



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

LA ZONIFICACION COMO MEDIO PARA EVALUAR  
LA TRANSMISION DE CALOR POR RADIACION

388

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO QUIMICO  
P R E S E N T A

JORGE FRANCISCO RODRIGUEZ GONZALEZ

MEXICO, D. F.

1976



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CLAS Tesis  
AÑO 1976  
FOLIO 47  
PROC 47

369



QUIMICA

Jurado asignado originalmente según el tema:

Presidente: Ing. Alejandro Anaya Durand

Vocal: Ing. Antonio Frías Mendoza

Secretario: Ing. José Antonio Ortiz

Primer Suplente: Ing. Armando Claudio Aguilar Martínez

Segundo Suplente: Ing. Enrique Bravo Medina

Sitio dónde se desarrolló el tema: Instituto Mexicano del Petróleo.

El sustentante

Asesor



Jorge Francisco Rodríguez González    Ing. José Antonio Ortiz

Para Celia por haber llenado de amor  
todos los días de mi vida

## INTRODUCCION

El desarrollo de la tecnología exige de cálculos cada vez más exactos, en el caso de la transmisión de calor por radiación, las nuevas aplicaciones requieren un mayor detalle. Por ejemplo, mientras que en el pasado era suficiente evaluar una temperatura media aparente de un gas (17) y (18), para la obtención de un flux promedio dentro de la cámara de combustión de un horno, debido a las técnicas de optimización, ahora se desea conocer una distribución detallada de los fluxes que se tienen dentro del mismo, tema sobre el cual versa la presente tesis.

El intercambio de radiación entre superficies lleva a ecuaciones de solución compleja para las cuales se han propuesto técnicas iterativas (21), aproximaciones por medio de series exponenciales y aproximaciones por medio de polinomios con coeficientes indeterminados (22), (23) para el caso de series exponenciales, éstas se pueden transformar a una forma para las cuales la solución analítica exacta es posible (22). Sin embargo, hacer una evaluación analítica en un cálculo de ingeniería no es práctico puesto que siempre se manejan geometrías complejas, las cuales plantean ecuaciones sumamente complicadas. Considerando lo anterior, el método más simple y fácil para la evaluación de la transmisión de calor consiste en dividir en zonas el o los objetos a estudiar, dando un sistema de ecuaciones si -

multáneas, una para cada zona, las cuales se resuelven por medio de matrices obteniendo un flux en cada zona.

Cuando una superficie se divide en un número de zonas, se supone que cada zona tiene una temperatura constante y que a esta temperatura sus propiedades radiativas son también constantes. El criterio que se adopte para hacer una zonificación depende de las limitaciones que se tengan o de la exactitud que se requiera. El cálculo que se realiza al formular el intercambio radiativo varía aproximadamente con el cubo del número de zonas en las cuales la superficie se ha dividido, en muchos casos la zonificación en sólo dos zonas, una receptora y otra emisora resulta adecuada para cálculos de ingeniería. En algunos casos en los que se requiera una mayor precisión, se zonificará una superficie, cada zona de esta superficie se puede volver a zonificar y así sucesivamente hasta que se obtenga la precisión deseada, o el flux en un lugar determinado; ésto se encuentra expuesto en los capítulos IV y V y de una manera cuantitativa en el capítulo VI.

Se presenta un nuevo enfoque en el cálculo de la transmisión de calor por radiación entre superficies con un medio absorbente, basado principalmente en el trabajo presentado por Hottel en 1967 (2), el cual se ha modificado ligeramente. No se hace un estudio de la evaluación de términos tales como: áreas de intercambio entre ga-

ses y superficies, cofactores radiantes etc., que sólo se mencionan en el capítulo V. Estos términos se han reemplazado por un concepto de un plano imaginario con propiedades de cuerpo negro, al cual se le denomina "membrana", este concepto se plantea en los capítulos III y IV. La suposición de que se tienen planos imaginarios fue propuesta por Hottel (2) y en este trabajo se ha desarrollado presentando ecuaciones nuevas y formas de zonificación que facilitan los cálculos cuando se hacen estudios en hornos; ésto se visualiza en el capítulo VI.

Se menciona en forma superficial en el capítulo I algunas propiedades radiativas de los cuerpos, no se consideran propiedades que están en función de la polarización de la radiación, dirección de la radiación incidente y saliente, condición en que se encuentra la superficie etc., las cuales tienen aplicación para estudios muy precisos, que quedan fuera del alcance del presente trabajo. En su lugar se supone que se trabaja con cuerpos grises, éstos no consideran algunas de las propiedades de un cuerpo real. La eliminación de algunas de estas propiedades no origina errores apreciables en los cálculos de ingeniería.

En el ejemplo del capítulo VI se usaron los patrones de combustión evaluados por Becker (19), los cuales proporcionan perfiles de temperatura a lo largo de un horno cilíndrico y el porcentaje



de combustible quemado en base a los modelos de flujo. La falta de datos experimentales para patrones de combustión en otro tipo de hornos hace necesaria una mayor investigación en este terreno; trabajo que queda fuera de esta tesis y se deja para estudios posteriores.

Todos los conceptos manejados aqui aplican para cualquier tipo de transmisión de energía radiante, pero debido a que el Ingeniero Químico tendrá en la mayoría de los casos hacer estudios en hornos, el enfoque que se ha dado a este trabajo es el estudio de la transmisión de calor por radiación independientemente de conducción y convección en cámaras de combustión.

## CAPITULO I

### Generalidades

Radiación es la transmisión de energía mediante ondas electromagnéticas. Las ondas electromagnéticas se caracterizan por su longitud de onda o frecuencia.

La naturaleza de la radiación y su transporte no son completamente comprendidos, pero pueden ser descritos satisfactoriamente, ya sea por la teoría de ondas electromagnéticas o por la teoría cuántica. Se sabe que la radiación viaja a la velocidad de la luz y no requiere de un medio para su transporte. La longitud de onda ( $\lambda$ ) de las ondas electromagnéticas es inversamente proporcional a la frecuencia ( $\nu$ ) y la constante que las relaciona es la velocidad de la luz (C).

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad (1.1)$$

La frecuencia de radiación depende de la naturaleza de la fuente, y todos los cuerpos a una temperatura superior a los 0°K emiten radiación, en virtud de la agitación atómica y molecular asociada con la energía interna del material.

De acuerdo con el principio de intercambio de Prevost (4), si un cuerpo se coloca a la misma temperatura que sus alrededores continúa radiando energía y simultáneamente recibe energía en la misma proporción que sus alrededores manteniendo su temperatura constante.

Cuando la radiación incide en un cuerpo, una fracción se absorbe y la capacidad de absorción de un cuerpo se llama absortividad ( $\alpha$ ), otra fracción se refleja, reflectividad ( $\rho$ ) y la restante se transmite a través del cuerpo, a esta propiedad se denomina transmitividad ( $\tau$ ) como se trata de fracciones de energía pueden describirse mediante la siguiente ecuación:

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (1.2)$$

un cuerpo que absorbe toda la energía que incide sobre él se llama cuerpo negro, debido a esta propiedad y al principio de Prevost, Kirchhoff enunció su ley la cual establece que: "dos elementos de área igual que se encuentran a la misma temperatura, para mantener su isotropía, las energías (emitida y absorbida) deben ser iguales". La capacidad de emitir energía en un cuerpo se llama emisividad ( $\epsilon$ ) y para un cuerpo negro:

$$\epsilon = \alpha = 1$$

Stefan obtuvo una ecuación que es la misma de las deducciones termodinámicas de Boltzmann (1) y se conoce como la ec. de Stefan-Boltzmann

$$E_{cn} = \sigma T^4 \quad (1.3)$$

Donde  $E_{cn}$  es la cantidad de energía radiada por unidad de área de un cuerpo negro a una temperatura absoluta  $T$  a una hemisfera de espacio alrededor de éste y se denomina energía emisiva de cuerpo negro y  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzman:

$$\sigma = 56.7 \times 10^{-12} \text{ Kw m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{K}^{-4}$$

De datos experimentales, el flux radiante emitido por un cuerpo negro como función de la longitud de onda a diferentes temperaturas siguen la distribución mostrada en la figura 1.

Estas curvas muestran un valor máximo  $E$ , función del cual Planck derivó (1) su teoría cuántica y obtuvo la expresión matemática que reproduce los datos experimentales:

$$E_{\text{em}, \lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{(c_2/\lambda T)} - 1}$$

$$\text{Donde } c_1 = 3.74 \times 10^{-16} \text{ Kw m}^2; \quad c_2 = 1.439 \times 10^{-2} \text{ m}^{\circ}\text{k}$$

La radiación emitida sobre todo el rango de longitudes de onda pueden obtenerse integrando la expresión de Planck desde 0 hasta  $\infty$  dándonos  $\sigma T^4$ , lo que coincide con el trabajo de Stefan - Boltzman.

La curva de flux radiativo contra la longitud de onda tiene la misma forma para cada temperatura, pero conforme se aumenta la temperatura la altura de la curva se incrementa y el máximo se mueve a través de longitudes de ondas más cortas. La longitud a la cual el máximo flux es emitido ( $\lambda_{\text{max}}$ ) es inversamente proporcional a la temperatura absoluta, esta relación fue obtenida por Wien (1) y se conoce como ley del desplazamiento de Wien.

Como existe una sola curva para cada temperatura, la ley de Planck se puede expresar más convenientemente por una sola curva graficando  $E_{cn,\lambda}$  contra  $\lambda T$  (Figura 2).

Ya que la radiación que emite un cuerpo negro se propaga en una esfera alrededor del mismo, existe una intensidad de radiación que se emite a través de ángulos sólidos (ver figura 4). Se puede mostrar (2) que la intensidad de radiación a una superficie se relaciona a la energía de cuerpo negro por:

$$I_{cn} = \frac{E_{cn} \cos \theta}{\pi} \quad (1.6)$$

Cuando la dirección de emisión es un ángulo con respecto a la normal a la superficie, el área proyectada de emisión es el coseno del ángulo. Esta ecuación es la proposición de la ley de Lambert y las superficies que siguen esta ley se denominan "Lambertianas". Debido a que se propaga la radiación en ángulos sólidos ( $dW$ ) desde una superficie  $dA$ , se intercepta la radiación en áreas de tamaño  $r^2 dW$  en una esfera de radio  $r$ ; entonces la radiación recibida por unidad de área es inversamente proporcional a  $r$  y esta relación se conoce como la ley del "inverso cuadrado".

La absorptividad de un cuerpo no es la misma para todas las longitudes de onda, ni para todos los ángulos de incidencia. Consecuentemente, es usual definir la absorptividad monocromática, como la

fracción de energía absorbida por la superficie, entre una energía de cuerpo negro como función de la temperatura (a una longitud de onda ( $\lambda$ ) y a un ángulo de incidencia ( $\phi$ )).

$$\alpha = \alpha(\lambda, \phi, T) \quad (1.7)$$

lo mismo aplica para la reflectividad y transmitividad monocromática.

En el caso de la emisividad de un cuerpo real se define la emisividad como la relación del flux radiante del cuerpo ( $E$ ) entre el flux que emitiría un cuerpo negro a la misma temperatura.

$$\epsilon = \frac{E}{E_{cn}} \quad (1.8)$$

Las emisividades se pueden definir como monocromática, y para superficies no - Lambertianas se pueden definir en ángulos específicos de emisión (2) y a una temperatura.

$$\epsilon(\lambda, \phi) = \frac{E(\lambda, \phi)}{E_{cn}(\lambda)} \quad (1.9)$$

Para simplificar e idealizando, si un cuerpo tiene emisividad constante con su longitud de onda, se le denomina como gris y la energía que radía es:

$$E = \epsilon \sigma T^4 \quad (1.10)$$

Para el caso de el intercambio directo (en el vacío) entre superficies, se ha observado que depende de dos factores:

- 1) La forma en que están colocadas una con respecto a la otra, y
- 2) Las características de emisión y absorción de cada superficie.

Si suponemos que tratamos con cuerpos grises y con una emsividad  $\epsilon$  uno va a emitir  $\epsilon\sigma T_1^4$ , y va a recibir  $\sigma T_2^4$  pero sólo absorbe  $\epsilon\sigma T_2^4$  (de acuerdo a la ley de Kirchhoff). El flujo neto de calor es:

$$q = \epsilon\sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (1.11)$$

De toda la radiación que emite un cuerpo, sólo una fracción alcanza otro cuerpo (ver Figura 3). La relación de la energía que incide sobre otra superficie entre la energía total de la superficie emisora nos da una fracción que se conoce como factor de perspectiva\*.

\* Algunos autores lo denominan como "Factor de Vista", "Factor de Forma", "Factor Geométrico", etc. En esta tesis se denominará indistintamente "Factor de Vista" y "Factor de Perspectiva".

CAPITULO II

"Factor de Perspectiva"

El Factor de Perspectiva se define como una fracción de la energía radiante emitida por una superficie A y que se dirige hacia otra superficie B (ver figura 3). Entonces la energía de A que se dirige a B por la ecuación (1.11) es:

$$Q = (\epsilon_A A_A E_{cn,A}) F_{AB} \quad (2.1)$$

Donde  $F_{AB}$  es el Factor de Perspectiva que tiene la superficie A de B. Como consecuencia de esta definición la suma de todos los factores de Perspectiva de A es 1.

$$F_{AA} + F_{AB} + F_{AC} + F_{AD} + \dots + F_{An} = 1 \quad (2.2)$$

El término  $F_{AA}$  indica que puede haber radiación que sale de la superficie A y que llega a la misma superficie A por ejemplo, cuando son superficies cóncavas.

La radiación desde un área pequeña  $dA$  que se emite a través de un ángulo sólido ( $dW$ ) en una dirección normal a la superficie es:

$$Q = \epsilon I_{cn} dA dW \quad (2.3)$$

y la que emite en una dirección  $\phi$  de la normal es:

$$Q = \epsilon I_{cn} \cos \phi dA dW \quad (2.4)$$



Expresando esta ecuación en forma diferencial, da la radiación total transmitida directamente desde una superficie  $A_A$  a una superficie  $A$ , para obtener la ecuación (ver figura 4):

$$Q = \epsilon_A E_{cn} \int_W \int_{A_A} \frac{dA_A \cos \phi_A dW_A}{r^2} \quad (2.5)$$

Esta ecuación supone que:

- 1)  $\epsilon_i$  es independiente del ángulo de emisión y posición sobre toda el área, y
- 2) La temperatura sobre el área es uniforme

Combinando las ecuaciones (2.1) y (2.5) se obtiene:

$$F_{A1} = \frac{1}{A_A} \int_W \int_{A_A} \frac{dA_A \cos \phi_A dW_A}{r^2} \quad (2.6)$$

De la figura 4 se observa que el área que se ve desde la superficie 1 es  $dA_1 \cos \phi_1$ .

$$dW_A = \frac{dA_1 \cos \phi_1}{r^2} \quad (2.7)$$

substituyendo en la ecuación (2.6), la ecuación (2.7) se tiene:

$$F_{A1} = \frac{1}{A_A} \int_{A_A} \int_{A_1} \frac{dA_A \cos \phi_A dA_1 \cos \phi_1}{r^2} \quad (2.8)$$

### Principio de Reciprocidad

Helmholtz (2) enunció un principio de reciprocidad que dice

que "cada radiación en un sistema puede verse desde cualquier extremo, para dar dos aspectos distintos de una misma imagen" de acuerdo a lo cual:

$$F_{A1} = F_{1A} \text{ pero } A_A F_{A1} = A_1 F_{1A} \quad (2.9)$$

Al término  $A_A F_{A1}$  se le conoce como área de intercambio y se denota generalmente como  $\overline{s_A s_1}$ .

#### Evaluación Gráfica del Factor de Perspectiva

La evaluación de la ecuación (2.8) es difícil y se puede simplificar con el uso de tablas o gráficas de factores de perspectiva que ya han sido previamente evaluados. Una gran cantidad de valores para muchas geometrías se han obtenido en la literatura en forma de gráficas (2) y (3) o de tablas (4). Las figuras 5, 6, 7, 8, 9 y 10 son las que mas se emplean.

En algunos casos los Factores de Perspectiva de ciertas geometrías se pueden deducir de Factores de Perspectiva ya evaluados, como un ejemplo considérese el caso de la figura 11, se desea evaluar el Factor de Perspectiva de la superficie A a la G entonces se tiene que:

$$\begin{aligned} F_{K-J} &= F_{K-H} + F_{K-I} = \frac{A_H}{A_K} F_{H-K} + \frac{A_I}{A_K} F_{I-K} \\ &= \frac{A_H}{A_K} (F_{H-F} + F_{H-G}) + \frac{A_I}{A_K} (F_{I-F} + F_{I-G}) \end{aligned}$$

Por el principio de Yamauti (5)  $A_H F_{H-G} = A_I F_{I-G}$ . Sustituyendo y resolviendo para  $F_{H-G}$

$$F_{H-G} = \frac{1}{2A_H} [A_K F_{K-J} - A_H F_{H-F} - A_I F_{I-G}]$$

Por áreas de intercambio sabemos que:

$$F_{A-G} = \frac{A_G}{A_A} F_{G-A} = \frac{A_G}{A_A} F_{G-H} - \frac{A_G}{A_C} F_{G-C}$$

finalmente se obtiene:

$$F_{A-G} = \frac{A_G}{A_A} \left\{ \frac{1}{2A_G} [A_J F_{J-K} - A_G F_{G-I} - A_F F_{F-H}] - \frac{1}{2A_G} [(A_C + A_D) F_{(C+D)-K} - A_G F_{G-D} - A_F F_{F-C}] \right\}$$

#### Obtención del Factor de Vista por el Método de la Cuerda Cruzada

Hottel demostró (2) que cuando se trata de áreas de longitud infinita se puede encontrar el área de intercambio como: "la suma de las distancias cruzadas de un extremo de un área que "ve" a otra, menos las distancias paralelas de un extremo al otro de la otra, dividido todo entre dos".

Como ejemplo considérese la evaluación del área de intercambio entre dos tubos infinitamente largos: de la Fig. 12 se observa que:

$$S_1 S_2 = \frac{(EFGH + IKLJ) - (EJ + IH)}{2}$$

como se tienen las igualdades  $EFGH = IKLJ$ ;  $HJ = IE = C$ ;  $HG = \text{sen}^{-1}\left(\frac{D}{C}\right)D$  entonces

$$\overline{S_r S_r} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{D}{C}\right) D + (C^2 - D^2)^{1/2} - C \quad (2.10)$$

A partir de este método se puede observar de la Fig. 13 que el intercambio entre un elemento diferencial  $dZ$  y una superficie  $CD$  está dado por:

$$I_{2CD} = \frac{(1D + 2C) - (1C + 2D)}{2}$$

Como  $(1C - 2C) \approx (12) \text{sen } \psi_1$  y  $(1D - 2D) \approx (12) \text{sen } \psi_2$  nos queda:

$$F_{12-CD} = \frac{\text{sen } \psi_2 - \text{sen } \psi_1}{2} \quad (2.11)$$

#### Evaluación del Factor de Vista por métodos numéricos

Existen varios métodos numéricos (2) para evaluación de factores de vista, pero uno de los más empleados es el método de Monte Carlo (4) basado en evaluaciones estadísticas.

El método está basado en un proceso de Markov, por lo cual en cada paso los valores deben ser asignados en forma aleatoria. Se genera una muestra de sucesos los cuales deben ser representativos de la distribución deseada. La curva de frecuencia está dada por la expresión.

$$f(\xi) = \xi^2 \quad (2.12)$$

Esta ecuación se normaliza para obtener la función de densidad de probabilidad.

$$P(\xi) = \frac{f(\xi)}{\int_0^{\xi_{\max}} f(\xi) d\xi} \quad (2.13)$$

Debido a que la probabilidad de que un valor  $\xi$  sea seleccionado en un incremento  $\Delta\xi$  muy pequeño, es muy cercana a cero. Se integra la función de densidad de probabilidad para darnos la función de distribución acumulativa.

$$R(\xi) = \int_{-\infty}^{\xi} P(\xi) d\xi \quad (2.14)$$

Donde  $R(\xi)$  sólo puede tomar valores en rango de 0 a 1.

Para evaluar el Factor de Vista se considera que un "paquete" de radiación se emite desde un punto aleatorio en una superficie, el cual tiene dos ángulos uno "cónico" o  $\Theta$  y otro "polar"  $\varnothing$ . De acuerdo a las ecuaciones (2.12), (2.13) y (2.14) las funciones de distribución de probabilidad para los ángulos  $\Theta$  y  $\varnothing$ , son:  $\text{sen}^2 \Theta$  y  $\varnothing/2\pi$  las cuales se obtienen de los números aleatorios  $R_\Theta$  y  $R_\varnothing$  que se encuentran en el rango entre 0 y 1.

Una vez que se generan los números aleatorios  $R_\Theta$  y  $R_\varnothing$  es fácil obtener los ángulos  $\Theta$  y  $\varnothing$  para observar si el "paquete" de radiación incide sobre otra superficie partiendo de un punto en la primera superficie. El número de iteraciones recomendado es de 10,000 a 50,000 (6).

Obtención de un resultado confiable

Debido a que las soluciones obtenidas por Monte Carlo fluctúan sobre un valor, no es posible obtener una confianza del 100%, cuando mayor confianza se desee, mayor tiempo de computadora se requiere. Por lo que se hace necesario la obtención de un resultado adecuado.

Para determinar la probabilidad  $P(1,m)$  de que alcance un valor límite  $(1,m)$  se determina como:

$$P(1,m) = \left[ \frac{S(1,m)}{N} \right]_{N \rightarrow \infty} \quad (2.15)$$

donde  $S(1,m)$  es el número de muestras que alcanzan el punto límite y  $N$  es el número total de muestras. Como no es lógico usar un número infinito de muestras siempre se utilizará un número que fluctúe entre  $10^2$  a  $10^6$ . Entonces siempre se tendrá un error  $\mu$ .

Por el teorema del límite central, la siguiente relación se utiliza siempre que las muestras  $S$  se puedan considerar agrupadas alrededor de un valor con una probabilidad  $P$ . La probabilidad de que el promedio  $S(1,m)/N$  para  $N$  finita difiera menos de un valor de  $[S(1,m)/N]_{N \rightarrow \infty}$  está dada por:

$$P \left\{ \left| \frac{S}{N} - \left( \frac{S}{N} \right)_{N \rightarrow \infty} \right| \leq \mu \right\} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta/\sqrt{2}} e^{-\eta'^2} d\eta' = \text{erf} \frac{\eta}{\sqrt{2}}$$

Donde:

$$\eta \approx \mu \left[ \frac{N}{\frac{S}{N} \left( 1 - \frac{S}{N} \right)} \right]^{1/2}$$

Los cálculos de función de error (erf) se dan en tablas.

CAPITULO III

Radiosidad

El calor que se transfiere de una superficie  $i$  hacia una superficie  $j$   $Q_{i \rightarrow j}$  es proporcional al poder de emisión de cuerpo negro de la superficie  $E_i$  y a su emisividad  $\epsilon_i$ , y es una función de la disposición geométrica y reflectividades de todas las superficies que "ven" a la superficie  $i$ . Entonces

$$Q_{i \rightarrow j} = \overline{s_i s_j} E_i \quad (3.1)$$

Donde  $\overline{s_i s_j}$  es el área total de intercambio

$$Q_{i \rightarrow j} - Q_{j \rightarrow i} = Q_{i \neq j} = \overline{s_i s_j} E_i - \overline{s_j s_i} E_j \quad (3.2)$$

Cuando se trata de cuerpos grises, por el principio de reciprocidad  $\overline{s_i s_j} = \overline{s_j s_i}$

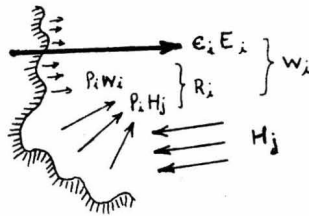
$$Q_{i \neq j} = \overline{s_i s_j} (E_i - E_j) \quad (3.3)$$

Obtención de la ecuación de intercambio radiativo

Supongamos que tenemos una superficie gris de emisividad  $\epsilon$ , dentro de un recinto y a una temperatura  $T$ . El flux que sale de esta superficie ( $W$ ) está compuesto por el flux que sale debido a su temperatura y capacidad de emisión  $\epsilon E$  y el flux que puede reflejar  $R$ , el cual se compone del flux que proviene de otras superficies  $H$  y del flux que



que se refleja internamente W.



