados hace ya mucho tiempo por el clásico experimento de Marey. A partir de este experimento analizado se observará la importancia que tiene la elasticidad de las arterias en relación con el trabajo cardíaco.

Si los vasos fuesen rígidos, la sangre no circularía durante la diástole, como se comprueba en el experimento y se detendría en todos los puntos del cuerpo. Para introducir un nuevo volumen de sangre en la tubería rígida durante la sístole, el corazón debería poner en movimiento toda la sangre del cuerpo. Para ello necesitaría realizar un trabajo igual a la energía cinética no ya del volumen sistólico, sino todo el volumen sanguíneo. Pero durante la diástole siguiente toda la sangre volvería a detenerse, y esa energía cinética se perdería totalmente en forma de calor. El proceso se repetiría en forma periódica, y, como se comprende, el corazón tendría que realizar un trabajo enorme para llevarlo a cabo.

En realidad, las cosas ocurren de otra manera. Como los vasos son elásticos, el volumen de sangre expulsado por el corazón en cada sistole se acumula momentáneamente, por así decir, en la porción inicial -- del circuito circulatorio, distendiéndola. El trabajo que realiza el corazón queda así acumulado en forma de energía potencial elástica en las paredes de los vasos. La sangre "acumulada" durante la sistole va fluyendo durante la diástole, de modo que la energía potencial elástica se transforma gradualmente en cinética.

La acumulación inicial de sangre en la raíz de las grandes arterias va acompañada, como es de suponer, por un aumento de presión. Este ascenso de presión y la dilatación correspondiente se propagan a lo largo del sector arterial constituyendo la llamada onda del pulso.

El aparato que usó Marey en su experimento es el que aparece en la figura (5).

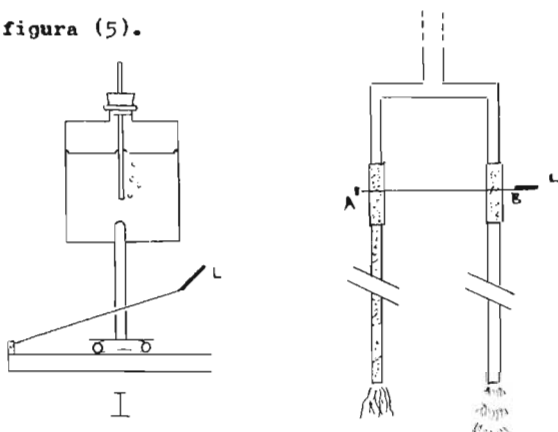


Figura 5. En I, se muestra el frasco de Mariotte alimentando las dos tuberías y el dispositivo obturador. En II, se muestran las tuberías en proyección horizontal.

Se coloca en el frasco de Mariotte una solución que, por medio de una "y", alimenta a los dos tubos: el tubo de hule A y el tubo de vidrio B. El dispositivo obturador con la llave L, permite interrumpir en forma periódica la circulación en ambos tubos a la vez. Si la frecuencia de las interrupciones y la elasticidad del tubo A son adecuadas, se podrá



- observar que a la salida de este tubo el flujo es continuo, mientras - que, en el tubo rígido, es periódico, interrumpiéndose cada vez que la - llave intercepta el paso del líquido.

#### Material:

Columna de vidrio de 4.5 cm de diámetro interno por 1 m de longitud.

Tubo de vidrio de 8 mm de diámetro.

Manguera rígida transparente de 8 mm de diámetro.

Cinta métrica.

Probeta de 500 ml.

Cronómetro.

Pinzas de cierre inmediato.

Tapones de hule del # 10

#### Procedimiento.

1. Montaje del aparato.- Utilizando el material mencionado, construya - el aparato descrito a continuación, cuidando que sus conexiones no tengan fugas y sean seguras.

2. Procedimiento.- Llene la columna alimentadora con agua hasta alcanzar la altura de la manguera de rebosadero. Permita al mismo tiempo -- que se vaya llenando la columna amortiguadora, para lo cual, debe dejar abierta la manguera de purga y cerrar la manguera de salida.

Una vez que está totalmente lleno el recipiente amortiguador, debe cerrar la manguera de purga. El nivel del agua en la columna amortiguadora se mantendrá constante siempre y cuando esté bien cerrada la manguera de purga.

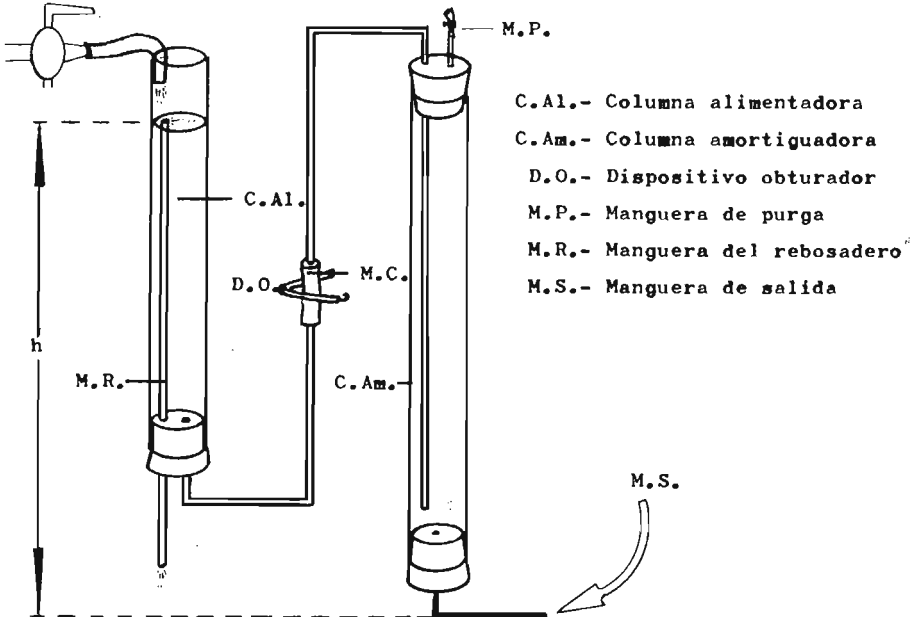
La manguera de salida siempre deberá permanecer a una misma altura, invariable a lo largo del experimento. En la terminal de la manguera de salida coloque la probeta. Colecte el líquido durante X -- segundos e inmediatamente impida el flujo presando la manguera de - -

- cierre hasta que deje de salir líquido, después restituya el flujo. Repita estas operaciones durante y veces. Al cabo de este tiempo, lea el volumen colectado y anótelo.

A través de la manguera de purga introduzca aire (soplando), hasta alcanzar una altura de A cm en la columna amortiguadora. - Cierre la manguera de purga y repita los pasos anteriores, colectando el líquido durante y veces cada ocasión, que es el tiempo que dura la operación. Anote sus lecturas.

Proceda de igual forma introduciendo aire para alcanzar alturas de aire de B cm, C cm, D cm, . . . , en la columna amortiguadora.

Anote sus resultados, así como la altura que existe entre el nivel de agua en la columna alimentadora y la terminal de la manguera de salida, altura que no debe variar a lo largo del experimento. Este último dato le servirá para averiguar la presión a la cual está sometido el sistema, resultado que deberá reportar.



## Reporte de resultados.

1. Grafique gasto en función de las alturas de las columnas de aire, contenidas en la columna amortiguadora.
2. Obtenga una relación matemática entre esas dos variables.
3. De la relación que obtuvo, diga a qué conclusión llega comparando los resultados obtenidos en esta práctica con el flujo a través de - vasos sanguíneos.

## PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA

1. ¿Se cumple la ley de Hooke en los vasos sanguíneos? ¿Por qué?
2. Refiriéndose a la sangre, ¿se cumple el teorema de Bernoulli?
3. ¿Se puede aplicar la ecuación de Poiseuille de viscosidad para determinar la viscosidad de la sangre?
4. ¿Por qué se habla de viscosidad aparente de la sangre?
5. Determine la presión cinemática en la aorta, sabiendo que la velocidad del flujo sanguíneo en ella es de 30 cm//seg. La densidad de la sangre es de  $1.05 \text{ g/cm}^3$ .

## B I B L I O G R A F I A

Antonio Frumento.

Biofísica. 2a edición.

Inter-Médica Editorial. Buenos Aires (1974).

J. González Ibeas.

Introducción a la Física y la Biofísica.

Editorial Alhambra. Madrid (1974).

## P R A C T I C A 7

## ELECTROSTATICA

Objetivo: Comprobar algunos principios básicos de la electricidad.

## Principios preliminares:

Fenómenos básicos de la electrostática.

Electrización por fricción, por inducción y por con  
tacto.

Clasificación de cargas.

Conductores y aislantes.

Naturaleza de los procesos de conducción.

Explicación de la inducción electrostática.

Electroscopio.

Ley de Coulomb.

Concepto de campo eléctrico.

## Fenómenos básicos de la electrostática.

En la física es muy importante el conocimiento de la naturaleza de las fuerzas que los átomos y las moléculass se ejercen mutuamen  
te. Un cálculo simple, muestra que las fuerzas gravitacionales entre á  
tomos y moléculas no explican adecuadamente los fenómenos observados de la elasticidad, la tensión superficial, la tensión de vapor, etc., ya que estas fuerzas resultan demasiado pequeñas; sin considerar la discre  
pancia cuantitativa de la acción gravitacional, ésta no podrá explicar las fuerzas repulsivas mutuas de corto alcance que se sabe existen en--  
tre estas partículas. De tal manera que se requiere de otro tipo de --  
fuerzas muchom mayores para poder explicar las interacciones interatómi--  
cas e intermoleculares. Los bien conocidos fenómenos de atracción y re--  
pulsión entre cargas eléctricas, sugieren que las fuerzas electrstáti--

-cas pudieran satisfacer tal requisito. Si las fuerzas interatómicas e intermoleculares fueran efectivamente eléctricas, surgiría una pregunta más, relacionada con la distribución de cargas dentro de los átomos y las moléculas. Manteniendo esta idea en mente, como un requisito fundamental para el estudio de la estructura atómica y también por la gran importancia de la electricidad por sí misma, se debe estudiar en la presente práctica, los fenómenos básicos de la electrostática. La importancia por carreras o áreas resulta obvia.

Electrización por fricción, por inducción y por contacto.

Existe un gran número de materiales conocidos que tienen la propiedad de que después de haber sido frotados contra piel, un trozo de seda, de lana, etc., atraen a algunos cuerpos ligeros. Este fenómeno puede observarse, por ejemplo, con una regla ordinaria de lucita y una tira de papel. Si el papel se suspende verticalmente y se le acerca la regla después de haberla frotado contra la manga, la regla atraerá a la tira de papel fuertemente y ésta se adherirá a la regla. Si ahora se suelta el papel, la regla soportará todo su peso. Se puede observar un comportamiento similar al frotar cera, resina, ebonita, poliestireno, polilita, vidrio y muchos otros materiales. Sin embargo, este efecto no se observa cuando se frota un trozo de madera o una barra metálica y se acerca a un objeto ligero.

El comportamiento observado al frotar lucita, poliestireno, vidrio, etc, sugiere que, después de haber sido frotados, existe algo en ellos que no se encontraba con anterioridad y que es, a éste "algo" al que se le debe atribuir la fuerza de atracción ejercida sobre el papel. A este algo hipotético se le denomina electricidad y se dice que un cuerpo que lo posee está electrizado, o bien que está cargado eléctricamente.

En esta situación, existe una asimetría aparente que no de-

-be pasarse a la ligera. Se recordará que en el estudio de la gravitación se recalcó que la atracción gravitacional siempre se ejerce mutuamente entre dos masas y que al hablar de un cuerpo que atrae y de otro que es atraído corresponde simplemente a adoptar uno de dos puntos de vista igualmente válidos. En este caso, debido a que la acción y la reacción son iguales y opuestas, podemos escoger a cualquiera de los dos cuerpos, por ejemplo poliestireno y papel, como el cuerpo que atrae. Pese uno de estos cuerpos, el poliestireno, está cargado eléctricamente, en tanto que el otro, o sea el papel, aparentemente no lo está. Parece entonces que a la acción simétrica de fuerzas de atracción mutuas no corresponde una situación simétrica en lo que respecta a las cargas eléctricas.

Esta dificultad desaparecería si se pudiera mostrar que, al encontrarse en las vecindades de la barra de poliestireno cargada, el papel también adquiere una carga. Se puede tentar de probar esto experimentalmente: el poliestireno se carga mediante el frotamiento, en tanto que el papel se mantiene cerca de éste, pero sin tocarlo, de tal forma que no parece que pueda haber una transferencia de carga. Pueden mantenerse separados colocando entre ellos una lámina de vidrio o de plástico. De cualquier manera, la atracción tendrá lugar a través del aire. Si ahora se separa el papel y se acerca de inmediato a otro pedazo de papel o a una mesa, o a un dedo, se verá que ocurre una atracción entre estos dos cuerpos igual a la que ocurría anteriormente entre el poliestireno y el papel. La electrización producida en un cuerpo, o en una parte de un cuerpo, al acercarlo a un cuerpo cargado, se conoce como electrización por inducción y la carga así producida se llama carga inducida.

La tira de papel también puede cargarse mediante frotamiento, por ejemplo, jalándola rápidamente entre los dedos y haciendo pre-

-sión con éstos (los dedos deben estar secos) o frotándola con una franela o con seda.

Hay varios medios por los cuales puede alterarse el equilibrio eléctrico, siendo uno de ellos la electrización por contacto, que sólo requiere de un contacto íntimo entre un cuerpo cargado y uno no cargado.

#### Clasificación de cargas.

Una barra se suspende de un balancín sujeto a una cuerda, como se ve en la figura (1), y otra barra puede sujetarse con la mano. La fuerza que ésta ejerce sobre el extremo cargado de la barra suspendida, se observa directamente.

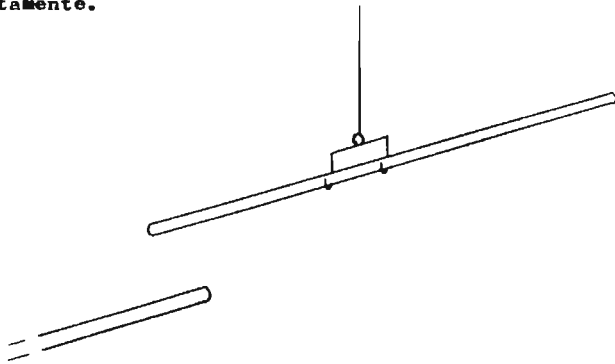


Figura 1. Atracción electrostática.

Si en un experimento como el descrito, ambas barras son del mismo material y se las frota de la misma manera, se encontrará que la fuerza entre ellas siempre será repulsiva. Hasta ahora no se ha considerado la posibilidad de que exista más de un tipo de carga, pero de cualquier forma, las cargas producidas en un mismo material de una misma manera, pueden, presumiblemente, considerarse como similares. Resulta entonces aparente que cargas iguales se repelen.

Supongamos que en un experimento ambas barras son de poliestireno y que sus extremos han sido frotados con una franela. Ahora su-

-póngase que, manteniendo una de las barras de poliestireno en un balan cin, acercamos otra barra frotada con una franela, pero en este caso - la barra es de ebonita, o de cera, o de resina, o de lucita. En estos - casos se observará una repulsión. Siguiendo el principio de que las co- sas que hacen lo mismo son iguales (siendo la semejanza de comporta- - miento el único criterio de igualdad posible) puede inferirse que las - cargas producidas en todos estos cuerpos son del mismo tipo. Si parece se que la mera observación de la acción mecánica en el poliestireno fro- tado no es una prueba suficiente de la semejanza de comportamiento, se pueden hacer otras pruebas con barras de ebonita, cera, etc., frotadas y suspendidas. Si se hace ésto, se encontrará que las acciones observa- das son mutuamente consistentes en todos los casos.

Experimentalmente se observa que no todos los materiales fro- tados repelen a barras frotadas de poliestireno, cera, ebonita, etc., - alguno de ellos las atraen. Se encuentra que el vidrio frotado con seda o la polilita frotada con una franela atraen a cuerpos de poliestireno, cera, resina y ebonita frotados. Por consiguiente, debido a que la dife- rencia de comportamineto debe significar una diferencia en naturaleza, la electricidad producida en el vidrio al ser frotado con seda, o en la polilita frotada con franela, debe ser de una clase diferente a la ante- rior.

Con este tipo de experimentos se encuentra que todas las car- gas se pueden clasificar en dos categorías, ambas necesarias y suficien- tes. Se encuentra que tal división en dos, y sólo dos categorías es com- pletamente satisfactoria en el sentido de que todos los hechos son con- cordantes.

Por lo general se establecen dos leyes cualitativas respecto a la forma en que las cargas ejercen sus fuerzas. Estas son:

1. Cargas iguales se repelen y



## 2. Cargas desiguales se atraen.

Sin embargo, el segundo enunciado no puede aceptarse como una ley, en el sentido estricto del término. En los experimentos descritos anteriormente no se sabe de antemano que las cargas en el poliestireno y en el vidrio son diferentes. Consecuentemente, la observación de la atracción mutua entre ellos, no constituye un descubrimiento de que cargas desiguales se atraen. De hecho, se procede a la inversa: por ejemplo, la diferencia de comportamiento en las acciones que éstos ejercen en la ebonita frotada, se toma como el criterio para diferenciar su clase; sólo después de haber realizado el experimento se sabe que las dos cargas son diferentes.

La atracción y la repulsión son efectos opuestos y esto sugiere que podría ser útil para los propósitos de tratamiento matemático, designar a las cargas que dan lugar a estos efectos en un caso particular (por ejemplo, la acción en la resina frotada) como positivas y negativas. Naturalmente, la forma de escoger cuál de las cargas es positiva y cuál negativa, fue arbitraria en un principio, pues no había ningún argumento que favoreciera una alternativa sobre la otra.

Antes que se pueda discutir la utilidad de tales designaciones, para propósitos matemáticos, se tendrá que decidir sobre qué bases se puede decir que ciertas cantidades de electricidad positiva y negativa son de la misma magnitud. Tal parece que la única definición razonable para esta igualdad, tiene que darse en términos de las fuerzas ejercidas sobre una tercera carga mantenida a cierta distancia de éstas. Supóngase que se dispone de una mancuerna larga formada por una barra aislante delgada en cuyos extremos están montadas unas esferas metálicas A, B, suspendida horizontalmente en una cuerda de torsión, tal como se indica en la figura (2).

Si a la esfera B se le comunica una carga y si una tercera -

- esfera cargada, montada en un soporte aislante, se mantiene en un plano horizontal, que pase por A y B y en una posición tal que el ángulo ABC sea recto, entonces la fuerza ejercida por C sobre B (ya sea atractiva o repulsiva) causará una rotación en la suspensión cuya magnitud será fija para una distancia BC dada. Supóngase que la fuerza es atractiva. Si ahora se sustituye a C por otra carga que produzca una repulsión en B, pero de tal forma que para la misma distancia, la rotación de la suspensión sea del mismo ángulo (esto es, se ejerce la misma fuerza sobre B), se dice que las dos cargas que se han colocado cerca de B son iguales en magnitud, aunque de diferente clase.

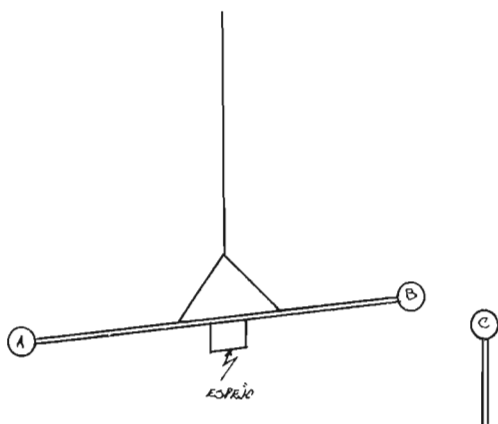


Figura 2. Aparato para investigar la ley que rige las fuerzas entre cargas.

Considérese una funda pequeña de franela montada en un soporte largo. El diámetro interior de la funda es tal que ajuste en una barra larga de poliestireno. Debe poderse producir una carga negativa en un extremo de la barra de poliestireno si se cubre éste con la funda y se gira la barra. Ahora se coloca el extremo supuestamente cargado (sin quitar la funda) en la posición C, (ver figura 2) para efectuar una prueba como la descrita anteriormente. No se observa ninguna acción sobre B. Suponiendo que tanto el poliestireno como la franela están carga

-dos, la carga en la franela será positiva e igual en magnitud a la carga negativa en el poliestireno; así, las dos fuerzas ejercidas sobre B deben ser iguales y opuestas, con resultante cero. Puede mostrarse que - ésto es, en realidad el caso, separando la barra de poliestireno y probando separadamente su carga y la carga de la franela. El resultado obtenido sería que la carga en la franela es positiva e igual en magnitud a la carga negativa del poliestireno.

Este y otros experimentos indican que todos los cuerpos tienen ordinariamente cantidades iguales de electricidad positiva y negativa, que neutralizan mutuamente sus efectos externos. También indican que el proceso de electrización cualquiera que sea su mecanismo, es la mera transferencia de unomo de ambos tipos de carga entre dos cuerpos o entre diferentes partes de un sólo cuerpo.

#### Conductores y aislantes.

La desaparición de carga de un cuerpo electrizado debe ser -- causado por una fuga de carga, ya sea al aire que lo rodea, o a lo largo del cuerpo electrizado hasta la mano y después a la tierra. La fuga a -- través del aire no puede explicar la diferencia en rapidez con que la -- carga desaparece de dos cuerpos electrizados, esta diferencia debe ser -- causada por diferencia de los propios cuerpos. A cuerpos tales como el -- poliestireno que conservan su carga por un tiempo relativamente grande, se les llama buenos aislantes; éstos no transfieren rápidamente su carga a otros cuerpos con los que están en contacto. Por otra parte, a cuerpos donde la carga permanece sólo por un momento en estas condiciones (o no permanece) se les llama conductores de electricidad. De esta manera, el papel, que se clasificaría como un material razonablemente buen aislante en condiciones de poca humedad, quedaría clasificado como un material con ductor en tiempo húmedo, cuando una cantidad apreciable de humedad atmosférica fuese absorbida por sus fibras.

Si una esfera metálica se monta en una barra de poliestireno a manera de soporte y a continuación se frota con un trapo, se observará que, de la misma manera que la lucita, el poliestireno, el vidrio, etc., atraerá papeles o algunos cuerpos ligeros, mostrando con ésto que ha adquirido una carga. Así se ha mostrado que todos los cuerpos sólidos, aislantes o conductores, pueden electrizarse por fricción.

Es imposible hacer una distinción real entre objeto frotado y el que frota, y ésto sugiere que, no sólo el poliestireno, la esfera metálica, etc., adquieren una carga, sino que también ocurre ésto con el trapo con el que han sido frotados. Esto puede mostrarse montando un pedazo de franela en un soporte aislante y frotando a otro cuerpo (por ejemplo, una barra de poliestireno). Se encontraría que la franela, al igual que el poliestireno, ha adquirido carga.

Del hecho de que los metales conducen la electricidad se sigue que si un cuerpo metálico cargado, por ejemplo, por fricción, se pone en contacto con otro cuerpo metálico, parte de su carga pasará a este cuerpo, hasta entonces descargado; la carga estará ahora repartida entre ambos cuerpos.

#### Naturaleza de los procesos de conducción.

Existen tres maneras posibles mediante las cuáles puede suponerse que ocurre el proceso de conducción de electricidad:

1. La electricidad positiva puede fluir en una dirección, mientras que la electricidad negativa, permanece inmóvil.
2. La electricidad negativa puede fluir en la otra dirección, mientras que la electricidad positiva, permanece inmóvil.
3. Puede haber un flujo simultáneo de ambos tipos de electricidad en direcciones opuestas.

A priori, las tres alternativas son igualmente probables, ya que, las tres explicarían de manera adecuada los efectos mecánicos obser-

-vados, que se deben simplemente al exceso de un tipo de carga sobre la otra en los diferentes objetos cargados.

El hecho de que todos los cuerpos pueden ser cargados eléctricamente sugiere que las cargas eléctricas forman parte de cualquier tipo de materia. Debido a la circunstancia de que en condiciones normales un cuerpo es eléctricamente neutro, tal cuerpo debe contener cantidades iguales de cargas positivas y negativas, distribuidas de tal manera que no se pueden observar efectos eléctricos fuera del cuerpo.

Por otro lado, se sabe que cada átomo de una sustancia está formado por un núcleo pesado, cargado positivamente, que está rodeado de grupos de partículas cargadas negativamente, llamadas electrones.

El núcleo de un átomo está formado por dos tipos de partículas: partículas cargadas positivamente, llamadas protones y partículas eléctricamente neutras, llamadas neutrones. En un átomo neutro, el número de protones del núcleo es igual al número de electrones fuera de él. Así, la carga eléctrica de un protón debe ser igual y opuesta a la carga de un electrón.

En el caso de cuerpos sólidos, los átomos se encuentran más unidos y los electrones externos pueden moverse con relativa facilidad de un átomo a otro. Estos electrones se llaman electrones libres o de conducción. Todos los metales son conductores de electricidad y contienen uno o dos electrones libres por átomo. En muchas sustancias los electrones no pueden moverse libremente de un átomo a otro. Estas sustancias se clasifican, como ya se vió, en aislantes, mientras que los conductores poseen la facilidad de movimiento de sus electrones externos.

El cuerpo del que se retiran electrones se cargará positivamente, mientras que, el cuerpo al que le han sido añadidos electrones, se carga negativamente.

### Explicación de la inducción electrostática.

Suponga que se acerca una barra cargada por frotamiento a un conjunto de dos esferas, originalmente descargadas, que están en contacto mutuo. Se podrá observar que las dos esferas constituyen de hecho, un só lo cuerpo conductor. Este contiene iguales cantidades de electricidad po sitiva y negativa. La carga negativa de la barra de poliestireno atrae a la electricidad positiva y repele a la electricidad negativa, causando - con ésto que la esfera 1 tenga un exceso de carga positiva, en tanto que la esfera 2 tenga un exceso de carga negativa. Estos dos tipos de carga se atraen a su vez y es esta atracción mutua la que establece el límite a la transferencia de carga, de una esfera a la otra, debida a la carga negativa de la barra de poliestireno.

Se puede repetir este experimento de una forma diferente, tal como se ilustra en la figura (3). En este caso, las dos esferas son reemplazadas por un cuerpo metálico alargado ("conductor") montado en un soporte aislante. Ahora se puede determinar el estado de la carga de cual-

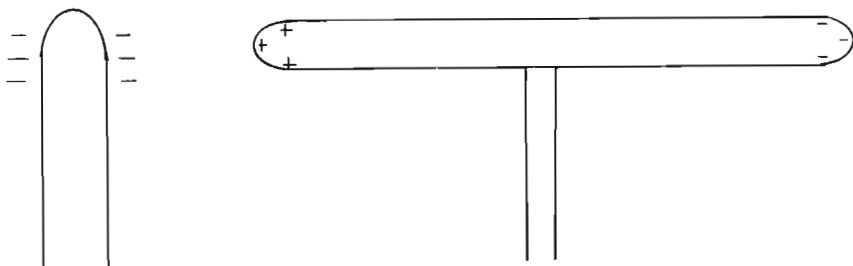


Figura 3. Producción de cargas opuestas en los extremos de un conductor mediante inducción.

-quier parte del conductor, utilizando un plano de prueba, que consiste de un pequeño disco metálico, por ejemplo, una moneda, montada en un soporte aislante. El disco se pega a la región del conductor que se requiere probar, de tal forma que se convierte en parte de la superficie del -

- conductor en esa región. Después se separa, transportando entonces una muestra de la carga y se lleva a prueba en un electroscopio.

Esta prueba mostrará no sólo el tipo de carga en la región en cuestión, ésto es, la llamada "polaridad" de la carga, sino que también da cierta idea de la densidad superficial.

Si el experimento se hace con una carga inductora negativa, - se encontrará que el conductor se carga como se muestra en la figura (3). Si en vez de ésto, la carga inductora fuera positiva, todos los signos negativos, tendrían que ser positivos y viceversa, de acuerdo con la situación que entonces ocurriría.

Suponga que se toca momentáneamente al conductor, manteniendo la barra de poliestireno frotado en su posición, por ejemplo. De esta manera, el conductor metálico, el cuerpo del experimentador y toda la tierra sobre la cual esté parado se convierten por un momento en un sólo cuerpo conductor, permitiendo que la electricidad negativa fluya del cuerpo metálico hacia tierra, mientras que una cierta cantidad de electricidad positiva asciende de la tierra para aumentar la carga positiva que se tenía anteriormente. Si después de haber roto la conexión con tierra, se prueban de nuevo diferentes partes de la superficie del conductor metálico con el plano de prueba, se encontrará que todo el conductor está cargado positivamente aunque la densidad superficial de carga es mayor en el extremo próximo a la barra de poliestireno.

Basándose en estos experimentos, resulta fácil explicar la forma en que un electroscopio se carga por inducción.

Electroscopio.

Es un dispositivo diseñado para detectar la existencia de carga.

Por lo general, su construcción se basa en la repulsión mutua observada entre cargas del mismo signo. Así, se puede esperar que, una

- tira larga de una lámina delgada (por ejemplo una lámina de aluminio o de oro) montada sobre un soporte metálico aislado sirva como indicador de la presencia de carga. En primera instancia, la idea sería tratar de transferir al soporte metálico, parte de la carga del objeto de prueba. Entonces se esperaría que la carga se distribuyera sobre el soporte metálico y las hojas; al quedar éstas cargadas en forma similar, se repelen mutuamente: las hojas se separan.

Al tratar de probar esta idea, se encuentra que es necesario transferir carga al electroscopio; el mero acercamiento de un objeto cargado al soporte metálico hace que las hojas se separen. En el soporte metálico, próximo al cual se mantiene la carga, se induce una carga opuesta a esta carga inductora, entanto que en las hojas metálicas se induce una carga semejante a la del objeto de prueba. Al quedar con -- carga semejante, las hojas se repelen.

Este instrumento se hace más sensible si el extremo del vástago termina en un disco, presentando con ésto, una mayor área a la -- carga inductora. También se encuentra una mayor reproducibilidad en -- las lecturas del instrumento, si el vástago y las hojas se rodean con una cubierta metálica conectada a tierra, (la cubierta debe ser aislada del vástago y las hojas). Una ventañana en la cubierta permite la observación de las hojas.

Una modificación puede ser, que las dos hojas se reemplacen por una sólo hoja flexible y liviana adyacente a una placa metálica rígida, (figura 4).

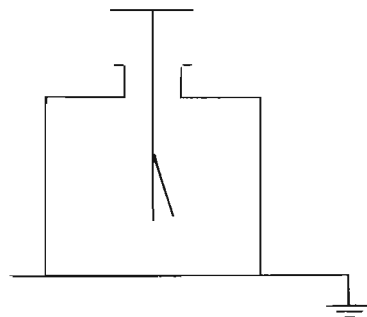


Figura 4. Forma esquemática de un electroscopio con las hojas separadas registrando una carga.



Un electroscopio puede utilizarse no sólo para detectar si un cuerpo que se aproxime al disco está cargado, sino también, para determinar la naturaleza de esta carga. Para hacer ésto, es necesario cargar con anterioridad el electroscopio, por ejemplo, por inducción; así se puede acercar al disco una barra de poliestireno cargada negativamente mediante el frotamiento con una franela hasta producir una separación moderada de la hoja. Manteniendo la barra de poliestireno en su posición, se toca momentáneamente al disco: ésto hace que la hoja se caiga. Al alejar la barra cargada se observa que la hoja se vuelve a separar hasta su misma posición inicial. El electroscopio tiene ahora una carga positiva, producida por inducción. Análogamente, una barra cargada positivamente inducirá una carga final negativa, después de todo el proceso anterior, en el electroscopio.

Si se acerca un cuerpo con carga positiva al disco del electroscopio cargado positivamente o un cuerpo con carga negativa al disco del electroscopio cargado negativamente, la hoja se separará aún más. Sin embargo, si la carga de un cuerpo que se acerca es de signo contrario a la carga del electroscopio, la hoja se cae. De hecho, sólo el aumento en la separación de la hoja es una prueba válida, ya que al acercar un objeto conductor descargado también hace que la hoja se cierre, de la misma manera que ocurre cuando se acerca una carga de signo contrario a la del electroscopio.

Ley de Coulomb.

El efecto de la distancia y el tamaño de las cargas en la magnitud de las fuerzas electrstáticas quedan definidas por los resultados experimentales de Coulomb:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \quad (1)$$

donde F es la magnitud de la fuerza que obra en cada una de las dos -

- cargas y  $r$  es la distancia que las separa.

Estas fuerzas como lo requiere la tercera ley de Newton obran en la línea que une las cargas pero en sentidos contrarios.

Coulomb también estudió la relación entre la fuerza eléctrica con el tamaño relativo de las cargas aplicadas. Si se toca una esfera conductora cargada, con una esfera exactamente igual, pero descargada, la carga original debe dividirse igualmente entre las dos esferas de acuerdo con esta técnica, Coulomb amplió la relación (1) a :

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (2)$$

donde  $q_1$  y  $q_2$  son medidas relativas de las cargas aplicadas a las dos esferas.

Esta ecuación representa a la ley de Coulomb, que sólo es válida para cuerpos cargados cuyos tamaños sean mucho menores que la distancia entre ellos.

La ecuación (2) puede escribirse como igualdad introduciendo una constante de proporcionalidad. Tal constante de proporcionalidad - se hace arbitrariamente igual a 1 (sin dimensiones) en el vacío. La unidad de carga eléctrica se define como la carga que repele en el vacío a otro cuerpo (carga), colocada a la distancia de 1 cm, con la fuerza de 1 dina. La unidad de carga se llama estatcoulomb, caracterizado como la esu de carga, abreviatura de "unidad electrstática de carga". Los experimentos indican que, sin error apreciable,  $k$  puede igualarse a 1 cuando las dos cargas se encuentran en el vacío. El estatcoulomb es una unidad de carga muy pequeña, para fines prácticos y de ingeniería se utiliza mucho más, el coulomb. Con muy buena aproximación:

$$1 \text{ coulomb} = 3 \times 10^9 \text{ estatcoulomb}$$

El sistema MKS de unidades utiliza también el coulomb como -

- la unidad fundamental de carga. Su definición, sin embargo, no se basa en la ley de las fuerzas, sino en la unidad amperio. Según el sistema MKS, la unidad de fuerza es el newton, donde  $1 \text{ nt} = 10^5$  dinas, y la unidad de distancia es el metro, donde  $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ . En caso de expresar la carga  $q$  en coulombs, se puede calcular el valor de la constante de proporcionalidad  $k$  y demostrar que es igual a:

$$k = 9 \times 10^9 \frac{\text{nt-m}^2}{\text{coul}^2}$$

En el estudio posterior de la electricidad se encontrará que el factor  $\frac{1}{4\pi}$  aparecerá en muchas ecuaciones; para evitar la aparición de este factor en las ecuaciones que se utilizan con mayor frecuencia - en la práctica real, se define la constante  $k$ , en términos de una nueva constante por la ecuación:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

de tal manera que la ley de Coulomb adopta ahora la forma

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (3)$$

Con la introducción del factor  $\frac{1}{4\pi}$ , se racionaliza el sistema de unidades y se llamará sistema MKS racionalizado.

La constante  $\epsilon_0$  se llama permitividad del vacío o del espacio libre. Su valor puede calcularse despejando  $\epsilon_0$  en la ecuación de definición, lo que da,

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi K} = 8.854115 \times 10^{-12} \frac{\text{coul}^2}{\text{nt-m}}$$

El valor de  $\epsilon_0$  depende del medio que rodea a las cargas. Si el valor de  $\epsilon_0$  decrece, la fuerza electrostática entre las cargas tiende a ser grande; por lo tanto, un medio con constante de permitividad alta tiende a reducir las fuerzas entre las cargas y un medio con cons-

-tante de permitividad baja, tiende a aumentarlas. La constante de permitividad es, por consiguiente, una medida de la capacidad del medio para aislar cargas eléctricas.

Las propiedades de las fuerzas entre cargas eléctricas son aditivas., Es decir, si se tienen varias cargas presentes, la fuerza que se ejerce sobre una determinada carga  $q_1$  es la suma de las fuerzas que  ejercerían cada una de las restantes individualmente, es decir,

$$F = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \left[ \frac{q_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{12} + \frac{q_3}{r_{13}^2} \vec{u}_{13} + \dots + \frac{q_n}{r_{1n}^2} \vec{u}_{1n} \right] q_1 \quad (4)$$

donde  $\vec{u}_{1n}$  representa los respectivos vectores unitarios en la dirección de la carga  $q_1$  a la carga  $q_n$ .

Concepto de campo eléctrico.

Se entiende por campo eléctrico una condición aplicable a un punto particular del espacio que determina la fuerza electrostática por unidad de carga que experimentaría una carga "testigo" colocada en tal punto. Si la magnitud de la carga testigo es  $q$  y la fuerza que experimenta por la presencia de otras cargas es  $F$ , entonces el campo  $E$ , en el punto donde está  $q$ , está expresado en la ecuación,

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \left[ \frac{q_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{12} + \dots + \frac{q_n}{r_{1n}^2} \vec{u}_{1n} \right] \quad (5)$$

Se puede interpretar el fenómeno descrito por la ecuación (5) de la forma siguiente: las cargas  $q_2, q_3, \dots, q_n$  excitan el espacio y en cada punto la excitación viene descrita por  $E$ . Entonces, la fuerza - sobre una carga  $q$  ya no procede directamente de las cargas  $q_2, \dots, q_n$ , sino que procede del propio punto del espacio en el que está la carga -  $q$  y que está excitado.

La fuerza es un vector y la cantidad de carga es un escalar,

- de modo que el campo eléctrico definido como el cociente entre ellos será, un vector. La especificación de que la carga testigo sea pequeña se refiere tanto a su extensión espacial, como a su magnitud. El requisito de extensión espacial es obvio ya que, sólo se habla del campo en un punto.

El término campo eléctrico, se usa con dos significados. Uno definido anteriormente, se refiere a la cantidad específica  $E$  en un punto particular. El otro significado es más descriptivo y en él se hace referencia a un esquema de cómo varía de punto a punto la dirección y magnitud de  $E$  en una región del espacio. En términos de las líneas de fuerza se puede dar, cuando menos, un esquema cualitativo del campo eléctrico. Estas líneas se construyen en la región de interés, de tal manera que la tangente en cualquier punto  $P$  de una línea, indica la dirección del campo en ese punto. Para un punto en particular, el campo sólo puede tener una dirección y por lo tanto las líneas de fuerza nunca se cortan. Es importante observar que no puede haber componentes tangenciales del campo a una superficie conductora, ya que si así fuera, la electricidad en el conductor entraría de inmediato en movimiento. Consecuentemente, las líneas de fuerza deberán abandonar o aproximarse a la superficie del conductor en dirección normal a la superficie. Tampoco puede haber líneas de fuerza dentro del material de un cuerpo conductor; y, una línea de fuerza no puede ni empezar ni terminar en el mismo conductor, porque si así fuera, sería posible obtener energía de la nada con sólo tomar una carga positiva sobre una línea de fuerza, desde donde comienza hasta donde termina, permitiéndole que haga trabajo sobre un sistema externo y llevarla nuevamente al principio de la línea a través del conductor donde no existe campo. Después que la carga ha completado el viaje totalmente, regresaría a su estado original, pero habiendo realizado un trabajo y ésto violaría la ley de

- la conservación de la energía.

Una aplicación de la idea de líneas de fuerza puede obtenerse siguiendo el siguiente razonamiento: considérese un conductor de la forma descrita en la figura (5):

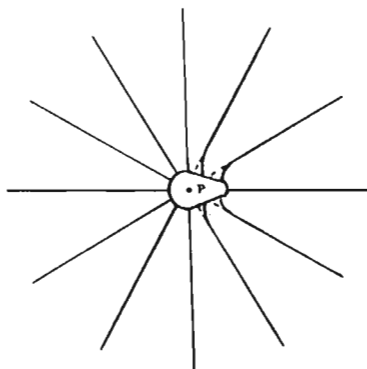


Figura 5. Líneas de fuerza que emergen de un conductor puntigado cargado.

Constrúyanse las líneas emergiendo uniformemente en todas direcciones - desde un punto P (líneas punteadas cerca del conductor). A distancias - del conductor que sean grandes comparadas con sus dimensiones lineales, estas líneas se pueden tomar como representación de las líneas de fuerza, ya que a tales distancias el conductor cargado dará un campo aproximado al de una carga puntual. Sin embargo, relativamente cerca del conductor, las líneas de fuerza deberán apartarse de estas líneas debido - a que las líneas de fuerza no pueden llegar a la superficie del conductor de otra manera que no sea normalmente a él. Por lo tanto, las líneas de fuerza se deberán distribuir de la manera indicada por las líneas sólidas de la figura. Las líneas se juntan cuando llegan al conductor en la región de mayor curvatura y también es aquí donde el campo es más intenso.

Esta propiedad de las regiones de gran curvatura -"puntas"- tiene varias aplicaciones en la producción de descargas entre conducto-

-res a través de gases. Colocando puntas en lugares apropiados de cuerpos conductores se pueden lograr campos intensos. Más allá de un cierto límite para la intensidad del campo en un gas, tal como el aire, se rompe el aislamiento del gas y la carga fluye libremente. Se puede pensar del flujo de electricidad que sigue al rompimiento del aislamiento como un rocío desde la punta hacia un conductor vecino o, alternativamente (desde otro punto de vista), como una recolección de cargas desde el conductor hacia la punta.

Esta acción de las puntas, no sólo se utiliza en aparatos -- científicos de varios tipos, sino que también tiene aplicaciones importa<sup>ntes</sup> en la vida diaria. Por ejemplo, la carga esparcida por un pararrayos tiende a neutralizar las descargas eléctricas entre la tierra y la nube durante una tormenta. También en los contornos traseros de las alas de los aviones se usan formas puntiagudas con objeto de disipar -- las cargas electrostáticas que pueden formarse cuando se está en vuelo.

Deberá notarse que una gran densidad superficial de carga egtá asociada necesariamente con el acumulamiento de líneas de fuerza -- que emanan o terminan en una región de gran curvatura de una superfi-- cie conductora cargada.

**Material:**

Esferas de sauco o de grafito.	Hilo.
Piel de gato.	Pinzas de madera.
Franela.	Electroscopios.
Variillas de vidrio y ebonita.	Sulfato de cobre 0.1 M.
Soportes aislados.	Clavos.
Alambres.	

Nota: Procure no manipular en exceso el material para obte-- ner buenos resultados a lo largo de la práctica.

**Procedimiento.**

Constrúyanse dos péndulos eléctricos. Estos aparatos constan de un soporte de vidrio, en el que se suspende, por medio de un hilo de seda, una esferita de médula de sauco.

1. Acerque al primer péndulo una varilla de vidrio que, previamente ha sido frotada con seda. Observe qué sucede antes y después del contacto de la varilla con la bolita de sauco.
2. Acerque ahora una varilla de ebonita que, también ha sido frotada con una piel de gato, al segundo péndulo. Observe lo que sucede antes y después del contacto entre la varilla y la bolita de sauco.
3. Acerque la varilla de vidrio frotada al péndulo electrizado por la varilla de ebonita; observe lo que sucede.
4. Acerque la varilla de ebonita frotada al péndulo electrizado por la varilla de vidrio; observe lo que sucede.
5. Aproxime las dos bolas de sauco; anote lo que sucede.