Entonces

$$\begin{aligned} W_i &= e_i E_i + R_i \\ &= e_i E_i + P_i H_j + P_i W_i \end{aligned} \quad (3.4)$$

El flux neto radiante, definido como el cambio neto de energía por unidad de tiempo y área debido a un proceso radiativo, se puede formular en términos de  $W_i$  y  $H_j$

$$q_{\text{neto}} = W_i - H_j \quad (3.5)$$

Como el flux  $H_j$  es a su vez un producto del flux saliente ( $W$ ) de cada zona  $k, l, m, n, \dots$  etc. que integran el recinto, y de éstas sólo una fracción incide en la superficie  $i$  ( $F_{ij}$ ) por lo cual la ecuación (3.4) queda en la forma

$$W_i = e_i E_i + P_i \left( \sum_{j=1}^n W_j F_{ij} \right) \quad (3.6)$$

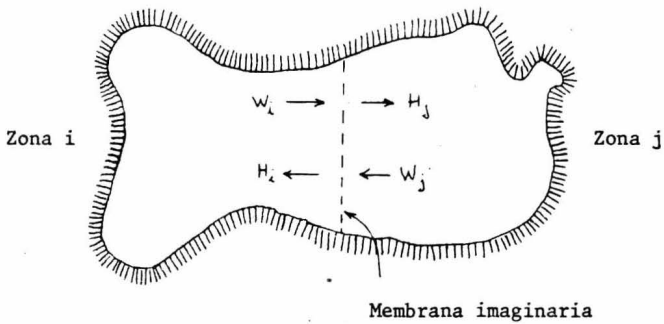
y cuando hay un medio transparente (un gas) este medio también contribuye con su temperatura al flux  $W$  y afectando la transmisión de los

fluxes incidentes, entonces:

$$W_i = \epsilon_{m_i} E_i + \rho_i \left( \sum_{j \neq i}^n W_j F_{i,j} \tau_{i,j} \right) + \epsilon_{m_i} E_{m_i} \quad (3.7)$$

Esta ecuación se conoce como: ecuación de radiosidad y es esencialmente la misma propuesta por Hottel (2) para la evaluación del flux en una zona del recinto. Si hay n zonas, n ecuaciones como la ecuación (3.7) se deben hacer, el resultado es un sistema de n ecuaciones simultáneas en W.

En algunos casos la evaluación  $F_{ij}$  en forma directa es tediosa, principalmente cuando se trabaja con geometrías muy complejas, por lo cual es conveniente suponer membranas imaginarias entre cada zona, lo que facilita considerablemente la evaluación de cada término y se puede lograr una mayor exactitud; un ejemplo de esta simplificación se da en el capítulo IV. Se basa en que el flux que sale de una zona se convierte en el flux que incide en otra zona:



de acuerdo a lo cual:  $A_j H_j = A_i W_i$

CAPITULO IV

Emisividades

La atenuación de un grupo de rayos colimados pasando a través de un medio uniformemente absorbente de espesor  $L$  está dada por:

$$I = I_0 e^{-\kappa L} \quad (4.1)$$

Donde  $I_0$  es la intensidad de radiación incidente sobre el medio  $I$  la intensidad de radiación transmitida y  $\kappa$  es el coeficiente de atenuación o de extinción.

Esta relación fue desarrollada primero por Bouguer y posteriormente e independientemente por Lambert-Beer.

Como en la mayoría de los casos los rayos no son colimados, éstos viajarán diferentes distancias y se atenuarán de diferente manera.

La atenuación total se puede describir por la ecuación (4.1) si se evalúa una longitud promedio adecuada ( $l_m$ ) y la cual se conoce como longitud media del haz. La cual es una función de la geometría del sistema y del coeficiente de atenuación.

En la Tabla I se dan algunos valores de la emisividad de algunos materiales las cuales han sido evaluadas experimentalmente, en la literatura se reportan para gran cantidad de materiales (2) (7).

Algunas superficies presentan geometrías complejas, en las cua

les es difícil evaluar sus propiedades radiativas y se hace necesario tratarlas como si se tratara de superficies planas. Aquí se van a considerar dos casos: los que se presentan en las Fig. 14 y 15. En la primera sea  $A_1$  el área de la superficie superior y sea  $A_2$  el área de una superficie imaginaria plana que reemplaza a  $A_1$ . Toda la energía radiante que sale de  $A_1$  es interceptada por  $A_2$  entonces por la ecuación (3.8) se tiene:

$$A_2 H_2 = A_1 F_{12} W_1$$

Por el principio de reciprocidad tenemos:

$$A_2 H_2 = A_2 F_{21} W_1 \quad (4.2)$$

La ecuación de radiosidad para  $A_1$  es: de acuerdo a la ecuación (3.6)

$$\begin{aligned} W_1 &= \epsilon_1 E_1 + \rho_1 F_{11} W_1 \\ &= \frac{\epsilon_1 E_1}{1 - \rho_1 F_{11}} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Substituyendo la ecuación (4.3) en la ecuación (4.2) y observando que

$$F_{21} = 1$$

$$A_2 H_2 = \frac{A_2 \epsilon_1 E_1}{1 - \rho_1 F_{11}}$$

Entonces la superficie  $A_1$  se reemplaza por la membrana imaginaria de area

$A_2$  y una emisividad efectiva de:

$$\epsilon' = \frac{\epsilon_1}{1 - \rho_1 F_{11}} \quad (4.4)$$

Para el segundo caso, como tratamos con cuerpos grises, la radiosidad es constante sobre toda la superficie de los tubos. La emisividad efectiva  $E'$  de este arreglo se obtiene de la ecuación (3.1).

$$\epsilon' = S_i S_j = \frac{Q_{i+j}}{A_i E_i}$$

La energía pasando a través de la membrana imaginaria es:

$$Q_m = A_p F_{pm} W_p + N_T A_T F_{Tm} W_T \quad (4.5)$$

La ecuación de radiosidad para el Plano "P" es:

$$W_p = \epsilon_p E_p + \rho_p (W_m F_{mp} + W_T F_{Tp}) \quad (4.6)$$

La ecuación de radiosidad para un tubo es:

$$W_T = \epsilon_T E_T + \rho_T (W_m F_{mT} + W_T 2 F_{TT} + W_p F_{pT}) \quad (4.7)$$

Combinando las ecuaciones (4.7) (4.6) en la (4.5) se obtiene:

$$W_m = \frac{\epsilon_T E_T (F_{Tm} + \rho_p F_{Tp} F_{pm}) + \epsilon_p E_p (F_{pm} + \rho_T F_{pT} F_{Tm} + \rho_T \rho_p F_{Tp} F_{pT} F_{pm})}{(1 - F_{mp}^2) [1 - (2 \rho_T F_{TT} + \rho_p \rho_T F_{pT} F_{Tp})] - \rho_T (F_{mT} + \rho_p F_{pT} F_{mp}) (F_{Tm} - F_{pm} \rho_p F_{Tp})} \quad (4.8)$$

Entonces de la ecuación (3.1) la emisividad efectiva de los tubos es:

$$\epsilon_T' = \frac{\epsilon_T (F_{Tm} + \rho_p F_{Tp} F_{pm})}{(1 - F_{mp}^2) [1 - (2 \rho_T F_{TT} + \rho_p \rho_T F_{pT} F_{Tp})] - \rho_T (F_{mT} + \rho_p F_{pT} F_{mp}) (F_{Tm} - F_{pm} \rho_p F_{Tp})}$$

Hottel propone la forma de evaluar emisividades efectivas (2) por medio de áreas de intercambio, resolviendo sistemas de ecuaciones como la ecuación (4.5) por matrices, esto es muy útil cuando se tienen un

gran número de zonas y su solución analítica es muy tediosa.

Determinación de la emisividad de un Gas

Para un gas, la transmitividad se puede calcular a partir de la ecuación (4.1), si suponemos que no se refleja nada,

$$\tau = e^{-K_L m} \quad (4.10)$$

si la radiación no se transmite, se supone que se absorbe:

$$\alpha = 1 - e^{-K_L m} \quad (4.11)$$

Entonces si se trabaja con un gas gris, la radiación que emite el gas es:

$$q = \epsilon \sigma T^4 = (1 - e^{-K_L m}) \sigma T^4 \quad (4.12)$$

Cuando se trabaja con gas la ecuación (4.1) se representa utilizando la presión parcial  $p$  del gas como una medida de concentración de las moléculas del gas

$$I = I_0 e^{-K_p L} \quad (4.13)$$

Para aplicaciones industriales de radiación de gas, donde la radiación de los productos de combustión es dominante, se han evaluado experimentalmente (8), (9), (10), (2). Se han propuesto varios modelos (11) (12) para la evaluación de la emisividad de gases a partir del conocimiento de su estructura molecular, pero estos modelos son de teoría

muy compleja y se tiene mucha incertidumbre en los valores calculados.

El vapor de agua y del Bióxido de Carbono son los gases que tienen más influencia en la emisividad y absorptividad de los productos de la combustión. Los datos de emisividad para estos gases fueron obtenidos por Hottel (12) y se presentan en forma gráfica (Figs. 16 y 17).

Las variables que se requieren para definir la emisividad total de un gas son:

$$\epsilon_g = f(L, p, P, C, T_g) \quad (4.14)$$

Donde C es la composición del gas, para cálculos de ingeniería es prácticamente negligible su efecto. Se representa generalmente como una función de pL y se corrige debido a la presión total P. Cuando existe más de un gas emitiendo, se tiene que corregir la emisividad por un factor  $\Delta\epsilon$  debido a la sobreposición de bandas en el espectro.

La fórmula para obtener la emisividad de una mezcla de aire, vapor de agua y Bióxido de Carbono es:

$$\epsilon_g = \epsilon_{CO_2} C_{CO_2} + \epsilon_{H_2O} C_{H_2O} - \Delta\epsilon \quad (4.15)$$

Donde  $\epsilon_{CO_2}$  es la emisividad del Bióxido de Carbono a una presión total de 1 atm. y en el límite conforme la presión parcial del Bióxido de Carbono se aproxima a cero (valor que se lee a una temperatura y a un producto  $p_{CO_2}L$  de la gráfica 16).

$C_{CO_2}$  es la corrección por presión total diferente de 1 atmósfera y una presión parcial de Dióxido diferente de cero (valor que se lee en las gráficas 21 y 22).

$\epsilon_{H_2O}$  es la emisividad del vapor de agua a una presión total de una atmósfera y en el límite conforme la presión parcial del vapor de agua se aproxima a cero (valor que se lee a una temperatura y a un producto  $\rho_{H_2O}L$  de la gráfica 17).

$C_{H_2O}$  es la corrección por presión total diferente de una atmósfera y de una presión parcial del vapor de agua diferente de cero (valor que se lee de la gráfica 23).

$\Delta\epsilon$  es la corrección por sobreposición de las bandas del vapor de agua y del Dióxido de Carbono (valor que se lee con la relación de presiones parciales, temperatura del gas y a diferentes temperaturas de las gráficas 18, 19 y 20).

Para gases grises se tiene

$$\alpha_g = \alpha_{CO_2}^* + \alpha_{H_2O}^* - \Delta\alpha \quad (4.16)$$

Donde

$$\alpha_{CO_2}^* = \alpha_{CO_2} \left( \frac{T_g}{T_p} \right)^{0.65} C_{CO_2} \quad (4.17)$$

$$\alpha_{H_2O}^* = \alpha_{H_2O} \left( \frac{T_g}{T_p} \right)^{0.45} C_{H_2O} \quad (4.18)$$



Donde  $T_p$  se refiere a la temperatura de la pared del recinto que contiene el gas, Leckner (13) presenta datos experimentales para las absorptividades del Bióxido de Carbono y el Vapor de Agua.

Obtención de  $L_m$  (longitud promedio del haz)

La longitud media del haz  $L_m$ , se define como el radio de la hemisfera la cual produce el mismo flux que el de la geometría en cuestión. Cuando se trata de flux de un volumen de gas a toda las superficies que lo contienen, se puede evaluar una longitud media ( $L_o$ ) rápidamente. Conforme  $K_{Lm}$  se aproxima a cero la absorción debida al gas y su radiación tienden a ser despreciables, y la emisión de todo el volumen a las paredes por unidad de Poder de emisión de cuerpo negro es  $4KV$ , de lo cual se puede obtener (2)

$$(L_m)_{K_{Lm} \rightarrow 0}^* = L_o = \frac{4V}{A} \quad (4.19)$$

Hottel y Sarofim (2) han tabulado algunos valores de  $L_o$  y de  $L_m$  para minimizar el error en la emisividad sobre un rango de valores prácticos de  $K_{Lm}$ . Suponiendo que se trata de cuerpos grises. Estos valores se muestran en la Tabla II.

Dunkle (14) define la longitud media geométrica  $L$  que tiene un significado equivalente a  $L_m$ . Tabuló los valores para rectángulos paralelos iguales y rectángulos en ángulos rectos y entre una esfera muy peque

(\*) Algunos autores prefieren usar el valor de  $3.5 V/A$

ña y un rectángulo, las Tablas para los primeros dos casos son las Tablas III y IV. Dunkle también propone la forma de evaluar en forma aproximada a K<sub>Lm</sub> pequeños las longitudes promedio de geometrías más complejas. El método de evaluación es el mismo que se siguió en el Capítulo II para la figura 11.

Posiblemente el medio absorbente más común que maneja el ingeniero es una suspensión de partículas sólidas o líquidas en un gas tal como la atmósfera de una caldera de carbón pulverizado o la atmósfera de la tierra.

Las partículas y los componentes gaseosos de los productos de combustión contribuyen a la atenuación de la radiación y por lo mismo a su emisividad y absorptividad.

#### Radiación de partículas en suspensión

Las flamas de carbón pulverizado contienen partículas que varían en tamaño desde 250  $\mu$  hacia diámetros menores, el diámetro promedio es de 25  $\mu$  y con una composición que varía desde un alto porcentaje en carbón hasta prácticamente ceniza pura.

La luminosidad de flamas de gas, se provoca por partículas sólidas las cuales se forman por la descomposición térmica de hidrocarburos en fase vapor en la flama. Estas partículas se componen de carbón e hidrocarburos muy pesados y sus tamaños fluctúan entre .005 y .15  $\mu$ . Este tipo de partículas se conoce como humo negro (hollín).

Cuando se quema algún combustible líquido, generalmente se encuentra formado por asfaltenos (que son principalmente hidrocarburos policíclicos aromáticos con cadenas parafínicas) los cuales en aceites pesados forman coke cuando se rocían dentro de un horno. Esto provoca que en la flama se encuentren partículas porosas de coke de casi el mismo tamaño que las gotas originales provenientes del rociador. Además, partículas de hollín formadas por la combustión incompleta del material volátil, también se encuentran presentes.

La radiación incidente en una suspensión de partículas en un gas es parcialmente transmitida, parcialmente dispersada y parcialmente absorbida. La dispersión puede tomar lugar por ciertos mecanismos, principalmente por:

1. Difracción en la interfase partícula-gas.
2. Refracción en la interfase gas-partícula y la re-emisión desde partículas después de la reflexión interna y posterior refracción.
3. Reflexión desde la superficie de la partícula.

Estos mecanismos ocurren en mayor o menor proporción, con partículas de todos los tamaños y una solución completa del problema para determinar que proporción de la radiación ocurre en cada mecanismo involucra el uso de las ecuaciones de Maxwell para la interacción de ondas electromagnéticas con partículas que se supone son esféricas. El análisis de Maxwell utiliza el parámetro  $\pi d/\lambda$  (donde  $d$  es el diámetro de la partícula) y la propiedad óptica compleja  $n(1-ik')$  donde  $n$  es el índice

de refracción,  $k'$  es el índice de absorción del material de la partícula

Como el cálculo por medio de las ecuaciones de Maxwell es muy difícil se simplifican mucho los cálculos para grupos de partículas dentro de ciertos rangos de diámetro y calculando cual es su contribución a la emisividad de la flama.

Partículas grandes ( $\pi d > 5\lambda$ )

Para grandes partículas negras, que se encuentran presentes en concentraciones bajas, el decremento fraccional en la intensidad de radiación conforme atraviesa la suspensión es proporcional al área interceptada por las partículas (A)

$$A = c_r A_r \quad (4.20)$$

Donde  $c_r$  es el número de partículas por unidad de volumen de la suspensión y  $A_r$  es el área proyectada por partícula en la dirección de la radiación. Esta misma ecuación se puede expresar en términos de  $c_v$  que es el volumen fraccional de partículas en la suspensión y  $A_v$  que es el área proyectada de partículas por unidad de volumen.

Herdan (15) encontró que la sección media transversal de partículas no porosas es un cuarto de su área de superficie ( $S_v$ ).

$$A_v = \frac{S_v}{4} \quad (4.21)$$

aplicando las ecuaciones (4.20) y (4.21) en la ecuación (4.1)

$$I = I_0 e^{-c_v S_v L / 4} \quad (4.22)$$

o sea que:

$$K = \frac{c_v S_v}{4} \quad (4.23)$$

Para obtener el área de partículas por unidad de volumen ( $c_v S_v$ ) se utiliza la ecuación (4.24) a partir de valores como el diámetro medio de partícula ( $d$ ) la masa de combustible ( $m_c$ ), la masa de aire ( $m_a$ ) y las densidades del combustible  $\rho_c$  y de los productos de la combustión  $\rho_p$

$$c_v S_v = \frac{6 m_c \rho_p}{d (m_c + m_a) \rho_c} \quad (4.24)$$

#### Partículas pequeñas

Las partículas de hollín en las flamas son menores a  $.5 \mu$  de diámetro, lo cual nos indica que son más pequeñas que las longitudes de onda importantes en la radiación térmica de una flama y debido a esto estas partículas no se pueden considerar como opacas y que absorban la radiación por leyes de la óptica geométrica. Consecuentemente, se suponen áreas transversales hipotéticas las cuales se relacionan a las áreas de partículas negras del mismo tamaño, las cuales son equivalentes a la atenuación ( $D_{at}$ ) y dispersión ( $D_{dis}$ ) de radiación por las partículas sobre las cuales la radiación incide. La absorción relativa del área transversal es ( $D_a$ )

$$D_a = D_{at} - D_{dis} \quad (4.25)$$

Mie (2) propuso una ecuación para la propagación de la radiación en un medio turbio la cual fue resuelta por Hawksley (16) y nos muestra que la dispersión de la radiación por partículas pequeñas es despreciable y la absorción se obtiene de valores de la atenuación. La atenuación de la radiación por partículas pequeñas es:

$$D_{at} = \frac{24 \pi d f(n, k')}{\lambda} = D_a \quad (4.26)$$

Donde  $f(n, k')$  es una función del índice de refracción ( $n$ ) y del índice de absorción ( $k'$ ) del material de la partícula.

En la suposición de que  $n$  y  $k'$  son independientes de la temperatura y de la longitud de onda,  $f(n, k')$  en la ecuación (4.26) se vuelve una constante.

Para partículas pequeñas, suponiendo que son negras podemos encontrar por la ecuación (4.23):

$$K_\lambda = \frac{3 D_a c_v}{2d} = \frac{36 \pi c_v f(n, k')}{\lambda} \quad (4.27)$$

Donde el subíndice  $\lambda$  indica que se trata de absorción monocromática.

Entonces substituyendo la ecuación (4.27) en la ecuación (4.7)

$$e_\lambda = 1 - \exp(-36 \pi c_v K(n, k') L_m / \lambda) = 1 - \exp(-K_b c_v L_m / \lambda) \quad (4.28)$$

Donde  $K_b = 36 \pi f(n, k')$

La emisividad total se puede calcular, con la distribución espectral de radiación de cuerpo negro, expresada por la ecuación de Wien, la cual es una aproximación de la expresión de Planck.

$$\epsilon = \frac{\int_0^{\infty} e_{\lambda} E_{\lambda, cn} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda, cn} d\lambda} \quad (4.29)$$

$$\epsilon = \frac{\int_0^{\infty} (1 - e^{-hc_v L_m / \lambda}) c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2 / \lambda T} d\lambda}{\int_0^{\infty} c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2 / \lambda T} d\lambda} \quad (4.30)$$

Si definimos:

$$x = \frac{c_2}{\lambda T} \qquad y = \frac{(c_2 + hc_v L_m)}{\lambda T}$$

$$\frac{dx}{d\lambda} = -\frac{c_2}{\lambda^2 T} \qquad \frac{dy}{d\lambda} = -\frac{(c_2 + hc_v L_m)}{\lambda^2 T}$$

la ecuación (4.30) queda como:

$$\epsilon = \frac{1 - \frac{T^4}{(c_2 + hc_v L_m T)^4} \int_0^{\infty} y^3 e^{-y} dy}{\left(\frac{T}{c_2}\right)^4 \int_0^{\infty} x^3 e^{-x} dx}$$

La integral definida a la cual se le denomina función gama  $\Gamma(4)$  se simplifica para quedar:

$$\epsilon = 1 - \left[ \frac{1}{1 + k_c c_v L_m T / c_2} \right]^4 \quad (4.31)$$

Ergun y McCartney hicieron estudios sobre el carbón y notaron que  $k_c/c_2$  variaba de 5.2 a 2.6  $\text{cm}^{-10} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$  conforme el radio atómico  $H/C$  variaba de 0 a 0.4. El trabajo experimental de IJmuiden en dos tipos de aceite como combustible obtuvo valores de 4.4 y 9.8. Un valor tentativo de 5  $\text{cm}^{-10} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$  se recomienda.

#### Representación de gases reales

Para un gas real, la absorción en ciertas regiones del espectro no sigue la ley de Lambert-Beer ecuación (4.1). La estructura de las relaciones para calcular el intercambio radiativo en un recinto es tal, que la formulación matemática se hace en sistemas de gases grises.

La relación emisividad-pL para cualquier gas se puede visualizar como la suma de un número suficiente de gases grises; la relación puede ser representada con el grado de exactitud que se desee por

$$\epsilon_g = \sum_{i=1}^n \alpha_{g,i} (1 - e^{-\kappa_i \rho L}) \quad (4.32)$$

Si el número de términos en la sumatoria es muy grande  $\alpha_i$  se puede considerar como la fracción de energía de las regiones del espectro



de cuerpo negro en las cuales el coeficiente de absorción fluctúa sobre un valor  $K_i$ :

$$a_{\lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{\epsilon_{\omega_i} - \Delta\omega_i}{E}$$

Donde  $\Delta\omega_i$  es la región del número de onda en la cual

$$K = K_i \pm \frac{\Delta K_i}{2}$$

ilustrado por la zona sombreada de la Fig. 24. En algunos casos se encuentran valores de  $K$  que corresponden a cero, los cuales corresponden a "ventanas" en el espectro entre bandas de emisión poderosas, y que algunas veces se les denomina componente de gas claro.

Un procedimiento que se ha seguido (2) para resolver estas series exponenciales es el siguiente:

1. Supóngase la suma de  $a_{q,i}$  de los gases grises, excluyendo los componentes de gas claro

$$\sum_{i=1}^n a_{q,i} = (1 - a_{q,0})$$

2. Grafíquese  $\sum_{i=1}^n a_{q,i} \cdot \epsilon_g$  contra  $pL$  en coordenadas semilogarítmicas. Con lo cual la ecuación (4.32) puede escribirse como

$$\sum_{i=1}^n a_{q,i} \cdot \epsilon_g = a_{q,1} e^{-K_1 pL} + a_{q,2} e^{-K_2 pL} + \dots + a_{q,n} e^{-K_n pL} \quad (4.33)$$

Si  $\kappa_n \gg \kappa_{n-1} \gg \dots \gg \kappa_2 \gg \kappa_1$ , todos los términos de la derecha menos el primero son despreciables a grandes  $pL$  así que la ordenada de la gráfica va a representar  $a_{q,1} e^{-\kappa_1 pL}$ . Así que una correcta suposición de  $\sum_{i=1}^n a_{q,i}$  deberá dar a grandes  $pL$ , una línea recta con una pendiente de  $\kappa_1$  y una intercepción en el eje de las ordenadas de  $a_{q,1}$ .

Un valor supuesto muy grande de  $\sum a_{q,i}$  provoca que la línea se curve hacia arriba, un valor supuesto muy pequeño hace que la línea se curve hacia abajo. Ver Figs. 25, 26 y 27.

3. Se subtrae el valor de  $a_{q,1} e^{-\kappa_1 pL}$  obtenido de los pasos anteriores a ambos lados de la ecuación (4.33).
4. El procedimiento se repite desde el paso 1 reduciendo cada vez el valor de  $pL$ .

CAPITULO V

Solución Matemática al Modelo

Hottel obtuvo un sistema de ecuaciones del tipo de la ecuación (3.7) al hacer una zonificación de un recinto en cada zona se supone que existe una temperatura y emisividad uniforme, la ecuación de la cual partió fue

$$\sum_{i=1}^n (\overline{s_i s_j} - \frac{\delta_{ij} A_j}{\rho_j}) w_i = - \frac{A_j \epsilon_j}{\rho_j} E_j - \sum_{i=1}^m \overline{g_i s_j} E_{i,g} \quad (5.1)$$

El término  $\delta_{ij}$  se conoce como delta de Kronecker teniendo siempre el valor de cero excepto cuando  $i=j$ ,  $G_i s_j$  es el área de intercambio entre la superficie  $j$  con el gas  $i$  y se define por la ecuación (5.2) obtenida en forma semejante a la ecuación (2.8)

$$g_i s_j = \frac{Q_{i \rightarrow j}}{E_i - E_j} = \int_{V_i} \int_{A_j} \frac{\kappa_i dV_i dA_j \cos \Theta_{ij} \tau_{ij}}{\pi r^2} \quad (5.2)$$

A partir de la ecuación (5.1) se obtiene un sistema de ecuaciones que presentan el siguiente arreglo en forma de matrices:

$$\begin{bmatrix} s_1 s_1 \frac{A_1}{\rho_1} & s_1 s_2 & s_1 s_3 & \dots & s_1 s_n \\ s_2 s_1 & s_2 s_2 \frac{A_2}{\rho_2} & s_2 s_3 & \dots & s_2 s_n \\ s_3 s_1 & s_3 s_2 & s_3 s_3 \frac{A_3}{\rho_3} & \dots & s_3 s_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n s_1 & s_n s_2 & s_n s_3 & \dots & s_n s_n \frac{A_n}{\rho_n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{A_1 \epsilon_1}{\rho_1} E_1 - g_{1s} E_{g,1} & \dots & -g_{1m} E_{g,m} \\ -\frac{A_2 \epsilon_2}{\rho_2} E_2 - g_{2s} E_{g,2} & \dots & -g_{2m} E_{g,m} \\ -\frac{A_3 \epsilon_3}{\rho_3} E_3 - g_{3s} E_{g,3} & \dots & -g_{3m} E_{g,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{A_n \epsilon_n}{\rho_n} E_n - g_{ns} E_{g,n} & \dots & -g_{nm} E_{g,m} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

MATRIZ DE TRANSFERENCIA                      VECTOR RESPUESTA                      VECTOR DE EXCITACION

El sistema de ecuaciones de (5.3) se puede resolver por cualquier método, si se aplica la regla de Cramer nos da:

$$w_i = \frac{D_i}{D} \quad (5.4)$$

D representa el determinante del sistema formado por la matriz de transferencia de la ecuación (5.3) y  $D_i$  es la obtenida por la substitución del vector de excitación de (5.3) en la columna  $i$ -ésima de D. Aunque uno de los métodos más empleados es el método de Gauss-Jordán o el de Crout.

El sistema presentado por Hottel tiene el problema de la evaluación del vector de excitación en la ecuación (5.3). Debido a que la integración de la ecuación (5.2) es muy compleja y de difícil visualización, prefirió el autor de este trabajo hacer una simplificación eliminando las áreas de intercambio gas-gas y gas-superficie haciendo la suposición de que cada zona colinda con otra por medio de una membrana y esta otra zona colinda a su vez con otra zona por medio de otra membrana, cada membrana tiene un área de intercambio membrana-pared, membrana-gas, membrana-membrana, al evaluar cada término se involucra el factor de Perspectiva y la transmitividad en cada una de las relaciones anteriores quedándonos un sistema de ecuaciones dispuestas en la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix}
 F_{11}\tau_{11} - \frac{1}{p_1} & F_{12}\tau_{12} & F_{13}\tau_{13} & \dots & F_{1n}\tau_{1n} \\
 F_{21}\tau_{21} & F_{22}\tau_{22} - \frac{1}{p_2} & F_{23}\tau_{23} & \dots & F_{2n}\tau_{2n} \\
 F_{31}\tau_{31} & F_{32}\tau_{32} & F_{33}\tau_{33} - \frac{1}{p_3} & \dots & F_{3n}\tau_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 F_{n1}\tau_{n1} & F_{n2}\tau_{n2} & F_{n3}\tau_{n3} & \dots & F_{nn}\tau_{nn} - \frac{1}{p_n}
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 W_1 \\
 W_2 \\
 W_3 \\
 \vdots \\
 W_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -\frac{e_1 E_1}{p_1} - e_{g1} E_{g1} \\
 -\frac{e_2 E_2}{p_2} - e_{g2} E_{g2} \\
 -\frac{e_3 E_3}{p_3} - e_{g3} E_{g3} \\
 \vdots \\
 -\frac{e_n E_n}{p_n} - e_{gn} E_{gn}
 \end{bmatrix}$$

El sistema de ecuaciones como las de la (5.5) fueron obtenidas a partir de la ecuación (3.7).

En la ecuación (5.5) no se involucran en el vector de exitación áreas de intercambio gas-superficie, aunque por otro lado si se aumenta en mayor forma la evaluación de cada término de la matriz de transferencia.

Si se desea evaluar solamente el calor neto entre las superficies  $j$  e  $i$  ( $Q_{j \neq i}$ ) se puede partir de:

$$Q_{j \neq i} = Q_{j \rightarrow i} - Q_{i \rightarrow j} = \overline{s_j s_i} (E_j - E_i)$$

$Q_{j \rightarrow i}$  es el calor que llega a la superficie  $i$  y que se absorbe después de muchas reflexiones en otras superficies y el cual es únicamente emitido desde  $A_j$ . Esta cantidad se encuentra dando valores de cero a todas las "E" en la ecuación (5.3) excepto a  $E_j$ . Se denota a la  $W$  resultante con el índice  $j$  que indica a que superficie se le dió el valor de cero, entonces:

$$-Q_{i \rightarrow i} = Q_{j \rightarrow i} = \frac{A_i \epsilon_i}{\rho_i} (\delta_{ij} W_i - 0) \quad (5.6)$$

Este procedimiento es posible debido a que las ecuaciones son lineales en  $W$ .

La delta de Kronecker se puede emplear para expresar la ecuación (5.6):

$$Q_{j \rightarrow i} = \frac{A_i \epsilon_i}{\rho_i} \left( \delta_{ij} \frac{W_j}{E_j} - \delta_{ij} \epsilon_j \right) E_j \quad (5.7)$$

La ecuación (5.7) representa el flujo de calor en  $i$  debido a  $A_j$  como único emisor. La misma expresión con  $E_i$  en lugar de  $E_j$ , representa el flujo de calor en  $j$  debido a  $A_i$  como único emisor. Entonces el flujo de calor entre  $A_j$  y  $A_i$  es de cero cuando están en equilibrio o sea cuando  $E_j = E_i$ . Entonces el flujo neto de calor se encuentra dado por:

$$\begin{aligned} Q_{j \neq i} &= \frac{A_i \epsilon_i}{\rho_i} \left( \delta_{ij} \frac{W_j}{E_j} - \delta_{ij} \epsilon_j \right) (E_j - E_i) \\ &= \frac{A_j \epsilon_j}{\rho_j} \left( \delta_{ij} \frac{W_j}{E_i} - \delta_{ij} \epsilon_i \right) (E_j - E_i) \end{aligned} \quad (5.8)$$

El término que multiplica a (Ej-Ei) es una medida completa de los efectos de tamaño y forma del sistema y de las emisividades de sus partes y tiene las dimensiones de área, entonces:

$$\overline{s_i s_j} = \frac{A_i \epsilon_i}{\rho_i} \left( \frac{j W_i}{E_j} - \delta_{ij} \epsilon_j \right) \quad (5.9)$$

$j W_i$ , se evalúa en términos de la ecuación (5.4). El vector de excitación se substituye en  $D_i$ , pero como tiene un solo término definido el orden del determinante en el numerador se puede reducir en uno, entonces:

$$j W_i = \frac{A_j \epsilon_j}{\rho_j} E_j \left( -\frac{D_{ij}}{D} \right) \quad (5.10)$$

Donde  $D_{ij}$  es el cofactor con la columna  $i$  e hilera  $j$  de  $D$ .

Substituyendo la ecuación (5.10) en la ecuación (5.9) se obtiene:

$$\overline{s_i s_j} = \frac{A_i \epsilon_i}{\rho_i} \left[ \frac{A_j \epsilon_j}{\rho_j} \left( -\frac{D_{ij}}{D} \right) - \delta_{ij} \epsilon_j \right] \quad (5.11)$$

Esta ecuación es muy útil cuando no se cuenta con el uso de una computadora ya que de aquí se pueden obtener una serie de fórmulas (2) para casos especiales de cuerpos radiando.

CAPITULO VI

Ejemplo Ilustrativo

Para mostrar en forma cuantitativa los conceptos tratados en esta tesis, se calcularon los fluxes transmitidos por radiación dentro de una cámara de combustión de un horno para el calentamiento de hidrocarburos, de tipo caja, siguiéndose el método de zonificación por membranas, se supone en todos los cálculos que se trabaja con cuerpos grises, a excepción hecha del cálculo de la emisión por partículas en suspensión en los productos de la combustión, las cuales no pueden ser tratadas como cuerpos grises. Debido a la suposición de que se tratan cuerpos grises tienen validez todas las leyes para superficies Lambertianas.

Las Bases de Cálculo fueron las siguientes:

Condiciones de Proceso:

Tipo de Fluido	Hidrocarburos
Temperatura de Entrada del Fluido	630 °K
Temperatura de Pared desde la entrada hasta el tubo No. 14	650 °K
Temperatura de Pared del tubo No. 15 al tubo No. 30	670 °K
Temperatura Promedio del tubo No. 31 al tubo No. 34	687 °K
Temperatura Promedio del tubo No. 66 al tubo No. 57	695 °K
Temperatura Promedio del tubo No. 56 al tubo No. 45	730 °K
Temperatura Promedio del tubo No. 44 al tubo No. 35	770 °K
Temperatura de Salida del Fluido	807 °K



Condiciones para la Combustión:

Tipo de Combustible	Líquido (20.5 °API)
Porcentaje de Carbono en el combustible	84.67
Porcentaje de Hidrógeno en el combustible	11.02
Porcentaje de Oxígeno en el combustible	0.38
Porcentaje de Nitrógeno en el combustible	0.18
Porcentaje de Azufre en el combustible	3.97
Porcentaje de Cenizas en el combustible	0.02
Gasto de combustible	3000 Kg/Hr
Calor de combustión	9600 Kcal/Kg
Presión Atmosférica	1 atmósfera
Temperatura Ambiente	32 °C
Porcentaje de Exceso de aire	36
Geometría de la Cámara de Combustión	
Número de Celdas	1
Número de Tubos	132
Número de Pasos	2
Longitud de los tubos	17.22 m
Diámetro externo de los tubos	.1143 m
Espaciamiento de los tubos centro a centro	.2032 m
Material de los tubos	Acero al Carbón
Especificación ASTM	A 106 Gr B
Espaciamiento Tubo Pared	.0889 m
Ancho de la Cámara de Combustión	8.71 m

alto de la cámara de combustión	12.8	m
ancho de la Zona de Convección	1.52	m
pendiente del techo de la cámara	45°	

Para los cálculos se eligió un Número de Craya - Curtet de 0.51 (20) el cual nos indica que se tiene un tamaño de flama muy grande y una gran turbulencia dentro del hogar. El porcentaje de combustible quemado a lo alto del horno es más o menos uniforme, alcanzando el gas sus mayores temperaturas en la parte más alta del hogar, motivo por el cual los tubos que protegen a la zona de convección deben de ser de un material más resistente que el resto, sin embargo en este cálculo se suponen del mismo material.

La zonificación de la cámara se hizo en base a las temperaturas de pared de los tubos y en una sola dimensión a lo alto de la cámara. Debido a que la zonificación se hizo en base al método de membranas, se considera en cada zona un elemento de superficie y de volumen. Las distancias de separación de una membrana a otras se muestran en la figura 28, además que en esta misma figura se muestra la forma en la cual circula el fluido dentro de la cámara.

La secuencia de cálculo seguida se muestra en el diagrama de flujo de la Fig. 29. El cual como se puede observar consiste de un método de prueba y error, consiste en suponer una temperatura promedio

de la zona, a partir de esta temperatura se calcula la emisividad efectiva (E') de cada zona, con esta emisividad se calcula el calor transmitido por radiación (Qr) en la zona, se calcula el calor por cambio en la entalpía de los productos de la combustión (Qs) y la suma de estos dos calores debe dar el calor liberado por la combustión (Qc) en cada zona, si no concuerdan el calor calculado con el calor supuesto se debe suponer otra temperatura promedio, hasta que se tenga una diferencia aceptable de calor calculado contra calor supuesto.

Como primer paso se observa el porcentaje de combustible quemado en cada zona y el calor liberado en la misma al correspondiente número de Craya Curtet, los resultados obtenidos son los siguientes:

Zona	1	2	3	4	5	6
% de Combustible	40.32	27.4	5.25	12.0	8.0	7.0
Calor liberado (Kw x 10 <sup>6</sup> )	11.2	7.6	1.45	3.32	2.22	1.94

A partir de estos datos se calcularon las fracciones mol de CO<sub>2</sub> y H<sub>2</sub>O en cada zona, y suponiendo que se trata de gases perfectos se obtuvieron las presiones parciales en cada zona.

Zona	1	2	3	4	5	6
Presión CO <sub>2</sub> Atm.	.0226	.03852	.04164	.04908	.05371	.058
Presión H <sub>2</sub> O Atm.	.01764	.0301	.03251	.03607	.03907	.04529

Con los datos de presiones parciales de cada componente de los ga

gases de combustión se evaluaron las capacidades caloríficas promedio, las cuales se suponen constantes a lo largo de cada zona.

Para la evaluación del factor de vista de la zona 1 se ilustra la simplificación tan considerable en los cálculos cuando se emplea el concepto de membrana, la zona 1 tiene los siguientes factores de vista:  $F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{14}, F_{15}, F_{16}$  y sus respectivos recíprocos. Si intercalamos las membranas A, B, C, D y E podemos expresar cada uno de estos términos como:

$$F_{12} = F_{1A} F_{A2}$$

$$F_{13} = F_{1A} F_{A3} F_{B3}$$

$$F_{14} = F_{1A} F_{A3} F_{B3} F_{C4}$$

$$F_{15} = F_{1A} F_{A3} F_{B3} F_{C4} F_{D5}$$

$$F_{16} = F_{1A} F_{A3} F_{B3} F_{C4} F_{D5} F_{E6}$$

Si situamos todos estos valores en un arreglo matricial, lo que obtenemos es lo siguiente, de acuerdo a la ecuación (5.5):

$$\begin{bmatrix} F_{11} - \frac{1}{P_1} & F_{1A} F_{A2} & F_{1A} F_{A3} F_{B3} & F_{1A} F_{A3} F_{B3} F_{C4} & F_{1A} F_{A3} F_{B3} F_{C4} F_{D5} & F_{1A} F_{A3} F_{B3} F_{C4} F_{D5} F_{E6} \\ F_{A1} F_{2A} & F_{22} - \frac{1}{P_2} & F_{2B} F_{B3} & F_{2B} F_{B3} F_{C4} & F_{2B} F_{B3} F_{C4} F_{D5} & F_{2B} F_{B3} F_{C4} F_{D5} F_{E6} \\ F_{A1} F_{B3} F_{3B} & F_{B2} F_{3B} & F_{33} - \frac{1}{P_3} & F_{3C} F_{C4} & F_{3C} F_{C4} F_{D5} & F_{3C} F_{C4} F_{D5} F_{E6} \\ F_{A1} F_{B3} F_{C4} F_{4C} & F_{B2} F_{C4} F_{4C} & F_{C3} F_{4C} & F_{44} - \frac{1}{P_4} & F_{4D} F_{D5} & F_{4D} F_{D5} F_{E6} \\ F_{A1} F_{B3} F_{C4} F_{D5} & F_{B2} F_{C4} F_{D5} & F_{C3} F_{D5} F_{5D} & F_{5D} F_{4D} & F_{55} - \frac{1}{P_5} & F_{5E} F_{E6} \\ F_{A1} F_{B3} F_{C4} F_{D5} F_{6E} & F_{B2} F_{C4} F_{D5} F_{6E} & F_{C3} F_{D5} F_{6E} & F_{D4} F_{E6} F_{6E} & F_{E5} F_{6E} & F_{66} - \frac{1}{P_6} \end{bmatrix}$$

La evaluación de los términos  $F_{AB} = F_{BA}$ ,  $F_{BC} = F_{CB}$  se hace fácilmente por medio de la Fig. 10.

El término  $F_{IA}$  se evalúa a partir del principio de reciprocidad:

$$F_{IA} = \frac{F_{AI} A_A}{A_I}$$

Como  $F_{AI} = 1$ ;  $F_{IA}$  es la relación de áreas  $A/A_I$ . Lo mismo para  $F_{e\epsilon}$  ( $F_{\epsilon e} = 1$ ).

Como la suma de todos los factores de vista debe de ser siempre igual a 1 cuando se trata de una sola superficie, se tiene la siguiente relación:

$$F_{II} + F_{IA} = 1. \quad F_{II} = 1 - F_{IA} \quad (6.2)$$

La evaluación de los términos  $F_{CD}, F_{DC}$  es un poco más compleja, pero se puede realizar suponiendo más membranas, si no se cuenta con gráficas como las de las Figs. 5 y 6 o fórmulas, el método que se eligió para la evaluación de estos factores de vista fue el método de Monte Carlo mediante el uso de una Computadora. Cualquiera de los factores de forma que se encuentran en la matriz (6.1) puede evaluarse siguiendo cualquiera de las relaciones expuestas anteriormente.

La matriz con valores numéricos para los factores de vista obtenida para el presente ejemplo fue la siguiente:

.5633	.1758	.0329	.0601	.108	.0599	
.3583	.2834	.0452	.0824	.1483	.0824	
.2692	.1815	.0986	.1187	.2135	.1184	
.1992	.1343	.0482	.4276	.1226	.0681	(6.3)
.3464	.2335	.0838	.1186	.0132	.187	
.2087	.1406	.0505	.0714	.2047	.3242	

Si se observa esta matriz se ve que la suma de los términos de cada hilera es aproximadamente uno, cosa que era de esperarse.

La evaluación de L en cada zona se hace por medio de la fórmula (4.19) y con este valor se obtienen los diferentes valores de K empleando las Figs. 16 y 17 para la lectura de emisividades y corrigiendo posteriormente las mismas por medio de las Figs. de la 18 a la 23.

En cada zona se asumió que se tenían dos gases grises y un gas claro, las gráficas obtenidas para la zona 1 son las mostradas en las Figs. 25, 26 y 27 de las cuales se reportan los siguientes valores:

$$.1 < p < .1 \quad K_1 = 3.9698 \text{ m}^{-1} \text{ atm}^{-1}$$

$$.01 < p < .1 \quad K_2 = 43.1562 \text{ m}^{-1} \text{ atm}^{-1}$$

A partir de los valores del coeficiente de atenuación se puede calcular cualquier longitud media del haz. Esto es muy práctico cuando se desean valores exactos, se trabaja con una matriz del tipo (6.1) o (5.5) si se adopta el método de membranas.

La matriz que se adoptó fue del tipo de la matriz (6.1) y la eva

luación de cada longitud media se hizo considerando que la radiación de una superficie a otra solo una fracción ( $F\tau$ ) logra incidir. Entonces con las ecuaciones (4.10) y (6.2) se obtienen relaciones del tipo:

$$F_{11} e^{-K L_{11}} + F_{1A} e^{-K L_{1A}} = e^{-K L_0} \quad (6.4)$$

La evaluación numérica de  $L_{AB}, L_{BC}$  etc., puede hacerse por medio de las tablas IV y III, con estos valores y de relaciones como la ecuación (6.4) se puede obtener cualquier L.

Con los valores de L y K se obtienen las transmitividades de cada término, las cuales quedan situadas en una matriz de secuencia semejante a la (6.1), como para gases grises  $\tau_i, \tau_j$ , entonces la mitad de la matriz de un lado de la diagonal es exactamente igual al otro lado de la matriz:

$$\left[ \begin{array}{cccccc} \tau_{11} & \tau_{1A} \tau_{A2} & \tau_{1A} \tau_{A3} \tau_{B3} & \tau_{1A} \tau_{A4} \tau_{B4} \tau_{C4} & \tau_{1A} \tau_{A5} \tau_{B5} \tau_{C5} \tau_{D5} & \tau_{1A} \tau_{A6} \tau_{B6} \tau_{C6} \tau_{D6} \tau_{E6} \\ & \tau_{22} & \tau_{2B} \tau_{B3} & \tau_{2B} \tau_{B4} \tau_{C4} & \tau_{2B} \tau_{B5} \tau_{C5} \tau_{D5} & \tau_{2B} \tau_{B6} \tau_{C6} \tau_{D6} \tau_{E6} \\ & & \tau_{33} & \tau_{3C} \tau_{C4} & \tau_{3C} \tau_{C5} \tau_{D5} & \tau_{3C} \tau_{C6} \tau_{D6} \tau_{E6} \\ & & & \tau_{44} & \tau_{4D} \tau_{D5} & \tau_{4D} \tau_{D6} \tau_{E6} \\ & & & & \tau_{55} & \tau_{5E} \tau_{E6} \\ & & & & & \tau_{66} \end{array} \right] \quad (6.5)$$

En las transmitividades se tuvo que haber considerado el efecto por transmitividad de partículas en suspensión dentro de los productos de la combustión; para la zona 1 se hizo de la siguiente forma:

Se supuso que se trabajaba con gases perfectos, entonces la densidad de los productos de la combustión ( $P_{pc}$ ) se puede obtener por:

$$i_{pc} = PM \frac{P}{RT}$$

Se consideró que las partículas que se formaban tenían un diá - metro promedio de  $150 \mu\text{m}$ . Con estos datos, la densidad del aceite y los respectivos gastos de productos de combustión que entraban cada zona, se empleó la fórmula (4.24) obteniendo:

$$c_v \dot{S}_v = 0.2152 \text{ m}^{-1}$$

Por último se obtuvo la transmitividad en la zona 1 debido a las partículas en suspensión:

$$\tau_{p1} = e^{-0.2152 L_0/4} = 0.8973$$

La matriz (6.5) con resultados numéricos (recíprocos al otro lado de la diagonal) es:

$$\begin{bmatrix} .749 & .5525 & .5215 & .3734 & .2948 & .2182 \\ & .74 & .6274 & .4492 & .3547 & .2625 \\ & & .764 & .6063 & .4786 & .3543 \\ & & & .764 & .5931 & .439 \\ & & & & .79 & .6339 \\ & & & & & .829 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$



Para terminar de completar la matriz de transferencia, sólo hace falta el cálculo de las reflectividades efectivas ( $P'$ ) de cada superficie en cada zona, para lo cual se evalúa por medio de la fórmula (4.8) que es para la emisividad combinada tubos-refractario. Esta fórmula es aproximada puesto que no considera algunas reflectividades del refractario, pero para cálculos de ingeniería da valores muy aceptables, lo cual se muestra al evaluar la emisividad en forma detallada y con la fórmula (4.8) para la Zona 1.

$$\epsilon_t' = .474132 \text{ (detallada) contra } \epsilon_t' = .473844 \text{ (fórmula (4.8))}$$

$$\epsilon_p' = .423197 \text{ (detallada) contra } \epsilon_p' = .422024 \text{ (fórmula (4.8))}$$

En la forma detallada los factores de Perspectiva se evaluaron por el Método de Monte Carlo, mientras que en la aproximada se empleó el método de la cuerda cruzada (ecuación (2.10)).