De estos cinco puntos anteriores se deducen dos principios básicos de la electrostática, ¿cuáles son ellos? Fundamente sus respuestas.

6. Frote vigorosamente la barra de ebonita con la piel. Lleve la varilla de ebonita cerca de la parte superior de la varilla del electroscopio. Explique la acción de la hoja del electroscopio; ¿cuál es la carga neta en el electroscopio? ¿Están las hojas del electroscopio cargadas positiva o negativamente?

7. Repita la parte (6), pero ahora toque la parte superior del electroscopio. Explique la acción de la hoja del electroscopio. ¿Están las hojas cargadas positiva o negativamente? ¿Está alterada la neutralidad eléctrica del electroscopio?

8. Repita los pasos (6) y (7), pero ahora con la varilla de vidrio. Contesté las mismas preguntas para este caso.

9. Conecte dos electroscopios mediante un alambre. Acerque la varilla de



- vidrio frotada a uno de los electros copios. Explique la acción de las hojas de los electros copios. ¿Detectan ambos electros copios el campo electrostático? ¿Existe neutralidad eléctrica en el sistema? ¿Quedan car gadas igualmente las hojas de cada electros copio?

10. En seguida, retire cuidadosamente la conexión entre ambos electros copios. Observe qué sucede en el sistema. ¿Existe neutralidad eléctrica neta en cada electros copio?

11. Conecte mediante un alambre de cobre la parte superior de un clavo y un electros copio. Sumerja el clavo en una solución de sulfato de cobre 0.1 molar ligeramente acidulada con unas gotas de ácido sulfúrico. Observe durante un cierto tiempo las hojas del electros copio. Anote lo que sucede. ¿Están cargadas negativamente? ¿Existe alguna alteración en la neutralidad eléctrica del sistema? ¿Qué sucede en la superficie del clavo que está en contacto con la solución?

12. Conecte una lámina de cobre de  $1 \text{ cm}^2$  de área mediante un alambre -- del mismo material, a la parte superior del electros copio. Frote una va rilla de vidrio con seda y toque la lámina. Observe qué sucede con las hojas del electros copio. Ahora aproxime otra placa de cobre de igual área y en forma paralela, pero sin tocar a la primera laminilla. Observe qué sucede con las hojas. Ahora toque la laminilla de cobre que aproximó con la mano; observe cuidadosamente lo que sucede con las hojas del electros copio. Por último, interponga entre las placas una lámina de -- cartón, al igual que en los pasos anteriores, observe las hojas del electros copio. Explique el comportamiento de las hojas del electros copio en cada caso. ¿Qué relación tiene el fenómeno del último caso con la ecuación deducida (según el sistema MKS) a partir de la ley de Coulomb?

¿Disminuye la carga del electroscopio? ¿Por qué se abaten las hojas del electroscopio?

13. Construya el siguiente aparato: rodee una caja petri con un cinturón de papel aluminio (únicamente la tapa o el fondo de una caja petri). Por otro lado, aisle un pequeño cuerpo de forma variable (circular, biconvexo, periforme) en su perfil, pero plano por sus otras dos caras y de material conductor (metal) mediante un cubrimiento con acrílico por el fondo y perfil de la figura, de tal manera que sólo quede expuesta la parte superior. Coloque el objeto con la parte expuesta hacia arriba en el centro de la tapa o fondo de la caja petri. A continuación vierta un poco de líquido aislante (aceite mineral). Rocíe unas cuantas semillas de pasto. Mediante una varilla de vidrio frotada con seda o algún otro dispositivo electrostático, cargue el pequeño cuerpo colocado en el centro. En seguida, toque con la mano el cincho de papel aluminio y observe la disposición de las semillas en el líquido.

¿A qué obedece tal disposición de las semillas? ¿Por qué varía la disposición de éstas con la forma del perfil de la figura colocada al centro? ¿Qué deduce de este fenómeno? ¿Qué aplicación tiene este principio?

## PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 7

1. Se dispone de dos esferas metálicas montadas en soportes aisladores portátiles. Encontrar una manera de proporcionarles cargas iguales y o puestas. Se puede usar una barra de vidrio frotada con seda, pero no se pueden tocar las esferas con ella. ¿Se requiere que las dos esferas sean del mismo tamaño para que sirva el procedimiento para cargarlas?
2. Si una varilla de vidrio cargada se sostiene cerca de un extremo de una varilla metálica descargada y aislada, se atraen electrones hacia un extremo. ¿Por qué cesa el flujo de electrones? Téngase en cuenta -- que hay una cantidad casi inagotable de ellos en la varilla metálica.
3. Se afirma que una varilla aislada tiene carga eléctrica. ¿Cómo podría usted verificarlo y determinar el signo de la carga?
4. Una varilla de vidrio cargada positivamente atrae un objeto suspendido, ¿Podemos concluir que el objeto esté cargado positivamente?
5. Una varilla de vidrio cargada positivamente repele un objeto colgado. ¿Se puede deducir que el objeto esté cargado negativamente?
6. Un pequeño cuerpo metálico que lleva una carga de  $+300$  microcoulombios está suspendido en un lugar dentro de un conductor esférico hueco. ¿Qué carga tiene la superficie interna de la esfera? ¿Cuál es la carga de la superficie externa?
7. Si el pequeño cuerpo cargado del problema anterior tocara la superficie interna del conductor hueco, toda su carga sería neutralizada -- por los electrones. Esto significa que después de un corto contacto, -- el pequeño cuerpo posee una carga igual a ..... y la esfera hueca tiene una carga neta de .... que se distribuye sobre la superficie externa de la esfera, ¿por qué sucede esto último?
8. Generalmente, una carga en un cuerpo cualquiera da lugar a la aparición de cargas inducidas en las superficies de conductores vecinos. Su

-ponga que una esfera tiene una carga de  $-500$  microcoulombios y que alrededor de ella se encuentran tres cuerpos conductores de forma irregular. ¿Cuál es la carga positiva total inducida? ¿Cuál es la carga negativa total inducida?

9. ¿Qué condición debe prevalecer para que un cuerpo permanezca cargado?

10. Se puede pensar que la región alrededor de un cuerpo cargado afecta a otro cuerpo adyacente a tal región y que depende de la distancia entre los dos cuerpos, la fuerza de atracción o repulsión. De tal forma que si se coloca una carga positiva  $q$  en algún punto  $P$  de tal región, ésta experimentará una fuerza  $F$ . ¿Cómo entonces, se encuentra relacionada tal fuerza  $F$  con la carga positiva pequeña  $q$ ? Si existe tal relación, se deducirá una región del espacio donde se ejercen tales fuerzas, ¿Serán iguales dos fuerzas situadas en distintos puntos de esa región? De la relación antes pedida, ¿Es posible concluir que se comporta de igual manera que la fuerza que se ejerce sobre la carga  $q$ , de acuerdo a la distancia o punto donde se ejercen tales fuerzas? Así mismo, ¿puede concluir que esa relación al igual que la fuerza ejercida sobre tal carga tiene una magnitud y dirección?

11. Describa o haga un dibujo de la región mencionada en el problema anterior.

12. Indique la relación matemática entre: a. ergs y statvolts; b. coulombs y statvolts; c. joules y statvolts; d. coulombs y volts.

13. ¿Cómo se fabrica el ozono por medio de descargas eléctricas y por qué sucede esa transformación?

## B I B L I O G R A F I A

Henry Semat. R. H. Blumenthal.

Física básica, un curso programado. Electricidad y Magnetismo.

Nueva Editorial Interamericana, S.A. México (1973).

Arnold L. Reimann.

Física. Volumen II. Electricidad, magnetismo y óptica. 1a edición.

Compañía Editorial Continental, S.A. México (1975).

Francis W. Sears.

Fundamentos de Física. Volumen II. Electricidad y Magnetismo. 6a edición.

Editorial Aguilar. Madrid (1972).

Robert Resnick, D. Halliday.

Física. Parte II. 3a edición.

Compañía Editorial Continental, S.A. México (1971).

Howard H. Gerrish. Experimentos de electricidad. 2a edición.

Editorial Limusa, S.A. México (1974).

**PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 8**

1. ¿Qué entiende por energía potencial?
2. ¿Existe alguna relación entre energía potencial y trabajo? Explique su respuesta.
3. ¿Qué significa el concepto de electrolito?
4. ¿Qué aparatos se usan para medir diferencias de potencial eléctricas.

## P R A C T I C A 8

## SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES

Objetivo: Mapear las líneas equipotenciales para después determinar las líneas de fuerza de un campo eléctrico bidimensional.

## Principios preliminares:

Concepto de potencial eléctrico e intensidad de campo.

Potencial debido a una carga punto.

Potencial debido a un dipolo.

Gradiente de potencial.

Potencial de un conductor esférico cargado.

Intensidad de campo eléctrico. Potencial y distribución de cargas.

Superficies equipotenciales.

Concepto de potencial eléctrico e intensidad de campo.

En electricidad, como en mecánica, es útil emplear el concepto de energía potencial. Sin embargo, en electricidad es conveniente, por lo general, razonar, no tanto en términos de la energía potencial de una carga dada, sino en términos de la energía potencial por unidad de carga. A esto se le conoce como el potencial del punto donde está localizada la carga, una vez fijo un cero u origen, es una propiedad definida de este punto, determinada exclusivamente por las magnitudes y distribuciones. Por la misma razón, a la definición de intensidad de campo se supone que las cargas testigo son muy pequeñas.

En principio, la elección de un cero es totalmente arbitraria; en la práctica, sin embargo, el escoger un cero en particular conduce a

- expresiones matemáticas más simplificadas que otras. Obviamente, la selección de un cero no puede incluirse en la diferencia de potencial entre dos puntos, lo cual es algo bastante bien definido.

Sean A y B dos puntos situados en un campo eléctrico uniforme  $E$ , producido por un conjunto de cargas que no se indican, estando el punto A a una distancia  $d$  del punto B en la dirección del campo (figura 1). Supóngase que se mueve una carga de prueba  $q_0$ , por efecto de algún agente externo y sin aceleración, de A a B siguiendo la línea recta que los une.

La fuerza eléctrica sobre la carga es  $q_0 E$  y apunta hacia abajo. Para mover la carga en esta forma, se debe contrarrestar esta fuerza aplicando una fuerza externa  $F$  de la misma magnitud pero dirigida hacia arriba. El trabajo  $W$  hecho por el agente que proporciona esta fuerza es:

$$W_{AB} = F d = q_0 E d \quad (1)$$

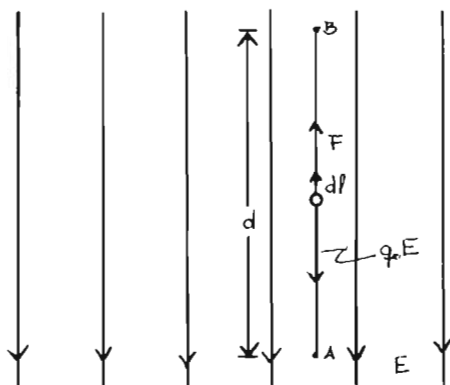


Figura 1. La carga de prueba  $q_0$  se mueve de A a B en un campo eléctrico uniforme  $E$ , mediante un agente externo que ejerce sobre ella una fuerza  $F$ .

Para encontrar la diferencia de potencial entre A y B, se mueve la carga de prueba  $q_0$  de A a B, conservándola siempre en equilibrio, midiendo el trabajo  $W_{AB}$  que debe hacer la fuerza externa. Tal diferencia de potencial se define como:



$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \quad (2)$$

Sustituyendo la ecuación (1) en (2):

$$V_B - V_A = E d \quad (3)$$

Esta ecuación muestra la relación entre la diferencia de potencial y la intensidad de campo en un caso sencillo especial.

En la figura (1), B tiene un potencial más elevado que A, lo cual es razonable porque un agente externo tendría que hacer trabajo positivo para mover una carga de prueba positiva de A a B.

Si el campo no es uniforme y la carga de prueba se mueve describiendo una trayectoria que no es recta como se muestra en la figura (2), la relación entre  $V$  y  $E$  en el caso más general es: el campo eléctrico ejerce una fuerza  $q_0 E$  sobre la carga de prueba. Para evitar que dicha carga acelere debe aplicarse una fuerza  $F$  que sea exactamente igual a  $-q_0 E$  para todas las posiciones del cuerpo de prueba.

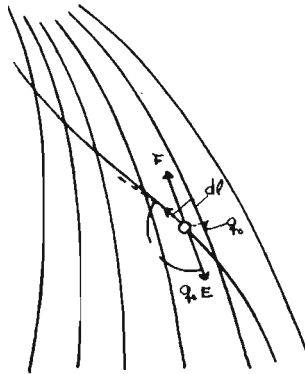


Figura 2. Una carga de prueba  $q_0$  se mueve de A a B en un campo eléctrico no uniforme por medio de un agente externo que ejerce una fuerza  $F$  sobre él.

Si el agente externo hace que el cuerpo de prueba se mueva siguiendo un corrimiento diferencial  $dl$  a lo largo de la trayectoria AB, el elemento de trabajo desarrollado por el agente externo es  $F \cdot dl$ . Para

- obtener el trabajo total  $W_{AB}$  hecho por el agente externo, se integran las contribuciones al trabajo de todos los segmentos infinitesimales en que se ha dividido la trayectoria, obteniéndose:

$$W_{AB} = \int_A^B F \cdot dl = - q_0 \int_A^B E \cdot dl \quad (4)$$

Sustituyendo (4) en (2):

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = - \int_A^B E \cdot dl \quad (5)$$

Si se toma el punto A infinitamente alejado, y si el potencial  $V_A$  al infinito se toma de valor cero, esta ecuación da el potencial  $V$  en el punto B, o sea,

$$V = - \int_{\infty}^B E \cdot dl \quad (6)$$

Las ecuaciones (5) y (6) permiten calcular la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera (o el potencial de un punto cualquiera), si se conoce  $E$  en diversos puntos en el campo.

Potencial debido a una carga punto.

Suponga una carga aislada  $q$  alineada con los puntos A y B (figura 3). La diferencia de potencial entre los puntos A y B suponiendo que se mueve una carga de prueba  $q_0$  sin aceleración a lo largo de una línea radial de A a B es:

$$E \cdot dl = E \cos 180^\circ dl = - E dl \quad (7)$$

donde  $E$  apunta a la derecha y  $dl$ , que siempre está en la dirección del movimiento, apunta a la izquierda.

Si la carga de prueba  $q_0$  se mueve una distancia  $dl$  a la izquierda, en dirección de la  $r$  decreciente, pues se tiene a  $q$  como origen, se tiene que

$$dl = - dr$$

Combinando la ecuación anterior con la ecuación (7), se obtiene:

$$E \cdot dl = E dr$$

Sustituyendo este valor en la ecuación (5) resulta:

$$V_B - V_A = - \int_A^B E \cdot dl = - \int_{r_A}^{r_B} E dr \quad (8)$$

Combinando la expresión anterior con la definición de intensidad de campo eléctrico:  $E = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q}{r^2}$ , se obtiene:

$$V_B - V_A = - \frac{q}{4 \pi \epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0} \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \quad (9)$$

Escogiendo el punto de referencia A al infinito ( $r_A \rightarrow \infty$ ), y considerando que  $V_A = 0$  en ese sitio, se obtiene:

$$V = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (10)$$

Esta ecuación muestra claramente que las superficies equipotenciales para una carga punto aislada son esferas concéntricas con la carga punto.

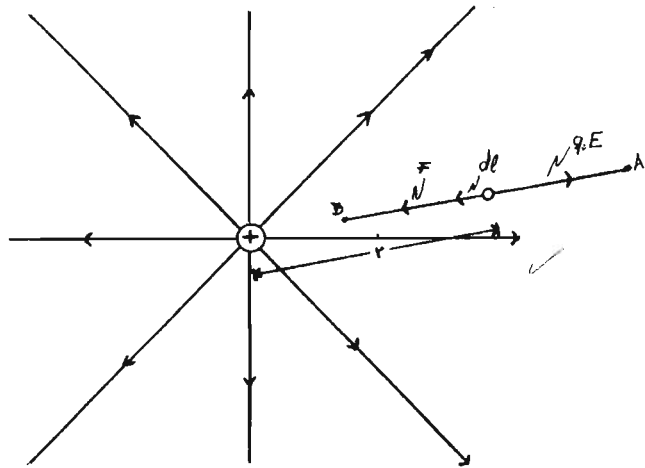


Figura 3. Una carga de prueba  $q_0$  se mueve mediante un agente externo desde A hasta B en el campo producido por una carga puntual  $q$ .

Potencial debido a un dipolo.

Un dipolo eléctrico está formado por dos cargas iguales  $q$ , de signo contrario separadas una distancia  $2a$ . El momento del dipolo eléctrico  $p$  tiene una magnitud  $2aq$  y apunta de la carga negativa a la positiva.

Un punto P queda especificado por las cantidades  $r$ ,  $\theta$  (figura 4). Por simetría, es claro que el potencial no cambiará cuando el punto P gire alrededor del eje de las Z, se conservan  $r$  y  $\theta$  fijas; ahora se requiere encontrar  $V(r, \theta)$  para cualquier plano que contenga a este eje; el plano de la figura (4) es uno de ellos.

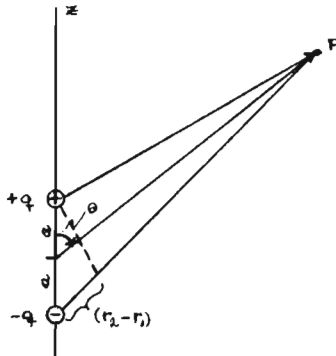


Figura (4). Un punto P en el campo de un dipolo eléctrico.

Aplicando la ecuación (10) para un número  $n$  de cargas puntuales, se tiene:

$$V = \sum_n V_n = V_1 + V_2 = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \left( \frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right) = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \quad (11)$$

Si solo se consideran puntos tales que  $r \gg 2a$ , se pueden deducir las siguientes aproximaciones de la figura (4):

$$r_2 - r_1 = 2a \cos \theta \quad \text{y} \quad r_1 r_2 = r^2$$

por lo tanto la ecuación (11) se reduce a:

$$V = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0} \frac{2a \cos \theta}{r^2} = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2} \quad (12)$$

donde  $p$  es el momento del dipolo.

$V$  se anula en todos los puntos del plano ecuatorial, ya que  $\theta = 90^\circ$ . De lo que se deduce que no se verifica trabajo para traer una carga de prueba desde el infinito a lo largo de una bisectriz perpendicular al dipolo.

Para un radio dado,  $V$  tiene su máximo valor positivo cuando -

-  $\theta = 0^\circ$  y su máximo valor negativo para  $\theta = 180^\circ$ . Consecuentemente el potencial no depende separadamente de  $q$  y de  $2a$ , sino sólo de su producto  $p$ .

Gradiente de potencial.

La expresión general de la diferencia de potencial entre dos puntos es:

$$V_B - V_A = - \int_A^B E \cos \theta \, dl$$

Cuando la distancia que los separa es infinitesimal, la diferencia de potencial se convierte en  $dV$  y, en virtud de la ecuación anterior,

$$dV = - E \cos \theta \, dl \quad (13)$$

Si se dividen ambos miembros entre  $q_0$  se obtiene el mismo resultado que el obtenido para representar el incremento en energía potencial de la carga.

La ecuación (13) puede escribirse:

$$E \cos \theta = - \frac{dV}{dl} \quad (14)$$

El cociente  $dV/dl$ , o sea, la derivada del potencial respecto a la distancia, contada en la dirección de  $dl$ , se denomina gradiente del potencial. Puesto que  $\theta$  es el ángulo formado por el vector campo eléctrico y el elemento de longitud  $dl$ , el producto  $E \cos \theta$  es la componente del campo en la dirección de  $dl$ . De aquí se puede deducir la siguiente relación: la componente de la intensidad de campo eléctrico en una dirección cualquiera es igual al gradiente de potencial en dicha dirección cambiado de signo.

Por ejemplo, si la dirección de  $dl$  es la misma que la del campo eléctrico, se tiene  $\theta = 0$ ,  $\cos \theta = 1$ , y la intensidad del campo eléctrico es igual al gradiente de potencial en la dirección del campo, cambiado de signo.

En el sistema MKS, los gradientes de potencial se expresan en voltios/metro. Es costumbre admitida utilizar como unidad usual para expresar la intensidad de un campo eléctrico el voltio/metro, en lugar del newton/coulombio. En ocasiones, también se utilizan el V/cm y el V/mm.

El campo que rodea un conjunto de cargas cualesquiera es tridimensional y en general, el potencial en un punto cualquiera es cierta función de las coordenadas X, Y, Z del punto. Se puede entonces tomar en la ecuación (14) la dirección de dl paralela primero al eje X, después al eje Y y finalmente al eje Z. Los tres gradientes de potencial dan entonces las tres componentes rectangulares de E:

$$E_X = - \frac{dV}{dx} ; \quad E_Y = - \frac{dV}{dy} ; \quad E_Z = - \frac{dV}{dz} \quad (15)$$

Es fácil ver que en una región en la cual el potencial tenga el mismo valor en todos los puntos, las tres derivadas de la ecuación (15) son nulas; por consiguiente, las tres componentes de la intensidad del campo eléctrico son nulas y en dicha región el campo es cero. Inversamente, si la intensidad del campo eléctrico en una región es nula, el potencial es el mismo en todos los puntos. Se sabe que la intensidad del campo eléctrico dentro de un conductor es nula, cuando las cargas sobre el conductor están en reposo. En consecuencia, el potencial tiene la misma intensidad o igual valor en todos los puntos dentro de dicho conductor.

Una de las propiedades útiles del concepto de gradiente de potencial es que, frecuentemente es mucho más sencillo calcular la intensidad del campo eléctrico en un punto, hallando primero una expresión del potencial en el punto y utilizando después la ecuación (15), que calcular directamente la intensidad. La simplificación procede del hecho de que el potencial, que es un escalar, supone solamente una suma algebraica o integración en lugar de una suma vectorial.

## Potencial de un conductor esférico cargado

La intensidad del campo eléctrico fuera de un conductor esférico cargado es la misma que si toda la carga del conductor estuviera concentrada en su centro. Se deduce de esto que el potencial en los puntos exteriores del conductor está dado por la misma expresión que para una carga puntual, es decir:

$$V = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (10)$$

siendo  $r$  igual o mayor que el radio de la esfera. En los puntos interiores a la esfera, la intensidad del campo eléctrico es nula. El potencial es por tanto, el mismo en todos los puntos interiores e igual al potencial en la superficie, o sea

$$V = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q}{a} \quad (16)$$

siendo  $a$  el radio de la esfera.

El potencial y la intensidad del campo eléctrico debidos a una esfera cargada se representan en la figura (5)

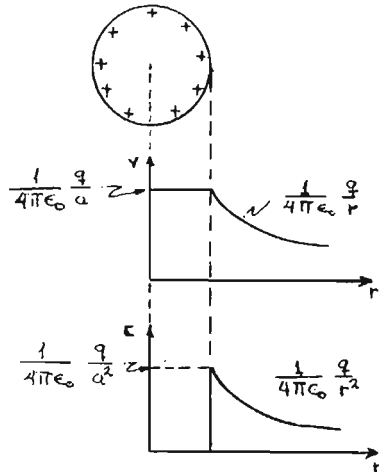


Figura 5. Potencial dentro y fuera de una esfera cargada.

En los puntos interiores, donde  $V$  es constante, la pendiente de la gráfica que representa a  $V$  en función de  $r$  es cero, y  $E$  es nulo.

En un punto exterior infinitamente próximo a la superficie de la esfera, la pendiente de dicha gráfica es máxima y negativa. Por consiguiente  $E$  es, en dicho punto, máximo y positivo.

Cuando la distancia al centro de la esfera aumenta,  $V$  disminuye proporcionalmente a  $1/r$  y  $E$  lo hace proporcionalmente a  $1/r^2$ .

Se sabe que la carga máxima que puede ser retenida por un conductor situada en el aire está limitada por el hecho de que el aire mismo se hace conductor para una intensidad del campo de unos  $3 \times 10^6$  V/m. En general, si  $E_m$  representa el límite máximo del campo eléctrico, la carga máxima que puede ser retenida por un conductor esférico en el aire es:

$$q_m = 4 \pi \epsilon_0 a^2 E_m \quad (17)$$

Por tanto, el potencial máximo que puede alcanzar un conductor esférico en el aire es, en virtud de la ecuación (16):

$$V_m = a E_m \quad (18)$$

Para una esfera de un cm de radio,  $V_m = 0.01 \times 3 \times 10^6 = 30\,000$  V, y ninguna carga podría elevar el potencial de una esfera de ése tamaño, en el aire, por encima de 30 000 V.

Por esta causa es necesario utilizar bornes esféricos tan grandes en las máquinas de voltajes elevados del tipo del generador Van de Graaff. Si  $a = 2$  m, se tiene  $V_m = 2 \times 3 \times 10^6 = 6$  millones de voltios.

Contrario a éste es el efecto producido por las puntas agudas, llamando punta a una porción de superficie de radio de curvatura muy pequeño. Puesto que el potencial máximo es directamente proporcional al radio, potenciales relativamente pequeños aplicados a puntas agudas situadas en el aire, producirán muy cerca de la punta campos suficientemente elevados para ocasionar una ionización del aire que las rodea.

Intensidad del campo eléctrico, potencial y distribución de carga.



Un campo eléctrico queda completamente determinado dando la distribución de carga, el campo eléctrico en cada punto o el potencial de todos los puntos. Si una cualquiera de estas determinaciones es conocida, pueden calcularse las otras.

Si se conoce la distribución de carga, la intensidad del campo eléctrico y el potencial en cualquier punto puede encontrarse mediante las relaciones:

$$E = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \qquad V = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

Si se da la intensidad del campo eléctrico, la carga dentro de cualquier volumen, y por consiguiente, en cualquier punto, pueden encontrarse mediante el teorema de Gauss. El potencial se calcula entonces a partir de la conocida distribución de carga mediante la ecuación

$$V = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{dq}{r}$$

o puede deducirse directamente de la expresión

$$V = - \int E \cos \theta \, dl$$

Si se conoce el potencial en todos los puntos, la intensidad del campo eléctrico se deduce de las relaciones

$$E_x = - \frac{dV}{dx} \qquad E_y = - \frac{dV}{dy} \qquad E_z = - \frac{dV}{dz}$$

y, una vez conocido el campo eléctrico, la distribución de carga puede encontrarse mediante el teorema de Gauss.

#### Superficies equipotenciales. /

Un campo electrostático se puede representar gráficamente, ya sea por líneas de fuerza o por el sistema de superficies por las que estas líneas de fuerza pasan perpendicularmente en todo punto. Por el modo como se definen estas superficies no puede haber componente del campo a lo largo de una de éstas, de modo que no se realiza trabajo al mover una carga testigo a lo largo de una de ellas y, por lo tanto, la superficie

- es una superficie equipotencial. Si no fuera así, el campo tendría una componente situada sobre la superficie y habría que realizar trabajo contra las fuerzas eléctricas para mover una carga en dirección de esta componente. Las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales, son en consecuencia, perpendiculares entre sí. En general, las líneas de fuerza de un campo son curvas y las superficies equipotenciales son superficies curvas. Para el caso especial de un campo uniforme, en el que las líneas de fuerza son rectas paralelas, las superficies equipotenciales son planos paralelos, perpendiculares a las líneas de fuerza.

Se sabe que las líneas de fuerza en la superficie de un conductor cargado son perpendiculares al conductor si las cargas se encuentran en reposo, es decir, en condiciones electrostáticas, por lo que, la superficie de tal conductor es una superficie equipotencial. Además, puesto que el campo dentro de un conductor cargado es nulo, el volumen interior de un conductor es un volumen equipotencial, y tiene el mismo potencial que la superficie del conductor.

Como un ejemplo, la figura (6) muestra una sección del sistema de superficies equipotenciales (líneas sólidas) y las correspondientes líneas de fuerza (líneas punteadas) en la región que circunda a un metal o cualquier conductor esférico cargado y aislado (a). En este caso las superficies equipotenciales también son esferas que tienen el mismo centro que la esfera de metal cargado.

En la figura (6-b) se muestra una sección del sistema de superficies equipotenciales debidas a una esfera metálica cargada en la vecindad de una gran superficie plana conductora; la sección mostrada es tal que pasa por el centro de la esfera y es perpendicular a la superficie del conductor. En esta figura se muestran los potenciales de la superficies, relativos al potencial de la superficie del plano.

Como se puede apreciar de la figura (6), un campo eléctrico se puede representar indistintamente por un conjunto de líneas de fuer-

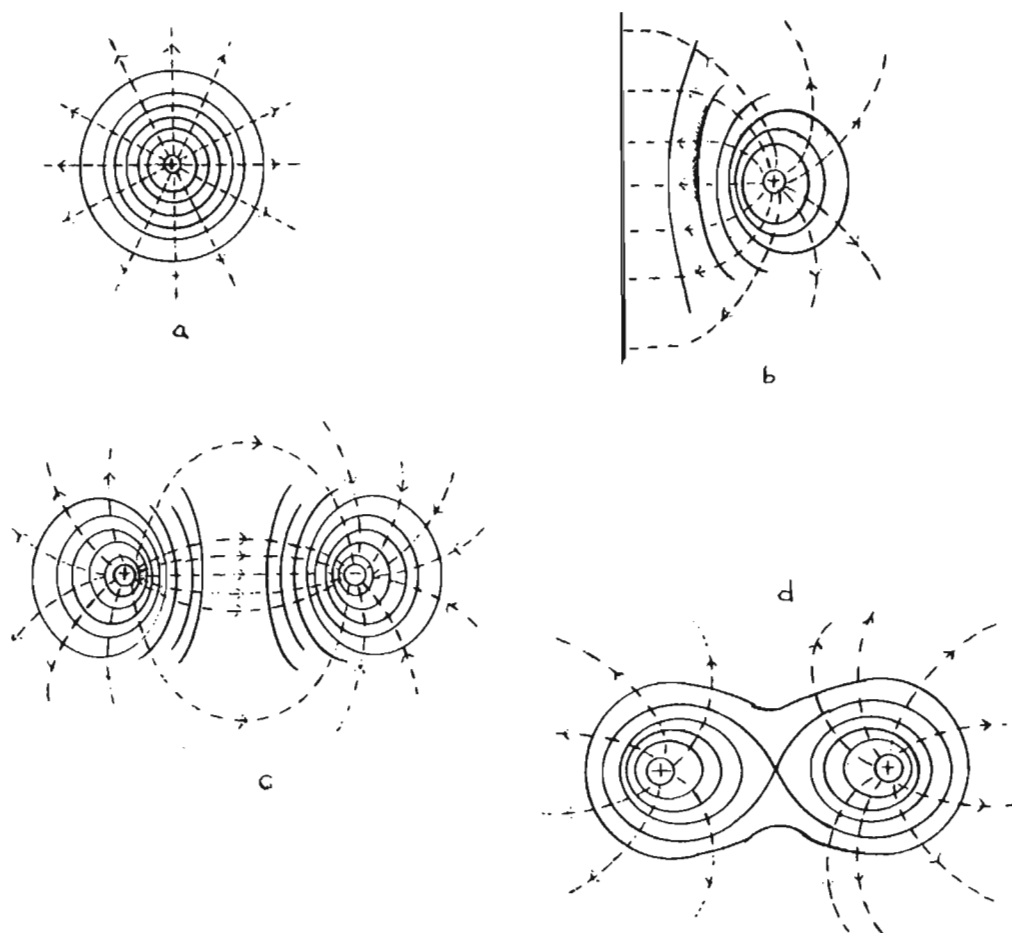


Figura 6. Superficies equipotenciales y líneas de fuerza.

-za que dan en cualquier punto la dirección de la intensidad del campo o por un conjunto de superficies equipotenciales que proporcionan en cualquier punto el potencial del campo. De hecho, ambas representaciones son complementarias, pues dada una de ellas, la otra puede determinarse de la relación siguiente: supóngase que un campo eléctrico dado se ha representado por su retículo de líneas de fuerza y superficies equipotenciales, con un espaciamiento (eléctrico) entre las superficies equipotenciales igual a una misma diferencia de potencial constan

-te  $dV$ , por ejemplo, 1 V ó 100 V, y sea  $ds$  la distancia, contada sobre la normal, entre dos superficies equipotenciales. Entonces  $ds$  se cuenta en la dirección del campo y se deduce que,

$$E = - \frac{dV}{ds}$$

es decir, que la intensidad del campo en cualquier punto es siempre igual al negativo de la relación de cambio espacial de su potencial. A tal relación de cambio espacial se le conoce como gradiente del potencial, y por lo tanto, se habla de que la intensidad del campo es igual al negativo de su gradiente de potencial. Una inferencia directa de esta relación es que las líneas de fuerzas de cualquier campo en cualquier punto son siempre perpendiculares a sus superficies equipotenciales.

De la relación anterior se puede apreciar que cuanto mayor es la intensidad de  $E$ , del campo eléctrico, tanto menor es la distancia perpendicular  $ds$  entre las superficies equipotenciales. Por consiguiente, están más próximas en un campo intenso, y se hallan más separadas en un campo débil. Este principio se puede apreciar en la figura (7),

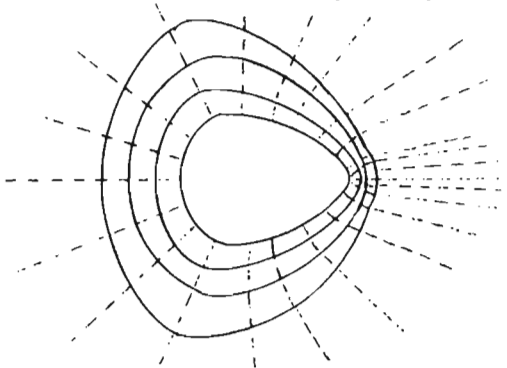


Figura 7. Sistema de equipotenciales y líneas de fuerza en torno a un conductor de forma irregular cargado.

donde se muestran las superficies equipotenciales y líneas de fuerza alrededor de un conductor de forma irregular, que tiene una determinada densidad de carga superficial. La superficie del conductor es necesariamente una superficie equipotencial.

A grandes distancias del conductor, el campo será más o menos el de una carga puntual y, en consecuencia, las equipotenciales serán a proximadamente esferas. Por lo tanto, conforme aumenta la distancia des de el conductor, habrá una transición gradual en la forma de las equipotenciales sucesivas desde el conductor mismo (de la superficie del conductor) a algo que se aproxime bastante a una esfera. Sólo existe una forma en la cual puede ocurrir la transición, las equipotenciales en las cercanías de las regiones de gran curvatura estarán mucho más juntas que en cualquier otra parte. Por lo que, en las vecindades de estas regiones el gradiente de potencial y en consecuencia la intensidad del campo eléctrico, serán mayores, que en las regiones donde la curvatura es relativamente pequeña/

Hay que hacer notar que aunque la densidad superficial de carga está lejos de ser uniforme sobre la superficie de un cuerpo de forma irregular, el potencial es necesariamente constante sobre toda la superficie.

La interpretación geométrica bidimensional de las líneas de fuerza y superficies equipotenciales puede extenderse a un plano tridimensional, si se ubica el campo en un plano horizontal  $xy$  y se erigen líneas perpendiculares a tal plano, cuya longitud sea similar al potencial  $V$  del campo en cada punto. Ahora se tiene un sistema de coordenadas  $x$ ,  $y$ , y  $V$ . Así pues, se originará una topografía de la superficie con picos, valles, colinas. Para examinar esta superficie, se dibujan las líneas de contorno (líneas de igual nivel) y líneas del gradiente (líneas de mayor pendiente) que son perpendiculares a las primeras. Si se proyectan estos dos conjuntos de líneas sobre el plano  $xy$ , las líneas de contorno de cada superficie potencial corresponderán a las líneas equipotenciales del campo, y las líneas de gradiente se mostrarán como las líneas de fuerza.

un ejemplo de lo anterior puede visualizarse a partir de la -

- figura (6-d), donde las líneas de fuerza y los contornos de las superficies equipotenciales tienen un plano de simetría. La configuración -- del campo entero se obtiene rotando la figura a rededor de la línea AB. Por lo tanto, las superficies equipotenciales son ahora superficies en revolución.

Tal plano patrón se encuentra ahora localizado en la figura - tridimensional en la superficie potencial a la que corresponde. Observe la figura (8). Las líneas que muestran el contorno son las líneas puntea

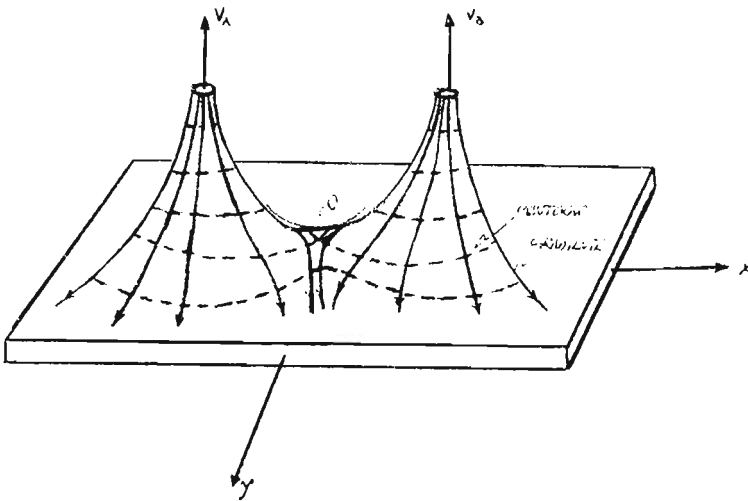


Figura 8. Topograma de una superficie potencial.

-das, mientras que las líneas llenas indican las líneas de gradiente. - Su proyección sobre el plano xy es la figura (6-d). El punto O es un -- punto crítico o neutral donde la intensidad del campo es cero. La naturaleza de este punto se refleja en sus vecindades, mostrándose en la fi gura como una garganta.

Del análisis anterior se deducen las siguientes conclusiones:

1. Las líneas de fuerza en cualquier punto son perpendiculares a las su superficies equipotenciales (o líneas) para un campo dado.
2. Las líneas de fuerza siempre corren de las regiones de máximo poten cial a las de menor potencial. El potencial a lo largo de una línea de

- fuerza disminuye a una velocidad máxima, que es igual a la intensidad del campo eléctrico.

3. No existe ningún campo en cualquier región cuyo potencial sea constante. Las líneas de fuerza que entran y salen de una superficie equipotencial deben ser perpendiculares a la superficie.

4. Cuando se representa un campo por las líneas de fuerza, que proporcionan la dirección del campo, la magnitud de la intensidad del campo se establece por la densidad de las líneas de fuerza (número de líneas/unidad de área). En el caso de que el campo se represente por superficies equipotenciales, la intensidad del campo se establece por el número de superficies que cortan a una línea unitaria que se dibuja perpendicular a las superficies.

#### Material:

Transformador de 110-10 volts.

Bocina de 8 ohms.

2 electrodos de cobre.

Charola con 2 electrodos implantados.

Cloruro de sodio.

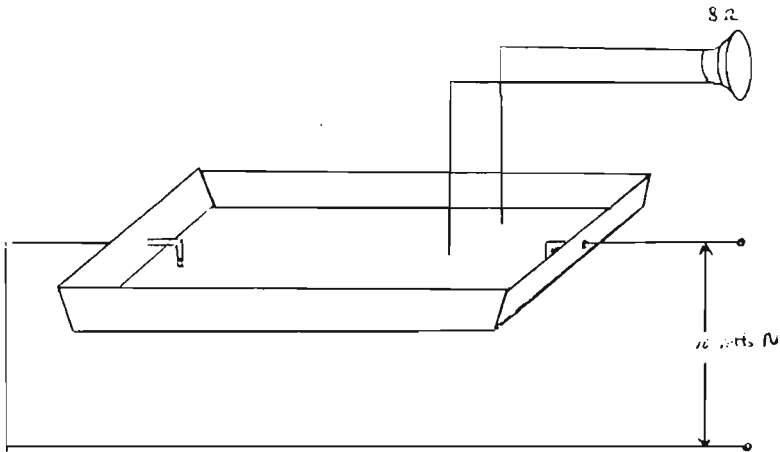
Papel milimétrico.

Agua.

#### Procedimiento.

Prepare una solución saturada de cloruro de sodio. Empape una hoja de papel milimétrico en ella, y vierta ambas en el fondo de la charola. Cuide que los 2 electrodos implantados en la charola toquen la solución. Conecte el circuito a la corriente de la línea, de acuerdo al siguiente diagrama.

Fije en cualquier posición, en el papel milimétrico, uno de



- los electrodos de la bocina. Con el otro electrodo, localice puntos, en los cuales no se escuche ningún ruido.

Lea las coordenadas de cada punto equipotencial y transfiera-las a otra hoja milimétrica seca. Una los puntos obteniendo así una línea quipotencial. Cambie de posición el electrodo fijo y siga el mismo procedimiento anterior. Repita esta operación varias veces para obtener un mapeo de líneas equipotenciales.

#### PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 8

1. Describa cualitativamente el sistema de líneas de fuerza en un plano en el cual se han colocado dos cargas puntuales iguales positivas. ¿A qué se asemejará este sistema en regiones cuya distancia de las cargas es grande comparada con la distancia entre ellas? ¿qué cambio se producirá en el campo si se sustituyen las cargas por cargas negativas?
2. Demuestre que las superficies equipotenciales siempre cortan a las líneas de fuerza en ángulos rectos en cualquier campo de fuerza.
3. ¿Se pueden cruzar dos diferentes líneas de fuerza de dos diferentes

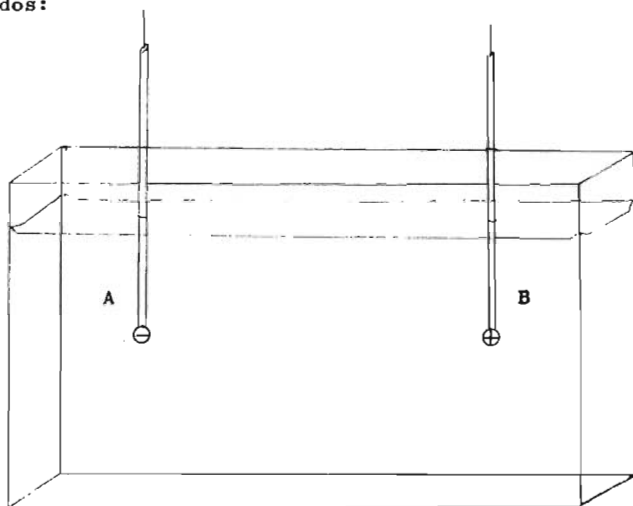


- superficies equipotenciales?

4. Dos láminas planas y paralelas están separadas por una distancia de 2 cm. El potencial de una de las láminas es +500 volts y el de la otra es de -500 volts. Representétese en un diagrama las superficies equipotenciales comprendidas entre las láminas y que corresponden a las potenciales de +250 V, 0 V, y -250 V.

5. El potencial de una esfera conductora cargada positivamente y de radio 5 cm es 5000 V. No hay ningún otro cuerpo cargado en su proximidad  
 a. representétese en un esquema las superficies equipotenciales correspondientes a los potenciales de 4000 V, 3000 V y 2000 V. b. Constrúyase una gráfica del potencial en función de la distancia radial al centro de la esfera, desde  $r=0$  hasta  $r=15$  cm.