La reflectividad efectiva de la zona se obtiene a partir de la emisividad efectiva, para la Zona 1 es:

$$p_1' = 1 - .429873 = .570127$$

Situando todos los valores obtenidos hasta este punto en la matriz del sistema de ecuaciones (5.3). Esto es: multiplicando cada término de las matrices (6.3), (6.6) por el área de cada zona en cada hilera y substituyendo las reflectividades efectivas queda (en metros cuadrados):

$$\begin{bmatrix} -352.61 & 33.41 & 5.906 & 7.709 & 10.951 & 4.496 \\ & -261.39 & 4.782 & 6.243 & 8.868 & 3.641 \\ & & -80.58 & 3.022 & 4.294 & 1.763 \\ & & & -147.72 & 7.527 & 3.112 \\ & & & & -190.1 & 12.628 \\ & & & & & -128.34 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

La evaluación del vector de excitación se hace mediante los datos de emisividad de zona y de gas obtenidos en los pasos anteriores, el poder de emisión se obtuvo con la fórmula (1.3) los valores numéricos para el vector de excitación son:

$$\begin{bmatrix} 1562.52 \text{ Kw/m}^2 \\ 1471.76 \text{ Kw/m}^2 \\ 539.90 \text{ Kw/m}^2 \\ 1050.00 \text{ Kw/m}^2 \\ 1376.30 \text{ Kw/m}^2 \\ 1103.49 \text{ Kw/m}^2 \end{bmatrix}$$

La solución del sistema reportó los siguientes fluxes debido al intercambio radiante en el vector respuesta:

$$\begin{bmatrix} 5.9024 \text{ Kw/m}^2 \\ 7.6674 \text{ Kw/m}^2 \\ 8.5898 \text{ Kw/m}^2 \\ 8.576 \text{ Kw/m}^2 \\ 9.1305 \text{ Kw/m}^2 \\ 10.2326 \text{ Kw/m}^2 \end{bmatrix}$$

## CAPITULO VII

### Conclusiones y Recomendaciones

La zonificación de una superficie para estudiar su intercambio radiante es aunque compleja y laboriosa, la mejor forma cono cida hasta la fecha de obtener la distribución de fluxes en una superficie. La forma en que se haya zonificado una superficie depende en gran forma de la información disponible o de la forma en que queramos obtener los fluxes dependiendo de ésto, podemos hacer una zonificación en tantas zonas como sea posible. En base a la información y a los medios computacionales disponibles, se puede hacer una zonificación en dos o tres dimensiones y en algunos casos donde sea necesario, se pueden variar las condiciones de la cámara de combustión con respecto al tiempo y hacer la simulación del transiente de un hogar.

Al hacer la zonificación no sólo se obtienen los fluxes debidos a radiación, sino también se obtienen las temperaturas de cada zona (en caso de que no se cuente con las mismas) necesarias para producir el flux deseado, ésto representa una fuente de información para obtener el calor transferido por convección y conducción en cada zona.

El cálculo del intercambio radiante en la forma en que lo propone Hottel (2), es eficiente, pero al momento de dividir un hor-

no en un número elevado de zonas, generalmente se llega a obtener una matriz la cual contiene un número elevado de términos, ocasionando que la inversión de la misma requiera del empleo de una capacidad de memoria extensa, en una computadora, por lo cual se hace necesario el empleo de cofactores, los cuales nuevamente presentan el manejo de matrices aumentando el tiempo de computación, aunque por otro lado se disminuye el empleo de campos de memoria. La evaluación de las propiedades radiantes de los gases dentro de una cámara de combustión, siguiendo el método propuesto por Hottel, se debe de hacer por medio de elementos cúbicos y considerando al gas independientemente de las superficies que lo rodean, lo que representa al momento de obtener el vector de excitación, una cantidad de términos elevada y que se han evaluado de una manera poco precisa (puesto que los valores se toman de gráficas). En base a todos éstos inconvenientes se recomienda el empleo del concepto de "membranas" las cuales incluyan todas las propiedades radiativas de una zona, combinando superficies, gas y partículas en suspensión.

La evaluación de factores de Perspectiva por medio del método de Monte Carlo es de gran utilidad, principalmente cuando se cuenta con el uso de una máquina computadora y se desean evaluaciones de una mayor precisión. Este método no sólo se puede emplear para la evaluación de factores de Perspectiva, sino también para longitudes medias del haz, emisividades y en general para la distribución de flux radiante en hornos y flamas, siempre que se cuente con patro

nes de combustión y con las propiedades de radiación de gases y superficies. Las desventajas que presenta es la gran cantidad de tiempo que consume cada evaluación.

El concepto de membranas simplifica en gran forma el tipo de cálculos que hay que realizar, dando una mayor precisión en cada una de las evaluaciones, reduciendo el número de cálculos. Este concepto presenta como ventaja adicional que los valores absolutos numéricos mayores se encuentren en la diagonal o cerca de la misma, y los menores valores se encuentran en los extremos más alejados de la diagonal ocasionando con ésto la obtención de una matriz pesada, la cual al momento de ser invertida para la solución del sistema, da valores más exactos.

Con la introducción del concepto de membrana, se eliminan todos los términos que propone Hottel en el vector de excitación, dejando para su evaluación sólo dos: uno que depende de la temperatura de la superficie en cuestión y otro del medio absorbente que colinda a dicha superficie.

Cabe hacer notar que si se desea obtener el sistema de ecuaciones como lo propone Hottel se puede lograr, simplemente pasan de todas las transmitividades del vector de excitación. La forma en que se obtenga la matriz depende de qué método se prefiera. En el presente trabajo se recomienda en la forma en que fue obtenida.

El cálculo de las temperaturas del gas y de la superficie se pueden evaluar en forma aproximada por un método iterativo de prueba y error hasta obtener la cantidad de calor que se desea suministrar a un objeto que se calienta, conociendo por lo mismo sus temperaturas inicial y final. Esto tiene gran aplicación cuando no se conoce el patrón de combustión.

La representación de gases reales a partir de gases grises es muy buena y una representación de dos gases grises y uno transparente da por lo general una buena aproximación y no requiere de mayor exactitud para cálculos en hornos.

La evaluación de transmisión de calor por radiación combinada con convección o conducción, se realiza en forma independiente para cada uno de estos mecanismos.

Se recomienda que siempre que se evalúe la transmisión de calor por radiación en más de una dimensión se emplee el uso de una computadora debido a la gran cantidad de cálculos que se ven involucrados, especialmente en los casos en los que se requiera gran precisión se recomienda el empleo del método de Monte Carlo para la evaluación del intercambio radiativo.

Quando se evalúe transmisión de calor por radiación solar, no es conveniente hacer la evaluación como si se tratara de cuerpos grises se recomienda hacer estudios de polarización, de reflectividad direccional, etc.

TABLAS Y GRAFICAS

TABLA I

SUPERFICIES	T en °F	EMISIVIDAD
METALES Y SUS OXIDOS		
Aluminio:		
Plato pulido 98.3% puro (espejo) .....	440-1070	0.039-0.057
Pulido .....	212	0.095
Pulido rugoso (oxidado) .....	212	0.18
Latón pulido (espejo) 73.2 Cn, 26.7 Zn .	476-674	0.028-0.031
oxidado .....	390-1110	0.61 -0.59
Cobre pulido .....	242	0.023
	390-1110	0.57
fundido .....	1970-2330	0.16 -0.13
Oro pulido .....	440-1160	0.018-0.035
Fierro pulido	800-1880	0.14 -0.38
superficie gris obscuro .....	212	0.31
fundido .....	2370-2550	0.29
oxidado .....	390-1110	0.85 -0.89
Acero pulido .....	212	0.066
oxidado .....	75	0.8
rugoso .....	73	0.82
fundido .....	2770-3000	0.43 -0.40
Plomo puro pulido .....	260-440	0.057-0.075
gris oxidado .....	75	0.28
Acero inoxidable (pulido) .....	212	0.074
Tipo 301 A .....	450-1740	0.57 -0.55
Tipo 347 A .....	450-1650	0.52 -0.65
Tipo 310 (25 Cr 2o Ni) para hornos	420-980	0.90 -0.97
Plata pulida (espejo) .....	440-1160	0.020-0.032
Tungsteno .....	80-6000	0.032-0.35
Asbesto .....	100-700	.93 - .94
Tabique .....	1832	0.45
Carbón (96% Puro) .....	260-1160	0.81 -0.79
Grafito .....	212-608	0.76 -0.75
	608-932	0.75 -0.71
Vidrio liso .....	72	0.94
Pyrex .....	500-1000	0.95 -0.85
Pintura blanca sobre acero .....	73	0.906
negra " " .....	70	0.821
negra mate sobre acero .....	170-295	0.91



TABLA I (continua)

SUPERFICIES	T en °F	EMISIVIDAD
Pinturas de Aceite (todos colores) .....	212	0.92 -0.96
Papel .....	66	0.92 -0.94
Porcelana .....	72	0.92
Cuarzo .....	570-1540	0.92 -0.68
Hule (duro) .....	74	.94
Agua líquida .....	32-212	0.95 -0.963

FORMA	Dimensión Característica D	Lo/ D	Lm/ D
Esfera	Diámetro	2/3	0.63
Cilindro infinito	Diámetro	1	0.94
Cilindro infinito radiando a su base	Diámetro	0.814	0.65
Cilindro Altura=Diámetro	Diámetro	2/3	0.6
Mismo, radiando al centro de su base	Diámetro	0.764	0.71
Cilindro, altura=.5 Diámetro	Diámetro	0.5	0.45
Mismo, radiando a su base	Diámetro	0.475	0.43
Cilindro, altura-.2 Diámetro	Diámetro	0.8	0.73
Mismo, radiando a su base	Diámetro	0.817	0.76
Paralelepípedos rectangulares			
1x1x1 (cubo)	Lado	2/3	0.6
1x1x4 radiando a la cara 1x4		0.9	0.82
radiando a la cara 1x1		0.86	0.71
radiando a todas las caras	Lado	0.89	0.81
1x2x6 radiando a la cara 2x6	más	1.18	--
radiando a la cara 1x6	Corto	1.24	--
radiando a la cara 1x2		1.18	--
radiando a todas las caras		1.2	--
1x x (planos paralelos infinitos)	Distancia entre planos	2	1.76
Espacio exterior de un banco infinito de tubos con centros formando triángulos equiláteros, diámetro de tubo = espaciamento entre tubos	Espaciamento	3.4	2.8
Mismo, diámetro = .5 espaciamento	Espaciamento	4.45	3.8
Mismo arreglo en forma de cuadro diámetro = espaciamento	Espaciamento	4.1	3.5

TABLA II VALORES PARA LA OBTENCION DE LONGITUDES PROMEDIO DEL HAZ PARA ALGUNAS GEOMETRIAS.

TABLA III VALORES PARA LA OBTENCION DE LONGITUDES PROMEDIO DEL HAZ PARA DOS RECTANGULOS PARALELOS IGUALES Y CON LAS CUATRO ESQUINAS SEPARADAS POR UNA DISTANCIA Z.

X/Z		1.000	1.001	1.003	1.012	1.025	1.055	1.116	1.178	1.205	1.230	1.251
0	L/Y F	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
.1	L/Y F	1.001 0.00316	1.002 0.00626	1.004 0.01207	1.013 0.01715	1.026 0.02492	1.056 0.03514	1.117 0.04210	1.179 0.04463	1.207 0.04671	1.234 0.04829	1.255
.2	L/Y F	1.003 0.00626	1.004 0.01240	1.006 0.02391	1.015 0.03398	1.028 0.04941	1.058 0.06971	1.120 0.08353	1.182 0.08859	1.210 0.09272	1.235 0.09586	1.256
.4	L/Y F	1.012 0.01207	1.013 0.02392	1.015 0.04614	1.024 0.06560	1.037 0.09554	1.067 0.13513	1.129 0.16219	1.192 0.17209	1.220 0.18021	1.245 0.18638	1.267
.6	L/Y F	1.025 0.01715	1.026 0.03398	1.028 0.06560	1.037 0.09336	1.050 0.13627	1.080 0.19341	1.143 0.23271	1.206 0.24712	1.235 0.25896	1.261 0.26795	1.282
1.0	L/Y F	1.055 0.02492	1.056 0.04941	1.058 0.09554	1.067 0.13627	1.080 0.19982	1.110 0.28588	1.175 0.34596	1.242 0.36813	1.272 0.38638	1.300 0.40026	1.324
2.0	L/Y F	1.116 0.03514	1.117 0.06971	1.120 0.13513	1.129 0.19342	1.143 0.28588	1.175 0.41525	1.246 0.50899	1.323 0.54421	1.359 0.57338	1.393 0.59563	1.421
4.0	L/Y F	1.178 0.04210	1.179 0.08353	1.182 0.16219	1.192 0.23271	1.206 0.34596	1.242 0.50899	1.323 0.63204	1.416 0.67954	1.461 0.71933	1.505 0.74990	1.543
6.0	L/Y F	1.205 0.4463	1.207 0.08859	1.210 0.17209	1.220 0.24712	1.235 0.36813	1.272 0.54421	1.359 0.67954	1.461 0.7324	1.513 0.77741	1.564 0.84713	1.609
20.0	L/Y F	1.251 0.04829	1.253 0.09586	1.256 0.18638	1.267 0.26795	1.282 0.40026	1.324 0.59563	1.421 0.74990	1.543 0.86563	1.609 0.95125	1.680 0.9679	1.748
	Y/Z	0	.1	.2	.4	.6	1.0	2.0	4.0	6.0	10.0	20.0

TABLA N VALORES PARA LA OBTENCION DE LONGITUDES PROMEDIO DEL  
 HAZ PARA DOS RECTANGULOS CON UN EXTREMO COMUN Y QUE SE EN-  
 CUENTRAN HACIENDO UN ANGULO DE NOVENTA GRADOS.

Y/X	Z/X											
	0.05	0.1	0.2	0.4	0.6	1.0	2.0	4.0	6.0	10.0	20.0	$\infty$
0.02	.007982 .17340	.008375 .12903	.009323 .03298	.009545 .04995	.009589 .03537	.009628 .02291	.009648 .01263	.009653 .006364	.009655 .004233	.009655 .002594	.009555 .001305	.009655
0.05	.014269 .21146	.018601 .13756	.02117 .13134	.02243 .03953	.02279 .06627	.02304 .04372	.02316 .02364	.02320 .01234	.02321 .003342	.02321 .005059	.02321 .002549	.02321
0.10	$\varphi$ $\gamma$	.02319 .20379	.03622 .17742	.04036 .12737	.04229 .09795	.04325 .06659	.04376 .03676	.04390 .01944	.04393 .013184	.04394 .008018	.04394 .004049	.04395
0.20		$\varphi$ $\gamma$	.05421 .13854	.06659 .15900	.07377 .13028	.07744 .09337	.07942 .05356	.07999 .02890	.08010 .01972	.08015 .012047	.08018 .006103	.08018
0.40			$\varphi$ $\gamma$	.10013 .16255	.11524 .14686	.12770 .11517	.13514 .07088	.13736 .03903	.13779 .02666	.13801 .01697	.13811 .003642	.13814
0.60				$\varphi$ $\gamma$	.13888 .14164	.16138 .11940	.17657 .07830	.18143 .04467	.18239 .03109	.18289 .02025	.18311 .010366	.18318
1.0					$\varphi$ $\gamma$	.20004 .11121	.23285 .08137	.24522 .04935	.24783 .03502	.24921 .02196	.24980 .01175	.25000
2.0	$\varphi = \frac{AF}{X^2}$					$\varphi$ $\gamma$	.29860 .07036	.33462 .04924	.34386 .03670	.34916 .02401	.35142 .01325	.35222
4.0	$\gamma = \frac{AFL}{XYZ}$						$\varphi$ $\gamma$	.40544 .04051	.43104 .03284	.44840 .02320	.45703 .01300	.46020
6.0								$\varphi$ $\gamma$	.46932 .02332	.49936 .02132	.51744 .01272	.52363
10.0									$\varphi$ $\gamma$	.5502 .01759	.5876 .01146	.6053
20.0										$\varphi$ $\gamma$	.6603 .008975	.7156

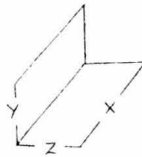
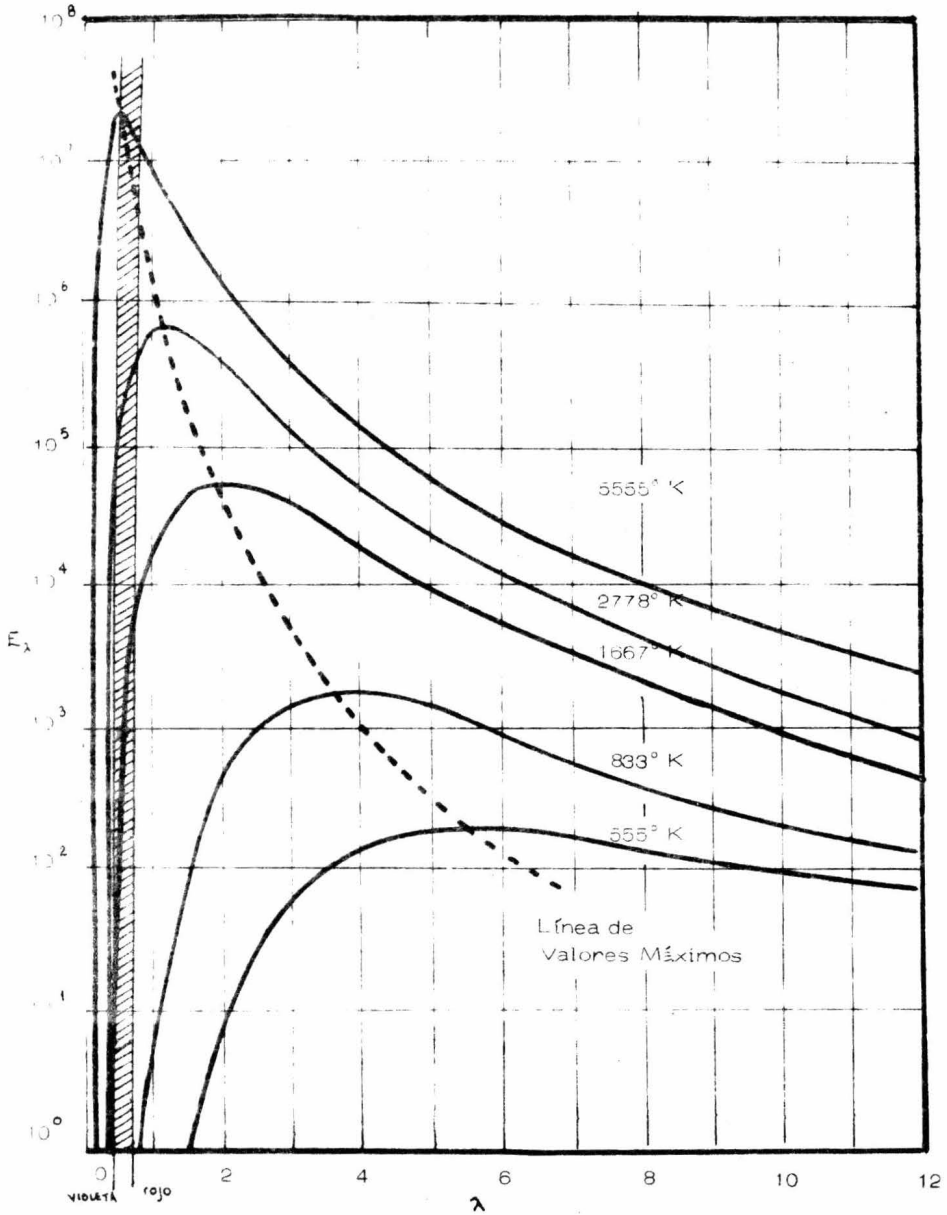
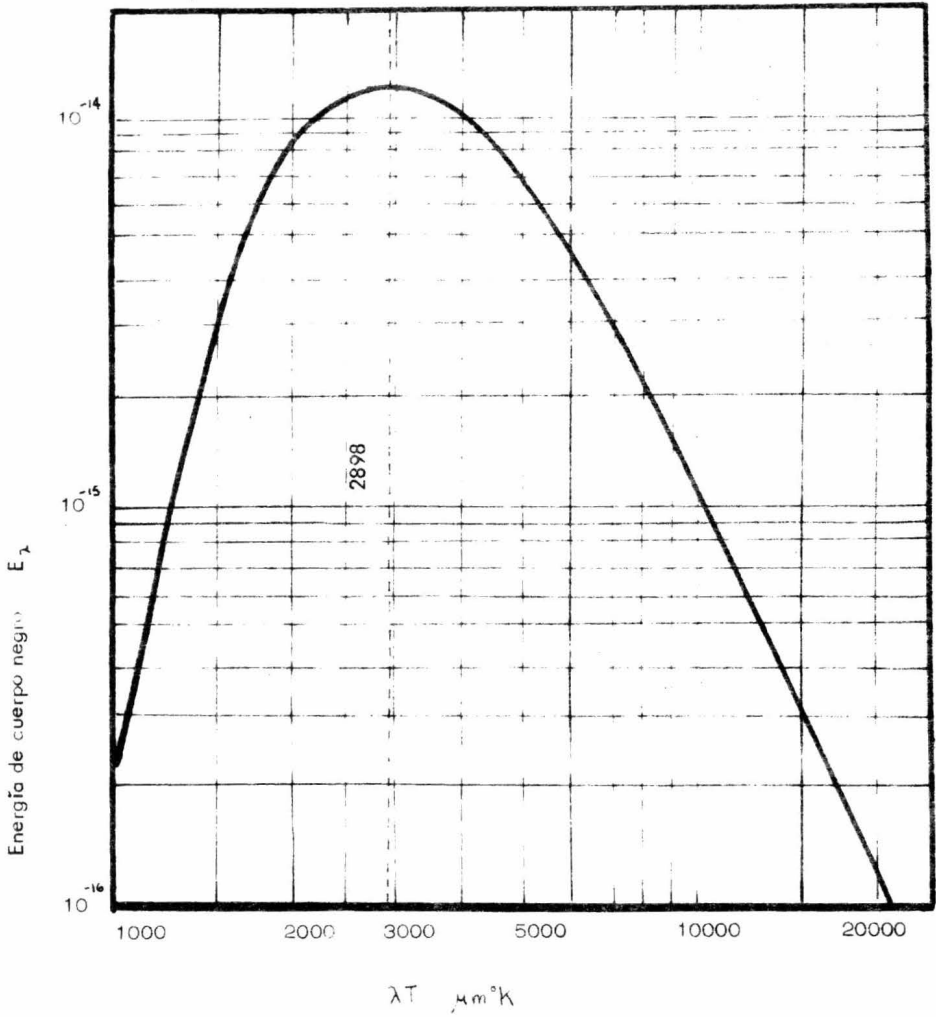


FIGURA N° 1



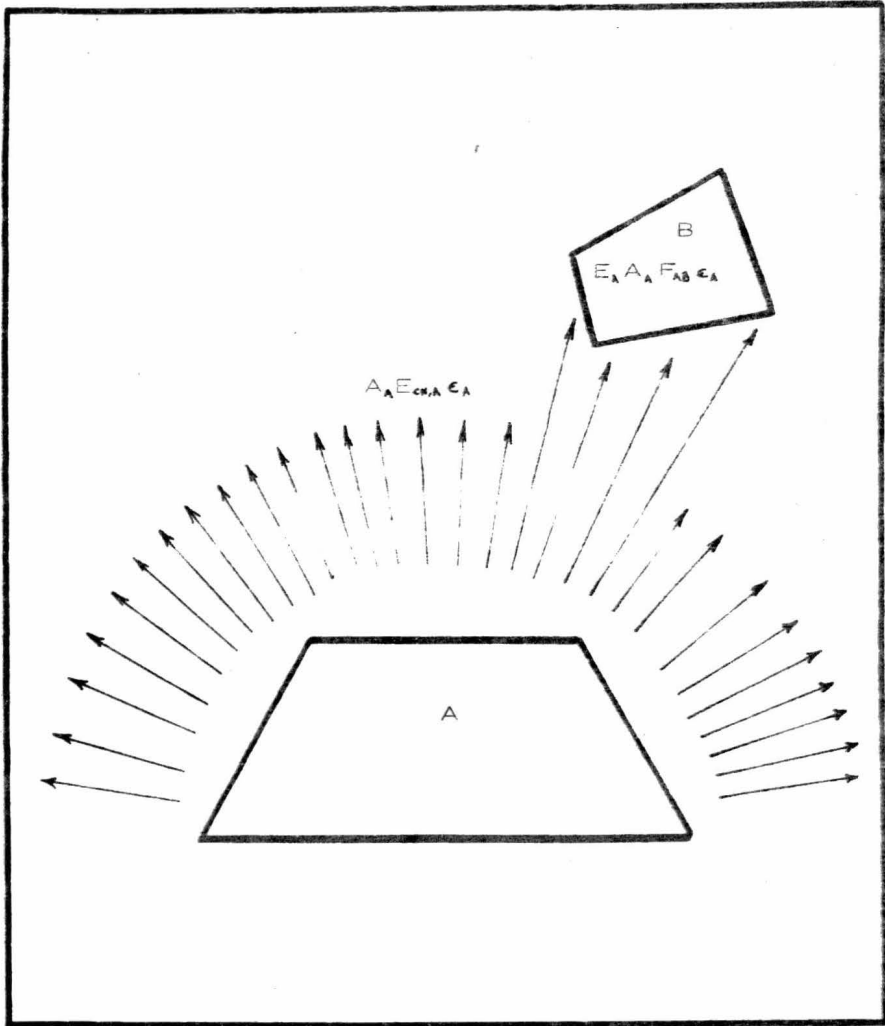
ENERGIA DE EMISION HEMISFERICA ESPECTRAL DE CUERPO NEGRO PARA VARIAS TEMPERATURAS

FIG. 11.10



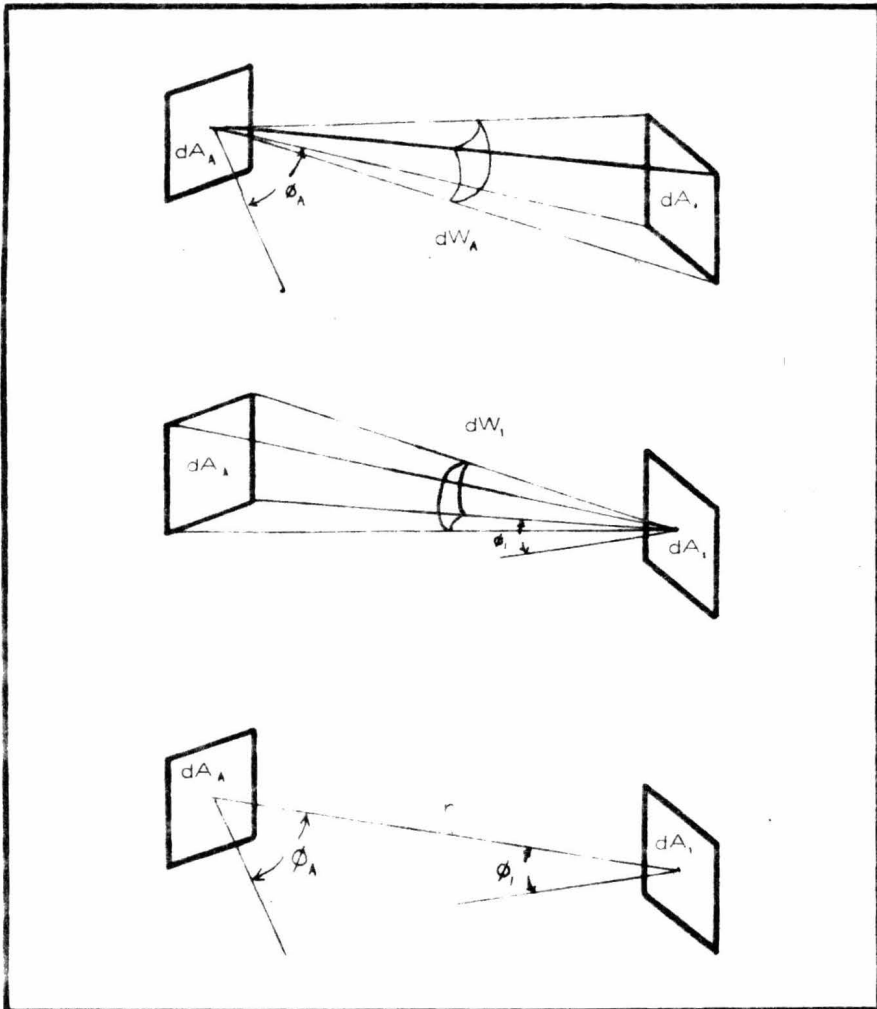
DISTRIBUCION DE LA ENERGIA EMITIDA POR UN CUERPO NEGRO

FIGURA N° 3



FRACCION DE LA ENERGIA RADIANTE QUE SALE DE LA SUPERFICIE A Y QUE LOGRA INCIDIR SOBRE LA SUPERFICIE B

FIGURA N° 4



INTERCAMBIO RADIANTE ENTRE DOS ELEMENTOS  
MUY PEQUEÑOS DE SUPERFICIE



FACTOR DE VISTA DESDE UN PLANO RECTANGULAR  
PLANO TAMBIEN RECTANGULAR, LOS CUALES TIENEN UN EX-  
TREMOS COMUN Y SE ENCUENTRAN HACIENDO UN ANGULO DE  
TREINTA GRADOS

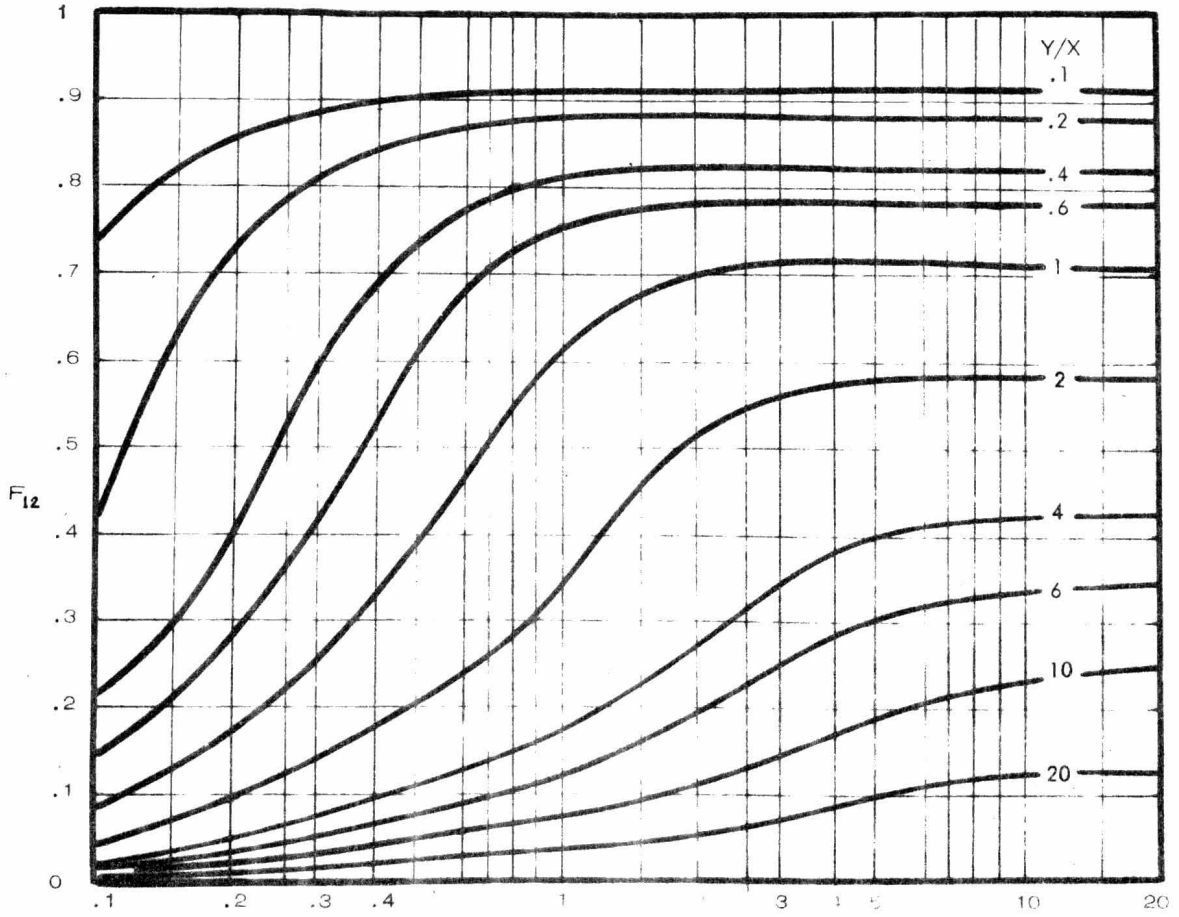
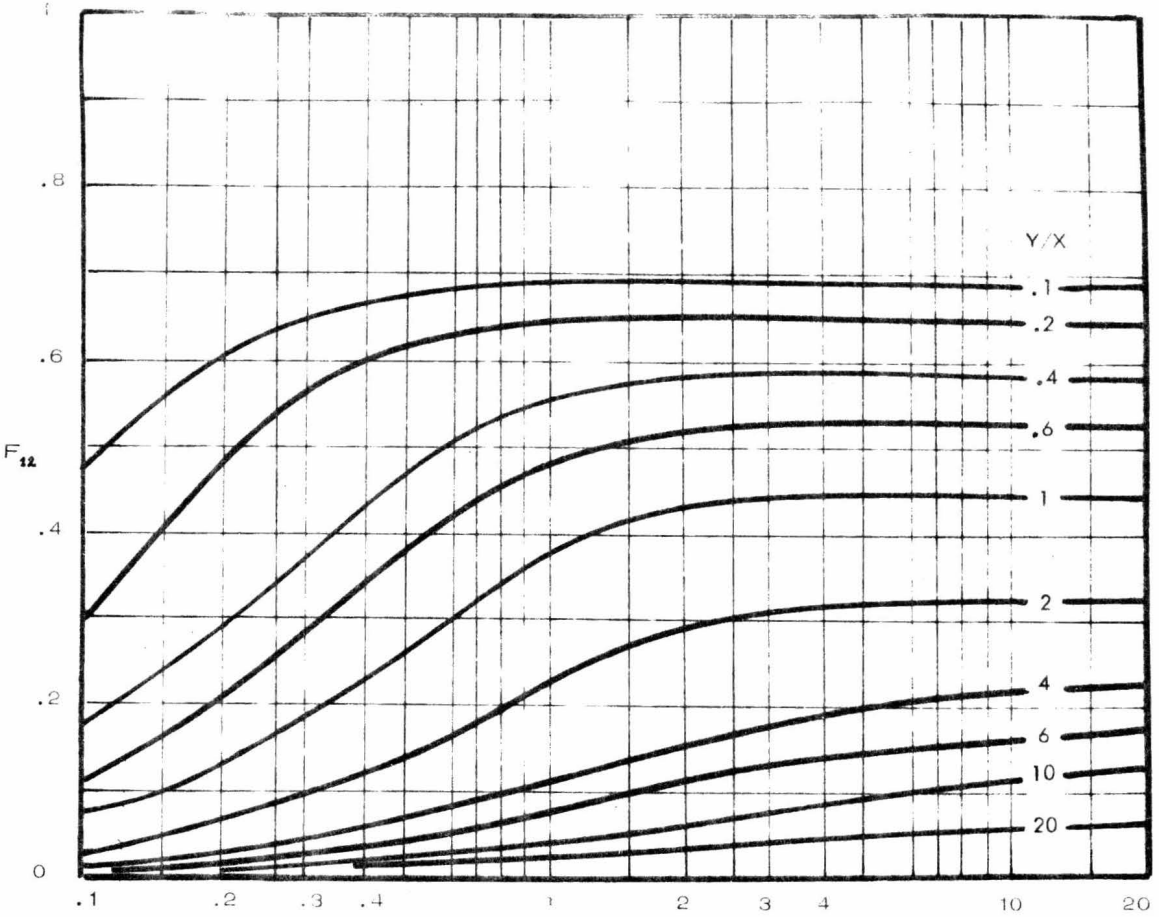


FIGURA N° 6



FACTOR DE VISTA DESDE UN PLANO RECTANGULAR A OTRO PLANO TAMBIEN RECTANGULAR, LOS CUALES TIENEN UN EXTREMO COMUN Y SE ENCUENTRAN HACIENDO UN ANGULO DE SESENTA GRADOS

EN TODAS LAS POSICIONES DEL PLANO RECTANGULAR PARA OBTENER  
 LOS VALORES DE LOS ANGULOS EN GRADOS, LOS CUALES TIENEN QUE  
 SER INTRODUCIDOS EN LA TABLA SIGUIENTE HACIENDO UN ANGULO  
 DE NOVENTA GRADOS

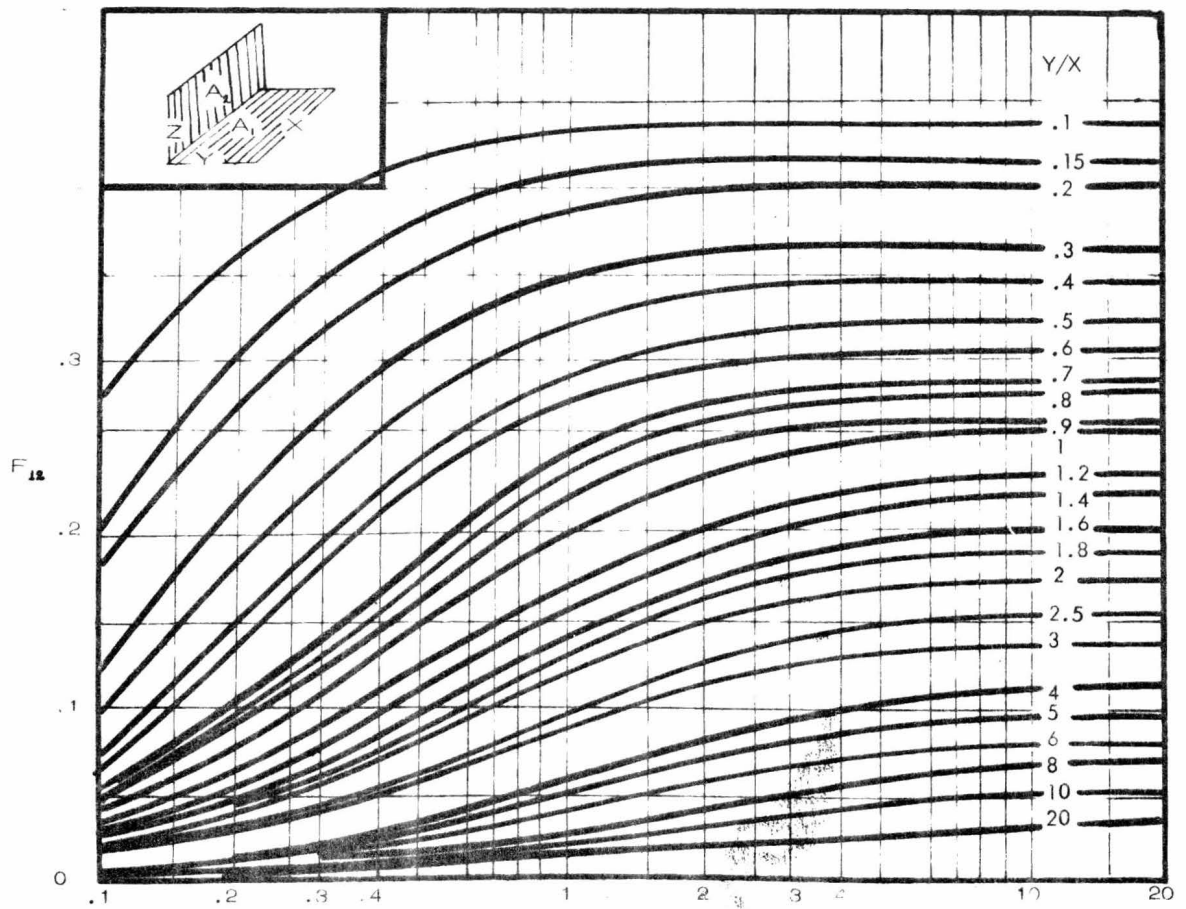


FIGURA N° 7

FACTOR DE VISTA DESDE UN ELEMENTO DA A UN PLANO REC-  
 TANGULAR PARALELO AL PLANO DA CON UNA ESQUINA SITUA-  
 DA EN LA NORMAL QUE SALE DEL CENTRO DE A

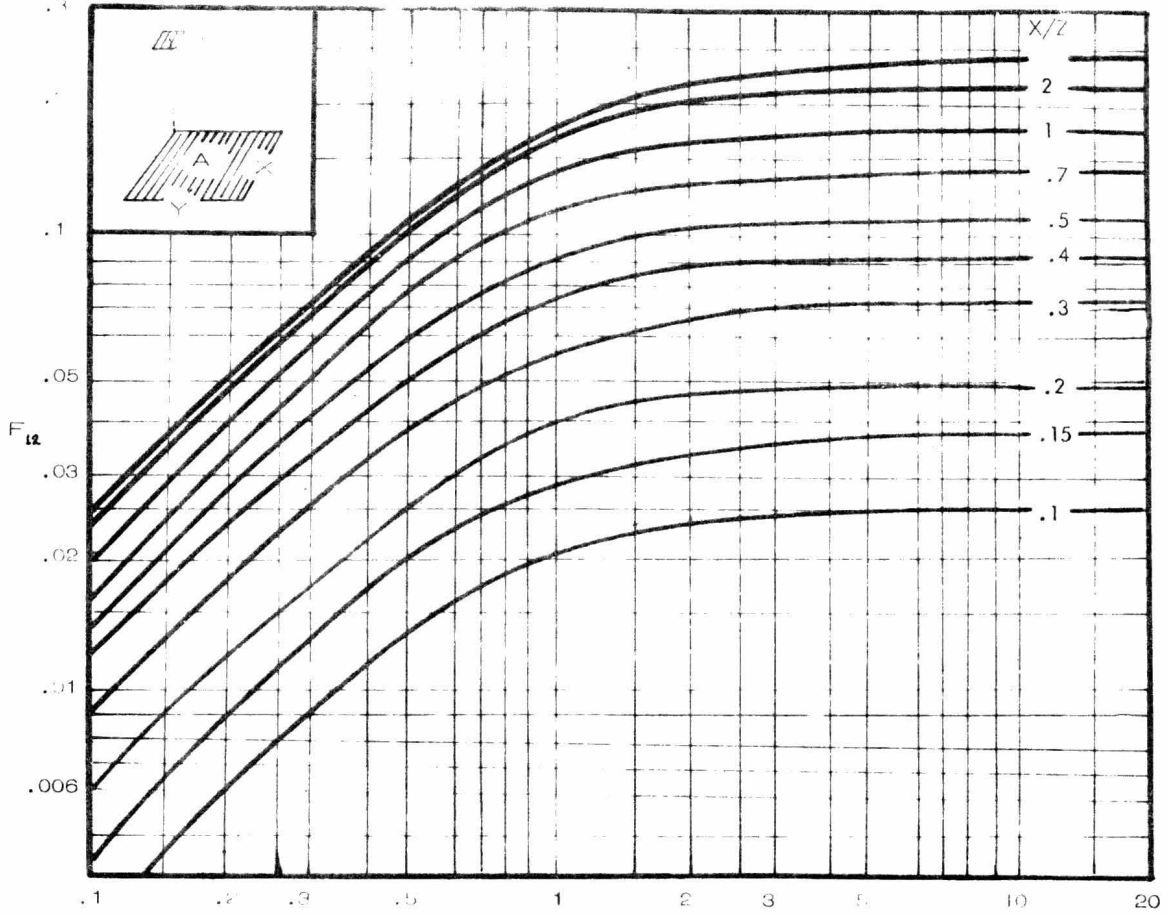


FIGURA N° 8

**FACTOR DE PERSPECTIVA DESDE UN ELEMENTO DA A UN PLANO REC-**  
**TANGULAR PERPENDICULAR AL ELEMENTO DA CON UNA ESQUINA**  
**SITUADA EN LA NORMAL QUE SALE DEL CENTRO DE DA**