6. Mediante topogramas represente cómo resultarían las equipotenciales (tridimensionalmente) suponiendo que se tienen los siguientes sistemas de electrodos:



## B I B L I O G R A F I A

- Clifford N. Wall, R.B. Christensen.  
Physics Laboratory Manual. 3th edition.  
Prentice-Hall, Inc. New Jersey (1972).
- Howard Hayden.  
Laboratory Physics for the Life Sciences.  
W. B. Saunders Company. Philadelphia (1975).
- Reimann Arnold L.  
Física. Volumen II.  
Compañía Editorial Continental, S.A. México (1974).
- Halliday David, R. Resnick.  
Física. Parte II. 7a edición.  
Compañía Editorial Continental, S.A. México (1974).
- Sears W Francis.  
Fundamentos de Física. Parte II. Electricidad y Magnetismo.  
Editorial Aguilar. Madrid (1972).

**PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 9**

1. Explique el concepto de diferencia de potencial.
2. ¿Cuántas clases de energía conoce ud.?
3. Cite algunas fuentes de almacenamiento de ellas.
4. Si tiene ud. una fuente de energía calorífica finita ¿Qué ecuación gobierna el tiempo de enfriamiento?

## P R A C T I C A 9

## CAPACITANCIA

Objetivo: Determinar la capacitancia de dos sistemas de capacitores, individuales o múltiples, cuando se conectan en paralelo y en serie, por comparación de las deflexiones que ocasionan en un galvanómetro "balístico".

## Principios Preliminares:

Concepto de capacitancia.

Dieléctricos.

Condensadores.

Conexiones.

Valoración de la capacitancia equivalente.

## Concepto de capacitancia.

Como ya se ha visto (práctica de superficies equipotenciales) la intensidad del campo eléctrico fuera de un conductor esférico cargado es la misma que si toda la carga del conductor estuviera concentrada en su centro, por lo cual, el potencial en los puntos exteriores del conductor está dado por la misma expresión que para una carga puntual, es decir,

$$V = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (1)$$

donde  $r$  es igual o mayor que el radio de la esfera. Tal potencial está referido a un punto infinitamente alejado, en tal forma que se le pueda considerar a esa referencia un potencial de cero. Suponga que a una distancia muy grande de la primera esfera, se encuentra una segunda esfera que tiene una carga negativa  $-q$ , de tal forma que cada una de ellas puede considerarse todavía eléctricamente aislada. El potencial de esta segunda esfera estará dado por una expresión similar a la ecuación (1). - Por tanto la diferencia de potencial  $V$  entre las dos esferas es:

$$V = V_+ - V_- = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{2q}{R} \quad (2)$$

Esta expresión pone en evidencia que la diferencia de potencial  $V$  y la carga  $q$  en cualquiera de las dos esferas son directamente proporcionales, es decir

$$V (2 \pi \epsilon_0 R) = q = C V \quad (3)$$

donde  $C$  representa la constante de proporcionalidad y se le conoce como capacitancia de las dos esferas.

Si se acercan las dos esferas, el potencial de la esfera cargada positivamente se reducirá por estar cerca de ella la esfera cargada negativamente, y de una forma similar, el potencial de la esfera negativa se elevará. En realidad, la carga en las dos esferas se mantiene sin cambio alguno, pero la diferencia de potencial entre ellas se ha reducido notablemente.

Este resultado se traduce en un aumento en la capacitancia del sistema, por un mayor acercamiento entre las dos esferas, es decir, la capacidad de la esfera cargada positivamente (razón de su carga a su potencial) aumenta por la presencia de la esfera cargada negativamente. -- Del mismo modo, la capacidad de la segunda se ve incrementada por la presencia de la esfera cargada positivamente.

La unidad de capacitancia MKS que se deduce a partir de la ecuación (3) es el coulomb/volt. Una capacidad de un coulombio por voltio se denomina faradio. Para fines prácticos se usan submúltiplos del faradio, el microfaradio, y el micromicrofaradio.

Cuando se tiene tal dispositivo formado por cargas iguales y opuestas, que pueden tener cualquier forma, se está hablando de un capacitor o condensador; a los conductores se les llama comúnmente placas. Las cargas iguales y opuestas pueden aplicarse conectando las placas momentáneamente a polos opuestos de una batería. La capacitancia de un condensador depende de la forma geométrica de cada placa, del espacio entre

- ellas, y del medio en el cual están sumergidas. Al analizar un condensador cargado, puede considerarse que la energía eléctrica está almacenada en el campo eléctrico entre las placas; debido a que los condensadores pueden confinar fuertes campos eléctricos en pequeños volúmenes, pueden servir como dispositivos útiles para almacenar energía.

El proceso de carga de un condensador consiste en el paso de carga (aparente) de la placa de menor potencial a la de mayor potencial, lo cual requiere un consumo de energía de la fuente eléctrica. Imagínese que el proceso de carga comienza con ambas láminas completamente descargadas y que después se saca repetidamente pequeñas cargas de una de las placas para pasarlas a la otra. En determinado momento, cuando la cantidad total de carga transportada ha alcanzado el valor  $q$ , la diferencia de potencial entre las láminas será

$$V_{ab} = \frac{q}{C}$$

y el trabajo  $dW$  que se requiere para transportar la pequeña carga siguiente  $dq$ , es

$$dW = V_{ab} dq = \left( \frac{1}{C} \right) q dq \quad (4)$$

El trabajo total realizado en el proceso de carga, mientras la carga aumenta desde cero hasta un valor final  $Q$  será

$$W = dW = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (5)$$

Donde la energía se expresa en julios cuando  $Q$  se expresa en coulombios y  $C$  en faradios.

Puesto que  $V_{ab} = Q/C$ , la ecuación (5) equivale a

$$W = \frac{1}{2} (C V_{ab})^2 = \frac{1}{2} Q V_{ab} \quad (6)$$

**Dieléctricos.**

Cuando un cuerpo descargado de cualquier clase, conductor o dieléctrico, se coloca dentro de un campo eléctrico, se produce siempre

- una redistribución de las cargas del cuerpo. Si el cuerpo es conductor, los electrones libres situados dentro de él se mueven de modo que en el interior del conductor el campo se anule y constituya un volumen equipotencial. Si el cuerpo no es conductor, los electrones y los núcleos de cada molécula se desplazan por la acción del campo, pero como no hay cargas libres que puedan moverse indefinidamente, el interior del cuerpo no se convierte en un volumen equipotencial. La carga neta del cuerpo en ambos casos sigue siendo nula (si se supone que el conductor está aislado de otros cuerpos de los cuáles pudiera recibir carga), pero ciertas regiones del mismo adquieren un exceso de cargas positivas y negativas llamadas cargas inducidas.

Si se consideran en primer lugar, la distribución de cargas en un conductor inicialmente descargado, que tiene forma de lámina, cuando se introduce en el campo creado por dos conductores planos y paralelos que poseen cargas iguales y opuestas; despreciando la dispersión en los bordes, el campo es uniforme en la región comprendida entre las dos láminas, como se indica en la figura (1-a)

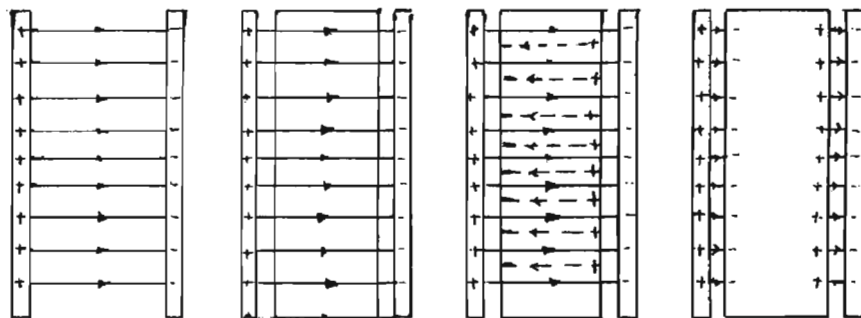


Figura (1). a) Campo eléctrico entre dos láminas cargadas. B) Introducción de un conductor. c) cargas inducidas y su campo. d) Campo resultante cuando un conductor se encuentra entre dos láminas cargadas.

En la figura (1-b) se ha introducido en el campo un conductor descargado, sin tocar a ninguna de las dos láminas cargadas. Las cargas

- libres del conductor se reagrupan inmediatamente, tan pronto como el conductor es introducido en el campo; si se supone por el momento que no lo hacen así, entonces, el campo penetra en el conductor y bajo la influencia de este campo, los electrones libres del conductor se mueven hacia la superficie izquierda, dejando una carga positiva sobre la superficie derecha. Este movimiento continúa hasta que en todos los puntos dentro del conductor el campo creado por las cargas superficiales es igual y opuesto al campo inicial, después de lo cual, el movimiento de cargas cesa y las cargas que quedan sobre la superficie del conductor son cargas inducidas. La carga neta del conductor continúa siendo nula.

El campo creado por las cargas inducidas se representa por - líneas de trazos en la figura (1-c); el campo resultante se indica en la figura (1-d). Dentro del conductor, el campo es nulo en todas partes. En el espacio comprendido entre el conductor y las láminas del campo es el mismo que antes de introducir el conductor. Todas las líneas de fuerza que se inician sobre la lámina positiva terminan sobre las cargas negativa inducidas en la cara izquierda del conductor. Un número igual - de líneas de fuerza que parten de las cargas positivas inducidas sobre la cara derecha del conductor, terminan sobre las cargas negativas de - la otra lámina. Las cargas inducidas en las caras del conductor son i--guales y de signo opuesto a las cargas iniciales sobre las láminas, y, en el interior del conductor, neutralizan efectivamente las cargas so--bre las láminas. Por lo tanto, el campo en el interior del conductor es nulo.

Si se comparan las cuatro partes de la figura (2) con las de la figura (1), se aclara el comportamiento de una lámina de dieléctrico cuando se introduce en el campo creado por un condensador. La figura - (2-a) representa el campo inicial. La figura (2-b) muestra el estado - de cosas existente después de introducir el dieléctrico, pero antes de



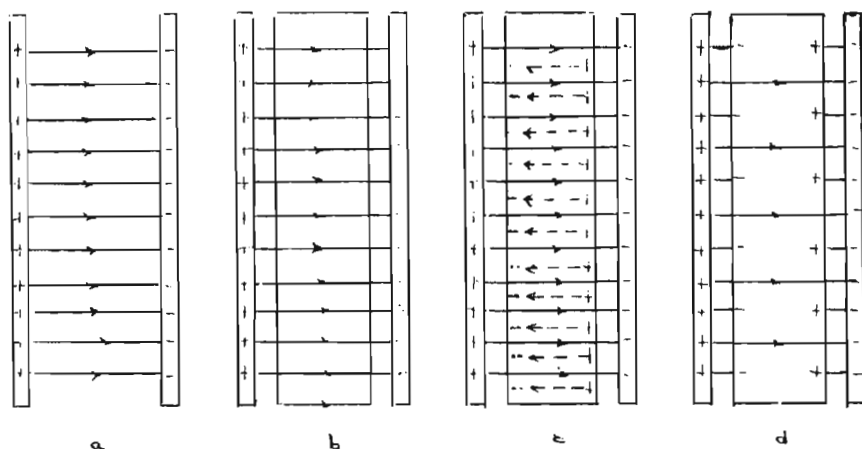


Figura 2. a. Campo eléctrico entre dos láminas cargadas. b. Introducción de un dieléctrico. c. Cargas inducidas sobre la superficie y campo creado por ellas. d. Campo resultante cuando se introduce un dieléctrico entre láminas cargadas.

- producirse ninguna redistribución de cargas. En la figura (2-c) se representan el campo creado dentro del dieléctrico por sus cargas superficiales inducidas, por medio de líneas de trazos.

Como en la figura (1-c) el campo creado es opuesto al campo inicial, pero dado que las cargas en el dieléctrico no son libres de moverse indefinidamente, su desplazamiento no continúa hasta un estado tal que el campo inducido iguale en intensidad al campo inicial. El campo dentro del dieléctrico se encuentra debilitado pero no anulado.

El campo resultante que se representa en la figura (2-d) indica que algunas de las líneas de fuerza que salen de la lámina positiva, penetran en el dieléctrico; otras terminan en las cargas inducidas sobre las caras de este dieléctrico.

El campo entre un par de láminas que poseen cargas opuestas, y las cargas inducidas sobre la superficie de un dieléctrico contiguo a

- las láminas se representa en la figura (3).

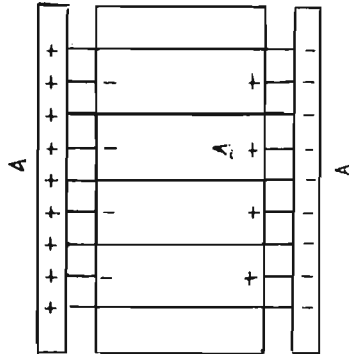


Figura 3. Cargas inducidas sobre las caras de un dieléctrico en un campo exterior.

Despreciando el efecto de los bordes, la densidad superficial de las cargas inducidas sobre el dieléctrico será uniforme por razón de simetría. Si se representa por  $\sigma_i$  la carga inducida por unidad de superficie del dieléctrico, (carga ligada), y por  $\sigma$  la carga por unidad de superficie de las láminas o carga libre, se tiene que, las cargas inducidas neutralizan una parte de las cargas libres y reducen la densidad superficial efectiva de  $\sigma$  a  $\sigma - \sigma_i$ . El campo eléctrico resultante dentro del dieléctrico será

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} (\sigma - \sigma_i) = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma - \frac{1}{\epsilon_0} \sigma_i \quad (7)$$

El término  $\frac{1}{\epsilon_0} \sigma$ , representa la componente del campo resultante debida a las cargas libres localizadas en las láminas. El término  $\frac{1}{\epsilon_0} \sigma_i$ , de sentido contrario, es el creado por las cargas inducidas.

Puesto que las cargas inducidas son originadas por el campo  $E$ , su valor dependerá del valor de  $E$  y del material que forme el dieléctrico. La razón de la densidad de carga inducida  $\sigma_i$  a la intensidad  $E$  del campo eléctrico resultante se denomina susceptibilidad eléctrica del material y se representa por  $\chi$ :

$$Q = \frac{S}{E} \quad ; \quad Q_i = \chi E \quad (8)$$

Cuanto mayor es la susceptibilidad de un material, tanto mayor es la carga inducida en un campo dado. Experimentalmente se sabe que a temperatur constante y en campos no muy grandes, la susceptibilidad de un material dado es constante e independiente de E, es decir, la densidad superficial de carga inducida es proporcional al campo resultante.

Las dimensiones de la susceptibilidad son las de una densidad superficial de carga dividida por una intensidad de campo eléctrico, o sea, en el sistema MKS se tiene,

$$\frac{\text{coul}}{\text{m}^2} / \frac{\text{newton}}{\text{coul}} = \frac{\text{coul}^2}{\text{newton m}^2}$$

En función de la susceptibilidad, la ecuación (7) se convierte en:

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \chi' - \frac{1}{\epsilon_0} \chi E$$

o sea,

$$E = \frac{\chi'}{(1 + \frac{\chi}{\epsilon_0}) \epsilon_0} \quad (9)$$

Si se representa el término  $(1 + \frac{\chi}{\epsilon_0})$  por el símbolo  $K_e$ ,

$$K_e = 1 + \frac{\chi}{\epsilon_0} \quad (10)$$

La ecuación (9) se convierte entonces en

$$E = \frac{1}{K_e \epsilon_0} \chi' \quad (11)$$

La magnitud  $K_e$  se denomina coeficiente dieléctrico del material. Dicho coeficiente es un número abstracto, puesto que  $\chi/\epsilon_0$  también lo es.

El producto  $K_e \epsilon_0$  que aparece en el denominador de la ecuación (11), se llama capacidad específica de inducción del dieléctrico y se representa por

$$\epsilon = K_e \epsilon_0 \quad (12)$$

En el vacío, donde  $K_e = 1$ ,  $\epsilon = \epsilon_0$ , por lo que la magnitud  $\epsilon_0$  puede describirse como la capacidad específica de inducción del vacío.

Las propiedades dieléctricas de una sustancia están completamente determinadas si se conoce una cualquiera de las tres magnitudes: susceptibilidad eléctrica,  $\chi$ , coeficiente dieléctrico  $K_e$ , o capacidad específica de inducción  $\epsilon$ , que están ligadas por las siguientes ecuaciones:

$$K_e = 1 + \frac{\chi}{\epsilon_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 K_e = \epsilon_0 + \chi$$

$$\chi = \epsilon_0 (K_e - 1) = \epsilon - \epsilon_0$$

#### Condensadores.

Si cierto número de conductores cargados están próximos unos a otros, el potencial de cada uno de ellos está determinado no sólo por su propia carga, sino por el valor y signo de las cargas de los otros conductores, y por su forma, tamaño y posición.

El tipo de condensador más frecuente se compone de dos láminas conductoras paralelas y separadas por una distancia que es pequeña comparada con las dimensiones lineales de las láminas (véase la figura 4). Prácticamente, todo el campo de este condensador está localizado en el espacio comprendido entre las láminas como se representa en la figura.

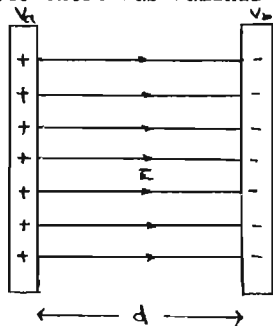


Figura 4. Condensador plano.

En este tipo de condensadores, hay una ligera dispersión del campo hacia el exterior, que se hace relativamente pequeña a medida que disminuye la separación de las láminas. Si las láminas están suficiente

mente próximas, la dispersión puede despreciarse, el campo entre las láminas es uniforme y las cargas de éstas están uniformemente repartidas sobre sus superficies opuestas. Este tipo de condensador se le llama condensador de láminas paralelas o condensador plano.

Supongamos que en primer lugar las láminas se encuentran en el vacío, y se sabe que la intensidad de campo eléctrico entre un par de láminas paralelas muy próximas y en el vacío es,

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{q}{A} = \frac{q}{\epsilon_0 A} \quad (13)$$

siendo A el área de las láminas y q la carga de cada una.

Puesto que la intensidad del campo eléctrico o gradiente de potencial es uniforme entre las láminas, la diferencia de potencial entre ellas será

$$V_{ab} = E d = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{q d}{A} \quad (14)$$

siendo d la separación entre las láminas. De aquí resulta que, la capacidad de un condensador plano en el vacío es

$$C = \frac{q}{V_{ab}} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (15)$$

Debido a que  $\epsilon_0$ , A y d son constantes para un condensador dado, la capacidad es una constante, independiente de la carga del condensador, y es directamente proporcional al área de las láminas e inversamente proporcional a su separación.

Utilizando el sistema MKS de unidades, A se expresa en  $m^2$ , y d, en m. La capacidad C resultará entonces en faradios.

La ecuación (15) indica otra combinación de unidades, A se expresa en  $m^2$ , C en faradios, d en metros y  $\epsilon_0$  en faradios por metro, según:

$$\epsilon_0 = \frac{C d}{A}$$

La capacidad específica de inducción  $\epsilon$  de una sustancia, que tiene las mismas dimensiones que  $\epsilon_0$ , puede expresarse también en faradios por metro.

La capacidad de un condensador plano cuando el espacio comprendido entre las láminas está ocupado por una sustancia de coeficiente dieléctrico  $K_e$  se calcula a partir de la intensidad del campo eléctrico  $E$  en el dieléctrico y la diferencia de potencial entre las láminas  $V_{ab}$ :

$$E = \frac{V}{K_e \epsilon_0} = \frac{1}{K_e \epsilon_0} \frac{q}{A} \quad (16)$$

$$V_{ab} = E d = \frac{1}{K_e \epsilon_0} \frac{q d}{A} \quad (17)$$

por lo tanto

$$C = \frac{q}{V_{ab}} = K_e \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon \frac{A}{d} \quad (18)$$

Si el medio entre las placas del condensador es el vacío, la capacidad está dada por:

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (19)$$

Lo que indica que cuando se introduce un dieléctrico, la capacidad resulta multiplicada por el factor  $K_e$ .

Al dividir las dos últimas ecuaciones (18, 19) se obtiene una relación que frecuentemente se toma como definición del coeficiente dieléctrico:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = K_e \quad (20)$$

es decir, el coeficiente dieléctrico de una sustancia puede definirse como la razón de la capacidad de un condensador dado que tenga dicha sustancia comprendida entre las láminas, a la capacidad del mismo condensador en el vacío.

A veces se utilizan patrones condensadores cilíndricos y esféricos, porque sus capacidades pueden calcularse con precisión a partir de sus dimensiones. Supóngase dos cilindros coaxiales de radios  $a$  y  $b$ , y longitud  $l$ , que poseen cargas iguales y opuestas,  $+q$  y  $-q$ . Véase la figura 5. Tómese como superficie gaussiana un cilindro de radio  $r$ , comprendido entre  $a$  y  $b$  y de longitud  $l$ . Despreciando los efectos en los extremos, las líneas de desplazamiento solo cortan a esta super

-ficie a través de la superficie curva de área  $2 \pi r l$ .

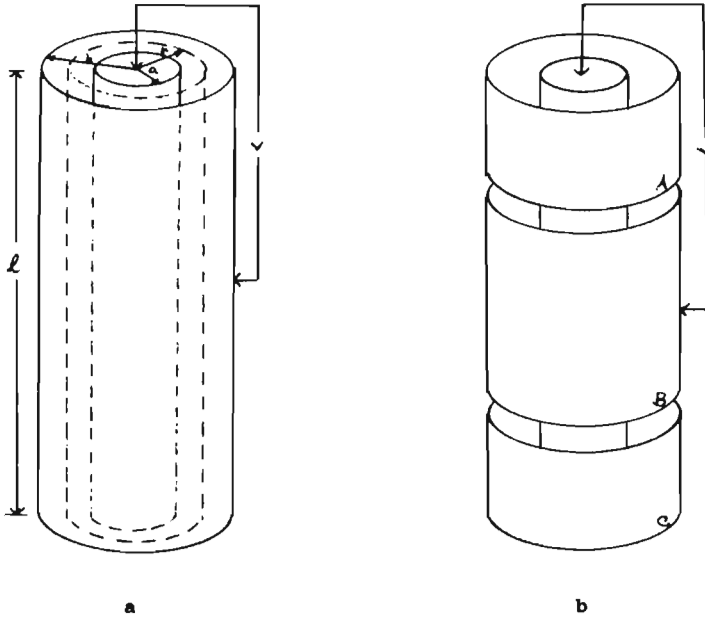


Figura 5. a. Condensador cilíndrico. b. Condensador cilíndrico patrón con anillos de guarda.

Si se representa por  $D$  el desplazamiento a la distancia  $r$  del eje, se tiene

$$D \cos \varphi \, dA = 2 \pi r l D = q$$

$$D = \frac{q}{2 \pi r l} \quad (21)$$

Si el espacio comprendido entre los cilindros contiene un dielectrico de capacidad específica de inducción  $\epsilon$ , entonces,

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{1}{2 \pi \epsilon l} \frac{q}{r} \quad (22)$$

El valor de la diferencia de potencial entre los cilindros es:

$$\begin{aligned} V_{ab} &= \int_a^b E \, dr = \frac{1}{2 \pi \epsilon l} \frac{q}{1} \int_a^b \frac{dr}{r} = \\ &= \frac{1}{2 \pi \epsilon l} \frac{q}{1} \ln \frac{b}{a} \quad (23) \end{aligned}$$

La capacidad es, por lo tanto,

$$C = \frac{q}{V} = 2 \pi \epsilon \frac{l}{\ln \frac{b}{a}} \quad (24)$$

Para reducir al mínimo los efectos de los extremos, los condensadores cilíndricos patrones se construyen como se aprecia en la figura (5-b). Las secciones terminales A y C, denominadas anillos de guarda, se mantienen al mismo potencial que la sección central B, pero solo se utiliza la última para la medida. Los efectos de dispersión son transmitidos así a las secciones terminales A y C, que no se utilizan.

Los condensadores variables, cuya capacidad puede modificarse a voluntad, entre ciertos límites, son muy usados en los circuitos de --sintonía de los aparatos radioreceptores. Generalmente son condensadores de aire, de capacidad relativamente pequeña y están formados por cierto número de láminas metálicas paralelas y fijas, conectadas entre sí, constituyendo una de las armaduras del condensador, mientras que un segundo conjunto de placas móviles también conectadas entresí, forman la otra armadura. Haciendo girar un eje sobre el cual están montadas las placas --móviles, el segundo conjunto se intercala entre el primero en una extensión mayor o menor. El área efectiva del condensador es sólo la de la porción intercalada.

La mayor parte de los condensadores tienen un dieléctrico sólido entre sus láminas. Un tipo corriente es el de papel y hoja metálica, en el cual las láminas son bandas de hoja metálica y el dieléctrico es una hoja de papel impregnada de cera. Enrollando estas cintas, puede obtenerse un condensador de varios microfaradios en un volumen relativamente pequeño.

La botella de Leyden, construida recubriendo con hoja metálica una parte de las superficies exterior e interior de un frasco de vidrio es en esencia un condensador plano cuyo dieléctrico es el vidrio.

La función del dieléctrico sólido colocado entre las láminas



- es triplic: 1º resuelve el problema mecánico de mantener dos grandes - capas metálicas a una distancia muy pequeña sin ningún contacto real. - 2º puesto que su rigidez dieléctrica es mayor que la del aire, aumenta la diferencia máxima de potencial que el condensador es capaz de resistir sin romperse; 3º debido a que su capacidad específica de inducción es mayor que la del vacío o la del aire, la capacidad de un condensador de dimensiones dadas es varias veces mayor que si las láminas estuviesen en el vacío o en el aire.

Los condensadores electrolíticos utilizan como dieléctrico una capa extremadamente delgada de óxido no conductor entre una lámina de metal y una solución conductora. A causa del pequeño espesor del dieléctrico ciertos condensadores electrolíticos de dimensiones relativamente pequeñas pueden tener una capacidad del orden de 50 microfaradios.

#### Conexiones.

La capacidad de un condensador se define como la razón de la carga  $Q$  sobre cualquiera de las láminas a la diferencia de potencial en entre las armaduras del condensador; la carga  $Q$  puede considerarse como la carga desplazada que pasa por cualquier punto del circuito exterior durante el proceso de carga.

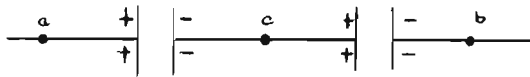
La capacidad equivalente de una red de condensadores se define como la razón de la carga desplazada a la diferencia de potencial en entre los bornes de la red. Por tanto, el método para calcular la capacidad equivalente de una red, consiste en suponer una diferencia de potencial entre los bordes de la misma, calcular la carga correspondiente y hallar la razón de la carga a la diferencia de potencial.

Si dos condensadores de capacidad  $C_1$  y  $C_2$ , respectivamente, se conectan en serie, y se mantienen las terminales a y b a una diferencia de potencial  $V_{ab}$ , se tiene:

$$Q_1 = C_1 V_{ac} \qquad Q_2 = C_2 V_{cb}$$

$$V_{ab} = V_{ac} + V_{cb}$$

Como  $Q_1$  debe ser igual a  $Q_2$ , debido a que el proceso de carga (considérese el movimiento de cargas positivas) consiste en el paso de carga desde la lámina derecha del condensador 2, a través del circuito, hasta la lámina izquierda del condensador 1, y de la lámina derecha del condensador 1 a la lámina izquierda del condensador 2. Por lo tanto si  $Q$  representa la carga de cada condensador,



$$V_{ac} = \frac{Q}{C_1}$$

$$V_{cb} = \frac{Q}{C_2}$$

$$V_{ab} = V_{ac} + V_{cb} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

Como por definición  $Q/V_{ab}$  es la capacidad equivalente  $C$ , se obtiene que,

$$\frac{V}{Q_{ab}} = \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (25)$$

Es decir, que la inversa de la capacidad equivalente de un número cualquiera de condensadores en serie es igual a la suma de los inversos de las capacidades individuales.

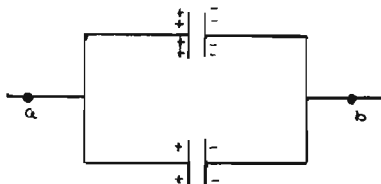
$$\text{Dado que } Q = C_1 V_1 = C_2 V_2 = C_3 V_3 = \dots$$

cuando cierto número de condensadores se conectan en serie las diferencias de potencial entre las armaduras de cada condensador son inversamente proporcionales a sus capacidades, puesto que las cargas de todos ellos son iguales.

Si dos condensadores se conectan en paralelo, la diferencia de potencial entre las armaduras de cada condensador es la misma, y la carga total desplazada es la suma de las cargas individuales. Por consiguiente,

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 V_{ab} + C_2 V_{ab} = V_{ab} (C_1 + C_2)$$

$$\frac{Q}{V_{ab}} = C = C_1 + C_2 \quad (26)$$



O sea, la capacidad equivalente de cualquier número de condensadores en paralelo es igual a la suma de las capacidades individuales.

Corrientes de carga y descarga de un condensador.

Cuando se conecta un condensador descargado a dos puntos que se encuentran a potenciales distintos, el condensador no se carga instantáneamente, sino que, adquiere cierta carga por unidad de tiempo que depende de su capacidad y de la resistencia del circuito.

La figura (6) representa un condensador y una resistencia conectados en serie a dos puntos entre los cuales se mantiene una diferen-

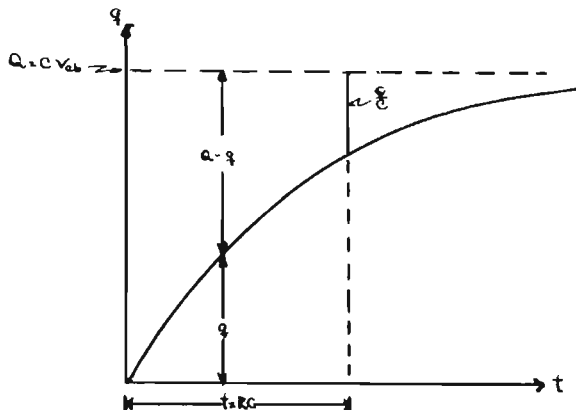


Figura 6. Carga de un condensador en función del tiempo, para el caso de un circuito con capacidad y resistencia.

cia de potencial  $V_{ab}$ . Sea  $i$  la intensidad de la corriente en el circuito en cierto instante posterior al cierre del interruptor  $S$ , y  $q$  la carga del condensador en el mismo instante. Se tienen las siguientes ecuaciones:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$V_{ax} = \frac{q}{C}$$

$$V_{xb} = i R$$

$$V_{ab} = V_{xa} + V_{xb}$$

Combinando estas ecuaciones resulta:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q - \frac{V_{ab}}{R} = 0 \quad (27)$$

de donde,

$$q = C V_{ab} (1 - e^{-t/RC}) \quad (28)$$

Puesto que  $C V_{ab}$  es igual a la carga final  $Q$  del condensador, la ecuación (28) puede escribirse como:

$$q = Q (1 - e^{-t/RC}) \quad (29)$$

La representación gráfica de la ecuación (29) -figura (6)- de nota que la carga de un condensador se vuelve asintótica con respecto - al valor final, y que se requiere por consiguiente, un tiempo infinito para que el condensador alcance su carga final.

Sin embargo, el tiempo queda perfectamente definido para in- crementar la carga hasta una fracción cualquiera determinada de su va- lor final, y se encuentra en la práctica que para valores cualesquiera de  $R$  y  $C$  hasta un tiempo muy corto basta para que la carga aumente has- ta un valor esencialmente igual a su valor final.

En un instante  $t$  cualquiera, la diferencia entre la carga fi- nal  $Q$  y la carga  $q$  ya adquirida es

$$Q - q = Q e^{-t/RC} \quad (30)$$

Si se hace esta diferencia igual a  $Q/e$  y se despeja el valor de  $t$ , se encuentra

$$t = RC \quad (31)$$

Esto es, el producto  $RC$  es igual al tiempo necesario para que la carga del condensador aumente hasta una fracción  $1/e = 1/2.71 = 0.369$

- de su valor final y se denomina constante de tiempo del circuito. Para un condensador dado, este tiempo es tanto mayor cuanto mayor es la resistencia y viceversa. Así, aunque la forma general de la gráfica de  $q$  en función de  $t$  es la misma cualquiera que sea la resistencia, dicha curva sube rápidamente hasta un valor final si  $R$  es pequeña, y lentamente si  $R$  es grande.

Si  $C = 1 \mu f = 10^{-6} f$  y  $R = 1 \text{ megaohm} = 10^6 \text{ ohms}$ , la constante de tiempo es:

$$R C = 10^6 (10^{-6}) = 1 \text{ segundo}$$

y el condensador adquiere  $(1 - 0.369)$ , o sea, el 63% -aproximadamente- de su carga final en un segundo. Si  $t$  es diez veces este valor, se puede asumir que el capacitor está totalmente cargado.

Dado que  $i = dq/dt$ , la ecuación que da la corriente de carga puede obtenerse a partir de la ecuación (29) por diferenciación, obteniéndose

$$i = \frac{V_{ab}}{R} e^{-t/RC} \quad (32)$$

La corriente de carga al tiempo  $t = 0$  es la misma que si el circuito solo tuviese la resistencia  $R$  y la corriente disminuye exponencialmente en la misma forma que aumenta la carga, descendiendo a un valor igual a  $1/e$  de su valor inicial, después de transcurrido un tiempo igual a la constante de tiempo.

Si el condensador se desconecta de la línea y se conectan los bordes entre sí a través de una resistencia  $R$ , es fácil demostrar que la carga que queda sobre cada lámina al cabo del tiempo  $t$  es;

$$q = Q e^{-t/RC} \quad (33)$$

siendo  $Q$  la carga inicial, y entonces la corriente de descarga viene dada por:

$$i = \frac{Q}{R C} e^{-t/RC} \quad (34)$$

$$= \frac{V_{ab}}{R} e^{-t/RC} \quad (35)$$

donde  $V_{ab}$  es la diferencia de potencial inicial entre los bornes del --

- condensador.

Evaluación de la capacitancia.

Un método simple y directo es el de comparar las capacidades de dos condensadores, es decir, comparar sus cargas, cuando ambos tienen la misma diferencia de potencial entre sus placas. Suponga que un condensador de capacitancia desconocida  $C_x$  se carga a un potencial  $V$ , acumulándose entonces una carga  $Q_x$ . De una forma similar un condensador estándar de capacitancia conocida  $C_o$  se carga al mismo potencial  $V$  acumulándose una carga  $Q_o$ . Aplicando la ecuación  $C = q/V$  se obtiene:

$$\frac{C_x}{C_o} = \frac{Q_x}{Q_o} \quad (36)$$

Si cada capacitor o sistema de capacitores se descarga a través de un galvanómetro "balístico", las dos deflexiones obtenidas tendrán el mismo cociente que  $Q_x$  y  $Q_o$ , por lo tanto la ecuación (36) puede reescribirse como

$$\frac{C_x}{C_o} = \frac{D_x}{D_o} \quad (37)$$

donde  $D_x$  y  $D_o$  son las dos deflexiones.

Por lo tanto, para determinar la capacitancia desconocida, sólo es necesario observar las deflexiones  $D_x$  y  $D_o$  y conocer el valor de la capacitancia estándar  $C_o$ .

Material:

Capacitores de 0.5, 1, 1.5, 5, 10, 50 microfaradios.

2 interruptores de doble polo, doble tiro.

Galvanómetro balístico.

Fuente de corriente continua.

Alambre con forro # 22.

Procedimiento.

Haga las conexiones según el diagrama presentado en la figura (7). Antes de conectar cualquier capacitor, revise que los interruptores estén en posición neutral y que el galvanómetro no marque nada.

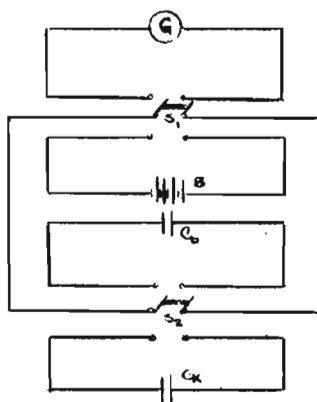


Figura 7. Circuito del alambrado.

Parte I.

Como capacitor estándar úsese uno de 0.5 mf ( $C_0$ ) y como capacitor desconocido cualquiera de los restantes.

Conecte el capacitor estándar  $C_0$  en el circuito cerrando el interruptor  $S_2$  y la fuente de poder mediante el interruptor  $S_1$ . De esta forma,  $C_0$  se estará cargando. 10 segundos de carga pueden ser suficientes. Si se quiere proteger el galvanómetro de una descarga accidental, se puede conectar una resistencia en serie con la fuente de poder, pero entonces, el tiempo de carga se deberá incrementar.

Ahora, abra el interruptor  $S_1$ , de tal manera que quede desconectado de la fuente de poder y conéctelo al galvanómetro G. Anote la máxima deflexión del galvanómetro.

Repita el proceso de carga y descarga, pero ahora dé un mayor

- tiempo de carga, por ejemplo 20 segundos. Si no hay algún incremento apreciable en la deflexión máxima del galvanómetro, entonces el primer período de carga es suficiente; en caso de que sí lo haya, deberá repetirse el procedimiento con períodos de carga más lentos, o largos, hasta alcanzar el tiempo mínimo apropiado.

Después de anotar la deflexión  $D_0$  ocasionada por el capacitor estándar  $C_0$ , abra el interruptor  $S_2$ , desconectando así el capacitor  $C_0$ . Mediante este mismo interruptor conecte el capacitor desconocido  $C_x$ . Utilizando el procedimiento dado para el capacitor estándar  $C_0$ , cargue y descargue el capacitor desconocido  $C_x$ , teniendo el mismo tiempo de carga. Si la máxima deflexión  $D_x$  alcanzada por este capacitor -- llega al límite superior de lectura del galvanómetro, avise al instructor. En caso contrario, dé un período mayor de carga, éste puede ocasionar una deflexión mayor, y se deberá proceder como se describió anteriormente.

Repita el procedimiento para el capacitor estándar  $C_0$  y posteriormente proceda a hacer lecturas alternadas de  $D_0$  y  $D_x$ . Haga cinco lecturas para cada capacitor y tome un valor promedio de cada una de ellas.

Reemplace el capacitor desconocido  $C_x$  por otro también desconocido y repita el procedimiento para determinar su capacitancia.

#### Parte II.

Conecte los dos capacitores desconocidos en paralelo e inserte esta combinación en el circuito como  $C_x$ . Determine la capacitancia de esta combinación y compárela con el valor calculado a partir de la ecuación (26).

#### Parte III.

Conecte ahora los dos capacitores desconocidos en serie e inserte tal combinación en el circuito como  $C_x$ . Proceda de igual forma.



#### Parte IV.

En función de un capacitor estándar de 0.5  $\mu\text{f}$  y ya sea uno o los dos capacitores desconocidos utilizados en las partes 1, 2, y 3 -- construya un circuito para determinar la capacitancia de un condensador de 50  $\mu\text{f}$ .

#### Reporte de Resultados.

Reporte sus valores obtenidos de cada capacitor. Dibuje los circuitos que valoró, anotando las capacitancias individuales y equivalentes en cada caso.

#### PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 9

1. Si las deflexiones del galvanómetro en este experimento son muy pequeñas para hacer una observación precisa, ¿Cómo se puede incrementar la sensibilidad?
2. ¿Qué puede suceder si se excede la diferencia de potencial de trabajo de un capacitor?
3. Para fabricar un condensador se dispone de dos placas de cobre, una lámina de mica (espesor igual a 0.1 mm,  $k = 6$ ), una lámina de vidrio (espesor = 2 mm,  $K = 7$ ) y una placa de parafina (espesor igual a 1 cm  $k = 2$ ) ¿Qué lámina habrá que colocar entre las placas de cobre para obtener la máxima capacitancia?
4. Se conecta un condensador con las terminales de una batería. a. ¿Por qué cada placa adquiere una carga de la misma magnitud exactamente? ¿Ocurre lo mismo aún cuando las placas sean de diferente tamaño?
5. Un condensador se carga usando una batería que después se desconecta. Entonces se introduce entre las placas una pieza de dieléctrico. - Describa cualitativamente lo que ocurre a la carga, a la capacitancia, a la diferencia de potencial, a la intensidad del campo eléctrico y a

- la energía almacenada.

6. Un condensador de 100 micromicrofaradios se carga comunicándole una diferencia de potencial de 50 volts, la batería de carga se desconecta después. Entonces el condensador se conecta a un segundo condensador descargado. Si la diferencia de potencial se reduce a 35 volts, ¿Cuál es la capacitancia de este segundo condensador?

#### B I B L I O G R A F I A

Clifford N. Wall, R. B. Levine, F. E. Christensen.

Physics Laboratory Manual.

Prentice Hall, Inc. 3rd edition. New Jersey (1972).

Leonard H. Greenberg.

Discoveries in Physics, for scientists and engineers.

W. B. Saunders Co. 2nd edition. Philadelphia (1975).

Howard H. Gerrish.

Experimentos de electricidad.

Editorial Limusa Wiley. México (1974).

David Halliday, R. Resnick.

Física. Parte II.

Compañía Editorial Continental, S.A. 7a edición. México (1974).

Francis W. Sears.

Fundamentos de Física. Parte II. Electricidad y Magnetismo.

Editorial Aguilar. Madrid (1972).

**PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 10**

1. Explique el comportamiento de un conductor, un semiconductor y un no conductor cuando varillas de estos materiales se someten a una diferencia de potencial.
2. ¿Qué significa "caída de potencial"?
3. ¿Qué es potencia eléctrica? ¿Cuáles son sus unidades en el sistema MKS y en el sistema práctico?
4. Mencione las formas de transformación de energía potencial, coméntelos.

## P R A C T I C A 1 0

## RESISTENCIAS. PUENTE DE WHEATSTONE

Objetivo: determinar la resistencia de dos o más resistores cuando se toman por separado o cuando se conectan en serie y en paralelo, por medio de un puente de Wheatstone.

## Principios preliminares:

Corriente y densidad de corriente.

Resistencia, resistividad y conductividad.

Ley de Ohm

Medidas de intensidad de corriente, diferencia de potencial y resistencia.

Conexiones.

Puente de Wheatstone.

## Corriente y densidad de corriente.

Se sabe que los electrones libres de un conductor metálico aislado se encuentran en movimiento irregular, que no tienen ninguna dirección de movimiento definida. Si como conductor metálico aislado se considera un trozo de alambre de cobre y si se hace pasar a través de él un plano hipotético, la rapidez con la cual pasan electrones a través de dicho plano, de derecha a izquierda, es la misma que la rapidez con la cual pasan de izquierda a derecha; por lo tanto, la rapidez neta será de cero.

Ahora bien, si los extremos del alambre se conectan a una batería, se establece un campo eléctrico en todos los puntos dentro del alambre. Si dicha diferencia de potencial producida por la batería es de 10 volts y si el alambre se considera uniforme con una longitud de 5 m, entonces, la intensidad del campo eléctrico será de 2 volts/metro.

Este campo eléctrico actuará sobre los electrones dándoles un movimiento resultante en la dirección contraria. Si el campo eléctrico es  $E$ , la dirección de los electrones será de  $-E$ . Cuando sucede esto, se considera que se ha establecido una corriente eléctrica  $I$ ; si pasa una carga neta  $q$  por una sección transversal cualquiera del conductor en el tiempo  $t$ , la corriente producida es,

$$i = \frac{q}{t} \quad (1)$$

En el sistema MKS de unidades,  $i$  se da en amperes,  $q$  en coulombios, y  $t$  en segundos.

Si la velocidad de flujo de carga no es constante al través del tiempo, la corriente variará con él y estará dada por el límite diferencial de la ecuación (1), o sea,

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (2)$$

La corriente eléctrica  $i$  es la misma para todas las secciones transversales de un conductor, aún cuando el área de la sección transversal pueda ser distinta en diferentes puntos. Esta constancia de la corriente eléctrica se deduce del hecho de que la carga debe conservarse; bajo las condiciones de régimen estable supuestas, ni se acumula continuamente en ningún punto del conductor, ni se pierde continuamente en ningún punto.

Dentro de un conductor existe un campo eléctrico, tal afirmación no contradice aquélla que decía que  $E$  es igual a cero dentro de un conductor, siempre y cuando se encuentre aislado.

Tal campo eléctrico que actúa sobre los electrones de un conductor no produce una aceleración neta debido a los choques entre los electrones y los iones que constituyen al conductor. Esta disposición de los iones, junto con las fuerzas intensas tipo resorte de origen eléctrico, constituyen lo que se llama red. El efecto total de estos choques es transformar energía cinética de los electrones que aceleran en

- energía de vibración de la red. Los electrones adquieren una velocidad de arrastre constante media en la dirección de  $-E$ .

Aun cuando en los metales los portadores de carga son los electrones, en los electrolitos o en los conductores gaseosos, los portadores de carga pueden ser también iones, ya sean positivos o negativos, o ambos. Se necesita adoptar una convención para asignar las direcciones de las corrientes porque las cargas de signos contrarios se mueven en direcciones opuestas en un campo dado. Una carga positiva -- que se mueve en una dirección es equivalente, para casi todos los efectos externos, a una carga negativa que se mueva en dirección contraria. Por simplicidad y para establecer una uniformidad algebraica, se supone que todos los portadores de carga son positivos y se dibujan las -- flechas de la corriente en el sentido en que se moverían tales cargas.

La corriente eléctrica  $i$  de un conductor dado es una cantidad macroscópica y característica de dicho conductor. Una magnitud microscópica relacionada con  $i$ , es la densidad de corriente  $j$ . Esta magnitud es un vector y es la característica de un punto dentro de un conductor.

Si la corriente está distribuida uniformemente a través de un conductor de sección transversal  $A$ , la magnitud de la densidad de corriente para todos los puntos de esa sección transversal será de

$$j = \frac{i}{A} \quad (3)$$

El vector  $j$  en un punto cualquiera de la sección, estará orientado en la dirección en que los portadores positivos de carga se moverían en ese punto.

La relación general entre  $j$  e  $i$  es que para una superficie dada en un conductor,  $i$  es el flujo del vector  $j$  sobre esa superficie, es decir,

$$i = \int j \cdot dS \quad (4)$$

- donde  $dS$  es un elemento de área superficial y la integral se toma en toda la superficie considerada.

La ecuación (3) es un caso especial de esta relación en el cual  $j$  es constante en toda la extensión de la superficie y perpendicular a ella. Por otro lado, la ecuación (4) se puede aplicar a cualquier superficie a través de la cual se quiera conocer la corriente.

La velocidad de arrastre antes mencionada y denotada como  $V_d$  de los portadores de carga en un conductor, puede calcularse a partir de la densidad de corriente  $j$ .

En la figura (1), se muestran los electrones de conducción en un alambre moviéndose hacia la derecha a una velocidad de arrastre que se supone constante. El número de electrones conductores en el alambre es  $n A l$ , donde  $n$  es el número de electrones por unidad de volumen y  $A l$  el volumen del alambre. De esto se deduce que por el extremo derecho del alambre sale una carga de magnitud

$$q = (n A l) e \quad (5)$$

si se considera un tiempo  $t$ ,

$$t = \frac{l}{V_d} \quad (6)$$

Por lo tanto, la corriente  $i$  estará dada por

$$i = \frac{q}{t} = \frac{n A l e}{\frac{l}{V_d}} = n A e V_d \quad (7)$$

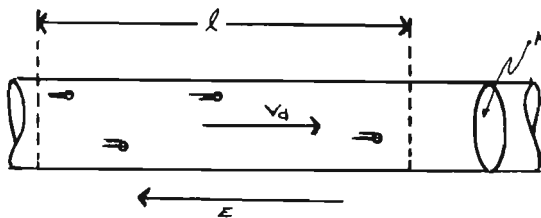


Figura 1. Los electrones de conducción en un alambre se mueven a una velocidad de arrastre  $V_d$  constante.

De la ecuación (3) y (7), se obtiene

$$V_d = \frac{i}{n A e} = \frac{j}{n e} \quad (8)$$

Resistencia, resistividad y conductividad.

Al aplicar la misma diferencia de potencial a los extremos de una barra de cobre y una barra de madera se producen corrientes eléctricas muy diferentes. La característica del conductor que interviene en esa diferencia, es su resistencia y la define como la relación que existe entre la diferencia de potencial  $V$  y la corriente eléctrica  $i$ :

$$R = \frac{V}{i} \quad (9)$$

Si  $V$  está en volts e  $i$  en amperes, la resistencia  $R$  estará dada en ohms.

Relacionada con la resistencia está la resistividad denotada por la letra griega  $\rho$ , que es una característica de un material y  $\rho_0$  de una muestra especial del material; se define para los materiales cuyas propiedades eléctricas no varían con la dirección que se tome en el material como:

$$\rho = \frac{E}{j} \quad (10)$$

Si se considera un conductor cilíndrico de sección transversal  $A$  y de longitud  $l$ , que lleva una corriente constante  $i$  y se aplica una diferencia de potencial  $V$  entre sus extremos y si, las secciones transversales del cilindro son superficies equipotenciales, la intensidad del campo eléctrico y la densidad de corriente serán constantes en todos los puntos del cilindro y tendrán los siguientes valores:

$$E = \frac{V}{l} \quad (11)$$

$$j = \frac{i}{A} \quad (12)$$

Luego entonces, la resistividad puede escribirse como:

$$\rho = \frac{E}{j} = \frac{\frac{V}{l}}{\frac{i}{A}} \quad (13)$$

Sustituyendo la ecuación (9) en la (13), se obtiene:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$



Para mantener una corriente en un conductor es necesario que haya un campo eléctrico o un gradiente de potencial dentro de él. Las sustancias conductoras difieren entre sí en el valor de la densidad de corriente establecida por un campo eléctrico dado.

De la ecuación (3) se obtiene la relación de la densidad de corriente a la intensidad de campo eléctrico, o sea, la densidad de corriente por unidad de intensidad del campo eléctrico; esto es lo que se llama conductividad eléctrica de una sustancia y se representa por  $\kappa$ ,

$$\kappa = \frac{j}{E} \quad (15)$$

A mayor conductividad, mayor es la densidad de corriente para un campo eléctrico dado. La conductividad de cierta sustancia varía con la temperatura y con otras condiciones físicas, aunque en menor grado.

Para muchas sustancias, principalmente los metales, la conductividad es independiente de la densidad de corriente. Por el contrario hay sustancias para las cuáles la conductividad varía sensiblemente con la densidad de corriente.

Comparando las ecuaciones (10) y (15) se puede ver que la conductividad es equivalente al inverso de la resistividad.

La ecuación (15) puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\frac{j}{A} = \kappa \left( - \frac{dV}{dx} \right) \quad (16)$$

cuando  $E = - \frac{dV}{dx}$  y  $j = \frac{i}{A}$ .

Ley de Ohm.

Correspondiendo a un flujo dado de corriente en un alambre, existe un ritmo definido de producción de calor entre dos puntos dados del mismo. Este ritmo dividido entre la intensidad de corriente es, por definición, la diferencia de potencial entre los dos puntos. Así, si se conoce el ritmo de producción de calor como función de la intensidad de corriente se podrá saber la manera en que la diferencia de potencial en

-tre los puntos está relacionada de manera cuantitativa con la corriente. Las medidas obtenidas muestran que el ritmo de producción de calor para un alambre dado depende no solo de la corriente, sino también de la temperatura. Para cualquier temperatura constante, el ritmo de producción de calor resulta proporcional al cuadrado de la corriente, es decir,

$$P_{EO} = R i^2 \quad (17)$$

donde  $P_{EO}$  es el ritmo de conversión de energía eléctrica en calor o la potencia suministrada por la energía eléctrica,  $R$  es una constante característica del espécimen particular de alambre utilizado y de su temperatura.

Si ambos miembros de la ecuación se dividen entre  $i$ , se obtiene la relación

$$V = \frac{P_{EO}}{i} = R i \quad (18)$$

entre la diferencia de potencial y la corriente  $i$ .

Esta relación corresponde al enunciado de la ley de Ohm: para un conductor dado cuya condición física no cambie, la corriente es proporcional a la diferencia de potencial entre los puntos de entrada y salida.

La constante  $R$  de la ecuación (18), que es igual a la relación entre la diferencia de potencial y la corriente, puede interpretarse físicamente como una medida de la dificultad que existe para hacer pasar una corriente a través del conductor.

Es interesante considerar las condiciones que deben cumplirse en un conductor para obtener la ley de Ohm. La constancia de la condición física del conductor significa que, el número  $n$  de transportadores de carga por unidad de volumen es constante. Cada uno de esos transportadores tiene una carga  $q$ . Entonces al aplicar un campo eléctrico  $E$ , cada transportador es afectado por una fuerza  $E q$  en la dirección del campo, que lo hace desplazarse en la dirección de la fuerza. En la figura

- (2) se muestra la gráfica que describe un conductor que cumple con la ley de Ohm; se observa que al aplicar una diferencia de potencial variable entre los extremos de un alambre cobrizado y medir la corriente  $i$ , la recta que resulta significa que la resistencia de este conductores - la misma cualquiera que sea el voltaje aplicado para medir la resistencia.

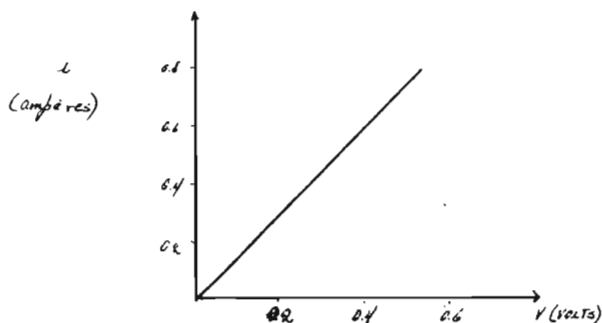


Figura 2. Representación gráfica del comportamiento de la resistencia en un conductor óhmico.

Algunos otros conductores no siguen la ley de Ohm. En la figura (3) se muestra la gráfica que describe un tubo al vacío. Como se pue

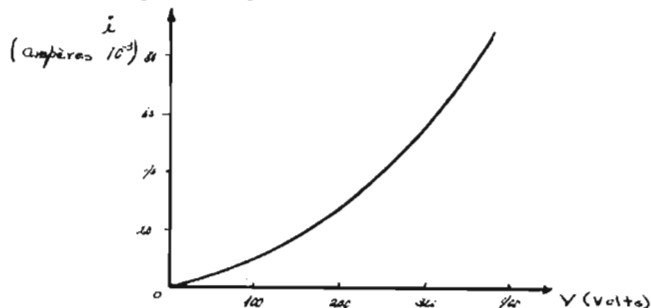


Figura 3. Comportamiento de la resistencia no óhmica.

-de observar la gráfica no es recta debido a que la resistencia depende del voltaje usado para medirla. Además, la corriente que pasa por este dispositivos es casi nula si se invierte la polaridad de la diferencia de potencial aplicada. Para conductores metálicos se invierte la dirección de la corriente cuando se invierte la diferencia de potencial, pero su magnitud no cambia.

La ley de Ohm se aplica no solo a metales, sino también a varios tipos de conductores no metálicos, entre los que se encuentran el silicio, el germanio, el bisulfuro de hierro o pirita, el sulfuro de plomo o galena, etc. Este tipo de materiales se conocen como semiconductores o semimetales por parecer metales. Algunos otros semiconductores, que no parecen metales, son el óxido de cobre, los halogenuros alcalinos que se han tratado térmicamente en vapores alcalinos y un gran número de otros materiales.

Todos los semiconductores caen dentro de dos categorías, conocidas como semiconductores de tipo n o de tipo p. En los semiconductores de tipo n (n por negativo), la corriente es transportada directamente por electrones libres, tal como ocurre en los metales. La diferencia entre un metal conductor y un semiconductor de tipo n, es que, mientras que en el metal el número de electrones libres por átomo es independiente de la temperatura, en los semiconductores de tipo n la concentración de electrones libres aumenta muy rápidamente con la temperatura. En los semiconductores de tipo p, no existen electrones libres y la conducción ocurre mediante un mecanismo de sustitución de electrones que, en cierto modo, es equivalente al movimiento de transportadores positivos, de allí el nombre de tipo p o sea, positivo.

Muchos semiconductores de ambos tipos tienen la particularidad de producir un escalón de potencial considerable en la frontera con un electrodo metálico con el cual están en contacto, cuando a través de ésta circula una corriente; este potencial varía con la naturaleza del semiconductor del electrodo metálico, con la densidad de corriente y con la dirección de la corriente. Cuando se realizan experimentos en los que se considera el escalón de potencial, se encuentra que todos los semiconductores cumplen estrictamente la ley de Ohm.

Cuando en los experimentos hay electrolitos, existe una difi

-cultad semejante con los cambios abruptos de potencial en y cerca de los electrodos. Sin embargo, cuando se toman las precauciones experimentales apropiadas, se encuentra que, para estos materiales, la relación entre el voltaje y la corriente es óhmica, cuando menos en el intervalo de intensidades de campo ordinarias.

No todos los medios a través de los cuales pasa una corriente son conductores óhmicos, como es el caso de los gases.

Medidas de intensidad de corriente, diferencia de potencial y resistencia.

Las intensidades de corriente se miden con los instrumentos llamados galvanómetros o amperímetros. El tipo más corriente se basa en la acción mutua entre un conductor por el cual circula una corriente y un campo magnético, creado por el paso de esa corriente. Para medir la intensidad de una corriente en la sección de algún circuito, -- por ejemplo en puntos tales como a, b, ó c de la figura (4) es necesari

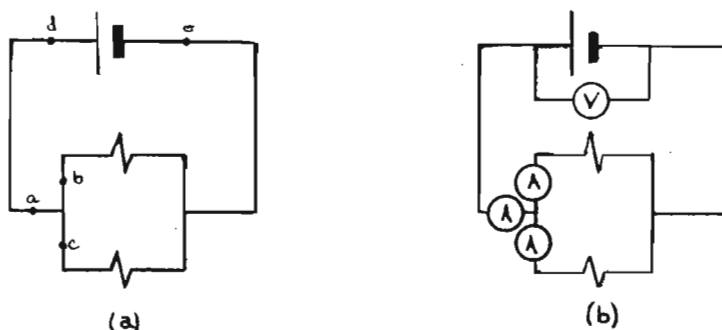


Figura 4. Montajes de amperímetro y voltímetro.

rio abrir el circuito e intercalar el amperímetro en el punto, de modo que la corriente que haya que medirse pase a través del aparato. El amperímetro es un instrumento de baja resistencia, del orden de algunas centésimas o milésimas de ohmio.

Un voltímetro puede considerarse como una resistencia que indica automáticamente la diferencia de potencial entre sus extremos. --

Las resistencias para un voltímetro de 100 V son del orden de 10 000 a 100 000 ohms.

La resistencia de un conductor es la razón de la diferencia de potencial entre sus bornes a la intensidad de la corriente que circula por él. El método más directo para medir una resistencia es, por tanto, medir ambas magnitudes y hallar su cociente. Obsérvese la figura (5).

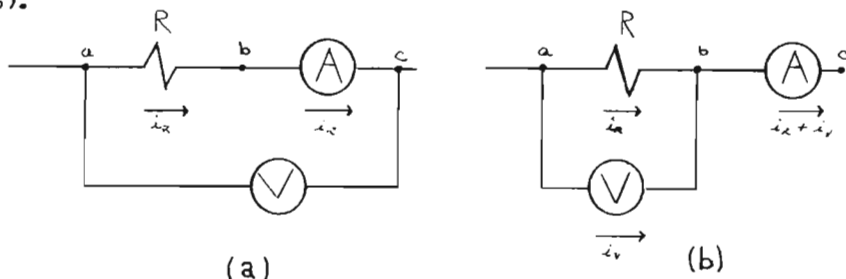


Figura 5. Medida de resistencias con un amperímetro y un voltímetro.

En el circuito (a), el amperímetro mide la intensidad  $I_R$  en la resistencia, mientras que el voltímetro indica  $V_{ac}$  y no la diferencia de potencial  $V_{ab}$  entre los bornes de la resistencia.

En el circuito (b), el voltímetro indica  $V_{ab}$ , pero el amperímetro señala la suma de las intensidades en la resistencia y en el voltímetro.

De lo anterior se deduce que, cualquiera que sea el circuito que se utilice, deben hacerse correcciones a las lecturas de uno u otro de los instrumentos, a menos que estas correcciones puedan considerarse despreciables.

#### Conexiones.

En la figura (6) se presentan cuatro formas diferentes de conectar las resistencias  $R_1$ ,  $R_2$ , y  $R_3$ . En la figura (6-a) las resistencias ofrecen un recorrido único entre los puntos a y b y se dice que están conectas en serie entre estos puntos.

Las resistencias que se muestran en la figura (6 b), se dice que están conectadas en paralelo entre los puntos a y b ya que, cada resistencia ofrece un recorrido entre los extremos.

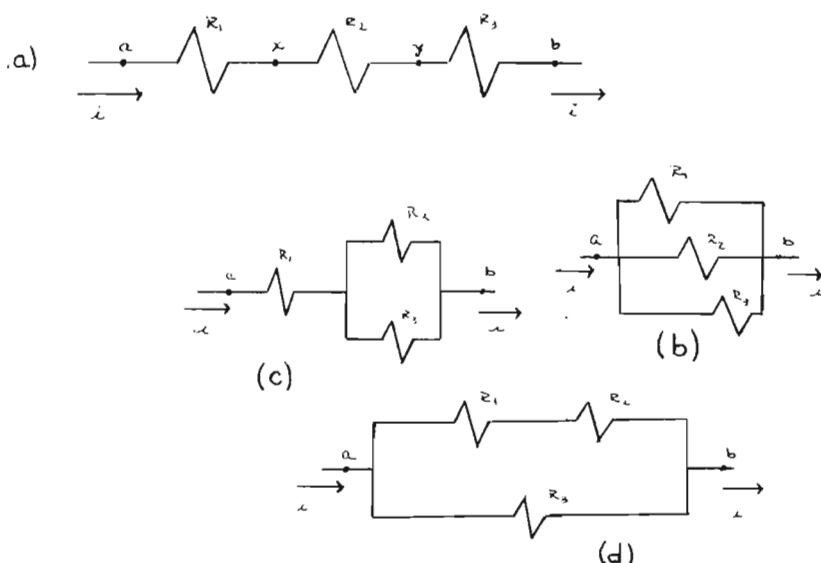


Figura 6. Cuatro formas diferentes de conectar resistencias.

En la figura (6-c), las resistencias  $R_2$  y  $R_3$  están conectadas en paralelo y éstas, a su vez, están en serie con la resistencia  $R_1$ . -- Por otro lado la resistencia  $R_2$  y  $R_3$  -figura (6-b)- están en serie y su combinación está en paralelo con  $R_1$ .

Siempre es posible encontrar una sola resistencia que pueda reemplazar a una combinación de resistencias en cualquier circuito dado, sin modificar la diferencia de potencial entre los bornes de la combinación, ni la corriente en el resto del circuito. A este tipo de resistencia se le llama resistencia equivalente de la combinación. Si cualquiera de las redes de la figura (6) se reemplazara por su resistencia equivalente  $R$ , se podría escribir:

$$V_{ab} = R i$$

siendo  $V_{ab}$  la diferencia de potencial entre los bornes de la red e  $i$  la

- intensidad en los puntos a ó b. Por lo tanto, el método para calcular una resistencia equivalente es suponer una diferencia de potencial entre los bornes de la red, calcular la corriente correspondiente y hallar la razón de una a otra. Según la forma en que estén conectadas las resistencias, se hacen los cálculos:

Si las resistencias están en serie, la intensidad  $i$  que pasa por todas es la misma, es decir,

$$V_{ax} = i R_1 \qquad V_{xy} = i R_2 \qquad V_{yb} = i R_3$$

$$V_{ax} + V_{xy} + V_{yb} = i (R_1 + R_2 + R_3)$$

donde

$$V_{ax} = V_a - V_x \qquad V_{xy} = V_x - V_y \qquad V_{yb} = V_y - V_b$$

por lo que

$$V_{ax} + V_{xy} + V_{yb} = V_a - V_b = V_{ab}$$

sustituyendo

$$V_{ab} = i (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$\frac{V_{ab}}{i} = R_1 + R_2 + R_3$$

Por definición  $V_{ab}/i$  es la resistencia equivalente  $R$ , por tanto,

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \qquad (19)$$

Si las resistencias están conectadas en paralelo, la diferencia de potencial entre los bornes de cada una ha de ser la misma e igual a  $V_{ab}$ . Si cada intensidad en cada resistencia se denota por  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ , respectivamente, se tiene que

$$i_1 = \frac{V_{ab}}{R_1} \qquad i_2 = \frac{V_{ab}}{R_2} \qquad i_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}$$

Si se considera que la carga  $q$  llega al punto a por la corriente eléctrica  $i$ , y sale por las corrientes  $i_1$ ,  $i_2$ , e  $i_3$  y como se sabe que la carga no se acumula en a, se deduce que



$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$i = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_3}$$

$$\frac{i}{V_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R}$$

por lo que se concluye que

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (20)$$

Leyes de Kirchhoff.

Un puente de Wheatstone y sistemas de resistencias y de baterías en paralelo que constituye parte de un circuito complejo, son ejemplos de lo que se conoce con el nombre de "redes" que contienen dos o más mallas. Una malla es cualquier recorrido conductor cerrado. La determinación de las corrientes que fluyen a través de los diferentes elementos de tales mallas, depende del uso de uno cualquiera de los dos principios generales formulados por G. R. Kirchhoff.

Considérese un punto cualquiera en un circuito -figura (7-a)- si a partir de dicho punto, que posee un solo valor del potencial en un momento dado, se recorre el circuito en una dirección arbitraria, sumando algebraicamente los cambios de potencial encontrados, al llegar al -

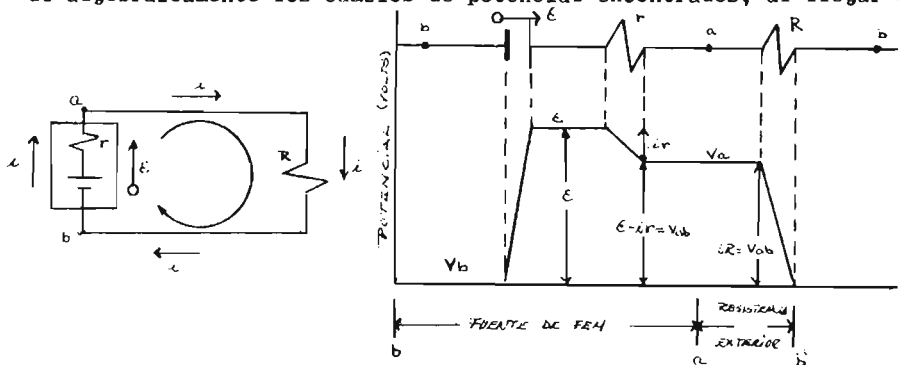


Figura 7. Circuito simple, compuesto por una fuente de fem que posee una resistencia interna (ambas enmarcadas) y una resistencia  $R$ . b) Análisis de los cambios de potencial correspondientes a cada elemento del circuito al recorrerlo en el sentido de las manecillas del reloj a partir del punto  $b$ .

- punto de partida, el resultado de la suma debe resultar el mismo potencial de dicho punto. Es decir, la suma algebraica de los cambios de potencial que se encuentran al recorrer el circuito por completo debe ser cero. Este enunciado se conoce como la segunda ley de Kirchhoff o teorema de la trayectoria.

Inicie el análisis de los cambios de potencial en la figura (7) a partir del punto a cuyo potencial es  $V_a$ , recorriendo en el sentido de las manecillas del reloj todo el circuito hasta regresar al punto de partida. Al pasar por la resistencia hay un cambio de potencial de valor  $-iR$ . El signo negativo indica que la parte superior de la resistencia tiene un potencial mayor que la parte inferior, lo cual debe ser cierto, debido a que los portadores de carga positiva se mueven por sí mismos -- del potencial alto al potencial bajo. Al atravesar la batería de abajo -- hacia arriba hay un aumento de potencial de valor  $+\mathcal{E}$  debido a que la batería efectúa un trabajo positivo sobre los portadores de carga, promo--viéndolos así de un estado de bajo potencial a uno de potencial elevado. Sumando los cambios de potencial encontrados al potencial  $V_a$  debe obtenerse el mismo valor  $V_a$ , es decir

$$V_a - iR + \mathcal{E} = V_a$$

por lo que

$$-iR + \mathcal{E} = 0$$

Para analizar circuitos más complejos se deducen dos reglas para encontrar las diferencias de potencial:

1. Si se recorre una resistencia en el sentido de la corriente, el cambio de potencial es  $-iR$ ; en el sentido contrario es  $+iR$ .
2. Si se pasa por una fuente de fem en el sentido de la fem, el cambio de potencial es  $+\mathcal{E}$ ; en el sentido contrario es  $-\mathcal{E}$ .

Todas las elevaciones y caídas de potencial consideradas deben ser las correspondientes a un instante dado. Este es un requisito obvio consecuente con las variaciones temporales de los potenciales en diferen

-tes puntos de un sistema determinado.

Para aplicar las leyes de Kirchhoff, se debe tener un conocimiento completo del comportamiento de todos los elementos del circuito, fuentes de fem, capacitores, etc.

En redes complejas, es difícil visualizar el sentido de las corrientes, sin embargo no es necesario conocerlo. Aquéllas corrientes para las cuales se obtengan valores numéricos positivos tendrán los sentidos correctos; aquéllas para las cuáles se obtengan valores negativos tendrán sentidos exactamente contrarios a los que se habían supuesto.

Para poner en evidencia la primera ley de Kirchhoff examine el circuito de la figura (8), donde las corrientes tienen dos trayectorias. El circuito posee dos nodos y tres ramas que conectan estos nodos (b, d). Las ramas son bac, bcd, y bd.

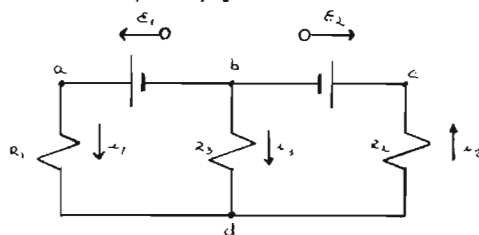


Figura 8. Red eléctrica.

La corriente  $i_1$  tiene el mismo valor en cualquier sección transversal de la rama bac; de una manera similar las corrientes  $i_2$  e  $i_3$  se comportan en sus ramas respectivas. Las tres corrientes  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  llevan cargas ya sea hacia el nodo d ó saliendo de él. La carga no se acumula en el nodo d, ni se pierde en él porque el circuito se encuentra en condiciones de régimen constante. Por lo que la carga sale del nodo mediante las corrientes con la misma rapidez con que llega a él:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

de donde

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

Esta última ecuación enuncia la primera ley de Kirchhoff o teorema del

- nodo: en cualquier nodo la suma algebraica de las corrientes debe valer cero. Esta regla expresa simplemente que la carga eléctrica no se a cumula en ningún nodo de la red, es decir, que la carga se conserva.

Estas dos leyes son suficientes para resolver cualquier problema de redes, independientemente de su complejidad, y proporcionan tantas ecuaciones independientes como incógnitas existan. Pueden servir para encontrar diferencias de potencial entre dos puntos de un circuito, la resistencia de un elemento, las corrientes en una cierta rama y el sentido de éstas.

Si se recorre la trayectoria de la izquierda de la figura (8) en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, el teorema de la trayectoria da:

$$\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0$$

La trayectoria de la derecha da:

$$- i_3 R_3 - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = 0$$

Combinando estas ecuaciones con la obtenida a partir del teorema del nodo:  $i_1 - i_2 - i_3 = 0$ , se obtienen tres ecuaciones simultáneas que se necesitan para despejar las incógnitas  $i_1$ ,  $i_2$ , e  $i_3$ :

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1 (R_2 + R_3) - \mathcal{E}_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_1 R_3 - \mathcal{E}_2 (R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

$$i_3 = \frac{-\mathcal{E}_1 R_2 - \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

La ecuación de  $i_3$  muestra que cualquiera que sean los valores numéricos que se den a las fuerzas electromotrices y a las resistencias,  $i_3$  siempre tendrá valor negativo.

Cuando  $R_3 = \infty$ , es decir que esa rama del circuito queda abierta, el sistema se convierte en un circuito con resistencias en serie, -

- por lo que:

$$i_1 = i_2 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{R_1 + R_2} \quad \text{é} \quad i_3 = 0$$

Puente de Wheatstone.

Para efectuar medidas rápidas y precisas de resistencias, se utiliza mucho el puente de Wheatstone cuyo esquema sencillo se muestra en la figura (9).

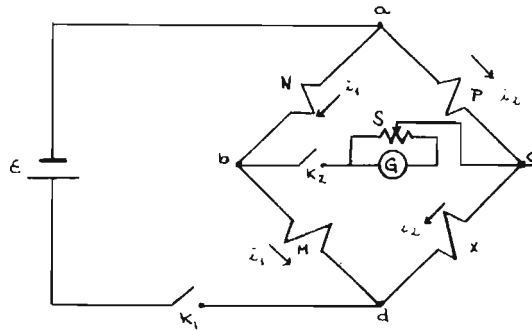


Figura 9. Puente de Wheatstone.

Dicho puente consta de las secciones M, n y P que son resistencias variables previamente graduadas, y XX representa la resistencia desconocida. Para utilizar el puente, se cierran los interruptores  $K_1$  y  $K_2$ , y se modifica la resistencia P hasta que el galvanómetro G no experimente desviación. Los puntos b y c están ahora al mismo potencial, es decir, la caída de potencial entre a y c; así como, la caída de potencial entre b y d es igual a la existente entre c y d.

Puesto que la intensidad de la corriente en el galvanómetro es cero, la intensidad de la corriente en M es igual a la de N, o sea  $i_1$ ; la intensidad de la corriente en P es igual a la de X, o sea,  $i_2$ . - Dado que  $V_{ab} = V_{ac}$ , entonces

$$i_1 N = i_2 P \quad (21)$$

análogamente,  $V_{bd} = V_{cd}$ , por lo tanto

$$i_1 M = i_2 X \quad (22)$$

Al dividir la ecuación (22) entre la (21), se obtiene:

$$X = \frac{M}{N} P \quad (23)$$

De lo anterior se puede deducir que, si se conocen M, N y P, puede calcularse la resistencia X.

Durante los tanteos preliminares, cuando el puente puede estar lejos del equilibrio y  $V_{bc}$  puede ser grande, ha de protegerse el galvanómetro con el shunt S. Una gran resistencia, comparada con la del galvanómetro, está constantemente conectada entre los bornes del mismo. Cuando el contacto deslizante está en el extremo izquierdo de la resistencia no pasa por el galvanómetro fracción alguna de la corriente que circula entre b y c. En una posición como la presentada, la parte de resistencia situada a la derecha del contacto deslizante está en serie con el galvanómetro, y su combinación está shuntada por la porción de resistencia situada a la izquierda del contacto deslizante; por lo tanto, sólo una - - fracción de la corriente pasa a través del galvanómetro.

Con el contacto deslizante en el extremo derecho de la resistencia, toda la corriente pasa a través del galvanómetro, excepto la pequeña fracción que pasa a través de la resistencia. Según esto, el galvanómetro está completamente protegido cuando el contacto deslizante está en el extremo izquierdo de la resistencia, y tiene su máxima sensibilidad cuando el contacto está en el extremo derecho.

Si algunas de las resistencias son inductivas, los potenciales  $V_b$  y  $V_c$  pueden tardar tiempos distintos en alcanzar sus valores finales al cerrar  $K_1$ , y si el galvanómetro está conectado entre b y c, señalaría una desviación inicial aunque el puente estuviera en equilibrio. Por ello  $K_1$  y  $K_2$  están combinados frecuentemente con una doble llave que cierra primero el circuito de la batería y a continuación el circuito del galvanómetro, después que las corrientes transitorias se hayan extinguido.

**Material:**

Puente de Wheatstone.

Resistencias de 500 a 10 000 ohms.

Fuente de corriente directa.

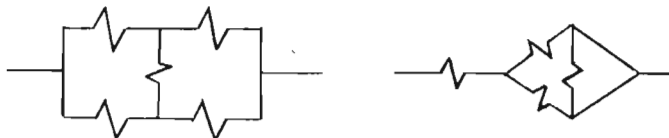
**Procedimiento:**

Conecte la resistencia o combinación de resistencias (en serie y en paralelo) al puente de Wheatstone. Revise que el galvanómetro tenga el menor registro de sensibilidad. Conecte ahora, la fuente de corriente al circuito. La aguja del galvanómetro mostrará una desviación diferente a cero. Con el rebátato del puente de Wheatstone ajuste la aguja a cero. Aumente la sensibilidad del galvanómetro gradualmente, haciendo los ajustes de la aguja respectivos. Anote la resistencia final y calcule la resistencia desconocida en función de la ecuación (23).

Utilizando alguna de las resistencias medidas en la parte anterior, proyecte un circuito con el que se puedan medir resistencias de a) 50 000 ohmios (aproximadamente) y b) 250, 000 ohmios.

Dibuje los diagramas correspondientes de a y b indicando los valores necesarios de todos los componentes.

Construya con algunas de las resistencias ya medidas los siguientes circuitos:



Mida la resistencia equivalente de las combinaciones y resuélvalas teóricamente. ¿Concuerdan los resultados? Fundamente su respuesta.

## PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 10

1. ¿Qué sucede si se intercambian las posiciones del galvanómetro y la batería?
2. ¿Por qué es necesario emplear un galvanómetro muy sensible como indicador en esta práctica?
3. ¿Por qué se debe proceder a centrar la aguja en cero con aumentos graduales en la sensibilidad del galvanómetro?
4. ¿Es crítica la diferencia de potencial de la fuente de corriente?
5. ¿Qué resistencia debe tener un shunt para permitir desviaciones producidas por corrientes de amperes en un miliamperímetro cuya resistencia interna es de 0.032 ohms?
6. Indique un método para medir la capacitancia por medio del puente de Wheatstone.

## B I B L I O G R A F I A

Reimann Arnold L.

Física. Volumen II. 1a edición.

Compañía Editorial Continental, S.A. México (1975).

David Halliday, R. Resnick.

Física. Parte II. 7a edición.

Compañía Editorial Continental, S.A. México (1974).

Francis W. Sears.

Fundamentos de Física. Parte II.

Editorial Aguilar. Madrid (1972).

Clifford N. Wall, R. B. Levine, F. E. Christensen.

Physics Laboratory Manual. 3th edition.

Prentice Hall, Inc. New Jersey. (1972).



## PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 11

1. Explique el concepto de constante de permitividad.
2. Explique cómo se transmite la corriente eléctrica en: un conductor, un no conductor y un semiconductor.
3. ¿Qué es la constante de ionización de una sustancia? ¿Qué factores la afectan?
4. Explique brevemente el comportamiento de los electrolitos débiles y fuertes.
5. ¿Qué significa constante dieléctrica de un solvente? ¿Cómo influye ésta en el comportamiento de un electrolito?
6. ¿Qué significa reactancia capacitiva?

## P R A C T I C A 1 1

## CONDUCTIMETRO

Objetivo: construcción de un conductímetro, usando el principio del puente de Wheatstone e introducción al análisis de la conductividad en soluciones.

## Principios preliminares:

Conducción electrolítica.

Conductancia electrolítica.

Determinación de la conductancia.

Conductancias equivalentes a dilución infinita.

Variación de la conductancia con la concentra-  
-ción.

Efectos de otros factores sobre la conductan-  
-cia.

Aplicación de las medidas de conductancia.

## Conducción electrolítica.

El flujo de electricidad por un conductor involucra una transferencia de electrones entre puntos de diferente potencial. Sin embargo, el mecanismo de transferencia no es siempre igual: en los conductores electrónicos, como los metales sólidos o fundidos y ciertas sales sólidas, la conducción tiene lugar por emigración directa de los electrones a través del conductor bajo la influencia de una diferencia de potencial. En este tipo de conductores, los átomos o iones que lo componen no intervienen en el proceso y, excepto por la vibración respecto de sus posiciones medias de equilibrio, permanecen en sus lugares. Por otra parte, en los conductores electrolíticos, que incluyen soluciones de electrolitos fuertes y débiles, sales fundidas y algunas sales sólidas, la transferencia electrónica tiene lugar por migración iónica, ya sea positiva o negativa, hacia los electrodos. Dicha migración involu-

-cra no sólo una transferencia de electricidad, sino también el transporte de materia de una parte a otra del conductor. Además, el flujo de corriente en los conductores electrólíticos va siempre acompañada de cambios químicos en los electrodos, cambios que son característicos y específicos de las sustancias que componen el conductor y los electrodos. Finalmente, mientras la resistencia de los conductores electrónicos se incrementa con la temperatura, la de los electrolíticos disminuye siempre que aumenta aquélla.

Si se considera una celda -figura (1)-, compuesta de electrodos inertes de platino, conectados a una fuente de corriente y sumergidos en una solución acuosa de cloruro de sodio. El electrodo con carga negativa

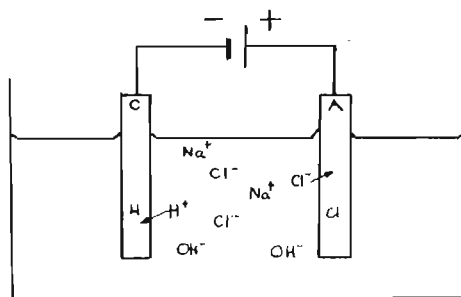


Figura 1. Celda electrolítica.

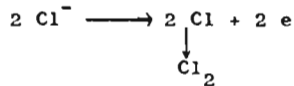
-tiva se denomina cátodo, y es aquél por el cual entran los electrones a la solución procedentes de la fuente de corriente. El lado cargado positivamente se denomina ánodo, y es por el cual salen los electrones de la solución y regresan a la fuente de corriente.

En la solución se tienen iones cloro y sodio así como algunos iones de hidrógeno y oxhidrilos, debidos a la ionización ligera del agua. Cuando se cierra el circuito y pasa la corriente por la solución, se encuentra que el cloro en forma de gas escapa por el ánodo y el hidrógeno por el cátodo, mientras se forma hidróxido de sodio en la solución inmediatamente próxima al cátodo. La explicación a estos fenómenos Es: los electrones entran en la solución por el cátodo y al combi-

-narse con los iones hidrógeno, forman el elemento monoatómico, que al combinarse entre sí forman una molécula de gas que escapa del electrodo. Las reacciones que se verifican son:



Los electrones abandonan la solución en el ánodo por descarga de los iones cloro produciendo cada uno de éstos un electrón, por lo que se convierten en átomos. Los electrones liberados de esa manera -- fluyen por el circuito externo desde el electrodo de depósito a la -- fuente de potencial, mientras que los átomos de cloro se combinan entre sí para formar cloro gaseoso que escapa. Aquí las reacciones son:



Se observa que los electrones desaparecen en el cátodo para -- formar una molécula de hidrógeno y, simultáneamente otros dos se for-- man en el ánodo por los iones cloro al formar una molécula de cloro. -- El resultado neto es una transferencia de dos electrones desde el cáto do al ánodo.

Al cerrar el circuito los iones negativos o aniones emigran -- hacia el ánodo, mientras que los positivos o cationes van hacia el cá todo. Como estas partículas poseen carga, su movimiento constituye una corriente eléctrica. Los aniones se mueven hacia el ánodo, de aquí que los electrones sean transportados por estos iones desde el cátodo. Co-- mo el transporte de electricidad positiva hacia la izquierda de la cel da puede considerarse un flujo de electricidad negativa hacia la dere-- cha, la migración de los cationes hacia el cátodo es equivalente al -- flujo de electrones en dirección opuesta. El resultado neto de la mi-- gración es, por lo tanto, un desplazamiento de electrones por la solu-- ción en la dirección de la corriente, y cada ión transporta una parte

- de la corriente total de electricidad a través de la solución.

La formación del hidróxido de sodio en la porción catódica - de la celda se debe a que de esta parte de la solución los iones hidrógeno han sido removidos por descarga en los electrodos dejando en solución un exceso de iones oxhidrilo. Como estos iones no existen in dependientemente de los positivos, los iones sodio emigran al compartimento catódico en cantidad suficiente para dar una solución eléctrica neutra.

El proceso de paso de corriente por un conductor eléctrico con todos los cambios químicos y migratorios asociados, se denomina electrólisis.

Conductancia electrolítica.

La resistencia de un conductor electrolítico al paso de la corriente se puede determinar mediante la ley de Ohm, pero es costumbre que en vez de hablar de resistencia se hable de conductancia, que es simplemente el recíproco de la resistencia eléctrica.

Se sabe que la resistencia de un conductor cualquiera es directamente proporcional a su longitud e inversamente al área de su sección transversal, esto es:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (1)$$

donde R es la resistencia en ohms, l la longitud en cm, A el área en  $\text{cm}^2$  y  $\rho$  la resistividad o resistencia específica cuyo valor depende de las características y naturaleza del conductor. De la ecuación (1) se deduce que la expresión de la conductancia correspondiente es:

$$L = \frac{1}{R} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{A}{l} \right) = L_s \left( \frac{A}{l} \right) \quad (2)$$

donde  $L_s = 1/\rho$  es la conductancia específica del conductor. Esa cantidad puede considerarse como la conductancia de un cubo de 1 cm de arista de cierto material, y se expresa en mhos/cm.

Aunque la conductancia específica es una propiedad del medio,

- al tratar con soluciones electrolíticas existe otra cantidad de mayor significado que es la conductancia equivalente  $\lambda$ , que en un electrolito está definida como la conductancia equivalente de un volumen de solución que contiene un peso equivalente de la sustancia disuelta cuando se coloca entre dos electrodos paralelos entre sí, a una distancia de 1 cm y suficientemente grandes para contener entre ellos toda la solución. No se determinan nunca directamente, sino que se calcula a partir de la conductancia específica. Si C es la concentración de una solución en equivalentes g/l entonces, la concentración por  $\text{cm}^3$  es  $C/1000$ , y el volumen que contiene un equivalente de soluto es, por esa razón,  $1000/C \text{ cm}^3$ , y por tanto  $\lambda$ , como  $L_s$  es la conductancia de  $1 \text{ cm}^3$  la de  $1000/C \text{ cm}^3$  será:

$$\lambda = \frac{1000}{C} L_s \quad (3)$$

La ecuación (3) es la expresión que define la conductancia equivalente.