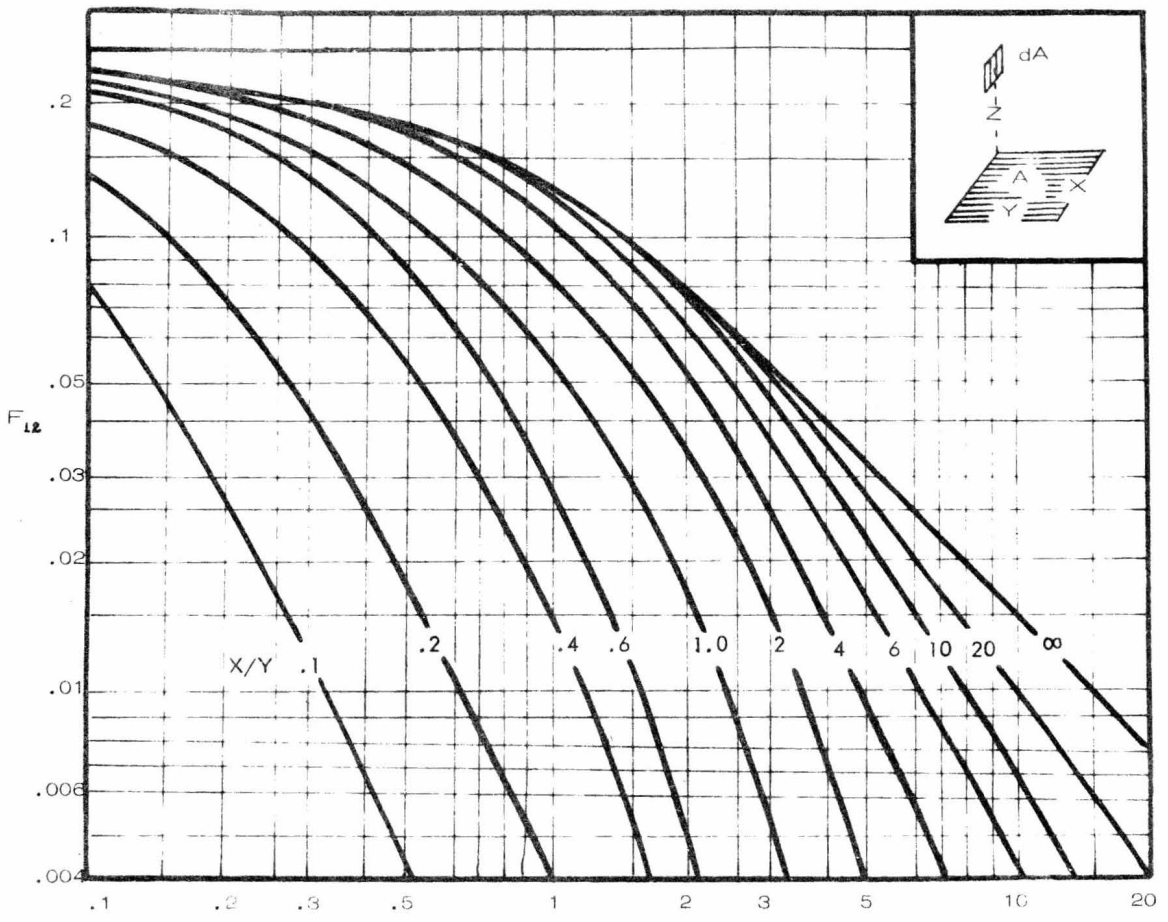


FIGURA N° 9

FACTOR DE VISTA DESDE UN PLANO RECTANGULAR  
A OTRO PLANO PARALELO DE LAS MISMAS DIMENSIONES

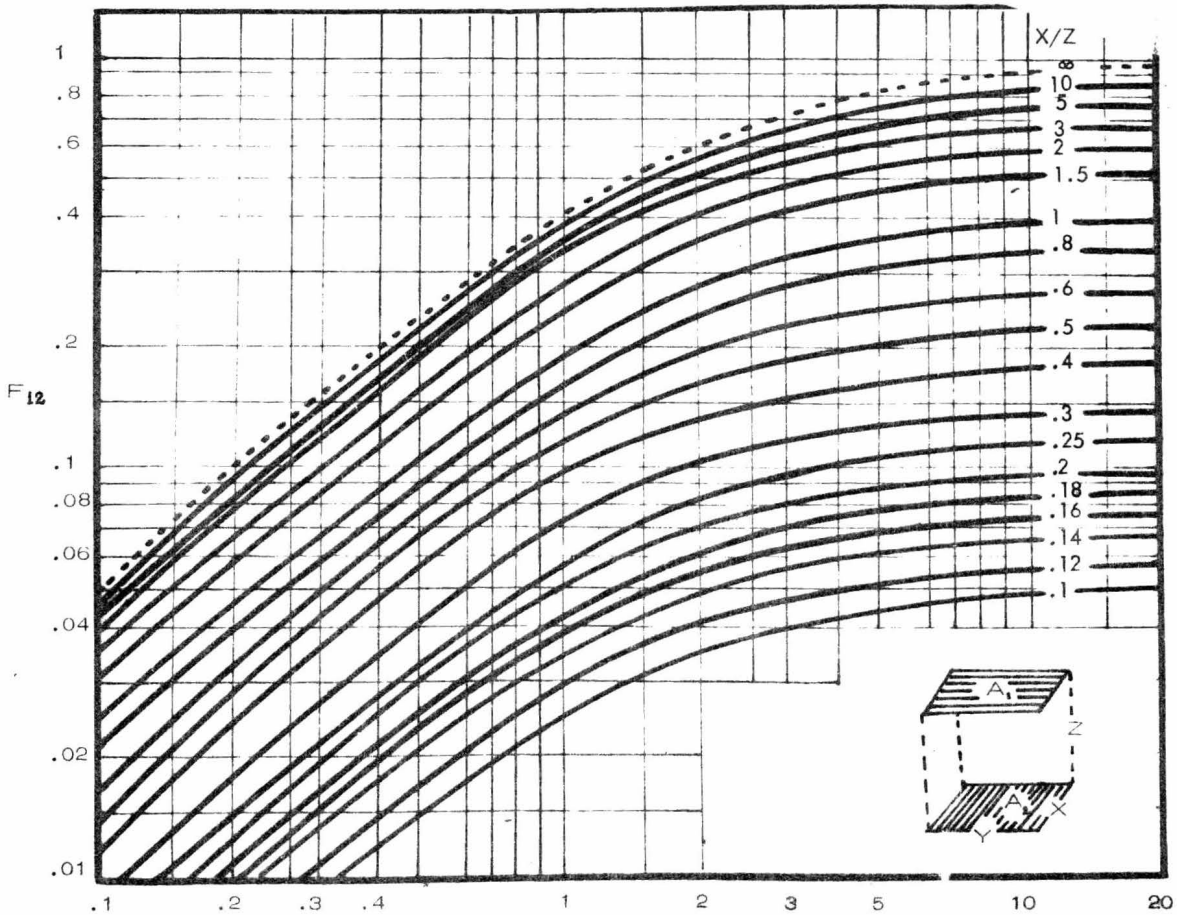
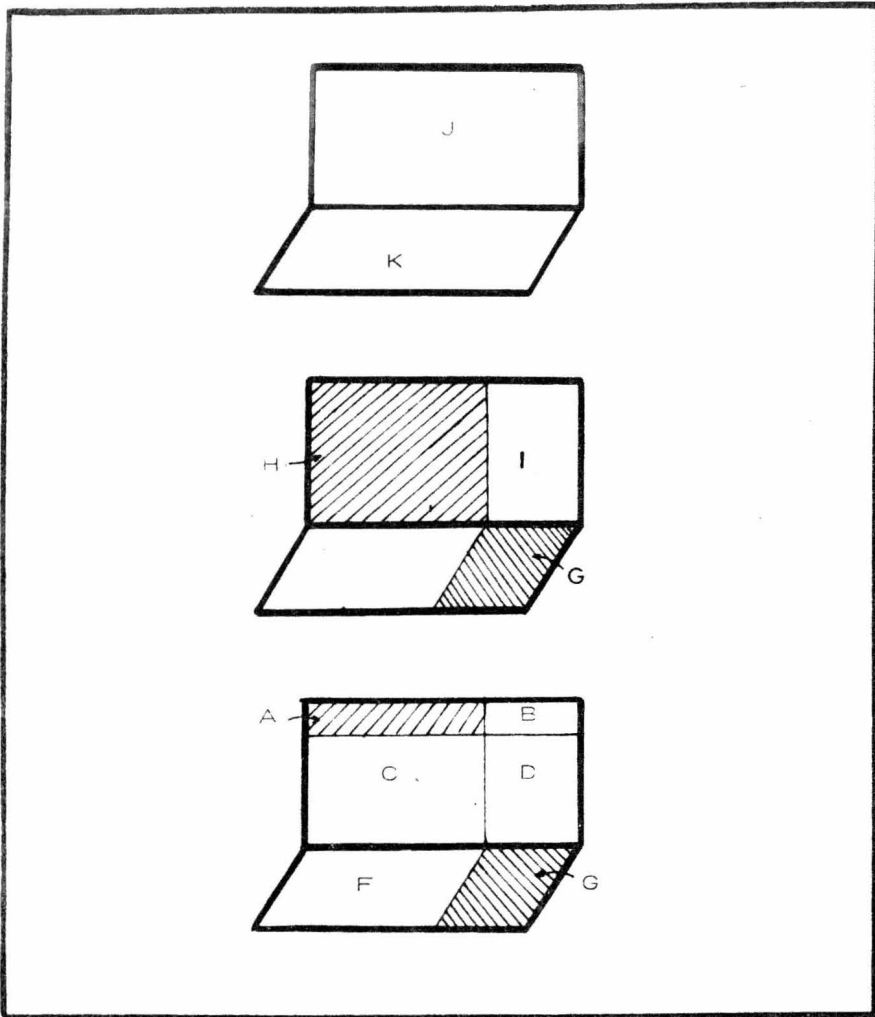


FIGURA N° 10

FIGURA N° 11



ORIENTACION DE LAS ÁREAS PARA LA OBTENCION DEL  
FACTOR DE VISTA ENTRE LAS SUPERFICIES A Y G

FIGURA N° 12

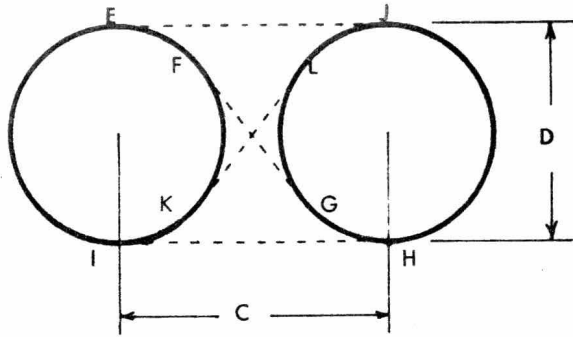
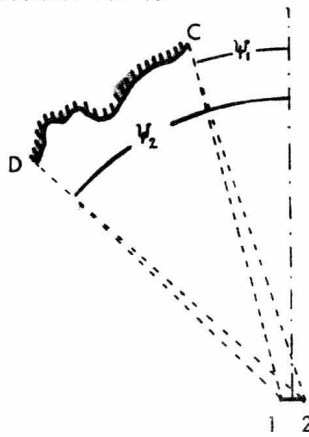


FIGURA No 13



FIGURAS PARA LA OBTENCION DEL FACTOR DE PERSPECTIVA ENTRE DOS TUBOS Y ENTRE DOS SUPERFICIES , SUPONIENDOLAS INFINITAS . POR EL METODO DE LA CUERDA CRUZADA.



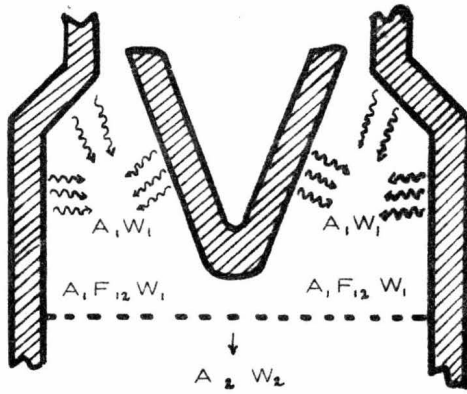


FIGURA N° 14

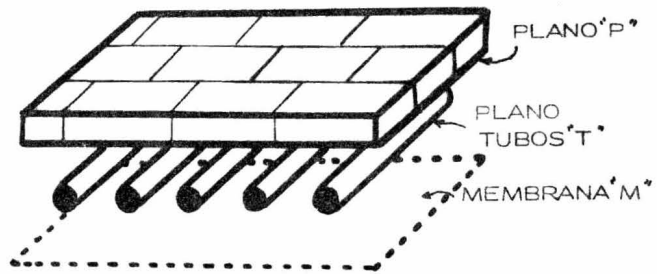
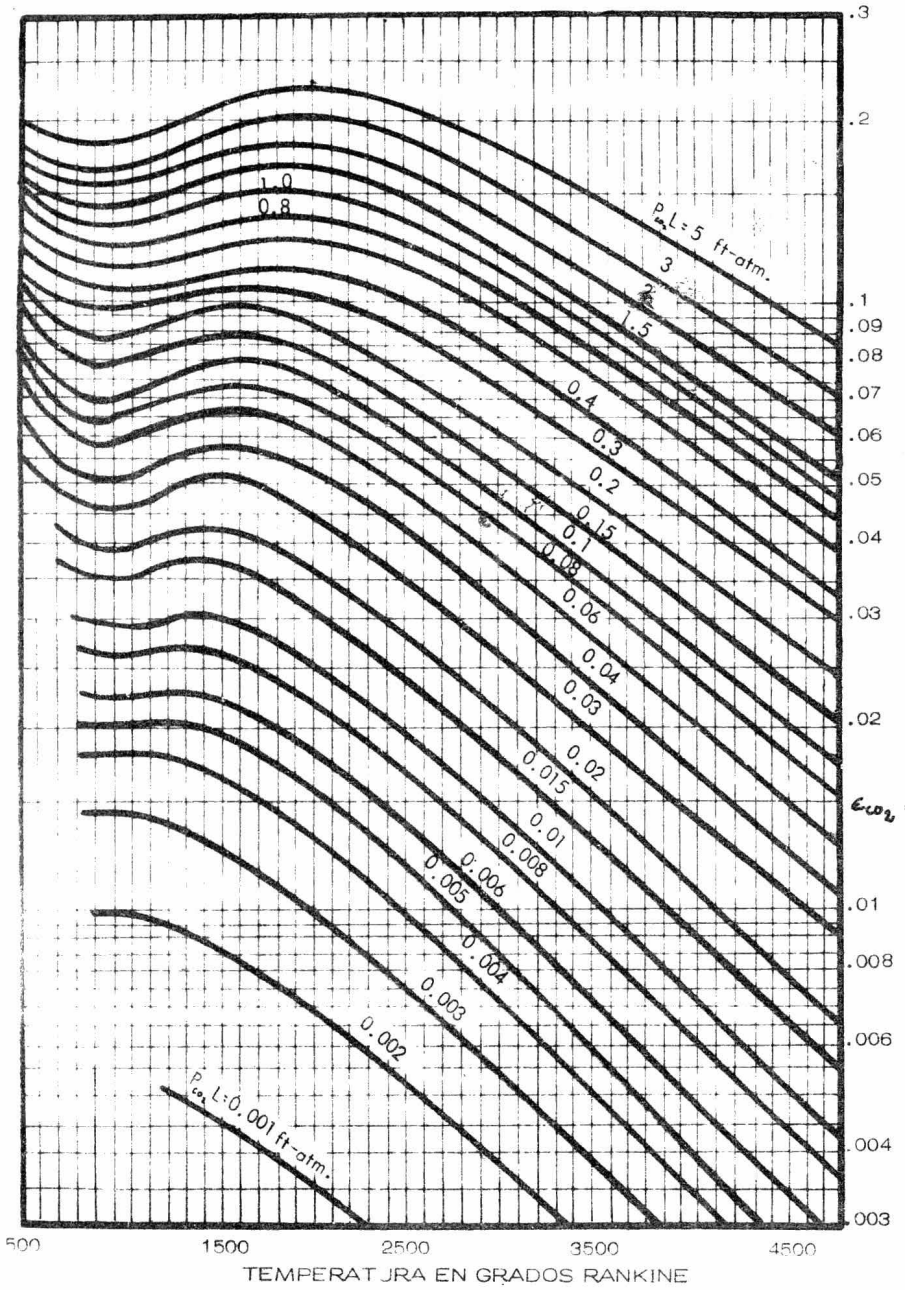


FIGURA N° 15

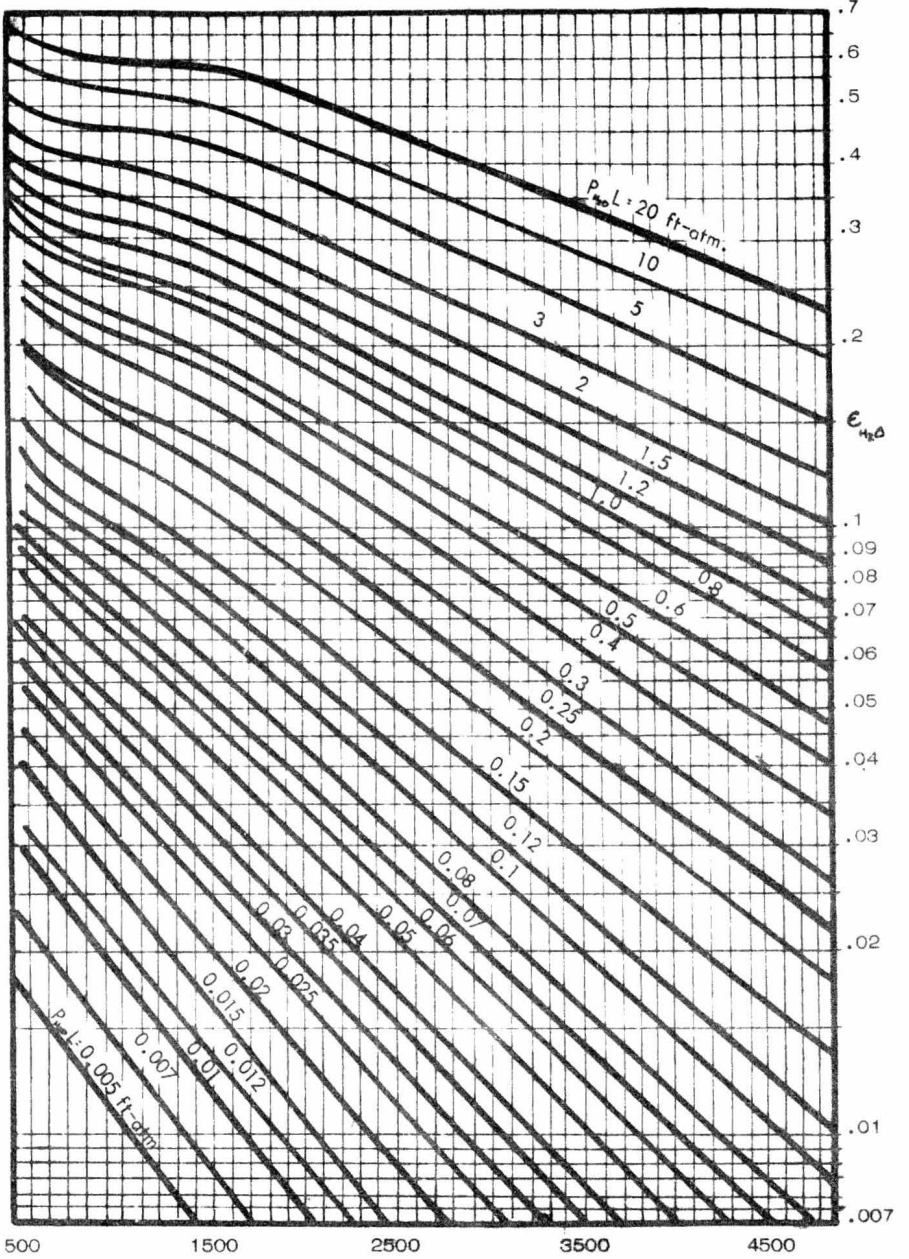
FIGURAS EN LAS CUALES SE REPRESENTA EL CONCEPTO DE  
MEMBRANA

FIGURA N° 16



EMISIVIDAD DEL CO<sub>2</sub> A UNA ATMOSFERA DE PRESION

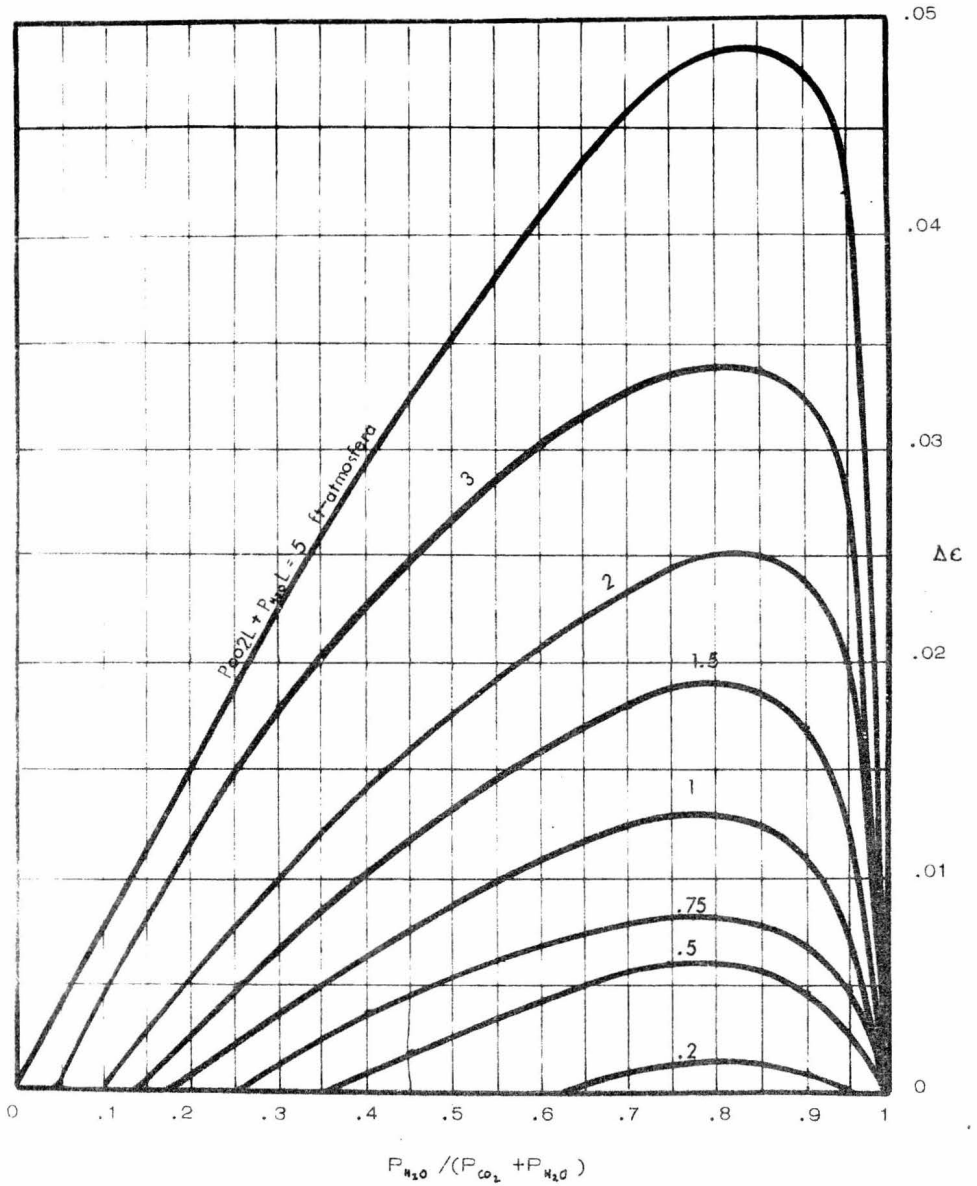
FIGURA N° 17



TEMPERATURA EN GRADOS RANKINE

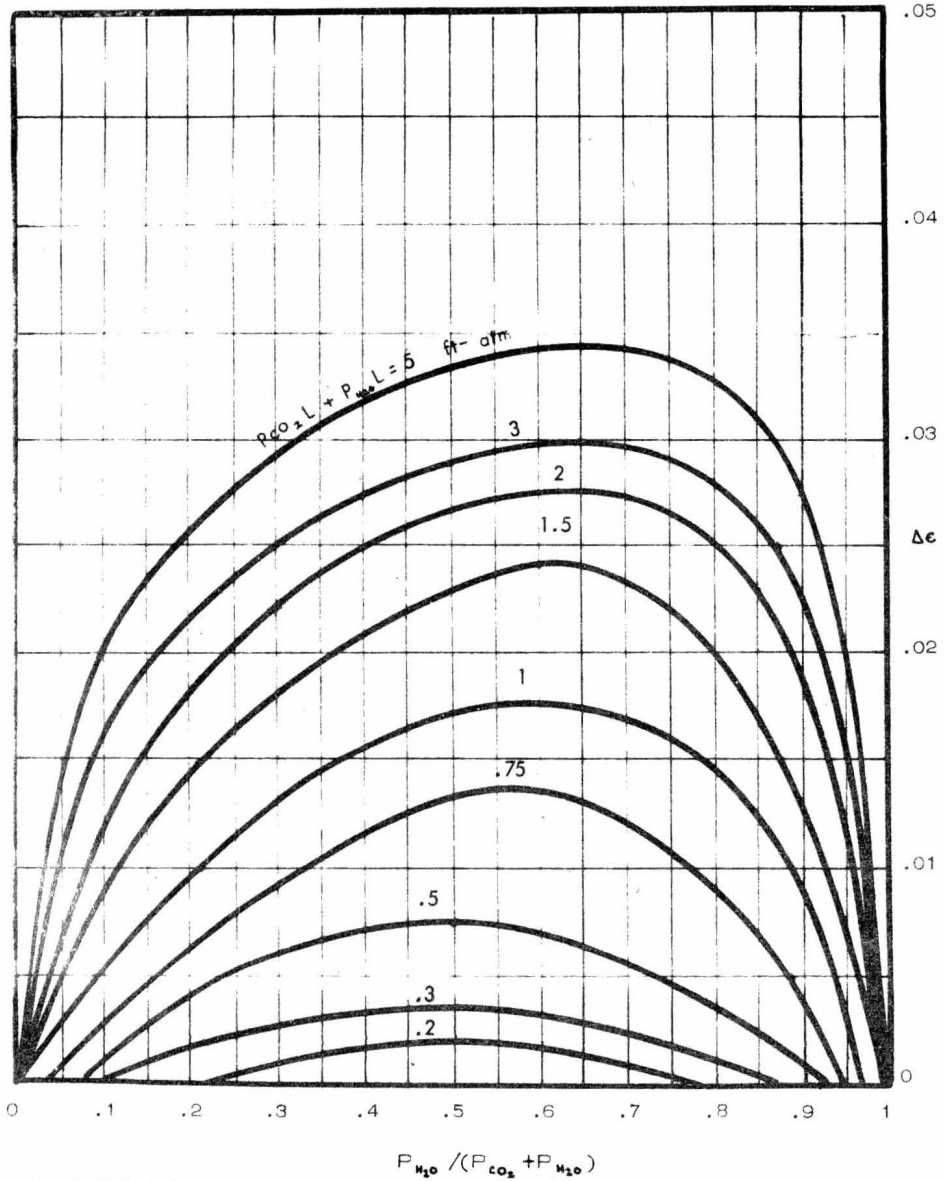
EMISIVIDAD DEL AGUA A UNA ATMOSFERA DE PRESION