#### Determinación de la conductancia.

Aunque el principio del puente de Wheatstone es el mismo en todos los casos, se han introducido diversas modificaciones en la técnica antes de que las resistencias electrolíticas sean determinadas por este procedimiento. En primer lugar, no es posible utilizar una corriente directa puesto que la misma originaría electrólisis y cambios de concentración en los electrodos. Para evitarlo se usa una corriente alterna, ordinariamente de una frecuencia de 1000 a 4000 ciclos por segundo, proporcionada por un tubo oscilador de vacío. Con esta frecuencia la dirección de la corriente cambia tan rápido que se eliminan tanto la electrólisis como los cambios de concentración en los electrodos. Esta corriente debe poseer una onda lo más próxima posible a la senoidal. Una corriente de tal frecuencia está dentro del intervalo del oído humano, por lo que, el galvanómetro del puente de Wheatstone puede reemplazarse por unos audífonos: cuando circula la corriente se produ-

-ce un zumbido que disminuye de intensidad cuando se acerca el balance siendo mínimo en este punto. Teóricamente, el sonido debe ser mínimo - entonces, pero a causa de la capacitancia introducida en la celda no se logra tal estado ideal; sin embargo, colocando un condensador variable a través de la resistencia tipo, es posible agudizar el balance ajustando el condensador a la capacitancia de la celda, es decir,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{C_2}{C_1}$$

Un dispositivo diferente que se emplea hoy día es el osciloscopio de rayos catódicos, mediante el cual se logra el balance de la resistencia y la capacitancia.

Las celdas usadas en el trabajo de conductancia son de diferentes tipos y formas, según el fin y seguridad exigidas (se construyen de vidrio, con electrodos de platino o de oro). Para eliminar las imperfecciones de la corriente y otros efectos en los electrodos, se recubren éstos electrolíticamente a partir de una solución de ácido cloroplátinico con una ligera capa de platino finamente dividido, llamado negro platino. La distancia de separación de los electrodos de una solución se determina por conductancia. En soluciones de conductancia elevada, los electrodos se encuentran muy espaciados, mientras que en las que son muy poco conductoras, los electrodos se hayan muy próximos entre sí.

De acuerdo con la ecuación (2), la conductancia específica de un conductor electrolítico cualquiera está dada por:

$$L_s = \left(\frac{1}{A}\right)L = \left(\frac{1}{A}\right) \frac{1}{R} \quad (4)$$

En esta ecuación antes de que  $L_s$  sea calculable a partir de la resistencia medida, se necesita conocer la relación  $(1/A)$ . Para una celda cualquiera dada, esta relación es fija y se denomina constante de la celda,  $K$ . Para obtener este valor no es preciso determinar  $l$  y  $A$ ;

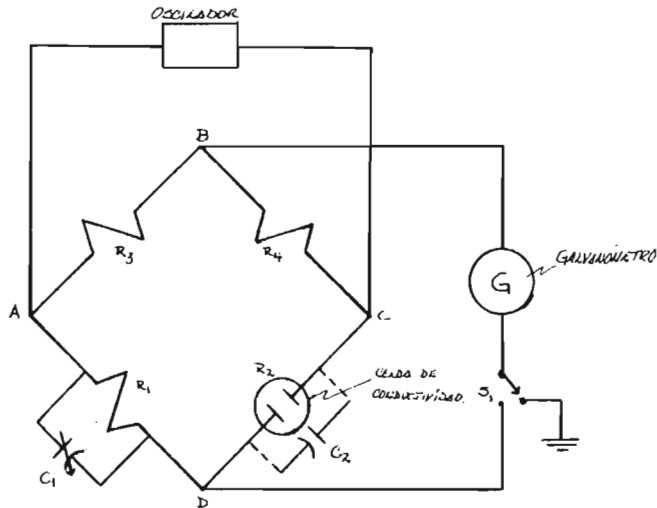


Figura 2. Circuito de un conductímetro.

en su lugar se coloca, en la celda, una solución cuyo  $L_s$  es conocido, se mide la resistencia, y se calcula  $K$ . Una vez conocido éste, la conductancia específica de cualquier otra solución cuya resistencia se determinó en la misma celda se deduce de la relación:

$$L_s = \frac{K}{R} \quad (5)$$

Conductancias equivalentes a dilución infinita.

Kohlrausch fue el primero en señalar que cuando  $\lambda$  para electrolitos fuertes se grafica contra la raíz cuadrada de  $C$ , la curva obtenida se aproxima a la línea recta en soluciones diluidas, es decir,

$$\lambda = \lambda_0 - b\sqrt{C} \quad (6)$$

donde  $b$  es una constante. La validez de esto puede verse de las gráficas del ácido clorhídrico y cloruro potásico en la figura (3). Por lo tanto para obtener  $\lambda_0$  en tales electrolitos, la curva puede extrapolarse a  $\sqrt{C} = 0$  y se lee el valor de la intersección, o bien se obtiene



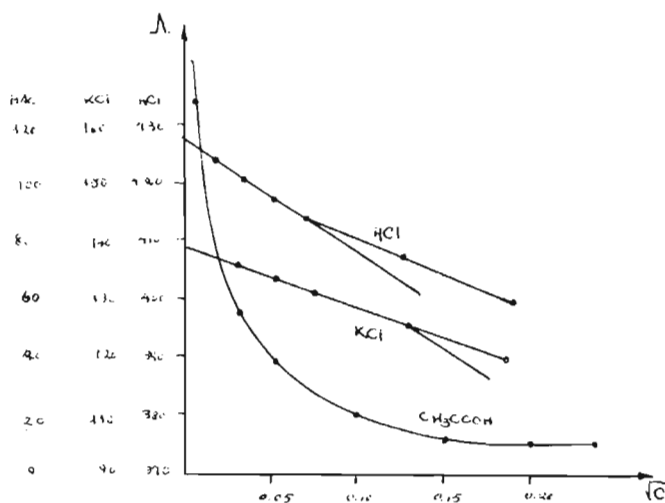


Figura 3. Gráfica de  $\Lambda$  vs  $\sqrt{C}$  de electrolitos fuertes y débiles.

- la pendiente de la porción lineal de la curva desde la figura, y se resuelve el valor de  $\Lambda_0$  a partir de la ecuación (6).

El método anterior no resulta con electrolitos débiles. Como se observa en la figura (3), la gráfica del ácido acético, no se aproxima a la linealidad en soluciones tan diluidas como 0.0001 N, sino que en su lugar  $\Lambda$  presenta un incremento muy rápido con el decremento en la concentración. También, no es aconsejable llevar a cabo la medición con las concentraciones tan bajas como 0.0001 N, puesto que en tales soluciones diluidas la conductancia del agua llega a ser una parte apreciable del total. Aunque la conductancia del agua puede restarse de la específica de la solución para dar la del electrolito, tales correcciones no son satisfactorias siempre e introducen incertidumbre en el resultado final.

Las conductancias equivalentes a dilución infinita de los e

-electrolitos débiles se obtienen por aplicación de la ley de Kohlrausch de la migración independiente de los iones, que establece que a dilución infinita, donde la disociación de todos los electrolitos es completa y donde desaparecen todos los efectos interiónicos, cada ión emigra independientemente de su co-ión, y contribuye a la conductancia total equivalente de un electrolito una definida copartición que depende solamente de su propia naturaleza y es totalmente independiente del ión con el cual se encuentra asociado. Si este es el caso, entonces el valor de  $\lambda$  de un electrolito deberá ser la suma de las conductancias equivalentes de los iones que la componen, con tal de que el solvente y la temperatura sean iguales. De acuerdo con esta ley, la diferencia entre los valores de  $\lambda$  de los distintos electrolitos que contienen un ión común deberá ser constantemente igual a la diferencia de las conductancias equivalentes de los iones no comunes.

A partir de la ley de la migración independiente de los iones se deduce que  $\lambda_0$  en cualquier electrolito puede escribirse así:

$$\lambda_0 = \lambda_+^0 + \lambda_-^0 \quad (7)$$

donde  $\lambda_+^0$  y  $\lambda_-^0$  son las conductancias iónicas equivalentes a dilución infinita del catión y anión respectivamente. Aún más, como la fracción de la corriente total transportada por un ión cualquiera está dada por su número de transporte, éste debe representar también la fracción de la conductancia total debida al ión. En consecuencia,  $\lambda_+^0$  y  $\lambda_-^0$  están relacionadas con  $\lambda_0^0$  por las ecuaciones:

$$\lambda_+^0 = t_+^0 \lambda_0^0 \quad \lambda_-^0 = t_-^0 \lambda_0^0 \quad (8)$$

donde  $t_+^0$  y  $t_-^0$  son los números de transferencia a dilución infinita del catión y anión obtenidos por extrapolación. Estas ecuaciones permiten calcular fácilmente los números de transferencia y los valores de los electrolitos fuertes.

### Variación de la conductancia con la concentración.

Tanto la conductancia específica como la equivalente de una solución varían con la concentración. Para electrolitos fuertes a concentraciones hasta de varios equivalentes por litro, la conductancia específica aumenta marcadamente con el incremento de concentración. Contrariamente, las conductancias específicas de los electrolitos débiles comienzan con valores más bajos en soluciones diluidas y se incrementan mucho más gradualmente; en ambos casos, el incremento en la conductancia con la concentración se debe al incremento en el número de iones por unidad de volumen de la solución. En los electrolitos fuertes, el número de iones por  $\text{cm}^3$  se incrementa en proporción a la concentración; en los débiles, sin embargo, el aumento puede ser menos pronunciado a causa del cambio de la ionización parcial del soluto y en consecuencia, la conductancia no varía tan rápidamente como en los electrolitos fuertes.

De manera contraria a lo que sucede con la conductancia específica, la equivalente de los electrolitos fuertes y débiles aumenta con la dilución. La razón de esto es que, el decremento de la conductancia específica es mayor que el compensado por el incremento en el valor de  $1/C$  por dilución, y por lo tanto,  $\Lambda$  asciende.

La manera en que  $\Lambda$  varía con la concentración puede notarse en la figura (3), en ella se observa que los valores de  $\Lambda$  correspondientes a electrolitos fuertes y débiles se comportan de manera distinta al disminuir la concentración. Por dilución de un electrolito fuerte la conductancia equivalente se aproxima rápidamente, incluso en soluciones 0.001 ó 0.0001 N, al valor límite de la conductancia a la concentración 0, es decir, a  $\Lambda_0$ . Por otra parte, aunque la conductancia equivalente de los electrolitos débiles aumenta rápidamente por dilución, en las concentraciones mencionadas está muy lejos de su límite.

Por ejemplo, a 25°C para el cloruro de sodio 0.001 N el valor de  $\Lambda$  es 123.7 frente a 126.5 que corresponde a  $\Lambda_0$ . A la misma concentración y temperatura,  $\Lambda$  para el ácido acético es 49.2, mientras que  $\Lambda_0$  vale 390.7. A causa de esta diferencia fundamental de comportamiento de las conductancias equivalentes por dilución de electrolitos - fuertes y débiles, se usan diversos procedimientos para obtener las conductancias equivalentes límites.

#### Efectos de otros factores sobre la conductancia.

La conductancia de todos los electrolitos se incrementa con la temperatura. Esta variación puede expresarse mediante la siguiente ecuación:

$$\lambda_{\infty}(t) = \lambda_{\infty}(25^{\circ}\text{C}) \{1 + \beta(t - 25^{\circ})\} \quad (9)$$

donde  $\lambda_{\infty}(t)$  es la conductancia equivalente límite a T°C,  $\lambda_{\infty}(25^{\circ}\text{C})$  la correspondiente a 25°C y  $\beta$  una constante, que en el caso de las sales ordinariamente vale de 0.022 a 0.025, y de los ácidos 0.016 a 0.019. Una conducta parecida presentan las conductancias equivalentes de los electrolitos fuertes en concentraciones finitas; sin embargo, con los electrolitos débiles la variación de  $\Lambda$  con la temperatura no es tan regular, porque en ellos no solo cambian las velocidades de los iones y las fuerzas interiónicas, sino también el grado de disociación.

La constante dieléctrica del medio influye extraordinariamente en el comportamiento de la conductancia de los iones. La constante dieléctrica del agua es elevada, 78.6 a 25°C, mientras que la de la mayoría de los solventes restantes es considerablemente más baja. Por ejemplo, las constantes dieléctricas para el alcohol metílico, etílico y dioxano a 25°C son 31.5, 24.3 y 2.2 respectivamente. Cuando la constante dieléctrica de un solvente disminuye, la conductancia de un electrolito en el medio, también decrece. Fuera de este abatimien-

-to y del hecho de que algunos electrolitos que son fuertes en el agua pueden ser débiles en otros solventes, el comportamiento de la conductancia de estas sustancias no es muy distinta en los solventes no acuosos que en el agua, con tal que la constante dieléctrica se encuentre por encima de 25. Así, los haluros y nitratos alcalinos, los tiocianatos alcalinos y alcalino térreos y las sales tetralquilamónicas son electrolitos fuertes en los alcoholes etílico y metílico y se comportan como los electrolitos fuertes en el agua. Así, el ácido pícrico, diversos ácidos acéticos sustituidos y los fenoles son electrolitos débiles en el alcohol metílico, como lo son también el ácido clorhídrico, bromhídrico y yodhídrico en alcohol etílico.

En los solventes de constante dieléctrica menor que 25, la dependencia de la conductancia equivalente sobre la concentración es compleja. Las gráficas de  $\log \Lambda$  vs  $\log C$ , en lugar de ser lineales o ligeramente curvas como en el caso de los solventes de constante dieléctrica elevada, contienen mínimos que aparecen a concentraciones tan más bajas cuanto menor es la constante dieléctrica. Para explicar estos mínimos y las curvas en general se ha sugerido que en estos solventes, los iones presentan una tendencia a la asociación en complejos tales como  $A^+B^-$ ,  $A^+B^-A^+$ ,  $B^-A^+B^-$ , que disminuye el número de iones posibles para transportar la corriente, consecuentemente, la conductancia. Estas teorías se han comprobado experimentalmente.

#### Aplicación de las mediciones de conductancia.

Las mediciones de conductancia presentan una amplia aplicación en Química, cualquiera que sea el enfoque de ésta: proporciona información sobre la solubilidad de sales poco solubles, determina el grado de ionización de los electrolitos y ayuda en el análisis, por medio de titulaciones conductimétricas, al control de muestras.

Solubilidad de las sales poco solubles.- La conductancia o--

-frece un procedimiento, simple y conveniente, para determinar la solubilidad de las sales poco solubles como podrían ser el sulfato de bario o el cloruro de plata. El procedimiento consiste en preparar una solución de sal en agua de conductancia específica,  $L_s(H_2O)$ , conocida. Después se mide la solución saturada,  $L_s$ , debida a la sal y agua; de aquí que, la conductancia específica de la sal únicamente sea:

$$L_s(\text{sal}) = L_s - L_s(H_2O) \quad (10)$$

A partir de la conductancia equivalente  $L_s(\text{sal})$ , se deduce que

$$\Lambda = \frac{1000 L_s(\text{sal})}{C} \quad (11)$$

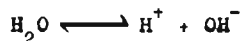
donde  $C$  es la concentración de la sal expresada en equivalentes por litro, o sea, la solubilidad. Como la solución es, en el mejor de los casos, muy diluida, y se trata de electrolitos fuertes,  $\Lambda$  es esencialmente igual que  $\Lambda_0$ . Haciendo esta sustitución,  $C$  resulta igual a:

$$C = \frac{1000 L_s(\text{sal})}{\Lambda_0} \quad (12)$$

Al encontrar el valor de  $\Lambda_0$  en una tabla de conductancias equivalentes límite,  $C$  se calcula fácilmente mediante la conductancia específica de la solución saturada.

Determinación del grado de ionización.- Esta determinación en el caso de electrolitos débiles es un problema de importancia en Físicoquímica y en Química Analítica, porque, a partir de esa información se calculan las constantes de ionización de los electrolitos.

Kohlrausch y Heydweiller investigaron el grado de ionización del agua y hallaron que, a pesar de lograr agua de una gran pureza, ésta presentaba una pequeña conductancia a distintas temperaturas, por lo que, concluyeron que el agua es un electrolito débil y que se ioniza según la ecuación,



Para encontrar el grado de ionización,  $\alpha$ , a una temperatura dada, es necesario conocer  $\Lambda$ .

Como  $\lambda = L_E V_e$ , donde  $V_e$  debe ser el volumen en  $\text{cm}^3$  que contiene un equivalente de agua,  $V_e$  debe ser el peso molecular del agua - dividida entre la densidad del agua a esa misma temperatura.

Si la temperatura se considera de  $25^\circ\text{C}$ ,  $L_E$  como  $0.58 \times 10^{-7}$  mho  $\text{cm}^{-1}$  y  $V_e$  como  $18.016/0.9971$  (el numerador representa el peso molecular del agua y el denominador es la densidad de la misma a  $25^\circ\text{C}$ ), se obtiene que,

$$\lambda = 1.05 \times 10^{-6}$$

para el agua es la suma de las conductancias iónicas equivalentes - de los iones  $\text{H}^+$  y  $\text{OH}^-$ , es decir,  $\lambda_\infty = 349.8 + 198 = 547.8$ ; por lo tanto

$$\alpha = \frac{\lambda}{\lambda_\infty} = \frac{1.05 \times 10^{-6}}{547.8} = 1.9 \times 10^{-9}$$

lo que significa que el agua está ionizada un  $1.9 \times 10^{-7}\%$  a  $25^\circ\text{C}$ . Este grado de ionización, aunque es extremadamente pequeño, resulta suficiente para darse cuenta de los muchos fenómenos encontrados en las soluciones acuosas.

**Titulaciones conductimétricas.**- Las mediciones conductimétricas pueden emplearse para determinar el punto final o de equivalencia de varias titulaciones.

Si se considera la valoración de un ácido fuerte (ácido clorhídrico) con una base fuerte (hidróxido de sodio), se presenta la siguiente situación: antes de agregar la base, la solución ácida tiene un elevado contenido de iones hidrógeno, y por lo tanto, una elevada conductancia. Al ir agregando el álcali, se eliminan los iones hidrógeno al formarse agua, y su lugar lo ocupan los cationes de la base que son más lentos. De esto resulta que, la conductancia de la solución -- disminuya al agregar la base hasta un punto de equivalencia en donde todo el ácido está neutralizado por el álcali. Si se sigue agregando más base al sistema, habrá un exceso de iones oxhidrilo más veloces, lo que origina un incremento de la conductancia.

Al graficar las variaciones de conductancia en función del -

- volumen de álcali agregado, se obtiene la curva ABC en la figura (4) donde se observa que la rama ascendente muestra la conductancia de la sal y del exceso de base, en cambio la rama descendente da la conductancia total de las mezclas de ácido y sal. El punto mínimo de la curva, B, representa el punto de equivalencia o punto final de la titulación.

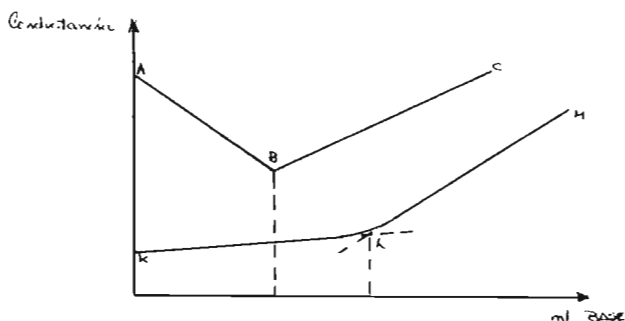


Figura 4. La curva ABC, representa la titulación conductimétrica de un ácido fuerte con una base fuerte. La curva KLM representa la titulación conductimétrica de un ácido débil con una base fuerte.

Cuando la titulación de un ácido débil (ácido acético) se hace con una base fuerte (hidróxido de sodio), la curva que se obtiene tiene la forma general KLM de la figura (4). Como el ácido es débil, su conductancia es baja; cuando se adiciona la base, el ácido débilmente conductor se convierte en sal muy ionizada y como consecuencia, la conductancia se eleva según KL. Una vez que se ha neutralizado el ácido, la adición de un exceso de base ocasiona un incremento rápido de la conductancia, y la curva asciende según lo demuestra LM. En este caso el punto de equivalencia también se encontrará en la intersección de las dos líneas rectas. En este caso, la intersección tal, no está tan marcada como la demuestra la figura, sino que tiene la forma indicada por las líneas punteadas. Esta redondez en la intersección se debe a la electrólisis de la sal formada durante la reacción de neutraliza-



-ción que, sin embargo, no representa una dificultad ya que, las porciones rectas pueden prolongarse e intersectarse claramente, para proporcionar un punto final correcto.

Las curvas de titulación conductimétrica descritas se ven limitadas por las condiciones especificadas; sin embargo, cabe señalar - que se pueden realizar titulaciones conductimétricas en agua o en solventes mixtos que resultarían difíciles o imposibles con indicadores, y que el método se aplica a mezclas de ácidos débiles y fuertes, bases débiles y fuertes, a reacciones de precipitación o de óxido-reducción ya otros tipos más.

#### Material:

Tubo de vidrio de 15 cm de longitud y diámetro interior

-no 2 cm.

2 pinzas de tres dedos.

2 tapones de hule monohoradados.

2 electrodos de carbón.

Alambre de cobre.

Puente de Wheatstone.

Soporte Universal.

Fuente de corriente directa de 8 volts.

Matraces aforados de 100 ml.

Pipetas volumétricas de 1 y 10 ml.

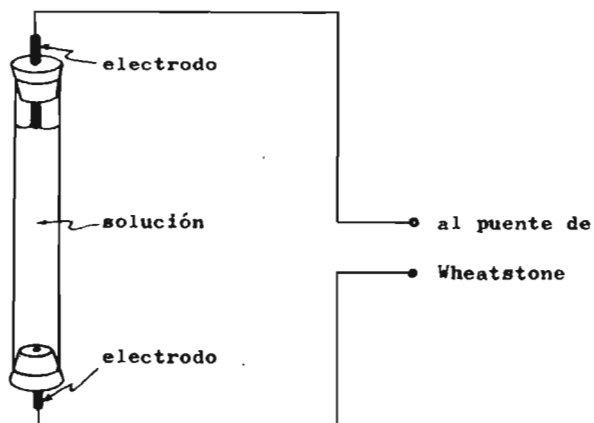
Agua destilada.

Cloruro de potasio.

#### Procedimiento.

1) Montaje del aparato: utilice el material indicado y monte su aparato con ayuda del siguiente esquema, tomando en cuenta que el electrodo inferior debe estar a ras con la superficie del tapón y que el supe -

-rior tenga posibilidad de movimiento:



2) Procedimiento: prepare soluciones de cloruro de potasio a las siguientes concentraciones: 0.1, 0.01, 0.001 M.

La solución más diluida viértala en la celda hasta un nivel de aproximadamente 2 cm antes de alcanzar el borde del tapón. Hecho - ésto, el electrodo superior de carbón se introduce en el tubo hasta - contactar con la superficie de la solución sin sumergirlo. Conecte la celda al circuito del puente de Wheatstone y determine la conductan-- cia de la solución.

Proceda de igual manera con las soluciones restantes, empe-- zando siempre con la más diluida.

Reporte de resultados:

Grafique la conductancia en función de la raíz cuadrada de la concentración.

Determine la conductancia a dilución infinita en esta celda.

## PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 11

1. ¿Qué aplicaciones tienen las mediciones de conductancia?
2. Dos placas de metal de  $5 \text{ cm}^2$  de área están separadas  $2.5 \text{ cm}$  una de la otra y sumergidas en una solución de KCl. Cuando se establece una diferencia de potencial entre las placas de  $50 \text{ volts}$  se observa un flujo de corriente de  $1.2 \text{ miliamperios}$ . Calcule la conductividad del electrolito.
3. A medida que la concentración de una solución varía desde  $1$  hasta  $10.0 \text{ milimoles/ml}$ , la conductividad varía también desde  $0.600 \times 10^{-3} \text{ mhos/cm}$  hasta  $6.00 \times 10^{-3} \text{ mhos/cm}$ . Un investigador obtiene una muestra y mide una conductividad de  $2.34 \times 10^{-3} \text{ mhos/cm}$ . ¿Cuál es la concentración de la muestra?
4. ¿Qué aplicaciones sugiere al problema anterior?
5. La conductividad específica de una solución saturada de sulfato de bario es de  $3.00 \times 10^{-6}$ , a  $25^\circ\text{C}$ . Los equivalentes de conductividad para los iones que la componen son:

$$\overset{\circ}{\text{Ba}}^{2+} = 63.64 \text{ mhos cm}^2$$

$$\overset{\circ}{\text{SO}}_4^{2-} = 80.00 \text{ mhos cm}^2$$

Calcule cuántos gramos de sulfato de bario se disuelven en  $1 \text{ litro}$  de agua a  $25^\circ\text{C}$ .

## B I B L I O G R A F I A

- Hobart H. Willard, L. L. Merritt, J. H. Dean.  
Métodos instrumentales de análisis. 4a impresión.  
Compañía Editorial Continental, S. A. México (1971).
- Samuel H. Maron, C. F. Prutton.  
Fundamentos de Fisicoquímica. 5a impresión.  
Editorial Limusa. México (1973).
- John M. White.  
Physical Chemistry Laboratory Experiments.  
Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey (1975).
- Farrington Daniels.  
Curso de Fisicoquímica experimental. 7a edición.  
Libros McGraw-Hill. Colombia (1970).
- Manuel Urquiza.  
Experimentos de Fisicoquímica. 1a impresión.  
Editorial Limusa, S. A. México (1974).

## PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 12

1. Defina y explique el concepto de energía libre.
2. ¿Qué es el potencial eléctrico?
3. ¿Qué es una pila o celda galvánica?
4. Explique el proceso de óxido-reducción.

## P R A C T I C A 1 2

## ELECTRODOS

Objetivo: conocer la estructura y principios que rigen el funcionamiento de los electrodos.

## Principios preliminares:

Energía química y fuerza electromotriz.

Potenciales de electrodo.

Concentración y actividad.

Ecuación de Nernst.

Convenciones electroquímicas.

Potenciales estándar y su aplicación.

Celdas de concentración.

Sistemas de electrodos.

## Energía química y fuerza electromotriz.

Una pila electroquímica es un dispositivo en el cual la disminución de energía libre de un sistema en un proceso espontáneo puede convertirse en una fuente de trabajo eléctrico. El proceso involucrado sería una reacción química que involucra a los iones positivos y negativos en solución y las reacciones que entre ellos se realizan como resultado de sus propiedades eléctricas inherentes, ó la transferencia de un constituyente de un nivel de concentración a otro, etc.; el requisito esencial es que debe ser posible realizarlo como resultante de un paso de oxidación y uno de reducción, cada uno de los cuales ocurre separadamente en un electrodo apropiado. A causa de las fuerzas existentes entre los átomos, las moléculas producidas en una reacción química pueden tener una energía potencial menor que los productos iniciales de la reacción. En una reacción de esta naturaleza, una parte de la energía se libera en forma calorífica y otra como trabajo útil.

Inversamente, esta reacción sólo puede transcurrir en sentido opuesto suministrando energía procedente de alguna fuente externa. En las reacciones que tienen lugar en las pilas eléctricas se deben considerar no sólo las fuerzas entre los distintos átomos, sino también entre los átomos y sus electrones de valencia.

Se conoce que cuando un alambre de metal se sumerge en una solución que contiene iones del mismo metal, se genera un potencial en la interfase líquido-sólido. Para poder medir este potencial, por ejemplo con un voltímetro, se ve que es necesario hacer por lo menos una conexión adicional a otro sistema metal-solución, impidiéndose de esa forma encontrar experimentalmente el potencial de un solo electrodo. A pesar de esta restricción, se tiene la libertad de escoger el voltaje de algún electrodo estándar de referencia y medir los demás electrodos con respecto a él, creándose así una escala arbitraria de potenciales de electrodo.

#### Potenciales de electrodo.

Es posible considerar que el voltaje de una pila es la resultante de dos simples potenciales de electrodo. Por convención se calcula el voltaje de la celda restando el potencial estándar de la media celda de la derecha menos el potencial estándar de la celda de la izquierda. Estos potenciales convencionales de electrodo son potenciales de reducción. Los valores absolutos para tales potenciales de electrodo no pueden determinarse, por lo que, se considera un electrodo de referencia, con un potencial definido de cero, este electrodo es el de hidrógeno con el gas hidrógeno a una unidad de fugacidad y el ión hidrógeno a una unidad de actividad.

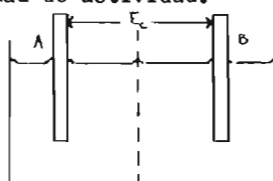


Figura 1.

Potencial de la celda

$$E_C = E_A + E_B$$

### Concentración y actividad.

Muchas de las relaciones cuantitativas que describen la conducta de una solución están en términos de concentración. La constante de equilibrio es un ejemplo importante. Para la reacción general,



la constante de equilibrio  $K_c$  se define como:

$$K_c = \frac{C_M^m C_N^n}{C_A^a C_B^b} \quad (2)$$

donde  $C_A$  representa generalmente la concentración molar de A, etc. Se espera que  $K_c$  sea una constante independiente de las concentraciones. En la práctica se observa que dicha "constante" varía un poco con cambios en la concentración. Para corregir este efecto se expresa la "constante en términos de actividad, la cual puede pensarse como la concentración efectiva de cada especie iónica,

$$K = \frac{a_M^m a_N^n}{a_A^a a_B^b} \quad (3)$$

La cantidad K es una verdadera constante (a presión y temperaturas -- constantes), debido a que las actividades se han definido para que así suceda.

La actividad y concentración de un soluto se relacionan linealmente con la expresión:

$$a = f C \quad (4)$$

donde f es la constante de proporcionalidad llamada coeficiente de actividad.

Por convención se ha definido, arbitrariamente, que una solución a dilución infinita tenga un coeficiente de actividad de uno.

Es evidente que la actividad de una solución a dilución infinita es igual a su concentración; mientras que a concentraciones superiores, la concentración y la actividad usualmente difieren.



Se sugieren ciertas convenciones para determinar la actividad:

- 1) La actividad de un soluto a dilución infinita es igual a la concentración molar de dicho soluto. A concentración finita la actividad es diferente de la concentración. Dicha diferencia puede o no tomarse en cuenta.
- 2) La actividad de un solvente es igual a su fracción mol  $N$ , donde  $N$  es la relación del número de moles del solvente al número de moles totales. La fracción mol de un solvente puro es uno.
- 3) La actividad de un gas es igual a su presión parcial expresada en atmósferas.
- 4) La actividad de un sólido es igual a uno. Esta es la razón por lo que la "concentración" de una fase sólida no aparece en la expresión de producto de solubilidad.

#### Ecuación de Nernst.

De prácticas anteriores se sabe que el trabajo  $W$  necesario para transportar una carga  $q$  a través de un potencial  $V$  es  $qV$ . Esto referido a una celda electroquímica y a moles, se tiene que el trabajo eléctrico  $W_{elec}$  hecho sobre los alrededores está dado por:

$$W_{elec} = n N_0 e \xi = n F \xi \quad (6)$$

donde  $n$  es el número de electrones involucrados en las reacciones de balance de las medias celdas;  $N_0$  es el número de Avogadro;  $e$  es la carga electrónica;  $\xi$  es la fuerza electromotriz de la celda y  $F$  es la constante de Faraday ( $F = N_0 e$ ) expresada usualmente como  $F = 9.6487 \times 10^4$  coul. mol<sup>-1</sup>.

De la termodinámica se tiene que a presión y temperaturas -- constantes:

$$\begin{aligned} G &= H - TS \\ dG &= dQ - dW + pdV - T dS \\ dG &= dQ - p dV - dW_{elec} + p dV - T dS \\ dG &= dQ - dW_{elec} - T dS \end{aligned} \quad (7)$$

Considerando que la reacción es reversible,

$$dQ = T dS$$

por lo tanto,

$$dG = - dW_{elec}$$

$$\Delta G = -W_{elec} = - n F \mathcal{E} \quad (8)$$

Se introduce el signo negativo para seguir la convención de que  $\Delta G$  es negativo para una reacción espontánea.

Un resultado fundamental de la Termodinámica es que la energía molar libre de cualquier sustancia  $i$  está dada por:

$$G_i = G_i^{\circ} + R T \ln a_i \quad (9)$$

donde  $R$  es la constante de los gases (8.314 volt-coul/°K);  $T$  es la temperatura absoluta;  $a_i$  la actividad de la sustancia y  $G_i^{\circ}$  es su energía libre en el estado estándar.

El cambio de energía libre de la reacción (1) está dada por:

$$\Delta G = G_{(productos)} - G_{(reactantes)}$$

o bien

$$\Delta G = mG_M + nG_N - aG_A - bG_B \quad (10)$$

análogamente

$$\Delta G^{\circ} = mG_M^{\circ} + nG_N^{\circ} - aG_A^{\circ} - bG_B^{\circ}$$

Combinando las ecuaciones (9) y (10):

$$G = G^{\circ} + R T \ln \left( \frac{a_M^m a_N^n}{a_A^a a_B^b} \right) \quad (11)$$

La ecuación (11) es llamada la isoterma de reacción y relaciona el cambio de energía libre de una reacción con la actividad del sistema de componentes. Es importante hacer notar que las actividades especificadas en la ecuación (11) no necesariamente se refieren a condiciones de equilibrio.

Se obtiene una relación útil cuando las actividades involucradas en la ecuación (11) asumen sus valores en el equilibrio. Enton-

-ces el coeficiente dentro del paréntesis de dicha ecuación puede reemplazarse por  $K$  que es la constante de equilibrio; más aún, como se ha dicho anteriormente,  $\Delta G = 0$  para un proceso en estado de equilibrio; -- por lo tanto, la ecuación (11) se convierte en:

$$G^{\circ} = - R T \ln K \quad (12)$$

que relaciona la constante de equilibrio con el cambio en la energía libre estándar  $\Delta G^{\circ}$ , la cual es expresada generalmente en calorías/mol; ahora el valor apropiado de  $R$  es 1.987 calorías/grado-mol.

Combinando las ecuaciones (8) y (12) se obtiene:

$$\xi = \xi^{\circ} - \frac{R T}{n F} \ln L \quad (13)$$

donde  $\xi^{\circ} = - \Delta G^{\circ} / n F$ , y  $L = (a_M^m a_N^n / a_A^a a_B^b)$ .

La ecuación (13) es llamada ecuación de Nernst, que relaciona el potencial de una celda química con las actividades de los reactivos y productos. La ecuación (12) conduce a una relación entre la constante de equilibrio y  $\xi^{\circ}$ , el potencial de la celda cuando  $L$  igual a 1 es:

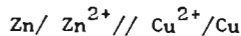
$$\xi^{\circ} = \frac{R T}{n F} \ln K \quad (14)$$

La ecuación de Nernst a 25°C se convierte en:

$$\xi = \xi^{\circ} - \frac{0.059}{n} \log L \quad (15)$$

Convenciones electroquímicas.

Ya que una media reacción de Redox no puede aislarse y observarse, el potencial de un solo electrodo no puede medirse. Se requiere el circuito eléctrico completo, esto es, dos electrodos para cualquier medición de fuerza electromotriz. Toda celda química está compuesta de por lo menos dos electrodos. Aunque es imposible determinar el potencial de un electrodo, es conveniente emplear este concepto en los cálculos, y se considera que la fuerza electromotriz de una celda es igual a la suma de los potenciales de sus electrodos. Así para la celda



el potencial se escribe:

$$\mathcal{E}_{\text{celda}} = \mathcal{E}_{\text{Zn} \rightarrow \text{Zn}^{2+}} + \mathcal{E}_{\text{Cu}^{2+} \rightarrow \text{Cu}} \quad (16)$$

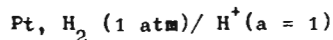
Es importante hacer notar que los subíndices indican cuándo la media reacción es una oxidación o una reducción.

Para saber el signo de un potencial en un sistema electroquímico, se tiene dos conceptos distintos y convencionales:

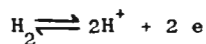
- 1) El potencial del electrodo físico.
- 2) El potencial de una media reacción.

1) Potencial del electrodo físico: ya que sólo es posible medir el potencial de una celda, es decir, la diferencia de potencial entre dos electrodos, es conveniente asignar un valor de fuerza electromotriz arbitraria a uno de los electrodos para poder manejar los potenciales de electrodo individualmente; formando una celda con este electrodo de referencia y cualquier otro electrodo, puede medirse el potencial del segundo electrodo.

Por acuerdo internacional el electrodo de referencia es un electrodo estándar de hidrógeno, N. H. E. (electrodo normal de hidrógeno) que se representa como:



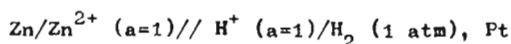
La reacción en el electrodo es la siguiente:



Así el potencial de un electrodo estándar de hidrógeno se le designa el valor de cero volts a todas las temperaturas.

Si se forma una celda con el electrodo de hidrógeno H.N.E. y un segundo electrodo, la fuerza electromotriz de la celda que se observa se le asigna al segundo electrodo. A tal fuerza electromotriz también se le añade un signo.

De acuerdo con esto en la siguiente celda:

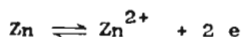


cuya reacción en la celda es:



el cinc es oxidado, liberando electrones en el electrodo de cinc. Así el electrodo de cinc es negativo en relación al electrodo estándar de hidrógeno, por exceso de electrones. El signo del potencial de un electrodo depende solamente de si el electrodo proporciona o consume electrones provenientes del N.H.E. Si ninguno de los electrodos es el de hidrógeno, se aplican las consideraciones generales, es decir, el electrodo en el cual ocurre la oxidación es negativo en relación al otro.

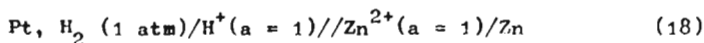
2) Potencial de una media reacción. Se dice que en la ecuación (8) si el valor de  $\Delta G$  es negativo, significa que la reacción ocurre espontáneamente, por lo tanto,  $\mathcal{E}$  para una reacción espontánea debe resultar positivo. Si la reacción se escribe en la dirección opuesta, ésta no es espontánea debido a que  $\Delta G$  sería positivo y  $\mathcal{E}$  negativo. Entonces, la fuerza electromotriz de una reacción cambia de signo cuando la reacción se invierte. Así el potencial de la reacción:



se escribe como  $\mathcal{E}_{\text{Zn} \rightarrow \text{Zn}^{2+}}$ . Esto demuestra la conveniencia de establecer un orden para reducir la confusión. Ahora se puede ver que una forma equivalente de la ecuación (16) es:

$$\mathcal{E}_{\text{celda}} = \mathcal{E}_{\text{Zn} \rightarrow \text{Zn}^{2+}} - \mathcal{E}_{\text{Cu} \rightarrow \text{Cu}^{2+}} \quad (17)$$

El electrodo que aparece en el lado izquierdo de la celda química representada se considera arbitrariamente como el electrodo en el cual ocurre la oxidación. Así para la celda



cuya reacción es:



Si la reacción en la celda es espontánea, entonces se puede

- concluir que:

- a) El potencial de la celda es positivo, como se dijo en la convención dos.
- b) El electrodo izquierdo, en el que ocurre la oxidación, es negativo por la convención uno.
- c) El flujo de corriente en el circuito externo, es de izquierda a derecha.
- d) Los iones positivos fluyen de izquierda a derecha en la celda. Los iones negativos fluyen de derecha a izquierda.

En caso de que la reacción no sea espontánea, estas conclusiones son al contrario.

Potenciales estándar y su aplicación.

Se ha acordado en adoptar como media reacción estándar a --  $\text{H}_2 \rightleftharpoons 2\text{H}^+ + 2\text{e}$ , y en definir su potencial, cuando la presión del hidrógeno es igual a una atmósfera y la actividad del ión hidrógeno es igual a 1, como de cero volts a todas las temperaturas. Aplicando la ecuación de Nernst a esta reacción, se tiene:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{H}_2, \text{H}^+}^{\circ} - \frac{0.059}{2} \log \frac{a_{\text{H}^+}}{P_{\text{H}_2}} \quad (19)$$

de ahí que,  $\mathcal{E}_{\text{H}_2, \text{H}^+}^{\circ} = 0$  para el electrodo de hidrógeno.

Si se combina el electrodo de hidrógeno estándar con cualquier otro electrodo, es evidente que el potencial medido se debe exclusivamente al segundo electrodo.

Para la celda  $\text{Pt}, \text{H}_2 (1 \text{ atm})/\text{H}^+ (a = 1)/\text{Zn}^{2+} (a = 1)/\text{Zn}$  el potencial de la celda es  $\mathcal{E}_{\text{celda}} = \mathcal{E}_{\text{H}_2, \text{H}^+} + \mathcal{E}_{\text{Zn}^{2+}, \text{Zn}}$ . Ya que  $\mathcal{E}_{\text{H}_2, \text{H}^+} = 0$  para el electrodo estándar de hidrógeno, entonces  $\mathcal{E}_{\text{celda}} = \mathcal{E}_{\text{Zn}^{2+}, \text{Zn}}$ . Aplicando la ecuación de Nernst a 25°C:

$$\mathcal{E}_{\text{Zn}^{2+}, \text{Zn}} = \mathcal{E}_{\text{Zn}^{2+}, \text{Zn}}^{\circ} - \frac{0.059}{2} \log \frac{a_{\text{Zn}}}{a_{\text{Zn}^{2+}}}$$

Como se estableció anteriormente, en el estado estándar, la actividad

- del Zn es igual a uno; por lo tanto el último término de la ecuación anterior es igual a 0, y  $\mathcal{E}_{Zn^{2+}, Zn} = \mathcal{E}_{Zn^{2+}, Zn}^{\circ}$ . La cantidad  $\mathcal{E}_{Zn^{2+}, Zn}^{\circ}$  se llama potencial estándar del electrodo de cinc. Este es el potencial de reducción de la pareja de Zn cuando todos los reactantes están en su estado estándar de actividad unitaria, es decir, cuando  $L = 1$  en la ecuación de Nernst para medias reacciones. El potencial estándar es siempre el potencial de la reducción de la media reacción.

La convención sobre signos para la fuerza electromotriz de una media reacción se aplica a los potenciales estándar. Así, para el electrodo de cinc,

$$\mathcal{E}_{Zn^{2+}, Zn}^{\circ} = -\mathcal{E}_{Zn, Zn^{2+}}^{\circ}$$

donde  $\mathcal{E}_{Zn^{2+}, Zn}^{\circ}$  es el potencial estándar, cuyo valor es de - 0.76 volt. El signo negativo demuestra el potencial físico de ese electrodo en relación al electrodo de Hidrógeno estándar. La cantidad  $\mathcal{E}_{Zn, Zn^{2+}}^{\circ}$  es entonces + 0.76 volts por la convención de signos referente al potencial de la media reacción.

De acuerdo a la convención del signo del potencial de un electrodo, aquél que sea más negativo con respecto al otro será en donde ocurre la oxidación.

Con ayuda de la tabla (1), se puede predecir que el permanganato ( $\mathcal{E} = + 1.51$  V) oxidará al ácido arsenioso ( $\mathcal{E} = + 0.56$  V); el yodo ( $\mathcal{E} = + 0.535$  V) oxida o es reducido por el tiosulfato ( $\mathcal{E} = +0.17$  V). Mientras más positivo sea el potencial estándar, mayor es su poder oxidante. Así, el yodo es considerado como un agente oxidante débil, mientras que el permanganato se le tiene como un oxidante fuerte.

Sin embargo, la situación real es más complicada de lo que parece, debido a que los potenciales estándar sólo son aplicables cuando la ecuación de Nernst está en términos de actividad y no de concentración, y aún más, en condiciones reales de trabajo, las concentraciones de los reactantes y otros componentes en solución son verdaderamen

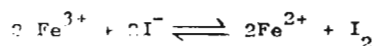
-te grandes, y por lo tanto sus actividades difieren notoriamente de sus concentraciones.

Otra complicación más es la presencia de factores tales como el equilibrio ácido base y de formación de complejos, que alteran las concentraciones de las especies electroactivas, y consecuentemente el potencial unión-líquido de magnitud desconocida.

Para superar estas complicaciones, se ha introducido una especie de potencial estándar práctico, llamado potencial formal. Entonces el potencial formal de un electrodo ( $\mathcal{E}^0'$ ) se mide contra el potencial estándar del electrodo de hidrógeno, cuando las concentraciones formales de las especies reducidas y oxidadas son iguales; si existen algunas otras especies, las concentraciones de las mismas deben especificarse.

Por ejemplo, el potencial estándar del par  $\text{Fe}^{3+}, \text{Fe}^{2+}$  es  $- +0.771$  volts (véase la tabla 1), mientras que el potencial formal para el mismo par en una solución  $\text{H}_3\text{PO}_4$  (0.5 M) -  $\text{H}_2\text{SO}_4$  (1 M) es  $+0.61$  volt. Esta alteración se debe a que el ácido fosfórico forma un complejo con el ión férrico, desplazando así el equilibrio en la reacción  $\text{Fe}^{3+} + e \rightleftharpoons \text{Fe}^{2+}$  hacia la izquierda, produciéndose así un ión férrico menos oxidante.

Una aplicación práctica de los cambios en potenciales formales es que permite cierta selectividad y control en análisis. Por ejemplo, se desea hacer una valoración de penicilina por el método yodométrico, pero en el medio existen iones férrico ( $\text{Fe}^{3+}$ ), los cuáles interfieren oxidando al ion yoduro ( $\text{I}^-$ ) de acuerdo a la siguiente reacción:



Para evitar tal interferencia se agrega a la solución iones fluoruro, los cuáles forman un complejo estable con el ión férrico alterando así el potencial del par férrico, ferroso ( $\text{Fe}^{3+}, \text{Fe}^{2+}$ ), de tal forma que -



- la oxidación del ión yoduro a yodo no se lleva a cabo.

#### Celdas de concentración.

Los potenciales de las medias celdas dependen en parte de -- las concentraciones activas de los reactantes en las medias celdas, -- las cuales son idénticas en todo, excepto en la concentración de su so lución. Tales celdas se conocen como celdas de concentración y pueden usarse para determinar la actividad en una solución midiéndola contra un estándar de actividad conocida. Si no se conoce la concentración ac tiva de dicho estándar, pero en cambio se conoce su molaridad, la concentración activa puede determinarse calculando el coeficiente de acti vidad  $f$ .

#### Sistemas de electrodos.

El aspecto físico de un electrodo de medida puede ser un a-- lambre, un lingote, o un botón fijado en plástico o vidrio. Puede res-- ponder directamente para una actividad de un determinado ión en solu-- ción, indirectamente a través de uno o más equilibrios, involucrando - un precipitado o especies complejas, o la proporción de un sistema ión ión. Para poder determinar bien el tipo de electrodo necesario para un sistema, se han clasificado en:

- a) Electrodos inertes.
- b) Electrodos de primera clase.
- c) Electrodos de segunda clase.
- d) Electrodos de tercera clase.

Electrodos inertes.- Los electrodos inertes generalmente son de oro o de platino. El potencial de dicho electrodo sumergido en una solución conteniendo ambos estados, oxidados y reducidos, de un sistema redox homogéneo y reversible, debe reflejar la proporción de los dos - estados de oxidación. El único papel de este tipo de electrodo es el de proveer o aceptar electrones.

Los electrodos de platino no son adecuados para trabajar en

- soluciones conteniendo agentes reductores poderosos, tales como los iones cromosos, titanosos, y vanadicos, debido a que el platino cataliza la reducción del ión hidrógeno por estos reductantes de superficie. Como consecuencia, el potencial de interfase del electrodo, no reflejará los cambios en la composición de la solución. En estos casos una pequeña tina de mercurio servirá, debido al alto sobrepotencial asociado con la deposición del gas hidrógeno en una superficie de mercurio.

En muchas titulaciones de reducción, el electrodo inerte no es reversible para una de las medias reacciones, como es el caso del tiosulfato en las titulaciones yodométricas. Sin embargo, si el sistema no reversible alcanza rápidamente un equilibrio químico con un sistema reversible (puede ser con  $I_2, I^-$ ), el último servirá como el potencial determinante de la media reacción. Cuando el equilibrio químico se alcanza más lentamente, pueden estar involucrados potenciales mezclados; esto no señala una simple relación de las actividades de las especies reaccionantes aunque se alcanza rápidamente un potencial de equilibrio estable. Algunas veces el electrodo inerte se comporta más o menos como un electrodo de oxígeno con el oxígeno disuelto. Si está adecuadamente acondicionado, puede proporcionar datos para sistemas particulares.

Electrodos de primera clase.- Estos electrodos consisten de un metal en contacto con una solución de sus propios iones como por ejemplo, plata sumergida en una solución de nitrato de plata. Estos electrodos son reversibles con respecto a los iones de la fase metálica.

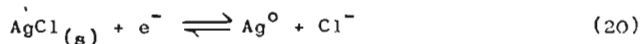
Debe recordarse que por convenio, la actividad del metal puro o cualquier fase sólida se toma unitaria.

Los electrodos de metales más negativos que el hidrógeno, - por regla general son irreversibles, haciéndose más notorio cuando la

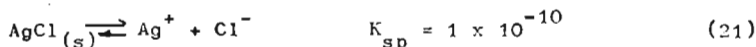
- concentración correspondiente del ión metálico es pequeña o se hace pequeña, como es el caso en la vecindad de un punto final en una titulación potenciométrica. Como resultado, los electrodos de este tipo están limitados a la plata, cobre y mercurio. Los electrodos de amalgama simple pertenecen también a los electrodos de esta clase. Debido a que la actividad del zinc en la amalgama es constante, la expresión de la ecuación de Nernst para este electrodo, se reduce a una ecuación cuyo potencial es directamente dependiente de la concentración del ión cinc.

Electrodos de segunda clase.- Estos electrodos están formados por un metal recubierto con una capa de una de sus sales poco solubles.

Considere un alambre de plata recubierto con un delgado depósito de cloruro de plata. En la interfase de la solución plata/cloruro de plata, el equilibrio electroquímico es



Además hay un equilibrio químico determinado por



Combinando la expresión de Nernst para el electrodo de plata y la ecuación (21) se obtiene la siguiente ecuación:

$$E = 0.80 + 0.0591 \log K_{sp} - 0.0591 \log \text{Cl}^- \quad (22)$$

la que se reduce a

$$E = 0.22 - 0.0591 \log \text{Cl}^- \quad (23)$$

De lo anterior se deduce que un alambre de plata, sin ningún recubrimiento visible produce el mismo efecto cuando está sumergido en una solución de cloruro de plata, debido tal vez a que el alambre está recubierto con una pequeña capa de cloruro a través de la cual se verifica la oxidación por medio del oxígeno del aire. La sustancia poco soluble que forma parte de este electrodo, necesita únicamente que la solución esté saturada cerca del electrodo.

Los electrodos de esta clase pueden emplearse para determinar directamente la actividad, ya sea del ión metal o del anión en el recubrimiento; también como electrodo indicador en titulaciones que involucre ambos iones. Varios electrodos de óxidos son sensibles a iones hidrogeno, incluidos entre ellos el electrodo antimonio/óxido antimonioso. Los electrodos de referencia de calomel y plata/cloruro de plata pertenecen a esta clase.

Electrodos de tercera clase.- Están formados por una cierta cantidad de mercurio a la cual se le agrega una pasta equilibrada de una sal mercuriosa mezclada con una segunda sal insoluble, cada una conteniendo el mismo anión.

Para un sistema de oxalato como anión, la celda está representada por:  

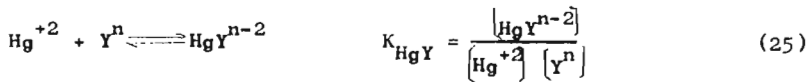
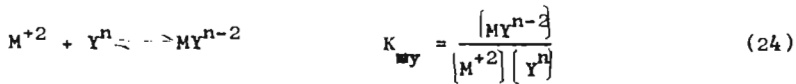
$$\text{Hg, Hg}_2\text{C}_2\text{O}_4, \text{CaC}_2\text{O}_4/\text{Ca}^{+2} // \text{electrodo de referencia}$$
 Un electrodo como éste responde a la concentración de iones calcio.

Sin embargo existe una limitación que se refiere a las solubilidades relativas de las sales del metal de que se trata. Esta se presenta cuando el equilibrio de solubilidad se alcanza lentamente, ocasionando una sensibilidad poco aceptable de tales electrodos.

Una clase de éstos electrodos se usa con frecuencia en las titulaciones complejométricas. Normalmente se trata de un pequeño electrodo de mercurio en contacto con una solución que contiene iones de metal para ser titulados y una pequeña cantidad agregado de quelato de mercurio II, que muestra un potencial correspondiente a la siguiente media celda:

$$\text{Hg, HgY}^{2-n}, \text{MY}^{2-n}, \text{Me}^{+2}$$

El potencial para este electrodo indicador puede encontrarse combinando la expresión de Nernst para un electrodo de mercurio con las ecuaciones para las constantes de estabilidad del quelonato de mercurio II y del quelonato del metal (considerando a M como un metal divalente) como sigue:



Combinando ambas ecuaciones se obtien la siguiente relación:

$$\left[ \frac{Hg^{+2}}{M^{+2}} \right] = \frac{[HgY^{n-2}]}{[MY^{n-2}]} \frac{K_M}{K_{HgY}} \quad (26)$$

Ahora bien, se tiene que para un sistema metálico ión-metal la ecuación Nernst es la siguiente:

$$\xi = \xi^0 + \frac{0.0591}{n} \log [M^{+n}] \quad (27)$$

Sustituyendo el valor de  $[Hg^{+2}]$  de la ecuación (26) en la ecuación - (27) se obtiene:

$$\xi = \xi_{Hg^{+2}, Hg}^0 + 0.0296 \log \frac{[M^{+2}][HgY^{n-2}]}{[MY^{n-2}]} \frac{K_{MY}}{K_{HgY}} \quad (28)$$

La ligera solubilidad del quelonato de mercurio II, asegura la saturación de la solución, cuando menos en la vecindad del electrodo, ocasionando que el potencial del electrodo tenga una relación lineal con el  $\log (M^{+2})$  y por lo tanto el electrodo sirve como un electrodo sensible indicador de milivolts en la titulación de un gran número de iones metálicos con algún complejante o quelante.

Uno de los electrodos más común como electrodo de referencia es el electrodo de calomel, que es el que se pretende construir en esta práctica.

Electrodo de Calomel.

El electrodo de calomel generalmente está construido como - se aprecia en la figura (2).

El cilindro más interno contiene mercurio y cloruro mercurioso (calomel) en contacto con una solución que esta saturada con cloru

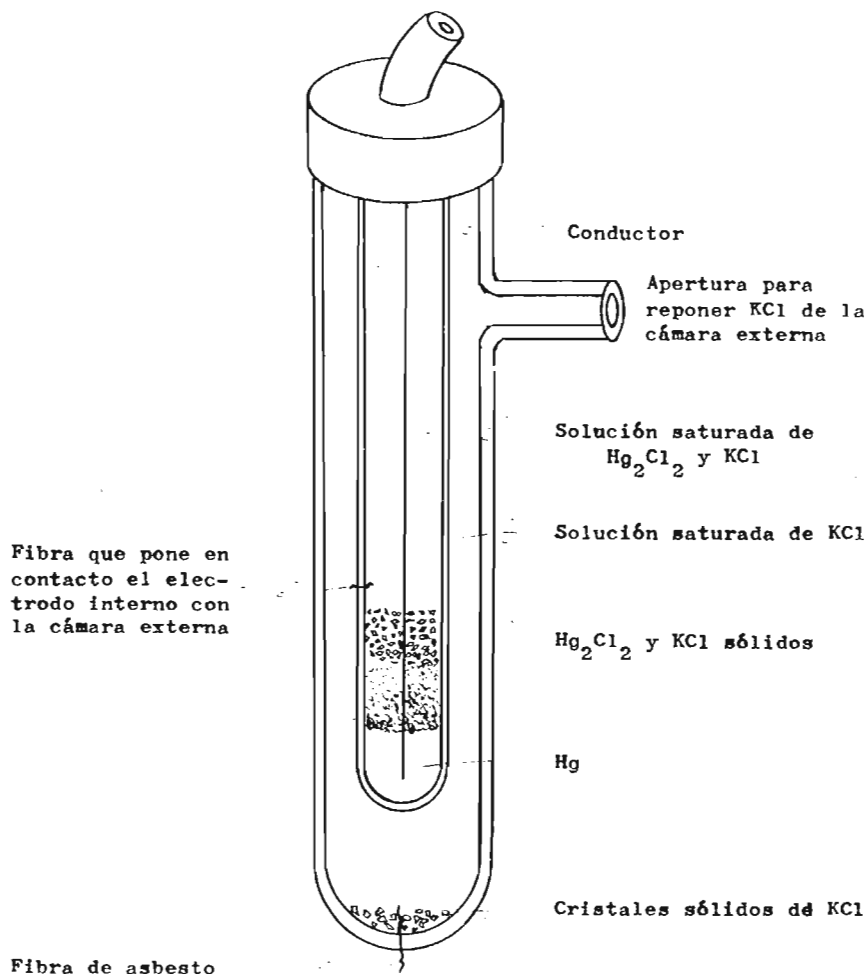


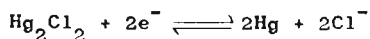
Figura 2. Electrodo saturado de calomel.

-ro mercurioso y cloruro de potasio.

Posee un conductor, normalmente un alambre de platino, que conecta el mercurio con el alambre de conexión del electrodo. Tiene además una fibra conectora (fibra de vidrio) cuyo objeto es el de poner en contacto el cilindro interno con la cámara externa que está llena con cloruro de potasio saturado. En algunos electrodos, un agujero diminuto o una tapa porosa reemplaza a la fibra. Por último para contactar la solución en la cual está sumergido el electrodo con este mismo, existe una fibra de asbesto. Algunos otros electrodos de calomel usan

- soluciones de cloruro de potasio 1.0, ó 0.1 M molares en lugar de la solución saturada, y se les conoce como electrodos de calomel molares o normales y/ó décimo molares. Para estos casos, el potencial de los electrodos depende de la concentración del cloruro de potasio, observán dose valores que van desde 0.240 volts para el electrodo saturado de - calomel hasta 0.334 volts para el electrodo décimo normal a 30°C.

La reacción que se lleva a cabo en el electrodo de calomel - es la siguiente:



permaneciendo siempre un potencial solamente cuando fluyen pequeñas -- cantidades de corriente debido a que la actividad del. ión mercurioso - permanece constante, independientemente de la dirección del flujo. Si el electrodo acepta electrones, lo que sucede en realidad es que el -- ión mercurioso se convierte a mercurio, alguna cantidad del cloruro mer curoso sólido se disuelve para restablecer la concentración original - de la solución; si el electrodo produce electrones, algo del mercurio se convierte en iones mercuriosos, pero debido a que la solución está - saturada con cloruro mercurioso, los iones mercuriosos producidos se pre cipitan como cloruro mercurioso. Debido a que existe una gran concentra ción de ión cloruro, los pequeños cambios en la concentración del ión cloruro no afectan apreciablemente el potencial debido a que el princi pal efecto del ión cloruro es el de disminuir la solubilidad por efecto de ión común y también el de mantener constante la fuerza iónica y con secuentemente un valor constante para el coeficiente de actividad, f.

Electrodo de hidrógeno.

Aunque el electrodo de hidrogeno ha sido usado como patrón - de referencia, alrededor del cual se les han asignado potenciales están dar a las distintas reacciones redox (véase la tabla 1), su uso solo - llega a ser ocasional, debido a su dificultad de operación. Una de las

- formas del electrodo de hidrógeno se muestra en la figura (3). En él está dispuesta una lámina cuadrada de negro de platino de tal forma que

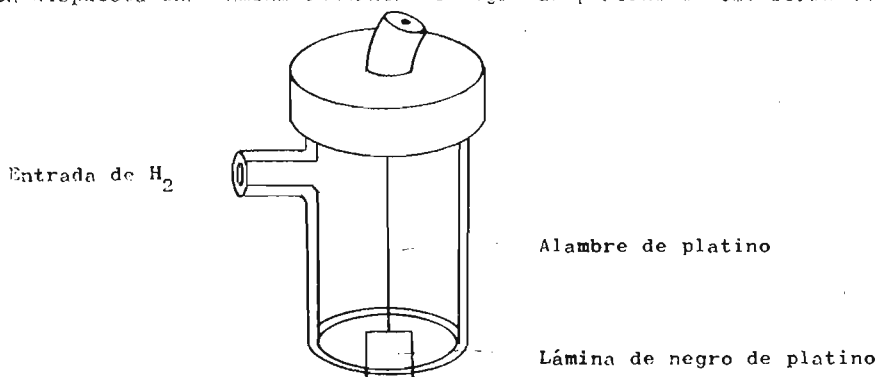


Figura 3. Electrodo de hidrógeno

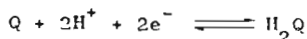
la mitad de ella sobresalga del fondo del tubo de vidrio. Se hace pasar hidrógeno gaseoso, bajo presión, a través de la entrada lateral, lo -- que ocasiona la salida del líquido del tubo del electrodo, quedando -- así la mitad de la lámina sumergida en la solución y la otra mitad en el gas hidrógeno. Bajo estas condiciones, el electrodo actúa como un electrodo metal-ión metálico produciendo un potencial que depende de la actividad del ión hidrógeno en la solución.

Los principales inconvenientes del electrodo de hidrógeno son debidas a las impurezas del hidrógeno, también a que el hidrógeno desaloja cualquier gas ácido o básico de la solución.

Electrodos sustitutos del electrodo de hidrógeno.

a) Electrodo de quinhidrona. La quinhidrona que está compuesta por partes iguales (1:1) de quinona ( $C_6H_4O_2$ ) e hidroquinona -- -- ( $H_2C_6H_4O_2$ ), la cual es ligeramente soluble en agua y que también se disocia en solución ligeramente en quinona e hidroquinona. Si se sumerge en una solución saturada con hidroquinona un alambre de platino, el potencial del alambre dependerá de la concentración del ión hidrógeno. -- Debido a que la reacción de quinona-hidroquinona constituyen un par de redox, según:





el potencial de acuerdo a la ecuación de Nernst es:

$$\xi_Q = \xi_Q^\circ + \frac{0.0591}{2} \log \frac{[Q][H^+]^2}{[H_2Q]} \quad (29)$$

Si en la ecuación (29) se sustituyen las concentraciones por las concentraciones activas, es decir, las actividades, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\xi_Q = \xi_Q^\circ + 0.0295 \log \frac{[Q]}{[H_2Q]} + 0.0295 \log \frac{f_Q}{f_{H_2Q}} + \frac{0.0591}{2} \log [H^+]^2 \quad (30)$$

El segundo término de la derecha es igual a cero, ya que la concentración molar de Q y H<sub>2</sub>Q son iguales debido a que están presentes en concentraciones equimoleculares. Los coeficientes de actividades son casi igual a uno ya que tanto la quinona como la hidroquinona se encuentran como especies moleculares, de tal forma que el tercer término en la derecha es aproximadamente cero. Por lo tanto, la ecuación (30) adquiere la forma

$$\xi_Q = \xi_Q^\circ + 0.0591 \log [H^+] \quad (31)$$

El electrodo de quinhidrona es fácil de preparar debido a -- que sólo se requiere maturar la solución con quinhidrona e introducir un alambre de platino y un electrodo de referencia. Tiene como desventaja el no poder ser usado a pH mayores de 9 debido a que la quinhidrona, en su forma de hidroquinona, es un ácido débil que se ioniza en pH altos de tal forma que las concentraciones de Q y H<sub>2</sub>Q no permanecen iguales. También, cuando se tienen agentes oxidantes o reductores, éstos pueden reaccionar con la quinona o la hidroquinona y alterar el equilibrio.

B) Electrodo de vidrio. Es el electrodo más común como sustituto del electrodo de hidrógeno, ya que posee numerosas ventajas y pocos inconvenientes, en comparación con el electrodo de hidrógeno cuan-

-do se hacen determinaciones de pH. El principio de este electrodo está basado en el hecho de que dos soluciones de diferente actividad de ión hidrógeno que están separadas por una membrana delgada de vidrio, desarrollan un potencial cuyo valor está dado por:

$$\xi_M = \xi_A + 0.0591 \log \frac{[H^+]_o}{[H^+]_i} \quad (32)$$

donde  $\xi_M$  es el potencial de membrana,  $\xi_A$  se conoce como el potencial asimétrico, y los subíndices o é i se refieren a las soluciones externa e interna respectivamente. El potencial asimétrico difiere en cada electrodo, sin embargo su valor es pequeño y normalmente disminuye a través del tiempo.

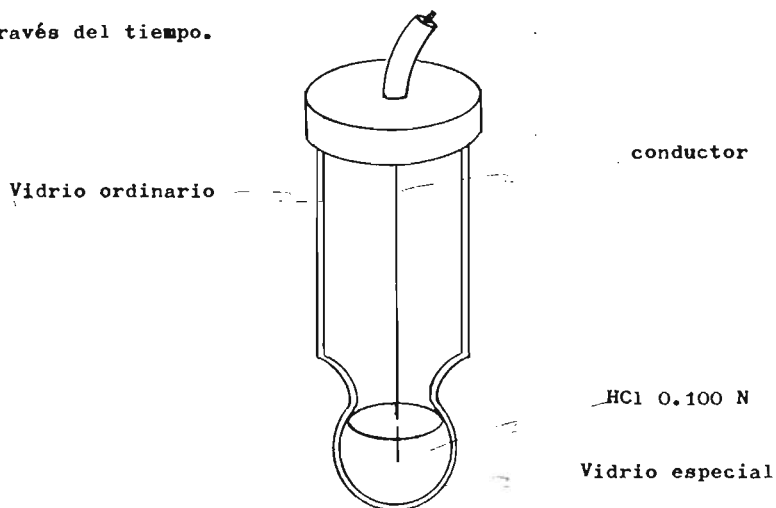


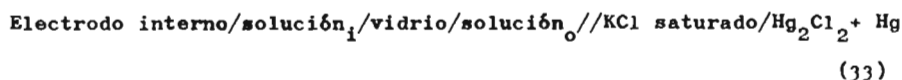
Figura 4. Electrodo de vidrio. El electrodo puede ser alambre cubierto con cloruro de plata formando así un electrodo interno de plata-cloruro de plata-ión cloruro o también puede ser platino sumergido en una solución saturada ácida con quinhidrona para formar un electrodo interno de quinhidrona.

El cuerpo del electrodo normalmente está hecho de vidrio común con un pequeño bulbo de vidrio poroso como sello en el extremo. La solución interna del electrodo es ácido clorhídrico décimo normal. Siempre debe obtenerse un potencial interno del electrodo constante, para ello se usa un conductor de plata recubierto con cloruro de plata

- que produce una media celda de plata-cloruro de plata-ión cloruro - de potencial constante. En otros electrodos, el ácido clorhídrico está saturado con quinhidrona y el conductor está reemplazado por un alambre de platino.

El potencial que se desarrolla a través de la membrana es una función de las colisiones de los iones hidrógeno con la superficie de la membrana y el potencial que se desarrolla varía con las diferencias en el número de choques a ambos lados de la membrana. El número de colisiones en el lado interno permanece invariable debido a que la solución interna tiene una concentración constante, de tal forma que las variaciones en el potencial se deben a cambios en la actividad del ión hidrógeno en la solución en la cual está sumergido el electrodo.

La celda se puede representar por:



y el potencial real es el medido entre el electrodo interno y el electrodo de calomel. Suponiendo que el electrodo interno es un electrodo de quinhidrona, el potencial está dado por:

$$\mathcal{E}_{\text{celda}} = \mathcal{E}_Q + \mathcal{E}_M - \mathcal{E}_{\text{Hg}} \quad (34)$$

donde  $\mathcal{E}_M$  es el potencial a través de la membrana de vidrio. El potencial del electrodo interno es:

$$\mathcal{E}_Q = \mathcal{E}_Q^o + 0.0591 \log [H^+]_i \quad (35)$$

Sustituyendo este valor y el valor para  $\mathcal{E}_M$  dado en la ecuación (32) - en la ecuación (34) se obtiene:

$$\mathcal{E}_{\text{celda}} = \mathcal{E}_Q^o + 0.0591 \log [H^+]_i + \mathcal{E}_A + 0.0591 \log \frac{[H^+]_o}{[H^+]_i} - \mathcal{E}_{\text{Hg}}$$

sustituyendo  $\mathcal{E}_Q^o + \mathcal{E}_A$  por  $\mathcal{E}_g^o$  y reorganizando términos de la ecuación anterior se tiene:

$$\mathcal{E}_{\text{celda}} = \mathcal{E}_g^o + 0.0591 \log [H^+]_o - \mathcal{E}_{\text{Hg}} \quad (36)$$

Cuando se desean averiguar las actividades del ión hidrógeno, es necesario conocer el valor de  $a_g^0$ , el cual no puede ser determinado pero sí medido contra un electrodo de hidrógeno.

Las principales limitaciones en el uso de los electrodos de vidrio se deben al hecho de que no pueden ser usados a valores de pH mayores de 10 y menores de 2 sin incurrir en un error y también debido a la gran resistencia que ofrecen, no pueden usarse en potenciómetros de corredera. Sin embargo, estas limitaciones pueden eliminarse usando voltímetros de tubo de vacío. El electrodo de vidrio es, probablemente, lo más cercano a un electrodo perfecto para medidas de pH.

#### Material:

Tubos de ensaye de 16 x 150

Puente de tubo de vidrio.

Alambre de cobre (#22 con forro).

Cloruro de potasio.

Mercurio.

Cloruro mercurioso.

Agua destilada.

Agar.

#### Procedimiento:

Construcción del electrodo de calomel.

Vierta mercurio en el tubo de ensaye hasta formar una capa de aproximadamente 0.5 cm de altura.

Por otro lado, emulsione mercurio metálico con una pasta húmeda de cloruro mercurioso. La pasta emulsionada viértala sobre el mercurio del tubo cuidadosamente de tal manera que la capa de cloruro mercurioso quede en la parte superior.

Prepare una solución de cloruro de potasio saturada y viérta

-la sobre el calomel. Esta solución se encadenará con el exterior a través de un puente salino constituido por un puente de vidrio lleno de agar-agar gelificado (1-3%) que contenga cloruro de potasio al 10%.

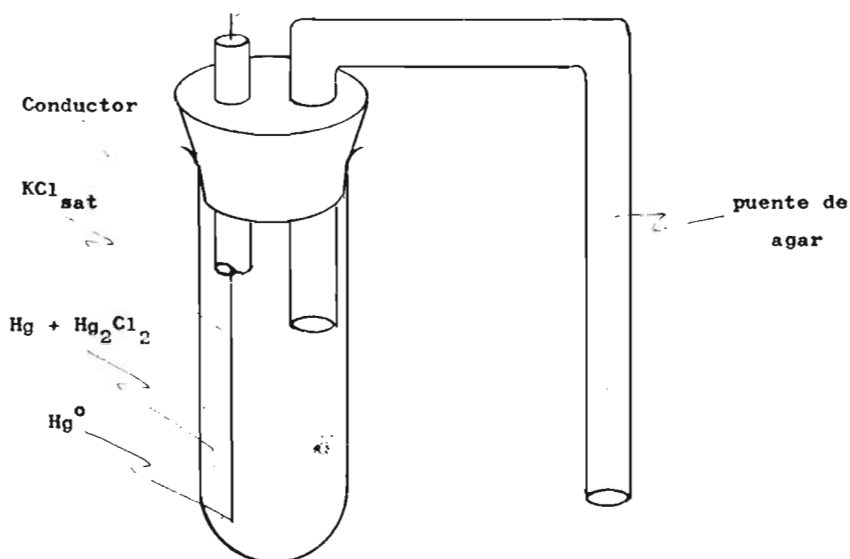
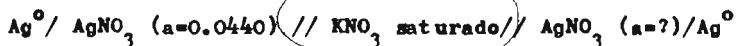


Figura 5. Construcción del electrodo de calomel.

Para guardar su electrodo, introduzca el extremo del puente de agar en un vaso que contenga una solución de KCl (10%). El éxito de la siguiente práctica dependerá de este aspecto.

## PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 12

1. ¿Cuáles son las formas de generar potenciales electroquímicos?
2. Calcule la actividad del ión plata en la siguiente celda para los potenciales dados:



- a) -0.085 volts; b) 0.085 volts; c) -0.010 volts; d) 0.025 volts; - -  
e) -0.060 volts.

3. Dada la siguiente celda química:



- a) Escriba la reacción de la celda y calcule su constante de equilibrio a 25°C.
  - b) Calcule el potencial de la celda a 25°C (considere despreciable el potencial de unión líquido).
  - c) ¿Es la reacción de la celda espontánea? ¿Qué sustancia se oxida? -  
¿Cuál se reduce?
  - d) ¿Cuál es el electrodo negativo?
4. ¿Qué factores físicos y químicos afectan el potencial generado por una celda electroquímica?
  5. ¿Qué aplicaciones deduce usted de la pregunta anterior?

## B I B L I O G R A F I A

Farrington Daniels.

Curso de Fisicoquímica experimental. 7a edición.

Libros McGraw-Hill. Colombia (1970).

John M. White.

Physical Chemistry Laboratory experiments.

Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs. New Jersey(1975).

Hobart H. Willard, L. L. Merritt, J. Dean.

Métodos instrumentales de Análisis. 4a impresión.

Compañía Editorial Continental, S.A. México (1971).

Kenneth A. Connors.

A Textbook of Pharmaceutical Analysis.

John Wiley & Sons, Inc. New York (1967).

C. T. Kenner.

Analytical separations and determinations.

The MacMillan Company. New York (1971).

Enrique Villarreal Domínguez.

Elementos de Electroquímica Formativa.

México (1970).

Francis W. Sears.

Electricidad y Magnetismo.

Editorial Aguilar. Madrid (1972).

Clifford D. Ferris.

Introduction to bioelectrodes.

Plenum Press. New York (1974).

**PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 13**

1. **Enuncie y explique las leyes de Kirchhoff.**
2. **Defina y describa una celda patrón.**
3. **¿Que entiende por fuerza electromotriz?**
4. **Mencione algunas aplicaciones del potenciómetro.**



## P R A C T I C A 13

## POTENCIOMETRO

Objetivo: conocer la estructura de un potenciómetro y medir las diferencias de potencial relativas de soluciones de pH diferentes.

Principios preliminares:

Fuerza electromotriz.

Potenciómetro.

Pilas patrón.

Fuerza electromotriz.

Algunos dispositivos como las baterías y los generadores eléctricos pueden establecer una diferencia de potencial entre dos puntos conectados con ellos, por lo que se llaman fuentes de fuerza electromotriz.

Una fuente de fuerza electromotriz debe ser capaz de hacer trabajo sobre los portadores de carga que penetren a ella, para forzarlos a que vayan del punto de menor potencial al de mayor potencial. La fuerza electromotriz  $\mathcal{E}$  de la fuente se define como

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad (1)$$

La unidad de fem es el joule/coulomb, relación que se conoce como volt.

Si una fuente de fem hace trabajo sobre un portador de carga, debe haber una transmisión de energía dentro de la fuente, por ejemplo, en una batería hay transformación de energía química en eléctrica. De aquí que, se pueda decir que una fuente de fuerza electromotriz es un dispositivo en el cual se transforma, en forma reversible, energía química, mecánica o de otra forma en eléctrica.

La energía química proporcionada por la batería se almacena en los campos eléctrico y magnético que rodean a un circuito. Esta e-

-energía almacenada permanece constante ya que parte de ella se gasta al transformarse en calor por el fenómeno de joule, en el caso de resistencias, con la misma rapidez con la que es abastecida. Tanto el campo eléctrico como el magnético funcionan como depósitos de almacenamiento de energía.

La figura (1) muestra un circuito con dos baterías ideales A y B y un motor eléctrico también ideal, que opera levantando un peso. Las baterías se conectan en tal forma que tienden a mandar cargas por el circuito en direcciones opuestas, la dirección definitiva de la corriente queda determinada por B, que proporciona la mayor diferencia de potencial. Esquematizando las transformaciones de energía en este circuito se tiene:

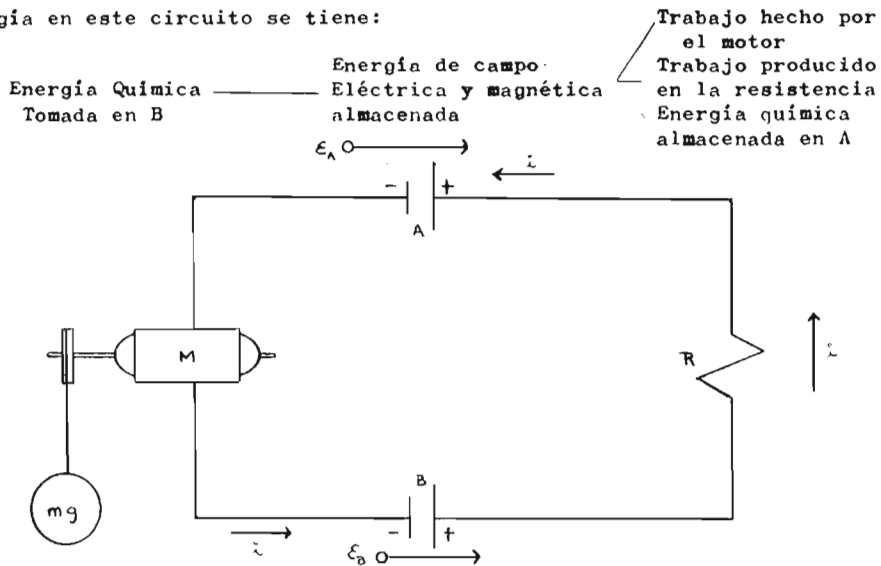


Figura 1. Dos baterías A y B conectadas en oposición a un mismo motor. Se supone que  $\xi_B > \xi_A$

La energía química en B se está consumiendo continuamente apareciendo la energía en las tres formas mostradas a la derecha. La batería A se está cargando mientras que la batería B se está descargando. Los campos magnético y eléctrico que rodean al circuito obran como intermediarios en el proceso de transmisión de energía.

### Potenciómetro.

Es un instrumento que puede utilizarse para medir la fuerza electromotriz de un generador sin que pase corriente por él, y para muchas otras aplicaciones. En resumen se puede decir, que un potenciómetro equilibra una diferencia de potencial desconocida con una diferencia de potencial variable y medible.

La figura (2) muestra un potenciómetro; las corrientes y las fems se anotan en la figura. Aplicando el teorema de la trayectoria

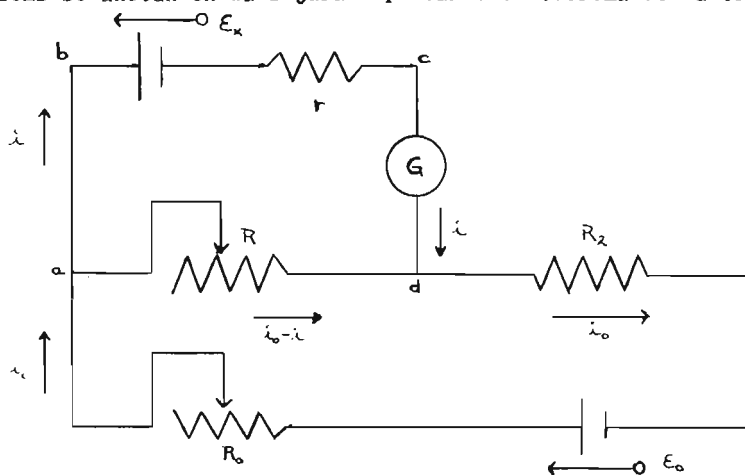


Figura 2. Potenciómetro.

-ria a la trayectoria abcd se obtiene:

$$-\epsilon_x - i r + (i_0 - i) R = 0 \quad (2)$$

expresión en la cual  $i_0 - i$ , al aplicar el teorema de los nodos en a, es la corriente en la resistencia  $R$ . Despejando  $i$  de la ecuación (2), se tiene:

$$i = \frac{i_0 R - \epsilon_x}{R + r} \quad (3)$$

en donde  $R$  es una resistencia variable. La ecuación (3) muestra que si  $R$  se ajusta de tal manera que tenga un valor  $R_x$  tal que:

$$R_x i_0 = \epsilon_x \quad (4)$$

por lo que la corriente  $i$  en la rama abcd se anula. Para balancear el potenciómetro de esta manera,  $R$  debe ajustarse manualmente hasta que

- un galvanómetro muy sensible G, marque cero.

La fuerza electromotriz puede obtenerse de la ecuación(4) si se conoce  $i_o$ . Sin embargo, en la practica lo que se hace es reemplazar a  $\xi_x$  por un patrón de fem conocido  $\xi_s$ , y nuevamente ajustar a R para la condicion de corriente cero. Suponiendo que la corriente  $i_o$  no cambia, se obtiene:

$$i_o R_s = \xi_s \quad (5)$$

Combinando las ecuaciones (4) y (5), se obtiene:

$$\xi_x = \xi_s \frac{R}{R_s} \quad (6)$$

La ecuación (6) permite comparar las fuerzas electromotrices con precision. Es conveniente hacer notar que la resistencia interior r de la fem no interviene para nada.

En la práctica, los potenciómetros se montan en equipos adecuados que contienen una pila patron, la cual después de calibrarse en el National Bureau of Standards de Washington, sirven como - - fuentes patrones de fem  $\xi_s$ . Estos equipos llevan tambien dispositivos para conectar la fem desconocida en lugar de la patron y aparatos para asegurar que la corriente i permanezca constante.

El galvanómetro actúa solamente como indicarod de punto cero, la exactitud de la medicion depende solamente de la exactitud -- del voltaje de la celda estándar y de la exactitud de las bobinas de resistencia, considerando que el galvanómetro es suficientemente sensible y la resistencia del circuito no es muy grande. Las bobinas de resistencia pueden fabricarse con una precision muy alta, para que - la exactitud de las mediciones dependa principalmente de la constancia del voltaje de la celda estándar.

Los potenciómetros de investigación se diseñan de tal manera que es posible verificar el potenciómetro frente a la celda están

-dar sin perturbar el montaje de las resistencias en el circuito de medición. Las conexiones fijadas para la celda estándar deben extenderse sobre una porción definida del circuito a través de la cual la caída de potencial se ajusta para que sea igual al voltaje de la celda estándar al variar R. Por medio de un interruptor de doble polo y doble tiro, se puede colocar ya sea la celda estándar o la fuerza electromotriz desconocida, en el circuito a través del galvanómetro. Al hacer el primer balance de prueba deben usarse los botones adecuados para contener una resistencia alta en el circuito del galvanómetro y prevenir una corriente alta que fluya a través de la celda estándar. Cuando la caída de potencial del potenciómetro y la fuerza electromotriz de la celda desconocida o de la estándar están cercanamente balanceados, se presiona el botón de sensibilidad para obtener el máximo de sensibilidad del galvanómetro.

Cuando la resistencia total de la celda desconocida es comparativamente pequeña, tal como 100 ohms, una diferencia de potencial aproximadamente 0.0001 volts entre la caída de potencial en el alambre de contacto corredizo y la fuerza electromotriz de la celda desconocida, puede causar que fluya suficiente corriente a través del galvanómetro para producir una deflexión. Sin embargo, si la resistencia de la celda desconocida es de por ejemplo, 5 megohms, la corriente a través del circuito debido a 0.0001 volts es solamente  $0.0001/5 \times 10^6$ , ó sea,  $2 \times 10^{-11}$  amperes, la cual es muy pequeña para girar la bobina de un galvanómetro ordinario. En tal caso, es necesario usar un electrómetro o voltímetro electrónico.

Se han diseñado potenciómetros especiales para trabajar termopares. Estos incluyen el potenciómetro de Wenner y el potenciómetro de White. Los potenciómetros dobles del tipo White son particularmente útiles en calorimetría, donde se desea medir, prácticamente en forma simultánea, dos temperaturas que son apreciablemente diferentes, sin --

- montar de nuevo los cuadrantes.

### Pilas patrón.

La fuerza electromotriz de la pila de Weston en el sistema absoluto es 1.0186 volts a 20°C. Esta celda está montada en un recipiente en forma de U, hermético, con alambres de platino empotrados en las bases para la conexión con los electrodos, como se muestra en la figura (3).

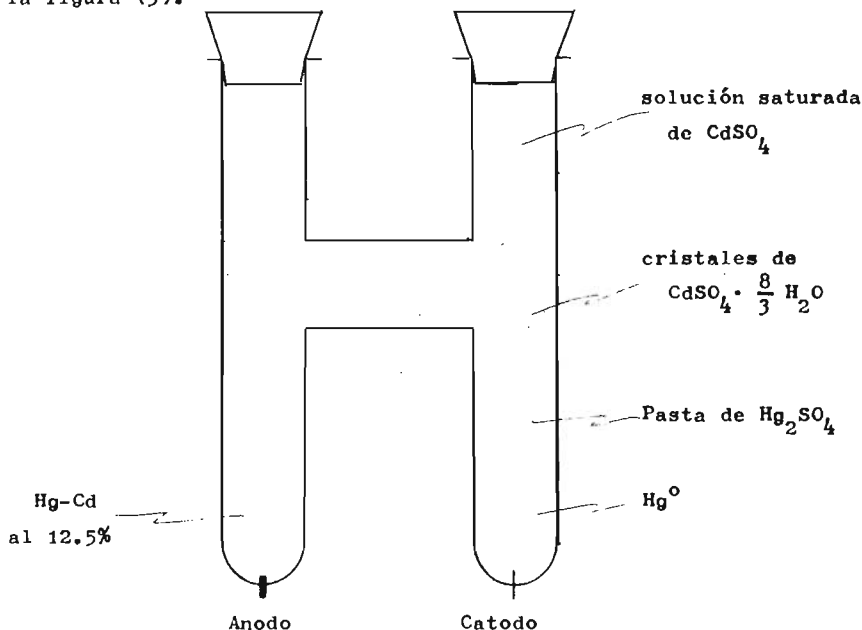


Figura 3. Celda de Weston.