FIGURA N° 18



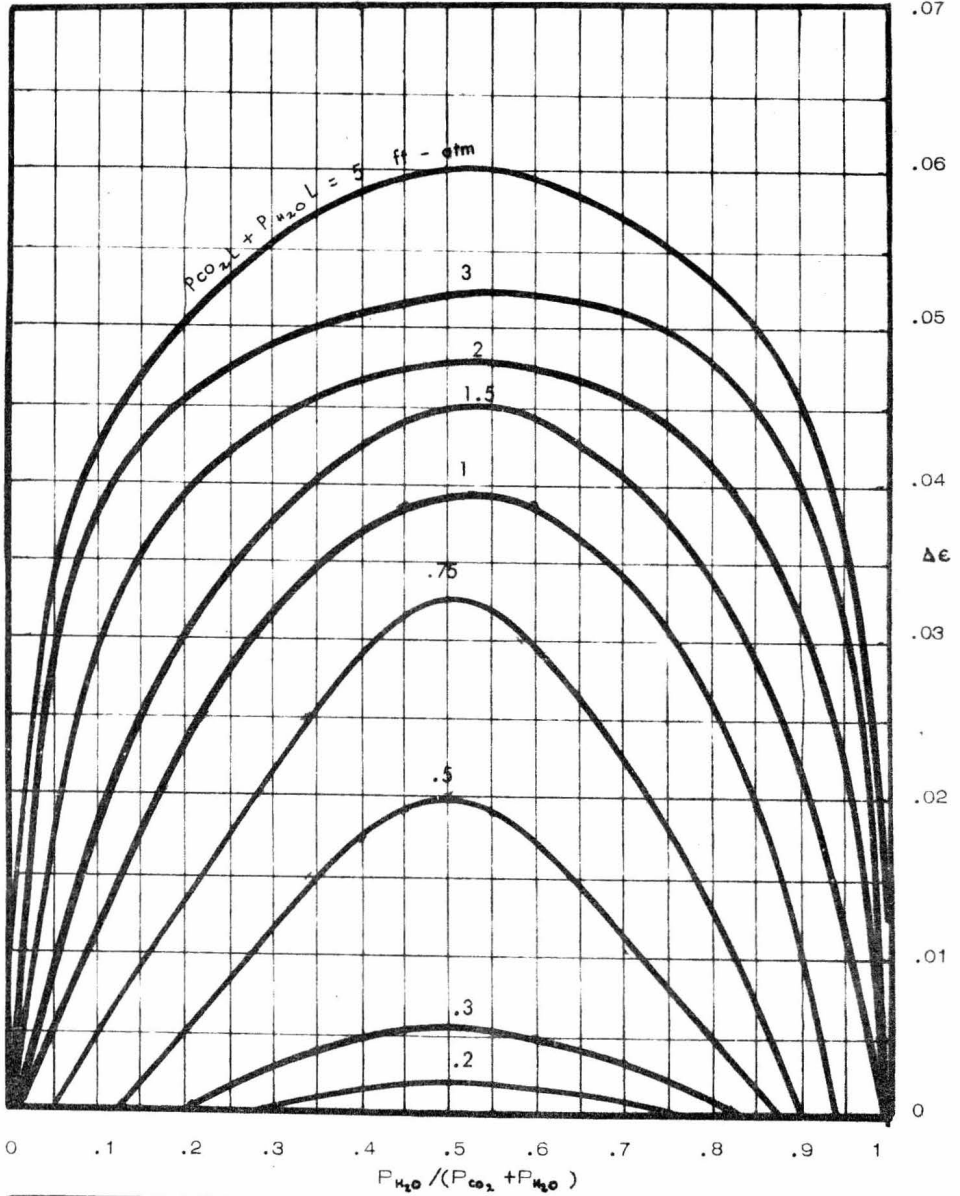
CORRECCION DEBIDA A LA SOBREPOSICION ESPECTRAL EN LAS BANDAS DE EMISIVIDAD DE UNA MEZCLA  $CO_2-H_2O$  A  $260^\circ F$

FIGURA N° 19



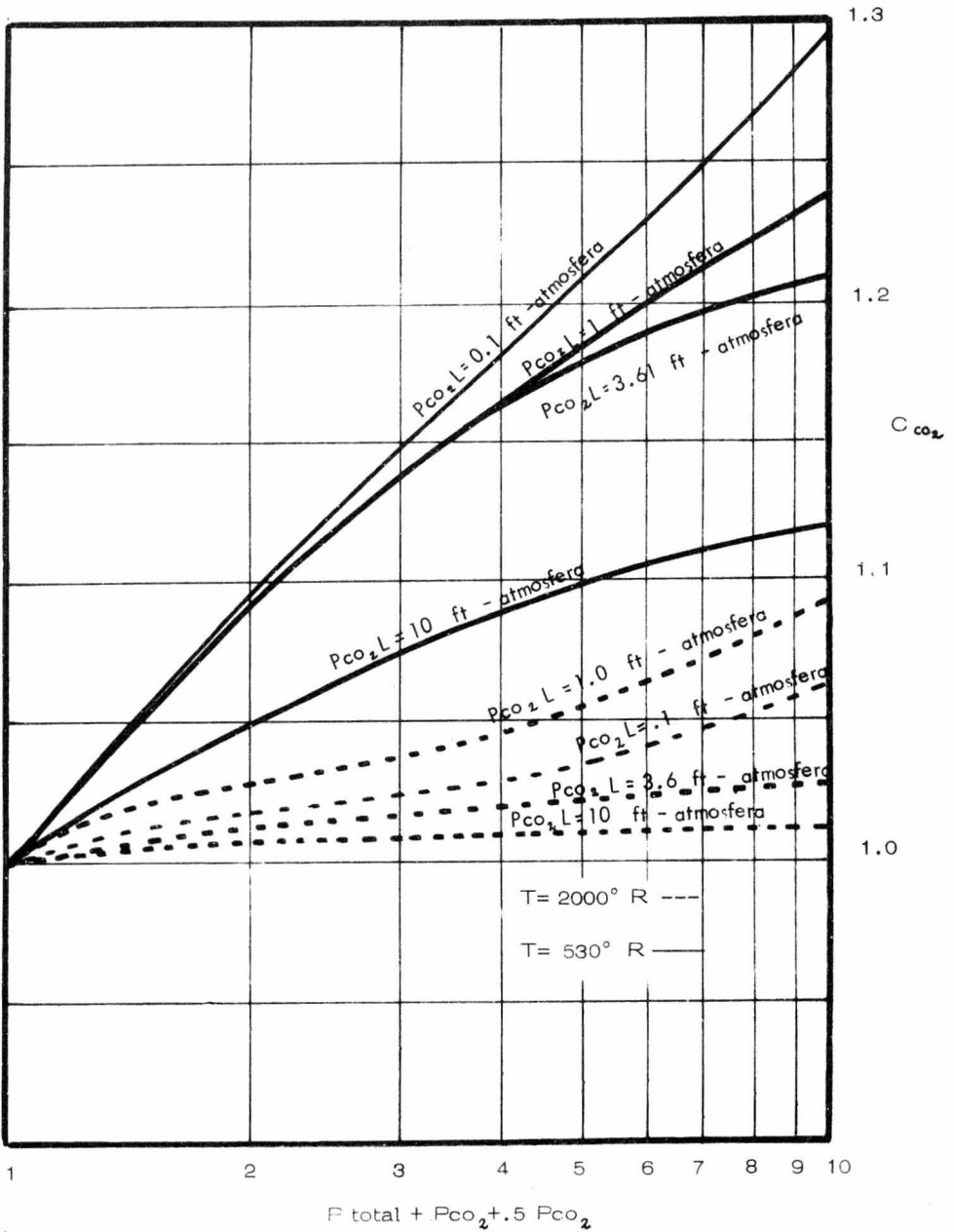
CORRECCIÓN DEBIDA A LA SOBREPOSICIÓN ESPECTRAL EN LAS BANDAS DE EMISIVIDAD DE UNA MEZCLA  $CO_2 - H_2O$  A  $1000^\circ F$

FIGURA N° 20



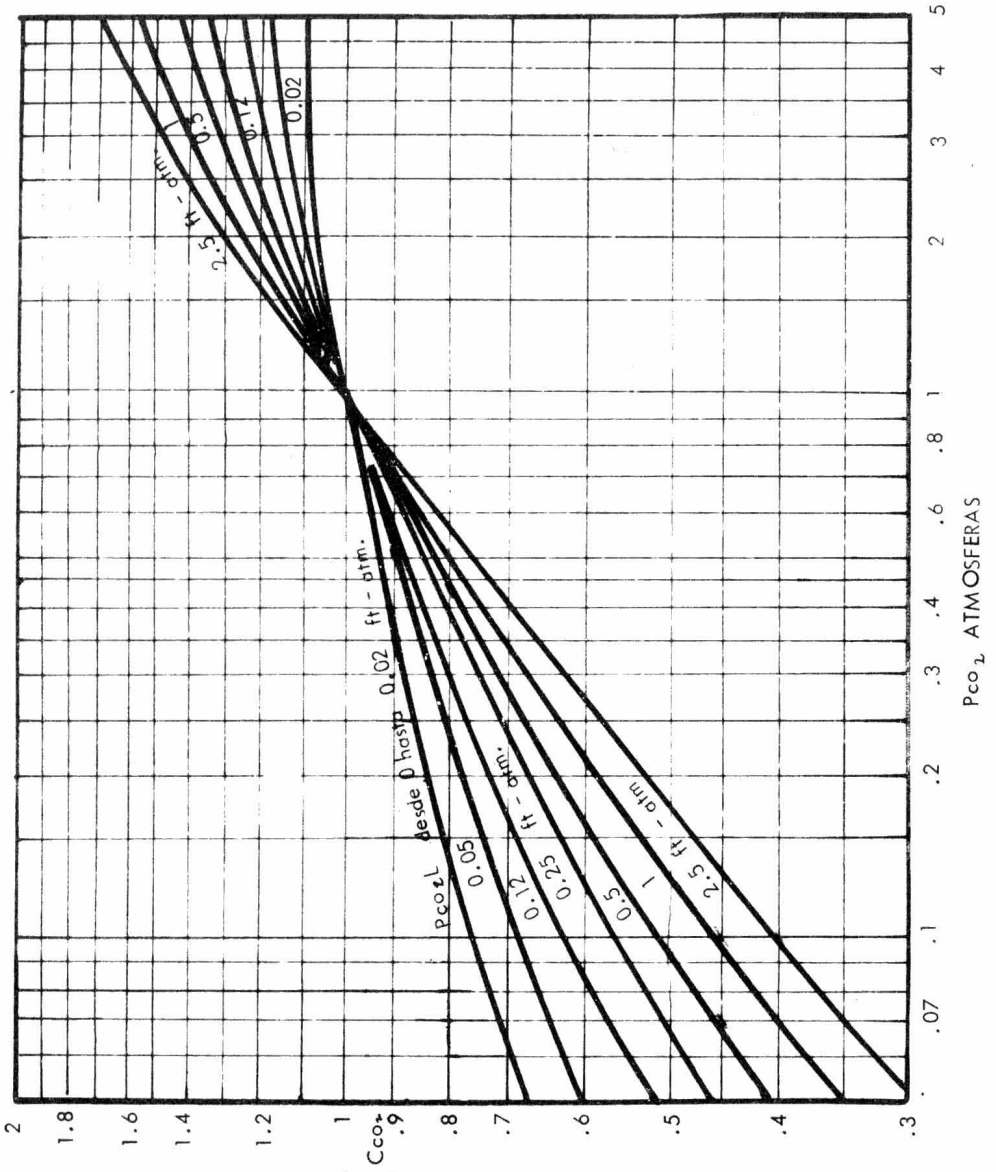
CORRECCION DEBIDA A LA SOBREPOSICION ESPECTRAL EN LAS BANDAS DE EMISIVIDAD DE UNA MEZCLA  $CO_2 - H_2O$  A  $1700^\circ F$

FIGURA N° 21



FACTOR DE CORRECCION  $C_{CO_2}$  PARA CONVERTIR EMISIVIDADES DES DEL  $CO_2$  A VALORES DE P DIFERENTES DE UNA ATM.

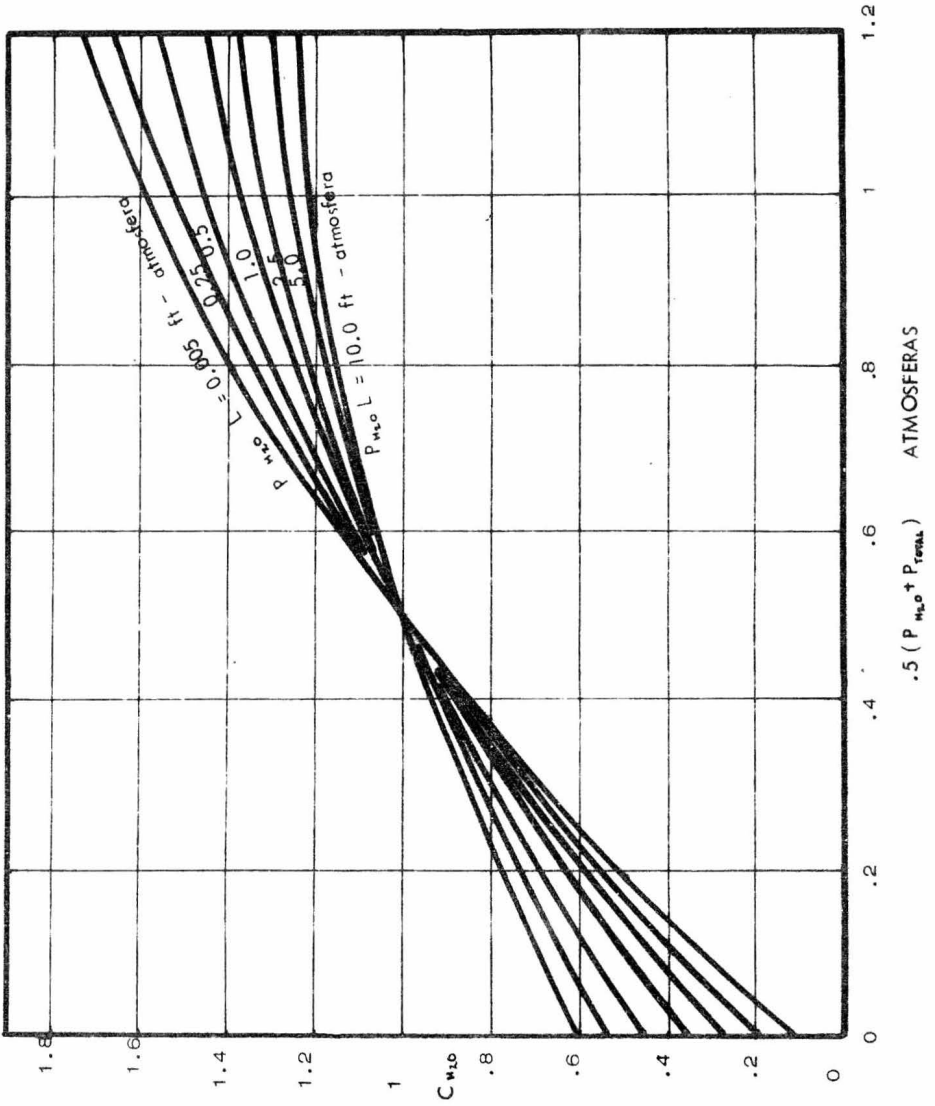
FIGURA N° 22



FACTOR DE CORRECCION  $C_{CO_2}$  PARA CONVERTIR EMISIVIDADES DEL  $CO_2$  A VALORES DE P DIFERENTES DE UNA ATM.

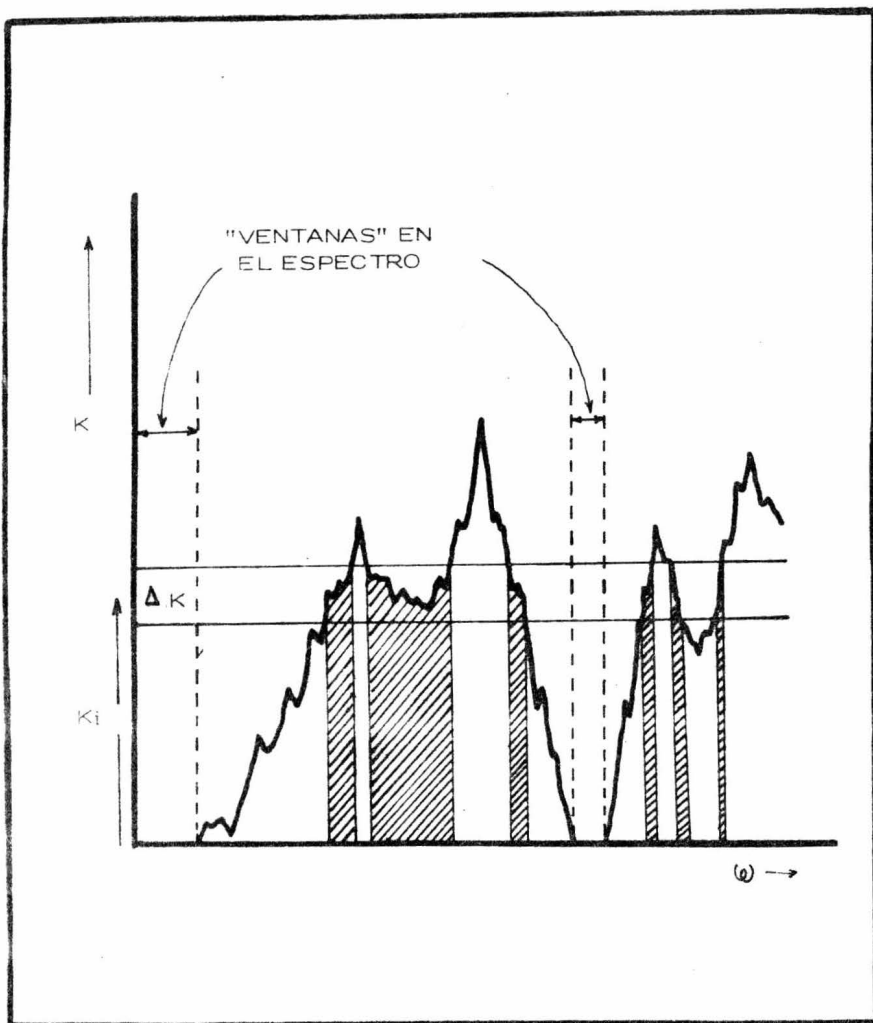


FIGURA N° 23



FACTOR DE CORRECCION  $C_{wz0}$  PARA CONVERTIR EMISIVIDADES DEL AGUA A VALORES DE  $P$  DIFERENTES DE UNA ATM.

FIGURA N° 24



INTERPRETACION DE  $a$  EN TERMINOS DE LA DISTRIBUCION ESPECTRAL DE LA ENERGIA

FIGURA N° 25

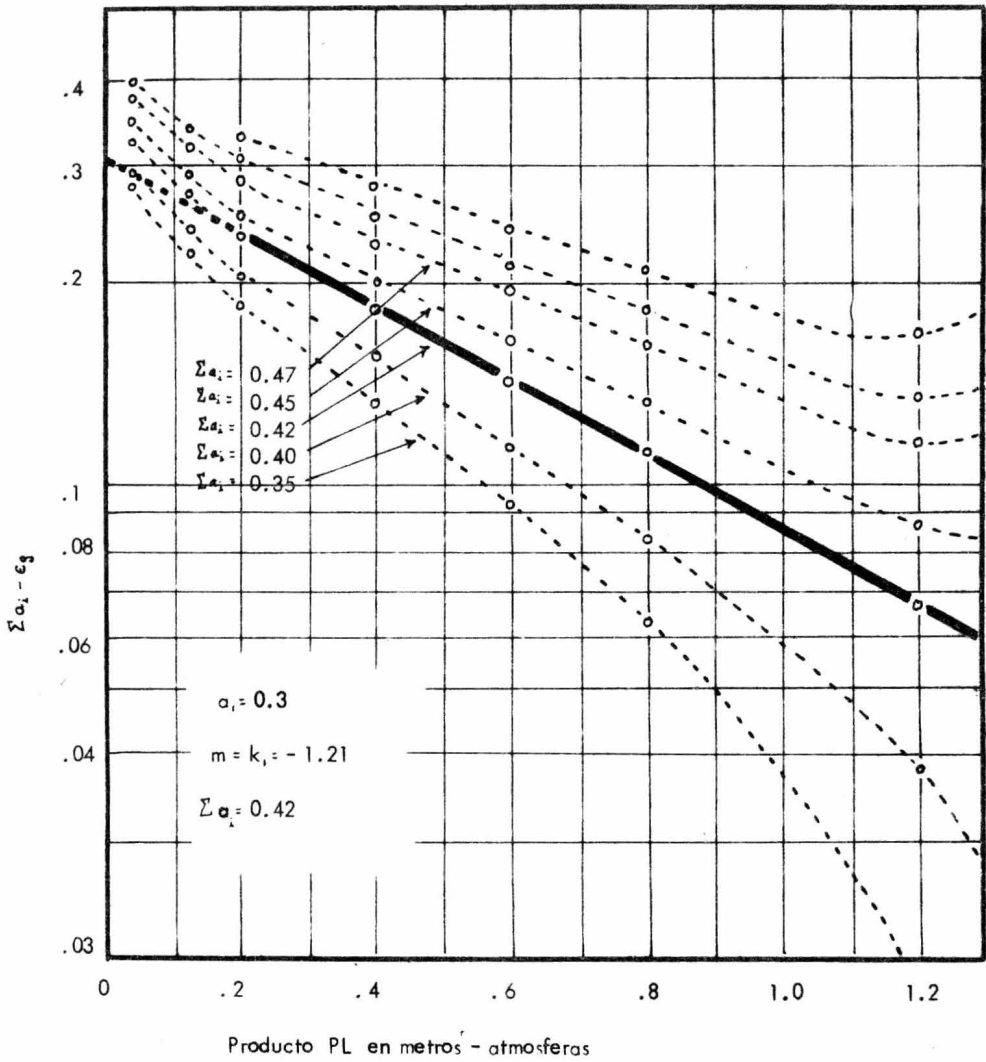


FIGURA QUE MUESTRA LAS DIFERENTES CURVAS QUE SE OBTIENEN AL ITERAR CON VALORES DE  $\Sigma \alpha_i$  PARA LA REPRESENTACION DE UN GAS REAL POR MEDIO DE GASES GRISES.

FIGURA No 26

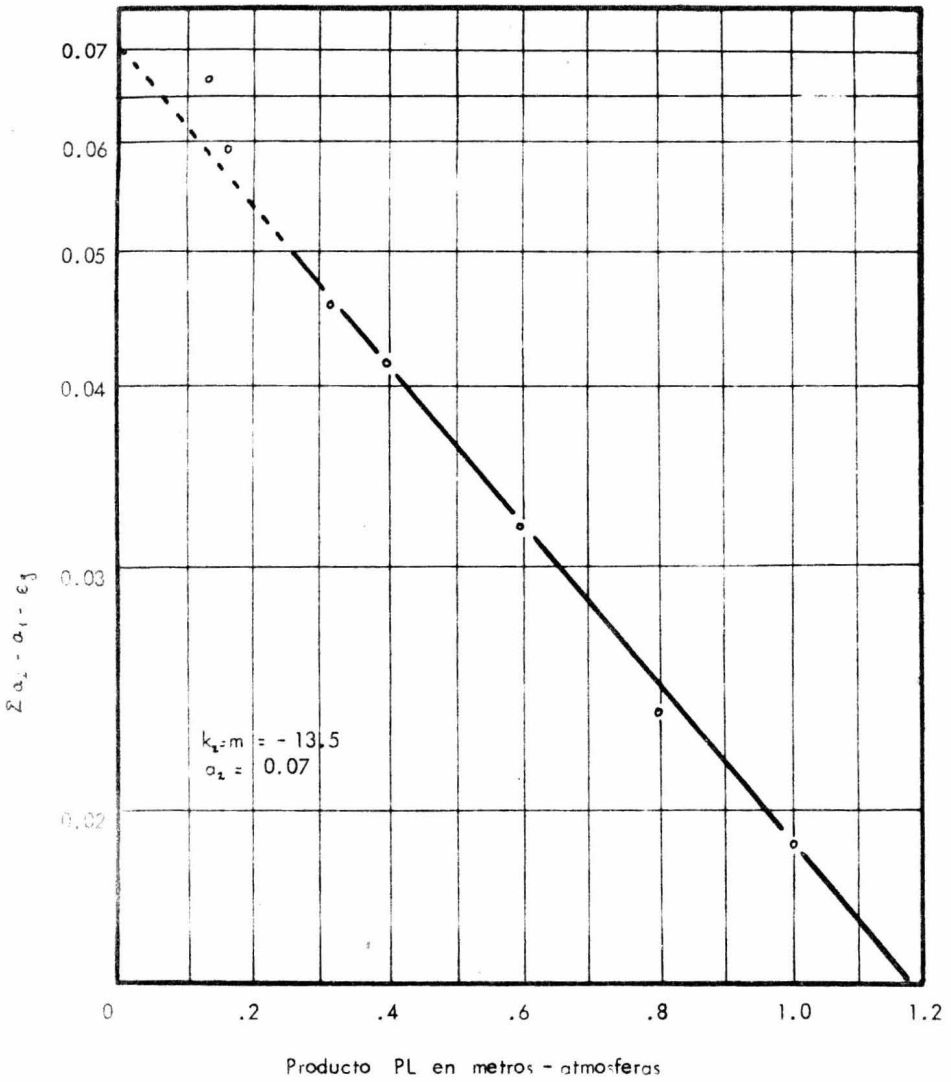


FIGURA QUE MUESTRA LA LINEA OBTENIDA PARA LA SUPOSICION DE UN SEGUNDO GAS GRIS.

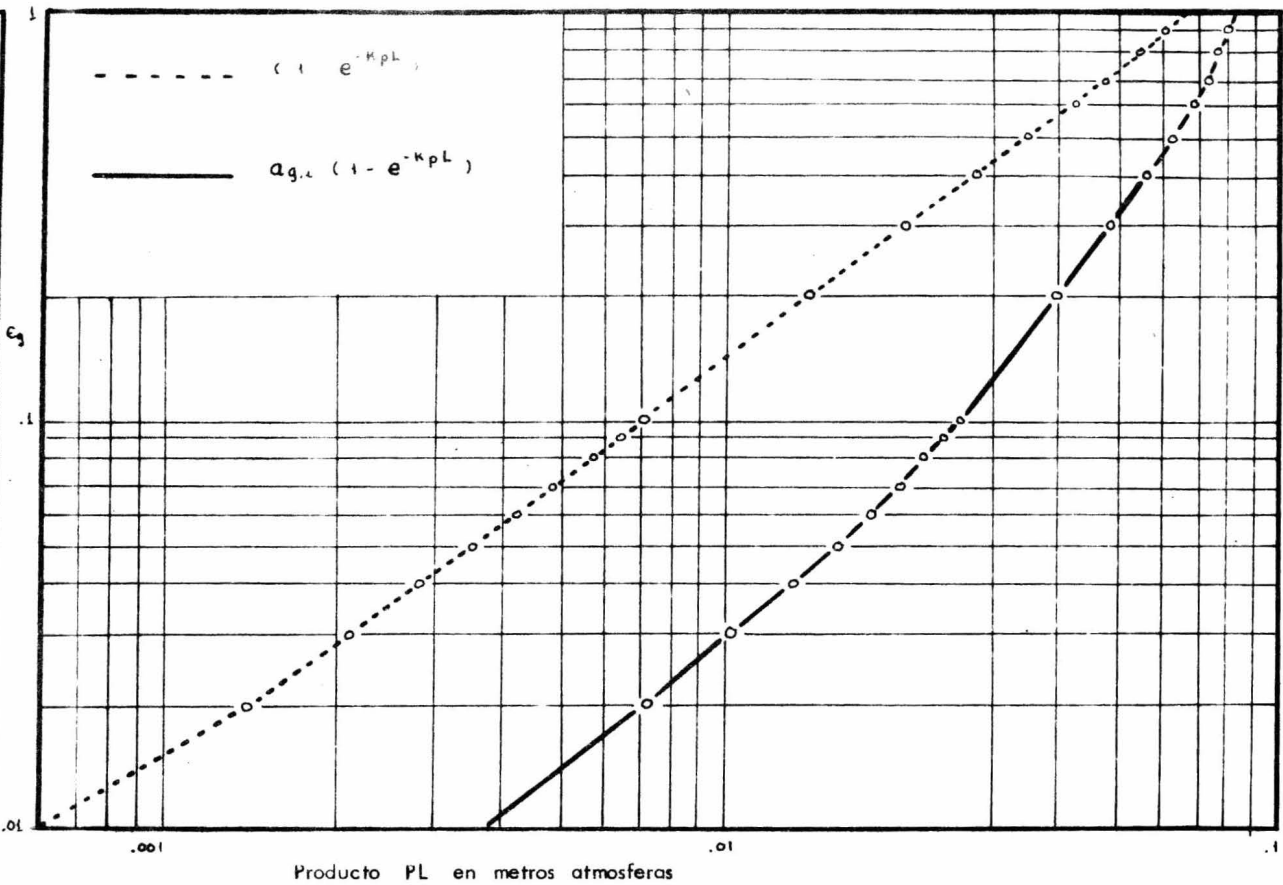
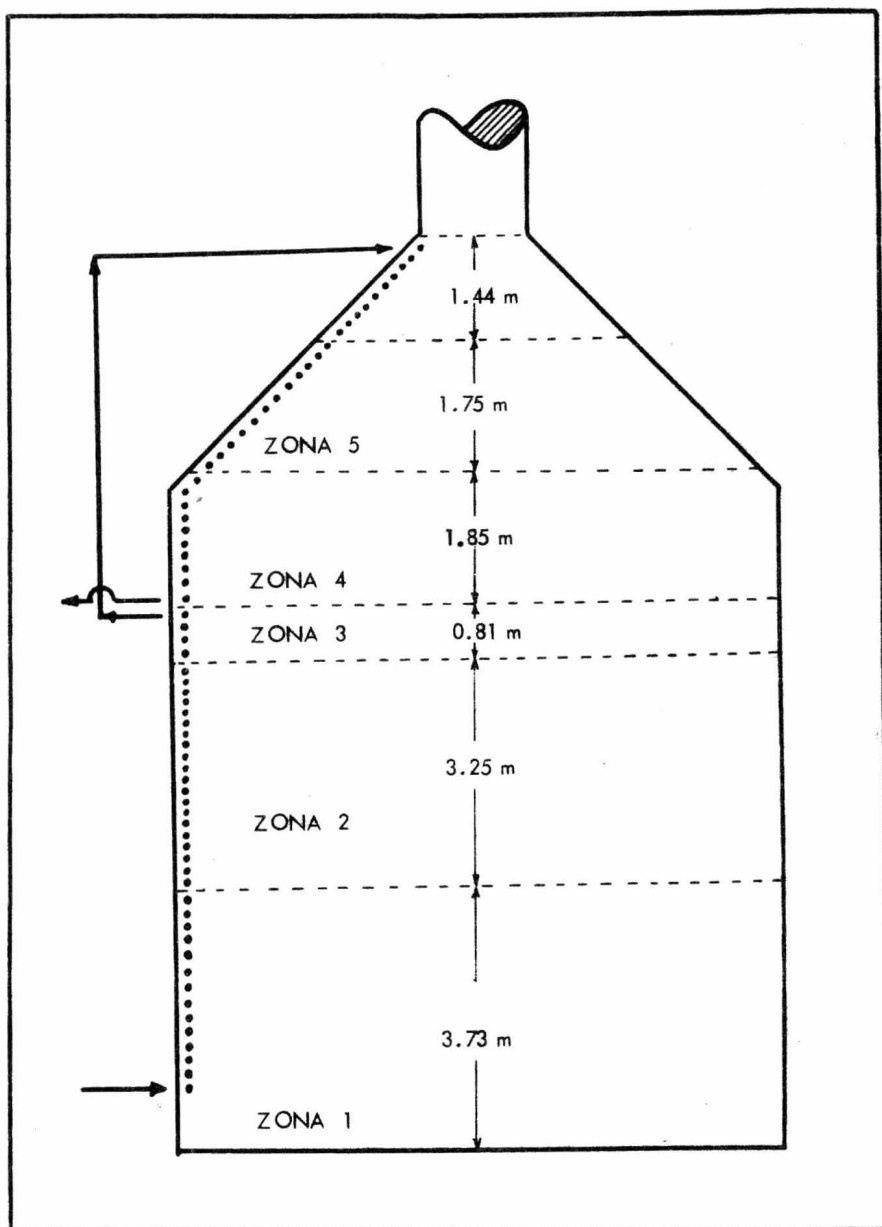


FIGURA EN QUE SE MUESTRAN: LA REPRESENTACION DE UN GAS GRIS Y LA REPRESENTACION DE UN GAS REAL POR MEDIO DE DOS GASES GRISES.

FIGURA No. 28



FORMA DE ZONIFICACION DEL HORNO PARA EL EJEMPLO NUMERICO

FIGURA No. 29

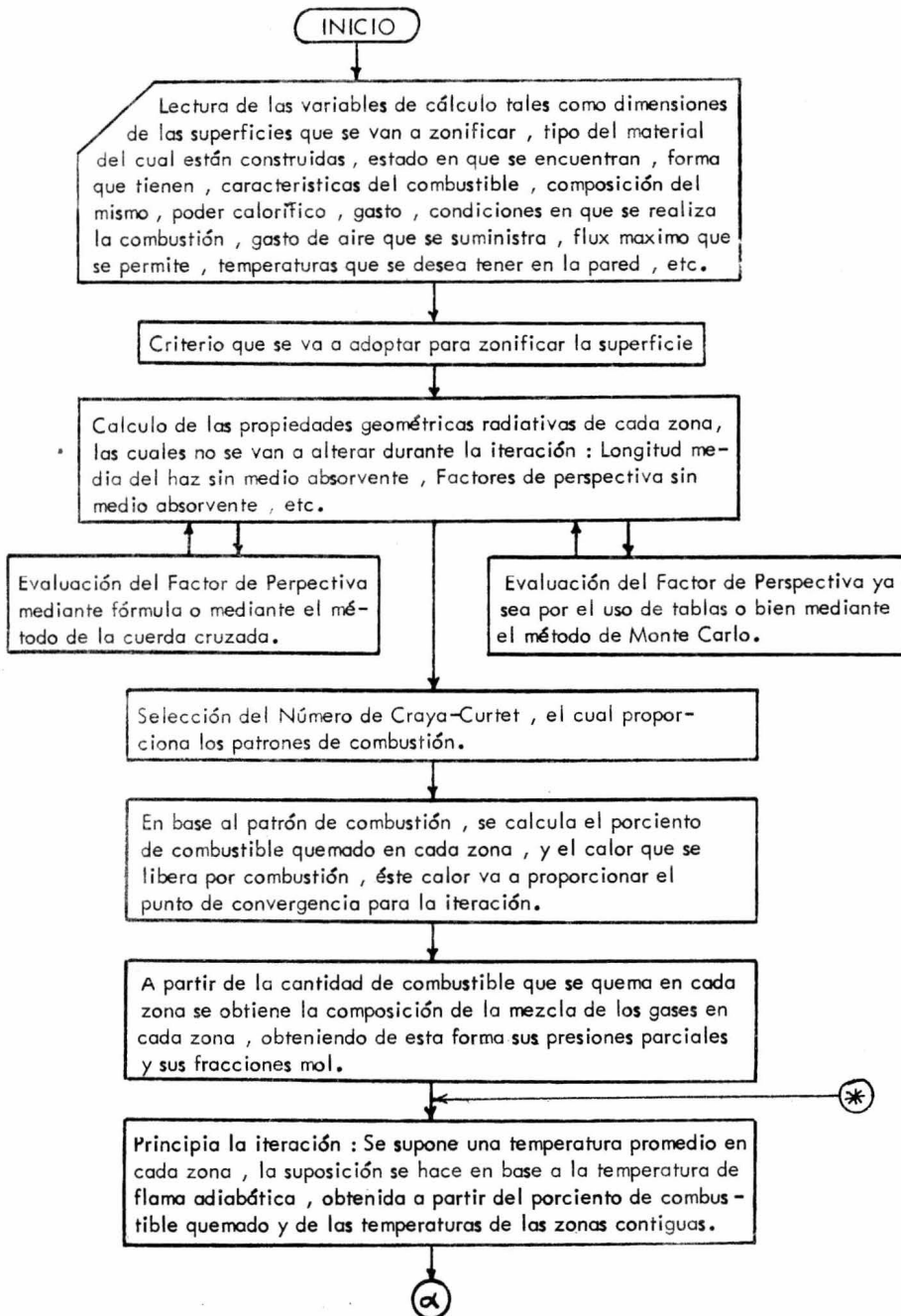


FIGURA No. 29 ( continúa )

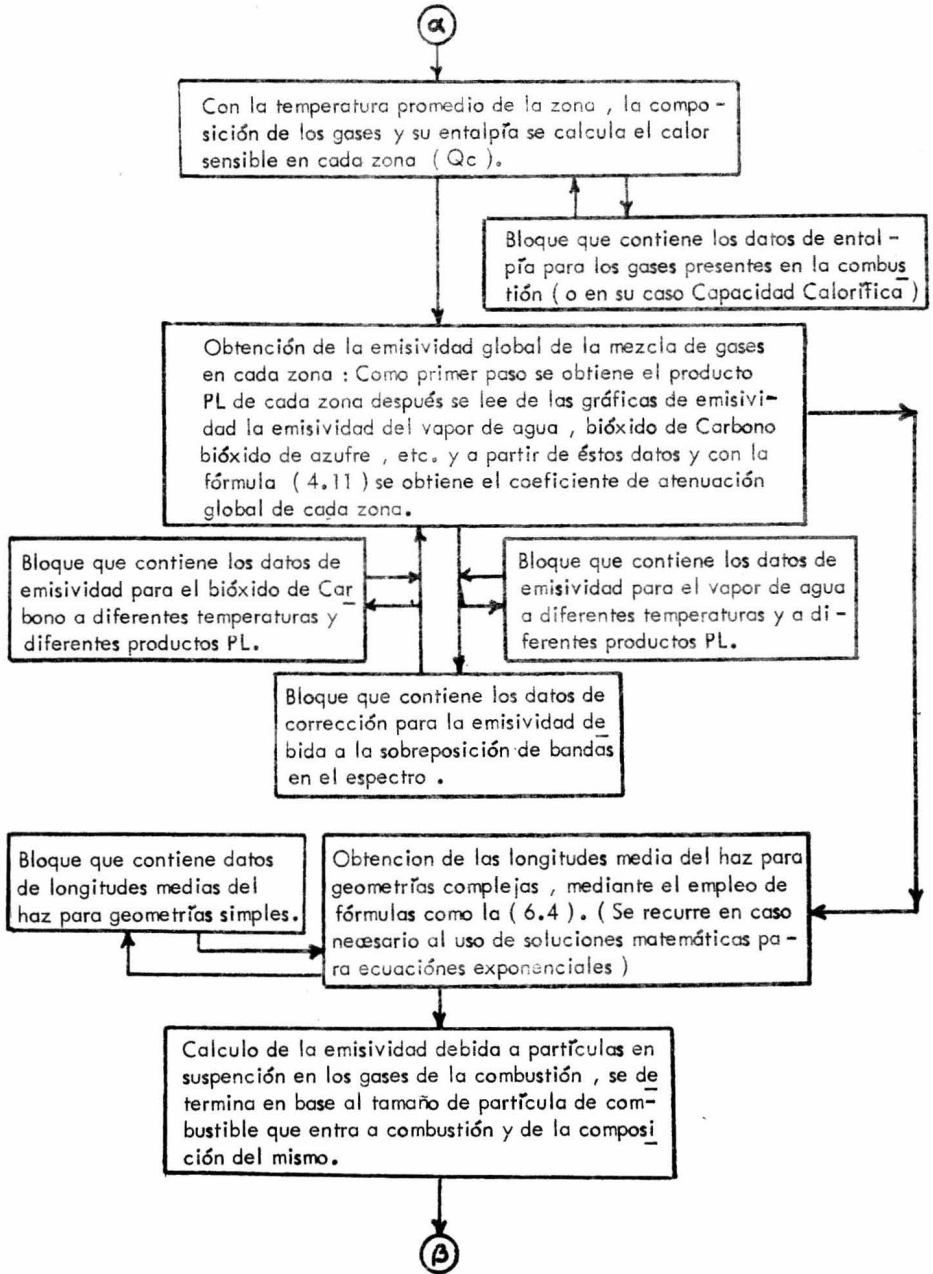




FIGURA No. 29 ( continúa )

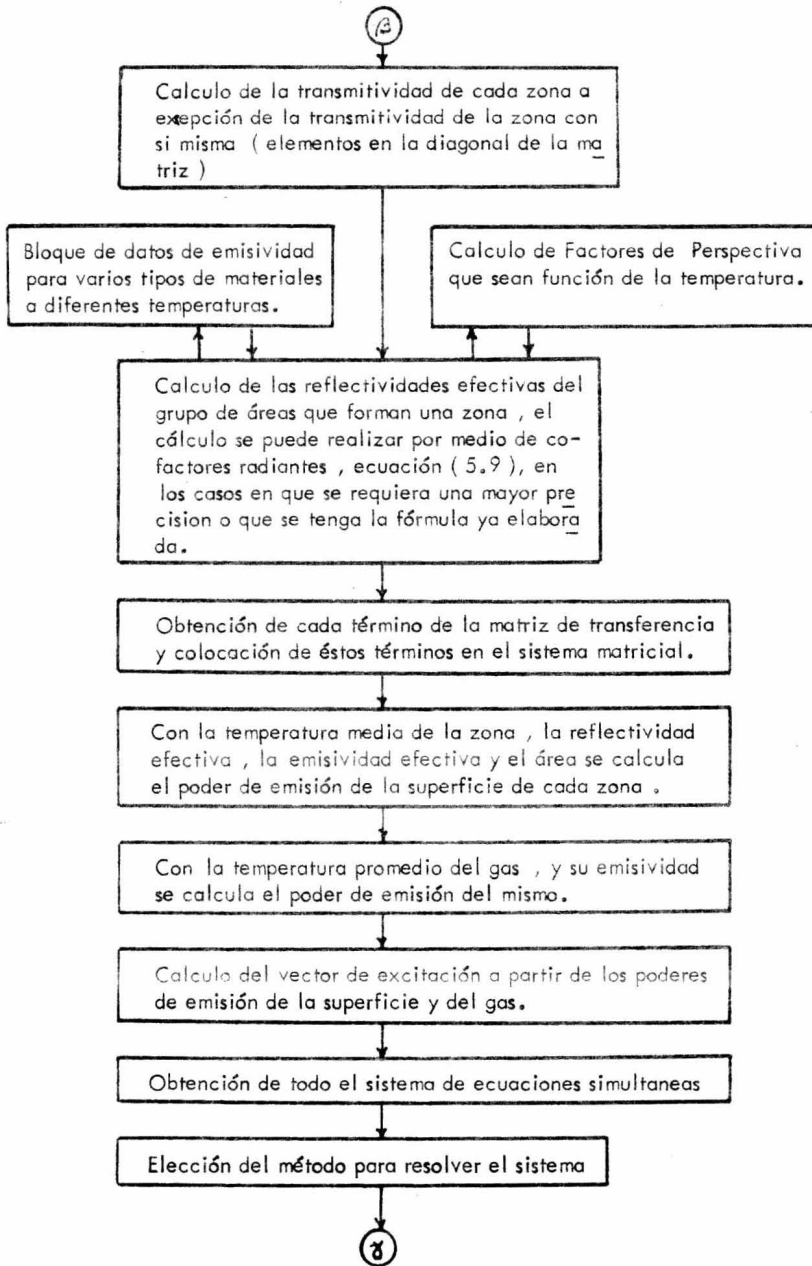
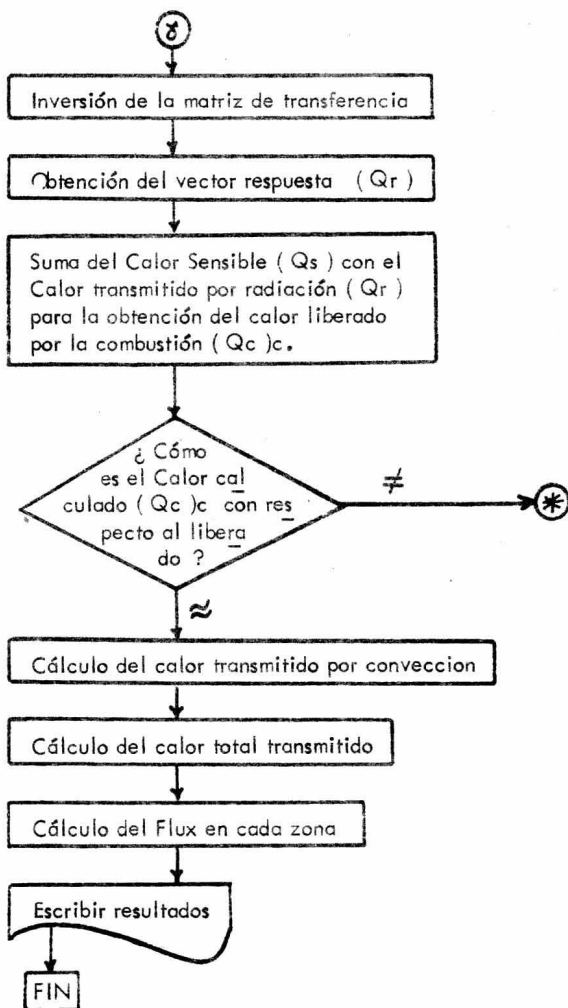


FIGURA No. 29 (continúa)



BIBLIOGRAFIA

1. Jakob Max  
Heat Transfer, Vol. I, Wiley and Sons (1949).
2. Hottel H. C. and Sarofim A. F.  
Radiative Transfer, Mc Graw Hill (1967).
3. Jakob Max  
Heat Transfer, Vol. II, Wiley and Sons (1949).
4. Siegel R. And Howell J. R.  
Thermal Radiation Heat Transfer, Mc Graw Hill (1972).
5. Yamauti Z.  
Research Electrotechnology Laboratory (Tokyo) N. 148 (1924).
6. Sparrow E. M. and Cess R. D.  
Radiation Heat Transfer, Brooks Cole Co. (1970).
7. Barnes, Forsythe, Adams  
The Total Emissivity of Various Materials at 100-500°C  
Journal Optical Society of America, Vol. 37, N. 10 Pags. 804-807  
October (1947).
8. Malkmus and Thomson A.  
Infrared Emissivity of Diatomic Gases for the Harmonic Vibrating-  
Rotator Model  
Journal Quant. Spectrosc. Radiant Transfer, Vol. 2, Pags. 17-39
9. D. K. Edwards  
Absorption by infrared Bands of Carbon Dioxide Gas at elevated  
pressures  
Journal Optical Society of America, Vol. 50, N. 6, June (1960).
10. Lee R. and Happel  
Thermal Radiation of Methane Gas  
Industrial and E. C. fundamentals, Vol. 3, N. 2, Pags. 167-176  
May (1964).
11. Lorentz H. A.  
The Absorption and Emission lines of Gaseous Bodies  
Proceeding Royal Academy, Vol. VIII, Amsterdam (1905).
12. Mc Adams H. W.  
Heat Transmission, Cap. 4, Mc Graw Hill (1954).

13. Leckner B.  
Combustion Flame, Vol. 19, N. 33 (1972).
14. Dunkle, R. V.  
Geometric Mean Lengths for Radiant Heat Transfer Calculations  
Journal of Heat Transfer, February (1964).
15. Herdan, G.  
Small Particle Statistics, Butterworths, London (1960).
16. Hawksley, P. G.  
B.C.U.R.A. Monthly Bulletin, V. 16, Num. 4 & 5 (1952).
17. Mc Cartney, J. J. and Ergun, S.  
Fuel, V. 37, N. 272 (1958).
18. Wimpres  
Rating Fired Heaters  
Hydrocarbon Processing and Petroleum Refiner, V. 42, N. 10,  
October (1963).
19. Kern, D. K.  
Procesos de transferencia de calor, Cap. 19  
C.E.C.S.A. 8a. Impresión (1974).
20. Becker, H. A.  
Thesis in Chemical Engineering, M.I.T. Cambridge (1961).
21. Sparrow E.M., Albers L.V. and Eckert E.R.  
Journal of Heat Transfer, No. 84, pags. 73-81 (1962).
22. Hottel H.C. and Keller J. D.  
Trans. A.S.M.E., Iron and Steel, Vol. 35 No. 39 (1933).
23. Sparrow E.M. and Jonsson V.K.  
Journal of Heat Transfer Series C No. 84 pags 188-189 y  
283-293 (1962).