El electrodo consiste en mercurio puro, que está cubierto - por una pasta gruesa de sulfato mercurioso y una pequeña cantidad de - sulfato de cadmio. El electrodo negativo es amalgama de cadmio que -- contiene 12.5% de cadmio. En la parte superior de la amalgama solidificada y de la pasta de sulfato mercurioso se colocan algunos cristales más grandes y claros de sulfato de cadmio; luego se llena con una solución saturada de sulfato de cadmio. Los extremos de los tubos están cerrados dejando suficiente espacio de aire para la expansión térmica. Los materiales se deben purificar minuciosamente. El coeficiente de -

- temperatura de la pila es pequeño, de tal manera que, la fuerza - electromotriz se debe dar con suficiente exactitud.

En las mediciones reales de laboratorio, la celda de cadmio no saturado se usa más comúnmente que la pila de Weston. Esta pila - contiene una solución de sulfato de cadmio saturado a 40C y tiene la v - ventaja que el coeficiente de temperatura (0.00001 volts grado<sup>-1</sup>) es menor que la pila saturada. El voltaje de la pila de cadmio no saturado varía entre 1.01856 y 1.01910 volts.

Deben tomarse las siguientes precauciones al usar pilas pa - trón:

- a) La pila no se expondrá a temperaturas abajo de 40C ó arriba de 40C
- b) Se evitarán cambios repentinos de temperatura, porque ellos pue-- den producir variaciones temporales de varias centésimas de 1% en la fuerza electromotriz.
- c) Todas las partes de la pila estarán a la misma temperatura.
- d) Corrientes en exceso de 0.0001 amperes nunca pasarán a través de la celda.
- e) La fuerza electromotriz de la celda se redeterminará en interva-- los de uno o dos años.

#### Material:

Galvanómetro.

Fuente de poder.

Celda "estándar".

Reóstatos.

Electrodo de calomel hecho en la práctica anterior.

Vaso de precipitados de 250 ml.

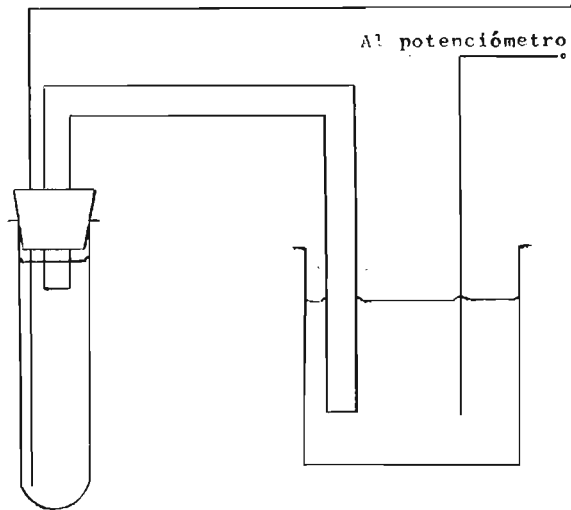
5 cm de alambre de platino.

Quínhidrona.

Soluciones de diferente pH.

**Procedimiento:**

1.- Montaje de la celda desconocida: **En un vaso de precipitados - vacíe la solución de pH desconocido. Después agregue una pizca de quinhidrona e introduzca los electrodos correspondientes según se aprecia en la siguiente figura:**



2.- Conexión de la celda al potenciómetro: conecte la celda al potenciómetro como se muestra en la figura (2).

**PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA 13**

1. Represente la celda formada.
2. ¿Calibró el aparato? ¿Qué importancia puede tener el hacerlo?
3. ¿Por qué se observan distintas diferencias de potencial en cada una de las soluciones que probó?
4. ¿Cuál es el potencial real del electrodo de quinhidrona con respecto al de calomel?
5. ¿Cuál será el valor real que debe indicar la aguja del potenciómetro según el resultado del problema anterior con respecto a la diferencia de potencial obtenida experimentalmente?



## B I B L I O G R A F I A

Francis W. Sears.

Electricidad y Magnetismo.

Editorial Aguilar. Madrid (1972).

David Halliday, R. Resnick.

Física. Parte II. 7a impresión.

Compañía Editorial Continental, S.A. México (1974).

Farrington Daniels.

Curso de Fisicoquímica experimental. 7a edición.

Libros McGraw-Hill. Colombia (1970).

Manuel Urquiza.

Experimentos de Fisicoquímica. 1a impresión.

Editorial Limusa, S.A. México (1974).

**PREGUNTAS PREVIAS A LA PRACTICA 14**

1. Describa la estructura y características de la membrana celular.
2. ¿Qué es un microorganismo gram positivo y uno gram negativo?
3. ¿Cree ud. que se podrían diferenciar una mezcla de ellos por acción de un campo eléctrico?
4. ¿Qué importancia tienen los iones sodio, potasio, calcio y cloruro en una célula?
5. ¿Cómo se prepa un impulso nervioso en un nervio?

## P R A C T I C A 14

## TRANSPORTE ACTIVO DE SODIO A TRAVES DE MEMBRANA

Objetivo: demostrar la formación de un potencial originado por el transporte de sodio a través de una membrana.

## Principios preliminares:

Fenómenos electrocinéticos.

Origen de la diferencia de potencial.

Teoría de la doble capa difusa.

Fuerzas electromotrices en las membranas de las células.

Potenciales bioeléctricos.

Hipótesis de Bernstein.

Propiedades eléctricas de la membrana celular.

Papel de los iones.

Equilibrio intra-extracelular: transporte activo y otros mecanismos de transporte.

Bomba de sodio.

## Fenómenos electrocinéticos:

Los procesos en los que una diferencia de potencial produce el desplazamiento de una fase respecto de otra o en que tales desplazamientos originan diferencias de potencial, reciben el nombre de fenómenos electrocinéticos. Según cuáles sean las fases que se desplazan y la causa del proceso, se distinguen cuatro fenómenos fundamentales. Uno de ellos, la electroósmosis, se explica de la siguiente manera: si se dispone un ladrillo que separe una porción de agua en dos compartimentos y se establece entre ellos una diferencia de potencial, se observa que el nivel del agua sube en uno de ellos por pasaje desde el otro compartimento. El proceso continúa hasta que la diferencia

- de presión hidrostática sea suficiente para oponerse al paso de agua. La electroósmosis no debe confundirse con el proceso de ósmosis, puesto que en la primera no existe diferencia alguna de concentración que pueda originar el movimiento del agua, sino que se trata del desplazamiento de una fase líquida respecto de una sólida debido a una diferencia de potencial eléctrica.

Si en lugar de aplicar una diferencia de potencial al agua de los compartimentos se hace fluir a través del tabique una presión adecuada, su desplazamiento origina una diferencia de potencial que recibe el nombre de potencial de flujo.

En los dos casos mencionados, el agua se mueve respecto de la parte sólida. Si por el contrario, el sólido se desplaza respecto de la fase líquida, se presenta otros dos fenómenos: una diferencia de potencial aplicada a una suspensión de partículas en una fase líquida origina el desplazamiento de aquéllas en un determinado sentido respecto del campo eléctrico, este fenómeno recibe el nombre de electroforesis. Por último, si en un medio líquido se dejan caer, -- por efecto de la gravedad, partículas en suspensión, aparece una diferencia de potencial entre las porciones superiores del líquido y -- las del fondo del recipiente, produciendo un fenómeno conocido como efecto Dorn.

Origen de la diferencia de potencial.

La diferencia de potencial entre una de las fases y la otra, puede deberse fundamentalmente a dos mecanismos:

1. Cuando se trata de una fase no ionizable, como podría ser carbón ó azufre, suspendida en agua, se admite que la carga eléctrica es debida a la fijación de iones en su superficie, los cuáles se adhieren fuertemente por adsorción. En los ejemplos mencionados las partículas se cargan negativamente por adsorción de iones  $\text{OH}^-$ .
2. Cuando las partículas son ionizables, como ocurre en el caso de -

- los jabones o las proteínas, aquéllas se cargan al liberar iones  $H^+$ ,  $OH^-$ , metales alcalinos, etc., a la solución o al tomarlos de ella.

#### Teoría de la doble capa difusa.

La existencia de una diferencia de potencial entre las fases permite explicar los fenómenos electrocinéticos. Por ejemplo, la electroforesis queda explicada si las partículas en suspensión se hacen electropositivas (o electronegativas) respecto del líquido, de modo que se desplazarán en un campo eléctrico hacia el polo negativo (o positivo).

Debido a que las partículas se encuentran cargadas eléctricamente, atraerán de la fase líquida a los iones de signo contrario, dando así origen a la formación de una doble capa eléctrica. De acuerdo con la hipótesis de Helmholtz una de esas capas formaría parte de la superficie de la partícula, mientras que la otra estaría constituida por igual número de cargas de signo contrario dispuestas a una distancia monomolecular de la primera. Se constituiría así una doble capa eléctrica neta.

En la figura (1), la sección (A) delimita la capa fija a la superficie de la partícula y la (B) indica el límite de la doble

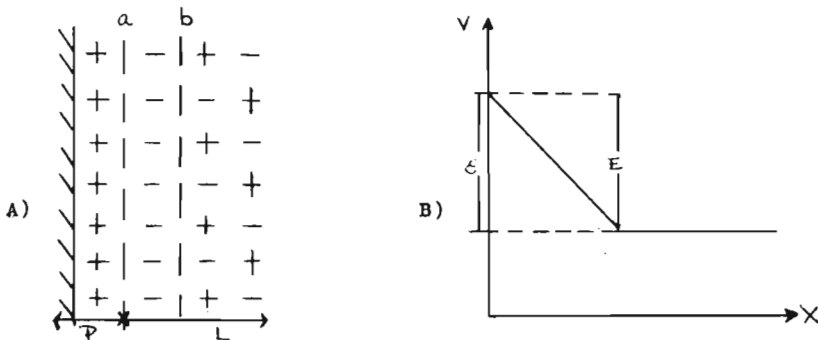


Figura 1. Doble capa eléctrica neta.

capa eléctrica, más allá de la cual hay igual número de cargas positivas y negativas. El perfil del potencial, de acuerdo con esta dis-

-tribución de las cargas se ha representado en la parte (B) de la -- figura (1).

Conforme a esta hipótesis, al aplicar un campo eléctrico: la partícula se desplazaría con su carga positiva, P, mientras que - las cargas negativas quedarían inmóviles en la masa líquida L, la cual se halla representada en la figura (1) a la derecha de la línea A. - En consecuencia, cada partícula se desplazaría sola en vez de arrastrar con ella una capa delgada de líquido, como sería de esperar.

Los hechos se explican mejor si en lugar de una doble capa eléctrica neta se admite, una doble capa eléctrica difusa de acuerdo con Gouy. Según esta hipótesis, una de las capas forma parte de la - superficie como en el caso anterior, pero la contracarga que la compensa no constituye una sola capa neta sino que se haya distribuida en forma difusa, como se representa esquemáticamente en la figura -- (2-A). La capa difusa está comprendida entre las líneas A y C, y po-

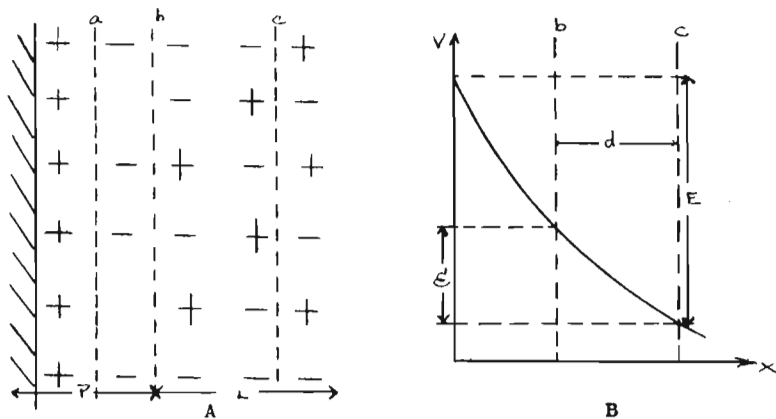


Figura 2. Doble capa eléctrica difusa.

-drá observarse que la carga neta negativa que se ha representado es igual y de signo contrario a la carga positiva de la superficie de la partícula. Más allá de la línea C las cargas positivas y negativas se compensa.

De acuerdo con esta hipótesis al aplicar un campo eléctrico

- la partícula no se desplaza seca, sino rodeada de una capa delgada de líquido, por lo tanto la capa difusa está formada por dos partes: una fija, que constituye un conjunto con la partícula y se desplaza con ella (p), y una libre que queda inmóvil con el líquido (L) al -- desplazarse aquélla. La sección (b) representa la superficie de separación entre ambas partes. Puede observarse que la parte que se desplaza, constituida por la partícula sólida y la delgada capa líquida fija a ella, es todavía positiva respecto del resto del líquido, -- pues las cargas negativas de la porción de agua adherida no alcanzan a compensar las cargas positivas de la superficie.

La figura (2-B) representa el perfil del potencial en este caso. Las líneas b y c tienen en ella igual significado que la figura (2-A). La diferencia de potencial entre la parte que se desplaza y la inmóvil recibe el nombre de potencial electrocinético, magnitud que se representa por la letra griega epsilon,  $\epsilon$ . La diferencia de potencial entre el interior de la partícula y el seno del líquido recibe el nombre de potencial termodinámico y se halla representado en la figura con la letra E. Como se ve, el potencial electrocinético es diferente, en general, del termodinámico. Según la teoría de Helmholtz, ambos potenciales coinciden como se observa en la figura (1-B).

Fuerza electromotriz en las membranas de las células.

Las "pilas eléctricas", que produce las fuerzas electromotrices necesarias para que funciones toda la "instalación eléctrica" del cuerpo humano o de otro ser vivo, se encuentran localizadas en las membranas de las células.

Las membranas están formadas por dos capas monomoleculares de proteínas separadas entre sí por una capa bimolecular de lípidos. Las moléculas de lípido, de forma alargada, están colocadas perpendicularmente a la dirección de la membrana, con un fuerte empaquetamiento, y constituyen un efectivo aislamiento del interior de la cé-

-lula respecto al exterior. No obstante, estas membranas son permeables" a ciertas partículas.

Aunque el interior de la célula es muy complejo, en cuanto aquí interesa, se puede considerar como un fluido homogéneo en el -- que hay disueltos una serie de iones con una concentración determinada. El exterior de la célula está bañado por un fluido intersticial de constitución diferente.

En la tabla (1), se indican las concentraciones, en micromoles por  $\text{cm}^3$ , de ciertos iones en el interior y exterior de una célula determinada del tejido muscular de un mamífero. En otros tipos de células, la composición cuantitativa varía, pero cualitativamente se mantiene siempre muy semejante: una gran concentración de iones sodio y cloro fuera de la célula y muy pequeña dentro de ella, así como una gran concentración de ión potasio y otros aniones ( $\text{A}^-$ ) dentro de la célula, mientras que la concentración exterior es muy escasa.

T A B L A 1

	Fluido intersticial	Fluido intracelular
Cationes:		
$\text{Na}^+$	145 $\mu\text{mol}/\text{cm}^3$	12 $\mu\text{mol}/\text{cm}^3$
$\text{K}^+$	4	155
otros	5	-
Aniones:		
$\text{Cl}^-$	120	4
$\text{A}^-$	34	163

Esta distribución de concentraciones es la responsable del hecho fundamental que trata este capítulo que se pone de manifiesto experimentalmente: si se introduce un microelectrodo de tal forma que atraviese la membrana celular, se observará que entre el fluido intracelular y el extracelular existe siempre una diferencia de potencial, siendo negativo el interior respecto al exterior. Esta diferencia de



- potencial es de  $-90 \text{ mV}$  en el tejido muscular, pero en todas las células oscila entre  $-20$  y  $-100 \text{ mV}$ . Figura (3).

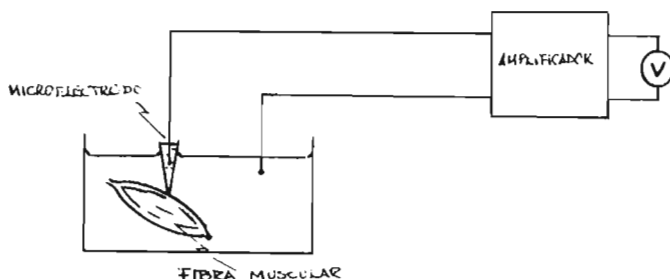


Figura 3. Dispositivo experimental para determinar los potenciales celulares.

El microelectrodo que se observa en la figura, está constituido por un cono de vidrio pequeño y alargado, lleno de solución salina y con el vértice perforado para que el líquido quede en contacto con el interior de la célula.

#### Potenciales bioeléctricos.

Si se secciona un músculo y se aplica un electrodo en la superficie de sección y otro en una zona sana, se registra una diferencia de potencial entre ambos electrodos (figura 4). En este caso,

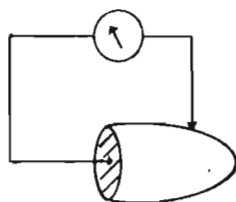


Figura 4. Registro del potencial de lesión.

la parte lesionada se hace electronegativa respecto de la zona sana. Esta diferencia de potencial recibe el nombre de potencial de lesión.

Si se aplican dos electrodos registradores, A y B, sobre la superficie intacta de un músculo y se intercala entre ellos un aparato de registro adecuado como un osciloscopio, se comprueba que,

estando el músculo en reposo no existe diferencia de potencial entre los electrodos.

Si mediante otros dos electrodos S, aplicados cerca de uno de los extremos del músculo se efectúa una pequeña descarga eléctrica de modo que el músculo realice una contracción, se observa que aparecen diferencias de potencial entre los electrodos A y B. El electrodo A se hace primero negativo respecto de B, y luego éste se hace negativo respecto del primero. Ver figura (5).

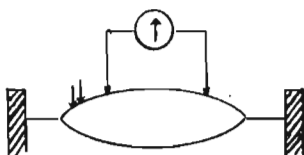


Figura 5. Registro del potencial de acción.

Cuando se presenta este caso, se dice que se desplaza una onda negativa a lo largo del músculo. El registro gráfico de las diferencias de potencial originadas a lo largo del tiempo está constituido, a grandes rasgos, por una curva difásica cuya forma exacta depende de la distancia de separación entre los electrodos registradores (véase la figura 6). Es de hacer notar que, en esta experiencia

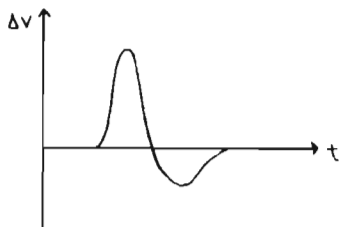


Figura 6. Curva difásica del potencial de acción.

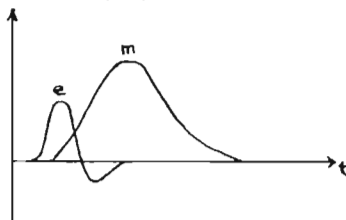


Figura 7. Potencial de acción y mecanograma en músculo.

los fenómenos eléctricos no se pueden considerar producidos por la contracción mecánica del músculo, pues aquéllos se inician antes que ella, como lo muestra la figura (7), en la que se han superpuesto el

- elec trograma e y el mecanograma m de la contracción muscular.

Para comprobar que los procesos eléctricos mencionados tienen lugar, la descarga eléctrica aplicada mediante los electrodos S debe ser lo suficientemente intensa como para provocar la contracción del músculo. La variación de potencial que tiene lugar en cada punto de la superficie muscular o del nervio cuando éstos entran en actividad, recibe el nombre de potencial de acción.

La figura (6) demuestra que cuando en un punto de la superficie de un nervio o del músculo se aplica una pequeña descarga eléctrica, a partir de ese punto se propaga una onda eléctrica negativa a lo largo de la superficie de las fibras. En el caso del músculo esta onda eléctrica es seguida por la contracción; en el caso de la preparación neuromuscular, la onda negativa viaja a lo largo del nervio y -- cuando llega al músculo provoca su contracción.

Puesto que la onda electronegativa existe en el nervio y -- que en el músculo precede a la contracción mecánica, se debe considerar que la pequeña descarga eléctrica que origina los fenómenos mencionados genera un estado que se propaga a lo largo de las fibras musculares o nerviosas, del cual la onda eléctrica es uno de los componentes. A este estado se le llama estado de excitación y en el caso del nervio, el estado de excitación propagado se llama impulso nervioso.

Registrando el paso de la onda negativa por dos puntos separados en una fibra nerviosa, y teniendo en cuenta la distancia de separación y el tiempo empleado por el impulso para propagarse entre ellos, se puede determinar la velocidad con que viaja el estado de excitación. Esta velocidad es del orden de metros por segundo. En consecuencia, el estado de excitación propagado no es una corriente eléctrica, ya que, una señal eléctrica se propaga con una velocidad de -- 300 000 km/seg.

La excitabilidad es la propiedad que tiene el músculo de responder con un estado de excitación a la aplicación de un estímulo, que puede ser eléctrico como en los ejemplos mencionados, o mecánico, químico, luminoso, etc.

Para que un estímulo provoque una respuesta, es necesario que su intensidad sea mayor que un determinado valor mínimo llamado umbral.

Si se aplican dos electrodos, A y B, sobre la superficie de una fibra nerviosa y se hace pasar a través de ellos una corriente de intensidad inferior al umbral, circulará una corriente  $i$  por el líquido que baña la porción de fibra comprendida entre dichos electrodos. Véase la figura (8). Pero, además se comprueba que apare

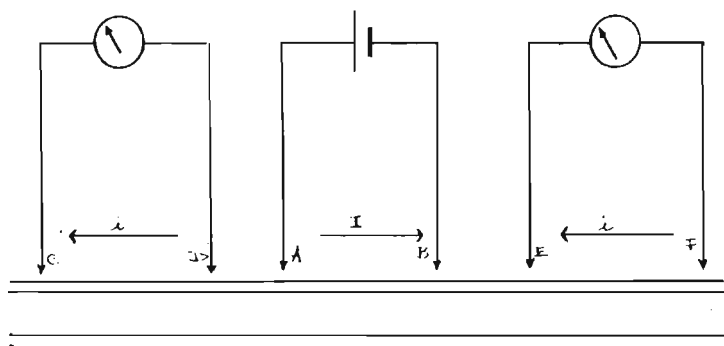


Figura 8. Electrotono. A, B, e I, electrodos y corriente polarizantes; C, D, E, F, electrodos registradores;  $i$ , corrientes electrotonicas.

cen diferencias de potencial en las porciones de fibra comprendidas entre dichos electrodos (regiones extrapolares) y hasta cierta distancia de éstos, las cuales pueden ser medidas mediante electrodos registradores C y D ó E y F. Este fenómeno recibe el nombre de electrotono. Como la superficie de la fibra es conductora, si existen diferencias de potencial, debe haber también corrientes; estas corrientes  $i$ , reciben el nombre de corrientes electrotonicas, y su sentido es el mostrado en la figura (8).

Como se ve en la figura anterior, las corrientes electro-tónicas tienen sentido inverso al de la corriente comprendida entre los dos primeros electrodos A y B, llamados electrodos polarizantes.

Estos fenómenos eléctricos van acompañados por cambios en la excitabilidad y la velocidad de conducción. En la zona en contacto con el cátodo y en sus vecindades, la excitabilidad aumenta, lo mismo que la velocidad de conducción. Este estado se llama catelectrotono. En la zona anódica, la excitabilidad disminuye y la conducción se retarda (anaelectrotono), pudiendo llegar a producirse bloqueo.

#### Hipótesis de Bernstein.

Con el objeto de explicar los potenciales de lesión y de acción, Bernstein supuso que la membrana celular en reposo se halla polarizada, de modo tal, que el interior de la célula es negativo respecto del exterior (figura 9). La causa de esta polarización podría ser la desigual distribución de los iones a ambos lados de la membrana. Por medio de esta hipótesis queda directamente explicado el potencial de lesión.

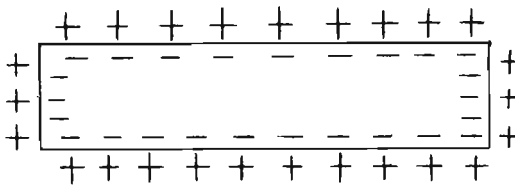


Figura 9. Polarización de la membrana celular.

Para explicar también el potencial de acción, se supuso que la membrana se despolariza en los puntos por donde pasa la onda de excitación y que luego vuelve a polarizarse hasta quedar, por último, en el mismo estado inicial. De esta manera, la superficie de la porción excitada se haría electronegativa respecto a las partes que aún se hallan en reposo. Si de acuerdo con la hipótesis de Bernstein se acepta que los procesos que dan origen a los fenómenos bioe

-léctricostienen lugar en la membrana celular, se infiere que el sistema a estudiar está formado por tres partes fundamentales: la membrana celular, el medio en contacto con su superficie exterior y el medio interior, es decir, el citoplasma.

#### Propiedades eléctricas de la membrana celular.

Si existe a través de la membrana una diferencia de potencial, es de suponer que aquélla tiene cierta resistencia y, en términos generales, cierta impedancia. Esta se puede determinar con corriente continua, con corriente alterna de frecuencia baja o con corriente alterna de alta frecuencia. Se ha comprobado así que la membrana ofrece una alta impedancia a la corriente continua o alterna de baja frecuencia, pero que esta impedancia cae cuando se la mide con corriente alterna de frecuencia elevada. El hecho de que la impedancia de la membrana celular disminuya al aumentar la frecuencia de la corriente, alterna, obliga a suponer la existencia de un elemento capacitivo en la membrana, puesto que la impedancia de un condensador se reduce al aumentar la frecuencia, de acuerdo con la ecuación:

$$X = \frac{1}{2 \pi \nu C} \quad (1)$$

donde X es la reactancia del condensador, C su capacidad y  $\nu$  la frecuencia de la corriente alterna.

Por otra parte el hecho de que la membrana también sea atravesada, aunque en menor grado por la corriente continua o alterna de baja frecuencia implica la existencia de una resistencia óhmica en paralelo con el condensador (si la resistencia y el condensador estuviesen en serie, el último impediría el pasaje de la corriente continua) Véase la figura (10).

De acuerdo con lo visto hasta aquí y desde el punto de vista de su impedancia se podría esquematizar la membrana celular mediante un circuito equivalente como el mostrado en la figura (10).

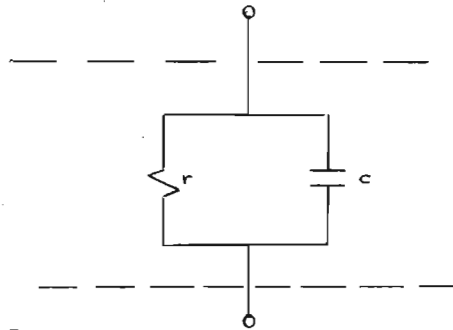


Figura 10. Impedancia de la membrana celular: circuito equivalente.  $r$  resistencia transversal;  $C$  capacidad.

De acuerdo con todo lo anterior, la membrana celular se halla además polarizada, de modo que se le debe atribuir también una fuerza electromotriz. Si se desea representar el circuito equivalente para el caso de una fibra, se debe tener en cuenta tanto la capa de líquido que la baña por fuera, como el citoplasma interior, siendo ambos capaces de conducir corrientes a lo largo de la fibra y además cada uno de ellos tiene una determinada resistencia específica. Por lo tanto, la membrana de una fibra puede quedar representada por una sucesión de circuitos elementales (figura 11), formados por una resis-

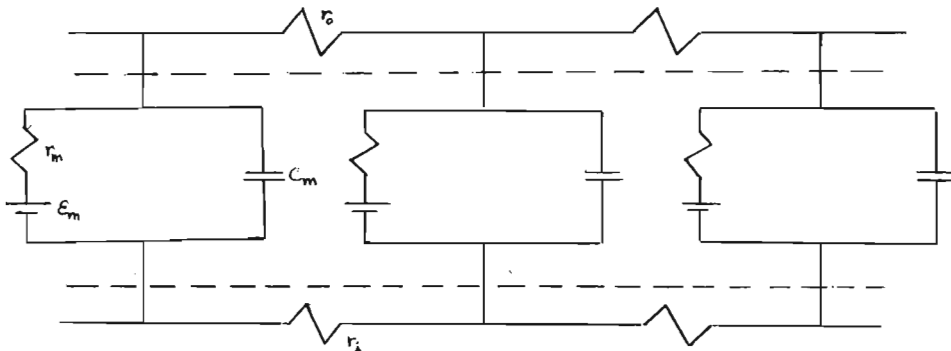


Figura 11. Circuito equivalente de la membrana de la fibra nerviosa.

-tencia  $r_m$ , una capacidad  $C_m$  y una fuerza electromotriz  $E_m$ , contenidos en el espesor de la membrana y unidos entre sí, por fuera y por dentro por las resistencias  $r_o$  del medio exterior y  $r_i$  del citoplasma, respec

-tivamente.

Mediante un puente de Wheatstone suficientemente sensible, es posible, determinar con bastante precisión la capacidad de la membrana. La resistencia transversal de la membrana  $r_m$ , se puede calcular haciendo circular corriente a lo largo del cilindro eje y estudiando su distribución sobre la base del circuito equivalente. La resistencia específica del citoplasma se puede determinar exprimiéndolo y procediendo como en el caso de una solución. En cuanto a la diferencia de potencial a través de la membrana, puede medirse mediante dos electrodos, uno aplicado en su superficie exterior, y el otro introducido a lo largo de la fibra.

Los valores obtenidos en el cilindro eje de calamar para - distintos elementos estudiados son los siguientes:

Resistencia transversal de la membrana	$r_m = 1000 \Omega \text{ cm}^2$
Resistencia específica del citoplasma	$\rho_i = 29 \Omega \text{ cm}$
Resistencia específica del medio exterior (agua de mar)	$\rho_o = 20.5 \Omega \text{ cm}$
Capacidad de la membrana	$C_m = 1 \mu\text{f}/\text{cm}^2$
Diferencia de potencial a través de la membrana	$V_m = - 50 \text{ mV}$

Se ha comprobado que la capacidad de la membrana no cambia durante la excitación; en cambio su resistencia transversal cae a valores muy bajos comparados con los de reposo. Las variaciones de la conductancia  $G_m$  (inversa de la resistencia) a lo largo del tiempo, - durante el estado de excitación tienen la forma que se muestra en la figura (12). Como se ve, la conductancia aumenta rápidamente hasta un

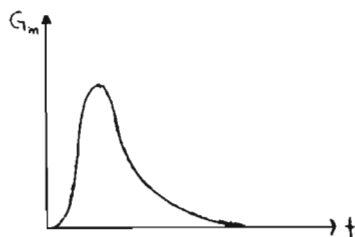


Figura 12. Variación de la conductancia de la membrana durante la excitación.



- máximo y luego descend más lentamente a su valor de reposo. En el cilindro eje del calamar el proceso dura aproximadamente 5 mili segundos y el valor máximo de la conductancia es alrededor de cincuenta veces superior al de reposo.

Las variaciones de potencial que tienen lugar durante la excitación pueden ser registradas con el mismo dispositivo empleado para determinar el potencial de reposo. Los resultados obtenidos - se muestran en la figura (13).

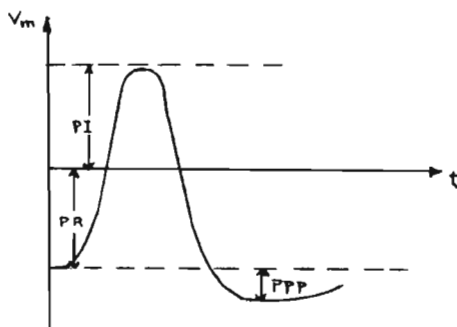


Figura 13. Potencial de la membrana durante el estado de excitación.

Como se ve en esta figura, en lugar de lo que establecía la hipótesis de Bernstein, la membrana no solo se despolariza sino que invierte su potencial, de modo que el interior llega a hacerse positivo respecto del exterior. La diferencia de potencial en reposo es, como ya se sabe, de  $-50$  mV. Este valor que se llama potencial de reposo, está representado en la figura por la distancia PR. A la máxima diferencia de potencial alcanzada durante la inversión del potencial, PI, se llama potencial invertido. En la figura se ve que al descender el potencial no vuelve directamente a su valor de reposo, sino que primero se hace más negativo que éste, para luego ascender a su valor inicial. Este exceso, señalado en la figura por la distancia PPP, recibe el nombre de pospotencial positivo; se llama positivo a pesar de ser realmente negativo, porque cuando se ini

-ción el estudio, el potencial de la membrana se expresaba por la diferencia de potencial entre el exterior y el interior, es decir,  $V_m = V_o - V_i$ ; la gráfica resulta entonces invertida.

Las variaciones de potencial que ocurren durante la excitación suelen representarse tomando el potencial de reposo como línea de base. Figura (14).

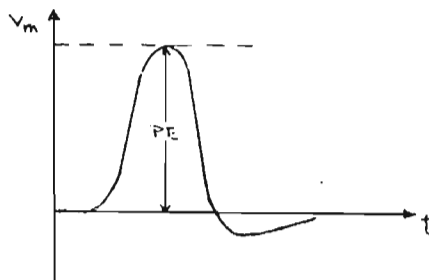


Figura 14. Potencial de la membrana durante el estado de excitación referido al potencial de reposo.

La máxima variación de potencial, representada por el trazo  $P_E$ , se llama potencial de espiga.

#### Equilibrio intra-extracelular: transporte activo y otros mecanismos de transporte.

Si bien es cierto que la composición de la célula se mantiene relativamente constante, existe entre ella y el exterior un permanente intercambio de sustancias, de modo que el sistema no se halla realmente en equilibrio, sino en estado estacionario.

La especial distribución de los solutos entre el interior y el exterior de la célula es fundamentalmente consecuencia de un determinado tipo de proceso que recibe el nombre de transporte activo.

Como ya se ha visto, el ión sodio entra permanentemente al interior de la membrana debido a la diferencia de concentración y al gradiente de potencial; sin embargo, a pesar de este pasaje, la concentración interior de sodio, no cambia, lo que conduce a la siguiente conclusión: si el ión sodio está entrando constantemente y su con-

-centración en el interior de la fibra no aumenta, existe otro mecanismo cuya función es la de restituir ese ion al medio exterior a medida que ingresa. Este mecanismo, por supuesto, debe consumir energía.

En el caso de la fibra nerviosa existe un mecanismo análogo que recibe el nombre de bomba de sodio. Este mecanismo transporta dicho ión en contra del gradiente de concentración, y del campo eléctrico y consume energía libre, la cual es suministrada por los procesos metabólicos.

Los mecanismos de transporte de solutos en contra del gradiente de concentración y/o del campo eléctrico que se realiza con gasto de energía reciben el nombre de procesos de transporte activo.

Procesos de esta clase existen en todas las células y han sido especialmente estudiados en muchas estructuras como fibras nerviosas, músculo, glóbulos rojos, mucosas gástrica e intestinal, etc. En todas ellas son los responsables de la concentración desigual de los iones y de las diferencias de potencial que aparecen a través de la membrana en reposo, y contribuyen a determinar la distribución del agua y los demás solutos entre el interior de la célula y el medio que la rodea.

Para comprender cómo el transporte activo contribuye a distribuir los iones de una determinada manera y a generar una diferencia de potencial a través de la membrana celular, se considera una célula imaginaria en la que sólo entran en juego los iones  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$  y  $\text{Cl}^-$  y en la que únicamente el primero es transportado activamente. Esto podría constituir un modelo simplificado de fibra muscular.

Si se imagina en primer lugar que, no existiese ningún mecanismo de transporte activo, la membrana por ser permeable a los tres iones en juego, haría que se distribuyeran uniformemente a ambos lados de ella, de modo que no existirían diferencias de concen-

-tracción ni de potencial. Esto se muestra en la figura (15-A), en la

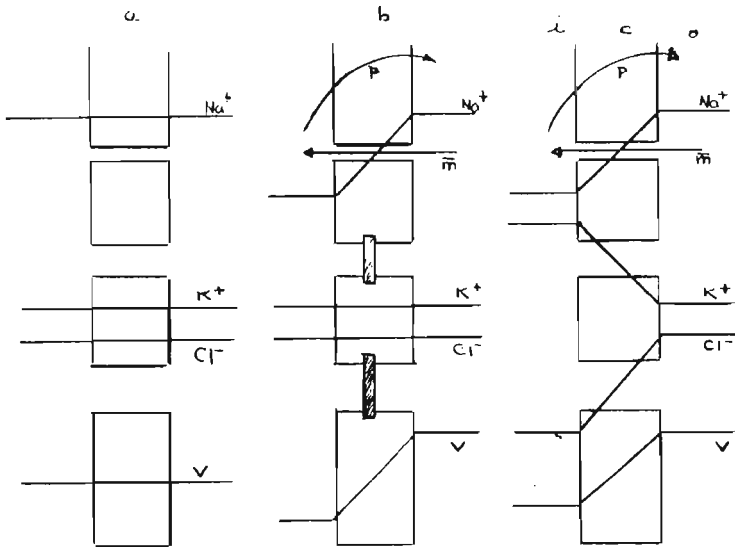


Figura 15. Efectos del transporte activo sobre la distribución iónica y el potencial de la membrana.

- cual las concentraciones y el potencial están representados por rectas horizontales, y las permeabilidades a los iones, por poros que atraviesan las membranas.

Si ahora se supone que en un momento dado la membrana se hiciese impermeable al  $\text{K}^+$  y al  $\text{Cl}^-$  y que comenzase a funcionar la bomba de sodio  $P$ , llevando a este ión al exterior y provocando una disminución de su concentración interior (figura 15-B). Ahora bien, como el sodio es un catión, este transporte daría lugar a un exceso de cargas positivas fuera de la célula y un defecto dentro de ella, de modo que el potencial exterior se haría positivo respecto al interior. Por último, como consecuencia de la diferencia de concentración y del campo eléctrico creados, el ión sodio, comenzaría a escurrir pasivamente hacia dentro y la bomba se volvería a eliminar constantemente hacia el

- exterior.

Si se supone ahora que se restablece la permeabilidad de la membrana para los iones potasio y cloruro (figura 15-C): debido a la diferencia de potencial, el primero de estos iones se dirigiría al interior de la célula, mientras que el segundo saldría de ella; la entrada de cargas positivas (iones potasio) y la salida de negativas (cloruro) haría disminuir gradualmente el potencial exterior a medida que esos iones se desplazasen y el proceso se detendría cuando las concentraciones hubieran alcanzado los valores correspondientes al potencial de equilibrio. La célula quedaría entonces en estado estacionario, con su membrana polarizada, los iones potasio y cloruro en equilibrio, y el ión sodio permanentemente bombeado hacia el exterior a medida que difunde hacia adentro.

Aunque participan otros procesos, éste sería a grandes rasgos, el estado en que se encuentra la fibra muscular en reposo, por supuesto sin pasar por los estados A y B que figuran en la explicación.

Aparte del transporte activo, se produce intercambio de sustancias a través de la membrana celular por otros mecanismos.

Difusión pasiva.

Aunque otros tipos de transporte también son pasivos en el sentido de que ocurren sin consumo de energía del metabolismo, para evitar confusiones se va a llamar difusión pasiva la que tiene como únicas causas los gradientes de concentración, de potencial y de presión hidrostática. Dentro de esta categoría se distinguen varios tipos de flujo: difusión pasiva independiente, difusión pasiva con competencia y flujo facilitado.

Difusión pasiva independiente.- En este tipo de difusión, cada partícula se mueve independientemente de las demás. Cuando se trata de un no electrolito o de iones en ausencia de campo eléctrico, el flujo está dado por la ley de Fick. En el caso de los iones en pre

-sencia de campo eléctrico, la ecuación que relaciona el flujo con la diferencia de concentración y con la diferencia de potencial depende de ciertas suposiciones acerca del campo eléctrico. Si el soluto se halla en un solo lado de la membrana, sea iónico o no electrolito y aún en presencia de campo eléctrico, el flujo es directamente proporcional a la concentración.

En el caso de los iones la constante de proporcionalidad depende de la permeabilidad de la membrana, de la diferencia de potencial y de ciertas suposiciones sobre el campo. En el caso de un no electrolito, la expresión se reduce a la ecuación (10) cuando algunas de las concentraciones es nula.

Difusión pasiva con competencia.- En muchos casos las partículas se difunden impulsadas por el gradiente de concentración y por el campo eléctrico, pero unas pueden influir en otras interfiriendo en cierto modo su paso a través de la membrana. Si la sustancia en cuestión difunde a través de poros, éstos podrían ser poco numerosos comparados con la cantidad de partículas que podrían pasar y algunas de ellas al ocupar los poros durante el paso, impedirían el desplazamiento de las otras. Esto podría ocurrir entre partículas de la misma o de diferentes sustancias. En el segundo caso se dice que existe competencia de las sustancias por los sitios que permiten el paso. La causa de la interferencia podría ser el diámetro de los poros y su longitud. Si fuesen suficientemente largos para alojar varias partículas, las que ingresan en el poro por uno de sus extremos impedirían el paso de partículas en sentido contrario. Véase la figura (6).

Flujo facilitado.- En algunos casos, el pasaje de una sustancia se explica por la participación de un componente de la membrana que hace las veces de transportador. El proceso se puede observar en la figura (7). En este caso no es necesario el suministro de energía libre, pues la concentración interior de A es mayor que la exte-

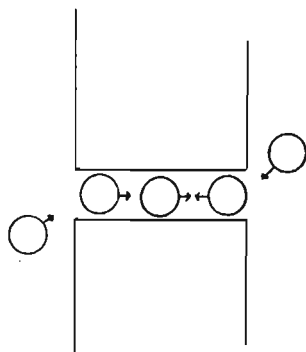


Figura 16. Difusión pasiva con competencia por paso a través de poros largos.

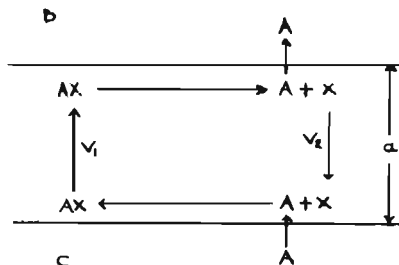


Figura 17. Participación de un transportador en el flujo facilitado; B medio exterior; C interior celular; a espesor de la membrana.

-rior, y esto desplaza todos los equilibrios en el sentido mostrado en la figura.

Cualquiera de las dos velocidades  $v_1$  y  $v_2$  podría ser bastante lenta, comparada con los demás procesos, como para constituirse en el paso limitante de la velocidad de transporte de la sustancia. Esto hace que el flujo no pueda crecer en forma ilimitada al aumentar la concentración de uno de los lados, como ocurriría en el caso de la difusión pasiva independiente. En el caso de la difusión facilitada el flujo también aumenta al aumentar la concentración pero lo hace acercándose asintóticamente a un valor límite  $\bar{m}_{max}$ , determinado por el sistema transportador (figura 18).

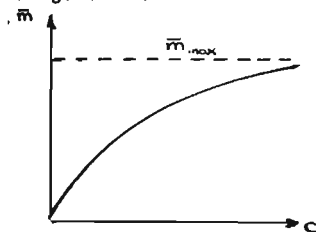


Figura 18. Flujo facilitado en función de la concentración.

El ión calcio parece ser absorbido en el intestino mediante este mecanismo. También en este tipo de proceso puede existir el fenómeno

-meno de la competencia de diferentes sustancias por el transportador, de modo que la clasificación de los diferentes mecanismos no es absoluta.

#### Contratransporte.

Si se equilibran glóbulos rojos en una solución que contenga glucosa hasta que la concentración interior se haga igual a la del baño, y se agrega luego a éste otro monosacárido, se comprueba que la concentración interior de glucosa disminuye por transporte hacia afuera, en contra del gradiente de concentración. Como la glucosa va de una concentración más baja a una más alta, el proceso requiere del suministro de energía libre, pero ésta no es provista por la célula sino por el otro monosacárido agregado al baño, el cual se desplaza hacia adentro en el sentido en que la concentración disminuye y, por lo tanto, con pérdida de energía libre. Este proceso, que recibe el nombre de contratransporte, podría ser explicado por un mecanismo semejante al del flujo facilitado, como se puede apreciar en la figura (19), que explica el posible mecanismo del contraflujo, para el caso de que las concentraciones exteriores de A y de B sean mayores que las interiores.

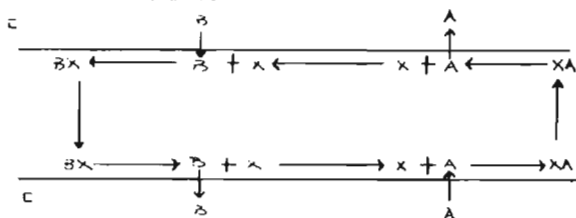


Figura 19. Esquema explicativo del contratransporte mediante un transportador. E, medio exterior; C, interior celular.

#### Difusión de intercambio.

Estudios sobre el flujo de sodio hacia afuera en músculo con sodio radiactivo, comprobaron que la radiactividad perdida por el músculo era mayor que la que podía explicarse por el funcionamiento de la bomba de sodio. Se supuso entonces que el mecanismo de trans-



-porte activo se suma un proceso llamado difusión de intercambio, por el cual un ión del interior es intercambiado por otro igual de la parte externa, independientemente de cuáles sean las concentraciones y la diferencia de potencial en ambos lados de la membrana. El proceso no requiere energía libre, pues por cada ión que gana cierta cantidad de ella al pasar en un sentido, otro pierde igual cantidad pasando en sentido contrario. La existencia de difusión de intercambio en el músculo está de acuerdo también con el hecho de que el flujo de sodio hacia afuera disminuye cuando el músculo es colocado en un baño en el que el sodio ha sido reemplazado por otro ión, como por ejemplo el litio.

#### Bomba de sodio (Transporte activo).

El mecanismo de la bomba de sodio a nivel molecular es hasta ahora desconocido, pero sin embargo, existen indicios de la posible presencia de un transportador y de que el proceso tenga una probable naturaleza enzimática.

Los estudios hechos sobre la cinética de la pérdida de sodio y ganancia de potasio por la fibra nerviosa han sugerido la participación de una hipotética especie química, la cual se desplazaría desde el interior de la membrana hacia su cara externa transportando sodio, y volvería hacia adentro llevando potasio. Una especie que cumple funciones como ésta recibe el nombre de transportador. En el caso del cilindro del calamar, el transportador podría cumplir su función en el espesor de la membrana a, de acuerdo con la figura (20).

Junto a la cara interna de la membrana, el transportador se combina con el ión sodio, dando el compuesto  $XNa^+$ . El equilibrio de esta transformación se encuentra completamente desplazado hacia la derecha, porque la concentración de sodio es baja y este ión difunde -- desde el interior de la célula C a la región interna de la membrana.

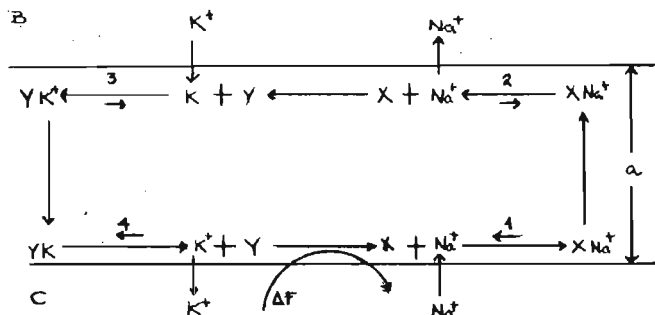


Figura 20. Explicación del transporte activo mediante un transportador. B, medio exterior; C, medio interno celular; a, espesor de la membrana.

Por estar el equilibrio desplazado hacia la derecha, la concentración de  $XNa^+$  es alta en esa zona y el compuesto difunde hacia la región exterior. En esta parte, la concentración del transportador X es baja, de modo que el equilibrio se desplaza hacia la izquierda dejando ión sodio en libertad, el cual difunde hacia el baño B. Ahora bien el transportador X se transforma espontáneamente en otra estructura Y, la cual realiza un proceso análogo con el ión potasio. En la región interna de la membrana el transportador Y proveniente del equilibrio 4 se transforma en la estructura X, y se cierra el ciclo.

Con lo descrito hasta ahora solamente, este ciclo no podría funcionar. En efecto, si en la región exterior de la membrana el transportador X se transforma espontáneamente en Y, no es posible que ocurra también forma espontánea la transformación inversa, como sucede en la zona interna. Si el primer proceso es espontáneo, ello significa que se realiza con pérdida de energía libre. Luego el proceso inverso debe realizarse con ganancia, y esto, sólo puede ocurrir por acoplamiento con otras reacciones, como la hidrólisis del ATP, que suministren la energía libre necesaria. La provisión de energía libre  $\Delta F$  por los procesos metabólicos se lleva a cabo gra-

-cias a enzimas que los catalizan. La causa más importante de la existencia de una diferencia de potencial de membrana radica fundamentalmente en las propiedades de la bomba de sodio junto con la diferencia de permeabilidades de los iones de sodio y potasio.

Supóngase una situación inicial en la que una célula tuviera las mismas concentraciones, dentro y fuera de la misma, de todos los iones que toman parte en el proceso (figura 21).

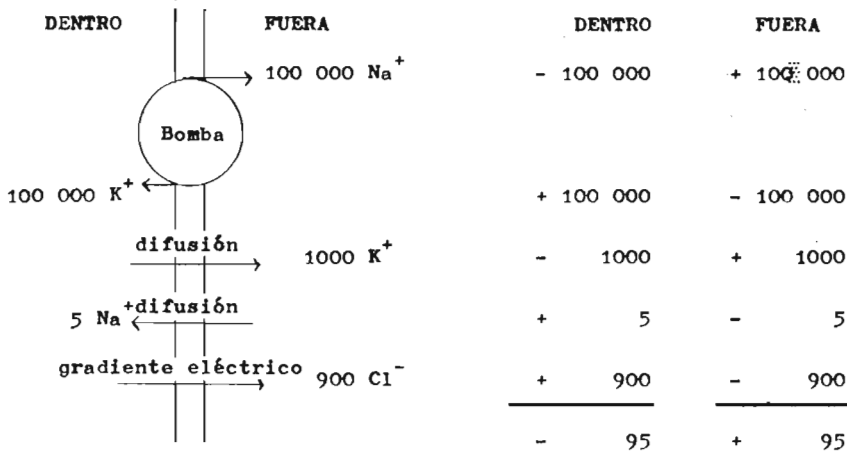


Figura 21. Esquema que muestra cómo funcionaría la bomba de sodio a partir de una situación de equilibrio de concentraciones y de potenciales dentro y fuera de la célula. Después de la primera "bombeada" habría un paso de 95 cargas positivas desde el interior y éste quedaría cargado negativamente. La bomba de sodio opera con juntamente con la difusión y el gradiente eléctrico.

Y supóngase que en un tiempo muy corto se produce una operación de la bomba de sodio que lleva un número determinado de iones sodio fuera e iones potasio dentro. Los iones negativos compensaban antes con toda exactitud a los positivos y siguen compensándolos ahora. Pero inmediatamente opera la difusión de iones sodio y potasio. En ese periodo salen muchos más potasios que sodios que entran y la parte exterior queda cargada con signo positivo. Parte de esta carga queda compensada, porque como consecuencia de la diferencia de poten

ciel que se ha establecido emigran iones cloro hacia afuera, pero como la migración se produce precisamente a consecuencia de la diferencia de potencial, no pueden terminar por anularla, y queda al final del bombeo, un exceso de iones positivos fuera y un excceso de negativos dentro: la membrana queda cargada a un ligero potencial.

En los siguientes bombeos, las cosas ocurren de forma similar, con la diferencia de que los flujos en una y otra dirección vienen modificados respecto a lo anterior, porque se produce una diferencia de potencial que tiende a llevar iones positivos al inte-rior y negativos al exterior.

De todas formas, la variación de concentraciones y de po-tencial prosigue hasta que se establece un estado estacionario en -el que el número de iones de cada tipo que entra es igual al que sale. Concretamente, como además es igual el intercambio de iones so-dio y potasio por efecto de la bomba, también tiene que ser igual y de signo contrario el intercambio de los dos mismos iones por efec-to de difusión. Al mismo tiempo, la tendencia del cloro a salir, como consecuencia del potencial negativo que existe dentro, queda e--xactamente compensada por la tendencia del cloro a entrar debido a la mayor concentración que existe fuera y se llega, por fin, al es-tado de equilibrio.

#### Equilibrio de Donnan.

Muchas de las proteínas del organismo, se hallan en esta-do de dispersión coloidal, en un medio que contiene iones. Tales --sistemas están en compartimentos separados por barreras como la membrana celular, las paredes de los vasos, etc., impermeables a las -proteínas, pero permeables en mayor o menor grado a los iones y a otros solutos. La presencia de proteínas en medios separados por ta-biques de esa naturaleza da lugar a una distribución especial de los iones, que recibe el nombre de equilibrio de Donnan.

De acuerdo con la figura (22), se tiene un sistema constituido por dos compartimentos, separados por un tabique que no deja pasar las partículas coloidales, pero que puede ser atravesado por los iones.



Figura 22. Equilibrio Donnan.

Uno de los compartimentos contiene una dispersión de pro--teinato de sodio (PrNa) de molaridad M<sub>1</sub>. En el otro se encuentra una solución de cloruro de sodio de molaridad M<sub>2</sub>. El compartimento 1 contendrá los iones Pr<sup>-</sup> y Na<sup>+</sup> resultantes de la disociación del protei--nato de sodio, mientras que el compartimento 2 contendrá los iones -Cl<sup>-</sup> y Na<sup>+</sup>. Las molaridades M<sub>1</sub> y M<sub>2</sub> son las iniciales, pués el siste--ma no se mantendrá en equilibrio tal; aún en el caso particular de -que ambas molaridades sean iguales, el ión cloruro difundirá del compartimento 2 hacia el 1, y por llevar consigo carga negativa originará un desequilibrio eléctrico que sólo se restablecerá por un desplazamiento de igual cantidad de ión sodio (positivo) en el mismo senti--do. En el nuevo equilibrio, se habrá desplazado un número n de moles de cloruro de sodio del compartimento 2 hacia el 1 y las nuevas concentraciones serán:

$$\left| \text{Na}^+ \right|_1 = M_1 + \frac{n}{V_1} \quad \left| \text{Cl}^- \right|_1 = \frac{n}{V_1}$$

$$\left| \text{Na}^+ \right|_2 = M_2 - \frac{n}{V_2} \quad \left| \text{Cl}^- \right|_2 = M_2 - \frac{n}{V_2}$$

Estas concentraciones están relacionadas a partir de relaciones ter--modinámicas.

Si con esas concentraciones se transporta un ión gramo clo

-rro del compartimento 1 al 2, de acuerdo con la variación de energía libre se tiene:

$$\Delta F = R T \ln \frac{|Cl^-|_2}{|Cl^-|_1} \quad (2)$$

El sistema realizaría en ese caso un trabajo eléctrico, es decir, la transformación tendría lugar con trabajo útil. Pero si al mismo tiempo se transporta un ión gramo sodio, el trabajo eléctrico será nulo. La variación de energía libre correspondiente al transporte del sodio está dada por:

$$\Delta F = R T \ln \frac{|Na^+|_2}{|Na^+|_1} \quad (3)$$

y en ese caso la transformación completa reunirá las condiciones necesarias para aplicar las condiciones de reversibilidad de un sistema en equilibrio respecto a la variación de energía libre, por lo que, si esos iones se encuentran en equilibrio, la variación total de energía libre deberá ser nula:

$$R T \ln \frac{|Cl^-|_2}{|Cl^-|_1} + R T \ln \frac{|Na^+|_2}{|Na^+|_1} = 0 \quad (4)$$

De esta ecuación se puede obtener la siguiente relación:

$$\frac{|Na^+|_1}{|Na^+|_2} = \frac{|Cl^-|_2}{|Cl^-|_1} = r \quad (5)$$

En la ecuación (5) se puede observar la relación entre los cationes, que es la inversa de la relación de los aniones. El cociente  $r$  se le conoce como relación de Donnan.

De la ecuación (5) se obtiene:

$$|Na^+|_1 |Cl^-|_1 = |Na^+|_2 |Cl^-|_2 \quad (6)$$

y como las concentraciones de cloruro y de sodio en el compartimento 2 son iguales, se tiene:

$$|Na^+|_1 |Cl^-|_1 = |Na^+|_2^2 \quad (7)$$

### Papel de los iones.

Si en una solución de electrolitos de concentración uniforme se introduce un par de electrodos, se genera una diferencia de potencial, y consecuentemente se da una migración de iones a los electrodos correspondientes. Sin embargo, la velocidad de migración de los aniones y cationes no es necesariamente la misma. La movilización de iones no sólo origina una migración por acción de un campo eléctrico, sino también puede obedecer a diferencias de concentración. Ahora bien si un determinado ión se encuentra sometido a la vez a los efectos de un campo eléctrico y de un gradiente de concentración, su velocidad será la resultante de las velocidades que produciría por separado cada uno de estos factores.

Para un gradiente dado de concentración existe un determinado campo eléctrico capaz de compensar exactamente los efectos de aquél de modo que, no se produzca corriente iónica. Se puede demostrar que esta misma condición se cumple no sólo para la diferencia de potencial y la diferencia de concentración en un punto, sino también, para la diferencia de potencial y la diferencia de concentración entre dos puntos separados. En consecuencia, para cada diferencia de concentración de un determinado tipo de ión existe una diferencia de potencial capaz de oponerse exactamente a los efectos de aquélla de modo que la corriente iónica sea nula. Esta diferencia de potencial recibe el nombre de potencial de equilibrio para esa diferencia de concentración y su valor está dado por la ecuación:

$$\mathcal{E} = V_B - V_A = \frac{R T}{n F} \ln \frac{C_A}{C_B} \quad (8)$$

Compárese esta ecuación con la fórmula de Nernst y obsérvese que además de representar otro hecho, difiere también en el orden de las concentraciones en el cociente.

Cuando la movilidad de los iones se debe a una diferencia de

- concentración, el flujo de ellos está dado por la ley de Fick:

$$\bar{m} = \frac{D}{a} (C_o - C_i) \quad (9)$$

donde D es el coeficiente de difusión; a es el espesor de la membrana. Ya que estos dos factores son constantes, en el caso particular de un espesor determinado y cuando no existe campo eléctrico, y aún con campo eléctrico para los no electrolitos el flujo es directamente proporcional a la diferencia de concentración:

$$\bar{m} = -P \Delta C \quad (10)$$

donde P es el coeficiente de permeabilidad y depende de la membrana y de los iones en cuestión.

En el caso particular del cilindroeje, su membrana es muy permeable a los iones potasio y cloruro, pero su permeabilidad al sodio es relativamente baja.

La composición iónica del citoplasma, así como la del medio exterior puede ser determinada por análisis químico. Para el caso del cilindroeje amielínico del calamar, la composición iónica -- del citoplasma y la del medio exterior (agua de mar) se da en la ta

	Na	K	Cl
Citoplasma	65	340	140
Agua de mar	460	10	540

Tabla II. Composición iónica del axoplasma de calamar y del agua de mar. Concentraciones expresadas en mmol/lit.

Si se modifica la concentración de sodio, e incluso se lo reemplaza completamente por otro ión, se observa que el potencial de reposo no se modifica mayormente. En cambio, las variaciones en la concentración de potasio producen modificaciones notables en dicho potencial. En términos generales, al aumentar la concentración de potasio, la membrana se va despolarizando, y para concentraciones superiores a 50 mmol/lit se cumple aproximadamente la ecuación (2). Esto



- haría pensar que el potencial de reposo de la membrana es simplemente un potencial de equilibrio de potasio, si no fuera por la falta de coincidencia de los resultados experimentales con los de la ecuación (8) a concentraciones bajas. Esta discordancia se muestra en la figura (23), en la que se representa el potencial de la membrana en función de la concentración de potasio.

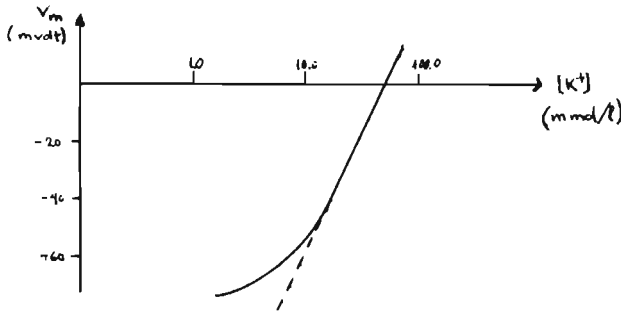


Figura 23. Potencial de la membrana y concentración exterior de iones K en el cilindro eje.

La línea llena representa el potencial real, y la punteada el que debería tener la membrana si su potencial fuese el de equilibrio del potasio. De todos modos hay un hecho cierto que surge de estas observaciones: el aumento de concentración de potasio despolariza la membrana. Si la concentración de potasio es suficientemente alta, la membrana llega a hacerse inexcitable.

Ahora bien, si se supone que solo el movimiento pasivo de los iones impulsado por el gradiente de concentración o por el campo eléctrico puede transportar cargas eléctricas a través de la membrana, y que en reposo no circula corriente a través de ella, el potencial de la misma puede ser calculado a partir de los valores dados en la tabla II. En efecto, sobre la base que se acaba de mencionar puede demostrarse que el potencial de reposo de la membrana está dado por:

$$V_m = \frac{RT}{F} \ln \frac{P_K \left| K \right|_o + P_{Na} \left| Na \right|_o + P_{Cl} \left| Cl \right|_i}{F_K \left| K \right|_i + P_{Na} \left| Na \right|_i + P_{Cl} \left| Cl \right|_o} \quad (11)$$

En la que  $|K|_o, |Na|_o, |Cl|_o$  y  $|K|_i, |Na|_i, |Cl|_i$  representan las molaridades exteriores e interiores de los respectivos iones, y  $P_K, P_{Na}, P_{Cl}$ , sus permeabilidades. Comparando la ecuación (8) y la ecuación (11) se ve que son coherentes: ambas son de forma semejante y en los dos casos la corriente transportada por los iones es nula; en el primero por tratarse de un solo tipo de ión en equilibrio; en el segundo, porque se anulan entre si las corrientes transportadas por los diferentes iones.

Es razonable que en el caso de varios iones, cuando la corriente total es nula, cada uno participe en mayor o menor grado, de acuerdo con su permeabilidad.

En el caso del cilindro eje del calamar, el ión cloruro se halla en equilibrio. Por lo tanto para este ión se puede escribir:

$$V_m = \frac{R T}{F} \ln \frac{|Cl|_i}{|Cl|_o} \quad (12)$$

De esta ecuación y de la ecuación (11) se deduce:

$$\frac{P_K |K|_o + P_{Na} |Na|_o + P_{Cl} |Cl|_i}{P_K |K|_i + P_{Na} |Na|_i + P_{Cl} |Cl|_o} = \frac{P_{Cl} |Cl|_i}{P_{Cl} |Cl|_o} \quad (13)$$

Rearreglando:

$$\frac{P_K |K|_o + P_{Na} |Na|_o}{P_K |K|_i + P_{Na} |Na|_i} = \frac{P_{Cl} |Cl|_i}{P_{Cl} |Cl|_o} \quad (14)$$

Igualando la ecuación (13) con la (14) se tiene:

$$V_m = \frac{R T}{F} \ln \frac{P_K |K|_o + P_{Na} |Na|_o}{P_K |K|_i + P_{Na} |Na|_i} \quad (15)$$

Como la permeabilidad al sodio y la concentración interior de este ión son bajas, el segundo término del denominador de la ecuación (15) puede ser despreciado frente al primero. Por el contrario, como la concentración exterior de Na es alta, mientras que la de K es baja, no se puede hacer una simplificación análoga en el numerador, porque

- se esta considerando el potencial debido a este ión. Por ese motivo, cuando la concentración exterior de K es baja, el potencial de la membrana se aleja del potencial de equilibrio de ese ión. En cambio, para concentraciones exteriores de potasio altas, el término correspondiente al sodio exterior puede despreciarse y el potencial de la membrana se acerca al potencial de equilibrio del potasio, como se demuestra en la figura (23).

Tanto el sodio como el potasio no se hayan en la célula distribuidos de acuerdo con su potencial de equilibrio, de modo que como consecuencia del campo eléctrico y del gradiente de concentración, el sodio se haya entrando permanentemente, mientras que el potasio atraviesa la membrana hacia afuera. Ambos flujos son relativamente pequeños.

Es importante hacer notar que, aunque la permeabilidad al potasio es mucho mayor que la correspondiente al sodio, los flujos de esos iones en reposo son del mismo orden debido a que el primero está relativamente cerca de su potencial de equilibrio, mientras -- que el segundo se encuentra completamente alejado.

En la figura (24) se muestra esquemáticamente la distribución de la concentración, el potencial de la membrana, la fuerza  $f_c$  con que el gradiente de concentración tiende a desplazar a los iones la fuerza  $f_b$  con que tiende a moverlos el campo eléctrico y la fuerza resultante  $f_R$ , para el caso del potasio y del sodio. Así mismo, la permeabilidad para cada ion se haya representada por el diámetro del canal que atraviesa la membrana. Esquemáticamente se muestra - que el potasio pasa por un canal ancho impulsado por una fuerza pequeña, mientras que el sodio atraviesa un canal estrecho empujado por una fuerza grande; los flujos resultan entonces, del mismo orden.

Se dijo anteriormente que un cambio en la concentración

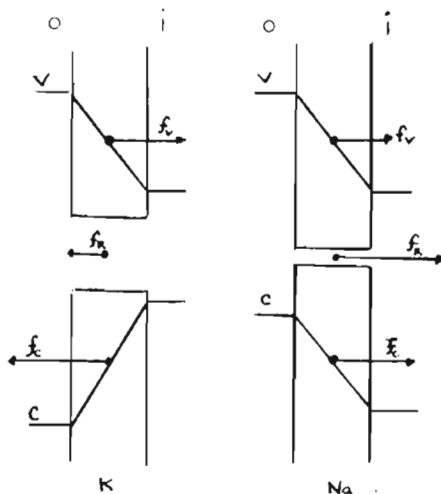


Figura 24. Efecto del campo eléctrico, del gradiente de concentración y de la permeabilidad sobre el desplazamiento de los iones K y Na.

- de Na exterior y aún su supresión total, apenas modifican el potencial de reposo. Sin embargo, en ausencia de ese ión la fibra se vuelve inexcitable y, si se ensayan diferentes concentraciones de sodio, inferiores a la normal, se observa que a medida que el sodio exterior disminuye el potencial invertido se hace cada vez menor. Para concentraciones no muy bajas, dicho potencial es cercano al potencial de equilibrio del sodio para la concentración dada:

$$\mathcal{E}_{Na} = \frac{R T}{F} \ln \frac{|Na|_o}{|Na|_i} \quad (16)$$

Obsérvese que esta ecuación surge de la ecuación (1), si en ella aumenta suficientemente la permeabilidad al sodio de modo que los otros términos del cociente se hagan despreciables; de acuerdo con esto, durante la espiga se produciría un gran aumento de permeabilidad a ese ion.

Ya se dijo que, en reposo, el sodio está constantemente entrando en la fibra y que este flujo es bastante pequeño debido a la

- baja permeabilidad de la membrana para ese ión. Es fácil comprender que si la permeabilidad al sodio aumenta extraordinariamente - en un momento dado, dicho ión se precipitará al interior de la fibra gracias al campo eléctrico y al gradiente de concentración; esto se ha verificado sumergiendo una fibra en un baño con sodio radiactivo; la fibra en reposo se va cargando lentamente de radiactividad a medida que el sodio exterior va entrando, pero cuando se - estimula, se observa un rápido incremento en su contenido de radiactividad. De esta manera se ha podido comprobar que la cantidad de sodio que entra en la fibra por impulso es de  $4 \times 10^{-12}$  mol  $\text{cm}^{-2}$  aproximadamente. Al entrar el sodio a la fibra, entran también una cantidad de cargas eléctricas positivas, de modo que el potencial interior aumenta acercándose el potencial de la membrana al potencial de equilibrio del sodio. Esta modificación del potencial de la membrana juntamente con los cambios de conductancia, son los -- factores que limitan la cantidad de sodio que entra por impulso.

En la figura (13) se ha mostrado que la espiga del potencial de acción es seguida por el pospotencial positivo. Este pospotencial se acerca al potencial de equilibrio del potasio:

$$PPP = \frac{R T}{F} \ln \frac{|K|_o}{|K|_i} \quad (17)$$

Como en el caso del sodio, esta ecuación surge de la ecuación (11) si en ella aumenta suficientemente la permeabilidad al potasio de modo que los otros términos del cociente se hagan despreciables. - La conclusión es similar a la anterior: el pospotencial positivo - se debe a un aumento de permeabilidad al potasio. También en este - caso se ha estudiado el movimiento de este ión mediante potasio radiactivo. Se ha comprobado así que cada impulso va acompañado por la salida de una cantidad de potasio de igual orden que la de sodio que entra.

## Material:

Rana.

Electrodos de calomel.

Cuba de plástico con tapa.

Tubos de plástico de 2 cm de diámetro.

Puentes salinos de agar.

Microamperímetro de 0-500 microamperes.

Batería de 6 volts.

Switch de un tiro, un polo.

Resistencia variable de 0.2 megohms.

Resistencia fija de 12 kilohms.

Solución ringer más 0.1% de glucosa.

Tubo delgado de plástico.

Tapones monohoradados.

Cordel.

Manguera de hule látex de 2 cm de diámetro y  
1/2 pulgada de largo.

Dos tubos de vidrio de 1 pulgada de largo y  
1/2 pulgada de diámetro.

Pinzas para bureta.

Dos pedazos de alambre de cloruro de plata.

## Procedimiento.

1. Prepare 4 puentes salinos de agar de diámetro externo de 4 a 5 mm de acuerdo a la figura anexa. Para llenar los puentes, sumerja los - tubos dentro de una solución caliente de agar al 3% y NaCl al 0.7%; cuando estén llenos, enfríe y limpie la gel sobrante; guarde en solución de cloruro de sodio al 0.7%.
2. Perfore un agujero en el centro de la tapa de la cuba para introducir el tubo de plástico, horade también dos agujeros más para in-

-introducir los tapones que sostendrán los puentes de extremos curvos.

Para la entrada de aire perfore un agujero más pequeño. -- Introduzca los dos puentes de registro de potencial en los tapones - fijos a los pequeños trozos de tubo de vidrio de 1/2 pulgada de diámetro, agregue solución salina 0.7% a las copas así formadas, y coloque las puntas de los electrodos de calomel en ellas; coloque las pinzas de bureta para que sujeten los puentes que deberán estar dentro de los tubos de plástico. Coloque el pedazo de manguera alrededor del extremo del tubo de plástico a manera de soporte para evitar que el tubo resbale por el orificio de la tapa de la cuba. Llene la cuba -- con solución Ringer hasta proximadamente 3/4 partes.

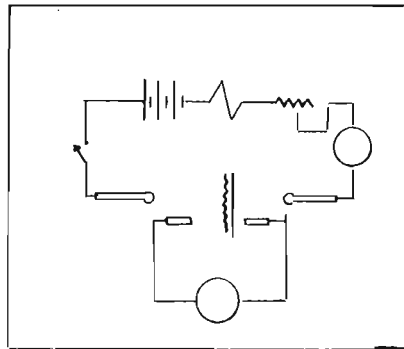
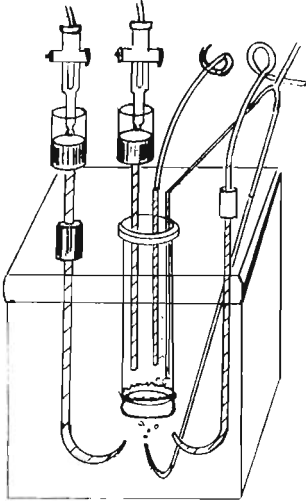


Diagrama del alambrado

3. Quite una sección de la piel del abdomen de la rana y cubra con él el fondo del tubo de plástico. Mantenga la piel húmeda y no la -

- maltrate. Sujeto firmemente la piel al extremo del tubo, con su superficie externa hacia la parte externa del tubo. Coloque el tubo dentro de la cuba y agregue lentamente solución ringer hasta igualar el nivel externo de la cuba. Coloque todos los puentes en los compartimentos correspondientes; regule la entrada de aire de tal forma que bañe los dos lados de la piel.

4. Inserte los alambres de cloruro de plata dentro de los puentes correspondientes de agar. Ajuste el potenciómetro a cero, conectando los alambres de las terminales de los electrodos de calomel.

5. Mida el potencial espontáneo de la piel de la rana. Anote los valores en milivolts cada tres minutos durante 30 minutos.

6. Mientras mida el potencial, cierre el switch conectado a la batería y rote la resistencia variable hasta que el potencial observado en el potenciómetro se reduzca a cero. Esta maniobra produce un voltaje contrario al de la piel, conocido como "voltaje de pinza". Anote la corriente observada en el microamperímetro. Mantenga el voltaje de pinza y periódicamente ajuste los potenciales generados por la piel a cero por medio del voltaje de pinza. Anote los valores de corriente a intervalos regulares durante 1 hora (vbg.: cada 10 minutos). A partir del valor promedio de corriente y del factor de conversión,  $26.8 \text{ microamperes-hora} = 1 \text{ micromol/hr}$ , calcule la cantidad de sodio transportada. Si 1 micromol es igual a  $10^{-6}$  moles y -- hay  $6 \times 10^{23}$  iones sodio/mol, ¿cuántos iones se transportaron por centímetro cuadrado de superficie?

7. Abra el switch y deje que la piel reestablezca su potencial espontáneo de equilibrio. Ahora introduzca un "voltaje de pinza" a la piel (a intervalos aproximados de 10 milivolts) entre el potencial espontáneo y cero; anote las corrientes correspondientes. Grafique el potencial contra la corriente expresada en miliamperes. De acuerdo con la ley de Ohm, la resistencia de la piel puede calcularse a



- partir de la pendiente de la gráfica. Reporte la resistencia de la piel.

8. Deje que la piel restablezca su potencial espontáneo (como en el punto 5). Corte el suministro de aire al interior del cilindro. ¿Qué le pasa al potencial?

Después de obtener un cambio razonable, vuelva a administrar aire y agregue una pizca de cianuro de potasio al líquido dentro del tubo. Observe los cambios de potencial que ocurren.

#### PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE LA PRACTICA

1. ¿Prueba este experimento que los iones que se transportan son iones de  $\text{Na}^+$ ?
2. ¿Cómo podría demostrar que el potencial generado se debe a intercambio de iones  $\text{Na}^+$ ?
3. ¿Qué tejidos se conocen como transportadores activos de  $\text{Na}^+$ ?
4. ¿Se transportan otro tipo de sustancias además de los electrolitos a través de las membranas celulares?
5. El transporte activo de sodio a través de la piel de rana, ¿es debido, en parte al menos, al metabolismo oxidativo?
6. ¿Cree usted que la forma de presentación de un principio activo afecte la absorción del mismo?

## B I B L I O G R A F I A

Antonio S. Frumento.

Biofísica. 2a edición.

Editorial Inter-Médica. Argentina (1974).

J. González Ibeas.

Introducción a la Física y Biofísica. 1a edición.

Editorial Alhambra. Madrid (1974).

W. W. Tuttle and Byron A. Schottelius.

Physiology laboratory manual.

The C. V. Mosby Company. Saint Louis (1963).

## B I B L I O G R A F I A

Dada la extensión de la bibliografía, se considera necesario comentarla brevemente para orientar al lector de acuerdo a sus intereses. En ella se incluyen tanto libros de texto, manuales de laboratorio y libros de consulta.

Kenneth A. Connors.

A textbook of Pharmaceutical Analysis.

John Wiley & Sons, Inc. New York (1967).

C. T. Kenner, R. E. O'Brien.

Analytical separations and determinations.

The MacMillan Company. New York (1971).

Enrique Villarreal Domínguez.

Elementos de Electroquímica formativa. 1a edición.

Editorial Libros de México. México (1970).

Enrique Villarreal Domínguez.

Fundamentos Electroquímicos de los métodos analíticos instrumentales.

Editorial Química, S.A. México (1963).

Hobart H. Willard, L. L. Merritt, J. A. Dean.

Métodos instrumentales de análisis. 4a impresión.

Compañía Editorial Continental, S. A. México (1971).

Este tipo de libros teórico-prácticos introducen al alumno al área del Análisis como una aplicación de los principios físicos vistos en este curso. En ellos se encuentra la parte teórica -- del Análisis pero omiten el fundamento físico de los aspectos relacionados.

Desmond M. Burns, S. G. G. Mac Donald.

Physics for Biology and pre-medical students. 2nd edition.

Addison-Wesley Publishers Limited. Massachusetts (1975).

**Clifford D. Ferris.**

**Introduction to Bioelectrodes.**

**Plenum Press. New York (1974).**

**Antonio Frumento.**

**Biofísica. 2a edición.**

**Intermédica Editorial. Buenos Aires (1974).**

**J. González Ibeas.**

**Introducción a la Física y Biofísica. 1a edición.**

**Editorial Alhambra, S. A. Madrid (1974).**

**Robert Plonsey.**

**Bioelectric Phenomena.**

**McGraw-Hill series in Bioengineering.**

**McGraw-Hill Company. New York (1969).**

**Richard B. Setlow, E. C. Pollard.**

**Molecular Biophysics. 2nd edition.**

**Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Massachusetts (1964).**

**Kensal Edward Van Holde.**

**Physical Biochemistry.**

**Foundations of Modern Biochemistry series.**

**Prentice-Hall, Inc. New Jersey (1971).**

**D. C. S. White.**

**Biological Physics. 1st edition.**

**Chapman and Hall, Ltd. London (1974).**

La aplicación directa de estos libros al campo de la Biología los convierte en fuentes de amplia información para el Q.F.B. De estos libros los que se consultaron para la redacción de las - - prácticas son los de: A. Frumento, J. González I. Este último divide los temas en Física pura y Biofísica en forma elemental, por lo

- que su uso es relativamente limitado. El libro de A. Frumento cae un poco en el anterior aspecto, pero profundiza más en conceptos biofísicos. Ambos libros siguen una línea de orientación al médico y al biólogo. Los libros restantes se sugieren como de consulta donde se encontrará que el libro de D. M. Burns cae en la misma línea del de J. González I. y del de A. Frumento. Por otro lado, el libro de D. C. S. White, es un libro elemental pero que plantea los temas biofísicos sin mostrar ninguna tendencia hacia alguna rama aplicativa. Los demás libros observan un nivel mayor de profundidad.

Leon Lachman, H. A. Lieberman, J. L. Kanig.

The Theory and practice of Industrial Pharmacy.

Lea & Febiger. Philadelphia (1970).

Per ser de gran utilidad para el farmacéutico, la consulta de este libro no puede despreciarse. En él se informa de las operaciones unitarias básicas en la industria.

Howard H. Gerrish.

Electricidad.

Editorial Limusa-Wiley, S. A. México (1974).

José Goldemberg.

Física General y experimental. Vol. 2. 1a edición.

Nueva Editorial Interamericana, S.A. de C.V. México (1972).

Leonard H. Greenberg.

Discoveries in Physics, for scientists and engineers. 2nd edition.

W. B. Saunders Company. Philadelphia (1975).

Uno Ingard, W. L. Kraushaar.

Introducción al estudio de mecánica, materia y ondas.

Editorial Reverté, S. A. Barcelona (1966).

Orca E. Loper, A. F. Ahr..

Introducción a la electricidad y a la Electrónica.

Editorial Diana, S. A. México (1972).

Alvaro Pinzón.

Física II, conceptos fundamentales y su aplicación. 1a edición.

Harper & Row latineamericana. México (1973).

Arnold L. Reimann.

Física. Volúmenes I y II.

Compañía Editorial Continental, S. A. México (1974).

Robert Resnick, D. Halliday.

Física. Parte II. 7a impresión.

Compañía Editorial Continental, S. A. México (1974).

Francis W. Sears.

Electricidad y Magnetismo. 6a edición.

Editorial Aguilar, S. A. Madrid (1972).

Francis W. Sears.

Mechanics, heat and sound. 2nd edition.

Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Massachusetts (1958).

Henry Semat, R. H. Blumenthal.

Física Básica.

Nueva Editorial Interamericana, S. A. de C. V. México (1973).

Para la elaboración de una guía de laboratorio resulta imprescindible la presencia de libros de texto. El análisis de la importancia y claridad de cada uno de ellos se puede constatar en la bibliografía individual de las prácticas.

Los libros de consulta propuestos, como el Gerrish, el de Semat y Loper son libros técnicos de un nivel elemental. El resto de ellos cumplen las necesidades de consulta del Q.F.B. El libro de

- A. L. Reimann muestra un razonamiento inductivo en el desarrollo de sus temas que lo convierte en más accesible para el estudiante de Química. Sin embargo, la parte de electricidad no concuerda con el desarrollo del temario de Física.

Otro libro que resulta bueno para los fines del curso, es el de R. Resnick; sin embargo, carece de explicaciones en algunos temas como campo eléctrico, y electrostática donde sólo -- presenta la información correspondiente pero sin ningún análisis o explicación de ellos.

A pesar del tiempo que el libro de F. Sears ha permanecido como texto, sigue siendo recomendable su uso, no obstante - su forma particular de presentar los temas.

El libro de Goldemberg y el de Uno Ingard caen dentro de la clasificación de los 3 últimos libros, cada uno con su manera particular de tratar los temas.

El libro de Greenberg, como su título lo indica, no es precisamente un libro de texto, no obstante se le puede manejar como tal por su información.

W. Belten.

Physics experiments and projects.

Volume 1. Properties of materials.

Pergamon Press. New York (1968).

James J. Brophy.

Basic electronics for scientists.

McGraw-Hill Book Company. New York (1966).

Carlos Diéguez.

Mediciones Físicas.

Editorial Química, S. A. México (1963).

Howard H. Gerrish.

Experimentos de electricidad.

Editorial Limusa-Wiley, S. A. México (1972).

Howard Hayden.

Laboratory Physics for the Life Sciences.

W. B. Saunders Company. Philadelphia (1975).

Rufus P. Turner.

Practical oscilloscope handbook. Volume I.

John F. Rider Publisher, Inc. New York (1964).

Clifford N. Wall, R. B. Levine, F. E. Christensen.

Physics Laboratory Manual. 3rd edition.

Prentice-Hall, Inc. New Jersey (1972).

Stephen Young.

Electronics in the Life Sciences.

The MacMillan Company. London (1973).

Paul B. Zbar.

Prácticas de electricidad. 2a edición.

Marcombo, S. A. Barcelona (1972).

Como libros de texto de laboratorio se consideran los de: Clifford N. Wall, H. Gerrish, H. Hayden y P. Zbar, de los cuáles los mejores resultan ser el de C. N. Wall y el de H. Hayden, porque se preocupan más por el aspecto físico que por el técnico, queriendo en esto decir que lo fundamental no es sacar óptimos resultados con el mejor manejo de los aparatos.

El libro de W. Bolton presenta prácticas no muy comunes, pero que resultan de gran utilidad al curso. Algunas de ellas proceden de artículos de revistas de fácil acceso y del área de Física.



Los libros de Brophy, Turner y Young son de gran utilidad para todo aquél que se interese en una aplicación mayor de su curso de Física.

El único libro que se usó como antecedente en la elaboración de un texto adecuado para laboratorio es el de Carlos Diéguez.

J. Bares, C. Cerny, V. Fried, J. Pick.

Collection of problems in Physical Chemistry.

Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Massachusetts (1962).

Farrington Daniels.

Curso de Fisicoquímica experimental. 7a edición.

Libros MacGraw-Hill, México (1972).

Samuel H. Maron, C. F. Prutton.

Fundamentos de Fisicoquímica. 4a impresión.

Editorial Limusa. México (1973).

Alfred N. Martin.

Principios de Fisicoquímica para Farmacia y Biología.

Editorial Alhambra, S. A. Madrid (1967).

L. Saunders.

Principles of Physical Chemistry for Biology and Pharmacy. 2nd ed.

Oxford University Press. London (1971).

David P. Shoemaker, C. W. Garland.

Experimentos de Fisicoquímica. 1a edición.

Unión Tipográfica Hispanoamericana. México (1968).

E. Shotton, K. Ridway.

Physical Pharmaceutics.

Clarendon Press. Oxford (1974).

Manuel Urquiza.

Experimentos de Fisicoquímica. 1a edición.

Editorial Limusa-Wiley, S. A. México (1969).

John M. White.

Physical Chemistry Laboratory Experiments.

Prentice-Hall, Inc. New Jersey (1975).

Como su nombre lo indica, estos libros tratan de la Física aplicada a la Química. Un análisis teórico lo presentan los libros de Daniels, Maren, Martin, Saunders y Shotton, estando los cuatro últimos enfocados al farmacéutico. Sin embargo, los libros de mayor utilidad pueden ser los de Daniels y el de White.

Philip Bard.

Fisiología Médica. 1a edición.

La Prensa Médica Mexicana. México (1966).

Shirley R. Burke.

The Composition and function of body fluids.

The C. V. Mosby Company. Saint Louis (1972).

Arthur C. Giese.

Fisiología General. 3a edición.

Editorial Interamericana, S. A. México (1968).

Bernardo Houssay.

Fisiología Humana. 4a edición.

Editorial El Ateneo, Buenos Aires (1969).

Bernard Katz.

Nerve, Muscle and Synapse.

MacGraw-Hill Company. New York (1966).

W. W. Tuttle, B. A. Schottelius.

Physiology laboratory manual.

The C. V. Mosby Company. Saint Louis (1963).

De estos textos de Fisiología los de mayor profundidad son: el de P. Bard y el de B. Heussay. El libro de B. Katz introduce fácil y rápidamente al conocimiento de la transmisión nerviosa y su integración. Al igual que el libro de B. Katz, el de S. Burke es de fácil y rápida comprensión. En el libro de A. - - Giese se encuentra una información más reducida y elemental.

Juan Américo González M.

Gráficas y ecuaciones empíricas. Texto programado.

Texto impreso en la Facultad de Química bajo permiso del autor.

México, (1975).

Farrington Daniels.

Mathematical preparation for Physical Chemistry.

MacGraw-Hill Book Company, Inc. New York (1956).

Emerson M. Pugh, G. H. Winslow.

The Analysis of physical measurements.

Addison-Wesley Publishers Limited, Massachusetts (1966).

El texto programado de J. A. González, no obstante su nivel elemental, no deja de ser por ello de gran utilidad para to todo estudiante que se inicie en las técnicas de la experimentación. Estos mismos aspectos se tratan en el libro de E. M. Pugh pero -- con un nivel más profundo. Estos dos textos complementan su labor ayudados por el libro de F. Daniels, que además es un libro que - proporciona un breve recordatorio de las matemáticas básicas nece sarias para el curso de Física.